

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ARTE: UM ESTUDO DA
REPRESENTAÇÃO EM PERSPECTIVA NAS PINTURAS DO
RENASCIMENTO**

Andréa Oriques Santos

Florianópolis, agosto de 2006.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

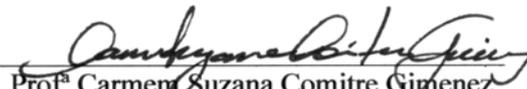
**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ARTE: UM ESTUDO DA
REPRESENTAÇÃO EM PERSPECTIVA NAS PINTURAS DO
RENASCIMENTO**

Andréa Oriques Santos

Trabalho de Conclusão do Curso
apresentado como requisito à obtenção
do título de licenciado em Matemática

Florianópolis, agosto de 2006.

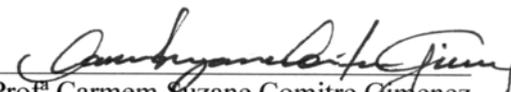
Esta Monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovado em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 28/CCM/06.


Prof^a Carmen Suzana Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca Examinadora:


Prof^a Cláudia Regina Flores
Orientadora


Prof^o Méricles Thadeu Moretti


Prof^a Carmem Suzane Comitre Gimenez

Dedico este trabalho a minha mãe,
que tanto se empenhou em proporcionar a educação,
repassou sua sabedoria e
teve a paciência de aguardar o resultado final.

Agradecimentos aos mestres,
em especial, a minha orientadora,
pela paciência ao aprendizado;
Aos colegas,
por me acompanharem na caminhada;
A meu esposo e meu filho,
pelo amor, apoio e tolerância;
A todos que, direta ou indiretamente,
me ajudaram nesta conquista.

“De Deus nasce a beleza,
e é como um círculo cujo centro é a bondade;
e, como não pode existir círculo sem centro,
não pode existir beleza sem bondade!”

(Baltasar Castiglione, 1528)

RESUMO

Este trabalho tem a finalidade de discutir a técnica da perspectiva em obras plásticas com o intuito de pensar possibilidades de ensino.

Para tanto inicia-se com as primeiras representações pictóricas feitas pelo homem, na Pré-História; discute-se este mesmo conhecimento nos povos da Mesopotâmia; analisa-se a arte bidimensional dos egípcios; adentra-se na civilização grega, refletindo sobre seu modo específico de utilizar a perspectiva e as muitas contribuições de seus personagens; analisa-se ainda, a representação da perspectiva no Império Romano e Bizantino, no povo árabe e seu mais fiel representante, Alhazen;

Depois embrenha-se pela Idade Média, discutindo-se a arte Românica e Gótica.

E, enfim, o Renascimento, com o retorno dos conhecimentos gregos e o auge da aplicação da perspectiva, analisando as descobertas, os experimentos e as realizações de seus exploradores na busca por mais conhecimento e aprimoramento das técnicas de representação.

Mostra-se a vida de alguns homens que fizeram a história da perspectiva e suas contribuições, dentre eles Euclides, Alhazen, Giotto, Brunelleschi, Jan Van Eyck, Masaccio, Alberti, Della Francesca, Da Vinci, Dürer, Michelângelo e Rafael.

E, finalmente, trataremos a técnica da perspectiva propriamente dita, mostrando os vários tipos e suas classificações, para pensar caminhos que possam contribuir para a educação, com questões interdisciplinares entre a Arte, a Técnica de Desenho, a História, a Matemática, entre outras.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO I	11
1.1 A PERSPECTIVA: DEFINIÇÕES	11
1.2.1 ANTIGÜIDADE	13
1.2.2 IDADE MÉDIA	29
1.2.3 RENASCIMENTO	34
CAPÍTULO II.....	40
2.1 BIOGRAFIAS	40
CAPÍTULO III.....	68
3.1 A TÉCNICA DA PERSPECTIVA NAS OBRAS PLÁSTICAS	68
CONCLUSÃO	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

INTRODUÇÃO

O gosto pela arte e o envolvimento acadêmico com a matemática levaram-me a procurar um assunto, para meu Trabalho de Conclusão de Curso, que relacionasse estes dois campos aparentemente distintos. Foi então que me deparei com o desenho em perspectiva, mas precisamente, com a arte representada em perspectiva. Por outro lado, a técnica da perspectiva aplicada na geometria descritiva para representar as figuras tridimensionais em um plano traduz-se como conteúdo matemático. Assim, o trabalho se constitui em explorar a forma artística de representar em perspectiva, ou seja, o uso nas artes plásticas, particularmente na pintura, da técnica da perspectiva como forma de representar o real. Neste aspecto, o trabalho também aborda as noções e os conceitos matemáticos, relacionados à representação geométrica. O interessante nisso é a busca e a discussão por formas interdisciplinares de ensino de matemática.

Como metodologia buscou-se discutir a matemática atrelada à Arte e à História, para perceber a aplicação da técnica da perspectiva em algumas obras de arte. Para tanto, tece-se uma narrativa da história da perspectiva, relacionando-a a fatos e personagens da história, trazendo informações correlatas às áreas da história, da arte e da matemática.

O Renascimento é o limiar desta pesquisa, pois é o auge do uso da técnica da perspectiva destacando-se como o período onde se encontram os principais personagens que contribuíram, artística e cientificamente, para o desenvolvimento da perspectiva enquanto técnica da representação.

Na continuidade busca-se, então, trazer biografias interessantes para o aspecto primordial deste trabalho que é o de entrelaçar a arte, a pintura e a técnica. O contato com a compreensão da obra do artista e da sua possibilidade técnica de representação

permite a compreensão da invenção desta técnica bem como o uso de conceitos matemáticos. Por fim, as definições básicas da técnica da perspectiva, enquanto metodologia de construção de figuras geométricas, são discutidas no âmbito da matemática.

Considera-se que este tema é de grande relevância na matemática, pois por um lado as figuras geométricas espaciais são difíceis de serem visualizadas e complexas de serem desenhadas por estudantes de todos os níveis de ensino. Compreender então a invenção da técnica que permite dar ao desenho o seu estatuto de tridimensionalidade significa entender o modo como se olha estas figuras (FLORES, 2003). Por outro lado, a história discutida no âmbito da educação matemática nos permite adentrar em questões que possibilitaram a criação da técnica e que podem servir como caminhos para o ensino.

Enfim, o objetivo deste trabalho é mostrar, numa linguagem simples, como foi a construção deste saber, ou seja, da técnica da perspectiva, facilitando a assimilação da técnica e aprimorando a percepção visual. Mas, e muito mais forte, como um impulso à discussão entre a arte, a história e a matemática, levando aos caminhos da interdisciplinaridade.

CAPÍTULO I

1.1 A Perspectiva: definições

A palavra "perspectiva" tem várias significações; etimologicamente, é uma palavra de origem latina, derivada de dois verbos, *perspecto e perspicio*, originando a palavra *perspectivus*, que significa ver através de, olhar bem, olhar com atenção, olhar até o fim, examinar atentamente, examinar com cuidado e reconhecer claramente.

É a arte de representar as figuras, objetos e pessoas sobre um plano tais como se apresentam ao nosso olhar; na arquitetura é a representação de paisagens e edifícios à distância; são as alterações e o aspecto dos objetos que são vistos de uma certa distância, o panorama, a aparência; o modo sob o qual as coisas se apresentam; o ponto de vista.

A perspectiva, como técnica de desenho tridimensional é um sistema de representação que utiliza os princípios da geometria descritiva e da precisão matemática para representar, com rigor científico, objetos no plano com as devidas proporções da realidade tridimensional.

Através de determinadas regras de projeção, a perspectiva introduz a terceira dimensão no plano, representando distâncias (tamanho, altura, largura, profundidade) e volumes (massa, textura, luz, sombra, efeitos visuais).

A perspectiva, ou a teoria da representação, consiste na técnica de traçar, sobre superfícies bidimensionais, imagens e objetos tridimensionais, possibilitando ampliar a percepção da realidade, ou melhor, de forma que crie uma ilusão de que estamos vendo algo real. Portanto, este método produz uma ilusão em nossa percepção visual.

Na pintura a perspectiva representa cenas do espaço em três dimensões, nas duas dimensões da tela, dando a impressão de ver o real através de uma janela.

Este recurso, que teve início com os gregos e foi adotado pelos pintores do Renascimento, tem como base traçar linhas que convergem a um ponto no infinito. Com a perspectiva podem-se observar ângulos nunca antes imaginados com embasamento científico, dando um novo olhar à arte.

Apesar da ferramenta da perspectiva guardar as devidas proporções com os objetos representados, estabelecendo uma proporcionalidade entre a distância e o tamanho aparente, com regras geométricas descritas na física óptica, ela não é uma reprodução fiel do que o olho vê.

A arte da perspectiva se vale de várias regras para dar a sensação de profundidade. Dentre elas estão os jogos de cores, que permite destacar os elementos mais importantes e ofuscar os secundários. Variando as cores, a luz e a sombra, podemos criar as distâncias e os volumes.

Atualmente, a perspectiva é mais utilizada para fins técnicos, para desenhar e visualizar ambientes e objetos. Para os artistas este uso já não se dá com tanta frequência, não por não conhecê-la, mas porque a arte não mais se prende a regras, há muito mais liberdade de expressão. Porém, o que interessa é que na educação, particularmente, na matemática, ela é um instrumento representacional que possibilita a relação entre o visto e o desenhado. Isto contribui tanto para o ensino de conceitos matemáticos, geométricos, bem como, para a educação do olhar.

1.2 A História da Perspectiva: compreendendo as origens

A fim de compreendermos o processo que envolve a perspectiva, trilharemos o caminho da arte e da matemática dentro do contexto histórico.

1.2.1 ANTIGÜIDADE

Pré-História

A arte de representar teve início a aproximadamente 40000 anos a.C. na Pré-História. Em um dos períodos mais fascinantes da história da humanidade e na época mais remota podemos encontrar imagens feitas pelo homem. Nossos ancestrais registravam a arte e a matemática em paredes de rochedos e cavernas, escolhidas utilizando-se da proporcionalidade entre espaço e quantidade de habitantes.

No período conhecido como Paleolítico (25000 a.C. – 8000 a.C.), a principal característica dos desenhos era o naturalismo, o artista pintava os seres do modo como os via, reproduzindo tudo tal qual sua vista captava, com simplicidade e pouca técnica. Raramente representavam figuras humanas. Provavelmente, sua arte tinha uma utilidade material, cotidiana ou espiritual. Assim, imagina-se que os habitantes da Idade da Pedra faziam da arte um ritual de preparação para a caça. Acreditando que poderiam matar os animais se os representassem mortos, feridos ou presos em armadilhas e na ânsia do alimento para a sobrevivência, tinham a intenção de possuir a figura desenhada. Os caçadores supunham ter poderes sobre os animais, desde que, possuíssem sua imagem. No princípio o homem não configurava o espaço em suas representações, apenas colocava as figuras aleatoriamente. Utilizava instrumentos feitos

de marfim, ossos, madeira e pedra e, com isso, faziam machados, arcos e flechas, dardos e anzóis.

Com novas descobertas, como o fogo, o homem modificou as figuras que representava. Agora, utilizavam sinais e símbolos sem significado, e representavam figuras femininas, na vida cotidiana. As mulheres eram desenhadas como os olhos captavam, tinham a cabeça como um prolongamento do pescoço, e seios e nádegas volumosas.

Para fazerem as pinturas rupestres¹ ou parietais², os artistas utilizavam elementos extraídos da natureza, como o cal, o ocre, o ácido de ferro, a malaquita, manganês, cinza, carvão (madeira queimada), ossos queimados e urucum que depois de triturados e misturados com óleos minerais, gorduras de animais, sangue, resina de árvores, gema de ovos, cera de abelha e água, eram utilizados como tintas. Evoluíram da monocromia à policromia entre os anos de 15000 a.C. e 9000 a.C.

As figuras eram desenhadas com as pontas dos dedos, pedaços de ossos, pedras, madeiras ou uma espécie de aerógrafo³ rudimentar, onde as tintas eram sopradas e vaporizadas através de canudos, caniços (bambus) ou tubos de osso. Utilizavam, também, um processo de nebulização para obterem os sombreados. Os contornos eram feitos com os dedos, com pincéis confeccionados com pequenos galhos de árvores, musgos, pêlos ou penas de animais.

“As cavernas são totalmente subterrâneas e, por isso, estão sempre às escuras. Os arqueólogos descobriram que os artistas pintavam com a ajuda de pequenas lâmpadas de pedra, recheadas de banha ou tutano.” (BECKETT, 1994, p.10).

¹ Gravado ou traçado na rocha.

² Relativo a parede.

³ Instrumento de ar comprimido, com que se colorem desenhos espargindo tinta atomizada sobre a superfície desejada, e também empregado, em tipografia, no preparo de originais destinados à reprodução por via fotomecânica.

No período Mesolítico (8000 a.C.), surgiram amuletos feitos de pedaços de pedras com símbolos geométricos desenhados.

Com a Idade da Pedra Polida, no período Neolítico (5000 a.C. – 3000 a.C.), o homem fixou-se na terra, cultivando os campos e, de acordo com resultados das pesquisas de antropólogos, historiadores e arqueólogos, mostram que, através de escavações, áreas de cultivos eram perfeitamente divididas. Mantinham manadas, tinham uma divisão do trabalho, iniciaram a utilização de instrumentos de metal como a enxada, faziam tecelagem e cerâmica. Houve um aumento da população, com isso, iniciou-se a formação das famílias e as primeiras moradias. Neste período, a pintura começou a ter formas geométricas e abstratas, tanto que utilizavam símbolos com significados ainda desconhecidos.

Na Idade dos Metais, quase que toda representação era em forma de símbolos e signos, chegando muito próximo da escrita.

Foram encontradas várias cavernas com pinturas de diversos períodos da pré-história. As Cavernas de Altamira (ver figura 1), descobertas em 1879, foram umas das primeiras e estão localizadas próximas a Santander, no norte da Espanha. No teto de uma delas, uma manada de bisões, javalis, cavalos e mamutes foram representados entre 30000 e 12000 a.C. Há também as Cavernas de Lascaux, na Dordonha (França), com pinturas realizadas entre 15000 e 10000 a.C..

Alguns desenhos tinham técnicas “avançadas”, dando a impressão de profundidade e movimento.

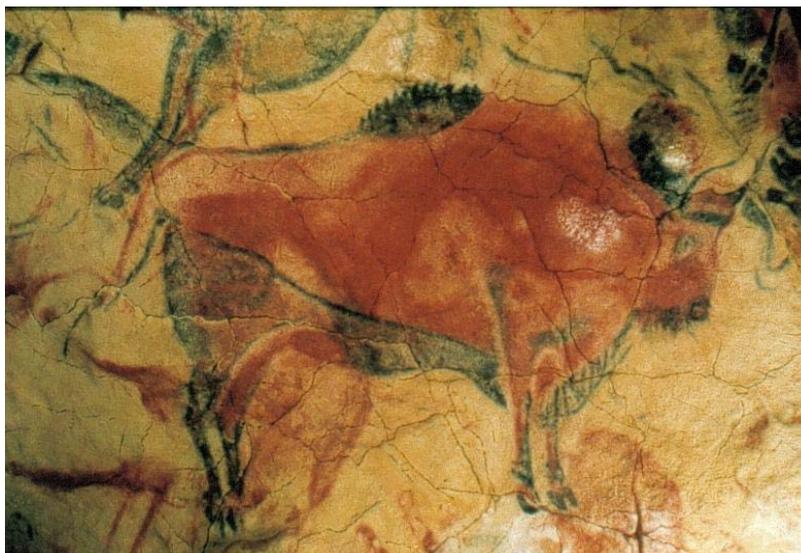


Figura 1: Bisão representado na Caverna de Altamira, em Santillana del Mar, em Santander, Espanha, entre as dezenas de figuras feitos há cerca de 20000 anos e que foram os primeiros desenhos descobertos, em 1868. Sua autenticidade, porém, só foi reconhecida em 1902.

Mesopotâmia

A Mesopotâmia (Iraque hoje) foi uma civilização que se desenvolveu entre os rios Tigre e Eufrades. Babilônios, sumérios, assírios e caudeus representavam na arte a religiosidade e o poder, mantendo pouco contato com outras civilizações. A produção artística era determinada pela utilidade e a preocupação com a tridimensionalidade fica evidenciada nos relevos feitos nas paredes.

Os babilônios, segundo Canotilho (2005), conheciam área, volume e as relações métricas em polígonos, como nos pentágonos estrelados, tinham bastante senso de proporção, dividiam o círculo em 360° , um grau em $60'$ (60 minutos) e um minuto em $60''$ (60 segundos) e iniciaram a escrita cuneiforme⁴. Utilizavam muito o baixo relevo.

⁴ Trabalhadas com cunhas; Placas de argila levadas ao fogo, com pequenos desenhos simplificados (pictogramas).

Os sumérios foram uma das civilizações mais antiga do Oriente. Na Suméria havia a representação de figuras de alabastro⁵ e representavam a hierarquia por altura e tamanho dos olhos. Utilizavam muito a ourivesaria.

Os assírios faziam representações narrativas, em relevo, em torno de salões e muros.

Egito

A produção artística e cultural do antigo Egito era determinada pela utilidade. Desta forma, o Egito produziu um número considerável de obras na pintura, refletindo as tradições de sua cultura e religiosidade, pois as obras de arte tinham caráter religioso e funerário (ver figura 2), e isso tinha substancial importância, sendo que acreditavam na vida após a morte. “Para os antigos egípcios, o que importava era a ‘essência eterna’, aquilo que constituía a visão de uma realidade constante e imutável” (BECKETT, 1994, p.12).



Figura 2: Pintura na Capela Funerária de Tutmés III.

⁵ Vaso ou recipiente sem asa, em formato de pêra e com tampa, de rocha pouco dura e muito branca, usado para guardar unguentos e perfumes.

Os homens eram práticos, a pintura era movimentada e descritiva. Apesar de que as representações artísticas eram expressas de forma compreensível, sua arte era acompanhada por textos hieróglifos⁶. A escrita egípcia, desenvolvida pelos escribas a partir de 3300 a.C., era composta por mais de seiscentos símbolos gráficos. O desenho era preponderante à cor. Os artistas tinham predileção por cenas do cotidiano e de batalhas, que eram pintadas nas paredes, como nas pirâmides, em tumbas, templos e em papiros⁷.

A arte egípcia era profundamente simbólica e detalhista, com o uso de linhas simples, formas estilizadas, fundos chapados, desenhos paralisantes, composições esquemáticas em espaços retos. O simbolismo se estendia às cores uniformemente distribuídas e com significados: o azul e verde significavam o Nilo e a vida, o amarelo representava Deus e o sol, o vermelho constituía poder e energia.

Tudo era bidimensional, não havia perspectiva na pintura egípcia. As figuras eram colocadas paralelamente ao plano, ou melhor, usavam a “lei da frontalidade”, não representando profundidade alguma, bem pelo contrário, mantinham a bidimensionalidade por respeito a tradição artística. O ângulo de visão era restrito, “Toda figura era mostrada de um ângulo em que pudesse ser facilmente identificada, (...)”. (BECKETT, 1994, p.13). O observador tinha três pontos de vista: de frente, de lado e de cima. Olhos, ombros e peito são vistos de frente, cabeça, pernas e pés são vistos de perfil. Representavam as pessoas sobrepondo parcialmente umas sobre as outras, da mais próxima do observador, a mais distante não havia diminuição de tamanho. Os egípcios não estavam interessados em mostrar o espaço de modo a fazerem as coisas e pessoas parecerem reais.

