



## Observação e experiência como fio condutor da Geometria de Heitor Lyra da Silva

### Observation and experience as a conductor of Geometry by Heitor Lyra da Silva

*Circe Mary Silva da Silva<sup>1</sup>*

*Maria Célia Leme da Silva<sup>2</sup>*

#### Resumo

O artigo analisa o livro didático *Geometria (Observação e Experiência)*, publicado em 1923 por Heitor Lyra da Silva, para o ensino primário. O objetivo desta pesquisa de cunho documental é caracterizar a proposta modernizadora do autor, identificando elementos que a aproximem ou distanciem de referências estrangeiras em voga à época, tendo em conta a transferência de saberes e sua circulação internacional. As palavras-chave “observação e experiência” caracterizam sua proposta de ensino para a Geometria e estão em sintonia com princípios pedagógicos de autores franceses. Em lugar de explorar o desenho à mão livre ou o desenho geométrico, marca dos livros do século XIX, os trabalhos manuais são inseridos, observados, explorados na iniciação do aluno ao estudo das formas, e introduzidas as imagens fotográficas de lugares, que ajudam na abordagem de conceitos. O autor inova ao intercalar conceitos da Geometria plana e espacial, defendendo uma abordagem pedagógica francesa de “círculos concêntricos”.

**Palavras-chave:** Rio de Janeiro, Ensino primário, História do manual didático, Transferências culturais.

#### Abstract

The article analyzes the textbook *Geometria (Observação e Experiência)* (Geometry: Observation and Experience), published in 1923 of Heitor Lyra da Silva's textbook for primary education. The objective of this documentary research is to characterize the author's modernizing proposal by identifying elements that approximate or distance them from foreign references at the time, from the transfer of knowledge and its international circulation. The keywords "observation and experience" characterize his teaching proposal for Geometry and are in line with pedagogical principles of French authors. Instead of exploring the freehand drawing or geometric drawing, which was a nineteenth century bookmark, manual works are inserted, observed, explored in the initiation of the study of forms and the photographic images of places that help to approach the concepts addressed are introduced. The author innovates by intercalating concepts of flat and spatial geometry, defending a French pedagogical approach of "concentric circles".

**Keywords:** Rio de Janeiro, Elementary school, History of the didactic manual, Cultural transfers.

**Submetido em:** 19/11/2018 – **Aceito em:** 15/04/2019 – **Publicado em:** 15/04/2019

<sup>1</sup> Doutora em Pedagogia pela Universidade de Bielefeld (Alemanha). Professora do mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas. Membro do GHEMAT. Email: cmdynnikov@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Educação (Currículo) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professora do Departamento de Física e do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo. Membro do GHEMAT. Email: mcelialeme@gmail.com.

## Introdução

O pequeno livro que aqui se apresenta é um compendio a mais, porém um compendio que tem a pretensão de insinuar no ensino da Geometria elementar, a adoção de novos métodos, aconselhados hoje em todos os modernos livros de pedagogia, mas ainda não seguidos no Brasil.

A epígrafe acima é o início da introdução do livro intitulado *Geometria (Observação e Experiência)*, de Heitor Lyra da Silva<sup>3</sup>, publicado em 1923, dentro da coleção Bibliotheca de Educação Geral, pela Livraria Editora Leite Ribeiro, no Rio de Janeiro, Distrito Federal na época. Como anuncia o autor da obra, o livro tem a intenção de apresentar uma proposta modernizadora para o ensino de Geometria, apropriada da circulação internacional de modelos pedagógicos. Podemos dizer que, para Lyra, o livro configura-se como o que Chervel (1990, p. 204) designa de um manual inovador, anunciador de uma nova vulgata<sup>4</sup>, visto que:

As exigências intrínsecas de uma matéria ensinada nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua.... Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos “transitórios”, ou de “crise”, em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura ... Mas, pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que outros, destaca-se do conjunto, fixa os “novos métodos” ... e se impõe [ênfase no original].

O livro em questão pode ser interpretado como revelador de períodos transitórios, de rupturas, justamente por sugerir a inserção de inovadores princípios metodológicos para o ensino de Geometria no Brasil. Este é um dos motivos da escolha do livro *Geometria (Observação e Experiência)* como objeto de análise no presente artigo. Perguntamos: Como se caracteriza a proposta modernizadora de Heitor Lyra? Quais os elementos nela identificados que a aproximam de referências estrangeiras e que a diferenciam destas e daquelas em circulação no País?

Em seu discurso inicial, o autor menciona a existência de novos métodos no ensino da Geometria, ainda não seguidos no Brasil. Isso faz presumir que ele buscou inspiração em autores estrangeiros, o que se comprova pela bibliografia incluída no final do livro, na qual predominam os autores franceses: Comberousse, Laisant, Bourlet, Méray, Delaistre, coleção FTD traduzida para o português, e Clairaut, além de autores norte-americanos e nacionais, como Olavo Freire. O movimento de circulação internacional de saberes é fenômeno bastante

---

3 O livro fez parte da coleção pessoal de uma das autoras e foi doado ao GHEMAT. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163569>>.

4 Para Chervel (1990, p. 203), o fenômeno de “vulgata” é comum a todas as disciplinas. Em cada época, o ensino é, *grosso modo*, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do *corpus* de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

discutido por teóricos como Espagne (1999), Fontaine (2014), Matasci (2016) e Rodrigues (2010).

Perseguindo teorizações sobre a existência de transferências culturais, veremos que elas ocorrem também e especificamente no âmbito educacional. Concordamos com Rodrigues (2010), quando diz que os escritores e os professores, entre outros, integram o grupo daqueles que servem como intermediários nos processos de importação e exportação cultural. Segundo Espagne (1999), os indivíduos que atravessam fronteiras carregam ideias que são transportadas e se transformam, pois estão submetidas a mudanças de contextos. Além dos indivíduos, também os livros são vetores culturais que agem nessas transferências. Fontaine (2014), em sua pesquisa sobre as transferências pedagógicas entre França e Alemanha, concluiu que os sistemas educacionais europeus sofreram influências entre si, o que o levou a falar de uma “pedagogia europeia mesclada”.

