

Daiana Zanelato dos Anjos

**O QUE SE REVELA QUANDO O OLHAR NÃO ALCANÇA?
EM BUSCA DO ACESSO SEMIO-COGNITIVO AOS OBJETOS
DO SABER MATEMÁTICO POR UMA ESTUDANTE CEGA**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutora em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Mércles Thadeu Moretti.

Florianópolis
2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Anjos, Daiana Zanelato dos
O que se revela quando o olhar não alcança? : Em
busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do
saber matemático por uma estudante cega / Daiana
Zanelato dos Anjos ; orientador, Mércles Thadeu
Moretti, 2019.
390 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e
Tecnológica, Florianópolis, 2019.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Educação
Inclusiva. 3. Sistema Braille. 4. Registros de
Representação Semiótica. 5. Saberes Matemáticos. I.
Moretti, Mércles Thadeu . II. Universidade Federal
de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em
Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

Daiana Zanelato dos Anjos

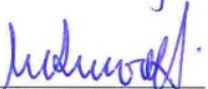
O que se revela quando o olhar não alcança? Em busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do saber matemático por uma estudante cega

Esta Dissertação/Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor (a)” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica

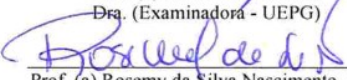
Florianópolis, 28 de junho de 2019.

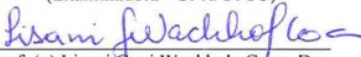

Prof. Dr. Cláudia Regina Flores, Dr.
Coordenadora

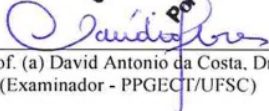
Banca Examinadora:


Prof. (a) Mércies Thadeu Moretti, Dr.
(Orientador - PPGET/UFSC)


Prof. (a) Célia Finck Brandt,
Dra. (Examinadora - UEPG)


Prof. (a) Rosemy da Silva Nascimento, Dra.
(Examinadora - CFH/UFSC)


Prof. (a) Lisani Geni Wachholz Coan, Dra.
(Examiadora - IFSC)


Prof. (a) David Antonio da Costa, Dr.
(Examinador - PPGET/UFSC)

Prof. (a) Cíntia Rosa da Silva, Dra.
(Examinadora suplente - UFSC)

Prof. (a) Afrânio Austregésilo Thiel, Dr.
(Examinador suplente - IFC/Camboriú)

Professora Cláudia Regina Flores
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação
em Educação Científica e Tecnológica
CFM/CEI/CCB/UFSC
Portaria 2063/2018/GR

À uma mulher forte e guerreira, minha
mãe **Nadir**.

AGRADECIMENTOS

Começarei agradecendo, pois este trabalho foi feito à várias mãos. Melhor dizendo, não só pelas mãos, mas pelos sentidos atentos de muitos que me rodeiam.

Agradeço aos meus pais, Nadir Zanelato dos Anjos e Lires Morais dos Anjos, pela vida que me deram e pelo carinho e atenção em todos os momentos da minha vida. Aos meus irmãos, Darine Zanelato dos Anjos e Douglas Zanelato dos Anjos, por sempre me entenderem nos momentos mais diversos que já vivemos juntos. Ao meu lindo e estimado sobrinho, Vicente Zanelato Abreu, por me permitir ser a titia mais feliz do mundo. Ao meu grande amor e companheiro de vida, Arnaldo Hermes da Silva, pelo carinho, atenção e por embarcar comigo, com os seus ouvidos atentos, em todos os sonhos que busco realizar. E claro, à minha sogra, Clacy Terezinha Hermes, pelas tantas receitas que me alimentaram durante todos os muitos dias de estudo. Este agradecimento se alastra a outros integrantes da família, em especial, às primas, Carla dos Anjos Zanelato e Taisi Zanelatto Gonçalves, por depositarem tanta confiança na minha pessoa e acreditarem nesta minha empreitada.

Também não poderia deixar de fora, os grandes amigos da caminhada de doutorado e de antes dela: Cleber Schaefer Barbaresco e Milena Won Dias Victorette, pela amizade matemática de 17 anos de duração, pelo apoio nas conversas e pelo incentivo em cada ano de caminhada rumo a conquista dos meus sonhos. À um amigo querido e incentivador, que chegou há pouco e fez a diferença, Jeremias Stein Rodriguês. Às amigas conquistadas durante o mestrado, Anna Belavina Kuerten e Luana Bandeira Haag, pelas conversas e risadas de cumplicidade desde aquela época. À grande parceira de estudos e eventos, Alice Stephanie Tapia Sartori, por toda a atenção com tudo aquilo que eu escrevo e com aquilo que eu sinto também. Assim como, a todos os colegas de doutorado da turma de 2015/2. À Simone De Mamann Ferreira, uma das professoras de Educação Especial (Colégio de Aplicação da UFSC) mais dedicadas que conheço, obrigada pelas leituras, pelos cursos que ministramos juntas e pela sintonia intensa. À Luciana Vieira, mais uma amiga geógrafa que conquistei durante esta jornada, obrigada pelo apoio e pelas palavras de incentivo de sempre. Ao amigo de infância Humberto, que desde muito cedo me fazia acreditar que eu era capaz de alcançar tudo por meio do estudo. Aos amigos da Unidade Gama D'Eça do Método DeRose a qual frequento desde 2008 e compartilho a companhia de pessoas incríveis. Em

especial, à diretora Lisandra Zapelini, pelos ouvidos atentos, as palavras e abraços de incentivo, a ela agradeço com o coração vibrante. À uma amiga surfista e professora de História, que sempre arrumou uma forma de me fazer sentir melhor diante de qualquer dificuldade, meu obrigada, Cibeli Bueno. Agradeço a uma amizade recente que conquistei, que segurou as pontas nestes momentos finais, tendo ouvidos atentos e ainda, risos fartos para me tranquilizar: Fernanda Andrea Fernandes Silva, muito obrigada. Também aos meus colegas do Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM) por expandirem os meus olhares sobre a teoria e trocarem tantas ideias produtivas sobre os desafios da sala de aula.

À Martin Backes de Porchetto e Jasmine Wacholz Chaves, por me ensinarem a olhar com outros olhares para este mundo diverso e lindo em que vivemos e me permitir a amizade intensa. Obrigada eternamente! Com a mesma intensidade, agradeço aos seus pais, por me permitirem fazer parte de suas vidas.

Aos colegas da Escola de Educação Básica Professora Ursulina de Senna Castro, a minha escola de lotação e de grande aprendizado da docência. De maneira especial, às duas diretoras, Maria Nair da Silva de Miranda (gestão antiga - início do doutorado), pelas palavras de incentivo naquele começo, em que tudo era tão vago e, à Suzi Carly Cassetari (gestão atual – aquela que aguentou as pontas no final) pela torcida constante e apoio incondicional. Ao colega professor, Reinaldo Marcelino, por colocar-me em contato com o Projeto Cartotáveis e com a imensidão de conhecimentos que daí surgiram. Claro, à todos os professores, servidores e funcionários dessa linda Escola.

A um grande amigo e mestre, meu orientador Mércles Thadeu Moretti. Pelo incentivo e paciência diante das minhas dúvidas constantes. Você, professor, acreditou neste projeto desde 2008, quando ele ainda era um Trabalho de Conclusão de Curso. Infinitos agradecimentos e a minha profunda admiração!

O meu agradecimento também se estende aos membros da minha banca de qualificação, professores: David Antônio Costa, Rosemy da Silva Nascimento, Célia Finck Brandt e Lisani Geni Wachholz Coan, pelo carinho e atenção plena que tiveram e, ainda tem, com este trabalho.

Às instituições: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), meu berço de formação no ensino superior e na qual passei os anos mais desafiadores de minha vida, incluindo o mestrado e o doutorado. Pela disponibilidade do Ambiente de Acessibilidade Informacional (AAI), no qual trabalha a atenciosa Clarissa Agostini Pereira, que não mediu

esforços para o empréstimo de máquinas Braille utilizadas com a estudante cega durante todo o acompanhamento realizado. Também ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da UFSC pelo trabalho realizado durante todos estes quase 18 anos de história frente à formação de profissionais engajados com a educação brasileira em todos os níveis. Agradeço imensamente ao corpo docente e discente do PPGET, pelo convívio inspirador que me possibilitou a transformação do ser e do pensar. Estendo o agradecimento aos Assistentes em Administração, Leonardo Borges da Silva Martins e Rodrigo Garcia pelo trabalho ágil, exemplar e paciente que executam. À Associação Catarinense para Integração do Cego (ACIC) por me dirimir tantas dúvidas e estar de portas abertas às tantas visitas que fiz. À Fundação Catarinense de Educação especial (FCEE), em especial aos funcionários, Marcelo Lofi e Luis Fernando Ferreira de Araújo, por me atenderem com atenção e de forma tão prestativa. À Secretaria de Estado da Educação (SED) por conceder-me um ano e meio de afastamento remunerado, permitindo-me total imersão à pesquisa em um momento tão delicado.

Ao Projeto Cartotáteis e aos seus integrantes. Em especial, a professora Coordenadora, Rosemy da Silva Nascimento. Agradeço desde a recepção em uma primeira conversa que tivemos para que eu apresentasse um esboço do meu texto de qualificação da dissertação (sim, desde aquela época!) até o presente momento. Obrigada pela confiança e pelos tantos ensinamentos que perdurarão para além dos muros desta universidade, sem dúvida!

E se, porventura, eu deixar de mencionar alguém, desculpem-me o lapso. A gratidão também se dá para além desses registros escritos.

Findo estes agradecimentos por aqui, acreditando que levo mesmo deste trabalho conhecimento e muitas amizades. E o quê de melhor poderia levar?

Imensamente grata a cada um de vocês!

“Queres que eu te diga o que penso, Diz, Penso
que não cegámos, penso que estamos cegos,
Cegos que vêem, Cegos que, vendo, não vêem”
(Saramago, 1995, p. 310)

RESUMO

O presente estudo aborda um tema sensível e urgente na Educação Matemática, trata de um estudo de caso com a participação de uma estudante cega. Dezenas de encontros com esta estudante foram programados e estão relatados e analisados nas páginas que seguem. Em foco, uma situação complexa: a aprendizagem matemática por uma estudante cega congênita. A análise dos encontros teve na Teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval o principal aporte teórico que nos deu um caminho a ser seguido nas análises semióticas e cognitivas (análises semio-cognitivas) que fizemos. Mas não nos contentamos com isso, fomos buscar em Bernard Charlot, em sua Teoria da Relação com o Saber, outros elementos que pudessem iluminar ainda mais as nossas análises e encontramos situações em que as dimensões identitária e social da sua teoria completam de forma marcante a análise de cunho epistemológico, que era o que vínhamos fazendo até então, na relação com o saber. O nosso trabalho teve como protagonista principal uma única estudante cega, o que não nos permite generalizações. Mas não podemos esquecer que documentos, leis, livros, manuais escolares etc. foram também consultados para a elaboração dessa Tese. Finalmente, nas conclusões, apresentamos uma série de questões que detectamos e que precisam de aprofundamentos, entre as quais destacamos, a importância da forma da representação na aprendizagem matemática e a possibilidade de agir sobre o texto de ensino, em particular, para o caso da aprendizagem da geometria. Ainda, a sensação que se tem e que deixa transparecer nas conclusões é de que o que foi feito suscita muita mais o que fazer.

Palavras-chave: Educação Inclusiva. Sistema Braille. Registros de Representação Semiótica. Relação com o Saber. Saberes Matemáticos.

ABSTRACT

The present study addresses a sensitive and urgent topic in Mathematics Education. It is about a case study with the participation of a blind student. Tens of meetings were scheduled with this student and are reported and analyzed on the following pages. In focus, a complex situation is presented: the learning of Mathematics by a congenital blind student. The analysis of the meetings had the Theory of Register of Semiotic Representation by Raymond Duval as the main theoretical framework, which provided a model to be followed for the semiotic and cognitive analyses (semio-cognitive analyses) that we conducted. However, we were not satisfied with this. Thus, we resorted to Bernard Charlot, in his theory Relation to Knowledge, in order to get other elements that could shed more light on our analyses. As a result, we found situations in which the identity and social dimensions of his theory, striking, complete the analysis of epistemological character, which was what we had been doing until then with the relation to knowledge. Our study had as a protagonist only one blind student, which means that we are not allowed to present generalizations. Nevertheless, we cannot forget that the documents, laws, books, school manuals and son on were also used as a source for the elaboration of this doctoral dissertation. Finally, in the conclusions, we show a series of questions that were detected and that need to be deepened, of wich we highlight, the importance of the form of the representation in the mathematical learning and the possibility to acting over the text of teaching, in particular, in the case of learning geometry. Still, the feeling we have, that can also be observed in the conclusions, is that what has been done raises much more to do.

Keywords: Inclusive Education. Braille System. Register of Semiotic Representation. Relation to Knowledge. Mathematical Knowledge.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 - Ausência do símbolo do Conjuntos dos Números Irracionais | 35 |
| Figura 2 - Simbologia para dízimas periódicas presente no Código | 35 |
| Figura 3 - Constatação do fenômeno da não-congruência semântica no LiDB percebida na transcrição da tinta ao Braille..... | 36 |
| Figura 4 - Modelo da Ficha de Acompanhamento Estudantil | 53 |
| Figura 5 - Pólos constitutivos de uma representação | 83 |
| Figura 6 - Funções de uma língua | 97 |
| Figura 7 - Classificação de unidades figurais por dimensão | 107 |
| Figura 8 - Os dois níveis de articulação de sentido em uma visualização de ordem semiótica..... | 113 |
| Figura 9 - Parte do corpus de figuras geométricas notáveis trabalhadas no ensino | 114 |
| Figura 10 - Forma com alto índice de pregnância | 122 |
| Figura 11 - Expressão simulada em Braille..... | 132 |
| Figura 12 - Forma para registro de uma matriz em tinta e em Braille. | 136 |
| Figura 13 - Diagonais principais e secundárias em uma matriz | 137 |
| Figura 14 - O número 83 e a expressão $8c$ | 138 |
| Figura 15 - Escrita da expressão $8xc$ de maneira diferenciada..... | 138 |
| Figura 16 - Expressão fracionária em tinta e em Braille | 140 |
| Figura 17 - O cubo transcrito | 156 |
| Figura 18 - Piscina de Fibra: transcrição para o Braille e em tinta..... | 168 |
| Figura 19 - Transcrição em Braille do paralelepípedo retangular | 172 |
| Figura 20 - Fragmento da definição de Polinômio no livro em tinta e no LiDB..... | 175 |
| Figura 21 - Página 7 do livro em tinta | 179 |
| Figura 22 - Fórmula A transcrita para o Braille | 183 |
| Figura 23 - Método da chave pelo livro em tinta | 190 |
| Figura 24 - Método da chave resolvido pela estudante | 191 |
| Figura 25 - Divisão de polinômios pelo método da chave em tinta e em Braille..... | 194 |
| Figura 26 - Dispositivo de Briot-Ruffini em tinta e em Braille..... | 196 |
| Figura 27 - Cubo transcrito | 199 |
| Figura 28 - Objeto vela: representação concreta de um cubo..... | 199 |
| Figura 29 - Faces questionadas à estudante..... | 202 |
| Figura 30 - Definição de Equação Polinomial dos livros didáticos em tinta e em Braille | 207 |
| Figura 31 - Questão 9 dos livros didáticos em tinta e em Braille..... | 208 |

| | |
|---|-----|
| Figura 32 - Primeira parte da definição de Equação Polinomial (em tinta e em Braille)..... | 210 |
| Figura 33 - Índices inferiores e superiores da definição de equação polinomial em tinta e em Braille..... | 211 |
| Figura 34 - Símbolo de diferente em Braille..... | 214 |
| Figura 35 - Quebras e interrupções ou desvios no prisma retangular reto transcrito | 216 |
| Figura 36 - Imagem da tirolesa contida no livro em tinta e em Braille..... | 219 |
| Figura 37 - Círculo trigonométrico em tinta e em Braille..... | 222 |
| Figura 38 - Atividade d) em tinta e em Braille | 223 |
| Figura 39 - Parte da imagem transcrita apontada pela estudante | 225 |
| Figura 40 - Expressão fracionária a ser simplificada em tinta e em Braille..... | 228 |
| Figura 41 - Transcrição do símbolo de graus ($^{\circ}$) em Braille..... | 230 |
| Figura 42 - Figura geométrica – duplicação de arcos | 232 |
| Figura 43 - Figura geométrica – Equações Trigonômicas Fundamentais | 233 |
| Figura 44 - Triângulo retângulo com medidas prolongadas..... | 234 |
| Figura 45 - Dados estatísticos em tinta e em Braille..... | 241 |
| Figura 46 - Tabela e histograma em tinta e em Braille | 242 |
| Figura 47 - Tabela de consumo mensal de sucos: em tinta e em Braille | 244 |
| Figura 48 - Histograma da atividade e) em tinta e em Braille | 245 |
| Figura 49 - Histograma da atividade f) em tinta e em Braille..... | 247 |
| Figura 50 – Questão elaborada pela estudante para responder a atividade a) | 248 |
| Figura 51 - Histograma da atividade f) | 255 |
| Figura 52 - Fórmula da média apresentada na atividade a) em tinta e Braille..... | 258 |
| Figura 53 - Tabela apresentada na atividade b) em tinta e Braille..... | 259 |
| Figura 54 - Histograma apresentado na atividade c) em tinta e Braille | 260 |
| Figura 55 - Histograma apresentado na atividade d) em tinta e Braille | 261 |
| Figura 56 - Histograma apresentado na atividade e) em tinta e Braille | 263 |
| Figura 57 - Transcrição do Braille à tinta da fórmula da média..... | 265 |
| Figura 58 - Sequência de Figuras tridimensionais da atividade a)..... | 272 |
| Figura 59 - Tronco de uma pirâmide para a resolução da atividade b)..... | 273 |
| Figura 60 - Tanque para a criação de peixes no formato de tronco de pirâmide | 275 |

| | |
|--|-----|
| Figura 61 - Tronco de uma pirâmide com base hexagonal..... | 276 |
| Figura 62 - Figuras transcritas em Braille e em cordonê..... | 279 |
| Figura 63 - Valores relacionados às unidades figurais no tronco da pirâmide..... | 280 |
| Figura 64 - Valores relacionados às unidades figurais no tronco da pirâmide..... | 284 |
| Figura 65 - Tronco de um cone | 286 |
| Figura 66 - Vaso para violetas..... | 287 |
| Figura 67 - O Bebedouro e as planificações..... | 288 |
| Figura 68 - O vaso da questão d)..... | 290 |
| Figura 69 - Erro de transcrição na atividade d) | 293 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|-----|
| Quadro 1- Forma de escrita das expressões fracionárias..... | 38 |
| Quadro 2 - Etapas metodológicas da pesquisa | 57 |
| Quadro 3 - Conteúdos e conceitos abordados na pesquisa..... | 77 |
| Quadro 4 - As similaridades na função de expansão discursiva..... | 103 |
| Quadro 5 - Divisões e subdivisões das dimensões da Relação com o Saber..... | 126 |
| Quadro 6 - Quadro Síntese do Encontro 1 | 177 |
| Quadro 7 - Quadro Síntese do Encontro 2 | 188 |
| Quadro 8 - Quadro Síntese do Encontro 3 | 197 |
| Quadro 9 - Quadro Síntese do Encontro 4 | 206 |
| Quadro 10 - Quadro Síntese do Encontro 5 | 218 |
| Quadro 11 - Quadro Síntese do Encontro 6 | 231 |
| Quadro 12 - Quadro Síntese do Encontro 7 | 240 |
| Quadro 13 - Quadro Síntese do Encontro 8 | 257 |
| Quadro 14 - Quadro Síntese do Encontro 9 | 271 |
| Quadro 15 - Quadro Síntese do Encontro 10 | 294 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACIC – Associação Catarinense para Integração do Cego
AEE – Atendimento Educacional Especializado
AIPD – Ano Internacional das Pessoas Deficientes
CAP/Florianópolis – Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CMU – Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa
EF – Ensino Fundamental
EJA – Educação de Jovens e Adultos
Enem – Exame Nacional do Ensino Médio
ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática
EM – Ensino Médio
ES – Ensino Superior
FAE – Ficha de Acompanhamento Estudantil
LBI – Lei Brasileira de Inclusão
LiDB – Livro Didático em Braille
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC – Ministério da Educação
PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica/São Paulo
SAEDE – Serviço de Atendimento Educacional Especializado
SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TCC – Trabalho de Conclusão de Curso
UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura
UNESP – Universidade do Estado de São Paulo
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| POR QUE ESSE TEMA? QUESTÕES ESTIMULANTES | 29 |
| 1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS..... | 31 |
| 1.1 HIPÓTESES PRELIMINARES..... | 33 |
| 1.2 PROBLEMÁTICA..... | 44 |
| 1.3 PROBLEMA DE PESQUISA..... | 44 |
| 1.4 OBJETIVOS | 44 |
| 1.4.1 Objetivo Geral..... | 44 |
| 1.4.2 Objetivos Específicos | 44 |
| 2 PERCURSO METODOLÓGICO: CURVAS SINUOSAS DA PESQUISA | 47 |
| 2.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA EM RELAÇÃO AOS OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS..... | 47 |
| 2.2 TRAÇANDO O PERFIL DO SUJEITO DA PESQUISA | 49 |
| 2.3 PASSOS PERCORRIDOS..... | 51 |
| 3 EDUCAÇÃO INCLUSIVA E A MATEMÁTICA: O QUE NOS FUNDAMENTA E A LITERATURA VOLTADA À CEGUEIRA NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA | 59 |
| 3.1 SOBRE A EDUCAÇÃO INCLUSIVA NO ÂMBITO DA DEFICIÊNCIA VISUAL | 59 |
| 3.1.1 Três momentos históricos: primórdios, primeiras mudanças e contemporaneidade..... | 59 |
| 3.1.1.1 Primórdios..... | 60 |
| 3.1.1.2 Primeiras mudanças | 61 |
| 3.1.1.3 Contemporaneidade | 62 |
| 3.1.2 Legislação atual voltada à Educação Inclusiva | 64 |
| 3.2 REVISÃO DE LITERATURA NA TEMÁTICA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES CEGOS..... | 69 |
| 3.2.1 Indicações das produções analisadas..... | 71 |
| 4 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O ACESSO AO OBJETO DO SABER MATEMÁTICO: ELO ENTRE A VISÃO E O TATO..... | 81 |

| | | |
|---------|--|------------|
| 4.1 | POR QUE SE FAZ NECESSÁRIO REPRESENTAR EM MATEMÁTICA?..... | 81 |
| 4.1.1 | Acesso aos objetos do saber em matemática..... | 86 |
| 4.2 | PRIMEIRO ELO: VYGOTSKI E A APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS NA CEGUEIRA | 88 |
| 4.3 | O REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO FUNDANTE: A LÍNGUA E AS SUAS FUNÇÕES EM MATEMÁTICA | 94 |
| 4.3.1 | A necessidade do discurso para interpretar uma figura geométrica..... | 104 |
| 4.4 | SEGUNDO ELO: O MODO DE VER EM GEOMETRIA E AS LEIS GESTÁLTICAS DE PERCEPÇÃO DA FORMA | 106 |
| 4.4.1 | Os limites cruciais do ver em geometria: os registros figurais | 108 |
| 4.4.1.1 | As apreensões em geometria..... | 109 |
| 4.4.2 | A teoria de percepção da forma - Gestalt | 116 |
| 4.4.3 | Unidade..... | 119 |
| 4.4.4 | Segregação | 119 |
| 4.4.5 | Unificação | 120 |
| 4.4.6 | Fechamento | 120 |
| 4.4.7 | Continuidade..... | 120 |
| 4.4.8 | Proximidade | 121 |
| 4.4.9 | Semelhança | 121 |
| 4.4.10 | Pregnância da Forma | 121 |
| 4.5 | TERCEIRO ELO: PARA ALÉM DA QUESTÃO SEMIO-COGNITIVA, O QUE NOS DIZ A RELAÇÃO COM O SABER | 123 |
| 5 | DIAGNÓSTICO: O ACOMPANHAMENTO DE UMA ESTUDANTE CEGA E O LEVANTAMENTO DE OUTRAS HIPÓTESES..... | 129 |
| 5.1 | O ACOMPANHAMENTO: ALGUMAS INFERÊNCIAS | 129 |
| 5.1.1 | Inferências – Acompanhamento 2015 (segundo semestre) | 130 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 5.1.2 | Inferências – Acompanhamento 2016 (primeiro semestre) | 134 |
| 5.1.3 | Inferências – Acompanhamento 2016 (segundo semestre) | 139 |
| 6 | LIVRO DIDÁTICO TRANSCRITO PARA O BRAILLE: ANÁLISE SEMIO-COGNITIVA DE SEU USO E O ACESSO AOS OBJETOS DE SABER EM MATEMÁTICA..... | 143 |
| 6.1 | LIVRO DIDÁTICO: DEFINIÇÃO..... | 143 |
| 6.2 | ESTRUTURA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: ASPECTOS GERAIS | 144 |
| 6.3 | LIVROS TRANSCRITOS PARA O BRAILLE: HISTÓRIA E PROCESSO DE TRANSCRIÇÃO..... | 145 |
| 6.3.1 | Ponto a ponto: da tinta ao Braille em um pouco de história | 145 |
| 6.3.2 | Processo atual de elaboração do livro didático em Braille | 148 |
| 6.4 | O LIVRO DIDÁTICO EM BRAILLE: ENCONTROS DE ACOMPANHAMENTO..... | 152 |
| 6.4.1 | Pré-Encontro: Relação com o Saber..... | 154 |
| 6.4.1.1 | Indicativo 1: o acesso semiótico ao objeto do saber | 155 |
| 6.4.1.2 | Indicativo 2: A matemática e o futuro profissional..... | 158 |
| 6.4.1.3 | Indicativo 3: Percepções da estudante relacionadas à matemática | 160 |
| 6.4.1.4 | Indicativo 4: Organização para o estudo | 162 |
| 6.4.1.5 | Indicativo 5: A estudante, os pais, os colegas, os professores e a escola | 164 |
| 6.4.2 | Encontro 1: “Não é algo familiar” | 167 |
| 6.4.3 | Encontro 2: O signo vale pelo toque | 178 |
| 6.4.4 | Encontro 3: O método da chave..... | 188 |
| 6.4.5 | Encontro 4: A vela e o cubo..... | 198 |
| 6.4.6 | Encontro 5 – Entre uma equação e o CMU | 206 |
| 6.4.7 | Encontro 6 - Desenho, figura e apreensões | 218 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 6.4.8 | Encontro 7 – Cadê o ângulo de 90°?..... | 231 |
| 6.4.9 | Encontro 8 – Acesso aos histogramas e tabelas..... | 240 |
| 6.4.10 | Encontro 9 – Um gráfico, duas folhas..... | 257 |
| 6.4.11 | Encontro 10 – “Eu me recuso a acreditar que isso é um quadrado”..... | 271 |
| 6.4.11.1 | Parte I – Tronco da pirâmide..... | 271 |
| 6.4.11.2 | Parte II – Tronco do cone..... | 285 |
| 7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 297 |
| | REFERÊNCIAS..... | 307 |
| | APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: acompanhamento 2015 a 2017..... | 331 |
| | APÊNDICE B – Fichas de Acompanhamento Estudantil (FAE).. | 332 |
| | APÊNDICE C – Cronograma de acompanhamento livro didático – segundo semestre de 2017..... | 375 |
| | APÊNDICE D – Roteiro das entrevistas semiestruturadas realizadas com as professoras alfabetizadoras..... | 379 |
| | APÊNDICE E – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: entrevista professora alfabetizadora (Estado)..... | 380 |
| | APÊNDICE F – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: entrevista professora alfabetizadora (ACIC)..... | 381 |
| | APÊNDICE G – Roteiro da entrevista semiestruturada feita ao responsável técnico da Fundação Catarinense de Educação Especial..... | 382 |
| | APÊNDICE H: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: responsável técnico FCEE..... | 384 |
| | APÊNDICE I – Roteiro da entrevista com a estudante cega – Relação com o Saber..... | 385 |
| | APÊNDICE J – Questões propostas a estudante após análise de figura geométrica transcrita..... | 388 |
| | APÊNDICE K – Página 59 do Livro Didático em Tinta analisada no Encontro 7..... | 389 |

POR QUE ESSE TEMA? QUESTÕES ESTIMULANTES

Muitas vezes me questionam sobre a escolha por estudar a temática da aprendizagem de matemática para estudantes cegos. Neste sentido, achei conveniente iniciar a escrita dessa Tese por meio desta explicação.

Durante o ano de 2005, cursando a disciplina de Libras como optativa na graduação em matemática, algumas perguntas começaram a surgir em minha mente. Na época, como graduanda, escutava falar sobre a inclusão de forma incipiente. Durante as aulas de Libras, onde um dos tópicos era a sala de aula e a possibilidade de lecionar para estudantes surdos, começou-se a abrir os meus horizontes em relação à inclusão e a minha percepção da possibilidade de receber estudantes com todo o tipo de deficiência na classe que eu fosse lecionar. O que me inculcava demasiadamente era a cegueira. Lembro que a dúvida da época era: lecionar para surdos seria desafiante, mas e se fosse para cegos?

Tendo em mente que, ao escrever um Trabalho de Conclusão de Curso, eu precisaria de um problema para buscar resposta, eu não tive dúvidas, este seria o meu problema: como ensinar matemática para estudantes cegos? Em 2008, defendi o TCC intitulado: Tenho um aluno cego, e agora? Neste trabalho mostrei que o Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina demonstrava fraquezas no quesito da formação de professores para ensinar em classes inclusivas com estudantes cegos.

Depois de um período de afastamento do tema, iniciei o mestrado em 2013 e, neste mesmo ano, também iniciei a empreitada mais desafiante de toda a minha carreira até o momento: minha atuação como docente em duas salas de aulas com estudantes cegos.

Daqueles dias até os atuais, não perdi mais contato com estes estudantes. Fui professora de sala de aula em 2013 e 2014 e fiz acompanhamento extraclasse durante todo o Ensino Médio de ambos, finalizando as atividades em 2017.

Neste pequeno relato, apenas intento mostrar que o aprendizado e o desafio são imensos para mim e que me mobilizam ao extremo diariamente. As inquietações permanecem como naquele primeiro dia de sala de aula, mas elas não me paralisaram. Hoje costumo dizer que sou movida por tantas ou mais questões sem resposta, algumas delas, menciono nas linhas que se seguem, já outras, são criadas a cada vez que me coloco a refletir sobre esta temática.

AVANTE!

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Se não temos ideia da maneira pela qual um cego de nascença fixa, lembra e combina as sensações do tato, trata-se de uma consequência do hábito que adotamos através dos olhos, de tudo executar em nossa imaginação com as cores (DIDEROT, 1979, p. 40).

Feche os teus olhos. Imagine-se, que seja por 10 minutos, sem ver a luz, o dia, as cores, o mundo. O que você tem a nos dizer sobre esta experiência?

Este questionamento impactante nos coloca em reflexão sobre uma situação provocativa em um mundo pautado pelo visual: a impossibilidade de ver, neste caso específico, no aprender. Estima-se que, atualmente, o número de pessoas cegas no mundo beire os 37 milhões (OMS, 2018) e, mesmo sendo um número elevado, em muitos dos espaços que nos cercam cotidianamente há desinformação e intolerância.

A intolerância deve-se ao fato da supervalorização dada à visão em nossos dias, seja na aquisição do conhecimento ou na vida cotidiana, mas também, por uma questão histórica que, por vezes, fez com que a pessoa cega fosse vista como indefesa ou, de maneira oposta, sobrenatural (NUNES; LOMÔNACO, 2010, p. 59).

Numa retrospectiva histórica rápida, percebemos que as pessoas com deficiência, sejam elas cegas ou com outra deficiência, passaram por problemas relacionados ao infanticídio na Antiguidade, exorcismos e perseguições na Idade Média e chegaram a ser entendidas como castigo divino, entre os séculos XV e XVIII (FIGUEIREDO, 2010, p. 97).

Em pesquisas do início do Século XX, entre tantos os “defeitos”¹ estudados, surge a preocupação com a psicologia do cego. Vygotski (1983, p. 73), tenta mostrar a evolução das ideias sobre a cegueira em

¹ Os estudos de Vygotski considerados neste trecho do trabalho provêm da obra intitulada Fundamentos da Defectologia. Este termo foi utilizado pelo psicólogo russo para tratar deficiências como a cegueira, surdo-cegueira e a surdez no início do século XX.

uma linha do tempo na sua obra Fundamentos da Defectologia. Nesta linha, na qual se passam por etapas, partiu-se da Antiguidade e chegou-se ao início do século XX, na chamada etapa “contemporânea, científica ou sócio-política” (VYGOTSKI, 1983, p. 73). Da Antiguidade partiram ideias que permanecem em alguns discursos atuais, na qual a cegueira era vista como infelicidade e os cegos, como “inválidos, indefesos e abandonados” (VYGOTSKI, 1983, p. 74). Como destacado por Nunes e Lomônaco (2010, p. 62), ainda percebemos que “a cegueira tem sido pensada unicamente pela falta e pela incapacidade” em muitos locais, inclusive, nas escolas. Nesse interim, tivemos também momentos em que a preocupação com o não visual aconteceu, tanto que foi durante o iluminismo que houve a criação do Sistema Braille. Mas, com a chegada da modernidade, nossos tempos passaram a se caracterizar por um “centrismo visual”, em que parece que nunca houve uma celebração tão forte para a visão (MARTINS, 2014, p. 17). Seria interessante se a nossa pós-modernidade procurasse possibilidades para descentralizar o foco no visual.

Não acreditando na incapacidade das pessoas cegas, crença ainda presente na atualidade (ROSA; BARALDI, 2018, p.7), nem na unicidade do sentido visual para captação de informações sobre o mundo e sim, impulsionados por Masini (2013, p. 20), pela necessidade de conhecer as pessoas com deficiência, afim de tentar compreender as particularidades da sua existência, aventuramo-nos a permanecer desbravando os caminhos sinuosos do fenômeno da aprendizagem de matemática para estudantes cegos. Mesmo porque, assim como apontam Rosa e Baraldi (2018)

Hoje, parece que com consciência, nenhum profissional da educação se coloca contrário a que os alunos, público-alvo da educação especial, estudem na classe comum com seus pares da mesma idade. Todavia, permitir a matrícula desses alunos na classe comum não é garantia de que acontecerá o seu pleno desenvolvimento (ROSA; BARALDI, 2018, p. 7).

Nesta citação parece-nos claro que alguma ação é sempre melhor do que nenhuma. Nos trabalhos desenvolvidos anteriormente (ANJOS, 2008; ANJOS, 2015) percebemos que o caminho que intenta compreender a temática das pessoas com deficiência visual na aprendizagem de matemática, em particular, pode ser construído com a pesquisa e os sentidos atentos às diferenças e, é nesta direção que

permanecemos. Vale lembrar desde já, que a direção que escolhemos percorrer trata da aprendizagem em matemática somente para a deficiência visual congênita, ou seja, sobre aquela pessoa que nasceu sem o sentido da visão. Desta forma, não focaremos nos aspectos semióticos e cognitivos (semio-cognitivos) da aprendizagem em matemática das pessoas com baixa visão ou com cegueira adquirida² ao longo da vida, se bem que algumas observações podem também servir para estes outros tipos de deficiência visual. Temos noção que, para estes outros casos de deficiência visual, o trabalho atual poderia tomar outra direção.

Vale explicar ainda, que ao mencionar aspectos semióticos e cognitivos (daqui em diante, apenas, semio-cognitivos), consideramos, respectivamente, tanto os aspectos ligados à semiose, ou seja, dar importância primordial às representações semióticas por conta dos tratamentos matemáticos possíveis e de que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis mesmo com a ajuda de instrumentos (DUVAL, 2003a, p. 13) quanto ao entendimento do funcionamento cognitivo que possibilite um estudante compreender, efetuar e controlar “ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2003a, p. 12).

1.1 HIPÓTESES PRELIMINARES

Em Anjos (2015)³, mostramos resultado de uma pesquisa de mestrado que teve como foco a análise de dois materiais utilizados na educação de estudantes cegos em matemática: o *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU*⁴ e também, parte do Livro Didático de matemática transcrito para o Braille em relação ao 9º ano do Ensino Fundamental. A investigação, de caráter metodológico exploratório, tanto no *Código* como no livro transcrito, enfatizou a

² Ver definição em “Perfil do Sujeito da Pesquisa”.

³ Mostramos aqui apenas alguns dos resultados alcançados com o trabalho de mestrado, com o intuito de esclarecer como chegamos as hipóteses iniciais da pesquisa atual. Para conhecer o texto integral, acessar: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135381>.

⁴ O Código Matemático Unificado é um documento oficial do Ministério da Educação (MEC) e trata-se de um compêndio dos símbolos utilizados na linguagem formal de matemática para os três níveis de ensino com devida representação em Braille (BRASIL, 2006a). Para este trabalho o termo CMU para designar o Código Matemático Unificado.

análise em conceitos do Ensino Fundamental – Anos Finais, pois nesta época, a presente autora lecionava em classes inclusivas com estudantes cegos pertencentes ao 8º e 9º anos do ensino fundamental – séries finais e, grande parte das mobilizações desta pesquisa, floresceu desta experiência marcante e transformadora.

No trabalho atual, os resultados encontrados com as pesquisas anteriores, auxiliaram a compor a problemática central. Alguns dos desacertos relacionados à simbologia matemática e a outros aspectos didáticos verificados no CMU são mencionados na sequência e são estopim para os questionamentos futuros:

- a) Diante de 12 integrantes que compõem a Ficha Técnica do CMU, existe apenas uma especialista em matemática envolvida na elaboração e revisão, que trata inteiramente da linguagem matemática dos três níveis de ensino: fundamental, médio e superior. E por sua vez, este é o documento oficial utilizado como suporte para elaboração da transcrição do Livro Didático de matemática em Braille. A elaboração de livros didáticos de matemática em tinta, nunca é pensada por um único especialista, já que envolve diversos campos de conhecimento que compõem a disciplina. Como, no caso deste documento oficial e que abarca tantos níveis de ensino, existe apenas uma especialista em matemática? Este foi o questionamento que nos mobilizou a continuar, na época, nossa investigação no CMU;
- b) A ausência de simbologia para representar o conjunto dos números irracionais. Lembramos que este conjunto é apresentado aos estudantes ainda no Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), mas segue sendo discutido durante toda a vida escolar. Na Figura 1, na sequência, podemos perceber no excerto do CMU, a falta da menção ao conjunto dos números Irracionais:

Figura 1 - Ausência do símbolo do Conjuntos dos Números Irracionais

3.5 Representação dos principais conjuntos numéricos

| | | |
|----------|--------|-------------------|
| N | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ | Números naturais |
| Z | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ | Números inteiros |
| Q | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ | Números racionais |
| R | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ | Números reais |
| C | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ | Números complexos |

Fonte: Brasil (2006a, p. 36).

- c) A diferença entre a simbologia para o uso de dízimas periódicas quando comparado ao Livro Didático de matemática utilizado em classes regulares de ensino. Como mostra a Figura 2 da sequência:

Figura 2 - Simbologia para dízimas periódicas presente no Código

Exemplos:

| | |
|---------|------------------|
| 0,4̂ | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ |
| 2,(53) | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ |
| 3,254̂ | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ |
| 0,5127̂ | ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ |

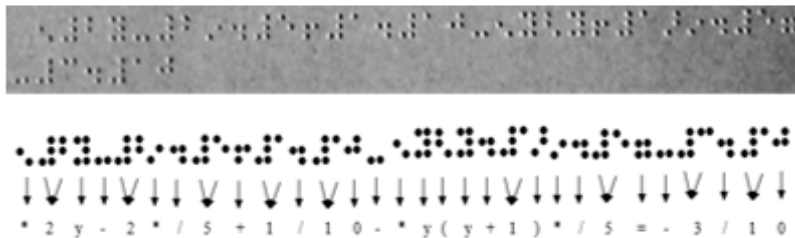
34

Fonte: Brasil (2006a, p. 34).

Somado a estas verificações alcançadas em Anjos (2015), também constatamos o fenômeno da não-congruência semântica, fundamentados na teoria de Duval (2003a, 2004b, 2009, 2011), em expressões matemáticas presentes tanto no CMU, quanto no Livro Didático transcrito para o Braille. Lembramos, pelos estudos de Duval (2009, p. 67), que ao constatar o fenômeno da não-congruência semântica, há um aumento no tempo dos tratamentos a serem realizados, assim como, em alguns casos, a impossibilidade da atividade cognitiva de conversão. Na Figura 3, a seguir, ilustramos esta constatação, restringindo apenas ao caso do Livro Didático de matemática em Braille

(LiDB). Para tanto, mostramos, primeiramente, a expressão $A = \frac{2y-2}{5} + \frac{1}{10} - \frac{y(y+1)}{5} = -\frac{3}{10}$, do fragmento do livro em Braille e, na mesma Figura, a sua transcrição em tinta:

Figura 3 - Constatação do fenômeno da não-congruência semântica no LiDB percebida na transcrição da tinta ao Braille



Fonte: Adaptada de Anjos (2015, p. 124-125).

Pelos critérios de congruência semântica estudados em Duval (2004b⁵, p. 53), constatamos que “o 1º critério de congruência não foi satisfeito, uma vez que os 25 caracteres em língua natural correspondem a 39 em Braille” (ANJOS, 2015, p. 125). O 1º critério de congruência estudado por Duval (2004b, p. 53), refere-se “a possibilidade de uma correspondência ‘semântica’ dos elementos significantes”, e no caso acima, estes elementos na expressão em Braille não correspondem aos elementos significantes da expressão em tinta, já que existe mais de um caractere em Braille correspondendo ao mesmo caractere em tinta (todos os algarismos, por exemplo). Vale lembrar que o estudante cego não participa do processo de transcrição, o que chamamos de não congruência se deve ao fato de que há um aumento significativo de caracteres da escrita em Braille em relação à escrita em tinta e isso pode dificultar o acesso ao objeto de ensino. Para diferenciar de Duval (2004b, p. 50), usaremos daqui em diante, nestas situações, os termos não transparência ou opacidade no lugar de não-congruência semântica.

Além desta constatação, também chamamos a atenção para o fato de a expressão aparecer em duas linhas no livro de matemática em

⁵ Todas as citações referentes à obra de Duval “Semiosis e Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales” (2004b) foram traduzidas do Espanhol para o Português. Por questão de economia de espaço, resolvemos informar sobre as traduções apenas nesta nota de rodapé.

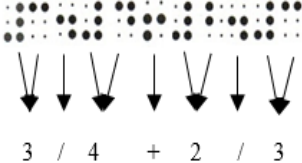
Braille (parte cinza da Figura 3). Neste mesmo caso, percebemos a diferença de 14 caracteres (de 39 em Braille para 25 em tinta) da tinta ao Braille, causando o que chamamos de “abarroamento” de caracteres. Esta última constatação contrasta com a realidade da leitura em Braille pelo estudante cego, pois além de ser mais lenta (NOLAN; KEDERIS, 1969), a leitura feita em Braille é três vezes mais cansativa que a leitura realizada por quem enxerga (GIL, 2000, p. 45). Estima-se que o número de palavras por minuto que um cego consegue ler chega a ser inferior (114 palavras) ou, quase a metade de palavras que um leitor experiente (280 palavras) lê quando possui a visão (OCHAITA; ROSA, 1995, p. 190), ou seja, há um maior esforço e, assim, cansaço, por parte da pessoa cega para ler o mesmo texto lido por quem enxerga (TORRES; MAZZONI; MELLO, 2007, p. 378).

Neste exemplo, ainda nos inquieta o fato de a expressão fracionária ser escrita na forma linear em Braille. Deste modo, o que foi escrito em duas linhas, no caso da tinta, tendo numerador e denominador em linhas diferentes e, percebidos em um único golpe de vista para o caso dos estudantes que enxergam, para o Braille é transcrito em uma única linha. Inferimos que esta situação diferenciada levaria o estudante cego a um tempo maior para a designação do objeto do saber, uma vez que ele precisa tatear parte da expressão para identificar que trata-se de uma fração. Isso poderia acarretar em dificuldades no tratamento da expressão, também pela quantidade aumentada de caracteres, como percebemos nos apontamentos anteriores.

Vale lembrar que a linearidade da sequência de signos é diferente de uma sequência de palavras (DUVAL, 2002, p. 11), ou seja, ler uma frase escrita linearmente é diferente de ler uma expressão matematicamente escrita linearmente. Duval (2002, p. 11) nos alerta para o caso especial dos registros fracionários em matemática; por estes serem representações bidimensionais, em que há a possibilidade de perceber diferenças de organização sintática em relação aos escritos literais, o que não aconteceria para o caso do estudante cego, uma vez que a representação não é bidimensional e sim, linear (escrita em uma única linha).

Para esclarecer o caso da escrita fracionária, apresentamos no Quadro 1, uma expressão fracionária e as formas de escrita apresentadas tanto a um estudante que enxerga (A) quanto a outro que não enxerga (B):

Quadro 1- Forma de escrita das expressões fracionárias

| Expressão em tinta (A) | Expressão em Braille (B) |
|-----------------------------|---|
| $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ |  |

Fonte: A Autora.

A forma não linear da expressão em tinta (A) e a forma linear da expressão em Braille (B), além de apresentarem um aumento no número de caracteres (7 na escrita em tinta para 11 na escrita em Braille⁶) nos fazem refletir sobre a operação cognitiva de tratamento⁷ mencionada por Duval (2004b, p. 44) e com a qual, a partir de transformações internas ao registro de representação utilizado, se operam as expressões tanto em tinta como em Braille. Mas como a estudante cega procede com a operação de tratamento sendo a expressão escrita de maneira linear?

O desconforto que inferimos acontecer para o caso da estudante cega, que reside na mudança de espacialidade percebida entre as expressões A e B, é tratada em Moretti e Anjos (2016, p. 399). As ações de identificar numeradores e denominadores com agilidade para realizar o cálculo do mínimo múltiplo comum, seja este pelo método comumente apresentado nos livros didáticos ou por meio de frações equivalentes ou operar cancelamentos⁸, nos parecem afetadas negativamente no caso da estudante cega devido à espacialidade da expressão B. Este ponto em especial, que tanto nos inquietou na finalização da pesquisa de mestrado (ANJOS, 2015) e que, como mencionamos, permitiu abrir horizontes para iniciarmos esta tese, não foi tratado aqui como objeto investigativo, no entanto, permanece ainda nos preocupando, inclusive para estudos posteriores para além deste trabalho.

Tanto o número aumentado de caracteres na expressão fracionária, quanto a mudança na sua espacialidade para o caso dos

⁶ Ponto que levou a constatação do fenômeno da não-congruência semântica pela teoria de Duval (2004b, p. 54) discutida em Anjos (2015, p. 98-125).

⁷ A operação cognitiva de tratamento é tratada por Duval (2004b, p. 44) e será apresentada em maiores detalhes ao longo desta pesquisa.

⁸ Tratamento realizado em algumas expressões fracionárias para agilizar os cálculos.

estudantes cegos, nos trazem reflexões relacionadas às relações estabelecidas entre os objetos de conhecimento e as suas representações. Sabemos, por Duval (2004b, p. 63), que há a significância por traz dos signos que compõem uma representação e que dependendo do acesso ao significante, o significado será prejudicado. O acesso semiótico ao objeto do saber tem como aspecto primário o acesso ao seu significante. No acesso ao objeto do saber, a representação se constituiria em reunir o significante (signos) evocando o significado que é fornecido pelo pensamento (DUVAL, 2009, p. 83). A relação entre o significante e o significado em uma representação nos fez questionar o acesso ao objeto do saber pela estudante cega, uma vez que, como percebemos nas constatações alcançadas anteriormente, para o caso da expressão fracionária, o significante mostra alguns empecilhos, como o número aumentado de caracteres e a linearidade na escrita das frações. Se o acesso ao significante é prejudicado em algumas situações, como o cego alcançaria o significado para certos objetos de conhecimento em matemática?

Os resultados anteriores somados a este questionamento, que não é único e pode se desdobrar em outros, nos apontam para alguns aspectos semio-cognitivos fornecendo pistas na busca pelo entendimento sobre a aprendizagem de estudantes cegos em matemática. Como já tínhamos o intuito de pesquisar de forma mais aprofundada a aprendizagem pela via dos aspectos semio-cognitivos, iniciamos a pesquisa atual tomando os dois fatos discutidos anteriormente: o número aumentado de caracteres e a espacialidade nas expressões fracionárias. Estes fatos se somaram às reflexões voltadas aos significantes e seus significados no que cerca as representações e o acesso a elas no caso do estudante cego. Além de tomarmos conhecimento desses aspectos que compõem a aprendizagem em matemática por quem é cego, outra verificação percebida em sala de aula, vem nos inquietando e mobilizando: o Livro Didático de matemática em Braille tem origem no livro do estudante que enxerga com adaptações que se encerram ao Braille e não parecem mostrar reflexões baseadas na aprendizagem do estudante cego.

Em Anjos (2015), discutimos a transcrição de imagens de um problema que envolvia cálculo de volume e a não transparência na conversão da tinta ao Braille em algumas expressões de uma das unidades do livro didático. Mas, como sabemos da diversidade de situações apresentadas em todo o livro didático, persistimos com a investigação, desta vez de forma mais ampla, fazendo uma análise semio-cognitiva que envolve não só a variedade de representações, o seu

acesso semiótico e cognitivo, como também o vai e vem entre estas representações, como já havia nos alertado Duval (2004b, p. 49) para o caso dos manuais de matemática voltados aos estudantes que enxergam.

Partimos, como mencionado nas linhas anteriores, das hipóteses preliminares alcançadas após os resultados do trabalho de mestrado, no qual elencamos três pontos de saída para esta pesquisa que permanece com foco central na aprendizagem de matemática por estudantes cegos pela via da análise semio-cognitiva fundamentada em Duval (2003a, 2004b, 2009, 2011): a) a mudança de forma das expressões fracionárias apresentadas em Braille; b) o número aumentado de caracteres nas expressões matemáticas da tinta ao Braille e; c) a origem de criação e elaboração do Livro Didático de matemática em Braille. Todos os três pontos de partida não foram discutidos e analisados em trabalhos anteriores na área de pesquisa da Educação Matemática (vide Capítulo 3). Dois destes pontos (a e b) foram apresentados em Moretti e Anjos (2016), que além de mostrar os resultados da dissertação, levantaram estes outros aspectos semio-cognitivos e apontaram como perspectiva para este estudo.

Constatamos em Anjos e Moretti (2017, p. 21) que a preocupação na variedade dos trabalhos levantados sobre a aprendizagem de estudantes cegos em matemática⁹ foi a de fornecer e analisar materiais didáticos. Nestes trabalhos não identificamos discussões que levassem em conta aspectos semióticos ou cognitivos de aprendizagem. Esta conclusão nos fez permanecer atentos à questão da aprendizagem matemática por estudantes cegos, uma vez que, algumas questões semióticas e cognitivas referentes à necessidade de operar com representações semióticas em matemática, posta por Duval (2003a, 2004b, 2011, 2012), têm se mostrado recorrentes em nossas reflexões. Duval (2012, p. 268) menciona que a palavra “representação” é importante e marginal em matemática, sendo que ao mesmo tempo que o objeto matemático não deve ser confundido com a sua representação, se criam representações estáticas que não sugerem tratamento e assim, não possibilitam a compreensão em matemática. A este fato, o autor liga um paradoxo cognitivo do pensamento matemático:

[...] de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio das representações semióticas que a

⁹ Resultado alcançado na investigação do tipo Estado da Arte que compõe este trabalho, encontra-se no Capítulo 2 baseado em Anjos e Moretti (2017).

atividade sobre objetos matemáticos se torna possível (DUVAL, 2012, p. 269).

Este paradoxo envolve tanto a representação semiótica como a representação mental que temos de um objeto de conhecimento. A representação semiótica é uma exteriorização das representações mentais necessárias não somente para a comunicação, mas para a atividade cognitiva do pensamento (DUVAL, 2012, p. 269). Por sua vez, assim como mencionam Vygotsky¹⁰ (1962 apud Duval, 2012, p. 269) e Piaget¹¹ (1968 apud Duval, 2012, p. 269), as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido. Sendo assim, para acessar o objeto que é dito ideal precisamos tanto exteriorizar uma representação mental em uma representação semiótica como interiorizar uma representação semiótica pelo que se percebe para criar uma representação mental.

Essa movimentação de exteriorização e interiorização explicada anteriormente nos coloca em questionamento frente à necessidade de representar para acessar os objetos matemáticos tomando o caso da estudante cega: o material didático em Braille apresenta que tipos de registros de representação? Essas representações permitem o acesso ao objeto do saber em matemática? De que maneira se acessa o objeto do saber em matemática por meio de representações que se apresentam em Braille ou outros materiais que conferem a estas relevo?

Ligada à necessidade de representar, Duval (2012, p. 268) menciona um ponto estratégico para a compreensão em matemática que é a distinção entre o objeto e a representação dele. E essa distinção se faz ao ponto que temos acesso a uma pluralidade potencial de sistemas semióticos (DUVAL, 2009, p. 18), ou seja, tendo acesso a várias representações de um mesmo objeto, perceberemos características variadas deste mesmo objeto em cada uma dessas representações. O objeto seria assim reconhecido em cada uma delas (DUVAL, 2012, p. 270).

Tendo estas ideias em mente e conhecendo de maneira razoável o Livro Didático de matemática em Braille, surge para nós outra questão que parece crucial: a estudante cega consegue acessar o objeto de conhecimento em matemática pela variedade de representações transcritas para o material didático em Braille sendo este originado de

¹⁰ VYGOTSKI, L.S. **Thought and Language**. Trad. Hanfmann & Vakar. Cambridge: MIT Press, 1962/1934.

¹¹ PIAGET, J. **La Formation du symbole chez l'enfant**. Neuchatel: Delachaux&Niestlé, 1968/1946.

um material de estudantes que enxergam? Antes de acessar o objeto, a estudante, consegue interiorizar a representação semiótica percebida? Todas as representações que servem ao estudante que vê serviriam ao estudante cego?

Neste ponto, percebemos que as hipóteses preliminares, postas logo no início, ao serem acopladas a estas últimas reflexões, nos apontam para a necessidade de uma análise semio-cognitiva no material didático da estudante cega. Percebemos que tal análise permitiria um conhecimento mais aprofundado deste material que, como mencionamos, é elaborado a partir do material de estudantes que veem e que apresenta muitos registros de representação em um formato diferente daquele que conhecemos em tinta. Relacionado aos livros didáticos em tinta, Duval (2004b, p. 49) já tinha alertado para uma variedade de registros e na coordenação um tanto desgovernada entre eles. Então, sabendo disso, outra inquietação caminhou na seguinte direção: como esses registros em tinta são transcritos ao Braille?

Acreditamos, desta forma, que esta análise poderia nos clarear estas questões, nos indicando caminhos para a criação do material didático de matemática em Braille e também para a aprendizagem da estudante cega em matemática no que cerca o seu acesso aos objetos de conhecimento.

A ideia de um material exclusivo para a estudante cega nos é fortalecida também pelos apontamentos de Vygotski (1983, p. 86) sobre a segregação na educação de cegos e pessoas que enxergam. O autor nos coloca que o caminho e os meios que levam ao conhecimento entre um e outro estudante (tomando a estudante cega e o que vê) devem ser distintos (VYGOTSKI, 1997, p. 17), pois existem em cada um as suas particularidades e especificidades. Sendo assim, como utilizar a mesma fonte de material didático se as necessidades são diferenciadas?

Deste modo, buscamos destacar aspectos sobre a aprendizagem da estudante cega nesta disciplina, tanto pelo aspecto cognitivo, como epistemológico, pois como nos lembra Duval (2011, p. 15), a questão do conhecimento em matemática é respondida relacionando tanto aspectos epistemológicos (condição particular de acesso aos objetos de conhecimento em matemática) como cognitivos (forma como acessamos os objetos por nós mesmos), sem que possamos separar um do outro (DUVAL, 2011, p. 15).

Não esquecendo que a estudante cega faz parte do sistema regular de ensino e encontra-se “incluída” em classes regulares, mencionamos o fato da existência destas classes inclusivas em muitas das escolas brasileiras e a necessidade frente a este fato, entre tantas outras, da

formação docente. O percentual de escolas brasileiras que possui pessoas com deficiência incluídas em classes regulares de ensino chega a 57,8% em 2016; um aumento de 26,8 pontos percentuais comparados ao ano de 2008 (BRASIL, 2017). A existência dessas classes no ensino regular faz parte das discussões educacionais desde a Constituição Federal Brasileira de 1988 (BRASIL, 1988) em seus incisos III, IV e V do Artigo 208 e, passando por um longo e sinuoso caminho, culmina na Lei Brasileira de Inclusão de 6 de julho de 2015 que, entre outros aspectos, versa sobre o sistema educacional inclusivo e à qual será tratada com mais detalhes no Capítulo 3.

Presente na maioria dos documentos legislativos também está a discussão em torno da formação docente. A necessidade de preparação dos professores para trabalhar nestas classes tanto é percebida pelo número aumentado de matrículas dos estudantes, que no caso da cegueira (incluindo cegos e baixa visão), chega a 80.397 de estudantes matriculados no ano de 2018 (BRASIL, 2019a). Em relação à formação docente, o trabalho de Bock e Nuernberg (2018) alerta para a falta de discussão sobre essas necessidades em cursos de formação inicial. Os autores (2018, p. 8) apontam para o escasso número de disciplinas que discutem o real perfil da aprendizagem dos estudantes que os graduandos de curso de formação irão enfrentar em suas futuras salas de aula, chegando a mencionar que “muitas disciplinas insistem em um modelo de ensino idealizado, padrão, a partir da lógica da normalidade”.

Da mesma forma, no trabalho de Pereira e Borges (2017), foi feito um levantamento em periódicos online nas áreas de ensino e educação especial de 2006 a 2016 na temática do ensino de matemática para estudantes cegos inclusos, na qual uma das categorias investigadas mostrou a ênfase dada à formação de professores para a sala inclusiva. Estes autores evidenciaram em uma categoria específica do trabalho, que a discussão gira em torno tanto da “falta de preparo dos professores para atuarem em sala de aula com alunos inclusos”, da “importância da formação continuada” e ainda, para alguns casos, referem-se a “uma análise do nível de conhecimento dos docentes para discutir a necessidade de uma melhor preparação por parte dos professores” (PEREIRA; BORGES, 2017, p. 11-12).

Diante de todas estas evidências e necessidades apontadas, percebemos ser necessária a persistência na temática dentro do campo científico o qual a pesquisa está incluída (ensino e aprendizagem das ciências), pois muito ainda há para se desbravar no que cerca a aprendizagem de estudantes cegos em matemática. Aqui apontamos um caminho entre tantos que ainda poderão ser trilhados.

1.2 PROBLEMÁTICA

Diante das hipóteses preliminares expostas anteriormente e dos questionamentos e inferências a que elas nos levaram, almejamos compreender como se dão os acessos ao objeto do saber em matemática por uma estudante cega. Também diante de um material didático elaborado a partir do material didático de quem enxerga, buscamos compreender a variedade e coordenação entre os registros de representação lá adaptados. As constatações anteriores, que são: número aumentado de caracteres, linearidade nas expressões fracionárias e a elaboração do material didático para a pessoa cega levando em conta o material de quem enxerga, nos deram pistas relacionadas às diferenças no acesso tanto ao significante quanto ao significado do objeto do saber, pois veremos mais adiante em nossas análises semio-cognitivas que o estudante cego já demonstra dificuldades acentuadas ainda no acesso ao significante.

1.3 PROBLEMA DE PESQUISA

Do ponto de vista semio-cognitivo, nos preocupamos em responder o seguinte questionamento: como se dão os acessos semio-cognitivos ao objeto do saber em matemática por uma estudante cega?

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo Geral

Apontar, por meio de reflexões analíticas, princípios concernentes aos acessos ao objeto do saber em matemática por uma estudante cega à luz de uma análise semio-cognitiva fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Enfatizamos, conforme percebemos no Objetivo Geral, a necessidade da análise de dois tipos de acesso ao objeto do saber pela estudante cega: um que ocorre ainda na problemática do acesso ao significante e outro que acontece na apreensão do significado.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Levantar dificuldades encontradas por uma estudante cega durante a

sua passagem pelo Ensino Médio;

- Analisar o ensino de matemática para estudantes cegos no que tange a diversidade e coordenação de registros de representação semiótica percebidas no Livro Didático em Braille;
- Apontar as diferenças semio-cognitivas encontradas entre o Livro Didático de matemática em Braille e em tinta;
- Investigar a Relação com o Saber que a estudante cega estabelece com elementos sócio didáticos relacionados à aprendizagem em matemática;
- Apontar perspectivas para a formação de professores no que cerca o ensino de matemática a partir dos resultados obtidos na investigação com a estudante cega.

Munidos de algumas hipóteses preliminares alcançadas com a investigação do Código Matemático Unificado, assim como de uma parte do Livro Didático em Braille de uma estudante cega e as experiências vividas em classe inclusiva na disciplina de matemática relatadas no trabalho citado anteriormente (ANJOS, 2015). Como também, partindo do pressuposto da necessidade de formação docente na área de matemática inclusiva devido também, pelo aumento das matrículas de alunos com deficiência nas classes regulares de ensino (BRASIL, 2019a). E, de maneira especial, pelo inquietante fato de termos um livro de matemática em Braille elaborado, na medida do possível, literalmente à partir do material de estudantes que enxergam, partimos para este estudo aprofundado que almejou responder, entre outros, o seguinte questionamento fundante: *como se dão os acessos semio-cognitivos ao objeto do saber em matemática por uma estudante cega?*

O leitor perceberá, ao longo da leitura deste trabalho, que este questionamento fundante foi construído por um compêndio de outras perguntas que nos inquietaram e, ainda inquietarão, por um bom tempo. Estas questões se fazem presentes em todos os Capítulos e nos auxiliaram na construção, não só do questionamento central desta Tese, mas de todo o seu desenvolvimento.

A presente Tese foi dividida em 7 Capítulos. Contando como **Capítulo 1**, apresentamos as “Considerações Iniciais” compostas pelas linhas anteriores, em que mostramos a problemática central da pesquisa e contextualizamos as discussões em torno do estudante cego na classe

regular de ensino e a questão da cegueira numa breve perspectiva histórica que será retomada no Capítulo 3.

No **Capítulo 2**, intitulado “Percurso Metodológico: curvas sinuosas da pesquisa”, apresentamos as etapas de elaboração do trabalho, como também, traçamos um perfil do sujeito da pesquisa, a estudante cega.

Para a composição do **Capítulo 3**, mostramos primeiramente, por meio de um resgate histórico, a fundamentação da Educação Inclusiva até os dias atuais e ainda, a revisão de literatura, em que enfatizamos, em uma pesquisa do tipo Estado do Arte, o que vem sendo pesquisado na área da Educação Matemática voltada à educação de pessoas cegas.

No **Capítulo 4**, apresentamos toda a nossa fundamentação teórica, que tem como eixo central a teoria dos Registros de Representação Semiótica em Raymond Duval, mas faz alguns elos com outros referenciais teóricos que nos apoiaram na busca pelo entendimento sobre o acesso ao objeto do saber em matemática por uma estudante cega. Os elos estabelecidos passam por Vygotski, no que cerca a mediação social e semiótica e a sua teoria da compensação social, pelo filósofo da linguagem, pela teoria da Gestalt do Objeto com a percepção da forma e as leis gestálticas para visualização de objetos, como também, pela teoria da Relação com o Saber em Bernard Charlot, em que buscamos ultrapassar os aspectos semio-cognitivos da pesquisa e compreender a Relação com o Saber estabelecida pela estudante cega em seu entorno escolar.

No **Capítulo 5**, apresentamos uma etapa diagnóstica composta tanto pelas aulas de acompanhamento ministradas à estudante cega durante 2015 e 2016, como também algumas outras hipóteses que foram surgindo e compondo a problemática do trabalho.

Os dois últimos Capítulos encerram a pesquisa com os resultados finais: no **Capítulo 6**, mostramos a análise feita com o Livro Didático de matemática em Braille em 10 Encontros de acompanhamento. E, por fim, no **Capítulo 7**, também chamado de “Considerações Finais”, selamos a pesquisa apresentando os principais resultados obtidos, assim como, as nossas percepções em relação a toda a trajetória vivida e as possíveis ações didáticas relacionadas à formação de professores na direção de uma Educação Inclusiva.

2 PERCURSO METODOLÓGICO: CURVAS SINUOSAS DA PESQUISA

Caminhante, não há caminho
Faz-se caminho ao andar
Caminhante são tuas pegadas
O caminho nada mais;
Caminhante não há caminhos
Apenas rastros no mar
(MACHADO, 2000, p. 61-62).

A pesquisa quase nunca segue uma linha reta e direta daquele ponto inaugural ao qual se inicia. Tem as suas paradas e inconstâncias. E nessa, não foi diferente. Iniciamos com alguns questionamentos e eles foram nos guiando juntamente a uma estratégia estabelecida nas primeiras semanas deste estudo. A esta estratégia foram acrescentadas alterações devido às curvas sinuosas do pesquisador e, às muitas outras dúvidas que daí surgem. Todo este caminho tortuoso e variante tentamos descrever nas palavras que seguem.

2.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA EM RELAÇÃO AOS OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS

De uma maneira ampla, esta pesquisa é de marca metodológica qualitativa. Ela foi realizada fazendo, inicialmente, um acompanhamento em aulas extraclasse com uma estudante cega. Observou-se os conteúdos e conceitos trabalhados em sala de aula, verificando situações de aprendizagem específicas, fazendo assim, inferências e um levantamento das dificuldades encontradas. A partir destas inferências e dificuldades encontradas, as quais foram devidamente relatadas nas Fichas de Acompanhamento Estudantil (FAE) e, também pelas hipóteses preliminares que surgiram em trabalhos anteriores (ANJOS, 2015; MORETTI; ANJOS, 2016), elaboramos um relatório separado por semestre de todas as dificuldades percebidas (Capítulo 4). Tendo em mãos alguns pontos levantados com este relatório, buscamos sanar dúvidas que foram surgindo através de entrevistas semiestruturadas realizadas com duas professoras alfabetizadoras (ACIC e Estado), como também com os responsáveis técnicos pela elaboração do Livro Didático de matemática em Braille. Essas etapas culminaram nas duas últimas, que foram: a análise semio-

cognitiva do Livro Didático de matemática em Braille, na qual foram realizados 10 (dez) Encontros semanais com a estudante cega orientados pelo Livro Didático em Braille; e a entrevista da Relação com o Saber, que buscou investigar aspectos para além da questão semio-cognitiva na aprendizagem desta estudante.

Em relação aos objetivos da pesquisa e também à necessidade percebida de tornar mais explícito o problema, enquadrámos esta como uma **pesquisa exploratória**. Como característica, a pesquisa permite um planeamento flexível, segundo Gil (2007, p. 41) e, assim, envolveu algumas ações bem definidas, que foram: a) revisão de literatura (Capítulo 3); b) entrevistas com responsáveis pela alfabetização e pela criação do material didático em Braille, que nos esclareceram certas situações vivenciadas pelos estudantes cegos (Capítulo 5 e 6); c) entrevista com a estudante cega no intuito de investigar a sua Relação com o Saber (Capítulo 6) e d) investigação sobre como se dá o processo de transcrição de materiais para estudantes cegos e as suas etapas de elaboração (Capítulo 6).

Por fim, em relação aos procedimentos técnicos utilizados e ao acompanhamento de uma única estudante cega em aulas extraclasse, classificámos esta pesquisa como sendo um **Estudo de Caso**. Pormenorizando, nossa opção metodológica deu-se, pelas necessidades em: a) observar, descrever e analisar, minuciosamente, as situações de aprendizagem que a estudante presenciou em sala de aula acompanhada pelo Livro Didático em Braille; b) fazer verificações baseadas em hipóteses preliminares e c) acompanhar a aprendizagem da estudante e as fragilidades e possibilidades do Livro Didático de matemática em Braille tendo a companhia desta estudante. Tal delineamento deu-se, pois buscamos um maior aprofundamento dos aspectos relacionados à aprendizagem da estudante em relação ao carácter semio-cognitivo e, por vezes, social e identitário, buscando ainda “transcender ao nível puramente descritivo proporcionado pelo levantamento” (GIL, 2007, p. 138).

A pesquisa classificada como um Estudo de Caso “consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento” (GIL, 2007, p. 54). Apresentando-se sem muita rigidez no que cerca os procedimentos metodológicos, prosseguimos com dois instrumentos específicos: a Ficha de Acompanhamento Estudantil (FAE) – fonte para fazer um levantamento de dificuldades encontradas durante o Ensino Médio da estudante cega - e as transcrições de entrevistas e dos acompanhamentos

com o LiDB – fonte para desvendar algumas questões intrigantes e que permitiu a análise semio-cognitiva do LiDB.

Vale pontuar, ainda neste Capítulo, reservado à apresentação da metodologia de pesquisa utilizada que, a teoria que embasa as nossas análises, a saber, a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval é, segundo as palavras do próprio autor (2018, p. 2), “um instrumento que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a matemática quaisquer que sejam os conceitos e domínios”. Sendo assim, além da classificação realizada anteriormente, podemos dizer que a teoria de Duval também serve de recurso metodológico e foi utilizada especialmente, nos Capítulos 5 e 6 desta Tese.

Por fim, vale mencionar que os discursos presentes nos diálogos realizados com a estudante cega durante o período de acompanhamento com o Livro Didático de matemática em Braille (de agosto a novembro de 2017), que estão presentes no Capítulo 6 deste trabalho, foram analisados segundo as operações discursivas relacionadas às funções da língua postas por Duval (2004b). Este tipo de análise nos permitiu elucidar questões sobre o funcionamento cognitivo do pensamento matemático da estudante cega no uso da língua natural e formal, uma vez que a prática de um discurso é inseparável do funcionamento cognitivo (DUVAL, 2004b, p. 86).

2.2 TRAÇANDO O PERFIL DO SUJEITO DA PESQUISA

A estudante cega, ao iniciarmos as aulas de acompanhamento extraclasse (1º etapa diagnóstica da pesquisa - 2015) tinha 15 anos de idade e frequentava a 1ª série do Ensino Médio de uma escola de ensino regular do Bairro Trindade na Grande Florianópolis. O acompanhamento extraclasse¹² perpassou os conceitos aprendidos durante as 1ª e 2ª séries do Ensino Médio da estudante. Durante o ano em que a estudante cursava a 3ª série do Ensino Médio, realizamos uma verificação de aprendizagem com frações, por meio de uma entrevista para identificar a sua Relação com o Saber e ainda, alguns encontros de acompanhamento guiados pelo Livro Didático de matemática em Braille. Desta forma, acompanhamos a estudante durante todo o seu percurso pelo Ensino Médio.

¹² No Apêndice A desta pesquisa, encontra-se o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) assinado pela mãe da estudante autorizando a participação da sua filha nas atividades que compõem este trabalho.

De maneira ascendente, ainda mencionamos que a estudante foi aluna em classe regular da pesquisadora nos anos de 2013 e 2014, quando cursava os 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Ela possui cegueira congênita ocasionada por atrofia do nervo óptico durante a gestação (ANJOS, 2015, p. 51) e estuda em classes regulares de ensino desde o 1º ano do Ensino Fundamental. Vale lembrar que a deficiência visual apresenta dois tipos, a cegueira e a baixa visão. Nunes e Lomônaco (2008, p. 120) nos esclarecem, informando que a perda da visão antes dos cinco anos de idade é considerada como cegueira congênita, atingindo a acuidade visual e o campo visual da pessoa. Por sua vez, a cegueira adquirida ou adventícia acontece após esta idade. Isso quer dizer que o cego congênito é aquela pessoa com “acuidade menor que 0,1 ou campo visual com menos de 20 graus” (NUNES; LOMÔNACO, 2008, p. 120) e a baixa visão, “é definida por uma acuidade de 6/60 e 18/60 e/ou um campo visual entre 20 e 50 graus” (Ibidem).

O fato de a estudante cega ser uma pessoa cega nunca pareceu a incomodar muito, pois sempre extrovertida, dizia com frequência “*isso eu não estou vendo*”, frase dita entre risos. A deficiência não era alvo dos seus assuntos, mas sim, a dança, os estudos e a mitologia grega. O seu desejo em cursar o ensino superior era imenso, sendo que no último ano de acompanhamento, o principal assunto era o vestibular e o Enem. O Enem foi realizado pela estudante duas vezes, uma por experiência em 2016 e uma outra em 2017.

Durante todo este tempo de convivência entre estudos e conversas informais, podemos perceber uma pessoa com ambições e desejos. Ela pretendia cursar Psicologia e não Direito, assim como almejava a sua família. Dizia não saber identificar uma causa para a escolha por Psicologia, mas não se via cursando Direito, algo que teve que explicar em detalhes para a família. Assim como qualquer estudante da sua idade, não larga o aparelho celular e os fones de ouvido. Ao ser questionada sobre os estudos e a forma de estudar, menciona sua primeira ferramenta como sendo a internet. Estudos formais e informais eram guiados pela internet, pois ela acessa muitos áudio-books e tira dúvidas daquilo que estuda em sala. O que não acontecia para o caso da disciplina de matemática.

A estudante sendo frequentadora da ACIC, participou de inúmeros espetáculos de dança e demonstra gostar muito desta arte, a qual ainda pratica. Se envolve muito em tarefas variadas da ACIC, tendo feito muitos cursos oferecidos pela instituição, de iniciação ao trabalho, computação, orientação e mobilidade, entre outros. Costumava ir e vir

com destreza, dentro da escola, como também na rua. Em muitas das aulas de acompanhamento chegou à UFSC sozinha e de ônibus. Pessoa extremamente meiga, educada e crítica em suas colocações, sempre apresentou boletins com notas altas e arrancava muitos elogios dos seus professores. Ela comentava ter em casa a cobrança necessária de sua família no que cercava muitos aspectos, inclusive o bom desempenho escolar.

2.3 PASSOS PERCORRIDOS

A trilha percorrida para a elaboração deste trabalho foi composta por três momentos distintos e complementares, que detalhadamente são comentados a seguir:

- a) **Diagnóstico:** realizado durante os anos de 2015 a 2017. Este momento foi dividido em três etapas com objetivos e tarefas diferenciadas. A realização de cada etapa foi gerando inferências e apontamentos que levaram a elaboração da próxima. A primeira etapa surgiu de uma necessidade exploratória originada das hipóteses preliminares elencadas nas Considerações Iniciais com o trabalho de dissertação. As três etapas foram:
 - i) **Acompanhamento Semanal de Aulas Extras** (período: Segundo semestre de 2015 a segundo semestre de 2016): aulas de acompanhamento realizadas na Biblioteca Central da Universidade Federal de Santa Catarina em que a estudante cega¹³ foi acompanhada semanalmente. Neste acompanhamento, o objetivo foi repassar os conteúdos estudados em sala de aula e fazer um levantamento de dificuldades ou entraves no processo de aprendizagem em matemática diante da cegueira. Esta investigação diagnóstica contou com as anotações de aula por aula e registro feito no documento chamado de Ficha de Acompanhamento

¹³ No Apêndice A, consta o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido firmado com a responsável (mãe) pela estudante cega para a realização de todo o acompanhamento semanal de aulas extras (de 2015 a 2016), como também, da entrevista que investiga a Relação com o Saber (agosto de 2017) pela estudante e do acompanhamento com o livro didático (os meses do segundo semestre de 2017). Na época em que o TCLE foi assinado, ainda não constavam em suas linhas, as etapas da pesquisa nos detalhes mostrados anteriormente, já que a necessidade das etapas futuras foram sendo percebidas por nós no desenrolar da investigação. Mesmo assim, o Termo firmado e assinado compreende todas as etapas da pesquisa.

Estudantil (FAE)¹⁴. Foram preenchidas um total de 22 fichas. Mostramos, na sequência com a Figura 4, o modelo da FAE elaborada por nós para observar a estudante durante os primeiros três semestres da pesquisa podendo, assim, prosseguir com as devidas anotações:

¹⁴ As FAE são as Fichas de Acompanhamento Estudantil e foram elaboradas como forma de registro das aulas de acompanhamento. Elas constam devidamente preenchidas no Apêndice B.

Figura 4 - Modelo da Ficha de Acompanhamento Estudantil

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes

Data do encontro:

Tempo e período do encontro:

Estudante:

Conteúdo trabalhado:

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

| |
|--|
| |
| |
| |
| |

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

| |
|--|
| |
| |
| |
| |

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

| |
|--|
| |
| |
| |
| |

5. Processos Cognitivos da Semiôsis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------|-----------------------------------|------------------------|-----------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algebrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Fonte: A Autora.

Esta Ficha foi criada com base na ideia que partiu das hipóteses preliminares de acompanhar o Livro Didático em Braille. Nestas aulas de acompanhamento extras, na sua maioria, como se percebe nos relatos das FAE, não tínhamos acesso ao material didático em Braille, pois o material demorava para ser transcrito e chegar à escola. Como a ideia era seguir o conteúdo trabalhado em sala com a estudante, fomos seguindo as observações e acompanhamentos mesmo sem o material em Braille.

ii) Entrevista com professoras alfabetizadoras da ACIC e do Estado¹⁵: as entrevistas¹⁶ foram realizadas em 14/07/2016 e 12/09/2016, respectivamente com as professoras da ACIC e do Estado¹⁷. O objetivo principal desta entrevista foi verificar como se dá a alfabetização dos estudantes cegos, principalmente, relacionada ao CMU. Optamos por escolher a ACIC, além de uma professora do Estado, pois há apoio pedagógico a muitos estudantes cegos nesta Instituição e são reforçadas as questões da alfabetização.

iii) Entrevista com o responsável pelo Centro de Apoio Pedagógico e Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual (CAP) da Fundação Catarinense de Educação Especial (FCEE): esta etapa foi realizada no dia 26/04/17 e contou com uma entrevista semiestruturada¹⁸ feita ao responsável técnico do CAP¹⁹ na FCEE. Esta entrevista²⁰ teve o intuito de desvelar o

¹⁵ O roteiro para a realização das entrevistas encontra-se no Apêndice D deste trabalho.

¹⁶ As transcrições destas duas entrevistas encontram-se em CD-ROM, anexo a esta Tese, assim como todas as outras transcrições realizadas para a elaboração deste trabalho.

¹⁷ Nos Apêndices E e F, encontram-se os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido firmados com as duas professoras alfabetizadoras, respectivamente, Estado e ACIC.

¹⁸ O roteiro desta entrevista encontra-se no Apêndice G desta pesquisa.

¹⁹ O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido firmado com o responsável Técnico da FCEE consta no Apêndice H desta pesquisa.

²⁰ A íntegra da transcrição da entrevista feita com o responsável técnico do CAP/FCEE encontra-se em CD-ROM anexo a esta Tese. Apesar desta etapa ser enquadrada como diagnóstica devido a sua finalidade, ela foi tratada e relatada no Capítulo 6. Esta decisão foi tomada, pois o Capítulo 6, configurou a parte da pesquisa voltada ao livro didático de matemática em Braille, desde a história da transcrição à análise feita pela autora.

processo de adaptação de materiais didáticos para estudantes cegos, desde a entrega dos materiais pelas escolas da rede pública até a finalização do material. A escolha por este CAP é devido ao fato que ele atende, cerca de 70% da demanda de material adaptado de todo o Estado²¹.

b) Entrevista da Relação com o Saber com a estudante cega: com o intuito de ir além das questões semio-cognitivas trazidas neste trabalho, investigamos também, algumas questões de cunho epistemológico, identitário e social, que compõem as três dimensões da Relação com o Saber estabelecidas pela estudante e embasadas pelos estudos de Charlot (2000). A entrevista²² foi realizada com a estudante cega em dois dias: 09/08/2017 (questões relacionadas às dimensões identitárias e sociais) e 16/08/17 (questões relacionadas à dimensão epistêmica). A escolha pela separação da entrevista em duas partes, ou seja, em dias distintos, tem relação com o que Charlot (2000) propõe para cada uma das dimensões da Relação com o Saber. As questões que envolvem a dimensão epistêmica estão relacionadas à apropriação dos objetos do saber pela estudante (CHARLOT, 2000). Dessa forma, foram realizadas, durante o primeiro Encontro de acompanhamento com o Livro Didático em Braille, em que estava em estudo e discussão, o conteúdo de Polinômios. Já as dimensões identitária e social, não estavam relacionadas diretamente ao conteúdo estudado, então, foram aplicadas em um dia diferente.

Na análise, apresentada no Capítulo 6 deste trabalho, mostramos, por meio de uma categorização criada por nós, através das percepções alcançadas com as respostas dadas pela estudante cega, cinco indicativos que nos permitiram compreender a Relação com o Saber matemático estabelecido por ela.

c) Acompanhamento do Livro Didático de matemática em Braille com a estudante cega (período: Segundo semestre de 2017): outro momento de aulas de acompanhamento, mas desta vez, guiadas pelo Livro Didático de matemática em Braille. No período de 16/8/17 a

²¹ Essas informações constam na entrevista realizada junto a estudante e estão apresentadas na íntegra no CR-ROM anexo a esta Tese.

²² O roteiro desta entrevista, encontra-se no Apêndice I desta Tese. Já a transcrição das respostas obtidas, encontra-se no mesmo CD-ROM em que estão as transcrições dos 10 Encontros relacionados ao acompanhamento com o Livro Didático em Braille. Tal decisão foi tomado diante da numerosa quantidades de páginas que acrescentaria a esta pesquisa no que se refere a sua impressão.

15/11/17, composto por 10 Encontros semanais com a estudante cega, foram realizadas investigações semio-cognitivas no Livro Didático em Braille com objetivos preestabelecidos e divisão de conceitos analisados²³, que tiveram como ponto de partida as inferências pontuadas nas aulas de acompanhamento semanal da etapa diagnóstica mencionada anteriormente. Como procedimento metodológico de coleta de dados, fizemos gravações dos áudios de todos os 10 Encontros e realizamos as devidas transcrições²⁴, as quais constam alguns trechos nas análises da pesquisa (Capítulo 6). Enfatizamos, desde já, que devido ao rigor relacionado à língua que pede uma pesquisa científica, procedemos com revisões em relação à língua portuguesa que, por muitas vezes, aparecia em termos coloquiais nas falas.

d) Reflexivo e de escrita: compreende todo o período de elaboração da pesquisa e é composta pelas seguintes etapas que estão intercaladas nos períodos descritos no momento diagnóstico: leituras da fundamentação teórica guiadas por cronograma preestabelecido e criado ao longo da pesquisa, revisão de literatura sobre ensino e aprendizagem de estudantes cegos em matemática, levantamento de inferências, escrita de resultados e do texto geral que compõe esta Tese.

No Quadro 2, mostramos de maneira sucinta as etapas metodológicas da presente pesquisa:

²³ O material didático em Braille foi transcrito pelo CAP/Florianópolis (Centro de Apoio Pedagógico às Pessoas com Deficiência Visual) durante o ano de 2016 e foi utilizado para investigação nas aulas de acompanhamento da estudante no ano no segundo semestre de 2017. Este procedimento foi realizado desta forma, pois como os livros tendem a atrasar para chegar para o estudante, optamos por fazer o acompanhamento utilizando um material do ano anterior. O cronograma deste acompanhamento guiado pelo livro didático em Braille consta no Apêndice C desta pesquisa.

²⁴ O material integral que contém todas as transcrições dos 10 Encontros encontra-se em CD-ROM, anexo à pesquisa, devido a numerosa quantidade de páginas que resultaria para a impressão.

Quadro 2 - Etapas metodológicas da pesquisa

| | | |
|----------------|---|--------------------------------|
| a) Diagnóstico | i) Acompanhamento Semanal | Período de 2015/2 a 2016/2 |
| | ii) Entrevista com professoras alfabetizadoras | 12/09/16 e 14/07/16 |
| | iii) Entrevista com o responsável técnico do CAP/FCEE | 26/04/17 |
| b) | Entrevista sobre a Relação com o Saber | 09/08/2017 e 16/08/2017 |
| c) | Encontros de acompanhamento com o Livro Didático em Braille | Período de 16/08/17 a 15/11/17 |
| d) | Reflexiva e de escrita | 2015/2 a 2019/1 |

Fonte: A Autora.

No Capítulo que segue, iniciamos a nossa discussão, mostrando a fundamentação da Educação Inclusiva, assim como um breve histórico sobre a Educação Especial, que culmina no ideal inclusivo. Mostramos ainda, a revisão de literatura voltada ao ensino e aprendizagem de matemática para estudantes cegos. Imbuídos da necessidade de compreender o que já foi alcançado e quais são as perspectivas para o futuro, viajamos em um passado distante e abrimos as janelas para um horizonte onde parece que muito há a ser alcançado.

3 EDUCAÇÃO INCLUSIVA E A MATEMÁTICA: O QUE NOS FUNDAMENTA E A LITERATURA VOLTADA À CEGUEIRA NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para aclarar completamente um fenômeno é necessário examiná-lo na relação com o seu passado e seu futuro
(VYGOTSKI, 1983, p. 78).

O fenômeno investigado neste Capítulo refere-se à Educação Inclusiva e a maneira pela qual esta vem sendo tratada no campo da Educação Matemática. Mesmo tendo em mente que será improvável esclarecer por completo o fenômeno posto, examinamos o histórico da Educação Inclusiva, acreditando que desta forma, as suas perspectivas de futuro podem ser iluminadas. Nas linhas que seguem, mostramos, em um primeiro momento, o percurso realizado em relação à educação de pessoas com deficiência até os dias atuais. Em um segundo momento, lançamos olhares especialmente sobre o campo da Educação Matemática, apresentando um levantamento sobre a temática do ensino e da aprendizagem de estudantes cegos nesta área de pesquisa.

3.1 SOBRE A EDUCAÇÃO INCLUSIVA NO ÂMBITO DA DEFICIÊNCIA VISUAL

3.1.1 Três momentos históricos: primórdios, primeiras mudanças e contemporaneidade

Os três momentos históricos explanados a seguir, referem-se aos momentos históricos sugeridos por Vygotski (1997) para mostrar o entendimento das pessoas sobre a cegueira, sendo nomeados de forma diferente para esta pesquisa, pois agregam visões de outros autores e, em partes, de outras deficiências. Sem o intuito de extinguir os episódios históricos, mostramos aqueles mais relevantes e que possibilitam uma reflexão frente ao momento hodierno. Por meio da explanação destes períodos pontuais da história, verificamos a evolução das ideias que permitiram a possibilidade de trabalhar em uma educação que se almeja inclusiva.

3.1.1.1 Primórdios

Nomeada por Vygotski (1997) de período místico, este momento compreende a Antiguidade, a Idade Média e um período da Idade Moderna (até o século XVII). Nesta época, o cego era considerado alguém que vivia em desgraça ou ainda era tratada com respeito, pois se acreditava em seus poderes místicos (NUNES; LOMÔNACO; 2010). Em algumas comunidades, a cegueira se associava a poderes sobrenaturais (MARTINS, 2015). Relacionados aos crimes cometidos àqueles que possuíam deficiência, mencionamos os infanticídios em variados locais: em Esparta, as crianças deficientes eram colocadas em montanhas; em Roma, elas eram atiradas aos rios; já em Atenas, as crianças eram condenadas à morte, cabendo aos pais, a decisão final (MARQUES, 2001). Na Babilônia, era comum a prática de mutilações, associando a deficiência à maldade, pois estas mesmas mutilações só eram feitas em pessoas criminosas, traidoras e escravos (MARTINS, 2015, p. 20). Não se tratando de crianças deficientes, mas em relação àqueles que chegavam a idade adulta, Martins (2015) aponta que na Roma Antiga, alguns homens cegos chegavam a serem vendidos para executar tarefas de remadores de navios (galés). Este mesmo trabalho também era o destino dos cegos egípcios.