⁶ Ideograma figurativo que constitui a notação de certas escritas analíticas, como, por exemplo, a egípcia; letra glífica; escrita ilegível; difícil de decifrar.

⁷ Grande erva da família das ciperáceas próprias das margens alagadiças do Rio Nilo, na África, cujo compridas folhas forneciam hastes das quais se obtinha o papiro, material sobre o qual se escrevia; manuscrito antigo.

Os artistas egípcios tinham predileção em representar a figura humana, por isso usavam a chamada “regra de proporção”; “Um rígido quadriculado, com dezoito unidades de igual tamanho, que garantia a repetição acurada da forma ideal egípcia, em quaisquer escalas e posições” (BECKETT, 1994, p.13), com as medidas exatas entre as partes do corpo. “(...) sua arte não se preocupava em variar as aparências para atingir efeito visual (...)” (BECKETT, 1994, p.12).

A hierarquia social e religiosa também era significativa na representação artística, as pessoas tinham tamanhos distintos dependendo de sua importância social, assim, o que a princípio, parecia uma noção de perspectiva, nada mais era, do que uma interpretação simbólica.

Representavam as pinturas em “falso afresco”, uma parede que recebia gesso branco ou argamassa já seca e, sobre esta parede aplicavam uma espécie de tinta com cola, ao contrário dos afrescos que é feito sobre a massa úmida.

Os egípcios tinham muito conhecimento de geometria, tanto que a cada cheia do Nilo, conseguiam dividir as terras novamente. Conheciam a área dos triângulos isósceles e, com o desenvolvimento da simetria, houve mais rigor artístico.

Oriente

Os orientais, chineses e japoneses, começaram a aplicar a geometria por volta de 3000 a.C.. Conheciam os principais instrumentos de rigor, como a régua, o esquadro e o compasso. “A isometria tira a hierarquia, segundo a filosofia oriental, o homem e a natureza tinham a mesma importância” (MATOS, 1999, p.8). Usando a perspectiva isométrica⁸ conservava-se o paralelismo, mas havia certa incoerência na representação

⁸ Tipo de perspectiva cujas linhas e ângulos permanecem paralelos não convergindo para nenhum ponto de fuga.

da figura humana, que não era representada em escorço⁹ e nem vista de cima, mas era desenhada de forma que o observador a visse perpendicularmente, sugerindo uma profundidade e não entrando realmente na tridimensionalidade.

Creta

A arte Minóica, que vai do 3º milênio a.C. até cerca de 1580 a.C..

Embora evidencie certa estilização egípcia, principalmente na representação da figura humana, há um elevado grau de naturalismo e realismo. Preferem temas relacionados com a natureza, preferencialmente ao mar, que representam com ações vigorosas em afrescos e mosaicos.

Civilização Mecênica

A civilização Mecênica, surgiu por volta de 1400 a.C..

Utilizava, assim como os egípcios, do “falso afresco”, aplicando-se a têmpera à massa seca. Em belos murais eram representadas cenas do cotidiano e da natureza.

Grécia

A Grécia surgiu por volta de 2000 a.C., entre os mares Egeu, Jônico e Mediterrâneo. Foi uma das civilizações mais avançada da Europa no período helênico, por volta de 650 a.C.. A arte grega é dividida em três períodos: Arcaico, Clássico e Helênico. Os gregos colaboraram muito com o desenvolvimento da geometria e da matemática, conheciam os sólidos regulares (figuras cósmicas), foram pioneiros do método axiomático dedutivo e do método de exaustão de Arquimedes, desenvolveram o raciocínio lógico, demonstraram muitas proposições matemáticas; Apolônio de Perga

⁹ Técnica de representar, por meio de ilusões perspectivas, um objeto colocado em ângulo com o plano da pintura. O objeto vai ficando mais curto e mais estreito, como se retrocedesse na tela. (Beckett, 1994).

(262-190 a.C.) estudou as cônicas; Thales de Mileto (640-546 a.C.) iniciou os estudos das retas e dos triângulos; Platão (427?-347 a.C.) desenvolveu o método de demonstração; Aristóteles (384-322 a.C.) distinguiu postulado e axioma; Euclides (300 a. C.), autor de “Os Elementos”, 13 livros (5 de geometria plana, 3 de geometria espacial e os outros 5 de álgebra) que até hoje são tidos como base da geometria e da matemática e fundador da escola de Alexandria. Em seu livro “Óptica”, Euclides, “(...) refere-se a um tratado elementar do que se definiu como perspectiva.” (COSTA, 2004, p.30); Arquimedes de Siracusa (287?-212 a.C.) determinou áreas e volumes por métodos utilizados até hoje, além de desenvolver estudos sobre o círculos, a esfera e o cilindro; Pitágoras (580-500 a.C.) famoso por seu teorema e por fundar “...uma escola que, por mais de 200 anos, produziu grande parte das bases da geometria grega.” (COSTA, 2004, p.30).

Os arquitetos gregos sabiam usar com muita sabedoria e autoridade o “retângulo de ouro”, mostrando o efeito harmonioso na construção do Parthenon (477-432 a.C.).

O legado das pinturas gregas é bem pequeno, uma vez que pintavam em painéis de madeira que deterioraram com o passar do tempo. As pinturas, ainda existentes, foram feitas em vasos utilitários. Em contrapartida, os gregos tinham uma arte bem diversificada, com imagens fáceis, naturais e espontâneas, mas que representavam ações vigorosas. (ver figura 3).



Figura 3: O “Mosaico de Alexandre” (cópia romana), mostra que os gregos já conheciam o escorço.

No período Arcaico, encontramos obras com formas geométricas e abstratas. No início do período Clássico, temos a técnica do claro-escuro e, com isso, alguns vestígios de volume. E, mais tarde a perspectiva¹⁰ aparece de forma intensa na pintura.

Segundo Beckett (1994), no período Helênico, as obras eram marcadas pelo drama, vigor, movimento e tumulto, os elementos que representavam as divindades, os deuses, ficaram para um segundo plano, e a arte ficou mais decorativa.

Mas, de um modo geral, o tema principal da arte grega era a figura humana. A arte grega era antropocêntrica, preocupada com o realismo e em exaltar a beleza com a perfeição da forma. A representação tridimensional era principalmente um problema de geometria e aritmética, não da pintura.

Segundo Canotilho (2005), a primeira referência sobre perspectiva dá-se com Marcus Vitruvius Pollio (século I a.C.) que, através de seu “Tratado de Arquitectura”, século 46 a.C., escreveu: “Uma vez determinado um ponto central, as linhas devem coincidir, como acontece na natureza, no ponto de encontro dos raios visuais, de modo que algumas partes parecem retroceder para o fundo e outras avançam para frente”.

¹⁰ Perspectiva em forma de cone invertido, com o vértice saindo do olho.

“Estabeleceu relações matemáticas às formas e às relações entre parte e todo.” (COSTA, 2004, p.34). Vitruvius também dá a entender que Agatharchus, pintor de Atenas, teria sido o primeiro artista a simular a perspectiva. Assim, por intermédio de Vitruvius, podemos considerar que foram os gregos que iniciaram a perspectiva como técnica para a representação.

Foram os gregos que produziram as primeiras idéias sobre a luz. No princípio, não separavam a luz do olho, entendiam que os raios de luz saíam de nossos olhos e iluminavam os objetos. Foi atribuída a Pitágoras a hipótese de que o olho emitia raios visuais infinitamente retos e que, ao serem interrompidos pelos objetos, eram separados, formando um ângulo maior, para objetos maiores e ângulo menor, para objetos menores, a medida que iam se afastando os objetos do olho (ver figura 4).

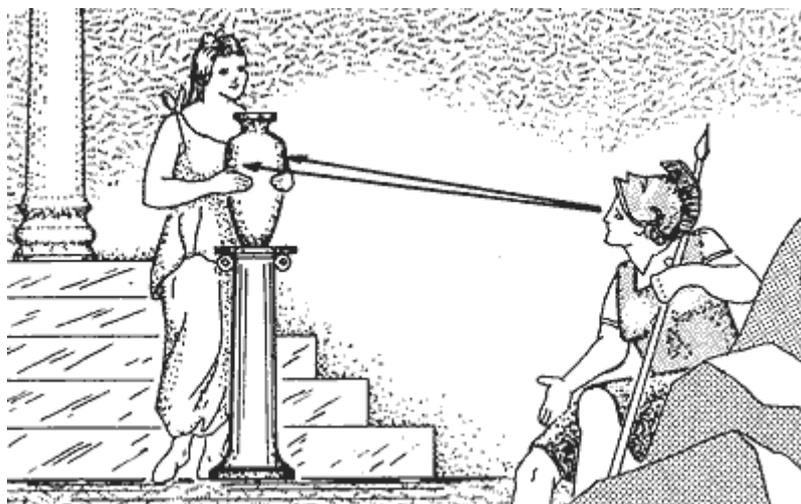


Figura 4: Os raios visuais segundo Pitágoras.

As diminuições nos tamanhos dos objetos estavam na mesma proporção que o aumento da distância, ou seja, se a distância aumentava duas vezes, o tamanho diminuiria duas vezes.

A hipótese de que os raios visuais saíam dos nossos olhos, era útil e bem fundamentada, pois tinha uma relação matemática e era apoiada na geometria, que era a ciência grega perfeita. Esta hipótese era tão forte e consolidada que foi aceita até mesmo por Euclides (criador da geometria). De acordo com Canotilho (2005), Euclides (250 a.C.) escreveu o primeiro tratado sobre óptica e foi quem, pela primeira vez, fez referência à teoria do chamado “cone visual”, mas segundo sua concepção, o vértice saía de nossos olhos.

Esta teoria durou 1500 anos e, só foi derrubada por um extravagante cientista árabe chamado Alhazen.

Roma

Os romanos tinham profunda admiração pela arte grega, tanto que suas criações artísticas eram totalmente baseadas e, muitas vezes copiadas, nas obras gregas, “a elite romana fala o grego e leva seus filhos para estudarem na Academia de Atenas com os ‘paedagogi’.” (COSTA, 2004, p.33).

A maior parte das pinturas que conhecemos provém das cidades de Pompéia e Herculano, cidades destruídas pelo vulcão Vesúvio em 79 d.C.. Em Pompéia aplicavam a técnica do claro-escuro combinando com uma grande variedade de cores. As figuras humanas eram bem proporcionais.

As pinturas romanas tiveram quatro estilos. Paredes cobertas com gesso pintado que davam impressão de mármore, foi um dos estilos; Outro estilo foram os painéis, que criavam a ilusão de grandes janelas abertas ou imensos jardins, onde eram vistas paisagens com plantas, animais e pessoas em cenas heróicas. Este tipo de pintura foi a que mais recorreu ao efeito tridimensional, procuravam aplicar efeitos de profundidade e de luz, ampliando ilusoriamente o espaço (ver figura 5). Utilizavam muito a técnica da

perspectiva aérea¹¹; Um outro estilo de pintura valorizava os detalhes, as formas delicadas e de muita perfeição; O último estilo foram painéis com fundo vermelho e com pinturas centralizadas, imitando um cenário teatral da época.



Figura 5: Mural da Villa di Livia, perto de Roma, mostra pássaros, árvores, flores e frutas, dando uma ilusão de jardim, como se a parede não existisse.

Os mosaicos¹², também foram muito utilizados pelos romanos para decorar muros e pisos. Foi nesta época que apareceram os primeiros mosaicos coloridos em catacumba, com estilo mais religioso, apesar de que os mosaicos tinham mais caráter decorativo. Aplicavam cores vivas, fortes e brilhantes.

¹¹ Técnica da perspectiva em que os objetos representados vão perdendo a nitidez a medida que ganham distância. Também conhecida como perspectiva atmosférica.

¹² Formação de figuras com pequenos pedaços de vidro ou pedras coloridas, marfim ou cerâmica, colocadas sobre o cimento fresco de uma parede preparada de forma a aderir estes fragmentos.

Constantinopla

O Império Bizantino difundiu-se a partir da cidade grega de Bizâncio (depois chamada de Constantinopla, hoje Istambul-Turquia, capital do Império Romano do Oriente), porém desenvolveu-se com características distintas da arte grega. Este Império durou praticamente 1000 anos.

A arte tinha o papel de difundir a fé e mostrar a grandeza e o poder do Imperador, tanto que neste período destacam-se a intensa construção de igrejas.

Na pintura destacaram-se três elementos distintos. Os ícones, “(...) uma grande tradição na vida da Igreja Oriental, eram imagens devocionais, em geral de Cristo, de Nossa Senhora ou dos santos. Eram pintados em pequenos painéis de madeira, freqüentemente portáteis, e cada detalhe da imagem podia transmitir um significado religioso especial.” (BECKETT, 1994, p.26). As miniaturas, que eram pequenas ilustrações de livros; os afrescos, que eram pinturas aplicadas nos revestimentos das paredes, ainda úmidos, garantindo assim sua fixação.

Os mosaicos continuaram a ter grande importância na arte bizantina, tanto que aprimoraram muito esta técnica e incluíram os fundos dourados. Foi com esta técnica que representaram os imperadores, as imperatrizes e vários profetas (ver figura 6 e 7).



Figura 6: “Justiniano e sua Comitiva” da Igreja de San Vitale.

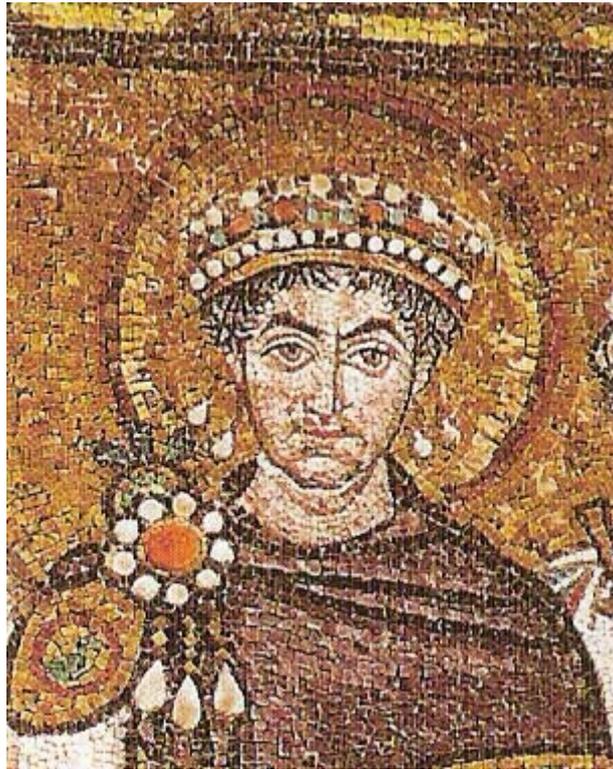


Figura 7: Detalhe da figura 6, “Justiniano”.

Os artistas bizantinos preferiram ignorar a existência do espaço real, palpável e propõem um espaço limitado, imaginário, sugerido.

Segundo Beckett (1994), houve um período em que a arte bizantina foi proibida de representar imagens religiosas humanas. E os iconoclastas (destruidores de imagens), por mais de um século, cuidaram para que estas representações seguissem somente os padrões permitidos e todos os tipos de arte..

Arábia

O islamismo é a religião formulada por Maomé e propagou-se a partir da Arábia no século VII.

A arte islâmica era representada por afrescos, que decoravam grandes palácios e órgãos públicos e simulavam cenas de caça e da vida cotidiana; por miniaturas, que eram usadas em publicações científicas e literárias, para esclarecer o texto e acompanhar a narração (ver figura 8). Até mesmo o Alcorão, a bíblia do Islã, era decorado com figuras geométricas que separavam os capítulos.



Figura 8: “Maomé e o arcanjo São Gabriel”, miniatura de manuscrito árabe.

As representações de figuras dos mosaicos foram se abstraindo, se incorporando e se transformando em folhas, flores e letras ornamentadas, hoje é o que conhecemos como arabescos (ver figura 9).



Figura 9: “Arabescos”.

Os árabes contribuíram no desenvolvimento da matemática com as operações aritméticas e métodos algébricos.

A figura mais importante da arte islâmica foi Abu Ali ibn al-Hazan ibn al-Haitham, ou simplesmente, Alhazen. Ele nasceu na cidade de Barsra (Irã) no ano de 965 d.C. e faleceu no Cairo (Egito) no ano de 1039. Em sua obra intitulada “Kitab al-Manziri”, em árabe, ou “Optical Thesaurus”, em latim, ou “Tesouro da Ótica” (BOYER, 1974, p.174), “estuda a estrutura do olho, a altura da atmosfera a partir do crepúsculo e a variação aparente do tamanho da lua no horizonte” (COSTA, 2004, p.36).

Pesquisando a óptica, Alhazen desbancou a teoria grega de que os raios visuais saíam dos nossos olhos. Ele demonstrou, de uma maneira muito simples, que os raios visuais saem do objeto para o olho. Focando a imagem do sol entre a lupa e o papel, ele mostrou que se os raios visuais saíssem de nossos olhos, desviando o olhar o papel não se queimaria, mas o papel se inflama, quando mantemos a lupa. Assim, a imagem se forma por algo que chega do sol, e não de nossos olhos. Hoje é conhecido como “Problema de Alhazen.”¹³.

1.2.2 IDADE MÉDIA

A arte passa pela “Idade das Trevas”, período de metamorfose, entre a Alta e a Baixa Idade Média, que durou cerca de um milênio, até por volta dos anos de 1100. Não que tenha sido um período sem expressividade artística, mas houve uma mescla de influências. Neste período houve a invenção da imprensa, mas a maioria das pessoas eram analfabetas e havia muita dificuldade de repassar os ensinamentos religiosos às

¹³ Achar um ponto num espelho esférico em que a luz de uma fonte será refletida para o olho de um observador. (Boyer, 1974, p.174)

peçoas, assim, “(...) a pintura se constituiu no veículo preferido para a educação religiosa popular. Até mesmo as mais pobres construções religiosas tinham as paredes cobertas por narrativas bíblicas luminosamente coloridas, com freqüência criando efeitos espetaculares.” (BECKETT, 1994, p.28).

O pensamento, na Idade Média, era dominado pela religião, pouco realismo e muito idealismo. Havia a relação do homem com Deus e Deus era a medida de todas as coisas. O tempo e o espaço eram algo divino e não poderiam ser sujeitos a medidas ou questionamentos. O homem negava o espaço real.

No início da Idade Média predominava a planimetria¹⁴, e só depois começam a trabalhar com projeções propriamente ditas, sob fundos chapados e dourados. Na Idade Média as figuras eram hierárquicas, as maiores eram mais importantes, independentemente de estarem à frente ou ao fundo.

Havia o hieratismo, onde o tamanho e disposição das figuras no espaço deveriam satisfazer uma ordem decrescente, do mais para o menos sagrado; com figuras estáticas, retratadas de frente, com expressões invariáveis e dimensões uniformes; isocefalia, o mesmo tamanho de todas as cabeças; e isodactilia, todos os dedos das mãos com o mesmo tamanho.

Toda a técnica da perspectiva e a herança cultural grega e romana foram esquecidas pelos artistas do período medieval. Até houve uma tentativa de luz e sombra e começaram a introduzir paisagens entre a figura humana e o céu, mas utilizavam as mesmas cores e texturas, dando a idéia de profundidade muito rasa.

