

Diego Bonkowski de La Sierra Audiffred

**SIMULAÇÃO MULTIFÍSICA DOS EFEITOS DE
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM MATERIAIS
COMPÓSITOS USADOS NO SETOR AEROESPACIAL**

Dissertação submetida ao Programa
de Pós Graduação em Engenharia e
Ciências Mecânicas para a obtenção
do Grau de Mestre.

Orientador Xisto Lucas Travassos Ju-
nior

Universidade Federal de Santa Cata-
rina: Prof. Dr.

Coorientadora Talita Sauter Possa-
mai

Universidade Federal de Santa Cata-
rina: Prof. Dra.

Joinville

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Audiffred, Diego Bonkowski de La Sierra
Simulação multifísica dos efeitos de descargas
atmosféricas em materiais compósitos usados no setor
aeroespacial / Diego Bonkowski de La Sierra
Audiffred ; orientador, Xisto Lucas Travassos
Junior, coorientadora, Talita Sauter Possamai, 2018.
146 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Campus Joinville, Programa de Pós
Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas,
Joinville, 2018.

Inclui referências.

1. Engenharia e Ciências Mecânicas. 2. Compósito
de fibra de carbono. 3. Descargas atmosféricas. 4.
Simulação multifísica. I. Travassos Junior, Xisto
Lucas . II. Possamai, Talita Sauter. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas. IV.
Título.

Diego Bonkowski de La Sierra Audiffred

**SIMULAÇÃO MULTIFÍSICA DOS EFEITOS DE
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM MATERIAIS
COMPÓSITOS USADOS NO SETOR AEROESPACIAL**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas.

Joinville, 11 de julho 2018.

Prof. Breno Salgado Barra, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Xisto Lucas Travassos Junior, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Talita Sauter Possamai, Dra.
Coorientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Viviane Lilian Soethe, Dra.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Kleber Vieira de Paiva, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Sérgio Luciano Avila, Dr.
Instituto Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado à minha família
e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e por ser minha fonte de paz e tranquilidade, principalmente nos momentos mais difíceis.

Agradeço igualmente à minha família por me apoiar nas minhas decisões, por tornarem meus dias melhores e pelo amor incondicional.

Gostaria de agradecer aos meus amigos pelos momentos de descontração e companherismo, tornando a vida mais leve.

Agradeço a todos do Laboratório de Sistemas Embarcados (LSE), no qual realizei minha pesquisa, pela boa companhia e momentos de apoio. Em especial às alunas Êmili Bohrer e Gabriella Narciso, que me auxiliaram em algumas etapas deste trabalho.

Sou grato também ao meu orientador, Lucas Travassos, e à minha coorientadora, Talita Possamai, pela dedicação e paciência que tiveram para tornar este trabalho exequível.

Gostaria de agradecer também aos professores que sempre se mostraram acessíveis e dispostos a ajudar. Do mesmo modo, sou grato à secretaria da pós-graduação pelo atendimento sempre atencioso e prestativo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) pela bolsa de estudos de mestrado.

E a todos os demais que direta ou indiretamente ajudaram na minha formação e amadurecimento.

”Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”.

(Isaac Newton)

RESUMO

O presente trabalho refere-se a uma modelagem numérica de efeitos eletromagnéticos e térmicos, causados por descargas atmosféricas, em modelos de materiais compósitos de fibra de carbono. Tais materiais são amplamente utilizados na indústria aeronáutica, sendo inclusive aplicado na estrutura primária de aeronaves. Assim, este estudo apresenta uma importância substancial para a indústria aeronáutica. Por este motivo, normas desse setor são consideradas na definição de características da descarga atmosférica empregada nas simulações. Contudo, há outros setores que podem se beneficiar deste tema, como por exemplo, a indústria de aerogeradores. Neste trabalho, é mostrado primeiramente alguns estudos recentes relacionados ao estudo dos efeitos de descargas atmosféricas em estruturas de aeronaves de compósitos, assim como algumas soluções adotadas para mitigar tais efeitos. Também são apresentadas propriedades térmicas e elétricas de materiais compósitos de fibra de carbono, baseadas em dados disponíveis na literatura. Utilizou-se o método de diferenças finitas para a solução numérica das equações diferenciais relacionadas a este problema, sendo apresentado o equacionamento utilizado, assim como as considerações feitas para a modelagem do problema físico, do material simulado e suas propriedades físicas. Os resultados mostram que a distribuição de densidade de corrente acompanha a orientação da fibra de carbono, além de estar mais concentrada nas primeiras camadas do material. Para a parte térmica foi observado valores relativamente elevados de temperatura, mas com ocorrência pontual.

Palavras-chave: Compósito de fibra de carbono 1. Descargas atmosféricas 2. Simulação multifísica 3.

ABSTRACT

This work presents the thermal and electromagnetic effects of lightning strikes on models of carbon fiber composite materials. Such materials are widely used in the aerospace industry, including in the primary structure of aircraft. Therefore, this study has a substantial significance for this sector. For this reason, standards from this sector are taken into account for the definition of some characteristics of the lightning strike employed in the simulations. However, there are other areas that may benefit from this study, for instance, the wind turbines industry. In this work it is first presented some recent studies related to the analysis of lightning strike effects on composite aircraft, several solutions that may reduce these effects are presented as well. It is also shown the thermal and electrical properties of carbon fiber composites based on data available in the literature. The finite difference method has been used for the numerical approach of the differential equations related to this problem, which is presented along with the modeling of the material and its physical properties. The results obtained show the current density following the fiber orientation, which is found concentrated in the first layers of the material. From the thermal simulation, relatively high temperatures were observed, but only in specific points of the mesh representing the material

Keywords: Carbon fiber composite 1. Lightning strike 2. Multiphysics simulation 3.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Quantidade de artigos encontrados a cada ano na base de dados Scopus a respeito do tema descargas atmosféricas em aeronaves de materiais compósitos.	33
Figura 2	Componentes da corrente de descargas atmosféricas.	38
Figura 3	Transformada de Fourier da componente A.	39
Figura 4	Zonas de incidência de descargas atmosféricas.	40
Figura 5	Materiais presentes na estrutura da aeronave Boeing 787.	44
Figura 6	Modelos de camadas equivalente para representar um material compósito, (a) Modelo não homogêneo de três camadas; (b) Modelo homogêneo de três camadas e; (c) Modelo homogêneo de uma camada.	46
Figura 7	Valores de resistividade elétrica volumétrica das fibras de carbono HTA40 e T700S (sem resina) para diferentes temperaturas.	50
Figura 8	(a) estrutura de um material heterogêneo e (b) o circuito de resistência térmica equivalente.	57
Figura 9	Elemento fundamental utilizado na analogia entre transferência de calor e carregamento cisalhante.	58
Figura 10	Elemento fundamental utilizado na obtenção de k_{22} no modelo térmico de Springer.	58
Figura 11	Aparato experimental utilizado por Behzad e Sain (2007) nas medições de propriedades térmicas de compósitos de fibra de carbono.	62
Figura 12	Condutividade térmica de compósitos de fibra de carbono, obtidas experimentalmente por Shim, Seo e Park (2002), para as direções (a) paralela e (b) perpendicular à direção das fibras.	63
Figura 13	Valores de calor específico de compósitos de fibra de carbono, obtidos por meio de análise experimental pelos autores Shim, Seo e Park (2002).	63
Figura 14	Esquema do aparato experimental desenvolvido por Sweating e Liu (2004) para medições de condutividade térmica no plano da direção das fibras.	64
Figura 15	Esquema do aparato experimental desenvolvido por Sweating e Liu (2004) para medições de condutividade térmica transversal ao plano da direção das fibras.	65
Figura 16	Condutividade térmica em função da temperatura no	

plano de direção das fibras e na direção da espessura do material. Valores obtidos experimentalmente por Sweeting e Liu (2004).....	66
Figura 17 Valores experimentais de calor específico da fibra de carbono TC2 rayon-based.....	70
Figura 18 Valores experimentais de calor específico da fibra de carbono PANEX 33 - PAN-based.	70
Figura 19 Valores de condutividade térmica para as fibras de carbono rayon-based, PAN-based e pitch-based.	71
Figura 20 Condutividade térmica de diferentes fibras de carbono em função da temperatura.....	72
Figura 21 Relação entre condutividade térmica e condutividade elétrica de uma fibra de carbono PAN-based a uma temperatura de 298,15 K.	73
Figura 22 Fluxograma da metodologia aplicada neste estudo.....	76
Figura 23 Célula de Yee, localização dos campos eletromagnéticos.	80
Figura 24 Circuito térmico representando a troca de calor entre o compósito e o ambiente externo.....	86
Figura 25 Configuração do modelo usado para simulação da descarga atmosférica.....	90
Figura 26 (a) Forma de onda da corrente e (b) parcela da forma de onda, considerando o tempo de até $6,4\mu s$	91
Figura 27 Sequência de empilhamento adotada neste trabalho....	92
Figura 28 Distribuição de densidade de corrente aplicando-se células prismáticas triangulares.....	94
Figura 29 Distribuição de densidade de corrente aplicando-se células prismáticas retangulares	95
Figura 30 Dimensões da antena de microfita.....	99
Figura 31 Comparação de resultados do desempenho de antena de microfita impressa em substrato de material isotrópico.....	100
Figura 32 (a) Condições de contorno e (b) distribuição de temperatura.....	102
Figura 33 Distribuição de densidade de corrente para a (a) primeira camada e (b) segunda camada de um material isotrópico.....	105
Figura 34 Distribuição de densidade de corrente para as duas primeiras lâminas de uma placa de compósito. Primeira camada com fibras orientadas a 90° (a); segunda camada com fibras orientadas a 0° (b).....	107
Figura 35 Distribuição de densidade de corrente na direção da es-	

pessura do material CFC.....	107
Figura 36 Distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material CFC.....	108
Figura 37 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 0°, obtidas no tempo de 30μs	108
Figura 38 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 90°, obtidas no tempo de 30μs	109
Figura 39 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 45°, obtidas no tempo de 30μs	109
Figura 40 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à -45°, obtidas no tempo de 30μs.....	110
Figura 41 Distribuição de densidade de corrente para as quatro primeiras lâminas de uma placa de compósito: 45° (a), 90° (b), -45° (c) e 0° (d).....	111
Figura 42 Distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material CFC.....	111
Figura 43 Análise de refino de malha.....	112
Figura 44 Análise do perfil de temperatura ao longo do eixo y....	114
Figura 45 Análise do perfil de temperatura ao longo do eixo x....	114
Figura 46 Perfil da fonte de calor ao longo do eixo y	115
Figura 47 Perfil da fonte de calor ao longo do eixo x	115
Figura 48 Perfil de temperatura vs perfil Cp	116
Figura 49 Distribuição de temperatura para as quatro primeiras lâminas de uma placa de compósito: 45° (a), 90° (b), -45° (c) e 0° (d).....	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Valores típicos de condutividade elétrica para materiais CFC utilizados na indústria aeronáutica.	51
Tabela 2	Valores de resistência e condutividade elétrica para um material CFC, obtidos experimentalmente por meio da técnica de quatro pontas.....	54
Tabela 3	Valores de resistividade elétrica para um material CFC, obtidos experimentalmente, para frequências de até 300 MHz.....	55
Tabela 4	Condutividade térmica, obtida pela técnica TPS, do compósito contendo fibra de carbono Fortafil 243.....	67
Tabela 5	Condutividade térmica, obtida pela técnica TPS, do compósito contendo fibra de carbono Panex 30.....	68
Tabela 6	Calor específico e densidade do compósito de fibra de carbono, AS/3501-6, em função da temperatura.....	69
Tabela 7	Valores de condutividade térmica adotados para este trabalho.....	93
Tabela 8	Análise de desempenho de uma antena de microfita impressa em substrato de compósito.....	101
Tabela 9	Resultados obtidos no processo de validação do código desenvolvido para meios isotrópicos, cujo resultado é comparado com a solução analítica apresentada na Equação 4.2.....	102
Tabela 10	Dimensões das malhas consideradas na análise de refino de malha.....	112
Tabela 11	Resultados obtidos para a simulação da descarga atmosférica com pico de corrente de 3 kA.....	117

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletrônicos e Eletricistas
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
SAE	Sociedade de Engenheiros da Mobilidade
RTCA	<i>Radio Technical Commission for Aeronautics</i>
FAA	<i>Federal Aviation Administration</i>
EUROCAE	<i>European Organisation for Civil Aviation Equipment</i>
CFC	Compósito de Fibra de Carbono
TPS	<i>Transient Plane Source</i>
ABC	<i>Absorbing Boundary Conditions</i>
PML	<i>Perfect Matched Layers</i>
FDTD	<i>Finite-Difference Time-Domain</i>
CFL	<i>Courant-Friedrichs-Lewyt</i>
ADI	<i>Alternating-Direction Implicit</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

i	Corrente elétrica
I_0	Constante de corrente
α	Constante temporal
β	Constante temporal
t	Tempo
e	Número de Euler
ϵ	Permissividade elétrica
g	Volume relativo ocupado pela fibra de carbono
D	Diâmetro da fibra de carbono
P	Distância entre duas fibras de carbono consecutivas somada ao diâmetro que essas fibras possuem
l	Espessura
ρ_{el}	Resistividade elétrica do compósito
ρ_{el}^0	Resistividade elétrica do compósito à temperatura ambiente
T_0	Temperatura do compósito à temperatura ambiente
α_T	Coefficiente térmico para cálculo da resistividade elétrica
σ	Condutividade elétrica
θ	Orientação da fibra de carbono em um material compósito
S	Área transversal do laminado de compósito
N	Número de lâminas que formam o material compósito
ν	Fração volumétrica
φ_{crit}	Limiar de percolação
u	Expoente crítico
L_e	Distância entre eletrodos
R_e	Resistência elétrica
Ac	Área de contato
k	Condutividade térmica
T	Temperatura
\bar{q}	Taxa média de transferência de calor
a	Comprimento
b	Altura
h	Largura

C	Coefficiente
D_e	Coefficiente
ψ	Fator de forma
ν_r	Razão entre frações volumétricas
C_p	Calor específico
Q	Energia na forma de calor
q	Fluxo de calor
q''	Fluxo de calor por unidade de área
m	Massa
H	Campo magnético
E	Campo elétrico
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo
J	Densidade de corrente elétrica
\dot{Q}_{perdas}	Perdas de Energia
R	Resistência Térmica
A	Área
L	Distância
h_c	Coefficiente de transferência de calor por convecção
h_r	Coefficiente de transferência de calor por radiação
ϵ_T	Emissividade
σ_B	Constante de Stefan-Boltzmann
ρ	Massa específica
I_s	Fonte de corrente

Unidades e Prefixos

A	Ampere
s	Segundo
G	Giga
k	Quilo
Hz	Hertz
K	Kelvin
S	Siemens
m	Metro
Ω	Ohms
cm	Centímetro

<i>W</i>	Watts
$^{\circ}C$	Graus Celsius
<i>g</i>	Gramma
<i>J</i>	Joule
<i>N</i>	Newton
<i>C</i>	Coulomb
<i>F</i>	Faraday
<i>T</i>	Tesla

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	OBJETIVOS	31
1.1.1	Objetivo Geral	31
1.1.2	Objetivos Específicos	32
2	DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS UTILIZADOS EM AERONAVES	33
2.1	NORMAS	37
2.2	MODELAGEM DE MATERIAIS COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO	43
2.3	CONDUTIVIDADE ELÉTRICA DE COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO	48
2.3.1	Modelos analíticos para obtenção da condutividade elétrica de materiais CFC	51
2.3.2	Métodos experimentais para obtenção da condutividade elétrica de materiais CFC	53
2.4	PROPRIEDADES TÉRMICAS DE COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO	55
2.4.1	Propriedades térmicas de materiais compósitos obtidas com base em seus componentes constitutivos	55
2.4.2	Propriedades térmicas de materiais compósitos obtidas experimentalmente	61
2.5	MODELAGEM DA DESCARGA ATMOSFÉRICA	72
3	METODOLOGIA	75
3.1	MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS	77
3.1.1	Atualização numérica dos campos eletromagnéticos	79
3.1.2	Atualização numérica da distribuição de temperatura	82
3.2	MODELO DE ESTUDO	89
3.3	HIPÓTESES ADOTADAS	94
4	VALIDAÇÃO NUMÉRICA	99
5	RESULTADOS	105
5.1	SIMULAÇÕES ELETROMAGNÉTICAS	105
5.2	SIMULAÇÕES TÉRMICAS	112
6	CONCLUSÃO	119
7	TRABALHOS FUTUROS	121

REFERÊNCIAS	123
APÊNDICE A – Solução geral da equação 3.10 para a componente E_x^{n+1}	133
APÊNDICE B – Localização das componentes do campo elétrico e magnético na célula de Yee	137
APÊNDICE C – Interpolação das componentes do campo elétrico	141
APÊNDICE D – Discretização das derivadas dos campos magnéticos.....	145

1 INTRODUÇÃO

Existem várias operações de segurança com o objetivo de evitar que aviões se encontrem sob condições de tempestades durante seu voo. Contudo, de acordo com Wang et al. (2016) estima-se que um avião é atingido por descargas atmosféricas a cada 1000 a 1500 horas de voo, Gou et al. (2010) considera que isso ocorre num intervalo de 1000 a 10000 horas de voo. Um intervalo ainda maior é reportado por Metwally et al. (2006), estimando que tal fenômeno ocorre entre 1000 e 20000 horas de voo. Porém, de modo geral, esses mesmos autores consideram que cada aeronave é atingida por descarga atmosférica uma vez por ano aproximadamente.

Noventa por cento da incidência de descargas atmosféricas em aeronaves ocorrem com o próprio avião induzindo esse efeito, e os outros dez por cento ocorrem quando ele intercepta um canal de descarga atmosférica formado naturalmente (METWALLY et al., 2006).

Wang et al. (2014) ainda indica que aeronaves que percorrem curtas distâncias possuem uma probabilidade maior de serem atingidas por descargas atmosféricas, comparadas com as que percorrem longas distâncias, isto está relacionado à altitude de cruzeiro desses tipos de aeronaves. De acordo com o mesmo autor, vários acidentes aéreos decorrem dos efeitos causados pelas descargas atmosféricas na aeronave.

De acordo com o mesmo autor, até o ano de 2014 foram registradas mais de 2500 aeronaves danificadas pela incidência de descargas atmosféricas. Um dos acidentes mais graves até então registrados ocorreu em 1963, com um Boeing 707, onde uma descarga atmosférica atingiu o tanque de combustível. Este incidente ocasionou a explosão do tanque e em consequência disso, a morte de 81 pessoas (INPE, 2016).

Os efeitos de descargas atmosféricas em aeronaves podem ser classificados em duas categorias principais: efeitos diretos e indiretos. Os efeitos diretos estão relacionados com o dano físico ocasionado na região de contato entre o raio e o avião, e os efeitos indiretos são os associados com interferências eletromagnéticas (WANG et al., 2016) .

Até o fim da década de 60, os aviões eram essencialmente construídos com materiais metálicos nas estruturas das aeronaves, algo considerado ideal para auxiliar no deslocamento da corrente elétrica e redução do efeito Joule durante a descarga. Porém, com o desenvolvimento de novos materiais e visando a redução de peso das aeronaves para menor custo de operação, aos poucos passou-se a utilizar materiais compósitos.

Materiais compósitos são formados pela combinação de diferentes materiais que se encontram separados por uma interface distinta, porém se comportam como sendo um único material. Como resultado dessa combinação, obtém-se um material com propriedades superiores às que os materiais originalmente possuíam (CORNSWEET, 1970).

Em 2005, mais de 35% dos aviões já eram construídos com materiais compósitos (FAA, 2012). Estes materiais, por sua vez, possuem características anisotrópicas e baixos valores de condutividades térmica e elétrica comparado aos metais, apresentam assim, um grande aumento de temperatura, serão então danificados sob condições de descargas atmosféricas (ERIKSSON, 2016). Wang et al. (2016) explica que fibras de carbono em uma matriz de resina possuem resistência elétrica duas mil vezes maior do que o alumínio.

De acordo com Wang et al. (2014), estudos mostram que tais descargas podem induzir a quebra das fibras do material compósito, trincas e deslaminagem da matriz, acompanhada por ablação e decomposição térmica. Gou et al. (2010) acrescenta que os efeitos diretos da descarga incluem vaporização da resina na área de primeiro contato com a aeronave, com possível queima através do laminado. Quanto aos efeitos indiretos, equipamentos susceptíveis a interferência eletromagnética (campos de alta intensidade) podem ser danificados e até mesmo destruídos.

Do que se observa na literatura, grande parte dos estudos sobre descargas atmosféricas em materiais compósitos são voltados à busca de soluções para mitigar os efeitos desse fenômeno, e à avaliação de sistemas de proteção por meio de testes experimentais. No entanto, também considera-se importante o desenvolvimento de modelos numéricos que permitam avaliar tais efeitos em materiais compósitos, os quais podem inclusive serem utilizados para avaliar novos sistemas de proteção, reduzindo a necessidade de testes experimentais.

Nesse sentido, alguns estudos tem sido desenvolvidos, mas muitos desses não levam em consideração a característica multifísica desse problema. Sendo os efeitos eletromagnéticos e térmicos normalmente estudados de modo independentes. No intuito de compreender melhor esses efeitos, propõe-se uma análise por meio de simulação numérica integrando o efeito eletromagnético e térmico.

Dos estudos observados na literatura sobre esse tema, apenas dois deles são de autores brasileiros. O primeiro deles desenvolvido por engenheiros da Embraer e alunos do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), no qual os autores avaliam numericamente, por meio de um software comercial, o impacto de descargas atmosféricas em di-

ferentes configurações de asas fabricadas em material compósito. Foi observado que com a adição de alumínio em certas partes da estrutura da asa, é possível reduzir a corrente sobre a superfície e através do material compósito (SOUZA et al., 2007). O segundo trabalho foi desenvolvido por meio de uma parceria entre a Embraer e a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), no qual foi avaliado experimentalmente o impacto de descargas atmosféricas em materiais compósitos considerando diferentes sistemas de proteção. Além disso, foi avaliado numericamente a corrente sobre fixadores em um modelo de placa de compósito (Pissolato Filho et al., 2015).

Este trabalho foi desenvolvido dentro do programa de Pós - Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) - Campus Joinville, e encontra-se inserido na área de concentração de desenvolvimento de sistemas de engenharia. No entanto, o tema explorado pelo mesmo relaciona-se também com as demais áreas de concentração presentes no programa, são elas: a área de fenômenos de transporte e a de materiais.

Com relação a área de fenômenos de transporte, parte do trabalho envolve a aplicação de métodos numéricos para avaliar a geração de calor devido descargas atmosféricas, e também como este se distribui sobre um modelo de material compósito. Quanto à área de materiais, este trabalho busca avaliar o efeito de descargas atmosféricas em materiais compósitos de fibra de carbono (CFC), portanto, é essencial entender as características desses materiais, suas propriedades e como é possível modelar tais materiais levando-se em conta as características do fenômeno estudado.

1.1 OBJETIVOS

Neste tópico apresentam-se os objetivos de uma pesquisa desenvolvida no curso de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas na Universidade Federal de Santa Catarina.

1.1.1 Objetivo Geral

Avaliar numericamente alguns dos principais efeitos de descargas atmosféricas em aeronaves de compósitos, observando a distribuição dos campos eletromagnéticos e distribuição de temperatura em uma placa de compósito.

1.1.2 Objetivos Específicos

Visando atingir o objetivo geral, necessita-se cumprir os seguintes objetivos específicos:

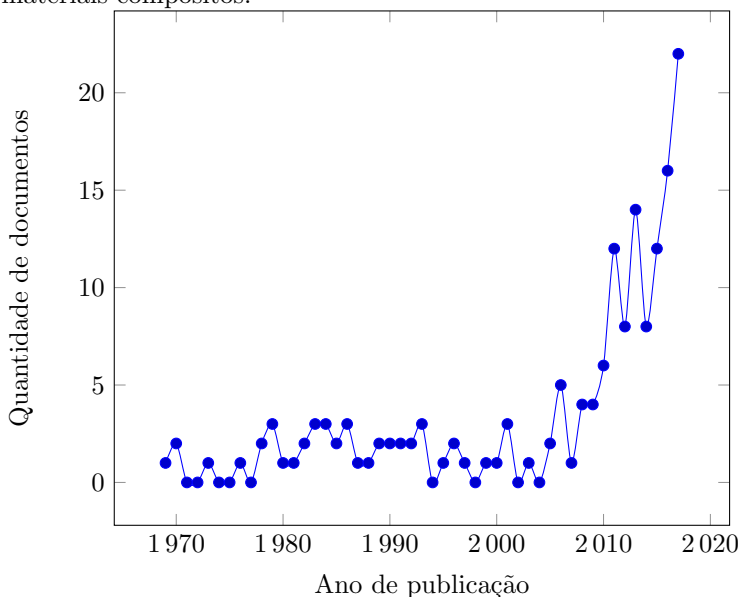
- Por meio de revisão bibliográfica, avaliar as características e propriedades físicas dos materiais presentes em aeronaves construídas com materiais compósitos, definindo os parâmetros constitutivos: condutividade elétrica, permissividade elétrica, condutividade térmica e calor específico;
- Determinar as condições iniciais e de contorno a serem aplicadas na análise numérica;
- Simular a propagação de campos eletromagnéticos em um material anisotrópico representando um material compósito de fibra de carbono;
- Desenvolver a simulação da propagação da energia térmica para materiais compósitos;
- Validar o modelo numérico com dados da literatura.

2 DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS UTILIZADOS EM AERONAVES

Vários estudos têm sido desenvolvidos a respeito do tema tratado neste trabalho, a exemplo disso, uma busca na base de dados Scopus mostra 162 artigos que de alguma forma são relacionados a este tema proposto.

Para verificação desses dados, utilizou-se o logaritmo de busca: “lightning strike” AND “aircraft” AND “composite” com busca limitada a título, resumo e palavras-chave. Em que no resultado da busca são apresentados artigos desde o ano de 1969, mesmo período em que as estruturas metálicas das aeronaves começaram a serem substituídas por materiais compósitos. Na Figura 1 é apresentada a quantidade de artigos que foram publicados a cada ano até o ano de 2017, sendo que na pesquisa foram considerados também artigos de conferências.

Figura 1 – Quantidade de artigos encontrados a cada ano na base de dados Scopus a respeito do tema descargas atmosféricas em aeronaves de materiais compósitos.



Fonte: Base de dados *Scopus* (2018)

A Figura 1 sugere que até o ano de 2008 artigos a respeito desse tema eram publicados de modo pouco frequente. A partir deste período passou-se a ter certa consistência na publicação de artigos publicados a cada ano. Um dos motivos pode estar relacionado ao fato de que embora desde o final da década de 60 materiais compósitos tem sido empregados na estrutura de aeronaves, apenas mais recentemente estes têm sido empregados em proporções mais significativas. A exemplo disso, a aeronave Boeing 787 teve seu primeiro voo de teste realizado no ano de 2009, sendo lançada em 2011 (BOEING, 2018). Tal aeronave tem sido bastante reconhecida pela quantidade de material compósito utilizado em sua estrutura.

Analisando os artigos publicados nos últimos 3 anos, de 2015 à 2017, observou-se que aproximadamente 21% desses artigos são de estudos relacionados à investigação dos efeitos de descargas atmosféricas por meio de métodos numéricos, mesmo foco deste trabalho. No entanto, cerca de 45% desses artigos contém uma análise dos efeitos eletromagnéticos, os restantes consideram algumas características multifísicas do problema, normalmente considerando o efeito térmico, mas desses apenas um considera também o efeito eletromagnético.

Entre os assuntos mais explorados sobre desse tema têm-se os estudos sobre desenvolvimento de novos materiais e sistemas de proteção para garantir a integridade de aeronaves contra descargas atmosféricas, correspondendo a aproximadamente 35% dos artigos para o período considerado. Em menores proporções têm-se artigos de análises experimentais dos efeitos de descargas atmosféricas, artigos de revisão, estudos sobre métodos de detecção de falhas em sistemas de proteção contra descargas atmosféricas, métodos de fabricação de sistemas de proteção contra descargas atmosféricas, entre outros.

Ainda em relação ao número crescente de artigos publicados sobre o tema, Wang et al. (2016) menciona que apenas nos anos recentes têm-se de fato progredido no estudo dos efeitos de descargas atmosféricas em aeronaves de compósitos, mais especificamente de fibra de carbono com matriz polimérica. Tais estudos têm sido baseados na aplicação de métodos numéricos e experimentais.