Identificamos, nas referências de Lyra, uma rede de autores franceses que comungavam de ideias semelhantes quanto ao ensino da Geometria: Méray (1903, p. VI-VII), na obra *Nouveaux Éléments de Géométrie*, sinalizava no prefácio que visava, com seu texto, “a dar maior facilidade e clareza à visão do conjunto (da Geometria) ... harmonizar o todo com as teorias posteriores” e ainda romper com as adesões antinaturais, entre as várias teorias, e subordinar o acessório ao principal. Ele prossegue em sua proposta, afirmando que é necessário

andar o tempo todo no **ritmo dos alunos**, dirigir continuamente seus olhos em todos os objetos que podem proporcionar-lhes uma visão dos fatos do espaço, para começar, pelo menos, exposições não são menos necessárias do que as das figuras desenhadas no quadro negro. [ênfase adicionada] Muito devagar no princípio, onde o mestre deve tomar cuidado para não se apressar, pois se trata de fatos primordiais, cada um extremamente fácil, mas novo e muito numeroso, fatos aos quais se deve dar tempo para penetrar no espírito. (p. VII)

Ainda no prefácio, Méray, agradecendo àqueles que leram e utilizaram sua obra, refere-se a Laisant. Lyra também foi beber na fonte deste autor francês, especialmente em sua obra *Initiation Mathématique*<sup>5</sup>. Laisant (1919, p. 168) deixou bem claro o método de Méray contido no livro já mencionado: “um livro verdadeiramente notável, em que se faz simultaneamente o estudo do plano e do espaço, pondo em evidência as verdades d’ordem **experimental**, que o methodo clássico dissimula com hypocrisia [ênfase adicionada]”.

Carlo Bourlet (1907), outro autor citado por Lyra, em seu livro intitulado *Cours Abrégé de Géométrie*, insere, nas páginas iniciais da obra, os programas oficiais de Geometria em julho de 1905, para a 3.<sup>a</sup> até a 6.<sup>a</sup> série na França, assim como as instruções para o ensino. Assim afirma: “O ensino da geometria deve ser essencialmente concreto; é necessário classificar e esclarecer as noções adquiridas pela **experiência** cotidiana, deduzir delas as mais ocultas e mostrar suas aplicações aos problemas que surgem na prática” [ênfase

<sup>5</sup> Esta obra foi traduzida para o português por Henrique Schindler, em 1919, e encontra-se disponível em <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135725>>.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

adicionada] (Bourlet, 1907, p. III).

Bourlet afirma que sua obra de Geometria foi escrita seguindo as orientações dos programas de 1905 e que o método proposto consiste em abandonar a geometria clássica de Euclides e substituí-la por uma Geometria mais moderna. Ao introduzir a reta, ele faz um experimento para mostrar o deslizamento de uma reta sobre ela mesma (figura 1).

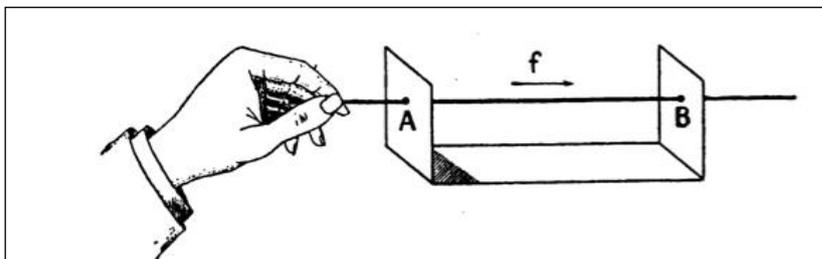


Figura 1: Deslizamento de uma reta

Fonte: Bourlet (1907, p. 2).

A proposta de Bourlet de realizar experiências aparece também em Laisant (1919, p. 62), quando, ao introduzir conceitos geométricos, fala em tornarmo-nos geómetras, começando pela observação para adquirir a noção do que seja um plano: “contemplando a superfície d’uma massa d’agua muito tranquila, d’un teto, d’um espelho perfeitamente desempenado”. Traz da vida prática o fio de prumo, dizendo que ele representa uma reta.

Dessa forma, o rol de autores franceses elencados evidencia uma proposta em que o aluno ganha destaque no processo e em que a experiência parece ser elemento determinante para uma nova abordagem do ensino de geometria. O presente artigo busca analisar como Heitor Lyra da Silva transporta tais ideias ao contexto brasileiro e as transforma.

## Lyra, engenheiro, professor e autor

Apresentamos o autor do livro *Geometria (Observação e Experiência)* a partir da pesquisa<sup>6</sup> de Gomes (2015). Heitor Lyra da Silva foi engenheiro e é apontado como o principal idealizador da Associação Brasileira de Educação e da “Biblioteca de Educação Geral” ou, como também ficou conhecida, “Biblioteca de Educação Ativa”. Nasceu na Capital do Rio de Janeiro em 5 de março de 1879. Lyra bacharelou-se em Ciências e Letras no Colégio Pedro II<sup>7</sup> e ingressou em 1896 na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, onde se formou engenheiro civil em 1901. Fundou, com outros engenheiros, a Escola Central,

<sup>6</sup> Dissertação de mestrado de Clecia Aparecida Gomes, intitulada *Os engenheiros da Associação Brasileira de Educação (ABE): confluências entre ideias educacionais e urbanas na cidade do Rio de Janeiro nos anos de iniciais do século XX*, defendida na UNICAMP, em 2015.

<sup>7</sup> O Imperial Colégio Pedro II foi criado em 1837 com o intuito de servir de modelo de escolarização secundária para o Brasil (Valente, 2007). Em 1889, com a Proclamação da República, o nome foi alterado para Instituto Nacional de Instrução Secundária, e depois para Ginásio Nacional. Em 1911, voltou à designação de Colégio Pedro II.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

instituição de ensino secundário preparatória para exames admissionais, na qual ministrou aulas de geometria descritiva. Engajou-se no movimento estudantil da Federação de Estudantes Brasileiros, assumindo a presidência da Federação entre 1904 e 1905.

Ainda de acordo com Gomes (2015), Heitor Lyra viajou para a Europa em 1919, com o objetivo de pesquisar e estudar malhas ferroviárias, mas, segundo Tobias Moscoso, a viagem teria sido fundamental para que o engenheiro, a partir de então, passasse a se dedicar efetivamente às questões educacionais e sociais.

Lyra da Silva foi docente na Escola Central, no Curso Jacobina, na Escola Regional de Merity, na Escola Nacional de Bellas Artes e em 1925 foi convidado por Tobias Moscoso, à época diretor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, a assumir uma cadeira nessa instituição, mas não aceitou. Ao longo de sua carreira, Heitor dirigiu a *Revista de Educação*, foi colaborador efetivo da *Revista Brasileira de Engenharia* de 1920 a 1924 e colaborou como membro da comissão editorial da revista *Architectura* no Brasil de 1921 até sua morte. Heitor morreu em decorrência de doença crônica, em 18 de dezembro de 1925.