Com o advento do cristianismo, na Idade Média, a deficiência passou a ser tratada como pecado ou castigo. Não era permitida a morte ou abandono destas pessoas, uma vez que as crianças representavam a pureza e inocência e eram recolhidas em asilos, igrejas e conventos (FIGUEIREDO, 2010; MARTINS, 2015).

Ainda na Idade Média, com a inquisição, houve o que Martins (2015, p. 22) chama de retrocesso, pois os deficientes voltaram a ser castigados. As pessoas com deficiência eram submetidas à cerimônias de exorcismo, torturas e queimaduras com o pretexto de serem endemoninhados ou de terem poderes especiais (MARTINS, 2015, p. 23).

Como percebemos, neste momento histórico não houve nenhuma movimentação no sentido de promover a educação das pessoas com deficiências. Mas, como sabemos, a educação de maneira geral, não era a grande preocupação desta época. Na Grécia Antiga, por exemplo, existiam apenas escolas informais, mas isso estava voltado a grupos bastante seletos.

3.1.1.2 Primeiras mudanças

O segundo período histórico nasce no Iluminismo (sec. XVIII) e é chamado por Vygotski (1997) de período biológico ou ingênuo, no que se refere à deficiência visual. Em Martins (2015, p. 27-49), percebemos que neste período, caminha-se para uma ideia de Educação Especial e várias ações foram desenvolvidas visando a educação das pessoas com deficiência longe das escolas de ensino regular da época, entre elas:

- a) A primeira escola de surdos criada por Abade Michel de L'Epée em 1778, seguido de outras ações;
- b) Um trabalho conjunto entre o francês Valentin Haüy e Dennis Diderot, aconteceu a partir de 1784, visando a aprendizagem da leitura e escrita para pessoas cegas. Posteriormente, transformou-se no *Institut Royal des Jeunes Aveugles* de Paris, conhecido como Instituto Real de Jovens Cegos, a primeira escola para cegos do mundo. Veio a estudar neste mesmo Instituto, o inventor do Sistema Braille, Louis Braille, que desenvolveu o Sistema e cuja implantação ocorreu na França em meados de 1854;
- c) O trabalho do médico Jean Marc Gaspard Itarc em meados dos anos de 1880 que, influenciado por Locke e Condillac, elaborou um programa sistemático de educação especial para integrar socialmente um menino capturado nas florestas da cidade de Aveyron na França, e que posteriormente, foi considerado base para o atendimento pedagógico das pessoas deficientes mentais.

Figueiredo (2010, p. 97), chega a apontar esta época como o início da Educação Especial, acreditando que “não podemos esquecer as contribuições dos bons exemplos, sobretudo na educabilidade da criança diferente”. Naquela época, a educação das pessoas com deficiência não acontecia de maneira integral, uma vez que as escolas especiais só eram frequentadas por classes privilegiadas que tinham acesso à educação dita formal nestes locais de Educação Especial (BIANCHETTI; DA ROS; DEITOS, 2000, p. 43). Este ponto gera reflexão em relação ao que almejamos na atualidade: uma educação que, além de inclusiva seja para todos.

A Proclamação da Declaração dos Direitos das Pessoas Deficientes (1975) disseminou a ideia de integração à Educação Especial e em decorrência, o princípio da normalização, criada pelo dinamarquês Bank Mikkelsen, em 1959. Este princípio que,

posteriormente, foi sistematizado pelo sueco Bengt Nirge, refere-se à possibilidade de que os deficientes conduzissem suas vidas de maneira semelhante ao restante das pessoas (MARTINS, 2015, p. 62). Parece muito distante ainda do ideal inclusivo, uma vez que, querer fazer a pessoa tornar-se o que ela não é, pode ser considerado inclusão. De qualquer forma, este momento histórico não deixa de ser importante, pois foi marcado pelo princípio da Educação Especial.

Relacionado à cegueira, este período é marcado pelo estudo científico sobre a deficiência visual e a necessidade de esclarecimentos para a população, em geral. Acreditava-se, equivocadamente, que “a compensação da falta de visão pelos outros sentidos é simples e automática” (NUNES; LOMÔNACO; 2010, p. 59). Esta era a chamada teoria da substituição: acreditava-se que a falta de um órgão era compensada pelo melhor funcionamento dos outros remanescentes (Ibidem).

3.1.1.3 Contemporaneidade

Esta época é tratada por Vygotski (1997) como o período sociopsicológico e é o momento em que situamos um ideal de Educação Inclusiva. Acontece, em certas partes, concomitante ao período anterior (meados do século XX). A ideia de condições iguais, iniciada com o princípio da normalização, suscitou a ideia da necessidade de colocar os deficientes nas mesmas condições educacionais de todos e, então, entende-se que a normalização escolar representou a chave para a integração (MARTINS, 2015, p. 64). Mesmo sendo considerada ponte para a ideia de uma Educação Inclusiva, a noção de normalização é criticada por autores como Amiralian (2004) e também Nunes e Lomônaco (2010). Na concepção de normalização, a pessoa cega deve se tornar semelhante a que enxerga, não respeitando as particularidades e especificidades de cada um.

O princípio controverso da integração, que decorreu da normalização, causava desconfortos, pois acreditava-se que, por ainda frequentarem as escolas especiais, os estudantes com deficiência não eram percebidos como pertencentes às escolas regulares. O mesmo acontecia com os professores especializados que atendiam estes estudantes (MARTINS, 2015, p. 65). Para este autor, no princípio da integração, não parece acontecer mudanças na escola regular (Idem, p. 67).

Mobilizados pelo princípio da integração, mas ainda com predomínio em dois sistemas diferentes (regular e o especial), em julho

de 1973 foi criado, no Brasil, o Centro Nacional de Educação Especial (CENESP/MEC). Este foi o primeiro órgão, em âmbito nacional, responsável pela formulação e acompanhamento de uma política de Educação Especial. Além de acompanhar as instituições especializadas, se implantou no CENESP, o atendimento educacional especializado em escolas regulares de ensino, as denominadas classes especiais. A novidade foi o atendimento desses estudantes em classes comuns de ensino sob reflexo do paradigma da integração (MARTINS, 2012).

Posterior ao princípio da integração, passa-se a pensar na ideia contrária a diversificação de atendimento escolar para os estudantes com deficiência e que estes, “apesar de suas diferenças, de seus ritmos próprios, devem ser encaminhados para estudar nas classes comuns” (MARTINS, 2015, p. 68). Este autor enfoca a palavra “incluir” e menciona, acompanhado de Mendes (2006, p. 394), como passo marcante da “Escola para Todos” a Conferência Mundial de Educação para Todos. Esta Conferência foi realizada na Tailândia, em março de 1990, e mencionou a Declaração dos Direitos Humanos (1948) como “sombria” no que cerca a inclusão de deficientes em classes regulares de ensino.

Neste mesmo período, Vigotski (1997) desenvolve a ideia da reorganização da vida psíquica por meio das mediações social e semiótica no que cerca a educação de pessoas cegas. Segundo Nunes e Lomônaco (2010, p. 59), neste período é percebido uma evolução na concepção da cegueira, que passou de condição biológica para uma concepção social e histórica, em que há o desenvolvimento da comunicação e da linguagem, por meio de grupos sociais.

Na atualidade, há uma série de documentos legislatórios que mostram a fundamentação para um ideal inclusivo desejado, mas ainda não alcançado. Para Mendes (2006, p. 397), o ideal inclusivo esbarra numa sequência de faltas, que incluem, acesso, recursos e profissionais especializados. Para Crochík (2012, p. 50), na sala de aula regular, mesmo almejando a inclusão podem existir dois fenômenos impeditivos à efetivação de ideias inclusivas: a marginalização e a segregação. Segundo o autor (2012, p. 50), a marginalização está relacionada à atitude de não aceitação do estudante com deficiência em sala de aula, deixando de atribuir à sua participação em trabalhos e debates o devido valor. A segregação, por sua vez, refere-se a não interação com esses estudantes ou mesmo, uma interação distinta daquela feita com os outros da mesma sala (CROCHÍK, 2012, p. 50). Para nós, essa seria uma pseudo-inclusão, pois estar em sala de aula não garante a inclusão efetiva, se essas atitudes não forem modificadas e transformadas.

Para além desses documentos e dessas faltas, no caso específico da cegueira, requerem-se condições para que possamos entender “as limitações da ausência de visão” (NUNES; LOMÔNACO, 2010, p. 60) e proporcionar aos estudantes condições de inclusão efetiva. Nessas condições, deve haver a preocupação real com as especificidades de cada um e a potencialização daquilo que cada estudante tem de melhor, sem focar na limitação e na incapacidade que ainda rondam e estigmatizam ainda mais a palavra deficiência. Também por isso, ao longo desta Tese, buscamos não mencionar a palavra limitação, tentando enfraquecer o estigma carregado pela palavra deficiência. A palavra limitação nos remete à limites, uma barreira difícil de transpor mas, como Marcone (2015, p. 69), acreditamos que a deficiência “não anula nem inviabiliza nada na pessoa”, ela é algo criado pela normalidade. O mesmo autor (2018, p. 34) nos coloca uma importante reflexão que está relacionada à ligação imediata que se faz entre fracasso e deficiência. Será que somente a deficiência implicaria o fracasso? Os sistemas educacionais, as estruturas sociais, econômicas, culturais e tecnológicas não teriam o seu papel nestes fracassos e impedimentos percebidos para a pessoa com deficiência (MARCONE, 2018, p. 34)?

Para nós, assim como para Diniz, Barbosa e Santos (2009, p. 65), a deficiência é “um conceito que denuncia a relação de desigualdade imposta por ambientes com barreiras a um corpo com impedimentos” (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009, p. 65). Neste sentido e naquele trazido por Marcone (2015), não buscamos “normalizar” o estudante cego e sim, permitir que ele possa aprender efetivamente por meio de mudanças pensadas para as suas especificidades.

3.1.2 Legislação atual voltada à Educação Inclusiva

Em trabalhos anteriores (ANJOS, 2008; ANJOS, 2015) fizemos um levantamento sobre as principais leis que regulamentam a Educação Inclusiva e também que tratam da questão da formação docente para a sala de aula inclusiva, deixando algumas lacunas. Posto isto, nesta pesquisa nos preocupamos em apontar as leis ou resoluções que consideramos mais relevantes, fazendo alguns apontamentos críticos e ainda, mencionando aquelas que não foram tratadas anteriormente e que mostram pertinência para o entendimento deste longo processo legislativo da Educação Inclusiva.

Antes de iniciar esta explanação, pontuaremos um acontecimento, que, mesmo não sendo voltado especificamente à Educação Inclusiva,

“colocou as pessoas com deficiência no centro das discussões, no mundo e também no Brasil” (LANNA JÚNIOR, 2010, p. 35): a promulgação do ano de 1981, pela Organização das Nações Unidas, como Ano Internacional das Pessoas Deficientes (AIPD). Esta promulgação aconteceu no ano de 1976 e tanto ela, quanto o movimento político²⁵ que acontecia no Brasil naquela época (iniciado em 1970) relacionado às pessoas com deficiência, “serviu como um grande megafone”, no que cerca os direitos das pessoas com deficiência, e logicamente, a educação estava entre eles (LANNA JÚNIOR, 2010, p. 43). Tanto a promulgação da AIPD como a realização de encontros e congressos no Brasil, fortaleceram os movimentos das pessoas com deficiência na luta pelos seus direitos. Essa movimentação culminou na promulgação da Constituição Federal (BRASIL, 1988) que, por sua vez, abre espaço para a inclusão no âmbito educacional, mesmo mostrando ainda, um olhar integrador.

A promulgação da Constituição Federal em 5 de outubro de 1988 (BRASIL, 1988) está entre as leis já mencionadas em trabalhos anteriores e que consideramos de especial relevância no âmbito nacional. Entre outros pontos também, por ser entendida por Crochík (2012, p. 93) como adventícia e inaugural no que cerca a produção sobre a inclusão escolar. Na Constituição, a Educação Inclusiva é tratada no artigo 208, com o intuito de responsabilizar o Estado pelo atendimento educacional especializado “preferencialmente nas escolas de ensino regular” (BRASIL, 1988). Neste aspecto, Mazzotta (2011, p. 83), alerta para a “perseverança do legislador em estabelecer relação direta entre atendimento educacional especializado (educação especial) e portador de deficiência”, fazendo entender que o estudante “portador de deficiência” terá relação com a “educação especial” e o “educando normal” com a educação regular. Neste sentido, voltamos ao paradigma da integração, o que não é o almejado.

Anterior à promulgação da Constituição Federal e não mencionado em trabalhos anteriores, houve um documento configurado como oficial e que trouxe um conjunto de diretrizes básicas e refletiu ações na Educação Especial, mostrando aspectos da Educação Inclusiva,

²⁵ O movimento político que aconteceu a partir de 1970, realizado por pessoas com deficiência que lutavam pelos seus direitos, foi contado em um livro e em um documentário intitulado “História do Movimento Político das Pessoas com Deficiência no Brasil” (LANNA JÚNIOR, 2010). Este material aponta, cronologicamente, como as pessoas com deficiência foram ganhando voz, olhos, enfim, corpo em uma sociedade discriminadora e preconceituosa.

este foi o Plano Educação Especial – Nova proposta de outubro de 1985. Este documento oficial demonstrava, segundo Mazzotta (2011, p. 112), grande envolvimento e disposição diante de uma “batalha”, mas ainda tratava a Educação Especial com termos e expressões diversas, consolidando uma significação difusa e uma ambiguidade no contexto desta modalidade da educação. Dentre as suas linhas de ação do Plano apontadas por Mazzotta (2011, p. 112), encontra-se a luta pela integração efetiva do ensino especial na educação comum ou regular. Aqui, novamente pontuamos que o paradigma da integração ainda estava presente e a preocupação era integrar na comunidade sem mencionar as condições para tanto.

Posterior a Promulgação da Constituição Federal e, tratada em trabalhos anteriores, também mencionamos a Lei nº 9.394/96 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), que preocupou-se com a formação docente. Vimos em Anjos (2015, p. 35) que

Em seu 5º Capítulo, a LDB/96 responsabiliza o município a implementar a educação inclusiva em todos os níveis de ensino, assim como assegurar professores de ensino regular capacitados para incluir os estudantes com necessidades educativas em classes comuns.

Contrária a Constituição Federal (BRASIL, 1988), a LDB/96 (BRASIL, 1996), responsabiliza o município na implantação da Educação Inclusiva e preparação de professores, mas de certa forma, não o faz de maneira pormenorizada, necessária devido à relevância do tema. Em sua versão anterior, a Lei nº 4.024/61 (BRASIL, 61), também não mencionada em trabalhos anteriores, indica em seu artigo 88, que os estudantes chamados “excepcionais” deveriam enquadrar-se, na medida do possível, no sistema geral de educação (MAZZOTTA, 2011, 72). Da mesma forma geral e vaga, não se explica o que é a chamada “medida do possível”, dificultando a possibilidade de inclusão. Segundo Martins (2015, p. 100), a LDB/61 deixava uma margem para que os estudantes com deficiência fossem enquadrados no sistema especial de ensino e não no sistema regular. Contrariando a LDB/61 no que se refere à possibilidade de inclusão, surgiu a Lei nº 5.692/71, que recomenda “atendimento especial” aos estudantes com deficiência (MAZZOTTA, 2011, 72) em seu artigo 9º. Martins (2015, p. 102), pontua que nesta Lei apenas um artigo foi dedicado à Educação Especial, remetendo aos Conselhos de Educação os compromissos em fixarem regras e normas, o que acontecia tardiamente, quando acontecia.

Acanhadamente, estas foram as Leis que começaram a assumir a educação de pessoas com deficiência no Brasil (MARTINS, 2015, p. 99) e como podemos perceber, com forte viés integrador e normalizador em suas linhas e ainda, pouco inclusivas.

Atualmente, partindo para o início do século XXI, mencionamos a Lei nº 10.172 de 9 de janeiro de 2001 (BRASIL, 2001a) chamada de Plano Nacional de Educação (PNE/2001) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, que mesmo não tendo o caráter legislativo, possui um grau de exigências no que cerca a Educação Básica, que encaramos como caráter mandatório. Martins (2015, p. 124) enfatiza o enunciado transformador trazido no PNE/2001, em que o grande avanço da década estaria voltado à construção da escola inclusiva. Neste PNE/2001, a atenção se volta ao oferecimento de recursos didáticos aos estudantes cegos e surdos e a valorização da carreira docente, assim como a formação continuada (BRASIL, 2001a).

Já no que cerca as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, destacamos a referência à inclusão e a formação de professores (BRASIL, 2001b). No entanto é mencionado que a Educação Básica deve ser inclusiva, atendendo a uma “política integradora”, o que por vezes, pode segregar ou marginalizar os estudantes com deficiência em classes de ensino regular.

Tanto o PNE quanto as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica passaram por uma série de mudanças. O PNE atual, passou a ser uma exigência constitucional com periodicidade decenal através da Emenda Constitucional 59/2009, passando a ser chamado de Lei nº 13.005/2014 (Brasil, 2014a) e tendo validade até o ano de 2024. Em sua última versão, o PNE 2014/2024 servirá como base para a elaboração dos Planos Estaduais, distrital e municipais. Neste documento são apresentadas as 20 metas nacionais a serem cumpridas na Educação Básica durante os 10 anos de sua vigência. Percebemos que diante as 20 metas, apenas a Meta 4, foca na “valorização da diversidade”, como é mencionado na Lei, instituindo que deve-se

universalizar, para a população de 4 (quatro) a 17 (dezesete) anos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação, o acesso à educação básica e ao atendimento educacional especializado, **preferencialmente na rede regular de ensino**, com a garantia de sistema educacional inclusivo, de salas de recursos multifuncionais, classes,

escolas ou serviços especializados, públicos ou conveniados (BRASIL, 2014a, Grifo Nosso).

Importante salientar que, mesmo transcorridos mais de 20 anos da promulgação da Constituição Federal de 1988, em relação ao texto de 2014 do PNE 2014/2024, esta ainda permanece mantendo os dizeres “preferencialmente na rede regular de ensino”, o que permite uma interpretação não obrigatória frente à inclusão, uma vez que, o termo preferencialmente não obriga a matrícula em classes de ensino regular. No caderno *Conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação* (Brasil, 2014b), analisou-se e contextualizou-se cada uma dessas metas e, no que tange a meta 4, o PNE mostra um perspectiva inclusiva ao basear-se na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008), em que existe a preocupação com o acesso à classes comuns pelos estudantes com deficiência, com transtornos globais do desenvolvimento, com altas habilidades ou superdotação.

Em relação às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (BRASIL, 2013), a mudança aconteceu no ano de 2013 e tem caráter mandatório, mostrando diretrizes para a Base Nacional Comum Curricular. Mesmo tendo como um dos objetivos, “viabilizar a melhoria da qualidade do processo educacional do estudante com deficiência” (ROCHA, 2016, p. 41), não é tratado em nenhum aspecto a Educação Inclusiva.

Por fim, no que cerca as Leis voltadas à Educação Inclusiva, mencionamos a Lei Nº 13.146/2015 de 6 de julho de 2015, chamada de Lei Brasileira de Inclusão (LBI) - Estatuto da Pessoa com Deficiência. A LBI entrou em vigor em 2 de janeiro de 2016, e está fundamentada na Convenção sobre Direitos das Pessoas com Deficiência, ratificada em 2008 pelo Congresso Nacional, conforme o Inciso 3º do Artigo 5º da Constituição Federal (BRASIL, 1988). A Lei é profusa em aspectos da vida do deficiente e de seus direitos, tratando de igualdade e discriminação, atendimento prioritário e alguns direitos fundamentais, como: direito à vida, habilitação e reabilitação, saúde, entre outros (ROCHA, 2016, p. 42). Para esta pesquisa, enfatizamos o 4º Capítulo e o seu Artigo 27, o qual pronuncia o Direito à Educação:

Art. 27. A educação constitui direito da pessoa com deficiência, assegurados sistema educacional inclusivo em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida, de forma a alcançar o máximo desenvolvimento possível de seus

talentos e habilidades físicas, sensoriais, intelectuais e sociais, segundo suas características, interesses e necessidades de aprendizagem (BRASIL, 2015).

A LBI não mostra um viés integrador, nem normatizador, pois almeja o desenvolvimento das potencialidades individuais e necessidades de aprendizagem específicas, o que parece caminhar na direção de uma perspectiva inclusiva. No entanto, diante da Lei e do seu discurso inclusivo, nos questionamos sobre as ações para a implementação, de maneira efetiva, dos preceitos desta Lei e de outras no que cerca a Educação na perspectiva inclusiva. Neste sentido, vale apontar, assim como indica Crochík (2012, p. 103) que “um projeto educacional inclusivo não se realizará com base apenas na aplicação dos dispositivos legais”, é necessário a implementação de políticas públicas e, como mencionamos anteriormente, a implementação de ações inclusivas nas classes de ensino regular.

3.2 REVISÃO DE LITERATURA NA TEMÁTICA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES CEGOS

No intuito de compreender o quanto já tinha sido caminhado, realizamos uma revisão de literatura no que cerca o ensino e a aprendizagem de estudantes cegos em matemática. Nos termos atuais, poderíamos dizer que a pesquisa voltou-se à Educação Matemática Inclusiva no que diz respeito aos estudos sobre as pessoas com deficiência visual no âmbito da disciplina mencionada. Esta parte da pesquisa é de cunho qualitativo e, para empreendê-la foi utilizada uma análise do tipo hermenêutica. Escolhemos, para tanto, três universidades as quais apresentavam um maior número de publicações e que possuíam programas de pesquisa na área de Educação Matemática, sendo elas: Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade do Estado de São Paulo (UNESP) e Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Para além das universidades, investigamos o banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela Plataforma Sucupira, devido a sua amplitude nacional. Neste Estado da Arte, como classificam

Romanonowski e Ens²⁶ (2006, p. 40), optamos por completar o levantamento, com os resultados de pesquisa nos dois principais eventos do campo da Educação Matemática tanto em âmbito nacional como internacional: o ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática e o SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

A busca nestas fontes de referência aconteceu no período que compreende os meses de fevereiro a julho do ano de 2016 e se deu, primeiramente, pela busca pelos descritores: ensino e aprendizagem de estudantes cegos, cegos e matemática e cegos, para o caso do banco de teses da CAPES (Plataforma Sucupira) e da UNICAMP, UNESP e PUC/SP; no caso dos eventos ENEM e SIPEM, a busca foi feita, primeiramente, selecionando o eixo “Matemática e Inclusão” e posteriormente, utilizando os descritores: cegos e deficiência visual.

Nesta parte, a segunda ação aconteceu com a leitura e análise de todos os resumos dos 58 trabalhos encontrados na busca anterior e, em muitos casos, pela leitura dos trabalhos na íntegra. Esta análise foi realizada fazendo uso de uma metodologia hermenêutica com pretensões de recolher o sentido do discurso, uma vez que a hermenêutica “situa-se como instrumento que nos permite clarear os horizontes de significados impostos pela força do próprio questionamento da realidade” (GHEDIN, 2003, p. 2).

Em Klüber (2014, p.74), entendemos que a palavra hermenêutica tem origem no verbo grego *hermeneuein* que significa interpretar, e no substantivo *hermeneia* que se traduz por interpretação e indica que as conotações do verbo se referem às ações de “dizer”, “explicar” e “traduzir”. Para esta pesquisa, tomamos a ação “explicar” como objetivo, uma vez que, segundo Klüber (2014, p. 74), “explicar é uma forma de interpretar, ou seja, tornar algo claro e compreensível para além daquilo que se expressa de maneira imediata”. Sendo assim, por meio das leituras dos textos, interpretamos a realidade expressada e explicada para então, compreendê-la, sem nos deixar afetar inteiramente por ela, já que “compreender significa explicar o sentido das significações atribuídas à realidade das coisas e do mundo” (GHEDIN, 2003, p. 7). Tomamos aqui, assim como Klüber (2014), a hermenêutica

²⁶ As autoras classificam o estado do conhecimento como sendo “o estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado” (ROMANONOWSKI; ENS, 2006, p. 40).

como teoria da interpretação, tentando descortinar o que está escrito no texto, tomando como objeto principal para tanto, o discurso.

Para analisar o conteúdo dos trabalhos selecionados, elaboramos, conforme indicado por Soares e Maciel (2000), uma categorização fazendo o levantamento dos seguintes aspectos:

C1 – grau de instrução nos quais as pesquisas foram elaboradas;

C2 – referencial teórico para embasamento

C3 – etapas de ensino para os quais as pesquisas foram realizadas (Ensino Fundamental, Médio, Superior ou EJA);

C4 – metodologias de pesquisa e procedimentos metodológicos utilizadas pelo pesquisador;

C5 – conteúdos pesquisados no ensino de matemática.

3.2.1 Indicações das produções analisadas

Foram localizados 58 trabalhos que versavam sobre a temática do ensino e da aprendizagem de estudantes cegos em matemática, e estes podem ser classificados em relação ao resultado obtido, como: elaboração de materiais didáticos para o ensino de determinados conceitos, investigação em materiais didáticos já existentes, elucidação do ensino de determinado conceito ou construção de propostas de ensino e forma de uma explanação geral (ANJOS; MORETTI, 2017, p. 17).

Buscando responder a categoria C1, observamos que:

- a) As pesquisas que tratam da temática de nosso interesse datam de 1995 a 2016 e são, em sua maioria, resultado de artigos científicos publicados no ENEM e SIPEM (30 dos 58 trabalhos), 22 deles são dissertações de mestrado e apenas 6 são teses de doutorado. Alguns destes trabalhos mostram resultados de pesquisas iniciais em eventos e, em datas posteriores, culminam com as defesas das dissertações ou teses, como por exemplo, os trabalhos de Fernandes (2008), Vita (2012), Pasquarelli (2015) e Uliana (2015). Como sabemos, as pesquisas que resultam em teses de doutorado são aquelas em que os autores se debruçam sobre a temática por mais tempo e com mais profundidade e, no caso do ensino e aprendizagem de matemática para estudantes cegos, isso aconteceu em apenas 6 dos 58 trabalhos encontrados. O número irrisório de trabalhos que aprofundam estudos nesta temática, nos faz pensar em uma maneira de promover discussões na Educação Matemática Inclusiva;

- b) Há uma maior concentração de trabalhos nos anos de 2010 e 2013 com 22 trabalhos registrados. A partir de 2010 no ENEM, o número de trabalhos por edição do Encontro foi de 1 (na edição de 2007) para 11 (na edição de 2010), o que indica uma preocupação crescente, mesmo que ainda tímida, de professores e pesquisadores pelo tema.

Esta preocupação pode estar relacionada à grande demanda legislatória que regulamenta a Educação Inclusiva como também, ao número crescente de matrículas de pessoas com deficiência em escolas de ensino regular (BRASIL, 2019a). Neste sentido, 23 dos 58 trabalhos encontrados (8 dissertações, 2 teses e 13 artigos científicos), mostram resultados obtidos com a investigação e proposta de criação de materiais voltados ao ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula pelos estudantes cegos. Dentre eles, 10 trabalhos são, simultaneamente, de investigação e aplicação de materiais dos próprios autores e 13 trabalhos, exclusivamente de aplicação de materiais já encontrados na literatura da área.

Tratando de cada trabalho especificamente, apontamos, inicialmente, os que mostram resultados obtidos com a proposta de criação de materiais. Na dissertação de Bezerra (2003), foi elaborado um programa tradutor de texto em código Braille para caracteres alfanuméricos que objetiva facilitar a comunicação, por meio da escrita, tanto para pessoas cegas como para os professores destes alunos que não conheçam a escrita em Braille. Nesta mesma direção, apontamos também a dissertação de Silva (2010, p. 2), que objetivou descrever e discutir o processo de elaboração de uma história em quadrinhos adaptada como recurso para o ensino do Teorema de Tales para alunos cegos e videntes²⁷. Problematizando o que foi apresentado por Silva (2010), mencionamos a necessidade de estudo do Sistema Braille pelo professor de matemática, indicada em pesquisas como Anjos (2015), Machado (2009) e Masini (2013). As técnicas ou procedimentos metodológicos, como os apresentados por Silva (2010) – design social com a participação de usuários - Lirio (2006) – testes com scanner - e Bezerra (2003) – situações de aprendizagem - são possibilidades de trabalho para a inclusão e nos fazem perceber que, a partir do momento que o professor procura utilizar uma técnica ou, simplesmente, está lecionando em classes com estudantes cegos, o conhecimento do

²⁷ Utilizamos o mesmo termo mencionado pela autora da pesquisa.

Sistema Braille – forma exclusiva que o cego utiliza para se comunicar por escrito, do CMU – compêndio da linguagem formal da matemática - se tornam indispensáveis. Afirmamos isso, não só naquilo que tange a comunicação escrita, mas para que se cumpram as outras funções que a língua desempenha, inclusive no ensino de matemática.

Na tese de Mello (2015) que versa sobre a criação de uma Prancheta de Desenho em Relevo Positivo, há a possibilidade para que o estudante cego possa desenhar e tatear o desenho em relevo no papel. Nesta mesma linha, Vita (2012, p. 211) procurou conceber, construir e avaliar uma maquete tátil para o aprendizado de conceitos básicos de probabilidade. Chamamos à atenção para o trabalho específico desenvolvido nestas pesquisas, no qual os autores buscam elaborar um material para o ensino e para a aprendizagem de um determinado conceito. Lançando olhares sobre estas pesquisas, refletimos para além do ato de pesquisar, mas também sobre a necessidade de elaborar materiais que se mostra como resultado. Pensamos então, no tempo extra despendido pelo professor da classe inclusiva ao se dispor em elaborar/criar/reproduzir materiais adaptados. Desta forma, acreditamos que haveria a necessidade de uma preocupação com a carga horária do professor da sala de aula inclusiva, pois o seu tempo para elaboração de material ou mesmo plano de aula, precisa ser diferenciado.

Ainda na ideia da construção de material didático, mencionamos os trabalhos de Silva (2013a), Uliana (2010), Barbosa e Táboas (2010), Kataoka e Vita (2013) e Cézár (2013). Na dissertação de Silva (2013a), foram elaborados materiais de baixo custo para ensinar os conceitos de figuras planas e espaciais, como também, foi elaborado um CD-ROM contendo uma vídeo-aula destes mesmos conceitos. Já na pesquisa de Uliana (2010, p.1), que trata de um relato de experiência, foi criado um plano de metal, intitulado pela autora “Plano Richard” que permite à pessoa com deficiência visual, a construção e análise, por si mesma, de gráficos de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus. Também no formato de relato de experiência, Barbosa e Táboas (2010, p.10) lançaram a proposta da construção de um site acessível aos estudantes com deficiência visual no intuito de promover a acessibilidade.

Nesta mesma linha, Votto, Kaleff e Rosa (2010) propuseram a criação de artefatos como mosaicos de encaixes, pranchas dinâmicas, medidores e malhas, modelos de poliedros articulados e de esqueletos de poliedros regulares, ábacos voltados ao ensino de formas e conceitos geométricos elementares. Já o trabalho de Pereira (2012), propôs atividades para desenvolver o pensamento geométrico e, como produto

final, criou um livreto com sugestões de atividades comentadas destinadas aos professores. Por fim, mencionamos o relato de experiência de César (2013) que procurou testar e produzir material didático que favorecesse a construção da ideia de função.

No que diz respeito aos trabalhos que discutem a aplicação de materiais acessíveis já existentes para o ensino da pessoa com deficiência visual, iniciamos apontando a dissertação de Lírio (2006, p. 6) que objetivava “conhecer as possibilidades e limitações do uso de tecnologia informática para o ensino de geometria para cegos” com o programa computacional chamado desenhador vox, que pertence ao sistema DOSVOX. Outras 3 pesquisas investigam a utilização do material Multiplano (material desenvolvido por Ferronato (2002)): a dissertação de Melo (2014) e os relatos de experiência de Leite, Palmeira e Prane (2010) e Andrade e Silva (2013). Estas pesquisas apontam o Multiplano como recurso facilitador no ensino dos conteúdos de matemática. Uma das reflexões mencionadas por Leite, Palmeira e Prane (2010) refere-se à necessidade de reservar tempo na carga horária do professor para desenvolver o planejamento de aulas que envolvam este material, no mesmo sentido que mencionamos anteriormente, como também, ao apoio externo que o professor deve receber.

Com a intenção de compreender as dificuldades e possibilidades na utilização de tecnologias assistivas²⁸, mencionamos as dissertações de Prado (2013) e Sganzerla (2014). Em Sganzerla (2014), a investigação foi feita analisando a tecnologia denominada Contátil²⁹ e apontando potencialidades deste material na compreensão de conceitos básicos de matemática. Já Prado (2013), aponta fragilidades, dentre os materiais investigados, para o caso do soroban e alerta para a necessidade de formação dos professores que atendem em classes inclusivas.

Assim como Prado (2013), os autores Peixoto e Silva (2010a) também investigaram a usabilidade do soroban, apontando como resultado tanto, o desconhecimento nas escolas, como a sua potencialidade no que tange o cálculo mental. Outros trabalhos, também investigaram materiais adaptados já existentes, como o de Serino

²⁸ As tecnologias assistivas são explicadas por Galvão Filho (2009) como um conjunto de recursos que proporcionam às pessoas com deficiência maior independência.

²⁹ Esta tecnologia assistiva foi desenvolvida pelo Laboratório de Estudos de Inclusão do Programa de Pós-Graduação do Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA.

(2012), Peixoto e Silva (2010b) e Ferreira (2010) ou desenvolveram materiais para o próprio estudo, como no caso de Fernandes, Healy e Serino (2012), Fernandes e Healy (2007) e Oliveira (2013). Os trabalhos de Peixoto e Silva (2010b) e Ferreira (2010), enfatizaram a utilização de jogos para o ensino de matemática para estudantes com deficiência visual. Dentre estes trabalhos, alguns propõem a investigação de materiais para o ensino de geometria: Serino (2012), Fernandes, Healy e Serino (2012) investigam o papel de ferramentas materiais e semióticas (que desenvolvem a percepção tátil dos estudantes), buscando compreender a transição do nível intra para o interfigural em transformações geométricas; Fernandes e Healy (2007) investigam a apropriação de conceitos de área e perímetro de figuras planas influenciados por instrumentos de mediação. Já o trabalho de Oliveira³⁰ (2013) analisa alguns softwares para o ensino de matemática.

Passando à categorização C2, que trata dos referenciais teóricos os quais embasaram as pesquisas, elencamos os principais referenciais teóricos de embasamento dos 58 trabalhos encontrados. O referencial teórico principal e com maior incidência (16 dentre os 58 trabalhos) foi a Teoria Sócio-Histórica Vygotsky (1983, 1997, 2007) com as suas ideias de Zona de Desenvolvimento Proximal, mediação semiótica e social. Cinco trabalhos mencionam como referencial teórico os trabalhos em Educação Matemática Inclusiva de Lulu Healy e Solange Hassan Ahmad Fernandes (2003, 2004, 2006, 2007, 2009) e outros cinco, citam Maria Teresa Mantoan (2006) para discutir a Educação Inclusiva. Interessante constatar que, dentre os 58 trabalhos analisados, em 9 deles as próprias autoras que constam nesta pesquisa tornaram-se, posteriormente, referenciais para outros trabalhos. Podemos inferir, por meio desta constatação, que ainda são poucos os pesquisadores se debruçando sobre esta temática.

Dentre os 58 trabalhos, apenas Mello (2015) utilizou o referencial teórico dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e propôs a criação de uma prancheta para a visualização de objetos geométricos com o intuito de reforçar a necessidade de utilização diferentes representações para promover a diferença entre o objeto e representação. Este fato nos colocou em reflexão diante da utilização da teoria de Raymond Duval para investigar a temática da aprendizagem do estudante cego em matemática. Existia uma única pesquisa mas quanto ainda poderia ser investigado? A constatação deste único trabalho que

³⁰ Em especial, o trabalho de Oliveira (2013) também envolve resultados para o caso da pessoa com deficiência mental.

faz uso da teoria de Duval diante de todos os outros pesquisados e que, por sua vez, não enfatizou a aprendizagem com exclusividade ao acesso do objeto do saber pelo estudante cego, nos colocou diante da certeza de permanecer com este referencial teórico que, antemão, já havíamos escolhido para embasar esta Tese.

No que se refere à categorização C3, a qual mostrou as etapas de ensino focadas em cada trabalho, localizamos pesquisas direcionadas às seguintes etapas de ensino: fundamental (EF), médio (EM), superior (ES) e educação de jovens e adultos (EJA). Vários destes trabalhos tratam de mais de um nível de ensino. Apenas retratando aqueles que localizam os trabalhos exclusivamente em um dos níveis de ensino, temos: 22 no EF, 11 no EM, 2 no ES e 5 no EJA. Isto nos indica a necessidade de pesquisas voltadas ao ensino superior de maneira geral, não que os números relacionados aos outros níveis de ensino sejam suficientes, mas para o caso do ES, o alerta é ainda maior.

Partindo para a categorização C4, que mencionou o enquadramento metodológico ou procedimentos metodológicos utilizados nas pesquisas, constatamos que metodologias de natureza qualitativa estiveram presentes em todos os trabalhos. Em relação ao aspecto de classificação de pesquisas, com base nos procedimentos técnicos utilizados mostrados em Gil (2009, p. 43), mencionamos que 9 trabalhos foram classificados como Estudo de Caso: Mello (2015), Splett (2015), Prado (2013), Jesus (2016), Cerva Filho (2014), Melo (2014), Brandão e Lira (2010), Cardoso e Lourenço (2016) e Silva (2015a). Outros cinco trabalhos: Araujo (2011), Bandeira (2015), Uliana (2015), Barbosa et al (2015) e Bandeira et al (2013), classificaram-se como pesquisa-ação. A maioria dos trabalhos não mencionava especificamente a metodologia utilizada e apenas relatava no corpo do texto de que maneira a pesquisa foi construída. Em relação à coleta de dados para elaboração do trabalho, 12 das pesquisas mencionaram a utilização de entrevistas semiestruturadas, 4 trabalhos analisaram dados de observações e 3 deles utilizaram análise documental.

O Quadro 3 a seguir, apresenta a categorização C5 relativa aos conteúdos/conceitos ou áreas específicas pesquisadas na disciplina de matemática por ordem alfabética dos autores:

Quadro 3 - Conteúdos e conceitos abordados na pesquisa

| Conteúdos/ Conceitos | Autores e Ano |
|---------------------------------|--|
| Funções e Gráficos | Andrade e Silva (2013); Bandeira et al (2013); Cézar (2013); Leite et al (2010). |
| Álgebra | Andrezzo (2005). |
| Geometria | Barbosa, Pereira e Rezende (1995); Brandão e Lira (2010); Brandão (2010); Fernandes e Healy (2003); Fernandes e Healy (2004); Fernandes (2004); Fernandes e Healy (2006); Fernandes e Healy (2007); Fernandes (2008); Fernandes e Healy (2009); Fernandes, Healy e Serino (2012); Kaleff, Rosa e Telles (2013); Lirio (2006); Mathias (2010); Mello (2013); Mello (2015); Pereira (2012); Silva (2010); Silva (2013a); Silva (2013b); Votto, Kaleff e Rosa (2010). |
| Análise Combinatória | Barbosa et al (2015). |
| Curiosidades matemáticas | Barbosa e Táboas (2010). |
| Probabilidade | Cazorla, Kataoka e Vita (2012); Guimarães (2014); Kataoka e Vita (2013); Santos (2014b); Vita (2012). |
| As quatro operações | Ferreira (2010); Sganzerla (2014). |
| Derivada | Gonçalves (2014). |
| Sistema de Numeração | Peixoto e Silva (2010a); Peixoto e Silva (2010b); |
| Educação Financeira | Santos (2014a). |
| Razão e Proporção | Souza (2014). |
| Trigonometria | Souza (2014). |

| | |
|-----------------------------|--|
| Não especificado pelo autor | Araujo (2011); Araujo et al (2010); Bandeira (2015); Bezerra (2003); Cardoso e Lourenço (2013); Fernandes e Healy (2006); Cerva Filho (2014); Jesus (2016); Moura (2015); Oliveira (2013); Prado (2013); Silva (2015a); Splett (2015); Uliana (2013); Uliana (2015). |
|-----------------------------|--|

Fonte: Adaptado de Anjos e Moretti (2017, p. 21).

Analisando o Quadro 3, percebemos que dentre os conteúdos/conceitos com maior predomínio nos trabalhos pesquisados está a Geometria (Teorema de Tales, Geometria Plana e Espacial ((área de figuras) e Simetria) com 21 trabalhos. Na sequência, aparecem os conteúdos/conceitos de Probabilidade, Funções e Gráficos, ambos com 5 trabalhos. Apenas dois trabalhos abordaram o conceito das quatro operações e sistemas de numeração.

Diferentemente dos anteriores, os trabalhos de Bandeira (2015) e Uliana (2015) tratam da temática de formação inicial de professores, sem especificar um conteúdo ou conceito de matemática. Assim como, 15 dos 58 trabalhos não tiveram como foco a abordagem de conteúdos/conceitos específicos em matemática, mas voltaram-se a discussões de temáticas variadas, tais como: os processos de inclusão e as metodologias utilizadas em sala de aula (Splett (2015), Jesus (2016), Fernandes e Healy (2006), Uliana (2013)); verificar concepções e estratégias docentes referentes à inclusão (Moura (2015), Cerva Filho (2014)); compreender limites e possibilidades das tecnologias assistivas (Prado (2013), Cardoso e Lourenço (2013), Oliveira (2013), Bezerra (2003)); realizar levantamento de dificuldades dos conteúdos a serem aprendidos (Araujo et al (2010)); analisar o trabalho de um professor cego (Araujo (2011)); discutir a inclusão em cursos de formação de professores (Bandeira (2015), Uliana (2015)); analisar a trajetória de uma professora na educação para estudantes cegos em classe regular, desde os improvisos, até as situações consideradas de ensino (Silva (2015)). Até por conta do número exíguo de trabalhos, a categorização C5 nos mostra uma ausência acentuada de muitos assuntos que são focos em pesquisas tratadas com alunos que enxergam.

Diante desta revisão, de modo geral, vale ressaltar o número ínfimo de pesquisas de doutorado tratando do tema: dentre os 58 trabalhos, apenas 6 são teses de doutorado elaboradas, ainda desta década, com foco no tema da Educação Inclusiva para cegos. Este número é preocupante, uma vez que, em geral, trabalhos neste nível balizam outras pesquisas da comunidade científica.

Inferimos que o interesse dos pesquisadores sobre a temática do ensino e da aprendizagem de matemática por estudantes cegos tem aumentado por conta do crescente número de matrículas destes estudantes cegos em classes regulares de ensino (BRASIL, 2019a), provavelmente, em consequência da formalização da legislação da Educação Inclusiva no Brasil (UNESCO, 1994; BRASIL, 1996; BRASIL, 2013; BRASIL, 2015).

Esta revisão também nos alertou para o fato de que não há trabalho que procura, a partir de pesquisas com estudantes cegos, lançar hipóteses a respeito da aprendizagem matemática por esses alunos. No trabalho de Araujo et al (2010) houve a preocupação de elencar dificuldades encontradas por estudantes cegos em matemática a partir da opinião de professores, não pela perspectiva do aluno.

Um único aluno cego em uma sala de aula regular pode desencadear uma série de ações do professor preocupado com a aprendizagem, mais um motivo para que estejamos envolvidos com a pesquisa nesta temática. Estamos cientes que este levantamento realizado não se encerra aqui, mas é evidente que, a partir do que foi exposto, fornecemos subsídios tanto para pesquisas futuras nessa temática quanto para professores de matemática das classes regulares de ensino que venham a receber ou estejam recebendo estudantes cegos em suas classes.

A falta de trabalhos que lançam hipóteses sobre a aprendizagem de estudantes cegos a partir da investigação com estes estudantes também nos indica a necessidade da persistência de pesquisas na área, como também justifica a ideia que propomos nesta Tese.

Dito isto e percebendo a necessidade de discussões focadas na aprendizagem, seguimos para o Capítulo 4, no qual apresentamos a fundamentação teórica desta pesquisa. Como eixo central, está a aprendizagem em matemática no olhar dos Registros de Representação Semiótica em Raymond Duval e fazendo elos com esta teoria, estão alguns aportes que buscam alicerçar as questões que envolvem a aprendizagem voltada às especificidades da deficiência visual.

4 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O ACESSO AO OBJETO DO SABER MATEMÁTICO: ELO ENTRE A VISÃO E O TATO

Não há conhecimento que um sujeito possa mobilizar sem uma atividade de representação
Duval (2004b, p. 25).

Assumida como a disciplina que causa temor e incompreensões pelos estudantes dos mais variados níveis de escolaridade, o ensino de matemática enfrenta dificuldades que diferem daquelas encontradas em outras áreas de conhecimento (DUVAL, 2018, p. 1). Epistemologicamente falando, duas são as razões pelas quais se impõe esta diferença e, ambas estão ligadas às representações semióticas: o acesso aos objetos de conhecimento exclusivamente feito por produções semióticas e as transformações destas representações dentro ou fora de um sistema semiótico (DUVAL, 2018, p. 7). Frente a este impasse e com pretensões de compreensão voltadas ao acesso do objeto do saber em matemática por uma estudante cega, iniciamos nos questionando:

4.1 POR QUE SE FAZ NECESSÁRIO REPRESENTAR EM MATEMÁTICA?

Partimos da seguinte fórmula, que é chamada de lei fundamental do funcionamento cognitivo do pensamento por Duval (2004b, p. 14): “Não há *noésis* sem *semiósis*”. Esta lei nos coloca frente à necessidade de representar para acessar o objeto do saber em matemática, sendo a *noésis* a apreensão conceitual de um objeto e a *semiósis*, a produção de uma representação semiótica (DUVAL, 2012, p. 270). Mas a noção de representação semiótica não surgiu para resolver problemas inteiramente matemáticos e sim, numa problemática que envolvia a linguagem. Assim, foi divulgada e estudada por autores como, Noam Chomsky, Charles Sanders Pierce, Émile Benveniste, entre outros linguistas e filósofos que se preocupavam com problemas de modelização. Só mais tarde, a noção de representação semiótica foi transportada para trabalhos que se debruçavam sobre a aquisição de conhecimento matemático (DAMM, 2000, p. 140).

Interessado na compreensão sobre o funcionamento cognitivo do pensamento matemático do estudante e, não esquecendo da questão epistemológica que, são inseparáveis e juntas compõem o compreender,

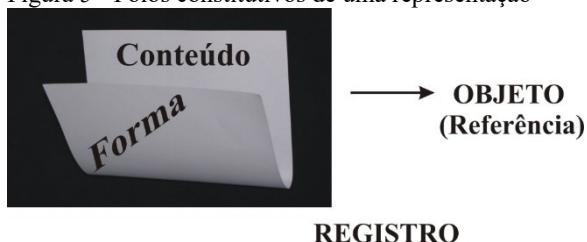
Duval (2011) nos diz que o pensamento é ligado às operações semióticas e por isso, não haverá compreensão sem o uso das representações e do trânsito entre os registros de representação.

Raymond Duval é psicólogo e filósofo de formação, se dedica aos estudos da semiótica para compreender o funcionamento cognitivo do pensamento matemático desde o fim da década de 70. Nesta época, passando por um percurso de desvios e impasses, “assim como quando avançamos em um labirinto” (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 11), como ele mesmo menciona em entrevista, o autor ingressou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) da cidade de Estrasburgo (França). Sua entrada neste Instituto deveu-se ao desenvolvimento da sua tese cujo “referencial teórico foi a epistemologia genética de Piaget para estudar o desenvolvimento de noções físicas e matemáticas em crianças e adolescentes” (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 12). Nesta fase de sua vida, Duval trabalhou com mentes que pensavam a Didática da Matemática e se viu vítima de certo preconceito, uma vez que, segundo as suas palavras, “era apenas um psicólogo que não compreendia matemática” (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 11).

Ultrapassando este momento inicial, em que teve que se estabelecer como pesquisador no ensino de matemática, Duval (2004, p. 15) vem nos alertar sobre os problemas que envolvem este ensino, e que não se devem somente à complexidade dos conteúdos que serão ensinados, mas à construção dos saberes e ao funcionamento cognitivo do pensamento matemático. A necessidade de utilizar vários registros de representação para compreender o objeto de estudo se dá tanto para raciocinar como também para visualizar estes objetos de outras maneiras e assim, não confundir o que foi representado com o objeto em si, chamado por ele de “paradoxo cognitivo” da matemática (DUVAL, 2018, p. 5). A variedade de registros e a coordenação entre eles, permite que se diferencie o objeto e a sua representação e, assim, que não se perca a compreensão sobre o objeto representado com o passar do tempo (DUVAL, 2009, p. 14).

Na busca por esta compreensão, o autor (2004a, p. 16) indica os três polos constitutivos de toda representação do objeto em matemática: o objeto representado, o conteúdo da representação e a forma da representação. Estes polos podem ser melhor entendidos no esquema criado por Moretti e Thiel (2012, p. 383) e mostrado na Figura 5 a seguir:

Figura 5 - Pólos constitutivos de uma representação



Fonte: Moretti e Thiel (2012, p. 383).

Percebe-se na Figura 5, que o objeto do saber em matemática é algo “oculto” (noésis - conteúdo), não acessível à percepção, já a sua **Forma** é tangível e visível (semiose), aquilo que pode ser percebido pela visão, tato, entre outros sentidos. Assim, o tratamento que se dá aos objetos de conhecimento pelo registro de representação depende da **Forma** (o representante) e não do **Conteúdo** (representado) (DAMM, 2000, p. 140). Mediante associações de ideias, há a ligação entre o objeto representado e o signo, este referindo-se àquele. Para Duval (2009, p. 83), representar seria então, reunir o significante (signos) evocando o significado que é fornecido pelo pensamento.

Os signos, por sua vez, tem estrutura diática ou triática e são, para Benveniste (2006, p. 225), a unidade de limite inferior da língua. Quando a representação a um objeto se dá de maneira direta entre significado e significante, como por exemplo, em certas notações matemáticas como vetores, usa-se signos de estrutura diática, mas isso não nos basta para acessar o objeto do saber. Já quando utilizamos signos de estrutura triática, ou seja, que passam também pela significação, há a associação ao conceito e tem-se, por referência, um objeto do conhecimento (DUVAL, 2004b, p. 64-65).

As representações semióticas, criadas pelos signos, estão descritas em função dos registros de representações nos quais foram produzidas, já que o que mais interessa nos signos é a sua capacidade de permitir transformações nas representações e não, necessariamente, evocar o objeto de conhecimento (DUVAL, 2002, 2004b). As representações semióticas são consideradas como um meio para que o indivíduo exteriorize as suas representações mentais, tornando-as visíveis e acessíveis (DUVAL, 2009, p. 15). Mas também, por outro lado, ao buscar a compreensão em matemática, passa-se por um movimento de vai e vem, em que partimos de uma exteriorização do

objeto de conhecimento à interiorização pelo contato com a representação semiótica, ao passo que interiorizamos as imagens mentais pelas percepções do que nos rodeia segundo os estudos de Vygotsky³¹ (1962 apud Duval, 2012, p. 269) e Piaget³² (1968 apud Duval, 2012, p. 269). A diversidade das representações semióticas dos objetos de conhecimento que travamos contato ainda nos possibilita uma maior variedade de representações mentais sobre aquele objeto (BENVENISTE, 2006). Isso nos parece um círculo vicioso do funcionamento cognitivo do pensamento e, diante do nosso objeto de estudo, faz surgir mais um questionamento: já que as percepções visuais na cegueira são afetadas, a imagem mental do cego é diferente da pessoa que enxerga ao passo de mudar o acesso ao objeto do saber matemático?

As representações semióticas realizam mais funções que as representações mentais (DUVAL, 2009) e são inerentes à semiose, mostrando-se por meio de três atividades cognitivas fundamentais: a formação, o tratamento e a conversão (DUVAL, 2004b, 2009, 2018).

A atividade de formação é aquela responsável por “expressar uma representação mental ou evocar um objeto real” (DUVAL, 2009, p. 53). No nosso entendimento, esta atividade aparece antes mesmo de representar, já que, como menciona Duval (2009, p. 53), “essa formação implica uma seleção no conjunto de caracteres e determinações que ‘queremos’ representar”.

As outras duas atividades cognitivas são as mais mencionadas por Duval em seus textos e, estão intimamente ligadas à propriedade fundamental das representações semióticas: a capacidade em se transformar em outras representações (DUVAL, 2009, p. 54).

A atividade de tratamento é uma transformação de um registro de partida no mesmo registro de chegada, ou seja, ela acontece no interior de um mesmo registro de representação (DUVAL, 2004b, 2009, 2011). Esta atividade está ligada à forma da representação e não ao seu conteúdo. Em relação a este aspecto, podemos exemplificar esta atividade, pontuando alguns registros e as atividades de tratamento permitidas: no registro da língua natural, um tratamento seria uma paráfrase, em que acontece a explicação de um enunciado dado; em um registro figural, quando acrescentamos um traço adicional em um retângulo e assim, passamos a trabalhar com dois triângulos, estamos

³¹ VYGOTSKI, L.S. **Thought and Language**. Trad. Hanfmann & Vakar. Cambridge: MIT Press, 1962/1934.

³² PIAGET, J. **La Formation du symbole chez l'enfant**. Neuchatel: Delachaux&Niestlé, 1968/1946.

operando uma atividade de tratamento e ainda, quando resolvemos, em um registro algébrico, uma equação do 2º grau, encontrando as suas raízes, também trabalhamos com uma atividade de tratamento. Em todos estes exemplos, transformamos um registro de partida, mas chegamos no fim da transformação ainda “dentro” do mesmo registro.

Com um aspecto diferente, Duval nos apresenta a operação de conversão. A conversão é um gesto intelectual que acontece entre registros de representação diferentes (DUVAL, 2004b, 2009, 2011), nos impondo pensar a diferença entre o sentido e a referência de um conteúdo representado e de sua representação (DUVAL, 2009, p. 59). Utilizamos o exemplo clássico com os registros numérico fracionário e decimal, ou ainda melhor, $\frac{1}{2}$ e 0,5, nos quais os estudantes, frequentemente, encontram barreiras de compreensão para sair de um registro e chegar ao outro. Duval (2009, p. 60) nos explica que a significação operatória é diferente entre os significantes e os números representados, ou seja, as regras de tratamento dos registros são diferentes, mas são representados os mesmos números.

A conversão precede a resolução de problemas e se apresenta como obstáculo aos estudantes, uma vez que, não há conteúdos comuns entre dois registros de representação diferentes (DUVAL, 2018, p. 9-10). O objeto que se vê em um registro parece diferente do objeto que se vê em outro registro. Como se não bastasse, a coordenação entre os registros devem ser realizadas nos dois sentidos, mas as regras de conversão mudam dependendo do sentido a converter, assim como o custo cognitivo muda, dependendo do sentido da conversão (DUVAL, 2018, p. 15). Mesmo não sendo nada trivial e espontânea, a conversão não é privilegiada na aprendizagem, em que se recorre a ela apenas como atividade natural ou adquirida pelos estudantes (DUVAL, 2009, p. 64).

Os problemas específicos que se dão na atividade cognitiva de conversão, estão relacionados ao fenômeno de não congruência semântica, discutido por Duval (2004b, p. 89) por meio de três critérios: a possibilidade de correspondência, a univocidade semântica terminal e a ordem na correspondência das unidades significantes. Quando se cumprem estes três critérios, ou pelo menos, algum deles, aumenta-se o grau de congruência e há a possibilidade de conversão entre os registros de representação.

Nos estudos de Duval (DUVAL, 2018, p. 17) há menção a uma ordem para os conhecimentos a serem apreendidos quando se almeja a compreensão em matemática: primeiro apreender os gestos intelectuais

(tratamentos e conversões) para então, ter possibilidade de compreender e construir os conceitos. A distinção entre estas atividades cognitivas apresentadas até o momento, é importante nas condições de uma aprendizagem conceitual em matemática (DUVAL, 2009, p. 61).

Agora pensemos que em uma classe regular de ensino, trabalhasse com representações semióticas acessíveis à visão quase que exclusivamente. Tendo isto em mente, voltamo-nos às adaptações táteis desta semiose e das formas mostradas nas representações no Livro Didático de matemática em Braille. Será que esta semiose adaptada permite o acesso aos objetos do saber em matemática pela estudante cega, a ponto de fazê-la diferenciar o objeto e a sua representação, como almeja Duval (2004b) em sua teoria? No que concerne ao registro fracionário, por exemplo, para o caso da estudante cega, há a constatação³³ de uma problemática diferenciada e que pode explicar a dificuldade em conversões ou tratamentos que envolvem estes registros para o caso da cegueira. Esta constatação é a única problemática? Afinal, como se dá o acesso aos objetos do saber pela estudante cega, levando em consideração as atividades cognitivas discutidas anteriormente e os registros de representação adaptados para o Braille?

Pensando no que discutimos até este momento e tendo em mente a questão do acesso ao objeto do saber pela estudante cega, segundo a visão epistemológica de Duval (2011, p. 19), “a análise do conhecimento centra-se sobre os modos pelos quais temos acesso aos próprios objetos”, ou seja, a necessidade de criar representações, tornaria o objeto matemático acessível. Sendo assim, a adaptação dessas representações para o Braille, continuaria permitindo este acesso?

4.1.1 Acesso aos objetos do saber em matemática

Duval (2011, p. 27-28) nos apresenta dois tipos de objeto de conhecimento que são distinguíveis epistemologicamente: um deles é acessível pela percepção e o outro não. Os que são acessíveis pela

³³ Essa constatação foi alcançada no trabalho de mestrado da autora e refere-se ao fenômeno da não-congruência semântica presente na conversão da tinta ao Braille em expressões no registro fracionário. Esta constatação é comentada nas Considerações Iniciais deste trabalho e, culminaram em outras discussões que envolvem a mudança de forma, por consequência, de conteúdo nas inferências das aulas extras apresentadas no Capítulo 5. Diferenciando de Duval (2004b, p. 50), usaremos nestas situações os termos não transparência ou opacidade no lugar de não-congruência semântica.

percepção, são acessados direta (temos acesso ao todo do objeto) e multissensorialmente ou então, indireta e monossensorialmente (com o apoio a algum instrumento que alterem as escalas de percepção, por exemplo, um telescópio).

Para o caso de objetos acessíveis pela percepção, no caso da estudante cega, a percepção se dá pelo tato basicamente ou, dependendo do objeto, por meio dos sentidos remanescentes, assim chamados por Vygotski (1983). Utilizando a percepção tátil para acessar um objeto acessado pela percepção visual (para o caso de quem vê), a estudante cega não tem acesso de maneira imediata e global, pois o tato se dá de forma sequencial, estritamente temporal, mais lenta e não diretamente pelo todo do objeto, como acontece com a visão (SACKS, 2003). Há ainda que ser considerado o limite da percepção tátil mencionado por Duarte (2004, p. 7), que seria a palma da mão e nela, a possibilidade de perceber o objeto em sua totalidade por meio de um único toque.

Nesta direção, Vygotski (1983, p. 81) afirma que acontece a compensação semiótica das experiências vividas pelas pessoas que enxergam para os cegos mediante a linguagem e pela palavra, ou seja, pelos signos. Segundo o autor (1983, p. 81) “a palavra vence a cegueira”. Autores contemporâneos a Vigotski, como Ochaita e Rosa (1995) continuam a reconhecer e destacar a importância da linguagem para as pessoas cegas, mencionando que “será através de veículos linguísticos que estes indivíduos conhecerão e aprenderão a manipular, mentalmente, a realidade que os cerca” (OCHAITA; ROSA, 1995, p. 184). Mas como funciona a linguagem na matemática para o caso do estudante cego?

No caso de objetos não acessíveis à percepção, Duval (2011, p. 28), nos coloca que o acesso é feito intencionalmente mediante um sistema de signos e representações que tem a função de “evocar o que está ausente” ou então, “comunicar” (DUVAL, 2011, p. 40). Este é o caso dos objetos de conhecimento em matemática, que são acessíveis somente pelo estabelecimento de produções semióticas (DUVAL, 2018, p. 7). Estas produções semióticas são as mais variadas: gráficas (um registro para representar o conceito de função), algébricas (um registro para representar o conceito de polinômios), figurais (um registro para representar figuras geométricas), discursivas (mediante a língua, cumprindo funções comunicativas e cognitivas).

No caso específico da geometria, que é tida por Duval (2005, p. 5), como o “campo mais difícil de ensinar”, requer-se a junção cognitiva de dois registros de representação: a visualização de formas e a linguagem, ou seja, o registro figural e o discursivo (DUVAL, 2005, p.

5). A visualização em geometria se dá através de dois modos opostos de funcionamento cognitivo: a forma icônica e a não-icônica. Parece-nos que em algumas situações, ver uma figura geométrica é trivial, mas Duval (2005, p. 11) nos chama a atenção para a complexidade envolvida neste ato, ordenando-o em duas ações dissociáveis: reconhecimento de formas discriminadas e a discriminação de objetos correspondentes a formas reconhecidas (DUVAL, 2005, p. 11). Sendo assim, temos a percepção como ponto central e problemático em geometria, pois ela “impõe uma maneira comum de ver” se considerarmos um “corpus de figuras cujos programas escolares solicitam o reconhecimento” (DUVAL, 2005, p. 6).

Neste caso, residem alguns questionamentos que povoam e inquietam a nossa mente: sendo os objetos do saber em matemática acessíveis somente mediante as suas representações, como a estudante cega acessaria determinadas representações pelo tato? E sendo a percepção problemática, alguns objetos do saber seriam mais simples de serem acessados pela percepção tátil levando em consideração a aprendizagem da estudante cega? Estas questões mobilizam outras e encorpam a investigação em torno do acesso ao objeto de saber matemático pela estudante cega.

Na mesma direção de tudo que foi explanado até aqui, buscamos aporte em Vygotski, que nos traz à tona a mediação semiótica e social para responder algumas inquietações sobre a aprendizagem na cegueira. Este é o primeiro dos elos em que envolvemos a teoria de Raymond Duval, que é central nesta Tese. Os outros se dão ao longo do texto que se segue.

4.2 PRIMEIRO ELO: VYGOTSKI E A APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS NA CEGUEIRA

Tendo percebido, em nossa revisão de literatura (Capítulo 3), a predominância de estudos realizados por pesquisadores embasados na obra de Lev Semionovich Vygotski, no que diz respeito à educação de pessoas cegas na disciplina de matemática, buscamos aportes neste autor levando em conta os aspectos psicológicos no contexto do que foi chamado de defectologia³⁴. Apesar de o autor ter estudado as

³⁴ O termo defectologia é utilizado por Vygotski e, inclusive, faz parte do título da obra “Fundamentos da Defectologia”, onde o autor trata de deficiências como a cegueira, a surdez e a surdo-cegueira por meio de estudos que envolvem as chamadas “forças de supercompensação”, forma de superar o “defeito” com a

deficiências dentro de um projeto bem maior - teoria geral do desenvolvimento humano (NUERNBERG, 2008, p.308) - dentre as suas especialidades, o foco deu-se nos deficientes intelectuais, surdos, surdos-cegos e os cegos. O que fez nos apoiarmos em Vygotski para discutirmos a cegueira na perspectiva da inclusão e, em especial, na aprendizagem de estudantes cegos em matemática, foi a ideia inclinada para a noção de diversidade humana (NUERNBERG, 2008, p. 309). Esta ideia vai ao encontro da concepção de deficiência adotada pelo modelo social da deficiência (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009), que encontra-se em discussão nos dias atuais e é algo que também se aproxima daquilo que acreditamos. Vygotski (1997, p. 17) orienta o professor para o conhecimento das especificidades da pessoa com deficiência, indicando que

A criança cega ou surda pode desenvolver-se da mesma forma que o normal, mas as crianças com deficiência possuem um modo distinto, com outros meios, e para o pedagogo é importante conhecer a peculiaridade do caminho pelo qual deve conduzir a criança (VYGOTSKI, 1997, p. 17).

Além de indicar que existem outros caminhos para a educação e colocar o professor frente a necessidade de entender e conhecer as peculiaridades da educação de pessoas com deficiência, Vygotski (1997) também apontava como negativa as formas de ensino que centravam nos limites intelectuais destes estudantes. Ele acreditava que desta forma, criava-se um círculo vicioso, no qual ao centrar nos limites, não se trabalhava em superar as dificuldades das pessoas com deficiência (NUERNBERG, 2008, p. 309). Para Vygotski (1997), a diferença em termos de capacidade de inteligência em estudantes cegos e que enxergam não existe e sim, uma forma diferenciada de processamento das informações do mundo à sua volta. Para Nuernberg (2011, p. 869), o defeito, assim nomeado por ele naquela época, “serviria de estímulo ao desenvolvimento de caminhos alternativos de adaptação, indiretos”. Além disso, seria pelo desenvolvimento cultural, a principal via para compensar a deficiência, assim como pela linguagem (Ibidem).

Sua pesquisa foi desenvolvida no Instituto Experimental de Defectologia a partir de 1929, e centrou-se no conceito de compensação

“possibilidade de assimilar a experiência social dos videntes com ajuda da linguagem” (VYGOTSKI, 1997, p. 50).

ou mesmo, supercompensação. Este conceito nos conduz à concepção de plasticidade do sistema psicológico humano e a capacidade de utilizar vias alternativas àquelas empregadas por quem tem a visão. Em seus estudos, Vygotski (1997) considera o defeito pelo ponto de vista da relação com o sistema nervoso central e do aparato psíquico da criança.

Para o autor (1997, p. 197), a partir do momento que a criança toma consciência do defeito, o organismo se põe a tentar superá-lo, supercompensando o conflito social gerado pela falta da visão, mesmo que, para isso, exista a necessidade de lidar com uma influência dupla e contraditória: a debilidade do organismo que seria um fator negativo e a perturbação do organismo servindo de estímulo para a superação como fator positivo (VYGOTSKI, 1997). Algumas crianças reagiriam ao defeito produzindo funções para compensar, equilibrar e suprir a deficiência, adaptando-se ativamente ao meio em que vivem (VYGOTSKI, 2018, p. 5).

Com o conceito de compensação, o autor (1997, p. 199) nega a compensação biológica do tato e da audição que, por vezes, é associada ao cego, mencionando que os processos compensatórios não reparam a insuficiência do organismo e sim, há uma superação psicológica, em que há “a conquista da validade social ou da aproximação da mesma” (Ibidem). Em um dos seus estudos, Vygotski alerta sobre a ênfase dada aos processos biológicos e disfunções primordiais em detrimento às funções psicológicas superiores, tanto em pesquisas da época, como em programas educacionais voltados às pessoas com deficiência (VYGOTSKI, 2018, p. 1).

Nesse ínterim, uma das saídas levantadas pelo autor, está centrada na capacidade de superar os limites impostos pela impossibilidade de acessar conceitos acessados pela experiência visual com a utilização da linguagem (como por exemplo, cores, horizonte, nuvens, entre tantos outros). Para o autor (2011, p. 863), o “desenvolvimento cultural seria, assim, a principal esfera em que é possível compensar a deficiência”, tanto pela mediação social como pela semiótica, com o uso da palavra.

O aporte em Vygotski (1997, p. 76), mesmo não focando em possíveis obstáculos da pessoa com deficiência, nos indica algumas barreiras da pessoa cega, mostrando que a cegueira traz consigo uma dificuldade relacionada à orientação espacial. O autor aponta (1997, p. 81) que a cegueira faz desaparecer a orientação espacial e a liberdade dos movimentos. No entanto, no decorrer de sua obra, nunca invalidou a possibilidade de educação das pessoas cegas, tanto pela mediação semiótica quanto pela social.

Ainda na direção de acreditar na educação das pessoas cegas, assim como Vygotski (1983, 1997), há pesquisas que corroboram os estudos do autor e nos colocam em reflexão sobre a cegueira e as metodologias para a sala de aula. Para Ochaita e Rosa (1995, p. 193), por exemplo, os sentidos podem ser potencializados com o uso de outros sistemas sensoriais, como o sistema háptico³⁵ e a audição.

Em um campo diferente e, em ascensão em pesquisas voltadas à Educação, os estudos relacionados à neurociência surgem com o intuito de informar e proporcionar a criação de estratégias educacionais e de reabilitação. Neste campo, algumas pesquisas têm indicado que acontecem mudanças estruturais, funcionais e anatômicas em cérebros de pessoas cegas. Em pesquisa trazida por Rangel et al (2010, p. 198), foi demonstrado que os cegos mostram habilidades acima da média em relação à audição, como a localização sonora e, em um estudo mais amplo, indicam mudanças plásticas compensatórias no cérebro, chamada de plasticidade neural. Estes estudos não indicam uma compensação biológica, mas sim, um “refinamento das funções auditivas e somestésicas” (RANGEL et al, 2010, p. 2014). Já no que tange o tato, ocorre a substituição sensorial (RANGEL et al, 2010, p. 202), ou seja, ativa-se áreas visuais do cérebro por meio da tarefa tátil que é a leitura em alto relevo proporcionada pela utilização do Sistema Braille. Trabalhando aqui com a ideia de reorganização do cérebro e não com a ideia de compensação biológica, os autores Rangel et al (2010), também se apoiaram nos estudos de Vygotski para indicar que

as pessoas com deficiência podem se beneficiar do processo de aprendizagem, assim como as demais, pontuando a complexidade e plasticidade do sistema psicológico humano (RANGEL et al, 2010, p. 204).

Em estudos mais recentes de Bauer et al (2017, p. 2), através de acompanhamento via neuroimagem com pessoas cegas congênitas, percebeu-se a ativação de áreas visuais do cérebro (áreas corticais occipitais) em pessoas cegas que estão realizando tarefas não visuais (por exemplo, a leitura Braille), localização de som e odor, assim como, tarefas cognitivas, como o processamento de linguagem e a recordação de memória verbal. Isso nos permite dizer que áreas do cérebro

³⁵ O sistema háptico também é chamado de tato ativo pelos autores e é diferenciado do tato passivo, pois acontece quando “a informação é buscada de forma intencional pelo indivíduo que toca” (OCHAITA; ROSA, 1995, p. 184).

responsáveis pelo processamento de sentidos intactos, como a audição, o tato e o olfato fazem novas conexões a fim de “compensar” a ausência de informação de um sentido. Estes pesquisadores (BAUER et al, 2017, p. 2) foram os primeiros a mostrar diferenças estruturais, funcionais e anatômicas em cérebros de pessoas cegas que não ocorrem em pessoas que possuem visão. Os mesmos autores alertam que, por meio destes estudos, foram relatadas habilidades compensatórias na maioria dos indivíduos cegos, mas estas mudanças não são universalmente evidentes em toda a população cega (BAUER et al, 2017, p. 18).

Tanto apoiados na neurociência, como em estudos psicológicos, reforçamos a ideia de que há a possibilidade de educação das pessoas cegas. Devemos então, nos atentar para o fato mostrado nos estudos anteriores, que outros sentidos podem ser solicitados ao contrário de, única e exclusivamente, privilegiar a visão.

Voltando a apontar os estudos de Vygotski (1997) no que cerca à linguagem, o autor reforça que a linguagem assume o papel dos olhos, grosseiramente falando. Para tanto, o autor (VYGOTSKI, 1997) desenvolve o conceito de mediação semiótica, no qual se dá a compensação social pelo uso das palavras para que o cego conheça objetos só acessados pela visão.

Este conceito surge com Vygotski (1997) para explicar a forma de interação do sujeito com o meio e consigo próprio e a apropriação das significações dos objetos. A mediação semiótica é o processo que organiza as funções psicológicas superiores (memória lógica, atenção seletiva ou voluntária, formação de conceitos e pensamento verbal, entre outros) nas quais o funcionamento é determinado pelos signos (representação e significação de um objeto). O autor³⁶ (2011, p. 867) ressalta ainda que

a educação surge em auxílio, criando técnicas artificiais, culturais, um sistema especial de signos ou símbolos culturais adaptados às peculiaridades da organização psicofisiológica da criança anormal (VYGOTSKI, 2011, p. 867).

³⁶ Vale pontuar que neste trecho do autor, ainda era utilizado o termo “anormal” referindo-se às pessoas cegas ou com outras deficiências. Desde de novembro de 2010 esta nomenclatura foi alterada para pessoa com deficiência (PCD), pela Portaria N° 2.344/10 da Secretaria de Direitos Humanos – SEDH (BRASIL, 2010). Este termo foi utilizado no texto da Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (BRASIL, 2012) e adotado pela Organização das Nações Unidas (ONU) em 13/12/06.

Pensamos na forma como o cego percebe o conceito de cores ou de horizonte, conforme os exemplos trazidos por Nuernberg (2008, p. 5). Estes conceitos fazem parte da experiência visual então, são percebidos pelas pessoas que enxergam de maneira instantânea e integrada. A pessoa cega tem a percepção desses objetos de maneira sequencial, uma sequência de estímulos táteis, auditivos e sinestésicos (SACKS, 1997, p. 26). Se, por acaso, estes objetos fossem tasteáveis, restaria a mediação semiótica com a palavra para conhecê-los (VYGOTSKI, 1983, 1997). O autor (1983, 1997) afirma que, o caminho para a apropriação desses conceitos se dá tanto por meio da mediação semiótica, em que “a palavra promove a superação dos limites impostos pela cegueira” (NUERNBERG, 2008, p. 14), permitindo acesso aos objetos que só são acessados por experiências visuais, como também, pela mediação social, onde a apropriação dos conceitos se dá mediante a experiência daquele que enxerga e da troca que poderá acontecer entre estes sujeitos. Para Vygotski (1997, p. 80), as realidades inacessíveis são elaboradas mediante a capacidade da linguagem de representar e de significar o mundo. Pensemos, tudo pode a palavra?

A mediação semiótica tratada por Vygotski (1983, 1997) sendo necessária para a apreensão, na cegueira, de conceitos visuais por meio das palavras também é mencionada por Duval (2004a). Importante salientar que Duval (2004a) não mencionava o termo mediação semiótica para tratar da cegueira, mas sim, ao envolver o pensamento matemático e o estudo de objetos matemáticos que não são acessíveis pela percepção, o que se entrelaça neste estudo.

Duval (2004a, p. 18), menciona que, no caso da matemática, é indispensável a mediação semiótica visto que a natureza dos objetos de conhecimento não permite que acessemos estes pela percepção. Em matemática, “a mediação semiótica é o processo real que permite a abstração” (DUVAL, 2004a, p. 26), visto que em algumas outras disciplinas, os objetos de conhecimento são acessíveis independente desta mediação. É como se, em relação aos objetos matemáticos de conhecimento, todos nós fossemos cegos, sendo as representações semióticas, os nossos óculos. A diferença reside justamente neste ponto. Para aqueles objetos acessíveis à percepção, o cego usa da mediação semiótica ou a palavra, e em matemática, tanto o estudante que enxerga como aquele que é cego têm acesso aos objetos ideais por meio de suas representações, que são, por sua vez, perceptíveis. Mora neste ponto, a diferença: o estudante que enxerga terá acesso a todas as representações dos objetos pela visão, o que parece não acontecer com os estudantes cegos, que esbarram em algumas dificuldades de acesso aos objetos do

saber em matemática pelas suas representações, como veremos no Capítulo 6 desta Tese. Um exemplo simples pode ser mencionado: um gráfico transcrito em Braille que mostra os conceitos de estatística³⁷. Será que o acesso à representação pelo tato pode fazer com que o estudante cego acesse o objeto do saber em matemática e, além disso, o diferencie da sua representação tátil?

Tanto o aspecto da mediação semiótica apontada por Vygotski (1983, 1997) alcançada com a palavra, como a necessidade de representar para acessar o objeto do saber em matemática com os mais diferentes registros de representação vista em Duval (2003a, 2004a, 2004b, 2009, 2011), no caso da cegueira, parecem esbarrar em uma questão mostrada anteriormente: a possibilidade de acesso a toda e qualquer representação semiótica.

4.3 O REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO FUNDANTE: A LÍNGUA E AS SUAS FUNÇÕES EM MATEMÁTICA

Cada objeto do saber em matemática compreende uma série de sistemas semióticos (MORETTI; BRANDT; SOUZA, 2016), sendo estes sistemas, algo a ser identificado ao ensinar esta disciplina. Cada representação deve ser considerada levando em conta o sistema no qual ela foi produzida (DUVAL, 2004a, 17). Para o caso da língua, Benveniste (2006, p. 62) nos afirma que ela é o sistema interpretante de todos os outros sistemas significantes e, por isso, a sua relevância na semiótica. A apropriação dos vários sistemas semióticos pelos estudantes contribui para uma potencialização da capacidade de representar (Idem, p. 18). Mas, é importante pontuar que estes sistemas não são naturais e imediatos aos estudantes e, se verifica uma confusão ligada a uma “ilusão unitária”: “simultaneamente se considera a consciência como lugar onde emergem as representações e como o único sistema de produção delas” (DUVAL, 2004a, p. 17). Esta ilusão é contestada pelo estudo dos processos cognitivos do pensamento em três pontos essenciais: o sistema no qual a representação foi produzida, conjunto de sistemas produtores de representação que constituem os sujeitos e a indispensabilidade das mediações semióticas em matemática (DUVAL, 2004a, p. 18).

Com a revolução semiótica iniciada por Duval no que tange os objetos de conhecimento em matemática, percebeu-se que o acesso a

³⁷ No Capítulo 6, mostramos como o acesso a este tipo de representação do objeto matemático é dificultado para o caso da estudante cega.

estes objetos se dá por meio de suas representações. Duval (2011, p. 68), nos afirma que “o que é matematicamente fundamental em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer”, mas para tanto, precisamos conhecer os variados registros em que podemos efetuar estas transformações. São as transformações que distinguem a atividade matemática de qualquer outra atividade intelectual (DUVAL, 2011, p. 70). Mas o que são os registros de representação semiótica mencionados por Duval?

Partimos da ideia de que um registro de representação semiótica caracteriza-se, essencialmente, “pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar” (DUVAL, 2011, p. 70), não sendo nem um código nem um sistema formal. Os códigos transmitem informações, mas eles não representam nenhum objeto, já os registros produzem novas representações de um mesmo objeto.

Dentre os vários registros utilizados para representar em matemática, tomemos a língua natural. Ela é utilizada em matemática em grande parte das definições, teoremas e demonstrações, embora “a maneira de definir e utilizar as definições em matemática contrasta com a forma espontânea de debater, justificar, de raciocinar fora do âmbito da matemática” (DUVAL, 2018, p. 7). Sendo assim, há o que ser considerado na língua natural que é utilizada para trabalhar matematicamente. Ela é empregada tanto no meio comum ou social para comunicar nos diferentes domínios de conhecimento, como no caso da matemática e, ainda, no meio literário, sendo o sistema de representação mais vinculado à consciência (DUVAL, 2004b, p. 91).

Segundo Jakobson (1963, apud Duval, 2011, p. 74), a língua seria apenas um código que tem a função de transmitir informações. Mas, para Duval (2004b, p. 80), especificamente, a língua natural é considerada como um registro à parte. Segundo Benveniste (2006, p. 63), a língua natural é considerada uma “organização semiótica por excelência”. Além de permitir discursos, que são caracterizados pelo “nosso entorno cultural, o qual o professor confronta os seus alunos” (DUVAL, 2004b, p. 86), os discursos também permitem expandir informações não explícitas (DIONISIO; BRANDT; MORETTI, 2014, p. 514). De forma geral e ampla, assim como nos aponta Benveniste (2006, p. 222), “antes de servir para comunicar, a linguagem serve para viver”.

Quando pensamos em língua, nos vem à mente sobremaneira as situações impostas pela língua natural, mas também, assim como aponta Duval (2004b, p. 85), àquelas criadas pelas línguas formais com o advento dos símbolos científicos, por exemplo. Nesta direção, o autor (2004b, p. 85-86) nos coloca três pontos de reflexão sobre a língua e o

seu papel na aprendizagem: a diferença entre a língua e outros sistemas semióticos como esquemas, gráficos e imagens; a diferença da língua natural e formal e os vários empregos da língua, entre eles, a conversação, em um enunciado de teoremas e em um texto literário.

Postas estas questões, torna-se importante elucidar o papel da língua na aprendizagem, uma vez que, no plano didático, há dificuldades de ensino, tanto nas línguas maternas quanto formais, como a matemática (DUVAL, 2004b, p. 86). Percebe-se uma linha tênue entre a necessidade da língua natural e formal para a compreensão em matemática. Afinal, como resolver um problema matemático sem utilizar a língua natural ou formal? O emprego da língua natural em matemática é totalmente diferente daquele do discurso ordinário, pois há predominância de algumas funções do discurso em detrimento de outras (DUVAL, 2004b, p. 92), mesmo assim, este registro é considerado como necessário e insubstituível no domínio do raciocínio (DUVAL, 2004b, p. 109). O discurso em matemática privilegia uma função que é comum a qualquer sistema semiótico, permitindo a transformação do discurso (função de tratamento – vista mais a frente). Quando queremos “dizer alguma coisa”, “falar de objetos físicos, ideais ou imaginários” utilizamos a língua para isso (Ibidem). Nem só para comunicar algo a alguém existe a língua natural (DUVAL, 2004b, p. 86), mesmo porque só a função de comunicar não abarca a variedade de discursos existentes.

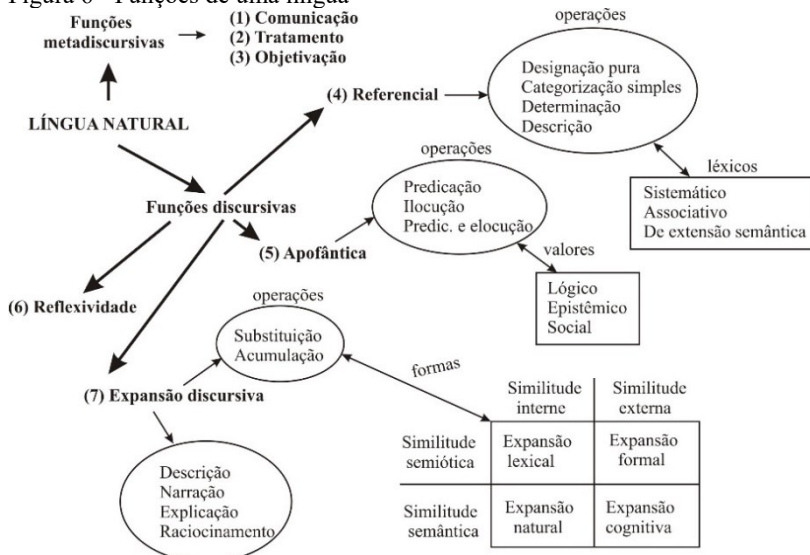
Em matemática, por exemplo, a função da língua natural vai além de comunicar, permitindo o tratamento do discurso, coisa que a língua formal nem sempre dá conta (DUVAL, 2004b, p. 93). Na língua formal há a ausência de léxico para nomear o objeto (DUVAL, 2004b, p.101), sendo necessário o uso da língua natural. A língua formal, tão comum em definições e teoremas, também aparece em Álgebra conectada a língua natural com o papel de designar os objetos de conhecimento como nas operações de designação em que utilizamos letras. As letras e o uso delas para designar objetos de conhecimento são fonte de estudo especial de Duval (2002, p. 18) que nos coloca em reflexão em relação à conscientização dos estudantes cada vez que é necessário introduzir letras no lugar de um número. O autor (2002, p. 18-19) alerta neste sentido, pois a função discursiva de designação, que é crucial em Álgebra, está relacionada ao significado do objeto e não é tão trivial como, por vezes, tratamos no ensino de matemática.

Abordarmos as outras funções de uma língua postas por Duval (2004b) para além de conhecê-las, nos permitem embasamento para as análises futuras que faremos nas resoluções de questões feitas pela

estudante cega e nos discursos que aí aparecem. Tornando possível a identificação de operações discursivas utilizadas pela estudante tendo o seu Livro Didático em Braille como guia e suporte. Sabendo que o discurso pode nos fornecer pistas relacionadas à aprendizagem e, segundo Duval (2004b, p. 86), a prática dele é inseparável de um funcionamento cognitivo, resolvemos investigar o acesso ao objeto do saber em matemática também considerando os discursos produzidos pela estudante cega. A língua escrita em Braille em algum momento se mostraria como impeditivo para a estudante cega acessar os objetos do saber? Trabalharemos mais a fundo esta questão no Capítulo 6 desta Tese.

Como forma de entender o papel da língua na aprendizagem da matemática, faremos uso do esquema criado por Brandt, Moretti e Bassoi (2014) e subsidiado pela obra de Duval (2004b). Na Figura 6 da sequência, estão as funções de uma língua:

Figura 6 - Funções de uma língua



Fonte: Brandt, Moretti e Bassoi (2014, p. 480).

Na Figura 6 estão presentes duas grandes divisões (metadiscursivas e discursivas) e as suas subdivisões entre as funções de uma língua pensadas por Duval (2004b). Na sequência, discutimos cada uma delas, enfatizando algumas que foram utilizadas com mais frequência em nossa análise do Capítulo 6 (em especial, a função de

expansão discursiva). Almejando mostrar o papel da língua na aprendizagem, o autor (2004b, p. 87) fez uma divisão que separou as funções comuns a qualquer sistema de representação daquelas específicas ao emprego de uma determinada língua, a saber, as metadiscursivas e discursivas, respectivamente. Essa divisão “constitui a base de uma análise da variedade de discursos possíveis e do funcionamento próprio de cada um” (DUVAL, 2004b, p. 87). Tanto as divisões como as subdivisões das funções foram enfatizadas em negrito.

A função **metadiscursiva** é comum a todos os registros de representação, sejam eles linguísticos, simbólicos ou figurativos, já que por ela se comunicam as informações em quaisquer destes registros. Dentro da função metadiscursiva, há três outras funções: a comunicação, o tratamento e a objetivação que, segundo Duval (2004b, p. 88), são irredutíveis entre si.

O ato de comunicar algo a alguém, ou seja, o discurso, é “o modo fundamental de interação social entre os indivíduos” (DUVAL, 2004b, p. 88) e pode acontecer por meio de conversação, interpelação, declaração, comentário, comunicado, conferência, entre outros (Ibidem). Esta é a função de **comunicação**. Não sendo essa função, capaz de dar conta de toda a variedade de discursos existentes (DUVAL, 2004b, p. 87), necessitamos de algumas outras, como a de tratamento e a objetivação, que tem papéis diferentes, mas podem aparecer simultaneamente no discurso.

A função de **tratamento**, a segunda e bastante semelhante à primeira das funções, é aquela “necessária para a atividade mesma do conhecimento”, pois ao dizer algo a alguém, devemos ser capazes de extrair de uma informação recebida outras informações, transformando-as e tornando o implícito em algo explícito (DUVAL, 2004b, p. 88). Esta função pode ser efetuada no interior de um registro e é exemplificada por Brandt, Moretti e Bassoi (2014, p. 481) quando, em uma conversa, mencionamos uma frase e, em seguida, a completamos com uma explicação que quer dizer “a mesma coisa” com “outras palavras”. Em matemática, a possibilidade de fazer tratamentos menos ou mais custosos pode se dar quando pensamos nos sistemas de numeração decimal e romano, respectivamente (BRANDT, MORETTI e BASSOI, 2014, p. 481).