Vale mencionar que além do Scopus outras bases de dados também foram consideradas para a elaboração deste trabalho, sendo as principais o ScienceDirect e o Instituto de Engenheiros Eletrônicos e Eletricistas (IEEE). Alguns dos estudos mais recentes, relacionados ao tema são apresentados na sequência.

Gou et al. (2010) desenvolveram um material feito de nanofibras de carbono e nanofios de níquel de modo a funcionar como uma

camada de superfície sobre o compósito de fibra de carbono em matriz polimérica, proporcionando ao compósito uma blindagem contra interferências eletromagnéticas.

Como resultado observou-se que existe a possibilidade de ser utilizado um novo material para promover uma proteção aceitável para o compósito de carbono contra descargas atmosféricas. No entanto, observou-se que a utilização de resinas orgânicas no processo de fabricação de tal material prejudica o desempenho do mesmo, ainda que este obtenha valores satisfatórios de condutividade elétrica.

Ainda com relação aos efeitos indiretos das descargas atmosféricas nas aeronaves, Jazzar et al. (2014) elaborou uma metodologia de modelamento elétrico para prever o impacto da incidência de descargas atmosféricas nos equipamentos a bordo das aeronaves. Utilizou-se o software InCa3D para implementar o método de circuito equivalente de elementos parciais, e o software Portunus para implementar a simulação no domínio do tempo.

O autor não avalia o impacto que de fato a descarga atmosférica teria nos equipamentos elétricos presentes no interior da aeronave, mas desenvolveu um método validado experimentalmente que permite avaliar, por exemplo, o impacto em tais equipamentos ao substituir uma aeronave com estrutura metálica por uma aeronave que possui estrutura de materiais compósitos.

Wang et al. (2014) estudou as características de ablação em compósitos de fibra de carbono/epoxy sob a influência de descargas atmosféricas considerando os efeitos térmicos, elétricos e estruturais sobre o material de forma acoplada. Através desse mesmo estudo o autor avalia também a resistência residual do compósito após o mesmo sofrer uma descarga elétrica.

Uma análise numérica foi realizada, na qual foi utilizado um método de eliminação de elementos o qual foi validado pelo mesmo autor em trabalhos anteriores. Esse método considera que o elemento do processo de discretização é eliminado se sua temperatura média ultrapassa o valor da temperatura de ablação e em seguida as condições de contorno e a malha é rearranjada. Os resultados obtidos por esse autor mostram que os efeitos de ablação da descarga atmosférica são reduzidos com o aumento da condutividade elétrica ou o calor específico do material, enquanto que a condutividade térmica tem pouca influência com relação a tais efeitos.

Wang et al. (2016), também avaliou o impacto de descargas atmosféricas em quatro tipos de laminados compósitos. Foram aplicados diferentes métodos de proteção em três laminados, tais métodos se ba-

seiam em um revestimento de alumínio. O quarto tipo de laminado é avaliado sem nenhum sistema de proteção. Testes experimentais foram conduzidos utilizando um gerador de impulso de corrente para simular as descargas atmosféricas, e também foram realizadas simulações numéricas.

As amostras consideradas na análise são laminados de fibra de carbono/epoxy T700/3234. De modo geral, o autor observou que com o aumento da intensidade da descarga elétrica, há um aumento na profundidade e na área danificada do compósito, sendo que quanto maior o revestimento de alumínio, menor é o impacto sobre o material.

Entre os estudos mais recentes abrangendo esse tema, tem-se o trabalho desenvolvido por Abdelal e Murphy (2017), os quais propuseram uma aproximação numérica para modelamento do comportamento térmico do plasma durante a incidência de descargas atmosféricas em estruturas de aeronaves.

Essa abordagem combina o método de elementos finitos, magneto-hidrodinâmica e a teoria da similitude, a qual permite a redução do custo computacional por meio da alteração da escala do problema. Esse autor considera apenas uma fração da descarga atmosférica descrita na norma. Os resultados obtidos indicam que o fluxo de plasma pode atingir temperaturas próximas a 40000 K, porém os autores mencionam que o principal fator referente ao dano na superfície do compósito está relacionado à resistividade elétrica do material e não o fluxo de calor do plasma, pois o tempo de interação deste com a estrutura é extremamente curto. Além disso, foi observado que a pressão gerada sobre o material produz um efeito mínimo sobre o mesmo.

Além de estudos voltados para a análise dos efeitos de descargas atmosféricas, há uma variedade de pesquisas focadas na busca de soluções para mitigar tais efeitos. Nesse sentido, Gagné e Therriault (2014) resume em seu trabalho algumas das principais soluções adotadas pela indústria, assim como alternativas estudadas no meio acadêmico.

De modo geral, para aeronaves com estruturas de compósito, utiliza-se uma tela metálica para ser proporcionada a proteção necessária contra descargas atmosféricas, sendo normalmente alumínio ou cobre. Essa tela pode ser na forma de fios metálicos entrelaçados, uma lâmina metálica perfurada ou filmes metálicos. No primeiro caso são usadas ligas metálicas na fabricação da malha, pois ela requer maior resistência mecânica, por causa de seu processo de fabricação. Além do mais, a malha entrelaçada possui menor condutividade elétrica e é mais pesada.

Outra solução mencionada por Gagné e Therriault (2014) é a utilização de tecidos de fibra de carbono revestida com níquel. Essa solução elimina a necessidade da camada de material isolante mencionada anteriormente. E também encontra-se comercialmente um tecido estrutural de fibra de vidro aluminizado, tal solução também protege a aeronave contra interferência eletromagnética. O revestimento metálico de fibra de carbono é considerada uma solução avançada na proteção de aeronaves com estrutura de compósito. Esse revestimento pode ser realizado por meio de um processo de deposição física de vapor, sinterização por plasma, com chama oxiacetilênica, chapeamento *electroless* ou então por aspersão térmica. A espessura desse revestimento pode variar na ordem de angstroms à micrometros.

Soluções ainda mais avançadas consideram o uso de nanopartículas para fornecer ao material compósito a condutividade necessária. Essas nanopartículas a partir de uma dada concentração reduzem consideravelmente a resistência elétrica do material. Um exemplo de nanopartícula utilizada para este tipo de solução proposta seria nanotubos de carbono.

Katunin (2016) menciona em seu trabalho que soluções como as citadas acima possuem alguns pontos negativos, como por exemplo: aumento de massa do material, maior complexidade do processo de fabricação e custo. Para eliminar esses problemas, o autor desenvolveu um novo material considerando a adição de polímeros intrinsecamente condutores nos compósitos de fibra de carbono. Em termos de propriedades físicas e mecânicas, o novo material se mostrou ser uma solução promissora para a proteção de aeronaves contra descargas atmosféricas.

Na introdução deste trabalho foram apresentadas brevemente a relevância desse tema, uma visão geral dos efeitos gerados pela incidência de descargas atmosféricas em aeronaves de materiais compósitos e as principais soluções adotadas para reduzir tais efeitos. Nos próximos tópicos serão abordadas algumas das principais normas envolvendo esse tema, propriedades térmicas e elétricas de materiais compósitos de fibra de carbono, a composição estrutural de aeronaves fabricadas em materiais compósitos, a metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho e por fim, os resultados obtidos.

2.1 NORMAS

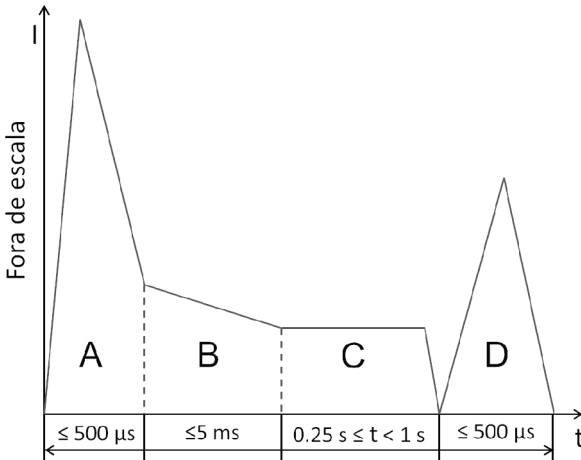
Existem várias normas que descrevem padrões de proteção e orientam quanto às formas de se avaliar a proteção de aeronaves contra

descargas atmosféricas, algumas destas impostas pelo governo, algumas direcionadas para aviões militares e outras voltadas à indústria aeronáutica como um todo. Neste trabalho, serão consideradas as normas elaboradas pela Sociedade de Engenheiros da Mobilidade (SAE). Estas são voltadas às indústrias aeronáuticas e foram observadas em vários estudos a respeito desse tema, tais como os trabalhos realizados por: Jazzar et al. (2014), Tianchun et al. (2011), Gutiérrez et al. (2011), Gagné e Therriault (2014) e Wang et al. (2016).

A norma SAE ARP 5412 é a principal fonte deste trabalho, porém, para entendimento sobre como esse fenômeno atua na aeronave, apresenta-se neste trabalho também a norma SAE ARP 5414. Elas tratam respectivamente sobre o ambiente de descargas atmosféricas nas aeronaves e testes relacionados às formas de ondas, e as zonas de impacto de descargas atmosféricas nas aeronaves.

A norma SAE ARP 5412 recomenda para a avaliação dos efeitos diretos de descargas atmosféricas considerar a forma de onda da corrente como sendo expressa em quatro componentes, nomeadas de A a D, as quais são mostradas na Figura 2.

Figura 2 Componentes da corrente de descargas atmosféricas.



Fonte: Do Autor

A forma de onda mostrada na Figura 2 é idealizada, com o intuito de auxiliar na realização de testes. Cada componente está associado ao fenômeno do retorno da descarga. A componente A representa o primeiro retorno, cuja intensidade de corrente pode atingir até

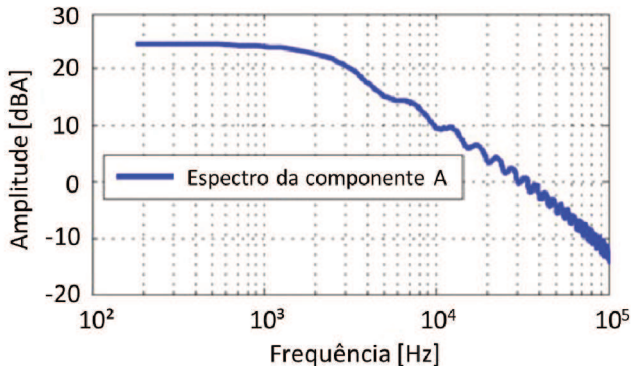
200 kA. Na sequência tem-se a componente B, que representa a corrente intermediária, esta possui uma amplitude média de 2 kA com duração máxima de 5 ms.

A componente C representa uma corrente contínua com capacidade de transferir uma carga de 200 C e intensidade variando entre 200 A e 800 A. E por último, a componente D representa a corrente reincidente com pico de amplitude de 100 kA (GAGNÉ; THERRIault, 2014; TIANCHUN et al., 2011; WANG et al., 2014). Para a realização de testes de descargas atmosféricas em aeronaves, consideram-se normalmente apenas as componentes A e D, pois estas apresentam os maiores valores de pico. Estas podem ser expressas pela Equação 2.1, mostrada abaixo:

$$i(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (2.1)$$

onde I_0 [A] é uma constante de corrente que varia em função do valor de pico da descarga atmosférica, e α [s^{-1}] e β [s^{-1}] são coeficientes temporais. Para a componente A, α e β valem respectivamente, $11345 s^{-1}$ e $647265 s^{-1}$. Utilizando a transformada de Fourier para uma forma de onda obtida pela equação 2.1, pode-se perceber que grande parte da corrente se concentra em baixas frequências, conforme apresentado na Figura 3 (JAZZAR et al., 2014).

Figura 3 Transformada de Fourier da componente A

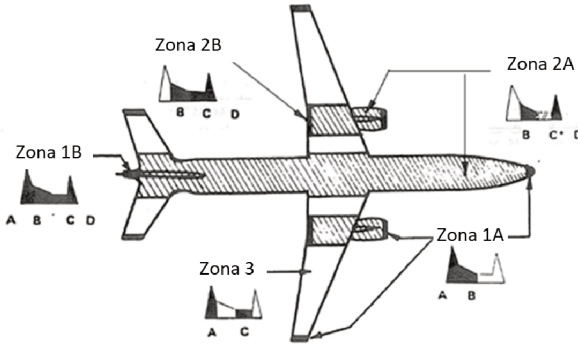


Fonte: Jazzar et al. (2014).

A norma SAE ARP 5414 divide a aeronave em três regiões distintas denominadas de zonas de incidência da descarga atmosférica, conforme observa-se na Figura 4. Cada zona representa a probabili-

dade de ser atingida pelos vários tipos de correntes da descarga.

Figura 4 Zonas de incidência de descargas atmosféricas.



Fonte: Tianchun et al. (2011)

A Zona 1 é definida como a região mais provável a ocorrer o primeiro contato da descarga atmosférica com a aeronave, compreendem as extremidades da aeronave. A Zona 2 é a região mais provável para a subsequente passagem da descarga ou então reincidência da mesma, e a Zona 3 seria a região de baixa probabilidade de contato direto com a descarga, porém ela pode carregar quantidades consideráveis de energia elétrica. As zonas 1 e 2 podem ser subdivididas conforme o tempo de interação do arco elétrico criado e a superfície da aeronave. A descrição para cada uma dessas subdivisões é apresentada a seguir:

- Zona 1A possui baixa probabilidade de permanência do arco elétrico nessa região, as extremidades anteriores da aeronave são consideradas como fazendo parte dessa zona;
- Zona 1B possui alta probabilidade de longa permanência do arco nessa região, as extremidades posteriores da aeronave são consideradas como sendo parte dessa zona;
- Zona 1C representa a região de primeiro retorno do choque de amplitude reduzida e há baixa probabilidade de permanência do arco elétrico nessa região, as superfícies que tendem a fazer parte dessa zona se localizam entre a Zona 1A e a Zona 2A;
- Zona 2A - possui baixa probabilidade de permanência do arco elétrico nessa região, normalmente essa zona representa as superfícies posteriores à Zona 1A;

- Zona 2B - possui alta probabilidade de longa permanência do arco nessa região, representa normalmente as superfícies de bordo de fuga posteriores à Zona 2A.

A zona 1C não é representada na Figura 4, porém ela seria uma região relativamente pequena logo após a zona 1A no nariz da aeronave e após a zona 1A mostrada na turbina.

É importante mencionar que as normas desenvolvidas pela SAE são recomendações práticas, por outro lado, tais recomendações acabam sendo adotadas por outras normas. A *Radio Technical Commission for Aeronautics* (RTCA), por exemplo, adota a mesma forma de onda utilizada pela SAE, por meio da norma RTCA DO-160G.

A RTCA, por sua vez, é muitas vezes utilizada como referência para as normas da *Federal Aviation Administration* (FAA), a autoridade da aviação civil nos Estados Unidos. A FAA reconhece as normas SAE ARP 5412 e SAE ARP 5414 como métodos aceitáveis para demonstrar a conformidade com os regulamentos de aeronavegabilidade, no que se diz respeito à certificação de proteção contra descargas atmosféricas em aeronaves (CABLER, 2013). Algumas das aeronaves da Embraer são certificadas pela FAA, portanto, entende-se que a Embraer também utiliza essas recomendações da SAE para avaliar o nível de proteção de suas aeronaves contra descargas atmosféricas (EMBRAER, 2018).

A norma RTCA DO-160G especifica as condições ambientais e os procedimentos para os testes de equipamentos para o transporte aéreo, sendo as seções 22 e 23 deste documento dedicadas, respectivamente, aos testes de suscetibilidade transiente induzida por descargas atmosféricas e aos efeitos diretos dessas descargas. A RTCA foi desenvolvida de forma coordenada com a *European Organisation for Civil Aviation Equipment* (EUROCAE) (RADIO TECHNICAL COMMISSION FOR AERONAUTICS, 2010).

Uma visão geral dos diversos mecanismos de falha em aeronaves que podem ser provocados por descargas atmosféricas, descritos na norma RTCA DO-160G, são apresentados na sequência.

- Aquecimento ôhmico:

A energia dissipada na forma de calor pode ser obtida pela integral da forma de onda da corrente multiplicada pela resistência elétrica do caminho percorrido pela descarga na aeronave. Trata-se de um fenômeno de duração curta demais para permitir a dissipação adequada do calor gerado.

- Explosão de condutores:

Quando condutores com área transversal relativamente pequena são submetidos a uma condição em que necessitam carregar uma parte substancial da corrente da descarga atmosférica, eles podem vaporizar de forma explosiva.

- Dano térmico na raiz do arco elétrico:

Queima e erosão do material podem ocorrer na área de contato com o arco elétrico. Nessa região, além da energia térmica originada do arco elétrico, há também uma concentração do efeito Joule devido aos altos valores de densidade de corrente. Em materiais compósitos esse efeito é mais acentuado.

- Formação de pontos quentes:

A formação de um ponto quente pode ocorrer na superfície interna da aeronave, sendo resultado de uma alta concentração de densidade de corrente, ou então, a presença do arco elétrico sobre essa superfície. Normalmente tal tipo de efeito é apenas preocupante se essa superfície estiver em contato com substâncias inflamáveis.

- Dano da onda de choque:

Na ocorrência do fenômeno de descargas atmosféricas em aeronaves, há a formação de mais de um tipo de onda de choque. No entanto, a onda de choque axial, formada pelo aumento abrupto de temperatura, é a que possui os efeitos mais significantes para as aeronaves. De modo geral, o dano provocado por esse choque em estruturas de metais é pouco significativo, mas em uma aeronave de compósito pode causar a ruptura do material, se esse for pouco maleável.

- Pressão magnética:

A pressão magnética só possui um efeito significativo quando se tem uma concentração muito alta de corrente elétrica em uma área muito pequena. A pressão é proporcional ao quadrado da corrente e inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro da região afetada.

- Interação magnética:

A interação magnética entre condutores sob os quais passam uma corrente faz surgir uma força magnética. Essa força também pode existir a partir da interação entre duas seções diferentes de um

mesmo condutor, ou então, por meio da interação da corrente na aeronave e o canal do arco elétrico. Essa força possui efeito significativo apenas se a corrente da descarga atmosférica se encontrar confinada em condutores com área transversal relativamente pequena.

- Fagulhas dos efeitos diretos:

Essas fagulhas podem ser de dois tipos: térmica ou de tensão. A principal causa de fagulhas térmicas são uma combinação de altas densidades de corrente com uma interface de pressão inadequada. As fagulhas de tensão ocorrem quando a corrente é forçada a passar por um caminho tortuoso através de uma junção entre dois materiais condutores.

- Punção Dielétrica:

A perfuração de qualquer camada dielétrica cobrindo um condutor externo da aeronave poderia permitir a ligação direta da descarga atmosférica com esse condutor. A probabilidade desse efeito ocorrer dependerá da presença de um condutor sob um material dielétrico, a espessura, resistência e as condições superficiais desse material, assim como a proximidade com outras superfícies condutoras.

Conforme mencionado anteriormente, a mesma norma também possui uma seção exclusiva para tratar sobre os efeitos indiretos causados pelas descargas atmosféricas em aeronaves.

Nestes primeiros capítulos do trabalho foram apresentados a justificativa do tema, algumas definições a esse respeito, além de estudos recentes relacionados ao mesmo. Passa-se à modelagem de materiais compósitos de fibra de carbono, na qual apresenta-se alguns pontos importantes sobre as características de materiais CFC utilizados em estruturas de aeronaves, assim como meios de modelar tais tipos de materiais.

2.2 MODELAGEM DE MATERIAIS COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO

Para avaliar corretamente os efeitos de descargas atmosféricas em aeronaves de compósitos é importante conhecer a composição da estrutura dessas aeronaves. No artigo elaborado por Segui (2014), a

respeito da proteção eletromagnética da aeronave Boeing 787, é apontado que a estrutura de uma aeronave de compósito é composta por várias camadas de materiais diferentes e menciona que neste caso específico, mais de 50 % da aeronave é composta por compósito de fibra de carbono de matriz polimérica, conforme apresentado na Figura 5.

No canto inferior direito são mostradas as diversas camadas de materiais presentes na estrutura da aeronave: 1 - tinta, 2 - primer, 3 e 6 - fibra de vidro, 4 - *surfacer*, 5 - malha metálica e 7 - compósito de fibra de carbono.

Figura 5 – Materiais presentes na estrutura da aeronave Boeing 787.



Fonte: Segui (2014)

Embora Segui (2014) mostre que há vários materiais compondo a estrutura do Boeing 787, não é apresentado em seu trabalho detalhes sobre em que proporções tais materiais são usados e muito menos as propriedades desses materiais. Além disso, não foi encontrado na literatura informações específicas e detalhadas sobre essas propriedades em aeronaves de compósito. Cornsweet (1970) menciona que em aeronaves de compósito, as estruturas primárias da fuselagem e asa são feitas em materiais compósitos de fibra de carbono, sendo esses materiais também utilizados para a estrutura dos estabilizadores e superfícies de controle.

Nos estudos observados sobre este tema, percebe-se que os autores consideram simplesmente o compósito de fibra de carbono com uma matriz polimérica, geralmente epóxi. Há eventualmente a aplicação

de um sistema de proteção sobre esse material. Desse modo, são apresentadas neste tópico algumas considerações sobre a aplicação dos compósitos de fibra de carbono nas estruturas de aeronaves.

Compósitos unidirecionais apresentam características anisotrópicas, ou seja, as propriedades mecânicas e físicas do material variam com a direção. Em estruturas aeronáuticas, normalmente cada camada de laminado de carbono é posicionada de modo que o material como um todo tenha características semelhantes a materiais isotrópicos, sendo então denominados materiais quase-isotrópicos. Nesse caso, a orientação das fibras obedece normalmente uma sequência como as do tipo: 0° , -45° , 45° e 90° ou então, 0° , -60° e 60° (CORNSWEET, 1970).

Wang et al. (2014) ao avaliar os efeitos de descargas atmosféricas em materiais compósitos considerou a utilização de uma fibra de carbono/epóxi IM600/133 com a seguinte sequência de empilhamento: $[45/90/-45/0]_s$, havendo um total de oito camadas. Em um trabalho mais recente, esse mesmo autor avalia alguns sistemas de proteções para compósitos de fibra de carbono/epóxi contra descargas atmosféricas. Wang et al. (2016) utilizaram amostras de 16 camadas com sequência de empilhamento semelhante a de seu trabalho anterior. No entanto, nesse seu último trabalho foi utilizado o compósito de fibra de carbono/epóxi T700/3234, com cada camada medindo 0,125 mm de espessura.

Gou et al. (2010), com o objetivo de investigar o desempenho de um material desenvolvido para a proteção de aeronaves de compósito contra descargas atmosféricas, considerou em seus estudos a sequência de empilhamento $[0/-45/90/45/0/-45/90/45]$. Ting (2016) ao avaliar os danos em aeronaves de compósito causados por descargas atmosféricas, utilizou em suas análises a fibra de carbono com resina epóxi IM600/133 com sequência de empilhamento: $[45/0/45/90]_s$.

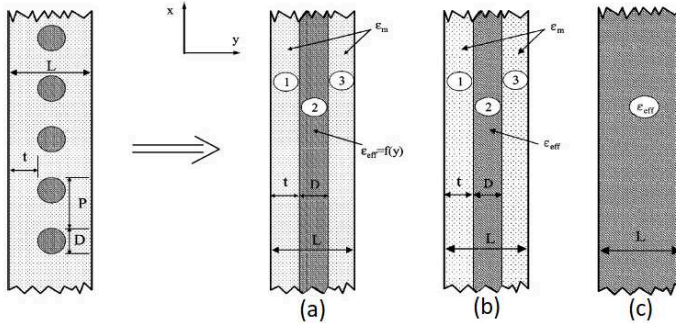
Percebe-se por meio desses estudos que são utilizados nas análises sequências de empilhamento semelhantes entre si e que são coerentes com a sequência mencionada por Cornsweet (1970), por isso se torna relevante considerar para este trabalho uma sequência de empilhamento similar.

Holloway, Sarto e Johansson (2005) apresentam três diferentes métodos de modelagem do material compósito de fibra de carbono para análises de interações eletromagnéticas do compósito de fibra de carbono. Cada um desses modelos apresentam diferentes níveis de detalhes sobre o material, são eles:

- Modelo não homogêneo de três camadas - Figura 6 (a);
- Modelo homogêneo de três camadas - Figura 6 (b);

- Modelo homogêneo de uma camada - Figura 6 (c);

Figura 6 – Modelos de camadas equivalente para representar um material compósito, (a) Modelo não homogêneo de três camadas; (b) Modelo homogêneo de três camadas e; (c) Modelo homogêneo de uma camada.



Fonte: Holloway, Sarto e Johansson (2005)

No modelo não homogêneo, Figura 6 (a), o material compósito de fibra de carbono é representado por três camadas. A primeira camada é homogênea e possui propriedades constantes, que correspondem as da matriz do material compósito. Na segunda camada observa-se simultaneamente a presença da fibra de carbono e da matriz, considera-se nesse caso a variação da área da seção transversal da fibra de carbono, assim, as propriedades do material nessa camada serão proporcionais as propriedades desses dois materiais e ao volume ocupados por ele como, por exemplo, é mostrado na equação 2.2. A última camada desse modelo é idêntica à primeira camada.

$$\epsilon_y = (1 - g)\epsilon_a + g\epsilon_b \quad (2.2)$$

onde g , cujo valor não é constante, representa o volume relativo ocupado pela fibra de carbono, o índice a refere-se à matriz do compósito e b à fibra de carbono.

O modelo homogêneo de três camadas, Figura 6 (b), é parecido com o modelo não homogêneo, diferindo apenas na segunda camada, a qual é homogênea. Para este caso, o volume relativo é constante e pode ser obtido pela equação 2.3.

$$g = \frac{\pi D}{4P} \quad (2.3)$$

onde D representa o diâmetro da fibra, e P é a distância entre duas fibras consecutivas somada ao diâmetro que essas fibras possuem.

O modelo homogêneo de uma camada, Figura 6 (c), é o mais simples entre os três modelos apresentados pelo autor. Nesse caso, cada lâmina do material compósito é representada por uma única camada equivalente. O volume relativo é obtido pela equação 2.4.

$$g = \frac{\pi D^2}{4Pl} \quad (2.4)$$

onde l é a espessura de uma única lâmina de compósito.

Holloway, Sarto e Johansson (2005) avaliam a efetividade desses modelos analisando os coeficientes de reflexão dos mesmos e também a eficácia de blindagem deles. Isso é feito considerando tanto materiais compósitos formados por uma única lâmina, quanto os formados por múltiplas lâminas. Nesse último caso, as camadas apresentadas dos modelos equivalentes representam cada lâmina do material compósito e não o compósito como um todo, ou seja, um compósito formado por duas lâminas será representado por seis camadas se considerarmos um modelo equivalente de três camadas.

Os resultados obtidos por meio desses modelos são comparados com abordagens numéricas completas, obtidas com a aplicação do método de elementos finitos. Dos resultados apresentados pelos autores, observa-se que o modelo não homogêneo de três camadas apresenta boa adesão dos resultados para toda a faixa de frequência considerada pelos autores, ao se avaliar uma única lâmina de compósito. Considerando o campo elétrico ortogonal à orientação das fibras, o modelo de três camadas homogêneo apresenta resultados precisos até a frequência de 4 GHz, enquanto que o modelo homogêneo de uma camada começa a perder precisão a partir de 2,5 GHz. Ao considerar o campo elétrico paralelo à direção das fibras, o modelo homogêneo de uma camada começa a perder precisão a partir de 1,5 GHz.

Para compósitos de múltiplas lâminas, o modelo não homogêneo de três camadas, o modelo homogêneo de três camadas e o modelo homogêneo de uma camada, apresentam valores precisos de coeficiente de reflexão até frequências de aproximadamente 9,5 GHz, 7,5 GHz e 3 GHz, respectivamente (HOLLOWAY; SARTO; JOHANSSON, 2005).

Com relação a eficácia de blindagem, esses autores avaliaram os modelos não homogêneo de três camadas e o modelo homogêneo de uma camada. De modo geral, para o modelo não homogêneo os resultados se mostraram precisos para frequências tão altas quanto 100 GHz, enquanto o modelo homogêneo de uma camada apresenta valores

precisos para frequências de até aproximadamente 2 GHz.