É necessário ainda ressaltar o papel de destaque que Heitor assumiu na Associação Brasileira de Educação (ABE)<sup>8</sup>, criada em 1924, na Capital Federal da República. Gomes (2015) analisa o contexto da Capital Federal na década de 1920, como inserido nas exigências de reorganização social do País, tendo como veios principais o progresso e o cientificismo. Engenheiros, médicos e educadores atuaram em consonância com um projeto comum e organizaram campos independentes e especializados. Neste ambiente, inserem-se as produções intelectuais dos engenheiros criadores/fundadores da ABE:

Como “produtores e mediadores” de interpretações da “realidade” social e política, os engenheiros se reconheciam como os únicos agentes capazes de levar o Brasil à condição de nação civilizada. Assim, ganhavam destaque nas discussões políticas, numa década marcada pelo esforço da intelectualidade brasileira em dar respostas aos problemas por ela identificados no país e assim, consolidar a nação [ênfase no original]. (Gomes, 2015, p. 17)

Em síntese, é possível dizer que a produção do livro *Geometria (Observação e Experiência)* insere-se num movimento amplo de atuação política e social do autor, que mantinha vínculos com o grupo de engenheiros que se organizaram no período em questão para pensar a educação no Brasil<sup>9</sup>.

## Livros de Geometria no século XIX

Leme da Silva (2018) realizou um estudo sobre a produção e a circulação de livros destinados ao ensino de Geometria para o curso primário brasileiro durante o século XIX,

---

<sup>8</sup> ABE é considerada o principal núcleo de articulação das questões educacionais de 1920, organizada como órgão de iniciativa privada, com funções de coordenação e incentivo às práticas educacionais em nível nacional. (Gomes, 2015).

<sup>9</sup> A título de exemplo, vale destacar a figura relevante de Euclides Roxo, engenheiro, professor, intelectual e educador matemático no início do século XX (Dassie e Carvalho, 2010).

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

tendo inventariado seis manuais escolares, três dos quais foram considerados como adaptações ou traduções estrangeiras (Albuquerque, 1829; Calkins, 1884; Portella, 1854<sup>10</sup>) e os outros três considerados como primeiras produções brasileiras (Borges, 1876; Freire, 1894; Pacheco, 1881<sup>11</sup>). Além disso, referiu-se à presença de duas propostas para o ensino de geometria, ambas atreladas ao desenho: a primeira, designada como desenho à mão livre, é representada por cópia de figuras geométricas e vinculada ao método intuitivo; a segunda está ligada ao desenho geométrico, é caracterizada pelo emprego de instrumentos como régua e compasso e observa passos determinados no processo de construção. O estudo ainda revela que, dentre os manuais examinados, os de Borges e Freire, ambos defensores da abordagem ligada ao desenho geométrico, continuaram sendo reeditados até meados do século XX.

Destacam-se ainda dois estudos sobre a proposta do ensino de geometria do manual de Calkins (Frizzarini & Leme da Silva, 2016; Gomes, 2011). O manual de Calkins, apesar de não apresentar explicitamente lições de geometria, indica a presença de saberes geométricos nas lições de formas e de desenho e, de acordo com Frizzarini e Leme da Silva (2016, p. 24), tais lições são “propostas com o objetivo de desenvolver faculdades perceptivas básicas e importantes para a construção e desenvolvimento de outros saberes”, sem particularizar o ensino de geometria. De todo modo, as lições de desenho têm a função de desenvolver a habilidade no manuseio do lápis e medir extensões a olho nu, e não se evidencia o emprego de instrumentos de construção. Portanto, a proposta de Calkins se diferencia das de Abílio Borges e Olavo Freire, que enfatizam o desenho geométrico.

Outro aspecto que distingue o par de livros de Borges e Freire do de Calkins é a apresentação dos conteúdos selecionados, ao longo do livro. Em outras palavras, a ordem como os conceitos são expostos. Os autores brasileiros partem das figuras planas e finalizam com os sólidos geométricos. Já as lições de formas de Calkins “inauguram uma nova abordagem: o trabalho simultâneo com formas planas e sólidas no decorrer de todas as séries” (Frizzarini & Leme da Silva, 2016, p. 24).

As duas categorias que sustentam e caracterizam as análises dos livros para o ensino de Geometria no século XIX – participação do desenho à mão livre ou do desenho geométrico e ainda a organização dos conteúdos na obra – serão também examinadas no livro *Geometria (Observação e Experiência)*, de Heitor Lyra da Silva.

---

<sup>10</sup> O livro *Princípios do desenho linear compreendendo os de geometria prática, pelo methodo do ensino mútuo*, publicado em 1829, é uma adaptação feita por A. F. de P. e Iollanda Cavalcanti d’Albuquerque. Recuperado de < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159257>>. A obra *Manual das Escolas Elementares D’Ensino Mútuo*, de 1854, foi traduzida para o português por João Alves Portella. Recuperado de < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135020>>. Finalmente, *Primeiras Lições de Coisas* é o título de obra escrita por Norman Allison Calkins em 1861, traduzida e adaptada ao português por Rui Barbosa e publicada em 1886.

<sup>11</sup> O livro *Desenho linear ou geometria prática popular*, escrito por Abílio César Borges, o Barão de Macahubas, teve a primeira edição em 1876. Recuperado de <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159272>>. A obra *Curso elementar de Desenho Linear*, de 1881, foi escrita por Paulino Martins Pacheco. Recuperado de <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159295>>. O livro *Primeiras noções de geometria prática*, de Olavo Freire da Silva, teve a primeira edição em 1894. Recuperado de <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/169837>>.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

## *Geometria (Observação e Experiência)*

Feita a contextualização do ambiente no qual a proposta para o ensino de Geometria de Heitor Lyra é concebida, assim como uma revisão de estudos que analisam livros publicados em período anterior (final do século XIX), apresentaremos a análise do livro em foco.