Como terceira função metadiscursiva, temos a **objetivação**. Esta função não está somente ligada à linguagem, podendo, por exemplo, realizar-se através de um desenho, já que ela permite “que o sujeito tome consciência do que até o momento não era consciente” (DUVAL, 2004b, p. 88).

Passando às funções discursivas da língua, aquelas específicas a um sistema semiótico, Duval (2004b, p. 88) nos mostra, segundo a definição de Benveniste (2006), que quando um sistema semiótico cumpre algumas funções discursivas para que se tenha um discurso, ele passa a ser considerado uma língua. Estas funções discursivas são quatro, a saber: função referencial, apofântica, de expansão discursiva e de reflexividade, mostrada na Figura 6 anterior e melhor explanadas, logo na sequência.

A primeira delas, a **função referencial** (número 4 na Figura 6), é chamada por Duval (2004b, p. 94) de função referencial de designação de objetos, por justamente permitir designá-los. Esta função é subdividida em quatro operações nomeadas por Duval (2004b, p. 94-95) de: designação pura, categorização simples, determinação e descrição. O autor (2004b, p. 96) ressalta que, para designar um objeto é necessário que combinemos, pelo menos duas dessas operações citadas anteriormente.

A **designação pura** acontece cada vez que você retribuiu a um objeto uma palavra, ou seja, também entendida como “uma combinação particular de signos” (DUVAL, 2004b, p. 94). Esta operação, por si só, possibilita a designação de um objeto, desde que este possa ser designado por uma combinação de signos que possua significação (DUVAL, 2004b, p. 94). Na operação de **categorização simples**, há a necessidade de combinar esta à operação de determinação para que consigamos designar o objeto. A categorização simples por si, “consiste em identificar um objeto com base em uma de suas qualidades” (DUVAL, 2004b, p. 95), ou seja, como não se tem uma palavra específica para designar a metade do segmento AB, por exemplo, ele é identificado através da sua categorização e não de uma palavra única. Por sua vez, a operação de **determinação**, que está vinculada à anterior, consiste apenas em “precisar o campo de aplicação da operação de categorização simples” (DUVAL, 2004b, p. 95), geralmente com um artigo definido ou indefinido. E a operação de **descrição**, “se impõe quando se trata de identificar um objeto que não pode ser nomeado diretamente com o léxico que se dispõe” segundo Russel (1969, apud Duval, 2004b, p. 96), ou seja, não há palavras para denominá-lo, apenas características. Esta é uma operação bastante paradoxal para Duval (2004b, p. 96), uma vez que busca identificar objetos que não existem.

Sabendo das quatro operações da função referencial, devemos nos atentar também aos léxicos, já que é por meio desse conjunto de elementos (símbolos, palavras ou signos) que acontece o cumprimento de uma dessas quatro operações (DUVAL, 2004b, p. 96). E ainda, que

nem todos os léxicos permitem o cumprimento das quatro operações. Duval (2004b, p. 97) aponta dois grandes tipos de léxicos: os sistemáticos e associativos, mas, como vemos na Figura 6, existe ainda o procedimento de extensão semântica, que combina duas operações da função referencial, a de designação pura e a de categorização, formando então, um terceiro léxico. Granger (1979, apud Duval, 2004b, p. 97) define que “dados um conjunto de objetos elementares e suas designações por meio de símbolos arbitrários, os objetos complexos se designam por composição desses símbolos arbitrários”, ou seja, os números escritos em função de uma base constituem um léxico sistemático, assim como o método de nomenclatura química de Lavoisier (DUVAL, 2004b, p. 97). Ainda como exemplo de um léxico sistemático, podemos citar a resolução de um problema envolvendo uma equação feita por um estudante e analisada por Brandt, Moretti e Bassoi (2014, p. 490) em que o estudante usa apenas os algarismos de números e os sinais de operações (adição e subtração, por exemplo) para chegar ao resultado, sem a utilização de letras para a designação.

Já no léxico associativo é preciso que “seu léxico de partida não remeta a um conjunto de objetos teoricamente elementares, se não a uma diversidade de objetos e de fenômenos do meio físico e do entorno sociocultural” (DUVAL, 2004b, p. 98). Esse tipo de léxico é percebido, por exemplo, na designação de objetos em um problema em que um estudante designa os números ímpares por uma propriedade do tipo $2x + 1$ (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 497), ou mesmo quando se pode categorizar e determinar relações, propriedades e teoremas (BRANDT; MORETTI; BASSEI, 2014, p. 498).

E ainda temos o procedimento de extensão semântica, que acontece quando utilizamos palavras e fazemos uma transferência parcial do seu sentido e um deslocamento da sua referência (DUVAL, 2004b, p. 98). Esta transferência ou deslocamento pode ser feita de diversas formas, como por exemplo, uma metáfora (chamar “folha” para designar folha de papel ou folha de uma árvore) ou uma sinédoque (“escola” para designar os locais e a instituição) (DARMEMESTER apud 1985, DUVAL, 2004b, p. 99).

Mesmo diante de todas estas possibilidades percebidas na função referencial para designar um objeto, Duval (2004b, p. 104) atenta para as funções de uma língua, mencionando que apenas “designar objetos não é suficiente para permitir uma atividade discursiva”. Para o autor (2004b, p. 104), “uma língua também deve permitir que se possa dizer qualquer coisa sobre os objetos que designa”, ou seja, deve-se cumprir a **função apofântica** (número 5 na Figura 6), assim nomeada devido à

inspiração em Aristóteles e Platão. Seria produzido, então, um discurso completo sobre algo e, para Duval (2004b, p. 105), o sentido deste discurso, deve ser buscado em três valores: o valor lógico (aquilo que é falso ou verdadeiro), o valor epistêmico (de certeza, de necessidade, de possibilidade ou absurdo) e o valor social (“de pergunta que obriga uma resposta, de ordem para ser executada, de desejo, de promessa (DUCROT apud DUVAL, 1972, p.4)). Duval (2004b, p. 106) menciona duas operações que permitem cumprir a função apofântica: a **predicação** e a **elocução**. A primeira, “consiste em vincular a expressão de uma propriedade, de uma relação ou de uma ação, com uma expressão que designe o objeto”. Já a segunda, “através da produção de um enunciado, confere a este enunciado um valor social”, diferente da primeira, em que o enunciado toma um valor epistêmico e lógico ou um dos dois (DUVAL, 2004b, p. 106).

Outra função de uma língua é a **expansão discursiva** (número 6 da Figura 6), nela deve-se perceber a capacidade de inferir e explicitar algo, sendo considerada a mais importante e a menos analisada em estudos em que regras constitutivas de um discurso são percebidas (DUVAL, 2004b, p. 94). O autor (2004b, p. 114) nos diz que, para que compreendamos um discurso, cada vez que percebemos a aplicação de uma regra, esta deve indicar explicitamente, o que permanece implícito. O autor (2004b, p. 117) ainda nos chama à atenção para os problemas de compreensão que são percebidos em um discurso em relação ao que está explícito e o que se deixa implícito. Esta função deve permitir vincular vários enunciados ao ponto de explicar melhor sobre o objeto, sem ser redundante (DIONIZIO, 2013, p. 33).

Esta função pode ser operada por dois modos: por **substituição**, quando expressões referencialmente equivalentes podem ser substituídas, por exemplo, $2 + 2$ e $\sqrt{16}$; ou por **acumulação**, quando expressões remetem ao mesmo objeto e rede semântica, ou seja,

as frases se unem umas às outras e vão, por meio de conectores, determinando a progressão dos objetos nelas tratados, transformando-os ou enriquecendo-os no próprio percurso discursivo (BRANDT; MORETTI ; BASSOI, 2014, p. 484).

As funções do tipo expansão discursiva ainda assumem quatro formas de expansão distintas (Figura 6 anterior): **lexical**, que trata-se da recuperação de um mesmo significante, por exemplo, pelo lado direito e pelo do cachorro (BRANDT, MORETTI e BASSOI, 2014, p. 484); a **formal** que é a aplicação de regras de substituição baseadas em

símbolos, como por exemplo, em uma demonstração (DUVAL, 2004b, p. 120) ou mesmo, quando aplicamos um raciocínio dedutivo ou cálculo proposicional (neste caso, faz-se uso apenas da língua formal no discurso); a **natural**, para o emprego comum da linguagem, que pode ser uma descrição ou narração (DUVAL, 2004b, p. 120) e, para este caso, não faz-se o uso de termos técnicos da área de conhecimento, apenas a língua natural e; a **cognitiva**, em que o emprego especializado da língua natural, permite acessar significações estabelecidas por definições, regras e leis para um domínio de objetos (DUVAL, 2004b, p. 120), ou seja, permite dar explicações sobre o objeto do qual se fala. De forma geral, as expansões do discurso também podem ser classificadas como: narração, descrição, explicação e raciocinamento.

E, por sua vez, as funções de expansão discursiva atendem a dois mecanismos de expansão, devido a relações de similaridade entre as unidades apofânticas, e são elas, duas a duas: similaridade semiótica e semântica e similaridade interna e externa (DUVAL, 2004b, p. 117-118).

Para Dionizio (2013, p. 37), o estudo das similaridades nos permite inferir sobre os significados e sentidos de um discurso. A similaridade semiótica acontece quando há repetição dos mesmos significantes, como por exemplo, “a razão entre duas grandezas” e “a razão pela qual” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 485). Já a similaridade semântica é percebida quando as expressões são referencialmente equivalentes e estabelecem uma invariância referencial entre dois enunciados (DUVAL, 2004b, p. 117). Um exemplo simples que indica este caso é $2 + 2$ e $\sqrt{16}$.

Fazendo relação entre estas duas similitudes (semiótica e semântica) ainda existe a similitude interna, quando “não se requer nenhum conhecimento de definições, de princípios, de leis ou dados específicos a um domínio” (DUVAL, 2004b, p. 118), ou seja, podem ser associações verbais, ocorrências, descrições, narrações; e a similaridade externa, em que deve haver o conhecimento de regras e leis para o domínio do objeto ou ainda, o recurso à símbolos, escrituras algébricas (DUVAL, 2004b, p. 119). Como forma de melhor entendimento das tais similaridades entre as unidades apofânticas indicadas anteriormente, trazemos no Quadro 4 da sequência, as maneiras de combinar as formas de expansão discursiva:

Quadro 4 - As similaridades na função de expansão discursiva

| Mecanismos de expansão | <i>Similitude interna</i> (Continuidade sem terceiro enunciado) | <i>Similitude externa</i> (Continuidade com terceiro enunciado) |
|---|--|--|
| <p><i>Similitude Semiótica</i></p> <p>(Certos significantes retomados)</p> | <p>Expansão LEXICAL (Tomada plurívoca de uma mesma unidade lexical, sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual)</p> <p>Associações verbais, palavras da mente</p> <p>“Linguagem do inconsciente”</p> | <p>Expansão FORMAL (Recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica, ...)</p> <p>Raciocínio dedutivo (Proposição de estrutura funcional)</p> <p>Cálculo de proposições, Cálculo de predicados, ...</p> |
| <p><i>Similitude Semântica</i></p> <p>Lei de Frege: significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global)</p> | <p>Expansão NATURAL (Somente o conhecimento da língua corrente é suficiente)</p> <p>Descrição, narração</p> <p>Argumentação retórica, Silogismo aristotélico (Proposição de estrutura remática predicativa)</p> <p><i>Redúctio ad absurdum</i></p> | <p>Expansão COGNITIVA (Exige o conhecimento de definições, regras ou leis para um domínio de objetos)</p> <p>Explicação</p> <p>Raciocínio dedutivo (Proposição de estrutura remática condicional)</p> <p><i>Redúctio ad absurdum</i></p> |

Fonte: Traduzido de Duval (2004b, p. 129).

Como última das funções discursivas, temos a **reflexividade**. Nesta função, “uma língua também deve permitir situar um enunciado em relação a outros enunciados” (DUVAL, 2004b, p. 121). Neste caso, os discursos são utilizados para fins exclusivamente científicos (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 483).

Analisar um discurso, segundo as funções até aqui postas, nos auxilia no entendimento da forma como se apresenta uma resolução de problema, como podemos compreender os significados e os sentidos presentes nos discursos aqui apresentados e ainda, qual o poder da língua na resolução de problemas matemáticos. Como a nossa questão central é o acesso aos objetos do saber matemáticos por uma estudante cega e, sabendo que este acesso passa necessariamente pelas representações semióticas, a língua, seja ela natural ou formal, sendo a representação fundante não poderia ficar de fora desta discussão. Nos questionamos como o acesso aos objetos do saber matemáticos se dá pelo uso da língua tendo o Braille como variante em relação à tinta. De que forma a estudante cega designa um objeto matemático pela língua escrita em Braille, tanto a língua natural quanto a formal? Seriam os signos em Braille suficientes para que a estudante cega acesse determinados objetos do saber matemáticos tendo registros diferentes? E ainda, um outro questionamento se impõe, mesmo sabendo que talvez, não tenhamos pernas para respondê-lo neste estudo: devendo ser o professor de matemática um investigador dos discursos de um estudante e, este não tendo o conhecimento do Braille, na maioria das vezes, como fica a análise dos discursos elaborados pelo estudante cego quando da resolução de um problema matemático em relação a explicitação daquilo que está, por vezes, implícito nestes discursos em Braille? Ou seja, partindo da necessidade de expressar a escrita em Braille, como se dá a interlocução entre professor e a estudante cega?

4.3.1 A necessidade do discurso para interpretar uma figura geométrica

A língua na aprendizagem em geometria se faz necessária tanto para indicar algumas propriedades como para deduzir, a partir dessas, muitas outras (DUVAL, 2005, p. 5). Mas, o que acontece com frequência é um salto no número de dimensões quando da necessidade das muitas idas e vindas entre a visualização de uma figura e o discurso que diz sobre ela (DUVAL, 2005, p. 5). A atividade de reconhecer um objeto de conhecimento representado por meio desses dois registros

requer uma junção cognitiva entre eles que não nos parece imediata e nem simples (DUVAL, 2005, p. 5). Tanto há a necessidade quanta a dificuldade envolvidas neste trânsito entre os registros figural e discursivo.

Dos problemas enfrentados no ensino de geometria, Duval (2005, p. 23) aponta a articulação do discurso geométrico e da visualização da figura como um deles, uma vez que, estes dois registros são utilizados cognitivamente de maneira oposta e os alunos não conseguem mobilizá-los de maneira a acessar os objetos de conhecimento (DUVAL, 2003b, p. 44). Tem-se, então, a dependência de dois registros de representação que são cognitivamente heterogêneos (DUVAL, 2005, p. 23). Isso é percebido quando Duval (2005, p. 24) mostra o exemplo dos estudos de Dupuis e Pluvinage (1978) com figuras e enunciados. Quando são mostradas figuras e discursos relacionados a elas, percebe-se a dificuldade que os alunos tiveram no reconhecimento das mesmas figuras por discursos diferentes. Isso se dá, pois segundo Duval (2005, p. 23), “para a mesma representação visual, podemos ter várias declarações diferentes”, assim como, “para a mesma afirmação, podemos ter diferentes representações visuais”. O que nos leva a crer que nem todo discurso nos conduz a determinada figura. Então, o problema da aprendizagem em geometria deve também ser analisado pelo viés dos registros discursivos, ou seja, da língua.

Duval (2005, p. 25) aponta que para a aprendizagem de geometria tem-se necessidade de aprimorar o vocabulário, pois “requer o uso de um vocabulário relativamente pesado”. Sabemos que alguns termos não são do uso comum do estudante, como por exemplo: intersecção, perpendicular, paralelo, simétrico, entre outros (DUVAL, 2005, p. 26). O autor quer nos alertar para o fato de que estes termos compõe um léxico associativo (DUVAL, 2004b, p. 98), uma vez que “não remetem a um conjunto de objetos teoricamente elementares, se não a diversidade de objetos e de fenômenos do meio físico e do entorno sociocultural”. Para este caso, em que a função referencial da língua é percebida, o professor há de se atentar, pois quando os léxicos não são conhecidos pelos estudantes, eles se transformam em objeto de aprendizagem (DIONISIO; BRANDT; MORETTI, 2014, p. 518). Esta dificuldade seria sanada com uma simples atividade diagnóstica quando da conceitualização de um objeto de conhecimento. Além desta dificuldade com o discurso no que se refere à função referencial e aos léxicos que permitem o seu cumprimento, o problema na aprendizagem em geometria apresenta uma complexidade cognitiva invisível no que se refere à visualização e à determinação de unidades figurais (DUVAL,

2003b, p. 44), as quais serão tratadas nas linhas seguintes em mais um dos elos envolvidos na teoria durvalina.

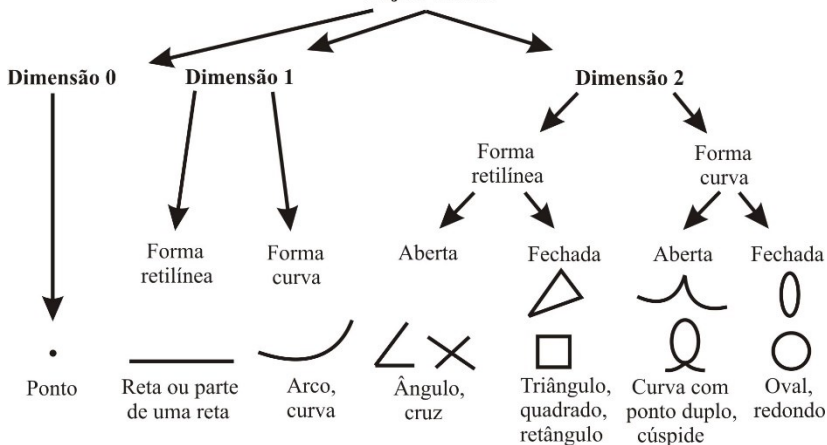
4.4 SEGUNDO ELO: O MODO DE VER EM GEOMETRIA E AS LEIS GESTÁLTICAS DE PERCEPÇÃO DA FORMA

Para a compreensão em geometria, Duval (2004b, p. 155) nos alerta para a necessidade de coordenação entre os tratamentos feitos nos registros figurais e nos registros discursivos. Assim, ele quer nos dizer, que, além da percepção visual da figura e de alguns tratamentos neste registro, há a necessidade de coordenar com as informações advindas dos tratamentos discursivos que aparecem juntamente com a figura. O autor (2012, p. 118) destaca que a geometria e a construção de figuras foram reintroduzidas no ensino após a reforma iconoclástica³⁸ das matemáticas modernas, que havia proibido o ato de ver para compreender. E ver em geometria está ligado ao reconhecimento de formas.

Para descrever os tratamentos pertinentes ao registro figural, Duval (2004b, p. 157) nos indica a condição de análise semiótica relativa à determinação das unidades constitutivas de uma figura, a possibilidade de articulação dessas unidades nas figuras e a reconfiguração de algumas figuras. Segundo Duval (2004b, p. 159), “uma figura geométrica é sempre uma configuração de ao menos duas unidades figurais elementares”: uma ligada às variações de dimensão (0D, 1D, 2D) e aquelas ligadas à variações qualitativas (forma, tamanho, orientação, cor). As unidades figurais elementares que compreendem as figuras geométricas e os valores de formas diferentes são mostradas na Figura 7 da sequência, em que Duval (2004b, p. 159) tratou de classificá-las segundo as dimensões:

³⁸ Esta reforma concerne no movimento político-religioso entre os séculos VII e IX que proibia a veneração de ícones e imagens (SANTOS, 2011). A palavra iconoclástica deriva do grego *eikon* significa imagem e *klastein*, quebrar.

Figura 7 - Classificação de unidades figurais por dimensão
Objeto visível



Fonte: Duval (2004b, p. 159).

Relacionado às variações de dimensão, Duval (2004b, p. 158) nos indica que existe uma predominância entre as unidades de dimensão 2D das unidades de dimensão inferior e nos aponta a lei gestáltica para explicar tal predominância. Este foi um ponto de encontro que nos alertou para a utilização dos aportes da lei gestáltica também em uma análise semiótica.

Diante do exposto, vale mencionar que Duval (2004b) enfatiza a percepção visual na coordenação de registros figurais para compreensão na aprendizagem em geometria, assim como o registro discursivo e o trânsito entre eles. Sendo assim, além de coordenar dois registros opostos, para ver em geometria é preciso discriminar formas. Mas neste caso que Duval não se debruçou sobre os aspectos da pessoa com deficiência visual, nos questionamos: como fica a percepção visual de figuras uma vez que temos transcrições em Braille para a estudante cega? Quando o autor (2003b, p. 45) menciona que “todo mundo sabe quão difícil, se não quase impossível, ver algo mais do que o identificamos à primeira vista em um desenho”, como levaremos em consideração que essa identificação à primeira vista, pode ser, na verdade, ao primeiro tato? Haveria aqui uma subordinação à apreensão háptica em relação as outras apreensões?

4.4.1 Os limites cruciais do ver em geometria: os registros figurais

Considerada por Duval (2005, p. 5), como um dos campos mais difíceis de se ensinar, a geometria se apresenta em matemática exigindo uma atividade cognitiva complexa e que envolve dois tipos de funcionamento cognitivo por vezes, opostos. Mesmo sendo opostos, a geometria é baseada na sinergia entre os registros de representação figurais e discursivos (DUVAL, 2005, p. 38). Quando um estudante se depara com um problema matemático que envolve geometria, ele requer uma complexa atividade cognitiva para resolvê-lo e três atos entram em jogo: o gesto, a linguagem e o olhar (DUVAL, 2005, p. 5), isso porque ver uma figura em geometria vai além de reconhecer o que a imagem mostra (DUVAL, 2012, p. 118). Se a imagem é uma figura geométrica em si, como um triângulo, por exemplo, o estudante deve requerer as suas propriedades matemáticas para resolver o problema e, muitas vezes, essas aparecem na forma de discurso, ou seja, assim como nos aponta Duval (2005), a geometria

requer a junção cognitiva de dois registros de representação: de uma lado, a visualização de formas para representar o espaço e, por outro lado, a linguagem para indicar algumas propriedades e para deduzir a partir delas muitas outras (DUVAL, 2005, p. 5)

E, se por acaso, a imagem é um desenho que necessite de uma mudança para chegar a ser reconhecida como figura geométrica? Neste caso, a atividade cognitiva é diferente da anterior. A originalidade dos problemas em geometria comparados a outras áreas da matemática são apontadas por Duval (2012, p. 119) de duas maneiras: de um lado, a necessidade de referência na axiomática que faz uso da língua natural e de outro lado, a heurística necessária relacionada aos registros figurais e as leis gestálticas envolvidas na percepção das formas. Sendo assim, não temos como acreditar que a aprendizagem em geometria é simples, já que “mesmo quando os objetivos são modestos, os resultados alcançados são decepcionantes” (DUVAL, 2005, p.5).

O autor (2003b, p. 46) aponta que os professores, de modo geral, se prendem ao reconhecimento da variedade de figuras e naquilo que ele chama de “discurso cego”, já que não permite uma decisão, por parte do estudante, sobre a operação visual a realizar. Em um dos primeiros atos indicativos sobre o ato de ver em matemática, Duval (2005, p. 6) indica que a discriminação de formas ou aquilo que Poincaré (1963, apud

Duval, 2005, p. 6) chamou de “intuição geométrica”, seria uma das tarefas mais difíceis para os estudantes. Esta tarefa é difícil uma vez que a percepção seria problemática, pois “existem situações em que a figura ajuda a ver e outras, onde evita a visão” (DUVAL, 2005, p. 18). Existe ainda, em alguns problemas geométricos, a necessidade de fazer uso do que Duval (2005, p. 6) chama de função cognitiva da visualização matemática ou desconstrução dimensional de formas, que trata-se da mudança dimensional e, segundo o autor (2005, p. 7), “está no centro da aparência em geometria”.

Pensando não somente na aprendizagem dos estudantes que veem e que, como mostrado anteriormente, esbarram nos vários dilemas da compreensão em geometria, voltemos nossos olhares ao estudantes cegos. Como se daria a percepção de figuras geométricas aos estudantes que não enxergam? O ato de ver em geometria deve ser substituído pelo ato de tatear e o que isso significa, por exemplo, na figura geométrica transcrita para o Livro Didático de matemática em Braille? Devido à elaboração de um material *ipsis litteris* em relação ao de quem enxerga, a percepção tátil do estudante cego também seria uma questão problemática?

As questões são muitas e persistentes já que, quando Duval (2005, p. 6) menciona que a percepção é problemática, isso não parece um estopim quando a investigação que propomos envolve a percepção de uma forma diferenciada aquela dita problemática por ele. Sendo a percepção tátil a utilizada na cegueira, precisamos entender as diferenças impostas por ela em relação à percepção visual. Isso se faz necessário, primeiramente, para compreender o que Duval coloca como imediato quando temos uma figura, a apreensão perceptiva. Vejamos, na sequência, o que as apreensões postas por Duval (2004b, 2005, 2011) nos mostram e como podem ser pensadas para o caso da estudante cega.

4.4.1.1 As apreensões em geometria

A geometria é talvez, uma das áreas fundantes da matemática, já que “os primeiros contatos com a geometria são anteriores aos sistemas de números escritos” (ROONEY, 2012, p. 73). O autor (2005, p. 6) chama a atenção para o “ver” diferenciado que temos que desenvolver com a visualização icônica e não-icônica e as apreensões em geometria. Estas apreensões são “formas de interpretações autônomas” originadas pela heurística necessária e investida em problemas geométricos que referem-se a registros de representações figurais (DUVAL, 2012, p. 120).

Das quatro apreensões tratadas nesta Tese e apresentadas por Duval (2004a, 2004b, 2005, 2011), a sequencial é a que abordaremos de forma mais superficial. Esta apreensão é requisitada em atividades de construção geométrica (MORETTI, 2013, p. 291) e dependendo do problema proposto, articula-se com as outras apreensões, especialmente, a perceptiva e a discursiva. Podemos entendê-la dando uma compreensão mais ampla, no modo como um problema é "sequencialmente" abordado. Isso pode ter reflexo na resolução do problema. Pensando no caso do estudante cego: como ele utilizaria ferramentas para construir figuras geométricas, como, por exemplo, a régua e o compasso?

Em Duval (1995, p. 155) há um alerta para o fato de que o modo de ver em geometria deve levar em conta duas atividades cognitivas relacionadas à apreensão perceptiva e discursiva. Uma figura nada mais é do que a conexão entre essas apreensões. Há dois registros de representação semiótica envolvidos na aprendizagem do ver de figuras geométricas: a visualização de formas (figural) e a linguagem que indicaria propriedades (discursivo). Em estudos posteriores, Duval (2012, p. 120) menciona que, a apreensão perceptiva, que está relacionada à visualização de formas acontece de forma imediata e automática, já o discurso dos enunciados acontece mais controladamente e, “torna possível a aprendizagem” por meio da interpretação discursiva dos elementos figurais da forma.

O questionamento que nos coloca em reflexão, parece afetar não só a aprendizagem de estudantes que veem e não veem. Duval (2005, p. 6) nos diz que “a percepção é problemática”, ao mencionar que as propriedades “puramente qualitativas estão enraizadas na percepção”, ou seja, que: “há um corpus de figuras restrito cujos programas escolares solicitam a aprendizagem e estas correspondem a formas perceptivelmente e culturalmente conhecidas”. Uma vez que o material da estudante cega é elaborado a partir do material de quem vê, este corpus de figuras conhecidas faz parte também do imaginário dos estudantes cegos. Assim, pensemos em como se dá, para o caso da estudante cega, o momento de ver em geometria. Nos parece que isso acontece em dois momentos: o momento gestáltico, que envolve as vivências e aquilo que já é conhecido pelo estudante e o momento heurístico, que envolve a identificação e a coordenação com a apreensão operatória. Isso vamos perceber com mais detalhes no Capítulo 6 desta Tese.

A estudante cega não tem a mesma apreensão perceptiva daqueles que enxergam, uma vez que ela tem acesso aos objetos

geométricos por meio do que denominamos de **apreensão háptica**. A apreensão perceptiva (DUVAL, 2004b, p. 181) por envolver, na maioria dos casos, a lei gestáltica de continuidade, nos faz perceber que uma figura é única e não a reunião de quatro segmentos opostos dois a dois, como exemplifica Duval (2004b, p. 158) ao mencionar a figura geométrica quadrado. Há a imposição das unidades figurais 2D e 3D em relação às outras, bloqueando a “articulação cognitiva entre as figuras e os enunciados matemáticos” (DUVAL, 2018, p. 10). Já para o caso da estudante cega, a apreensão gestáltica se dá de maneira sequencial e háptica (NUNES; LOMÔNACO, 2008), em que não se percebe globalmente a figura e sim, se constrói mentalmente uma figura 2D (quadrado, por exemplo), a partir da junção de figuras de dimensões inferiores 1D (segmentos de reta, ou lados do quadrado) e 0D (pontos ou união dos segmentos de reta nos vértices de um quadrado)³⁹. Já em relação ao enunciado, temos dúvida se ele influenciaria positivamente, pois ainda temos que analisar como este se revela ao ser apresentado em Braille em língua natural e formal. Na transcrição de uma figura geométrica em 3D em Braille, por exemplo, como se revelam, tanto a apreensão háptica quanto a discursiva para a estudante cega?

Para Duval (2012, p. 120), é necessário que se perceba a figura por aquilo que é dito sobre ela e não apenas pelas impressões daquilo que nos é revelado pela visão. Portanto, as apreensões perceptiva e discursiva caminham lado a lado na percepção de uma figura e na resolução de um problema em geometria. Será que a atitude de considerar ambas apreensões na percepção de uma figura ocorre da mesma forma com a estudante cega, uma vez que ela processa de modo diferente a apreensão perceptiva?

Ainda em Duval (2012, p. 120), ao mencionar que a atitude mais controlada gerada pela apreensão discursiva torna possível a aprendizagem, de forma alguma, coloca-se sobre esta apreensão, toda a carga da aprendizagem do estudante. Há então, uma sinergia entre discurso e figura. Mas sabemos, que a apreensão discursiva tem a função fundamental de identificação do objeto de conhecimento (DUVAL, 2004b, p. 155). Vale mencionar também que,

[...] a originalidade dos processos em geometria, em comparação com outras formas de atividade matemática, tem a ver com o que é absolutamente necessário à coordenação entre os tratamentos

³⁹ Percepções a partir da autora alcançadas da análise feita do Encontro 4 que serão mostradas na íntegra no Capítulo 6 deste trabalho.

específicos do registro das figuras e do discurso teórico em língua natural (DUVAL, 2004, p. 155).

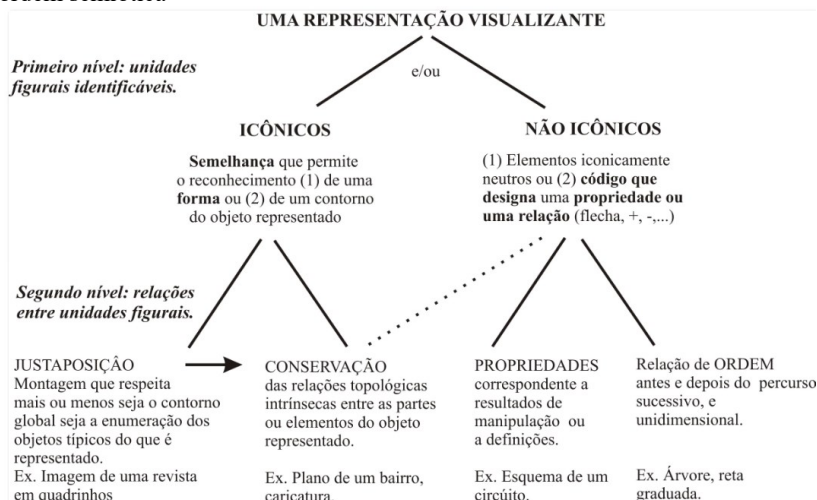
Para completar esta mesma ideia, Duval (2004, p. 168) explica que as propriedades que precisam ser reveladas nas figuras geométricas e que se pretendem ser observadas nos desenhos, não são reconhecidas pelos simples reconhecimento perceptivo das formas e que assim, necessitam de uma “legenda”. Para Duval (2004, p. 168), esta legenda quer dizer o discurso ou o enunciado matemático da questão a ser trabalhada. Tudo isto para afirmar que, “a introdução a uma figura geométrica necessariamente é discursiva” (DUVAL, 2004, p. 168). Nesta mesma direção, Moretti e Brandt (2012, p. 2) indicam que, ver uma figura geométrica significa fazer uma conexão entre duas apreensões, a perceptiva e a discursiva. Em alguns testes feitos por Duval et al (1978, p. 75-78) com turmas do *troisième* (equivalente ao 9º ano do ensino fundamental), ficou claro que nem sempre as figuras mostram o objeto que a situação exige ver e que “eles leem o enunciado, constroem a figura e, em seguida, concentram-se na figura sem retornar ao enunciado” (DUVAL, 2012, p. 124), fugindo assim, do que o discurso tem a dizer e prendendo-se na apreensão perceptiva do modo gestáltico.

E como este discurso ou legenda, assim chamada por Duval (2004, p. 168), deve aparecer em um Livro Didático de matemática em Braille? Quais as diferenças que um discurso em Braille deve ter, comparando-o ao discurso feito para quem vê, para fazer com que o estudante cego acesse o objeto do saber ou pelo menos, propicie o entendimento na conversão de um desenho para uma figura geométrica? Mostraremos um exemplo, no Capítulo 6 (Encontro 10 – item 3), em que a estudante se apegava à apreensão háptica mesmo tendo um discurso que aponta para um resultado diferente do que se revela pela percepção.

Já na apreensão operatória se “permite ver despregando-se de uma figura uma variedade de sub-figuras possíveis, que não são imediatamente perceptíveis ao ‘primeiro golpe de olho’” (DUVAL, 2004, p. 170). Se há a possibilidade de criar várias figuras a partir de uma, em qual delas o olho deve prender-se para ver matematicamente? Uma das respostas a esta questão é dada por Duval (2004, p. 170) quando ele menciona que para que se tenha êxito na visualização de uma figura “depende da articulação entre a apreensão operatória e o manejo discursivo de inferências que mobiliza uma rede de definições e teoremas”. Mas, este dito “manejo discursivo”, não deve “fazer esquecer do mecanismo da iconicidade” (DUVAL, 2005, p. 12).

O mecanismo citado por Duval (2005) foi subdividido em duas visualizações: icônica e não icônica. A visualização icônica se impõe cada vez que nos colocamos a ver, pois ela é baseada na “similaridade entre a forma reconhecida em um enredo e a forma característica do objeto a ser identificado” (DUVAL, 2005, p. 13). Este enredo, mencionado pelo autor (Ibidem), trata-se de algumas formas típicas trabalhadas no ensino de geometria. Já a visualização não-icônica é posta por Duval (2005, p. 1) como sendo mostrada em figuras em que se fazem tratamentos de desconstrução. Perceba na Figura 8 a seguir, a subdivisão feita por Duval (2003b, p. 40) para a apreensão operatória:

Figura 8 - Os dois níveis de articulação de sentido em uma visualização de ordem semiótica



Fonte: Duval (2003b, p. 40).

Para o caso da visualização icônica e dos becos (assim chamados por Duval (2005, p. 13)) que se criam ao ver matematicamente, estes estão ligados às formas típicas em que se veem algumas figuras. São três estes becos: a forma perfil de uma superfície, a estabilidade das formas e a ilusão gerada pela visão. O primeiro dos becos se faz, no que Duval (2005, p. 6) nomeia corpus de figuras, que são aquelas figuras mais solicitadas e mostradas nos programas de ensino das escolas, aquelas formas notáveis e culturalmente familiares. Fazendo parte deste corpus, podemos citar algumas figuras que compõe a Figura 9 da sequência:

Figura 9 - Parte do corpus de figuras geométricas notáveis trabalhadas no ensino



Fonte: A Autora.

Dessa forma, quando as propriedades das figuras não estão diretamente relacionadas a estes contornos característicos que percebemos na Figura 9, elas permanecem fora do escopo e, portanto, menos mobilizadas pelos estudantes (DUVAL, 2005, p. 13). Nesta mesma direção, há dificuldade de proceder com tratamentos realizando traços, prolongamentos e lados para gerar linhas subjacentes (Ibidem). Nos parece assim, que desenvolvemos nos estudantes um olhar viciado em figuras notáveis e uma possível diminuição da criatividade na maneira heurística de ver em Geometria. Isso não difere em relação à cegueira, uma vez que as mesmas figuras são postas aos estudantes cegos que tem um livro didático criado *ipsis litteris* ao livro dos estudantes que veem. Isso por sua vez, fica impregnado em sua memória tátil. Como desconstruir esta maneira viciada de tatear estas figuras notáveis?

Muito semelhante ao beco construído na situação exposta anteriormente, a outra forma de criar empecilhos é quando as formas parecem estáveis. Para exemplificar, Duval (2005, p. 13) menciona uma “superposição de paralelogramos em uma rede de linhas a partir da qual vê-se, desde o início, uma justaposição de triângulos”. Pensando neste exemplo, podemos citar outros e questionar os limites da percepção quando se trata do ver em geometria. Podemos ainda, ampliar os questionamentos, quando assumimos que há limites causados pela percepção visual, inferindo então, que na cegueira as condições de acesso aos objetos do saber geométricos seriam simplificadas. Seria a percepção tátil indicada no ver em geometria no caso da cegueira, a qual precisamos atentar, não somente no caso específico das imagens em relevo estudadas por Cardeal (2009, p. 3.566), mas no geral, para “suas especificidades, limites e abrangências”, como tanto indica esta autora.

Como último dos becos colocados por Duval (2005, p. 13), é mencionado a forma ilusória que se impõe à percepção. Duval (Ibidem), acredita que as propriedades que devem ser percebidas nas figuras geométricas não são tão imediatas quanto parecem, não sendo “decididas em um olhar simples” (DUVAL, 2005, p. 13). Contrapondo a

este fato, temos a percepção nos permitindo criar olhares ilusórios e assim, inferir hipóteses sem coerência em problemas geométricos.

Para ultrapassar estes becos, Duval (2005, p. 13) pontua que a visualização de figuras icônicas deve seguir o parcelamento das figuras em uma “configuração de outras unidades figurativas de mesmo número de dimensões ou de menor número de dimensões”. Surge então, pela teoria posta por Duval (2004, 2005), a visualização não-icônica e a desconstrução de formas geométricas.

A desconstrução pode ser realizada de três maneiras: usando ferramentas, criando sub-figuras e por meio de desconstrução dimensional. A proposta de Duval (2004b, p. 175) relacionada à visualização não-icônica de figuras é colocada a partir da realização de um tratamento figural ou uma decomposição em formas discriminadas (DUVAL, 2005, p. 13). Neste tratamento figural, assim como na apreensão operatória, se propõe uma “neutralização da organização perceptiva espontânea da figura” (DUVAL, 2004b, p. 175) a partir de três condições: na resolução dos exercícios não deve ser necessária a utilização de teoremas ou definições da geometria, não deve ser necessário fazer troca de dimensões nas sequências de sub-figuras criadas e, por fim, em uma aprendizagem centrada nos registros próprios dos tratamentos de figuras. Desta maneira, Duval (2005, p. 19) nos alerta para uma situação um tanto contraditória. Visto a sinergia existente entre o discurso e o registro figural e o fato de que em algumas decomposições, não há conexão com o discurso matemático, para o trato com a figura geométrica seria necessário apenas a exploração visual.

A desconstrução de uma forma visual para obtenção de outra forma mais básica é considerada uma habilidade fundamental e necessária para usar heurísticamente uma figura, e isso depende da capacidade de ver em geometria (DUVAL, 2005, p. 15). Esses olhares geométricos devem ser desenvolvidos e nada tem de óbvios. Quando se trabalha na proposta de uma visualização não-icônica e na desconstrução de formas, deve-se saber que elas “são totalmente independentes de qualquer enunciação implícita ou explícita”, ou como melhor explica Duval (2005, p. 15), as formas não são subordinadas ao conhecimento de propriedades geométricas, algo nada trivial no domínio heurístico de figuras (Ibidem).

Pensando na reorganização de uma forma como tratamento figural, que é específica da matemática na visualização não-icônica, podemos imaginar figuras geométricas que ao “ganhar” traços adicionais, se transformam em outras figuras. Duval (2005, p. 16) não propõem uma alfabetização geométrica ao mencionar que “um

aprendizado visa tornar os alunos capazes de ‘ver’ a reorganização adicional”, ou seja, não é um conhecimento prévio ou espontâneo para o estudante que vê. Mesmo porque, como diz Duval (2005, p. 18), “existem situações em que a figura ajuda a ver e outras onde evita a visão”. Basta pensarmos no caso de um paralelogramo que pode ser transformado em 2 triângulos, isso não é imediato para o estudante, visto que a lei gestáltica “impõe o reconhecimento de algumas formas contra o reconhecimento de outras” (DUVAL, 2005, p. 16). Neste sentido, existem figuras que evitam a visão, e na decomposição heurística são chamadas de heterogêneas, não sendo imediatas ao ato de ver (DUVAL, 2005, p. 18). Assim, surge mais uma questão que nos inquieta: se a reconfiguração não é evidente para quem vê, posto que a percepção é problemática e algumas figuras não são imediatas à visão, como se revela esta situação para quem é cego e opera com figuras transcritas para o Braille? Como seriam criados os traços adicionais no uso heurístico na cegueira? Como acontece o acesso aos objetos do saber por parte da estudante cega no tratamento de figuras que necessitem de reconfiguração ou outras modificações figurais?

Assim, tendo estas inquietações e a base mostrada por Duval (2004b, 2005) das apreensões em geometria em mente, e ainda, preocupados com a percepção e o reconhecimento das formas pela estudante cega, buscamos entender como se revela cada vez que nos colocamos a analisar uma forma pelos dizeres da lei da percepção de formas. Além de conhecê-la, nos propomos a analisá-la envolvendo as especificidades da deficiência visual.

4.4.2 A teoria de percepção da forma - Gestalt

Visto que Duval menciona a lei gestáltica na sua análise semiótica das figuras geométricas e sabendo da visão exposta por alguns autores no que se refere à percepção tátil para adentrarmos na questão da percepção em geometria, concluímos que alguns deles nos indicam uma percepção sequencial de formas. Gil (2000, p. 29) aponta que o tato permite que a percepção dos objetos aconteça de forma parcial e parcelada e que estas precisam ser integradas para a uma conclusão global. Sacks (1997, p. 26), indica que a percepção de objetos acontece de maneira sequencial, uma sequência de estímulos táteis, auditivos e sinestésicos. E ainda, Ochaita e Rosa (1995, p. 183), nos esclarecem que, mesmo de forma mais lenta e sucessiva, é com as mãos que se movem de forma intencional e buscam as peculiaridades da forma que as pessoas cegas buscam compreender o que os rodeia. Em matemática,

nos parece que, se pensarmos em uma figura, por exemplo, a percepção tátil acontece de uma forma não imediata, uma vez que o reconhecimento da figura é feito por partes e não em relação ao seu todo, como no caso das pessoas que enxergam.

Partindo dessa ideia de percepção tátil sequencial nos questionamos e contrapomos à lei gestáltica de fechamento (GOMES FILHO, 2008, p. 32 e 52) em que se indica que não é possível entender o todo pela soma de suas partes.

Para entender não só a lei de fechamento, buscamos aporte nas leis gestálticas que são citadas, em partes, por Duval (2004b, p. 158). O autor (2004b, p. 158) menciona a lei de continuidade ou boa continuidade, adjetivada assim por Gomes Filho (2008, p. 33) para explicar a predominância das unidades de dimensão 2 (2D) sobre as unidades de dimensão inferior (1D e 0D), conforme exposto anteriormente. Duval, ainda menciona que os alunos não estão preparados para integrar uma apreensão gestáltica e a apreensão operatória das figuras geométricas (DUVAL, 2004b, p. 168).

A partir do século XIX, surgiu, pelos estudos do filósofo austríaco Christian von Ehrenfels, a psicologia da Gestalt ou escola de psicologia experimental. Esta escola que constituiu o movimento gestáltico, atuou no campo da percepção da forma, investigando de maneira experimental “o porquê de umas formas agradarem mais e outras não” (GOMES FILHO, 2008, p. 18), assim como também menciona Penna (2000). De forma ampla, o termo Gestalt nos traz a ideia de que a integração de partes não nos leva à soma do todo. Esta significação confronta com as visões sobre a percepção tátil de formas colocadas pelos autores que estudam a cegueira, visto que o que se tem na cegueira é uma percepção sequencial, parcial e parcelada oposta a maneira como aqueles que enxergam que não veem partes isoladas e sim, relações (GOMES FILHO, 2008, p. 19). Para Gomes Filho (2008, p. 19), baseado nas obras de Max Wertheimer, Kurt Koffka e Wolfgang Kohler, “as partes são inseparáveis do todo e são outra coisa que não elas mesmas, fora deste todo”.

De forma similar, assim como a Gestalt buscou responder o porquê de algumas formas agradarem mais do que outras, nos questionemos: o que seria necessário em uma forma para que esta seja perceptível tatilmente pelo estudante cego sabendo que ele a percebe sequencialmente?

Na tentativa de dar luz a esta questão, visto que ela aparecerá de maneira recorrente, quando investigarmos o Livro Didático em Braille, explicaremos o fenômeno da percepção da forma separando em duas

forças⁴⁰: externas e internas. Mas, de antemão, excluímos a primeira delas neste estudo, visto que a sua constituição é feita pela estimulação da retina mediante a luz do objeto (GOMES FILHO, 2008, p. 20). Focamos nas forças internas, que são aquelas que se originam de “um dinamismo cerebral que se explicaria pela própria estrutura do cérebro” (Ibidem).

Segundo Gomes Filho (2008, p. 26), cada imagem que percebemos é o resultado da interação de forças internas e externas. Sendo assim, de uma maneira ou outra, a percepção tátil de formas pelo cego é diferenciada, visto que apenas são utilizadas as forças internas. Não nos cabe discutir se isso torna a percepção da forma pelo estudante cego melhor ou pior, comparada ao estudante que enxerga, mas sim, acreditamos que ela é diferenciada e, sendo assim, poderá influenciar na sua apreensão de formas geométricas, no caso especial da matemática. Mas o que podemos chamar de formas? Tomaremos a definição de Gomes Filho (2008, p. 39), em que “forma pode ser definida como a figura ou imagem visual do conteúdo”, nos informando sobre “a natureza da aparência externa de alguma coisa”. Consideramos como formas os pontos, linhas, planos e o volume. O ponto é aquela unidade mais simples e irreduzível (GOMES FILHO, 2008, p. 42); a linha, é definida como uma sucessão de pontos (GOMES FILHO, 2008, p. 43; o plano será a sucessão das linhas (GOMES FILHO, 2008, p. 44) e o volume, é “definido como algo que se expressa por projeção nas três dimensões do espaço” (GOMES FILHO, 2008, p. 45). Para esta Tese, as formas consideradas serão as que representam as figuras geométricas.

O ponto, geometricamente falando, é uma figura básica em matemática, sem extensão e dimensão. Duval (2004b, p. 158) nos explica com o uso da Gestalt que “quando um estímulo possui um contorno simples e fechado é separado como formando um todo”, querendo dizer que, ao observar um quadrado, por exemplo, não se atenta para os pontos (dimensão 0) ou segmentos de reta (dimensão 1) que o compõe e sim, para a figura que é única.

A linha em matemática pode ser entendida como a reta, o segmento de reta ou a semirreta. Desta forma, tem dimensão 1 (um) e, da mesma forma que o ponto, nem sempre predomina perceptivelmente em relação a figuras com dimensão 2D, como o quadrado e o triângulo (DUVAL, 2004b, p. 160). Então, o plano, se considerarmos as figuras geométricas com 2 (duas) dimensões, têm predominância sobre as

⁴⁰ Essa divisão foi estabelecida por Koffka (1975), assim como nos mostra Gomes Filho (2008, p. 19) e Santil (2008, p. 84).

dimensões inferiores (DUVAL, 2004b, p. 158) e isso se explica por uma lei gestáltica que veremos na sequência.

Encerrando esta parte, tomamos o volume. Para Gomes Filho (2008, p. 45), o volume é algo que expressa projeção nas três dimensões do espaço. Diferentemente da forma plana que é facilmente representada no papel, a forma com volume necessita de alguns “efeitos” para ser percebida. Segundo Gomes Filho (2008, p. 45), a sensação de volume pode ser alcançada pelo emprego de luz, brilho, sombra, textura etc. Pensando para o caso da cegueira, em que algumas questões da representação do volume vêm nos inculcando, visto que estas representações são necessárias no acesso ao objeto do saber em matemática, nos questionamos: como representar no plano e em Braille uma forma em 3D dados os efeitos acima mencionados? Como estas formas e estes “efeitos” necessários em 3D são mostradas, por exemplo, no Livro Didático em Braille? Retomaremos estas questões no Capítulo 6.

Abaixo, conheceremos as leis gestálticas que foram formadas a partir de um grande número de experimentos e que servem para embasar um sistema de leitura visual da forma (GOMES FILHO, 2008, p. 26). Apresentamos as principais leis que são importantes para a aprendizagem em geometria, que dão embasamento científico ao sistema de leitura visual e que nos favorecem para a interpretação da forma do objeto e, no nosso caso, a forma de figuras geométricas.

4.4.3 Unidade

Como a parte de um todo é algo que se encerra em si, a unidade também pode ser entendida como um conjunto de mais de um elemento, configurando o todo (GOMES FILHO, 2008, p. 29). Como exemplo, podemos pensar na figura de uma rosa; ela por si só pode configurar uma unidade ou então, cada uma de suas pétalas configura uma unidade particular do todo que é a rosa (Ibidem). Pensemos em como inicia-se a percepção de uma rosa por uma pessoa cega: pelas unidades particulares ou pelo todo?

4.4.4 Segregação

Segundo Gomes Filho (2008, p. 30), a segregação “significa a capacidade perceptiva de separar, identificar, evidenciar, notar ou destacar unidades, em um todo compositivo ou em partes deste todo”, com o objetivo de analisar e interpretar a forma. Este autor (2008, p.

30), nos indica que a segregação pode ser feita por estímulos do campo visual e por alguns meios: pontos, linhas, planos, texturas, sombras, cores, relevo, entre outros. Podemos imaginar uma tela pintada. Segregamos as unidades por meio da variedade de linhas e cores, por exemplo. Então, refletimos: de que maneira podemos segregar unidades de uma transcrição de um objeto para que o todo possa ser percebido pela pessoa cega?

4.4.5 Unificação

Para que aconteça a unificação de uma forma visual é necessário que as leis de proximidade e semelhança estejam presentes, em parte ou no todo da forma (GOMES FILHO, 2008, p. 31). No geral, a unificação está ligada a organização da forma. Percebe-se um exemplo de unificação no tabuleiro de xadrez, por exemplo, pois há disposição bem ordenada das unidades (casas), harmonia de cores, semelhança entre as casas e peças, simetria, entre outras.

4.4.6 Fechamento

É o agrupamento de unidades de maneira a constituir um todo. Para Santil (2008, p. 87), “existe a tendência para se fechar ou completar os contornos dos objetos, que não estão completos”, no sentido de não confundir a sensação de fechamento, com o fechamento físico ou contorno presente na maioria das formas (GOMES FILHO, 2008, p. 32). Para exemplificar, consideremos um título formado pelas palavras “New York⁴¹”, independente da fonte, ele nos passa a sensação de fechamento por constituir um todo. Por isso, formas em 2D predominam de formas em 1D, como mencionado por Duval (2004b, p. 158) e explicado pela lei de fechamento. Como pensar a lei de fechamento sem o contorno real e sim, a sensação de fechamento em formas que se agrupam para o caso da cegueira?

4.4.7 Continuidade

Para Santil (2008, p. 86), a lei de continuidade “corresponde à disposição natural e espontânea dos elementos para acompanhar outros, de modo a permitir a continuidade de uma linha, de uma curva numa dada direção”, ou seja, sem quebras ou interrupções (GOMES FILHO,

⁴¹ Exemplo utilizado a partir de Gomes Filho (2008, p. 32).

2008, p. 33). Esta lei permite alcançar a melhor forma do objeto, aquela mais estável em termos de percepção. E para tanto, qualifica as formas com o termo boa continuidade ou boa continuação (GOMES FILHO, 2008, p. 33). Podemos pensar, novamente, no tabuleiro de xadrez para exemplificar a continuidade, pois não há quebras ou interrupções. A boa continuidade poderia se observar em transcrições em que as linhas que contornam uma forma, fornecidas pela escrita em Braille, se cruzam e interrompem? O olhar fornecido pelo tato sofre interrupções?

4.4.8 Proximidade

Nesta lei, unidades vistas próximas podem ser consideradas como um todo. Isso acontece, pois nós não assimilamos como isolados e sim, como uma única forma (SANTIL, 2008, p. 85). Alguns estímulos podem reforçar a proximidade, como: cor, tamanho, texturas, brilho, entre outros (GOMES FILHO, 2008, p. 34). Usamos o exemplo da fachada de um prédio com várias janelas com a mesma distância. Essas janelas próximas formam unidades e assim, unificam a forma. A proximidade juntamente com a semelhança servem como fatores para a unificação da forma (GOMES FILHO, 2008, p. 34).

4.4.9 Semelhança

Há a tendência em agrupar unidades que são semelhantes em uma forma e assim, construir unidades, estabelecendo agrupamentos (GOMES FILHO, 2008, p. 35). Para exemplificar, podemos pensar em uma calculadora. Nela as teclas são colocadas com formas iguais e próximas e o visor um pouco separado das teclas. Tendendo a agrupar as teclas como unidades e o visor como unidade diferente, pela semelhança e também proximidade⁴². Alguns estímulos podem facilitar a semelhança: cor, tamanho, peso, direção, entre outros. Que estímulos não serviriam para criar a ideia de semelhança em uma forma transcrita para o Braille?

4.4.10 Pregnância da Forma

Chamada de lei básica da percepção visual da Gestalt (GOMES FILHO, 2008, p. 36), a *pregnância (prägnaz)* ou boa forma foi designada por Max Weithermer (SANTIL, 2008, p. 85) e está associada

⁴² Exemplo extraído de Gomes Filho (2008, p. 112).

ao cumprimento de alguns fatores, como os mostrados anteriormente: continuidade, fechamento e unificação. A pregnância de uma forma é julgada mediante um grau ou índice de pontuação, sendo assim adjetivada como baixa, média ou alta (GOMES FILHO, 2008, p. 37). Conforme este mesmo autor (2008, p. 36-37), para que a forma tenha alta pregnância, sua estrutura tende a ser mais simples, equilibrada, homogênea e regular, possibilitando compreensão e rapidez de leitura ou interpretação.

Busquemos compreender a lei de pregnância por meio de um exemplo trazido por Gomes Filho (2008, p. 110), na Figura 10:

Figura 10 - Forma com alto índice de pregnância



Fonte: Gomes Filho (2008, p. 112).

Segundo o autor (2008, p. 112), o objeto possui alto nível de pregnância por “proporcionar rapidez de leitura e facilidade de compreensão”. Teríamos como esmiuçar detalhadamente outras leis gestáltica que se aplicam e observam neste objeto, assim como em qualquer forma. Mas o que tem nos feito pensar é, de que maneira essas mesmas podem nos dar pistas sobre a pregnância de formas transcritas para o Braille. Afinal, quais formas transcritas se mostram com maior pregnância aos estudantes cegos? Quais leis não se aplicam e tornam as formas com menor pregnância?

Diante de tantas questões que envolvem a aprendizagem, buscamos nas linhas que seguem, ultrapassar a questão semiótica e cognitiva estudadas até o presente momento. Por meio de um olhar para o sujeito como ser único e historicamente constituído, fazemos o último dos elos com a teoria durvalina, buscando a compreensão sobre a aprendizagem em matemática pela Relação com o Saber estabelecida toda vez que a estudante se depara com a sala de aula.

4.5 TERCEIRO ELO: PARA ALÉM DA QUESTÃO SEMIO-COGNITIVA, O QUE NOS DIZ A RELAÇÃO COM O SABER

Todo o estudante sendo tanto singular como social no mundo, se transforma partilhando este mundo e a sua história que é única (CHARLOT, 2000, p. 60). Ao mesmo tempo, em toda sala de aula existem relações que são construídas pela troca e através das experiências vivenciadas por atores que compartilham este espaço, entre eles, os estudantes, os colegas, os professores, o entorno familiar, os membros da equipe pedagógica, entre outros. Esta partilha do mundo se dá por uma relação, em que ele, entre outros aspectos, procura conhecê-lo, interpretá-lo, saber sobre si, pois “nascer é ingressar em um mundo no qual estar-se-á submetido à obrigação de aprender” (CHARLOT, 2000, p. 59).

Numa direção bastante semelhante, Amiralian (2004, p. 23) menciona a relação social e as interações geradas, seja com a família, pais ou professores, como facilitadoras na criação de um ambiente confiável para a pessoa com deficiência. E, sendo o ser humano um ser social em essência,

ele só se constitui na presença de outro ser humano, e só se desenvolve pela interação com os outros e, como indivíduo essencialmente social, tem necessidade de sentir-se como pertencente a um grupo (AMIRALIAN, 2004, p. 26).

Compartilhando das mesmas ideias e, partindo de questões que diferem daquelas utilizadas por Charlot e pela sua equipe ESCOL⁴³, já que não envolvem a temática do fracasso escolar, nos colocamos a pensar, sobre a Relação com o Saber matemático pela estudante cega, assim como a sua relação com a sala de aula inclusiva, com os seus colegas, seus professores, com a escola e com ela mesmo enquanto estudante que é ou não capaz de aprender matemática. Esta Relação com o Saber também envolve o conteúdo, pois enquanto professores, também nos interessamos pela importância conferida pelos estudantes aos conteúdos, quais são as expectativas que eles depositam naquilo que aprendem, já que

⁴³ ESCOL trata-se do grupo de pesquisa instituído por Bernard de Charlot em 1987, intitulado Educação, Socialização e Coletividades Locais (SILVA, 2015b, p. 49).

Aprender pode ser adquirir um saber, no sentido estrito da palavra, isto é, um conteúdo intelectual [...] Mas, aprender poder ser também dominar um objeto ou uma atividade (CHARLOT, 2000, p. 59).

Com isso, afirmamos que o aprender está presente em muitos momentos de nossa vida, mas será que todos nós estamos dispostos a aprender? Para Charlot (2000, p. 59), mesmo tendo a obrigação de aprender desde o nascimento, pois o sujeito para tornar-se precisa apropriar-se do mundo, há a necessidade de querer aprender. Teríamos então, a Relação com o Saber como um conjunto de relações que um sujeito estabelece com um objeto, por seu querer, e também com um “conteúdo de pensamento”, uma atividade, um lugar ligados com o saber e com o aprender. Essas relações também são relações com a linguagem, com o tempo, com os outros e consigo mesmo (CHARLOT, 2000, p. 81).

Para compreender a variedade de relações postas acima, e ter condições de compor uma análise voltada à Relação com o Saber pela estudante cega, sujeito desta pesquisa, consideramos as três dimensões que compõem as relações com o saber colocadas por Charlot (2000):

- a) Relação Epistêmica com o saber: nesta relação, o aprender pode ser entendido como apropriar-se de saberes-objeto, de conteúdos intelectuais designados ou não (CHARLOT, 2000, p. 68) e onde se procura saber que tipo de atividade se quer aprender. Desta forma, para esta relação buscamos entender como o indivíduo percebe as estruturas e características do saber tanto para si quanto para o mundo. Nesta relação, existem divisões que estão relacionadas com o grau de domínio sobre o objeto do saber em matemática, que são elas:
 - (1) Objetivação-denominação: “o saber pode ser enunciado sem a evocação do processo de aprendizagem” (CHARLOT, 2000. p. 69). O autor (2000, p. 69) exemplifica usando o caso do teorema de Pitágoras, onde pode-se falar do teorema sem dizer nada sobre a atividade que levou ao aprendizado;
 - (2) Imbricação do eu na situação: refere-se ao aprendizado como domínio de uma atividade em sua vida e que não é separável do saber-objeto (CHARLOT, 2000, p.69);
 - (3) Distanciação-regulação: nesta divisão, aprender é tido como “passar do não-domínio para o domínio e não constituir um saber-objeto”, vindo o aprendizado de

uma reflexão do sujeito, munindo-se de ferramentas que possibilitem a interpretação do mundo a sua volta (CHARLOT, 2000, p. 70).

- b) Relação Identitária com o saber: “a relação com o saber também é relação consigo próprio” (CHARLOT, 2000, p. 72), ou seja, a construção da sua identidade passa pela relação com o outro, pois existe a ajuda, a troca e a partilha com outros, que podem ser, pais, professores, colegas de classe, membros da equipe pedagógica, ou seja, todo o entorno social que compreende a escola;
- c) Relação Social com o saber: esta perpassa as duas dimensões anteriores (CHARLOT, 2000), já que a identidade de si e o ser social compõe o mesmo sujeito. O sujeito, de forma individual, carrega com ele a sua história, as suas expectativas próprias e da família e isso, interfere naquilo que é aprendido no meio escolar.

Além de considerar as divisões mostradas acima, no que se refere à Relação com o Saber matemático, levamos em conta as subdivisões⁴⁴ indicadas por Borges e Moretti (2016, p. 485), já que os autores indicam o seu uso em pesquisas sobre aprendizagem e, indicando que elas favorecem o entendimento de cada uma das divisões de forma mais esmiuçada.

Dentre as divisões (Epistêmica - Objetivação-denominação, Imbricação do eu na situação e Distanciação-Regulação - identitária e social) colocadas por Charlot (2000, p. 68), as subdivisões foram as seguintes:

- Epistêmica (Objetivação-denominação): memorização para a reprodução, meios de facilitação, automatização por repetições;
- Epistêmica (Imbricação do eu na situação): aceitação simples, testes particulares, demonstrações ingênuas, demonstrações formais;
- Epistêmica (Distanciação-Regulação): classificação de estruturas matemáticas, conexões da matemática com outras ciências e conhecimento, profissão e sociedade;

⁴⁴ As subdivisões são apresentadas em Borges e Moretti (2016, p. 493) em forma de Quadro, mas vamos apresentá-lo apenas no Capítulo seguinte que contemplará as análises da Relação com o Saber para permitir o melhor entendimento dos códigos que lá constam e a sua referência com as análises.

- Identitária: desejo e sentido – identificação pessoal e necessidade objetiva;
- Identitária: mobilização – organização pessoal e disposição para estudar;
- Social: aluno-turma, escola básica, professores e curso, universidade, família e eu e o mundo.

Esta subdivisão pode ser observada de uma maneira mais explicativa no Quadro 5 abaixo, elaborado por Borges e Moretti (2016, p. 493):

Quadro 5 - Divisões e subdivisões das dimensões da Relação com o Saber

| Dimensões | Divisões | Subdivisões |
|--|---|---|
| A – Epistemológicas | 1- Objetivação-denominação (apreensão/retenção) | 1- Memorização para reprodução |
| | | 2- Meios de facilitação |
| | | 3- Automatização por repetições |
| | 2-Imbricação do eu na situação (domínio) | 1-Aceitação simples |
| | | 2-Testes particulares |
| | | 3-Demonstrações ingênuas |
| 4-Demonstrações formais | | |
| 3-Distanciação-regulação (sistematização, classificação) | 1-Classificação de estruturas matemáticas | |
| | 2-Conexões da matemática com outras ciências | |
| | 3-Conhecimento, profissão e sociedade (Ciência Tecnologia e Sociedade) | |
| B- Identitárias | 1-Desejo e sentido | 1-Identificação pessoal: física, lógica, sensibilidade e desafio |
| | | 2-Necessidade objetiva |
| | 2-Mobilização | 1-Organização pessoal (tempo, material de ensino) |
| | | 2-disposição para estudar (comprometimento) |
| C-Sociais | 1-Eu, os outros e o mundo | 1-Aluno-turma |
| | | 2-Escola básica: pública/particular; qualidade |
| | | 3-Professores e curso: relacionamento, desempenho, pressão do ritmo do curso; significado do curso |
| | | 4-Universidade: formação profissional, expectativas sócio-econômicas e culturais |
| | | 5-Família: expectativa da família; pressões familiares |
| | | 6- Eu e o mundo: sobrevivência; papel social pessoal e profissional |

Fonte: Borges e Moretti (2016, p. 493).

Pensando na sala de aula inclusiva, local este que acreditamos ser o possível e necessário para a aprendizagem dos estudantes cegos e, sabendo das variadas relações existentes, com os seus colegas, os pais, os professores e com ela mesma enquanto estudante cega, que poderá ou não aprender os conteúdos que lhes são apresentados, nos questionamos: qual a relação da estudante cega com o saber, levando em conta todo o seu entorno, as suas expectativas e experiências individuais?

Por corroborar com Charlot (2000, p. 54), quando ele menciona que “a educação é uma produção de si por si mesmo”, a presente pesquisa que, de forma ampla, investiga o aprendizado de matemática pela estudante cega, passa pela necessidade de entendimento das questões de apropriação do mundo na percepção da própria estudante cega, pois “não se pode ensinar a alguém que não quer aprender”⁴⁵ (SILVA, 2015b, p. 51). Nesta direção e acreditando que a questão da aprendizagem vai além de aspectos semio-cognitivos também investigados neste trabalho, nos questionamos: a estudante cega vê sentido na aprendizagem de matemática?

Nas linhas seguintes, chegando ao Quinto Capítulo desta Tese, inspirados nos aspectos tocantes à estudante cega como ser individual e social imersa em uma classe inclusiva de ensino regular, mostramos um diagnóstico da aprendizagem em matemática. Este diagnóstico nos revela aspectos importantes e desafiadores relativos à aprendizagem de matemática desta estudante.

⁴⁵ Esta colocação faz parte da maneira de apropriação do mundo chamada por Charlot de processo aprender (SILVA, 2015b, p. 51) e é indicada no trabalho de Silva (2015b) como a primeira das considerações geradas por este processo.

5 DIAGNÓSTICO: O ACOMPANHAMENTO DE UMA ESTUDANTE CEGA E O LEVANTAMENTO DE OUTRAS HIPÓTESES

O ser humano é um ser social por natureza, ele só se constitui na presença de outro ser humano, e só se desenvolve pela interação com os outros e, como um indivíduo essencialmente social, tem necessidade de sentir-se como pertencente a um grupo (AMIRALIAN, 2004, p. 26).

Neste Capítulo apresentaremos um diagnóstico sobre a aprendizagem da estudante cega. Tendo em mente aspectos semio-cognitivos, desvelaremos um levantamento diagnóstico alcançado por meio de encontros realizados com a estudante cega durante os anos de 2015 a 2017. Cercamos questões do aprendizado de matemática vivenciadas em sala de aula. O acompanhamento feito junto à estudante, apontou algumas especificidades que abarcavam o aprendizado e levantou mais algumas hipóteses de trabalho que se agregariam às conclusões transportadas do trabalho⁴⁶ anterior da autora, culminando na análise do Livro Didático de matemática em Braille (Capítulo 6).

Na sequência, mostraremos cada uma dessas etapas separadas por semestres em que elas aconteceram, assim como os resultados percebidos no que cerca a aprendizagem matemática dessa estudante.

5.1 O ACOMPANHAMENTO: ALGUMAS INFERÊNCIAS

O acompanhamento foi realizado com uma estudante cega que cursava o Ensino Médio em uma escola particular no Bairro Trindade, em Florianópolis. A maioria dos encontros aconteceu na Biblioteca Central da Universidade Federal de Santa Catarina (alguns no Laboratório de Matemática da mesma Universidade). O acompanhamento acontecia uma vez por semana e tinha como foco a realização de um levantamento em relação às especificidades envolvidas na aprendizagem matemática da estudante. Atentamos para os conceitos

⁴⁶ Refere-se à dissertação de mestrado defendida em março de 2015, na qual a autora faz alguns apontamentos que deram origem ao projeto de pesquisa para elaboração do trabalho atual.

que foram trabalhados na sala de aula de ensino regular pela estudante. Estes encontros aconteceram no período de 27/8/15 a 11/10/16, no turno noturno.

Todo o acompanhamento foi descrito em fichas que chamamos, Ficha de Acompanhamento Estudantil (FAE)⁴⁷, criadas pela autora com ênfase semio-cognitiva e baseadas na teoria de Registros de Representação Semiótica em Duval (2004b, 2009, 2011). Foram, no total, 22 fichas que consistiram em relatar as atividades desenvolvidas, bem como apontar os conceitos estudados e as particularidades identificadas na aprendizagem desses conceitos pela estudante cega e, por fim, investigar os Registros de Representação Semiótica percebidos nesta aprendizagem.

Desta forma, fizemos um levantamento diagnóstico focando em questões semio-cognitivas da aprendizagem durante todo o Ensino Médio (1º ano – 2º semestre de 2015; 2º ano – 1º e 2º semestres de 2016). As questões semio-cognitivas são tanto no âmbito dos Registros de Representação Semiótica e de algumas especificidades já apresentadas nas hipóteses preliminares desta Tese (aumento no número de caracteres nas escritas em Braille, desacertos relacionados ao CMU, escrita não-linear para expressões fracionárias em Braille), como também aspectos relacionados aos aspectos gerais das aulas, como avaliações, exercícios e dúvidas. Os conteúdos trabalhados não foram selecionados por nós, pois optamos em seguir a grade que estava sendo aplicada na classe da estudante. Esta opção deve-se ao cunho investigativo de acompanhamento desta pesquisa. Explanamos na sequência, no formato de tópicos, algumas inferências percebidas separadas em três momentos distintos: segundo semestre de 2015 (1º ano do Ensino Médio); primeiro e segundo semestres de 2016 (2º ano do Ensino Médio):

5.1.1 Inferências – Acompanhamento 2015 (segundo semestre)

Os encontros de acompanhamento relacionados ao segundo semestre de 2015 aconteceram do dia 27/08/2015 ao dia 29/10/15. No total, foram 7 encontros, alguns na Biblioteca Universitária Central e outros no Laboratório de Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, ambos da Universidade Federal de Santa Catarina. Os conteúdos revisitados nestes encontros foram: Trigonometria; Função

⁴⁷ As FAE de todos os encontros de acompanhamento realizados com a estudante cega, encontram-se no Apêndice B deste trabalho.

Composta; Função Inversa; Equações do 1º grau (revisão); Equação logarítmica.

Observações Colhidas:

1. Número aumentado de caracteres (função inversa, função composta);
2. Desconhecimento, pela estudante, da linguagem matemática em Braille de noções básicas de trigonometria (arco, ângulo, logaritmo);
3. Dificuldade no entendimento de figuras transcritas para o Braille;
4. Algumas tabelas apresentadas no Livro Didático em Braille não permitem anotações pelo estudante;
5. Dificuldades na escrita de regras de três;
6. Dificuldades no tratamento de expressões para resolução de funções compostas e logaritmo;
7. Tratamento dificultoso de certas expressões (função composta) a estudante resolve mentalmente e esquece do que deve registrar como resposta;
8. Entraves no cálculo de mínimo múltiplo comum devido a escrita da fração de maneira linear;
9. Os parênteses auxiliares⁴⁸ aumentam ainda mais o número de caracteres em expressões fracionárias que requerem parênteses “normais”;
10. Registro de divisões e multiplicações. Não existe maneira de registrar em Braille para calcular;
11. A conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica devido a escrita em Braille que consta no CMU apresenta mudança de ordem (em braile: log na base b de x; em tinta: log de x na base b).

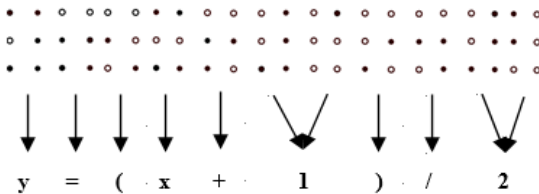
De forma geral, as observações colhidas e apresentadas acima chamaram a atenção não somente por mostrar dificuldades, mas por se

⁴⁸ Segundo Brasil (2006a, p. 15) os parênteses auxiliares são “uma alternativa de recurso de representação em Braille nos casos em que a escrita linear dificulta o entendimento das expressões matemáticas”.

relacionarem, de alguma maneira, às hipóteses preliminares desta pesquisa: desacertos no CMU, não transparência da tinta ao Braille em expressões matemáticas e o número aumentado de caracteres em algumas expressões. Vale lembrar que, diferentemente de Duval (2004b, p. 50) que usa o termo não congruência semântica para indicar a problemática que acontece em algumas atividades de conversões entre registros de representação, usamos os termos não transparência ou opacidade no lugar de não-congruência semântica, uma vez que a estudante não participa dos processos de transcrição da tinta ao Braille.

No que se refere ao tópico 1, percebemos que o número de caracteres em Braille é maior do que o número de caracteres em tinta para a mesma expressão estudada. Como exemplo para o que foi inferido neste tópico, mostramos uma parte do relato da aula de acompanhamento do dia 24/09/15. A dificuldade percebida com o número aumentado de caracteres referiu-se a expressão $y = \frac{x+1}{2}$, que possui em tinta, 7 caracteres. Para mostrar a diferença entre o número de caracteres da tinta ao Braille, mostramos a expressão em Braille na Figura 11:

Figura 11 - Expressão simulada em Braille⁴⁹



Fonte: A Autora.

Como a cada duas colunas da Figura 11, contamos 1 (um) caractere em Braille, temos em Braille, 11 caracteres. Como mencionamos nas hipóteses preliminares desta Tese (Considerações Iniciais), para este caso constata-se uma não transparência na conversão da tinta ao Braille observada pelos critérios de congruência estudados em Duval (2004b, p. 53). Para esta expressão a diferença entre o número de caracteres não é tão expressiva, mas como há necessidade de fazer o

⁴⁹ Na transcrição em tinta desta expressão, os parênteses que são transcritos são chamados de parênteses auxiliares (BRASIL, 2006a, p. 15) e, neste caso, são usados para indicar o início e o fim do numerador da expressão fracionária. Os parênteses auxiliares são utilizados apenas nas transcrições em Braille e não aparecem nas expressões em tinta.

estudante cega faz a seguinte leitura: \log na base b de x (conforme CMU⁵⁰). Isso é uma diferença que precisa ser percebida pelo professor e esclarecida à estudante com o auxílio do CMU, para que não aconteçam equívocos entre a base e o logaritmando. Desta forma, assim como apontam Anjos (2015), Machado (2009) e Masini (2013), há a necessidade de aprendizado do Sistema Braille pelo professor, como também do Código Matemático Unificado - CMU.

5.1.2 Inferências – Acompanhamento 2016 (primeiro semestre)

No primeiro semestre do ano de 2016, os encontros de acompanhamento aconteceram entre os dias 10/03/2016 e dia 30/06/16, incluindo estas datas. No total, foram 10 encontros, todos na Biblioteca Universitária Central da Universidade Federal de Santa Catarina. Os conteúdos acompanhados nestas aulas foram: Sistemas Lineares, noções de Ângulos, Matrizes e Determinantes.

Observações Colhidas:

1. Verbalizar oralmente ou por escrito, as ações realizadas durante a resolução de algumas situações-problema;
2. Dificuldades em alguns cálculos mentais. Não é utilizada nenhuma ferramenta não semiótica, como por exemplo, o ábaco ou calculadoras falantes⁵¹ durante as aulas.
3. A estudante não utiliza representações auxiliares para fazer cálculos de operações fundamentais em matemática, como por exemplo, uma multiplicação de um número de 4 algarismos por um número de 5 algarismos;
4. Falta um símbolo no CMU para representar as chaves que delimitam as equações de um sistema linear;
5. Dificuldades apresentadas nas transformações necessárias para resolver o sistema linear, pois os cálculos são resolvidos na máquina Braille e carregam muitos símbolos;

⁵⁰ A forma de escrita e leitura deste logaritmo é mostrada no CMU (BRASIL, 2006a, p. 72).

⁵¹ A calculadora que fala é um material pedagógico utilizado para casos de estudantes cegos, pois ao serem clicados os botões a máquina emite o som das teclas utilizadas.

6. Desconhecimento da linguagem matemática em Braille pela estudante cega;
7. Na escrita em Braille de um monômio, como $8c$, por exemplo, é necessário escrever $8xc$, senão há confusão com o número 83 , aumentando assim o número de caracteres.
8. No trato com matrizes, a escrita em Braille apresenta dificuldades no momento da escrita, pois torna-se demorada, assim apresenta dificuldades do tipo espaciais na escrita entre uma linha e outra. No CMU, a representação para delimitar uma matriz é $\| \|$ ao invés de $()$ ou $[]$.
9. O tempo para resolução de operações com matrizes é algo a se questionar devido a escrita que apresenta dificuldades (ver Figura 12 a seguir);
10. Para o cálculo de inversa de uma matriz, há dificuldade na escrita dos sistemas lineares gerados para a resolução, pois há um número aumentado de caracteres. Para facilitar, excluímos alguns caracteres na resolução como: $\{$ – símbolo que delimita – o sistema linear, $(+ 4)$ – utilizado como uma representação auxiliar – que representa a multiplicação de uma linha do sistema linear por quatro positivo e \Rightarrow – sinal de implica –, utilizado em algumas operações cognitivas de tratamento.
11. Há dificuldade para localizar as diagonais principais e secundárias no cálculo de determinantes.

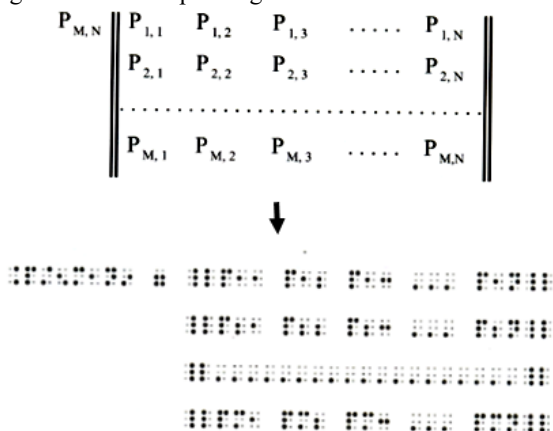
Como mostrado no tópico 1, tem-se incentivado a ação de explicar utilizando a fala, pois a linguagem falada não cumpre apenas o papel de comunicar algo a alguém. Quando “fala-se ou escreve-se para si com o objetivo de explicitar para si mesmo seja o que se faz ou o que se pensa” (DUVAL, 2014, p. 35) cumpre-se a função cognitiva de tomada de consciência. Além do mais, no que diz respeito ao poder da palavra frente à cegueira pela mediação semiótica, poderíamos pensar na utilização de experiências semióticas das pessoas que enxergam para transmitir às pessoas cegas alguns conceitos por meio das palavras (VYGOTSKI, 1997) na medida do possível para o caso da matemática.

Na função cognitiva de tomada de consciência, além da fala, existe a necessidade de utilizar registros escritos. Em matemática, em especial, há necessidade de usar a escrita como forma de auxiliar em determinados cálculos, expor ideias, fazer modificações nas figuras geométricas, as chamadas modificações mereológicas, óticas,

posicionais (DUVAL, 2012, p. 125). Mas o que percebemos, no caso da estudante cega, é que estes registros mostram algumas dificuldades na escrita em Braille. Como vimos nos tópicos 2 e 3, não há registros em Braille de operações fundamentais como divisão e multiplicação, os cálculos na maioria das vezes são feitos mentalmente e não há o costume, por ela, de anotação. Isso acaba gerando erros e não há uma maneira para conferência dos valores, como aquelas feitas pelos estudantes que enxergam na escrita no papel de operações básicas. Vale mencionar, neste momento, que a insistência neste ponto se dá por sabermos, conforme apontado por Vygotski (2011, p. 868), que a escrita do cego pode ser transferida do caminho visual para o tátil, e este caminho é o do Braille, sendo assim realizada em outro sistema de signos.

Ainda relativo à dificuldade em registrar ou fazer anotações na escrita em Braille, mencionamos nos tópicos 8 e 10, o conteúdo de matrizes. Este carrega empecilhos na forma espacial da escrita. Para exemplificar, mostramos na Figura 12 da sequência, a forma como a estudante deve registrar uma matriz em Braille segundo o CMU:

Figura 12 - Forma para registro de uma matriz em tinta e em Braille



Fonte: Adaptado de Brasil (2006a, p. 72).

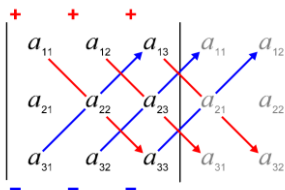
Quando acontece, o registro é feito apenas de uma única matriz. Quando há a possibilidade de obter as matrizes já transcritas para o Braille, a estudante optava por não registrar no papel em Braille, mencionando a dificuldade pela quantidade de caracteres e o tempo gasto. Vale mencionar ainda, como nos indica Zanette e Toniazzi (2017, p. 2) que ao transpor “a organização do pensamento para o

registro escrito das ideias organizadas significa ensinar a pensar”. A falta de transcrição para o papel poderia afetar a estudante neste aspecto, mas não por um desejo seu e sim, empecilhos percebidos na sua forma de escrita.

Por fim, mencionamos o conceito de determinantes e a identificação de diagonais principais e secundárias em uma matriz quadrada. Também relacionamos a dificuldade mostrada pela estudante, à inexistência ou impossibilidade, no Braille, de fazer anotações auxiliares, modificando a matriz e permitindo a visualização dos elementos que compõe a diagonal principal e secundária. Escrevendo e modificando a sua anotação, o estudante que enxerga realiza a função de tomada de consciência (DUVAL, 2014, p. 35), mas no caso da estudante cega, isso é afetado na escrita de alguns conceitos em Braille, como temos visto até o momento.

Para exemplificar, analisamos a Figura 13 que segue. Nela, mostramos uma modificação na matriz A, feita com os tracejados para identificar os elementos que compõe as diagonais principais e secundárias:

Figura 13 - Diagonais principais e secundárias em uma matriz



Fonte: commons.wikimedia.org.

Como a estudante cega faria essas anotações para facilitar o entendimento e estudo deste conceito quando tivesse que escrever por si uma matriz? Logicamente, não queremos mostrar que a escrita em Braille não deve ser realizada, mesmo porque, assim como é mencionado por Vygotski (2011, p. 868)

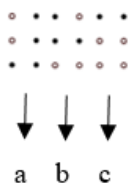
Nós nos acostumamos com a ideia de que o homem lê com os olhos e fala com a boca, e somente o grande experimento cultural que mostrou ser possível ler com os dedos e falar com as mãos revela-nos toda a convencionalidade e a mobilidade das formas culturais de comportamento (VYGOTSKI, 2011, p. 868).

Nosso objetivo é apontar que, em alguns casos, precisamos proporcionar formas diferenciadas para a aprendizagem de determinados conceitos. Este ponto mencionado reforça a ideia do tópico 9, no qual se infere a necessidade de um tempo extra para a realização de algumas atividades pelo estudante cego, também já mencionado em Anjos (2015, p. 133).

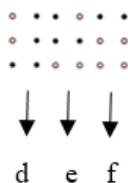
Passando ao tópico 7, analisamos a Figura 14 que mostra uma situação constatada na aula de acompanhamento extraclasse do dia 7/04/16⁵². Neste dia, constatamos que o número 83 e a expressão 8c são escritos da mesma forma em Braille:

Figura 14 - O número 83 e a expressão 8c

83 em Braille



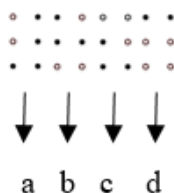
8c em Braille



Fonte: A Autora.

Na Figura 14, **a** corresponde ao sinal em Braille para número, **b** ao 8 e **c** ao 3. Já **d** corresponde ao sinal de número, **e** ao 8 e **f** ao c. Percebemos então, que a escrita em Braille para 83 e 8c é a mesma, então é necessário escrever em Braille 8xc, conforme mostrado na seqüência na adaptação feita na Figura 15:

Figura 15 - Escrita da expressão 8xc de maneira diferenciada



Fonte: A Autora.

⁵² Todas as aulas de acompanhamento extraclasse podem ser encontradas nas Fichas de Acompanhamento Estudantil no Apêndice B desta Tese e foram apresentadas por data de aplicação.

Na Figura 15, existe um caractere representando a multiplicação e impedindo que aconteça a confusão mostrada na Figura 14. Então, temos a seguinte correspondência: **a** é o sinal em Braille para número, **b** é o algarismo 8, **c** é o sinal de multiplicação e **d** é a letra c. Assim, como mencionado em Zanette e Toniazzi (2017, p. 3), algumas símbolos em Braille representam número e letras e a diferença se dá pelo sentido que recebe no texto que são empregados ou, ao que Saussure (2012, p. 70) chama de valor. Reforçamos assim, como já mencionado no tópico 11, a necessidade de aprendizado do Braille pelo professor de matemática para auxiliar o estudante em relação à escrita em Braille da linguagem matemática, tanto em anotações como no Livro Didático em Braille. Assim como pontuamos que uma simples confusão como essa, se não for devidamente identificada, pode acarretar em dificuldades de compreensão que envolvem vários conceitos, definições e propriedades na aprendizagem matemática.

5.1.3 Inferências – Acompanhamento 2016 (segundo semestre)

Neste, que é o último semestre de acompanhamento, os encontros aconteceram de 25/08/2016 a 11/10/16. No total, foram 5 encontros, todos na Biblioteca Universitária Central da Universidade Federal de Santa Catarina. Os conteúdos acompanhados nestas aulas foram: Análise Combinatória e Números Binomiais.

Observações Colhidas:

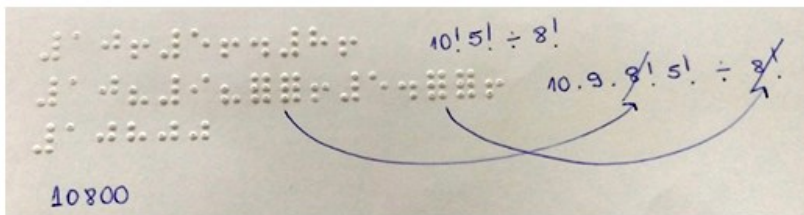
1. Dificuldades para operar tratamento com números fatoriais devido à escrita fracionária linear;
2. Cálculos mentais são realizados, pois não se consegue escrever representações auxiliares para multiplicações e divisões;
3. Utilizamos o mesmo símbolo de exclamação para escrever o fatorial, uma vez que o símbolo de fatorial em Braille é escrito com dois caracteres;
4. Em questões de análise combinatória não há utilização de representações auxiliares para questões como o cálculo de número de senhas possíveis, por exemplo, nem quando é necessário, calcular utilizando árvores de possibilidades;

5. O número aumentado de caracteres em expressões que envolvem expressões fracionárias com fatorial dificultaram a leitura e o entendimento do que deveria ser calculado na questão;
6. As expressões a serem resolvidas nos casos de números binomiais tem um número aumentado de caracteres, chegando a quase o dobro em alguns casos. O relato de dificuldade é em relação à escrita após o raciocínio realizado. A estudante resolve mentalmente e não lembra do que deve anotar para finalizar a questão;

No tópico 1, a dificuldade percebida refere-se a mudança de espacialidade na escrita linear das frações em Braille comparadas à escrita em tinta e como consequência, a necessidade de fazer uma operação de tratamento para resolver fatoriais. Na Figura 16 a seguir, mostramos a diferença semiótica verificada entre a escrita da resolução de uma expressão em tinta e em Braille⁵³:

Figura 16 - Expressão fracionária em tinta e em Braille

$$\frac{10!5!}{8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!5!}{8!} = 10800$$



Fonte: Acervo da Autora.