Neste período, os nômades bárbaros faziam algumas iluminuras¹⁵, e como outras civilizações mais antigas, utilizavam, também, a técnica de mosaicos nos interiores e fachadas de igrejas. Existiam também as capitulares, letras grandes, em forma de

¹⁴ Projeção horizontal dos pontos significativos da área levantada.

¹⁵ Ilustrações ornamentais coloridas, portáteis e miúdas, que ocupavam as margens como barras laterais dos manuscritos, formando uma espécie de moldura.

ilustrações ornamentais que decoravam o princípio de cada capítulo dos livros (ver figura 10).



Figura 10: Letra “P” de uma capitular, de um livro manuscrito, Medieval.

A figura mais poderosa da Idade Média, Carlos Magno, foi um grande incentivador das artes e responsável “(...) pelo ressurgimento daquela arte antiga que, havia mais de trezentos anos, florescera antes do colapso do Império Romano do Ocidente” (BECKETT, 1994, p.29).

“Mas [a Idade Média] quase não produziu nenhum cientista ou matemático” (EVES, 1995; COSTA, 2004, p.41).

Arte Românica

O termo românico é uma referência às influências da cultura do Império Romano.

A pintura românica desenvolveu-se desde o século XI até o início do século XIII. A pintura deste período tinha caráter totalmente religioso, pois durante a Idade Média os mosteiros eram os centros culturais da Europa, assim eram os religiosos que centralizavam toda a ciência, a arte e a literatura da época.

As construções arquitetônicas, como as cúpulas, eram comandadas pelos sacerdotes, também pintadas por eles. Os “sacerdotes artistas” enfatizaram as

iluminuras com temas do novo e do velho testamento, além da vida dos santos (ver figura 11).



Figura 11: Iluminura do “Grande Livro das Canções de Heidelberg”, século XIII.

Arte Gótica

A arte Gótica desenvolveu-se na Europa, principalmente na Itália e na França, durante a baixa Idade Média, por volta de 1150 e durou até 1420 na Itália e 1500 (início do Renascimento) em outros países. O termo gótico surgiu com os renascentistas que caracterizavam toda a Idade Média como uma época de trevas e de bárbaros e, como os godos eram os povos bárbaros mais conhecidos, utilizavam a expressão “gótico” para designar o que até então era conhecido como “Arte Francesa”. Também se referiam ao estilo dos godos, tribo de bárbaros nômades, mas que também faziam arte, as iluminuras.

A arte gótica ficou conhecida como a arte das catedrais, pois seu estilo era mais utilizado na arquitetura, com a construção de magníficos tetos e abóbadas, como a Catedral de Notre-Dame, em Paris. “Em todas, fazia-se sensacional e revolucionário uso

dos vitrais: uma luz colorida inundava os interiores, criando uma atmosfera nova e celestial.” (BECKETT, 1994, p.40). E, foram fundadas muitas das mais famosas universidades, como a de Bolonha e Oxford. (COSTA, 2004, p.38). “Havia evidente fascínio pelos efeitos da perspectiva e pela ilusão de criar espaços que pareciam reais.” (BECKETT, 1994, p.41).

A tradição da arte Gótica era marcada pela religiosidade, Deus era o elemento supremo, pelas estilizações, pelo naturalismo, pelo simbolismo, pela verticalidade e exatidão no traço. Ao exaltar a harmonia divina utilizavam cores claras, que revelavam pureza e leveza. Mas utilizando a técnica do claro-escuro. As cores tinham uma linguagem própria. O azul era a cor da Virgem Maria e o marrom, de São João Batista; E, para emocionar o observador com um espaço sagrado, utilizavam com sutileza os fundos dourados (ver figura 12).



Figura 12: “Anunciação”, Simone Martini, 1333.

Os artistas mais representativos deste tempo, ou os Pré-Renascentistas, foram Cimabue ou Cenni di Peppi (1240 – 1302); Duccio di Buoninsegna (1278-1319); Giotto di Bondoni (1267-1337), segundo Beckett (1994), o pai da pintura do ocidente;

Simoni Martini (1285-1344); Sasseta ou Stefano di Giovanni (1392-1450); Masaccio (1401-1428).

1.2.3 RENASCIMENTO

O Renascimento corresponde à baixa Idade Média e início da Idade Moderna, compreendendo o período entre o século XII ao XVI. Foi dividido em Duocento (1200 a 1299), Trecento (1300 a 1399), Quatrocento (1400 a 1499) e Cinquecento (1500 a 1599).

No duocento e no Trecento, a arte do Renascimento fundia-se com a arte do final do período Gótico. Tinha a tentativa de resgatar a figura humana e seus melhores representantes foram Giotto e seu professor Cimabue.

No Quatrocento se destacou Pierro della Francesca, Fillipo Brunelleschi, Paolo Uccello, Jan van Eyck, Rafael Sanzio, Donatello, Leonardo Da Vinci e Michelangelo.

No Cinquecento, século XVI e última fase do Renascimento, foi uma fase onde abandonaram a hegemonia da forma sobre a cor e a perspectiva rigorosa. Destacam-se Tintoretto e toda sua grandiosidade, em Veneza; Ticiano com o uso das cores; Veronèse e seu bom senso espacial; Giorgione, com toda a sua expressividade.

Com o Renascimento a influência religiosa foi um pouco abandonada e o homem passou a ser o centro das atenções, objetivando criar seres humanos livres, civilizados, pessoas de requinte e acima de tudo cidadãos. Os artistas não viam mais o homem como um simples observador do mundo que expressava a grandeza de Deus, mas como a mais bela e perfeita obra da natureza e expressão do próprio Deus. Os humanistas (indivíduos que estudavam e traduziam textos antigos) colocaram o homem no centro do universo (antropocentrismo), valorizavam temas em torno deste e a busca do conhecimento, inspirados nas obras da antiguidade grega e romana. Na Idade Média

“o homem ideal” eram os cavaleiros, os santos e os heróis, na Renascença eram os homens cultos e os artistas.

Mudou também o conceito de virtude, antes virtuoso era a clausura, a reclusão, a vida afastada do mundo; no Renascimento, viver num mundo mais amplo, com arte, ciência e literatura, também era virtuoso. A razão era base do conhecimento. O mundo era pensado como uma realidade a ser compreendida, estudado cientificamente, através de métodos experimentais e de observações, tanto que muitos artistas renascentistas investigaram novas soluções para problemas visuais formais (época em que foi popularizado o uso de óculos nas pessoas com deficiência visual, inclusive artistas poderiam enxergar melhor), dissecaram cadáveres para descobrir detalhes da figura humana até que o movimento atingiu as áreas econômicas, sociais, políticas e religiosas.

Os renascentistas tinham uma visão bastante clara de que viviam em uma época diferente, tanto que fizeram uma classificação dos períodos históricos em Antiguidade, Idade Média e Modernidade. A Antiguidade era o período das culturas gregas e romanas. A Idade Média, período dominado pela cultura bárbara, onde predominava o cristianismo. E a Modernidade ou Idade de Ouro, a época de luzes e do retorno à cultura greco-romana.

A Renascença foi um período marcado pelo ideal de liberdade e pelo individualismo, assim os artistas se expressavam com um estilo próprio, pessoal e até assinavam suas obras, tornando-se conhecidos. A busca pela reprodução fiel da figura humana, principalmente os rostos, e pela representação realística da natureza, fauna e flora, acabou resultando no que chamaram de “janela para a realidade”. Na maioria das obras, feitas nos interiores das casas burguesas, havia uma janela aberta para o mundo lá fora, que mostrava a natureza, a cidade ou simplesmente deixava a luz entrar (ver figura 13).

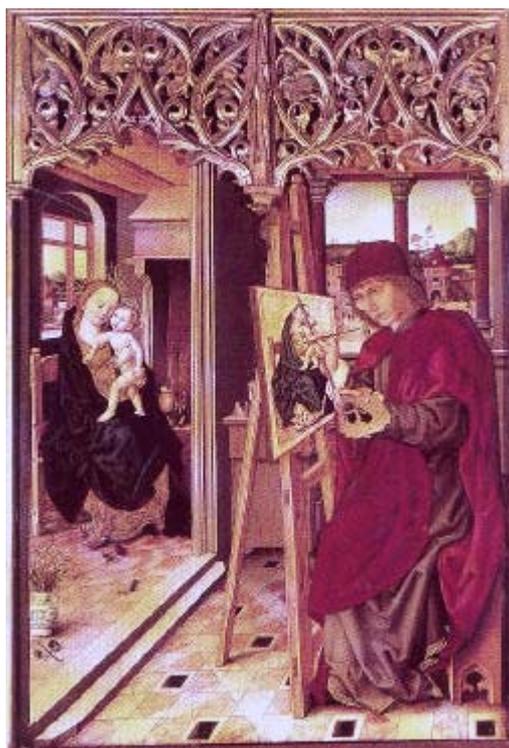


Figura 13: “São Lucas faz o Retrato da Virgem”.

A técnica da xilogravura¹⁶ passa a ser muito utilizada nesta época.

Iniciou-se o uso da tela, da tinta a óleo (ou melhor, têmpera misturada com óleo de linhaça) e da perspectiva, fatos que facilitaram o surgimento de retratos de pessoas e cenas de família, “(...) interiores bem domésticos, em salas e quartos que revelavam os objetos simples do cotidiano.” (BECKETT, 1994, p.60). Governantes, papas, comerciantes bem sucedidos e famílias economicamente estáveis, como os Medici, se beneficiavam destes retratos, pois só através da arte (pinturas, esculturas, músicas e literatura) se tornariam mais populares e conhecidos. Em troca, os artistas recebiam proteção e ajuda financeira. Esta ajuda ficou conhecida como “mecenato”.

¹⁶

Tipo de gravura feita em madeira.

A idéia de perfeição estava diretamente ligada ao quadrado, exceto o círculo e seus arcos múltiplos de 90° . Qualquer curva só seria perfeita se fosse concebida em função do quadrado, como vimos no “Homem Vitruviano” (ver figura 14).

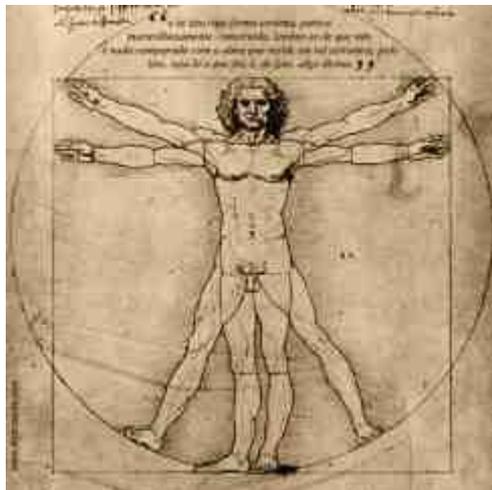


Figura 14: “O Homem Vitruviano”, Leonardo Da Vinci.

No auge do Renascimento as figuras de destaque ficavam ao centro, enquanto que no final deste período as figuras mais importantes que mereciam mais atenção, ficavam em primeiro plano, na parte inferior e maiores.

No Renascimento alguns estudos sobre a perspectiva já eram conhecidos, tais como o cone visual (porém, invertido), a estrutura do olho, ótica e ângulos. Este foi o legado deixado pelos gregos e romanos, algumas regras foram somente adaptadas, completadas e anexadas à geometria. Assim, as linhas verticais permaneciam verticais e as linhas horizontais e profundas deslizavam para o ponto de fuga. O ponto de fuga, por sua vez, representava o infinito e se localizava na linha do horizonte, na altura dos olhos do observador.

Apesar de o Renascimento ter surgido na Itália, houve uma forte influência por toda a Europa. Na Espanha, El Greco, pseudônimo de Domenico Theotokopoulos,

alongou as figuras, usou cores com mais expressividade e contrastes dramáticos com luz e sombra.



Figura 15: “Santo André e São Francisco”, El Grecco.

Na França, o naturalismo foi levado ao máximo em detalhes e efeitos com os retratos alegóricos de François Clouet (Diana). Na Holanda, Pieter Bruegel, criou uma rica pintura narrativa, documentando costumes de época e Hieronymus Bosch pintou cenários fantásticos como “O Jardim das Delícias Terrenas”. Na Alemanha surgiu uma pintura mais clássica, com Albrecht Dürer, “(...) que tomou como missão o trabalho de transplantar as artes ‘renascidas’ na Itália em solos germânicos. Dürer esteve na Itália duas vezes com o objetivo de aprender os ‘segredos’ dos mestres italianos, isto é, os princípios matemáticos de perspectiva e proporção.” (CHILVES, 2001, p.444).

“O problema de definir o que foi a pintura renascentista (...) é bastante complexo, uma vez que praticamente não sobreviveu nenhum modelo antigo de pintura” (CHILVES, 2001, p.444). Assim a perspectiva na pintura praticamente inicia com a arquitetura “e foi Brunelleschi (1377-1446), sem dúvida, o primeiro arquiteto a reanimar o estilo antigo.” (CHILVES, 2001, p.443). “(...), mas a primeira exposição formal de alguns problemas foi dada por Leon Battista Alberti (1404-1472) num tratado de 1435 (impresso em 1511) chamado ‘Della Pictura’.” (BOYER, 1974, p.215).

Leonardo Da Vinci, “(...) citado como o típico homem da Renascença, com conhecimentos sobre tudo (...)” deveria ser o homem que registraria “(...) as noções renascentistas sobre perspectiva matemática (...)” e fazer com que a perspectiva se expandisse “num novo ramo da geometria, mais tais desenvolvimentos não foram influenciados, de modo perceptível, pelos pensamentos que o canhoto Leonardo confiou a seus cadernos, sob a forma de anotações em escrita como se refletida em espelho. Leonardo não era dado a manter uma pesquisa concentrada em bibliotecas ou mesmo dado a levar suas próprias idéias imaginativas até suas conclusões.” (BOYER, 1974, p.205).

A partir deste contexto histórico, podemos avaliar como foi longo o processo de descobertas, pesquisas, práticas com erros e acertos, que levaram o homem do Renascimento a apropriar-se de conhecimentos suficientes para chegar a uma definição matemática da técnica da perspectiva e sua aplicação. Além disso, temos o privilégio de percorrer os períodos da história da humanidade e da arte, nos deleitando com a beleza diversa das obras de arte de grandes mestres, o que pode auxiliar na discussão entre arte e matemática.

CAPÍTULO II

2.1 BIOGRAFIAS

ARISTÓTELES (384 a.C.)

Nasceu em Estagira (Trácia).

Foi um dos primeiros escritores de livros didáticos. Descobridor da câmera escura; através do eclipse solar, um fenômeno já conhecido na época, Aristóteles observou a luz atravessando um pequeno furo em folha.



Figura 16: Foto de um eclipse na sombra de uma árvore.

“O método era o seguinte: Num quarto escuro, a luz atravessa um pequeno orifício, na parte frontal e, projeta uma imagem invertida da vista exterior numa parede ou numa tela ao fundo do quarto.” Com isso os artistas podiam fazer os contornos da

figura projetada, chegando mais próximo de sua real forma e de sua proporção de tamanho.

Vários modelos de câmera escura (ver figura 17), em enormes caixas, surgiram depois da descrição feita por Aristóteles, até chegar a atual máquina fotográfica. Estas “máquinas” eram utilizadas por artistas que procuravam representar o mundo real em perspectiva, como por exemplo, Dürer, que criou vários modelos.

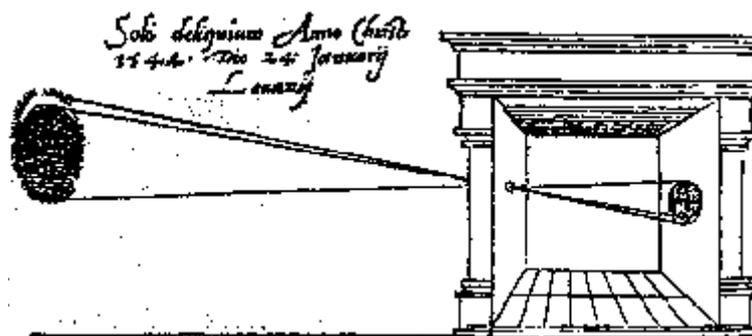


Figura 17: Modelo de câmera escura.

EUCLIDES DE ALEXANDRIA (300 a.C.)

Sua obra mais conhecida foi “Os Elementos”, escrito por volta de 320 a.C. e, “Ótica”, onde estudou a perspectiva e mostrou que o olho envia os raios visuais ao objeto e não o contrário.

ARQUIMEDES DE SARACUSA (287?-212 a.C.)

Trabalhou em diversos ramos do conhecimento como em matemática (cálculo integral, concóides e esferóides), astronomia, ótica e mecânica.

APOLÔNIO DE PERGA (262-190 a.C.)

Considerado o maior geômetra da antiguidade, nasceu em Perga.

Escreveu “Cônicas”, um tratado com oito livros que apresenta várias demonstrações de geometria e, “Dividir Segundo uma Razão”.

MARCUS VITRUVIUS POLLIO (SÉCULO I)

De acordo com Costa (2004), Vitruvius escreveu nos dez livros de “De Architectura Libri Decem”, informações sobre os conhecimentos que um arquiteto da época deveria ter, sobre hidráulica, condução e distribuição de água, sobre a construção de Alexandria, instrumentos de engenharia, materiais de construção, construções de templos, edifícios públicos, teatros, casas e edifícios, sobre a preparação de tintas e os processos de pintar afrescos.

ABU ALI IBN AL-HAZAN IBN AL HAITHAN OU ALHAZÁN OU ALHAZEN (965-1039)

Nasceu em Basra, hoje sul do Iraque. Escreveu “Kitab al-Manzir”, em árabe, ou “Optical Thesaurus”, em latim, ou “Tesouro da Ótica” (BOYER, 1974, p.174), onde estudou a estrutura do olho e pôs por terra a teoria dos gregos sobre os raios visuais saírem de nossos olhos, fazendo uma simples experiência de luz em um espelho esférico, o que conhecemos como “O Problema de Alhazen”.

CIMABUE OU CENNI DI PEPPI OU BENCIVIENE DI PEPPI OU CENNI DI PETRO OU BENCIVIENE DI PEPO (1240? – 1302),

Nasceu em Florença. Este artista que desde sua infância demonstrou interesse para o desenho, utilizou o estilo bizantino bidimensional que adentrou na arte gótica e adaptou-se a nova realidade de profundidades e volumes;

Cimabue foi um grande criador de mosaicos e, pioneiro na utilização do dourado nas pinturas. Costumava tratar imagens e obras como indivíduos. Usou a idéia de sobreposição dos personagens para criar um efeito de profundidade (ver figura 18).



Figura 18: Maestà, Cimabue.

AMBROGIOTTO DI BONDONE OU GIOTTO DI BONDONE (1266?-1337?)

Pintor e arquiteto italiano nascido em Florença. Foi aluno de Cimabue, que o encontrou ainda criança desenhando as ovelhas no pastoril. Mas, foi em sua cidade natal, Florença, que fez suas principais obras, a Torre de Duomo e os afrescos da Igreja de Santa Croce.

