

Leonardo Francisco Favaretto

**POTENCIAL CRIATIVO E PADRÕES DE MIGRAÇÃO: UMA
ABORDAGEM COMPUTACIONAL BASEADA EM AGENTES**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Economia da
Universidade Federal de Santa Catarina
para a obtenção do Grau de Mestre em
Economia.

Orientadora: Prof.^a Dra. Eva Yamila da
Silva Catela

Florianópolis
2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Favaretto, Leonardo Francisco
Potencial Criativo e Padrões de Migração: : Uma
abordagem Baseada em Agentes / Leonardo Francisco
Favaretto ; orientadora, Eva Yamila da Silva
Catela, 2019.
62 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Sócio-Econômico, Programa de
Pós-Graduação em Economia, Florianópolis, 2019.

Inclui referências.

1. Economia. 2. Potencial Criativo. 3.
Aglomerados criativos. 4. Modelo Computacional
Baseado em Agentes. I. da Silva Catela, Eva Yamila
. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

Leonardo Francisco Favaretto

**POTENCIAL CRIATIVO E PADRÕES DE MIGRAÇÃO: UMA
ABORDAGEM COMPUTACIONAL BASEADA EM AGENTES**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de
“Potencial Criativo e Padrões de Migração: Uma Abordagem
Computacional Baseada em Agentes” e aprovada em sua forma final
pelo Programa de pós-graduação em Economia.

Florianópolis, 08 de março de 2019.

Prof. Jaylson Jair da Silveira, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Eva Yamila da Silva Catela, Dr.^a
Presidente
Orientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jaylson Jair da Silveira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Hermes Higashi, Dr.
Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof. João Basílio Pereima, Dr.
Universidade Federal do Paraná

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer à minha orientadora prof. Eva pelo suporte ao longo da execução desse projeto de pesquisa. Ao professor Jaylson pelas leituras preliminares e sugestões de valia inestimável para o resultado, e pelos inúmeros ensinamentos em sala de aula. Gostaria de agradecer também aos demais professores do programa, e em especial ao professor Milton por ter lecionado cursos que me ajudaram a cruzar platôs de aprendizado em matemática e cálculo numérico, e aos professores Eraldo e Ricardo Giglio por terem inicialmente aceitado me orientar.

Gostaria de agradecer também aos meus pais pelo amor e suporte, à minha companheira Beatriz que esteve do meu lado durante toda a trajetória, e às minhas gatas Cora e Coralina pela alegria que me trazem diariamente.

Por fim agradeço aos meus colegas pelos momentos compartilhados e pelos laços de afeto que são peculiarmente formados quando se compartilham as agruras do ofício.

Também reconheço e agradeço o apoio financeiro da CAPES que contribuiu para que eu pudesse concluir esse curso.

RESUMO

O presente trabalho formula um modelo computacional baseado em agentes visando simular o comportamento migratório da classe criativa e os padrões de aglomeração urbanas a ele associados, assim como a relação de tais padrões com o potencial criativo. Na formulação do modelo, utilizamos conceitos de geografia evolutiva econômica, teoria de redes e a literatura de economia criativa. O modelo simula o aprendizado, interação e migração dos agentes. O trabalho também considera a diversidade étnica, política e sexual, assim como as amenidades urbanas e oportunidades de emprego como fatores atratores da classe criativa. Nos resultados, observamos uma relação exponencial entre o potencial criativo e população de uma localidade, sugerindo uma vantagem relativa e absoluta dos grandes centros no que tange ao potencial para inovar. Os padrões de migração seguem consistentemente uma lei de potência com expoente $\alpha \approx 1,35$, o que configura uma menor concentração urbana do que a descrita pela lei de Zipf. Os grandes centros urbanos concentram proporcionalmente um maior índice de diversidade, todavia sem a emergência de não linearidade na relação. Dentre as variáveis que interferem na velocidade de crescimento do potencial criativo, a quantidade de conhecimento trocado entre os agentes parece exercer um efeito potencializador superior ao número de interações.

Palavras Chave: Potencial Criativo; Aglomerados criativos.

ABSTRACT

The present work presents a computational agent-based model that aims to emulate the migratory patrons of the creative class and its relationship with the population distribution patrons and the creative potential. In the model, we used the concepts of evolutionary economic geography, network theory, and the literature of the creative economy. The model simulates the learning, interaction and migration of agents. It also takes into consideration an ethnic, political and sexual variable for each agent, as well as a proxy variable for urban amenities and job opportunities. In the results, we observe an exponential relationship between the creative potential and the city's population, suggesting that big cities do have an edge in terms of potential to innovate. The population distribution is consistent with a power law with smaller urban concentration in comparison with the one described by Zipf's law. The larger urban centers presented a higher diversity index, although the relation between both variables is linear in relation to one another. We also observed that among the variables that interfere in the growth speed of the creative potential, the amount of exchanged knowledge appears to have a bigger effect in comparison to the number of interactions between agents.