Nas resoluções acima, percebemos a mudança de forma entre a escrita em tinta (não linear) e a escrita em Braille (linear), o que já foi mencionado nos tópicos 6, 8 e 9 das inferências do segundo semestre de 2015. Nestes casos a mudança de forma das frações escritas em tinta e em Braille, pode acarretar na mudança de conteúdo (DUVAL, 2004b, p. 50-55). A estudante mostrou dificuldades em designar numeradores e

⁵³ O tratamento da expressão contido na Figura 8 refere a resolução feita pela estudante durante a aula em sua máquina Braille.

denominadores e em operar o tratamento necessário para resolver o fatorial.

Neste ponto, cabe lembrar o alerta dado por Duval (2004b, p. 97) no uso de léxicos do tipo da barra da fração⁵⁴, uma vez que, ao não designarem o objeto por eles mesmos, modificam o significado e a referência dos termos da escrita posicional, podendo “representar um custo importante durante a aprendizagem” (DUVAL, 2004b, p. 97). Para o caso da estudante cega, inferimos que este custo cognitivo pode estar ainda mais elevado devido a mudança de forma e, conseqüentemente do conteúdo pela escrita linear das frações em Braille, que não possibilitaria perceber a organização sintática dos registros literais.

Nos tópicos 2 e 4, percebe-se a mesma dificuldade já apontada nos tópicos 4 e 10 das inferências do segundo semestre de 2015 e 2, 3, 8 e 10 das inferências do primeiro semestre de 2016: não possibilidade de registros ou representações auxiliares no caso de operações como a multiplicação e a divisão.

No tópico 3, com a ideia de diminuir o número de caracteres na escrita em Braille do símbolo de fatorial (Ver FAE do dia 15/09/16), devido ao fato da não transparência da tinta ao Braille já mencionado em tópicos anteriores, utilizamos, de maneira informal e explicando para a estudante cega, o símbolo do ponto de exclamação (da pontuação em Português) para representar o símbolo de fatorial.

Sabemos que a alteração de três caracteres em $n!$, conforme mostrado no CMU, para 2 caracteres pela alteração, resultou em uma diferença de apenas um caractere. Mas, pensando no tamanho de algumas expressões matemáticas, isso pode facilitar a leitura da estudante cega. A mesma dificuldade pode ser percebida no tópico 5 e 6, ainda com o conteúdo de fatorial e também com números binomiais.

Para o conteúdo de números binomiais, na aula de acompanhamento do dia 11/10/16, escrevemos a expressão $81x^4 + 216x^3y + 216x^2y^2 + 96xy^3 + 16y^4$ em tinta. Esta expressão é resultado do tratamento (desenvolvimento) do número binomial $(3x + 2y)^4$. Tratamos, assim como na maioria das aulas de acompanhamento, do desenvolvimento utilizado no raciocínio, solicitando de modo que a estudante resolvesse oralmente (função cognitiva de tomada de consciência) para depois registrar a expressão

⁵⁴ Duval (2004b, p. 97) cita a nomenclatura dada por Granger (1979, p. 51) aos símbolos chamados de incompletos ou sincategorimáticos, que podem ser traços de números negativos, o ponto para os decimais, a barra usada para as frações, entre outros.

em Braille. Percebemos uma diferença no número de caracteres de 30 em tinta para 47 em Braille para a expressão quando solicitamos o registro em Braille. Conforme mencionado anteriormente, em alguns tópicos, a diferença existente acarreta em uma não transparência na conversão da tinta ao Braille. Para os casos tratados por Duval (2004b), a não-congruência, tanto aumenta o tempo de tratamento das expressões, como pode acarretar em uma conversão impossível de ser executada.

As nossas percepções fundamentais foram elencadas nas linhas anteriores e podem servir como um levantamento das principais especificidades na aprendizagem da estudante cega ao longo de grande parte do período em que ela cursou o Ensino Médio. Com a ideia de não ter esgotado todos os conteúdos e pontos relevantes que cercam esta aprendizagem, esperamos ter apontado um caminho que sirva como ponto de partida ao professor de matemática em uma classe inclusiva.

Dando continuidade e encerrando as análises desta Tese, mostramos os resultados obtidos com a investigação do Livro Didático em Braille da estudante cega, tanto no que cerca aspectos semio-cognitivos quanto àqueles ligados à Relação com o Saber estabelecida por esta estudante na classe inclusiva. As inferências presentes neste Capítulo foram retomadas e a elas lançados novos olhares, assim como outros aspectos da aprendizagem da estudante que emergiram pelo contato com o Livro Didático de matemática em Braille.

6 LIVRO DIDÁTICO TRANSCRITO PARA O BRAILLE: ANÁLISE SEMIO-COGNITIVA DE SEU USO E O ACESSO AOS OBJETOS DE SABER EM MATEMÁTICA

Nem todas as diferenças necessariamente inferiorizam as pessoas. Há diferenças e há igualdades – nem tudo deve ser igual, assim como nem tudo deve ser diferente
(ROSA; BARALDI, 2018, p. 12).

Com o objetivo de encerrar as análises desta Tese, o presente Capítulo discute o Livro Didático de matemática em Braille e a sua utilização pela estudante cega. Estudamos este material desde a sua definição, passando pela história da elaboração do livro transcrito, culminando nas análises dos 10 Encontros de acompanhamento feitos com a estudante tendo como apoio o Livro Didático.

6.1 LIVRO DIDÁTICO: DEFINIÇÃO

Iniciando este Capítulo, definimos o material usado por estudantes e professores em situações de aprendizagem e que foi legitimado desde a Didática Magna de Comenius (ARRUDA; MORETTI, 2002) como instrumento de referência do estudante: o Livro Didático. Para Silva Junior (2007, p. 16), o livro didático é um material destinado a dois tipos de leitores, os professores e os alunos, sendo os primeiros responsáveis pela mediação dos conceitos e o aluno aquele que vai aprender, construir e alterar significados da sociedade através de seu uso. O livro didático, diferentemente do livro técnico, é utilizado em situações didáticas, uma vez que o livro técnico, visa instruir no ensino de artes, ciências, entre tantas outras disciplinas (FIORIN; SAVIOLI, 1993, p. 406), sendo assim, um texto de conceitos e teorias. Podemos diferenciar o livro didático do livro técnico pelo caráter científico do segundo perante o primeiro.

6.2 ESTRUTURA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: ASPECTOS GERAIS

O livro didático de matemática atual, de maneira geral, é dividido em capítulos que abordam, nesta ordem os seguintes aspectos: uma contextualização sobre o conteúdo a ser trabalhado, em que aparecem imagens ou figuras, na maioria das vezes de situações reais e cotidianas; a definição dos conceitos trabalhados por meio da linguagem matemática em registro formal e exercícios sobre os conceitos trabalhados, por vezes, contextualizados, não sendo isso uma regra. Alguns destes livros trazem trechos históricos sobre o matemático envolvido na elaboração de tal conteúdo.

De maneira geral, o aspecto visual é uma característica marcante deste material, pois são mostrados, gráficos, tabelas, imagens e figuras geométricas das mais variadas (1D, 2D e 3D). Depois do Movimento da Matemática Moderna, os livros não possuem mais textos longos e sim, “passaram a ser ilustrados com figuras e desenhos, em sua maioria coloridos, visando fundamentar-se na realidade do aluno” (BRASIL, 2006b, p. 137).

Duval (2004b, p. 49) menciona que em livros didáticos de matemática é marcante a necessidade da atividade cognitiva de conversão devido “aos incessantes vai e vem entre frases em língua natural, fórmulas literais, expressões em linguagem formal, figuras geométricas ou gráficos cartesianos”. No caso mencionado por Duval (2004b), os livros em questão tratam-se de um material apresentado ao estudante que enxerga. Percebemos, nas linhas que seguem, que os livros didáticos dos estudantes cegos têm estas mesmas características, visto que são transcritos ou elaborados tendo como referência o material do estudante que enxerga (MASINI, 1994). Sabendo deste fato, a questão que nos inquieta e perpassa a elaboração do livro transcrito para o Braille foi: como se dá o acesso às representações transcritas dos objetos de saber em matemática presentes no Livro Didático de matemática em Braille sendo este elaborado a partir do material de quem enxerga?

6.3 LIVROS TRANSCRITOS PARA O BRAILLE: HISTÓRIA E PROCESSO DE TRANSCRIÇÃO

6.3.1 Ponto a ponto: da tinta ao Braille em um pouco de história

A importância dos livros na evolução da sociedade tem o seu papel de destaque quando falamos dos processos de ensino e aprendizagem. A transformação da linguagem oral em uma representação em caracteres gráficos data de 5 mil anos (OLIVEIRA, 2006, p. 37), mas no que cerca a leitura de pessoas cegas, esta data se deu muito posteriormente.

Em relação ao processo de leitura e escrita e ainda não aos livros, especificamente, podemos dizer que a primeira ação realizada em prol do conhecimento das letras pelos cegos teve como responsável o jovem Louis Braille, com a criação do sistema de escrita e leitura em Braille, por volta de 1825 (ANJOS, 2015, p. 53). A principal preocupação de Louis Braille estava relacionada à dificuldade com os estudos que acarretava uma vida sem livros.

Em relação especificamente aos livros transcritos, pontuamos duas das principais instituições responsáveis pelo processo de transcrição no Brasil: O Instituto Benjamin Constant e a Fundação Dorina Nowill para cegos.

Embora Martins (2015, p. 96) atribua o pioneirismo do trabalho de impressão de livros transcritos em Braille à Fundação Dorina Nowill para cegos, que instalou a Imprensa Braille em 1950, motivada pela necessidade de permitir com que os cegos tivessem acesso à informação e cultura, constatamos que este trabalho foi iniciado pelo Instituto Benjamin Constant (IBC) desde o século XIX.

O IBC, em 1854 quando foi fundado, chamava-se Imperial Instituto dos Meninos Cegos e mantinha contato próximo com o Instituto dos Meninos Cegos de Paris (primeira escola de cegos do mundo) em decorrência de um estudante que frequentou esta escola e era brasileiro, José Álvares de Azevedo. O sonho de Azevedo foi materializado em Instituto e inaugurado apenas seis meses após a sua morte, em 17 de setembro de 1854 (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 3)⁵⁵.

⁵⁵ A escassez de material de referência relacionada ao assunto específico da história da transcrição de livros para o Braille, nos fez utilizar, preponderantemente, este referencial na escrita.

Os materiais utilizados inicialmente neste Instituto foram doados pela escola de Paris. Tanto que em 1854, o Instituto de Paris fez a impressão do primeiro material em língua estrangeira, que tratava-se do Método de Leitura em Português, material com 76 páginas, cujos os recursos para impressão foram sustentados pelo imperador Dom Pedro II (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 3).

Alguns inconvenientes como, retardo na chegada do material e dificuldades de tradução, fizeram com que em 14 de agosto de 1857 fosse criada a oficina tipográfica do então Imperial Instituto dos Meninos Cegos, por iniciativa do diretor Claudio Luiz da Costa (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 3). Consta que a primeira obra transcrita foi a História Cronológica do Imperial Instituto dos Meninos Cegos de 1863. Nessa época, ainda utilizavam-se regletes para a cópia de textos que já haviam sido criados. Alguns especialistas treinados conseguiam ler com a mão esquerda e copiar com a mão direita, como mostrado na Figura 19 a seguir:

Figura 19 - Elaboração de cópias de textos em Braille



Fonte: Cerqueira, Pinheiro e Ferreira (2014, p. 5).

Até os anos de 1930, o processo de transcrição de materiais em Braille era restrito à cópias manuais e impressão tipográfica. Só em 1939, a tipografia do Instituto passou a chamar-se Seção Braille e passou a utilizar máquinas de estereotipia Braille importadas que, mais tarde fariam a impressão em ambos os lados do papel (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 5). Em 1942, foi criada a imprensa Braille nesta instituição.

No que se refere à Fundação Dorina Nowill para cegos, a imprensa Braille foi instalada em 1950, contando com apoio dos governos municipais e estaduais do Estado de São Paulo e de doações

da *American Foundation for Overseas Blind* e *Kelog Foundation for the Blind*, ambas dos Estados Unidos (MARTINS, 2015, p. 95).

Em 1943 foi lançada a primeira revista em Braille do Brasil, a *Revista Brasileira para Cegos* (RBC) e posteriormente, em 1959 a revista infanto-juvenil chamada *Pontinhos*, ambas em circulação no Brasil até os dias atuais. Antes desta data, em 17 de setembro de 1949, a Portaria n. 504 do Ministro de Estado da Educação e Saúde incumbiu ao IBC à distribuição gratuita de livros em Braille para todo o país (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 7).

Em 1972 iniciou-se, pela Fundação Dorina Nowill para cegos, a Unidade de Livro Falado para Cegos e, desde esta época, a Fundação é responsável tanto pela produção de materiais em Braille, como por livros falados e digitais (MARTINS, 2015, p. 98). Atualmente, essa Fundação distribui livros transcritos para mais de 1.650 organizações, como escolas, universidades e associações (MARTINS, 2015, p. 98).

Oficialmente, em 1998, o Governo Federal iniciou a implantação do Projeto CAP, em que destinou aos Centros de Apoio Pedagógico para Deficientes Visuais, o aumento “da oferta de textos didáticos para alunos cegos e/ou com baixa visão das diferentes regiões do Brasil” (OLIVEIRA, 2006, p. 38). Segundo Oliveira (2006, p. 38), em 26 de fevereiro de 1999, foi criada a Comissão Brasileira de Braille que se preocupou com a unificação dos códigos disponíveis em Braille. A partir de 2000, as obras do Programa Nacional do Livro didático passaram a ser transcritas para o Braille, isso em parceria com os CAP.

Segundo Cerqueira, Pinheiro e Ferreira (2014, p. 8), houve evolução na produção de livros e textos em Braille, segundo ações do governo, na década que compreende os anos de 1999 a 2009 em que

Com a soma de esforços do FNDE—MEC/SEESP o IBC integrou-se ao Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD) e, também, ao Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE), atendendo a uma demanda nacional de alunos cegos, do Ensino Fundamental, matriculados nas escolas públicas (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 8).

Em 2007, a Divisão de Braille do IBC, responsável pela elaboração de materiais transcritos, passou por reformas, ampliações e aquisição de outros maquinários mais avançados. O IBC promoveu cursos de qualificação no Sistema Braille e outros temas com abrangência nacional para professores tanto do Brasil quanto de outras

nações em que a língua oficial era o Português (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014, p. 10). Na Fundação Dorina Nowill para cegos, além de livros didáticos são produzidos materiais especiais, como: partituras de músicas, cardápios, cartões de visita, embalagens, entre outros, além de serem oferecidos serviços de educação, reabilitação, profissionalização, cultura, pesquisa e prevenção da cegueira (MARTINS, 2015, p. 98) até os dias atuais.

6.3.2 Processo atual de elaboração do livro didático em Braille⁵⁶

Em entrevista com o responsável técnico, que chamaremos de R, da Fundação Catarinense de Educação Especial (FCEE), tivemos acesso às etapas que fazem parte do processo de elaboração do material didático em Braille, as quais apresentamos na sequência.

As etapas pelas quais passam os materiais didáticos para serem transcritos para o Braille, apresentadas pela FCEE, se assemelham ao que é mostrado por Cerqueira, Pinheiro e Ferreira (2014, p. 12). E são elas: adaptação, transcrição e revisão.

Na entrevista cedida em 26 de abril de 2017⁵⁷, R nos informou que a elaboração de material didático em Braille e digital é uma das principais atividades do CAP da FCEE, que funciona a, aproximadamente, 30 anos. Atualmente, de maneira totalmente informatizada, o CAP fornece materiais didáticos transcritos para 70% do Estado de Santa Catarina, sendo atendidas 25 das 35 gerências da Secretaria de Educação. O CAP da FCEE é o local que atende a maior demanda de produção de material transcrito do sul do país.

O processo para solicitação do material didático transcrito passa por alguns profissionais até chegar à FCEE por meio de um formulário próprio, conforme nos informou R. A solicitação inicia-se na escola do estudante que necessita do material transcrito. A escola solicita à Integradora de Educação do Estado da gerência de sua região e este profissional, através de um formulário próprio da FCEE, faz a solicitação formal à esta Instituição.

⁵⁶ As informações relacionadas as etapas para elaboração do material didático em Braille foram construídas a partir de uma entrevista com o responsável técnico da Fundação Catarinense de Educação Especial. A transcrição desta entrevista na íntegra consta em CD-ROM anexo a esta Tese.

⁵⁷ A entrevista pode ser lida na íntegra no CD-ROM anexo a esta pesquisa.

A partir do momento que a FCEE recebe o formulário de solicitação, as etapas para a elaboração do material transcrito são as seguintes: **Catálogoção, Adaptação, Transcrição e Revisão**.

Na etapa composta pela **Catálogoção**, R nos informou que os livros em tinta que chegam à FCEE enviados pela escola são catalogados e são verificadas as edições e impressões deste material para conferir se trata-se de material novo ou que já foi produzido. Mesmo se o material já foi produzido, segundo R, ele passa por uma análise para verificar as mudanças ocasionais de edição.

Para a próxima etapa, que refere-se à **Adaptação**, os profissionais farão uma análise esmiuçada do material, e, segundo R “*vão tentar interpretar ou entender os contextos*”, fazendo isso com o livro por completo. A preocupação é não fugir da proposta original do autor, mas as adaptações são necessárias, pois no caso de imagens, por exemplo, “*são meramente ilustrativas, então não tem necessidade delas estarem ali*”. O adaptador também preocupa-se com a diagramação do material a ser transcrito, como aponta R, fazendo ajustes para que, por exemplo, a localização de figuras transcritas esteja em concordância com o que aparece no texto e vice-versa. São funções do adaptador incrementar o livro transcrito com texturas ou materiais que facilitem a leitura e o entendimento, assim como a leitura e a interpretação de tabelas e gráficos que devem ou não aparecer. Torres, Mazzoni e Mello (2007, p. 378), orientados pelo trabalho de Lewis (2000), recomendam duas ações para a produção de materiais em Braille: evitar linguagem complexa e palavras desnecessárias. Essas recomendações parecem ser obedecidas pela FCEE, mas para o caso de textos em matemática, encontram-se particularidades que ultrapassam as palavras.

A próxima etapa refere-se à **Transcrição**, na qual a tarefa fundamental é transcrever da tinta ao Braille, seguindo as orientações transmitidas pelo adaptador e fazendo a diagramação do livro pelas normas da ABNT. O papel do transcritor é de suma importância, pois segundo R⁵⁸:

o transcritor, além de fazer a conversão ou transcrição melhor da tinta para o Braille, terá que fazer a diagramação, ou seja, colocar no lugar correto cada informação para facilitar a leitura. Facilitar não é o termo correto, para tornar possível a leitura de quem vai ler em Braille. E,

⁵⁸ Todos os diálogos contidos no corpo deste trabalho, passaram por correção ortográfica no que se refere a língua culta.

além disso, ele terá que adaptar pelas normas técnicas para produção de textos em Braille.

No caso específico da transcrição de livros em matemática, há particularidades que são apontadas no que cerca as ilustrações, por exemplo, pois “quando representadas em relevo, não proporcionam ao tato as mesmas impressões que a visão” (BRASIL, 2006b, p. 137). Diante da vasta gama de registros de representação que são utilizados nos livros didáticos de matemática, quais seriam as particularidades apresentadas nas transcrições da tinta ao Braille?

E, por fim, como quarta etapa, é realizada a **Revisão**. Por exigência, esta etapa é feita por um profissional cego que lê todo o material, preocupando-se não somente com a correção de erros ortográficos e sim, como nos diz R, em “*nos dizer se aquilo ficou aceitável, se trouxe um entendimento, se é possível de ser utilizado*”. Compreendemos que este profissional cego vai apontar detalhes gerais do material que podem ser melhorados para que a estudante cega possa ler e compreender este material. R nos informou que existe mais de um revisor para o mesmo material.

Preocupados com a formação acadêmica dos responsáveis por estas etapas, em especial, a adaptação e revisão, questionamos R em relação à formação destes profissionais e tivemos como resposta:

Esses profissionais transcritores, adaptadores e revisores geralmente têm a formação na área da pedagogia, também tem um professor de matemática, no caso desse centro especificamente, não estou dizendo que nos outros centros terá.

Uma das preocupações da nossa pesquisa anterior (ANJOS, 2015, p. 135) foi justamente com a formação acadêmica dos profissionais responsáveis pela elaboração do Livro Didático de matemática em Braille. Na FCEE percebemos a existência de um profissional que possui formação em matemática, mas como constatamos no trecho anterior da entrevista, este caso é específico e exclusivo da FCEE. Este fato é preocupante, pois sabemos que, no caso da matemática (logicamente, outras ciências exatas também), seria importante, se não, indispensável, a presença durante estas etapas de um profissional com formação acadêmica em matemática. Este profissional poderia auxiliar no trabalho do adaptador, por exemplo, analisando quais imagens, figuras, gráficos, entre outras informações poderiam ser excluídos da transcrição ou, até mesmo melhorados. Assim como apontado em Anjos (2015, p. 84), a formação específica em matemática poderia acontecer

tanto para os responsáveis pela elaboração/revisão do CMU, como também pelos responsáveis pela transcrição do material didático (ANJOS, 2015, p. 92).

Também questionamos R em relação ao prazo de entrega dos materiais transcritos, pois conforme indicado na pesquisa de Figueiredo (2010, p. 114), o material didático como parte de um processo educativo inclusivo, precisa ser atualizado e entregue no prazo, já que em muitos casos, não o são. Em entrevista com o responsável da FCEE (R), percebemos que, para que o prazo seja cumprido, precisa haver uma boa comunicação entre os setores de cada uma das instituições responsáveis, que são elas: escolas e de responsáveis nos setores de educação especial (secretarias – no caso de municípios ou integradores – no caso do Estado). Segundo R, podem ser vários os motivos pelos quais o material transcrito atrasa, um deles está relacionado às escolas e outro, à própria especificidade do material a transcrever,

O ideal é que fossem enviados para nós, os livros no ano anterior para produzirmos para o próximo ano, mas às vezes, **não houve a escolha na escola, existe várias de questões** assim que...e isso pode causar um atraso na produção.

... porque existe **uma especificidade muito grande para cada livro**. Então, têm alguns livros que demorarão mais, têm alguns livros que demorarão menos (Grifo Nosso).

Uma forma de solucionar estes impasses proposta pela equipe da FCEE, é enviar apenas uma parte do material transcrito para o estudante, conforme é finalizada cada uma das partes da transcrição solicitada.

De forma geral e ampla, percebemos com a entrevista cedida pelo profissional R e a visita à FCEE, que o processo de transcrição de livros didáticos em Braille encontra-se em etapas bem definidas e organizadas, que o pessoal responsável tem comprometimento e envolvimento com o processo, mas no caso específico da matemática, o livro didático em Braille necessita de uma análise mais aprofundada devido, entre outros aspectos, ao acesso dos objetos do saber que fazem parte da aprendizagem em matemática. Se para o caso do estudante que enxerga, o acesso aos objetos do saber em matemática já é pensado diferente de outras disciplinas devido ao fato de não ser acessível à percepção (DUVAL, 2004, 2011) e sim, por meio de representações semióticas, como ele seria pensado para o caso da estudante cega?

Tendo esta questão em mente e muitas outras já apresentadas até o momento, nos propusemos a analisar o livro didático de matemática transcrito para o Braille com um olhar tanto semiótico, didático e social. Fizemos isso, acompanhados por uma estudante cega, pois acreditamos que muitas das questões em relação à cegueira só podem ser apontadas e identificadas por uma pessoa cega.

6.4 O LIVRO DIDÁTICO EM BRAILLE: ENCONTROS DE ACOMPANHAMENTO

O acompanhamento com a estudante cega a partir do segundo semestre de 2017⁵⁹, aconteceu dos dias 16/08/17 a 22/11/17, totalizando dez Encontros. A estudante foi observada utilizando o material didático em diversas ações: resolvendo questões, lendo conceitos, tateando transcrições em Braille das mais diversas representações de objetos do saber matemáticos, entre outras. Assim como nos aponta Masini (1994), que analisa várias propostas de educação para deficientes visuais, o referencial utilizado é o do vidente. E isso vem nos inculcando, pois acreditamos que as particularidades da cegueira devem ser levadas em conta para a criação do material didático e conseqüentemente para a aprendizagem matemática. Isso pode se dar, tanto no que cerca aspectos negativos como a leitura mais lenta (OCHAITA; ROSA, 1995, p. 190), como os positivos, relacionados aos outros sentidos mostrados pelas pesquisas de Rangel et al. (2010) em relação à neuroplasticidade neural e de Bauer et al (2017) em relação à habilidades compensatórias em sentidos intactos, assim como mudanças estruturais no cérebro de pessoas cegas.

Fizemos uso do livro didático utilizado em sala de aula pelos estudantes que enxergam (FARAGO, 2012⁶⁰) e (FARAGO, 2013b), que serão chamados de livros em tinta (LT) e são compostos por dois volumes referentes ao 3º ano do Ensino Médio (volumes 3 e 4). E também, dos livros transcritos para o Braille (LiDB), a partir do livro

⁵⁹ Elaboramos um Quadro que encontra-se no Apêndice C e mostra os dias dos encontros, a divisão de conceitos analisados e os objetivos de cada um dos encontros frente aos itens levantados após o acompanhamento realizado no segundo semestre de 2017.

⁶⁰ Neste caso, foram utilizados o 3º e 4º volumes. Lembramos que em relação ao 4º volume, o conteúdo de Estatística não foi analisado, pois não obtivemos este material transcrito.

em tinta (FARAGO, 2016a⁶¹; FARAGO, 2016b; FARAGO, 2016c) que, devido ao volume do material, é composto por três livros (volume 3 – Parte A, volume 3 – Parte B e volume 4 – Parte A).

Os livros didáticos dos estudantes que enxergam nos serviram de base para redimir quaisquer dúvidas, pois sabemos que o material dos estudantes cegos é transcrito *ipsis litteris*⁶² destas obras. Foram analisados dois livros em tinta (3º e 4º volumes), que somados resultam em 83 páginas. A respectiva transcrição para o Braille, que foi utilizada para a leitura da estudante cega, resultou em 212 páginas separadas em três livros mencionados acima.

A diferença no número de páginas (neste caso, 129 páginas de diferença) do livro em tinta para o livro em Braille, já foi mencionada anteriormente (ANJOS, 2015, p. 109) como sendo um ponto de provável dificuldade para a estudante cega, tanto pelo transporte do material como pelo manuseio para estudos.

Antes de adentrarmos na análise dos Encontros propriamente, vale discutir a posição da estudante (A) investigada frente ao questionamento feito pela pesquisadora (P) no que se refere à sua relação com o Livro Didático transcrito para o Braille e a necessidade de elaborar um material pensado para as especificidades associadas à cegueira:

P – Você acha que essa transcrição deveria ser preparado levando em conta as necessidades da cegueira?

A – Sim, muito! Porque muitas coisas ali, são apenas escritas para os cegos, mas não explicadas como deve ser. É como se um vidente fosse ler Braille.

A estudante, ao mostrar o seu descontentamento com o material didático transcrito, menciona que este, parece preparado em Braille para o estudante que enxerga. Esta resposta nos faz inferir que este descontentamento relaciona-se ao fato do não atendimento às

⁶¹ Foram utilizados 3 livros transcritos para este estudo. Em relação ao volume 3, a Parte A e B em livros diferentes. Já para o volume 4, apenas um livro que incluía as Partes A e B.

⁶² Vale esclarecer que esta expressão de origem latina foi utilizada em algumas partes da tese, no sentido de dizer que há muita semelhança entre o material em tinta e o transcrito para o Braille. Nos parece que o material em Braille foi literalmente criado em referência ao material do estudante que enxerga, daí a ideia de usar esta expressão.

especificidades desta estudante e também, devido a transcrição *ipsis litteris* do material do estudante que enxerga, com poucas exceções que percebemos ao longo da investigação com este material.

Nas linhas que seguem, mostraremos o que foi investigado em cada um dos 10 Encontros em uma análise semio-cognitiva do livro transcrito para o Braille. Mostramos, em alguns momentos, pontos que foram levantados nas aulas de acompanhamento dos anos de 2015 e 2016, assim como, situações percebidas ao longo da investigação. Nos diálogos que compõem toda a investigação e que são apresentadas ao longo de todo o texto de análise dos Encontros, quando necessário, indicamos por **A**, a fala da estudante e, por **P**, a fala da pesquisadora.

Cada um dos Encontros apresenta objetivos diferentes⁶³ e pré-determinados. A cada Encontro um mundo novo. Vale mencionar que, mesmo fazendo uma análise detalhada e aprofundada de cada Encontro, sabemos que não esgotamos as possibilidades diante da quantidade de situações relevantes e pertinentes à aprendizagem da estudante cega guiado pelo LiDB. Nas próximas páginas, intentamos descortinar o mundo de questionamentos impostos até este ponto do trabalho e, em uma análise semio-cognitiva e também voltada aos aspectos da Relação com o Saber que a estudante cega estabelece, mostramos aquilo que observamos. Enfim, alertamos para algo que acontece no LiDB e que foi percebido com olhos e mãos bastante atentos.

6.4.1. Pré-Encontro: Relação com o Saber⁶⁴

Antes de iniciar propriamente os Encontros de acompanhamento com o LiDB, cujo análise investigou aspectos semio-cognitivos presentes no material, nos propomos a questionar a estudante sobre aspectos relacionados às três dimensões da Relação com o Saber postas por Charlot (2000). Assim como mencionamos no Capítulo 3, a partilha que existe em sala de aula, com os colegas, os professores, a equipe pedagógica, os seus familiares e amigos fora da escola, interferem na forma que a estudante cega estabelece relações com o saber. Seja esta

⁶³ Os objetivos referentes aos conteúdos trabalhados em cada encontro, assim como o cronograma dos encontros, encontra-se no Apêndice C desta pesquisa.

⁶⁴ Durante a elaboração deste trabalho, as discussões presentes nesta parte da investigação, foram submetidas como artigo científico no periódico venezuelano intitulado Paradigma, o qual aceitou para publicação. A referência consta neste trabalho apesar de, até a entrega deste, o artigo não ter sido publicado oficialmente.

Relação com o Saber matemático, como relacionada a qualquer outra disciplina. Nas linhas que seguem, mostramos uma análise da interlocução com a estudante em relação às questões pré-estabelecidas⁶⁵.

Após a realização da entrevista com a estudante, categorizamos cinco indicativos que serão mostrados na sequência e que, consideramos importantes para desvendar a relação que a estudante estabelece com o saber: 1) O acesso semiótico ao objeto de saber; 2) A matemática e o futuro profissional; 3) Percepções da estudante relacionadas à matemática; 4) Organização para o estudo e 5) A estudante, os pais, os colegas, os professores e a escola.

Vale esclarecer aqui, que esta análise foi refeita algumas vezes, conforme os Encontros de Acompanhamento com o LiDB foram progredindo, pois, por vezes, encontrávamos pontos que nos conectavam à Relação com o Saber estabelecida pela estudante. Sendo assim, alguns exemplos que se encontram nesta parte do trabalho, pertencem aos Encontros posteriores à primeira entrevista feita para investigar a Relação com o Saber, propriamente dito.

Por conta do caminho que tomamos, a partir dos indicativos que categorizamos na análise, não esgotamos todas as questões propostas, nem todas as respostas colhidas. Algumas das questões e respostas analisadas foram examinadas ao longo do texto que segue.

6.4.1.1 Indicativo 1: o acesso semiótico ao objeto do saber

A primeira das questões se refere às preferências da estudante nas aulas de matemática: “O que você prefere nas aulas de matemática: exercícios ou a teoria?”. Após realizar esta pergunta, o diálogo que segue evidencia a preferência por conceitos que se mostram mais fáceis:

A – Sim, muitos. Geometria é uma coisa que não me atrai, porque é complicado de imaginar, é complicado...mesmo quando tem a figura para tocar é complicado. Então, geometria é uma coisa que não me atrai, agora porcentagem, estatística

P – Te atrai mais?

A – Sim.

P – Mas por que te atrai mais?

A – Não sei.

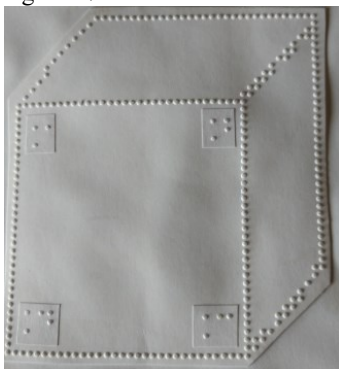
P – Não sabes dizer porquê?

⁶⁵ O roteiro desta entrevista encontra-se no Apêndice I deste trabalho.

- A – Não sei. Porque eu tenho mais facilidade, é uma coisa que eu entendo melhor.
P – Você costuma fazer muito cálculo mental, é isso?
A – Sim...muito cálculo mental.

Neste diálogo se impõe dois pontos de discussão: a dificuldade de acesso à figura tátil em geometria e a preferência por “porcentagem, estatística”. Em geometria, as figuras geométricas de duas ou três dimensões são adaptadas para a estudante cega e apresentam dificuldades de acesso aos objetos por elas representados. Na análise dessa discussão, antecipamos a Figura 17, que também será mostrado no Encontro 4 na sequência e, que nos permite evidenciar a dificuldade no acesso aos objetos do saber representados por figuras geométricas adaptadas para o Braille:

Figura 17 - O cubo transcrito



Fonte: Acervo da Autora.

Duval (2012, p. 120) apresenta quatro apreensões na aprendizagem da geometria, para o caso dos estudantes que enxergam no que se refere à apreensão de figuras geométricas, diferenciando os problemas geométricos de outros tipos de problemas em matemática. Como vimos no Capítulo 4 desta pesquisa, a apreensão perceptiva diz respeito ao olhar imediato e automático que o estudante tem sobre a figura, já que “a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado” (DUVAL, 2012, p. 120). A apreensão operatória, refere-se às modificações (traçados, prolongamentos, deformações) e reorganizações dessas modificações que o estudante pode realizar ao ser submetido à resolução de um

problema geométrico (DUVAL, 2012, p. 125). E nesta mesma linha, a apreensão discursiva refere-se ao discurso ou o enunciado do problema geométrico, ou seja, “a figura geométrica torna-se, de certa maneira, um fragmento do discurso teórico” (DUVAL, 2012, p. 133). Por último, a apreensão sequencial é aquela em que se faz a reprodução de uma figura dada em atividades de construção ou de descrição (DUVAL, 2012, p. 120). No caso, ainda, do estudante que enxerga, Duval (2004, p. 158) indica a predominância da dimensão 2 (2D) em relação à dimensão 1 (1D) ou zero (0D). Diferentemente do que ocorre para o caso do estudante cego, que não tem uma visão global da figura transcrita, pois a percepção acontece de maneira sequencial ou como uma sequência de estímulos táteis, auditivos e sinestésicos (SACKS, 1997, p. 26) há a predominância na leitura dos objetos geométricos transcritos 1D em relação aos objetos 2D ou 3D. Isto apresenta-se como um ponto desfavorável, pois para Gomes Filho (2008, p. 32 e 52) não é possível entender o todo pela soma de suas partes e na cegueira o todo (3D) é tateado e poderá ser apreendido pela soma das partes de dimensões 0, 1 e 2.

Dessa forma, a apreensão perceptiva-tátil parece não ser suficiente para o acesso ao objeto transcrito. Para este caso, talvez fosse necessário acrescentar o sentido auditivo, como a estudante cega mesma sugere quando responde à questão: “O que é preciso para aprender matemática?”:

Uma boa explicação é necessária, principalmente para mim, que aprendo muito ouvindo, e alguns materiais adaptados para que eu, pelo menos, tenha uma ideia. Porque a matemática, querendo ou não, é muito visual, então para eu ter uma ideia do que está se passando no problema.

Este comentário da estudante, que reforça a dificuldade que tem em ter acesso ao objeto matemático no registro figural, vai ao encontro das observações de Nunes e Lomônaco (2010). Estas autoras (2010, p. 57) assinalam dificuldades de reconhecimento pelo tato de figuras geométricas, assim como do que foi apontado por Vygotski (1997, p. 81) em relação à cegueira e a consequência do desaparecimento da orientação espacial.

Para a apreensão em 3D é necessário criar um efeito por meio de artifícios em uma superfície plana (GOMES FILHO, 2008, p. 45), percebido pelo emprego de luz, brilho, sombra, texturas, entre outros. No caso da cegueira algumas dessas possibilidades, continuam não

sendo acessíveis. Além disso, há a possibilidade de construção de figuras geométricas por estudantes que enxergam com o uso de régua e compasso, o que lhes permitem perceber que propriedades geométricas estão sendo obedecidas nesta construção. O que percebemos, para o caso da estudante cega é que a utilização destes instrumentos de construção é bastante restrita ou, mesmo, inexistente.

A dificuldade de acesso semiótico aos objetos do saber volta a aparecer quando questionamos a estudante cega sobre o LiDB. Ela menciona a sua insatisfação dizendo que *“muitas coisas ali, são apenas escritas para os cegos, mas não explicadas como deve ser. É como se um vidente fosse ler Braille”*. Já a questão da facilidade indicada pela estudante com conceitos de porcentagem e estatística, diferente destas comentadas em geometria, remete-nos ao que Charlot (2016, p. 15) aponta de que a atividade intelectual torna-se mais atraente quanto mais sentido possui e, este sentido, passa pela facilidade de acesso ao objeto. Ao ter dificuldade de apropriar-se de um objeto do saber, a relação epistêmica com o saber se enfraquece.

6.4.1.2 Indicativo 2: A matemática e o futuro profissional

A estudante apontou que algumas estruturas matemáticas, como estatística e probabilidade, serão ferramentas utilizadas em sua futura profissão, demonstrando assim, acreditar na importância da matemática para a sua vida, conforme percebe-se no diálogo da sequência:

P – Onde a matemática se encaixaria na sua profissão?

A – Estatística, na fórmula de remédios, pelo o que eu já pesquisei um pouco e conversei com alguns amigos. Pelo o que eu acho, é isso.

Para a estudante, a matemática passa pela utilização de uma linguagem que pode ser aplicada para resolver problemas da realidade e está relacionada à sua escolha de profissão futura. Neste diálogo e, pelo primeiro mostrado anteriormente, podemos inferir que o gosto e até a escolha da profissão, estão relacionados às possibilidades de acesso e de apropriação dos saberes para resolver problemas. Em resposta à questão “Você gosta de aprender com regras, macetes e memorização?”, a estudante demonstra preferir *“... regras mais teóricas que dê para ir para prática, sabe?”*, e reforça ainda mais o seu interesse por conteúdos

por conta do acesso e por força da sua instrumentalização na resolução de problemas práticos.

Diante disso, entendemos, fundamentados em Charlot (2000, p. 56) que terá sentido para a estudante tudo aquilo que estiver ligado com a sua história, com as suas expectativas e com as suas referências com o mundo e com os outros. Percebemos isso, nos diálogos que demonstram interesse por conceitos matemáticos que farão parte da sua futura profissão. No que tange o gosto pela matemática ligada a sua realização pessoal e ao alinhamento das suas expectativas, ela relaciona o aprendizado desta disciplina como ferramenta para alcançar os seus objetivos na futura profissão, evidenciando o papel da matemática em sua vida diária:

Ah, eu acho que é importante, apesar da minha profissão não estar relacionada realmente com a matemática. Quero fazer Psicologia, eu sei que vai ter muita utilidade. Estatística tem conteúdos que eu me esforço mais para aprender. E eu sei que, de um jeito ou de outro, eu vou acabar usando a matemática no meu futuro, então eu penso que, pelo menos, o básico eu preciso saber para poder me virar.

Percebemos, na fala da estudante, que mesmo quando a disciplina não tem relação direta com a profissão por ela escolhida, ela reconhece o seu valor nas atividades mais básicas do cotidiano e, assim, não rejeita o aprendizado. De certa forma, estes conceitos apresentam sentido para a estudante, pois têm ligação com a sua história e desejo profissional futuro, assim como indica Charlot (2000).

Constatamos um ponto que reforça a boa relação que a estudante estabelece com o saber matemático, mostrando ligar a matemática à beleza e exatidão dos engenhos e formas do mundo que a cerca, situando, novamente, a questão do sentido por perceber a matemática naquilo que a rodeia, no seu mundo:

Uma coisa que sempre me passava pela mente, e eu nem me dava conta, é de como a matemática tinha sido usada para tudo estar nos ângulos corretos, enfim, estar nas medidas corretas. Isso é uma coisa que eu sempre fico pensando.

Além de perceber a existência de matemática em objetos, a estudante referiu-se à matemática como algo belo devido às suas vivências e experiências, o que vai ao encontro das ideias de Ferrari e

Campos (2012), que mencionam que a beleza pode ser percebida pelo cego, numa inter-relação entre sentido e racionalidade, não sendo necessária, unicamente, a visão.

Ainda no que se refere ao sentido dado aquilo que se aprende, Charlot (2000, p. 72) nos coloca que, tanto as referências a sua história, como à imagem que ela tem e que ela quer passar de si aos outros, podem dar sentido ao aprender. Nesta direção, questionamos a estudante cega sobre as expectativas de futuro relacionadas à sua carreira sonhada e também a influência que a família exerce sobre a escolha de futura profissão. Percebemos que, em relação à família, isso, de certa forma acontece com a estudante, pois ao ser questionada sobre as expectativas da família em relação à profissão, ela posiciona-se diferente daquilo que esperam, desejando cursar Psicologia ao invés do Curso de Direito, como almejam os familiares. Mesmo parecendo que a opção final seria o Curso de Psicologia, a estudante mostrou-se interessada em buscar por informações sobre o Curso de Direito. Mas faz uma ressalva de que não consegue se ver *“cursando Direito e atuando na profissão. Eu não sei realmente o porquê. Não é uma coisa que eu consiga me ver fazendo e eu não me identifico muito também.”*

A estudante também menciona que o desejo da família em relação a sua profissão futura refere-se ao fator financeiro, dizendo que eles esperam que *“eu esteja estabilizada financeiramente e que eu me sinta realizada em tudo”*. Nesse ponto a estudante não pareceu preocupar-se com a posição social objetiva indicada pela família, nem mesmo com o desejo de estabilidade financeira. O que importa sim, é uma posição social subjetiva criada em sua mente ao imaginar que não se sentiria realizada com a profissão de advogada. As posições sociais objetiva e subjetiva são mencionadas por Charlot (2016, p. 13) em seus estudos antropológicos atuais em que a posição social objetiva é definida por categorias sócio profissionais objetivas e a subjetiva é dada pelo que *“eu faço na minha vida com que a sociedade fez comigo”*. A estudante mobiliza-se, na busca por informações sobre os cursos, motivada por relações com o desejo da família e da sociedade em que ela estabelece contato, e esta mobilização está intrinsecamente ligada ao sentido que dá ao aprender.

6.4.1.3 Indicativo 3: Percepções da estudante relacionadas à matemática

De acordo com Charlot (2000, p.69), a imbricação do eu na situação, diz respeito ao aprendizado como domínio de uma atividade da vida e que não é separável do saber-objeto. Pensando nisso, alguns

questionamentos feitos à estudante, tiveram relação com a maneira com que os resultados em matemática são percebidos para serem aceitos como verdade e, como são feitas as argumentações. A estudante mostrou aceitar os resultados encontrados de “maneira ingênua”, pois relacionou os resultados encontrados ao resolver um problema com os ensinamentos passados pelo professor:

P – Quando você acha que finalizou a conta e que aquilo está correto?

A – Quando eu consigo chegar em um resultado satisfatório de acordo com o que o professor me ensinou.

Notamos que a estudante percebe que acertou, pois aplicou uma reprodução do que o professor ensinou em sala, fazendo alguma aplicação e nem sempre uma relação lógica com este conteúdo. Isso nos faz refletir sobre a constatação mencionada na pesquisa de Nunes e Lomônaco (2010, p. 61), mostrando que a falta de material didático, em alguns momentos, faz com que o estudante utilize como único recurso pedagógico a fala do professor.

No que se refere à possibilidade de fazer testes para verificação em questões matemáticas, a estudante continuou mostrando uma maneira bastante singela e sem preocupar-se com o rigor matemático em suas argumentações. Ela mostrou que não faz nem demonstrações ingênuas, como aquelas que fazem com apoio do computador, esquemas ou desenhos: *“A leitura e o cálculo mental, uso muito. O computador pode oferecer algumas formas mais fáceis, mas eu ainda não descobri, então é isso”*. Pontuamos, ainda, que a estudante parece querer encontrar solução para alguns problemas, como o caso das verificações, sem contar com o apoio do professor. Podemos inferir, também, que essa maneira ingênua de fazer verificações relaciona-se ao fato de a estudante não ter a possibilidade de criar esquemas, figuras ou gráficos usando a escrita Braille, como ela mesma menciona: *“é muito limitada a figura que eu posso fazer na máquina”*. De certa forma, ela confirma a dificuldade, tanto de acesso semiótico ao objeto matemático, quanto de sua produção devido à natureza da escrita Braille.

Constatamos assim, que a estudante ao tratar os resultados de maneira espontânea, tem uma Relação com o Saber matemático como “usuária de matemática”, pois se dedica ao que a matemática lhe mostra de útil. Charlot (2000, p. 70) fazendo uso de uma analogia do aprendizado da atividade de nadar (única atividade) e à natação (conjunto normativo que constitui um saber-objeto) nos permite refletir

sobre a situação verificada para o caso da estudante cega: sendo usuária da matemática passa a relacionar-se com uma atividade única apresentada pela disciplina e não com o saber matemático como um saber-objeto.

6.4.1.4 Indicativo 4: Organização para o estudo

No que se refere à dimensão identitária, no que tange à mobilização, desejo e sentido, a Relação com o Saber que a estudante estabelece está caracterizada por um presente compromisso em estudar e fazer as suas tarefas, sem que para isso haja cobrança dos pais:

Nunca precisei que alguém pedisse para estudar, eu sempre sabia a hora que precisava, e minha mãe sempre soube também respeitar esse espaço de autonomia para estudar. Então, eu sempre faço minhas próprias regras e estudo na hora que eu acho que precisa.

Mas mesmo mostrando-se autônoma e comprometida em aprender, a estudante parece estar movida pela necessidade quando responde sobre o seu cronograma de estudos diários: *“Não tenho um cronograma. Agora como é ano de ENEM eu estou sendo um pouco mais regrada com isso, mas geralmente, não”*.

Vale a pena mencionar o que é indicado na pesquisa de Borges e Moretti (2016, p. 503) e baseado nos estudos de Charlot (2000), em que o aprender dá-se por apropriação de um objeto virtual representado em objetos empíricos, que por sua vez, são em maioria, encontrados na internet e não em livros. Para o caso dessa estudante, ao ser questionada sobre a forma como estuda em casa, responde que *“Eu estudo muito pelo celular. Eu pesquiso os conteúdos pela internet e leio, ou mesmo, baixo os livros e artigos para poder estudar”*.

Vale pontuar neste momento, a tendência percebida por Batista, Lopes e Pinto (2017, p. 182) no que se refere ao fenômeno de desbrailização. Observamos que a estudante estuda utilizando recursos tecnológicos e não menciona, quase nunca, o uso do livro e de textos em Braille. O movimento silencioso da desbrailização, percebido pelos autores, pode impactar na leitura e na escrita dos estudantes cegos, na qual, com a “subutilização ou substituição do Braille por outras ferramentas tecnológicas” deixam de ter contato com a escrita e a leitura feitas em Braille. Esta tendência é fortemente iniciada pelos próprios estudantes que encontram, por vezes, no uso do Braille algo fora do

cotidiano. Mas com isso, acabam não tendo acesso à língua escrita para apropriação, cuja ação é imprescindível para conhecer o mundo que os rodeia, a língua e, inclusive, a matemática (BATISTA; LOPES; PINTO, 2017, p. 183). Os autores (Ibidem) alertam para o fato de que os estudantes não estão sendo motivados pelos professores para o uso do Sistema Braille. Inferimos que essa desmotivação por parte de quem ensina pode ter relação com o aprendizado do Sistema Braille por estes profissionais.

Não queremos, com este alerta da desbrailização, desconsiderar a importância dos meios tecnológicos para a aprendizagem dos estudantes cegos, pois reconhecemos a sua relevância, principalmente no que refere-se à internet e no que esta representa como objeto de aprendizagem. A Relação com o Saber não é definida pelo saber-objeto, uma vez que, como vimos anteriormente (CHARLOT, 2000, p. 68), o saber não se possui e, neste caso, a sua existência é depositada no objeto internet. Neste ponto, percebemos também que, ao pesquisar um conteúdo, mesmo que na internet e não tendo acesso direto ao Braille, como menciona a estudante, isso demonstra uma relação de mobilização frente ao saber, o que a predispõe a buscar pelo conhecimento de tudo aquilo que a rodeia. Temos aqui um paradoxo, já que essa mobilização frente ao saber, poderia se dar também, por meio do Livro Didático em Braille, mas percebemos que a estudante encontra dificuldades, além das mencionadas anteriormente, de manuseio neste material, como comenta:

Eu arrumo formas mais práticas, porque o livro é muito ruim de encontrar, não tem como destacar (fazendo alusão à caneta marca-texto)⁶⁶ no Braille, uma parte que os alunos videntes podem grifar e podem ver pela diferença de cor. Então, no Braille não tem como fazer isso, então eu teria que procurar no sumário e ainda, além disso, teria que procurar nas páginas, então eu demorava bastante. Dessa forma, eu escolhia sempre outros métodos para procurar definição.

A questão do uso do livro didático e da desaprovação dele pela estudante nos mobilizou a pensar sobre o que é mencionado por Masini (1994), uma vez que se percebe que a referência para elaborar o material do estudante cego continua sendo o material do estudante que enxerga. Vygotski (1997), numa direção semelhante, aponta que o caminho e os meios que levam ao conhecimento entre um e outro estudante (tomando

⁶⁶ Anotação da pesquisadora.

o estudante cego e o que enxerga) deve ser distinto (VYGOTSKI, 1997, p. 17), pois cada um tem as suas particularidades e especificidades. Pensando, exclusivamente no que foi apontado pela estudante anteriormente no que cerca o livro didático, e também tendo em mente o alerta do fenômeno da desbrailização, caminhamos na direção da necessidade de um material didático pensado para as especificidades do estudante cego e que possa ser atrativo e significativo na sua aprendizagem. Tendo um material que transmita confiança e possibilidade de aprendizagem, é quase certo que a estudante não faça da internet e dos meios tecnológicos a sua única fonte de referência nos estudos.

6.4.1.5 Indicativo 5: A estudante, os pais, os colegas, os professores e a escola

Tendo em mente que “a relação com o saber não deixa de ser uma relação social, embora sendo de um sujeito” (CHARLOT, 2000, p. 73) e que este sujeito é um ser social que vive no mundo e tenta se apropriar dele a todo o tempo, tem uma história e aspirações e as compartilha com o outro, verificamos, também, como se dá a relação social da estudante cega com o outro e consigo mesma.

Percebemos que, ao ser questionada sobre a sua relação com a turma, a estudante a classificou como tranquila e boa e que, na medida do possível, estabeleceu contato com os colegas no intervalo entre as aulas, mas nada a mais do que isso. Percebe-se aqui que este contato é relacionado aos assuntos escolares e que essa relação não é de amizade para além dos muros da escola. A estudante menciona a sua insatisfação no que cerca a relação com os colegas com a sua deficiência visual. Ela indica que eles poderiam ser mais próximos e ao mesmo tempo relaciona ao costume deles próprios essa relação de distanciamento:

É que eu acho que o costume acabou nos deixando como estamos hoje, pois sabe, eles não têm interesse. Por partes deles não há interesse e eu também não fico dando brechas ou caminhos para eles. É um acordo meio não oralizado que nós temos.

Percebemos um anseio por maior proximidade com os colegas da turma, e que ela parece querer se integrar ao grupo de maneira mais efetiva. Em certo ponto, parece acontecer uma segregação, em que os colegas agem de “forma substancialmente distinta daquela direcionada

aos outros alunos” (CROCHÍK, 2012, p. 50). Vale mencionar que a troca e integração com o outro são fatores importantes para que aconteça a aprendizagem, pois, assim como menciona Vygotski (1983), além da mediação semiótica que por meio da palavra a pessoa cega acessa objetos que a experiência visual não o permitiu acessar, existe a mediação social, em que a apropriação dos conceitos do mundo se dá pela experiência daquele que enxerga e a troca ou integração com o estudante cego. Charlot (2000, p. 72) nos aponta que “toda a relação com o saber é também relação com o outro”, uma vez que, entre outras situações elencadas pelo autor, este “outro” pode ser “aquele que me ajuda a aprender matemática”. O que nos leva a inferir que a estudante ao se relacionar de forma superficial com os colegas de classe deixaria, em certos pontos, de relacionar-se com o saber com ligação ao outro, não estabelecendo as chamadas, relações de saber.

Charlot (2000, p. 73) chega a mencionar que a Relação com o Saber matemático, em muitos casos, encontra-se numa dependência da relação com o docente ou consigo mesmo e, no caso da estudante, ela não demonstrou tanta dependência e sim insatisfação devido tanto aos métodos utilizados quanto ao desinteresse dos docentes:

Ah, foi uma relação sempre boa, mas muitos deles não sabiam como me ensinar. Enquanto eles me ensinavam a matemática, eu precisava ensiná-los a como me ensinar.

Eles inventavam métodos, o que achava que seria, como eu entenderia melhor o conteúdo, como eu conseguiria fazer as contas, enfim...e também teve aqueles meio desinteressados. Sempre tem.

O desinteresse de alguns professores e a falta de metodologias específicas apontados pela estudante, nos alerta para a situação da formação de professores no âmbito do ensino de matemática para os estudantes cegos. Percebemos, por meio de um levantamento em 58 trabalhos, que existe a preocupação em alguns programas de pós-graduação de universidades brasileiras (UNESP, PUC-SP, UNICAMP) em tratar temas específicos dentro da temática maior do ensino de matemática para estudantes cegos e, até mesmo, discutir a própria formação de professores para a inclusão, como no trabalho de Bandeira (2015). Mas esta mobilização ainda parece incipiente diante da demanda de deficientes visuais inserida nas escolas de ensino regular (ANJOS; MORETTI, 2016). A problemática da formação de professores para a

inclusão é apontada ainda, na pesquisa de Machado (2009, p.11), como uma das dificuldades enfrentadas por todo o sistema de ensino.

Este ponto de insatisfação levantado pela estudante no que tange a relação com o professor pode ser um indicativo de desmotivação ao mobilizar-se para aprender matemática em especial, visto que a motivação é um movimento de fora para dentro do sujeito (CHARLOT, 2000, p. 55). Se a estudante despender atenção para ensinar aos seus professores como ensiná-la, talvez seja a mesma atenção que ela dispensa para aprender o próprio conceito, o que acaba sobrecarregando-a e, assim, desmotivando-a.

Outro fator que contribui para esta insatisfação está relacionado à explicação realizada no quadro negro pelo professor. A estudante menciona que o professor nem sempre leva em consideração a necessidade de explicar de uma forma diferenciada ao explicar o conteúdo no quadro, como aponta:

P – Quando você tem uma dúvida, no caso da matemática, quando você quer perguntar alguma coisa, como isso funciona?

A – Para o professor em sala de aula é muito difícil eu perguntar. Justamente, pelo fato de que ele está no quadro, vamos supor, explicando alguma coisa relacionada com figuras geométricas, ele fala: “ah, esse vezes esse” ou mesmo, uma equação e ele não tem aquele cuidado de explicar qual é o número que ele está multiplicando ou dividindo ou que número ele está passando para o outro lado.

Na relação com o outro, Charlot (2000, p. 72), não aponta apenas aquele colega ou professor que se envolve no aprendizado do sujeito e sim, o outro que cada um tem dentro de si, chamado por ele de “o outro virtual”. Uma relação próxima com o professor possibilitaria a estudante uma relação também diferenciada com o saber, uma vez que a relação com o outro que é o professor permite proximidade aos conceitos, momentos para sanar as dúvidas e sentir-se confiante para aprender. Algumas atitudes podem ser tomadas pelo professor visando a aprendizagem do estudante cego e a sua relação com este estudante. Estas atitudes foram indicadas pelo documento do MEC intitulado *Práticas e Saberes da Inclusão* (BRASIL, 2006b, p. 135): expressar-se verbalmente ao quadro negro, conferir se o estudante acompanhou o que está sendo problematizado no quadro, dar tempo para o estudante sanar

dúvidas e lançar hipóteses aos problemas propostos; não isentar os estudantes de nenhuma das tarefas escolares e recorrer ao professor especializado.

Quando nos propomos a investigar a dimensão identitária com o saber, nos preocupou questionar a estudante sobre o seu desejo e o sentido que ela atribui ao aprender no âmbito de sua história pessoal, das suas referências e da sua concepção de vida. Interrogamos a estudante no que se refere ao gosto dela por matemática e, ao mesmo tempo pela escola. Percebemos que a estudante gosta da escola e se sente feliz por relacionar-se com os outros, como nos indica ao ser questionada sobre o aquilo de que gosta: *“Ah, eu acho que tudo, a convivência com os amigos, professores, mesmo a matéria”*.

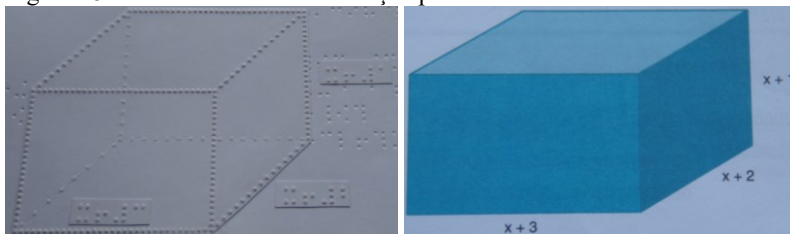
No que se refere à disciplina de matemática em particular, a estudante demonstra um gosto crescente pela matemática, dizendo que *“Já gostava menos, sinceramente falando, agora eu estou gostando mais, mas durante uma época não era a minha matéria preferida, não!”*. Essa fala nos leva a acreditar que a estudante deixou de relacionar-se de forma aversiva, por algum motivo, e isso, pode levá-la a ter menos dificuldades com a matemática, pois *“as relações de aversão, de medo e de revolta, serão obstáculos significativos à aprendizagem”* (BORGES; MORETTI, 2016, p. 502).

Partimos aos Encontros de acompanhamento com o Livro Didático em Braille. Na sequência, expomos uma análise semio-cognitiva do material didático investigado apresentando, detalhadamente, as nossas percepções em relação aos dez Encontros, em que mantivemos contato próximo, tanto com a estudante cega quanto com o LiDB.

6.4.2 Encontro 1: “Não é algo familiar”

O Encontro 1 aconteceu no dia 16/08/17 e teve como foco o conceito de Polinômios (Volume 3 do Livro em Tinta). Foi investigada uma situação-problema que tratou do cálculo da área de um paralelepípedo (piscina de fibra) envolvendo o conceito de polinômios e também a leitura e compreensão da definição deste conceito. De maneira mais superficial também foi comentado sobre o grau de um polinômio. Foram analisadas as páginas 1, 2 e 3 do LiDB, que correspondem as páginas 5 e 6 do LT. Em relação aos focos da investigação, mostramos em especial uma imagem do LiDB e a respectiva imagem do LT, a qual foi discutida de modo prolongado neste Encontro (cerca de 1 hora). Analisamos a Figura 18 a seguir:

Figura 18 - Piscina de Fibra: transcrição para o Braille e em tinta



Fonte: Farago (2016a, p. 2) e Farago (2012, p. 5).

Na Figura 18, temos a imagem transcrita para o LiDB (à esquerda) e a que aparece no LT. A estudante deveria, a partir da imagem transcrita, encontrar a área da piscina de fibra representada pelo paralelepípedo retangular, mostrando como resultado, um polinômio. Depois de muitas observações e análises da imagem, a estudante encontrou este polinômio, mas a tarefa levou cerca de, 1 (uma) hora e 12 linhas escritas em Braille para ser realizada e teve o auxílio integral da pesquisadora. Os pontos analisados foram:

1) A leitura em Braille do problema relacionado à área foi apontada como dificuldade. Para o caso da pessoa cega, principalmente, não se lê uma vez só para entender, tanto que a estudante, ao ser solicitada para fazer a leitura do problema, pergunta e justifica:

A – Em uma indústria de piscinas. Teria como você ler? Porque eu não consigo...eu vou ter que reler.

A – É porque eu não consigo prestar a atenção, mas tudo bem.

Como apontamos nas hipóteses preliminares desta Tese, há pesquisas (NOLAN; KEDERIS, 1969, p. 70; GIL, 2000, p. 45; OCHAITA; ROSA, 1995, p. 190) que nos direcionam sobre a leitura em Braille, tanto no aspecto da lentidão (a pessoa cega lê menos da metade do que uma pessoa que enxerga), como no que se refere ao cansaço, chegando a ser uma leitura até três vezes mais cansativa.

Como sabemos, a língua natural e formal (matemática) tem, além da função de comunicar algo a alguém, a de designar objetos, dar características, vincular proposições enunciadas a outras e assinalar um valor (DUVAL, 2004b, p. 88-89). Dessa forma, existe uma importância devido às funções que este registro desempenha, mas, no caso da estudante cega, a língua natural ou formal é transmitida pelo Braille e

este, por sua vez, traz diferenças semio-cognitivas em relação à tinta que parecem não ser percebidas quando se realizam transcrições de materiais didáticos, como os livros.

Este ponto nos leva a refletir sobre a possibilidade de permitir, na medida do possível, textos mais objetivos e sucintos no LiDB de matemática da estudante cega. Isso não se relaciona a facilitação do conteúdo, mas a uma adequação para a melhor compreensão do material didático em Braille. Na leitura é preciso que “haja coerência entre os pressupostos e a ação pedagógica” (ZANETTE; TONIAZZO, 2017, p. 2), para que a estudante cega não se sinta uma decodificadora de símbolos. Nesta mesma direção, Viginheski et al (2014, p. 908-909), elencam alguns cuidados em relação à produção de textos em Braille, para que se evite a exaustão dos estudantes cegos com a leitura: “utilizar linguagem acessível, suprimir palavras e frases desnecessárias”.

2) A estudante cega parece não diferenciar ou não identificar dimensões 1D de dimensões 2D, não relacionando as informações das dimensões expostas na transcrição do paralelepípedo à largura, comprimento e altura desta figura. Percebemos isto, ao questioná-la sobre o cálculo da área de cada uma das faces do paralelepípedo retangular.

A – No caso, o $x + 1$ seria o fundo da piscina.

Apesar de a estudante utilizar a expansão discursiva do tipo explicação para responder o que foi solicitado, fazendo uso da língua formal e natural (discurso com aspectos técnicos), ela parece não ter identificado as unidades de dimensão relativas à figura. Analisando a Figura 21, percebemos que o polinômio $x + 1$ representa a dimensão altura (dimensão 1) e não está relacionado à informações sobre o fundo da piscina como mencionado pela estudante (dimensão 2). Dessa forma, ao não identificar a unidade de dimensão que, com a variável qualitativa, formam as duas variáveis visuais postas por Duval (2004b, p. 158), a estudante pode deixar de definir as unidades figurais elementares da figura geométrica.

3) A estudante não identificou a forma como um paralelepípedo retângulo, a não ser pelo enunciado da questão. Mas, mesmo identificando a forma pelo enunciado, menciona que não sabe citar características desta figura e nem relacioná-la a algo já conhecido:

A – Não, não tem. Não me faz lembrar de nada. Pelo menos, assim que eu use ou que eu tenha visto...já a vi na matemática muitas vezes, mas não que tenha me lembrado de alguma coisa específica.

Mesmo utilizando a função referencial da língua para designar o objeto, depois de utilizar o enunciado da questão, a estudante cega não identificou o objeto fazendo o uso de cruzamento de operações de categorização ou de outras palavras correspondentes que pudessem ser utilizadas como substituição (DUVAL, 2004b, p. 95). A estudante demonstra que aquilo que tateou não a fez lembrar de nada do seu cotidiano, então pensemos: como ela descreveria algo do qual não tem lembrança tátil? Mesmo lembrando já ter tateado algo parecido em matemática, há que se ter o domínio da língua formal para se ter a possibilidade de descrever um objeto (DUVAL, 2004b, p. 96). Além disso, independente da forma ou figura que se visualiza, Duval (2012, p. 120) menciona às atitudes relacionadas à sua interpretação:

uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais (DUVAL, 2012, p. 120).

De forma automática, a estudante cega analisou a figura com a apreensão háptica, mas só identificou o objeto (paralelepípedo retângulo) devido ao enunciado. Para Vygotski (1989, p. 139), a palavra ou signo serve de meio na formação de um conceito e, diante de todas as funções intelectuais que temos, é através da palavra que “dirigimos as nossas operações mentais” e “canalizamos para a solução do problema que nos defrontamos” (VYGOTSKI, 1989, p. 142). Para o autor que acreditou que a “palavra vence a cegueira” (VYGOTSKI, 1983, p. 81), parece, que no caso específico dos objetos do saber em matemática, a palavra não seria suficiente para acessar o objeto e sim, para identificá-lo e por meio dela, pensar no problema de outra maneira, mas ainda não resolvê-lo.

No caso tratado com a estudante cega, houve a necessidade de utilizar os dois registros de representação (figural e discursivo) para a interpretação desta figura, mas não necessariamente para o acesso ao objeto matemático, pois mesmo depois da leitura e do tato, ela ainda não conseguia citar características, ou, pelo menos, relacioná-la a algo conhecido. Dessa forma, fazendo uso das funções discursivas da língua,

conseguimos inferir que a estudante cega apenas designou o objeto usando uma designação pura e não identificando este objeto por meio de categorização ou descrição, em que mesmo com a limitação do léxico, se nomeia qualquer objeto (DUVAL, 2004b, p. 99). E mesmo sabendo que “é necessário que os tratamentos figurais e discursivos se efetuem simultaneamente e de maneira interativa” (DUVAL, 2004b, p. 155), neste caso, o tratamento discursivo serviu apenas para designar o objeto, ou seja, fazendo a função referencial da língua e o trânsito entre os registros figurais e discursivo, não permitindo o acesso ao objeto pela estudante. Sabemos, por Duval (2012, p. 120) que para a visualização de figuras geométricas, existe uma subordinação da apreensão perceptiva em relação as outras apreensões, ou seja, geralmente para um estudante que enxerga, a análise da situação-problema é automática e imediata pela percepção, depois surge a apreensão discursiva e operatória. Diante das diferenças semio-cognitivas percebidas na percepção da forma transcrita para a estudante cega, temos dúvida se essa ideia se aplica ao caso da cegueira. Pensando de outra forma e para certos problemas, será que uma situação-problema bem explicada por meio de palavras (apreensão discursiva) não seria mais acessível ao caso da estudante cega, visto também que a passagem de uma imagem a uma frase ou vice-versa não é algo evidente nem para o estudante que enxerga (DUVAL, 2004a, 32)?

Esta questão levantada e algumas outras, nos apontam para a direção da necessidade de criação de um material didático pensado exclusivamente para a estudante cega, criado mediante o conhecimento das particularidades da sua aprendizagem.

4) A estudante menciona a dificuldade com a transcrição de formas em 3D, pois estas formas não aparecem no livro em três dimensões e sim, transcritas em perspectiva no plano:

A – É que não é algo familiar, não são três dimensões, como uma caixa de sapatos mesmo. Então, é pior para se imaginar.

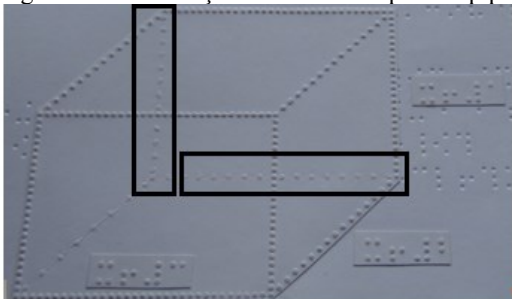
P – Você acredita que figuras transcritas que estão em 3D, consegues dizer se você tem mais dificuldade com isso?

A – Sim.

Discutimos este ponto, apoiamo-nos na lei gestáltica da continuidade e na forma em 3D, ligada ao volume. Segundo a lei gestáltica da continuidade, como vimos anteriormente, a forma deve

apresentar-se de modo coerente, sem quebras, interrupções ou desvios no seu percurso (GOMES FILHO, p. 33). Analisando a Figura 19, percebemos que há linhas transcritas que se sobrepõem a outras (umas mais espaçadas e outras não), interrompendo a continuidade de um traçado por outro, conforme enfatizado a seguir:

Figura 19 - Transcrição em Braille do paralelepípedo retangular



Fonte: Adaptada de Farago (2016a, p. 2).

No caso anterior, as linhas que se cruzam parecem confundir a estudante na leitura perceptiva tátil, que por vezes é automática e imediata. Já no que cerca o aspecto relacionado ao volume, percebemos pela lei gestáltica que o volume “é um efeito que pode ser criado por meio de artifícios” em uma superfície plana (GOMES FILHO, 2008, p. 45) e pode ser percebido pelo emprego de luz, brilho, sombra, texturas, entre outros. No caso da cegueira, as opções de luz, brilho e sombras não são possibilidades para perceber o volume e, neste caso, a textura não foi utilizada.

Dessa maneira, a forma só apresenta o uso de perspectiva linear, que pela apreensão perceptiva tátil parece não auxiliar a estudante. Nos questionamos se, para este caso, o LiDB não deveria apresentar um material anexo que tenha o formato em três dimensões, já que, conforme mostrado, a forma transcrita não permite o acesso ao objeto pela estudante⁶⁷. A dificuldade em entendimento de figuras transcritas já havia sido mencionada nas inferências das aulas de acompanhamento do segundo semestre de 2015 (tópico 3) e, de certa maneira, nos orientou no momento da análise do LiDB.

Neste ponto ainda vale mencionar o que aponta Vygotski (1997, p. 81) em relação ao desaparecimento da orientação espacial. Neste

⁶⁷ No Encontro 4 relatamos um pequeno teste feito com a estudante mostrando uma figura transcrita em 3D (cubo) e uma forma concreta.

caso, a figura precisa ser entendida como figura espacial, mas a estudante cega tem as suas restrições no que cerca a orientação espacial, imagine como fica a compreensão de uma forma espacial transcrita no plano. Na maioria das situações que envolviam a leitura de figura transcritas percebemos pontos de dificuldade para a estudante visto estas diferenças semio-cognitivas apontadas e não levadas em conta no LiDB.

5) Dados os polinômios que nos informam sobre três dimensões transcritas na imagem, a estudante não conseguiu identificar qual delas representa comprimento, altura ou largura da piscina. Ao ser questionada sobre as dimensões a resposta da estudante (A) é:

A – Você quer dizer, a base como $x + 1$? Tem um $x + 2$ e um $x + 1$ e eu estou meio confusa.

A – Estava tentando imaginar isso, mas não conseguia ver exatamente, não conseguia associar qual seria a altura, qual seria a largura.

A estudante, pela apreensão perceptiva tátil desta forma, não conseguiu evidenciar ou identificar os polinômios que informam sobre as dimensões desta figura. Nos parece que as unidades que compõem a forma, neste caso, os segmentos de reta, não foram distinguidos. A transcrição desta forma parece não permitir que a estudante segregasse unidades dentro de relações de dimensão, por exemplo, interferindo na leitura e interpretação desse objeto. Sendo a segregação uma das leis gestálticas (GOMES FILHO, 2008, p. 30) e visto que aplicamos leis de um sistema de leitura visual, será que existe a possibilidade de segregação das unidades de uma forma pelo estudante cego? De que forma pontos, linhas, planos ou volumes deveriam ser transcritos para que houvesse pregnância da forma?

Diante do exposto até aqui, podemos dizer que, em relação às leis gestálticas, a forma do paralelepípedo retângulo transcrita para o Braille teve baixa pregnância, já que em poucos momentos houve compreensão do que era questionado e não houve rapidez de leitura. Mencionamos as leis de continuidade e de segregação como pontos que influenciaram na baixa pregnância da transcrição.

6) A estudante não consegue fazer uma planificação da figura para imaginar o cálculo da área total pelo cálculo em separado das 6 faces retangulares do paralelepípedo retângulo. Ao ser questionada sobre a possibilidade de fazer modificações na figura, a estudante nos coloca que:

P – Você faz anotação na máquina só relacionada a número, não relacionada a tentar recriar a figura de alguma maneira?

A – Só número. Essa que eu faço, pelo menos.

P – Certo. Essa pergunta que eu tenho a fazer agora é relacionada a isso. Você saberia planificar essa figura na máquina, ou seja, vamos imaginar uma caixa de sapato que é como eu falei anteriormente. Teria condição de, na máquina, fazer o desenho dessa caixa de sapato aberta?

P – Que é, grosseiramente falando, o que seria, planificação. Fazer essa representação aberta, terias condições?

A – Acho que sim, como é uma caixa de sapato, eu acho que teria, mas é muito limitado as figuras que eu posso fazer na máquina.

P – E você costuma fazer ou apelas mais...

A – Não.

P – Para outras?

A – Para outras porque é muito demorado fazer, quer dizer, desenhar assim na máquina.

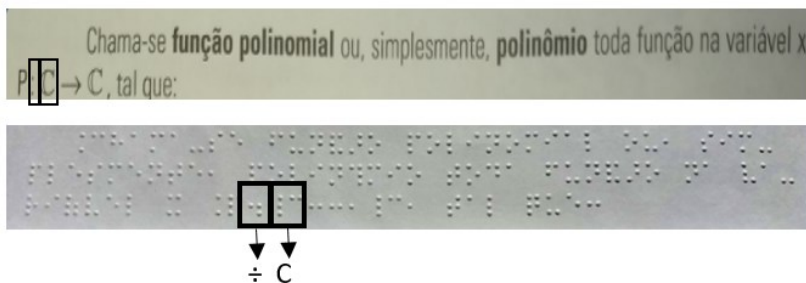
Questionamos sobre a possibilidade de recriar a figura, realizando a apreensão operatória, ou seja, modificando a figura, neste caso, fazendo a planificação. Duval (2004b, p. 164) menciona que se pode separar unidades figurais, recombinar o contorno global, como também rotacionar ou transladar a figura, mas como menciona a estudante cega, as possibilidades com a máquina são demoradas e acrescentamos dizer que, para alguns casos, são impossíveis de serem feitas. Depois da apreensão perceptiva, que é imediata, a apreensão operatória se revela, por meio da operação de reconfiguração como operação fundamental para apreensão de uma figura (DUVAL, 2004b, p. 166). Mas, pelo que percebemos, dificilmente será utilizada pela estudante. Não somente em geometria, mas como apontado nas inferências das aulas de acompanhamento do segundo semestre de 2015 (tópico 10), primeiro semestre de 2016 (tópico 3) e segundo semestre de 2016 (tópico 5), a escrita de algoritmo da divisão e multiplicação também não são feitas devido as dificuldades de registros na máquina Braille e nos cálculos de análise combinatória, há dificuldades em cálculos que envolvem árvores de possibilidades, por exemplo.

7) A estudante não consegue identificar símbolos em Braille na leitura da definição de polinômios, além de caracterizar a definição como confusa:

- A** – Tem um sinal de divisão e daí tem uma coisa.
P – Variável. Variável você conseguiu ler? Variável x , depois de variável x , p maiúsculo, era para ser dois pontos e está um sinal de divisão. Esse próximo símbolo, você consegue ler, sabes me dizer o que é?
A – Não.

Como tínhamos diagnosticado nas aulas de acompanhamento do segundo semestre de 2015 e primeiro semestre de 2016 (tópicos 2 e 6, respectivamente), o desconhecimento dos símbolos em Braille foi uma dificuldade recorrente e persistente. Podemos constatar, como mencionado pela pesquisadora (P) no diálogo anterior, que o sinal que seria dois pontos (livro em tinta) aparece como sinal de divisão no LiDB, confundindo a estudante; já o sinal que a estudante mostra não identificar, trata-se do símbolo utilizado para números complexos. Na Figura 20 a seguir, destacamos uma parte da definição de polinômio no Livro Didático em Tinta e em Braille e ressaltamos os aspectos levantados no diálogo:

Figura 20 - Fragmento da definição de Polinômio no livro em tinta e no LiDB



Fonte: Adaptada de Farago (2012, p. 6) e Farago (2016a, p. 3).

Na mesma definição, no livro em tinta, onde consta o sinal de divisão aparece o sinal de dois pontos (:). Quanto ao símbolo da representação dos números complexos, reforçamos que existe o desconhecimento de alguns símbolos em Braille por parte da estudante cega, inclusive deste. O desconhecimento dos símbolos escritos em Braille da linguagem matemática pode atrapalhar tanto em relação à compreensão em matemática, como pode “levar o aluno a criar uma

simbolização própria” (BRASIL, 2006b, p. 136), que além de não atender às suas necessidades, pode gerar confusão quando o estudante travar contato com outros materiais transcritos para o Braille que fizeram uso da mesma simbologia.

Os signos que aparecem no registro de língua formal em Braille e não são reconhecidos pela estudante cega, podem impedir a designação do objeto, ou seja, impedem que se realize a função referencial da língua (DUVAL, 2004b, p. 88). Vale então, levantar a seguinte discussão: se o signo que é a unidade semiótica de limite inferior da língua (BENVENISTE, 2006, p. 225) e sendo assim, o limite da significação, como esta definição da função polinomial para ter significado para a estudante cega que não reconhece alguns signos? Ou seja, de que forma se dá o acesso a este objeto do saber pelo registro da língua? O não reconhecimento de signos presente desde às inferências no início deste estudo, levou-nos a questionar⁶⁸ duas professoras alfabetizadoras de Braille sobre a aprendizagem do sistema Braille no que tange o CMU e todos os símbolos ou signos lá contidos. Entrevistamos uma professora do Estado e outra da ACIC. Ao ser questionada sobre a alfabetização do sistema Braille para a matemática, a professora do Estado (E)⁶⁹, nos respondeu que:

E – Na verdade, acontece da mesma maneira que um aluno dito normal. Normalmente é focado primeiro no Português e, conforme o aluno vai se apropriando do Braille em Português, ele vai começando a entrar na Matemática. Primeiro com os números e depois com os sinais matemáticos.

P – Certo. A alfabetização acontece em um só período ou existe um reforço, no que tange a simbologia do Sistema Braille ao longo do tempo?

E – Na prática, não existe um reforço. Seria, no caso, função da sala de atendimento, o SAEDE ou o AEE trabalhar neste sentido, até mesmo para orientar os professores, os pais, com relação ao conhecimento do Sistema Braille.

Como mencionado pela professora alfabetizadora do Estado, os símbolos do CMU relacionado à matemática não são reforçados durante a vida estudantil, mas deve haver um acompanhamento das salas de Atendimento Educacional Especializado no sentido de sanar as dúvidas

⁶⁸ Os termos de consentimento assinados pelas professoras encontram-se nos Apêndices E e F.

⁶⁹ A íntegra desta entrevista, encontra-se no CR-ROM anexo a este trabalho.

do estudante. E ainda, mencionamos a necessidade do aprendizado do Sistema Braille pelos professores que atuam em classes inclusivas (ANJOS, 2015; MACHADO, 2009; MASINI, 2013).

A professora da ACIC (Associação Catarinense para Integração do Cego)⁷⁰, que também trabalhou como revisora do Centro de Apoio Pedagógico às Pessoas com Deficiência Visual em Florianópolis (CAP/Florianópolis) e atualmente atua na ACIC, menciona que o CMU pode não abarcar toda a simbologia necessária nas transcrições. De maneira semelhante ao que foi exposto pela professora do Estado, a professora da ACIC diz que, em certos casos há a necessidade de o estudante frequentar aulas extras de Simbologia Braille⁷¹.

No Quadro 6 que segue, citamos os pontos relevantes no que cerca o LiDB no Encontro 1:

Quadro 6 - Quadro Síntese do Encontro 1

| Pontos Relevantes | Constatações |
|--|--|
| 1. Leitura em Braille | Leitura em Braille é mais lenta e cansativa; função de designação de objetos |
| 2. Não diferenciação das dimensões 1D de 2D | Não identificação de unidades elementares das figuras |
| 3. Não identificação do paralelepípedo retângulo | Há subordinação das outras apreensões a apreensão perceptiva? |
| 4. Dificuldade com transcrição de formas em 3D | Apreensão perceptiva: lei Gestáltica de Continuidade e pregnância da forma |
| 5. Não identificação das dimensões na figura | Lei Gestáltica de segregação. Baixa pregnância da forma |
| 6. Dificuldade de planificação e de criar representação auxiliar | Apreensão Operatória: Reconfiguração |
| 7. Não identificação de símbolos em Braille | Função referencial: operação de designação de objetos |

Fonte: A autora.

⁷⁰ A íntegra da entrevista, encontra-se no CD-ROM anexo a este trabalho.

⁷¹ Estas aulas acontecem na ACIC após o período de alfabetização, segundo consta na entrevista com a professora alfabetizadora da ACIC, que consta no CD-ROM anexo a este trabalho.

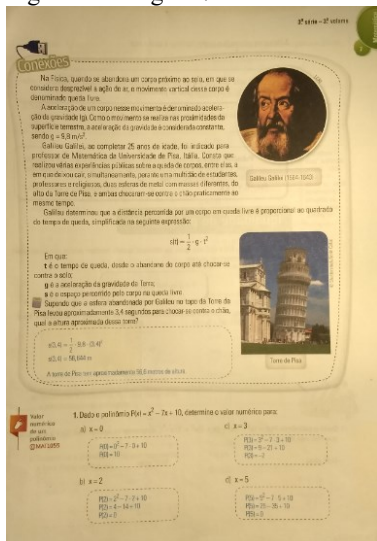
6.4.3 Encontro 2: O signo vale pelo toque

No acompanhamento com a estudante cega relativo ao Livro Didático em Braille que originou o segundo Encontro, realizado em 26/08/17, a ideia central foi a investigação de uma situação-problema: cálculo relacionado à altura da torre de Pisa, assim como algumas operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) envolvendo ainda o conteúdo de Polinômios. A situação-problema encontrava-se na página 7 do Livro em Tinta (Volume 3) e na página 6 (verso) do LiDB. Em especial, para o caso da situação-problema, tanto existia um texto que contextualizava a problemática, como imagens que a ilustravam. Inicialmente, concentramo-nos na verificação da acessibilidade das imagens transcritas para o LiDB, assim como na desenvoltura da estudante com a fórmula (registro algébrico) e a questão apresentada no fim do texto (registro discursivo). Mas ao longo da investigação, percebemos que outras situações de grande pertinência foram surgindo, além daquilo que tínhamos planejado para esta análise inicial.

Como mencionado anteriormente, algumas questões que envolviam as operações com Polinômios foram também apresentadas à estudante⁷², mas resolvemos focalizar nas observações que julgamos de maior relevância para este estudo. A Figura 21 a seguir, mostra a página 7 do livro em tinta (Volume 3), a qual reservamos a nossa atenção para análises neste Encontro:

⁷² Na transcrição do Encontro 2, contido no CD-ROM anexo à esta pesquisa, encontram-se as outras questões relativas às operações com Polinômios que foram apresentadas à estudante, mas não focalizadas nesta pesquisa.

Figura 21 - Página 7 do livro em tinta



Fonte: Farago (2012, p. 7).

1) Analisando a Figura 21, percebemos duas imagens: uma referente à Galileu Galilei (acima e à direita do texto) e outra mostrando a Torre de Pisa (mais abaixo e à direita do texto). Para a transcrição no LiDB foram feitas descrições das duas imagens. A discussão que resolvemos levantar é: o que é necessário e o que pode ser excluído no momento da transcrição ou elaboração do LiDB no que cerca uma descrição de imagem? A estudante nos respondeu esta pergunta depois da leitura da descrição das imagens. Para a descrição 1, que trata da imagem de Galileu Galilei, foram utilizadas as seguintes palavras no LiDB: “Fotografia do rosto de um homem com barba. Legenda Galileu Galilei (1564-1643)” (FARAGO, 2016a, p. 4); já para a imagem da Torre de Pisa, utilizou-se: “Fotografia de uma torre alta inclinada. Legenda Torre de Pisa” (Ibidem).

Há a descrição de uma imagem de forma vaga, assim mencionada pela estudante, relacionando à descrição de Galileu Galilei feita no LiDB. Nos questionamos se há a necessidade desse tipo de descrição e até que ponto isso influencia na aprendizagem matemática da estudante cega. No diálogo com a estudante, percebemos que essa descrição parece não fazer diferença para ela:

P – Tem a descrição. E o que aparece como descrição?

A – Fotografia do rosto de um homem com barba. É a primeira descrição que está entre colchetes.

P – Em relação a isso, você tem alguma colocação a fazer, o que tu achas? Achas que essa descrição que foi feita é pertinente com o texto, ela é necessária no livro, o que tu colocas?

A – Não é necessária, mas eu acho que é justamente por isso que ela está tão vaga, porque é uma foto que não está ajudando no problema ou coisas assim. E depois tem a descrição “fotografia de uma torre alta inclinada”, que é a Torre de Pisa, né?

P – Já em relação a esta fotografia, no contexto de toda a história, você acha que essa fotografia te auxilia a entender o que o texto está colocando?

A – Sim. A torre, sim.

As descrições feitas de um registro ao outro são um tipo de operação de conversão, de uma representação não verbal, como um gráfico, esquema, figura ou imagem em uma representação linguística (DUVAL, 2012, p. 272). Neste caso em especial, temos a conversão de um registro imagético em um registro linguístico. O que precisamos analisar aqui é o caso da congruência desta conversão, pois para Duval (2004a, p. 78), para analisar os fenômenos de congruência, devemos levar em conta “a natureza dos registros presentes”. Há transparência nos dois sentidos da conversão? Da imagem para o discurso e do discurso para a imagem existe transparência e referência ao mesmo objeto? O que nos parece é que, no caso da descrição 1, a característica vaga da descrição pode remeter a várias outras imagens e, não exclusivamente, à imagem de Galileu Galilei, tendo um baixo grau de congruência. Neste caso, se não for específica e se não influenciar na resolução do problema, esta descrição poderia ser excluída do LiDB.

No caso 2, como mencionado pela estudante, a descrição é necessária, pois a auxilia a abstrair a imagem da Torre de Pisa, que é alta e inclinada, ou seja, características específicas que a definem. Tanto podemos dizer que há um maior grau de congruência nesta conversão, em relação à anterior, como também podemos mencionar a necessidade da mediação semiótica (palavra – registro discursivo) que “é o processo real que permite a abstração” (DUVAL, 2004a, p. 26). O discurso que acompanhou a imagem teve a função de expansão discursiva do tipo descrição, já que não utilizou termos técnicos, ou seja, apenas a língua natural para explicitar o que precisava ser dito.

Vale pontuar que, de forma alguma, somos contrários à descrições, apenas levantamos tal discussão e a contraposição nas situações observadas nelas, justamente para que possamos refletir quando há ou não a necessidade da existência de descrições no LiDB. E ainda, de que maneira elas devem ser pensadas e inseridas no LiDB, permitindo ao estudante a mobilização dos registros figurais e linguísticos a ponto de acessar o objeto do saber presente nestas representações distintas.