Foi um dos principais artistas de sua época. Segundo Beckett (1994), foi o pai da pintura ocidental. “O revolucionário tratamento que dava à forma e o modo com que representava realisticamente o espaço “arquitetônico” (de maneira que as dimensões das figuras eram proporcionais às das construções e paisagens circundantes) assinalaram um grande passo na história da pintura.” (BECKETT, 1994, p.46). Utilizava cores claras, porém sólidas e luminosas. Pioneiro e revolucionário na arte, “(...) conseguia dar expressão às figuras humanas e profundidade nas figuras que construiu ao mesmo tempo em que as colocava em sobreposição.” (CANOTILHO). “Para Giotto, o mundo real era a base de tudo.”(BECKETT, 1994, p.46), por isso que seus personagens exprimem tanto sentimento.



Figura 19: ‘O Beijo de Judas’, Giotto.

DUCCIO DI BUONINSEGNA (1278-1319?)

Representava figuras que pareciam possuir volume com linhas sinuosas e um bom senso de escala.

SIMONI MARTINI (1285-1344)

Expressava figuras leves, com gestos suaves, como convinha o refinamento aristocrático, “(...) na preocupação com a forma graciosa e com o traço (...) gestos delicados das figuras; e na qualidade e acabamento preciosos de sua pintura (...)” (BECKETT, 1994, p.43).

Sabia fazer belas combinações cromáticas e utilizava muito o dourado em cenas sagradas, belas vestes.

AMBROGIO LORENZETTI (1319-1348) E PILCO OU PIETRO LORENZETTI (1320-1348)

Nasceram em Siena e morreram em 1348, vítimas da peste negra.

Utilizavam em suas paisagens panorâmicas, a perspectiva de pássaro¹⁷, com muito poder de observação e detalhada minúcia.

FILLIPO BRUNELLESCHI (1377-1446)

Nasceu em Florença este célebre arquiteto da Renascença. Dentre todos os artistas anteriores ao Renascimento, uma das biografias mais confiáveis que podemos ter acesso é a biografia de Brunelleschi, escrita por Giorgio Vasari, no livro Vidas. “Sobre ele Vasare irá dizer que era baixo e feio, porém genial e tinha uma inteligência brilhante como ouro em terra suja. Leal, afetuoso, indulgente, humilde e tão inimigo do

¹⁷ É a perspectiva vista do alto, de cima. Também chamada de perspectiva vista de cima.

vício como amigo da virtude. Um modelo não somente de artista como também de homem, com um coração tão grande quanto à cúpula que ele mesmo havia projetado para a catedral de Florença.” (MIGUEL, 2001).

Iniciou a carreira como ourives (fazia objetos de pedras preciosas e relógios com mecanismos interessantes) e já nesta época (...) começou a se interessar por ‘questões de campo visual’(...).” (COSTA, 2004, p.56). Foi também escultor e, só mais tarde, começou a se dedicar aos estudos matemáticos da perspectiva linear na arquitetura. Descobriu e aplicou as leis da perspectiva linear¹⁸ pensando o espaço e seguindo normas científicas. “Foi o descobridor dos pontos de distância (D) e (D’), linha do horizonte (LH) e ponto de fuga (F), identificou a planta, o perfil e o alçado como elementos fundamentais para o desenho da forma em perspectiva e possivelmente desenvolveu a designada ‘perspectiva paralela’.” (CANOTILHO, 2005). Uma amostra de seu trabalho é o realismo do esboço da Igreja do Espírito Santo (ver figura 20).



Figura 20: Esboço e Foto Atual da Igreja do Espírito Santo.

“Embora não existam as demonstrações do arquiteto Brunelleschi, a ‘Vida de Brunelleschi’, segundo Vasari, identifica com precisão a existência de uma perspectiva baseada em planos, intersecções e elevações.” (CANOTILHO, 2005).

¹⁸ Perspectiva em que as linhas horizontais convergem para um único ponto de fuga. Também conhecida como perspectiva central, exata, *naturalis*, *communis*, rigorosa ou cônica. E, com o passar dos tempos este tipo de perspectiva adquire propriedades específicas, mudando também o nome.

Buscando aperfeiçoar a técnica da perspectiva e adquirir o conhecimento da arquitetura clássica, Brunelleschi e seu companheiro Donatello fizeram uma longa viagem a Roma. “Passaram o tempo entre ruínas, contemplando, desenhando e medindo as ruínas romanas. (...) Sujos e maltrapilhos, os romanos passaram a chamá-los de ‘caçadores de tesouros’. Quando Brunelleschi voltou, trouxe idéias tão antigas que pareciam novas e, com isso, houve o retorno da composição, da simetria, ordem e regularidade, e da proporção.” (MIGUEL, 2001).

“Em 1401, com o painel em relevo ‘O Sacrifício de Abraão’, participou de um concurso para a realização dos relevos da porta do Batistério de Florença. Decepcionado com o resultado decidiu dedicar-se a arquitetura.” (VICTORINO).

Em torno de 1413, realizou uma experiência, com dois painéis, um representando o Palácio de Seigneurie e, outro do Baptistère San Giovanni de Florence. A fim de mostrar que cada um dos painéis representava a imagem real. O observador deveria estar no local onde o pintor teria ficado e deveria colocar em frente ao espelho um dos quadros e, através de um pequeno orifício feito no centro (ponto de fuga), olhar o reflexo da imagem pintada. Assim poderia comparar e vendo com um só olho, verificar as regras de perspectiva central (ver figura 21). Tal experiência marcou o método de representação da “*perspectiva legittima*”, sendo que este método pressupunha do fato de que as linhas convergiam para o olho, formando um cone visual, onde o olho era o vértice do cone e, este era interceptado por um plano. Eram construídos dois desenhos preliminares, um na vertical (representando a figura) e outro na horizontal (representando o chão).

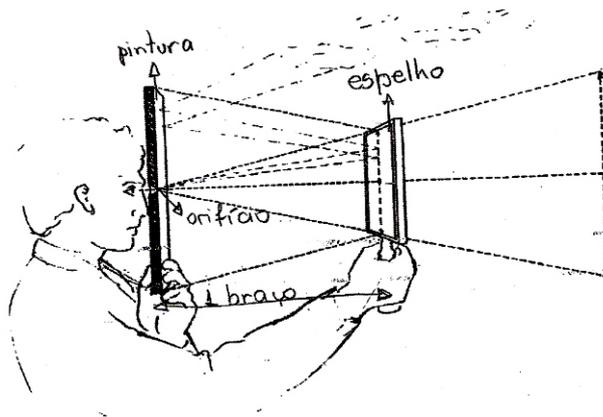


Figura 21: Desenho da experiência de Brunelleschi.

Em 1418, depois que o arquiteto da Catedral de Santa Maria del Fiore, Arnolfo di Cambio, desistiu de realizar o projeto da base octogonal da cúpula, por ser muito difícil construir andaimes com tal envergadura. Chamaram Brunelleschi, que convocou os melhores artesãos para sugerirem solução na resolução da questão. Surgiram idéias inusitadas, inclusive de preencher a abóbada com areia e moedas de ouro e, na retirada, os cidadãos que achassem as moedas ficariam com elas.

A construção da abóbada foi um grande desafio para artistas e arquitetos. Mas, Brunelleschi desenvolveu um método inovador e original para a sustentação da cúpula, inventou as máquinas necessárias, como gruas para transportar os materiais e andaimes, e “(...) executou o projeto sem usar o cimbre¹⁹.” (VICTORINO E MIGUEL, 2001) (ver figura 22).

¹⁹ Armação de madeira que servia de molde e suporte a arcos e abóbadas que, após acabada a obra, era retirada.



Figura 22: Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, Florença.

“O ‘Pórtico do Hospital dos Inocentes’, teve o emprego de colunas como elemento sustentador e as sucessões para criar a perspectiva (ver figura 23). As igrejas de ‘São Lourenço’, ‘Santo Spirito’ (com cúpula em cruzeiro) e a ‘Capela Pazzi’, na ‘Igreja de Santa Croce’, foram concebidas a partir de plantas com proporções estritamente matemáticas.” (VOCTORINO).



Figura 23: “Hospital dos Inocentes”, Filippo Brunelleschi.

Seu prestígio era tanto que ao falecer, em 1446, teve a honra de ter seu corpo enterrado na Catedral de Santa Maria del Fiore.

JAN VAN EYCK (1385?-1441)

Dizem que o pintor holandês, de Flandres, foi o inventor das tintas a óleo. “Na realidade, este recurso já existia, sendo usado para pintar esculturas e velar a têmpera. A verdadeira realização dos Van Eyck (Jan tinha um irmão, Hubert, a quem atribuem algumas obras de Jan) foi terem desenvolvido, após muitos experimentos, um verniz estável que secava de modo uniforme. Conseguiram isso com óleos de linhaça e amêndoas misturados a resinas.” (BECKETT, 1994, p.64). Mas, podemos dizer que, Van Eyck foi o primeiro artista que dominou este material, aperfeiçoando a técnica e tornando-se um mestre da pintura a óleo. As tintas podiam ser aplicadas em grossas camadas ou em camadas muito finas, podiam ser diluídas e misturadas facilmente, permitindo as mudanças graduais de cor e tom, dando muito mais nitidez, luminosidade, brilho e demoravam mais para secar, proporcionando mais tempo para que pudessem se dedicar os detalhes e acabamentos da pintura, ao contrário das têmperas²⁰ que secavam rapidamente e, ao endurecer, apresentavam rachaduras.

No trabalho mais conhecido, e polêmico, de Eyck, “O Casal Arnolfini” (ver figura 24), ou melhor, “Giovanni Arnolfini e sua esposa” (1434), o artista utiliza a perspectiva atmosférica²¹, mostrando como ele se atinha aos detalhes, “O mundo de Van Eick era de uma nitidez luminosa; o artista enxergava as coisas mais corriqueiras com uma clareza maravilhosa e uma grande percepção da espantosa beleza que elas guardam” (BECKETT, 1994, p.62). Neste trabalho, conseguimos observar até o próprio artista, acompanhado de outra pessoa, refletido no espelho convexo ao fundo, espelho

²⁰ Mistura de pigmentos retirados da natureza e misturados com gema de ovo e água.

²¹ Idem, perspectiva aérea.

este que ao seu redor têm 10 miniaturas com 10 passagens da vida de Cristo e na realidade representa, astuciosamente, o ponto de fuga (ver figura 25).



Figura 24: “O casal Arnolfini” ou “Giovanni Arnolfini e sua esposa”, Jan Van Eyck.



Figura 25: Detalhe do espelho da obra da figura 25.

FRA ANGÉLICO DE FIESOLE OU FRA GIOVANNI DE FIESOLE OU GUIDO DI PIETRO (1387?-1455)

Tornou-se frei da irmandade de São Domingos com 20 anos, aprendeu a desenhar e a pintar, ilustrando histórias em livros e nas paredes do monastério.

Em suas representações com aspecto humilde utilizava a perspectiva em reproduções em claro-escuro e tons muito luminosos.

Angélico pintou cenas da bíblia, com figuras em cores leves e delicadas, transmitindo paz e serenidade.

PAOLO UCCELLO OU PAOLO DI DONO (1397-1475)

“Seria o artista que mais obsessão demonstraria pela representação das composições em perspectiva.” (CANOTILHO, 2005).

MASACCIO (MAZZACHIO) – TOMMASO DI SAN GIOVANNI DI SIMONI GUIDI OU TOMMASO DI SAN GIOVANNI VALDANO (1401-1428)

Nasceu em Milão e, em sua curta vida (morreu com 28 anos), teve dez anos de intensa atividade artística. Foi um dos primeiros, senão o primeiro a fazer a aplicação científica da perspectiva e trabalhar o foco de luz de maneira a criar uma sensação de tridimensionalidade que passou a caracterizar a pintura do Renascimento. Famoso por seus retratos sofisticados, cheios de detalhes, personagens com chapéus e jóias, e decorações muito bem ornamentadas ao fundo.

LEÓN BATTISTA ALBERTI (1404-1472)

Apesar de sua formação em direito, foi vigário, dedicou-se a física e a matemática, fez diversas experiências óticas, estudou técnicas, métricas e topografia em arquitetura.

“Foi o primeiro a fornecer uma descrição formal de um sistema de perspectiva” (CARDY), a construção geometricamente exata, “*Construzione Abreviatta*” (baseada na “*Construzione Legittima*”, de Brunelleschi), em seu “Tratado Della Pictura”, escrito em 1435 e impresso em 1511;

Segundo Pombo, a “*Construzione Abreviatta*” tinha como objetivo construir um sistema de coordenadas que permitisse ao artista determinar o volume, e não a forma, dos objetos. Para isso construíam um quadrado, dividido em pequenos outros quadrados, de modo que todas as linhas de divisão convergissem para o ponto de fuga. Em um dos lados do quadrado maior, levantavam uma vertical e, sobre a linha do horizonte, por onde passava o ponto de fuga, marcava-se um ponto, representando o olho. Após eram traçada linhas, ligando o “olho” até o início de cada linha dos quadrados menores que convergiam para o ponto de fuga.

No primeiro livro do “Tratado Della Pintura”, como afirma Costa (2004), Alberti definiu ponto, reta, plano, ângulo e o classificou, explicou circunferência e diâmetro, dispôs sobre superfícies planas, côncavas e convexas e ponderou sobre triângulos. Com relação aos procedimentos relacionados com a perspectiva, Alberti explicou o processo ótico da visão e definiu pirâmide visual onde os raios eram classificados em extremo (medição das coisas pela visão), médios (responsáveis pela luz, cor e nitidez) e cêntricos (onde posicionamento e dimensão alteram a superfície) e a posição do pintor de acordo com a pirâmide visual. Também discorreu sobre cor e luz.

Apesar de que a palavra perspectiva não apareceu nenhuma vez em seus escritos, os princípios fundamentais da perspectiva estavam claramente definidos e bem justificados, “(...) discutia os princípios da redução em perspectiva e descrevia o ‘Método de Alberti’ ou ‘Velo de Alberti’, método que representava uma coleção de quadrados.” (BOYER, 1974, p.215) (ladrilhos) do plano horizontal para o plano da tela, em perspectiva (ver figuras 26, 27 e 28). “Desta forma o artista podia colocar esta grade de quadriculados sobre o objeto a ser representado, transferir as linhas principais deste objeto para uma grade similar em perspectiva.” (CARDY).

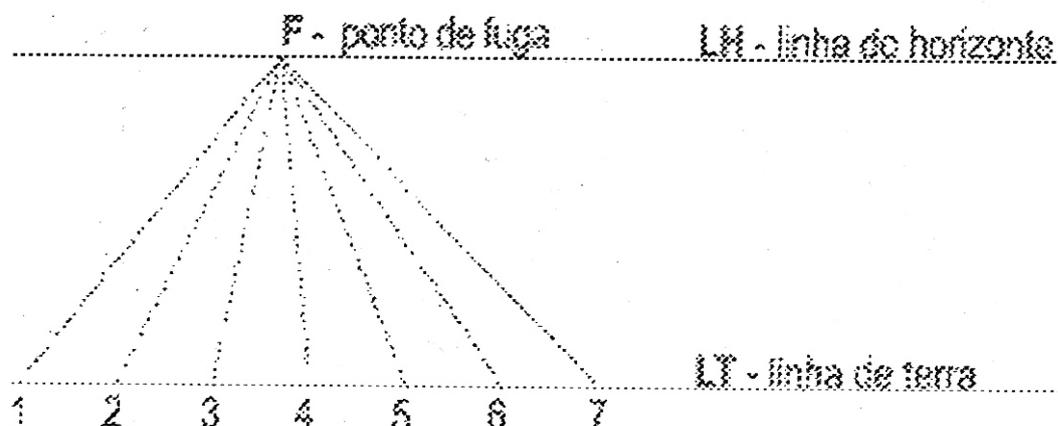


Figura 26: Identificação do ponto de fuga, da linha do horizonte e da linha da terra, esta última é dividida em segmentos de tamanhos iguais, sendo que cada ponto extremo destes segmentos foram ligados ao ponto de fuga.

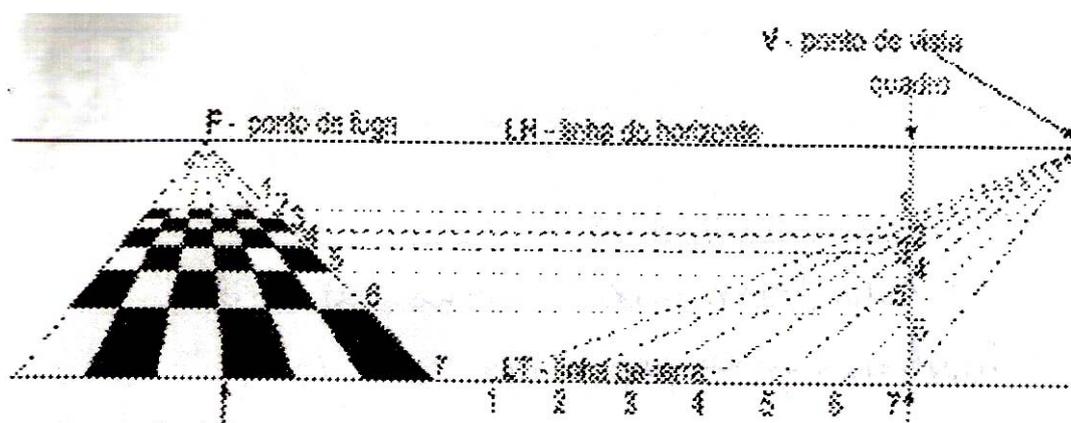


Figura 27: Na linha do horizonte é colocado um ponto de fuga auxiliar, ou ponto de vista. Todo ponto extremo, de cada segmento da linha da terra também é ligado ao

ponto auxiliar e, pelo último ponto eleva-se uma perpendicular, cortando as demais linhas.

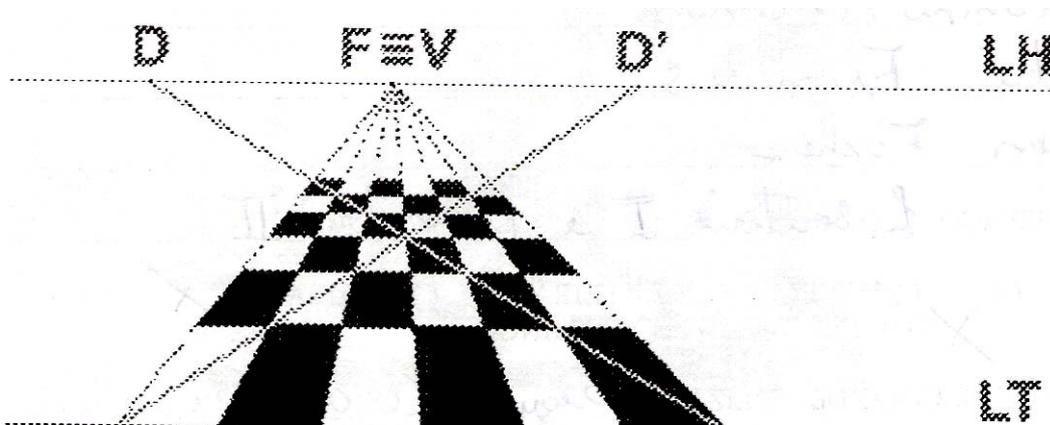


Figura 28: Quadrículas com perfeitas diagonais e na proporção ideal.

“Este arquiteto renascentista trouxe mais um elemento fundamental para o traçado da perspectiva, o plano do quadro.” (CANOTILHO, 2005). Para Alberti o quadro ou a tela, era definido como uma ‘janela aberta’, através da qual podíamos olhar o mundo e os objetos deste.