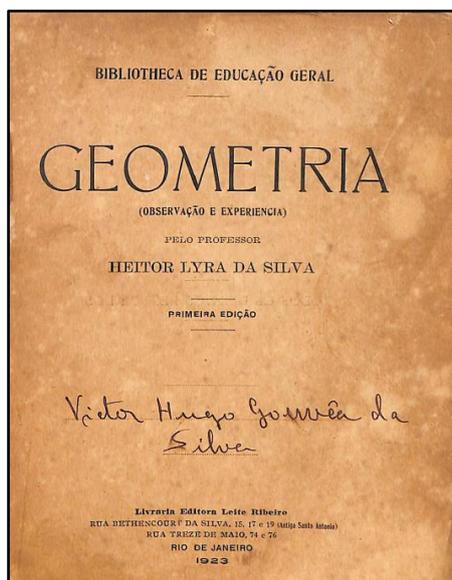


Figura 2: Capa do livro *Geometria (Observação e Experiência)*

A coleção na qual se insere a obra de Heitor Lyra é orientada pelos seguintes princípios: simplificação dos programas, uso de linguagem correta, mas acessível; predomínio da indução sobre a dedução, substituição da memória das palavras pelos fatos, tudo no intuito de tornar o livro atraente aos alunos. Destaca-se, ainda, a dimensão social e política dessa coleção, uma vez que se destina, de acordo com o autor, para alunos das escolas primárias, secundárias e profissionais<sup>12</sup>, e também para os adultos de classes populares que queiram melhorar sua instrução (Silva, 1923). Em 1925, o livro foi aprovado pelo Ministério da Agricultura para ser usado nas Escolas de Aprendizes e Artífices, ou seja, para ser utilizado pelos professores em escolas profissionais (Para o ensino nos estabelecimentos do Ministério da Agricultura, 1925, p. 6). No ano seguinte, o diretor da Instrução Pública no Distrito Federal, Carneiro Leão, promoveu uma ampla reformulação do ensino primário, propondo novos programas e orientações para os professores. A extensa bibliografia recomendada aos professores incluía o livro de Geometria de Heitor Lyra, entre outros de autores estrangeiros, como Laisant, Campbell e Bourlet (Edital, 1926).

Para o exame da proposta, elegemos os constituintes de uma matéria escolar<sup>13</sup> que se

<sup>12</sup> Barbaresco e Costa (2018, p. 910) atestam que o livro foi adquirido pelo Serviço de Remodelação, em 1925 e distribuído para as Escolas de Aprendizes e Artífices (EAA).

<sup>13</sup> Chervel (1990) aborda a história das disciplinas escolares. Entretanto é possível distinguir os termos “disciplina” e “matéria escolar”, de acordo com o nível investigado. Para Forquin (1992), o termo “matéria” é mais neutro, popular e primário, enquanto “disciplina” se direciona mais aos níveis superiores de ensino.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

encontram no livro didático em questão. De acordo com Chervel (1990), um ensino de exposição (de conteúdos), exercícios, práticas de incitação e de motivação. O pesquisador considera ainda que o primeiro componente de uma matéria escolar, na ordem cronológica ou de importância, é a exposição feita, pelo professor ou pelo manual, de um conteúdo de conhecimento cujo peso específico é uma variável histórica que deve ser privilegiada.

Isto posto, cabe perguntar: como Heitor Lyra da Silva expõe os conteúdos no livro *Geometria (Observação e Experiência)*, de modo a interpretar as características identificadoras da coleção? É o próprio autor quem responde a essa indagação, e o faz no texto introdutório de seu livro:

A exposição da matéria está feita segundo o critério que já foi denominado dos **circulos concentricos**, e que consiste em seguir, em vez de uma ordem por assim dizer linear aberta, outra em que se fornece a principio um conhecimento superficial de toda a matéria e se volta depois a cada parte, uma segunda e mesmo uma terceira vez, para estuda-lo com maior minucia.

Obedecendo a essa orientação, não se faz primeiramente o estudo da Geometria plana para só depois abordar o da Geometria no espaço. Ao menos no ensino elementar, não parece racional semelhante ordem: é evidente que existem em Geometria plana numerosas questões muito mais complexas do que outras de Geometria no espaço, e a tendencia moderna deve ser a de abolir essa divisão convencional [ênfase no original]. (Silva, 1923, p. 7)

A exposição dos conteúdos é a primeira ruptura praticada pelo autor, que abandona a organização clássica dos conceitos – de primeiro realizar o estudo da Geometria plana e, num segundo momento, tratar da Geometria no espaço, a ela fazendo severas críticas. A sua proposta coaduna-se com a abordagem defendida por Laisant (1919), segundo a qual o método experimental exige o estudo simultâneo do plano e do espaço. Lyra qualifica a nova orientação como uma tendência moderna.

Ao analisar o índice do livro, constatamos que ele é composto por 42 capítulos, distribuídos em 169 páginas. Os 5 primeiros capítulos expõem conceitos gerais que serão empregados ao longo do livro: (1) extensões geométricas (corpo, linha e superfície), (2) dimensões (medidas), (3) ângulos, (4) posições entre retas e planos entre si e (5) posições entre retas e planos em relação à terra.

Desde os primeiros capítulos, Lyra coloca em prática suas ideias de intercalar conceitos da Geometria plana e espacial. Por exemplo: começa apresentando o ente geométrico corpo, mas não o define no estilo euclidiano. Introduce corpos, como objetos do mundo sensível – uma bola, uma cadeira, um tinteiro –, que ocupam um certo lugar, e superfície como o que “lhe fica em volta”, como uma folha de papel bem fino; já as bordas da mesa limitam uma porção de superfície e são chamadas linhas (Silva, 1923, p. 9). Contornando com um lápis um cubo colocado sobre uma folha de papel, mostra que esse contorno é um quadrado; exemplifica as três dimensões de um corpo como uma caixa que tem largura, espessura e comprimento; usando um esquadro, traz a ideia de ângulos; ilustra, com uma fotografia da estrada ferro do Corcovado, os trilhos do trem, para mostrar o paralelismo de retas; a fim de dar uma ideia de reta vertical, mostra com uma figura o fio de

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

prumo (conforme sugerido por Laisant).

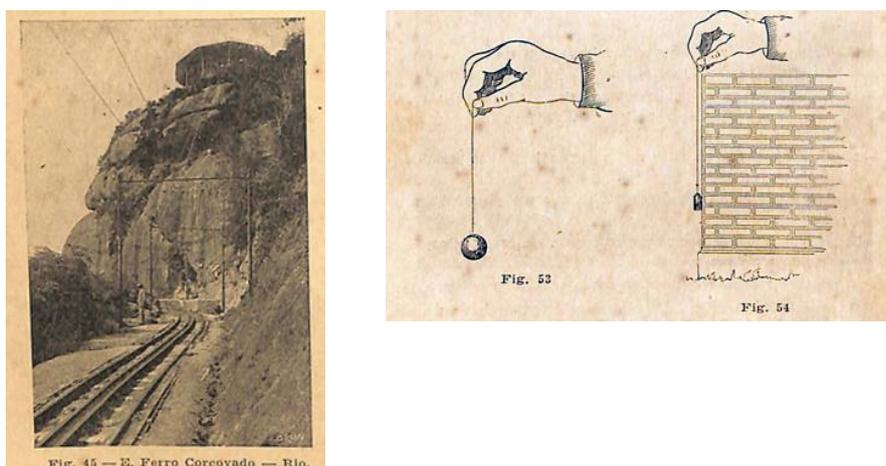


Figura 3: Fotografia da estrada de ferro e fio de prumo

Fonte: Fotografia à esquerda, Silva (1923, p. 26); imagem à direita, Silva (1923, p. 30)