Do que foi observado em tópicos anteriores deste trabalho e conforme pode ser observado na Figura 3, a faixa de frequência da corrente de descarga atmosférica está dentro da faixa de frequência em que o modelo homogêneo de uma camada gera uma boa representação do material compósito, valores abaixo de 2 GHz. Sendo assim, mesmo possuindo menores níveis de detalhes que os demais modelos, segundo os resultados obtidos por esses autores, tal modelo poderia representar precisamente o material compósito de fibra de carbono sob os efeitos eletromagnéticos de descarga atmosférica. Apresenta-se nas próximas seções as considerações sobre para as propriedades físicas, adotadas para a representação do material CFC.

2.3 CONDUTIVIDADE ELÉTRICA DE COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO

Conforme mencionado na introdução deste trabalho, materiais compósitos quando submetidos a descargas atmosféricas, por possuírem grande resistência elétrica, aquecem significativamente por meio do efeito Joule. Deste modo, o cálculo do tensor de condutividade elétrica do compósito é crucial para estimar os efeitos dessas descargas em materiais compósitos. Existem, no entanto, diversos fatores que podem influenciar na condutividade elétrica de materiais compósitos, considerando primeiramente as fibras de carbono isoladamente, observa-se na literatura os seguintes fatores:

- Temperatura - a condutividade elétrica aumenta com o aumento de temperatura (ATHANASOPOULOS, 2013);
- Composição e estrutura do material - condições de produção e impurezas no material podem resultar desde fibras condutoras até semicondutoras (SHINDO, 2000 apud ATHANASOPOULOS, 2013);
- Frequência - essa dependência é observada apenas para frequências a partir de 100 kHz, onde a condução ocorre por tunelamento. A partir desse valor de frequência, o aumento da mesma provoca o aumento da condutividade elétrica da fibra (IMAI; KANEKO, 1992);
- Absorção de gases - a exposição da fibra de carbono a certos tipos de gases pode alterar a condutividade elétrica do material. Por exemplo, expor a fibra de carbono ao oxigênio (O_2) faz com que

sua condutividade aumente, isso indica que as cargas portadoras do material são positivas. Por outro lado, expor esse material ao dióxido de nitrogênio (NO_2) provoca a redução de sua condutividade elétrica (IMAI; KANEKO, 1992);

- Módulo de Young - foi observado que o Módulo de Young também pode modificar a condutividade do material compósito. O aumento desse módulo ocasiona na redução de defeitos no material, por consequência há um caminho livre maior para o movimento dos elétrons, isso se traduz em maior condutividade elétrica. (SHINDO, 2000 apud ATHANASOPOULOS, 2013).

Considerando o compósito como um todo, existem mais fatores que podem influenciar na condutividade elétrica do material, são eles: a fração volumétrica de cada fase constituinte, a orientação das fibras no material compósito e a espessura das lâminas (ABID, 2015). Há também alguns fatores que podem exercer influência na condutividade elétrica de modo indireto, como por exemplo, radiação de raio-X. Seu efeito é mais significativo em materiais enviados ao espaço, onde pode ser encontrado em altas densidades, e assim modificar a temperatura de estruturas feitas de materiais compósitos. (ZHANG; TANG; FU, 2018)

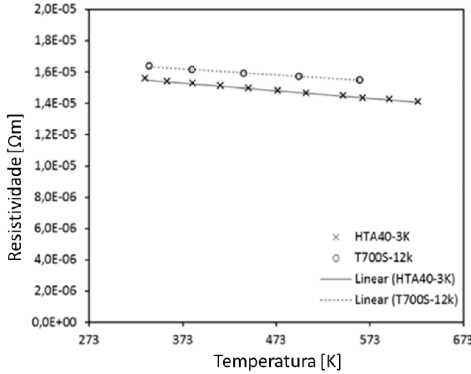
É importante notar que, conforme citado anteriormente, há diversos fatores que podem alterar a condutividade elétrica das fibras de carbono, por consequência, tais fatores também podem modificar a condutividade do material compósito como um todo. Considera-se que a matriz seja um material isolante, desta forma a condutividade elétrica do material compósito de fibra de carbono pode ser obtida com base apenas nas características da fibra de carbono.

Com relação a dependência da temperatura, Athanasopoulos (2013) indica que a variação da resistividade elétrica volumétrica de um material CFC pela temperatura se da por uma relação linear, como mostrado na equação 2.5 :

$$\rho_{el}(T) = \rho_{el}^0 [1 + a_T(T - T_0)] \quad (2.5)$$

O índice 0 indica que o valor se refere à temperatura ambiente. O autor verificou experimentalmente o valor do coeficiente a_T para duas fibras de carbono obtidas comercialmente, as fibras de carbono HTA40 e T700S, cujos valores obtidos para o coeficiente a_T foram $-0,000308 K^{-1}$ e $-0,000247 K^{-1}$, respectivamente. O valor negativo desse coeficiente é uma característica de materiais semicondutores. O resultado das medições experimentais é apresentado na Figura 7.

Figura 7 Valores de resistividade elétrica volumétrica das fibras de carbono HTA40 e T700S (sem resina) para diferentes temperaturas.



Fonte: Athanasopoulos (2013)

Para a faixa de temperatura considerada nas medições o autor percebeu variação de aproximadamente 10% nos valores de resistividade volumétrica, o qual o mesmo considerou como sendo uma variação relevante e que tal efeito não deve ser ignorado. O mesmo autor também menciona valores desse coeficiente a para um material compósito de fibra de carbono com matriz polimérica (HM K13C2U). Para esse caso foram obtidos os valores $a_{T1} = -0,000528 K^{-1}$ e $a_{T2} = -0,00138 K^{-1}$, direção longitudinal da fibra e direção transversal da fibra, respectivamente. Para a direção perpendicular ao plano de direção das fibras foi considerado o valor $a_{T3} = -0,000941 K^{-1}$.

Athanasopoulos (2013) menciona que materiais compósitos de fibra de carbono podem ser divididos em dois tipos de laminados: unidirecionais e multidirecionais. Segundo o autor, para o caso de laminados unidirecionais, na direção longitudinal da fibra, a corrente flui pela própria fibra, enquanto que na direção transversal, considera-se que a corrente flui por um caminho estocástico em zig-zag através do contato entre uma fibra e outra. Assim, para um laminado unidirecional, o tensor de condutividade elétrica pode ser expresso pela equação 2.6.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 m_1^2 + \sigma_2 m_2^2 & (\sigma_1 - \sigma_2) m_1 m_2 & 0 \\ (\sigma_1 - \sigma_2) m_1 m_2 & \sigma_1 m_2^2 + \sigma_2 m_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde $m_1 = \text{sen}\theta$, $m_2 = \text{cos}\theta$, sendo θ a orientação da fibra.

Para o caso de um laminado multidirecional, Athanasopoulos (2013) menciona que o tensor equivalente da condutividade elétrica equivale a soma do tensor de condutividade elétrica de cada camada, conforme representado na equação 2.7 :

$$\sigma = \frac{1}{S} \sum_{n=1}^N S_n \sigma_n \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_n \quad (2.7)$$

onde S é a área transversal do laminado de compósito e N se refere ao número de camadas do mesmo.

Na Tabela 1 são apresentados valores típicos de condutividade elétrica, nas direções principais, de materiais CFC utilizados na indústria aeronáutica.

Tabela 1 – Valores típicos de condutividade elétrica para materiais CFC utilizados na indústria aeronáutica.

Direção	Condutividade elétrica [S/m]
Longitudinal às fibras (σ_1)	40000
Perpendicular às fibras (σ_2)	200
Através da espessura (σ_3)	0.1/10

Fonte: Piche, Revel e Peres (2011)

Outros valores encontrados na literatura serão discutidos neste trabalho. Na sequência, apresenta-se alguns dos modelos analíticos e métodos experimentais que podem ser adotados para determinar a condutividade elétrica de materiais CFC.

2.3.1 Modelos analíticos para obtenção da condutividade elétrica de materiais CFC

A condutividade elétrica do compósito na direção longitudinal à fibra pode ser obtida como uma função da fração volumétrica da fibra e de sua condutividade elétrica, conforme apresenta-se na equação 2.8:

$$\sigma_1 = \sigma_f(1 - \nu_m) + \sigma_m\nu_m \approx \sigma_f\nu_f \quad (2.8)$$

onde σ_f é a condutividade elétrica da fibra de carbono, σ_m é a condutividade elétrica da matriz na qual a fibra está inserida, ν_m é a fração volumétrica da matriz e ν_f é a fração volumétrica da fibra, sendo $\nu_f + \nu_m = 1$. Devido a matriz ser um material isolante, pode-se utilizar a simplificação feita na equação 2.8.

No que diz respeito à determinação da condutividade elétrica transversal à direção da fibra, diversos modelos foram desenvolvidos para esse fim. Weber e Kamal (1997) mencionam no trabalho deles alguns desses modelos, entre eles:

- Modelo de Nielsen, no qual equações que são usadas para estimar o módulo de elasticidade de materiais compósitos foram extendidas para calcular a condutividade elétrica de materiais constituídos por duas fases;
- Modelo de Ondracek, onde obtém-se a condutividade elétrica do material em função da condutividade elétrica de cada fase constituinte, da orientação da fibra e da forma geométrica da fibra;
- Teoria do Meio Efetivo, tal modelo considera a condutividade elétrica como uma função da condutividade da fibra e da matriz, da fração volumétrica da fibra e do comprimento e diâmetro da fibra.

Além desses citados, outros modelos também foram considerados pelos autores, no entanto, eles consideram que apenas o modelo de percolação, a ser apresentado a seguir, apresenta-se alinhado com resultados obtidos experimentalmente. Os demais modelos geram resultados que não estão de acordo com resultados experimentais, ou então, podem ser aplicados apenas para casos muito específicos, os quais não correspondem com as características observadas em compósitos de fibra de carbono com matriz polimérica. O modelo de percolação expressa a condutividade elétrica do material por meio da equação 2.9:

$$\sigma_c = \sigma_0(\nu_f - \varphi_{crit})^u \quad (2.9)$$

onde σ_0 é a condutividade elétrica do reforço condutor do compósito, neste caso a própria fibra de carbono, ν_f é a fração volumétrica do reforço condutor, φ_{crit} é o limiar de percolação e u é denominado como sendo o expoente crítico.

No estudo realizado por Weber e Kamal (1997) são apresentados os valores de φ_{crit} e u para compósitos de fibra de carbono como sendo 4,5 % e 3,1, respectivamente. Essa equação, no entanto, é válida somente para concentrações acima do limiar de percolação, isto é, quando $\nu_f > \varphi_{crit}$. Limiar de percolação se refere à concentração de fibra a partir da qual a condutividade elétrica do compósito aumenta drasticamente.

2.3.2 Métodos experimentais para obtenção da condutividade elétrica de materiais CFC

Segundo Abid (2015), o método de duas pontas, também conhecido como método do eletrômetro, é um dos mais aplicados para determinar a condutividade elétrica de materiais compósitos de fibra de carbono. Tal método é baseado na aplicação direta da Lei de Ohm, onde duas placas de eletrodos são colocadas nas extremidades da amostra, sobre a qual deve passar uma corrente e mede-se então, com um multímetro, a resistência do material. A condutividade elétrica pode então ser obtida pela equação 2.10.

$$\sigma = L_e / (R_e A_c) \quad (2.10)$$

onde L_e é a distância entre os eletrodos (comprimento da amostra) [m]; R_e é a resistência elétrica do material [Ω], lida pelo multímetro e; A_c é a área dos eletrodos em contato com a amostra. A resistência elétrica de contato entre o material compósito e os eletrodos é a principal fonte de incerteza presente nesse método. Assim para medições mais precisas utiliza-se o método de quatro pontas, o qual mitiga os efeitos de resistência de contato.

Esse mesmo autor explica que o método de quatro pontas consiste de dois pares de eletrodos onde o par externo, o mais próximo das extremidades da amostra, é utilizado para a aplicação da corrente, sendo o par interno utilizado para realizar as medições com um multímetro.

Os autores Piche, Revel e Peres (2011) empregam os métodos de célula eletromagnética transversal e de sonda magnética para medir, respectivamente, a condutividade elétrica radial e circular de materiais compósitos. O primeiro consiste de um estrutura coaxial que força o fluxo de corrente no material do diâmetro interno da célula até o diâmetro externo. Esse método permite a propagação de ondas planas na faixa de frequência de 100 kHz até 1 GHz. O segundo método

consiste de um dispositivo que mede a atenuação do campo magnético normal à superfície de um material compósito. Tal técnica faz com que a corrente circule no plano da amostra, ao redor do centro da sonda do dispositivo, por isso que se utiliza o termo condutividade circular. Para compósitos de fibra de carbono utilizados na indústria aeronáutica, ambas as condutividades radial e circular possuem valores entre 5000 e 20000 S/m.

A técnica de quatro pontas foi utilizada por Gao et al. (2017) para determinar a condutividade elétrica do compósito com fibra de carbono Toray T700S e resina epóxi D.E.R. 332. As medições foram consideradas de duas formas diferentes. Na primeira, um dispositivo de fonte de energia além de fornecer uma corrente de 10 A para a amostra avaliada, realizava a medição real da corrente no material. A queda de tensão era então medida com um multímetro e assim obtinha-se a resistência elétrica do material e, conseqüentemente, a condutividade elétrica do mesmo. A outra abordagem baseava-se na medição direta da resistência do material com um multímetro. Os resultados das medições podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores de resistência e condutividade elétrica para um material CFC, obtidos experimentalmente por meio da técnica de quatro pontas

Direção	Fonte + Multímetro		Multímetro	
	R [Ω]	σ [S/cm]	R [Ω]	σ [S/cm]
σ_1	0.0132166	453.972	0.013	461.538
σ_2	0.7054	8.50581	0.708	8.47458
σ_3	0.0133533	4.92358	0.014	4.69616

Fonte: Gao et al. (2017)

Bull, Jackson e McHale (1982) utilizaram outros dois métodos para avaliar a resistividade em materiais CFC, métodos medidor-Q e medidor de vetor de impedância. O primeiro foi utilizado para frequências de até 50 MHz, enquanto que o segundo método mencionado foi aplicado para frequências de até 300 MHz. Dentre as diversas sequências de empilhamento do material compósito consideradas pelos autores, apresenta-se na Tabela 3 os resultados obtidos para um laminado unidirecional de 16 camadas, onde foi utilizado a fibra de carbono Super A e resina epóxi BSL914C. A fração volumétrica da fibra era de

aproximadamente 62%.

Tabela 3 – Valores de resistividade elétrica para um material CFC, obtidos experimentalmente, para frequências de até 300 MHz

Frequência [MHz]	Resistividade paralela à fibra [$10^{-5}\Omega m$]	Resistividade perpendicular à fibra [10 ⁻⁵ Ωm]
1	2	1100
10	6	1100
50	12	1300
100	16	–
300	30	–

Fonte: Bull, Jackson e McHale (1982)

Apresentou-se nessa seção alguns valores de condutividade elétrica observados na literatura para materiais compósitos, assim como diferentes formas de obter tal propriedade. De modo equivalente, apresenta-se na próxima seção as características das propriedades térmicas de materiais compósitos, os valores que tais propriedades podem assumir, e como podem ser obtidos.

2.4 PROPRIEDADES TÉRMICAS DE COMPÓSITOS DE FIBRA DE CARBONO

Segundo Tian (2011), propriedades térmicas de materiais compósitos podem ser estimadas de dois modos diferentes, por meio de medições experimentais de transferência de calor ou com base em seus componentes constitutivos.

2.4.1 Propriedades térmicas de materiais compósitos obtidas com base em seus componentes constitutivos

A transferência de calor em materiais compósitos é dependente das propriedades térmicas de cada componente, das frações volumétricas relativas do material, do arranjo geométrico e do estilo de tecido das fibras, entre outros (TIAN, 2011).

A condutividade térmica na direção longitudinal das fibras de carbono pode ser determinada pela regra das misturas, conforme apresentado na equação 2.11 (SPRINGER; TSAI, 1967; PILLING et al., 1979; BRENNAN; BENTSEN; HASSELMAN, 1982; HARRIS et al., 1982). De acordo com Roylance (2004) essa regra determina que a propriedade do material compósito pode ser obtida em função das propriedades de cada fase constituinte do material compósito e suas frações volumétricas.

$$k_{11} = \nu_f k_f + \nu_m k_m \quad (2.11)$$

onde ν_f é a fração volumétrica da fibra de carbono; k_f é a condutividade térmica da fibra de carbono [W/m.K]; ν_m representa a fração volumétrica da matriz e; k_m representa a condutividade térmica da matriz [W/m.K].

Whittaker, Taylor e Tawil (1990) examinaram a forma, orientação e distribuição da porosidade em compósitos de fibra de carbono, e então mostraram que os poros estão sempre orientados em formas de canais estreitos, posicionados paralelamente a orientação da fibra de carbono. Com base nisso, Whittaker e Taylor (1990) apresentam uma abordagem mais completa a respeito da condutividade térmica paralela as fibras, onde leva em consideração a porosidade do compósito de fibra de carbono. Assim, a condutividade térmica nessa direção pode ser calculada conforme é apresentado na equação 2.12.

$$k_{11} = \nu_f k_f + k_m (1 - \nu_f - \nu_p) \quad (2.12)$$

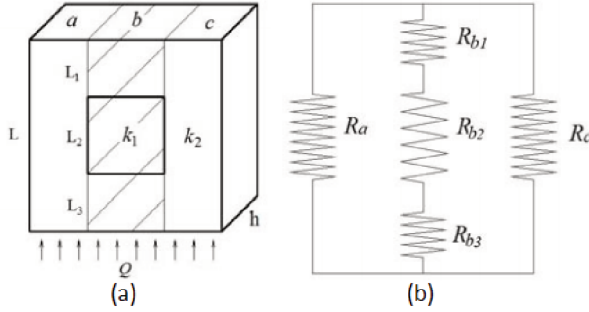
onde ν_p representa a fração volumétrica da porosidade.

As análises de fluxo de calor na direção perpendicular à direção da fibra é consideravelmente mais complexa que na direção longitudinal, diversos modelos têm sido desenvolvidos para representar a condutividade térmica de materiais compósitos nessa direção, na sequência são apresentados alguns deles.

De acordo com Springer e Tsai (1967), uma das formas mais simples de se obter a condutividade térmica na direção normal à fibra de carbono, seria através de uma analogia entre resistência térmica e elétrica. A Figura 8 exemplifica como isso pode ser feito para um material compósito. Onde é apresentado um elemento de fibra de carbono em uma matriz e a respectiva representação desse material em termos de resistência térmica. Sendo que quando o fluxo de calor se divide entre as diferentes fases consituíntes do material, tais fases são representadas por resistências em paralelo e quando o mesmo fluxo de calor atravessa diferentes fases, tais fases são representadas por associação

de resistências em série.

Figura 8 (a) estrutura de um material heterogêneo e (b) o circuito de resistência térmica equivalente.



Fonte: Zhu et al. (2014)

Para esse caso a condutividade térmica para tal direção pode ser expressa conforme mostra-se na equação 2.13.

$$k_{22} = \frac{k_m}{(\nu_f k_m / k_f) + \nu_m} \quad (2.13)$$

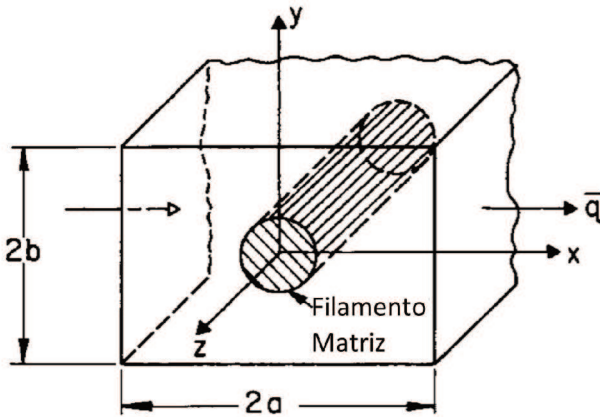
Esse mesmo autor investiga outros métodos que permitem determinar a condutividade térmica na direção perpendicular a fibra. Um desses métodos consiste em determinar uma relação para k_{22} através de uma analogia entre transferência de calor e carregamentos cisalhantes em um elemento fundamental de material compósito, Figura 9. Essa analogia é realizada com base na semelhança observada em relação as equações utilizadas nesses dois casos, assim como nas condições de contorno aplicadas em soluções numéricas para esses problemas.

Deste modo, a condutividade térmica na direção perpendicular a fibra pode ser calculada conforme mostrado na equação 2.14.

$$k_{22} = \frac{\bar{q}}{(\Delta T / 2a)} \quad (2.14)$$

onde \bar{q} representa a taxa média de transferência de calor e; a corresponde à metade do comprimento de um elemento fundamental de material compósito. Tal relação poderia ser aplicada para a obtenção de soluções numéricas em problemas envolvendo transferência de calor. O outro método, denominado pelo autor como modelo térmico, ainda considera a relação mostrada em 2.14. Nesse modelo, Figura

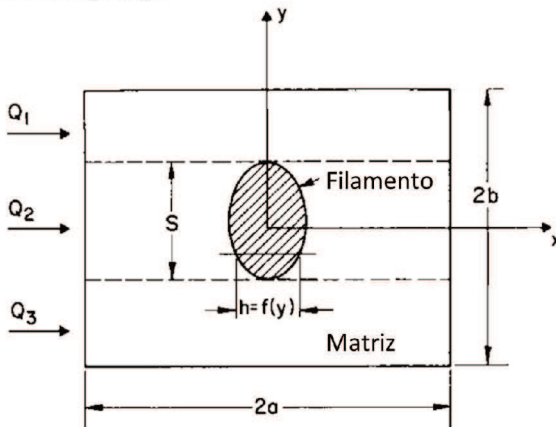
Figura 9 Elemento fundamental utilizado na analogia entre transferência de calor e carregamento cisalhante



Fonte: Springer e Tsai (1967)

10, considera-se um elemento fundamental com temperaturas constantes em $x = \pm a$ e que o fluxo total de calor pode ser dividido em três partes independentes.

Figura 10 Elemento fundamental utilizado na obtenção de k_{22} no modelo térmico de Springer



Fonte: Springer e Tsai (1967)

Assim, utilizando o modelo térmico de Springer e Tsai (1967), a condutividade térmica na direção perpendicular à fibra pode ser obtida por meio da equação 2.15.

$$k_{22} \approx k_m \left\{ \left(1 - \frac{s}{2b} \right) + \frac{a}{b} \int_0^s \frac{dy}{(2a - h) + (hk_m/k_f)} \right\} \quad (2.15)$$

onde s é a máxima dimensão da fibra na direção y ; h é a largura do filamento para um determinado valor de y ; $2a$ representa a largura total do elemento fundamental de compósito e; $2b$ representa sua altura total.

Para frações volumétricas de fibra de carbono inferiores a 0,6, o modelo térmico apresenta em seus resultados valores aproximadamente cinco por cento menores do que se obtém com o modelo obtido da analogia com carregamentos cisalhantes. Para frações volumétricas superiores a 0,75 essa diferença cresce até aproximadamente dez por cento. Springer e Tsai (1967) comparam esses resultados com valores experimentais. Para compósitos de fibra de carbono com matriz polimérica, observa-se boa aderência dos modelos com os resultados experimentais, o mesmo não ocorre para compósitos de fibra de vidro, pois a condutividade da fibra de vidro é relativamente próxima a condutividade da matriz.

Pilling et al. (1979) comenta em seu trabalho sobre alguns modelos que permitem obter a condutividade térmica de compósito de fibra de carbono na direção perpendicular às fibras. Entre esses modelos, ele apresenta um outro modelo baseado na analogia com resistência elétrica, porém contendo algumas modificações que geram resultados de melhor conformidade com valores experimentais. Esse modelo é representado pela equação 2.16.

$$k_{22} = \nu_m k_m (1 - \nu_f) + \frac{[\nu_f + (1 - \nu_m)(1 - \nu_f)]k_f k_m}{\nu_f k_m + (1 - \nu_m)(1 - \nu_f)k_f} \quad (2.16)$$

Esse mesmo autor apresenta também um modelo desenvolvido por meio de analogia feita com o módulo de elasticidade de materiais compósitos, tal modelo é considerado uma extensão de modelos desenvolvidos por meio de analogias feitas com carregamentos cisalhantes em materiais compósitos. Para esse caso utiliza-se a equação 2.17.

$$k_{22} = k_m \left(\frac{1 + CD_e \nu_f}{1 - D_e \psi \nu_f} \right) \quad (2.17)$$

onde:

$$D_e = \frac{(k_f/k_m) - 1}{(k_f/k_m) + C} \quad (2.18)$$

$$\psi = 1 + \left(\frac{1 - \nu_r}{\nu_r^2} \right) \nu_f \quad (2.19)$$

sendo $C = k_E$, onde k_E representa o coeficiente generalizado de Einstein; ν_r é definido como a razão entre a fração volumétrica real da fibra de carbono e a fração volumétrica máxima que a fibra poderia ocupar. Assim, ψ representa a forma com que a fibra está imersa na matriz polimérica. C depende da orientação e formato das fibras de carbono. Esse modelo apresenta boa aderência aos resultados experimentais, quando assume-se a disposição das fibras na matriz como sendo na forma hexagonal. No entanto, considera-se que maiores evidências experimentais são necessárias para determinar as particularidades entre os diversos modos de disposição das fibras.

Uma vez conhecidas as condutividades térmicas do compósito de fibra de carbono nas duas direções principais, a condutividade para uma direção qualquer, no plano que formam as condutividades principais, pode ser obtida pela equação 2.20 (PILLING et al., 1979).

$$k_\theta = k_{11} \cos^2 \theta + k_{22} \sin^2 \theta \quad (2.20)$$

onde θ é a orientação da condutividade k_θ em relação a direção principal da fibra (k_{11}). Para o caso de um laminado com suas camadas orientadas em mais de uma direção, a sua condutividade pode ser obtida pela equação 2.21.

$$k_{\theta_1, \theta_2} = \left[\frac{N_1}{(N_1 + N_2)} \right] (k_{11} \cos^2 \theta_1 + k_{22} \sin^2 \theta_1) + \left[\frac{N_2}{(N_1 + N_2)} \right] (k_{11} \cos^2 \theta_2 + k_{22} \sin^2 \theta_2) \quad (2.21)$$

onde N_1 e N_2 representam, respectivamente, o número de lâminas de compósitos com fibras de orientação θ_1 e de orientação θ_2 .

Com relação ao calor específico de compósitos, de acordo com Behzad e Sain (2007) essa propriedade pode ser calculada utilizando-se a regra de misturas, conforme é mostrado na equação 2.22.

$$C_p(T) = \nu_f C_{p_f}(T) + (1 - \nu_f) C_{p_m}(T) \quad (2.22)$$

onde $C_{pf}(T)$ e $C_{pm}(T)$ são, respectivamente, os calores específicos da fibra de carbono e da matriz do compósito. Tais valores são dependentes da temperatura.

Os métodos baseados nas propriedades constituintes do material apresentam algumas desvantagens em relação ao método a ser apresentado na próxima seção. Para aplicação desses métodos se faz necessário conhecer as propriedades de cada componente do material compósito, sendo que as propriedades das matrizes e fibras utilizadas nesses materiais podem variar significativamente. Também são necessárias informações sobre a fração volumétrica de cada componente e, em alguns casos, sua distribuição geométrica no material compósito. Além do mais, para a aplicação desse tipo de abordagem, cria-se hipóteses de certos níveis de homogeneização do material compósito, e isso tende a gerar incertezas nos resultados.

2.4.2 Propriedades térmicas de materiais compósitos obtidas experimentalmente

Além das formas apresentadas na seção anterior, a condutividade térmica de materiais compósitos também podem ser estimadas por meio de medições experimentais de transferência de calor.

Uma das formas aplicadas na obtenção de condutividade térmica consiste no método de regime permanente. Nessa abordagem, uma lâmina é colocada sob uma condição tal que gera-se um fluxo de calor em apenas uma direção, na qual se deseja realizar as medições. A condutividade térmica pode então ser obtida por meio da lei de Fourier, assim como mostra a equação 2.23 (TIAN, 2011; BEHZAD; SAIN, 2007).

$$k = \frac{q'' l}{\Delta T} \quad (2.23)$$

onde q'' é o fluxo de calor por unidade de área na direção em que se deseja realizar as medições [W/m^2]; l é a espessura da amostra na direção do fluxo de calor [m] e; ΔT é o gradiente de temperatura existente na amostra [$^{\circ}C$].