Em relação ao processo de transcrição para criação do LiDB, em entrevista ao responsável técnico da FCEE, constatamos que existe a etapa de adaptação, sendo a primeira de três no processo de transcrição de um livro para o Braille. Como o foco é transcrever a obra da tinta ao Braille *ipsis litteris*, mesmo existindo a preocupação em analisar o que será transcrito, como por exemplo, as imagens, a ideia é não omitir o que será apresentado no LiDB, obedecendo a proposta do autor do livro em tinta. Percebemos essa situação no diálogo em seguida entre a pesquisadora (**P**) e o responsável técnico da FCEE (**R**):

R – Então, esse livro vai passar primeiro pelo processo de adaptação. O que esse serviço de adaptação em tinta, faz? Os profissionais farão uma leitura do livro, lerão todo o livro, num contexto geral, e tentarão interpretar ou entender os contextos. E tentar entender como adaptar aquelas questões e adequar umas questões, mas sem tirar a proposta original do autor. E tentarão adequar esse livro dentro dessa adaptação, para que ele possa ser transcrito para o Braille. Um exemplo, eles verão se tem muitas imagens, como eu disse antes, todas elas são significativas?

P – Às vezes, não.

R – Todas elas que estão ali são meramente ilustrativas, então não tem necessidade delas estarem ali. O papel do adaptador é verificar isso.

Percebemos que, segundo **R**, existe a preocupação com uma análise das imagens, mas no caso acima apresentado⁷³, isso parece não ter acontecido, em especial, para o caso da descrição 1 (Galileu Galilei) em que não há congruência entre o registro da imagem e o discurso

⁷³ As descrições e a transcrição dos casos apresentados nesta pesquisa não foram realizados pelo CAP da Fundação Catarinense de Educação Especial, mas o processo de transcrição e as etapas são as mesmas.

originado na sua descrição. A dúvida que fica e, vai além desse exemplo, é: para o caso de imagens que interfiram nas questões matemáticas, qual o critério que o adaptador leva em conta, sendo ele um profissional que, em sua quase totalidade, não tem formação específica em matemática (como relatado por R)?

Vale pontuar ainda que, a transcrição de uma imagem poderia ser feita em relevo para alguns casos específicos, mas, assim como nos alerta Cardeal (2009, p. 3.563), “a transcrição de uma imagem para o relevo sem adaptá-la a realidade perceptiva específica da invisibilidade, apenas corrobora com uma imposição de códigos visuais a quem a eles não tem acesso”. Sendo assim, tanto nas descrições como nas transcrições em relevo, o caso do acesso aos objetos e a questão da apreensão perceptiva tátil devem ser pensadas pela equipe responsável pela elaboração do material didático do estudante cego.

2) Um segundo ponto de discussão levantado refere-se a uma dúvida gerada na estudante em relação à fórmula transcrita e que compunha o texto estudado. A fórmula que mencionamos trata-se de $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, que chamaremos de Fórmula A e a qual gerou dúvida na estudante:

A – Desculpa, não expliquei direito. É, t fecha parênteses igual a 1 sobre 2 vezes 7 t².

A – Ou é g?

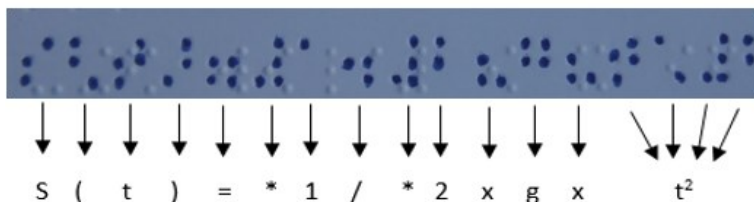
A – É, aí eu fiquei em dúvida se era o g de gravidade ou só o 7.

A expansão do discurso da estudante é do tipo cognitiva, pois faz uso da língua natural, mas possui aspectos técnicos em língua formal (DUVAL, 2004b, p. 119). A expansão explícita a sua dúvida em relação ao signo utilizado na fórmula transcrita para o Braille. A dúvida gerada na escrita em Braille refere-se ao fato de que, como já apontamos na sessão de inferências sobre os acompanhamentos (Capítulo 5), alguns símbolos em Braille representam número e letras ao mesmo tempo e a diferença se dá pelo sentido que recebem no texto que são empregados (ZANETTE; TONIAZZO, 2017, p. 3). Isso também refere-se ao que Saussure (2012, p. 69) chama de valor atual “que é resultado de uma evolução”. Vale mencionar que valor para Saussure (2012) estava relacionado ao som das palavras e a sua evolução ao longo dos tempos, ou como mencionado por Zanette e Toniazzo (2017, p. 3), à oposição a outros termos. Para este caso do valor do signo para textos em Braille, não seria o som, mas o toque, o que o definiria e “a relação de diferença entre os signos” (ZANETTE; TONIAZZO, 2017, p. 4) quando é

acrescentado um signo que o difere de letra e o faz ser identificado como número.

Sabemos que, para diferenciar um número de uma letra em Braille, usa-se um símbolo especial ($\cdot\cdot\cdot$) que deve ser colocado na frente do número, mudando o valor do signo de letra para número. Para o caso da Fórmula A acima, percebemos em sua transcrição que houve a preocupação em usar o símbolo de número (representado com * na Figura 22) e o sinal de multiplicação depois da fração 1/2 (o que permite a identificação dos símbolos que seguem como sendo letras, visto que se fossem números deveriam estar precedidos do símbolo que os identifica), como verificamos na Figura 22 a seguir:

Figura 22 - Fórmula A transcrita para o Braille⁷⁴



Fonte: Adaptado pela autora de Farago (2016a, p. 5).

Mesmo assim, com a transcrição em concordância com o CMU e sendo a estudante uma conhecedora das regras do Braille devido aos anos de estudo (ela têm 17 anos), a dúvida aconteceu e acreditamos que, neste momento, vale ressaltar o papel indispensável da mediação com o professor para solucionar dúvidas como esta em sala de aula. Além disso, mencionamos a necessidade do contato com o CMU e com o Sistema Braille que, conforme mencionamos anteriormente (Encontro 1), não são reforçados durante a vida estudantil dos estudantes cegos, mas poderiam ser estudados com mais frequência nas classes de AEE, por exemplo.

3) A contextualização em forma de texto tem meia página em tinta e duas páginas na transcrição para o Braille. Este aumento no número de páginas da tinta para o Braille é uma questão mencionada por Anjos

⁷⁴ Como o livro é transcrito em Braille na frente e no verso da mesma folha, usamos o artifício de pintar as celas Braille com caneta gel na cor azul, as quais representavam a fórmula do nosso interesse, para que o leitor não se confundisse com os outros pontos que aparecem e tem relação ao que está escrito no verso da mesma folha do LiDB.

(2015, p. 109) e Oliveira (2006, p. 38), em que a última autora pontua que “cada página da escrita comum corresponde a, aproximadamente, três páginas em Braille”. Em Moretti e Anjos⁷⁵ (2016, p. 400), a questão do aumento de páginas teve reflexo nas dimensões aumentadas dos Livros Didáticos em Braille, mostrando que o livro em tinta, tem em geral, “as dimensões 20cm por 27cm e 1cm de espessura”, já o livro em Braille “mede 29,5cm por 30 cm e 5cm de espessura”.

4) Além de existir a conversão de números fracionários para números decimais, por preferência da estudante, percebemos a escolha por cálculos mentais. No momento em que a estudante foi resolver a fórmula apresentada no item 2 desta discussão, questionamos sobre a forma de resolução:

P – No geral, como é que você resolve?

A – Eu tento resolver de cabeça.

P – Nesse cálculo, por qual parte você começaria?

A – 1 sobre 2 vezes 9,8.

P – Certo. E aí? 1 sobre 2 vezes 9,8. Que cálculo é esse aí para você?

A – É 0,5 vezes 9,8.

O cálculo mental abordado como preferência nas inferências mostradas no Capítulo 5, volta a ser percebido ao analisarmos o Livro Didático em Braille. Como mencionamos anteriormente, não há o costume de lidar com ferramentas, como calculadoras que falam, ábacos ou de forma mais simples, o registro em papel para realizar cálculos. Nos questionamos se formas diversas ao cálculo mental são trabalhadas pelos professores em sala de aula, tanto para situações simples como esta, quanto para as mais complexas, uma vez que a estudante menciona que, dependendo da situação, “*é bem difícil, eu peço ajuda geralmente, porque eu não consigo fazer este cálculo*”. Logicamente que, estando em classe inclusiva, a possibilidade de mediação social é um fator positivo ao aprendizado, mas acreditamos também que deve existir o desenvolvimento da autonomia pela estudante em algumas atividades.

⁷⁵ Lembramos que, em Moretti e Anjos (2016), o livro em tinta utilizado para estudo, tratava-se de um material encadernado referente a apenas um bimestre. Se considerarmos um livro de matemática completo, trabalhado nas redes públicas de ensino, como por exemplo, a obra “Projeto Araribá: Matemática” (GAY, 2014), teremos as dimensões 20 cm por 27,5 cm por 1,5 cm de espessura, o que permanece dispare em relação às dimensões do livro didático em Braille.

Para este exemplo utilizado durante o Encontro 2, a estudante não conseguiu finalizar corretamente o cálculo, chegando em um arredondamento bastante distante do real valor que se esperava (valor encontrado pela estudante: 68 m; resposta esperada: 56,64 m). Sabemos que o cálculo mental pode ser uma forma para resolução de alguns cálculos matemáticos, mas dependendo da situação, leva a uma maior incidência de erros. Tanto percebemos a necessidade de registros em papel pela estudante, quanto alertamos para a necessidade de se desenvolver, em sala de aula, o hábito de utilização de instrumentos auxiliares em que os estudantes cegos sejam contemplados.

Percebemos também que a estudante faz a operação de conversão trabalhada em Duval (2004b, 2011) com bastante facilidade, mostrando ainda que entende o número 0,5:

P – Esse 0,5 você acha que é mais fácil de trabalhar do que 1 sobre 2? O que é 1 sobre 2 na verdade?

A – É um inteiro dividido por 2.

P – Então, é a mesma coisa que?

A – Metade.

P – É mais fácil para você trabalhar com 0,5 vezes 9,8 ou a metade de 9,8?

A – A metade de 9,8, eu sempre faço isso.

Cada vez que uma conversão é realizada, outras significações são dadas ao objeto de conhecimento (DUVAL, 2009) e, foi assim que prosseguiu a estudante. Percebemos, pela atitude intelectual de explicação da estudante, o que Duval (2009, p. 21) nos alertou: cada vez que um raciocínio, explicação, descrição se opera pela atitude intelectual, frequentemente implica em uma conversão entre representações que, por sua vez, podem ser tratadas. Por meio da expansão discursiva, utilizando o tipo cognitiva, a estudante conseguiu realizar o gesto intelectual que Duval (2004b, 2011) chama de conversão. Identificamos aqui, assim como menciona Duval (2009, p. 21), uma ligação forte entre a *noésis* e a *semiósis*, nos fazendo remeter à sua lei fundamental de funcionamento cognitivo do pensamento. A desenvoltura da estudante pelo gesto intelectual e a coordenação realizada entre os registros de representação nos mostra que este conceito foi compreendido por ela. Afirmamos isto baseados em Duval (2004b, p. 61), já que “a coordenação dos diferentes registros de representação é uma condição necessária para a compreensão”, mas há o alerta feito por este autor que esta não é uma atividade imediata e

simples de ser realizada pelos estudantes. As conversões sucessivas feitas pela estudante são: de um registro fracionário ($1/2$) para o registro decimal (0,5) e por fim, para o registro discursivo (metade) para iniciar o tratamento da fórmula. Como mencionado pela estudante, a escolha nas operações realizadas é trabalhar com o conceito de metade.

Podemos inferir que a escolha pela conversão, neste caso, se dá pelo fato de o registro fracionário não ser bem aceito devido aos motivos apresentados anteriormente (caso da linearidade da escrita em Braille) e também devido à economia de tratamento embutida nesta situação. Afinal, o que fica mais simples tratar $\frac{1}{2} \times 9,8$ ou metade de 9,8? Neste caso percebemos rapidamente aquilo que é posto por Duval (2004b) no que se refere à Forma e o Conteúdo de um registro de representação. O que é tratado pela estudante cega é a **Forma** no registro em língua natural por meio da palavra **metade** e não o seu **Conteúdo**. Tanto que há a diferença no tratamento da outra **Forma** apresentada no registro fracionário e que se refere ao mesmo **Conteúdo**. Isso em nada difere daquilo que se percebe com estudantes que veem, mas só nos faz atentar às diferenças existentes das formas da tinta ao Braille. Essas podem trazer pontos de dificuldade aos estudantes cegos.

5) No encerramento da questão que envolve a fórmula $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, a estudante não chegou ao valor esperado. Nos questionamos se o método do cálculo mental e das aproximações geradas por ele, não tem dificultado o tratamento de expressões deste tipo. Mesmo fazendo conversões de maneira correta - como mencionado no item 4- e ainda, trabalhado com uma função da língua nomeada de função apofântica por similaridade semântica (DUVAL, 2004b, p. 119), já que a estudante usou de expressões referenciais equivalentes para responder a questão e estabelecendo uma continuidade temática entre as frases, ela acabou não finalizando a questão de maneira satisfatória devido aos cálculos a executar. Talvez aqui seria interessante permitir à estudante outras formas para executar tais cálculos, pois os mentais nem sempre permitirão a resposta final devido aos números elevados que alguns apresentam e a dificuldade percebida que a estudante tem em tratá-los.

Vale mencionar nesta discussão a questão da anotação, que é algo a ser trabalhado com a estudante cega, já que percebemos, recorrentemente, a negação a este ato. Como mencionamos, a função de tomada de consciência exerce um papel importante na aprendizagem, tanto na fala quanto na escrita (DUVAL, 2014, p. 35).

6) Há dificuldade de localizar a página do Livro Didático em Braille partindo do livro em tinta. No Livro em Braille há dois indicativos de números de página propostos pelo documento *Normas Técnicas para a produção de textos em Braille* (BRASIL, 2006c, p. 43): um que é a indicação do Livro Didático em Braille, que fica à direita e no alto da página e à esquerda fica a equivalente da página do livro em tinta, mas isso não acontece com esta precisão na prática, como concluímos abaixo:

P – Certo. E o indicativo da página 7 que seria do livro em tinta, não aparece o início dessa leitura?

A – Está na metade do verso da página 6.

Este inconveniente pode ocasionar desentendimentos em sala de aula na relação do professor com a estudante cega e atrasar o acompanhamento daquilo que está sendo explicado pelo professor. Este é mais um indicativo que vai ao encontro da nossa proposta nesta pesquisa: o material do estudante cego não deve ser desenvolvido tal e qual o material do estudante que enxerga.

7) A estudante não vê sentido em algumas palavras, como por exemplo: em cima, embaixo e alinhados. Inferimos que o desconforto percebido com o uso destas palavras, pode ter relação à dificuldade em orientação espacial imposta pela cegueira (VYGOTSKI, 1997, p. 76), já que todas estas palavras remetem à noção de espaço. Sabemos que as palavras permitiriam o acesso a alguns objetos do saber pela estudante cega, por meio da mediação semiótica sugerida por Vygotski (1997), mas, ao mesmo tempo, a palavra sendo por vezes um signo, e por isso, o limite da significação (BENVENISTE, 2006, p. 225), deveria permitir um sentido ao que é dito.

Percebemos que, neste caso, algumas das palavras não fazem sentido por não pertencerem à realidade tátil da estudante cega. Para estes casos, seria interessante, apontadas estas diferenças semióticas, o uso de palavras que façam sentido à realidade da estudante, pois, assim como aponta Benveniste (2006, p. 227), o signo que está em desuso, passa a não existir. Algumas palavras deveriam ser substituídas ao invés de usadas sem sentido, sem significação, não permitindo o acesso ao objeto do saber que se almejava acessar.

Quanto a este tópico, acreditamos que o alerta tanto se direciona aos responsáveis pela criação do material didático que precisam conhecer e reconhecer às especificidades que cercam a deficiência,

como também, aos professores da sala inclusiva, que precisam preocupar-se com o vocabulário quando em contato com os estudantes. O vocabulário trabalhado em sala de aula poderia atender a diversidade humana e perceber que algumas palavras não tem sentido, pois não se aplicam conhecendo a particularidade de uma determinada deficiência, por exemplo.

Sintetizando o que foi observado em relação ao Encontro 2, elaboramos o Quadro 7, no qual citamos os pontos relevantes no que cerca o LiDB:

Quadro 7 - Quadro Síntese do Encontro 2

| Pontos Relevantes | Constatações |
|---|---|
| 1. Descrições de imagens | Analisar a apreensão perceptiva tátil da estudante cega e os pontos a descrever. |
| 2. Símbolos em fórmulas | Mediação com o professor; contato com o CMU em momentos diversos da aprendizagem escolar. |
| 3.Tamanho aumentado em textos e dimensões do LiDB | Dificuldade no manuseio e transporte do material. |
| 4.Escolha por cálculo mental; Conversões | Dificuldades em tratamentos e registros em papel; Facilidade com algumas conversões. |
| 5.Não alcançou resultados esperados em tratamentos numéricos | Uso exclusivo de cálculos mentais e de aproximações; não registra no papel. |
| 6.Não localiza páginas do LiDB | Confusão gerada por duas marcações para páginas do LiDB. |
| 7.Significações em palavras que remetem a conceitos espaciais | Palavras que não pertencem à realidade tátil da estudante. |

Fonte: A autora.

6.4.4 Encontro 3: O método da chave

Na aula de acompanhamento com o LiDB do dia 30/08/17 realizamos o terceiro Encontro e o foco foi a operação de divisão de polinômios, tanto pelo método da chave, como pelo dispositivo de Briot-Ruffini. Este dispositivo está vinculado ao conceito de polinômios e mais especificamente, a operação de divisão para um caso específico em que o divisor é um polinômio do tipo $ax + b$. Percebemos que o

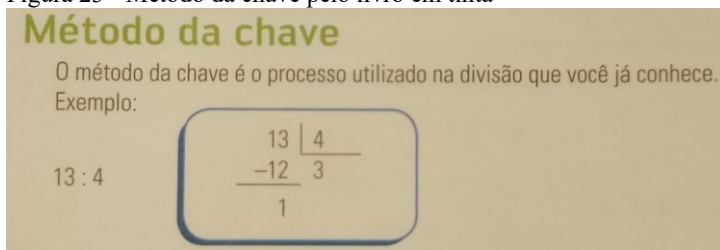
Livro Didático em Tinta mostra, antes da explicação de Briot-Ruffini, uma divisão de polinômios utilizando o método da chave, então, resolvemos investigar sobre a utilização deste método pela estudante durante os seus anos de estudo, pois já havíamos percebido que há a tendência em resolver as operações utilizando cálculos mentais.

Iniciamos a aula de acompanhamento, solicitando a resolução de uma divisão de números reais pelo método da chave para acompanhar a desenvoltura da estudante. Uma divisão, com números bem menores é mostrada na página 12 do 3º volume do livro em tinta (verso da página 12, em Braille – Parte A 3º volume), talvez no intuito de relembrar como se resolve uma divisão por meio deste método. Na sequência, mais 4 atividades foram solicitadas à estudante: a leitura e o acompanhamento da resolução de uma divisão polinomial pelo método da chave que encontra-se na página 13 em tinta (página 15, frente e verso), a resolução da questão de divisão polinomial pelo método da chave que encontra-se na página 15 do livro em tinta (19 em Braille), a leitura da resolução de uma divisão polinomial utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini da página 16 do livro em tinta (20 e 21 do livro em Braille), e a resolução da questão 2 da página 17 do livro em tinta (23 em Braille), que envolve este mesmo dispositivo.

Na sequência, além de mostrar as páginas acompanhadas, discutimos uma questão central percebida: a espacialidade da escrita em Braille que implicou no tempo para resolução das questões.

1) A primeira verificação realizada neste Encontro nos chamou a atenção, pois trata-se da realização de uma divisão entre números reais pelo método da chave que é apontado como desconhecido pela estudante. Como já havíamos detectado, a estudante rejeita a utilização de anotações e prefere os cálculos mentais, então resolvemos acompanhar a resolução de uma divisão por meio deste método já que ele aparece no Livro em Braille, assim como no livro em tinta. Na página 12 do livro em tinta, mostra-se a seguinte divisão, conforme a Figura 23 a seguir:

Figura 23 - Método da chave pelo livro em tinta



Fonte: Farago (2012, p. 12).

Resolvemos questionar a estudante em relação ao método da chave e a sua utilização durante os seus anos de estudo. A estudante nos respondeu negativamente, apontando novamente a utilização de cálculo mental:

P – Para começar a aula, vamos, primeiramente, perguntar a estudante se durante o processo de aprendizagem dela na escola, ela fez ou utilizou o método da chave para realizar algum cálculo.

A – Não.

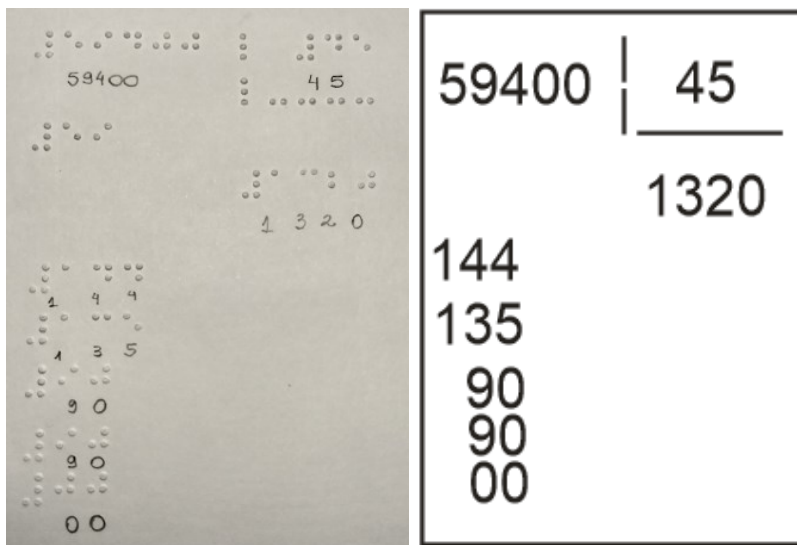
P – Não utilizava? Desde as séries iniciais lá, qual era a metodologia que os professores, geralmente, usavam contigo?

A – Sempre cálculo mental, e é só cálculo mental mesmo. Mesmo escrevendo, os cálculos eram na mente.

A resposta dada foi classificada como expansão do tipo natural (descrição), em que a estudante não fez uso de termos técnicos ou de língua formal para explicitar o que estava implícito, uma vez que, o discurso consistiu numa resposta dada de um locutor para um interlocutor. Sabendo da utilização do cálculo mental já indicada anteriormente, e percebendo que o Livro Didático em Braille mostra a divisão pelo método da chave tanto no exemplo da Figura 26 acima, como em uma divisão de polinômios, percebemos que ao realizar a transcrição, os responsáveis ignoram ou desconhecem o fato de a estudante não conhecer o método. Solicitamos então, que a estudante utilizasse o método da chave para resolver uma divisão entre números reais, tanto para colocá-la em contato com o método nunca antes utilizado, como para deixá-la familiarizada para as próximas tarefas propostas no LiDB. A resolução solicitada referiu-se a divisão do número 59.400 por 45, a qual é mostrada na Figura 24 abaixo, em que

os números em Braille foram transcritos para a tinta e estão dispostos à direita daqueles em Braille:

Figura 24 - Método da chave resolvido pela estudante⁷⁶



Fonte: Acervo da Autora.

A estudante demorou cerca de 12 minutos (com auxílio passo a passo pela pesquisadora⁷⁷) para resolver este cálculo pelo método da chave. Além de demorar na resolução, ela alega não ter gostado da metodologia, dizendo que:

P – Fale sinceramente, este procedimento é difícil?

A – Sim. É chato, é difícil, complicado, demorado.

Fazendo uso apenas da língua natural para explicitar o seu entendimento, classificamos esta resposta como sendo uma expansão do tipo natural (descrição). Nela, a estudante explicitou aversão à utilização deste método para a realização da divisão entre números. Esta aversão

⁷⁶ O número escrito em Braille, logo abaixo do número 59.400, consiste em um erro da estudante, desta maneira não foi transcrito para tinta. Também não foi feito devido à demora na escrita desta forma de divisão.

⁷⁷ Este auxílio passo a passo pode ser verificado na transcrição do Encontro 3 que localiza-se no CD-ROM anexo à pesquisa.

pode estar relacionada ao fato de que o método fornece algumas barreiras para a estudante, como: tempo para a resolução e espacialidade na disposição dos números. A estudante alega que resolveria este cálculo mais rapidamente se não tivesse que realizar as anotações para resolver pelo método e se confunde com a espacialidade na disposição do método em Braille (embaixo e do lado). Ela questiona a cada passo executado, onde os números deveriam ser escritos. Este caso mostrou-se semelhante aquele com as palavras que se mostram sem sentido (Encontro 2 – item 7) por não pertencerem a sua realidade tátil ou pela dificuldade com a noção espacial.

Analisando a resolução e as dificuldades encontradas, percebemos que este seria um método difícil para ser ensinado aos estudantes, tanto pelo tempo para a anotação e resolução, como pela dificuldade com a espacialidade da escrita. Nos questionamos: se este método era desconhecido pela estudante e apresenta estas dificuldades relevantes na utilização, porque para a transcrição para o Livro Didático em Braille insiste-se em utilizá-lo como método na resolução da divisão polinomial? E neste ponto, novamente, insistimos na necessidade de elaboração de um material voltado às reais necessidades da estudante cega. Se alguns conceitos são ensinados de maneira diferenciada, não tem sentido o Livro Didático em Braille da estudante mostrar formas nunca antes estudadas.

No caso específico da espacialidade, ela também aparece como ponto de dificuldade quando a estudante é solicitada para fazer a leitura da página 13 do livro em tinta (resolução de uma divisão de polinômio pelo método da chave). Ela parece não entender o método:

P – Esse movimento de ter que multiplicar o que está na chave e voltar para escrever abaixo do dividendo, isso aí é complicado para você?

A – Sim.

P – Por que você acha que isso é complicado?

A – Acaba demorando mais tempo e acaba complicando um pouco na hora de voltar, quebra o raciocínio, digamos assim.

A sua resposta explícita, em língua natural (expansão discursiva do tipo natural – descrição), a sua dificuldade com este método no que cerca a espacialidade da escrita em Braille. Neste exercício, a solicitação é apenas para que a estudante acompanhe a resolução que aparece no Livro Didático em Braille e tente entendê-la. A resolução no livro em tinta aparece em uma página, já em Braille aparece em duas. A

estudante leva cerca de 15 minutos para chegar ao fim da questão fazendo a leitura. Pela expansão do discurso anterior, inferimos que a demora para a leitura do método acaba dificultando o raciocínio, pois ela teria que tatear muitos símbolos para encontrar as expressões que representam o quociente, o divisor e o dividendo. O movimento de vai e vem, no qual os dedos da estudante percorrem as duas folhas de cálculos em Braille, parecem dificultar o entendimento do funcionamento do método e o seu raciocínio com os cálculos mentais para compreendê-lo.

Quando a estudante inicia a resolução da divisão de polinômios pelo método da chave que consta na página 15 do livro em tinta (19 em Braille), novamente o problema da espacialidade é percebido. Na Figura 25 a seguir, mostramos a resolução da divisão de polinômio pelo método da chave que consta no livro em tinta⁷⁸ e também a resolução feita pela estudante em Braille⁷⁹:

⁷⁸ Esta resolução aparece no livro em tinta, pois este livro é o exemplar do professor. Neste exemplo, resolvemos mostrá-la apenas para efeito de comparação com a escrita em Braille da resolução da mesma questão pela estudante.

⁷⁹ Os pontos das celas Braille desta resolução foram pintados com caneta gel na cor preta para uma melhor visualização da imagem.

Figura 25 - Divisão de polinômios pelo método da chave em tinta e em Braille

$$\begin{array}{r}
 4x^3 + 5x - 2 \quad | \quad x + 2 \\
 \underline{-4x^3 - 8x^2} \\
 -8x^2 + 5x \\
 \underline{+ 8x^2 + 16x} \\
 21x - 2 \\
 \underline{-21x - 42} \\
 -44
 \end{array}$$

Fonte: Adaptado pela autora de Farago (2012, p. 15).

Em especial, notamos o que acontece com a escrita em Braille da expressão $-4x^3 - 8x^2$ que fica logo abaixo do dividendo e está em destaque na Figura 25. Em tinta, esta expressão aparece distante do quociente e, em nenhum momento, faz com que aconteça uma confusão em relação ao que está escrito no espaço do quociente. Já na escrita em Braille, percebida na resolução da estudante, a expressão começa a ocupar o espaço reservado ao quociente, que foi escrito mais abaixo. A questão da espacialidade na escrita parece interferir também na resolução e, não somente na interpretação da questão pela estudante. Em tinta, teríamos a opção de diminuir o tamanho da letra caso a proximidade atrapalhe, mas esta não é uma opção em Braille, pois o tamanho da letra em Braille é única. A questão da espacialidade que foi mencionada anteriormente (MORETTI; ANJOS, 2016, p. 399) estava relacionada à escrita de expressões fracionárias, mas neste exemplo, a espacialidade aparece na forma como são distribuídas as expressões pela folha e parece estar relacionada ao número de caracteres da expressão $-4x^3 - 8x^2$. Na Figura 25, a expressão $-4x^3 - 8x^2$ possui 8 caracteres, já

na resolução em Braille, são 14 caracteres. A diferença no número de caracteres (de 8 em tinta para 14 em Braille) na mesma expressão, acarreta em um espaço aumentado para escrever a expressão em Braille, sendo que a escrita começa a ocupar o espaço do quociente e é aí que inferimos a dificuldade ligada à espacialidade. Vale mencionar que, novamente, a questão da espacialidade acarreta um aumento de tempo para resolver o cálculo, já que cronometramos, aproximadamente, 40 minutos para a resolução desta divisão pela estudante.

Para este caso, em especial, indicamos uma possibilidade para a resolução desta divisão polinomial pela estudante cega. Trata-se do Kit Multiplano, desenvolvido pelo professor Rubens Ferronato (FERRONATO, 2002) e que é uma alternativa perceptiva-tátil para a resolução de variados problemas que envolvem alguns em matemática, entre eles, divisão polinomial e o trato com figuras geométricas.

Por fim, e também relacionado à questão da espacialidade da escrita em Braille, mostramos a leitura da resolução da divisão de polinômios por Briot-Ruffini e também uma resolução. No acompanhamento da leitura mostrada no Livro Didático em Braille pela estudante, ela indica dificuldades no entendimento:

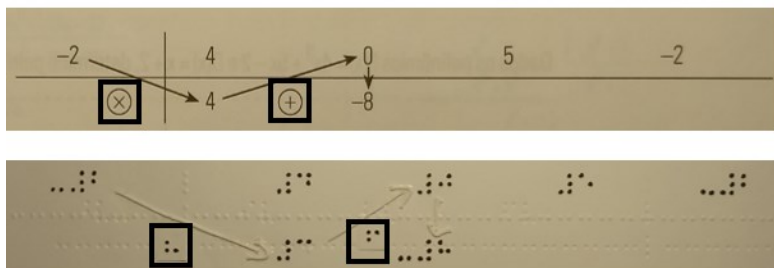
P – O que aquelas setas representaram, o que elas te passam de informação?

A – Não dava para entender, eu estava meio confusa mesmo com elas, até pelo sinais de **multiplicação** e **soma** porque não dá para saber que eles são rebaixados, como é só uma celinha, então não dá para ver e, aí isso confundiu (Grifo Nosso).

A confusão gerada pela Forma da representação no dispositivo é percebida no discurso da estudante cega, em que ela faz uso da língua natural, mas também utiliza termos matemáticos de operações fundamentais para explicitar a sua falta de entendimento com este procedimento (expansão discursiva do tipo cognitiva – explicação). Ao mencionar a confusão entre o rebaixamento ou não dos sinais, por meio da expansão do discurso inferimos que há dificuldade com a questão da espacialidade nesta forma de representação. As dificuldades apontadas pela estudante na leitura da resolução de uma questão que envolve o dispositivo de Briot-Ruffini são mostradas na Figura 26 a seguir, como

aparecem no livro em tinta (página 16) e no Livro Didático em Braille⁸⁰ (página 20). Em ambas, destacamos os símbolos das operações de multiplicação e soma elencados como dificuldade de leitura pela estudante:

Figura 26 - Dispositivo de Briot-Ruffini em tinta e em Braille



Fonte: Adaptado de Farago (2012, p. 16) e Farago (2016a, p. 20).

Apesar de a estudante mostrar dificuldades com os símbolos transcritos em Braille das operações de soma e multiplicação, eles foram transcritos corretamente. Inferimos que a dificuldade esteja relacionada às setas de orientação, que mostram a ordem em que as operações devem ser realizadas. Percebemos, na Figura 26 que as setas cortam a linha escrita em Braille e isso, pode confundir a estudante já que há descontinuidade da linha em Braille para o material (cordônê) utilizado para representar a seta. Como vimos em Gomes Filho (2008, p. 33), a continuidade de uma forma faz com que exista pregnância, sem mostrar na forma desvios ou interrupções como as que acontecem neste caso. Já quando a estudante resolve a divisão de polinômios solicitada (página 17 em tinta e 23 em Braille) e acompanhada passo a passo pela pesquisadora, ela demonstra maior facilidade e interesse:

P – E o que você tem para dizer, esse método, a forma de escrita, a forma de colocar e de raciocinar neste método é simples?

A – Muito, muito mais simples do que o método da chave.

Mas também aponta que sem o auxílio e acompanhamento, acredita que a resolução não seria possível:

⁸⁰ A escrita dos números teve os pontos das celas Braille pintados com caneta gel na cor preta para uma melhor visualização pelo leitor.

P – Em relação a ele e ao que você analisou no livro, sem algum tipo de explicação, ou seguindo uma aula, você acha que conseguiria fazer essa resolução? Seguindo a aula do professor, pelo que o livro estava mostrando, você conseguiria resolver?

A – Sem a intervenção do professor, não. Sem ele me explicar bonitinho, eu acho que não.

O discurso da estudante explicita, fazendo uso exclusivo da língua natural (expansão discursiva natural – descrição), a necessidade do apoio do professor, pelo menos, em um primeiro contato, com a forma da representação em Braille do método de Briot-Ruffini. A estudante levou cerca de 10 minutos para realizar a leitura da resolução e mais 10 minutos para resolver o cálculo com o auxílio. A questão a ser levantada é a necessidade de acompanhamento pelo professor em sala de aula e quanto isso pode interferir positivamente na aprendizagem da estudante.

Percebemos que a questão que envolve o método da chave, além de demandar mais tempo e caracteres, não é estudada ao longo da vida estudantil e, mesmo assim, está presente no material em Braille. Haveria necessidade do tratamento da divisão de polinômios por este método sendo ele desconhecido, demorado e difícil de compreender pela estudante? Por que não utilizar apenas o método de Briot-Ruffini e planejar um trabalho de acompanhamento extra em sala de aula com o professor de matemática?

Vale mencionar que não estamos optando por formas facilitadas de aprendizagem para a estudante cega, mas sim, formas compreensíveis por ela e que proporcionem uma aprendizagem com significado. Afinal, de que adianta um Livro Didático em Braille incompreensível?

No Quadro 8 da sequência, elencamos os pontos relevantes do Encontro 3:

Quadro 8 - Quadro Síntese do Encontro 3

| Pontos Relevantes | Constatações |
|---|--|
| 1.Divisão de números reais pelo Método da Chave | Não realizado durante a vida escolar; tempo prolongado para execução e complicado. |
| 2.Divisão de polinômios pelo Método da Chave | Espacialidade, número aumentado de caracteres; tempo prolongado para execução. |
| 3.Dispositivo de Briot-Ruffini | Espacialidade na representação e |

| | |
|--|---|
| | dificuldade no acesso ao significante (sinais de operações). |
|--|---|

Fonte: A autora.

6.4.5 Encontro 4: A vela e o cubo

O Encontro do dia 06/09/17, nomeado como Encontro 4, não teve como foco o Livro Didático em Braille da estudante cega e sim, uma intervenção que objetivou a investigação da percepção da transcrição de objetos do saber em Geometria, em especial, o cubo. Essa alteração no que vinha sendo feito foi pensada após os resultados obtidos com o Encontro 1, em que percebeu-se uma dificuldade relacionada ao acesso do objeto do saber chamado paralelepípedo retângulo, principalmente relacionada as percepções de dimensão, a identificação da forma do objeto e a noção de perspectiva na transcrição de figuras em 3 dimensões. Inferimos, após o Encontro 1, que a transcrição de objetos em três dimensões poderia ser substituída, em alguns casos, pela apresentação de uma representação concreta do objeto em 3 dimensões.

No que tange a percepção de dimensões e a inferência com objeto concreto ao invés do transcrito em 3 dimensões, nos baseamos também nos estudos de Thompson e Cronicle (2006, p. 77), que apontam a dificuldade percebida em pessoas cegas em compreender imagens transcritas em perspectiva, assim como, a facilidade apresentada quando objetos transcritos passam a ser apresentados concretamente (THOMPSON; CRONICLE, 2006, p. 78). Além disso, impulsionados por Nunes e Lomônaco (2008, p. 129), resolvemos proporcionar oportunidades de ensino que envolvam experiências diretas, usando a comparação por meio de um objeto da sua realidade.

Dessa forma, pensamos em um Encontro dividido em duas etapas: na primeira, apresentamos a figura transcrita de um cubo para a estudante. Esta transcrição da imagem foi retirada de um material didático antigo da própria estudante, relacionado a um ano anterior de estudos. A figura transcrita foi colada no centro de uma folha de papel do tamanho A4 totalmente em branco e assim, apresentada a estudante. Após a análise da figura transcrita pela estudante, propusemos algumas questões relacionadas à identificação de elementos desta figura que referia-se ao objeto do saber cubo, como: faces, arestas, vértices e

ângulos de faces⁸¹. A figura transcrita mostrada a estudante é apresentada na Figura 27 da sequência:

Figura 27 - Cubo transcrito



Fonte: Acervo da Autora.

Na segunda etapa, a estudante recebeu um objeto concreto no formato de cubo e respondeu as mesmas questões relacionadas aos elementos da figura realizadas anteriormente. Sendo assim, entregamos a estudante uma vela no formato de um cubo com as dimensões 4,5 cm de altura, 4,5 cm de largura e 4,5 cm de comprimento, mostrada na Figura 28 que segue:

Figura 28 - Objeto vela: representação concreta de um cubo



Fonte: Acervo da Autora.

⁸¹ As questões propostas à estudante cega após a análise da figura transcrita e do objeto concreto estão dispostas no Apêndice J desta pesquisa.

Após a apresentação da transcrição do cubo e do objeto concreto, questionamos a estudante em relação à diferença entre as duas opções de apresentação do objeto do saber. Na sequência, apontamos as observações mais relevantes no que cerca a apreensão perceptiva tátil e o acesso a figura geométrica cubo pela estudante cega.

1) Observamos no Encontro 1 que a figura geométrica paralelepípedo retângulo transcrita para o Livro Didático em Braille não foi reconhecida pela estudante como tal. Percebemos também no Encontro 1, que a figura transcrita foi apresentada no registro figural e também discursivo. O uso simultâneo destes dois registros de representação facilitaria a aprendizagem, assim como é mencionado por Duval (2004b, p. 155). No caso da estudante cega, percebemos, pelo Encontro 1, que pelo menos, o acesso ao objeto do saber em questão é possibilitado quando a figura transcrita conta com o registro discursivo. Em relação à aprendizagem propriamente dita, para este caso, isso não pode ser confirmado. Resolvemos não optar pela representação em dois registros (figural e discursivo), justamente para verificar esta necessidade.

A dificuldade em acessar o objeto do saber, tende a relacionar-se a percepção háptica sequencial de captação de informações (NUNES; LOMONACO, 2010, p. 57) das pessoas cegas em que as características do objeto transcrito são percebidas pela soma das partes que são tateadas já que a totalidade dos objetos só é percebida quando este cabe na palma da mão (DUARTE, 2004, p. 10). Como vimos também por meio das análises do Encontro 1, a percepção do todo não é dada pela soma das partes e sim, de forma global (GOMES FILHO, 2008, p.19).

Como sabemos, a transcrição analisada no Encontro 4, assim como todas as demais, foi elaborada a partir de um material do estudante que enxerga e trouxe consigo características de percepção para este público, ou seja, representações visuais de objetos do saber. Em contrapartida, percebemos em Lederman⁸² et al (1990 apud Thompson e Cronicle, 2006, p. 77) que “o sistema háptico tem seu próprio aparato fisiológico e seu próprio estilo de processamento de informações”, o que não se compara a percepção visual. Pelo que observamos, vale insistir que, tanto o material deve contar com ambas as representações (figural e discursiva) para permitir o acesso ao objeto do saber, assim como, deve

⁸² LEDERMAN, S. J. *et al.* Visual mediation and thehapticrecognition of 2-dimensional pictures of common objects. **Perception and Psychophysics**, v. 47, n. 1, p. 54-64, 1990.

ser apresentado de maneira diversa àquela do material em tinta. Relacionado a sua aprendizagem, acreditamos que a aliança entre estas duas ações, pode funcionar para o caso da estudante cega.

2) Referente à questão da visualização em perspectiva, mencionamos que a estudante não identificou as faces laterais e superiores da figura transcrita como quadrados, como mostramos no diálogo em seguir:

P – E na lateral, qual é a figura da lateral?

A – Não sei nomear. Desconheço.

P – E na face superior, aquela que eu também tinha mencionado?

A – É praticamente o mesmo dessa aqui, né? Só que é maior. Só que é mais larga.

Podemos inferir, caracterizando a resposta como uma explicação no que cerca às operações de expansão do discurso (exige uma interlocução e contém aspectos técnicos, como maior e larga), que o questionamento feito pela estudante cega à pesquisadora, demonstra insegurança em relação à designação do objeto do saber, já que ela informa algumas possíveis características do objeto, mas com um tom interrogativo em sua colocação. Ela, além desta insegurança, menciona que uma face é maior ou mais larga que a outra, fazendo assim com que descartemos, por completo, a possibilidade de que esta resposta seja reconhecida um quadrado para ambas as faces questionadas. As faces indicadas no diálogo, foram transcritas em perspectiva, assim como é apresentada no livro em tinta, mas isso pode ser um obstáculo ao estudante cego, visto que nem todas as imagens transcritas são compreensíveis para pessoas cegas no que cerca a perspectiva (THOMPSON; CRONICLE, 2006, p. 77). Ainda relacionada à questão da perspectiva em figuras transcritas, apontamos outro indicativo de dificuldades quando a estudante menciona que os ângulos das faces laterais e superiores são diferentes da medida de 90° , como aparece no seguinte questionamento:

P – Qual a medida dos ângulos dessa face lateral da figura?

A – Acho que são sessenta e trinta.

P – Certo. E em relação a face superior dessa figura, que é essa mesma que você está tateando, qual a medida desses ângulos da face superior dessa figura?

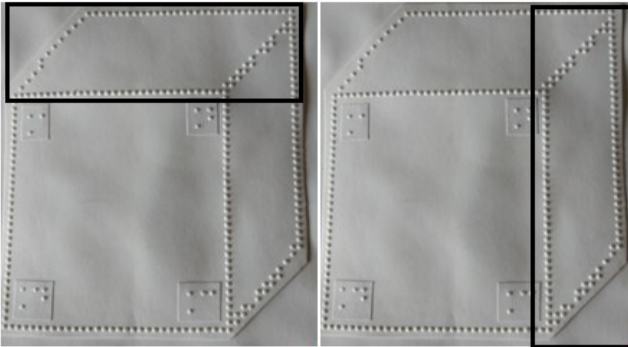
A – Quinze, talvez. Não sei.

P – Esse você falou que é quinze, e esse outro?
(Ela está tateando a parte superior da transcrição da figura)⁸³

A – Trinta e esse também.

Caracterizando o discurso como explicação, sobre a operação de expansão discursiva, percebemos, na fala da estudante cega, que, novamente, não houve compreensão sobre a figura transcrita. Ela explicitou no diálogo que todos os ângulos mencionados tinham medidas diferentes entre eles, o que nos permite inferir que ela não identificou o objeto como sendo um cubo pela transcrição em Braille. De maneira ilustrativa, mostramos na Figura 29 da sequência, as faces em destaque (contornadas com a marcação preta), pelas quais foram propostos os questionamentos anteriores. Na parte da Figura 29 localizada à esquerda, o destaque na face superior, já à direita, o destaque foi dado à face lateral direita:

Figura 29 - Faces questionadas à estudante



Fonte: Adaptado de acervo da autora.

Como vimos na fala da estudante, em ambos os casos, houve o entendimento de que as faces não possuíam os mesmos ângulos e não estavam relacionadas à figura geométrica cubo. Isto vai ao encontro de Thompson e Cronicle (2006) em relação à dificuldade de percepção das pessoas cegas com relação à objetos em perspectiva transcritos para o Braille.

3) Percebemos que, diferentemente do estudante que enxerga, onde prevalecem as dimensões 2D em relação às 1D e 0D na apreensão de

⁸³ Anotação da pesquisadora.

representações figurais (DUVAL, 2004b, 158), na leitura tátil a estudante cega mostrou que há predomínio das dimensões inferiores em relação às superiores:

P – Identifique uma face dessa figura.

A – Essa aqui.

P – Essa é uma face?

A – Sim.

P – De onde até onde?

A – Daqui até aqui. (a estudante mostra com a mão a face quadrada e só utiliza uma dimensão (segmento de reta que representa o comprimento)⁸⁴.

P – Certo. A aluna visualizou como face um segmento.

P – Identifique uma aresta dessa figura.

A – Aqui.

P – Onde?

A – Esse ponto aqui.

P – A aluna identificou como uma aresta um ponto da figura.

No diálogo mostrado acima, a estudante relacionou um quadrado (2D) à um segmento de reta que o compõe (1D) e a aresta (1D) foi relacionada à um ponto (0D). A resposta dada pela estudante, no que compete às operações de expansão discursiva, pode ser caracterizada como uma narração ou descrição, já que não faz uso de termos técnicos e foi apresentada inteiramente em língua natural. A resposta nos permite inferir que a apreensão perceptiva tátil feita pela estudante, diverge daquela feita pelos estudantes que enxergam, pelo fato da predominância das dimensões inferiores (0D ou 1D) em relação às superiores (2D ou 3D). Novamente, inferimos que esta predominância aparece como resultado de uma leitura háptica sequencial pela estudante cega. Neste exemplo, a predominância das dimensões inferiores em relação às superiores não levou a uma boa interpretação figural pela estudante, fazendo-a, entre outros aspectos, não designar o objeto do saber cubo. Duval (2004b, p. 157) nos indica que “toda figura aparece como a combinação de valores para cada uma das variações visuais”, tanto dimensionais quanto qualitativas. Neste exemplo, tanto as variáveis dimensionais foram dificultadas através da leitura tátil, como

⁸⁴ Anotação da pesquisadora.

as qualitativas, relacionadas à perspectiva e tamanho das faces laterais e superiores.

Como bem nos aponta Duval (2004b, p. 157), as variáveis que são visuais tem total ligação com elementos constitutivos de uma figura pela percepção visual (dimensões, cor, tamanho, contorno). Por sua vez, estamos lidando com um caso de apreensão perceptiva tátil, em que a percepção de figuras transcritas passa por variações não visuais e sim, hápticas. Mesmo indicando variáveis visuais como forma de identificar elementos constitutivos de uma figura, Duval (2004b, p. 46) relaciona as dificuldades de compreensão de figuras geométricas à questão perceptiva, alertando que:

O que acontece com as figuras geométricas é que elas não são dadas perceptivamente, elas requerem operações específicas, que vão contra o funcionamento intuitivo do reconhecimento perceptivo das formas (DUVAL, 2004b, p. 46).

Neste sentido e, para o caso específico das pessoas cegas, Thompson e Cronicle (2006, p. 80) apontam para o uso de texturas para representar informações tridimensionais em imagens transcritas no plano, como as mostradas anteriormente. Somado a esta ideia, Ochaita e Rosa (1995, p. 185) nos orientam mencionando que “a textura parece ter, para o tato, uma saliência perceptiva semelhante à da cor, para a visão”. Apoiados nestas ideias, inferimos que o uso de texturas neste tipo de transcrição, transpareceria um cuidado em diferenciar a transcrição da figura em Braille do que é apresentado em tinta, uma vez que as percepções da tinta ao Braille são distintas.

Novamente, salientamos a necessidade de uma análise diferenciada para as transcrições de figuras geométricas em Livros Didáticos em Braille, visto a apreensão perceptiva tátil e não visual dos estudantes cegos elencadas até aqui. Tanto é necessário uma análise cuidadosa e diferenciada, que Thompson e Cronicle (2006, p. 81) chegam a alertar para o fato de que certas imagens táteis requerem um conhecimento e uma mediação visual para serem percebidas, enfatizando que, dependendo da figura transcrita, há importantes problemas de reconhecimento pelas pessoas cegas.

O que elencamos até este ponto, encerra à primeira etapa de nossa verificação do Encontro 4, ao qual mostramos a figura transcrita à estudante. Na segunda etapa, em que mostramos o objeto vela (representação concreta do cubo), todos os questionamentos relacionados aos elementos do objeto do saber cubo foram respondidos

de maneira correta. A resposta da estudante caracteriza-se como uma narração ou descrição em relação às operações de expansão discursiva, pelo uso de termos comuns à língua natural e não necessitando de conhecimentos específicos à matemática:

A – É que a figura transcrita, realmente é o desenho, então é mais difícil para identificar só tocando e o objeto é simples porque é do dia a dia, você segura e você já sabe o que que é só de tocar.

Esta resposta nos permite inferir a preferência, pela estudante cega, à forma de representação concreta (vela) em detrimento à representação transcrita do cubo.

Diante desta verificação, podemos inferir que, para o caso das figuras geométricas tridimensionais, a transcrição figural para o Braille mostra dificuldades relevantes de acesso ao objeto do saber. Por sua vez, constatamos que estas dificuldades foram amenizadas para não dizer, extinguidas, com a apresentação de representações “concretas”, visto a impossibilidade de compreensão de aspectos relacionados à variáveis visuais dimensionais e qualitativas, ou seja, questões de ordem semiótica.

O uso de objetos concretos para representar os objetos do saber em matemática se restringe em muito às figuras tridimensionais (e quem sabe, só a elas) visto à natureza ideal destes objetos (DUVAL, 2004b, 2011). A necessidade de fazer uso de representações vem da ideia indicada enfaticamente por Duval (2004b, p. 16) de que “não existe *noésis* sem *semiose*”, ou seja, necessitamos das representações semióticas para acessar o conceito.

Diante do exposto até o momento, podemos indicar que as representações semióticas propostas aos estudantes que enxergam e transcritas ao Braille apresentam fragilidades e devem ser analisadas cuidadosa e particularmente e mesmo, que elas não permitem acesso ao objeto do saber em matemática no que cerca figuras tridimensionais. Quais seriam os outros objetos em que o acesso pelas representações transcritas em Braille não acontece?

No Quadro 9 da sequência, elencamos os pontos relevantes deste Encontro 4:

Quadro 9 - Quadro Síntese do Encontro 4

| Pontos Relevantes | Constatações |
|--|---|
| 1.Figura geométrica cubo não reconhecida | Apreensão perceptiva tátil; não acesso ao objeto; necessidade de registro discursivo. |
| 2.Objeto do saber não designado | Dificuldade na apreensão perceptiva tátil em perspectiva. |
| 3.Leitura háptica sequencial | Predominância de apreensão perceptiva tátil nas dimensões inferiores (1D, 2D). |
| 4. Objeto concreto | Ensino semi-ostensivo. |

Fonte: A autora.

6.4.6 Encontro 5 – Entre uma equação e o CMU

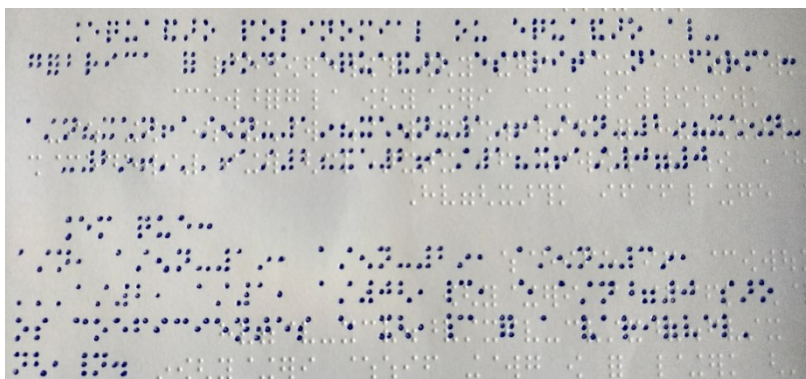
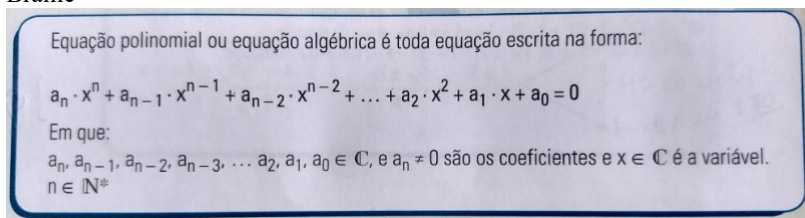
O acompanhamento intitulado “Entre uma equação e o CMU” aconteceu em 13/09/17 e teve como centro de investigação alguns pontos das páginas 25 e 29 do Livro Didático em Tinta relacionado ainda, ao 3º volume (em Braille, são respectivamente, as páginas 35 e 41 – Parte A do 3º volume). Neste Encontro, tínhamos como objetivo investigar a compreensão da estudante cega em relação à definição de equação polinomial, conteúdo que demos início neste Encontro. Outro objetivo era acompanhar a leitura da transcrição de uma figura geométrica em três dimensões (3D), assim como a resolução das questões (a) e (b) propostas e que envolviam o entendimento da transcrição desta figura geométrica. Diferentemente das figuras transcritas analisadas até aqui, a figura geométrica a qual investigamos trata-se de um cilindro inscrito em um prisma retangular reto, ou seja, uma figura que inferimos ser de difícil acesso para a estudante, tanto relacionada ao fato de encontrar-se transcrita em perspectiva, como também, por ser uma mescla de figuras geométricas em 3D.

Três foram as tarefas solicitadas a estudante neste Encontro e que referem-se ao que é solicitado no livro em tinta. Primeiramente, a leitura da definição de uma equação polinomial seguida de um exemplo a ser dado pela estudante (página 25 em tinta e 35 em Braille). Como segunda tarefa, a leitura tátil da figura geométrica que constava na questão 9 da página 29 do livro didático em tinta (41 do Livro Didático em Braille). Por fim, a terceira tarefa refere-se à resolução dos itens propostos nesta mesma questão 9.

Em relação à primeira tarefa solicitada, mostramos na sequência, a Figura 30, a qual apresenta tanto a definição de uma Equação

Polinomial conforme consta no livro em tinta, como também a transcrição feita para o Livro Didático em Braille⁸⁵:

Figura 30 - Definição de Equação Polinomial dos livros didáticos em tinta e em Braille



Fonte: Farago (2012, p. 25) e adaptado pela autora de Farago (2016a, p. 35).

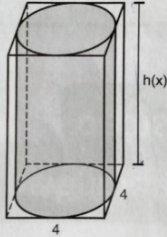
Para a realização da segunda (leitura tátil da figura transcrita) e terceira tarefas (resolução dos itens da questão 9), apresentamos na Figura 31 a seguir, a questão 9 presente na página 29 do livro didático em tinta e a sua transcrição da página 41 do Livro Didático em Braille⁸⁶:

⁸⁵ Novamente utilizamos o artifício de preencher as celas Braille, pintando os pontos com caneta gel na cor azul, as quais representavam a definição do nosso interesse. Neste caso especial, o artifício criado tem relação à página Braille que foi escrita em frente e verso e os pontos acabam se confundindo.

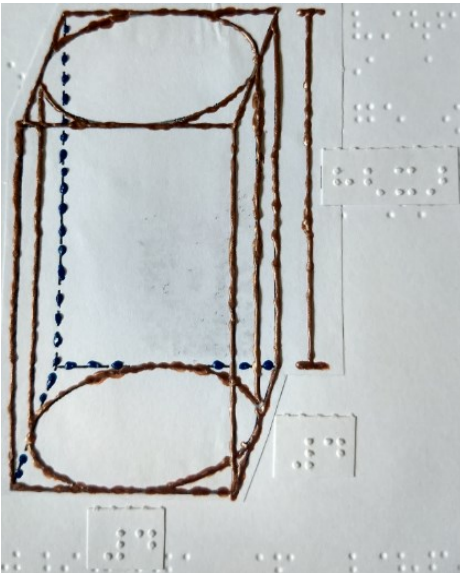
⁸⁶ Na Figura 34 estudada, não inserimos a transcrição da questão 9 por escrito e sim, apenas a figura geométrica transcrita, sendo esta o foco da análise semi-cognitiva.

Figura 31 - Questão 9 dos livros didáticos em tinta e em Braille

9. (UFSCAR – SP) A figura mostra um prisma retangular reto de base quadrada com um cilindro circular reto inscrito no prisma. O lado da base do prisma mede 4 dm e a altura é dada por $h(x) = (x^3 - 5x^2 + 8x)$ dm, com $x > 0$.



- a) Calcule o volume do prisma para $x = 3$ dm.
 b) Para $x = 1$ dm o volume do cilindro inscrito é 16π dm³. Encontre os outros valores de x para os quais isto acontece.



Fonte: Farago (2012, p. 29) e Farago (2016a, p. 41).

Na sequência, elencamos os principais pontos da análise semiocognitiva realizada a partir da observação da realização dessas tarefas pela estudante cega acompanhada do livro didático em Braille.

1) Em relação à primeira tarefa solicitada, que consistiu na leitura e interpretação da definição de Equação Polinomial, dois pontos relevantes foram levantados: a) o número excessivo de caracteres da expressão em Braille e mudança de forma entre as expressões da tinta ao Braille e b) os símbolos em Braille da definição desconhecidos pela estudante cega. Estes dois pontos levantados na análise realizada, já nos fazem acreditar que o acesso ao objeto matemático (Equação Polinomial) pode estar comprometido. A solicitação feita a estudante é que, além da leitura e interpretação da definição, fosse dado um exemplo de uma equação polinomial, como forma de averiguar a compreensão de sua leitura. Em relação ao item a), percebemos que, diante dos 70 caracteres em Braille presentes na primeira parte da definição, a estudante fez a leitura, mas não conseguiu dar um exemplo de equação polinomial. Já na segunda parte da definição, em que, segundo ela, apareciam índices inferiores e parênteses auxiliares⁸⁷, a estudante não conseguiu fazer a leitura:

P – Você conseguiu fazer a leitura?

A – Só da equação até agora.

P – Só da definição mesmo.

A – Só a equação mesmo, só a definição. E embaixo tem uma “equaçõzinha” que tem duas linhas, que me complicou um pouco por causa do índice, dos parênteses auxiliares e esse tipo de coisa.

P – Certo. Na parte de baixo que você fala, é no ‘em que’? Depois do ‘Em que’?

A – É, essa parte eu não li.

A primeira parte da definição trata-se do que é mostrado na Figura 32 na sequência:

⁸⁷ Assim como mostramos anteriormente, os parênteses auxiliares são “uma alternativa de recurso de representação em Braille nos casos em que a escrita linear dificulta o entendimento das expressões matemáticas” (BRASIL, 2006a, 15)

Figura 32 - Primeira parte da definição de Equação Polinomial (em tinta e em Braille)⁸⁸

Equação polinomial ou equação algébrica é toda equação escrita na forma:

$$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$$



Fonte: Farago (2012, p. 25) e Farago (2016a, p. 35).

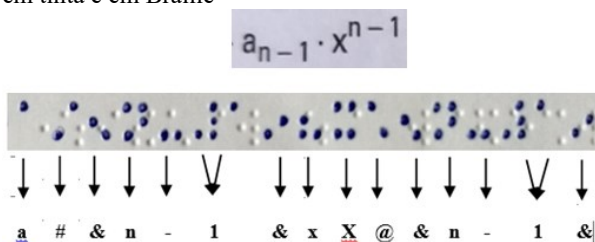
Analisando a resposta dada pela estudante e a forma de expansão natural utilizada, podemos inferir que houve dificuldade com a leitura e a compreensão da definição apresentada. O discurso totalmente em língua natural caracterizado pela utilização de termos comuns a língua, deixa explícito o desconforto da estudante com a segunda parte da definição, que refere-se à designação do objeto do saber pelo uso da língua formal, em sua maioria. A definição apresentada no livro para a estudante encontra-se quase que exclusivamente em língua formal e faz uso de léxicos que não são utilizados com frequência pelos estudantes de uma maneira geral em seu entorno cultural.

Ampliando esta discussão, como já mencionado anteriormente, tanto nas inferências dos encontros de acompanhamento (Capítulo 5), como também nas análises de Encontros anteriores, o número de caracteres parece interferir na leitura e na compreensão, tanto, que a estudante não conseguiu dar um exemplo de uma equação polinomial. Em tinta, desconsiderando o texto em extenso, a definição possui 43 caracteres, já em Braille, o mesmo trecho, possui 70 caracteres. A diferença de 27 caracteres da tinta ao Braille, tanta acarreta maior tempo de leitura, como dificuldade a compreensão pela estudante. Vimos que a questão do número aumentado de caracteres está associada ao fato de que alguns símbolos em Braille representarem número e letras ao mesmo tempo e a diferença se dá ao que Saussure (2012, p. 69) chama de valor atual “que é resultado de uma evolução”. Como vimos, à referência ao valor está ligada “a relação de diferença entre os signos”

⁸⁸ Utilizando novamente o artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor azul para facilitar a visualização pelo leitor e devido a impressão em frente e verso do LiDB

(ZANETTE; TONIAZZO, 2017, p. 4) em que é acrescentado um signo que o difere de letra e o faz ser identificado como número. Sabemos que isso é necessário para a diferenciação das letras e números, como também para possibilitar a escrita de índices inferiores e superiores (expoentes), mas esse fato tanto dificulta a leitura e o entendimento dos objetos do saber, como, no caso dos índices, muda a forma de apresentação da expressão da tinta ao Braille. Para este último caso, percebemos a diferença na forma dos índices inferiores e superiores em tinta e em Braille⁸⁹ mostrados na Figura 33 a seguir:

Figura 33 - Índices inferiores e superiores da definição de equação polinomial em tinta e em Braille



Fonte: Farago (2012, p. 25) e adaptado pela autora de Farago (2016a, p. 35).

Na transcrição da Figura 33, esclarecemos que os símbolos que utilizamos indicam que: para #, os próximos caracteres estão em índice inferior; para &, parênteses auxiliares e para @, os próximos caracteres estão em índice superior (expoente). A mudança de forma que já mencionamos para o caso das expressões fracionárias, aparece nesta definição para o caso dos índices. O problema em introduzir letras, do ponto de vista cognitivo, é a conscientização dos estudantes desse tipo de significação (DUVAL, 2002, p. 18), e para o caso do Braille, em especial, a dificuldade percebida vai além desta questão, pois como percebemos, há mudança de forma no registro da língua formal em Braille para esta definição, assim como há o desconhecimento de alguns caracteres. Sabemos que a mudança de forma pode acarretar mudança de conteúdo (DUVAL, 2004b, p. 50-55), uma vez que os tratamentos a serem efetuados dependem da forma do objeto do conhecimento e não do seu conteúdo e, neste caso, nos faz refletir sobre a diferença marcante de visualização dos índices superiores e inferiores por quem enxerga e

⁸⁹ Utilizamos novamente o mesmo artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor azul para facilitar a visualização da imagem pelo leitor e devido a impressão em frente e verso do LiDB.

pelos estudantes cegos. Notamos que a percepção destes índices é imediata para quem enxerga, visto a escrita elevada ou rebaixada, não o sendo para os estudantes cegos, que permanecem com uma expressão linear. O fato de que isto acarreta uma leitura demorada pelo estudante cego pode interferir no entendimento da definição em questão. Não levantamos esta situação novamente para indicar uma possível melhoria na escrita da estudante cega, mas para alertar aos envolvidos com a educação matemática destes estudantes, sobre esta importante mudança no ensino de uma equação.

Outra questão nos inculca e surge para reflexão a partir do que foi apontado por Duval et al (2015, p. 9) em relação à aprendizagem de Álgebra: sendo a atividade de colocar em equação um “ponto de parada e incompreensão intransponível ao longo de todo o currículo, mesmo para os estudantes que tem sucesso na resolução de equações”. Como os professores de matemática lidarão com esta incompreensão sentida pela grande maioria dos estudantes, ao mostrá-las com um número tão aumentado de caracteres em Braille em uma classe inclusiva? Neste ponto percebemos que não somente teremos dificuldades por tratarmos de diferenças entre aquele que vê e o estudante cego, mas em algo ligado a uma questão mais funda e incompreensível em matemática. Sendo assim, como se questionam Duval et al (2015, p. 9) “o que a Álgebra pode causar ao desenvolvimento do espírito do indivíduo e à sua formação?” ou ainda, como estas equações podem ser introduzidas no ensino dos nossos estudantes fazendo com que eles se apropriem e consigam utilizá-las? Por onde começar este ensino? (Ibidem).

Já no item b) mencionado anteriormente, percebemos que a estudante não identificou alguns símbolos em Braille, o que fez também que ela lesse a segunda parte da definição com muita dificuldade, solicitando auxílio para a leitura de vários símbolos, mostrando que atividades assim, causam “confusão”:

A – Então há sempre a confusão. E nós não aprendemos o *Código matemático* na escola, não tem uma assistência para que nós saibamos o que significa o que, não tem uma legenda na apostila nem nada, e aí, isso confunde bastante.

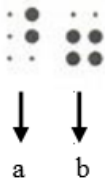
Como vimos, uma das funções discursivas da língua é designar objetos (referencial). Nela existem operações que se associam, como é o caso da categorização e da descrição, para juntas permitirem esta designação (DUVAL, 2004b, p. 95).

Nessa definição de equação polinomial apresentada à estudante cega, alguns léxicos do discurso que permitem explicitar o cumprimento das funções da língua não são conhecidos por ela, sendo assim, a função de designar o objeto não poderá ser cumprida e o acesso a ele ficará comprometido. Dionisio, Brandt e Moretti (2014, p. 518) ao perceberem léxicos desconhecidos no estudo dos discursos elaborados por estudantes em relação à trigonometria, pontuam que estes constituem um objeto de aprendizagem, ou seja, devem ser ensinados ou lembrados pelo professor e não assumidos como algo já assimilado pelos estudantes. Alertamos, que esta não é uma questão que deve restringir-se à aprendizagens de estudantes cegos em matemática e sim, à toda classe, uma vez que o desconhecimento de léxicos é percebido por todos os estudantes. No caso da estudante cega, esse fator se agrava, pois percebemos a necessidade do estudo constante do CMU, tanto pelos estudantes cegos como por seus professores, o que não nos parece acontecer nas classes regulares e inclusivas, conforme vimos em entrevista com a professora alfabetizadora (Encontro 1).

O desconhecimento dos símbolos em Braille contidos no CMU, já mencionado no Encontro 1 e nas inferências das aulas de acompanhamento de 2015, volta a aparecer neste Encontro e impossibilita o entendimento da definição pela estudante. Nesta única definição os símbolos de pertence (\in), diferente (\neq), conjunto dos números Complexos (\mathbb{C}) e conjunto dos números naturais exceto o zero (\mathbb{N}^*) não foram compreendidos pela estudante.

Vamos nos estender para o caso do símbolo de diferente, pois trata-se de uma representação peculiar. O símbolo de diferente (\neq) para o aluno que enxerga aparece como um único símbolo de igualdade cortado por traço transversal. Esse símbolo é percebido por quem enxerga pelo imediatismo de um único símbolo. Esse traço transversal aparece em outras situações, como por exemplo, o símbolo de trânsito usado para não estacionar, não aumentando o número de símbolos para que a pessoa que enxerga compreenda a mensagem a ser comunicada. Já para o cego, o símbolo de diferente não tem a mesma convenção, na verdade, aparece como dois símbolos, a saber, indicados, a seguir, na Figura 34:

Figura 34 - Símbolo de diferente em Braille



Fonte: Brasil (2006a, p. 44)

Na Figura 34, **a** representa negação e **b**, o símbolo de igual. Desta maneira, ao ler este símbolo, a estudante cega não tem uma percepção tão imediata quanto o estudante que enxerga quando lê o \neq , uma vez que, para a estudante cega há a junção de dois símbolos e a necessidade de compreender o que eles querem juntos representar. Identificamos neste caso, uma não transparência ou opacidade, apontado por Duval (2004b, p. 50) como não-congruência, onde além não existir correspondência dos elementos significantes da tinta para o Braille há um maior custo cognitivo para que aconteça a compreensão.

No CMU, o símbolo de diferente encontra-se no Capítulo 4, no subitem 4.3 chamado de “Relações negativas”, ou seja, usou-se a ideia de apenas negar símbolos já existentes no CMU, usando o que representamos na Figura 37 como **a**. A representação para aquilo que é diferente existe, mas para a estudante cega, ela requer não apenas uma apreensão imediata, mas uma compreensão daquilo que nos parece uma mensagem a ser decifrada, onde um signo não é suficiente para acessar o objeto de saber e, talvez, fosse necessário, a utilização da função apofântica da língua que pudesse cumprir o papel de constituir um enunciado completo (DUVAL, 2004b, p. 93).

Os símbolos não identificados pela estudante são apresentados no CMU, em contrapartida, como apontamos anteriormente, o CMU não é trabalhado em todas as séries pelos estudantes cegos, acarretando esquecimentos e impossibilitando a leitura de algumas questões e definições, como no caso da definição de equação polinomial presente no livro didático em Braille. Nesta situação em especial, além do que foi levantado em relação ao símbolo de diferente (\neq), há um agravante percebido para o símbolo do conjunto dos números naturais exceto o zero (\mathbb{N}^*), em que não há representação em Braille no CMU. A falta de caracteres em Braille para transcrever alguns símbolos em tinta foi discutida em Anjos (2015, p. 132) para outros conjuntos numéricos e,

desta vez, acrescentamos mais esta falta. Como a estudante teria acesso ao símbolo se mesmo o CMU não possui a possibilidade de transcrição?

A transcrição feita no livro didático em Braille da estudante, por não constar no CMU, pode não ser unificada de fato e, sendo assim, pode aparecer em outros materiais de maneiras diversas. O que rapidamente nos remete a lembrar de situações como os vestibulares e o ENEM. A própria estudante mencionou uma melhoria no livro, que refere-se à possibilidade de incluir legendas para alguns símbolos. Tal possibilidade aumentaria as dimensões do livro didático, mas sanaria algumas possíveis dúvidas relacionadas à simbologia matemática em Braille. Vale mencionar também, o cuidado que o professor da classe inclusiva deve ter ao trabalhar com determinadas definições, visto as diferenças semio-cognitivas aqui apresentadas.

2) Na resolução da segunda tarefa solicitada, que se referia à leitura tátil de uma figura geométrica em 3D, reiteramos o que foi apresentado no Encontro 4, mas com algumas ressalvas. Primeiramente, em relação à figura geométrica trabalhada, por não ser uma única figura e sim, tratar-se de duas figuras, uma inscrita na outra, a saber, um cilindro inscrito em um prisma retangular reto. No caso do cilindro, a estudante conseguiu visualizar, já no caso do prisma, ela relata ter identificado um retângulo:

A – Eu não me lembro muito dessa aqui. Mas tocando parece um retângulo.

P – Parece?

A – Um retângulo. Olhando só pelos, né...

P – Só pelos contornos, é isso?

A – É. Esse aqui eu consigo imaginar.

P – Pode ir falando.

A – É que eu consigo imaginar ele em 3D, sabe?

P – Esse você consegue imaginar em 3D?

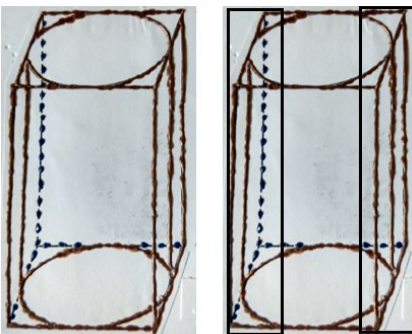
A – Mas eu não me lembro do nome, bom...depende. Sabe aquele material de apoio que é realmente um...cilindro, eu acho que era.

Como percebemos no diálogo, pelo uso da língua natural, a estudante se utiliza de uma expansão cognitiva natural para explicitar as suas dúvidas em relação à figura que está transcrita e, depende da sua lembrança tátil para inferir sobre a designação do objeto, não transmitindo certeza em sua resposta no que cerca o objeto cilindro. No que se refere ao objeto prisma, a estudante não identificou corretamente, designando-o como um retângulo. O cilindro transcrito relembra algo

palpável do material de apoio manuseado em outra situação pela estudante, então, foi distinguido, mesmo sendo uma figura tridimensional. Acreditamos que a transcrição da face circular superior, possibilitou esta percepção, uma vez que não necessita da noção de perspectiva da mesma forma que as outras figuras. Já no caso do prisma, a necessidade de analisar uma transcrição em perspectiva, parece novamente, dificultar o acesso ao objeto. Pela expansão discursiva do tipo natural, podemos inferir que o erro relacionado à designação do objeto, mas parece estar relacionado à uma questão de leitura tátil da transcrição do que pelo desconhecimento da estudante em relação às formas das figuras geométricas, uma vez que a estudante menciona que os contornos a fizeram acreditar que o objeto do saber tratava-se de um retângulo. A apreensão perceptiva tátil parece não dar conta de designar o objeto quando a perspectiva se impõe. Vimos que o caso da perspectiva e das figuras em 3D transcritas pode dificultar a leitura tátil de figuras geométricas por dois fatores: um, ligado a percepção da forma pela teoria gestáltica (GOMES FILHO, 2008) e o outro, apontado por Thompson e Cronicle (2006, p. 77) no que se refere à dificuldade percebida em pessoas cegas para fazer leituras de imagens em perspectiva.

No que se refere aos fatores de percepção da forma, observamos na Figura 35 a seguir (Figura 35 (A) sem destaque e Figura 35 (B) com destaque), quebras e interrupções ou desvios no percurso tátil da transcrição, o que confere o descumprimento da lei gestáltica de continuidade (GOMES FILHO, p. 33):

Figura 35 - Quebras e interrupções ou desvios no prisma retangular reto transcrito



35(A)

35(B)

Fonte: Farago (2016a, p. 35).

Várias são as linhas que se cruzam e parecem quebrar a continuidade e interromper a leitura e a apreensão perceptiva tátil da forma transcrita. Na 35 (A), observamos tanto linhas contínuas como linhas tracejadas e isto não é explicado para o estudante quando do manuseio do seu livro. Inferimos que esta transcrição seja feita desta forma, pois segue exatamente o que é mostrado no livro didático em tinta, sem questionar o fato da percepção passar a ser tátil e não visual. Neste exemplo, também percebemos que, diferente do que é colocado por Gomes Filho (2008, p. 45) em relação às figuras tridimensionais, não há texturas ou outros artificios que permitam uma diferenciação entre a figura em 2D ou 3D. Desta maneira podemos classificar a figura como tendo baixa pregnância da forma (GOMES FILHO, 36), uma vez que não houve designação do objeto do saber e, por sua vez, nem compreensão da forma pela apreensão perceptiva tátil.

Depois de ler tatilmente a figura, apresentamos o enunciado e a estudante nos apontou que, mesmo com o enunciado a transcrição em 3 dimensões é difícil de ser imaginada e o que ela visualiza é uma figura em 2D:

P – Se você tivesse lido o enunciado e depois percebido a figura, você conseguiria identificar aquele exemplo que eu dei do objeto concreto?

A – Não.

P – Da caixa. Não conseguiria? Nem mesmo com a leitura do enunciado. Você teria que tipo de percepções dessa figura?

A – Imaginaria mesmo como ele tá feita. Mesmo em 2D, sabe?

P – Não conseguiria chegar ao 3D?

A – Não.

Este diálogo nos leva a acreditar que a apresentação concreta de algo que foi representado em 2D, ou seja, o ensino semi-ostensivo, apresentado no Encontro 4, é percebido novamente nesta questão. A estudante não imaginou um objeto em 3D somente em 2D e, parece necessitar do objeto concreto (semi-ostensivo) para ter a noção da tridimensionalidade por inteiro.

E novamente, reiterando o que foi mencionado no Encontro 1, em que vimos que “é necessário que os tratamentos figurais e discursivos se efetuem simultaneamente e de maneira interativa” (DUVAL, 2004b, p. 155), neste caso, o tratamento discursivo serviu, como menciona a estudante para “dar uma boa auxiliada” e apenas designar o objeto, mas o trânsito entre os registros figural e discursivo, não permitiu o acesso

ao objeto em três dimensões por completo pela estudante. Se a operação de conversão foi afetada, a compreensão sobre o objeto do saber também foi atingida, sabendo por Duval (2004b, 2011) que a coordenação entre os registros de representação se faz necessária para o acesso ao objeto e a compreensão.

Para finalizar, a questão proposta a qual precisava da análise da figura transcrita para ser respondida (Ver Figura 35) demorou 30 minutos para ser feita e foi inteiramente auxiliada pela pesquisadora. Sendo assim, a forma com que a questão foi proposta não atingiu os objetivos esperados, pois a estudante não apreendeu a figura envolvida. Na sequência, no Quadro 10, mostramos os pontos relevantes do Encontro 5.

Quadro 10 - Quadro Síntese do Encontro 5

| Pontos Relevantes | Indagações |
|---|---|
| 1. Número excessivo de caracteres; símbolos desconhecidos | Desconhecimento de léxicos; Maior tempo para resolução; custo cognitivo no tratamento; mudança de forma; Necessidade de maior contato com o CMU. |
| 2. Leitura tátil de figura geométrica em 3D | Dificuldade na apreensão perceptiva tátil de figuras geométricas em 3D; Dificuldade na percepção da forma pela lei gestáltica de continuidade; tempo em excesso na leitura tátil. |
| Registros figurais e discursivos | Necessidade de simultaneidade entre os registros na representação de objetos em 3D. |

Fonte: A autora.

6.4.7 Encontro 6 - Desenho, figura e apreensões

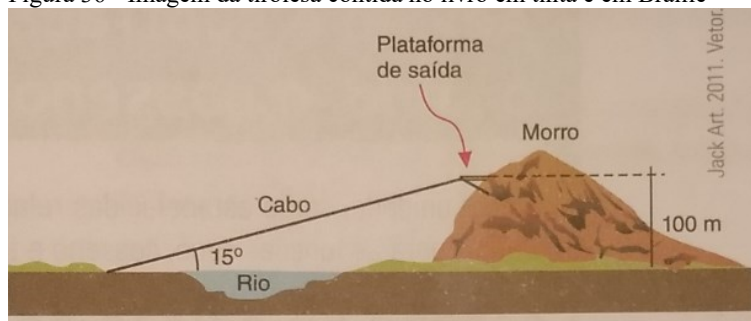
O Encontro 6 aconteceu em 27/09/17 e referiu-se ao conteúdo de Função Trigonométrica, em que, especificamente, o livro didático tratou dos senos e cossenos das somas e subtrações de arcos. As páginas investigadas no livro em tinta, foram: 46, 47, 48 e 50. Estas páginas compõem ainda o 3º volume do livro em tinta. Em Braille, as páginas correspondentes para a investigação foram: 72, 73, 78, 79 e 83. Para esta investigação, utilizamos o 3º volume – Parte B. Lembramos que, o 3º volume do livro em tinta, foi transcrito para o Braille dando origem a dois

livros, a saber: 3º volume – Parte A e 3º volume – Parte B. Segundo a nossa análise, esse aumento ocorre devido à diferença de caracteres e as adaptações de imagens e figuras realizadas em Braille, o que faz com que as dimensões do livro didático em Braille sejam aumentadas em relação aos livros em tinta. Tal fato também é observado por Oliveira (2006, p. 38), que menciona um aumento de até três páginas em Braille para uma em tinta.

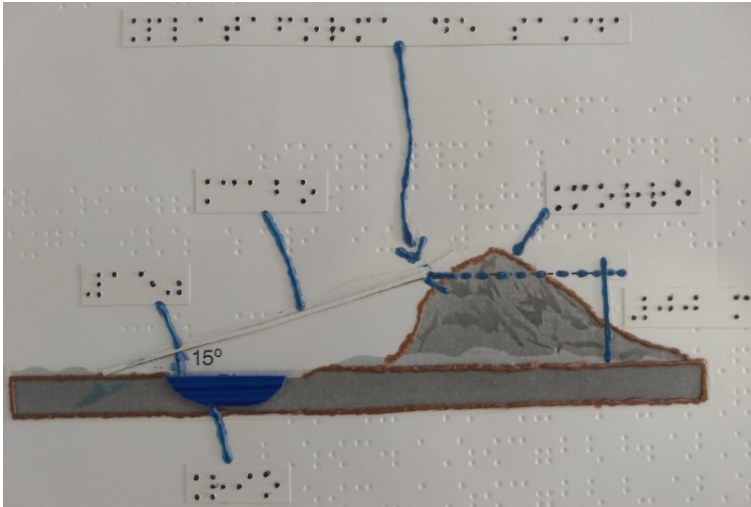
Neste Encontro, quatro foram as atividades solicitadas à estudante que referem-se ao que é solicitado no livro em tinta: a) leitura tátil da imagem de uma tirolesa e seu sistema de uso transcrita para o Braille e a investigação sobre as informações necessárias para a resolução de duas questões que necessitavam da imagem para serem respondidas; b) leitura do enunciado da questão anterior e correspondência com a imagem transcrita; c) leitura tátil de um círculo trigonométrico transcrito e resolução de duas questões relacionadas às informações desta leitura e compreensão e; d) simplificação de uma expressão fracionária trigonométrica.

Em relação às atividades a) e b), que tratam da mesma questão, mostramos na sequência, a Figura 36 que traz, tanto a imagem contida no livro em tinta, como a sua correspondente, no livro em Braille⁹⁰:

Figura 36 - Imagem da tirolesa contida no livro em tinta e em Braille



⁹⁰ Utilizamos novamente o mesmo artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor azul para facilitar a visualização da imagem pelo leitor e devido a impressão em frente e verso do LiDB.



Fonte: Farago (2012, p. 47) e Farago (2016b, p. 73).

Nesta transcrição foi utilizada uma técnica comum nas transcrições apresentadas neste livro: a figura em tinta e os seus traços principais foram cobertos com cola colorida. A cor marrom foi utilizada para representar o solo e a montanha, já a azul para indicar um traço que representa a altura do morro e o prolongamento que leva à este traço. Para representar o barco, foi utilizado um papel em relevo também na cor azul. Ainda na cor azul, foram feitos alguns traços que ligam o nome ou a informação de medida ao seu correspondente na imagem.

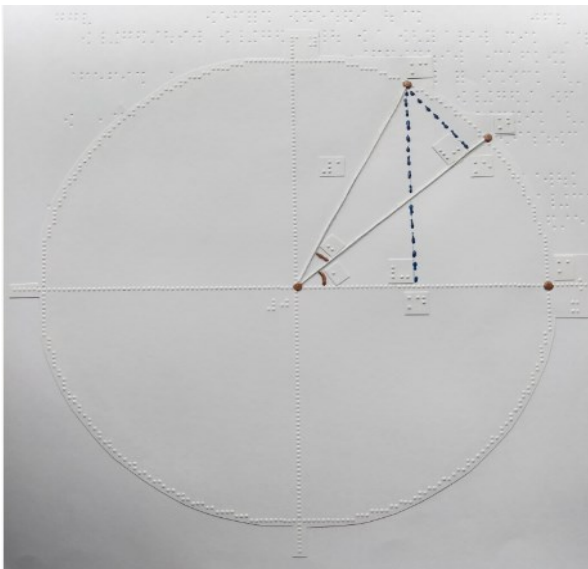
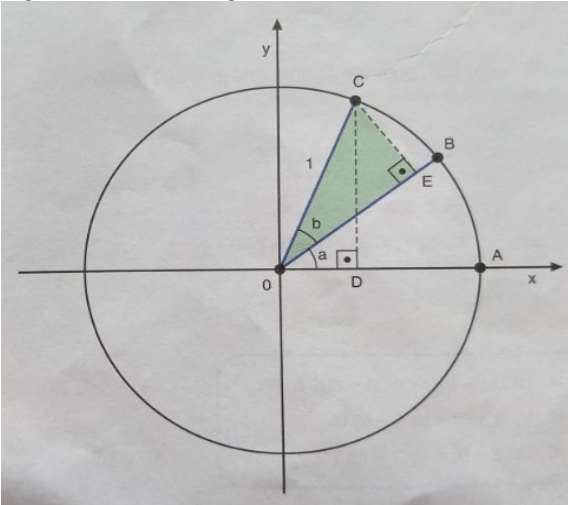
Vale mencionar que as questões do livro apresentadas à estudante e que requeriam a leitura tátil da imagem e a leitura do enunciado foram: i) qual a expressão trigonométrica que determina o cabo da tirolesa? ii) com o auxílio da calculadora determine a medida do cabo.

Realizando a observação da transcrição, exclusivamente relacionada às duas imagens, de forma geral, nos chamou à atenção a diferença nas dimensões entre a tinta e o Braille. A imagem relacionada ao livro em tinta (parte superior da Figura 36) têm as seguintes dimensões: 8 cm de comprimento por 3 cm de altura. Já a mesma imagem transcrita para o Braille (parte inferior da Figura 36) mede 16,5 cm de comprimento por 9 cm de altura. Podemos inferir que essas dimensões aumentadas favorecem o aumento na dimensão final dos livros em Braille, mas consideramos que podem ser de extrema relevância no tocante a possibilidade de compreensão da estudante. Mesmo acreditando que as dimensões aumentadas da imagem em

Braille trabalham à favor da possibilidade de compreensão pela estudante cega, ainda nos questionamos se estas dimensões aumentadas, juntamente às técnicas de adaptação utilizadas nesta imagem, foram suficientes para a leitura e compreensão pela estudante.

No que se refere à atividade c), mostramos na Figura 37, a seguir, o círculo trigonométrico apresentado tanto no livro em tinta quanto o seu correspondente em Braille:

Figura 37 - Círculo trigonométrico em tinta e em Braille



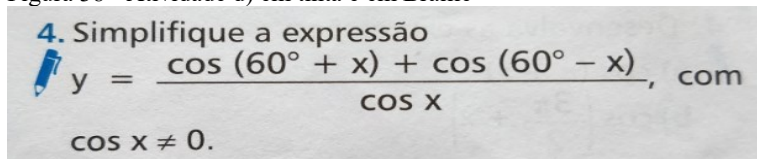
Fonte: Farago (2012, p. 48) e Farago (2016b, p. 78).

A mesma observação relacionada às dimensões das imagens em tinta e em Braille é percebida na Figura anterior. Desta vez, a imagem em tinta corresponde a um sexto da página do livro em tinta, sendo que

em Braille, a imagem foi transcrita em uma página inteira do livro em Braille. Esta situação nos faz pensar em relação às dimensões aumentadas e a possibilidade de compreensão: elas são suficientes no que toca à compreensão da estudante juntamente às técnicas atuais de transcrição do material?

Trazemos a Figura 38 que mostra a atividade d) solicitada à estudante em sua versão tinta e Braille:

Figura 38 - Atividade d) em tinta e em Braille



4. Simplifique a expressão

$$y = \frac{\cos(60^\circ + x) + \cos(60^\circ - x)}{\cos x}, \text{ com}$$

$$\cos x \neq 0.$$



Fonte: Farago (2012, p. 50) e Farago (2016b, p. 83).