Nos capítulos subsequentes, a nova ordenação e a abordagem do estudo das formas são reafirmadas. A sequência dos títulos dos capítulos evidencia o trabalho simultâneo entre espaço e plano, como se observa no quadro 1:

Quadro 1 – Títulos dos capítulos VI a XXXVIII<sup>14</sup> do livro *Geometria (Observação e Experiência)*

Capítulo	Título	Capítulo	Título	Capítulo	Título
VI	Cubo	XVII	Medidas dos ângulos	XXVIII	Symetria
VII	Paralelepípedo	XVIII	Perpendiculares, Obliquas e Paralelas	XXIV	Noções de volume
VIII	Quadriláteros	XIX	Problemas	XXX	Prisma em geral
IX	Prisma Triangular	XX	Propriedades das cordas. Tangentes	XXXI	Pyramides em geral
X	Triângulos	XXI	Noção de área. Equivalência	XXXII	Polyedros em geral
XI	Pyramide Triangular	XXII	Triangulos	XXXIII	Cylindros em geral
XII	Cylindro	XXIII	Quadriláteros	XXXIV	Cones em geral
XIII	Circulo	XXIV	Polygonos	XXXV	Esphera
XIV	Cone	XXV	Combinações de circulos e arcos	XXXVI	Ângulo inscrito
XV	Esphera	XXVI	Curvas diversas	XXXVII	Polygonos regulares
XVI	Corpos de revolução	XXVII	Semelhança	XXXVIII	Linhas proporcionais

Fonte: Silva (1923)

Analisando o quadro 1, percebemos que os capítulos VI e VII exibem duas figuras geométricas espaciais – o cubo e o paralelepípedo –, porém a apresentação delas é proposta em sintonia com as figuras planas que constituem as suas respectivas faces, ou seja, o quadrado e o retângulo. No capítulo VIII, retomam-se os quadriláteros estudados (quadrado e

<sup>14</sup> Os últimos capítulos são: Agrimensura, Graficos, Perspectiva e Superfície em geral.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

retângulo) e amplia-se o conceito, incluindo o paralelogramo, o losango e o trapézio. Podemos dizer que a proposta indica claramente o ensino de figuras espaciais e planas, de forma articulada. A mesma abordagem observamos nos capítulos seguintes, que discutem prisma triangular, triângulos e pirâmide triangular. É importante ressaltar que, ao longo da obra, ocorre uma retomada de temas já abordados. Isso pode ser constatado, por exemplo, na parte final do livro, onde, em uma sequência de capítulos, figuras espaciais já estudadas são reintroduzidas, com o propósito de sistematização e generalização (prisma geral, pirâmide geral etc.). Situação semelhante ocorre nos capítulos XXII e XXIII, que revisitam e ampliam as propriedades já vistas. Essa abordagem é denominada pelo autor de “círculos concêntricos”.

D’Enfert (2003, p. 35) indica a existência de uma proposta de “ensino concêntrico” para as escolas primárias, que foi formulada por Octave Gréard, em 1869, em Paris. Este autor sugeria que a escola primária fosse dividida em três cursos – elementar, médio e superior – e que neste tipo de ensino “a criança voltaria aos mesmos passos”, aprofundando o conhecimento já adquirido. A estratégia de Gréard era organizar um ensino “concêntrico”, em que os diferentes assuntos, abordados no curso elementar mais superficialmente, seriam aprofundados durante a escolaridade. Em 1871, o então ministro da educação estendeu a proposta de Paris para toda a França, incluindo o princípio do ensino concêntrico nos três cursos. Em 1882, o plano de estudos proposto por Gréard ainda se mantinha e, entre as principais orientações para o ensino estava o uso do “método intuitivo”, que deveria despertar a curiosidade da criança com base em objetos sensíveis, de modo a não negligenciar um caráter prático ao seu ensino (D’Enfert, 2003, p. 55). O programa adotado em 1882 ressalta a importância da observação e do concreto no ensino da Geometria. Não há referência à expressão “círculos concêntricos” no texto de D’Enfert, no que diz respeito ao século XIX e ao início do século XX, porém identificamos uma similaridade com a proposta de Heitor Lyra.

A fim de exemplificarmos a proposta de círculos concêntricos de Lyra, tomaremos o conceito de cubo. Lyra traz o cubo, na página 10 de seu livro, como um dado que tem seis faces, e introduz os termos “arestas” e “vértices”; ou seja, ele apenas mostra ao aluno que existe na empiria um objeto que podemos designar como cubo e nomeia seus elementos. Ele retorna novamente ao cubo, na página 34, apresentando propriedades, como “todas as faces do cubo são iguais”, indicando seu número de arestas e vértices e trazendo uma representação de sua planificação. Ao conceituar prisma, explica que um cubo é um exemplo de prisma (Silva, 1923, p. 41). Na página 122, o cubo reaparece, desta vez como uma unidade de medida de volume e logo a seguir é introduzido o volume de um cubo qualquer (p. 124). O conceito de cubo retorna como um poliedro regular convexo, na página 137, ou seja, ele deixa de ser a representação de um objeto empírico para se tornar, na linguagem matemática, um objeto geométrico mais sofisticado – um poliedro convexo e regular. Finalmente, chega o momento de ensinar como desenhar um cubo (p. 175).

Alain Trouvé (2008) discute a noção de saber elementar a partir de duas abordagens filosóficas: racionalista e empirista. Segundo o autor, a pedagogia racionalista adota como

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

centro as concepções de valores e ideias da razão e do saber, enquanto a pedagogia empirista privilegia a experiência e o sujeito. O autor também ressalta que a primeira abordagem, a racionalista, considera que o simples reside na abstração, enquanto a segunda, a empirista, estima o simples na concretude. A primeira defende que o saber elementar deve estar em acordo com as disciplinas mais abstratas, e como exemplo Trouvé cita a geometria, enfatizando a atividade intelectual; a segunda relaciona-se com as disciplinas mais concretas, como as famosas “lições de coisas”, mobilizando a percepção sensível.

Tendo como referência a conceituação de Trouvé, constatamos que a ordenação de Heitor Lyra não segue a abordagem racionalista, ou seja, a marcha do ensino rompe efetivamente com a máxima de que é preciso esgotar o estudo na Geometria plana para depois investigar a Geometria no espaço, cuja direção parte do simples para o complexo, em uma dedução lógico-formal do ponto de vista da Ciência (postura adotada nos livros de Borges e Freire).

Ao contrário, o livro de Heitor Lyra privilegia a indução (como ressaltado na introdução), de modo a iniciar pelo simples, expresso pela concretude das figuras espaciais do mundo da criança; o caminho do simples para o complexo é alterado na direção do fácil para o difícil. A retomada de uma mesma figura em capítulos distintos possibilita graduar a caracterização dos objetos geométricos em momentos diferenciados.