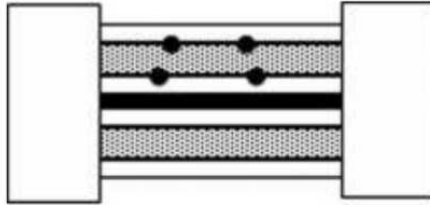
Já com relação ao calor específico, esse pode ser obtido pela equação 2.24 (SHIM; SEO; PARK, 2002).

$$C_p = \frac{-Q}{m\Delta T} \quad (2.24)$$

onde m é a massa da amostra [kg] e Q é a energia aplicada [J].

Behzad e Sain (2007) utilizaram essa técnica para obter propriedades térmicas de compósitos de fibra de cânhamo. Foram avaliadas as propriedades térmicas de dois tipos de compósitos, um com as fibras distribuídas de forma aleatória, nos quais foram obtidas as propriedades nas direções do plano das fibras e transversal, e um compósito com fibras orientadas em uma única direção, no qual realizou-se medições na direção do plano das fibras apenas. A Figura 11 mostra esquematicamente o aparato experimental utilizado nessas análises.

Figura 11 – Aparato experimental utilizado por Behzad e Sain (2007) nas medições de propriedades térmicas de compósitos de fibra de carbono



Fonte: Behzad e Sain (2007)

Nas extremidades laterais da amostra foram posicionados dois isolantes térmicos para impedir o fluxo de calor nessa direção. O fluxo de calor foi gerado com um filme fino aquecido eletricamente, posicionado no centro do aparato, entre duas placas de metais. Após essas placas encontram-se as lâminas de compósito, também posicionadas entre duas placas de metais. Os círculos escuros mostrados na Figura 11 representam os termopares utilizados para monitorar as temperaturas.

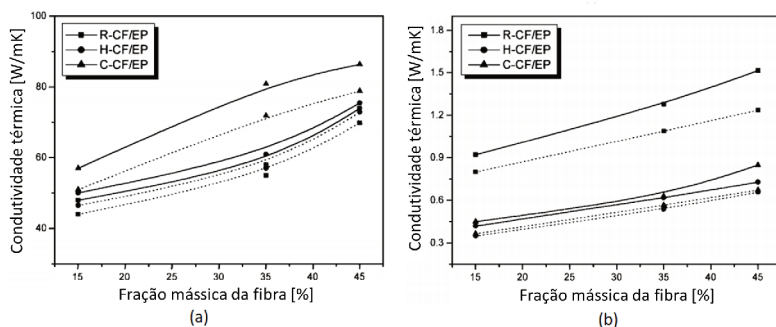
Para a obtenção do calor específico desses materiais, o autor utilizou um calorímetro diferencial de varredura. Os resultados obtidos pelo autor não são discutidos neste trabalho, pois não trata-se de um material compósito de fibra de carbono, objeto de interesse para esta pesquisa. No entanto, considera-se relevante os métodos aplicados para obter as propriedades térmicas de um material compósito.

Shim, Seo e Park (2002) utilizou o método de regime permanente para avaliar as propriedades térmicas em compósitos de fibras de carbono. Nas análises do autor foram considerados compósitos de fibras de carbono com seções transversais de três tipos: circular, tipo C e forma oca, os quais foram representados, respectivamente, pelas siglas R-CF, C-CF e H-CF. E as propriedades térmicas foram avaliadas nas temperaturas de 40 °C e 120 °C, nas direções perpendicular e paralela

à direção das fibras.

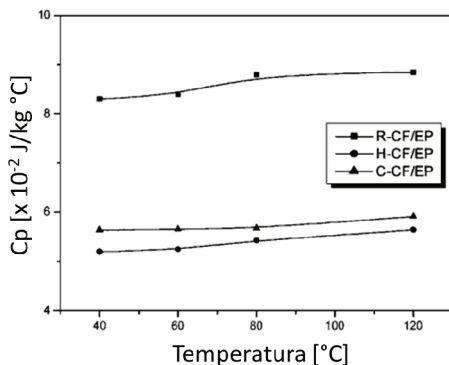
As fibras de carbono utilizadas são do tipo *mesophase pitch-based*, e para as matrizes foram utilizadas resinas epóxi Epotoho YD-128. Os valores de condutividade térmica, obtidos em função da fração mássica da fibra de carbono, e o calor específico em função da temperatura são apresentados nas Figuras 12 e 13, respectivamente.

Figura 12 Condutividade térmica de compósitos de fibra de carbono, obtidas experimentalmente por Shim, Seo e Park (2002), para as direções (a) paralela e (b) perpendicular à direção das fibras



Fonte: Shim, Seo e Park (2002)

Figura 13 Valores de calor específico de compósitos de fibra de carbono, obtidos por meio de análise experimental pelos autores Shim, Seo e Park (2002)



Fonte: Shim, Seo e Park (2002)

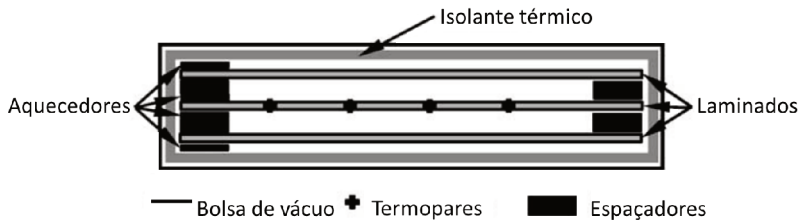
As linhas tracejadas e sólidas representam, respectivamente, valores obtidos a temperaturas de 40 °C e 120 °C. Observa-se que o formato da seção transversal das fibras possui uma influência significativa nas propriedades térmicas do material compósito, e conforme já era esperado, a condutividade térmica do material cresce com o aumento da fração volumétrica da fibra.

Sweeting e Liu (2004) desenvolveu uma técnica baseada no método de regime permanente para determinar a condutividade térmica de materiais compósitos no plano de direção das fibras e na direção transversal a esse plano. Nesse novo método, o gradiente de temperatura é obtido de modo experimental apenas e o resultado é processado numericamente na determinação da condutividade térmica. Os autores também procuraram minimizar as perdas de calor para o meio externo, adotando os seguintes procedimentos, de acordo com cada tipo de perda:

- Condução: evitando contato térmico com materiais vizinhos;
- Convecção: mantendo as superfícies sob vácuo;
- Radiação: fazendo com que as superfícies adjacentes sejam termicamente idênticas, deste modo a quantidade de radiação recebida se iguala à radiação emitida.

As Figuras 14 e 15 mostram os aparatos experimentais desenvolvidos pelos autores.

Figura 14 Esquema do aparato experimental desenvolvido por Sweeting e Liu (2004) para medições de condutividade térmica no plano da direção das fibras

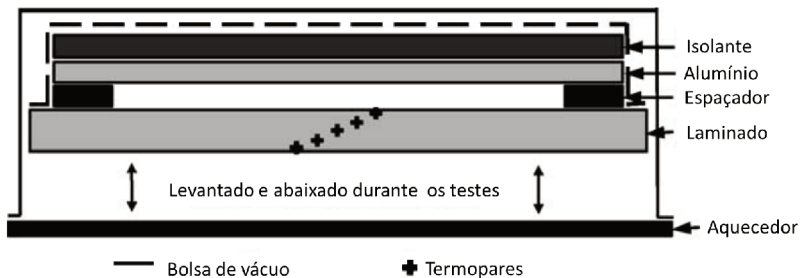


Fonte: Sweeting e Liu (2004)

Para medições das condutividades no plano de direção das fibras, utilizam-se três placas de material compósito, na placa central são feitas

as medições. Além de uma função estrutural, as placas externas ajudam a minimizar as perdas por radiação.

Figura 15 Esquema do aparato experimental desenvolvido por Sweeting e Liu (2004) para medições de condutividade térmica transversal ao plano da direção das fibras

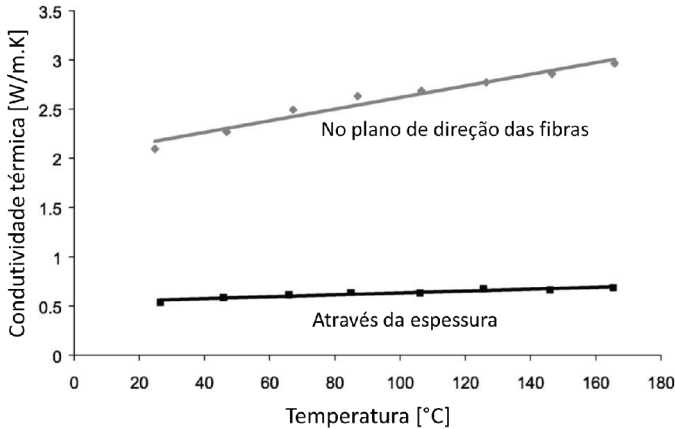


Fonte: Sweeting e Liu (2004)

Idealmente a configuração do teste de condutividade térmica na direção transversal deveria ser semelhante a configuração utilizada nos testes para a direção do plano das fibras, por limitação de equipamentos foi realizada desta forma. O método de medição desenvolvido foi validado por meio de medições em uma liga de alumínio de propriedades conhecidas. Então, foram realizados testes em um material compósito de fibra de carbono, mais especificamente o compósito pré-impregnado Hexcel F593, o qual possui uma fração volumétrica da fibra de 49 %, as fibras estão dispostas na forma entrelaçada simples e a matriz é formada por resina epóxi. Os resultados obtidos nas medições são apresentados na Figura 16.

Percebe-se que, no plano da direção das fibras, a condutividade térmica é maior que na direção transversal a esse plano, e também mais sensível à variação de temperatura. De acordo com Pathak (2013), a interface térmica existente entre a fibra de compósito e a matriz é uma das razões pela qual a condutividade térmica é relativamente baixa na direção transversal. Essa interface obstrui o fluxo de calor, gerando uma resistência térmica nessa direção. Ou seja, melhorar a condução térmica na interface entre a fibra e a matriz poderia melhorar consideravelmente a condutividade do compósito na direção transversal ao plano das fibras. Islam e Pramila (apud PATHAK, 2013) comentam em seu trabalho que aumentar a resistência térmica da interface por apenas um décimo, pode provocar uma redução da condutividade térmica na

Figura 16 Condutividade térmica em função da temperatura no plano de direção das fibras e na direção da espessura do material. Valores obtidos experimentalmente por Sweeting e Liu (2004)



Fonte: Sweeting e Liu (2004)

direção transversal de até cinquenta por cento.

Um outro método experimental que pode ser empregado na obtenção de propriedades térmicas de materiais compósitos é a técnica de sonda plana transitória (*transient plane source*, TPS). Nesse método é gerado um fluxo de calor tridimensional sobre a amostra, assim podem ser avaliadas as propriedades nas três direções principais, simultaneamente. Limitando o tempo total da análise transiente, tal amostra pode ser considerada como sendo um meio infinito. Tal método consiste de um sensor de elemento resistivo no formato de uma espiral dupla, o qual é posicionado entre duas superfícies de um mesmo material a ser testado, sendo responsável pela geração de calor e também pelas medições de temperatura (MAQSOOD; REHMAN, 2013).

Keith et al. (2006) aplica esse método para avaliar a condutividade térmica de dois compósitos de fibra de carbono do tipo *PAN-based*, fibras de carbono Fortafil 243 e Panex 30. Para a matriz desses compósitos foi utilizado o Vectra A950RX, um polímero de cristal líquido. Para a medição da condutividade térmica na direção transversal, o autor também utiliza o medidor de condutividade térmica Holometrix, modelo TCA-300. Os resultados produzidos por meio deste equipamento serão omitidos, pois foram praticamente os mesmos obtidos pela técnica TPS, os quais estão apresentados nas Tabelas 4 e

5.

Tabela 4 – Condutividade térmica, obtida pela técnica TPS, do compósito contendo fibra de carbono Fortafil 243

Fração volumétrica da fibra (ν_f %)	Cond. térmica - transversal [W/m K]	Cond. térmica - plano das fibras [W/m K]
4,1	$0,238 \pm 0,002$	$1,148 \pm 0,030$
6,1	$0,255 \pm 0,002$	$1,208 \pm 0,034$
8,2	$0,271 \pm 0,005$	$1,234 \pm 0,052$
12,4	$0,282 \pm 0,004$	$1,407 \pm 0,012$
16,8	$0,320 \pm 0,004$	$1,548 \pm 0,026$
21,2	$0,353 \pm 0,001$	$1,680 \pm 0,026$
25,5	$0,365 \pm 0,003$	$1,857 \pm 0,028$
30,2	$0,432 \pm 0,004$	$1,966 \pm 0,005$
34,9	$0,527 \pm 0,003$	$2,050 \pm 0,036$
39,7	$0,602 \pm 0,006$	$2,109 \pm 0,015$
44,6	$0,688 \pm 0,004$	$2,239 \pm 0,037$
49,6	$0,838 \pm 0,009$	$2,324 \pm 0,069$
54,7	$1,030 \pm 0,023$	$2,459 \pm 0,057$

Fonte: Keith et al. (2006)

Por meio dos dados obtidos, foi determinada uma relação matemática entre a condutividade térmica transversal ao plano de direção das fibras e a condutividade térmica no plano de direção das fibras em função da fração volumétrica da fibra de carbono presente no compósito. O resultado dessa relação é apresentado na equação 2.25 para a fibra de carbono Fortafil 243, e na equação 2.26 para a fibra de carbono Panex 30.

$$\sqrt{k_{in}k_{thru}} = 0,4841e^{2,1478\nu_f} \quad (2.25)$$

$$\sqrt{k_{in}k_{thru}} = 0,4927e^{2,7933\nu_f} \quad (2.26)$$

onde k_{thru} representa a condutividade térmica transversal ao plano de direção das fibras [W/K m]; k_{in} representa a condutividade térmica no plano de direção das fibras [W/K m] e; ν_f representa a fração volumétrica da fibra de carbono.

Tabela 5 – Condutividade térmica, obtida pela técnica TPS, do compósito contendo fibra de carbono Panex 30

Fração volumétrica da fibra ($\nu_f\%$)	Cond. térmica - transversal [W/m K]	Cond. térmica - plano das fibras [W/m K]
4,0	$0,238 \pm 0,001$	$1,270 \pm 0,010$
6,1	$0,261 \pm 0,001$	$1,304 \pm 0,007$
8,2	$0,277 \pm 0,002$	$1,414 \pm 0,013$
12,4	$0,281 \pm 0,002$	$1,736 \pm 0,012$
16,7	$0,319 \pm 0,002$	$1,988 \pm 0,011$
21,1	$0,334 \pm 0,002$	$2,385 \pm 0,030$
25,5	$0,377 \pm 0,002$	$2,600 \pm 0,015$
30,1	$0,455 \pm 0,006$	$2,888 \pm 0,017$
34,8	$0,528 \pm 0,005$	$3,137 \pm 0,016$
39,9	$0,592 \pm 0,008$	$3,376 \pm 0,084$
44,4	$0,860 \pm 0,020$	$3,559 \pm 0,051$
49,4	$1,035 \pm 0,004$	$3,852 \pm 0,042$
54,5	$1,264 \pm 0,001$	$4,109 \pm 0,013$

Fonte: Keith et al. (2006)

Além desses métodos apresentados, existem outros métodos que podem ser empregados para determinar propriedades térmicas de materiais compósitos. Tian (2011) descreve, por exemplo, o método 3ω . Esse método consiste num filme metálico depositado sobre a superfície da amostra com o objetivo de aquecê-la e também medir sua temperatura. Então, uma corrente alternada de frequência ω atravessa o filme metálico de modo a gerar um fluxo de calor que oscila a uma frequência de 2ω . A resistência elétrica do metal irá oscilar em função da temperatura da superfície da amostra, também numa frequência de 2ω . Assim, as informações de propriedades térmicas do material poderão ser avaliadas observando as quedas de tensões no filme metálico na frequência de 3ω . O método 3ω se difere dos demais principalmente por considerar a variação da temperatura no domínio da frequência, ao invés de considerar essa variação no domínio do tempo.

Mueller (1984) buscou simular o aquecimento rápido do compósito de fibra de carbono com resina epóxi, AS/3501-6, sob o efeito de irradiação a laser. Em seu estudo, são apresentadas dados

de calor específico variando em função da temperatura, assim como a variação de densidade do material. Tais informações são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Calor específico e densidade do compósito de fibra de carbono, AS/3501-6, em função da temperatura

Temperatura [°C]	Densidade [kg/m ³]	Calor específico [J/kg°C]
10	1506	1254
329	1506	2056
357	1506	5007
496	1506	4902
524	1084	1593
566	1084	1607
621	1084	1625
704	1084	1652
816	1084	1689
3316	1084	2508

Fonte: Mueller (1984)

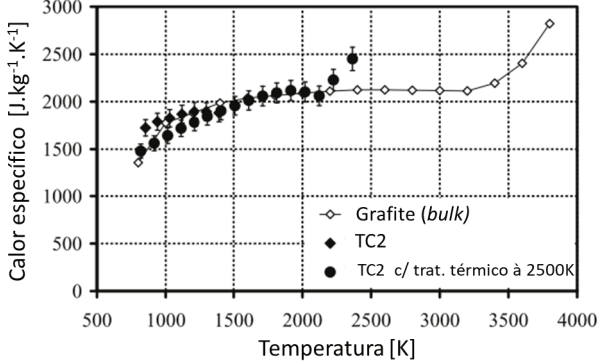
Segundo o autor, esses dados sofreram algumas modificações dos dados originais para permitir melhor estabilidade em análises numéricas. Observa-se na literatura, algumas variações sobre as propriedades desse material, AS/3501-6. O autor explica que a mudança brusca no valor de calor específico do material, entre 300°C e 500 °C aproximadamente, ocorre devido reações químicas no material e se deve também à fase final da sublimação do epóxi.

Alguns estudos apresentam as propriedades das fibras de carbono isoladamente. Nesse sentido, Pradere et al. (2009) avaliou experimentalmente as principais propriedades térmicas de fibras de carbono para valores de temperatura de até 2500 K. Em suas análises foram consideradas fibras de carbono originadas de três modos diferentes: piche, rayon e poliacrilonitrila (PAN).

Na Figura 17 e na Figura 18 são apresentados respectivamente, os resultados experimentais dos valores de calor específico para as fibras de carbono do tipo rayon-based e PAN-based. Os resultados obtidos para a fibra de carbono pitch-based são desconsideradas neste trabalho, pois segundo o próprio autor as medições nessa fibra geraram incertezas

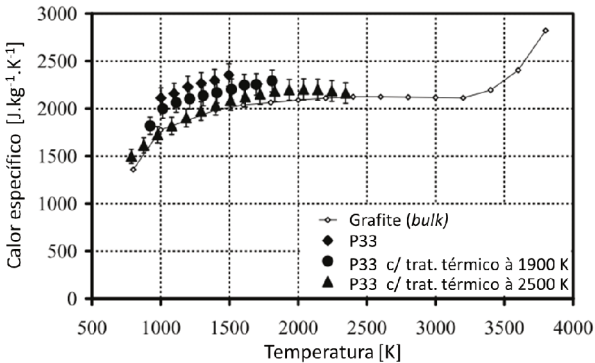
relativamente altas, da ordem dos vinte por cento aproximadamente.

Figura 17 Valores experimentais de calor específico da fibra de carbono TC2 rayon-based.



Fonte: Pradere et al. (2009)

Figura 18 Valores experimentais de calor específico da fibra de carbono PANEX 33 - PAN-based.



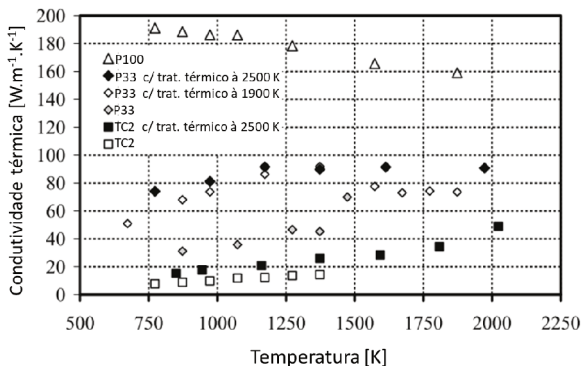
Fonte: Pradere et al. (2009)

Os resultados das medições de calor específico das fibras de carbono foram comparados com dados de calor específico do grafite obtidos na literatura. Para a fibra de carbono TC2 rayon-based (Figura 17) percebe-se que os valores de calor específico quase não mudam quando a fibra é submetida a tratamento térmico e se assemelham aos valo-

res observados para o grafite. Já na Figura 18, observa-se que com tratamento térmico o calor específico da fibra de carbono PANEX 33 - PAN-based diminui, e para um tratamento térmico a 2500 K, seus valores se assemelham ao do grafite. Vale observar também que em qualquer caso os valores de calor específico aumentam com o aumento da temperatura.

Pradere et al. (2009) também avaliou a condutividade térmica das fibras de carbono em função da temperatura, sendo que os resultados obtidos são apresentados na Figura 19.

Figura 19 Valores de condutividade térmica para as fibras de carbono rayon-based, PAN-based e pitch-based.



Fonte: Pradere et al. (2009)

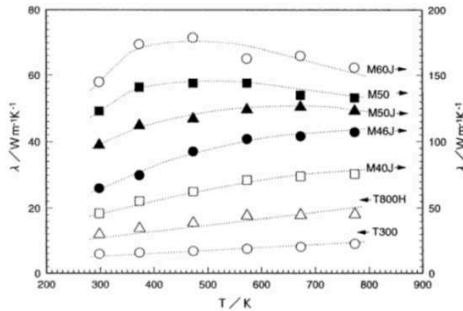
Da Figura 19 podem-se tirar as seguintes constatações: de modo geral, o aumento de temperatura provoca o aumento da condutividade térmica do material; o tratamento térmico aumenta a condutividade térmica da fibra; as fibras pitch-based são as que possuem os maiores valores de condutividade térmica, tal característica que causou imprecisão nos seus resultados, devido limitações do equipamento de medição. Em seguida, têm-se as fibras PAN-based com maior valor de condutividade térmica e por último, como piores condutores térmicos, têm-se as fibras de carbono TC2 rayon-based.

No entanto, segundo Wang et al. (2014), a condutividade térmica tem pouca influência nos efeitos das descargas atmosféricas em materiais compósitos de fibra de carbono, ao contrário do calor específico do material, cujo aumento reduz esses efeitos negativos causados pela descarga atmosférica.

Quanto à variação da condutividade térmica da fibra de carbono

em função da temperatura, Hatta et al. (2000) apresenta em seu trabalho essa relação para várias fibras de carbono, conforme é mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Condutividade térmica de diferentes fibras de carbono em função da temperatura.



Fonte: Hatta et al. (2000)

Hatta et al. (2000) também apresenta graficamente uma relação entre a condutividade térmica e a condutividade elétrica de uma fibra de carbono PAN-based, conforme mostrado na Figura 21.

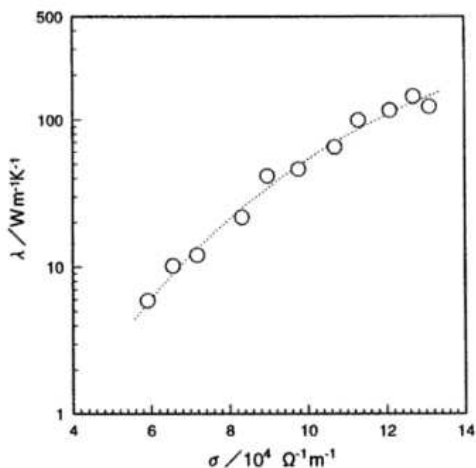
Sabe-se que para a grande maioria dos casos, o aumento da condutividade elétrica de um material se traduz no aumento da condutividade térmica do mesmo, pela Figura 21 é possível observar esse comportamento.

Como essas informações são apenas sobre as propriedades das fibras de carbono utilizadas em materiais compósitos, seria necessário aplicar algum dos métodos que permitem a obtenção das propriedades do compósito com base em seus componentes constitutivos. Seriam também necessárias mais informações sobre o material como, por exemplo, a fração volumétrica utilizada da fibra de carbono e as propriedades da matriz utilizada.

2.5 MODELAGEM DA DESCARGA ATMOSFÉRICA

De acordo com Baba e Rakov (2014), descargas atmosféricas atingem a velocidade de um terço à um meio da velocidade da luz, e essa característica, juntamente com o pico da corrente, influencia no pico inicial do campo de radiação. Outra característica importante desse fenômeno é a impedância de seu canal, por onde passa a corrente,

Figura 21 – Relação entre condutividade térmica e condutividade elétrica de uma fibra de carbono PAN-based a uma temperatura de 298,15 K.



Fonte: Hatta et al. (2000)

a qual possui influência direta na magnitude da corrente da descarga atmosférica. Segundo esses mesmos autores, há sete formas de representar o canal da descarga atmosférica em simulações computacionais:

1. Fio condutor perfeito;
2. Fio carregado com indutância adicional distribuída em série;
3. Fio circundado por um meio dielétrico diferente do ar;
4. Fio revestido com material dielétrico;
5. Fio revestido com material fictício de altos valores de permissividade e permeabilidade relativas;
6. Dois fios paralelos com capacitância adicional;
7. Série de fontes de correntes em fase.

Desses sete diferentes modos de representar o canal da descarga, o autor menciona que o terceiro e quinto método mencionados acima são os melhores em termos de característica de impedância e velocidade.

Por outro lado, a representação mais simples se dá por meio de um fio condutor perfeito, no entanto, que tal método apresenta a desvantagem de que a velocidade da descarga fica muito próxima à velocidade da luz. No método FDTD um fio perfeitamente condutor pode ser representado forçando os componentes tangenciais do campo elétrico ao longo do fio a serem zerados.

Quanto as dimensões reais do canal da descarga atmosférica, seu comprimento vertical é em média de três à quatro milhas. Com relação ao diâmetro, fotografias desse fenômeno sugerem que ele mede entre duas e sete polegadas, no entanto, esses valores são considerados superestimados. Análises feitas da interação da descarga atmosférica com objetos, como telas de fibra de vidro ou até mesmo rochas, indicam que o diâmetro de descargas atmosféricas é da ordem de uma polegada (UMAN, 1986).

Segundo Noda e Yokoyama (2002), o fio perfeitamente condutor, representado no método FDTD, possui um raio intrínseco ao método de $0,2298\Delta s$, sendo Δs o comprimento lateral da célula. Porém o mesmo autor apresenta uma técnica que permite a representação de fios com diferentes diâmetros. Os autores Taniguchi et al. (2008) apresentam uma melhoria dessa técnica para permitir a alteração do raio do fio perfeitamente condutor. Ambas as abordagens consistem em alterar certas propriedades do meio ao redor do fio.

Quanto ao comprimento do canal da descarga atmosférica, é computacionalmente inviável simulá-lo em seu tamanho real. Assim, foi feita a simulação considerando a excitação diretamente no material. Baba e Rakov (2014) mencionam as seguintes formas de realizar a excitação da descarga atmosférica:

- Determinar uma impedância específica na base de um fio vertical;
- Fonte de tensão concentrada;
- Fonte de corrente concentrada;
- Conjunto de fontes de correntes em fases.

Para este trabalho optou-se por utilizar a excitação na forma de fonte de corrente concentrada, o equacionamento desse método assim como a justificativa dessa escolha são apresentados na metodologia deste trabalho.

3 METODOLOGIA

Tem-se como proposta uma análise numérica de modo a avaliar o efeito térmico e eletromagnético em uma placa de compósito de fibra de carbono sob o efeito de uma descarga atmosférica. Tal tipo de estudo tem se mostrado importante para a indústria aeronáutica.

De modo geral, um problema de engenharia pode ser resolvido de três modos diferentes: por meio de experimentos, método analítico, ou então, pela aplicação de métodos numéricos. Cada um desses métodos possui vantagens e desvantagens e nem sempre podem ser aplicados para todo e qualquer tipo de problema.

É comum utilizar mais de um método na busca de solução de um mesmo problema. Para este trabalho optou-se pelo uso de métodos numéricos, pois as equações diferenciais referentes ao fenômeno estudado não possuem solução analítica no domínio de estudo. Além disso, não se tem os recursos necessários para realizar experimentos que permitam avaliar o impacto de descargas atmosféricas em materiais compósitos. Entre tais recursos estariam inclusos um gerador de impulsos para simular a descarga atmosférica e uma câmera termográfica para medição de temperatura.