Alberti dizia que “para fazer coincidir a imagem real e a pintura, o artista devia usar somente um olho e manter a posição.”. Também “associava na teoria do comportamento dos raios luminosos que uniam o olho do observador e seu contorno, formando uma pirâmide visual”, a imagem era a interseção dos pontos da pirâmide visual com os pontos do objeto ao olho.

PIERO DELLA FRANCESCA (1404?-1492)

Pintor e matemático.

Em “*De Prospectiva Pingendi*” (1478), Piero colocou, de forma rigorosa e científica, a perspectiva como “a construção do espaço segundo linhas que se dispõem paralelamente à base do quadro, outras perpendiculares e outras convergentes para o

ponto de fuga”, expressando “(...) graficamente construções legítima e abreviada, com rigor didático.” (COSTA, 2004, p.70). E demonstrou, com muita propriedade, que o desenho em perspectiva guardava as devidas proporções com os objetos representados, assim como eram vistos. Iniciou o uso das projeções ortogonais. Utilizando as ferramentas da geometria, demonstrou várias técnicas e princípios da matemática.

Piero fazia o planejamento de todas as suas obras, calculava tudo com meticulosos detalhes, altura, largura, simetria.

Fez várias modificações e alterações no “Método de Alberti” até criar seus próprios métodos, como o “Método da Dupla Projeção” e o “Método do Ponto de Distância”, baseados nas relações de proporções.

Os métodos de Piero, discutidos em Flores e Moretti (2005), podem ser percebidos e estudados, como por exemplo, em “A Flagelação” (ver figuras 29 e 30).



Figura 29: “A Flagelação”, Piero della Francesca.

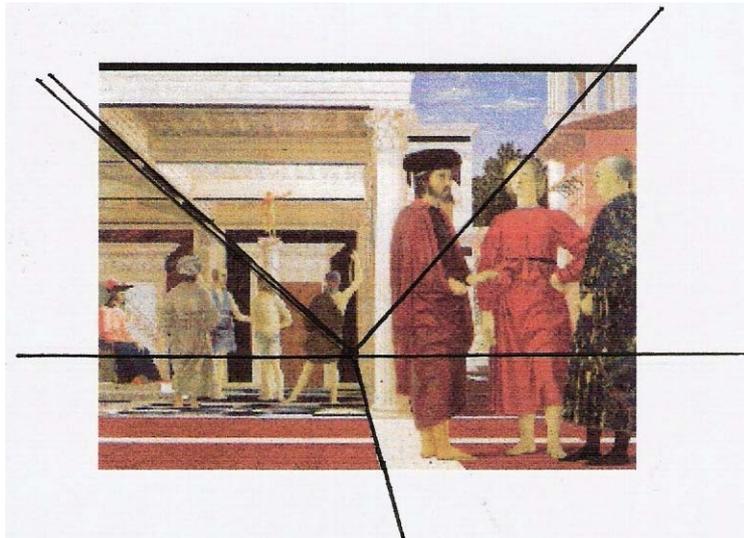


Figura 30: O ponto de fuga localiza-se no centro inferior da cena e, comanda toda a proporcionalidade da mesma.

SANDRO BOTTICELLI (1444?-1510)

Nasceu Alessandro di Mariano Felipepi, em Florença (Itália), só mudou seu sobrenome para Botticelli depois de famoso, já no início do Renascimento. Aprendeu o ofício da pintura com seu mestre Andréa Verrocchio, em um ateliê, juntamente com outros jovens aprendizes, dentre eles Leonardo Da Vinci.

Trabalhou para a família Médici, para pagar dívidas. E pintou muitos retratos desta abastada família. Em 1481 fez, dentre outros, o afresco “A Tentação de Cristo” na Capela Sistina, no Vaticano.

Fez várias composições redondas, comuns naquela época, mas sempre marcado pelo ideal de beleza, com traços elegantes e expressivos e com “As formas esquias, de contornos nítidos e linhas sinuosas (...)” (BECKETT, 1994, p.94) (ver figura 31).

Figura 31: “A Alegoria da Primavera”.



LUCA PACCIOLI (1445-1517?)

Era conhecido como Lucas de Borgo, pois nasceu em Borgo, San Sepulcro (Itália). Foi aprendiz de um homem de negócios e frade franciscano quando tinha 27 anos de idade.

Lecionou matemática, pois foi educado por um matemático, estudou arte, história e literatura na biblioteca do Conde de Urbino, com cerca de 4000 livros; “Suas pinturas refletem seus estudos, não apenas de perspectiva, mas de simetria e relações áureas (...)” (COSTA, 2004, p.70).

Foi amigo de Pierro della Francesca e Leon Battisti Alberti, além de professor de Leonardo Da Vinci, que ilustrou o segundo livro de Paccioli, “*De Divina Proportioni*”, que por sua vez ensinou-lhe perspectiva e proporcionalidade.

Em 1494, publicou “Aritmética, Geometria, Proporção e Proporcionalidade”.

PADRE JEAN PÈLERIN VIATOR (1445-1524)

Autor do tratado “*De Artificialis Perspective*”, primeiro tratado de perspectiva impresso, onde mostra uma perspectiva com dois pontos de fuga, a perspectiva oblíqua, produzindo mais realismo e, com três ou mais pontos de fuga, aplicando outros métodos perspectivos.

LEONARDO DA VINCI (1452-1519)

Nasceu na Vila de Vinci, no interior da Toscana.

Foi segundo muitos, “o homem do Renascimento”. Foi pintor, escultor, engenheiro, planejador urbano, inventor, artista, cientista, pensador, escritor e músico (tocador de lira). Foi um gênio. Queria aprender tudo que pudesse sobre o mundo, fazia perguntas sobre todos os assuntos, tinha uma “curiosidade insaciável” (COSTA, 2004, p.72). Desmanchava as coisas para ver como eram feitas e desenhava todas as peças de seu interior, tanto que foi um dos primeiros cientistas a abrir animais e pessoas mortas para estudar músculos, ossos e os órgãos internos. E, seus desenhos eram tão bons que a medicina utilizou suas figuras em livros de medicina por centenas de anos. Encheu diversos cadernos, totalizando 13000 páginas com anotações, desenhos, idéias e invenções com escrita espelho, dentre estes prenuncia a invenção de uma máquina voadora, faz peças modernas como o escafandro e o pára-quedas.

Tratato sobre a Pintura, foi uma das poucas obras escritas por este gênio, “na verdade, uma coleção de notas mais ou menos isoladas” (CHILVES, 2001, p.304), onde escreveu sobre perspectiva e, “começa a seguinte advertência: ‘Que ninguém que não seja matemático leia minhas obras!’”. (BOYER, 1974, p.216).

A contribuição de Leonardo para a perspectiva é enorme, já que ele que inventou a perspectiva atmosférica, criando distância através de vários recursos e técnicas e mostrou a diferença entre perspectiva naturalis e artificialis.

Foi aluno de Andréa del Verrocchio e recebeu a proteção do mecenas Giuliano de Médici.

Sabia como ninguém, usar as cores e o jogo de luz e sombra. “Sabia que cores quentes e brilhantes, como o vermelho, tinham projeção para frente e, cores frias e claras, como o azul-claro, se distanciavam;” Com isso poderia obter mais espaço nas

pinturas. “Suas figuras heróicas e composições perfeitamente equilibradas (em particular o uso do agrupamento piramidal) formaram a base do estilo da Alta Renascença (...) sua modelagem sutil, baseada no uso da luz e da sombra, revelou as potencialidades da tinta a óleo (...)” (CHILVES, 2001, p.303).

Suas obras mais conhecidas são “Monalisa” (ver figura 32), também a mais famosa, “A Virgem dos Rochedos” e “A Última Ceia”, pintura mural feita para o refeitório do mosteiro de Santa Maria delle Gracie, a qual tem na cabeça de Jesus Cristo o ponto de fuga.



Figura 32: Em “Monalisa”, Leonardo Da Vinci aplica a perspectiva atmosférica no fundo meio nebuloso.

ALBRECHT DÜRER (1471-1528)

Cresceu na cidade de Nuremberg, aprendendo o ofício de seu pai e de seus 17 irmãos, ourivesaria. Na loja de seu pai aprendeu a fazer jóias, gravações em metal e madeira, xilogravura e litogravura²², e construir pequenas esculturas até abrir seu próprio negócio.

Era arquiteto e engenheiro e, desta forma, um pouco matemático; Mas, “seu interesse pela matemática era muito mais geométrico que aritmético”. (BOYER, 1974, p.216). “Desenhou e construiu diversos palácios, igrejas, mosteiros, pontes, fortes, barragens, canais e até instrumentos de guerra” (Pombo). Foi autor de “três livros: um sobre fortificações, o segundo um tratado sobre proporções, e o terceiro, um tratado sobre medidas.” (COSTA, 2004, p.77), “Underweysung der Messung mit der Zirckel um Rechtscheyt” (1525), “primeiro livro com representação estritamente científica, com quatro volumes.” (Pombo); No primeiro livro, Dürer tratou problemas de geometria linear, linhas (objetivando as propriedades matemáticas), retas, curvas algébricas, parábolas, elipses, hipérbolas, construções de hélices, concóides (linhas de conchas) e epiciclóides (linhas de aranhas) utilizando o “Método das Projeções Paralelas”; No terceiro livro, se dedicou às construções geométricas de letras góticas, utilizando triângulos, quadrados e trapézios; Na livro IV, havia as planificações de sólidos. Em “Manual da Pintura e de Instruções para a Medida”, também descreveu os procedimentos para se trabalhar com representações em perspectiva, como mostrada nas muitas gravuras em madeira feitas pelo próprio Dürer. Grades de fios entrelaçados e miras móveis que ajudavam a transportar os contornos para o papel.

Segundo Olga Pombo, Dürer imaginava os raios de luz em cada ponto da cena e, em um vidro quadriculado ou não, marcava estes pontos, que correspondia à

²² Gravuras feitas sobre pedras calcárias ou placas de metal, em que a tinta não “gruda” no desenho.

localização, ao tamanho e a posição relativa dos objetos. No passo seguinte transcrevia os contornos do vidro para o painel, que também poderia ser quadriculado. Também fez estudos sobre as proporções humanas (ver figuras 33, 34 e 35).



Figura 33: Peça em madeira feita pelo próprio Dürer em que utilizava um vidro através do qual olhava para o cenário a ser pintado.



Figura 34: Em outra peça, Dürer dividi o vidro em quadrados, e faz corresponder a cada quadrado do vidro, um quadrado no papel.

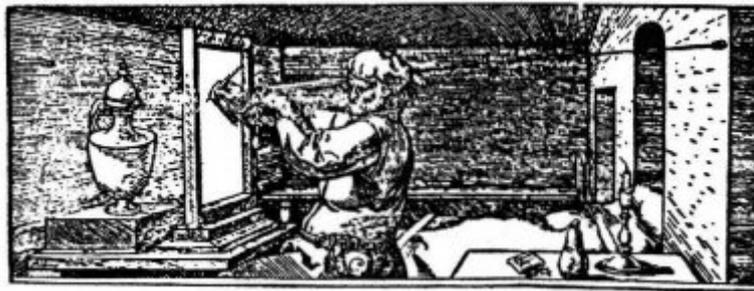


Figura 35: Dürer fixa o olho em um ponto correspondente ao raio de luz no vidro.

MICHELÂNGELO DI LUDOVICO BUONARROTI SIMONI (1475-1564)

Nasceu em Caprese, na Itália, mas foi educado em Florença. Era canhoto. Também protegido por Lourenço de Médici, aprendeu a técnica de pintura de afrescos e tornou-se escultor na Escola de Médici. Com 23 anos inicia a “Pietà”, depois esculpiu “Davi” e só então pintou a “Sagrada Família”. Em suas muitas viagens, o Papa Júlio II pediu-lhe que pintasse sua obra prima, “O Teto da Capela Sistina”, no Vaticano, com nove passagens do Antigo Testamento (Gênesis), dentre elas “A Criação do Homem” (ver figura 36). O afresco levou quatro anos, entre 1508 e 1512, para ser concluído e o artista teve que fazê-lo todo deitado de costas. Em 1538, volta à mesma capela e pinta “O Juízo Final” e, oito anos depois projeta a cúpula da Basílica de São Pedro e retoma a “Pietà”.



Figura 36: “A Criação”, no teto da Capela Sistina, Michelangelo.

A grande paixão de Michelangelo era o corpo humano, tanto na pintura quanto na escultura. Assim como Da Vinci, fez várias dissecações de corpos para estudar sua anatomia.

Em 1519, iniciou suas atividades como arquiteto e, projetou a fachada da igreja de São Lourenço, a Biblioteca Laurenciana, a Praça do Capitólio (utilizando a contraperspective, ou seja, criando ambientes que representam maiores do que na realidade) e a Basílica de São Pedro.

TICIANO VECCELLIO (1480?-1576)

Nasceu em Pieve di Cadore, com nove anos foi enviado à Veneza onde aprendeu a arte do mosaico.

Pintor que valorizava a luz e a sombra, Ticiano, dedicou-se muito aos retratos (ver figura 37) e criou polêmicas ao pintar figuras nuas em cenas da bíblia.



Figura 37: “Retrato de Carlo V”, Ticiano.

RAFAELLO SANZIO OU RAPHAEL SANTI OU RAFAEL SANTI OU RAFAEL SANZIO OU RAFAEL DE URBINO (1483-1520)

Rafael foi um dos quatro mestres da Alta Renascença Italiana, juntamente com Leonardo Da Vinci, Michelângelo e Ticiano. O italiano era filho de um pintor e, sua infância foi cercada por um mundo de arte e de criatividade, por este motivo começou muito cedo a demonstrar seu talento. “Suas obras transmitiam aos observadores um sentimento de segurança, com elementos dispostos em um amplo espaço de forma ordenada, clara e com um a simetria bem equilibrada.”

Rafael gostava de pintar histórias da bíblia, pintou diversos painéis nas paredes dos aposentos do Vaticano, com cenas detalhadas de diversos acontecimentos da vida de Jesus, que ficaram conhecidas como “Bíblias de Rafael”. Pela atenção que dava às expressões faciais, dedicou-se a pintar magníficas Madonas (Santíssima Virgem) (ver figura 38).



Figura 38: “O Casamento da Virgem”, Rafael.

JACOPO ROBUSTI OU TINTORETTO (1518-1594)

Pouco se sabe a respeito deste pintor italiano, que nasceu em Veneza, no ano de 1518. Filho de um tintureiro de sedas, daí o nome. “Casou-se com a filha de um banqueiro e até o fim da vida dedicou-se somente a pintura.” (VICTORINO).

Foi influenciado por Michelangelo e Ticiano, segundo dizem “teria escrito na porta de seu ateliê: ‘Desenho de Michelângelo e colorido de Ticiano’.” (VICTORINO).

Em 1564, pintou cenas do Velho Testamento no teto da Irmandade de San Rocco, da qual era membro. Pintou um dos maiores quadros do mundo antes de morrer, “O Paraíso”.

Considerado o último dos renascentistas. “O pintor preocupou-se igualmente com a forma e com a cor.” (VICTORINO). Fez muitos experimentos com efeitos de luz, influenciando, posteriormente a arte; “procurou exaltar o movimento e o volume dos corpos pela luz, sem sacrificar a cor.” (VICTORINO).

PAOLO VERONESE OU PAOLO CAGLIARI OU CALIARI (1528-1588)

Veronese, por ter nascido em Verona. Pintor, inicialmente conservador, representava figuras convencionais, porém com muitos contrastes e utilizando complexas perspectivas. Com o passar dos tempos suavizou os tons e suas figuras ficaram mais harmoniosas.

EL GRECO OU DOMENIKOS THEOTOKOPOULOS (1541-1614)

Nasceu na cidade de Greta, na Grécia e, teve como ponto característico o alongamento das figuras e a luminosidade de seus personagens sagrados (ver figura 39); Fez várias pinturas em papel.

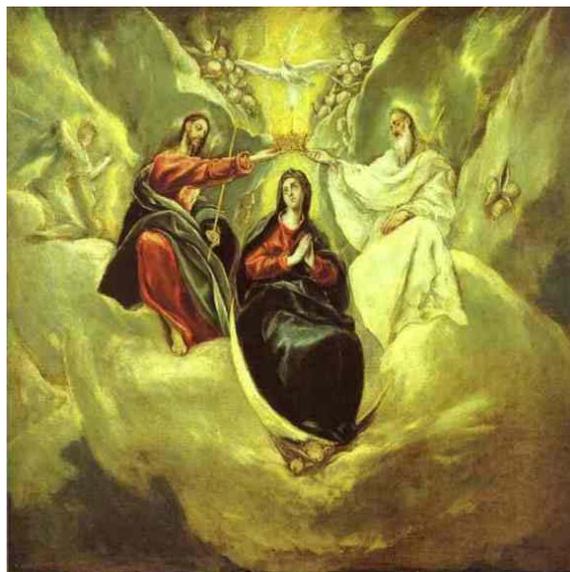


Figura 39: “A Coroação da Virgem”, de El Greco.

GUIDOBALDO MARCHESE DEL MONTE DA PESARA (1545-1607)

“Nascido em Pesaro, herda do pai o amor pela arquitetura e pelo estudo da matemática. (...) Torna-se uma figura fundamental na história da perspectiva (...) como iniciador da moderna teoria da perspectiva.” (SINISGALLI, 2004; COSTA, 2004, p.79).

“Este autor demonstrou que era possível a projeção de uma forma, através da respectiva planta.” (CANOTILHO, 2005).

CAPÍTULO III

A TÉCNICA, A ARTE E A EDUCAÇÃO

3.1 A TÉCNICA DA PERSPECTIVA NAS OBRAS PLÁSTICAS

Perspectiva Linear, Central, Exata, Naturalis, Communis, Rigorosa ou Cônica

É o processo matemático que utiliza da geometria de projeção e da geometria descritiva, para representar objetos de forma espacial sobre um plano, através de pintura ou desenho.

Chama-se Perspectiva Central, pelo fato de que o homem, apesar de respeitar a Deus, queria ser o centro da cena e do mundo de um espaço real, como ele realmente via. Desenvolveu-se no início do século XV e é atribuída a Fellipo Brunelleschi e Leon Battista Alberti.

O objetivo da Perspectiva Central (ver figura 44) é combinar linhas horizontais e verticais, com linhas que convergem a um único ponto, na linha do horizonte ou acima dela, criando o centro focal (ver figura 40). Este tipo de perspectiva constrói espaços cúbicos em forma de pirâmide mostrando o teto, o chão, as paredes laterais e a parede do fundo, só não mostra a parede em que supostamente o observador se encontra.

Há uma representação realística do espaço físico, as linhas verticais são paralelas entre elas, bem como as horizontais e as linhas que convergem para o ponto de fuga.

Os objetos mais distantes são representados como menores.

Esta perspectiva baseia-se nas leis da visão, ou seja, no modelo ocular das projeções sobre a retina, por isto trabalha apenas com um único ponto de fuga (ver figura 41).

Este tipo de projeção é mais utilizado no campo artístico e arquitetônico.

Ainda pode ser dividida em Perspectiva Rigorosa Normal, Perspectiva Rigorosa Vista de Cima, Perspectiva Não Rigorosa Curva e Perspectiva Não Rigorosa Vista de Cima.