Um segundo aspecto anunciado no prefácio é a linguagem do livro. Anuncia-se como característica da coleção que os volumes devem “empregar linguagem correta, mas extremamente fácil”. Assim, indagamos: como a obra em análise operacionaliza tal orientação?

A linguagem adotada para designar as figuras geométricas faz conhecer a postura do autor. Cubo é apresentado da seguinte forma: “O corpo que tem a forma de dado chama-se cubo (Fig. 58). Há muitos objetos com a forma do cubo: pesos para papel, dados para jogo de paciência, caixas, etc.” (Silva, 1923, pp.33-34); para obter um círculo, “crava-se no chão uma estaca e nella se amarra um cordel e fazendo-a mover em volta da primeira, com o cordel sempre esticado, fica traçada no chão uma curva fechada que se chama circulo” (p.49); e a pirâmide quadrangular é assim apresentada: “Existem no Egipto há milhares de annos, construções collosaes de pedra com a forma representada na figura. Essa forma se chama pyramide. A maior pyramide do Egipto tem 160 m de altura (Fig.79)” (p. 45).

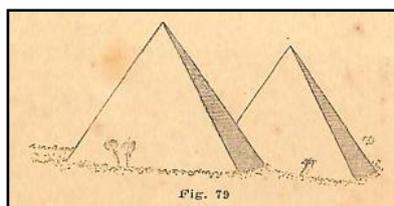


Figura 4: As pirâmides do Egipto

Fonte: Silva (1923, p. 46)

Os três exemplos evidenciam que não é feita a definição formal do objeto geométrico e este é apresentado por meio de similaridades com objetos do contexto cotidiano ou, ainda, Zetetiké, Campinas, SP, v.27, 2019, p.1-18 – e019011

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

mediante descrição de como obter concretamente a figura estudada. Novamente, a opção é por uma linguagem fácil para o aprendiz, no lugar de uma linguagem rigorosa, em conformidade com os princípios de uma definição em Geometria. Isso significa, de acordo com Méray (1903), romper com as adesões antinaturais entre as várias teorias de forma indireta e subordinar o acessório ao principal, começar pelo fácil e caminhar devagar, de modo a penetrar o espírito dos leitores.

O próximo componente de análise é o conjunto de exercícios propostos no livro. Eles se encontram sempre ao final de cada capítulo, em número muito variado (há capítulos sem exercício e outros com 20), constituindo uma revisão e retomada do que foi estudado. Além de uma variedade muito grande no número de exercícios de um capítulo para outro, há também estilos muitos diversificados de propostas, de acordo com o tema e a abordagem do capítulo.

Citamos alguns exemplos, extraídos do capítulo VI, que trata dos Quadriláteros. Ali há um conjunto de perguntas sobre características comuns e diferentes entre os quadriláteros, tais como “Em que se parece um quadrado com um retângulo?” ou “Em que difere um quadrado de um losango?” (Silva, 1923, p. 39). No capítulo de Pyramide Quadrangular, há exercício que envolve atividades práticas: “Construir em cartão uma pyramide tendo por base um quadrado de lado 4 cm e por faces lateraes triangulos isosceles eguaes” (p. 47). Por sua vez, o capítulo de Equivalência de áreas traz problemas como o que segue: “O mercado do Rio de Janeiro occupa um quadrado de 150 m de lado. Qual é a sua área?” (p. 79). Não há na obra uma padronização em relação à abordagem do tema ou ao tipo de exercícios, que apresentam grande diversidade.

Por outro lado, dois dos capítulos não trazem nenhum exercício. Trata-se do capítulo XIX, intitulado “Problemas”, e do capítulo XLII, último do livro, “Superfícies em geral”, que tem somente duas páginas e classifica as superfícies em retilíneas e curvilíneas, como uma síntese sobre o tema. Já o capítulo “Problemas” é composto por cinco construções realizadas com régua e compasso, basicamente de construção de perpendiculares e bissetrizes, muito similar aos problemas do livro *Geometria Prática*, de Olavo Freire, que faz parte da bibliografia apresentada pelo autor ao final do livro. O capítulo é proposto após o estudo dos ângulos, que não aborda bissetriz, e em seguida ao estudo das perpendiculares, oblíquas e paralelas. Assim, podemos interpretar que as construções com régua e compasso propostas complementam os estudos dos capítulos anteriores. Este é o único capítulo do livro que mobiliza o desenho geométrico, as construções com régua e compasso e, coincidentemente, não propõe exercícios para que os alunos realizem construções. Podemos conjecturar que os traçados nos problemas cumprem somente a finalidade de permitir que os alunos conheçam o processo de algumas construções, sem, contudo, ter necessidade de executá-las.

Quanto às práticas de incitação e de motivação, o livro sugere muitas atividades práticas de trabalhos manuais, como, por exemplo, a cartonagem ou a modelagem de sólidos. Para exemplificar, o prisma triangular é apresentado da seguinte forma: “Tome um paralelepipedo, de sabão, por exemplo. Cortando-o ao meio com uma faca, de modo que o corte passe por duas arestas opostas, A e C, ele fica dividido em dous corpos eguaes que se

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

chama prisma triangulares” (Silva, 1923, p.40).

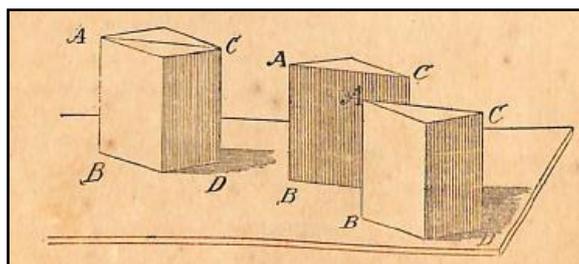


Figura 5: Prismas

Fonte: Silva (1923, p. 40)

Na página seguinte, é dado o molde do prisma, com a indicação: “Póde-se construir um prisma triangular como mostra a figura, desenhando uns ao lado dos outros, tres rectangulos e dous triangulos, recortando, dobrando e colando em seguida (Fig. 71)” (Silva, 1923, pp. 41-42)

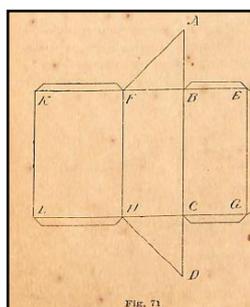


Figura 6: Planificação do prisma

Fonte: Silva (1923, p. 41)

A presença de trabalhos manuais, como a cartonagem e a modelagem, permite a observação e o tato do sólido, de modo a identificar suas propriedades; a concretude do objeto no momento inicial da exploração das figuras é elemento importante na proposta metodológica que valoriza o sentido, as coisas e a experiência.