Diferentemente das observações prévias que fizemos nas atividades anteriores, em relação à atividade d) solicitada percebemos a mudança de forma existente na conversão da expressão fracionária trigonométrica da tinta ao Braille. Em tinta temos uma expressão não linear e bidimensionalmente apresentada, já em Braille uma expressão linear. Estas observações e algumas outras foram percebidas na análise deste Encontro e são apontadas nas linhas posteriores.

1) O primeiro ponto a mencionar está relacionado às dimensões da imagem transcrita para a resolução das atividades a) e b) solicitadas. Mesmo tendo dimensões bem maiores daquelas do livro em tinta, como mencionamos anteriormente, a estudante aponta que a figura transcrita não favoreceu o seu entendimento, além de algumas outras dificuldades:

P – O que você aponta como dificuldade nessa questão?

A – Achar o triângulo retângulo, que já foi falado, que está bem complicado de achar, tanto por causa do tamanho da figura, é difícil de achar na primeira vez que toca e, acho que é isso que mais complica. É a figura de novo, sempre a figura.

A resposta deixa explícito, por meio de uma operação discursiva do tipo cognitiva, o desconforto da estudante com os registros figurais. Com características do tipo explicação, a análise deste discurso nos permite perceber que a estudante fez uso de um termo técnico em língua natural, na sua maioria, para deixar explícita a dificuldade com registros figurais. Para resolver a questão i) apresentada no livro, a estudante deveria perceber um triângulo retângulo, passando da leitura tátil de uma imagem para a leitura tátil de uma figura (triângulo retângulo), após a reconfiguração necessária. Neste caso, uma reconfiguração feita mentalmente por ela. O tamanho aumentado nas dimensões da imagem transcrita tanto não possibilitou o pleno entendimento da imagem, que a estudante não conseguiu relacionar o valor de 100m como sendo o cateto oposto do triângulo retângulo embutido nesta imagem. Neste ponto, vale mencionar, o que Duval (2004b, 2011, 2012) nos coloca em relação à apreensão operatória de uma figura geométrica. Neste caso específico, além de existir a possibilidade de uma apreensão operatória, onde possíveis modificações na figura permitiriam uma reorganização perceptiva, precisamos entender a diferença entre a imagem ou desenho e a figura colocadas por Duval (2011, p. 91). No caso em tela, a aluna deveria reconfigurar a figura para perceber nela um triângulo retângulo, ou seja, transportar o segmento vertical para formar um triângulo retângulo. Nesta atividade solicitada, não basta que a estudante reconfigure uma figura geométrica dada para que haja a compreensão, afinal ela não está dada explicitamente e sim, por meio de uma imagem. Para esta situação, Duval (2011, p. 91) nos diz que existe uma oposição entre o desenho e a figura:

O desenho é a configuração particular que mostra no papel, no quadro negro ou no monitor do computador, enquanto a figura seria as propriedades do objeto representado pelo desenho ou, ainda, a classe de todos os desenhos que podem ser representações visuais desse objeto (DUVAL, 2011, p. 9).

Esta oposição “suprime a importância do olhar e da visualização” (DUVAL, 2011, p. 91), em que não se vê propriedades no desenho e sim, no objeto representado pela figura. Em outras palavras, quando o desenho não permite a identificação da figura geométrica, o acesso ao objeto e às suas propriedades fica comprometido. Nesta situação apresentada, a estudante mostrou que há dificuldades em identificar o

triângulo retângulo (figura) pela imagem transcrita. Ela não foi capaz de identificar uma das medidas transcritas na imagem (100m) e relacioná-la como cateto oposto da figura geométrica “escondida” na imagem, que só fica entendido depois da explicação da pesquisadora:

P – Nós temos esse, que é o mesmo valor da altura que está prolongada aqui para o canto.

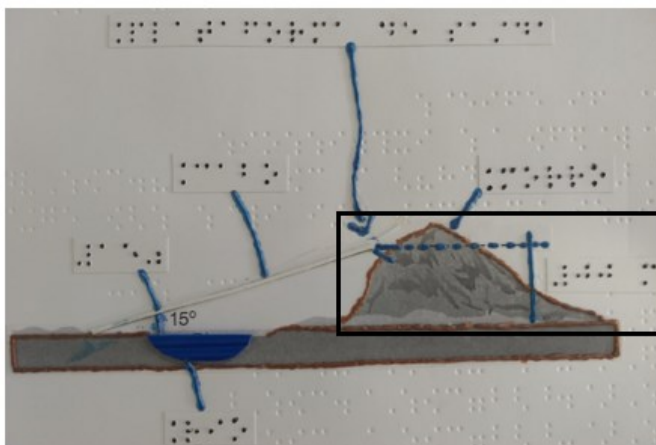
A – Ah, tá!

P – Prolongado para o canto e se nós trouxermos para cá, esse fica a altura.

A – É porque ficou só até aqui, aí eu fiquei em dúvida.

Analizando a imagem transcrita, percebemos a dificuldade da estudante na parte em destaque (retângulo em cor preta) onde se fazia necessário reconfigurar para perceber um triângulo retângulo, conforme a Figura 39 a seguir:

Figura 39 - Parte da imagem transcrita apontada pela estudante



Fonte: Adaptado pela autora de Farago (2016b, p. 73).

Para a estudante, o valor de 100m estava relacionado à partes da imagem e não à altura do triângulo retângulo representado:

P – Esse valor que seria 100, ele está querendo informar sobre que parte desta figura?

A – Acho que é sobre o morro. Tá bem perto. Não, eu acho que é sobre o cabo.

A resposta dada pela estudante nos permite inferir que não houve entendimento sobre a medida questionada pela pesquisadora. No discurso caracterizado como operação discursiva de descrição ou narração, a estudante fez uso da língua natural em sua totalidade com o verbo “acho”, para mencionar duas possíveis respostas para a pergunta, uma bem diferente da outra, o que nos faz concluir que não há certeza naquilo que foi respondido e, por sua vez, haverá dificuldade para o acesso ao objeto do saber em questão. Duval (2011, p. 91) menciona que a imagem não permite informar as propriedades da figura (triângulo) e assim, a estudante não relaciona os 100 m ao cateto oposto do triângulo retângulo que deve ser imaginado nesta imagem. Duas são as dificuldades que observamos neste ponto: uma relacionada à oposição existente entre imagem e figura, em que “supomos que os alunos vão olhar a configuração produzida com os óculos verbais das hipóteses” (DUVAL, 2011, p. 92) e outra, relacionada às dimensões da imagem colocadas pela estudante como empecilho na leitura e compreensão da imagem. É importante salientar que o reconhecimento perceptivo das figuras nem sempre auxilia na leitura e compreensão das imagens e figuras, mesmo para o caso dos estudantes que enxergam, e pode “ser um obstáculo para resolver um problema” (DUVAL, 2011, p. 92).

2) Houve um erro de transcrição na elaboração da imagem e a informação de 100m aparece para a estudante como sendo 00m, como percebemos no diálogo:

A – Esse aqui seria os 100 metros?

P – Esse seria os 100 metros.

A – É porque tá só o 00, tipo não tem o 1.

Não é comum identificarmos um equívoco como esse, mas logicamente, isso pode interferir na resolução da questão pela estudante, mesmo depois da leitura do enunciado, favorecendo uma resolução errada por ela.

Algumas considerações em forma de questionamentos podem ser levantadas em relação a este equívoco: em que frequência eles acontecem no livro didático transcrito para o Braille? Como são discutidos e trabalhados em sala de aula a ponto de não interferirem no aprendizado da estudante cega?

3) Na questão ii) da atividade a) solicitada, o material didático solicitava o uso de calculadora para determinar a medida do cabo da tirolesa, já que estavam envolvidos os valores de seno de 15° , ou seja,

números decimais. Mencionamos anteriormente (inferências sobre os encontros de acompanhamento – Capítulo 5), que os cálculos com decimais são feitos com certa dificuldade pela estudante, já que ela não usa instrumentos para calcular (calculadoras que falam e sorobans), optando pelos cálculos mentais. Percebemos nesta situação, a relação importante entre os colegas de classe e a possibilidade de uma mediação social na resolução destas questões:

P – Nós acabamos de fazer esta expressão pelo livro e como seria em sala de aula, você teria que usar calculadora, qual seria a tua saída para esse problema?

A – Eu perguntaria para alguém o valor do seno.

P – Você não utiliza calculadora em sala, você não tem a calculadora que fala?

A – Não.

P – E, sabendo da tua turma atual, você considera que isso seria fácil?

A – Acho que seria mais ou menos. Pedir um valor seria tranquilo.

P – Você sente próximo de alguém que te informaria esse valor?

A – Não. Teria que ir até a pessoa, sentar do outro lado da sala e falar com ela.

P – Não seria qualquer estudante que poderia te ajudar, é uma pessoa em especial?

A – É.

P – Por quê?

A – Porque, sei lá, tenho mais afinidade com ela. O pouco que eu tenho, eu tenho com ela.

Estar na escola é partilhar das suas experiências e conviver com as experiências do entorno (CHARLOT, 2000, p. 60). A mediação social, como nos coloca Vygotski (1997), pode permitir que a estudante cega conheça através das experiências visuais das pessoas que as rodeiam. A relação da estudante com os colegas da classe inclusiva não nos parece tão próxima quanto ela desejaria, sendo que ela escolhe uma colega para questionar um exercício e ainda, mostra a insatisfação dizendo que a afinidade não acontece na medida desejada. Charlot (2000, p. 72) nos aponta que “toda a relação com o saber é também relação com o outro”, uma vez que, entre outras situações elencadas por este autor, este “outro” pode ser “aquele que me ajuda a aprender matemática”. O que nos leva a inferir que a estudante, ao relacionar-se de forma superficial com os colegas de classe deixaria, em certos

pontos, de relacionar-se com o saber na ligação com o outro, não estabelecendo certas relações de saber.

4) O centro do círculo não possui o vértice em “O” (letra) e sim, em “0” (numeral), o que para um estudante que enxerga, não faz muita diferença. Mas, neste caso, para a estudante cega isto tornou-se um ponto de dificuldade na resolução da atividade c) que consistiu em analisar o círculo trigonométrico da Figura 40 e responder questões relacionadas aos ângulos contidos nesta parte e as relações trigonométricas. A estudante mencionou a sua dificuldade no seguinte diálogo:

P – A pergunta é: qual é a medida do ângulo CÔE?

A – O “O” nesse caso, é para a origem?

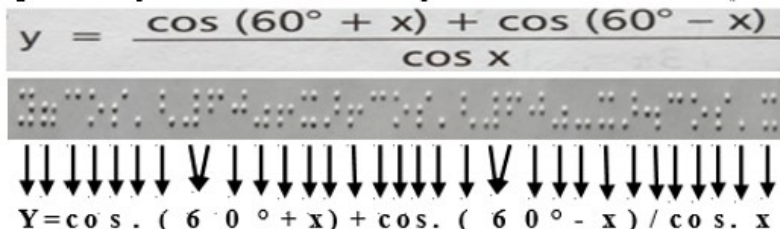
P – Isso.

A – É porque não estou achando ele aqui. Não estou achando o “O”, o “C” e o “E” aqui.

Mencionamos, para este caso, um ponto totalmente diverso aos anteriormente levantados, no que concerne às dificuldades com a leitura de certas transcrições, mas que reflete a mesma necessidade mostrada até aqui: criação ou elaboração de um livro didático pensado exclusivamente para a estudante cega.

5) Na resolução da atividade d), última deste Encontro, mencionamos a dificuldade da estudante em tratar uma expressão fracionária. De antemão, já apontamos que a expressão demorou 26 minutos para ser simplificada e foi totalmente acompanhada pela pesquisadora. Atentamos para a mudança de forma existente entre a expressão em tinta e em Braille, na Figura 40 da seqüência:

Figura 40 - Expressão fracionária a ser simplificada em tinta e em Braille



$$y = \frac{\cos(60^\circ + x) + \cos(60^\circ - x)}{\cos x}$$

Braille transcription: $y = c o s . (6 0 ^ \circ + x) + c o s . (6 0 ^ \circ - x) / c o s . x$

Fonte: Adaptado de Farago (2012, p. 50) e Farago (2016b, p. 83).

Como já havíamos mencionado no Encontro 5 e nas hipóteses preliminares (Considerações Iniciais), há a mudança de forma da tinta ao Braille nesta expressão fracionária. Esta mudança de forma que, como menciona Duval (2004b, p. 50-55), pode acarretar em mudança de conteúdo, parece interferir no tratamento a ser realizado para simplificar a questão, fazendo com que ela prefira trabalhar na forma não linear:

P – Mas, se nós permanecêssemos nessa linha de maneira linear, você acha que chegaria nesse resultado 1, sem escrever não linear?

A – Eu acho que sim, mas com muito mais demorado ou não, porque poderia acontecer algum erro na hora de colocar **o que é embaixo ou é em cima**.

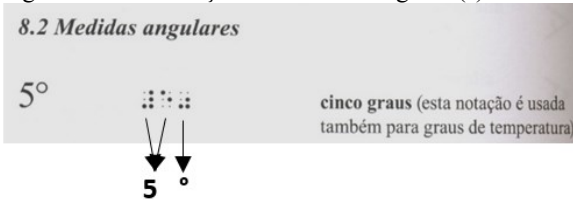
P – Mas para esse caso aqui, a escrita linear interrompeu no começo ou como você identifica?

A – Eu acho que já poderia começar direto com a não linear. Ficaria mais simples para entender também, desde o começo já (Grifo Nosso).

Ao utilizar a língua natural ao invés dos termos formais “numerador e denominador”, a resposta é caracterizada como uma operação discursiva de descrição ou narração, pois a estudante fez uso inteiramente da língua natural para explicar um tratamento matemático em seu discurso. Como a estudante menciona, os termos da expressão se confundem no tratamento e ela preocupa-se com os erros que poderiam ocorrer entre os numeradores e denominadores, parte em negrito no diálogo e que são apontados por ela como “embaixo” e “em cima”. Este fato fez com que ela preferisse trabalhar com a expressão fracionária escrita não linearmente. Isso pode inferir que a escrita linear como é usada em Braille é um ponto de diferença semio-cognitiva e que pode acarretar erros nas resoluções de expressões fracionárias como a tratada neste caso.

Tanto no que toca à mudança de forma da tinta ao Braille, como também ao desconhecimento da linguagem formal da matemática em Braille, vale mencionar o caso do símbolo de grau ($^{\circ}$). Na Figura 41 abaixo, mostramos a transcrição que é atribuída em Braille a este símbolo no capítulo 8 do CMU (BRASIL, 2006a, p. 82):

Figura 41 - Transcrição do símbolo de graus (°) em Braille



Fonte: Brasil (2006a, p. 82).

Percebemos que o mesmo símbolo utilizado para representar o numeral zero foi utilizado para representar o grau, apenas sendo diferenciado, pois foi apresentado na forma rebaixada, ou seja, nos pontos inferiores (2, 3, 5, 6) da cela⁹¹ Braille. Este símbolo precisou ser relembrado, pois a estudante não sabia do que se tratava ao ler, dizendo ser um zero rebaixado e não, o caractere que simboliza graus. O zero rebaixado não tem sentido algum neste contexto para a estudante se ela não o relaciona ao símbolo de graus. O desconhecimento da língua formal de matemática em Braille é um ponto recorrente desta pesquisa, sendo comentado em outros apontamentos feitos desde as Inferências (Capítulo 5). Este ponto pode impedir a designação de objetos de conhecimento, sendo essa, uma das funções discursivas de uma língua (DUVAL, 2004b, p. 88), comprometendo a compreensão e, por consequência, a aprendizagem da estudante cega nas mais diversas situações em matemática.

Podemos mencionar também que a forma com a qual o símbolo de graus aparece em tinta permite uma visualização automática para o estudante que enxerga. Já em Braille, além de não ser automática, requer, tanto memória para lembrar de que símbolo se trata dentro um CMU com 89 páginas, como também, uma atividade que resolvemos chamar de desassociação, já que o zero rebaixado remete a um conceito diferente da ideia que o número zero nos fornece.

No Quadro 11 da sequência, mostramos de forma sucinta os pontos relevantes deste Encontro 6:

⁹¹ Lembrando que a cela Braille assemelha-se a uma matriz de ordem 3X2, em que se lê na vertical à esquerda os pontos 1, 2 e 3 e, na vertical à direita, os pontos 4, 5 e 6. Quando utiliza-se apenas os pontos 2, 3, 5 e 6, diz-se que a escrita é rebaixada (BRASIL, 2006a, p. 35).

Quadro 11 - Quadro Síntese do Encontro 6

| Pontos Relevantes | Constatações |
|--|---|
| 1. Dimensões aumentadas da imagem transcrita | Reorganização perceptiva não realizada. |
| 2. Erro na transcrição | Interferência negativa no entendimento da questão; ocorre com frequência? |
| 3. Possibilidade de mediação social | Relação superficial com colegas X Relação com o outro (CHARLOT, 2000). |
| 4. Acesso à transcrição | Divergência entre o transcrito e o livro em tinta. |
| 5. Mudança na forma do significante | Custo cognitivo no tratamento; mudança de conteúdo; desconhecimento da língua formal. |

Fonte: A autora.

6.4.8 Encontro 7 – Cadê o ângulo de 90°?

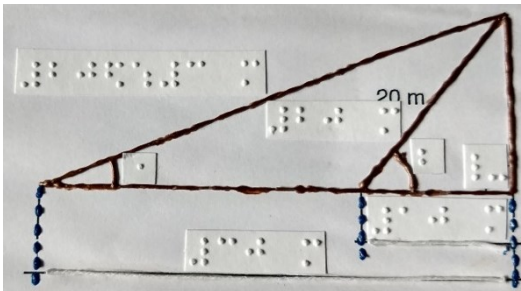
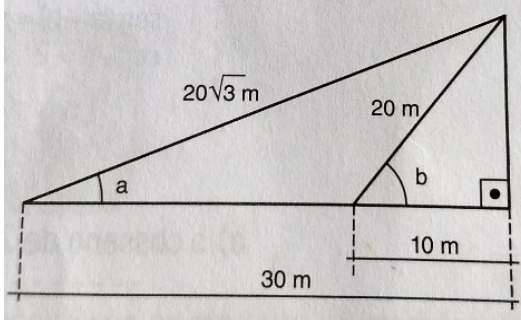
Ainda estudando o conteúdo de Função Trigonométrica, sob os subtítulos “Duplicação de arcos para o seno, o cosseno e a tangente” e “Equações trigonométricas fundamentais”, aconteceu o nosso sétimo Encontro em 11/10/17. Propusemos três atividades para a estudante neste dia, as quais foram encontradas nas páginas 89 a 91, 98, 105 a 107 do LiDB (3º Volume – Parte B), correspondentes as páginas 53, 55 e 59 do livro didático em tinta (3º Volume). As atividades consistiram em duas ações distintas: a) ler figuras geométricas resolvendo questões que envolviam os conceitos de Função Trigonométrica em relação a duplicação de arcos e da equação trigonométrica fundamental e b) ler questões que foram solicitadas em relação a determinação de conjuntos solução para algumas equações trigonométricas⁹². As ações relacionadas a a) também foram solicitadas no livro em tinta, já na ação de b) fizemos uma adaptação, solicitando apenas a leitura e não a resolução das questões.

Relacionado à ação de a), mostramos na Figura 42, as figuras geométricas apresentada à estudante para estudar o conceito de

⁹² Por se tratarem de 6 questões e serem constituídas de texto, resolvemos apresentá-las no Apêndice K deste trabalho, como forma de não ocupar muito espaço e permitir a melhor visualização dos símbolos lidos pela estudante.

duplicação de arcos. Na sequência, mostramos tanto a versão em tinta como a correspondente, em Braille:

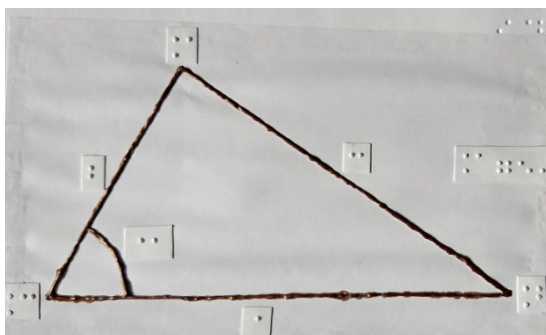
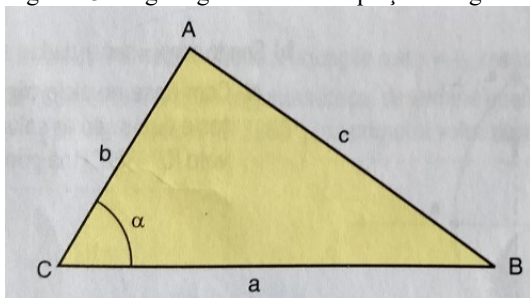
Figura 42 - Figura geométrica – duplicação de arcos



Fonte: Farago (2012, p. 53) e Farago (2016b, p. 90).

De antemão e relacionado à Figura 42 em Braille, percebemos dois prolongamentos feitos nas figuras para representar medidas dos lados dos triângulos retângulos (o maior e o menor). Na parte em Braille, os prolongamentos foram feitos utilizando cordonê para o segmento que representa a medida e com cola colorida em alto relevo para o segmento pontilhado. Várias informações sobre a figura são transcritas diretamente (medidas dos lados, medidas dos ângulos, perpendicularidade do triângulo) na transcrição, assim como aparece em tinta. Também percebemos traços sem quebras ou interrupções e, no geral, uma figura que poderia ser classificada, grosseiramente falando, segundo a Gestalt, como tendo Boa Pregnância da Forma (GOMES FILHO, 2008). Mesmo assim, se garante uma compreensão da figura pela estudante cega?

Figura 43 - Figura geométrica – Equações Trigonômicas Fundamentais



Fonte: Farago (2012, p. 55) e Farago (2016b, p. 98).

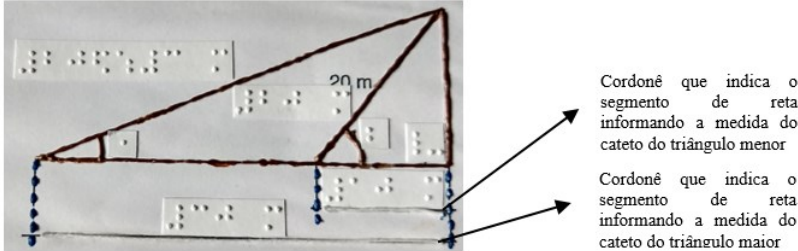
Nesta Figura, a transcrição parece mais “limpa” tatilmente falando, uma vez que, não possui os dados de medida apresentados diretamente na figura geométrica e sim, no enunciado da questão que é apresentado posteriormente. A figura foi transcrita apenas fazendo uso da cola colorida no contorno e na parte que representa o ângulo α . A mesma questão que elaboramos ao analisar previamente a Figura 43 no que cerca a transcrição para o Braille pode ser refeita. Tendo esta figura uma aparente Boa Pregnância da Forma, isto garantiria a compreensão pela estudante?

Na sequência, pontuamos as observações oriundas da análise deste Encontro, mencionando também, discussões que clarificam as questões que referem-se à pregnância da forma como sendo ponto suficiente na compreensão de uma figura transcrita para o Braille.

1) Em relação às ações da atividade a) solicitada, a estudante apresentou dificuldades em identificar o triângulo retângulo mostrado na Figura 42, devido aos prolongamentos transcritos na figura que

informavam as medidas dos lados. A estudante questionou se a medida do lado do triângulo (transcrita em cordonê⁹³) também fazia parte da figura. Na Figura 44 da sequência, destacamos a parte da figura geométrica que gerou a confusão:

Figura 44 - Triângulo retângulo com medidas prolongadas



Fonte: Adaptado de Farago (2016b, p. 90).

Percebemos que a figura que representa o triângulo retângulo foi transcrita para o LiDB com cola colorida na cor marrom com traços contínuos em relevo, no intuito de permitir a leitura tátil; já no prolongamento, que refere-se as medidas e não mais à figura do triângulo retângulo, foi utilizado cola colorida na cor azul com traços pontilhados e em relevo, diferenciando do contorno do triângulo. E ainda, para apresentar as medidas, foi utilizado cordonê (em destaque na Figura 44). Classificamos a transcrição desta figura, como tendo Boa Pregnância da Forma, pelas leis gestálticas, como mostrado anteriormente, mas constatamos no acompanhamento com a estudante, que houve confusão entre o contorno do triângulo e os prolongamentos necessários para informar a medida dos lados. Nos questionamos se, além das leis gestálticas, a figura geométrica não deveria ser analisada em relação ao tamanho da transcrição feita. Notemos que a Figura 44, possui sete informações sobre o desenho (medidas dos lados, medidas dos ângulos, perpendicularidade do triângulo) em um espaço de 10 cm de comprimento por 6 cm de altura (no LiDB). Isso seria suficiente sabendo que a leitura é tátil?

A dificuldade apresentada pelo prolongamento dificultou a compreensão da estudante tanto na identificação do contorno do triângulo, como também na relação dos 30 metros como sendo a medida do lado do triângulo maior. Para a estudante, os 30 metros estavam

⁹³ Barbante fino e encerado comumente utilizado nas adaptações feitas nas transcrições de materiais didáticos em Braille.

relacionados ao comprimento mostrado do primeiro traço pontilhado ao segundo traço pontilhado e, não ao último traço, como nos mostra a Figura 44. Essa medida do prolongamento também foi confundida com a informação da perpendicularidade do triângulo como menciona a estudante:

P – Tateando a figura, o que aparece como dificuldade aí?

A – De achar o ângulo de 90. Na verdade, eu acredito que seja esse aqui (a estudante aponta aonde está indicado em Braille a perpendicularidade)⁹⁴, mas...

(...)

A – Ou é esse aqui ((relacionado ao ângulo reto)) porque tem um negocinho de ângulo de 90? Era por isso que eu te perguntei se ia até aqui, ou se ia só até aonde tem a colinha mesmo, sabe?

Pela resposta da estudante, caracterizada como uma explicação em relação às operações de expansão discursiva, pois traz elementos específicos do campo de conhecimento matemático, é perceptível a dúvida gerada pela leitura tátil desta figura geométrica. Isso nos faz refletir sobre as próximas ações da estudante, caso ela estivesse resolvendo este problema sem as orientações da pesquisadora. Os contornos da figura e a identificação do ângulo de 90°, geralmente não são apontadas como dificuldade para um estudante que enxerga, visto a sua percepção visual imediata. Mas, este detalhe, apresenta-se como diferença semio-cognitiva quando a apreensão perceptiva é tátil, como observamos pelo que nos mostra a resposta da estudante. Duval (2011, p. 85) nos coloca que “ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas”, sendo esta a primeira operação a realizar diante de uma figura geométrica. Para Duval (2011, p. 85), o “ver” está relacionado a identificar os contornos fechados, abertos, superpostos, separados e isto, está relacionado com as variações visuais qualitativas da figura que, juntamente com as variações de dimensão, “permitem definir os elementos constitutivos de uma figura” (DUVAL, 2004b, p. 157).

No caso analisado anteriormente, os contornos da figura se confundiram ao prolongamento que informava sobre as medidas dos lados, dificultando a compreensão. Ver uma figura para a estudante cega se dá também pelo reconhecimento da forma, mas de maneira tátil, ou seja, a percepção é diferenciada. Por que então, a transcrição deve ser

⁹⁴ Anotação da pesquisadora.

realizada levando em conta a percepção visual dos estudantes que enxergam?

Uma diferença na compreensão foi percebida na resolução da questão apresentada na Figura 43 em que não houve dificuldades na compreensão da figura geométrica. Também classificamos a Figura 43 como tendo Boa Pregnância e, diferente do caso anterior, houve compreensão pela estudante. Pontuamos como diferença o fato de, na Figura 44 todos os dados sobre a figura serem mostrados nela, causando o que chamamos de poluição tátil na imagem; já na Figura 43 foram mostradas incógnitas que receberam valor com a leitura do enunciado. A simultaneidade entre os tratamentos figurais e discursivos é apontada por Duval (2004b, p. 155) como necessária na compreensão de questões que envolvem figuras geométricas, e no caso da estudante cega que percebe a figura tátilmente, pode fornecer informações que a farão acessar o objeto por uma via extra à tátil. Inferimos que, para o caso da estudante cega, a simultaneidade entre os registros figurais e discursivos tanto pode ser eficaz no acesso ao objeto do saber em matemática, como, em determinadas situações, a única forma de acessar este objeto.

2) No que cerca a atividade b) solicitada, que referiu-se a leitura de questões para verificar a compreensão da simbologia formal da matemática, permanecemos confirmando a dificuldade da estudante na identificação de vários símbolos, dentre eles o “ π ” e o “[]”:

A – Cosseno de x igual a raiz quadrada de 2 sobre 2. Tangente de x igual a tangente de 6

P – E esse outro símbolo?

A – É um p em letra grega, né?

(...)

A – O conjunto solução da equação seno de x igual a seno de 2x no universo, eu não lembro.

P – No universo?

A – Eu não lembro esse U igual.

P – O próximo símbolo?

A – É.

P – É um símbolo que se relaciona a teoria de conjuntos que é o ‘abre colchetes’.

Na resposta da estudante, percebemos o uso de termos específicos da matemática utilizados também em língua formal, ou seja, caracterizada como explicação no que cerca às operações de expansão do discurso. Mas, nem todos estes símbolos formais são reconhecidos pela estudante, o que a impossibilita de compreender a questão por

completo sem o auxílio da pesquisadora. A página analisada⁹⁵, mostra alguns símbolos que pertencem a linguagem formal da matemática e como vimos, nos Encontros 1 e 6, assim como nas inferências dos encontros de acompanhamento de 2015 e 2016, há a dificuldade com a linguagem formal dos estudantes apresentada em Braille. A linguagem formal além da função de comunicar permite designar objetos, dar características, vincular proposições enunciadas a outras e assinalar um valor (DUVAL, 2004b, p. 88-89). Ao ser questionada sobre esta dificuldade e as saídas para sanar a dúvida a estudante mostrou que, tanto em casa como na sala de aula, às vezes, a dúvida permanece:

P – Se você trouxesse esse livro para casa, né, lembrando que, poderia estar em sala de aula resolvendo, mas poderia trazer para casa também, você teria como investigar esse símbolo em algum material? O que você faria para conseguir sanar esta dúvida em relação a simbologia?

A – Eu ficaria em dúvida, porque na internet não acha.

P – Você não tem como digitar em Braille, no caso?

A – Não.

P – Certo. E na sala de aula, quando você não entende alguma simbologia?

A – Aí eu perguntaria para o professor qual que é a questão, aí ele ia para a minha e eu tentaria encontrar.

P – Atualmente, o teu professor tem o conhecimento do Braille para te apoiar pelo teu livro?

A – Não.

P – Certo.

A – Eu nem tenho livro.

P – Atualmente, você não tem livro em sala, né?

A resposta totalmente em língua natural e caracterizada como uma narração ou descrição, nos permite inferir que as dúvidas geradas pelo desconhecimento ou pelo esquecimento de alguns símbolos da linguagem formal acarretam dificuldades que vão sendo carregadas pela estudante ao longo do seu processo de aprendizagem. As dúvidas não são sanadas pelo professor, por vezes, devido ao desconhecimento do

⁹⁵ Encontra-se no Apêndice K deste trabalho.

Braille, pela falta do livro em Braille em momentos específicos da aprendizagem de determinados conteúdos, nem em pesquisas em casa, em sites de busca, ou mesmo com os seus colegas de classe que, por sua vez, também desconhecem a linguagem Braille. Essa dificuldade pode afetá-la no acesso ao objeto do saber matemático que também é acessado através de representações que são criadas utilizando linguagem formal.

Diferentemente de outras disciplinas, a língua formal encontrada na matemática em Braille, não é algo que se encontra em buscas na internet (refúgio da estudante em várias pesquisas). Como nos indica Duval (2011, p. 15), a “aprendizagem da matemática suscita problemas de compreensão que não encontramos nos outros domínios do conhecimento”, e, em relação a língua formal há um ponto importante a ser considerado, uma vez que esta língua não possibilita as operações de categorização e descrição (DUVAL, 2004b, p. 127), específicas para o cumprimento da função referencial de designação de objetos. Dessa forma, a língua formal não é um registro difícil no acesso aos estudantes cegos em especial, e sim, aos estudantes de maneira geral. Isso é um ponto a ser considerado na aprendizagem de matemática. Na sala de aula inclusiva, as dúvidas relacionadas à linguagem formal podem ser sanadas pelo professor, fazendo comparações com o livro em tinta, para auxiliar a estudante cega ou mesmo, como indicam alguns autores, aprender a simbologia do Sistema Braille (MACHADO, 2009; MASINI, 2013; ANJOS, 2015). Em Realy (2004, p. 139) percebemos que, além de facilitar nos momentos de tirar dúvidas, o aprendizado do sistema Braille pelo professor da disciplina, pode auxiliar na aproximação entre este profissional e o estudante cego.

O ponto de preocupação nesta análise, cerca a informação da não existência do livro didático transcrito na sala de aula em alguns momentos. Naquela oportunidade, estávamos trabalhando com um material do ano anterior, mas o livro (ou parte dele) não tinha chegado em sala de aula para a estudante⁹⁶. Muitas vezes, ela só tinha acesso ao conteúdo transcrito meses depois de ter aprendido em sala, nos nossos Encontros de acompanhamento. A questão da demora na entrega dos

⁹⁶ O livro transcrito que trabalhamos nas aulas de acompanhamento eram de uma versão anterior que foi trabalhada pelo terceiro ano do Ensino Médio no ano anterior (2016). Na versão em tinta de 2017 ocorreram algumas modificações como ordem de conteúdos, questões diferentes, entre outras. Desta maneira, várias partes do Livro Didático em Braille não chegavam para a estudante no momento que ela estava aprendendo o conteúdo em sala de aula.

livros transcritos foi mencionada na entrevista com o responsável técnico da FCEE⁹⁷, em que o técnico (**R**) menciona algumas possibilidades para a melhoria:

R - Nós vamos produzir um capítulo, enviar e então, enquanto ele vai utilizar este capítulo, nós produziremos os outros. Porque um livro pode levar até o ano todo para ficar pronto.

R - O ideal é que os livros fossem enviados para nós no ano anterior para que nós produzíssemos para o próximo ano.

Tanto a elaboração realizada por etapas pelos responsáveis pela transcrição, como o cumprimento do envio, no ano anterior, pelas escolas em que os estudantes cegos se encontram, são mencionados pelo responsável técnico pelas transcrições do livro didático como forma de impedir os atrasos do livro transcrito para o estudante, mas muitos fatores estão envolvidos na conclusão exitosa desta tarefa. Dentre os fatores, podemos mencionar: a data da matrícula deste estudante na escola desde o começo do ano, como também, o (des)conhecimento da equipe pedagógica sobre os trâmites para a solicitação do livro transcrito, dentre outras. Toda a nossa análise, leva em consideração a possibilidade de existência do livro didático em Braille nas classes inclusivas, assumindo que esta não seja a realidade, as dificuldades aumentam consideravelmente e a discussão se volta para a forma de inclusão que se propõe em nossas classes regulares de ensino, ditas inclusivas. Integrar ou incluir? Esta seria a discussão. Não fazendo parte do nosso objetivo para esta pesquisa, foi pontuada aqui apenas como alerta para a nossa reflexão.

No Quadro 12 a seguir, os pontos relevantes relacionados ao Encontro 7:

⁹⁷ A íntegra da entrevista encontra-se transcrita no CD-ROM anexo à pesquisa.

Quadro 12 - Quadro Síntese do Encontro 7

| Pontos Relevantes | Indagações |
|--|---|
| 1. Não identificou a figura geométrica | Boa pregnância X Boa visualização; “Ver” é reconhecer formas. |
| 2. Desconhecimento da língua formal | Dificuldade de acesso ao objeto; Estudo do CMU. |
| 3. Falta do LiDB | Os LiDB chegam a todas as classes inclusivas? |

Fonte: A autora.

6.4.9 Encontro 8 – Acesso aos histogramas e tabelas

Passamos ao Encontro 8, em que foi investigado o conteúdo de Estatística, no que concerne a leitura de tabelas e quadros de dados, como também a leitura e elaboração de histogramas. Este Encontro foi realizado em 18/10/17 e, diferentemente dos anteriores, contou com a investigação de alguns registros de representação tabelares e gráficos. As páginas investigadas do livro em tinta se referem ao 4º Volume e foram: 5, 6, 8 e 9. As correspondentes no livro em Braille foram: 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14 e 15 (4º Volume – Parte A).

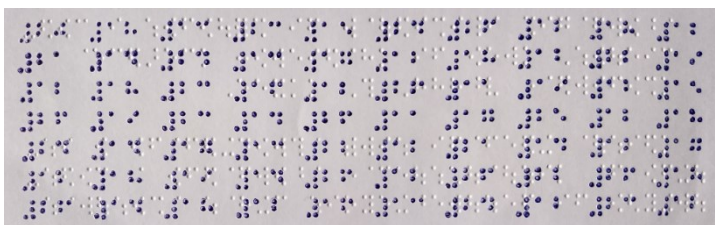
Neste dia foram solicitadas 6 atividades à estudante: a) elaboração de um quadro para organizar dados relacionados à idade e quantidade de moradores de um conjunto residencial tendo como base um outro quadro que apresentavam os dados desorganizadamente; b) encontrar as frequências relativas de uma tabela; c) analisar uma tabela e a correspondência de suas informações em um histograma, além de responder algumas questões relacionadas a este trânsito de registros (tabela para histograma); d) analisar uma tabela e construir um histograma; e) analisar um histograma e criar uma tabela e; f) analisar um histograma e responder questões relacionadas às informações do histograma. As atividades a), b), d) e e) foram solicitadas conforme o que se apresentava no livro em tinta e no seu correspondente em Braille, já para a atividade c) foram adaptadas questões para verificar o trânsito entre os registros tabelar (tabela) e gráfico (histograma).

Para a atividade a) solicitada mostramos na Figura 45, o quadro com os dados estatísticos relacionados às idades dos moradores de um

conjunto residencial apresentado no livro em tinta (página 5) e o seu correspondente no livro em Braille⁹⁸ (páginas 2 e 3):

Figura 45 - Dados estatísticos em tinta e em Braille

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 20 | 18 | 13 | 23 | 15 | 24 | 26 | 12 | 18 | 12 | 21 | 14 | 24 | 13 | 17 | 12 |
| 18 | 12 | 22 | 19 | 12 | 18 | 23 | 16 | 12 | 26 | 11 | 19 | 12 | 15 | 26 | 19 |
| 23 | 14 | 26 | 11 | 17 | 25 | 12 | 18 | 24 | 14 | 17 | 13 | 22 | 12 | 21 | 14 |
| 12 | 17 | 12 | 18 | 19 | 14 | 26 | 12 | 26 | 22 | 26 | 18 | 26 | 14 | 18 | 12 |
| 16 | 13 | 24 | 12 | 23 | 12 | 24 | 17 | 11 | 18 | 24 | 23 | 12 | 25 | 12 | 18 |
| 22 | 11 | 18 | 16 | 12 | 26 | 18 | 14 | 19 | 12 | 26 | 12 | 18 | 16 | 24 | 13 |



Fonte: Farago (2013, p. 5) e Farago (2016c, p. 2-3).

Vale antecipar uma observação: o quadro foi transcrito para o livro em Braille em duas páginas e com uma configuração diferente, uma vez que, em tinta, assemelha-se a uma matriz com 6 linhas e 16 colunas ao passo que, em Braille foi criado tendo 10 linhas e 10 colunas (ressalva para a última linha que possui apenas 6 colunas). Essa mudança na apresentação do quadro em Braille (número de páginas e configuração) realizada no processo de transcrição tornou-o mais acessível à estudante cega?

Para a atividade c), mostramos na Figura 46 da sequência, a tabela e o histograma em tinta e os seus correspondentes em Braille⁹⁹:

⁹⁸ Em Braille, utilizamos novamente o artifício de pintar os pontos das celas com caneta gel na cor azul para uma melhor visualização pelo leitor e devido a impressão em frente e verso do LiDB.

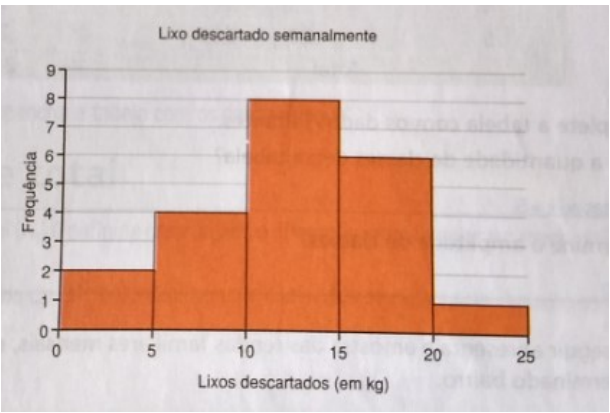
⁹⁹ Novamente, utilizamos o artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor preta. Para este caso, pintamos apenas os pontos das celas que delimitavam as barras que constam nos histogramas e não os pontos das celas que compõe os seus interiores.

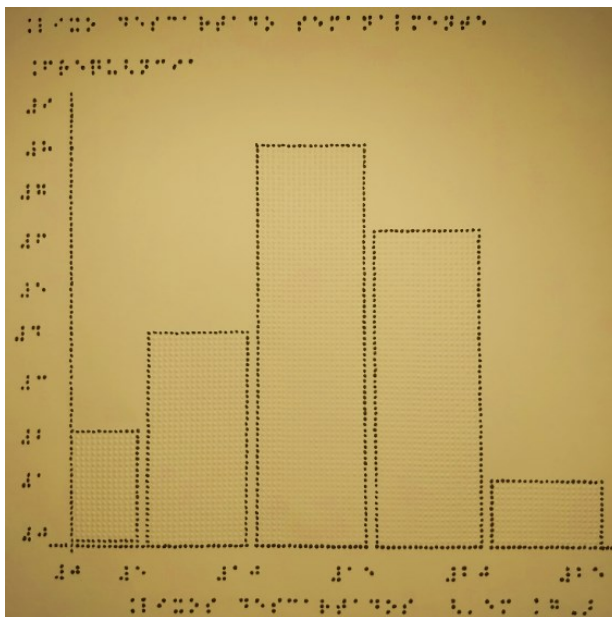
Figura 46 - Tabela e histograma em tinta e em Braille

| i | Lixo descartado (em kg) | f |
|-------|-------------------------|----|
| 1 | 0 — 5 | 2 |
| 2 | 5 — 10 | 4 |
| 3 | 10 — 15 | 8 |
| 4 | 15 — 20 | 6 |
| 5 | 20 — 25 | 1 |
| Total | | 21 |

The image shows the Braille equivalent of the table above. The data is as follows:

| i | Lixo descartado (em kg) | f |
|-------|-------------------------|----|
| 1 | 0 — 5 | 2 |
| 2 | 5 — 10 | 4 |
| 3 | 10 — 15 | 8 |
| 4 | 15 — 20 | 6 |
| 5 | 20 — 25 | 1 |
| Total | | 21 |





Fonte: Farago (2013, p. 8) e Farago (2016c, p. 11-12).

Além de mostrar a tabela e o histograma em páginas diferentes, o que pode estar relacionado à transcrição do histograma e a necessidade de aumento de dimensões para a sua criação, a transcrição nos traz uma importante diferença que será retomada em nossas discussões posteriores: não há linhas de grades horizontais no histograma transcrito. Esta alteração poderia acarretar dificuldades à estudante cega no acesso ao objeto do saber ou não há interferência? Desconhecemos o motivo dessa alteração, uma vez que o material é transcrito levando em conta o que consta no livro em tinta, como pontuamos até aqui.

Passando ao que foi solicitado na atividade d), mostramos na Figura 47 da sequência, a tabela de consumo mensal de sucos tanto em tinta como em Braille:

Figura 47 - Tabela de consumo mensal de sucos: em tinta e em Braille

| i | Consumo mensal de sucos (em L) | f |
|-------|--------------------------------|----|
| 1 | 5 — 10 | 4 |
| 2 | 10 — 15 | 8 |
| 3 | 15 — 20 | 14 |
| 4 | 20 — 25 | 6 |
| Total | | 32 |

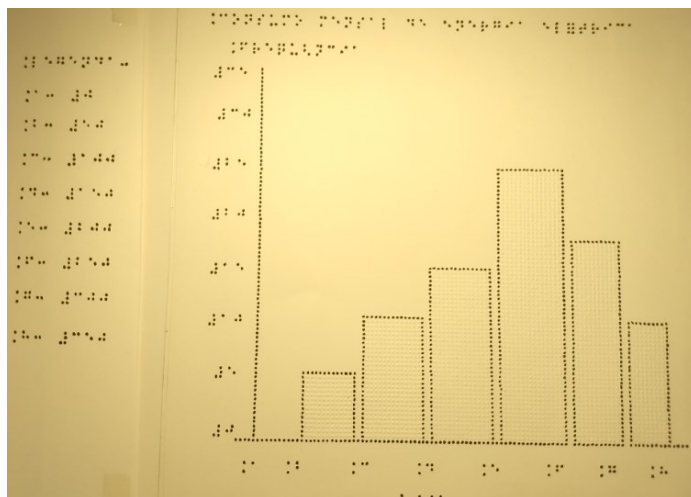
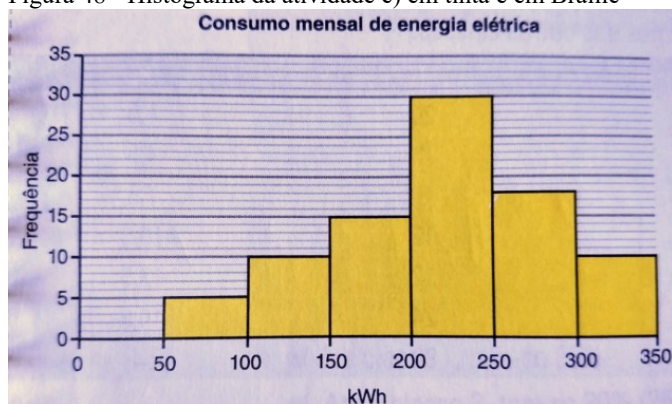
Fonte: Farago (2013, p. 9) e Farago (2016c, p. 13).

Apesar das dimensões aumentadas comparando à tabela em tinta, o que influencia nas dimensões finais do livro em Braille, a leitura da tabela pela estudante cega não gerou dificuldades. No geral, percebemos semelhanças na forma da tabela em tinta e em Braille, mesmo assim duas são as questões que nos inculcam: a estudante teria condições de criar uma tabela desta forma tendo em mãos as suas ferramentas de escrita em Braille? E ainda, após analisar esta tabela, seria possível que a estudante cega criasse um histograma com as suas ferramentas de escrita em Braille assim como é solicitado na questão do livro?

Para a atividade e) foi solicitada a leitura de um histograma que mostrava o consumo mensal de energia elétrica, o qual apresentamos na Figura 48 subsequente, tanto em tinta quanto em Braille¹⁰⁰:

¹⁰⁰ Para este caso, também utilizamos o artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor preta para uma melhor visualização pelo leitor.

Figura 48 - Histograma da atividade e) em tinta e em Braille



Fonte: Farago (2013, p. 9) e Farago (2016c, p. 14).

Dois pontos destacam-se na comparação da tinta ao Braille à primeira vista: não há linhas de grade horizontais no histograma em Braille e o histograma possui uma legenda que encontra-se em uma página extra colada no livro didático em Braille (na Figura 48 acima, dobramos a página para uma melhor visualização na foto, mas a legenda e o histograma estão em páginas diferentes do LiDB). A legenda

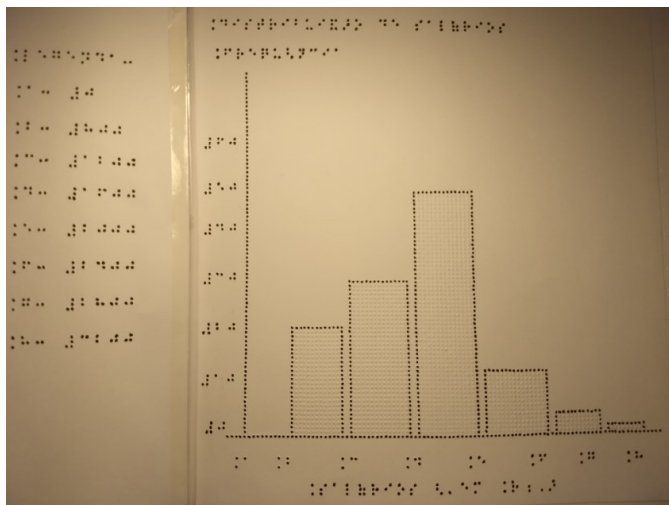
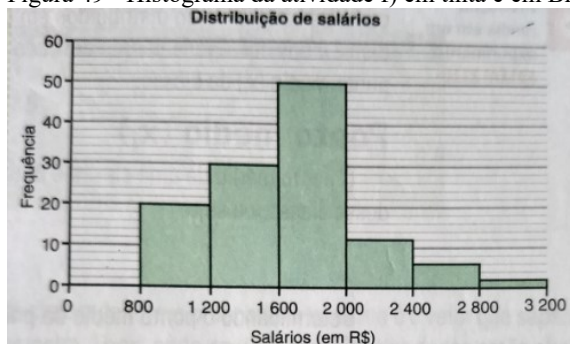
Informamos também que, dobramos a folha da esquerda para uma melhor visualização da imagem pelo leitor.

informa os valores do eixo horizontal que, por serem números com três dígitos, não caberiam no espaço de cada classe do histograma transcrito para o Braille. Ambos os pontos de destaque serão retomados em nossas discussões posteriores.

Apresentando os mesmos pontos de destaque citados anteriormente, mostramos o histograma relacionado à distribuição de salários. Para este histograma, mostrado na Figura 49 a seguir, foi solicitada a leitura e a resolução de algumas questões que envolviam a compreensão do gráfico pela estudante cega. Na sequência, mostramos o histograma em tinta e em Braille¹⁰¹:

¹⁰¹ Nesta parte da Figura 49, também utilizamos o artifício dos histogramas anteriores, pintando os pontos das celas Braille com caneta gel na cor preta e dobrando as folhas das páginas consecutivas em que aparece legenda e histograma, respectivamente.

Figura 49 - Histograma da atividade f) em tinta e em Braille



Fonte: Farago (2013, p. 9) e Farago (2016c, p. 15).

Tanto para a Figura 48 como para a Figura 49, nos questionamos em relação às alterações percebidas da tinta ao Braille na transcrição destes histogramas. A falta de linhas de grade horizontais nos histogramas prejudicaria a leitura e a compreensão dos histogramas pela estudante? E a legenda que traz as informações do eixo horizontal tem o poder de comunicar as informações sem gerar empecilhos? As atitudes de mudança tomadas para a transcrição surtiram efeitos positivos no acesso ao histograma pela estudante cega?

Nas linhas posteriores, apontamos as observações pertinentes à análise deste Encontro. Nelas, voltamos nas questões explicitadas até

aqui, fazendo considerações sobre as dificuldades de acesso aos objetos do saber, tempo de elaboração de questões, entre outros aspectos.

1) A atividade a) levou 35 minutos para ser elaborada pela estudante cega e consistiu na criação de um quadro de organização dos dados da tabela da Figura 45 pelas faixas etárias de 11 a 26 anos de idade, mostrando a frequência com que essas idades apareciam. No livro em Braille, o quadro foi pré escrito com três linhas, em que na primeira seriam colocadas as idades de 11 a 26 anos em cada coluna, na segunda a frequência com que as idades apareciam e na terceira o total. A estudante respondeu esta questão em uma folha adicional com um quadro em que as informações foram dispostas verticalmente e não na horizontal, como solicita o livro. Na sequência, mostramos na Figura 50, o quadro construído pela estudante cega com os devidos destaques elaborados por nós:

Figura 50 – Questão elaborada pela estudante para responder a atividade a)

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Idade | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Total | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

Idades de 11 a 26 anos em cada linha **Frequência em que cada idade aparece**

Fonte: Adaptado de acervo da autora.

A estudante mostrou desconforto ao responder o que foi solicitado, perdendo-se na leitura em alguns momentos e mencionando cansaço ao ler; ainda explicou que não havia possibilidade da criação do quadro horizontalmente, conforme diálogo:

A – Vai cansando, depois de um tempo. Ficar passando e passando.

A – Eu acho que é mais fácil fazer assim, porque não ia ter coluna suficiente para fazer como um quadro mesmo. Vamos supor, idades, todas as idades aqui, aí na linha de baixo a frequência, não teria como.

O discurso compreende uma expansão discursiva caracterizada como narração ou descrição, pelo uso exclusivo da língua natural, permitindo que, ao analisá-lo, percebamos o quanto a leitura de uma tabela com tantos números como esta, pode ser mais cansativa do que significativa para a aprendizagem da estudante cega. Como sabemos, a leitura da estudante cega é feita de maneira sequencial e háptica (NUNES; LÔMONACO, 2010, p. 57), o que faz com que ela tenha que ler todo o quadro cada vez que vai responder a frequência de uma idade, ou seja, são 16 leituras do quadro mostrado na Figura 50 que apresenta 96 números, significando então, um total de 1.536 números lidos ao final da atividade pela estudante.

Diferentemente do estudante que enxerga, que tem uma percepção imediata e global da tabela, podendo anotar a presença de cada número ou passando diversas vezes o olhar, ele consegue localizar com rapidez o número que precisa contar a frequência. A estudante cega tem percepção sequencial e háptica, tateando cada número para identificá-lo como tal. Vale ainda mencionar, assim como apontado por Ochaita e Rosa (1995, p. 194-195) que a leitura tátil aciona processos psicológicos diferentes dos acionados na leitura visual, mostrando assim, peculiaridades diferentes daquelas da leitura visual e ainda, afetando as operações cognitivas a serem realizadas no processo de leitura. Isso pode influenciar no fato de a tarefa, tanto se tornar muito demorada (35 minutos), como também cansativa. Percebemos que para esta atividade o erro da estudante foi de, aproximadamente, 44%, dentre as 16 idades em que se solicitou a frequência, 7 delas foram respondidas com erro pela estudante.

Assim parece que conseguimos responder ao questionamento lançado anteriormente para esta atividade. O quadro não tornou-se mais acessível com a mudança de configuração apresentada, nem pelo

número maior de páginas em que foi transcrito, o que para este segundo ponto, parece ter dificultado ainda mais a execução da atividade. Esta questão pode ser classificada como uma questão simples do ponto de vista cognitivo, visto que basta contar os números e relacionar a frequência em que aparecem, mas para a estudante cega, tornou-se difícil e trabalhosa semioticamente falando. Afirmamos isto, pela diferença semio-cognitiva percebida no acesso ao quadro pela sua espacialidade contrastando ao fato de a leitura da estudante ser realizada sequencial e hapticamente.

O número de erros apresentados pela estudante não pode estar relacionado a sua incompreensão do conceito de frequência já que ela mostrou ter compreendido logo no começo da elaboração deste quadro e sim, pela forma pouco acessível com que o quadro se apresentou. Vale pensarmos: se a estudante mostrou compreensão respondendo a frequência para uma idade, seria necessário a execução de toda esta tarefa repetitiva, cansativa e demorada? Não existem outras formas de verificar a compreensão da estudante frente o conceito de frequência? Esta atividade parece reforçar a ideia de pensar um livro didático em Braille construído nas especificidades da estudante cega.

2) Na atividade c) mostramos dois registros de representação para a estudante (tabelar e gráfico) que informam os mesmos dados relacionados a quantidade de lixo semanal produzido por apartamento. Solicitamos que a estudante transitasse de um registro ao outro respondendo alguns questionamentos e percebemos que: ela não conseguiu localizar a classe no histograma após ler a tabela e também não identificou a frequência correta para todas as classes no histograma. Depois de analisar os dados dispostos na tabela, questionamos onde estariam as classes no histograma e a estudante mostrou não ter compreendido o trânsito entre a tabela e o gráfico, dizendo:

A – É, aqui?

P – Na vertical, é a frequência.

A – Então, não tem. Porque aqui (indicando o eixo horizontal)¹⁰² é a quantidade de lixo.

O trânsito entre os registros de representação, ou melhor dizendo, a atividade de conversão entre os registros, é colocada por Duval (2011, p. 51), como sendo “a única operação cognitiva que permite retirar as propriedades”, pois para cada unidade de sentido de uma representação

¹⁰² Anotação da pesquisadora em relação à ação da estudante.

mostram-se características específicas do objeto ao qual esta se refere. Dessa forma, podemos dizer que a tabela mostra características e propriedades de uma forma diferente daquelas mostradas no histograma e isso, pode causar confusão para a estudante, uma vez que se trata do mesmo objeto de saber, mas que se mostra com características diferentes em cada registro de representação. Mesmo sendo considerada uma atividade de extrema importância, por permitir a diferenciação entre o objeto e as suas representações, a conversão é apontada por Duval (2004b, p. 50) como não sendo nem imediata nem simples de realizar, o que percebemos em nossa análise.

No caso em questão, uma das possibilidades de dificuldade na correspondência da tabela para o histograma pode ser percebida por ela pelo fato de que, para a tabela, as unidades de sentido estão dispostas em uma leitura linear e horizontal, já no gráfico do histograma, os elementos significantes táteis se mostrarem horizontais e verticais. A correspondência entre um e outro registro pode ser analisada pelo grau de congruência entre as unidades de sentido de um e de outro registro, que se dão pelos critérios de congruência (DUVAL, 2004b, p. 53). Nos parece que neste caso, o custo cognitivo da estudante para deslocar-se de um registro ao outro não possibilitou a compreensão, uma vez que, a forma de leitura tátil se dá em movimentos distintos: linear horizontalmente, para a tabela e para o gráfico a movimentação é mais caótica, ou seja, a estudante tateia o gráfico de forma indistinta, à procura dos elementos significantes.

No caso específico da identificação da unidade de sentido ‘frequência’ no registro gráfico, a estudante, fazendo uso exclusivamente da língua natural, em um discurso do tipo narração ou descrição, transparece sua insegurança e uma dificuldade que pode estar relacionada à falta de grades horizontais no histograma:

P – A classe de 10 a 15 vai com frequência?

A – 5. Espera aí.

P – Terias como dar garantia da frequência?

A – Só pela proximidade, talvez.

Devido à leitura tátil, a estudante ao chegar no fim do retângulo que orientava o intervalo de classe precisava tatear até a coluna vertical para encontrar a frequência, mas isso era feito sem a orientação das linhas de grade vistas no livro em tinta e não transcritas para o Braille, conforme alertamos na Figura 52. Essa falta das linhas de grade na transcrição não permitiu que a estudante pudesse garantir o valor da frequência, gerando assim, uma incompreensão do histograma.

Vale apontar que mesmo sabendo que a tabela e o histograma forneciam as mesmas características em relação ao objeto do saber, a estudante não voltou à tabela para conferir este valor, ponto que pode estar relacionado à dificuldade na conversão entre a tabela e o gráfico. Mas também, ao fato de a tabela estar em uma folha diferente do gráfico e a localização das informações por sua vez, não serem acessadas de maneira rápida e eficaz. Tanto a conversão é necessária para que se permita diferenciar o objeto e as suas representações (DUVAL, 2004b, 2011) quanto as possibilidades de acesso aos objetos de saber através de transcrições que permitam esse acesso, além do trânsito entre elas. Neste caso específico, percebemos que o acesso à frequência no histograma foi dificultado pela falta de linhas de grade e essa é uma questão de acessibilidade na transcrição e não, especificamente da dificuldade inerente a algumas conversões.

Notemos então, que o acesso ao objeto do saber para o caso da estudante cega em matemática não está relacionado apenas às conversões e a congruência que deve existir entre as correspondências de um registro ao outro, mas também na possibilidade de transcrições que tornem a representação do objeto acessível antes mesmo dele e esta é mais uma diferença semio-cognitiva relevante.

3) Na solicitação da atividade d), percebemos a impossibilidade da estudante na elaboração do registro gráfico histograma quando, ao ser solicitada para sua elaboração, ela responde:

A – Não dá.

P – Não terias condições?

A – Não.

P – Por que você acha que não teria como?

A – Porque ele é um desenho. E para fazer desenho na máquina é impossível. Não tem como. Ela é muito limitada para fazer desenho e esse tipo de coisa. Ainda mais, todo completinho como esse daqui.

Neste caso, é possível explicitar, por meio da expansão discursiva possibilitada pela função de narração ou descrição, a complexidade do uso da máquina Braille para a realização de um histograma. Podemos assim inferir que determinadas atividades solicitadas ao estudante que enxerga devem ser repensadas para o estudante cego, devido às formas diferentes que este tem para realizar determinadas tarefas, como exemplo, o caso da máquina Braille e a sua escrita. As dificuldades relacionadas à escrita com a máquina Braille no tocante a registro de

algumas anotações, indisponibilidade de fazer planificações e reconfigurações em figuras geométricas foi percebida desde as inferências dos encontros de acompanhamento (Capítulo 5 – 2º semestre de 2015) como também no Encontro 1. Este fato tanto dificulta a estudante na simples atividade de anotação de uma divisão, como, no trânsito entre uma tabela e o histograma, o qual era solicitado nesta atividade. Na impossibilidade de elaborar o histograma na forma escrita, a estudante deixa de realizar a função cognitiva de tomada de consciência, em que entram em questão, tanto a fala como a escrita (DUVAL, 2014, p. 35). Além disso, perde-se a possibilidade de trânsito entre estes registros de representação, já que “as representações só são interessantes à medida que elas permitem transformações” (DUVAL, 2011, p. 61). Logicamente, vale mencionar que o registro tabelar permite transformações, mas neste caso, precisamos avaliar as especificidades de acesso ao objeto de saber da estudante e repensar a questão apresentada no livro didático em Braille, permitindo que outras transformações entre registros fosse realizada ou oferecendo instrumentos táteis para que o histograma pudesse ser elaborado por ela.

4) Para realizar a atividade e) a estudante necessitava compreender o objeto do saber ao acessar o histograma. Como também, transitar do registro gráfico ao tabelar. Percebemos, nesta última ação, a primeira dificuldade que identificamos no diálogo:

A – Como eu construo uma tabela assim? Eu não faço ideia, eu nunca fiz.

P – Certo. Nós lemos uma tabela. Nós acompanhamos uma tabela. Então, a ideia, sabendo que tem pouco espaço ali na tua folha, é como aquela tabela que está na página 8. Dá uma voltadinha lá na tabela da página 8. Claro que precisamos desenhar linhas e colunas.

A – Ah, não, eu sei, mas tipo, **o que vai onde, entendeu?** Eu sei o que se quer que faça (Grifo Nosso).

A fala em negrito da estudante cega, inferida pela expansão discursiva por meio de narração ou descrição, explicita as suas dúvidas relacionadas à coordenação entre registros de representação gráfico e tabelar. Ela explicitou, em seu discurso exclusivamente em língua natural, que não saberia como fazer a correspondência entre as unidades significantes, dificultando assim, a operação de conversão, necessária para a compreensão e acesso aos objetos de conhecimento em

matemática (DUVAL, 2004b, 2011). A dificuldade na elaboração desta atividade também é percebida, novamente pela falta de linhas de grade no histograma, impossibilitando a garantia dos valores relacionados à frequência pela estudante, o que se mostra no diálogo seguinte:

P – E, na última coluna, você teria a frequência. Esse intervalo de 50 a 100 está aparecendo com que frequência?

A – Está entre 5 e 10. Daí não dá para ver aqui.

P – Certo. Nós não teríamos como criar uma tabela em relação a frequência porque, novamente, o histograma...

A – Acho que seria 6, certo?

P – Terias como dar garantia da frequência?

A – Só pela proximidade, talvez.

P – Terias como criar esta tabela em relação a frequência?

A – Desse jeito assim? Com garantia, não!

Neste caso, poderíamos dizer que o acesso ao objeto não se permitiu devido à inacessibilidade na transcrição, há falta percebida nas linhas de grade e, não às dificuldades mencionadas por Duval (2004b, 2011) inerentes a algumas conversões. Fato que nos faz refletir sobre a necessidade de pensarmos formas mais acessíveis para a transcrição e, de maneira mais ampla, a criação/elaboração de um livro didático voltado às especificidades da estudante cega?

5) Na atividade f), a solicitação feita à estudante permitia, entre outros aspectos, que analisássemos o trânsito entre os registros gráfico e discursivo (linguagem formal). As questões relacionadas ao número de classes e a amplitude das classes foram respondidas com acerto pela estudante. Já nas questões que envolviam a frequência das classes, em um discurso basicamente expresso em língua natural, por meio da expansão discursiva do tipo narração ou descrição, a estudante explicita as incertezas e os questionamentos gerados pela coordenação dos registros gráfico e de língua formal:

A – A última classe é 10 a frequência?

P – A última classe é 2. Na verdade, as três últimas não indicam.

A – Na real não tá aparecendo a frequência aqui.

P – Elas aparecem no eixo vertical, só que como você não tem as linhas de grades, algumas você não consegue visualizar...

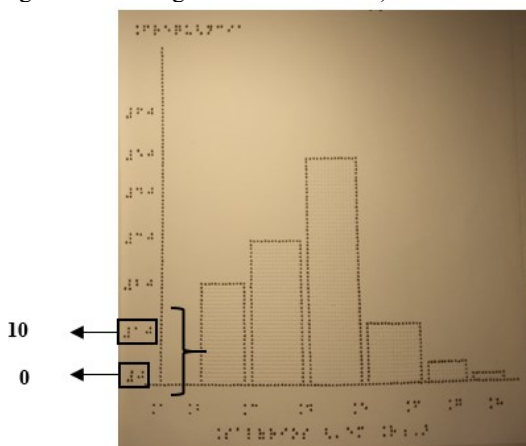
A – Pois é, mas por isso que eu perguntei se era 10, porque aqui só tem 0, 10, 20, 30. Entendeu?

P – Sim.

A – Como que eu vou saber que é dois?

Quando a estudante questiona sobre a frequência 2, a expansão discursiva do tipo narração ou descrição, nos permitiu inferir sobre a sua insatisfação e incompreensão frente a uma transcrição que não apresenta os números no intervalo de frequência de 0 a 10, não permitindo uma resposta exata pela estudante. Somada a esta incompreensão, percebe-se também a falta das linhas de grade que ligam as classes à sua respectiva frequência no eixo vertical. Percebemos na Figura 51 a seguir, nos quais os valores da frequência foram mostrados em destaque:

Figura 51 - Histograma da atividade f)



Fonte: Adaptado de Farago (2016c, p. 15).

Como já mencionamos anteriormente, o fato de o livro didático em Braille ser transcrito levando em consideração o livro de quem enxerga, fez com que o intervalo da frequência não fosse transcrito para o livro em Braille, mas, curiosa e contraditoriamente, da mesma forma, fez com que as linhas de grade não fossem transcritas, mesmo aparecendo no livro em tinta. Em um momento parece que é levado em conta apenas o que mostra o livro em tinta, em outro, nem tanto. O que nos faz refletir sobre a seguinte questão: qual critério fez com que os transcritores omitissem as linhas de grade? E quais outras fizeram com que eles julgassem que a falta de números entre zero e 10 permitiria a compreensão por parte da estudante cega? Podemos inferir que estes

critérios não estejam bem delimitados frente à diversidade de registros de representação apresentadas em matemática.

Podemos mencionar que, mesmo em partes, o trânsito entre o registro gráfico e em linguagem natural aconteceu sem dificuldades, mas isso não permitiu a conversão com total compreensão para todas as questões solicitadas está relacionado, novamente, à pouca acessibilidade percebida na transcrição sem as linhas de grades.

E ainda, pensando que as conversões não são executadas em um só sentido (DUVAL, 2011), como faríamos a conversão oposta para essa situação frente à impossibilidade de fazer um histograma na máquina Braille? Quais as possibilidades estão sendo ofertadas no material didático dos estudantes cegos para que essas conversões tão necessárias aconteçam?

No Quadro 13, mostramos os pontos relevantes deste Encontro 8 de forma sucinta.

Quadro 13 - Quadro Síntese do Encontro 8

| Pontos Relevantes | Constatações |
|--|--|
| 1.Criação da tabela de frequência | Leitura demorada e cansativa; muitos erros na execução da atividade; quadro e atividade pouco acessível. |
| 2.Coordenação entre os registros tabelar e gráfico | Dificuldade na conversão: disposição diferente das unidades de sentido; falta linhas de grade: diferença entre os livros em tinta e em Braille; possibilidade de acesso pelas transcrições realizadas. |
| 3.Impossibilidade no registro gráfico histograma | Repensar as atividades solicitadas devido ao acesso a determinadas transcrições de representações. |
| 4.Inacessibilidade na transcrição | Falta linhas de grade: material pensado para as especificidades da estudante cega. |
| 5.Coordenação entre registro gráfico e discursivo | Dificuldade com a transcrição do registro gráfico histograma: falta linhas de grade e intervalos de frequência de 0 a 10. A dificuldade é na coordenação ou no acesso às transcrições? |

Fonte: A autora.

6.4.10 Encontro 9 – Um gráfico, duas folhas

O Encontro 9 que aconteceu em 01/11/17, ainda tratou de conceitos que envolvem Estatística. Neste dia tratamos, especialmente, dos conceitos de média e mediana, como também, focamos em algumas questões aplicadas em vestibulares e que trazem o registro gráfico na forma de histograma. As páginas trabalhadas neste dia foram de 10 a 12, 18 e 19 do livro em tinta (4º Volume) correspondendo às páginas 20 a 22, 24, 25, 43, 47 a 50 do livro em Braille (4º Volume – Parte A).

Foram solicitadas sete atividades à estudante, das quais mencionaremos aqui apenas cinco, pois foram nessas que percebemos

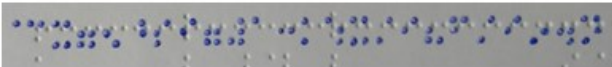
pontos de discussão que merecem a nossa maior atenção¹⁰³. Foram elas: a) leitura da fórmula dada para o cálculo da média; b) cálculo de mediana a partir da leitura de uma tabela; c) leitura de um histograma e solicitação de respostas relacionadas à identificação das unidades significantes; d) leitura de histograma e resolução da questão de vestibular e; e) leitura de histograma e resolução da questão proposta em prova de vestibular.

Apesar de as atividades d) e e) tratarem de questões que propuseram a leitura de histogramas, o que já tínhamos tratado no Encontro 8, percebemos nelas duas diferenças que nos levaram à análise: o formato em que foi transcrita a informação sobre o conceito de frequência e presença de um gráfico transcrito em duas páginas distintas.

Na atividade a), em que solicitamos a leitura e análise da forma apresentada para o cálculo de média, mostramos na Figura 52 a seguir, a fórmula tanto em tinta quanto em Braille¹⁰⁴:

Figura 52 - Fórmula da média apresentada na atividade a) em tinta e Braille

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{n}$$



Fonte: Farago (2013, p. 10) e Farago (2016c, p. 20).

Da tinta ao Braille, chamou-nos à atenção a mudança drástica de forma entre uma e outra representação e a existência de símbolos incomuns à escrita Braille em língua formal matemática.

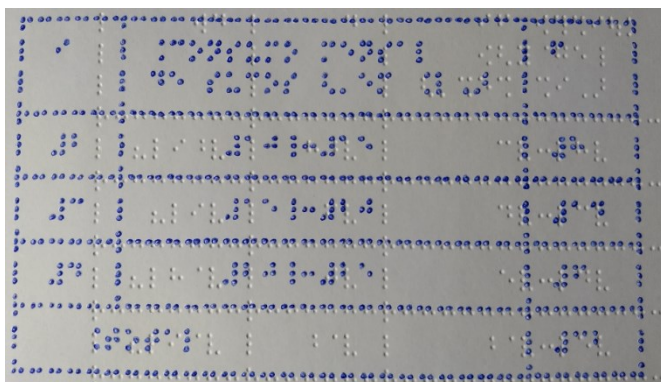
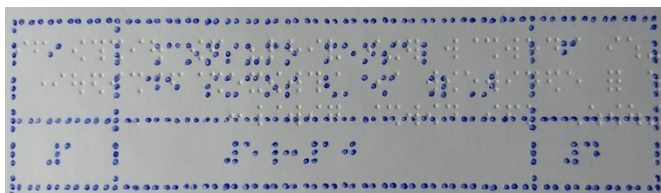
Na Figura 53, mostramos a tabela apresentada para a resolução do cálculo da mediana (atividade b)) em tinta e a sua correspondente em Braille¹⁰⁵:

¹⁰³ Informamos que as duas outras atividades solicitadas, referem-se ao cálculo de média, tendo como dado, a tabela apresentada na questão b) (Página 11 em tinta e 21 em Braille) e o acompanhamento da resolução da questão que envolveu o cálculo de mediana (Página 11 em tinta e 21 a 23 em Braille).

¹⁰⁴ Nesta Figura 52, também utilizamos o artifício de pintar os pontos da cebra Braille com caneta gel na cor azul para uma melhor visualização do leitor.

Figura 53 - Tabela apresentada na atividade b) em tinta e Braille

| i | Consumo mensal de sucos (em L) | f |
|-------|--------------------------------|----|
| 1 | 5 10 | 4 |
| 2 | 10 15 | 8 |
| 3 | 15 20 | 14 |
| 4 | 20 25 | 6 |
| Total | | 32 |



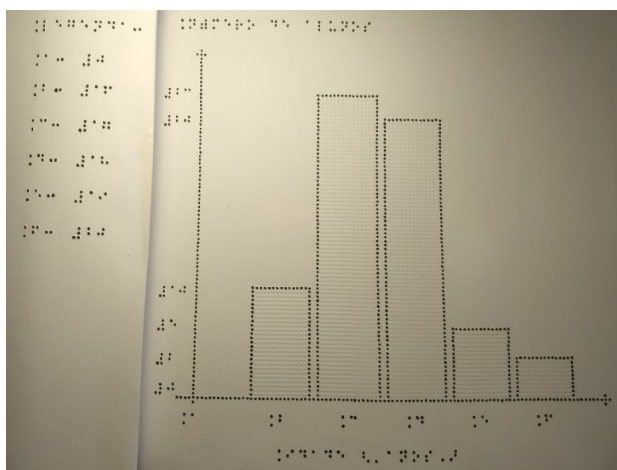
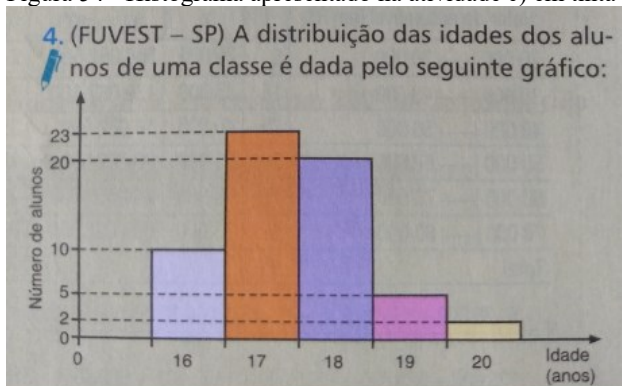
Fonte: Farago (2013, p. 12) e Farago (2016c, p. 24-25).

Sabendo que o cálculo da mediana envolvia vários valores, o trato com porcentagens e com números decimais, resolvemos apresentar esta questão para a estudante cega. Além de verificar o tratamento com decimais executado pela estudante, outro aspecto importante que resolvemos investigar é o fato de a tabela acima ter sido transcrita para o Braille em duas folhas distintas. Há consequências para a aprendizagem da estudante?

¹⁰⁵ Utilizamos novamente o artifício de pintar os pontos das celas Braille com caneta gel na cor azul para uma melhor visualização pelo leitor e devido a impressão em frente e verso do LiDB.

Para a atividade c), que se refere a uma questão aplicada em vestibular (FUVEST-SP) foi apresentado o histograma da Figura 54 na sequência. Apresentamos a versão em tinta e em Braille¹⁰⁶:

Figura 54 - Histograma apresentado na atividade c) em tinta e Braille



Fonte: Farago (2013, p. 18) e Farago (2016c, p. 43).

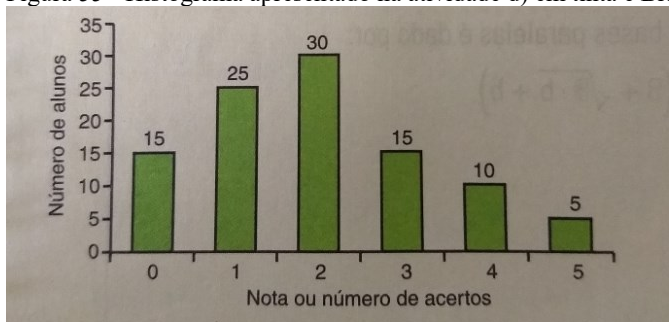
Percebemos, claramente nesta transcrição, a falta das linhas de grade que aparecem na versão em tinta do histograma. Essa alteração na

¹⁰⁶ Utilizamos novamente, o artifício de pintar os pontos das celas Braille do histograma para uma melhor visualização. Fizemos também, uma dobragem na folha da página esquerda também para facilitar a visualização, já que a legenda em Braille e o Histograma estão em páginas diferentes.

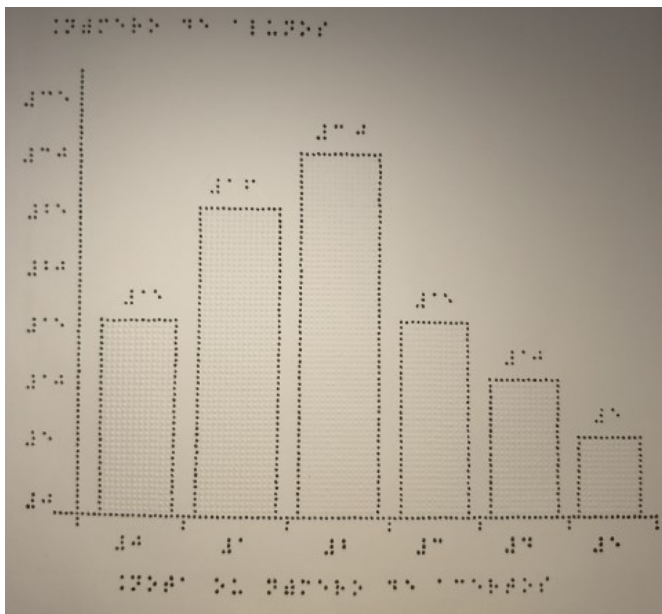
transcrição mostrou-se como ponto de dificuldade no Encontro 8 relacionado à relação da frequência para os dados mostrados no histograma. Nessa atividade em que se solicita o cálculo da média, a falta de grades ainda é um ponto gerador de confusão e dúvida para a estudante?

Já na atividade d) e e) mostradas nas Figura 55 e 56, respectivamente, a transcrição apoiada no livro didático em tinta, apresenta um formato diferente para informar a frequência dos dados, como percebemos nos histogramas em tinta e em Braille¹⁰⁷ das Figuras a seguir:

Figura 55 - Histograma apresentado na atividade d) em tinta e Braille

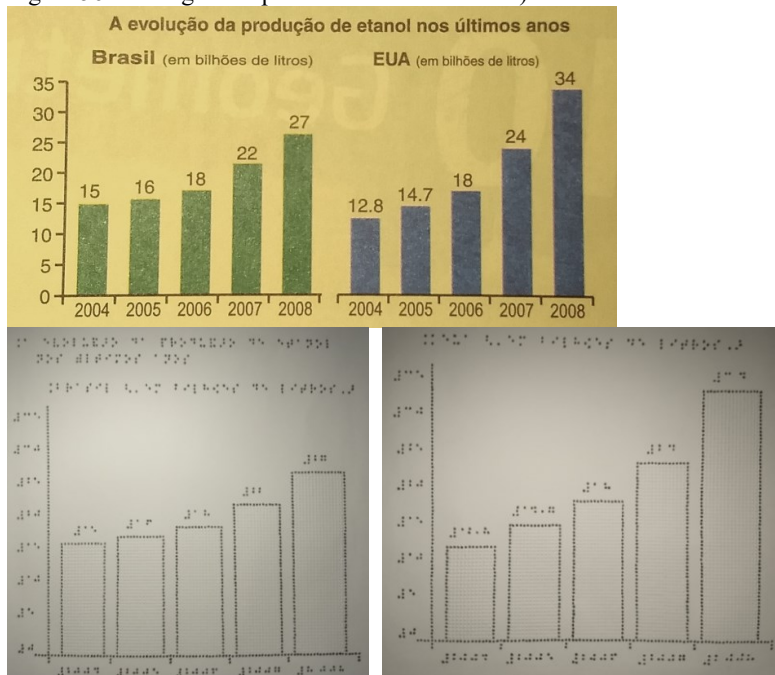


¹⁰⁷ Utilizamos novamente, o artifício de pintar os pontos das celas Braille do histograma para uma melhor visualização pelo leitor. Vale mencionar, que o eixo vertical que foi nomeado como “número de alunos”, está aparecendo em Braille no topo da Figura 55, enquanto em tinta, encontra-se na lateral do eixo vertical, próximo aos números.



Fonte: Farago (2013, p. 19) e Farago (2016c, p. 47).

Figura 56 - Histograma apresentado na atividade e) em tinta e Braille¹⁰⁸



Fonte: Farago (2013, p. 19) e Farago (2016c, p. 48-49).

Em ambas as Figuras, percebemos que a informação referente à frequência encontra-se logo acima das barras verticais que representam os intervalos de classe, o que acontece tanto em tinta quanto em Braille. Que consequência esse formato diferenciado apresentado no registro gráfico pode acarretar na aprendizagem e leitura do gráfico pela estudante cega? E que consequência o gráfico apresentado em duas folhas distintas pode acarretar para o mesmo tipo de atividade, como percebemos na transcrição do gráfico da Figura 56? Trataremos, na sequência, destas questões dos principais pontos de análise deste Encontro.

1) O primeiro ponto de desconforto neste Encontro aconteceu na leitura da fórmula utilizada para o cálculo da média. Se analisarmos a transcrição da fórmula para o Braille, perceberemos nela, tanto a

¹⁰⁸ Utilizamos novamente, o artifício de pintar os pontos das celas Braille do histograma para uma melhor visualização pelo leitor.

mudança de forma como também, analisando mais fundo a simbologia Braille, que alguns símbolos necessitam de uma compreensão menos imediata do que quando estão escritos em tinta. Acrescentamos a estes pontos o fato de a estudante não reconhecer alguns símbolos da língua formal da matemática, fazendo com que ela mostre dificuldades em designar o objeto posto em questão, declarando:

P – O que você tem a dizer sobre esta fórmula?

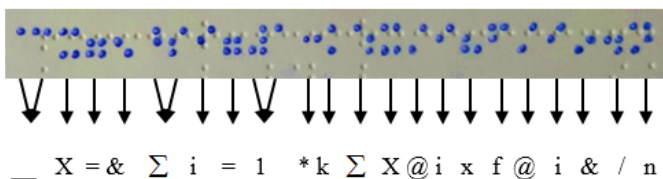
A – Pelo fato de eu não conhecer muitos dos símbolos que tem aqui, passa um pouco de estranheza, não sei do que está falando, pois sem saber esses símbolos a fórmula não está completa.

O discurso explicita, exclusivamente em língua natural, caracterizando uma expansão discursiva por narração ou descrição, que a incompletude da percepção da fórmula citada pela estudante cega e que culmina no desconhecimento dos símbolos da língua formal da matemática em Braille, torna a fórmula algo sem significado e, portanto, incompreensível para ela. Dizemos ‘sem significado’, uma vez que ao ler os signos mostrados na fórmula, une-se conceito e imagem acústica, ou o que chama Saussure (2012, p. 106), o significado e o significante, respectivamente. Como nos mostrou posteriormente Duval (2012, p. 270), em matemática não há apreensão conceitual (*noésis*) sem que haja a apreensão ou produção de uma representação semiótica (*semiose*). Neste exemplo, trabalhamos com um registro de representação em linguagem formal, mas que ao não permitir acesso ao significante, por sua vez, não permitiu o acesso ao significado e assim, ao objeto do saber. Relacionamos ao não acesso, como já mencionado no Encontro 6, o desconhecimento da língua formal pela estudante cega, uma vez que a língua formal permite designar os objetos de conhecimento, função discursiva da língua (DUVAL, 2004b, p. 88). Mas também outros dois pontos: a mudança de forma da tinta ao Braille e a percepção de símbolos não compreendidos imediatamente.

Na Figura 57 a seguir, transcrevemos a fórmula cela a cela para evidenciar os pontos¹⁰⁹ destacados:

¹⁰⁹ Como feito anteriormente, pintamos os pontos das celas Braille com caneta gel na cor azul, para uma melhor visualização pelo leitor.

Figura 57 - Transcrição do Braille à tinta da fórmula da média



Fonte: Adaptado de Farago (2016c, p. 20).

Notamos que, para escrever em Braille o símbolo \bar{X} , que representa a média, utiliza-se 3 símbolos (em uma cela o ponto 3 e na outra, os pontos 1 e 4)¹¹⁰. Há a necessidade de compreensão nesta leitura e não somente de uma percepção imediata do símbolo que representa a média, como acontece para os estudantes que enxergam. Outro exemplo, é o caso do símbolo de somatória, que percebemos de maneira imediata e para o caso da estudante cega tanto não é imediato, como se apresenta ao decorrer da expressão para indicar a variação da somatória. Na fórmula transcrita, o primeiro símbolo de somatória é representado por outros dois em Braille (em uma cela os pontos 1 e 2 e na outra, os pontos 2, 3 e 4) e significa que após ele estará o intervalo de variação da somatória, que foi finalizado quando apareceu o último símbolo transcrito de somatória na fórmula acima. Isso acontece devido à mudança espacial da escrita, uma vez que em Braille não temos os índices superiores e inferiores e sim, uma escrita linear. Para o simples símbolo de \sum , são atribuídos três símbolos em Braille (em uma cela, os pontos 1 e 2, na outra 2, 3 e 4 e na última, 1, 5 e 6).

O símbolo de somatória é percebido de maneira imediata e requer uma compreensão quanto a sua variação para os estudantes que enxergam. Esta percepção não acontece de maneira imediata, requerendo compreensão da leitura para o caso da estudante cega, assim como o entendimento sobre o intervalo de variação da somatória. Como vimos no Encontro 6 para o caso do símbolo de graus, temos aqui um símbolo que não faz acessar o conceito, ou seja, sem significado. Aqui tanto se instala uma não transparência da tinta ao Braille por não existir correspondência de unidades significantes da tinta ao Braille, como ainda existe a mudança de forma que pode acarretar mudança de

¹¹⁰ Aqui nos referimos a cela Braille, onde seis pontos são dispostos em 3 linhas e duas colunas. Na primeira coluna, estão os pontos 1, 2 e 3 e na segunda, os pontos, 4, 5 e 6.

conteúdo (DUVAL, 2004b, 50-55), analisados anteriormente no Encontro 1 e 5, pelo menos.

2) Na execução da atividade b) dois pontos de dificuldades foram percebidos: cálculos envolvendo números decimais e a tabela apresentada em duas páginas quando da transcrição para o Braille.

A estudante cega menciona que cálculos que envolvem números grandes e mudança de porcentagem para decimal quase não eram executados por ela em sala de aula ou se recorria a duas saídas:

A – Geralmente, achávamos outras formas, em sala de aula e coisas assim. Ou eu fazia de cabeça uma parte da conta, geralmente vendo os meus amigos fazerem. Eu vou primeiro com os valores exatos e o restante eu divido até chegar no valor certo.