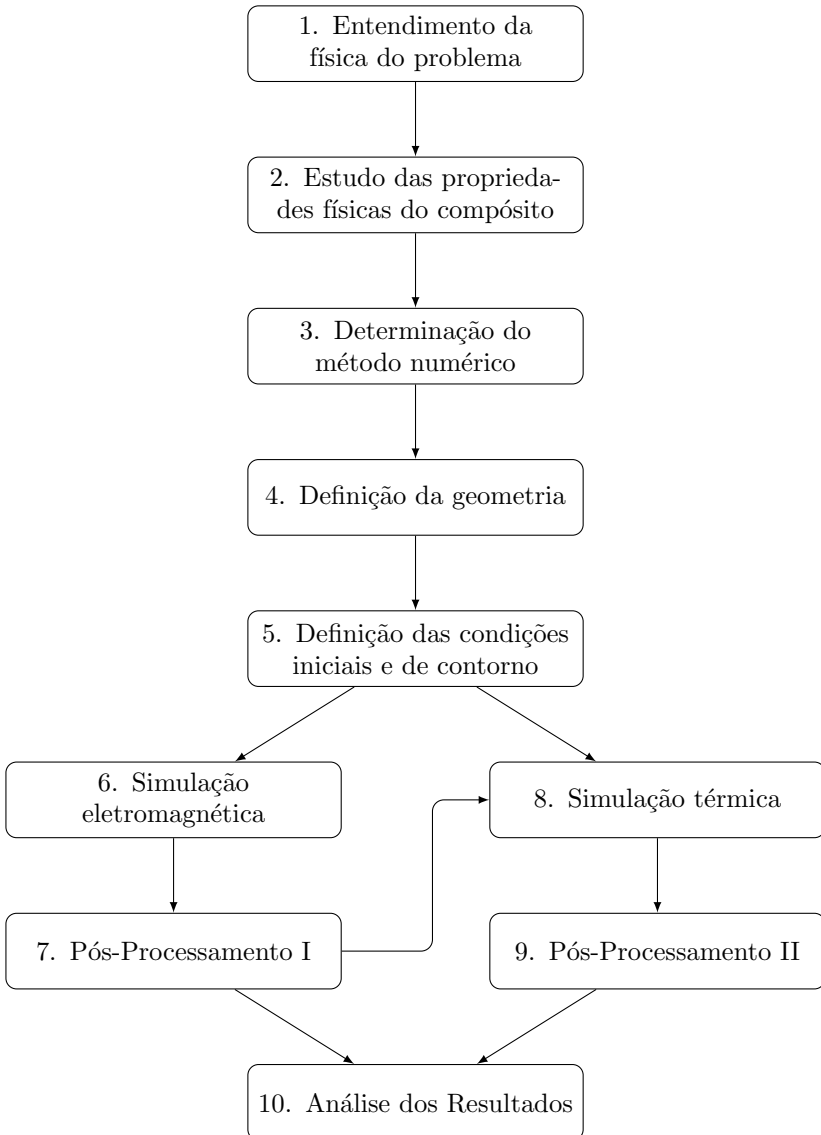
Métodos numéricos são soluções aproximadas do equacionamento representando o fenômeno físico. No entanto, eles permitem solucionar problemas que na forma analítica seriam muito complexos ou até mesmo impossíveis de serem resolvidos. Entre os métodos mais utilizados nas análises numéricas de problemas de engenharia têm-se: método de diferenças finitas, método de elementos finitos, método de volumes finitos e o método de linhas de transmissão.

Optou-se por utilizar o método de diferenças finitas no domínio do tempo, bastante conhecido, na área de eletromagnetismo, pela sigla FDTD, do inglês, *Finite-Difference Time Domain*. Trata-se de um método tradicionalmente usado em problemas de análise de campo eletromagnético. Análises térmicas também podem ser realizadas com método de diferenças finitas. A maioria das outras técnicas não permitiriam realizar ambas as análises propostas por este trabalho. Tal motivo, juntamente com a simplicidade de aplicação do mesmo, tornam o método FDTD o mais conveniente para este estudo.

Uma visão geral das etapas envolvidas no desenvolvimento deste estudo é apresentada na Figura 22. Existem alguns aspectos em comum nas etapas utilizadas para se obter uma solução numérica, algumas das etapas mostradas no fluxograma, por exemplo, são válidas para

qualquer tipo de análise numérica.

Figura 22 – Fluxograma da metodologia aplicada neste estudo.



Fonte: Do Autor

Os dois primeiros itens indicados no fluxograma já foram parcialmente discutidos no capítulo anterior deste trabalho. No qual foram apresentadas algumas características das descargas atmosféricas e sua interação com a aeronave com base nas normas SAE ARP 5412 e SAE ARP 5414, assim como uma revisão bibliográfica sobre propriedades físicas de materiais CFC. O equacionamento da física do problema e os valores das propriedades físicas, adotadas para este trabalho, são discutidos nas próximas seções.

Cada um dos demais itens mostrados nesse fluxograma serão integralmente discutidos nas próximas seções ou capítulos deste trabalho. No item 3 é abordado a forma com que as equações eletromagnéticas e térmicas são aproximadas para solucionar o problema. O item 4 refere-se ao domínio de estudo considerado nas simulações, o qual é composto por uma placa de material compósito imerso num volume de ar. O item 5 é discutido na mesma seção em que são apresentadas as equações aplicadas para cada simulação.

O item 6 e 8 se referem ao desenvolvimendo do código e execução do mesmo. Para o trabalho desenvolvido, os códigos para as simulações foram escritos em linguagem de programação C. Optou-se por desenvolver o próprio código, ao invés de utilizar um software comercial ou alguma outra alternativa nesse sentido, pois assim tem-se maior liberdade na definição do equacionamento e modelamento do problema. De modo que pode ser feito um julgamento mais preciso sobre os resultados, pois se tem conhecimento sobre todas as simplificações e características adotadas para as simulações.

Os resultados obtidos das simulações foram processados por meio do uso do software Matlab, no qual são gerados alguns gráficos e observados alguns dados que auxiliam no entendimento dos efeitos de descargas atmosféricas em materiais CFC. Tal etapa se refere aos itens 7 e 9 do fluxograma. O item 10 diz respeito à discussão dos resultados obtidos, no qual é dedicado um capítulo exclusivo para esta questão.

É importante observar da Figura 22, que as simulações térmicas dependem das simulações eletromagnéticas, e que elas são executadas separadamente.

3.1 MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

O método de diferenças finitas no domínio do tempo é utilizado nas mais diversas aplicações de engenharia. Tal método se baseia em

substituir as derivadas presentes nas equações diferenciais por aproximações de diferenças finitas, este procedimento é realizado por meio de expansões em série de Taylor. Essas aproximações podem se dar de três modos distintos, conforme exemplificado por meio das equações 3.1 à 3.5 na obtenção da derivada de primeira ordem de y (CAUSON; MINGHAM, 2010).

- Aproximação avançada (*forward*):

$$y(x+\Delta x) = y(x) + \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \Delta x + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_x \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_x \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x} - O(\Delta x) \quad (3.2)$$

- Aproximação atrasada (*backward*):

$$y(x-\Delta x) = y(x) - \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x \Delta x + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_x \frac{\Delta x^2}{2!} - \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_x \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = \frac{y(x) - y(x-\Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.4)$$

- Aproximação central – a aproximação central pode ser obtida subtraindo a aproximação *backward* da aproximação *forward*:

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = \frac{y(x+\Delta x) - y(x-\Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.5)$$

O termo $O(\Delta x^n)$ representa o erro de truncamento da aproximação adotada, sendo n a ordem dessa aproximação. Para valores suficientemente pequenos de Δx , o erro vai estar concentrado no primeiro termo da série de Taylor, assim os demais termos podem ser desconsiderados.

A resolução de problemas físicos por meio de métodos numéricos, de modo geral, requer a imposição de valores ou condições iniciais, assim como de valores ou condições nas extremidades da geometria em análise. Este último também denominado como condições de contorno. Deve-se ter cuidado ao determinar essas condições, pois influenciam

diretamente no resultado final, além do mais, se condições em demorado são especificadas, então não será possível obter uma solução para o problema. Para o caso em que poucas condições sejam especificadas, o problema poderá ter múltiplas soluções. Entre as condições de contorno mais comuns, têm-se:

- Condição de contorno de Dirichlet – este tipo de condição especifica os valores de uma variável nas extremidades de um domínio.
- Condição de contorno de Neumann – este tipo de condição fixa os valores de derivada de uma determinada variável, normalmente sendo igual a zero.

Para a avaliação de campos eletromagnéticos é comum a utilização de condições de contorno absorventes, bastante conhecidas pela sigla ABC, do inglês, *Absorbing Boundary Conditions*. Em 1981 Mur publicou a primeira condição de contorno absorvente estável, mais tarde, Higdon (1986) desenvolveu uma condição ABC capaz de oferecer menores índices de reflexão da onda para diferentes ângulos de incidência. E por fim, Berenger (1994) desenvolveu uma técnica de condições de contorno absorventes altamente efetivas, denominada de camada perfeitamente casada e bastante conhecida pela sigla PML, do inglês, *Perfect Matched Layers*. Embora esta última técnica seja significativamente superior às demais, a sua aplicação não é tão simples quanto as outras quando se trata de materiais anisotrópicos, pois necessita de algumas modificações nas propriedades do material e a computação de alguns subcomponentes extras relacionados a tais propriedades. Por este motivo, considera-se para a realização deste trabalho a aplicação da condição de contorno de Higdon. Sua aplicação é simples e ao mesmo tempo é capaz de oferecer resultados satisfatórios.

3.1.1 Atualização numérica dos campos eletromagnéticos

No que se diz respeito a simulações de campos eletromagnéticos, o método de diferenças finitas no domínio do tempo desenvolvido em 1966 por Yee tem sido um dos mais aplicados nessa área. No entanto, ele foi elaborado para aplicação em meios isotrópicos. Schneider e Hudson (1993), a partir do método desenvolvido por Yee, deduziram uma extensão desse método para aplicação em meios anisotrópicos, conforme é mostrado na sequência.

Em um material anisotrópico, a densidade de fluxo elétrico está relacionada com o campo elétrico por meio de um tensor de permissi-

vidade. De modo semelhante, a densidade de corrente está relacionada com o campo elétrico através de um tensor de condutividade. Assim, a lei de Ampère é escrita conforme mostrado na equação 3.6:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{\sigma} \vec{E} + \vec{\epsilon} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.6)$$

onde \vec{H} representa o campo magnético [T]; $\vec{\sigma}$ o tensor de condutividade elétrica [S/m]; $\vec{\epsilon}$ o tensor de permissividade elétrica [F/m] e; \vec{E} representa o campo elétrico [N/C].

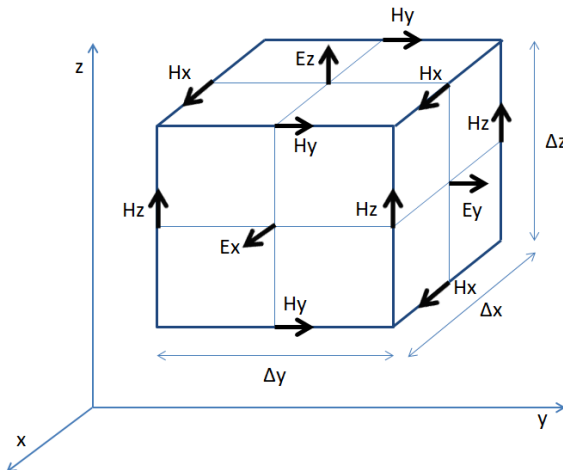
Considerando que o material não seja magnético, a lei de Faraday é escrita conforme mostrado na equação 3.7:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.7)$$

Sendo μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo.

No método desenvolvido por Yee considera-se que o campo elétrico está disponível apenas nos valores inteiros de t , enquanto que o campo magnético está afastado do campo eletromagnético em meio passo de tempo. Espacialmente, eles também estão afastados. A localização dos campos elétricos e magnéticos é dado pela célula de Yee, mostrada na Figura 23.

Figura 23 – Célula de Yee, localização dos campos eletromagnéticos.



Fonte: Do Autor

Deste modo, discretizando a equação 3.7 por meio da aproximação *forward* e isolando o campo H com passo de tempo $n + 1/2$, obtém-se a seguinte relação para a atualização do campo H na direção x :

$$H_x|_{i,j,k}^{n+1/2} = H_x|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left\{ \frac{1}{\Delta z} (E_y|_{i,j,k+1/2}^n - E_y|_{i,j,k-1/2}^n) - \frac{1}{\Delta y} (E_z|_{i,j+1/2,k}^n - E_z|_{i,j-1/2,k}^n) \right\} \quad (3.8)$$

As atualizações dos campos E são obtidas por meio da discretização da equação 3.6, onde aplica-se a aproximação *forward* tanto para as derivadas espaciais quanto temporais. Na equação 3.8, os campos são considerados como estando no passo de tempo $n + 1/2$, e como os campos elétricos não estão explicitamente disponíveis nesse passo de tempo, eles são aproximados pela relação mostrada na equação 3.9:

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1/2} = 0,5(E_x|_{i,j,k}^{n+1} + E_x|_{i,j,k}^n) \quad (3.9)$$

Aplicando as considerações acima comentadas, e isolando os campos elétricos disponíveis no passo de tempo $n + 1$, é possível obter o seguinte conjunto de equações escritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} E_x^{n+1} \\ E_y^{n+1} \\ E_z^{n+1} \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{\Delta t} \bar{\epsilon} + \frac{1}{2} \bar{\sigma} \right)^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{n+1/2} & - \frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{n+1/2} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} \Big|_{n+1/2} & - \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{n+1/2} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{n+1/2} & - \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{n+1/2} \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{\Delta t} \bar{\epsilon} + \frac{1}{2} \bar{\sigma} \right) \begin{bmatrix} E_x^n \\ E_y^n \\ E_z^n \end{bmatrix} \right\} \quad (3.10)$$

Para exemplificar, é apresentado no Apêndice A a solução geral da equação 3.10 para a componente E_x^{n+1} .

A forma com que as componentes dos campos elétricos e magnéticos são apresentados na equação 3.10 não leva em consideração a localização delas na célula de Yee. Para implementar esse conjunto de equações é necessário considerar a localização de cada componente dos campos elétrico e magnético como estando em um mesmo ponto, isso pode ser obtido por meio de uma interpolação considerando as células vizinhas. As localizações na célula de Yee das componentes dos campos elétricos e magnéticos, identificadas pelos seus respectivos índices, são mostradas no Apêndice B. No Apêndice C e D são apresentados, respectivamente, as equações de interpolação para as componentes dos campos elétricos e derivadas parciais do campo magnético.

Nakagawa et al. (2016) apresenta em seu trabalho um outro conjunto de equações capazes de avaliar o efeito eletromagnético em materiais anisotrópicos.

$$E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = \frac{1 - \sigma_{xx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{xx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon}}{1 + \sigma_{xx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} \left[\frac{\partial H_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} - \frac{\partial H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} \right] - \frac{\sigma_{xy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{xx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} - \frac{\sigma_{xy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{xx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \quad (3.11)$$

$$E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = \frac{1 - \sigma_{yy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{yy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon}}{1 + \sigma_{yy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} \left[\frac{\partial H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} - \frac{\partial H_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} \right] - \frac{\sigma_{yx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{yy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} - \frac{\sigma_{yx} \frac{\Delta t}{2\epsilon}}{1 + \sigma_{yy} \frac{\Delta t}{2\epsilon}} E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \quad (3.12)$$

Das equações acima, percebe-se que E_x é função de E_y num mesmo passo de tempo e vice-versa. Deste modo, os autores optaram por resolver essas equações aplicando o método iterativo de Gauss-Seidel. Neste trabalho, decidiu-se por substituir $E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1}$ da Equação 3.11, pelo termo à direita da Equação 3.12. Assim, $E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1}$ pode ser isolado e calculado de modo direto. Isso permite também realizar a atualização da componente $E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1}$ sem a necessidade de utilizar um método iterativo.

3.1.2 Atualização numérica da distribuição de temperatura

A distribuição de temperatura sobre o material compósito devido à incidência da descarga atmosférica possui uma relação direta com o campo elétrico gerado devido essa mesma incidência. Isso se dá por causa da natureza dielétrica do material, que faz com que o mesmo sofra um aquecimento com a incidência da descarga atmosférica, devido o efeito Joule.

A relação da transferência de calor considerando o efeito Joule é expressa pela equação 3.13, que relaciona a variação da temperatura em função das propriedades térmicas do material, a densidade de corrente e o campo elétrico (ATHANASOPOULOS; KOSTOPOULOS, 2012).

$$((1 - \nu_m)(\rho C p)_f + \nu_m(\rho c)_m) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\bar{k} \nabla T) + J \cdot E - \dot{Q}_{perdas} \quad (3.13)$$

onde ν_m é a fração volumétrica da matriz do compósito; c é o calor específico [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]; ρ é a densidade do material (fibra ou matriz) [$kg.m^{-3}$]; k é o tensor de condutividade térmica do material compósito [$W.m^{-1}.K^{-1}$]; T é a temperatura do material compósito [K]; J é a densidade de corrente [$A.m^{-2}$]; E é o campo elétrico [$N.C^{-1}$]; \dot{Q}_{perdas} representa as perdas de energia [W]; e os índices f e m indicam que a propriedade em questão refere-se a fibra e a matriz do compósito, respectivamente. Essa equação é importante para avaliar a variação da temperatura do material em função do campo elétrico gerado pela descarga atmosférica na aeronave.

O termo $\nabla \cdot (\bar{k} \nabla T)$ para um material anisotrópico, quando expandido, fica na forma apresentada pela equação 3.14.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\bar{k} \nabla T) = & k_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + (k_{xy} + k_{yx}) \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \\ & + (k_{xz} + k_{zx}) \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Na prática, o tensor de condutividade térmica k pode ser obtido de modo semelhante à condutividade elétrica, por meio da equação 2.6. Com relação aos valores de condutividades térmicas de compósito em fibra de carbono com matriz polimérica na direção transversal e longitudinal a orientação da fibra, considera-se os valores utilizados por Wang et al. (2016), que cita em seu trabalho essas propriedades para um material compósito de fibra de carbono. Tem-se que para um material compósito de fibra de carbono:

$$k_{xy} = k_{yx} \quad (3.15)$$

$$k_{xz} = k_{zx} \quad (3.16)$$

$$k_{yz} = k_{zy} \quad (3.17)$$

Além disso, as considerações adotadas para A.6 e 3.18 são válidas também para a condutividade térmica, ou seja:

$$k_{xz} = k_{yz} = k_{zx} = k_{zy} = 0 \quad (3.18)$$

Deste modo, a equação 3.14 pode ser reescrita conforme apresentado em 3.19.

$$\nabla \cdot (\bar{k} \nabla T) = k_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + 2k_{xy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \quad (3.19)$$

No código elaborado, essas simplificações apresentadas neste trabalho, sobre as propriedades físicas do compósito de fibra de carbono, não são aplicadas de modo direto. As equações são escritas de modo mais abrangente, permitindo a aplicação das mesmas para outros tipos de materiais anisotrópicos. No entanto, com a aplicação das considerações feitas em A.5, A.6 e 3.18, obtém-se o mesmo resultado que seria adquirido pela aplicação direta das equações apresentadas neste trabalho.

Com relação as perdas de energia, representadas por \dot{Q}_{perdas} , para este estudo em questão, pode se dar de três modos diferentes:

- Convecção - são as perdas decorrentes do contato das superfícies da placa com o ar atmosférico;
- Radiação - são as perdas relacionadas à diferença de temperatura entre a placa de compósito e o meio externo;
- Fluxo de massa - são as perdas decorrentes do processo de decomposição da matriz polimérica, que passa por uma etapa de formação de gases de pirólise, o qual é liberado para fora da placa de compósito.

A parcela da convecção pode ser escrita conforme 3.20.

$$q_{conv} = -h_c A (T_{sup} - T_\infty) \quad (3.20)$$

Onde h_c é o coeficiente de convecção, obtido normalmente por meio de correlações empíricas [W/m^2K]; A é a área da superfície da placa em contato com o ar atmosférico [m^2]; T_{sup} é a temperatura na superfície da placa; e T_∞ é a temperatura do ar em contato com a placa [K]. Para este trabalho adotou-se o valor de $20 W/m^2K$ para o coeficiente de convecção. De acordo com Incropera et al. (2006), valores típicos de convecção natural do ar podem variar entre 5 e $30 W/m^2K$.

A perda de calor por radiação é obtida pela equação 3.21.

$$q_{rad} = -\epsilon_T \sigma_B A (T_{sup}^4 - T_{\infty}^4) \quad (3.21)$$

Sendo ϵ_T a emissividade do material compósito; e σ_B a constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma_B = 5,670 \times 10^{-8} [W/(m^2 K^4)]$. Para a emissividade do CFC foi considerado o valor de 0,85 (LEE et al., 2017).

E a perda devido o fluxo de massa pode ser obtido pela equação 3.22 (WANG, 2017).

$$q_{mass} = (h_g - \bar{h}) \frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_{x,y,z} + \dot{m}_{gx} \frac{\partial h_g}{\partial x} + \dot{m}_{gy} \frac{\partial h_g}{\partial y} + \dot{m}_{gz} \frac{\partial h_g}{\partial z} \quad (3.22)$$

Onde h_g é a entalpia do gás de pirólise [J]; \bar{h} é a média ponderada da entalpia de todo o compósito [J]; \dot{m}_{gx} , \dot{m}_{gy} e \dot{m}_{gz} são os fluxos de massa devido a liberação dos gases de pirólise nas direções x , y e z , respectivamente. Os valores de entalpia são dependentes da temperatura. Esse tipo de perda de energia não é considerado neste trabalho.

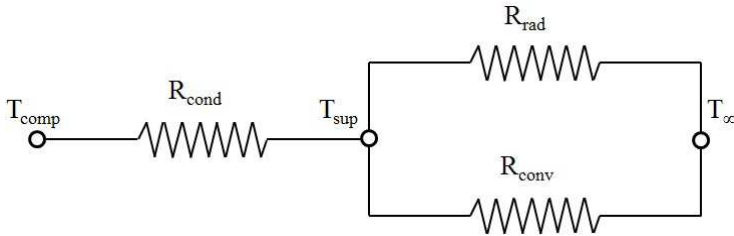
Na atualização dos campos eletromagnéticos, cada ponto da malha se encontra no meio do volume discretizado. Como a simulação térmica depende de dados obtidos na simulação eletromagnética, considerou-se essa mesma característica para a malha na atualização da temperatura. No entanto, isso faz com que as temperaturas nas superfícies do compósito não se encontrem disponíveis, informação importante para calcular as perdas por radiação e convecção. Uma forma de contornar parcialmente esse problema é computar o fluxo de calor perdido, na forma de resistência térmica. Onde a transferência de calor é considerada na forma de um circuito térmico, semelhante a um circuito de resistência elétrica. Esse fluxo de calor pode ser calculado pela equação 3.23 (INCROPERA et al., 2006).

$$q = \frac{\Delta T}{R_{total}} \quad (3.23)$$

onde ΔT é a diferença de temperatura entre dois nós de um circuito térmico e; R_{total} é a resistência térmica entre esses dois nós. Na Figura 24 é apresentado o circuito térmico das perdas de calor que ocorre no material compósito para o ambiente externo, por meio da radiação e convecção.

Na Figura 24, T_{comp} , T_{sup} e T_{∞} representam, respectivamente, as temperaturas dos pontos das extremidades da malha, a temperatura na superfície do material compósito e a temperatura ambiente. Equanto que R_{cond} , R_{rad} e R_{conv} correspondem, respectivamente, a resistência

Figura 24 – Circuito térmico representando a troca de calor entre o compósito e o ambiente externo.



Fonte: Do Autor

de condução, resistência de convecção e resistência de radiação, que podem ser obtidas conforme mostrado nas equações 3.24 à 3.26.

$$R_{cond} = \frac{L}{kA} \quad (3.24)$$

$$R_{conv} = \frac{1}{h_c A} \quad (3.25)$$

$$R_{rad} = \frac{1}{h_r A} \quad (3.26)$$

Onde L é a distância entre o ponto da malha e a superfície do material [m] e; h_r é o coeficiente de transferência de calor por radiação, que pode ser obtido conforme mostrado na equação 3.27.

$$h_{rad} = \epsilon\sigma(T_\infty + T_{sup})(T_\infty^2 + T_{sup}^2) \quad (3.27)$$

Percebe-se pela equação 3.27 que ainda é necessário a informação da temperatura na superfície do material, ou seja, essa abordagem não resolve totalmente o problema. No entanto, essa informação não é mais necessária para computar a perda por convecção. No caso da radiação, a temperatura da superfície é aproximada como sendo a mesma que a temperatura interna do compósito, no ponto mais próximo à parede.

A resistência total do circuito pode então ser obtida conforme mostra a equação 3.28.

$$R_{total} = R_{cond} + \frac{R_{rad}R_{conv}}{R_{conv} + R_{rad}} \quad (3.28)$$

Com relação ao termo $J \cdot E$, esse representa o efeito Joule e é ob-

tido por meio da simulação de distribuição dos campos eletromagnéticos no objeto em análise. Ou seja, esse termo é um parâmetro de saída da simulação eletromagnética e funciona como o termo fonte na análise de distribuição de temperatura no objeto de estudo. Cada ponto da malha terá um valor associado ao efeito Joule, assim, a malha utilizada para ambas as simulações deverá ser a mesma. O modo de obtenção do campo elétrico já foi detalhadamente apresentado no tópico anterior deste trabalho, a densidade de corrente é obtida pela equação 3.29 (BABA; RAKOV, 2016).

$$\vec{J}^{n-\frac{1}{2}} = \bar{\sigma} \cdot \frac{(\vec{E}^n + \vec{E}^{n-1})}{2} \quad (3.29)$$

Tomando-se em consideração a característica do material compósito de fibra de carbono apresentada em A.6, a equação 3.29 pode ser escrita na forma matricial conforme mostrado em 3.30.

$$\begin{bmatrix} J_x^{n-\frac{1}{2}} \\ J_y^{n-\frac{1}{2}} \\ J_z^{n-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} E_x^n + E_x^{n-1} \\ E_y^n + E_y^{n-1} \\ E_z^n + E_z^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Na discretização da equação 3.13, o termo $J \cdot E$ é tratado apenas como uma constante, pois esses valores são obtidos a partir das simulações eletromagnéticas. Essa discretização é realizada utilizando-se a aproximação central para as derivadas espaciais. Para a derivada temporal utiliza-se a aproximação *backwards*, isso é caracterizado como sendo um esquema implícito, pois o cálculo da atualização de temperatura torna-se dependente de valores de temperaturas de um mesmo passo de tempo n . Desconsiderando nesse momento as perdas de energia, pois estas são aplicadas apenas nas superfícies da placa de compósito, o resultado de discretização para a atualização da temperatura fica conforme mostrado em 3.31.

$$\begin{aligned}
\frac{\rho C_p}{\Delta t} (T_{i,j,k}^n - T_{i,j,k}^{n-1}) &= \frac{k_{xx}}{\Delta x^2} (T_{i-1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i+1,j,k}^n) + J \cdot E + \\
\frac{k_{yy}}{\Delta y^2} (T_{i,j-1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n) &+ \frac{k_{zz}}{\Delta z^2} (T_{i,j,k-1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k+1}^n) \\
+ \left(\frac{k_{xy}}{4\Delta x\Delta y} + \frac{k_{yx}}{4\Delta x\Delta y} \right) &(T_{i+1,j+1,k}^n - T_{i+1,j-1,k}^n - T_{i-1,j-1,k}^n + T_{i-1,j+1,k}^n) \\
+ \left(\frac{k_{xz}}{4\Delta x\Delta z} + \frac{k_{zx}}{4\Delta x\Delta z} \right) &(T_{i+1,j,k+1}^n - T_{i+1,j,k-1}^n - T_{i-1,j,k+1}^n + T_{i-1,j,k-1}^n) \\
+ \left(\frac{k_{yz}}{4\Delta y\Delta z} + \frac{k_{zy}}{4\Delta y\Delta z} \right) &(T_{i,j+1,k+1}^n - T_{i,j+1,k-1}^n - T_{i,j-1,k+1}^n + T_{i,j-1,k-1}^n)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Aplicando as considerações feitas para 3.19 e isolando o termo $T_{i,j,k}^n$, obtém-se a equação 3.32, que pode ser aplicada diretamente para a atualização da temperatura nos pontos centrais da malha.

$$\begin{aligned}
T_{i,j,k}^n &= \left[\frac{\rho C_p}{\Delta t} T_{i,j,k}^{n-1} + \frac{k_{xx}}{\Delta x^2} (T_{i-1,j,k}^n + T_{i+1,j,k}^n) + \right. \\
&\frac{k_{yy}}{\Delta y^2} (T_{i,j-1,k}^n + T_{i,j+1,k}^n) + \frac{k_{zz}}{\Delta z^2} (T_{i,j,k-1}^n + T_{i,j,k+1}^n) + \\
&\left. \frac{2k_{xy}}{4\Delta x\Delta y} (T_{i+1,j+1,k}^n - T_{i+1,j-1,k}^n - T_{i-1,j+1,k}^n + T_{i-1,j-1,k}^n) + J \cdot E \right] \\
&\div \left(\frac{\rho C_p}{\Delta t} + \frac{2k_{xx}}{\Delta x^2} + \frac{2k_{yy}}{\Delta y^2} + \frac{2k_{zz}}{\Delta z^2} \right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

A atualização acima não se aplica para os pontos em que se deseja considerar perdas de energia, como pode ocorrer nas superfícies da placa de compósito, para estes casos utiliza-se a equação na forma apresentada em 3.33.

$$\begin{aligned}
T|_{i,j,k}^n = & \left[\frac{\rho C_p}{\Delta t} T|_{i,j,k}^{n-1} + \frac{k_{xx}}{\Delta x^2} (T|_{i-1,j,k}^n + T|_{i+1,j,k}^n) + \right. \\
& \frac{k_{yy}}{\Delta y^2} (T|_{i,j-1,k}^n + T|_{i,j+1,k}^n) + \frac{k_{zz}}{\Delta z^2} (T|_{i,j,k-1}^n + T|_{i,j,k+1}^n) + \\
& \frac{2k_{xy}}{4\Delta x\Delta y} (T|_{i+1,j+1,k}^n - T|_{i+1,j-1,k}^n - T|_{i-1,j+1,k}^n + T|_{i-1,j-1,k}^n) + \\
& \left. J \cdot E + \frac{T_\infty}{R_{total}} \right] \div \left(\frac{\rho C_p}{\Delta t} + \frac{2k_{xx}}{\Delta x^2} + \frac{2k_{yy}}{\Delta y^2} + \frac{2k_{zz}}{\Delta z^2} + \frac{1}{R_{total}} \right)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Os termos contendo R_{total} devem ser computados para cada direção em que o ponto da malha representa um ponto extremo, por exemplo, quando está sendo avaliado o ponto da malha localizado em $i = 0$, $j = 0$ e k um valor diferente de 0 e nz (último ponto da malha na direção z), os termos contendo R_{total} devem ser considerados duas vezes, pois há perda de calor por convecção e radiação em duas direções.