Frizzarini (2018) analisa a articulação entre os saberes matemáticos e os trabalhos manuais no estado de Rio de Janeiro entre 1890 e 1946 e identifica dois movimentos distintos: um primeiro, pautado pela Pedagogia Moderna, em que a matéria Trabalho Manual utiliza saberes matemáticos na confecção de objetos, mas não com a finalidade de fornecer indícios para ensinar tais saberes; e um segundo, caracterizado pelos preceitos da Pedagogia da Escola Nova, no qual os trabalhos manuais têm seus conteúdos disseminados nas outras matérias, como se evidencia no livro de Heitor Lyra. Novamente, a presença deste segundo movimento em uma obra de 1923 revela caráter inovador, visto que os preceitos da Pedagogia da Escola Nova se intensificaram, no Brasil, a partir da década de 1920.

Também pode ser interpretada como prática de motivação para o ensino outra característica da obra: a presença de fotografias de paisagens ou lugares, ao longo do livro em geral, imagens da cidade do Rio de Janeiro, que são utilizadas na abordagem das formas geométricas, como é o caso da foto do Pão de Açúcar para explicar o plano horizontal: “a

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

superfície do oceano ou mesmo de um grande lago, é curva porque a Terra é curva, mas a pequena porção dessa superfície que a nossa vista pôde alcançar deve ser considerada como um plano (fig. 55)” (Silva, 1923, p. 31).

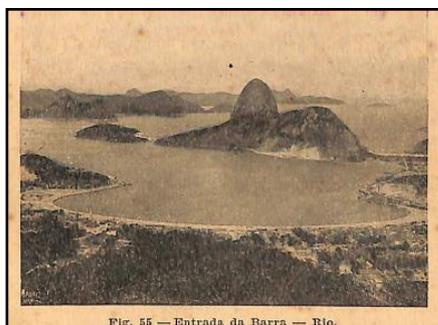


Figura 7: Estrada da Barra

Fonte: Silva (1923, p. 31)

A fim de estimular a capacidade de observação e trazê-la para o ensino da Geometria, o autor insere 15 fotografias, a maioria imagens da cidade do Rio de Janeiro. Prédios públicos são apresentados não apenas como mais uma edificação, mas conduzem o olho do observador a ver a sua forma e identificá-la como uma representação de sólido geométrico. Por exemplo: ao introduzir o conceito de paralelepípedo, Silva (1923, p. 36) diz: “[...] tem a forma de um tijolo, de um caixote”, e logo a seguir introduz a fotografia do Palácio do Catete e a planificação do paralelepípedo.



Figura 8: Palácio do Catete

Fonte: Silva (1923, p. 36)

O caráter experimental, que ele mobiliza no título do livro, pode ser observado em numerosas e variadas atividades propostas, que assim podem ser exemplificadas: para traçar um ângulo reto, propõe usar um instrumento de carpinteiro ou realizar dobraduras numa folha de papel (Silva, 1923, p. 21); para construir uma pirâmide, sugere desenhar no chão um quadrado, traçar as diagonais e no ponto central colocar um mastro, cravar quatro estacas nos vértices e cobrir tudo com um pano de lona – assim se forma a barraca de campo (p. 47); traça uma circunferência, como fazem os jardineiros ao construírem canteiros circulares, usando uma estaca e um fio (p. 50); para compreender o teorema de Pitágoras, utiliza um papel quadriculado e o traçado de dois quadrados, conforme figura 9. E repete a experiência

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

para outros triângulos (p. 85):

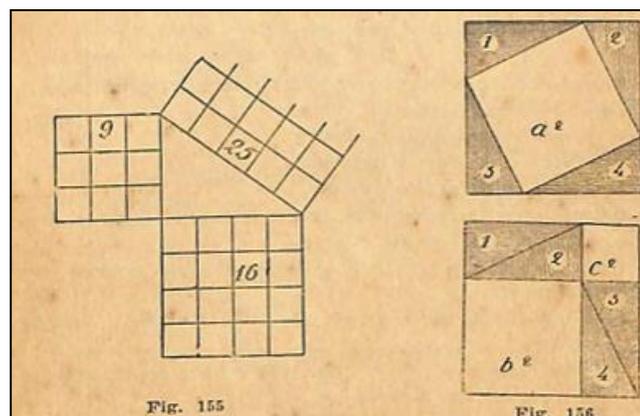


Figura 9: Teorema de Pitágoras

Fonte: Silva (1923, p. 85)

Há ainda atividades de medidas, como calcular a área de uma figura qualquer por meio de uma balança sensível e papel cartão; usar o papel quadriculado para encontrar aproximadamente áreas de figuras quaisquer; calcular o volume de um corpo qualquer, usando uma proveta graduada e água; calcular a altura de uma árvore, fincando no chão uma estaca e comparando a sombra da árvore com a da estaca, pela semelhança de triângulos. Existem também propostas de construção de figuras geométricas, como a elipse, cravando duas estacas no chão e amarrando um cordel mais comprido que a distância focal, onde estão as estacas; estudos de simetria e construção de um polígono estrelado por meio de dobraduras no papel. Essas, entre tantas outras. A quantidade e a diversidade de situações apresentadas ao longo do livro, que convidam os alunos a realizarem práticas experimentais, são significativas e marcam a proposta de ensino de Geometria.

As propostas de um ensino de geometria modernizante formuladas por Heitor Lyra não se restringiram ao livro didático que escreveu, pois aparecem nos novos programas para o ensino primário diurno, desenvolvido pela Diretoria Geral de Instrução Pública. Entre os especialistas que colaboraram na organização da proposta encontra-se Heitor Lyra da Silva. Além dos programas de ensino, as normativas contemplam as orientações profissionais para os professores guiarem o ensino. Especificamente, leem-se as recomendações de como ensinar geometria:

I. A geometria deve ser ensinada de modo intuitivo quase exclusivamente com auxílio da observação e mesmo da experiência. Os princípios fundamentais, estabelecidos por evidência; as demonstrações, sempre que possível, feitas experimentalmente; e as conclusões, encontradas pelos alunos para habituá-los a investigar e raciocinar.

II. Serão aproveitadas todas as ocasiões para fazer aplicações práticas de interesse na vida real e de forma a relacionar os conhecimentos de geometria aos adquiridos em outras ordens de estudos, especialmente em arithmetica, physica e cosmografia. Os exercícios de modelagem e de armação em papel acompanharão o ensino da geometria.