Na resposta, em que ela utiliza quase que, exclusivamente, a língua natural em uma expansão discursiva do tipo natural, fica explícito que nem todos os conteúdos ou cálculos realizados pelos estudantes que enxergam são executados ou cobrados para que ela execute. Isso nos permite inferir que a estudante está sendo “poupada” de alguns tratamentos matemáticos com determinados registros. Ainda que, como mencionamos no Encontro 7, na Relação com o Saber está a partilha com o outro (CHARLOT, 2000, p. 60) e a mediação social (VYGOTSKI, 1997), mas ela acontece e é válida em determinadas situações. Há de se pensar na autonomia da estudante para cálculos e resolução de determinadas questões que poderiam ser vivenciadas por ela. O que nos faz refletir neste caso, reside na afirmação da estudante em relação a não vivenciar algumas situações em sala de aula, como a possibilidade de converter números em porcentagem para decimal:

P – Para você, o que dá mais receio ao fazer esta proporção?

A – Eu acho que é justamente a parte de fazer porcentagem para decimal. Porque pode haver muitos erros, como eu nunca fiz.

P – Nunca foi solicitado que você chegasse em um cálculo como esse?

A – Não.

Na sua resposta caracterizada como uma explicação em relação às operações discursivas, pela utilização de termos técnicos específicos da matemática, fica ainda explícito que a estudante é “poupada” de

realizar a conversão entre os registros numéricos de porcentagem e decimais. Ela explicita que este tipo de operação culmina em muitos erros, mas nem sequer os conhece, já que evidencia que não realiza este tipo de cálculos. Nos questionamos se não haveria maneiras a serem buscadas para a realização destes cálculos em sala de aula indo contra às formas de negligenciar as especificidades da pessoa com deficiência. Uma dessas maneiras é a utilização do material Multiplano que permite, além do estudo de figuras geométricas, a realização de cálculos com os mais variados registros de representação.

Temos ideia da dificuldade gerada no cálculo da mediana para o caso da estudante cega no que cerca vários pontos já mencionados até aqui, mas se a aprendizagem de determinados conceitos é omitida da estudante cega porque ainda aparece desta forma em seu livro didático assim como é apresentada no livro em tinta? Ou ainda, porque é omitida? Para Duval et al (2015, p. 37) a compreensão de um conhecimento deve abrir margem à autonomia, e parece que em alguns momentos a estudante cega é refém de situações em que as informações lhe são omitidas. Como gerar autonomia desta maneira? Isso nos leva a pensar na experiência da pessoa com deficiência e naqueles que dizem pensar a inclusão e que, junto a uma ideia enraizada de preconceito ainda percebido, a tratam como incapaz (MARCONE, 2018, p. 31), tornando-a assim, refém da falta de informações necessárias e suficientes a sua compreensão de mundo. É triste dizer, mas nos parece, em algumas situações, que é como se algumas pessoas pensassem: não adianta explicar muito, eles não irão entender. Esse seria o risco real de algumas propostas de inclusão, mostradas por Abberley¹¹¹ (1987 apud Marcone, 2018, p. 32).

Para Nunes e Lomônaco (2010, p. 61), “em decorrência do pouco conhecimento sobre a deficiência visual, os professores frequentemente tem baixa expectativa quanto à aprendizagem do aluno”, minimizando as propostas pedagógicas. Diante do que mostramos no exemplo acima, o conceito de mediana não foi trabalhado integralmente, pois a estudante cega não realizava conversões de porcentagens para números decimais em sala de aula, sendo restringido o conhecimento e o desenvolvimento de suas potencialidades. Cabe uma reflexão sobre o papel do professor e da sua mediação em sala de aula. Haveria outra forma de apresentar este conceito a estudante de maneira diferente daquela mostrada em seu livro didático em Braille?

¹¹¹ ABBERLEY, P. The concept of oppression and the development of a social Theory of Disability. Disability, Handicap & Society, v. 2, n. 1, p. 5-19, 1987.

Em relação à tabela estar aparecendo em duas páginas distintas do livro em Braille (p. 24 e 25), a estudante não mencionou dificuldades, mas resolvemos trazer este caso para reflexão, uma vez que a mesma tabela fazia parte de uma questão da página 21 e talvez nem precisasse ser transcrita novamente. Pontuamos este fato para pensarmos se há necessidade de aparecer duas tabelas iguais em um livro que já apresenta tantas páginas a mais. Quem sabe neste ponto, também deveria ser analisado quando é realizada a etapa de adaptação, na qual passa o material a ser transcrito.

3) Na atividade c) em que a proposta foi a leitura do histograma, fizemos algumas perguntas relacionadas as unidades significantes do histograma em relação ao cálculo da média, já que a estudante só tinha resolvido médias por meio de uma tabela. Percebemos dificuldades para encontrar a frequência (como mencionado no Encontro 8) e o ponto médio, como mencionado pela própria estudante:

P – Consegues me dizer alguns pontos que te deixariam em dúvida?

A – O ponto médio que é difícil de achar, não consegui achar até agora. Só o 16 e o 17. A frequência, está confusa.

Em relação à unidade significativa frequência, conforme mencionamos no Encontro 8, a dificuldade é percebida pela omissão das linhas de grade que aparecem no gráfico do livro em tinta e não foram transcritas para o Braille. Já em relação ao ponto médio, onde há a necessidade de localizar o intervalo de classe para então, calcular o ponto médio, inferimos que a estudante não fez uma boa conversão do registro tabelar trabalhado em uma outra questão ao registro gráfico apresentado nesta questão. Quando a estudante é questionada sobre os intervalos de classe, ela diz que eles se encontram no eixo vertical do gráfico e não nas barras do histograma, mesmo sabendo que a conversão é uma operação necessária para que o estudante diferencie o objeto e a representação (DUVAL, 2004b, 2011). Com isso, o livro didático precisaria apresentar atividades em que se realize a operação de conversão, mas percebemos que o livro didático em tinta e, por consequência, em Braille, trata o conceito de média apenas mostrando um único registro (quase que exclusivamente o tabelar), impedindo que a conversão possa ser realizada e a compreensão do conceito efetivada. Neste ponto nossa reflexão se amplia também ao livro didático em tinta,

nos questionamos se, para este caso, eles estariam proporcionando a compreensão do conceito aos estudantes?

4) Para a atividade d) e e), que também tratavam-se de questões apresentadas em vestibulares (UEA e UFG-GO, respectivamente), percebemos que a frequência dos dados foi apresentada de forma diferente e resolvemos questionar a estudante sobre esta mudança:

P – É melhor esse aqui para você?

A – Sim.

P – Por que você diz isso?

A – Porque a frequência está mostrando exatamente qual é e de qual classe é.

P – Sim.

A – Não tem como confundir.

A estudante deixa claro, nesta resposta caracterizada como uma explicação, a sua preferência quanto aos elementos semióticos presentes no histograma. Como podemos perceber nas Figuras 58 e 59, a frequência foi transcrita logo acima de cada intervalo de classe (barras verticais), não deixando nenhuma dúvida em relação ao acesso da informação pela estudante. Ao permitir o acesso a unidade significante de frequência, o registro histográfico passa a aproximar a estudante do objeto do saber, algo que não acontecia para o tipo de transcrição feita nos gráficos apresentados no Encontro 8 e na Figura 54 apresentada anteriormente. Este modelo nos parece o mais acessível em termos de transcrição no que se refere às informações contidas nos eixos verticais dos histogramas. Vale mencionar, que nos casos anteriores, se as linhas de grade fossem transcritas para o livro em Braille, é bem provável que a estudante não demonstrasse dificuldades relacionadas à frequência dos dados. O que levou à omissão destas linhas de grade para estes histogramas? Foi feita uma análise minuciosa para tomar esta decisão visto que o livro em Braille é transcrito levando em conta o que é apresentado no livro em tinta?

Por último, mencionamos o descontentamento da estudante por receber um gráfico em duas páginas:

P – O que você acha de um gráfico aparecendo em duas folhas?

A – Bem ruim.

P – Por quê?

A – Porque tem que ficar sempre mudando de folha para ver, principalmente quando é dessas de uma alternativa correta.

P – O que você tem a dizer de um gráfico em duas folhas?

A – Que é muito fácil de se perder.

Como ficou explícito nesta resposta caracterizada como uma explicação, a estudante não apresentou dificuldades relacionadas a resolução da questão apresentada, mas sim em relação ao seu formato de apresentação. O gráfico em duas folhas permitiu que ela se perdesse nas linhas a serem lidas e na interpretação das alternativas apresentadas na questão. Vale questionar se, diante de tantas outras questões em que gráficos menores foram transcritos (Figura 58, por exemplo), porque há a necessidade de transcrever outra questão se os conceitos a serem trabalhados poderiam envolver um gráfico menor? No livro em Braille, foram apresentadas 4 questões anteriores a esta com os mesmos moldes de apresentação, ou seja, leitura do gráfico e resolução de questões que envolviam à análise dos mesmos, por que acrescentar mais esta questão, tendo um gráfico que será transcrito em duas páginas? O que se busca com tal atitude, frente ao que os materiais didáticos impõem como regra para o estudo de questões de vestibulares?

No Quadro 14 da sequência, mostramos os pontos relevantes deste Encontro 9:

Quadro 14 - Quadro Síntese do Encontro 9

| Pontos Relevantes | Indagações |
|--|---|
| 1.Mudança de forma e compreensão menos imediata nos significantes | Desconhecimento de símbolos da língua formal; dificuldade de acesso a alguns significantes. |
| 2.Cálculos com números grandes e coordenação entre registros numéricos | Autonomia da estudante; baixa expectativa gerada pelo desconhecimento sobre a deficiência visual por parte dos professores. |
| 3.Unidade significativa de frequência e cálculo da média | Omissão das linhas de grade; uso exclusivo de um registro para o conceito de média. |
| 4.Diferença na unidade significativa de frequência e gráfico em duas páginas | Modelo acessível para transcrição de histogramas; acesso ao objeto do saber; Qual a necessidade na transcrição de algumas questões? |

Fonte: A autora.

6.4.11 Encontro 10 – “Eu me recuso a acreditar que isso é um quadrado”

Para este Encontro de número 10, acontecido em 22/11/17 o conteúdo a ser trabalhado foi Geometria Espacial, em especial, o tronco da pirâmide e do cone. Esta parte do conteúdo foi apresentado no livro didático de maneira bastante sucinta, pois trata-se de conceitos que vinham sendo trabalhados em outros volumes do livro didático, sendo o que vamos apresentar, a parte final. Dividimos o encontro 10 em duas partes: uma para tratar o tronco da pirâmide e, no outra, para tratar do tronco do cone. E, desta forma, também apresentamos a nossa análise em duas partes: Parte I e II, respectivamente, tratando do tronco da pirâmide e do cone.

6.4.11.1 Parte I – Tronco da pirâmide

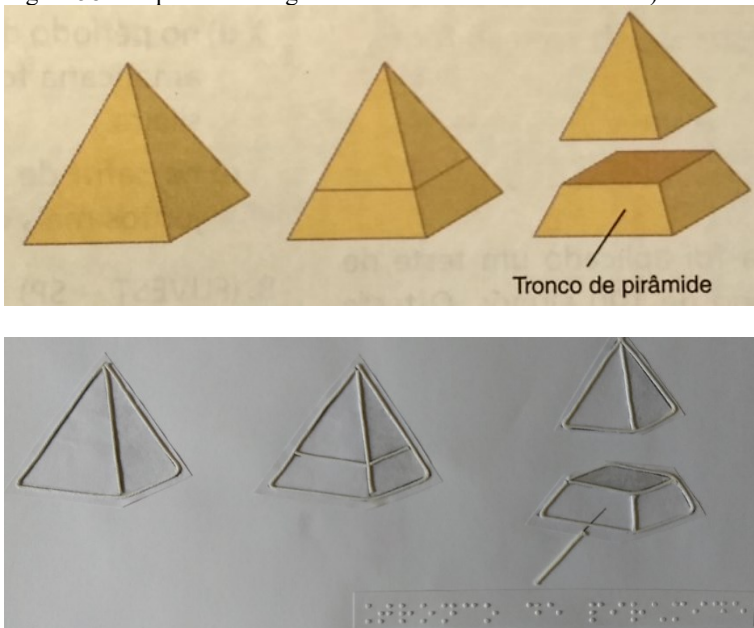
Nesta parte do Encontro 10, foram utilizadas as páginas 20, 22 e 23 do livro em tinta (4º Volume), que correspondem às páginas 53, 58, 59, 60 e 61 do livro em Braille (4º Volume – Parte A).

Para esta primeira parte do encontro, solicitamos à realização de 4 atividades para a estudante, que consistiram em: a) Identificar figuras geométricas tridimensionais de forma perceptiva e com apresentação de uma identificação em Braille; b) Identificar os elementos figurais de um

tronco de pirâmide e calcular a área total desta figura utilizando a fórmula da área total; c) Relacionar os valores em destaque em uma figura que representa um tanque para a criação de peixes aos elementos figurais do tronco de uma pirâmide após a leitura do enunciado e; d) Identificar os elementos figurais de um figura sem a leitura do enunciado. Uma das atividades também apresentada à estudante não será discutida com maior profundidade, pois tratou-se apenas da leitura e explicação da fórmula da área lateral do tronco da pirâmide, que mostrou aspectos de discussão relacionados ao número de caracteres aumentado e mudança de forma da tinta ao Braille, ambos já tratados, entre outros, nos Encontro 3 e 9, respectivamente.

Na Figura 58, mostramos a sequência com três figuras geométricas tridimensionais utilizadas para a discussão da primeira atividade. Em seguida, são mostradas a Figura em tinta e em Braille em que a transcrição dos contornos foi feita em cordonê:

Figura 58 - Sequência de Figuras tridimensionais da atividade a)



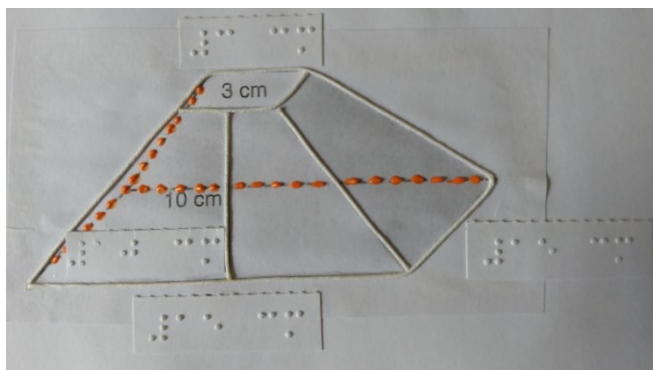
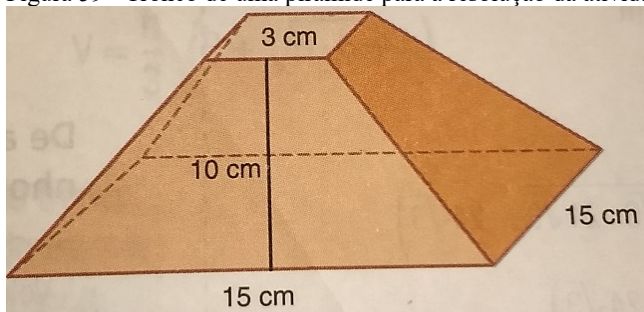
Fonte: Farago (2013, p. 20) e Farago (2016c, p. 53).

Percebemos na Figura 58, que a identificação só se dá na terceira figura geométrica. Para o caso do estudante que enxerga em que a visão é feita de forma global e imediata, a figura já pode ser reconhecida como

tronco de uma pirâmide. Para o caso da estudante cega, a leitura sequencial e tátil feita da esquerda para a direita faz com que a apreensão da figura aconteça após a leitura das informações que se localizam na parte inferior da Figura 58 (tronco de pirâmide). Será que sem esta informação a estudante cega conseguiria identificar do que se trata a figura em questão?

Para resolver o que foi proposto na atividade b), a Figura 59 da sequência mostra o tronco de uma pirâmide em tinta e em Braille com contornos em cordonê e em cola colorida na cor laranja (representando o pontilhado):

Figura 59 - Tronco de uma pirâmide para a resolução da atividade b)



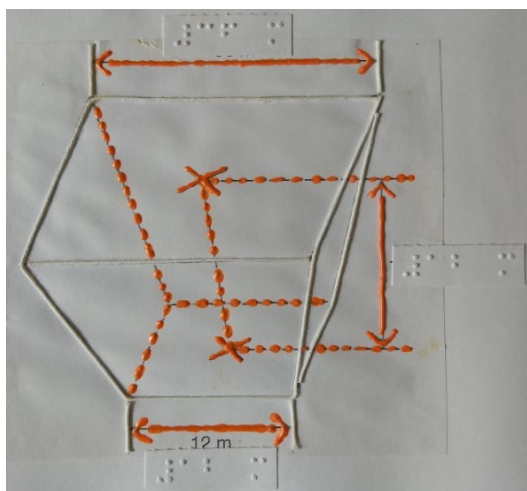
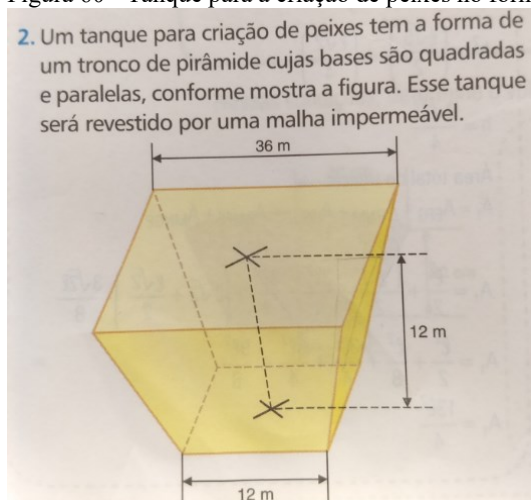
Fonte: Farago (2013, p. 22) e Farago (2016c, p. 59).

Quando paramos para analisar esta figura tridimensional, percebemos que, na transcrição aparecem dois materiais diferentes: o cordonê e a cola colorida que, para a leitura tátil, ambos tem a vantagem de ficar em relevo sobre a folha. Em termos gestálticos e, comparando a transcrição do cubo feito no Encontro 1, percebemos que, neste caso,

houve a utilização de recursos diferentes para a transcrição: naquela situação uma figura apenas feita em Braille e agora, a utilização do cordonê e da tinta em relevo. No que tange as leis gestálticas, poderíamos inferir que a utilização de artifícios diferentes entre si (cordonê e a tinta) serviriam para dar a ideia de tridimensionalidade, conforme apontado por Gomes Filho (2008, p. 33) referente à leitura de formas em 3D. A existência de dois materiais com texturas diferentes pode ser um bom artifício, pois devido a leitura tátil, a estudante cega tem facilidade para diferenciar texturas como estas. Mesmo com este artifício, houve acesso ao objeto pela estudante cega? A aplicação da lei gestáltica é suficiente quando tratamos de figuras tridimensionais para os estudantes cegos?

Seguindo, mostramos a Figura 60 que é a representação de um tanque para a criação de peixes e serviu para a resolução da atividade c). A estudante também recebeu esta questão em Braille com o enunciado, no entanto, apresentamos, em Braille, apenas a parte geométrica, conforme figura 60 a seguir:

Figura 60 - Tanque para a criação de peixes no formato de tronco de pirâmide



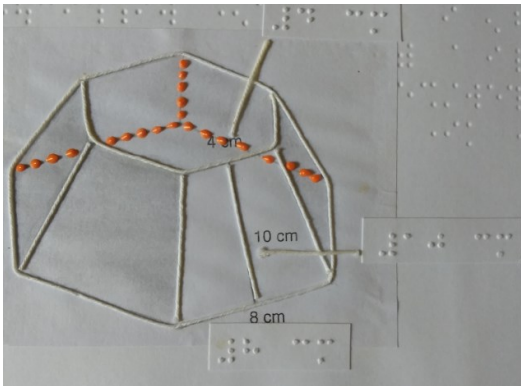
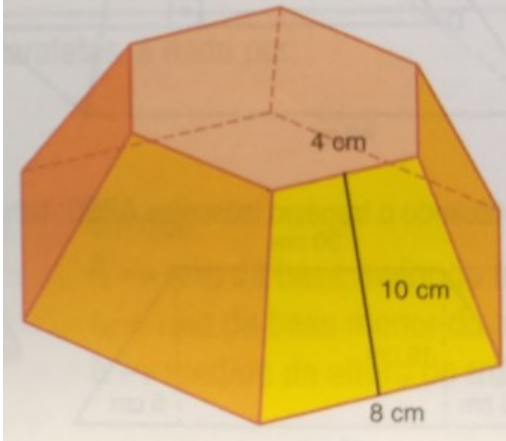
Fonte: Farago (2013, p. 23) e Farago (2016c, p. 60).

Da mesma forma, como comentamos para a Figura 60, na transcrição houve artifícios na criação do tanque, como o cordonê e a cola colorida em cor laranja em alto relevo. Da mesma forma, nos questionamos se este artifício permite a leitura tátil da figura.

Por fim, para este Encontro, mostramos a Figura 61 da sequência em tinta e em Braille. Ela serviu na resolução da atividade d), em que a

figura geométrica que representa o tronco de uma pirâmide com base hexagonal foi apresentada sem enunciado e transcrita fazendo uso de material cordonê e cola colorida na cor laranja:

Figura 61 - Tronco de uma pirâmide com base hexagonal



Fonte: Farago (2013, p. 23) e Farago (2016c, p. 61).

A primeira percepção que nos chamou a atenção ao analisar esta transcrição refere-se aos traços em cordonê expostos na imagem que servem para levar a informação relacionada ao comprimento do apótema e ao comprimento de um dos lados da figura da face superior. Estes traços permitem a leitura das informações de medidas ou confundem-se a traços da figura em si? Há segregação de unidades figurais que permitam diferenciar os traços transcritos para informar medidas e aqueles que formam a figura?

Nas linhas seguintes, apontaremos as diferenças semio-cognitivas percebidas neste encontro.

1) Na atividade a) em que a solicitação foi a leitura de três figuras em que se mostrava a identificação do objeto, a estudante só conseguiu reconhecê-lo após a leitura do enunciado, como nos mostra o diálogo seguinte:

A – A primeira é parecida com um triângulo.

P – Certo. Essa é a primeira. E a segunda?

A – É a mesma coisa. Só que a primeira está dividida em dois triângulos e essa daqui está dividida em 2 triângulos. Eu não lembro o nome também. Tipo retângulos, só que mais inclinadinho.

P – Certo, beleza. E a última?

A – A última é um tronco de pirâmide.

P – Por que é um tronco de pirâmide?

A – Porque está escrito embaixo.

P – Ah, só porque tem o enunciado mencionando. Mas, sem fazer a leitura que é um tronco de pirâmide você o identificaria?

A – Não.

P – Você sabe me dizer o que significa um tronco de pirâmide?

A – Não.

É bom mencionar que, a leitura dos elementos geométricos mostradas na Figura 61, foi feita pela estudante da esquerda para a direita e como a identificação do objeto estava somente na última figura, ela só fez a nomeação ao chegar na última figura. Outro ponto importante para mencionarmos é que a única das três figuras mostradas que se refere ao tronco da pirâmide é a última, mas nem mesmo a pirâmide foi reconhecida pela estudante. Fica explícito neste discurso, caracterizado como uma explicação pelo uso de termos matemáticos que a estudante não identificou os objetos representados e que as representações de figuras tridimensionais transcritas são lidas pela estudante como soma de partes e não de forma global, contrariando a lei gestáltica (GOMES FILHO, 2008).

Alguns pontos foram levantados nesta questão: a) a necessidade da introdução de uma figura geométrica ser discursiva; b) houve predomínio das dimensões inferiores em relação às superiores no reconhecimento de um triângulo ao invés de uma pirâmide e c) mesmo com a designação do objeto percebida após a leitura do mesmo, percebemos não haver compreensão do

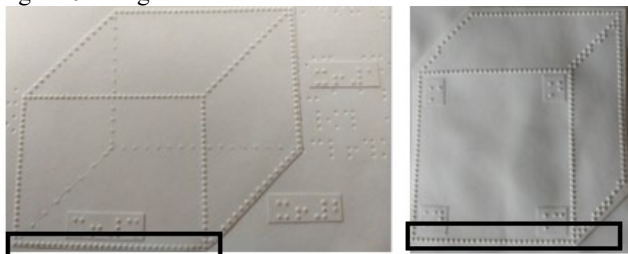
objeto por parte da estudante. Discutiremos cada ponto levantado na sequência.

Duval (2004b, p. 168) nos coloca que “a introdução a uma figura geométrica necessariamente é discursiva” e percebemos, para esta questão, que isto pode fazer alguma diferença. A estudante só foi capaz de designar os objetos contidos na Figura 61 (pirâmide e tronco de pirâmide), após a leitura da nomeação do objeto em língua natural. Mesmo sabendo que há a subordinação à apreensão háptica, percebemos também que a simultaneidade entre os registros discursivos e figurais pode tornar possível à aprendizagem do objeto (DUVAL, 2012, p. 120). No caso em questão, mesmo após a utilização de dois registros de representação (figural e discursivo), a estudante não demonstrou compreensão do objeto, ao mencionar que não saberia dizer o significado do tronco de uma pirâmide, como já havíamos alertado nos Encontros 1 e 4.

Percebemos na fala da estudante, que houve a predominância das dimensões 2D em relação às 3D, quando há a identificação de objetos como triângulos e retângulos sem, no entanto, chegar à pirâmide. Isso contraria o que é posto por Duval (2004b, p. 158) para o caso dos estudantes que enxergam, em que as dimensões 2D são predominantes em relação às dimensões inferiores. Inferimos que este fato pode ter relação com a leitura háptica e sequencial dos estudantes cegos, em que não há uma visão icônica da figura e nem a percepção do todo de maneira imediata, e sim, pela soma das partes, contrariando também a lei gestáltica, em que a soma das partes não nos permite a percepção do todo (GOMES FILHO, 2008, p.19). Isto também fortalece o que mencionamos nos Encontros 1 e 4.

Como mencionamos no Encontro 1, mesmo após a leitura perceptiva-tátil e da identificação do objeto, a estudante mostrou não ter compreendido, sem ter mencionado características ou algum entendimento extra sobre o objeto do saber em questão. Neste ponto, podemos alargar a nossa análise frente à apreensão perceptiva tátil da estudante, tentando indicar que, nem sempre as texturas diferentes podem simplificar a apreensão perceptiva tátil da estudante no que cerca as figuras tridimensionais. Diferente das figuras geométricas em 3D mostradas nos Encontros 1 e 4 que foram transcritas em Braille (paralelepípedo retângulo e cubo), as figuras mostradas neste Encontro (pirâmide), foram transcritas em cordonê. Mostramos, na Figura 62 a seguir, esta diferença, em que os materiais mencionados anteriormente estão em destaque:

Figura 62 - Figuras transcritas em Braille e em cordonê



Paralelepípedo retângulo

ENCONTRO 1 - Braille

Cubo

ENCONTRO 4 - Braille



Pirâmide

ENCONTRO 10 - Cordonê

Fonte: Adaptado de Farago (2016a, p.2) e Farago (2016c, p.53).

Esta diferença na utilização de materiais para a transcrição não mostrou eficiência no que concerne a apreensão de figuras tridimensionais para estudantes cegos e apenas, confirma a dificuldade de compreensão na leitura de imagens tridimensionais colocada por Cronicle e Thompson (2008, p. 77). Os mesmos autores (2008, p. 78) nos indicam que a leitura em perspectiva é simplificada quando se apresentam objetos concretos, o que já havíamos mencionado no Encontro 4 em que fizemos uma singela averiguação com o objeto do saber apresentando uma vela no formato de um cubo.

2) Para o caso da atividade b) que se tratava da leitura da figura geométrica que representa o tronco de pirâmide e a relação dos valores transcritos com as unidades figurais elementares percebidas, notamos que houve uma confusão entre os valores transcritos para a figura, apesar de que a estudante tenha identificado todas as unidades figurais elementares. No diálogo seguinte, ela aponta esta confusão:

P – Quanto mede este lado maior?

A – Eu fico um pouco confusa porque tem um 10 e um 15.

P – Tenta identificar, analisando o que poderia ser este 10 e o 15.

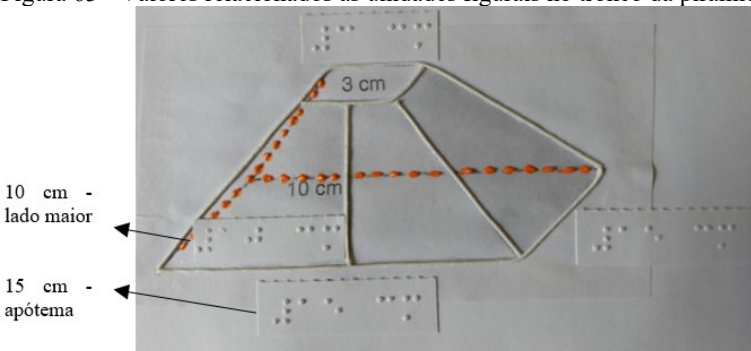
A – Eu acho que o 10 é daqui até aqui. (a estudante mostra o apótema)¹¹²

P – Está fácil de identificar esse 10?

A – Não.

Pela resposta da estudante, caracterizada por narração ou descrição, segundo às operações de expansão discursiva, é possível explicitar uma insegurança para relacionar os valores transcritos às unidades figurais elementares, mesmo identificando pela leitura tátil todas essas unidades figurais elementares. Vale lembrar, que esta questão não possuía informações no enunciado que diferenciasses os valores das unidades figurais elementares, apenas a solicitação do cálculo da área lateral e total do tronco da pirâmide retangular. O registro discursivo auxiliava principalmente na identificação do objeto do saber, mas não na relação entre as unidades figurais elementares contidas na figura. A insegurança gerada pela transcrição fez com que a resolução da questão que envolve a área total da figura, precisasse ser auxiliada pela pesquisadora. Note na Figura 63 a seguir, em que destacamos os valores que geraram confusão, o quanto esta questão se mostra pouco acessível no quesito transcrição:

Figura 63 - Valores relacionados às unidades figurais no tronco da pirâmide



Fonte: Adaptado de Farago (2016c, p. 59).

Percebemos que os valores transcritos foram colocados de forma bastante semelhante aqueles do livro em tinta, ou seja, sem uma devida

¹¹² Anotação da pesquisadora informando a ação da estudante.

adaptação para o caso do material em Braille. Será que os valores deveriam estar localizados onde estão? Nos parece que não, pois o fato de estarem bem próximos pode ter gerado a confusão pela estudante cega. Por que o material em Braille insiste em ser transcrito *ipsis litteris* em relação ao material de quem enxerga?

Vale mencionar que a transcrição desta figura, diferente daquelas indicadas no item anterior, foi realizada fazendo o uso de dois materiais distintos para a mesma figura: cordonê e cola colorida. Segundo a Gestalt, a ideia de volume pode ser alcançado quando se trabalha com alguns efeitos sobre a figura, como luz, brilho, sombra, textura (GOMES FILHO, 2008, p. 45), neste caso, podemos inferir que este efeito pode ter sido gerado pela diferença tátil entre os materiais cordonê e cola colorida. Tanto é assim que a estudante conseguiu identificar uma face “escondida” com a diferenciação entre o cordonê e a cola colorida, como ela explicita na sequência:

P – Outra pergunta. Como essa pirâmide é regular, o que é para você a face inferior? Você localiza a face inferior dessa pirâmide?

A – Acredito que seja o que está abaixo do pontilhado. Daqui até aqui.

O uso de materiais diferentes em algumas transcrições deste Encontro, nos faz pensar na possibilidade de uma padronização ou uma codificação para o caso de transcrições em 3D. Essa padronização gerada por uma codificação, permitiria uma leitura tátil mais esclarecida, uma vez que determinados materiais só seriam utilizados para transcrever objetos tridimensionais, por exemplo, e o estudante cego teria acesso a esta informação em seu material didático. Isso vai ao encontro do que foi mencionado por Duarte (2004, p. 5) no sentido de construir junto ao estudante uma memória dessa representação ou mesmo de algumas formas de transcrição para alguns elementos semióticos.

É importante lembrar que, a inferência relacionada à diferença entre os materiais citada anteriormente, agrega-se ao fato do uso simultâneo entre os registros discursivo e figural indicados por Duval (2012, p. 120) na compreensão desta figura geométrica. Apesar da identificação de uma unidade figural “escondida” percebida, ao que acreditamos, pelo uso de dois materiais distintos e da simultaneidade dos registros figurais e discursivos terem auxiliado positivamente, pelo menos na identificação da figura, ao calcular a área total, o número de faces não foi identificado pela estudante:

A – São três, né? n igual a 3?

P – Por que você acha que são 3?

A – Porque, 1, 2, 3. (a estudante aponta as faces que ela encontra na figura)¹¹³

A resposta da estudante deixa claro, em seu discurso caracterizado como explicação, que a figura em 3D não é percebida como um todo, pois foi transcrita para o plano e, desta forma, não evidencia todas as suas faces, a não ser, por artifícios que são criados e que parece só existirem nos livros didáticos em tinta. Deste modo, continuamos confirmando o que foi apontado por Cronicle e Thompson (2008, p. 77) em relação à leitura de figuras tridimensionais por pessoas cegas. De qualquer forma, acreditamos que esta junção mencionada acima (materiais distintos e registros simultâneos) pode influenciar positivamente a leitura de figuras tridimensionais. Na sequência desta questão, quando a pesquisadora orientou sobre os valores transcritos e a correta relação entre as unidades figurais elementares, a estudante utilizou a fórmula da área total e encontrou o resultado esperado com poucos auxílios. Mas, para concluir, podemos dizer que não houve acesso ao objeto do saber, uma vez que aconteceu com sucesso apenas a identificação do tronco de pirâmide e, todo o restante da resolução do problema, relacionado à área lateral e total, não foi resolvido pela estudante cega.

3) Mesmo com o enunciado afirmando que o tanque para a criação de peixes tinha a forma de um tronco de pirâmide com as bases quadradas e paralelas na atividade c), como percebemos na Figura 60, a estudante identificou a base superior a um trapézio e mesmo sendo lembrada que se tratava de um quadrado, ela mostrou não acreditar:

P – A pergunta é: que figura forma a base superior e as laterais?

A – A base superior é um trapézio?

P – Eu vou te dizer, aí você fala se nunca diria que é ou se diria e só esqueceu o nome. Isso é um quadrado.

A – Não é um quadrado. Eu me recuso a acreditar que isso é um quadrado.

Como aponta Duval (2005, p. 6) “o reconhecimento das propriedades puramente qualitativas parece estar enraizado na

¹¹³ Anotação da pesquisadora informando a ação da estudante.

percepção”, ou seja, para o caso da estudante cega, em alguns casos, o que os dedos percebem tem mais valor do que as palavras do enunciado. Isso porque existe na memória tátil da estudante, figuras planas geométricas apreendidas já que “o corpus de figuras cujos os programas escolares solicitam é restrito, correspondendo a formas familiares e notáveis perceptivamente” (DUVAL, 2005, p. 6), é o caso, por exemplo, de quadrados, retângulos, trapézios, entre outras.

O quadrado, por exemplo, em geral, é apresentado em posições privilegiadas horizontal e verticalmente tanto para estudantes que enxergam como para os cegos. Um quadrado apresentado em perspectiva, como é o caso da base superior do tronco de pirâmide quadrangular da Figura X, não é reconhecido pela estudante como tal, pois dificilmente há memória tátil em relação à representação desta figura neste formato. Duval (2004b, p. 155) mesmo mencionando que a simultaneidade entre os registros figurais e discursivos pode levar a compreensão das figuras geométricas, nos alerta dizendo que a atitude imediata da apreensão perceptiva e a controlada da interpretação discursiva podem gerar conflito, pois “a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado” (DUVAL, 2012, p. 120). Nos parece que isto aconteceu na atividade em questão. Apesar de ler o enunciado e tatear a figura, a apreensão perceptiva tátil que percebeu um trapézio entrou em conflito com a identificação quadrada trazida pelo discurso. Neste caso, nada nos garante que este conflito não aconteceria para o estudante que enxerga, já que Duval também diz que muitos estudantes concentram-se na figura e não retornam ao enunciado da questão (DUVAL, 2012, p. 124). Mora nesta conclusão um grande desafio para os estudantes: não se apegar à apreensão perceptiva, principalmente no caso da cegueira (háptica) em que as questões tridimensionais podem dificultar sobremaneira a leitura e compreensão do objeto como já mencionado anteriormente.

4) A estudante teve dificuldade em relacionar o apótema ao valor transcrito que representava a medida do seu comprimento:

P – Quando colocam em uma transcrição como essa, um cordonê atravessado te levando a um valor, ele representa para você uma parte da figura ou ele indica que você vai para o valor?

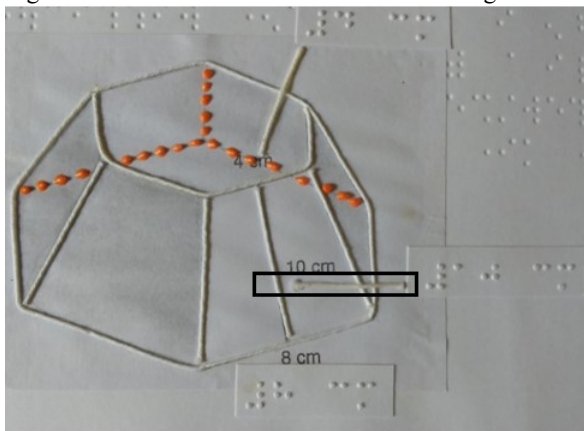
A – Ele é uma parte da figura.

O cordonê que é mostrado atravessando a figura e com a ideia de identificar o valor do apótema, pode ser considerado um elemento

semiótico pertence a esta transcrição e assim, poderia existir, para este caso também, uma codificação com o objetivo de comunicar o valor correspondente ao apótema. Isso poderia ser explicado em alguma parte do material transcrito ao estudante cego e serviria de codificação de elementos semióticos necessários a leitura tátil. Ela menciona que o cordonê da transcrição que serviria para indicar a medida do comprimento que é o apótema do tronco da pirâmide em questão, é entendido como sendo parte da figura.

Esta resposta caracterizada como narração ou descrição em relação às operações discursivas, nos permite inferir que o cordonê atrapalha a sua apreensão perceptiva tátil se não ficar devidamente explicitado o seu uso na transcrição. Quando uma forma possui boa pregnância, entre outras leis, deve existir a possibilidade de segregação (GOMES FILHO, 2008, p. 30), que permite separar, identificar, destacar unidades de um todo através de pontos, linhas, entre outros artifícios. Na transcrição não houve a possibilidade dessa separação, pois há confusão entre o que era informação extra com aquilo que realmente era a representação do objeto, conforme percebemos na Figura 64 da sequência em que a parte que gerou a confusão está em destaque:

Figura 64 - Valores relacionados às unidades figurais no tronco da pirâmide



Fonte: Adaptado de Farago (2016c, p. 61).

Juntamente a esta “confusão”, podemos dizer que o cordonê sendo colocado sobre outros traços da forma leva a figura transcrita a apresentar quebras e desvios na leitura tátil, o que caracterizaria aí um descumprimento da lei de continuidade preconizada por Gomes Filho (2008, p. 33). Isto nos indica uma forma com baixa pregnância e por

isso, não apresenta boa compreensão e nem rapidez e agilidade na leitura como também preconiza Gomes Filho (2008, p. 36). Este artifício (cordonê) não levou a compreensão tanto quanto os mesmos aspectos já levantados até aqui, não favoreceram o entendimento da figura pela estudante que nos dá um indicativo:

P – É como se ele integrasse a figura?

A – Sim, porque essa aqui é feita quase que só por cordonê. Praticamente toda.

Como ela pontua, o material usado para contornar a figura é o mesmo utilizado para mostrar a informação sobre a medida do comprimento de uma das unidades figurais. Para a estudante, sendo do mesmo material, é também pertencente à figura, o que parece lógico. Os cuidados com a transcrição que indicamos até o momento nos levam a pensar na possibilidade de um livro em que todas estas especificidades fossem lembradas e levadas em consideração.

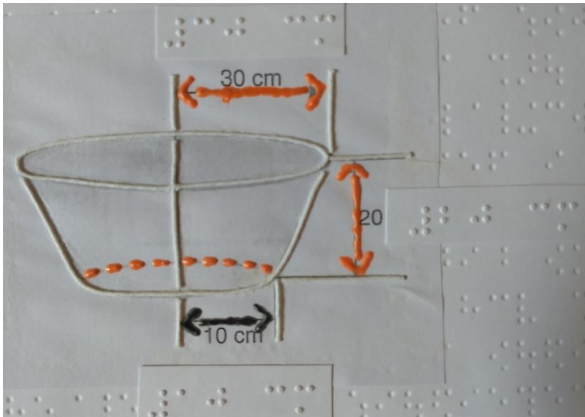
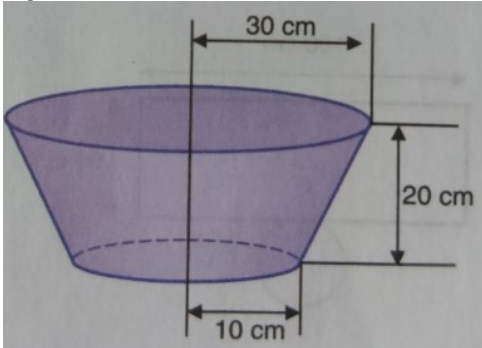
6.4.11.2 Parte II – Tronco do cone

Nesta segunda parte do Encontro 10, utilizamos as páginas de 25 a 27 e 28 do livro em tinta (4º Volume), correspondentes às páginas 65, 67, 68, 73 e 74 do livro em Braille (4º Volume – Parte A). Para esta parte solicitamos a realização de 4 atividades¹¹⁴ também: a) identificar os elementos figurais do tronco de um cone que apresentam valores relacionados às medidas de altura e raios transcritos; b) identificar os mesmos elementos figurais em um objeto concreto (vaso para violetas) que representa o tronco de um cone; c) leitura da figura que representa o tronco de um cone e de suas planificações para a resolução da questão proposta e; d) calcular a área lateral e a área externa de um tronco de cone.

Na Figura 65 da sequência, mostramos a figura geométrica tronco de cone e algumas medidas de seus raios e altura utilizadas na atividade a). A Figura é mostrada em tinta e em Braille:

¹¹⁴ A outra atividade solicitada não gerou pontos relevantes para a discussão e resolvemos omiti-la.

Figura 65 - Tronco de um cone



Fonte: Farago (2013, p. 25) e Farago (2016c, p. 65).

Assim como identificamos na Parte I deste Encontro, na transcrição desta figura foram utilizados artifícios que inferimos estar relacionados à forma 3D da figura: o cordonê em contraponto à tinta colorida que tem resultado em alto relevo. Tratando-se agora de um objeto do saber diferente do tratado na parte I, há o acesso ao objeto frente os artifícios mostrados nesta transcrição?

Seguindo a mesma ideia da atividade a) em relação à identificação de unidades figurais elementares da figura em questão, apresentamos para a estudante cega, como atividade b), um tronco de cone representado por um vaso para violetas como o mostrado na Figura 66 da sequência:

Figura 66 - Vaso para violetas

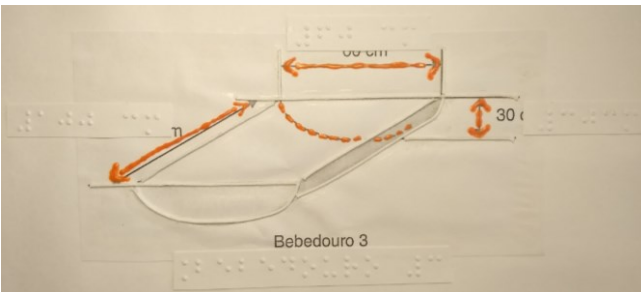
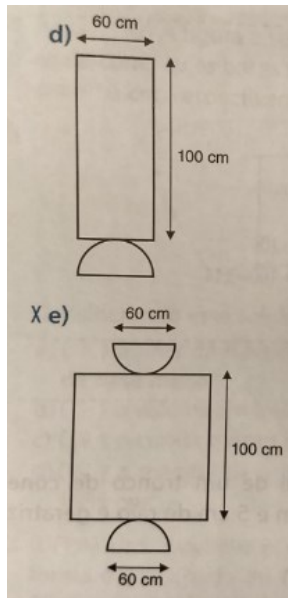
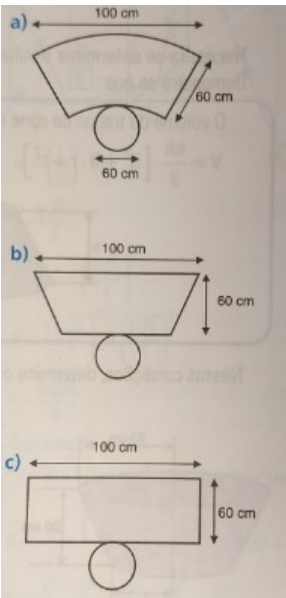
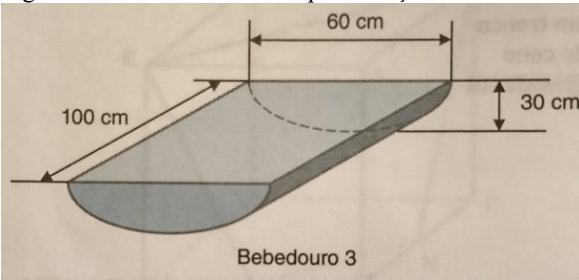


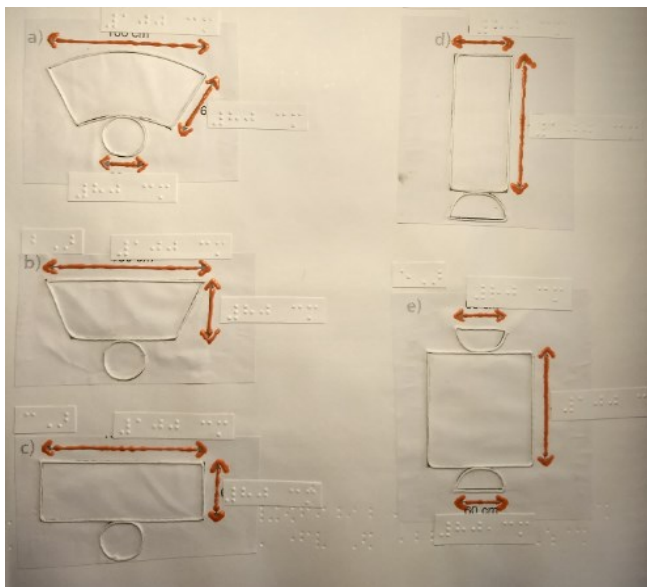
Fonte: Acervo da Autora.

Da mesma forma que fizemos no Encontro 4, apresentamos um objeto concreto (vela) que representa o objeto do saber (cubo) e a transcrição deste objeto, utilizamos desta vez, o vaso para violetas e a transcrição do tronco de um cone. Novamente nos questionamos se a representação concreta do objeto permite a identificação de elementos figurais elementares e, por consequência, o efetivo acesso ao objeto do saber (tronco de um cone) em comparação à transcrição da representação do objeto do saber. E o que esta comparação entre o concreto e o transcrito para o Braille nos permite perceber em relação ao acesso aos objetos tridimensionais pelo estudante cego?

Para a resolução da atividade c) foi solicitada a leitura de uma figura tridimensional chamada de semicilindro que representava um bebedouro. Após a leitura, a estudante deveria encontrar nas planificações mostradas, qual melhor se relacionava à figura em questão. Na Figura 67 da sequência, mostramos o bebedouro e as opções de planificações mostradas nos livros em tinta e em Braille:

Figura 67 - O Bebedouro e as planificações



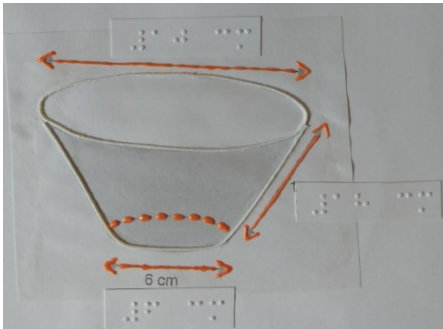
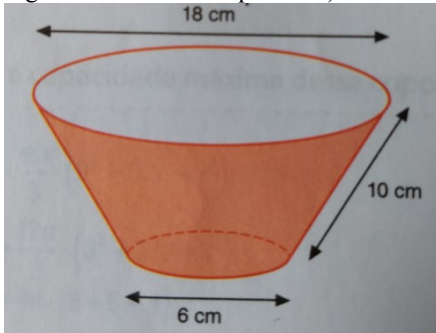


Fonte: Farago (2013, p. 26-27) e Farago (2016c, p. 67-68).

No Encontro 1 percebemos a dificuldade enfrentada pela estudante cega com a ideia de fazer planificações, tanto em relação ao seu material de escrita (que ela aponta ser limitado) como pelo acesso ao objeto do saber das figuras em 3D. Neste caso anterior a planificação é apresentada para a estudante não para que ela a produza e sim, a relacione ao objeto transcrito em questão (semicilindro). Essa possibilidade seria uma forma de apresentar o estudo das planificações para a estudante cega?

Na Figura 68, mostramos a representação de um vaso em tinta e em Braille com contornos em cordonê e indicações de medidas em cola colorida na cor laranja; este serviu para a resolução da atividade d):

Figura 68 - O vaso da questão d)



Fonte: Farago (2013, p. 28) e Farago (2016c, p. 73).

Nesta questão, além da leitura da forma transcrita analisamos a resolução da questão que propõe o cálculo da área lateral e externa deste tronco de cone representado pelo vaso de barro. Sendo assim, analisamos como a leitura da transcrição da figura pode interferir nos cálculos da mesma. Percebemos nesta transcrição um erro de transcrição que será tratado nas discussões que seguem, assim como todas as questões colocadas até o momento.

1) Em contraposição ao que foi apresentado na atividade a) em que o objeto do saber foi transcrito, apresentamos na atividade b) uma representação que tratava do objeto concreto. Percebemos que a representação concreta, possibilitou a compreensão do objeto, conforme indica a estudante:

P – Nessa figura concreta, os elementos ficam mais simples de serem identificados?

A – Sim.

P – Certo. E por que você acredita que fica mais simples de identificar?

A – Porque eu posso ver que ela é realmente tridimensional, não é só uma perspectiva de algo tridimensional. É mais fácil de tocar e poder virar e faz parte do dia-a-dia também. É mais simples.

No discurso da estudante, caracterizado como uma explicação no que cerca às operações discursivas, percebemos que ao ter o vaso como representação para o objeto tronco do cone, além das unidades figurais terem sido em totalidade identificadas, a tridimensionalidade do objeto em questão não foi mais percebida como dificuldade, já que se teve a percepção global da forma e ainda, se deu sentido àquilo que se buscava conhecer por fazer parte do seu cotidiano, do seu mundo. Isso vai ao encontro com o postulado por Charlot (2000), em que

aprender faz sentido por referências à história do sujeito, às suas expectativas, às suas referências, à sua concepção de vida, às suas relações com os outros, à imagem que tem de si e à que quer dar de si aos outros (CHARLOT, 2000, p. 72).

O vaso está no mundo dela, por isso, próximo, o que a permite aproximar o saber nesta relação. Esta atividade tornou-se assim, significativa para a estudante. As atividades transcritas no livro tentam aproximar mostrando exemplos transcritos de objetos do cotidiano, mas, no caso da cegueira, em que a tridimensionalidade pode apresentar pontos geradores de dificuldades de acesso semiótico, os exemplos por mais próximos que pareçam da história do sujeito, parecem se efetivar de maneira a distanciar a representação e o objeto representado, não possibilitando a compreensão. Tudo isto, vai ao encontro do que foi colocado por Duarte (2005 apud Cardeal, 2009, p. 3.570) sobre a tridimensionalidade:

tatear o objeto em sua tridimensionalidade deve encontrar paralelismo com a necessária simplificação e esquematismo do desenho bidimensional em linha com relevo tátil (DUARTE, 2005, apud CARDEAL, 2009, p. 3.570).

2) A possibilidade de compreender um objeto por meio da sua planificação é apresentada para a estudante no livro didático. Mesmo acertando a questão, a atividade é apontada como difícil e não trabalhada na escola:

P – Planificar é algo que você fez na escola, era comentado?

A – Nunca usei.

P – E foi simples imaginar uma planificação?

A – Não. Não consegui imaginar ela completa.

A atividade de planificar gira em torno de uma desconstrução dimensional ao passo que transforma uma figura 3D em outra 2D, e ela é contrária à percepção (DUVAL, 2011, p. 93). E como a estudante cega relatou no Encontro 1, há dificuldades para realizar uma planificação fazendo uso apenas da máquina de escrever em Braille, seu instrumento de escrita. Soma-se a isso, o fato desta atividade não ter sido trabalhada na escola e também o grau de complexidade e riqueza conferidos a esta atividade por Duval (2012, p. 126). Todos estes fatores contrários, nos fizeram refletir e perceber uma importante diferença nesta atividade de planificação em particular: não se busca o desenho da planificação pela estudante cega e sim a análise de figuras planificadas. Por isso, não vamos advogar contra a utilização desta questão no livro didático. Mesmo reconhecendo a complexidade da reconstrução dimensional, encaramos que a possibilidade de trazer esta questão à estudante, desta maneira, esta problemática vai ao encontro do que é discutido por Nunes e Lomônaco (2010, p. 61) no sentido de permitir que não se limite o conhecimento para a estudante cega, e ainda, também na direção do que é apontado por Viginheski et al (2014, p. 908) no sentido de que não se prejudique a sua aprendizagem. No entanto, para isso, conhecimentos semio-cognitivos precisam ser levados em conta.

A apreensão operatória da figura, conferida com a reconstrução dimensional da planificação é uma atividade que compõe, entre outras apreensões, uma forma diferenciada de “ver” as figuras matematicamente (DUVAL, 2011, p. 86), possibilidade esta que não está sendo omitida para a estudante pelo livro didático, mas sim, nas práticas em sala de aula, mencionadas por ela. Como lidar com a distância existente entre o que é apresentado no material didático, as regras de transcrição e a prática em sala de aula? Responder a esta questão nos inquieta sobremaneira.

3) A estudante mostrou dificuldades na identificação das unidades figurais da figura transcrita da atividade d), mas esforçou-se para resolver a questão, relacionando o objeto presente no enunciado (tronco do cone) ao objeto concreto apresentado a ela, conseguindo nele identificar o fundo (vaso) e objeto transcrito não identificar a base:

P –Você consegue visualizar na transcrição, o fundo do vaso?

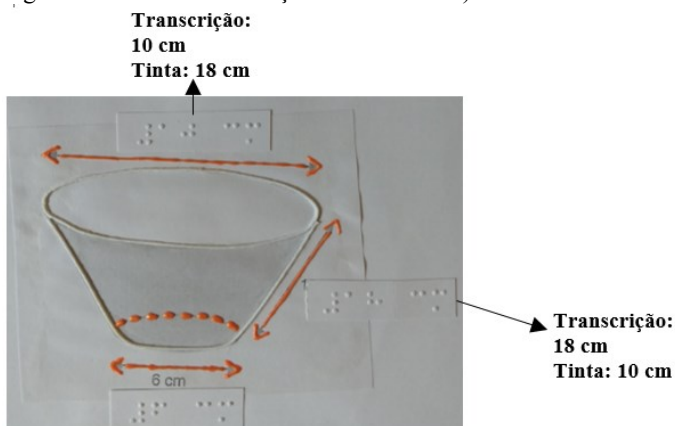
A – Sim. Só usando aquela alí, né? (ela se relaciona ao objeto concreto)¹¹⁵.

Quando a estudante tenta mostrar a base do tronco do cone na figura transcrita ela apenas indica um arco da frente da transcrição (em cordonê) e não a parte pontilhada (em cola colorida), ou seja, não houve uma compreensão sobre esta unidade figural pela transcrição, como percebemos na Figura 68.

As unidades figurais raio menor e altura também não foram identificadas pela transcrição. Após o auxílio da pesquisadora à estudante e as devidas correções, os valores são substituídos na fórmula e sem muitos problemas, a área externa do vaso é calculada como solicitava a atividade. Isso não nos leva a dizer que houve compreensão por parte da estudante frente ao formato pouco acessível da transcrição que acarretaram em unidades figurais não identificadas.

Outro ponto desta questão refere-se novamente, a um erro de transcrição. Na Figura 69, mostramos os valores transcritos e a confusão gerada:

Figura 69 - Erro de transcrição na atividade d)



Fonte: Adaptado de Farago (2016c, p. 73).

Como já mencionado no Encontro 6, os erros de transcrição não são comuns, tanto que na análise da transcrição destes dois volumes em Braille, contabilizamos apenas dois destes erros. Mesmo assim, alertamos para o

¹¹⁵ Anotação da pesquisadora.

favorecimento de resoluções equivocadas por parte da estudante devido a estes erros. Nos indagamos, como já mencionado, quanto a frequência em que eles aparecem de maneira geral no livro didático como também, em relação ao impacto nas discussões em salas de aula pela presença destes erros e dos equívocos que podem gerar na aprendizagem.

No Quadro 15 abaixo, elencamos os pontos relevantes deste derradeiro Encontro.

Quadro 15 - Quadro Síntese do Encontro 10

| Pontos Relevantes | Indagações |
|--|---|
| 1.A necessidade do registro figural | Subordinação à apreensão háptica e uso simultâneo dos registros figurais e discursivos; predominância da dimensão 2D em relação à 3D; dificuldade no uso dos materiais para transcrição sem eficiência. |
| 2.Dificuldade com valores transcritos | Registro discursivo sem informações sobre as unidades figurais elementares; possibilidade de padronização ou codificação de algumas transcrições. |
| 3.Reconhecimento de formas e percepção | Não reconhecimento de uma face do objeto transcrito; tato X registro discursivo. |
| 4.Elementos semióticos “extras” na transcrição | Dificuldade para reconhecer valores das unidades significantes; possibilidades de codificação para as transcrições. |
| 5.Objeto concreto | Objeto próximo da realidade: Relação com o Saber. |
| 6.Planificação X Percepção | Desconstrução dimensional contrária à percepção; não trabalhada na escola. |
| 7.Relação do objeto transcrito com o objeto concreto | Dificuldade para a compreensão da unidade figural pela transcrição. |

Fonte: A autora.

Diante de tudo o que foi explanado nestes dez Encontros de acompanhamento com o Livro Didático em Braille, muitas foram as percepções e constatações relacionadas à aprendizagem da estudante cega e elas culminam em um questionamento recorrente e que muito nos mobilizou nesta pesquisa: por que elaborar um material para uma estudante cega a partir do material de quem enxerga?

No nosso entendimento, percebemos pelos arcaouços teóricos que utilizamos, que todo e qualquer material didático elaborado para o estudante cego precisa levar em conta as particularidades da sua aprendizagem. Para o caso da matemática, algumas diferenças semio-cognitivas foram indicadas nesta pesquisa, mas temos em mente que muitas outras precisam ser investigadas no mesmo grau de aprofundamento e parcimônia. Caminharemos assim, na direção de uma Educação Matemática mais inclusiva e não excludente.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vinda do latim, *con* e *sidus* que significam, respectivamente, “junto” e “estrela”, a palavra considerar nos remete à análise de algo para definir um destino, segundo o que nos dizem os povos romanos da Antiguidade¹¹⁶. Estes povos acreditavam que, ao olhar as estrelas e analisar como estas se posicionavam, encontrariam o seu destino ou a solução para um problema. Sendo assim, tomamos este trabalho, metaforicamente, como um céu de estrelas diante dos apontamentos, inferências e constatações na busca do nosso destino, os objetivos almejados.

Quando iniciamos esta investigação jamais pensaríamos em tantas indagações que seriam produzidas. É verdade que tratamos com apenas uma estudante cega, o que não nos permite generalizações, se bem que consultamos uma variedade enorme de documentos, artigos, leis, livros etc. Por este motivo, essa sessão poderia ser chamada de uma sessão de indagações mais do que de conclusões.

Para evitar a confusão com termos linguísticas que são tratados por diversos autores neste trabalho, muitas vezes com sentidos semelhantes, vamos usar dois deles com muita frequência nesta sessão e iremos nos ater aos sentidos que são dados por Bosch e Chevallard na relação que estabelecem entre os *objetos ostensivos e não ostensivos* ao afirmarem que:

Os objetos *não ostensivos* são, deste modo, todos esses “objetos” que, como as ideias, as intuições ou os conceitos, existem institucionalmente – no sentido onde a ele é atribuído uma existência – sem, no entanto serem vistos, ditos, entendidos, percebidos ou mostrados por eles mesmos: eles só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos associados (uma palavra, uma frase, um grafismo, uma escrita, um gesto ou todo um longo discurso) (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 88).

Esta relação entre esses objetos aprofunda-se ainda mais na afirmação seguinte desses mesmos autores:

¹¹⁶Disponível no dicionário etimológico virtual em <http://origemdapalavra.com.br/palavras/haste>. Acesso em mar. 2019.

[...] não existe ostensivos sem os não ostensivos, tanto é que os objetos ostensivos que nossa relação a eles (em particular nossa capacidade de identificar, antes mesmo de manipular) são o produto de uma construção institucional – e, deste modo, o fruto de uma aprendizagem (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 92).

No nosso **levantamento**¹¹⁷ durante as sessões de acompanhamento nos anos de 2015 e 2016, constatamos alguns pontos que consideramos importantes numa perspectiva semiótica e didático-pedagógica. Estes apontamentos chamaram a nossa atenção para algumas dificuldades na aprendizagem em matemática da estudante cega e para as diferenças em relação à aprendizagem de quem enxerga. Mencionamos, a seguir, aquelas de maior relevância e incidência.

- O aumento no número de caracteres em Braille em relação à tinta e a escrita linear de expressões fracionárias.

Em relação ao aspecto do aumento no número de caracteres, mencionamos algumas situações: em expressões do tipo $y = \frac{x+1}{2}$, para trabalhar os conceitos de função inversa e função composta; na escrita dos sistemas lineares; no cálculo da inversa de uma matriz; em expressões fracionárias que envolvem o conceito de fatorial e de números binomiais. O número aumentado de caracteres resulta numa maior opacidade no acesso ao objeto de saber. Em Duval (2004b, p. 53) percebemos que, para o caso de quem enxerga, o fenômeno da não congruência semântica pode acarretar em atrasos e bloqueios na aprendizagem em matemática. Nos parece que para o caso da estudante cega, esse fenômeno também pode acontecer, pois basta analisarmos a situação do aumento do número de caracteres e confrontarmos com o fato do tempo de leitura desta estudante que, tanto é mais lento quanto mais cansativo do que a leitura em tinta (NOLAN; KEDERIS, 1969, p. 70; GIL, 2000, p. 45; OCHAITA; ROSA, 1995, p. 190). Para ilustrarmos esta situação, analisamos o exemplo da leitura da definição de função Polinomial (Encontro 5), em que a expressão em tinta tinha 43 caracteres e em Braille 70 caracteres. Neste caso, o número aumentado de 27 caracteres da tinta ao Braille pode ter levado a

¹¹⁷ Os termos em negrito remetem, na ordem em que são pontuados, aos objetivos específicos mencionados nas Considerações Iniciais desta Tese.

estudante a não conseguir exemplificar uma função polinomial, não compreendendo assim o conceito trabalhado. É importante lembrarmos que não mencionamos nesta Tese todos os objetos matemáticos em que o número aumentado de caracteres se faz presente, mas mostramos sérios indícios para que outras situações, além dessas apresentadas, sejam analisadas com parcimônia pelo professor de matemática.

Este mesmo aspecto também é percebido na escrita de expressões fracionárias e, para este caso, em especial, o alerta volta-se tanto para o número aumentado de caracteres quanto para a mudança na espacialidade destas expressões. As expressões fracionárias em tinta são escritas bidimensionalmente e, desta forma, permitem a visualização imediata dos numeradores e denominadores da expressão, mesmo porque, as pessoas que enxergam têm também uma visão global desta forma bidimensional, o que não acontece na escrita de expressões fracionárias em Braille. Além da escrita em tinta ser transcrita em Braille na forma linear (em uma única linha quando não a ultrapassa) que rompe com a bidimensionalidade da forma em tinta, para o traço ou barra da fração é utilizado um mesmo símbolo que é o símbolo da operação de divisão em Braille.

No aspecto relacionado aos numeradores e denominadores, como a leitura da estudante cega se dá de forma tátil e sequencial, há uma lenta diferenciação entre estes elementos, pois a escrita linear dificulta a organização sintática dos registros literais. Duval (2004b, p. 63) nos alerta que há a significância por traz dos signos que compõem uma representação e que dependendo do acesso ao significante, o significado será prejudicado. O traço ou barra da fração é identificado por Duval (2004b, p. 97) como uma problemática no caso de quem enxerga, uma vez que, por si só, ele não designa o objeto de saber, culminando em um custo para a aprendizagem, pois modifica o significado e a referência da escrita posicional ao objeto. No caso da estudante cega, além da escrita ser linear e dificultar a identificação do numerador e denominador, há um signo (símbolo de divisão) que remete a uma operação e não ao objeto de saber fração.

Tanto o aumento de caracteres quanto a forma da expressão apresentada em Braille dificultam o acesso ao objeto ostensivo, uma vez que os tratamentos a serem realizados exigem o reconhecimento de elementos que não são transparentes.

- Limites e avanços do Código Matemático Unificado - CMU.

Outro ponto marcante do acompanhamento é que a estudante cega não lembra de certos elementos da linguagem formal matemática

presente no CMU. Neste acompanhamento, levantamos que certos símbolos relacionados a conceitos matemáticos não eram conhecidos, tais como, arco, ângulo, logaritmo etc. Esta mesma situação ocorre posteriormente no acompanhamento com o Livro Didático em Braille (Capítulo 6) em que percebemos que o desconhecimento dos símbolos se alastra para outros casos. Isso pode ter levado, por exemplo, a estudante a não compreender a definição de Equação Polinomial uma vez que diversos símbolos que ela não conhecia apareciam nas questões. Neste caso, o alerta se faz, pois a partir do momento em que os símbolos em Braille não são identificados pode haver um impedimento na designação do objeto do saber e assim, na função referencial da língua (DUVAL, 2004b, p. 88). Como consequência, a compreensão do objeto de saber poderá ficar comprometida.

Percebemos então, a necessidade do trabalho com os símbolos matemáticos em Braille do CMU em sala de aula com mais frequência, seja pelo professor de matemática ou na sala de AEE (Atendimento Educacional Especializado), pois constatamos na entrevista com a professora alfabetizadora do Estado que os símbolos de matemática em Braille não são revistos durante a vida estudantil.

As problemáticas levantadas pela breve análise do CMU, tanto pelas suas faltas como pelos seus excessos no que cerca a linguagem matemática em Braille nesta Tese, nos levam a reiterar nesta pesquisa, o que havia sido indicado em Anjos (2015, p. 133): a necessidade urgente de revisão do Código.

- Alcances e limitações do Sistema Braille.

Outro ponto de destaque está relacionado à limitação de registros em Braille no papel. Percebemos assim, que alguns registros de representação não eram produzidos pelas mãos da própria estudante cega, tanto pela dificuldade de escrita na máquina Braille de algumas representações em matemática (por exemplo, o algoritmo da divisão, operações em figuras geométricas, matrizes, alguns tipos de tabelas) como também, pela valorização dada por ela mesma, aos cálculos mentais. Percebemos que a dificuldade encontrada em representar alguns conceitos matemáticos no papel, geralmente, pela demora na execução desta tarefa, fez a estudante tratar alguns conceitos apenas pela via das representações mentais e não semióticas. A dificuldade na produção das representações semióticas impediu, em certos aspectos, o acesso aos objetos de conhecimento, tendo em mente, a necessidade de transitar entre variados registros de representação para acessar estes objetos (DUVAL, 2004b, 2011). Em muitas situações, os cálculos

mentais feitos pela estudante não alcançavam o resultado esperado, o que causava certa insatisfação e, como consequência disso, para determinados conceitos, o desinteresse em aprender aumentava, caso que pode ocorrer conforme prevê Charlot (2000, p. 70).

A escrita linear de expressões que em tinta são bidimensionais, como no caso das frações, o número aumentado de caracteres da tinta ao Braille, também exemplificado pelas expressões fracionárias, as limitações impostas pela escrita em Braille de algumas produções semióticas de objetos ostensivos e a apreensão perceptiva tátil de desenhos que devem se reconfigurar em figuras geométricas são alguns dos indicativos aos quais precisamos nos atentar na aprendizagem de matemática para estudantes cegos. Habituada com a leitura linear tátil, a imagem com uma profusão de elementos táteis de diferentes texturas em uma estrutura bidimensional não favoreceu a identificação dos objetos ostensivos necessários à resolução do problema geométrico pela estudante cega. O objeto ostensivo é de fato ostensivo para o caso do estudante cego?

Nestas constatações também não deixamos de perceber certas questões que procuraremos discutir a seguir. A primeira delas diz respeito ao Livro Didático em Braille.

Em todo o desenrolar do trabalho, estivemos atentos ao alerta dado por Duval (2004b, 2011, 2012a) para a necessidade que haja, além da **variedade de registros de representação**, a coordenação entre eles para que se alcance a compreensão em matemática.

Para alguns casos, como por exemplo, os histogramas estudados no Encontro 8 (Ver Figura 51) ou mesmo a planificação do paralelepípedo retângulo presente no Encontro 1 (Ver Figura 21), a estudante não tinha possibilidade de produzir o registro. Já para outros casos, ela teve a dificuldade de acessar o próprio objeto ostensivo de ensino, ou seja, algo ainda anterior ao acesso ao objeto não ostensivo do saber, como foi o caso da definição da Equação Polinomial presente no Encontro 5. Ainda em outros casos, como no Encontro 6, a estudante ao ter o desenho disponibilizado no registro figural em Braille, não conseguiu realizar possíveis modificações no desenho que permitissem uma reorganização perceptiva tátil e assim, o acesso a propriedades geométricas que só a figura do triângulo retângulo o permitiria.

Diante de todos estes exemplos, podemos inferir que, mesmo com uma diversidade de registros sendo apresentada a estudante em seu material didático em Braille, para alguns deles há a necessidade de modificações visto o acesso diferenciado dessa estudante em alguns

objetos ostensivos pela forma como são transcritos para o Braille como, por exemplo, nos casos: - das figuras geométricas em 3D (Encontros 1, 4 e 10), em que percebemos que a apreensão perceptiva tátil por conta de leis gestálticas e por dificuldades na leitura de imagens tridimensionais em tinta transcritas para o Braille já assinaladas por Cronicle e Thompson (2008, p 77), interfere no acesso ao registro figural da estudante; - da falta das linhas de grades horizontais impossibilitou o acesso ao número que representa a frequência no histograma.

No caso específico da matemática, várias situações requerem o uso da linguagem escrita, como por exemplo, resolver equações, criar traços em figuras, elaborar esquemas, esboçar gráficos, pois, como nos colocam Duval e Moretti (2018, p. 99), “a matemática afigura-se como uma prática principalmente escrita e não oral da língua”. O papel da língua em matemática se dá tanto como registro semiótico fundante como quando acontece uma coordenação cognitiva com outros registros de representação, como os gráficos e as escritas simbólicas (Ibidem). Mesmo tendo pontuado que alguns registros no papel não são possíveis de serem feitos em Braille devido a limitações da máquina Braille, estes podem ser lidos em materiais transcritos para o Braille. Em alguns pontos deste trabalho como no Encontro 1, mencionamos que a coordenação de registros de representação, no caso, a língua natural e o registro figural se fez necessária para o acesso ao objeto de saber pela estudante cega. No caso do Encontro 1 e da Figura 21 do paralelepípedo retângulo não houve acesso ao objeto, uma vez que apenas aconteceu a designação pura e não o acesso às propriedades, categorizações ou descrições.

As **diferenças semio-cognitivas** observadas no Livro Didático em Braille nos levam a uma questão fundamental que diz respeito ao acesso aos objetos de saber em matemática pela estudante cega. Pontuamos, inicialmente, as diferenças semio-cognitivas percebidas no acesso às figuras geométricas tridimensionais. Estas diferenças foram apontadas em vários encontros. No caso em que se tratava do paralelepípedo retângulo (Encontro 1), a estudante sabia da figura geométrica apresentada, pois estava dito no enunciado. No entanto, ela não conhecia propriedades do objeto geométrico em questão, demonstrando que o que foi tateado não a fazia lembrar de nada do seu cotidiano ou mesmo do que já tateou em outros textos matemáticos. Como ela lembraria de algo da qual não possui lembrança tátil?

Como esperado, tendo apenas acesso à palavra e não ao registro figural pela opacidade do objeto ostensivo transcrito, percebemos que a

estudante não acessou o objeto do saber em matemática no que se refere à figuras geométricas tridimensionais. Em matemática a palavra faz parte de um léxico que não é comumente utilizado pelos estudantes e neste caso, ele, por si, se transforma em objeto de aprendizagem (DIONISIO, BRANDT E MORETTI, 2014, p. 518) o que pode acontecer tanto para o estudante cego como para aquele que enxerga. Mesmo porque, pelo que indica Duval (2004b, 2011), precisamos transitar de forma coordenada por, no mínimo dois registros de representação, para compreender o objeto de saber. Na situação anterior, percebemos o uso simultâneo de dois registros de representação, citados por Duval (2004b, p. 155) pelo poder de sinergia que demonstram ter, mas para o caso da estudante cega, como a apreensão perceptiva tátil foi transcrita mostrando distorções pela lei gestáltica de continuidade, a figura geométrica, além de não remeter a nada conhecido, por fim é classificada pela estudante como algo “*pior para se imaginar.*” Em outra situação (Encontro 10), mesmo com o enunciado em mãos, a estudante cega se posicionou negativamente ao que foi apresentado como enunciado afirmando “*me recuso a acreditar que isso é um quadrado*”. Quanto a isso, Duval (2005, p. 6) nos alertou mencionando que as propriedades qualitativas da figura podem estar enraizadas naquilo que a percepção imediata transparece, o que parece ter acontecido com a estudante cega.

Resumidamente, a transcrição que é realizada se utiliza de uma perspectiva linear para mostrar um objeto tridimensional sem recorrer aos artifícios apontados por Gomes Filho (2008, p. 45) para transmitir a ideia de volume, como a utilização de texturas que possam identificar a tridimensionalidade e nem mesmo, a sinergia entre os registros figurais e discursivos permitiu o acesso ao objeto do saber. Isso não nos faz inferir que a simultaneidade entre estes dois registros não serve para o caso da estudante cega, mesmo porque, no Encontro 5, ela nos apontou que o registro figural serviu para “*dar uma boa auxiliada*”, mesmo não fazendo com que ela acesse o objeto. O que nos faz repensar sobre a forma como os registros discursivos têm aparecido no material e com certeza, na dificuldade imposta pelo registro figural tridimensional.

No caso do livro didático em Braille, percebemos que não há uma padronização nas transcrições feitas, como exemplo. No caso do Encontro 10, em que, a maioria das figuras foi transcrita fazendo uso de cola colorida e pontos em Braille, diferentemente do Encontro 1, em que a figura geométrica também tridimensional, foi transcrita inteiramente em pontos do Braille. Essa diferença, notada não apenas nestes dois Encontros, nos fez pensar na ideia de padronização ou mesmo,

codificação. Para alguns casos, como a tridimensionalidade, os objetos transcritos poderiam seguir uma “lógica de transcrição”, como por exemplo, utilizar Cola Colorida para a transcrição da base ou das laterais da figura. O que propomos, permitiria assim, criar um repertório para o estudante cego, o que poderia ser explicado no próprio livro em Braille no início da sessão. Importante pontuar que não estamos falando de padronizar formas geométricas, criando o “corpus” criticado por Duval (2005, p. 6) a serem apresentadas no material didático e sim, criando um repertório que permitiria um acesso orientado ao objeto ostensivo do registro figurar.

Ainda mencionando as figuras geométricas tridimensionais, pontuamos o que foi percebido nos Encontros 4, 5 e 10, como uma possível estratégia de apresentação dos objetos tridimensionais, a utilização de material concreto juntamente à representação semiótica transcrita tendo detectado às fragilidades de acesso aos objetos até aqui mencionados. Em vários exemplos discutidos nos Encontros, a estudante cega mostrou dificuldades no acesso ao objeto pelo uso da representação semiótica transcrita ao Braille, mas ao apresentarmos um objeto concreto, como no caso da vela em forma de cubo (Encontro 4), a estudante mostrou compreender o que estava sendo proposto. A vela na forma de cubo é um objeto real e permitiu induzir o acesso ao objeto ostensivo cubo. Esse exemplo poderia nos indicar um caminho para o uso de materiais concretos pelo professor de matemática em classes inclusivas com estudantes cegos?

Em outro ponto, chamamos atenção para um caso que não seria visto como dificuldade para o estudante que enxerga, pois pode ser considerada uma atividade bastante rotineira, mas que pelas especificidades da estudante cega, foi um ponto gerador de empecilhos e dificuldades que julgamos importante comentar. Na questão apresentada no Encontro 8, em que a estudante cega gastou 35 minutos na elaboração de uma tabela de frequência nos colocamos a discutir o quanto é relativo à facilidade ou dificuldade de uma tarefa do ponto de vista cognitivo e semiótico. A estudante demonstrou cansaço na execução da tarefa, dizendo que “*Vai cansando, depois de um tempo. Ficar passando e passando*”. Pensamos no quanto uma tarefa aparentemente simples para quem enxerga pode causar desconfortos, cansaço e, porque não dizer, desmotivação para a estudante cega que errou vários itens da questão, mesmo tendo entendido a ideia sobre o conceito de frequência. Assim, como indicado por Charlot (2000, p. 55), a desmotivação pode influenciar na aprendizagem matemática desta estudante, sendo um fator externo envolvendo a **Relação com o Saber**

estabelecida no contato com o material didático em Braille e o saber-objeto.

Este fato e os tantos apontamentos feitos com esta Tese reforçam a nossa ideia: o livro da estudante cega deve ser pensado levando em conta as especificidades do funcionamento cognitivo e semiótico da sua aprendizagem em matemática e não ser elaborado levando em conta o material de quem enxerga. Mesmo porque a própria estudante menciona a sua insatisfação e desaprovação com o Livro Didático em Braille dizendo que *“muitas coisas ali, são apenas escritas para os cegos, mas não explicadas como deve ser. É como se um vidente fosse ler Braille”*.

Toda esta análise leva em consideração a possibilidade de existência do Livro Didático em Braille nas classes inclusivas. Assumindo que esta não seja a realidade de algumas classes, as dificuldades aumentam consideravelmente e a discussão se volta para a forma de inclusão que se propõe em nossas classes regulares de ensino, que almejam a inclusão.

Diante de tudo que foi exposto e discutido, não foi uma tarefa simples colocar um ponto final neste trabalho, mas precisamos fazê-lo. Gostaríamos então, de dar continuidade a este último Capítulo com um relato pessoal bastante tocante e que nos permite refletir sobre um dos pontos ainda não tratados nessas considerações: **a formação docente**. Em um dos vários seminários dos quais fomos convidados a ministrar no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina nas disciplinas de Seminários I e II durante os anos de 2014 a 2018, uma das estudantes de matemática solicitou a palavra e nos alertou com a seguinte colocação: *“se eu não tivesse ouvido o seu seminário, eu não teria noção que poderia encontrar um estudante cego em sala de aula”*. O alerta que havia sido aceso em nossa mente desde uma disciplina cursado em 2005 (LIBRAS), havia sido aceso a esta estudante no último momento de sua graduação no ano de 2016. Isso nos fez refletir novamente, o que ainda falta em nossa formação para que possamos caminhar na direção de pensarmos a inclusão enquanto estamos nos formando professores? Sabemos que o que acontece ainda em nossos cursos de formação docente não está voltado, na sua maioria, para o perfil de aprendizagem do sujeito, assim como, para preparar o graduando para receber em classes regulares de ensino, um sujeito idealizado e padronizado pela lógica da normalidade (BOCK; NUERNBERG, 2018, p. 8).

A formação diz respeito também à forma como o professor lida com a diversidade em classes regulares. Citamos a situação em que a

estudante cega se mostrou insatisfeita na sua relação com o professor, quando ele ia ao quadro e explicava a resolução de um problema, por exemplo, usando os termos “*ah, esse vezes esse*”, sem ter a preocupação de ditar os números os quais estava querendo se relacionar. Essas simples atitudes diárias e corriqueiras podem impactar negativamente na relação dessa estudante cega com o saber, pois ao não ter um incentivo vindo de fora, a estudante pode sentir-se desmotivada, uma vez que a motivação é um movimento que acontece de fora para dentro no sujeito (CHARLOT, 2000, p. 55).

É papel também do professor permitir formas de acesso diferenciadas a alguns conhecimentos para desenvolver a autonomia da estudante, o conhecer pelas próprias mãos, pela sua própria capacidade que precisa ser evidenciada. Acreditamos que materiais adaptados, calculadoras que falam ou mesmo o Multiplano podem gerar autonomia e assim, alterar a **Relação com o Saber** matemático que ela estabelece.

Como acreditamos no caráter inacabado de uma Tese, pensamos que vários pontos podem, a partir deste trabalho, serem estudados e assim, ampliadas as discussões. Uma temática que fica em aberto para futuros trabalhos é a questão do acesso ao objeto de saber em matemática aos estudantes com baixa visão ou cegueira adquirida, já que neste trabalho focamos na questão da cegueira congênita. Enfatizando as discapacidades (TORRES, MAZZONI & MELLO, 2007) até das deficiências semelhantes, inferimos que existem importantes diferenças a serem levadas em consideração na aprendizagem destes estudantes que apresentem a cegueira adquirida em idade infantil ou adulta e também daqueles que possuem a baixa visão.

Pontuamos ainda que, os estudos apresentados nesta Tese não esgotam o assunto, mas caminham na direção de contribuir para uma discussão com o entorno escolar envolvidos com a educação de estudantes cegos em matemática no que cerca algumas das especificidades que não podem ser negligenciadas nem durante as aulas de matemática, nem durante a elaboração do material didático de matemática em Braille.

Encerrando e abrindo os horizontes, sabemos que, em um trabalho como esse, nada se fecha, apenas se expande como novo pensamento. Pensamos que precisamos avançar na direção de uma mudança que não nos paralise com o novo ou desconhecido e que, para cada sentido que se impor uma dúvida, possamos primar, em todos os sentidos, pelo conhecimento. Nada há de mais vital e libertador que o conhecer. Afinal, como mencionado no título do trabalho: O QUE SE REVELA QUANDO O OLHAR NÃO ALCANÇA?

REFERÊNCIAS

AMIRALIAN, Maria Lúcia Toledo Moraes. Sou cego ou enxergo? As questões da baixa visão. **Educar**, n. 23, p. 15-28, 2004.

ANDRADE, Aécio Alves; SILVA, Diego Mendes da. O ensino de funções matemáticas para alunos deficientes visuais utilizando o multiplano como ferramenta de ensino. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-10. 2013.

ANDREZZO, Karina Laguna. **Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual**. 230fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

ANJOS, Daiana Zanelato dos. Tenho um Aluno Cego, e Agora? Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

_____. **Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em Braille**. 161fl. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

ANJOS, Daiana Zanelato dos; MORETTI, Mérciles Thadeu. Ensino e Aprendizagem em Matemática para Estudantes Cegos: Pesquisas, Resultados e Perspectivas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação**, v. 10, n. 1, p. 15-22, 2017.

ANJOS, Daiana Zanelato dos; MORETTI, Mérciles Thadeu. La relación con el saber matemático: el caso de un estudiante ciego en clase inclusiva. **Paradigma**, aceito para publicação, 2019.

ARAUJO, Enio Gomes. **Intervenções de um professor de matemática cego**. 148fl. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e

Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Sergipe, Sergipe, 2011.

ARAÚJO, Suellem Paula Ferreira *et al.* Dificuldades do ensino de matemática para cegos segundo a opinião de docentes. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-10. 2010.

ARRUDA, Joseane Pereira; MORETTI, Mércles Thadeu. Cidadania e matemática: um olhar sobre os livros didáticos para as séries iniciais do ensino fundamental. **Contrapontos**, v. 2, n.6, p. 423-438, 2002

BANDEIRA, Maria Salete Chalub *et al.* Das dificuldades às possibilidades: desafios enfrentados para a inclusão de uma aluna cega nas aulas de matemática no ensino médio. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-15. 2013.

BANDEIRA, Maria Salete Chalub. **Olhar sem os olhos: Cognição e aprendizagem em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial de docentes de matemática.** 489fl. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso, Mato Grosso, 2015.

BARBOSA, Paula Marcia; PEREIRA, Roberta Almeida; REZENDE, Jovana Ferreira de. Metodologias de ensino de geometria e aritmética para deficientes visuais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, V, 1995. **Anais...** ENEM, Aracaju. p. 223-224. 1995.

BARBOSA, Cintia Maria; TÁBOAS, Plínio Zornoff. Sítio de matemática com acessibilidade a deficientes visuais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-12. 2010.

BARBOSA, Paula Marcia *et al.* Introduzindo a análise combinatória no ensino fundamental com adaptações para deficientes visuais e surdos. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, VI, 2015. **Anais...** SIPEM, Goiás. p. 1-12. 2015.

BATISTA, Rosana Davanzo; LOPES, Endrius Robert; PINTO, Glauca Uliana. A alfabetização de alunos cegos e as tendências da desbrailização: uma discussão necessária. **Revista Ciência Educação**, ano XIX, n. 37, p. 179-194, jan./jun. 2017.

BAUER, Corina M. *et al.* Multimodal MR-imaging reveals large-scale structural and functional connectivity changes in profound early blindness. **PloS One**, v. 12, n. 3, p. 1-26, 2017.

BENVENISTE, Émile. **Problemas de Linguística Geral II**. 2ª ed. Campinas, São Paulo: Pontes Editores, 2006.

BEZERRA, Claudia Maria Caixeta. **BR Braille: programa tradutor de textos Braille digitalizados para caracteres alfanuméricos em português**. 123fl. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2003.

BIANCHETTI, Lucídio; DA ROS, Silvia Zanatta; DEITOS, Teresinha Pelliccioli. As novas tecnologias, a cegueira e o processo de compensação social em Vygotski. **Ponto de Vista**, v. 2, n. 2, p.41-47. 2000.

BOCK, Geisa Letícia Kempfer; NUERNBERG, Adriano Henrique. As concepções de deficiência e as implicações nas práticas pedagógicas. In: Congresso de Educação Básica, VIII, 2018. **Anais...** COB, Florianópolis. p. 1-10. 2018.

BOSCH, Mariana; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, v. 19/1, p.77-124. 1999.

BRANDÃO, Jorge Carvalho; LIRA, Ana Karina M. Deficiência visual e o ensino de geometria. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-10. 2010.

BRANDÃO, Jorge Carvalho. Discalculia, deficiência visual e o ensino de geometria. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-7. 2010.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu; BASSOI, Tânia Stella. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n. 2, p.479-503. 2014.

BRASIL. **LEI nº 4.024**, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. Lei de Diretrizes e Bases da Educação-LDB. Brasília, DF, 1961

_____. **Constituição** (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

_____. **LEI nº. 9394**, de 20 dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, Diário Oficial, 1996.

_____. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **LEI Nº 10.172**, de 9 de Janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação. Diário Oficial: 10/01/2001. 2001a.