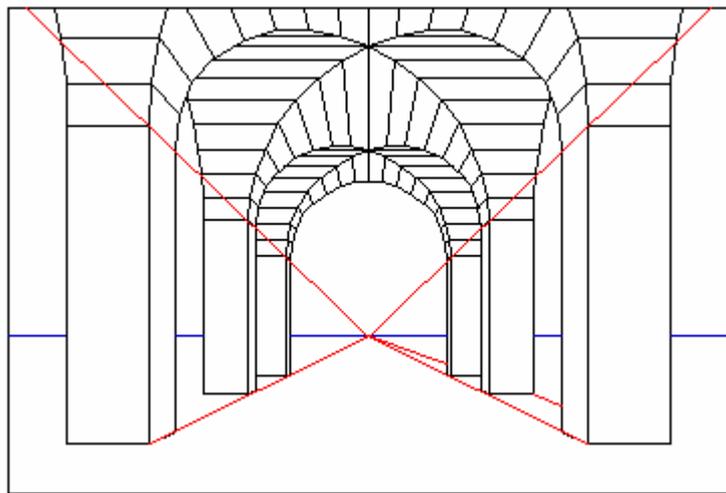


Figura 40: Desenho representando a Perspectiva Linear.

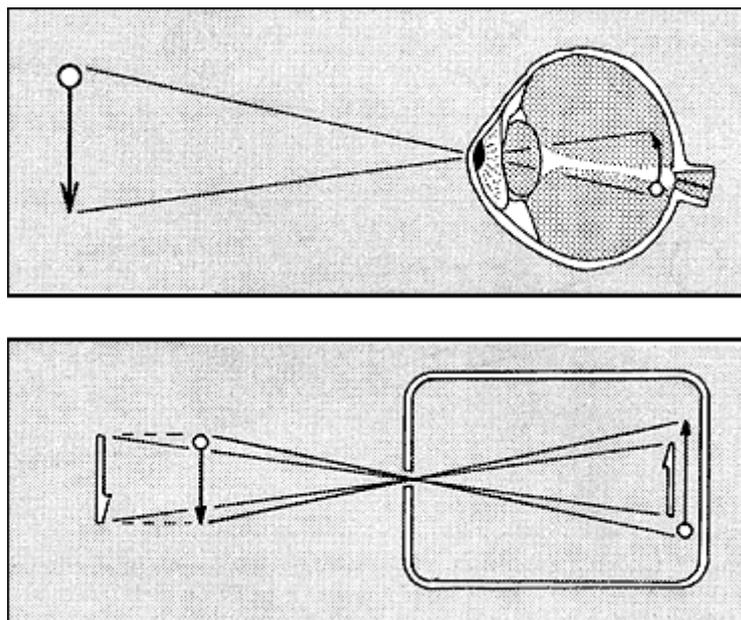
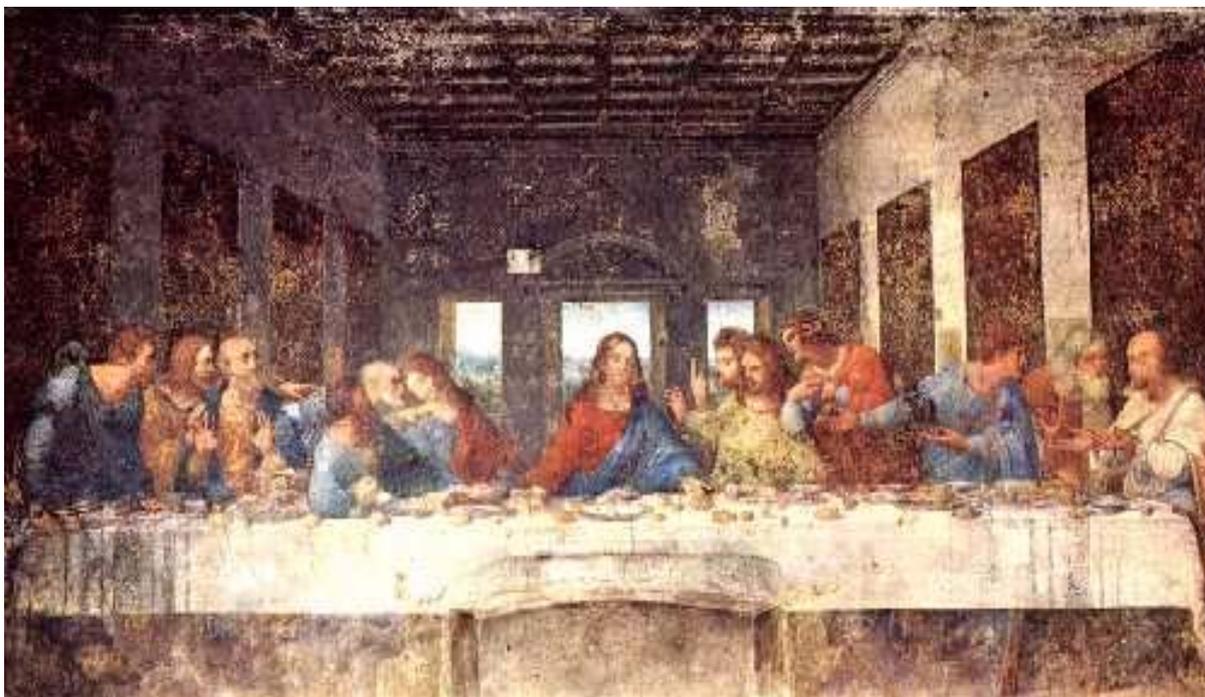
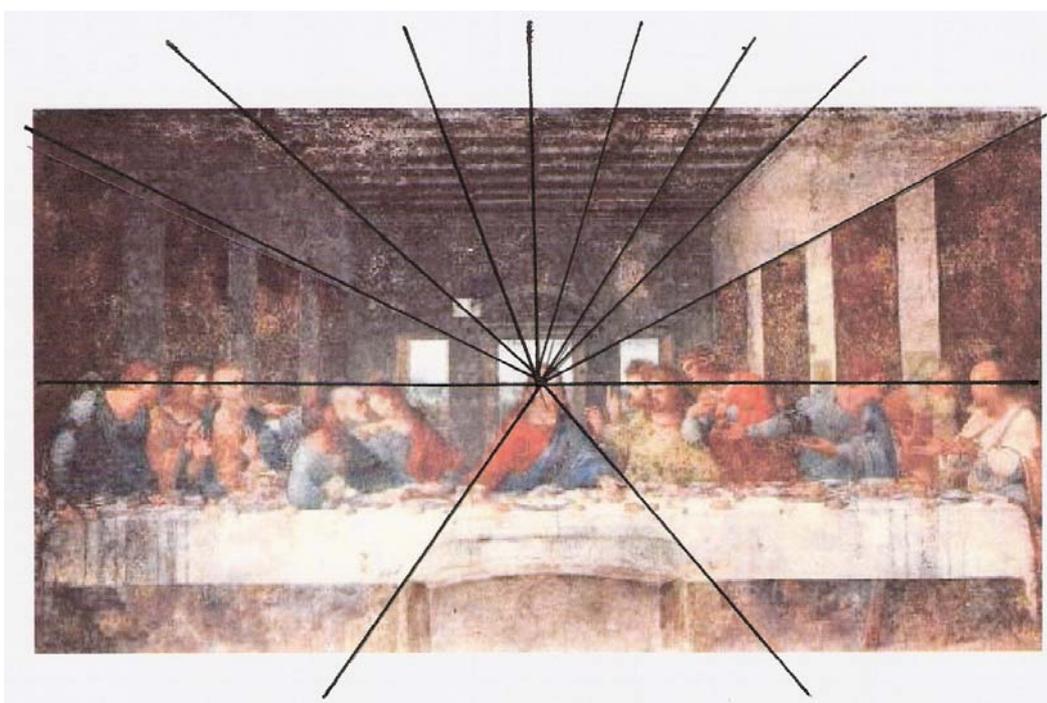


Figura 41: Os raios luminosos que passam pela pupila formam uma imagem invertida do objeto sobre a retina, localizada no fundo do olho, transmite ao cérebro através do nervo ótico.

APLICAÇÃO 1: Perspectiva Central

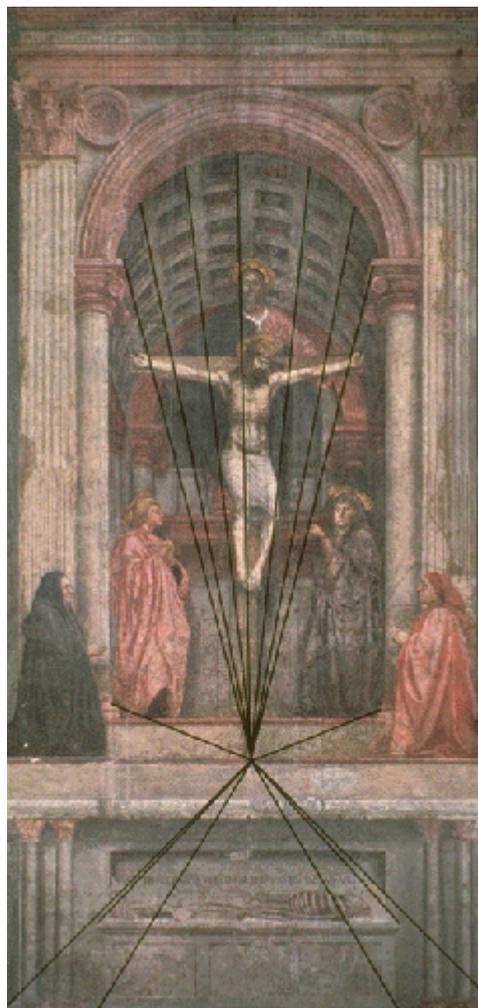
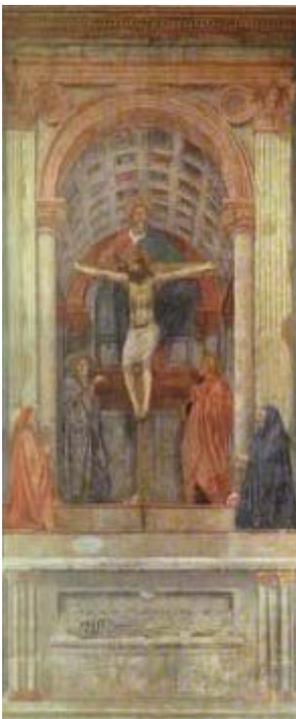


“A Última Ceia”, de Leonardo da Vinci.



O ponto de fuga encontra-se no olho direito de Cristo e os olhos dos apóstolos localizam-se na linha do horizonte.

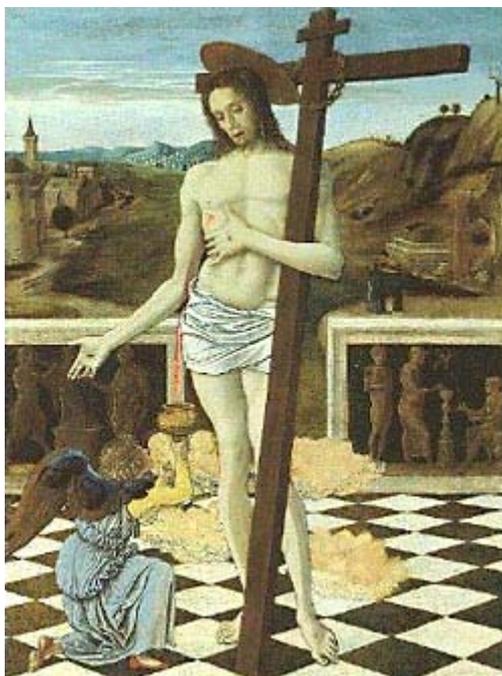
APLICAÇÃO 2: Perspectiva com 1 ponto de fuga



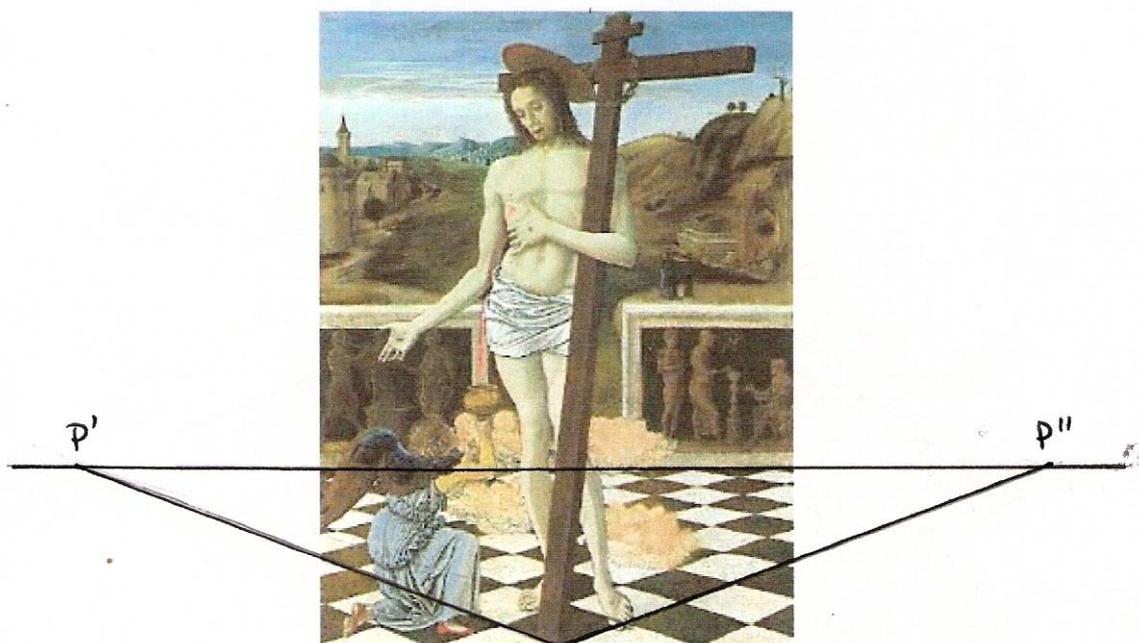
Masaccio aplicou a perspectiva no afresco “A Santíssima Trindade”, da Igreja de Santa Maria Novella de Florença. A pintura, com dez metros de altura foi elaborada em 25 sessões e, tem um efeito tão surpreendente que seus personagens aparentam ser esculturas.

Nesta obra, o ponto de fuga encontra-se na base da trave horizontal, ou seja, está na altura do olho do observador.

APLICAÇÃO 3: Perspectiva com 2 pontos de fuga



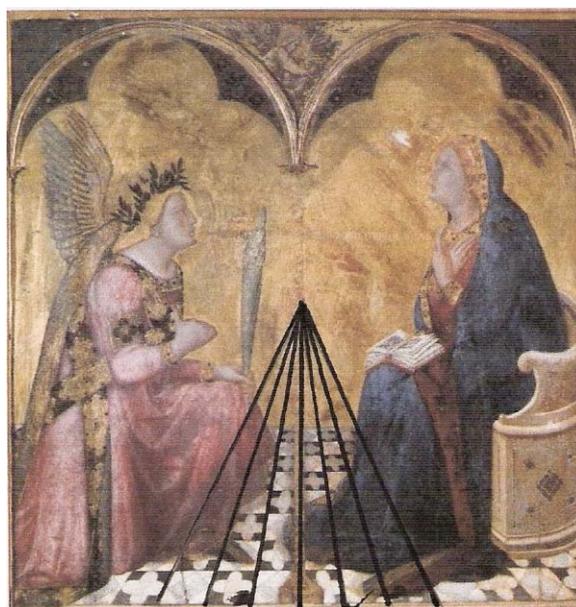
Na obra “O Sangue do Redentor”, Giovanni Bellini utiliza-se de dois pontos de fuga para representar o personagem inserido em um piso quadriculado.



APLICAÇÃO 4: Perspectiva central aplicada em ladrilho

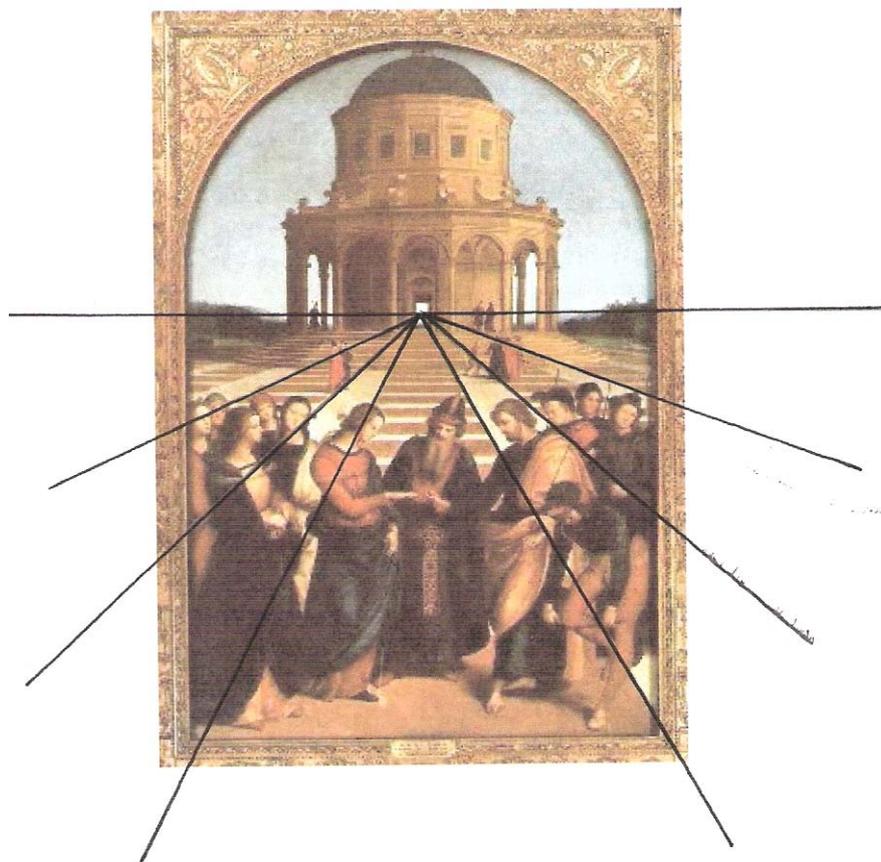


“A Anunciação”, de Ambrogio Lorenzetti.



O ladrilho, feito pelo “Método de Alberti”, utilizando o coeficiente de $\frac{2}{3}$, nos leva ao ponto de fuga central.

APLICAÇÃO 5: Perspectiva Central



Aplicação da perspectiva na figura 38, “O Casamento da Virgem”, de Rafael. Onde as linhas convergem para o ponto de fuga, localizado na entrada da construção.

Perspectiva Curvilínea ou Curva

Perspectiva Central ou Cônica do tipo não rigorosa.

É a projeção sobre uma esfera ou cilindro aumentando o campo visual angular, conhecido como ‘olho de peixe’ (pois o peixe tem tamanha mobilidade visual que consegue ver seu próprio rabo).

Esta Perspectiva tem a capacidade de corrigir deformações laterais em que o observador não se encontra no ponto de observação correto. Porém, com este tipo de perspectiva há a dificuldade de se trabalhar com projeções de linhas curvas.

Perspectiva de Pássaro ou vista de cima

Perspectiva Central ou Cônica do tipo não rigorosa.

É a perspectiva do alto, de cima para baixo, de um ponto de vista muito elevado.