No processo iterativo de atualização de temperatura, adotou-se como convergência o critério apresentado na Equação 3.34.

$$T|_{i,j,k}^n - T|_{i,j,k}^{n-1} < 10^{-11} \tag{3.34}$$

Nesta seção apresentou-se as equações e considerações adotadas para a simulação térmica. Apresenta-se na sequência as características do modelo adotado para as simulações numéricas.

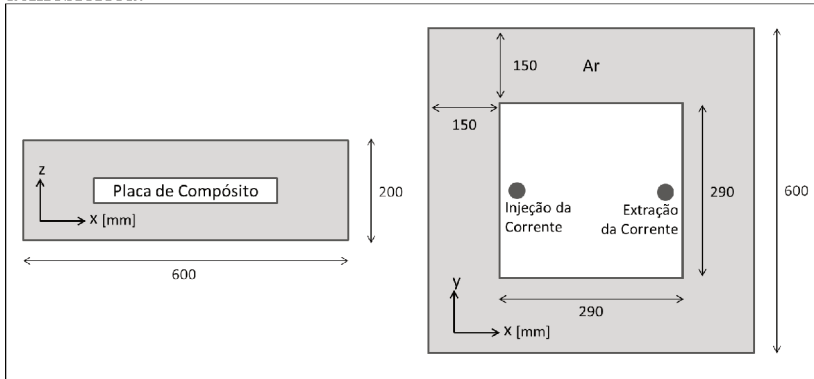
3.2 MODELO DE ESTUDO

Foi criado um modelo 3D de uma placa de material compósito imersa em um volume de ar para a simulação da descarga elétrica. A configuração desse modelo e as características da simulação são similares as de Nakagawa et al. (2016). Teve-se essa consideração devido a semelhança das análises feitas para a parte eletromagnética do problema estudado, permitindo dessa forma comparar os resultados obtidos neste trabalho com os obtidos por tais autores.

Assim, a corrente da descarga atmosférica foi aplicada em uma placa de compósito com dimensões de 0,29 m x 0,29 m. O volume de ar ao redor da placa possui dimensões de 0,6 m x 0,6 m x 0,2 m, conforme

apresentado na Figura 25.

Figura 25 Configuração do modelo usado para simulação da descarga atmosférica.



Fonte: Do Autor

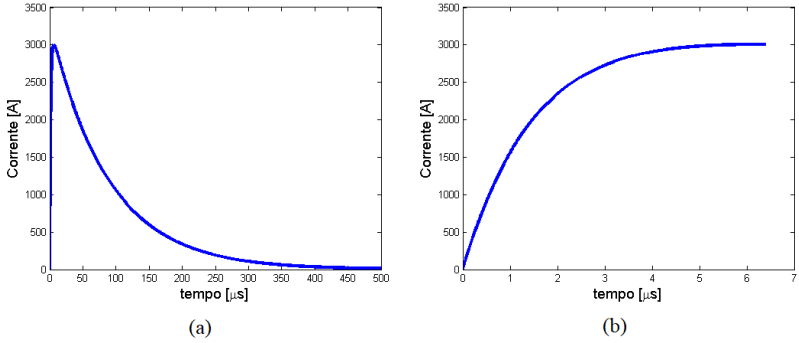
As dimensões da malha foram especificadas como sendo de 10 mm para as direções x e y , e 2 mm para a direção z . O passo de tempo foi fixado em 6,36 ps,

Na Figura 25 são indicados também os pontos de extração e injeção da corrente, nos quais é modelado um condutor perfeito da superfície superior até a superfície inferior placa. A corrente é aplicada diretamente em um único ponto da malha, na superfície superior da placa. Desconsidera-se assim, as reais dimensões que a descarga atmosférica possa ter na região de contato com a aeronave. Também é desconsiderado nas simulações o canal da descarga atmosférica sobre a placa. A forma de onda da corrente utilizada com valor de pico de 3 kA é mostrada na Figura 26.

Como a norma SAE ARP 5412 especifica uma corrente para a análise de descargas atmosférica em aeronaves, considera-se conveniente considerar a excitação dessa descarga por meio de uma fonte de corrente concentrada. O autor menciona que a utilização de tal método não seria indicado para o caso em que se tem valores consideráveis de ondas refletidas retornando para a fonte de corrente. A corrente especificada pela norma é uma forma de onda idealizada.

Baba e Rakov (2016) apresentam duas formas de aplicar a fonte de corrente utilizando o método de diferenças finitas no domínio do tempo. A primeira forma seria considerar a fonte na forma de densidade de corrente e então computá-la na atualização do campo ele-

Figura 26 – (a) Forma de onda da corrente e (b) parcela da forma de onda, considerando o tempo de até $6,4\mu\text{s}$



Fonte: Do Autor

tromagnético. A outra solução consiste de especificar valores para os quatro campos magnéticos que circulam a fonte de corrente. Esses dois métodos foram testados e os resultados obtidos para ambos os casos foram semelhantes. Pela simplicidade do método, optou-se pela segunda opção. Assim, para aplicar uma fonte de corrente $I_s^{n-1/2}$, na direção z , localizado no ponto $(i, j, k + 1/2)$, são utilizadas as equações de 3.35 à 3.38.

$$H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4\Delta_x} I_s \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.35)$$

$$H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta_x} I_s \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.36)$$

$$H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta_y} I_s \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.37)$$

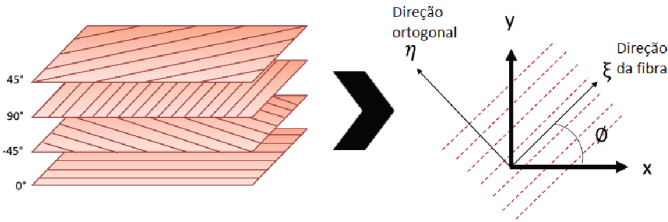
$$H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4\Delta_y} I_s \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.38)$$

$I_s \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}$ é a própria forma de onda especificada pela norma, apresentada em capítulos anteriores. O valor de pico de corrente especificado pela norma é de 200 kA, no entanto, algumas simulações foram realizadas considerando um valor de pico de apenas 3 KA para permitir comparar os resultados obtidos com dados observados na literatura.

A placa de compósito foi modelada com dezesseis camadas, sendo de modo geral, considerada a sequência de empilhamento $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$. Tais orientações de fibra são normalmente consideradas na fabricação e representação de materiais compósitos usados em estruturas de aeronaves, conforme apresentados em capítulos anteriores deste trabalho.

A representação da sequência de empilhamento adotada neste trabalho é apresentada na Figura 27, onde são mostradas as quatro primeiras camadas.

Figura 27 Sequência de empilhamento adotada neste trabalho



Fonte: Do Autor

E conforme observado na seção deste trabalho sobre modelagem de materiais CFC, o modelo homogêneo de uma camada gera uma boa representação do material compósito para o problema estudado. Por esta razão este será o modelo considerado nas simulações. Lembrando que neste modelo, tanto a matriz quanto a fibra de carbono são representados como sendo um único material homogêneo.

Quanto as propriedades físicas consideradas para a placa de material compósito, os valores de condutividade elétrica utilizados foram os indicados por Piche, Revel e Peres (2011), apresentados na Tabela 1. Esses correspondem a valores típicos de condutividade elétrica de materiais CFC usados em estruturas de aeronaves.

No entanto, para as primeiras simulações, considerou-se neste trabalho os valores de condutividade elétrica utilizados por Nakagawa et al. (2016). Portanto, foram adotados os valores: $10000 S/m$ para a direção longitudinal à direção da fibra; $2 S/m$ para a direção perpendicular à direção da fibra e; $0,2 S/m$ para a direção perpendicular ao plano de direção das fibras. Não se conhece exatamente a origem de tais valores, contudo, considerá-los neste trabalho permitiu comparar alguns dos resultados obtidos com os que esses autores obtiveram. Isto se torna importante na medida em que não foram feitas validações experimentais.

Quanto as propriedades térmicas, adotou-se os valores de calor específico e massa específica reportados por Mueller (1984), mencionados anteriormente na Tabela 6. Embora esses dados não sejam recentes, tal autor apresenta a variação do calor específico em função da temperatura, no qual considerou temperaturas de 10 °C até o ponto em que ocorre a ablação do material (3316 °C). Não foi encontrado na literatura nenhum outro estudo que considerasse toda essa faixa de temperatura. Para a condutividade térmica optou-se pelos mesmos valores usados por Wang et al. (2014), apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de condutividade térmica adotados para este trabalho

Direção	Cond. Térmica [W/m ² K]
k_{11}	11,8
k_{22}	0,609
k_{33}	0,609

Fonte: Wang et al. (2014)

Tais valores foram considerados pelo autor para modelagem do material compósito de fibra de carbono/resina epóxi IM600/133 à temperatura ambiente.

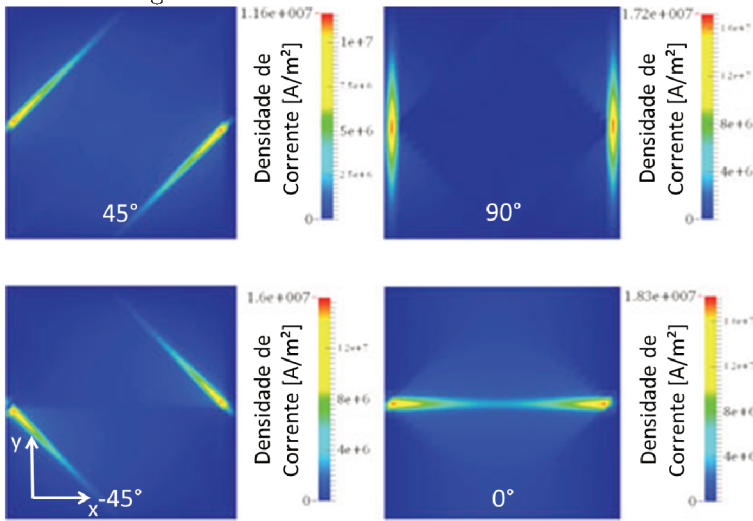
Para a simulação térmica não foi modelado o ar ao redor da placa de compósito. As condições de contorno foram aplicadas diretamente sobre a placa de compósito.

Conforme mencionado no início desta seção, o trabalho desenvolvido por Nakagawa et al. (2016) serviu como base para comparação de alguns resultados obtidos para a parte eletromagnética. Para isso, são apresentados na sequência os resultados que esses autores obtiveram.

Nakagawa et al. (2016) testaram dois tipos diferentes de malhas na discretização do modelo numérico. No primeiro caso, o material compósito foi modelado utilizando-se malhas com células prismáticas triangulares, cujo resultado obtido é mostrado na Figura 28. No segundo caso, utilizou-se células prismáticas retangulares, as mesmas utilizadas neste trabalho, os resultados desse modelo são apresentados na Figura 29.

Percebe-se que com as células prismáticas triangulares, a corrente consegue fluir melhor na direção das fibras para os ângulos de

Figura 28 Distribuição de densidade de corrente aplicando-se células prismáticas triangulares



Fonte: Nakagawa et al. (2016)

45° e -45° do que com as células prismáticas retangulares. No entanto, para este trabalho foi possível obter resultados semelhantes aos apresentados na Figura 28 mesmo usando apenas células prismáticas retangulares, conforme é apresentado no próximo capítulo deste trabalho.

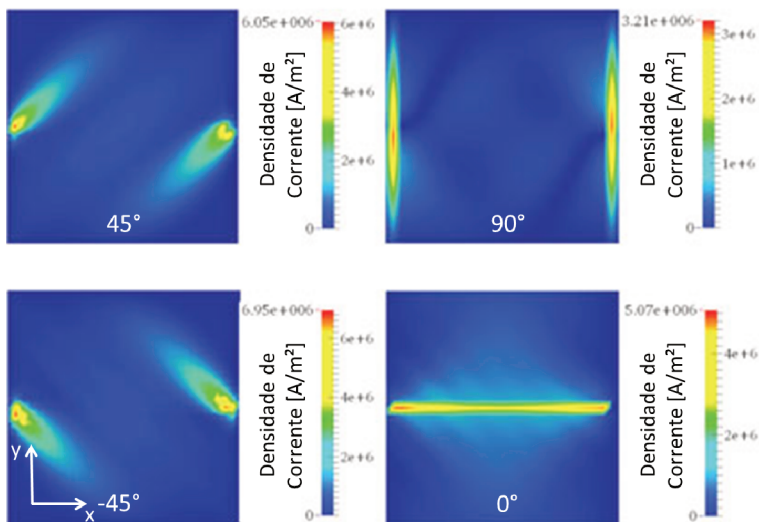
3.3 HIPÓTESES ADOTADAS

Seja por questões de custo computacional, por motivos de complexidade de implementação ou devido algumas características específicas do fenômeno de descarga atmosférica, algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas para o desenvolvimento deste trabalho. Tais hipóteses são mencionadas abaixo.

- Simplificação do fenômeno: a física do plasma envolvendo o problema não foi considerada;

O plasma gerado pela descarga atmosférica durante a incidência da mesma na aeronave de compósito não foi considerado nas si-

Figura 29 Distribuição de densidade de corrente aplicando-se células prismáticas retangulares



Fonte: Nakagawa et al. (2016)

mulações devido a complexidade que se tem em representar esse fenômeno. De acordo com os autores Abdelal e Murphy (2017), conforme já mencionado no início deste trabalho, embora temperatura do plasma sobre a superfície da aeronave possa atingir temperaturas consideravelmente elevadas, a interação entre eles é extremamente curta, sendo a resistividade elétrica do material o principal fator relacionado ao dano na superfície do material compósito. Tal característica é avaliada neste trabalho.

- Aplicação pontual da corrente;

Na simulação considerou-se a corrente como sendo aplicada e extraída em um único ponto da malha, porém tem-se o entendimento de que em um caso real a corrente pode estar atuando em uma área maior. Além do mais, de um modo geral, a excitação da corrente foi feita diretamente no material sem ser modelado o canal da descarga atmosférica. Considera-se computacionalmente custoso simular o canal da descarga atmosférica em seu tamanho real.

- Excitação estática da corrente elétrica;

De acordo com Sweers, Birch e Gokcen (2012), normalmente o arco da descarga atmosférica se desloca pela aeronave, pois esta tem um deslocamento considerável durante a incidência dessa descarga. Contudo, neste trabalho, a excitação da corrente foi considerada em um ponto estático.

- Efeitos térmicos e eletromagnéticos desacoplados;

Os efeitos eletromagnéticos e térmicos não foram considerados de modo acoplado, pois eles possuem entre si uma diferença substancial de escala de tempo. O passo de tempo utilizado na simulação térmica foi da ordem de milissegundos, enquanto que para a simulação eletromagnética foi da ordem de picossegundos.

- Condutividade térmica não varia em função da temperatura;

Segundo os autores Wang et al. (2014), a condutividade térmica tem pouca influência nos efeitos de descargas atmosféricas. Além do mais, para este trabalho foram realizadas algumas simulações alterando o valor de condutividade térmica do material, porém não foi observado nenhuma diferença significativa nos valores de temperatura máxima atingida, apenas uma alteração na velocidade de dissipação do calor gerado pela descarga. Deste modo, não foi considerado neste trabalho a variação da condutividade térmica com a temperatura.

- Condutividade elétrica não varia em função da temperatura;

Considerando o fenômeno estudado para este trabalho, a alteração de temperatura é um dos fatores que mais podem contribuir para a variação da condutividade elétrica. No entanto, como o efeito eletromagnético ocorre quase que instantaneamente, não considerou-se a variação da condutividade elétrica pela temperatura. Além do mais, para considerar essa variação seria necessário avaliar os efeitos eletromagnéticos e térmicos de modo acoplados.

- Permissividade relativa do compósito igual a 1;

Não foi encontrado na literatura dados sobre a permissividade relativa de um material CFC com as características consideradas nesse trabalho. Considerou-se nesse caso a permissividade relativa do material simulado como sendo 1. Tomou-se como base para essa hipótese, o trabalho elaborado por Nakagawa et al. (2016), o qual fez essa mesma consideração e validou experimentalmente os resultados de sua simulação.

- Espessura do compósito foi considerada como sendo dez vezes maior que o valor real;

Para o método FDTD aplicado neste trabalho, o passo de tempo, dt , é limitado pelo tamanho da menor célula da malha, conforme determina o critério de estabilidade conhecido como condição de Courant-Friedrichs-Lewyt (CFL) (YEE, 1966). Como as lâminas de materiais CFC são muito finas, optou-se por modelá-las com uma espessura dez vezes maior que seu tamanho real. Isto permitiu uma redução significativa no custo computacional. Para compensar esse aumento de espessura, optou-se por alterar proporcionalmente as componentes de condutividade elétrica do material compósito no plano de direção das fibras. Essa mesma técnica também foi utilizada por Nakagawa et al. (2016) e Yamamoto (2013). Nessa abordagem a corrente elétrica observada por meio das simulações possui uma intensidade correspondente ao que seria observado experimentalmente. Deste modo, os valores de densidade de corrente obtidos das simulações corresponderiam na prática a valores 10 vezes menores.

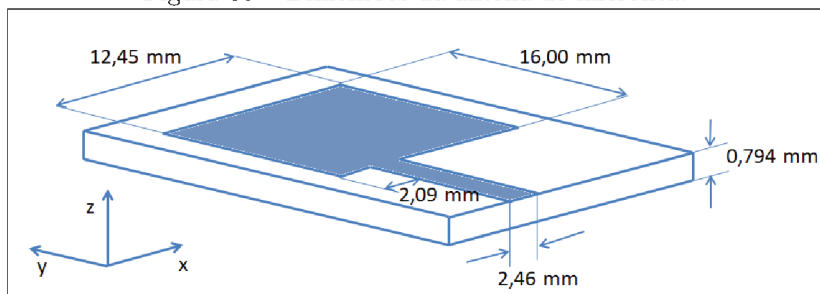
Na sequência são descritos o processo de validação numérica e os resultados obtidos por meio da metodologia apresentada neste capítulo, tendo-se em vista as hipóteses acima descritas.

4 VALIDAÇÃO NUMÉRICA

A validação do código eletromagnético desenvolvido foi realizada por meio da análise de desempenho de uma antena de microfita impressa em um substrato de material isotrópico. Essa análise foi realizada, avaliando-se o parâmetro S_{11} , o qual representa a energia do sinal refletido em uma linha de transmissão e também pode ser denominado como perda de retorno. Tal parâmetro é obtido pela razão dos valores de tensão da onda refletida e incidente na entrada da antena avaliada no domínio da frequência (JENSEN, 2010). Por meio da simulação são obtidas essas tensões no domínio do tempo, um pós-processamento desses resultados permite avaliar a razão dessas tensões no domínio da frequência.

A malha utilizada nessa simulação consistia de 60, 100 e 16 células nas direções x, y e z, respectivamente. Com espaçamento entre cada ponto de 0,3891 mm na direção x, 0,4 mm em y e 0,265 mm em z. Foi utilizado um passo de tempo de 0,441 ps. A fonte de excitação foi um pulso Gaussiano com largura à meia altura $T = 15$ ps, com atraso configurado para $3T$. A simulação foi realizada utilizando 8192 passos de tempo. As dimensões da antena estão indicadas na Figura 30. Conforme já mencionado anteriormente, as simulações foram realizadas considerando a condição de contorno absorvente de Higdon.

Figura 30 Dimensões da antena de microfita.

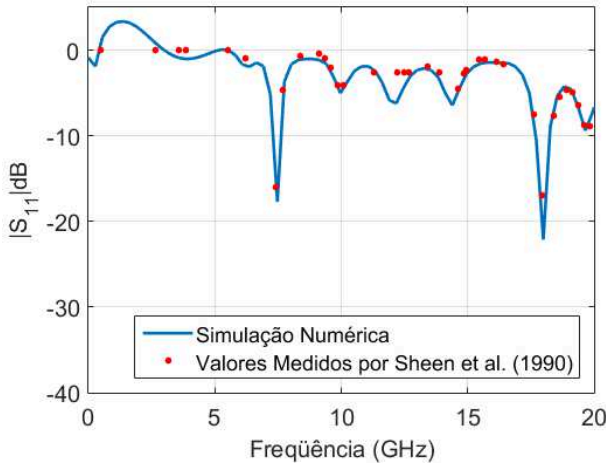


Fonte: Do Autor

O resultado obtido por meio da simulação para o parâmetro S_{11} é comparado com medições experimentais realizadas por Sheen et al. (1990), conforme mostrado na Figura 31. As características da malha e dimensões da antena são baseadas nos valores adotados por esse autor.

O resultado da simulação, mostrado na Figura 31, indica uma

Figura 31 – Comparação de resultados do desempenho de antena de microfita impressa em substrato de material isotrópico.



Fonte: Do Autor

boa aderência com os valores experimentais obtidos por Sheen et al. (1990). Deste modo, considera-se que o código escrito para a simulação eletromagnética está validado.

O código desenvolvido foi estendido para aplicação em meios anisotrópicos. Sendo validado através da análise de desempenho de uma antena de microfita impressa em um substrato anisotrópico. Avalia-se nesta análise as frequências de ressonância por meio do cálculo do parâmetro S_{11} . Na Tabela 8 são apresentados os resultados obtidos por meio do código desenvolvido para este trabalho, cujos valores são comparados com Zhao, Juntunen e Raisanen (1999).

Observa-se que o erro relativo obtido foi inferior a 1% para todos os casos, obtendo-se em algumas análises o valor exato da frequência de ressonância da antena. Parte do erro obtido na análise pode ser explicado pela condição absorvente utilizada, a qual não é altamente efetiva comparada com a PML. Além do mais, as atualizações dos campos elétricos de um meio anisotrópico, na direção normal, dependem do campo elétrico no ponto anterior, e no ponto posterior da malha. Porém nos pontos extremos da geometria esses pontos nem sempre estão disponíveis, por isso nesses casos foi utilizado o mesmo tipo de atualização aplicada para meios isotrópicos.

Tabela 8 – Análise de desempenho de uma antena de microfita impressa em substrato de compósito.

Ângulo entre o eixo óptico e a direção x	1ª Frequência de Ressonância	Erro Relativo	2ª Frequência de Ressonância	Erro Relativo
0 °	7,47 GHz	0,00%	17,99 GHz	0,22%
45 °	7,34 GHz	0,41 %	17,85 GHz	0,22 %
90 °	7,33 GHz	0,69 %	17,58 GHz	0,00 %

Fonte: Do Autor

Tal aproximação não é problema para o caso que este trabalho propõe avaliar, pois considera-se um volume de ar ao redor da placa de compósito em análise, o qual por sua vez pode ser simulado com características isotrópicas. Assim, considera-se o código validado para aplicação em meios anisotrópicos.

Com relação à simulação térmica, foi elaborado um código que permite avaliar a distribuição de temperatura em meios isotrópicos para um modelo tridimensional. Nesse modelo foram impostas temperaturas prescritas nas quatro faces laterais de um cubo e condição adiabática nas faces inferior e superior. Desta forma, foi possível validar o mesmo comparando os resultados com uma solução analítica de um caso bidimensional.

Em três faces do modelo foi imposta a condição de temperatura prescrita de 20°, e em uma das faces foi imposta uma temperatura que varia ao longo do comprimento da geometria, Equação 4.1.

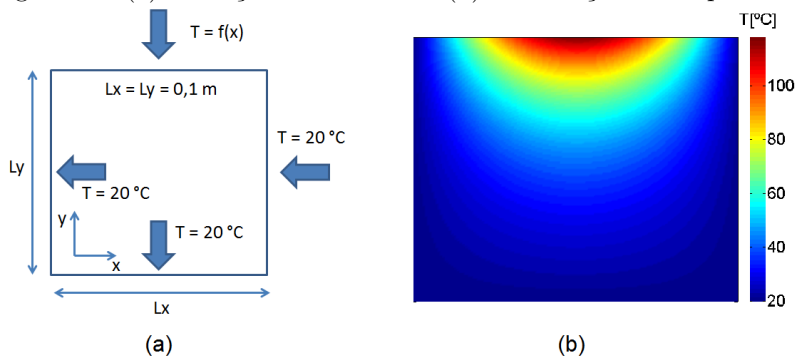
$$T(x) = 20 + \text{sen} \frac{\pi x}{Lx} (100) \quad (4.1)$$

Onde x é a distância do ponto avaliado até a parede esquerda da geometria, e Lx é a largura da geometria. A temperatura é dada em graus Celsius. Para o caso em que o comprimento da placa é igual a sua largura, a solução analítica da temperatura no centro da placa se dá conforme mostra a Equação 4.2.

$$T_{\text{centro}} = 20 + \frac{\text{senh}(\pi/2)}{\text{senh}(\pi)} (100) = 39,9268^\circ\text{C} \quad (4.2)$$

A condição de contorno e o resultado da distribuição de temperatura obtido numericamente é apresentado na Figura 32.

Figura 32 – (a) Condições de contorno e (b) distribuição de temperatura



Fonte: Do Autor

Foi avaliado o código desenvolvido em termos de refinamento de malha e também observado o tempo necessário para obter a solução em regime permanente, os resultados são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados obtidos no processo de validação do código desenvolvido para meios isotrópicos, cujo resultado é comparado com a solução analítica apresentada na Equação 4.2

Dimensão da malha	Tempo de simulação [s]	Temperatura central [°C]	Erro Relativo [%]
$n_x=n_y=n_z=81$	50	39,6767	0,63
$n_x=n_y=n_z=81$	100	39,6808	0,61
$n_x=n_y=101, n_z=81$	300	39,7321	0,49
$n_x=n_y=101, n_z=81$	600	39,7321	0,49
$n_x=n_y=151, n_z=81$	300	39,7989	0,32

Fonte: Do Autor

Devido aos resultados obtidos, foi considerado que a partir de 300 segundos a temperatura da placa atinge o valor de regime permanente, pois não houve mudança na temperatura central da placa com a variação do tempo de simulação de 300 para 600 segundos, e mesmas dimensões da malha. Do processo de refinamento de malha, observa-se que o valor da temperatura no centro da placa converge para a solução analítica. Maior refinamento seria necessário para observar um valor

mais preciso, porém o custo computacional tende a aumentar significativamente. Assim, considera-se o código como estando validado, e o mesmo foi estendido para aplicações em meios anisotrópicos.