_____. Secretaria da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**. Brasília: CNE/CEB, 2001b.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**. Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira et al. Brasília: MEC/SEESP, 2006a.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Saberes e práticas da inclusão: desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos cegos e de alunos com baixa visão**. Brasília: MEC/SEESP, 2006b.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Normas Técnicas para textos em Braille**. Brasília: MEC/SEESP, 2006c.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

_____. Secretaria de Direitos Humanos. **Faz publicar a Resolução n. 1 de outubro de 2010, do Conselho Nacional dos Direitos da Pessoa Portadora de Deficiência - CONADE.** Brasília: SEDH, 2010.

_____. Secretaria dos Direitos Humanos. **Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência.** Brasília: SEDH, 2012.

_____. Secretaria da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica.** Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.

_____. **LEI N° 13.005**, de 25 de Junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação. Brasília, Diário Oficial: 26/06/2014. 2014a.

_____. Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino. **Planejando a próxima década: conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação.** Brasília: MEC/SASE, 2014b.

_____. **LEI N° 13.146**, de 6 jul.2015. Dispõe sobre a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. Brasília, Diário Oficial: 7/7/2015. 2015.

_____. INEP. **Censo Escolar da Educação Básica 2016.** Disponível em: <http://download.inep.gov.br>. Acesso em: out. de 2017. 2017.

_____. INEP. **Censo Escolar da Educação Básica 2018.** Disponível em: <http://download.inep.gov.br>. Acesso em: mar. de 2019a.

_____. IBGE. **Censo Demográfico.** Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>. Acesso em: mar. de 2019b.

CARDEAL, Márcia. Imagem e invisualidade. A leitura tátil de ilustrações em relevo. In: Encontro da Associação Nacional de Pesquisadores em Artes Plásticas, 18º, 2009. **Anais...** ANPAP, Salvador. p. 3.562-3.571. 2009.

CARDOSO, Virginia Cardia; LOURENÇO, Lucas Ramos. O conceito de inclusão de deficientes visuais num contexto do ensino de matemática de uma escola da região do ABC. In: Encontro Nacional de

Educação Matemática, XI, 2013. **Anais... ENEM**, Curitiba. p. 1-15. 2013.

CAZORLA, Irene; KATAOKA, Verônica Yumi; VITA, Aida Carvalho. A construção de pictogramas por alunos cegos. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, V, 2012. **Anais... SIPEM**, Rio de Janeiro. p. 1-16. 2012.

CERVA FILHO, Osmar Antônio. **Educação matemática e o aluno cego: ação docente frente à inclusão**. 135fl. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Rio Grande do Sul, 2014.

CERQUEIRA, Jonir Berchara; PINHEIRO, Claudia Regina Garcia; FERREIRA, Elise de Melo Borba. **Benjamin Constant**, ano 20, edição especial, p. 29-47. 2014.

CÉZAR, Nilza dos Santos Rodrigues. Deficientes visuais e a construção do conhecimento matemático da ideia de função. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais... ENEM**, Curitiba. p. 1-10. 2013.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul. 2000.

_____. Relação com o saber e as contradições de aprender na escola. **Revista Ensino Interdisciplinar**, v. 2, n. 6, p. 11-19. 2016.

CROCHÍK, José Leon. Educação Inclusiva e Preconceito. In: MIRANDA, Theresinha Guimarães; GALVÃO FILHO, Teófilo Alves (Orgs.). **O professor e a educação inclusiva: formação, práticas e lugares**. Salvador: EDUFBA, p. 39-59. 2012.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2000.

DIDEROT, Denis. **Textos escolhidos** / Diderot; traduções e notas de Marilena de Souza Chauí, J. Guinsburg. — São Paulo: Abril Cultural, 1979.

DINIZ, Debora; BARBOSA, Livia; SANTOS, Wederson Rufino dos. Deficiência, Direitos Humanos e Justiça. **Revista Internacional de Direitos Humanos**: São Paulo, v. 6, n. 11, p. 64-77. 2009.

DIONIZIO, Fátima Queiroz; BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. Emprego das funções discursivas da linguagem na compreensão de erros de alunos em uma atividade que envolve noções de trigonometria. **Perspectivas da Educação Matemática**: Mato Grosso do Sul, v. 7, p. 513-536, 2014.

DUARTE, Maria Lúcia Batezat. O desenho como elemento de cognição e comunicação ensinando crianças cegas. In: 27º Reunião Anual da Anped, 2004. **Anais...Reunião Anual da Anped**, Minas Gerais. p. 1-17. 2004.

_____. Diário de Manu: revelando a aprendizagem do desenho por uma criança cega. In: Encontro Nacional da Associação Nacional de Pesquisadores em Artes Plásticas, XIV, 2005. **Anais...ANPAP**, Goiás. 2005.

DUVAL, Raymond. L'apprentissage de l'algebre et le probleme cognitif de la designation des objets. **IREM**: Nice, v. 4, n. 13-16, p. 1-30, 2002.

_____. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. de (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papyrus, p. 11-33, 2003a.

_____. Décrire, visualiser ou raisonner: quels “aprentissages premiers” de l’activité mathématique? **IREM**: Strasbourg, v. 8, p. 13-62, 2003b.

_____. **Los problemas fundamentales em el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores em el desarrollo cognitivo**. Colômbia: Instituto de educación e pedagogia, 2004a.

_____. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Suisse: Peter Lang, 2004b.

_____. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. **IREM**: Strasbourg, v. 10, p. 5-53, 2005.

_____. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e Ensinar Matemática de outra Forma**. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>.

_____. Rupturas e Omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: História de uma sequência de atividades em geometria. In: BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu (Orgs.). **As contribuições da teoria dos registros de representação semiótica para o ensino e pesquisa na educação matemática**. Ijuí: Unijuí, p. 15-38. 2014.

_____. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 11, n. 2, 2016. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>.

_____. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 2, 2018. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: ensino médio, 3ª série**. V. 3. Curitiba: Positivo, 2012.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: ensino médio, 3ª série**. V. 4. Curitiba: Positivo, 2013.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: ensino médio, 3ª série**. V. 3. Parte A. Transcrição em Braille: CAP/Florianópolis. Curitiba: Positivo, 2016a.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: ensino médio, 3ª série**. V. 3. Parte B. Transcrição em Braille: CAP/Florianópolis. Curitiba: Positivo, 2016b.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: ensino médio, 3ª série**. V. 4. Parte A. Transcrição em Braille: CAP/Florianópolis. Curitiba: Positivo, 2016c.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Apropriação de noções sobre apropriação por aprendizes sem acuidade visual: uma análise Vygotskiana. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, II, 2003. **Anais...** SIPEM, São Paulo. p. 121. 2003.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Diálogos sobre simetria com aprendizes sem acuidade visual – uma análise vygotskyana. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII, 2004. **Anais...** ENEM, Pernambuco. p. 1-18. 2004.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito da simetria por aprendizes sem acuidade visual**. 322fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. O processo de inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática: as vozes dos autores. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, III, 2006. **Anais...** SIPEM, São Paulo. p. 27. 2006.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. As concepções de alunos cegos para os conceitos de área e perímetro. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2007. **Anais...** ENEM, Belo Horizonte. p. 1-1. 2007.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas**

associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. 262fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. O papel dos gestos nas práticas matemáticas daqueles que não podem ver: relações entre atividade semiótica e corporal. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, IV, 2009. **Anais...** SIPEM, São Paulo. p. 150-151. 2009.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu; SERINO, Ana Paula Albieri. Das relações entre figuras para relações em um espaço matematizável: as percepções de alunos cegos sobre transformações geométricas. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, V, 2012. **Anais...** SIPEM, Rio de Janeiro. p. 1-19. 2012.

FERRARI, Aída Lúcia; CAMPOS, Elisa. **De que cor é o vento?** Subsídios para ações educativo-culturais com deficientes visuais em museus. Prefeitura de Belo Horizonte. 2012.

FERREIRA, Leonardo Alves. As contribuições dos jogos matemáticos para a aprendizagem das operações fundamentais de alunos com deficiência visual. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-7. 2010.

FERRONATO, Rubens. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática.** 126fl. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

FIGUEIREDO, Fernando Jorge Costa. Duas crianças cegas congênitas no primeiro ciclo da escola regular. **Cadernos de Pesquisa**, v.40, n. 139, p. 95-119, 2010.

FIORIN, José Luiz; SAVIOLI, Francisco Platão. **Para entender o texto: Leitura e Redação**, 7º ed. São Paulo: Ática, 1993.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013.

GALVÃO FILHO, Teófilo. A Tecnologia Assistiva: de que se trata? In: MACHADO, G. J. C.; SOBRAL, M. N. (Orgs.). **Conexões: educação, comunicação, inclusão e interculturalidade**. 1 ed. Porto Alegre: Redes Editora, p. 207-235, 2009.

GIL, Marta (Org.). **Deficiência Visual**. Brasília/MEC. Secretaria de Educação à distância, 2000.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GOMES FILHO, João. **Gestalt do objeto: sistema de leitura visual da forma**. 8ª ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2008.

GONÇALVES, Sandro Salles. **Abordagem histórico-cultural em sala de aula inclusiva de Matemática: o processo de apropriação do conceito da função derivada por um aluno cego**. 175fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2014.

GUEDIN, Evandro. Hermenêutica e pesquisa em educação: caminhos da investigação interpretativa. In: Seminário Internacional em Pesquisas e Estudos Qualitativos, II, 2003. **Anais...** SIPEQ, São Paulo. p. 1-14. 2003.

GUIMARÃES, Marcia Alessandra Souza. **Análise da interação entre estudantes cegos e videntes em aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade mediada por uma maquete tátil**. 89fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia, 2014.

JESUS, Denise Meyrelles; EFFGEN, Ariadna Pereira Siqueira. Formação docentes e Práticas Pedagógicas. In: MIRANDA, Theresinha Guimarães; GALVÃO FILHO, Teófilo Alves (Orgs.). **O professor e a**

educação inclusiva: formação, práticas e lugares. Salvador: EDUFBA, p. 17-24. 2012.

JESUS, Edineia Terezinha de. **O aluno cego no contexto da inclusão escolar: desafios no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.** 166fl. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2016.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; ROSA, Fernanda M. C. da; TELLES, Pablo Vinícius F. Um caminhar à busca da inclusão: observações sobre aplicações de atividades adaptadas para o deficiente visual. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-10. 2013.

KATAOKA, Virginia Yumi; VITA, Aida Carvalho. O envolvimento de alunos cegos na construção de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-13. 2013.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática.** 396fl. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

KOFFKA, Kurt. **Princípios da Psicologia da Gestalt.** São Paulo: Cultrix. 1975.

LANNA JÚNIOR, Mário Cleber Martins (comp.). **História do Movimento Político das Pessoas com Deficiência no Brasil.** Brasília: Secretaria de Direitos Humanos. Secretaria Nacional de Promoção dos Direitos das Pessoas com Deficiência, 2010.

LEITE, Helen Castro Almeida; PALMEIRA, Cátia A.; PRANE, Bruna Z. D. Estabelecendo parcerias em busca da inclusão de alunos com deficiência visual. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-10. 2010.

LIRIO, Simone Barreto. **A tecnologia informática como auxílio no ensino de geometria para deficientes visuais**. 115fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2006.

MACHADO, Antonio. Poesias completas de Antonio Machado. In: GUTIÉRREZ, Francisco; PRADO, Cruz. **Ecopedagogia e cidadania planetária**. São Paulo: Cortez, p. 61-62, 2000.

MACHADO, Rosane do Carmo. **Descomplicando a escrita Braille: considerações a respeito da deficiência visual**. Curitiba: Juruá, 2009.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão Escolar: O que é? Por quê? Como Fazer?** São Paulo: Moderna, 2006.

MARCONE, Renato José de Souza. **Deficiencialismo: a invenção da deficiência pela normalidade**. 170fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2015.

MARCONE, Renato José de Souza. Desconstruindo narrativas normalizadoras. In: ROSA, Fernanda Malinosky Coelho da; BARALDI, Ivete Maria (Orgs.) **Educação Matemática Inclusiva: Estudos e Percepções**. Campinas: São Paulo, 2018.

MARCUSCHI, Luiz Antonio. **Análise da conversação**. São Paulo: Ática, 1986.

MARQUES, Ramiro. **História Concisa da Pedagogia**. Lisboa: Plátano, 2001.

MARTINS, Lúcia de Araújo Ramos. Reflexões sobre a formação de professores com vistas à educação inclusiva. In: MIRANDA, Theresinha Guimarães; GALVÃO FILHO, Teófilo Alves (Orgs.). **O professor e a educação inclusiva: formação, práticas e lugares**. Salvador: EDUFBA, p. 25-37. 2012.

MARTINS, Bruno Sena. A modernidade segundo Louis Braille. **Benjamin Constant**, ano 20, p. 11-22, nov. 2014.

MARTINS, Lúcia de Araújo Ramos. **História da educação de pessoas com deficiência:** da antiguidade ao início do século XXI. São Paulo: Mercado das Letras, 2015.

MASINI, Elcie F. Salzano. **O perceber e o relacionar-se do deficiente visual: orientando professores especializados.** Brasília: Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, 1994.

MASINI, Elcie F. Salzano. **O Perceber de quem está na escola sem dispor da visão.** São Paulo: Cortez, 2013.

MATHIAS, Carlos Eduardo. Educação matemática de deficientes visuais: uma proposta por meio de sons, ritmos e atividades psicomotoras - projeto Drummath. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-8. 2010.

MAZZOTTA, Marcos José da Silveira. **Educação Especial no Brasil: história e políticas públicas.** São Paulo: Cortez, 2011.

MELO, Luciano Marques de. **O ensino de trigonometria para deficientes visuais através do Multiplano Pedagógico.** 98fl. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

MELLO, Elisabete Marcon. A atuação do professor de matemática frente a uma sala de aula inclusiva com alunos cegos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-10. 2013.

MELLO, Elisabete Marcon. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval.** 177fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MENDES, Enicéia Gonçalves. A radicalização do debate sobre inclusão escolar no Brasil. **Revista Brasileira de Educação**, v. 11, n. 33, p. 387-405. 2006.

MORETTI, Mércles Thadeu. THIEL, Afrânio Austregésilo. O ensino de Matemática hermético: um olhar crítico a partir dos Registros de Representação Semiótica. **Práxis Educativa**, v. 7, n. 2, p. 379-396. 2012.

MORETTI, Mércles Thadeu. ANJOS, Daiana Zanelato dos. Transcrição da tinta ao Braille: apontamentos de algumas diferenças semio-cognitivas. **Zetetiké**, v. 24, n. 3, p. 395-408. 2016.

MORETTI, Mércles Thadeu; BRANDT, Célia Finck; SOUZA, Roberta Nara Sodré de. Linguagem natural versus formal: diferenciação importante na construção de uma semiosfera de aprendizagem da matemática. In: Reunião Científica Regional da ANPED, XI, 2016. **Anais: XI ANPED SUL**, Curitiba. p. 1-13. 2016.

MOURA, Andrea de Andrade. **Saberes docentes de professores de matemática do ensino fundamental e médio em uma abordagem inclusiva de alunos deficientes visuais: realidades e possibilidades**. 157fl. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Paraíba, Paraíba, 2015.

NOLAN, Carson Y.; KEDERIS, Cleves J. **Perceptual factors in Braille Word recognition**. New York: American Foundation for the Blind, 1969.

NUERNBERG, Adriano Henrique. Contribuições de Vigotski para a educação de pessoas cegas. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 13, n. 2, p. 307-316, abr./jun. 2008.

NUNES, Sylvia; LOMÔNACO, José Fernandes Bitencourt. Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, v. 12, n. 1, p. 119-138, 2008.

_____. O aluno cego: preconceitos e potencialidades. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, v. 14, n. 1, p. 55-64, 2010.

OCHAITA, Esperanza; ROSA, Alberto. Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas. In: COLL, César; PALACIOS, Jesús; MARCHESI, Álvaro. **Desenvolvimento psicológico e educação: necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, p. 183-197, 1995.

OLIVEIRA, Regina Fátima Caldeira de. Por que os livros em Braille são importantes? **Revista Benjamin Constant**, ano 12, n. 34, p. 37-38, agosto de 2006.

OLIVEIRA, Edvanilson Santos de. Softwares educativos no processo de ensino-aprendizagem da matemática de crianças com necessidades especiais nas áreas mental e visual. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-7. 2013.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. 12 de outubro de 2017: dia mundial da visão. Disponível em: <http://www.who.int/blindness/en/>. Acesso em: 03/2018. 2018.

ORIGEM DA PALAVRA. Palavra haste. Disponível em: <http://origemdapalavra.com.br/palavras/haste>. Acesso em: 03/2019. 2019.

PASQUARELLI, Rita de Cássia Célio. **A inclusão de alunos com deficiência visual do 9º ano do Ensino Fundamental no processo de ensino e aprendizagem de estatística**. 127fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PEIXOTO, Jurema Lindote Botelho; SILVA, José Anderson Ferreira. A pesquisa com alunos cegos: o soroban mediando a aprendizagem do sistema de numeração decimal. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-6. 2010a.

PEIXOTO, Jurema Lindote Botelho; SILVA, José Anderson Ferreira. Jogos para o ensino do sistema de numeração decimal e as quatro operações fundamentais incluindo alunos cegos e surdos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-9. 2010b.

PENNA, A. G. **Introdução ao gestaltismo**. Rio de Janeiro: Imago Ed., 2000.

PEREIRA, Mayra Kelly da Silva. **Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta envolvendo a manipulação de materiais e a expressão oral e escrita**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2012.

PEREIRA, Tiago; BORGES, Fábio Alexandre. O ensino de matemática para alunos deficientes visuais inclusos: uma análise da produção bibliográfica brasileira em periódicos científicos nos últimos dez anos. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, XIV, 2017, Cascavel. **Anais**: Encontro Paranaense de Educação Matemática, XIV, 2017, Cascavel. p. 1-15. 2017.

PIMENTEL, Suzana Couto. Formação de professores para a inclusão: saberes necessários e percursos formativos. In: MIRANDA, Theresinha Guimarães; GALVÃO FILHO, Teófilo Alves (Orgs.). **O professor e a educação inclusiva: formação, práticas e lugares**. Salvador: EDUFBA, p. 139-515. 2012.

PRADO, Renata Beatriz de Souza. **Tecnologia assistiva para o ensino da matemática aos alunos cegos: o caso do centro de apoio pedagógico para atendimento às pessoas com deficiência visual**. 141fl. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fundação Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2013.

RANGEL, Maria Luiza; DAMASCENO, Luísa Azevedo; FILHO, Carlos Alberto Ismério dos Santos; OLIVEIRA, Felipe Santos de; JAZENICO; Fernanda; GAWRYSZEWSKI; Luiz G. Deficiência visual e plasticidade no cérebro humano. **Psicologia: Teoria e Prática**, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 197-207, 2010.

REILY, Lúcia Helena. **Escola Inclusiva: linguagem e mediação**. Campinas: Papirus, 2004

REGRA DE SARRUS. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schema_sarrus-regel.png. Acesso em: 01/2018. 2018.

ROCHA, Monike Flavia B. B. Lima. **Elementos da teoria de conjuntos e a linguagem matemática em Braille: uma investigação comparativa entre o CMU e o livro didático de matemática.** Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

ROSA, Fernanda Malinosky Coelho da; BARALDI, Ivete Maria (Orgs.) **Educação Matemática Inclusiva: Estudos e Percepções.** Campinas: São Paulo, 2018.

ROONEY, Anne. **A história da matemática** – Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: São Paulo, 2012.

SACKS, Oliver W. **O homem que confundiu sua mulher com um chapéu e outras histórias clínicas.** Tradução: Laura Teixeira Motta. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

SACKS, Oliver W. **Um antropólogo em Marte – sete histórias paradoxais.** São Paulo: Companhia das Letras, 2003.

SANTIL, Fernando Luiz de Paula. **Análise da percepção das variáveis visuais de acordo com as leis da Gestalt para representação cartográfica.** 175fl. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

SANTOS, João Henrique dos. O Barroco e sua proposta totalizante refletida na arquitetura. In: Simpósio da Associação Brasileira de História das Religiões, XII, 2011. **Anais...** Simpósio da ABHR, Juiz de Fora. p. 1-5. 2011.

SANTOS, Glauco Henrique Oliveira. **Educação Financeira Escolar para Estudantes com Deficiência Visual.** 84fl. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2014a.

SANTOS, Flávia Batista. **Análise dos pictogramas construídos por alunos cegos e videntes no contexto da aprendizagem de probabilidade.** 107fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia, 2014b.

SARAMAGO, José. **Ensaio sobre a cegueira.** São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

SAUSSURE, Ferdinand de. **Curso de Linguística Geral.** 28 ed. São Paulo: Cultrix, 2012.

SERINO, Ana Paula Albieri. **Uma abordagem inclusiva para transformações geométricas: o caso de alunos cegos.** 129fl. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA JUNIOR, Clovis Gomes da. O livro didático de matemática e o tempo. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 7, n. 1, p. 13-21, 2007.

SGANZERLA, Maria Adelina Raupp. **Contátil: potencialidades de uma tecnologia assistiva para o ensino de conceitos básicos de matemática.** 118fl. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Rio Grande do Sul, 2014.

SILVA, Lessandra Marcelly Souza da. **As histórias em quadrinhos adaptadas como recurso para ensinar matemática para alunos cegos e videntes.** 179fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2010.

SILVA, Davi Cezar da. **O ensino da geometria para alunos com deficiência visual.** 79fl. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências

e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Universitário Franciscano, Rio Grande do Sul, 2013a.

SILVA, Inayara Rodrigues da. Como os cegos enxergam. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais...** ENEM, Curitiba. p. 1-7. 2013b.

SILVA, Lessandra Marcelly Souza da. **Do improviso às possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos**. 192fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2015.

SOARES, Magda Becker. MACIEL, Francisca. **Alfabetização no Brasil: série Estado do Conhecimento**. Brasília MEC/INEP. COMPED. 2000.

SOUZA, Natalia Taise de. **Conversando sobre razão e proporção: uma interação entre deficientes visuais, videntes e uma ferramenta falante**. 133fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

SPLETT, Elisa Seer. **Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem da matemática**. 103 fl. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2015.

THOMPSON, Leanne; CRONICLE, Edward. Beyond visual conventions: Rethinking the design of tactilediagrams. **The British Journal of Visual Impairment**, v. 24, n. 2, p. 76-82, 2006.

Transcrição da entrevista realizada com a professora (ACIC) alfabetizadora Braille. [jul. 2016]. Entrevistador: Daiana Zanelato dos Anjos. Florianópolis, 2016. 1 arquivo .mp3 (30min).

Transcrição da entrevista realizada com a professora (Estado) alfabetizadora Braille. [set. 2016]. Entrevistador: Daiana Zanelato dos Anjos. Florianópolis, 2016. 1 arquivo .mp3 (25min).

Transcrição da entrevista realizada FCEE. [abr. 2017]. Entrevistador: Daiana Zanelato dos Anjos. Florianópolis, 2017. 1 arquivo .mp3 (30min).

Transcrição da entrevista realizada Relação com o Saber. [ago. 2017]. Entrevistador: Daiana Zanelato dos Anjos. Florianópolis, 2017. 1 arquivo .mp3 (20min).

TORRES, Elisabeth Fátima; MAZZONI, Alberto Angel; MELLO, Anahi Guedes de. Nem toda pessoa cega lê em Braille nem toda pessoa surda se comunica em língua de sinais. **Educação e Pesquisa**, v. 33, n. 2, p. 369-385, maio/ago. 2007.

ULIANA, Marcia Rosa. A confecção de um plano cartesiano de metal para ensinar função a um deficiente visual. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais... ENEM**, Salvador. p. 1-9. 2010.

ULIANA, Marcia Rosa. A inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática das escolas públicas estaduais de Rondônia. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013. **Anais... ENEM**, Curitiba. p. 1-15. 2013.

ULIANA, Marcia Rosa. **Formação de professores de matemática, física e química na perspectiva da inclusão de estudantes com deficiência visual: análise de uma intervenção realizada em Rondônia.** 312 fl. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso, Mato Grosso, 2015.

UNESCO. **Declaração de Salamanca sobre princípios, política e práticas na área das necessidades educativas especiais.** Salamanca: UNESCO, 1994.

VIGINHESKI, Lúcia Virginia Mamcasz *et al.* O sistema Braille e o ensino da Matemática para pessoas cegas. **Ciência e Educação (Bauru)**, v.20, n. 4, p. 903-916, 2014.

VITA, Aida Carvalho. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos**. 240fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

VOTTO, Bárbara Gomes; KALEFF, Ana Maria M. R.; ROSA, Fernanda M. C. da. Uma aplicação de materiais didáticos no ensino de geometria para deficientes visuais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010. **Anais...** ENEM, Salvador. p. 1-10. 2010.

VYGOTSKI, Lev Semenovitch. **El niño ciego**. En L. S. Vygotski, Obras Escogidas V: Fundamentos de defectología. Madrid: Visor. 1983.

_____. Fundamentos de defectología. Obras **Escogidas**. Madrid: Visor. 1997.

_____. **A Formação social da mente**. Trad. José Cipolla Neto, Luis Silvera Menna Barreto Solange Castro Afeche. 7º. ed . São Paulo: MartFontes, 2007.

_____. **Pensamento e Linguagem**. 2ª edição. São Paulo: Martins Fontes. 1989.



_____. A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal. **Educação e Pesquisa**, v. 37, n. 4, p. 861-870, dez. 2011.

_____. Acerca dos processos compensatórios no desenvolvimento da criança mentalmente atrasada. **Educação e Pesquisa [online]**, v. 44, e44003001, p. 1-22, 2018.

ZANETTE, Carla Roberta Sasset; TONIAZZO, Fernanda Ribeiro. Algumas reflexões sobre a aprendizagem de leitura e escrita no Sistema Braille sob a ótica da linguística em Saussure. **Revista Brasileira de Educação Básica**, ano 1, n. 2, p. 23 - 30, Jan./Mar. 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: acompanhamento 2015 a 2017

| | | |
|--|--|---|
|  | Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica |  |
| TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO | | |
| Prezado estudante: | | |
| <p>Gostaríamos de convidá-lo a participar da pesquisa intitulada "A coordenação entre registros internos no Braille: impactos para aprendizagem de matemática do estudante cego no Ensino Médio", sob a responsabilidade dos pesquisadores Daiana Zanelato dos Anjos (daizanelato@gmail.com) e Mércies Thadeu Moretti (mthmoretti@gmail.com). Solicitamos que você faça a leitura cuidadosa do que segue com seus pais ou responsáveis e, caso tenha alguma dúvida, questione os pesquisadores, inclusive pelo telefone (48) 88129348.</p> | | |
| <p>Trata-se de uma pesquisa de doutorado que objetiva o estudo da compreensão em matemática através da coordenação dos registros de representação semiótica internos ao Braille por estudantes cegos contando com o suporte do livro didático em Braille. Assim, possibilitando mostrarmos a predominância de determinados registros de representação semiótica pelos estudantes cegos e também em seu material didático em Braille, como também a possibilidade de apontarmos melhorias no material didático no que tange às operações cognitivas de tratamento e conversão. Sua participação consistirá em fazer parte de encontros semanais de acompanhamento à disciplina de matemática com a pesquisadora; ela irá auxiliá-lo em suas dúvidas em relação ao conteúdo em geral, assim como listas de exercícios e atividades propostas no livro didático. Durante os encontros, a pesquisadora fará anotações em uma ficha de acompanhamento elaborada para os fins desta pesquisa e, as informações que ali constarem, serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Lembramos que sua participação é totalmente voluntária, ou seja, você não é obrigado (a) a participar, e se desistir em alguma fase da pesquisa, não haverá nenhuma penalização. Salientamos que sua participação não o trará resultados imediatos, no entanto, é uma oportunidade para refletir e pensar sobre o processo de aprendizagem do estudante cego na disciplina de matemática. Além disso, com a participação você fornecerá a possibilidade de observação da forma com que são utilizados os variados registros de representação semiótica pelo estudante e no seu material didático, pontos que esta pesquisa necessita para problematizar a compreensão em matemática pelo estudante cego. Garantimos ainda que qualquer desconforto/constrangimento – como expor suas dúvidas e respostas perante o grupo – ou problema que possa surgir durante os encontros semanais será minimizado pela pesquisadora, bem como indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa. Informamos que você não pagará nem será remunerado por sua participação. Destacamos a presença da pesquisadora em todos os momentos, bem como, o retorno dos resultados da pesquisa.</p> | | |
| Consentimento: | | |
| <p>Li e entendi, juntamente com meus responsáveis, as informações acima sobre a minha participação nesta pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e esclarecer as dúvidas. Estou de acordo em participar assinando este consentimento em duas vias, ficando com a posse de uma delas.</p> | | |
| Assinatura do estudante: | RG: | _____ |
| Assinatura do responsável: | RG: | _____ |
| Assinatura dos pesquisadores: | RG: | _____ |
| | | <i>Daiana Zanelato dos Anjos</i> RG: 124 997-5 |
| Florianópolis 28 de agosto de 2015. | | |

APÊNDICE B – Fichas de Acompanhamento Estudantil (FAE)

Na seqüência, as Fichas de Acompanhamento Estudantil relativas ao acompanhamento da estudante cega, nas quais constam as nossas percepções referentes à aprendizagem de matemática ao longo do Ensino Médio.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (1)

Data do encontro: 27/8/15 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h40min (18h30 as 20h10)

Conteúdo trabalhado: Trigonometria (conceitos básicos)

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Aula apoiada no livro didático em Braille, com leitura e levantamento de dúvidas pela aluna. Auxílio para esclarecimento de algumas simbologias em Braille que indicam pontos importantes do conteúdo (\hat{A}).

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

A estudante não utilizou em sala esta unidade do livro. A estudante não identificou para leitura a simbologia de arco de circunferência: \hat{A} .
Questões: o professor da sala indicou este símbolo no livro em Braille?
E quando for realizar uma avaliação?

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Figuras, imagens, língua natural.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Muitos dos exemplos do livro trazem a explanação do conteúdo através da figura de um campo de futebol ou de partes dele: A estudante não entendeu o que a figura transmite (limites da figura, detalhes transcritos; São apresentadas tabelas para cálculo de seno e cosseno, mas o estudante não pode usar o livro para anotar. Como fazer? Reproduzir no caderno?

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|--|---|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | Regra de três para: $180^\circ \rightarrow \pi rad$ $60^\circ \rightarrow x$ Como registrar? A estudante faz mentalmente. | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | Apenas cálculos para completar tabelas. |
| Registro Figural | Não identificadas pela estudante. | Apenas acompanhamento Como desenvolver? | |

- Usar texturas como forma de ligar geometria e tabelas (Inferência da pesquisadora)

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (2)

Data do encontro: 4/9/15 (sexta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h30min (18h30 as 20h)

Conteúdo trabalhado: Função Composta

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Aula com exposição oral do conteúdo trabalhado no livro didático em Braille. Solicitei que a estudante imaginasse três balões A, B, C. Dentro dos balões, alguns elementos (números reais) escritos em papéis. Então, pensar nas funções nas funções $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$, tal que o domínio de g seja igual ao contradomínio de f . Chamamos de função composta de f com g , a função $h: A \rightarrow C$. Para permitir que a estudante “crie” a representação mental sobre o objeto (função composta), pedi que imaginasse um cordão levando os elementos de um para o outro balão, sofrendo, assim a lei de formação de cada função. Depois disso, realizamos algumas operações de composição na máquina Braille, com a ideia de “colocar dentro”: uma função dentro da outra.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Tratar as seguintes composições de funções: $f(x) = \frac{x+1}{2}$ e $g(x) = 1 - x$. A estudante faz as resoluções usando cálculo mental e acaba esquecendo quando precisa registrar os resultados. Como fazer o m.m.c. quando $g(f(x)) = 1 - \frac{(x-1)}{2}$?

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (3)

Data do encontro: 10/9/15 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h30min (18h30 as 20h)

Conteúdo trabalhado: Função Composta

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

A pesquisadora propôs uma aula de composição de funções, utilizando os seguintes exemplos: a) $f(x) = \sqrt{x + 1}$ e $g(x) = x + 1$.

b) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ e $g(x) = x^3 + 1$. Foram apresentadas funções com variados registros algébricos. Todas as funções foram escritas em Braille pelo estudante e resolvidas oralmente. Só então, é finalizada a resolução registrando o resultado no papel.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Questão feita pela estudante: “Como saber qual função deve-se “colocar” dentro da outra? (relacionando as composições de funções); Resolvendo oralmente $f(g(x))$ a estudante quis somar os números 1 que aparecem na resolução: $f(g(x)) = 2(\sqrt{x + 1}) + 1$.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|---|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | O parênteses auxiliares deve ser usado. * | |

| | | | |
|---------------------|--|--|--|
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

- Na expressão $f(g(x)) = 2(\sqrt{x+1}) + 1$, na qual aparecem **parênteses** pode ser utilizado os **parênteses auxiliares (P.A.)**. Caso contrário, a estudante somará 1 de dentro da raiz com o 1 de fora dela.

A expressão escrita em Braille sem parênteses normais ou os auxiliares fica: $f(g(x)) = 2(\sqrt{x+1}) + 1$

Em Braille, o estudante não identifica quando a expressão do radicando se encerra, por isso é imprescindível o uso de **parênteses auxiliares (P.A)** indicando o fim da expressão contida no radicando, conforme

$$\begin{array}{ccc}
 2(\sqrt{x+1}) + 1 & & \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{P.A.} & & \text{P.A.}
 \end{array}$$

Os parênteses auxiliares são símbolos exclusivos da simbologia Braille e servem para delimitar expressões, principalmente quando estas se encontram nos numeradores ou denominadores de uma fração.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (4)

Data do encontro: 24/9/15 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h30min (18h30 as 20h)

Conteúdo trabalhado: Função Inversa

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Faça uma leitura do conteúdo no livro didático e após, crie um pequeno texto me explicando o que é uma função inversa. A resposta dada pela estudante acabou sendo oral e ela me relatou: “A função inversa é quando isolamos o x.”

Depois disso, foi solicitada a resolução de três exemplos: a) $y = x + 1$
 b) $y = \frac{x+1}{2}$ e c) $y = \sqrt{x + 1}$. Em todos os exemplos, a estudante fez os cálculos mentalmente e depois registrou no papel a resposta.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Percebi dificuldades apenas na escrita carregada de símbolos, o que tem feito ela resolver as questões oralmente e não registrar no papel.

Como os exemplos foram mais simples, a resolução oral foi uma saída eficaz. Para as próximas aulas, tentaremos resolver na máquina Braille e monitorar a escrita da linguagem matemática.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Utilizada apenas a parte que refere-se à definição de função inversa.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|--|------------------|
| Língua Natural | A estudante escreveu, com as suas palavras, a definição de função inversa. | | |
| Registro Algébrico | | $y = \frac{x+1}{2}$ Treino de parênteses auxiliares. A inversa foi calculada oralmente. | |

| | | | |
|---------------------|--|--|--|
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (5)

Data do encontro: 2/10/15 (sexta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h30min (18h30 as 20h)

Conteúdo trabalhado: Equações do 1º grau (revisão para ENEM) – conteúdo solicitado pela estudante

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

As aulas foram dialogadas e expositivas (oralmente). Foram introduzidos conceitos básicos de equação do 1º grau, formas de resolução e testou-se uma analogia para tentar elucidar tal conteúdo. Os estudantes utilizaram a máquina Braille nas resoluções e como forma de registrar no papel. Discutimos a questão do “erro” em matemática: errar tem a sua importância e faz com que aconteça a evolução no conhecimento (obstáculos).

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Não percebi muitas dificuldades para o estudante após a utilização da noção de operações inversas para a resolução de equações do 1º grau.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem o livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem o livro.

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|-------------------------|
| Língua Natural | | Resolvidas com êxito. | Resolvidas com êxito. |
| Registro Algébrico | | Resolvidas com êxito.* | Resolvidas com êxito.** |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

*Questionamento: como o estudante resolveria uma divisão fazendo uso desta metodologia de cálculo comum ao estudante visual: $65 \div 5$?

- Foram propostas as equações respondidas com êxito:

$$1) \quad 10x + 15 = 80 \quad 2) \quad \frac{z}{80} = 300 \quad 3) \quad 6y + 1 = 7$$

$$x = \frac{80 - 15}{10} = 6,5 \quad z = 24.000 \quad y = \frac{7 - 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

- Essas respostas foram alcançadas a partir de cálculos mentais e registradas no papel por solicitação da pesquisadora (como forma de registro de tal aula de acompanhamento).

** Questões em língua natural em que a conversão para a linguagem algébrica foi feita com êxito.

- 1) Pensei em um número, multipliquei-o por 10 e somei 15 a esse número. O resultado obtido foi 80. Que número é esse?

$$\text{R.: } x \cdot 10 + 15 = 80$$

- 2) Um número dividido por 80 resulta em 300.

$$\text{R.: } \frac{y}{80} = 300$$

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (6)

Data do encontro: 22.10.15 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h as 19h)

Conteúdo trabalhado: Equação logarítmica

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Resolução de equações logarítmicas iniciadas pela escrita conforme o Código Matemático Unificado (CMU). Discutimos a definição de logaritmo.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Em sala de aula, a escrita correta segundo o CMU não é treinada, então a estudante não sabia expressar por escrito o conteúdo. Dificuldades percebidas devido a simbologia de logaritmo; os caracteres usados na expressão são difíceis de serem percebidos, pois há Abarrotamento de caracteres. Na expressão e no tratamento:

$$\log_4 32$$

$$4^x = 32$$

$$(2^2)^x = 2^5$$

$$2^{2x} = 2^5$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$



Expoentes e “Abarrotamento” de caracteres

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|--|--|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | Requer que o estudante saiba a simbologia. | Os problemas não apresentavam conversão. |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (7)

Data do encontro: 29/10/15 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h as 19h)

Conteúdo trabalhado: Equações logarítmicas

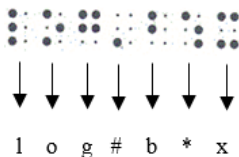
1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

| |
|---|
| Revisão da definição de log. Treino de resolução de equações. |
|---|

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

| |
|--|
| No tratamento de expressões com fração e mudança de base. Ao ditar $\log_a 1 = 0$, devemos dizer na seguinte ordem: |
|--|

Log base a de 1 = 0. Em tinta, temos $\log_b x$ e em Braille, temos:



Em que # e * representam sinais necessários para indicar esta convenção em Braille. O # indica que depois dele vem a base e o * indica que depois dele antilogaritmo. Vale lembrar que estes símbolos foram escolhidos aleatoriamente, apenas para explicar esta convenção criada em Braille. Percebemos que não há índice inferior e a base é ditada antes do antilogaritmo, pois essa é a ordem da escrita em Braille. Para o estudante visual ditaremos: log de x na base b; já para a estudante cega, log de base b de x, pois será assim a escrita, conforme verificamos acima. Caso o professor não conheça a escrita a diferença existente entre a escrita em tinta e em Braille, esse será um ponto de dificuldade de entendimento para o estudante entender oralmente e escrever a expressão em Braille.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------------|
| Língua Natural | | | Na língua natural para a algébrica * |
| Registro Algébrico | | | |

| | | | |
|---------------------|--|--|--|
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

- Dificuldade no exemplo da definição: $\log_b x$ (Em Braille, essa definição estará escrita como “log na base b de x); Existe uma diferença na forma de leitura de quem enxerga.

Segundo a definição de Iezzi et al (2013, p. 160), lê-se $\log_b a$, como log de a na base b.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (8)

Data do encontro: 10.3.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 2h (18h as 20h)¹¹⁸

Conteúdo trabalhado: Sistemas Lineares (Duas incógnitas e duas equações)

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Resolução e apresentação da linguagem em Braille e do conceito de sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas. Trabalhou-se a ideia de zerar coeficientes na linha 2 do sistema. Alguns cálculos foram feitos mentalmente.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Não existe, no CMU, símbolo para utilizar na escrita de sistemas lineares, como se utilizam as chaves do sistema de equações. Sendo assim, utilizamos 2 equações escritas em linhas diferentes como forma de registro. Questão: como lidar com uma transcrição de material como símbolo faltante no CMU?

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

¹¹⁸ Durante 1 (uma) hora.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

| |
|------------|
| Sem livro. |
|------------|

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|---|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | Dificuldade na transformação entre linhas do sistema, pois toda a escrita de registros é desenvolvida na máquina e as várias mudanças feitas nas equações carregam uma grande quantidade de símbolos. | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (9)

Data do encontro: 17.3.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 2h (18h as 20h)¹¹⁹

Conteúdo trabalhado: Sistemas Lineares (Três incógnitas e três equações – 3I e 3E)

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Treino de resolução de sistemas lineares (3I e 3E). Toda a resolução foi feita utilizando o material adaptado pela pesquisadora (placas de isopor para operar matrizes¹²⁰). O objetivo, nesta aula, foi elaborar um procedimento de resolução para os sistemas 3I e 3E com o apoio da adaptação.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

A necessidade de anotações nas resoluções deve ser seguida para que a estudante não se perca nos cálculos. Criou-se então, um manual para a resolução no qual ora era utilizada a adaptação, ora o registro em Braille dos resultados parciais dos cálculos. O manual elaborado consistem em: 1) zerar o coeficiente de x na 2ª linha com o uso da percepção com a adaptação; 2) zerar os coeficientes de x e y na 3ª linha com o uso das percepções com a adaptação; 3) Anotar entre 1) e 2) as alterações feitas (novas linhas) com o uso da máquina, criando uma matriz de ordem 2x2; 4) Por fim, após encontrar 2 incógnitas, utilizar cálculo mental e a adaptação (1ª linha) para encontrar a última.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

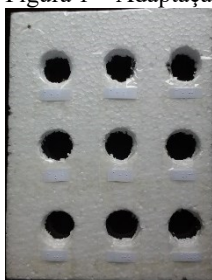
¹¹⁹ Durante 1 (uma) hora.

¹²⁰ As fotos desta adaptação estão na sequência desta FAE.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|---|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | O tratamento é dificultado pelas várias anotações e caracteres gerados ao longo da resolução. | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Figura 1 – Adaptação de matriz de ordem 3x3 sem os elementos



Fonte: A Autora

Figura 2 – Adaptação de matriz de ordem 3x3 com os elementos



Fonte: A Autora.

Figura 3 – Utilização da adaptação utilizada pela estudante



Fonte: A Autora.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (10)

Data do encontro: 29.3.16 (terça-feira)

Tempo e período do encontro: 2h (18h as 20h)¹²¹

Conteúdo trabalhado: Treino de Sistemas Lineares (Duas incógnitas e duas equações)

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Treino de resolução de sistemas lineares 3x3 usando o cálculo mental e a adaptação de isopor para a visualização da matriz. Todas as linhas alteradas foram anotadas para dar continuidade à resolução do sistema.

¹²¹ Durante 1 (uma) hora.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

As anotações desta forma de resolução se não forem sistematizadas confundem o estudante. Muitos caracteres para cada linha escrita. Tratamento nas substituições quando as incógnitas encontradas têm valor fracionário. O sistema de equações apresentado foi:

$$\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ -3x + 5y - z = -2 \\ 4x + 6y + 3z = 0 \end{cases}$$

O questionamento foi: como zerar a incógnita x da segunda linha?

A resposta: 1º passo: multiplicar a 1ª linha por 3 e somar com a 2ª linha.

A mudança feita anotada em Braille foi para a 2ª linha:

$$0x - y + 2z = -5$$

Outro questionamento: como zerar a terceira linha?

A resposta: Multiplicar a 1ª linha por -4 e somar com a 3ª linha; o resultado anotado foi: $0x + 14y - z = 4$

Gerando um sistema 2×2 :
$$\begin{cases} -y + 2z = -5 \\ 14y - z = 4 \end{cases}$$
 (não foi escrito, apenas visualizado nas modificações feitas anteriormente).

O que fazer para resolver este sistema restante?

A resposta: multiplicar a 1ª linha por 14 e somar à segunda linha, obtendo:

$$27z = -66$$

$$z = -\frac{66}{27}$$

A estudante não finalizou tal resolução por completo devido às dificuldades geradas no tratamento com frações e números “altos”, mas respondeu satisfatoriamente ao ser questionada sobre o que fazer com o valor de z e como encontrar os valores de x e y .

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (11)

Data do encontro: 7.04.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 2h (18h as 20h)

Conteúdo trabalhado: Sistemas Lineares (Aplicação de avaliação)¹²²

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

A avaliação veio transcrita do CAP para aplicação. Contém 8 questões e o Desafio Extra. O desafio extra não foi resolvido, pois tratava-se da resolução de um sistema linear 4x4. As questões foram resolvidas com o auxílio da máquina Braille.

¹²² A avaliação foi refeita pela pesquisadora para que sejam analisadas possíveis dificuldades pelos estudantes neste processo.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

No CMU não consta a forma em símbolo para representar os sistemas lineares. O CAP utilizou a seguinte transcrição:

```

o  o
o  o
o  o
o  o
o  o
o  o
o  o
o  o
o  o
o  o

```

Como podemos perceber, são utilizadas três celas Braille para escrever este símbolo, o que representa que cada equação do sistema ficará escrita em uma linha diferente.

Este símbolo assemelha-se, visualmente, aos parênteses que delimitam uma matriz de ordem 3×3 .

Questão levantada:

Sabendo que o CMU é um código unificador de símbolos da linguagem matemática em Braille, ao não apresentar possibilidades de representação para tal objeto do saber (sistemas lineares), abre brechas para transcrições variadas e possivelmente divergentes, dependendo do local de transcrição. Assim, o CMU abre espaço para possíveis divergências na transcrição de textos matemáticos pelas escolas brasileiras.

Questão com potencial de dificuldade (transcrição):

Na questão 2¹²³ há a necessidade de deixar uma parte da expressão em negrito e a transcrição feita pelo CAP deixou uma parte maior da expressão em negrito, possivelmente dificultando a análise pela estudante.

Percepções das questões resolvidas:

Questão 1: A estudante encontrou os seguintes resultados $x = 7$, $y = 10$, $x = 11$ e $y = 7$. Os outros resultados não foram encontrados. A estudante pensou em tentar ir colocando valores para x e fazendo a subtração com o termo independente para achar o y . A transcrição está em concordância.

Questão 2: Fizemos discussão de variável e incógnita (diferença). A transcrição está em concordância.

Questão 3: d) discussão oral. A transcrição está em concordância.

Questão 5: O símbolo utilizado na transcrição para representar e delimitar o sistema linear não encontra-se no CMU. A estudante resolveu o sistema.

¹²³ As questões apresentadas na avaliação encontram-se no fim desta FAE.

Questão 6: Foi dada a dica relacionada à classificação dos sistemas lineares: SI, PD, PI. Dica: combinação linear.

Questão 7: O sistema montado foi:

$$\begin{cases} c + d = 480 \\ 8c + 6d = 3380 \end{cases}$$

O que a estudante pensou para resolver o sistema:

$$\begin{cases} -8c - 8d = -3840 \\ 8c + 6d = 3380 \end{cases} \Rightarrow -2d = -460 \Rightarrow d = 230$$

Muito da questão foi resolvido oralmente e depois escrito em Braille para registrar a resposta.

$$d + c = 480 \Rightarrow 230 + c = 480 \Rightarrow c = 250$$

Questão 8:

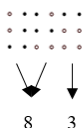
A questão foi resolvida praticamente de maneira oral seguindo o manual da aula anterior e fazendo a anotação em Braille dos seguintes passos:

- 1) Zerar x da segunda linha com base na primeira linha;
- 2) Zerar o x da terceira linha com base na primeira linha;
- 3) Montar sistema 2x2 com as incógnitas que sobraram (y e z);
- 4) Zerar o y e encontrar z;

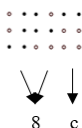
Há a necessidade de escrever em Braille, 8 ponto c, caso contrário, se confunde com o número 83 o que é 8c (já que 3 em Braille também é c sem o símbolo de número).

Ao escrever 83 e 8xc, há a necessidade de incluir um símbolo para representar a multiplicação, se não o número 83 e a expressão 8xc se confundem, como mostrado abaixo:

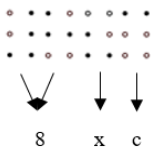
83 em Braille



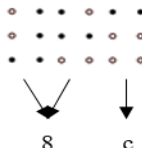
8c em Braille



Fazendo a observação com o símbolo de multiplicação, a expressão 8xc se transforma em:



e fica diferente de



3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|---|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | Dificuldade na transformação entre linhas do sistema, pois toda a escrita de registros é desenvolvida na máquina e as várias mudanças feitas nas equações carregam uma grande quantidade de símbolos. | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Questões apresentadas na avaliação

- Dois amigos, Eduardo e Marcelo, pescaram em uma manhã x e y peixes, respectivamente. Sabendo que $3x + 4y = 61$, determine as possíveis quantidade de peixes que eles conseguiram juntos. (1,25)
- Relacione as colunas analisando os itens apresentados em negrito. (1,25)

(1) $3x + 12,8y = 7$

() Incógnitas

(2) $8 = m + n$

() Variáveis

(3) $13b = 39$

() Coeficientes

(4) $25f + g$

() Termo independente

- A soma entre a idade de uma jovem (j), a de sua mãe (m) e a do pai de sua mãe (a) é 131 anos. A diferença entre a idade da pessoa mais velha e a da mais nova é 55 anos, e a idade do avô (a) supera a soma da idade dessa jovem com a da sua mãe em 13 anos. Qual dos sistemas a seguir representa essa situação?

(1,25)
$$\begin{cases} j + m + a = 131 \\ a - j = 55 \\ a = j + m + 13 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} j - m - a = 131 \\ a - j = 55 \\ a - 13 = j + m \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} j + m + a = 131 \\ a - m = 55 \\ a + 13 = j + m \end{cases}$$

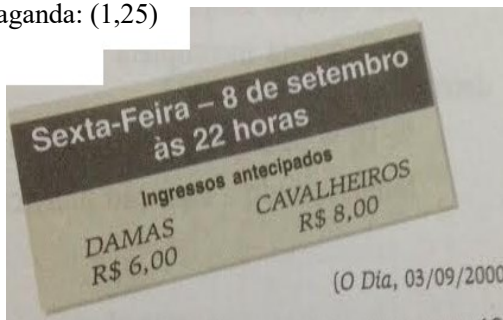
c)
$$\begin{cases} j + m + a = 131 \\ a - j = 55 \\ a + 13 = j + m \end{cases}$$

- Ache dois números reais cuja soma é 9 e cuja a diferença é 29. (1,25)

5.
$$\begin{cases} x - 5y = -4 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y - z = 0 \\ 3x + 3y + 3z = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a + 4b = 2 \\ 4a + 8b = 4 \end{cases}$$

Dados os sistemas lineares anteriores classifique em SPD (possível e determinado), SPI (possível e indeterminado) e SI. (Impossível). (1,25):

7. Para a realização de um baile, foi verificado a seguinte propaganda: (1,25)



Após a realização do baile, constatou-se que 480 pessoas pagaram ingressos, totalizando uma arrecadação de R\$ 3 380,00. Calcule o número de damas e de cavalheiros que pagaram ingresso no baile.

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 4x + y + 4z = -2 \\ 2x - y + 2z = -4 \end{cases}$$

8. Resolva o sistema:

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (12)

Data do encontro: 19.4.16 (terça-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (19h as 20h)

Conteúdo trabalhado: Geometria

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Acompanhamento feita apenas de forma oral e com uma adaptação¹²⁴ para apresentar as propriedades dos ângulos: alternos internos e

¹²⁴ Esta adaptação encontra-se no fim desta FAE.

externos (medidas congruentes), suplementares (somam 180°) e colaterais externos e internos (somam 180°). A estudante trouxe uma folha com anotações feitas em sala para acompanhar esta aula.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Bom uso da adaptação. Sem dificuldades para trabalhar tal conceito e as suas propriedades.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

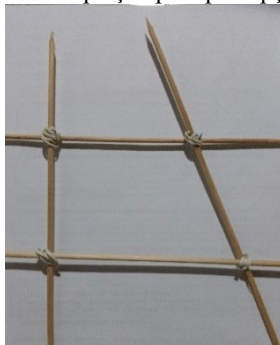
5. Processos Cognitivos da Semioses (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significante) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|---|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

Algumas inferências da pesquisadora: Adaptação para trabalho de percepção de ângulos

Esta adaptação foi criada e utilizada pela pesquisadora para representar o conceito de ângulo de maneira concreta. Foram utilizados palitos de madeira (representando as retas paralelas e transversais) e fios para prender os palitos. Este material não foi testado, mas na falta do material didático foi a maneira encontrada para fazer uso de representações dos conceitos não ostensivos (ângulos).

Figura 1 – Adaptação para percepção de ângulos e suas propriedades



Fonte: A Autora.

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (13)

Data do encontro: 12.05.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Matrizes

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Foram apresentadas as noções iniciais sobre matrizes usando a adaptação de aulas anteriores, como a ordem, a notação geral e os tipos principais: linha, coluna, quadrada, diagonal, identidade e nula.

Para tanto, foi utilizada a adaptação criada para apresentar o conceito. A notação geral apresentada foi

$A = (a_{ij})_{m \times n}$, em que a_{ij} é um elemento da matriz e $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$.

Trabalhou-se também a ideia de igualdade entre matrizes, as operações de soma e subtração. Por fim, a ideia de multiplicação (todas estas usando a adaptação) e os seguintes exercícios:

- 1) Dada a matriz $A_{3 \times 2}$ e $a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j, & \text{se } i = j \\ i^j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ Construa a matriz.
- 2) Sendo $A = \begin{bmatrix} a+1 & 0 \\ b^2 & c-2 \end{bmatrix}$ uma matriz nula. Encontre $a + b + c$.
- 3) Construa a matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$, em que $a_{ij} = \begin{cases} (i-j)^3, & \text{se } i = j \\ i^3 \cdot j^3, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Percebemos, ao utilizar o CMU, que a indicação da representação de matrizes encontra-se equivocada, sendo usado o símbolo

$\parallel \parallel$ ao invés de $()$ ou $[]$, como usam os livros didáticos. O uso equivocado do símbolo $\parallel \parallel$ aparece tanto em tinta quanto em Braille no CMU. No CMU exemplos de matrizes para orientar os transcritores deste conteúdo.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (14)

Data do encontro: 24.05.16 (terça-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Matrizes

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Treino sobre multiplicação de matrizes com o uso da adaptação. Apresentada e percebida na adaptação a condição de existência para a multiplicação de matrizes. Estudamos também a matriz inversa e foi apresentado a fórmula $A^{-1} = A X A^{-1} = A^{-1} X A = I_n$.

A multiplicação era feita na adaptação e o sistema gerada para encontrar a inversa foi anotado no papel.

Podemos nos questionar sobre o tempo para a resolução de problemas com matrizes devido a escrita em Braille.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Apresentou dificuldades com a simbologia na escrita de matrizes.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-----------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (15)

Data do encontro: 02.06.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Matrizes

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

| |
|---|
| Aula treino sobre matrizes inversas e os sistemas que são gerados para encontrar as matrizes A^{-1} . |
|---|

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Os sistemas são escritos em 4 linhas, nas duas primeiras está o sistema montado pela multiplicação de A e a sua genérica A^{-1} , já nas outras duas linhas estão as transformações realizadas em uma das linhas para se seja possível resolver o sistema e a última linha que apenas repete-se.

Sendo assim, temos:

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a - 5c = 1 \quad -4a - 3c = 0$$

$$b - 5d = 0 \quad -4b - 3d = 1$$

Agrupando:

$$\begin{cases} a - 5c = 1 \\ -4a - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 20c = 4 \\ -4a - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow -23c = 4 \Rightarrow c = -\frac{4}{23}$$

$$\begin{cases} b - 5d = 0 \\ -4b - 3d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b - 20d = 0 \\ -4b - 3d = 0 \end{cases} \Rightarrow -23d = 0 \Rightarrow d = 0$$

A escrita em Braille destes sistemas carrega uma quantidade aumentada de caracteres, o que nos obriga a “limpar” alguns símbolos como $\{$, $.$, $(+4)$, \Rightarrow .

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-----------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (16)

Data do encontro: 23.06.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Determinantes

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Trabalhamos o conceito de determinantes de uma matriz. As ordens das matrizes são de 1×1 a 3×3 . A regra para o cálculo do determinante da matriz 3×3 foi a de Sarrus. Os cálculos foram feitos utilizando representações auxiliares (para o caso de duplicar as duas primeiras colunas à direita da matriz) no papel e com a máquina Braille¹²⁵. Durante a aula, convencionamos escrever a matriz sem os símbolos que a delimita, ou seja, () ou [], para diminuir o número de caracteres e aligeirar a escrita da matriz dada e, conseqüentemente, os cálculos.

Uma técnica apresentada necessitou a utilização tanto da escrita em Braille da representação auxiliar quanto do discurso oral para mostrar a maneira que deveria ser feito o cálculo.

Este discurso oral que, por vezes, pode ser apresentado na forma de língua natural ao estudante, permite que, ao lê-lo, o estudante possa entender a técnica heurística de resolução do determinante.

Não verificou-se para este caso a existência de uma não transparência na conversão da tinta ao Braille.

O discurso apresentado para o cálculo do determinante pela regra de Sarrus foi:

Na matriz aumentada (rep. Auxiliar), encontram-se 3 diagonais principais e 3 diagonais secundárias (assim chamadas para enunciar a técnica).

Efetua-se a multiplicação dos elementos de cada diagonal principal (alcançando a_1 , a_2 e a_3). Estes valores a_1 , a_2 e a_3 são somados, alcançando P1.

Faz-se o mesmo procedimento com os elementos das diagonais secundárias, alcançando P2.

¹²⁵ A imagem da escrita em Braille desta aula de acompanhamento encontra-se no fim desta FAE.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Encontrar os elementos pertencentes às diagonais principais e secundárias.

Restou salientar que a primeira das diagonais principais pode ser composta pelos elementos de posição a_{11} , a_{22} e a_{33} da matriz. Já os elementos da diagonal secundária (a primeira) serão os elementos a_{13} , a_{22} e a_{31} .

O tipo de representação auxiliar contido na folha em Braille (transcrição em tinta) não poderia ser feito em Braille quando se escreve na máquina como o estudante; talvez possa ser feito em impressora Braille.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significante) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|---|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Aula escrita em Braille pela estudante A no dia 23/06/2016 com anotações em tinta feitas pela pesquisadora.

23/06/16

| | |
|---|--|
| $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{matrix}$ | |
|---|--|

1 $0 + 4 + 4 - (0 + 1 + 12)$

2 $d = -3$

1 $1 \cdot (-1)^2 \cdot -1 = -1$

2 $2 \cdot (-1)^3 \cdot -2 = 4$

3 $9 \cdot (+1) \cdot -2 = -6$

4 $d = -3$

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (17)

Data do encontro: 30.06.16 (quinta-feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Determinantes

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Apenas treino de cálculo de determinantes pela regra de Sarrus, conforme aprendido na aula de acompanhamento do dia 23/06/2016.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Sem dificuldades encontradas.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

No livro aparecem duas matrizes para enunciar a regra de Sarrus: uma para a diagonal principal e outra para a diagonal secundária.

Desta forma, percebeu-se facilidade para a resolução, mas a estudante não terá acesso a matrizes apresentadas desta maneira separadas em diagonais no dia da sua avaliação ou, em outros momentos de resolução de exercícios, por exemplo.

A questão que fica é: a estudante cega deveria receber toda a matriz separada em matrizes de diagonais principais e secundárias quando precisasse calcular o determinante ou essa representação auxiliar trazida pelo livro didático pode impedi-lo de desenvolver o raciocínio em relação ao tratamento necessário na matriz para a aprendizagem deste conceito?

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------|---------------------|------------------------|-----------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |

| | | | |
|------------------|--|--|--|
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (18)

Data do encontro: 25.8.16 (Quinta-Feira)

Tempo e período do encontro: 40 minutos (19h10 as 19h50)

Conteúdo trabalhado: Análise Combinatória

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Noções iniciais do Princípio Fundamental da Contagem e fatorial. Como usa-se no conteúdo de fatorial, muitas frações,

e com regularidade os tratamentos são feitos usando o “cancelamento” verificamos a possibilidade de “cortar” números Iguais no numerador e denominador.

Utilizamos a tática da cela Braille cheia sobre o número repetido.

Exemplo feito:

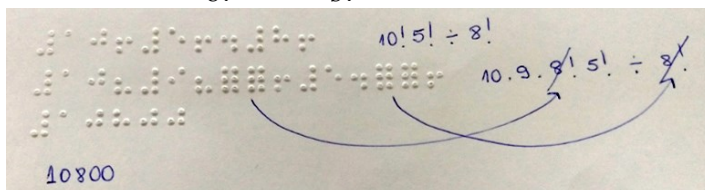
$$\frac{12!8!}{10!9!} = \frac{12.11.10!8!}{10!9.8!} = \frac{12.11}{9}$$

O tipo de representação auxiliar referente ao cancelamento (“cortar”) não é utilizado pelo estudante cego.

Para isso, pensamos em utilizar a cela cheia do Braille e “cancelar” os valores iguais no numerador e denominador.

Mostramos abaixo, o exemplo feito em Braille para o cálculo e os

cancelamentos $\frac{10!5!}{8!} = \frac{10.9.8!5!}{8!} = 10800$



Existe diferença na escrita em Braille que é linear, assim foi transcrito em tinta ao lado.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

A escrita fracionária apresenta dificuldades por ser linear (em Braille). A estudante não consegue visualizar o que é numerador e denominador para conseguir operar o fatorial corretamente.

Os cálculos com números grandes são feitos mentalmente, como por exemplo, $10.9.5! = 10800$.

Aqui talvez fosse necessário uma representação não semiótica, como uma calculadora que fala ou o sorobã.

Ao questionar os estudantes, eles mencionaram que não tem o costume de utilizar estes instrumentos e, em Braille, não sabem utilizar representações auxiliares para alcançar o resultado de cálculos que envolvem valores elevados.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-----------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (19)

Data do encontro: 15.9.16 (Quinta-Feira)

Tempo e período do encontro: 35 minutos (18h30 as 19h05)

Conteúdo trabalhado: Análise Combinatória

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Fizemos uma revisão sobre a aula do dia 25/08/16. Utilizei a fala para lembrar de que trabalhamos na aula anterior, até mesmo a forma de escrever e calcular certos resultados. Voltamos a utilizar a representação auxiliar para operar o tratamento de “cancelamento” no cálculo de fatorial. Revisamos, utilizando o mesmo exemplo da aula

anterior: $\frac{12!8!}{10!9!}$

Para o símbolo !, utilizamos o ponto de exclamação, já que em Braille o fatorial é escrito fazendo uso de dois caracteres.



Analisar no exemplo de $n! =$

↓ ↓
n !

(três caracteres em Braille para dois em tinta n e !)

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

A estudante não sabe diferenciar o numerador do denominador. A escrita da fração é feita linearmente. Percebemos que, ao utilizar a cela cheia para simbolizar a representação auxiliar do número cancelado, o professor que corrigirá a prova, por exemplo, não terá acesso ao número escrito pelo estudante cego, uma vez que para o tratamento de cancelamento foi escrito em cima do número da cela cheia para fazer a representação. É uma forma de representação auxiliar para o estudante, mas não está no CMU e não viabilizaria a correção de uma avaliação, no caso do professor.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

| |
|------------|
| Sem livro. |
|------------|

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

| |
|------------|
| Sem livro. |
|------------|

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabela | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (20)

Data do encontro: 27.9.16 (Quinta-Feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Análise Combinatória

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

| |
|---|
| Durante esta aula refizemos algumas questões de uma avaliação aplicada em sala. |
|---|

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Em questões que há a necessidade de representações auxiliares, como:

$$\overline{25} \overline{24} \overline{L} \overline{8} \overline{7} \overline{1} \overline{0}$$

Que usamos para resolver a possibilidade de senhas alfanuméricas, por exemplo, a estudante não consegue utilizar esta representação para escrita em Braille e resolveu mentalmente. Os cálculos com arranjos e combinações, como $\frac{9!3!}{2!}$, por apresentarem escrita fracionária, tem a dificuldade de entendimento e tratamento. Questões que envolvem árvores de possibilidades não foram executadas, pois a estudante não consegue utilizar esta representação. Ela faz mentalmente e acaba levando bastante tempo.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

A expressão em Braille da prova: $\frac{(n+1)! - n! + (n+1)!}{n!}$ demorou para ser entendida, pois a estudante não lembrava do símbolo ! em Braille. Houve dificuldade na leitura e entendimento deste símbolo que em

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \circ & \circ & \circ \\ \cdot & \circ & \circ & \circ \end{array}$$

Braille é escrito com dois caracteres $\circ \circ$ e $\cdot \circ$.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (21)

Data do encontro: 06.10.16 (Quinta-Feira)

Tempo e período do encontro: 30 minutos (18h30 as 19h)

Conteúdo trabalhado: Números Binomiais

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Nesta aula apenas treinamos a possibilidade de construção e compreensão do triângulo de Pascal. O triângulo de Pascal foi feito até a 5ª linha sem dificuldades para representar ou entender.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

A estudante não relatou dificuldades de compreensão e como a representação do triângulo de Pascal utiliza apenas linhas para ser construída, não é difícil de representá-la em Braille.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

Sem livro.

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-----------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

Ficha de Acompanhamento dos Estudantes – FAE (22)

Data do encontro: 11.10.16 (Terça-Feira)

Tempo e período do encontro: 1h (18h30 as 19h30)

Conteúdo trabalhado: Números Binomiais

1. Relato das atividades desenvolvidas e metodologia utilizada:

Esta aula teve como metodologia a resolução de exercícios sobre números binomiais apresentados em uma avaliação da estudante.

2. Dificuldades percebidas ao ensinar o conteúdo:

Na primeira questão trabalhada, que tratou-se do desenvolvimento da expressão $(3x + 2y)^4$, a estudante desenvolveu utilizando a técnica do triângulo de Pascal, mas apresentou dificuldades pelo número aumentado de caracteres do resultado: $3x^4 + 24x^3y + 36x^2y^2 + 24xy^3 + 2y^4$, que apresenta 26 caracteres em tinta e 47 caracteres em Braille. O tempo para resolução foi prolongado. Na terceira questão trabalhada, tratava-se de encontrar o 4º termo do desenvolvimento $(2x^2 + y)^9$. A estudante utilizou a seguinte fórmula: $t_{p+1} = \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p$, chegando ao resultado parcial $t_{3+1} = \binom{9}{3} \cdot (2x^2)^6 \cdot y^3$ sem apresentar maiores dificuldades a não ser pela escrita e caracteres.

Na segunda questão, semelhante a anterior, percebeu-se que a resolução de $\binom{6}{3}$ causa dificuldade devido a escrita linear em Braille.

Sabe-se que $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!}$.

Na escrita linear em Braille, a estudante demora para perceber que o 6! É numerador e pode ser “reduzido” até o 3! para ser “cancelado”. Este tratamento é dificultado, pela escrita na forma linear.

3. Registros de Representação Semiótica apresentados no livro didático em Braille para apresentar o conteúdo:

Sem livro.

4. Percepções da pesquisadora em relação aos diferentes Registros de Representação utilizados no livro didático em Braille pelos estudantes:

| |
|------------|
| Sem livro. |
|------------|

5. Processos Cognitivos da Semiósis (em Braille) percebidos durante este encontro:

| Registro Utilizado | Formação (unidades significantes) | Tratamento (resolução) | Conversão |
|---------------------------|--|-----------------------------------|------------------|
| Língua Natural | | | |
| Registro Algébrico | | | |
| Registro Geométrico | | | |
| Registro Tabelar | | | |
| Registro Figural | | | |

APÊNDICE C – Cronograma de acompanhamento livro didático – segundo semestre de 2017

O cronograma abaixo foi criado com o intuito de mostrar o planejamento e a organização, a partir das inferências obtidas com as aulas de acompanhamento que aconteceram do início do segundo semestre de 2015 ao fim do segundo semestre de 2016, do acompanhamento que foi realizado com a presença da estudante cega pela pesquisadora em relação ao livro didático em Braille. O acompanhamento aconteceu de 16/08/17 a 22/11/17 totalizando 10 encontros (sendo que no último dia, 22/11/17 aconteceram o acompanhamento de duas partes de um mesmo conteúdo). Em todos esses dias de acompanhamento a estudante cega realizou atividades, leituras, discussões e tirou dúvidas fazendo uso do livro didático em Braille e acompanhada pela pesquisadora. Acompanhe a organização dos dias de acompanhamento no Quadro 1 da sequência:

Quadro 1 – Cronograma encontros com o LiDB

| AGO. | SET. | OUT. | NOV. |
|-------------------------------|--|---|---|
| 16/8/17 – Polinômios (1) | 6/9/17 – Figura Cubo (EXTRA) (2) | 11/10/17 – Funções Trigonométricas (4) | 1/11/17 – Estatística (5) |
| 26/8/17 – Polinômios (1) | 13/9/17 – Equações Polinomiais (3) | 18/10/17 – Estatística (5) | 22/11/17 – Geometria Espacial (Parte I) (6) |
| 30/8/17 – 2.Polinômios (1) | 27/9/17 – Funções Trigonométricas (4) | | 22/11/17 – Geometria Espacial (Parte II) (6) |

Fonte: A autora.

Subsequente a cada conceito do cronograma, há um número de identificação. Exemplo: Polinômios (1).

Em relação aos conceitos identificados numericamente anteriormente, os objetivos almejados foram:

1. Objetivos:

- i) Investigar as representações auxiliares para a resolução da questão da página 5 do livro em tinta em relação à área de um paralelepípedo retângulo;
- ii) Investigar a funcionalidade da transcrição da figura da mesma página;
- iii) Verificar a conversão para a resolução do problema da página 7 do livro em tinta e a necessidade de contextualização como texto em Braille (áudio-descrição?);
- i) Verificar a funcionalidade do método do Briot-Ruffini no livro;
- ii) E a escrita deste método devido espacialidade do Braille;
- iii) Verificar a divisão de polinômios com o uso da representação auxiliar do método da chave;
- iv) Verificar como é realizada a divisão de números quaisquer com o uso do método da chave;
- v) Investigar a conversão do discurso do enunciado para as figuras;
- vi) Verificar se existe tomada de consciência (função cognitiva) ao fazer a leitura de definições;
- vii) Verificar transcrições de fórmulas, textos e figuras, no geral;
- viii) Verificar se, ao solicitar a leitura de uma determinada página do livro, a estudante tem dificuldade para encontrar a página correspondente no livro em Braille (infere-se que há dificuldade para encontrar a paginação, pois o livro apresenta duas informações referentes à paginação: uma que é a sequência do livro em Braille – à direita de cada página – e outra que é a página correspondente do livro em tinta – à esquerda do livro em Braille.
- ix) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

2. Objetivos:

- i) Investigar a percepção da transcrição do objeto do saber em matemática chamado cubo;
- ii) Perceber a diferença entre a percepção de uma figura transcrita em Braille e da apresentação do objeto em 3D;
- iii) Verificar se a estudante identifica os elementos do cubo (face, arestas, ângulos retos e vértices) na transcrição da figura;

- iv) Verificar se a estudante identifica os elementos do cubo (face, arestas, ângulos retos e vértices) na figura em 3D;
- v) Observar se a estudante tem dificuldade com a transcrição da imagem e a perspectiva em 3D.
- vi) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

3. Objetivos:

- i) Investigar a leitura da definição de Equações Polinomiais devido ao grande número de caracteres;
- ii) Verificar se todos os caracteres da definição são conhecidos pela estudante;
- iii) Investigar a percepção da figura em 3D;
- iv) Verificar a possibilidade de dar exemplos de uma equação polinomial e identificar características.
- v) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

4. Objetivos:

- i) Verificar a leitura e interpretação de uma figura transcrita para o Braille na resolução de uma situação-problema
- ii) Verificar o tratamento de uma fração em escrita não-linear;
- iii) Verificar se a quantidade de caracteres das expressões atrapalha nas resoluções;
- iv) Observar a necessidade da transcrição da imagem para a transcrição (subordinação da apreensão discursiva em relação à apreensão perceptiva);
- v) Verificar a pregnância da forma pelas leis gestálticas na figura transcrita;
- vi) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

5. Objetivos:

- i) Verificar a apresentação, leitura e percepção de registros ainda não analisados: gráfico e tabelar;
- ii) Acompanhar a conversão entre os registros tabelar para histograma e vice-versa;
- iii) Acompanhar a conversão do registro gráfico para o discursivo (língua natural) como solicitado no livro;
- iv) Acompanhar a criação dos registros tabelares ou gráficos (histograma) pela estudante cega;

- v) Verificar a transcrição e funcionalidade dos gráficos em Braille;
- vi) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

6. Objetivos:

- i) Investigar a leitura de imagens pela transcrição;
- ii) Investigar as leis gestálticas na percepção das formas transcritas;
- iii) Verificar se existe maior facilidade em figuras 2D em relação às 3D;
- iv) Diferenciar a percepção de figuras transcritas e concretas;
- v) Acompanhar a interpretação das questões no geral e das transcrições;

APÊNDICE D – Roteiro das entrevistas semiestruturadas realizadas com as professoras alfabetizadoras

Local de Entrevista: Associação Catarinense para Integração do Cego

Necessidade de Investigação: alfabetização do estudante cego no que tange o Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa – CMU. Percebeu-se, durante as aulas de acompanhamento com estudantes a nível de Ensino Médio, uma dificuldade relacionada à simbologia Braille da linguagem matemática. Os estudantes não lembravam a simbologia para representar determinados conteúdos em matemática ou mesmo não a conheciam. Das observações percebemos a necessidade de investigar como se dá a alfabetização de matemática destes estudantes no que concerne a linguagem matemática em Braille.

Responsável na ACIC por conceder a entrevista:

Horário e Tempo de Duração:

Proposta de Questões

1. De que maneira e em que idade acontece a alfabetização dos estudantes?
2. Há separação entre a alfabetização do Sistema Braille no que tange a Língua Portuguesa e a Matemática?
3. A alfabetização acontece em um só período ou existe reforço no que tange a simbologia do Sistema Braille ao longo do tempo?
4. Quais materiais são utilizados para a escrita do estudante no período de alfabetização?
5. Qual a formação do profissional responsável pela alfabetização dos estudantes?

APÊNDICE E – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: entrevista professora alfabetizadora (Estado)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Centro de Ciências da Educação
Centro de Ciências Biológicas
Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

A pesquisa inicialmente intitulada "*Estudantes cegos e a disciplina de matemática no Ensino Médio: levantamento de dificuldades e um estudo de possibilidades para o livro didático em Braille*" tem como objetivo geral fazer um levantamento das dificuldades encontradas pelos estudantes cegos na disciplina de matemática durante os três anos de ensino médio postuando possibilidades de melhoria no livro didático de matemática em Braille.

As informações qualitativas para a pesquisa serão obtidas por meio de acompanhamento semanal (1 dia por semana durante 2 horas) durante o parte do período de formação dos estudantes no ensino médio (agosto de 2015 a dezembro de 2017) e entrevistas semiestruturadas com responsáveis pela elaboração de livros didáticos e processos educacionais de estudantes cegos. A pesquisadora assegura sigilo quanto às informações obtidas durante a pesquisa.

Eu, _____

RG: _____

estou ciente de que faço parte da pesquisa descrita acima elaborada pela aluna de doutorado Daiana Zanelato dos Anjos do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, orientada pelo prof. Dr. Mérciles Thadeu Moretti do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina.



Declaro estar ciente do objetivo da investigação e da segurança de que não serei identificado (a) na pesquisa podendo esta ser publicada futuramente, bem como estar livre para recusar em participar dela.

Floresópolis, 12 de setembro de 2016.

Nome do Entrevistado

Assinatura do Entrevistado

APÊNDICE F – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: entrevista professora alfabetizadora (ACIC)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Centro de Ciências da Educação
Centro de Ciências Biológicas
Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

A pesquisa inicialmente intitulada "*Estudantes cegos e a disciplina de matemática no Ensino Médio: levantamento de dificuldades e um estudo de possibilidades para o livro didático em Braille*" tem como objetivo geral fazer um levantamento das dificuldades encontradas pelos estudantes cegos na disciplina de matemática durante os três anos de ensino médio postuando possibilidades de melhoria no livro didático de matemática em Braille.

As informações qualitativas para a pesquisa serão obtidas por meio de acompanhamento semanal (1 dia por semana durante 2 horas) durante o parte do período de formação dos estudantes no ensino médio (agosto de 2015 a dezembro de 2017) e entrevistas semiestruturadas com responsáveis pela elaboração de livros didáticos e processos educacionais de estudantes cegos. A pesquisadora assegura sigilo quanto às informações obtidas durante a pesquisa.

Eu, RG: _____, estou ciente de que faço parte da pesquisa descrita acima elaborada pela aluna de doutorado Daisia Zanelato dos Anjos do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, orientada pelo prof. Dr. Mércies Thadeu Moretti do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Declaro estar ciente do objetivo da investigação e da segurança de que não serei identificado (a) na pesquisa podendo esta ser publicada futuramente, bem como estar livre para recusar em participar dela.

Florianópolis, 14 de julho de 2016.

Nome do Entrevistado

Ina O O
 Assinatura do Entrevistado

Observação: a participante é uma professora cega.

APÊNDICE G – Roteiro da entrevista semiestruturada feita ao responsável técnico da Fundação Catarinense de Educação Especial

Local de Entrevista: Fundação Catarinense de Educação Especial - FCEE

Necessidade de Investigação: Devido ao interesse de pesquisa voltar-se ao material didático da estudante cega, percebemos a necessidade de investigar profundamente como se dá o processo de adaptação deste material. O interesse é tanto voltado ao resgate histórico dos trabalhos realizados pela FCEE nesta área como também técnico no que tange a elaboração, criação e entrega do material adaptado. O setor a ser investigado chama-se CAP/FCEE.

Horário e Tempo de Duração: 9h as 10h30 (1h30 minutos)

Proposta de Questões

1. O que é e o que realiza o CAP/FCEE? Você poderia contar-me um pouco sobre a história do CAP/FCEE?
2. A equipe do CAP/FCEE é formada por quantos integrantes? Como é feita a divisão de tarefas?
3. Que tipo de material é produzido no CAP/FCEE?
4. Qual o grau de instrução dos integrantes da equipe responsáveis pela produção dos materiais para a disciplina de matemática?
5. Existe formação continuada para os integrantes da equipe? Que tipo de formação continuada (cursos de especialização, palestras, etc) e com que frequência ela acontece?
6. Que instituições (escolas públicas, escolas particulares, cursos) são atendidas pelo CAP/FCEE? Qual é a prioridade no atendimento (escolas públicas, particulares, cursos)?
7. Quais são as fontes de pesquisa utilizadas para a criação/elaboração dos materiais para a disciplina de matemática?

8. De que forma são feitos os pedidos de materiais ao CAP/FCEE?
9. O CAP/FCEE promove cursos de formação continuada aos professores da Educação Básica? Com que frequência? E quais são estes cursos (título, ementa e objetivos)?
10. Existe um órgão/instituição que acompanha o andamento do trabalho desenvolvido pelo CAP/FCEE? São solicitados relatórios de acompanhamento?

APÊNDICE H: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: responsável técnico FCEE



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
 Centro de Ciências Física e Matemáticas
 Centro de Ciências da Educação
 Centro de Ciências Biológicas
 Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – Entrevista FCEE

A pesquisa inicialmente intitulada “Um Livro para Cego Compreender: reflexões semi-cognitivas sobre o livro didático de matemática em Braille” tem como objetivo geral fazer um levantamento das dificuldades encontradas pelos estudantes cegos na disciplina de matemática durante os três anos de ensino médio pontuando possibilidades de melhoria no livro didático de matemática em Braille.

Para compor o corpo do texto deste trabalho, buscamos informações técnicas no setor de adaptação de material didático da Fundação Catarinense de Educação Especial (FCEE/SC). As informações referem-se a todo o processo de adaptação de materiais, desde o envio de materiais didáticos das escolas da rede pública de ensino até a finalização e entrega deste material em Braille para uso pelos estudantes cegos.

Eu, RG: 4272
 estou ciente de que faço parte da pesquisa descrita acima elaborada pela aluna de doutorado Daiana Zanelato dos Anjos do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, orientada pelo prof. Dr. Mércies Thadeu Moretti do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Declaro estar ciente do objetivo da investigação e da segurança de que não serei identificado (a) na pesquisa podendo esta ser publicada futuramente, bem como estar livre para recusar em participar dela.

Florianópolis, 26 de abril de 2017.

Nome do Entrevistado

Assinatura do Entrevistado

APÊNDICE I – Roteiro da entrevista com a estudante cega – Relação com o Saber

Local de Entrevista: Biblioteca Central da UFSC

Necessidade de Investigação: Percebeu-se a necessidade de investigar a Relação com o Saber matemático da estudante cega após os acompanhamentos realizados nos anos de 2015 e 2016, uma vez que, Por acreditar em Charlot (2000, p. 54), quando o autor coloca que “a educação é uma produção de si por si mesmo”, a presente pesquisa que, de forma ampla, investiga o aprendizado de matemática pelo estudante cego, passa pela necessidade de entendimento das questões de apropriação do mundo na percepção do próprio estudante cego, pois “não se pode ensinar a alguém que não quer aprender” (SILVA, 2015, p. 51).

Tempo Previsto de Duração: 1 hora.

Proposta de Questões¹²⁶

Dimensão Epistêmica

1. Quando você acha que compreendeu matemática? (A2)
2. O que você prefere nas aulas de matemática: exercícios ou a teoria? (A11)
3. O que você gosta e o que não gosta nas aulas de matemática? (A11)
4. Você gosta de aprender com regras, macetes e memorização? (A12)
5. O que te faz aceitar uma proposição matemática como verdadeira? (A21)
6. Você costuma verificar proposições para casos particulares fazendo testes, desenhos, uso de calculadoras ou computador? (A22)

¹²⁶ Os códigos numéricos que aparecem logo após cada questão, referem-se à subdivisão da Relação com o Saber as quais a questão se encaixa. Esta subdivisão é explicada no fim do Capítulo 6, em que comentamos sobre a análise da entrevista.

7. Você consegue dar características a alguns conceitos matemáticos ou quando resolve problemas é porque lembra da resolução de outro problema semelhante? (A23 e A24)
8. Você percebe a importância do que aprendeu em matemática? (A3)
9. Você consegue perceber a matemática em situações diferentes daquelas propostas em sala de aula? (A3)
10. Encontra-se matemática nas suas atividades do cotidiano e em seus hobbies? (A31, 32 e A33)

Dimensão Identitária

1. Você tem o hábito de estudar em casa? (B21)
2. Você gosta de ir à escola? (B12)
3. Você gosta de estudar matemática? (B1)
4. Alguém precisa pedir para que você estude ou você é autônomo para estudar? (B2)
5. O que te faz querer aprender matemática? (B12)
6. Como você se sente aprendendo matemática? (B2)
7. Você percebe beleza em formas, engenhos matemáticos, materiais de ensino? (B11)
8. Quando você não consegue resolver uma situação-problema qual é a sua reação? Como você age? (B11)
9. O que é preciso para aprender matemática? (B22)

Dimensão Social

1. Qual o seu sonho de profissão para o futuro? Onde a matemática se encaixa nisso? (C14e C13)
2. O que você espera alcançar estudando matemática? (C13)
3. O que você busca com a escola? (C15)
4. O que a sua família espera de você? (C15)
5. Como é a relação com o seu professor de matemática? (C13)
6. Para você seria muito diferente se você estudasse em uma classe formada inteiramente por estudantes cegos? (C11)
7. Como é a sua relação com os seus colegas de classe? (C11)

8. Como você classificaria a sua turma? (C11)
9. O que você acha da escola particular? (C12)
10. De que forma você e os seus colegas de classe se relacionam no que se refere aos movimentos da sala de aula inclusiva? (C11)
11. E o seu material didático (livros), como são utilizados? (C13)
12. Você sabia que o seu livro de matemática é preparado levando em conta o material elaborado para pessoas que enxergam? (C13)
13. Você acredita que o seu material deveria ser pensado levando em conta a sua deficiência visual e as especificidades da sua deficiência? (C13)
14. Qual o seu papel como estudante cego na classe de aula inclusiva? (C16)
15. Você sente-se excluída em alguma atividade devido a sua deficiência? (C11)

APÊNDICE J – Questões propostas a estudante após análise de figura geométrica transcrita

Questões a serem feitas após a apresentação da figura geométrica:

1. Que figura geométrica é esta?
2. Identifique uma face desta figura.
3. Quantas faces possui esta figura?
 4. Identifique uma aresta desta figura.
 5. Quantas arestas possui esta figura?
 6. Identifique um vértice do cubo.
 7. Identifique um ângulo reto.
 8. Quantos ângulos retos podemos identificar nesta figura?
 9. Qual a medida dos ângulos da parte lateral desta figura?
 10. E qual a medida dos ângulos da parte superior da figura?

As mesmas questões serão feitas quando for apresentado o objeto concreto que representa o cubo.

Por fim, questionar:

Qual a dificuldade em identificar os elementos na figura transcrita e no objeto?

APÊNDICE K – Página 59 do Livro Didático em Tinta analisada no Encontro 7

3º série – 3º volume

Para fazer

1. Escreva o conjunto-solução das seguintes equações, para $x \in \mathbb{R}$:

- $\sin x = \sin 60^\circ$
- $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{6\pi}{5}$
- $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{5}$

2. Determine o conjunto-solução das equações:

- $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, para $x \in [0, 360^\circ]$
- $\operatorname{tg} x = 1$, para $x \in [0, 2\pi]$
- $\sec x = 2$, para $x \in [0, 2\pi]$
- $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, para $x \in [0, 360^\circ]$

3. Determine o conjunto-solução das seguintes equações:

- $2 \cdot \cos^2 x - \cos x = 1$, para $0 \leq x \leq 360^\circ$
- $2 \cdot \sin^2 x + 3 \cdot \sin x - 2 = 0$

4. (UEL – PR) O conjunto-solução da equação $\sin x = \sin 2x$ no universo $U = [0, 2\pi]$ é:

- $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, 2\pi\right\}$
- $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi\right\}$
- $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi\right\}$
- $\left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, 2\pi\right\}$
- $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \pi, 2\pi\right\}$

5. (UTFPR) O valor de x para que $\operatorname{tg} \left(\frac{3x}{2} + \pi \right) = -\sqrt{3}$, é:

- $\frac{-2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$
- $\frac{-2\pi}{3} + \frac{2k\pi}{9}$, $k \in \mathbb{Z}$
- $\frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{9}$, $k \in \mathbb{Z}$
- $\frac{3\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

6. (FUVEST – SP) O conjunto-solução da equação $\sin \left(\frac{8x}{9} + \frac{8\pi}{27} + \frac{8\pi}{81} \dots \right) = \cos x$, com $x \in [0, 2\pi]$, é:

- $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$
- $\left\{ \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right\}$
- $\left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$
- $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

7. (FGV – SP) A soma das raízes da equação $\sin^2 x - \sin(-x) = 0$, no intervalo $[0, 2\pi]$ é:

- $\frac{7\pi}{2}$
- $\frac{9\pi}{2}$
- $\frac{5\pi}{2}$
- 3π
- $\frac{3\pi}{2}$

Desafio

8. (FUVEST – SP) Um arco x está no terceiro quadrante do círculo trigonométrico e verifica a equação $5 \cdot \cos 2x + 3 \cdot \sin x = 4$. Determine os valores de $\sin x$ e $\cos x$.

9. Dada a equação $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{4}$, determine o valor de $\operatorname{tg} x$, sabendo que x está no intervalo $[0, 90^\circ]$.