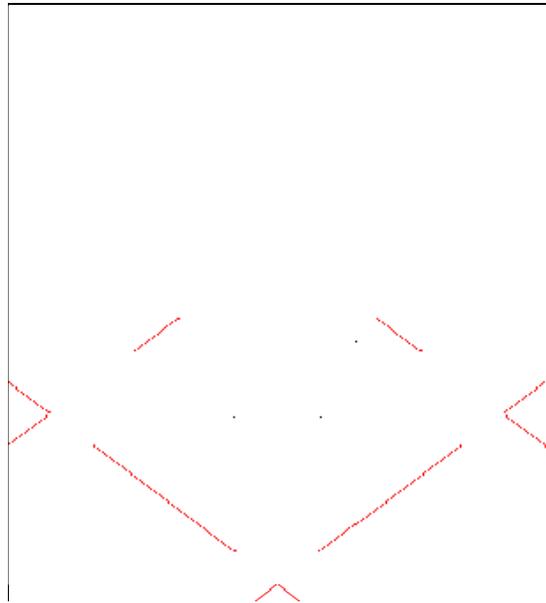


Figura 42: Desenho representando a Perspectiva de pássaro.

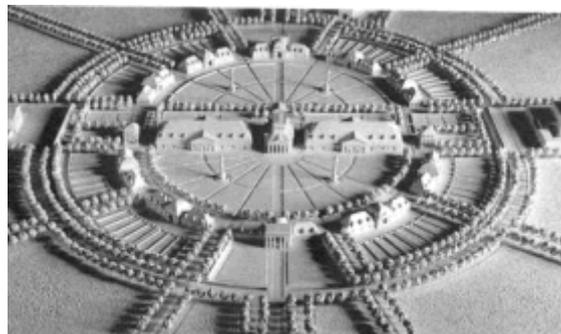


Figura 43: Vista perspectiva da Vila de Chaux, por Claude-Nicolas Ledoux

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica (ver figura 44)

Divide-se em Perspectivas Ortogonais e Oblíquas.

É uma perspectiva mais rigorosa, com raios visuais totalmente paralelos e tangentes à forma representada, deste modo, idêntica à figura.

Segundo Canotilho (2005), este tipo de projeção não é muito utilizado no campo artístico, já que as formas não diminuem proporcionalmente com seu afastamento, assim, geralmente é utilizada por engenheiros e arquitetos.

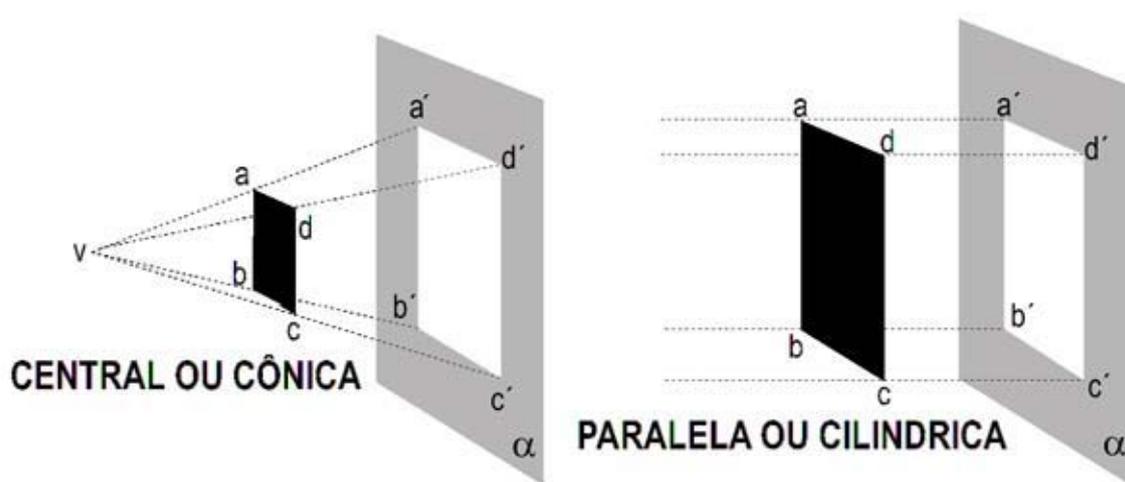


Figura 44: Perspectivas Central ou Cônica e Paralela ou Cilíndrica.

Perspectiva Oblíqua

Tipo de Perspectiva Paralela ou Cilíndrica.

É um ajuste ótico, uma melhoria da Perspectiva Lateral. Enquanto a Perspectiva Lateral tem dois pontos de fuga, a Oblíqua tem três (ver figura 45). Mas, há uma limitação, só podemos ver dois lados da figura, tornando este tipo de representação bidimensional.

Este modelo de perspectiva é “(...) tomada de um plano inferior ao frontal, que faz as linhas verticais parecerem mais curtas.” (MARCONDES, 1998).

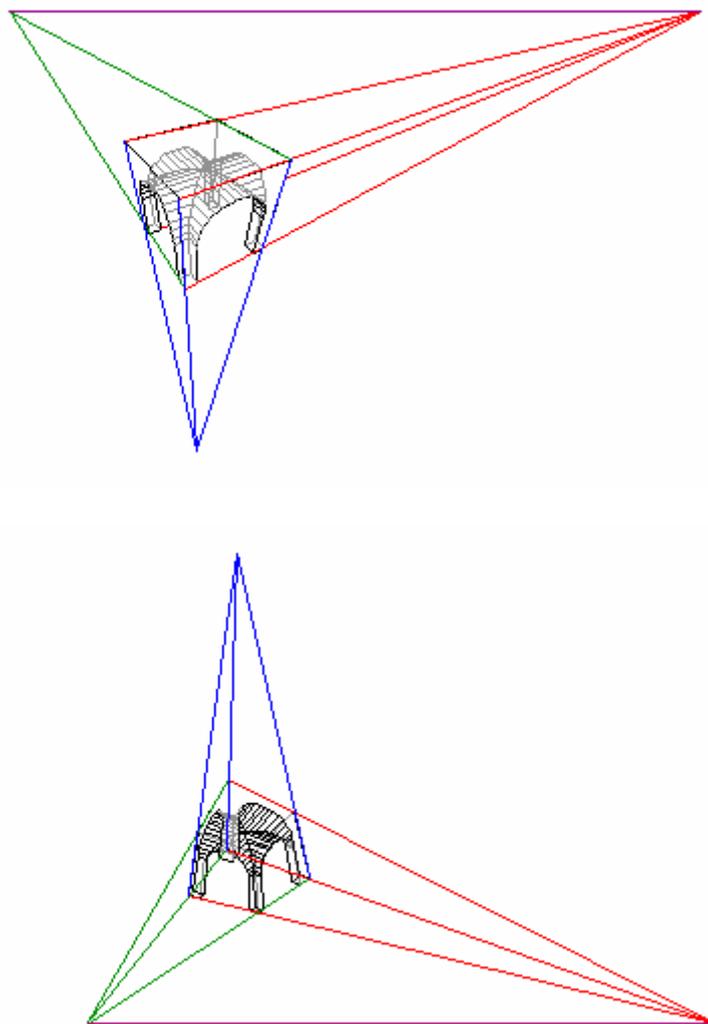


Figura 45: Desenhos representando Perspectivas Oblíquas.

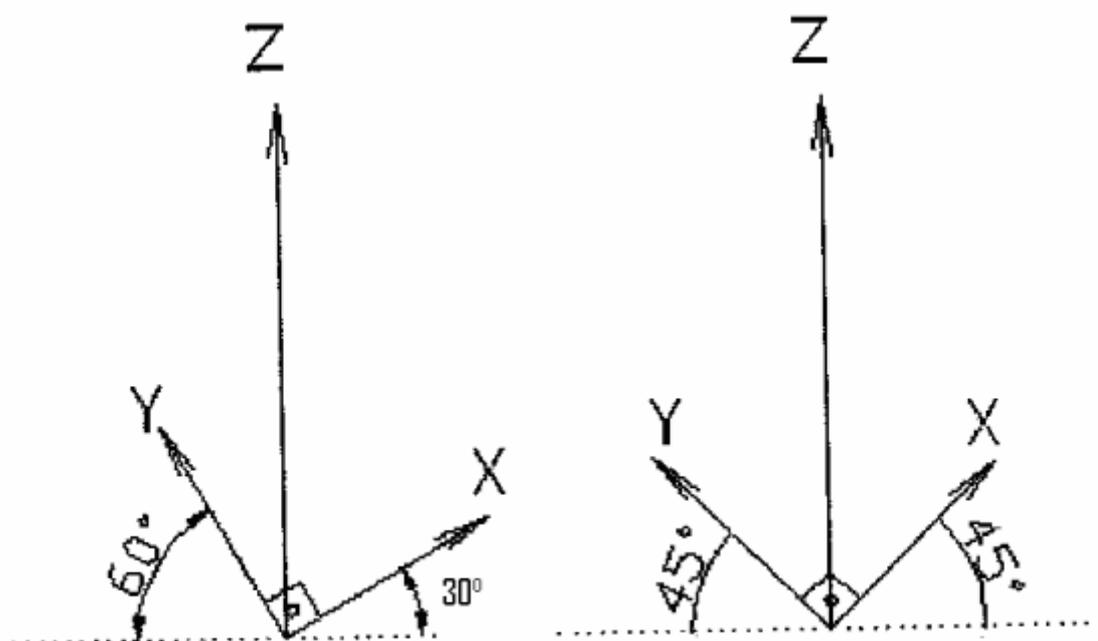
Perspectiva Militar

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica do tipo Oblíqua.

Esta perspectiva baseia-se em projeções paralelas oblíquas, semelhante o tipo de perspectiva cavaleira²³ e, muitas vezes, tratada igualmente. Tem projeção horizontal, com altura em tamanho real e os eixos x e y formam entre si ângulo reto. Para formá-la deve haver a redução do eixo z (a altura) em $2/3$ (ver figura 46).

²³ Tipo de perspectiva vista de uma altura mais elevada, como sobre um cavalo. Também chamada de perspectiva *cavalier* ou cavaleiro.

Recebeu este nome, pois era utilizada em topografia de terrenos para estratégias militares, ou seja, o plano era o solo e, desta forma era visto de cima.



$$x : y : z$$

$$1 : 1 : 2/3$$

Figura 46: Ângulos, eixos e proporções da Perspectiva Militar.

Perspectiva Cavaleira ou à Cavaleiro ou Cavalier

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica do tipo Oblíqua.

A origem do nome tem várias interpretações como, “Tipo de perspectiva linear tirada de um ponto de vista mais elevada do que a altura normal de visão, como a de um homem a cavalo.” (MARCONDES, 1998) ou vem do nome do matemático Cavalieri, ou ainda decorre de *Cavalier*, um tipo de construção alta dos fortes militares do século XVI, assim utilizada, principalmente, pelos engenheiros militares e cartógrafos. Muito útil em desenhos técnicos e matemáticos, principalmente de geometria descritiva, pois

as figuras conservam sua verdadeira forma e dimensões, havendo apenas uma inclinação do eixo x de 45° (ver figura 48) com projeção da altura em tamanho real e redução de 1:2 (ver figura 47).

Representando a projeção paralela oblíqua, este tipo de perspectiva tenta evidenciar uma das faces de um objeto, com retas que incidem no plano de forma não perpendicular e, com o eixo x reduzido e transladado.

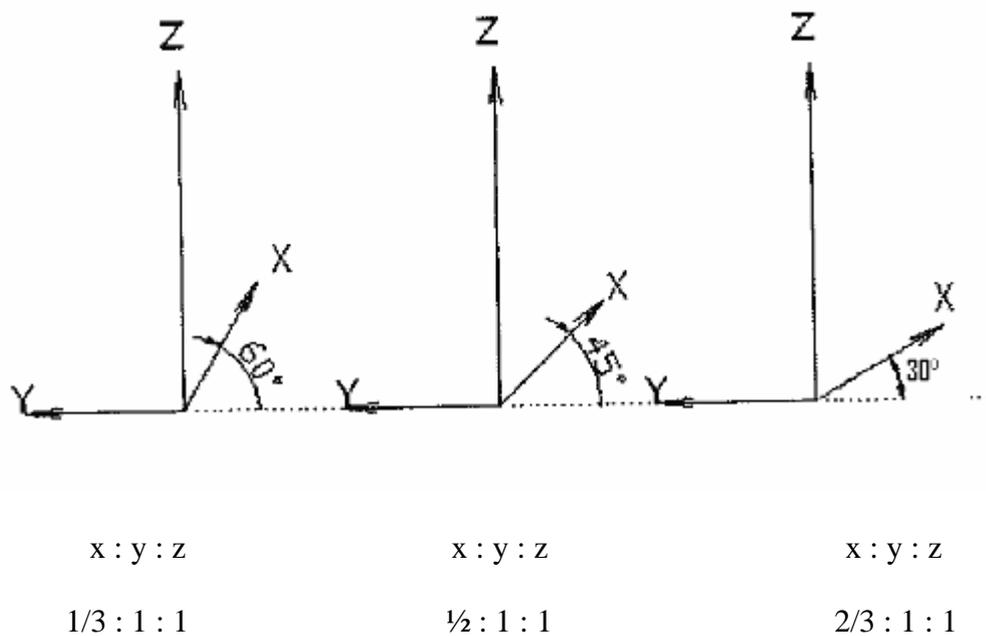


Figura 47: Ângulos, eixos e proporções da Perspectiva Cavaleira.

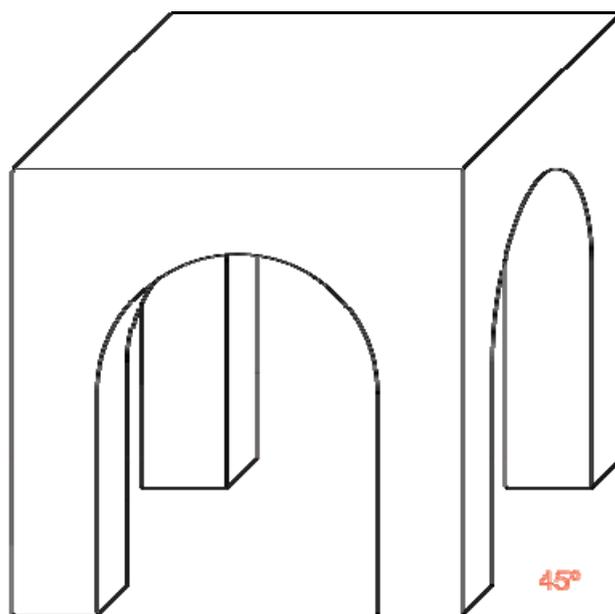


Figura 48: Desenho representando a Perspectiva Cavaleira.

Perspectiva Ortogonal, Axonométrica ou Axométrica

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica.

Divide-se em Perspectiva Isométrica, Perspectiva Dimétrica e Perspectiva Trimétrica, todas ortogonais.

Perspectiva Isométrica

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica do tipo Ortogonal.

É a perspectiva cujas linhas e ângulos permanecem paralelos, não convergindo para um ponto de fuga do horizonte, ou seja, incidindo perpendicularmente ao plano do quadro. Neste caso, o observador deveria estar localizado no infinito.

Os ângulos formam eixos de 120° (ver figura 50) e tem mesma escala nos três eixos (xyz) (ver figura 49). As linhas oblíquas atravessam o quadro de um lado a outro e, juntamente com as linhas verticais, parecem não abandonar o plano frontal.

Esta perspectiva apenas dá uma idéia de profundidade, pois apesar de as figuras mais afastadas parecerem maiores, elas têm o mesmo tamanho das figuras mais próximas.

Utilizada pela maioria das civilizações até o século XIV, principalmente por chineses e japoneses, hoje é muito útil nos jogos de vídeo.

Este tipo de representação mostra com bastante clareza os três lados (faces) de uma figura e é muito fácil de representá-la, por este motivo, muito usada por engenheiros e arquitetos.

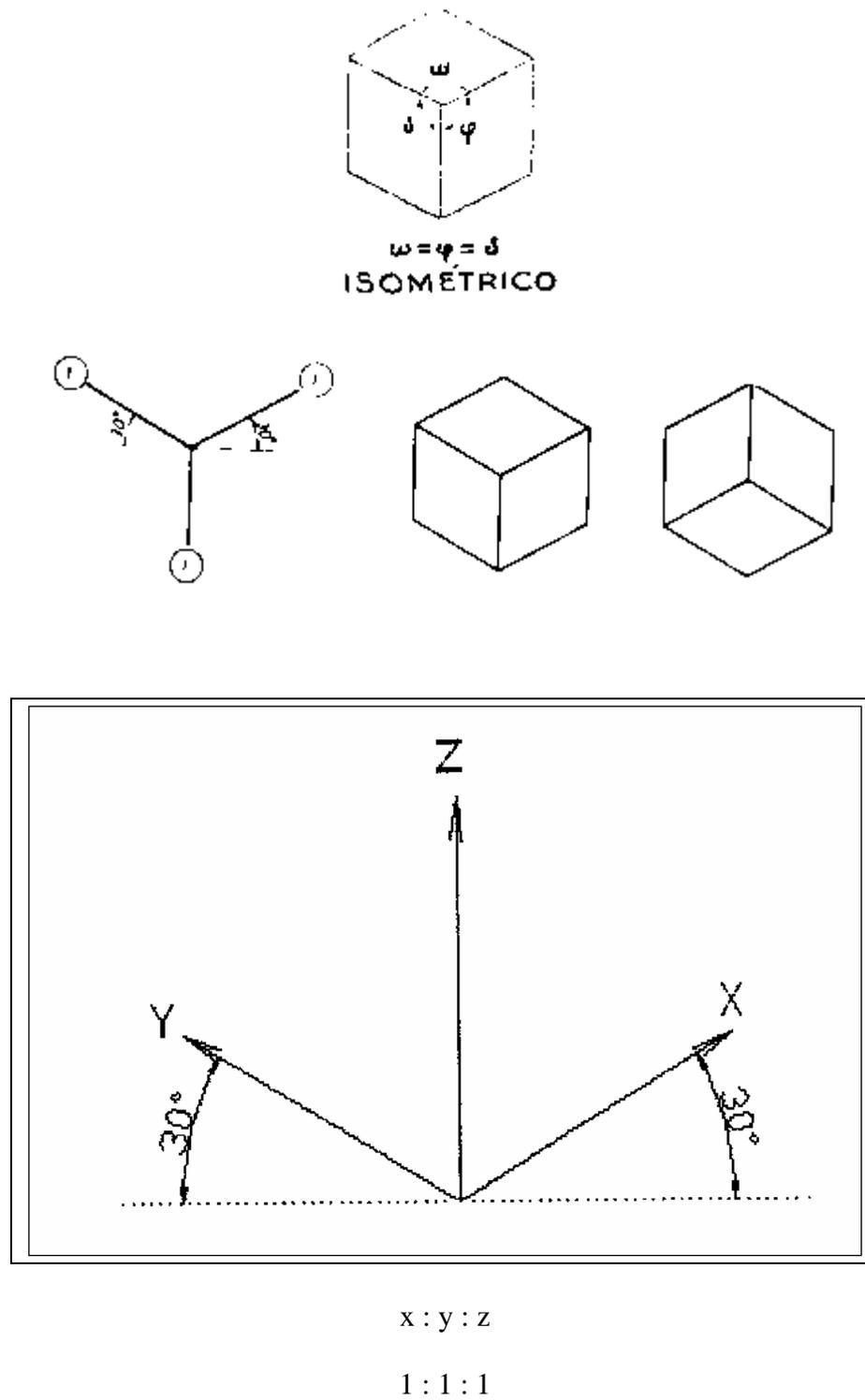


Figura 49: Ângulos, eixos e proporções da Perspectiva Isométrica.