III. O programma está mais ou menos organizado pelo principio de concentricidade: cada capítulo é tratado sucessivamente nos diversos anos, voltando-se várias vezes ao

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

mesmo assunto. Assim está feito com as noções de área, volume, semelhança, symetria etc. que se acham distribuídos gradualmente em todo o curso. (Directoria Geral de Instrução Publica, 1926, p. 7)

## Considerações finais

As questões norteadoras do presente artigo, quais sejam, caracterizar a proposta modernizadora de Heitor Lyra e identificar elementos que o aproximam e o diferenciam de referências estrangeiras e daquelas em circulação no País evidenciam-se pela escolha das palavras-chave – observação e experiência. Não é por acaso que elas integram o título da obra, uma vez que servem para realçar sua proposta para o ensino de Geometria em sintonia com princípios preconizados pelos autores franceses. Certamente, os princípios pedagógicos defendidos por Méray, Laisant e Bourlet atravessaram o Atlântico, e Heitor Lyra deles se apropriou, ao escrever seu livro *Geometria (Observação e Experiência)*.

Méray defende enfaticamente a necessidade da observação antes da conceitualização, de graduar o ensino segundo o ritmo dos alunos, que deve ser o “guia” do ensino; Laisant privilegia a experiência (abordagem empirista) no lugar do método clássico (abordagem racionalista), o que obriga à articulação dos estudos do plano e do espaço; e Bourlet destaca a importância da experiência ligada ao cotidiano e aos problemas práticos. Apoiado no ensino “concêntrico” sugerido por Gréard, Lyra inova quando usa a expressão “círculos concêntricos”, para apresentar os conceitos geométricos. Sem desconsiderar apropriações de outros autores que devem ter colaborado na elaboração do livro, os autores franceses participam da produção criativa de Heitor Lyra de forma indireta, visto que nenhum deles elaborou obra didática para o ensino elementar da Geometria.

No que diz respeito às diferenças, os elementos mobilizados na análise do livro *Geometria (Observação e Experiência)* – ensino de exposição, exercícios e práticas de incitação e motivação – indicaram características inovadoras, distintas das que aparecem em livros da época destinados ao ensino de Geometria e já mencionados aqui. Em especial, um ponto se destaca na obra: a quase ausência do desenho, seja do desenho à mão livre ou do desenho geométrico, como suporte para introduzir os conceitos geométricos, em especial, as formas geométricas, marca dos livros do século XIX. No lugar do desenho, inserem-se os trabalhos manuais, para serem executados, observados, explorados na iniciação do estudo das formas; e as imagens fotográficas de lugares que ajudam na representação dos conceitos abordados, em especial nos primeiros capítulos do livro.

A inserção de novas atividades e práticas pedagógicas como as elaboradas por Lyra certamente confere ao livro *Geometria (Observação e Experiência)* o atributo de manual inovador, indicador de período de turbulência e crises na cultura escolar, como aponta Chervel. A sua incorporação efetiva aos programas de ensino e às práticas pedagógicas dos professores exige longo prazo e outras análises. No entanto, podemos observar, em propostas e práticas atuais para o ensino de Geometria, heranças de um engenheiro inserido num movimento amplo de atuação política e social para repensar a educação no Brasil. Nesse

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

sentido, Lyra é um exemplo de agente intermediário nas transferências culturais, contextualizando as ideias pedagógicas francesas para o cenário brasileiro.

## Referências

- Barbaresco, C. S., & Costa, D. A. (2018). Os saberes para ensinar e saberes a ensinar aritmética na Escola de Aprendizizes Artífices de Santa Catarina. *Revista Diálogo Educacional*, 18(58), 890-921.
- Bourlet, C. (1907). *Cours abrégé de Géométrie. I. Géométrie Plane* (2a ed.). Paris: Hachette.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177-229.
- Dassie, B. A., & Carvalho, J. B. P. F. (2010). Euclides Roxo: engenheiro, professor, intelectual e educador matemático. *Bolema*, 23(35A), 137-158.
- Edital. (1926). *Jornal do Brasil*, 23 de junho, 20.
- D'Enfert, R. (2003). *l'enseignement mathématique a l'école primaire de la révolution à nos jours* (Tome 1: 1791-1914). Paris: Institut National de Recherche Pédagogique.
- Directoria Geral de Instrução Publica. (1926, fevereiro). *Jornal do Brasil*, 25 de fevereiro, 7.
- Espagne, M. (1999). *Les transferts culturels franco-allemands*. Paris: PUF.
- Fontaine, A. (2014). Pedagogia como transferência cultural no espaço franco-suíço: mediadores e reinterpretações de conhecimento (1850-1900). *História da Educação*, 18(42), 187-207.
- Forquin, J. C. (1992). Saberes escolares, imperativos didáticos e dinâmicas sociais. *Teoria & Educação*, (6), 28-49.
- Frizzarini, C. R. B., & Leme da Silva, M. C. (2016). Saberes geométricos de Calkins e sua apropriação nos programas de ensino dos grupos escolares paulistas. *Revista Brasileira de História da Educação*, 16(3[42]), 10-35.
- Frizzarini, C. R. B. (2018). *Saberes matemáticos na matéria Trabalhos Manuais: processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960)* (Tese Doutorado em Ciências). Universidade Federal de São Paulo, São Paulo.
- Gomes, M. L. M. (2011). Lições de coisas: apontamentos acerca da geometria no manual de Norman Allison Calkins (Brasil, final do século XIX e início do XX). *Revista Brasileira de História da Educação*, 11(26), 53-80.
- Gomes, C. A. (2015). *Os engenheiros da Associação Brasileira de Educação (ABE): confluências entre as ideias educacionais e urbanas na cidade do Rio de Janeiro nos anos iniciais do século XX* (Dissertação de Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654092>

- Laisant, C. (1919). *Iniciação matemática* (Henrique Schindler, Trad., 2a ed.). Lisboa: Guimarães.
- Leme da Silva, M. C. (2018). Práticas de desenho e saberes geométricos nos manuais escolares do século XIX. *Pro-Posições*, 29(2[87]), 352-369.
- Matasci, D. (2016). A França, a escola republicana e o exterior: perspectivas para uma história internacional da educação no século 19. *História da Educação*, 20(50), 139-155.
- Meray, C. (1903). *Nouveaux éléments de géométrie* (2a ed.). Dijon: P. Jobard.
- Para o ensino nos estabelecimentos do Ministerio da Agricultura (1925). *Jornal do Brasil*, 9 de abril, 6.
- Rodrigues, H. (2010). Transferência de saberes: modalidades e possibilidades. *História: Questões & Debates*, (53), 203-255.
- Silva, H. L. (1923). *Geometria (Observação e Experiência)*. Rio de Janeiro: Livraria Editora Leite Ribeiro.
- Trouvé, A. (2008). *La notion de savoir élémentaire à l'école*. Paris: L'Harmattan.
- Valente, W. R. (2007). *Uma história da matemática no Brasil (1730-1930)* (2a ed.). São Paulo: Annablume.