5 RESULTADOS

A discussão dos resultados foi dividida em duas seções: Simulações Eletromagnéticas e Simulações Térmicas, apresentadas a seguir.

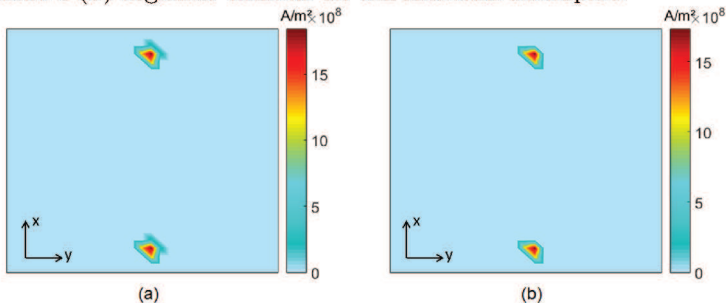
5.1 SIMULAÇÕES ELETROMAGNÉTICAS

Primeiramente foi feita a simulação da descarga atmosférica em um material isotrópico, no qual a placa de compósito do modelo apresentado anteriormente foi substituído por uma placa de alumínio, mantendo suas dimensões originais. O valor de condutividade elétrica foi considerado como sendo de $1,74 \times 10^7 S/m$, mesma do alumínio 7075 (COPPERMETAL, 2018).

A descarga atmosférica sobre a placa foi simulada do instante zero até o tempo de $1 \mu s$, neste caso considerando uma corrente com valor de pico de 200 kA. Da simulação eletromagnética foi obtida a distribuição de densidade de corrente sobre a placa, o resultado para as duas primeiras camadas é mostrado na Figura 33.

Para as duas primeiras camadas do material não se observou uma alteração significativa nos valores de densidade de corrente, a qual decresce da superfície superior até a superfície inferior do material.

Figura 33 Distribuição de densidade de corrente para a (a) primeira camada e (b) segunda camada de um material isotrópico.



Fonte: Do Autor

Como a densidade de corrente sobre a placa de alumínio tem uma ordem de grandeza próxima a própria condutividade desse ma-

terial, percebe-se que o campo elétrico formado sobre o alumínio é relativamente baixo, algo esperado em um material condutor. Lembrando que a densidade de corrente é resultado do produto escalar da condutividade elétrica do material pelo campo elétrico.

Na sequência foi simulada a aplicação de uma corrente em uma placa de compósito com 16 camadas. Na direção vertical a condutividade elétrica foi fixada em $0,2 S/m$. A condutividade foi imposta como sendo 10 vezes inferior ao valor real para as direções do plano de orientação das fibras, pois cada lamina de compósito foi considerada como sendo dez vezes maior do que o valor real. Isto foi feito por questões de custo computacional e também para que as dimensões das células na direção vertical não fossem substancialmente maiores que nas demais direções. Simulando a placa de compósito com seu valor real de espessura e alterando as dimensões das células nas mesmas proporções, o tempo de simulação poderia aumentar em até mil vezes. Para a atualização dos campos elétricos foi considerado o conjunto de equações apresentados em 3.10.

Aplicando as interpolações dos campos eletromagnéticos, para considerar cada componente desses campos nas posições indicadas na célula de Yee, não foi possível modelar o material com a sequência de empilhamento $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$. Conforme mencionado em seções anteriores deste trabalho, tal sequência de empilhamento permite aproximar as características de um material compósito a um material isotrópico.

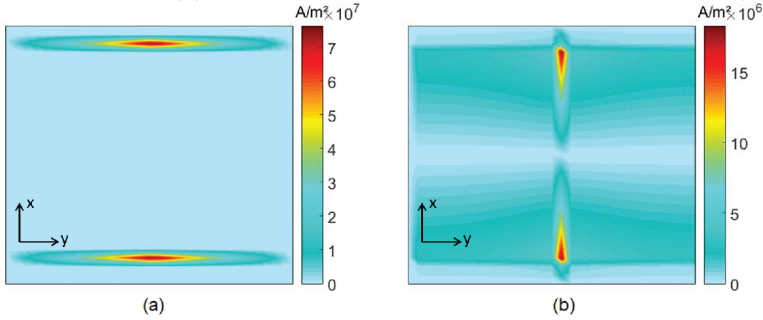
No entanto, utilizando as interpolações, foi possível modelar o material com fibras orientadas à 0° e 90° . A distribuição da densidade para a sequência de empilhamento $[90^\circ/0^\circ]_{4s}$ é mostrada na Figura 34.

Os resultados apresentados na Figura 34 indicam que a corrente tende a fluir na mesma direção da fibra, conforme é esperado. Observou-se que aplicando as interpolações, a corrente elétrica não conseguia acompanhar a direção da fibra para ângulos diferentes de 0° e 90° . Por esta razão, a corrente ficava muito concentrada no ponto de excitação da fonte, gerando valores de densidade de corrente elevados, se comparados com dados da literatura. Os resultados apresentados na Figura 34 estão coerentes com os obtidos pelos autores Nakagawa et al. (2016) (Figura 28).

Foi verificado também a distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material compósito (Figura 35). Para isso foi considerado um plano no centro do volume analisado, que contém os pontos de aplicação e extração da corrente.

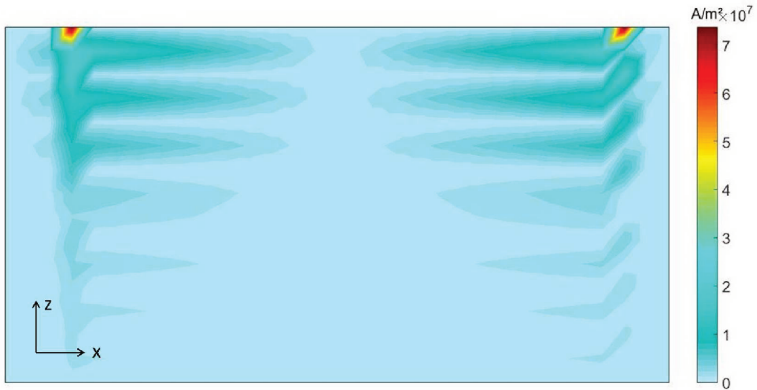
Da Figura 35 observa-se que a corrente ficou concentrada nas

Figura 34 Distribuição de densidade de corrente para as duas primeiras lâminas de uma placa de compósito. Primeira camada com fibras orientadas a 90° (a); segunda camada com fibras orientadas a 0° (b)



Fonte: Do Autor

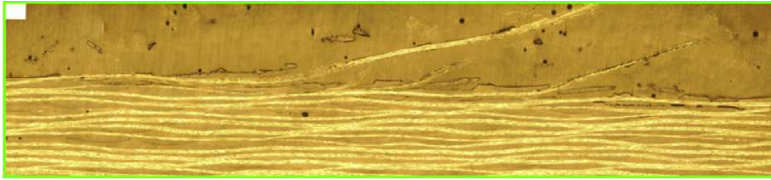
Figura 35 Distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material CFC



Fonte: Do Autor

regiões de aplicação e extração da fonte, cujos valores são relativamente elevados nas primeiras camadas, mas reduzem drasticamente em direção as demais camadas. Esse resultado se mostra coerente com dados experimentais apresentados na literatura, a exemplo disso tem-se o trabalho desenvolvido por Kawakami e Feraboli (2011). Tais autores observaram experimentalmente que descargas elétricas, com correntes de pico de 80 kA, danificaram apenas as camadas mais externas de materiais CFC (Figura 36).

Figura 36 – Distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material CFC

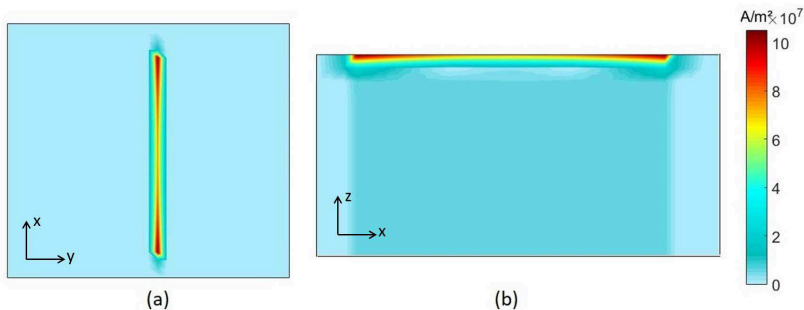


Fonte: Kawakami e Feraboli (2011)

A Figura 36 apresenta uma imagem microscópica de uma das amostras de material compósito danificado por descargas elétricas, na qual pode ser observado que as fibras mais externas do material foram danificadas, estando rompidas.

Realizou-se também a simulação dos efeitos de descargas atmosféricas em lâminados unidirecionais de CFC, os resultados obtidos para os ângulos de 0° , 90° e -45° são mostrados nas Figuras 37 à 40. Nestas simulações foram aplicadas as equações 3.11 e 3.12 para a atualização das componentes E_x e E_y do campo elétrico. Neste caso, foram desconsideradas as interpolações.

Figura 37 – Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 0° , obtidas no tempo de $30\mu s$



Fonte: Do Autor

Da Figura 37 à Figura 40, observa-se novamente a densidade de corrente concentrando-se nas primeiras camadas do material compósito. Sendo a intensidade da densidade de corrente maior para o CFC unidirecional com fibras orientadas à -45° . Quando as fibras estão todas

Figura 38 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 90° , obtidas no tempo de $30\mu s$

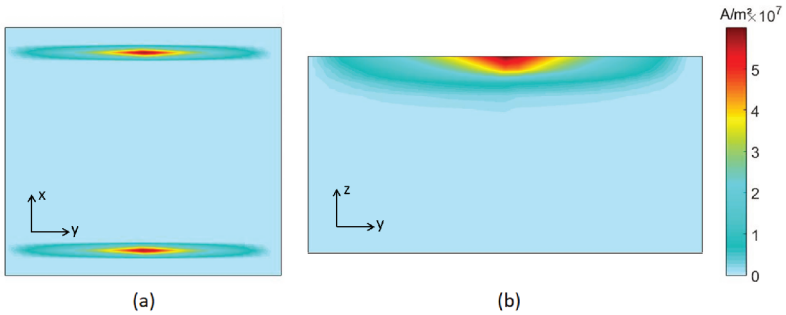
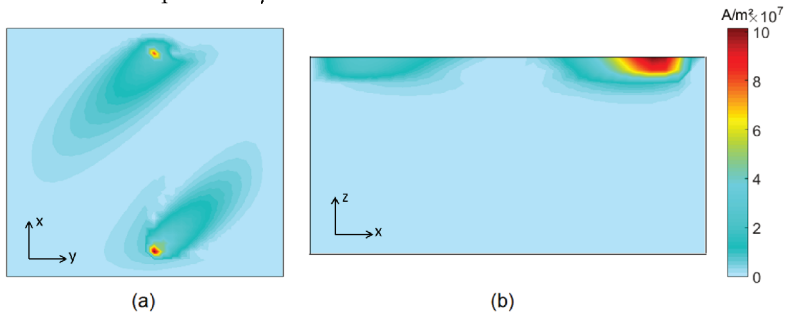


Figura 39 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à 45° , obtidas no tempo de $30\mu s$

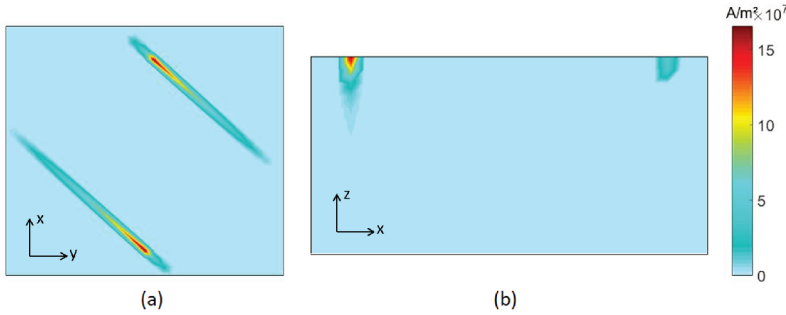


orientadas à 90° , percebe-se uma menor concentração da densidade de corrente.

Percebe-se que sem as interpolações é possível observar a corrente fluindo na direção da fibra, mesmo para ângulos diferentes de 0° e 90° . Essa questão fica mais nítida observando a distribuição da densidade de corrente para o ângulo de -45° .

Os resultados obtidos para os ângulos de 0° , -45° e 90° se assemelham aos obtidos por Nakagawa et al. (2016) (Figura 28), quando o mesmo aplica células prismáticas triangulares na modelagem do mate-

Figura 40 Densidades de corrente na primeira camada (a) e na direção da espessura (b) de um material CFC com fibras orientadas à -45° , obtidas no tempo de $30\mu s$



Fonte: Do Autor

rial compósito. Enquanto que a distribuição de densidade de corrente para o ângulo de 45° se assemelha mais ao que foi obtido por esse mesmo autor com a utilização de células prismáticas retangulares (Figura 29).

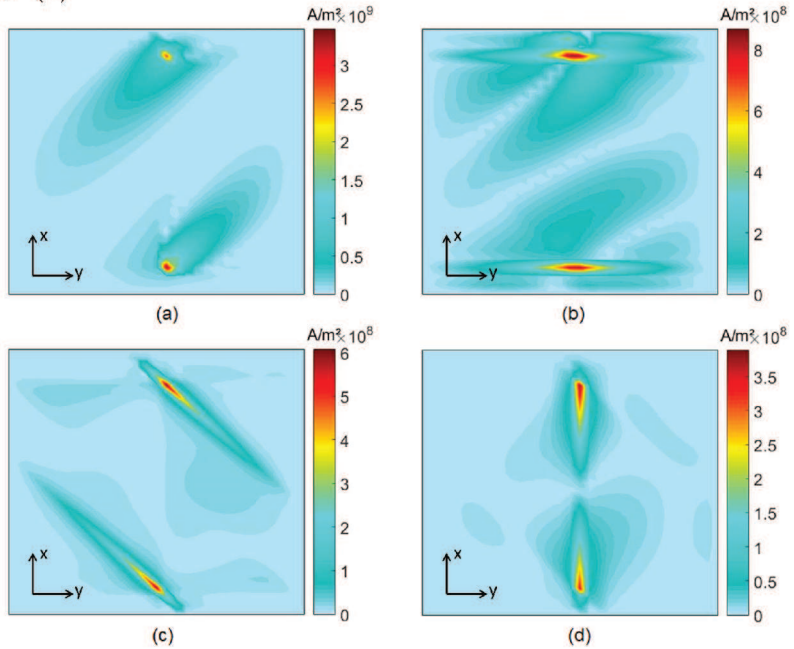
Ao desconsiderar as interpolações, também foi possível modelar o material compósito multidirecional, com a sequência de empilhamento $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$. A exemplo disto, foi simulado uma descarga com constante de corrente de 200 kA, utilizando essa sequência de empilhamento, e aplicando o conjunto de equações 3.10. As distribuições de densidade de corrente para as quatro primeiras lâminas do material compósito, no tempo de um microssegundo, são apresentadas na Figura 41.

Utilizou-se nesta simulação os valores de condutividade elétrica indicadas por Piche, Revel e Peres (2011), indicados na Tabela 1. De acordo com o autor são valores típicos para materiais CFCs utilizados em aeronaves. Percebe-se também que a faixa de valores da densidade de corrente é consideravelmente superior aos resultados anteriores, pois neste caso considera-se uma intensidade de corrente substancialmente maior. A distribuição da densidade de corrente na direção da espessura do material é apresentada na Figura 42.

De modo semelhante aos casos anteriores, percebe-se uma forte concentração da corrente nas primeiras camadas do material compósito, na região de excitação da descarga atmosférica.

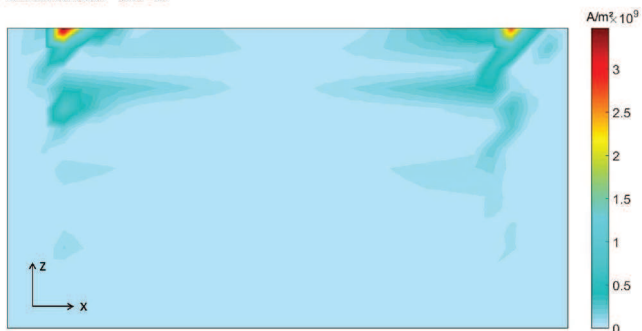
Na sequência são apresentados os resultados obtidos para a parte térmica do problema, os quais são dependentes dos resultados apresentados nesta seção.

Figura 41 Distribuição de densidade de corrente para as quatro primeiras lâminas de uma placa de compósito: 45° (a), 90° (b), -45° (c) e 0° (d)



Fonte: Do Autor

Figura 42 Distribuição de densidade de corrente na direção da espessura do material CFC



Fonte: Do Autor

5.2 SIMULAÇÕES TÉRMICAS

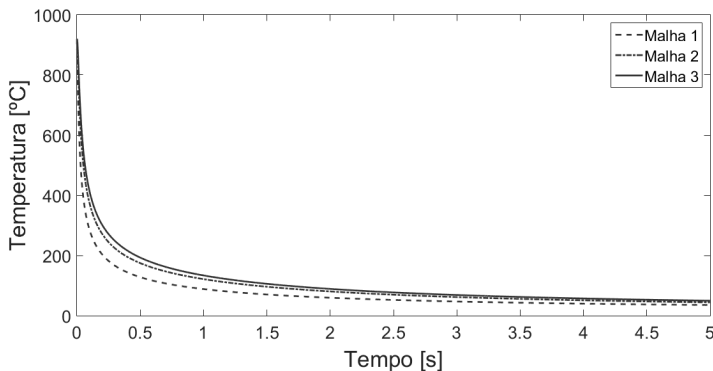
Na parte térmica realizou-se primeiramente uma análise de refino de malha (Figura 43), com base nos resultados obtidos para a simulação da descarga atmosférica com constante de corrente de 200 kA, aplicada no compósito com sequência de empilhamento $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$. O número de pontos considerados para cada malha avaliada são mostrados na Tabela 10.

Tabela 10 – Dimensões das malhas consideradas na análise de refino de malha

Malha	nx	ny	nz	Total
Malha 1	58	58	32	107648
Malha 2	87	87	48	363312
Malha 3	116	116	64	861184

Fonte: Do Autor

Figura 43 – Análise de refino de malha.



Fonte: Do Autor

Nesta análise realizada, foi avaliada a evolução do ponto da malha que possui a temperatura inicial mais alta, para um intervalo de cinco segundos após a interação da descarga elétrica com o material. Percebe-se que os valores para a malha 2 estão próximos aos da malha 3, havendo desta forma pouco ganho em termos de precisão, por outro

lado o custo computacional aumenta de forma considerável. A maior diferença observada entre os valores da malha 2 e 3 foi de 5,50%, sendo que na maior parte do tempo essa diferença é inferior a 2,00%.

Foi avaliada também uma malha contendo as seguintes dimensões: $nx = 29$, $ny = 29$ e $nz = 16$, tais valores foram considerados, para a modelagem do material, nas simulações eletromagnéticas. No entanto, para as simulações térmicas tal tamanho de malha gerava divergência no código. Sendo assim, é fundamental refinar a malha.

Deste modo, a malha 2 foi adotada para as demais análises térmicas deste trabalho, incluindo a análise do *time step dt*. Foram testados valores para dt variando entre um segundo e 0,1 milissegundo. Os valores na faixa de 1 s à 0,01 s causaram divergência do código, enquanto que valores entre 1 ms e 0,1 ms não apresentaram nenhuma diferença entre si nos valores de temperatura do ponto avaliado (ponto de maior temperatura). Por tal motivo, considerou-se conveniente, devido o custo computacional, a utilização de dt como sendo 1 ms.

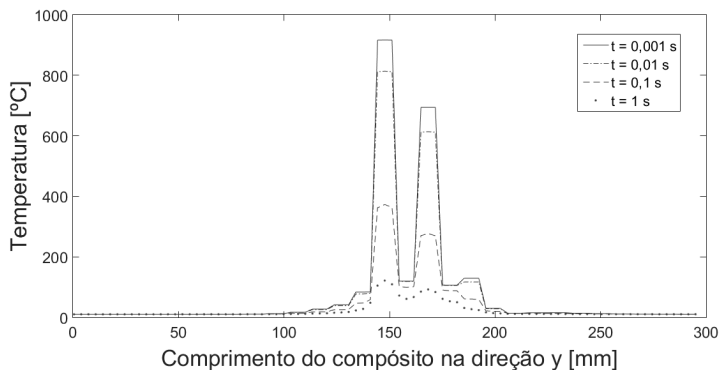
Os perfis de temperatura que cruzam o ponto com maior valor de temperatura foram analisados para diversos passos de tempo, os resultados são mostrados nas Figuras 44 e 45.

Examinando o gráfico de refino de malha e do perfil de temperatura, percebe-se que o material dissipa muito rapidamente o calor gerado pela descarga atmosférica. Além do mais, observa-se que tal calor dissipado parece não ser absorvido pelas células vizinhas. Tal comportamento pode ser explicado pelos seguintes fatores: a descarga atmosférica é aplicada pontualmente sobre uma célula da malha, com um tempo de interação muito curto com o material compósito, assim a energia fica muito concentrada sobre uma célula do material, permitindo que a mesma seja facilmente dissipada; o material compósito possui valores baixos de condutividade térmica; a região de maior temperatura é a região de contato com a descarga atmosférica, onde foram consideradas, como condição de contorno, as perdas por radiação e convecção, o que pode ter causado a absorção rápida do calor gerado.

Percebe-se que os perfis de temperatura apresentam similitude com os perfis da fonte de calor aplicada nas mesmas regiões, conforme mostram as Figuras 46 e 47.

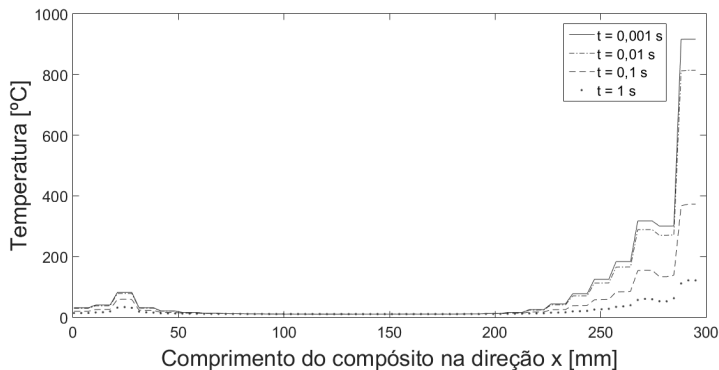
Uma pequena diferença se observa entre os perfis de temperatura e os da fonte de calor, pois na simulação térmica a malha se encontra mais refinada. O perfil de temperatura pôde também ser comparada com o perfil do calor específico, o qual é mostrado na Figura 48 no tempo de um centésimo de segundo após a aplicação da fonte de calor. Os valores foram considerados na forma adimensional.

Figura 44 – Análise do perfil de temperatura ao longo do eixo y



Fonte: Do Autor

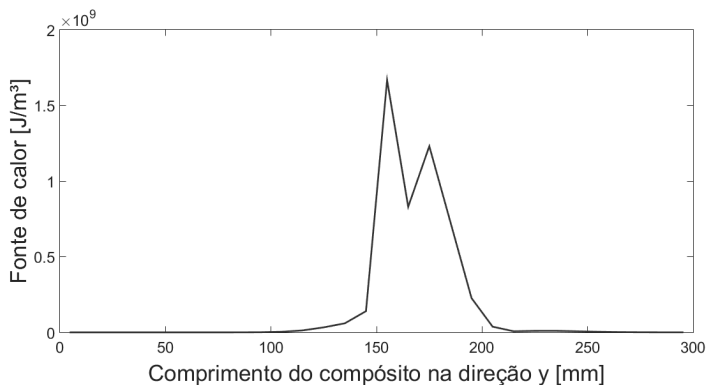
Figura 45 – Análise do perfil de temperatura ao longo do eixo x



Fonte: Do Autor

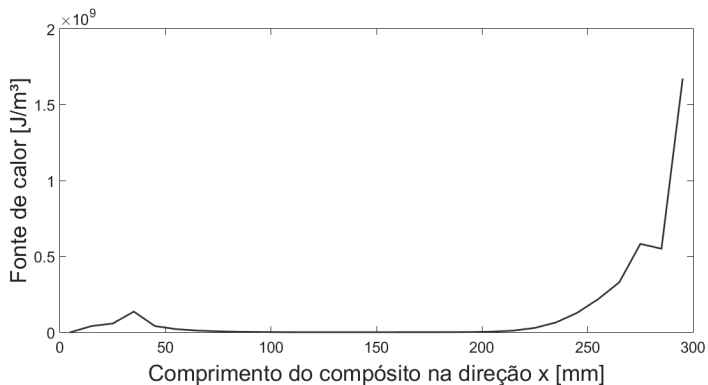
Percebe-se que a variação do calor específico acompanha a variação de temperatura. Eventualmente nem toda célula da malha tem o valor de c_p atualizado para uma determinada variação de temperatura, pois admite-se que tal valor seja atualizado apenas quando, entre uma iteração e outra, tal variação seja superior a um por cento. Isto evita que dentro de uma mesma etapa de iteração a temperatura e o c_p fiquem oscilando, evitando a convergência da temperatura para um determinado valor.

Figura 46 – Perfil da fonte de calor ao longo do eixo y



Fonte: Do Autor

Figura 47 – Perfil da fonte de calor ao longo do eixo x



Fonte: Do Autor

Além do mais, conforme apresentado na Tabela 6, percebe-se que o valor de c_p se altera para pequenas mudanças de temperatura. No entanto, pode ocorrer de a temperatura variar de modo mais significativo, ignorando algumas dessas alterações do calor específico.

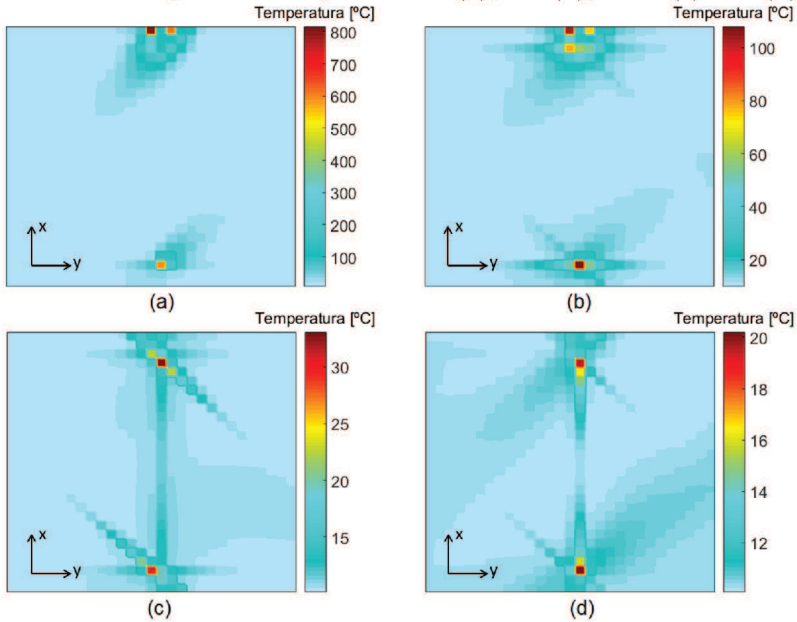
O valor de máxima temperatura obtido desta simulação foi de aproximadamente 920°C . A temperatura ambiente e a temperatura inicial do material compósito foram configuradas nas simulações térmicas como sendo de 10°C . A distribuição de temperatura, após 0,01 segundos, para as quatro primeiras camadas é mostrada na Figura 49.

Figura 48 Perfil de temperatura vs perfil Cp



Fonte: Do Autor

Figura 49 Distribuição de temperatura para as quatro primeiras lâminas de uma placa de compósito: 45° (a), 90° (b), -45° (c) e 0° (d)



Fonte: Do Autor

Da distribuição de temperatura (Figura 49), observa-se uma diferença significativa de temperatura entre cada camada. No entanto, fica nítido que o efeito da descarga ocorreu de modo bem pontual.