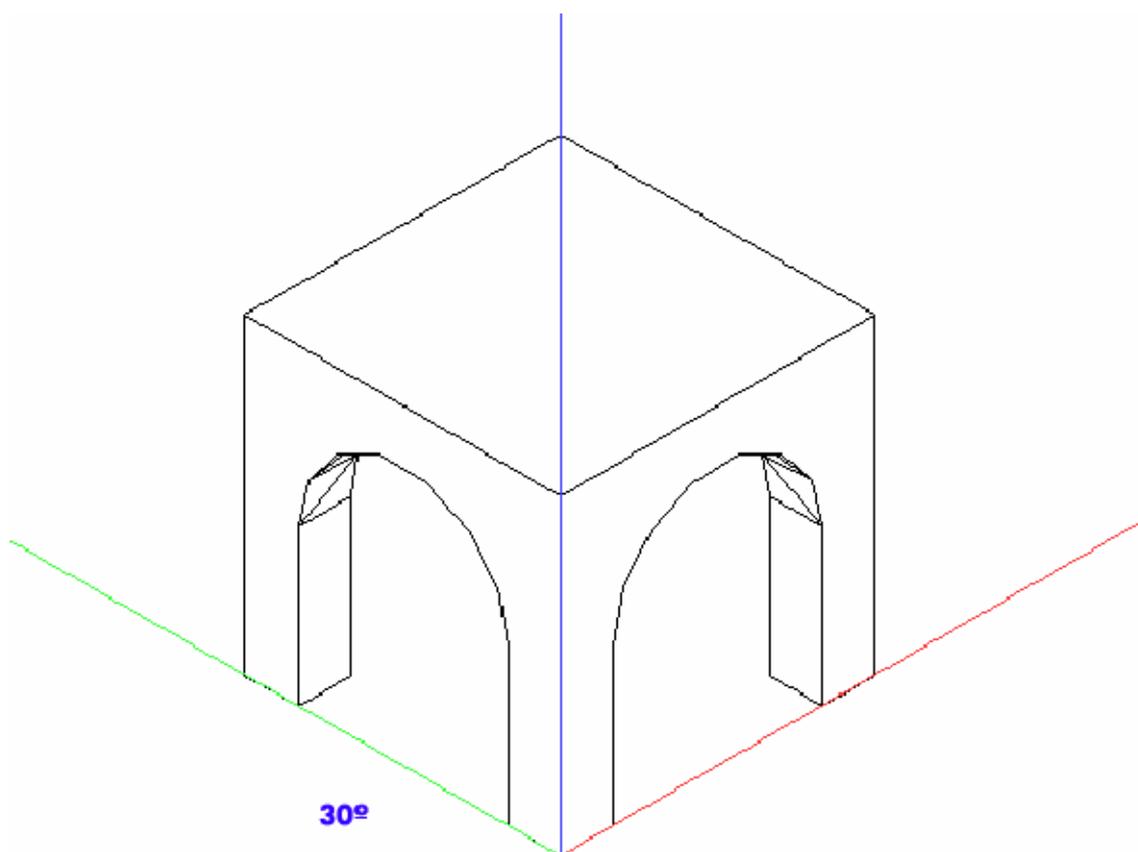


Figura 50: Desenho representando a Perspectiva Isométrica.

Perspectiva Dimétrica

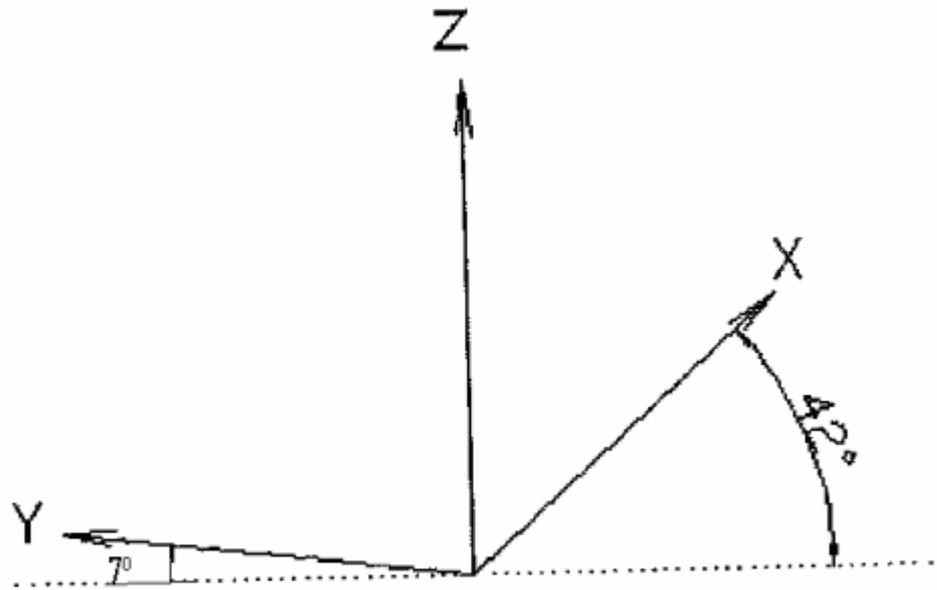
Perspectiva Paralela ou Cilíndrica do tipo Ortogonal.

“(…) é a que mais se assemelha, visualmente, à Perspectiva Rigorosa Cônica.”

(CANOTILHO).

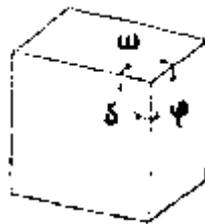
Este tipo de perspectiva ocorre quando temos dois ângulos iguais, portanto, um tipo de Perspectiva Cavaleira.

Na Perspectiva Dimétrica, conserva-se a largura da face frontal e reduz-se o eixo x em $2/3$ (ver figura 51).



$$x : y : z$$

$$2/3 : 1 : 1$$



$$\omega = \phi \neq \delta$$

DIMÉTRICO

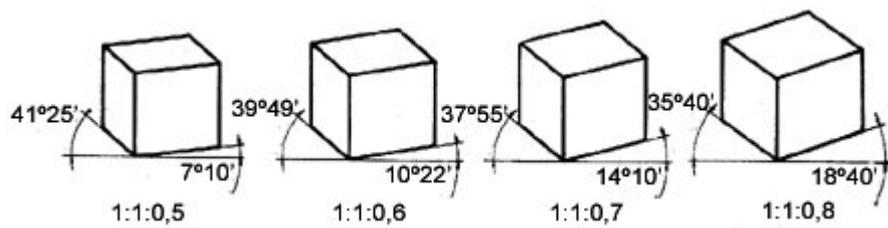


Figura 51: Ângulos, eixos e proporções da Perspectiva Dimétrica

Perspectiva Trimétrica

Perspectiva Paralela ou Cilíndrica do tipo Ortogonal.

Têm três escalas diferentes para a largura, altura e profundidade (ver figura 52) e, três ângulos distintos, por este motivo muito difícil; logo é a menos usada.

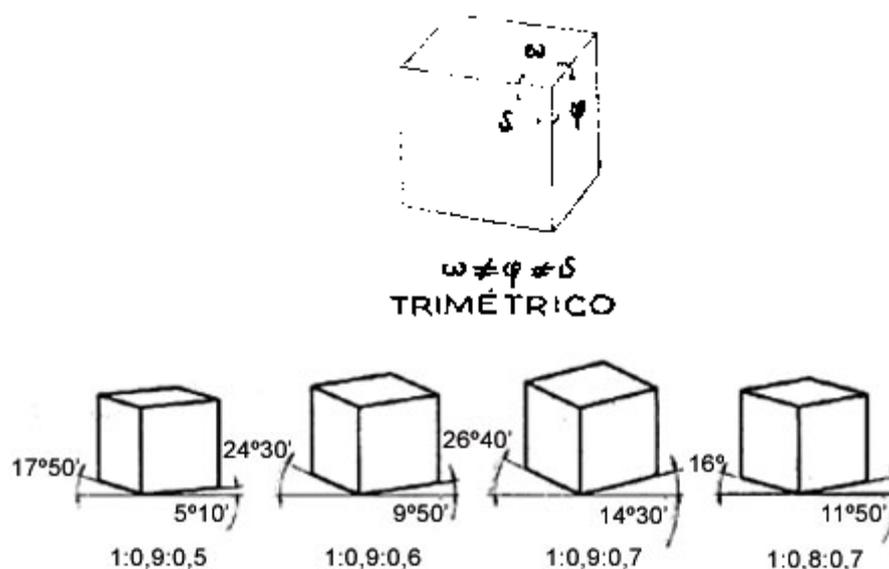


Figura 52: Escalas da Perspectiva Trimétrica.

Perspectiva Lateral

É o tipo de perspectiva que desloca o ponto de fuga para uma das laterais em diagonal. Geralmente são dois pontos de fuga com dois pontos de interesse na composição (ver figura 53), podendo existir mais, porém com três pontos de fuga transforma-se em Perspectiva Oblíqua. Há mais dramaticidade, expressividade, instabilidade, força, emoção e sedução.

As distâncias aumentam e os movimentos ficam mais lentos, contrastando em claro-escuro, com mais pontos de luz. É mais usada nas composições com seres divinos.

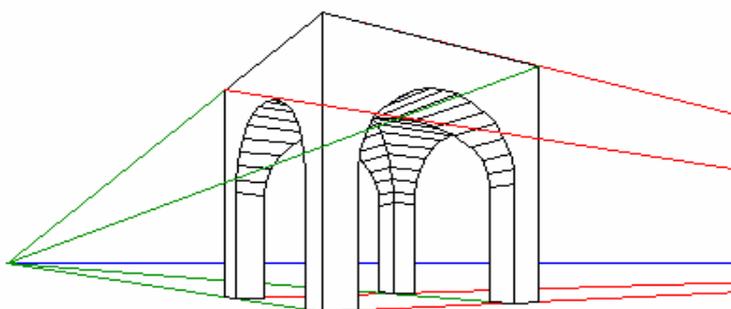
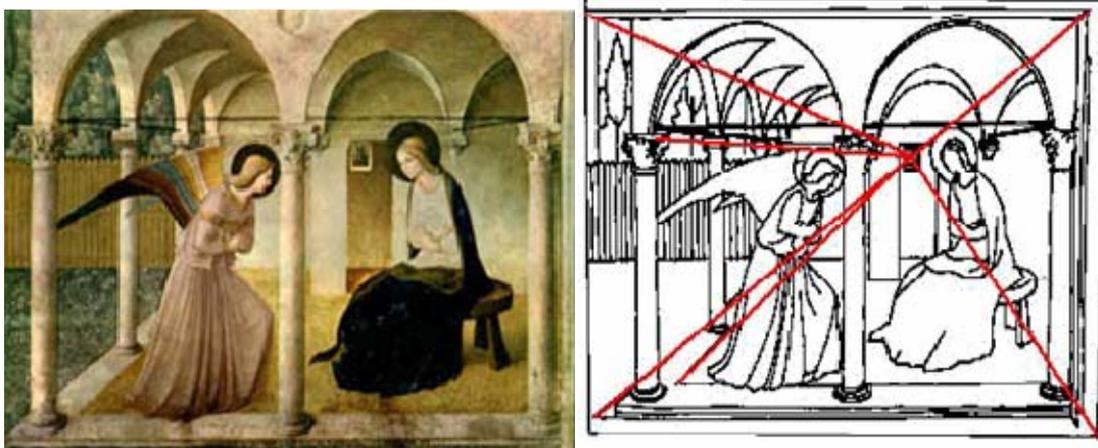


Figura 53: Desenho representando a Perspectiva Lateral.

APLICAÇÃO 6: Perspectiva lateral



O ponto de fuga foi deslocado mais para a direita, dando mais dramaticidade a cena.

Perspectiva Aérea ou Atmosférica

“Termo que denota os meios utilizados para obter-se numa pintura a noção de profundidade ligada ao efeito visual produzido pela atmosfera, pelos quais os objetos aparentam ser tão mais azulados e mais pálidos quanto mais distantes encontram-se do observador” (CHILVES, 2001, p.405) (ver figura 54).

É a perspectiva mais usada nas paisagens, trazendo a realidade visual da atmosfera. Por isto há uma predominância da cor azul, usada em suas variações de tonalidades, gradações, luzes e texturas. Quanto mais distantes os objetos se encontram mais azulados ou pálidos, mais nítidos ou obscuros se tornarão.

Cientificamente, comprova-se que partículas de poeira e umidade que atravessam os raios luminosos causam certa difusão e, que a quantidade de luz, depende da cor do raio luminoso (comprimento de onda), desta forma o uso do claro-escuro, pintando áreas com gradientes de luz, outras na sombra ou penumbra, fazendo um jogo de contrastes.

O termo 'Perspectiva Aérea' foi dado por Leonardo da Vinci. O pintor aplicava cores mais luminosas, contornos mais nítidos e texturas mais espessas nos objetos mais próximos. E nos objetos mais afastados, colocados na parte superior do quadro, pintados com menos nitidez e com cores próximas das tonalidades utilizadas no fundo.



Figura 54: Perspectiva Atmosférica na natureza.

APLICAÇÃO 7: Perspectiva aérea



“A Virgem dos Rochedos”, de Leonardo Da Vinci, exhibe contrastes de claro-escuro e a paisagem turva das rochas ao fundo.

Perspectiva Invertida

Ocorreu em determinados períodos da história da arte, onde os artistas não conheciam ou não queriam aplicar a perspectiva utilizada na época e, desta forma buscavam outros efeitos.

Neste tipo de perspectiva o ponto de fuga encontra-se no olho do observador, fora do quadro, formando um cone visual invertido.

Perspectiva Geométrica, Artificialis ou Pingendi

É a perspectiva que tem como base a luz. Luz que se reflete nos objetos e chega aos nossos olhos através de um cone de raios.

Na Perspectiva Geométrica, a luz e a cor são tão importantes quanto o traçado geométrico, representando o espaço de forma homogênea, igual em todas as suas partes.

O ponto de visão é único, mono ocular e imóvel, levando-se em consideração a condição natural da visão humana, porém desconsiderando o fato da curvatura do campo visual.

Perspectiva Geral

Vista obliquamente, projeta os vértices superiores não-simétricos.

Perspectiva Ideal

O ponto principal é o ponto de fuga de todas as retas e tem vista direta.

Perspectiva Convergente

Mostra no máximo três faces de um sólido.

Perspectiva Divergente

Mostra quatro faces de um sólido.

Este tipo de perspectiva contradiz as regras da perspectiva clássica e da projeção ótica, ampliando a importância de cada figura em particular e não como uma composição. A Perspectiva Divergente mostra as faces laterais e superiores e a base, ampliando as dimensões.

Perspectiva Horizontal

Em apenas duas dimensões, bidimensionais.

CONCLUSÃO

Este trabalho buscou interligar a história da representação em perspectiva com a matemática. A história em suas várias facetas nos proporciona uma reflexão sobre o que é problematizado, inventado ou criado nas várias épocas. Certamente que neste trabalho há de se considerar apenas um fio do grande emaranhado que tece a história da técnica de representação, ou seja, apenas nos fornece subsídios para pensar as questões interdisciplinares entre arte e matemática.

As biografias levantadas aqui têm o propósito de aguçar o interesse, por parte de pesquisadores e professores, em discutir a relação entre o artista e o uso da técnica com seus diversos métodos. Notemos que cada artista contribuiu elaborando ou utilizou a técnica da perspectiva de alguma maneira.

Na matemática, o que vale aqui destacar, é que o estudo da técnica em perspectiva, como instrumento representacional dos artistas, possibilita o estudo didático de conhecimentos geométricos. Mas, por outro lado, permite conhecer os segredos da representação perspectiva das figuras geométricas, auxiliando não só na compreensão de conceitos geométricos, como também, no modo de olhar.

As aplicações que foram feitas ao longo deste trabalho, isto é, a técnica da perspectiva aplicada à pintura, são apenas sugestões que podem ser analisadas para o uso em sala de aula.

O interessante para a educação matemática é que os professores, tanto em formação inicial como em formação continuada, possam ter acesso a trabalhos que valorizem o conhecimento histórico para compreender as ligações da matemática com os interesses desta história. Isto quer dizer que este trabalho não termina aqui, há de se

considerar a diversidade de exemplos didáticos para este tema, que se pode discutir em oficinas de formação docente, por exemplo, antes da aplicação em sala de aula.

Podemos, enfim, tomar este trabalho como incentivo e apoio para o início de uma discussão entre a matemática, a arte, a história, a educação e o modo de ver.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECKETT, Wendy. The Story of Painting. História da pintura. Tradução: Mário Vilela. São Paulo: Ática, 1994.

BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CANOTILHO, Luís Manoel Leitão. Disponível em: <http://www.ipt.pt/~luiscano>. 2005.

CARDY, Disponível em: <http://www.profcardy.com>

CHILVES, Ian. The Oxford Dictionary of art Português. Dicionário Oxford de Artes. Tradução: Marcelo Brandão. São Paulo: M. Fontes, 2001.

COSTA, Cristiano O. DA. A perspectiva no olhar: ciência e arte do renascimento. 199 p. Mestrado profissional em ensino de matemática. São Paulo: PUC/SP, 2004.

FARIA, Ernesto. Dicionário Escolar Latino-Português. 5ª ed. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Cultura, 1975.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Aurélio Século XXI: O Dicionário da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FLORES, Cláudia R. Olhar, saber, representar: ensaios sobre a representação em

perspectiva. 186 p. Doutorado em Educação. Florianópolis: UFSC/SC, 2003.

FLORES, Cláudia R. e MORETTI, Tadeu Mércles. Como representar um piso quadriculado: história da perspectiva e ensino da geometria. UNESP, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Depto de Matemática. Ano 1, n.1 (Edição inverno) – Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 1985, BOLEMA – Boletim de Educação Matemática – ano 18. nº 24, 2005.

Livro do Ano 1994: Eventos 1993. São Paulo: Enciclopédia Britânica do Brasil, 1994.

MARCONDES, Luiz Fernando Cruz. Dicionário de Termos Artísticos – Ed. Pinakothek, Rio de Janeiro:1998.

MATOS, Marcos Roberto. Perspectiva. Trabalho de Conclusão do Curso de Bacharelado em Desenho e Plásticas: UPF/RS, 1999.

MIGUEL, Jorge Marão Carnielo. Periódico Mensal de Textos de Arquitetura. Brunelleschi: O Caçador de Tesouros. [on line]. Disponível em: <http://www.vitruvius.com.br> . Acesso: 12 jul 2001.

POMBO, Olga. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt?docentes/opombo>

VICTORINO, Paulo. Disponível em: <http://www.pitoresco.com.br>

OUTRAS OBRAS CONSULTADAS

FLORES, Cláudia R, Abordagem histórica no ensino da matemática: o caso da representação em perspectiva. *Contrapontos*, ano 2, n.6 p. 377-388. Itajaí, set./dez. Univale, 2002.

FLORES, Cláudia R. A problemática do desenho em perspectiva: uma questão de convenção. *Zetetiké/Universidade Estadual de Campinas*. Volume 11. nº 19. janeiro/julho de 2003. Faculdade de Educação e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM). Campinas, SP, v.1, n.1, março(1993): 2003.

THUILLIER, Pierre. D'Archimède à Einstein (Les faces cachées de l'invention scientifique). *De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica*; tradução Maria Inês Duque-Estrada – Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 1994.