Também foi simulado o efeito térmico considerando uma corrente com valor de pico de 3 kA. Manteve-se as mesmas características do material simulado a 200 kA. O valor máximo de temperatura para três diferentes tempos de interação da descarga atmosférica com o material foi obtido, os resultados são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados obtidos para a simulação da descarga atmosférica com pico de corrente de 3 kA

Tempo de Interação	Temperatura máxima
1 μs	12°C
6,4 μs	114°C
30 μs	598°C

Fonte: Do Autor

Percebe-se que a temperatura vai aumentando consideravelmente com o aumento do tempo de interação da descarga atmosférica com o material compósito. Lembrando que de acordo com a norma SAE ARP 5412, o tempo de interação da componente A com o material pode durar até 500 μs . Espera-se deste modo, valores elevados de temperatura causados por esse fenômeno. No entanto, sabe-se que a descarga não atinge pontualmente a aeronave, mas sim em uma determinada área, fazendo desta forma que a fonte de calor esteja melhor distribuída. Outras considerações relevantes que ainda precisam ser melhor estudadas são apresentadas após o tópico de conclusão deste trabalho.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho é apresentada a importância em se estudar os efeitos das descargas atmosféricas em aeronaves de compósitos, no qual tais efeitos são simulados numa placa de material CFC.

Percebe-se que um dos grandes desafios neste estudo relaciona-se com a avaliação das propriedades físicas do material compósito (fibra de carbono/matriz polimérica), o qual possui características anisotrópicas e cujas propriedades térmicas e elétricas variam com a temperatura. Devido a complexidade do problema foi desconsiderada a variação das condutividades elétrica e térmica com a temperatura. A variação da condutividade elétrica com a temperatura exigiria um acoplamento entre a simulação térmica e eletromagnética, porém há uma diferença significativa entre as constantes de tempo utilizadas para cada uma dessas simulações.

Conforme proposto para este trabalho, alguns dos principais efeitos de descargas atmosféricas em aeronaves de compósito foram obtidos por meio da simulação numérica desse fenômeno em um modelo de material CFC. Sendo obtidos a distribuição de temperatura e distribuição eletromagnética, esta última apresentada na forma de distribuição de densidade de corrente.

Os resultados atingidos para a simulação eletromagnética são coerentes com a literatura. Embora o fenômeno físico não tenha sido validado experimentalmente, a atualização dos campos eletromagnéticos em uma material compósito foi validada com a reprodução de resultados obtidos por outros autores. A distribuição da densidade de corrente observada, se mostram em acordo com as características de anisotropia do material.

Com relação a parte térmica, ainda que esta não tenha sido validada para meios anisotrópicos, apresenta coerência nos resultados obtidos: o perfil de temperatura possui características semelhantes ao perfil da fonte; a temperatura tende a atingir o valor de temperatura ambiente e; percebe-se que a atualização dos valores de calor específico acompanham o valor de temperatura do material.

Das simulações, verifica-se que os efeitos da descargas atmosféricas são observados de forma concentrada na região de excitação do material, resultado coerente com a literatura. Percebe-se também que o material pode atingir valores elevados de temperatura. Mesmo simulando apenas um microssegundo desse fenômeno, já se observa valores acima de $900\text{ }^{\circ}\text{C}$. Em um caso real, espera-se que a descarga

esteja agindo em uma área maior do que foi simulado, por outro lado, um tempo maior de interação seria observado.

Com base no valor máximo de temperatura obtido para uma descarga atmosférica com corrente de valor de pico de 200 kA e tempo de interação com o material CFC de $1 \mu s$, na região do material composto correspondente a esse valor, poderia ser observado na prática a sublimação completa da resina, cuja fase final ocorre na temperatura de aproximadamente $500 \text{ }^\circ C$. E analisando o comportamento apresentado na Tabela 11, pode-se inferir que nessa mesma região ocorreria a decomposição da fibra de carbono, a qual possui temperatura de ablação de $3316 \text{ }^\circ C$.

Considerando o método FDTD aplicado neste estudo para a parte eletromagnética, avaliar com mais profundidade e de modo mais completo tal problema exigiria um alto custo computacional. Outros métodos podem permitir uma análise mais completa desse fenômeno, conforme indicado na próxima seção.

E por fim, embora a motivação deste trabalho foi voltada para a área aeroespacial, mais precisamente aplicado à indústria aeronáutica, sabe-se que este estudo possui outras aplicações. Indústrias automotivas e de aerogeradores também podem se beneficiar deste tema.

7 TRABALHOS FUTUROS

Embora o estudo dos efeitos de descargas atmosféricas em materiais compósitos tenha se iniciado há várias décadas, apenas nos últimos anos tal tema tem tido uma relevância significativa no meio científico. Por essa razão, observa-se que ainda há bastante a ser explorado sobre o mesmo. Nesse sentido, apresenta-se na sequência os principais pontos observados por meio deste trabalho que podem contribuir para o avanço desse estudo:

- Caracterização de materiais compósitos usados em estruturas de aeronaves

Foi observado por meio deste trabalho, e também mencionado por outros autores que têm estudado esse tema, que existe certa dificuldade em encontrar na literatura informações recentes e completas à respeito das propriedades de materiais compósitos de fibra de carbono. Existem estudos, por exemplo, que apresentam as propriedades eletromagnéticas de materiais CFC, no entanto, eles não contemplam as propriedades térmicas. Um segundo estudo que faz o inverso não necessariamente vai avaliar o mesmo material CFC analisado pelo outro autor, e não necessariamente trata-se de um material CFC utilizado na indústria aeronáutica. Há assim a dificuldade de se ter informações completas de um mesmo material. Além do mais, conforme descrito nesse trabalho, muitas dessas propriedades variam com a temperatura, sendo importante, em alguns casos, considerar essa variação. No entanto, observa-se que há poucos estudos que consideram a caracterização de materiais CFC para a faixa de temperatura sob a qual o material é submetido quando atingido por uma descarga atmosférica.

- Validação experimental

Principalmente devido à falta de certos equipamentos na universidade em que se desenvolveu esse estudo, não foi realizada a validação experimental dos algoritmos desenvolvidos. A validação foi feita por meio da reprodução de resultados de outros trabalhos, no entanto, considera-se importante uma validação experimental. Tal tipo de validação pode permitir avaliar mais especificamente a física do problema considerado nesse tipo de estudo, além da maior confiabilidade que ela oferece pelo controle e conhecimento que se tem quando o próprio autor realiza todo o processo.

- Modelar o material considerando suas dimensões reais

Conforme descrito anteriormente, por questões de custo computacional, a placa de compósito foi simulada como tendo uma espessura dez vezes maior que o valor real. Embora tenha sido feita uma compensação nas propriedades do material, considera-se importante avaliar os efeitos de descarga atmosférica considerando as dimensões reais do material. Para evitar um custo computacional excessivo, sugere-se a utilização do método FDTD implícito de direção alternada (Alternating-Direction Implicit, ADI). Em tal método, desenvolvido por Zheng, Chen e Zhang (1999), não há a necessidade de considerar o critério de CFL. Portanto, torna-se possível utilizar menores dimensões da célula no método FDTD sem prejudicar o custo computacional da simulação.

- Aprimoramento da modelagem da descarga atmosférica

Primeiramente, considera-se importante modelar a excitação da descarga atmosférica sobre uma região que represente a área de contato real entre a descarga atmosférica e a aeronave. Além do mais, não foi modelado o canal da descarga, tem-se em vista que é importante também avaliar a influência que esse canal pode exercer na distribuição e nos valores dos campos eletromagnéticos. Considera-se igualmente relevante, simular o tempo de aplicação da descarga conforme estabelecido pela norma SAE ARP 5412.

REFERÊNCIAS

ABDELAL, G. F.; MURPHY, A. A multiphysics simulation approach for efficient modeling of lightning strike tests on aircraft structures. **IEEE Transactions on Plasma Science**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 45, n. 4, p. 725–735, apr 2017.

ABID, R. **Electrical Characterisation of Aerospace Grade Carbon-Fibre Reinforced Polymers**. Tese (Doutorado) — Cardiff School of Engineering, 2015.

ATHANASOPOULOS, N. **Calculation of electrical conductivity and electrothermal analysis of multilayered carbon reinforced composites: application to damage detection**. Tese (Doutorado) — University of Patras, 2013.

ATHANASOPOULOS, N.; KOSTOPOULOS, V. **Calculation of an equivalent electrical conductivity tensor for multidirectional carbon fiber reinforced materials**. 08 2012.

BABA, Y.; RAKOV, V. A. Applications of the FDTD method to lightning electromagnetic pulse and surge simulations. In: **2014 International Conference on Lightning Protection (ICLP)**. [S.l.]: IEEE, 2014.

BABA, Y.; RAKOV, V. A. **Electromagnetic Computation Methods for Lightning Surge Protection Studies (Wiley - IEEE)**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2016. ISBN 9781118275634.

BEHZAD, T.; SAIN, M. Measurement and prediction of thermal conductivity for hemp fiber reinforced composites. **Polymer Engineering & Science**, Wiley-Blackwell, v. 47, n. 7, p. 977–983, 2007.

BERENGER, J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 114, n. 2, p. 185–200, oct 1994.

BOEING. **787 Commercial Transport**. 2018. Disponível em: <<https://www.boeing.com/history/products/787.page>>.

BRENNAN, J. J.; BENTSEN, L. D.; HASSELMAN, D. P. H. Determination of the thermal conductivity and diffusivity of thin

fibres by the composite method. **Journal of Materials Science**, Springer Nature, v. 17, n. 8, p. 2337–2342, aug 1982.

BULL, D. A.; JACKSON, G. A.; MCHALE, A. **Investigation of the RF properties of carbon fibre composite materials**. [S.l.], 1982. Eletromagnetic Interference Department.

CABLER, S. J. M. **Industry Documents To Support Aircraft Lightning Protection Certification**. [S.l.], jul. 2013. Disponível em: <https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_20-155A.pdf>.

CAUSON, D. M.; MINGHAM, C. G. **Introductory Finite Difference Methods for PDEs**. [S.l.]: Bookboon, 2010.

COPPERMETAL. **Informações Técnicas Alumínio 7075 T651**. [S.l.], 2018. Disponível em: <http://www.coppermetal.com.br/produtos_aluminio_7075t651.html>.

CORNSWEET, T. M. Advanced composite materials. **Science**, American Association for the Advancement of Science (AAAS), v. 168, n. 3930, p. 433–438, apr 1970.

EMBRAER. **E190-E2 triple certification**. fev. 2018. Disponível em: <<https://www.embraercommercialaviation.com/news/triple-certified/>>.

FAA, F. A. A. **Aviation Maintenance Technician Handbook - Airframe**. United States Department of Transportation, 2012. Disponível em: <www.faa.gov>.

GAGNÉ, M.; THERRIault, D. Lightning strike protection of composites. **Progress in Aerospace Sciences**, Elsevier BV, v. 64, p. 1–16, jan 2014.

GAO, S.-P. et al. Effective modeling of multidirectional CFRP panels based on characterizing unidirectional samples for studying the lightning direct effect. In: **2017 XXXIInd General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)**. [S.l.]: IEEE, 2017.

GOU, J. et al. Carbon nanofiber paper for lightning strike protection of composite materials. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier BV, v. 41, n. 2, p. 192–198, mar 2010.

GUTIÉRREZ, G. G. et al. Finite-difference time-domain method applied to lightning simulation and aircraft certification process. In: **10th International Symposium on Electromagnetic Compatibility**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 750–755. ISSN 2325-0356.

HARRIS, J. P. et al. The thermal conductivity of kevlar fibre-reinforced composites. **Journal of Materials Science**, Springer Nature, v. 17, n. 10, p. 2925–2931, oct 1982.

HATTA, I. et al. The measurements of thermal conductivity of carbon fibers. v. 7, p. 294–305, 04 2000.

HIGDON, R. L. Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multidimensional wave equation. **Mathematics of Computation**, American Mathematical Society (AMS), v. 47, n. 176, p. 437–437, 1986.

HOLLOWAY, C.; SARITO, M.; JOHANSSON, M. Analyzing carbon-fiber composite materials with equivalent-layer models. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 47, n. 4, p. 833–844, nov 2005.

IMAI, J.; KANEKO, K. Electrical conductivity of a single micrographitic carbon fiber with a high surface area under various atmospheres. **Langmuir**, American Chemical Society (ACS), v. 8, n. 7, p. 1695–1697, jul 1992.

INCROPERA, F. P. et al. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. ISBN 0471457280.

INPE. **Aviões**. 2016. Grupo de Eletricidade Atmosférica. Disponível em: <<http://www.inpe.br/webelat/homepage/menu/infor/relampagos.e.efeitos/avioes.php>>.

ISLAM, M. R.; PRAMILA, A. Thermal conductivity of fiber reinforced composites by the FEM. **Journal of Composite Materials**, SAGE Publications, v. 33, n. 18, p. 1699–1715, sep 1999.

JAZZAR, A. et al. Study of lightning effects on aircraft with predominately composite structures. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 56, n. 3, p. 675–682, jun 2014.

JENSEN, S. **Microstrip Patch Antenna**. dez. 2010. Northern Arizona University.

KATUNIN, A. Lightning strike protection of aircraft composite structures: Analysis and comparative study. **Fatigue of Aircraft Structures**, Walter de Gruyter GmbH, v. 2016, n. 8, jan 2016.

KAWAKAMI, H.; FERABOLI, P. Lightning strike damage resistance and tolerance of scarf-repaired mesh-protected carbon fiber composites. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier BV, v. 42, n. 9, p. 1247–1262, sep 2011.

KEITH, J. M. et al. Thermal conductivity of carbon fiber/liquid crystal polymer composites. **Journal of Applied Polymer Science**, Wiley-Blackwell, v. 102, n. 6, p. 5456–5462, 2006.

LEE, J. et al. Thermal response of carbon fiber epoxy laminates with metallic and nonmetallic protection layers to simulated lightning currents. **Polymer Composites**, Wiley, aug 2017.

MAQSOOD, A.; REHMAN, M. A. ur. Transient plane source (tps) sensors for simultaneous measurements of thermal conductivity and thermal diffusivity of insulators, fluids and conductors. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, IOP Publishing, v. 51, p. 012006, dec 2013.

METWALLY, I. et al. Computation of transient-temperature profiles in objects exposed to simulated lightning currents. **International Journal of Thermal Sciences**, Elsevier BV, v. 45, n. 7, p. 691–696, jul 2006.

MUELLER, G. P. **Simulation of Repetitively-Pulsed Laser Irradiation of Graphite-Epoxy Composite**. [S.l.], 1984.

NAKAGAWA, M. et al. FDTD simulation of lightning current in a CFRP panel: Comparison of the use of conductivity matrix approach with that of triangular prism cells. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 58, n. 5, p. 1674–1677, oct 2016.

NODA, T.; YOKOYAMA, S. Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 17, n. 3, p. 840–847, jul 2002.

PATHAK, S. V. **Enhanced Heat Transfer in Composite Materials**. Dissertação (Mestrado) — Ohio University, 2013. Department of Mechanical Engineering and Russ College of Engineering and Technology.

PICHE, A.; REVEL, I.; PERES, G. Experimental and numerical methods to characterize electrical behaviour of carbon fiber composites used in aeronautic industry. In: **Advances in Composite Materials - Analysis of Natural and Man-Made Materials**. [S.l.]: InTech, 2011.

PILLING, M. W. et al. The thermal conductivity of carbon fibre-reinforced composites. **Journal of Materials Science**, Springer Nature, v. 14, n. 6, p. 1326–1338, jun 1979.

Pissolato Filho, J. et al. Analysis of impact damage by lightning strikes on aircraft CFC structures. In: **International Conference on Lightning [amp] Static Electricity (ICOLSE 2015)**. [S.l.]: Institution of Engineering and Technology, 2015.

PRADERE, C. et al. Thermal properties of carbon fibers at very high temperature. **Carbon**, Elsevier BV, v. 47, n. 3, p. 737–743, mar 2009.

RADIO TECHNICAL COMMISSION FOR AERONAUTICS. **RTCA DO-160G - Environmental Conditions and Test Procedures for Airborne Equipment**. 2010.

ROYLANCE, D. **Introduction to Composite Materials**. 2004. Massachusetts Institute of Technology, Department of Materials Science and Engineering.

SCHNEIDER, J.; HUDSON, S. A finite-difference time-domain method applied to anisotropic material. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 41, n. 7, p. 994–999, jul 1993.

SEGUI, J. A. Boeing simulates thermal expansion in composites with expanded metal foil for lightning protection of aircraft structures. In: BOEING. **COMSOL NEWS**. 2014. p. 4–7. Disponível em: <https://br.comsol.com/story/download/191749/Boeing_CN2014.pdf>.

SHEEN, D. et al. Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits. **IEEE Transactions on Microwave Theory**

and Techniques, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 38, n. 7, p. 849–857, jul 1990.

SHIM, H.-B.; SEO, M.-K.; PARK, S.-J. Thermal conductivity and mechanical properties of various cross-section types carbon fiber-reinforced composites. **Journal of Materials Science**, Springer Nature, v. 37, n. 9, p. 1881–1885, 2002.

SHINDO, A. **Comprehensive Composite Materials**. [S.l.]: Pergamon, 2000. ISBN 9780080429939.

SOUZA, L. F. Nunes de et al. Analysis of direct effects of lightning on composite structures of aircraft. 01 2007.

SPRINGER, G. S.; TSAI, S. W. Thermal conductivities of unidirectional materials. **Journal of Composite Materials**, SAGE Publications, v. 1, n. 2, p. 166–173, apr 1967.

SWEERS, G.; BIRCH, B.; GOKCEN, J. **Lightning Strikes: Protection, Inspection, and Repair**. abr. 2012. Aeromagazine. Disponível em:
<https://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/2012_q4/4/>.

SWEETING, R.; LIU, X. Measurement of thermal conductivity for fibre-reinforced composites. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier BV, v. 35, n. 7-8, p. 933–938, jul 2004.

TANIGUCHI, Y. et al. An improved thin wire representation for FDTD computations. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 56, n. 10, p. 3248–3252, oct 2008.

TIAN, T. **Anisotropic Thermal Property Measurement of Carbon-fiber/Epoxy Composite Materials**. Dissertação (Mestrado) — University of Nebraska - Lincoln, 2011.

TIANCHUN, Z. et al. Simulation of lightning protection for composite civil aircrafts. **Procedia Engineering**, Elsevier BV, v. 17, p. 328–334, 2011.

TING, H. Thermoelectric coupling simulation lightning damage of aircraft composite. In: **2016 7th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)**. [S.l.]: IEEE, 2016.

UMAN, M. A. How long and how wide is the lightning channel? p. 13, 1986. **ALL ABOUT LIGHTNING** DOVER PUBLICATIONS, NEW YORK.

WANG, F. et al. Ablation damage characteristic and residual strength prediction of carbon fiber/epoxy composite suffered from lightning strike. **Composite Structures**, Elsevier BV, v. 117, p. 222–233, nov 2014.

WANG, F. et al. Ablation damage assessment of aircraft carbon fiber/epoxy composite and its protection structures suffered from lightning strike. **Composite Structures**, Elsevier BV, v. 145, p. 226–241, jun 2016.

WANG, Y. Multiphysics analysis of lightning strike damage in laminated carbon/glass fiber reinforced polymer matrix composite materials: A review of problem formulation and computational modeling. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier BV, v. 101, p. 543–553, oct 2017.

WEBER, M.; KAMAL, M. R. Estimation of the volume resistivity of electrically conductive composites. **Polymer Composites**, Wiley-Blackwell, v. 18, n. 6, p. 711–725, dec 1997.

WHITTAKER, A. J.; TAYLOR, R. Thermal transport properties of carbon-carbon fibre composites III. mathematical modelling. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 430, n. 1878, p. 199–211, jul 1990.

WHITTAKER, A. J.; TAYLOR, R.; TAWIL, H. Thermal transport properties of carbon-carbon fibre composites II. microstructural characterization. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 430, n. 1878, p. 183–197, jul 1990.

YAMAMOTO, K. Current distribution characteristics of CFRP panels. **Electronics and Communications in Japan**, Wiley, v. 96, n. 6, p. 32–40, may 2013.

YEE, K. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 14, n. 3, p. 302–307, may 1966.

ZHANG, K.; TANG, W.; FU, K. Modeling of dynamic behavior of carbon fiber-reinforced polymer (CFRP) composite under x-ray radiation. **Materials**, MDPI AG, v. 11, n. 1, p. 143, jan 2018.

ZHAO, A. P.; JUNTUNEN, J.; RAISANEN, A. An efficient FDTD algorithm for the analysis of microstrip patch antennas printed on a general anisotropic dielectric substrate. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 47, n. 7, p. 1142–1146, jul 1999.

ZHENG, F.; CHEN, Z.; ZHANG, J. A finite-difference time-domain method without the courant stability conditions. **IEEE Microwave and Guided Wave Letters**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 9, n. 11, p. 441–443, 1999.

ZHU, G. et al. An analysis of effective thermal conductivity of heterogeneous materials. **Autex Research Journal**, Walter de Gruyter GmbH, v. 14, n. 1, jan 2014.

**APÊNDICE A - Solução geral da equação 3.10 para a
componente Ex^{n+1}**

Para exemplificar, é apresentado em A.3 a solução geral da equação 3.10 para a componente $\mathbf{E}x^{n+1}$. Mas primeiramente, para que essa equação não fique demasiadamente extensa, serão adotadas as seguintes representações:

$$C_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{\Delta t} + \frac{\sigma_{ij}}{2} \quad (\text{A.1})$$

$$S_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{\Delta t} - \frac{\sigma_{ij}}{2} \quad (\text{A.2})$$

Os índices i e j representam as direções \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} .

Assim, a atualização da componente do campo elétrico, \mathbf{E}_x^{n+1} , pode ser escrita conforme a equação A.3.

$$\begin{aligned} E_x|_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{\delta} \left\{ \left[C_{yy}C_{zz} - C_{yz}C_{zy} \right] \left[S_{xx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{xy}E_y|_{i,j,k}^n + \right. \right. \\ \left. \left. S_{xz}E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \\ \left[C_{zy}C_{xz} - C_{zz}C_{xy} \right] \left[S_{yx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{yy}E_y|_{i,j,k}^n + S_{yz}E_z|_{i,j,k}^n + \right. \\ \left. \frac{\partial H_x}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \\ \left[C_{xy}C_{yz} - C_{xz}C_{yy} \right] \left[S_{zx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{zy}E_y|_{i,j,k}^n + S_{zz}E_z|_{i,j,k}^n + \right. \\ \left. \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \left. \right\} \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

Sendo δ o determinante da matriz $(\frac{1}{\Delta t}\bar{\epsilon} + \frac{1}{2}\bar{\sigma})^{-1}$. Este pode ser obtido pela equação A.4:

$$\begin{aligned} \delta = C_{xx}C_{yy}C_{zz} + C_{xy}C_{yz}C_{zx} + C_{xz}C_{yx}C_{zy} - \\ C_{zx}C_{yy}C_{xz} - C_{zy}C_{yz}C_{xx} - C_{zz}C_{yx}C_{xy} \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

Nakagawa et al. (2016) sugere que as propriedades físicas do compósito de fibra de carbono na direção \mathbf{z} independem das demais direções. Do mesmo modo, as propriedades físicas nas direções \mathbf{x} e \mathbf{y} , independem de \mathbf{z} . Outros autores como, por exemplo, Athanasopoulos

(2013) reforçam essa concepção. À vista disso:

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = \epsilon_{zy} = 0 \quad (\text{A.5})$$

E do mesmo modo:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Assim, as componentes \mathbf{E}_x , \mathbf{E}_y e \mathbf{E}_z podem ser escritas de modo mais simplificado do que apresentado em A.3. Conforme é mostrado da equação A.7 à A.9.

$$\begin{aligned} E_x|_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{\delta} \left\{ C_{yy}C_{zz} \left[S_{xx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{xy}E_y|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \right. \\ \left. - C_{zz}C_{xy} \left[S_{yx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{yy}E_y|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_x}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} E_y|_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{\delta} \left\{ -C_{yx}C_{zz} \left[S_{xx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{xy}E_y|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \right. \\ \left. + C_{xx}C_{zz} \left[S_{yx}E_x|_{i,j,k}^n + S_{yy}E_y|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_x}{\partial z} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{\delta} \left\{ \left[C_{xx}C_{yy} - C_{yx}C_{xy} \right] \left[S_{zz}E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (\text{A.9})$$

Com as simplificações apresentadas em A.5 e A.6, δ pode ser obtido pela equação A.10.

$$\delta = C_{xx}C_{yy}C_{zz} - C_{zz}C_{yx}C_{xy} \quad (\text{A.10})$$

**APÊNDICE B - Localização das componentes do campo
elétrico e magnético na célula de Yee**

Localização das componentes do campo elétrico:

- Componente E_x :

$$E_x \rightarrow \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j \Delta y, k \Delta z, n \Delta t \right) \quad (\text{B.1})$$

- Componente E_y :

$$E_y \rightarrow \left(i \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k \Delta z, n \Delta t \right) \quad (\text{B.2})$$

- Componente E_z :

$$E_z \rightarrow \left(i \Delta x, j \Delta y, \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, n \Delta t \right) \quad (\text{B.3})$$

Localização das componentes do campo magnético:

- Componente H_x :

$$H_x \rightarrow \left(i \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \quad (\text{B.4})$$

- Componente H_y :

$$H_y \rightarrow \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j \Delta y, \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \quad (\text{B.5})$$

- Componente H_z :

$$H_z \rightarrow \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k \Delta z, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \quad (\text{B.6})$$

**APÊNDICE C - Interpolação das componentes do campo
elétrico**

A interpolação dos campos elétricos, em cada uma das direções, pode ser aproximada por meio das equações C.1 à C.6.

Interpolação dos campos \mathbf{E}_y e \mathbf{E}_z para calcular o campo \mathbf{E}_x :

$$\mathbf{E}_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_y \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i+1,j-\frac{1}{2},k}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{E}_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_z \Big|_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i+1,j,k-\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (\text{C.2})$$

Interpolação dos campos \mathbf{E}_x e \mathbf{E}_z para calcular o campo \mathbf{E}_y :

$$\mathbf{E}_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i-\frac{1}{2},j+1,k}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{E}_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_z \Big|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i,j+1,k-\frac{1}{2}}^n + \mathbf{E}_z \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (\text{C.4})$$

Interpolação dos campos \mathbf{E}_x e \mathbf{E}_y para calcular o campo \mathbf{E}_z :

$$\mathbf{E}_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k+1}^n + \mathbf{E}_x \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{E}_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{4} \left(\mathbf{E}_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+1}^n + \mathbf{E}_y \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (\text{C.6})$$

**APÊNDICE D - Discretização das derivadas dos campos
magnéticos**

As derivadas parciais dos campos magnéticos também são obtidas por meio de interpolação. Assim, a discretização das derivadas parciais podem ser calculadas conforme apresentado nas equações D.3 à D.12.

Discretização das derivadas parciais do campo magnético para atualização da componente \mathbf{E}_x :

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta x} \left(H_z \Big|_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_z \Big|_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{D.1})$$

$$\left. \frac{\partial H_y}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta x} \left(H_y \Big|_{i+\frac{3}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y \Big|_{i+\frac{3}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{D.2})$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_x}{\partial z} \right|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta z} \left(H_x \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i+1,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_x \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i+1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_x}{\partial y} \right|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta y} \left(H_x \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_x \Big|_{i+1,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i+1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Discretização das derivadas parciais do campo magnético para atualização da componente \mathbf{E}_y :

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta y} \left(H_z \Big|_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{D.5})$$

$$\left. \frac{\partial H_x}{\partial y} \right|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta y} \left(H_x \Big|_{i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j+\frac{3}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{D.6})$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_y}{\partial z} \right|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta z} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j+1,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j+1,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (D.7)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_y}{\partial x} \right|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta x} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j+1,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_y|_{i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j+1,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (D.8)$$

Discretização das derivadas parciais do campo magnético para atualização da componente E_z :

$$\left. \frac{\partial H_x}{\partial z} \right|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta z} \left(H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (D.9)$$

$$\left. \frac{\partial H_y}{\partial z} \right|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta z} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (D.10)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta x} \left(H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (D.11)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4\Delta y} \left(H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (D.12)$$

Algumas das discretizações das derivadas parciais dos campos magnéticos não foram apresentadas, pois são obtidas de modo direto sem a necessidade de interpolação. Devido as considerações feitas em A.5 e A.6, e conforme pode ser observado nas equações A.7 à A.9, algumas dessas interpolações não são necessárias para este trabalho.