Keywords: Creative Potential; Creative Cluster.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 CONCEITOS TEÓRICOS FUNDAMENTAIS	14
1.1 CRIATIVIDADE, ECONOMIA CRIATIVA E DESENVOLVIMENTO	14
1.2 GEOGRAFIA ECONÔMICA, COMPLEXIDADE E MODELOS COMPUTACIONAIS COM AGENTES	17
1.3 LEIS DE POTÊNCIA E DISTRIBUIÇÕES POPULACIONAIS	22
2 O MODELO PROPOSTO	25
2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS E IMPLEMENTAÇÃO DA ESTRUTURA DE REDE	25
2.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO	27
2.2.1 A troca de conhecimento entre os agentes	28
2.2.2 A Migração dos Agentes	29
3 RESULTADOS	35
CONSIDERAÇÕES FINAIS	54

INTRODUÇÃO

Uma crescente fração dos trabalhadores em países industrializados estão empregados em atividades consideradas criativas, tais como engenharia, pesquisa e desenvolvimento, arte, estética, design, ou em outras áreas intensivas em conhecimento. A concentração desse grupo de trabalhadores pode ser considerada um fator competitivo importante para uma localidade. Todavia, ao contrário de outros insumos econômicos como o capital e a terra, que tem um baixo ou nulo grau de mobilidade, a concentração da chamada classe criativa é dinâmica, e o mecanismo gerador desses fluxos pode ser potencialmente entendido e influenciado pela política pública.

Florida (2005, 2012) descreve a chamada classe criativa, que segundo ele seria um grupo populacional engajado com trabalhos associados à criação de “*meaningful new forms*” (Florida, 2012, p. 36), com propensão a residirem em centros urbanos que provêm diversidade, tolerância e infraestrutura cultural. Os trabalhos de Florida contribuíram para a integração das ideias de economia criativa, classe criativa e o entendimento da dinâmica do deslocamento da classe criativa.

Axtell e Florida (2006) observam que a distribuição populacional não é homogênea ao redor do globo, e tende a organizar-se em torno de algumas cidades, ao tempo que a distribuição populacional entre cidades tende a ser achatada. Auerbach (1913) e Zipf (1936) observaram uma regularidade entre a população de uma localidade e a sua posição na lista ordenada das mesmas de acordo com o número de habitantes, na chamada “*rank-size rule*”. Axtell e Florida (2006) argumentam que embora essa regularidade empírica tenha sido vastamente observada, não existe um modelo microfundamentado que a explique, e propõem fazê-lo utilizando um modelo computacional baseado em agentes. O modelo sugerido por Axtell e Florida (2006) consegue reproduzir a “Lei de Zipf” simultaneamente para a população das cidades e para o número de trabalhadores nas empresas, utilizando para tal a migração de agentes que buscam maximizar o seu retorno dentro do mercado de trabalho.

Spencer (2011) por sua vez simula a dinâmica social do processo criativo no espaço e tempo com o objetivo de entender como variações contextuais afetam a produção criativa dos indivíduos e,

consequentemente, das localidades. Ele o faz com um modelo computacional baseado em agentes utilizando fatos estilizados retirados da psicologia social, teoria de redes e geografia econômica para modelar o comportamento dos agentes em quatro tipos de ação: interação social, aprendizado, criatividade e migração.

O objetivo do trabalho aqui proposto é associar a teoria da classe criativa como exposta por Florida (2003, 2005, 2008, 2012) com os padrões de distribuição populacional observados empiricamente e reproduzidos por Axtell e Florida (2006), utilizando para isso um modelo computacional baseado em agentes com ênfase na troca de conhecimento e migração como em Spencer (2011). A hipótese subjacente é que os movimentos migratórios associados à classe criativa poderiam contribuir para a explicação da distribuição populacional descrita pela lei de Zipf. Para isso, iremos propor um modelo computacional baseado em agentes de modo a testar se (i) um modelo inspirado na teoria da classe criativa pode reproduzir padrões empíricos de distribuição populacional entre cidades, e (ii) associar os padrões de distribuição populacional encontrados com fatos estilizados sobre a economia criativa referente ao potencial criativo e a diversidade nos grandes centros urbanos.

O modelo proposto contém características semelhantes às de três outros trabalhos: Ormerod (2006), Axtell e Florida (2006), e Spencer (2011), e pode ser entendido em três partes:

- Primeiro é descrita a estrutura inicial subjacente ao processo de interação e difusão de conhecimento, utilizando para isso uma rede livre de escala inspirada em Ormerod (2006).
- Na segunda etapa simula-se uma distribuição inicial na qual cada agente recebe um vetor que atribui um valor numérico para cada uma das dez categorias de conhecimento. Os números são gerados utilizando uma distribuição log-normal. Também nessa etapa os agentes são divididos igualmente entre cinco localidades.

- Uma vez posicionados na rede, os agentes podem trocar conhecimento com as suas conexões, e podem – baseados na afinidade psicológica com outros agentes, nível de oportunidades profissionais, amenidades urbanas e diversidade -, criar novas conexões sociais e migrar para outras localidades.

O potencial criativo por sua vez é descrito através do número de agentes em uma localidade que ultrapassam um certo nível de *expertise* predeterminada em duas ou mais áreas do conhecimento.

Os capítulos seguintes são estruturados como se segue. O capítulo um traz a revisão dos conceitos teóricos referentes à classe criativa, sua relação com o desenvolvimento, o paradigma econômico evolucionista e a observação de leis de potência em distribuições populacionais. No capítulo dois é apresentado em detalhes o modelo proposto. No capítulo três se faz a análise dos resultados seguida das considerações finais.

1 CONCEITOS TEÓRICOS FUNDAMENTAIS

Este capítulo segue uma sequência que contempla os seguintes pontos:

- Na seção 1.1 são expostos os principais conceitos da economia criativa e a sua relação com o desenvolvimento econômico regional.
- Na seção 1.2 introduzem-se os conceitos de geografia econômica, complexidade e sua relação com os modelos baseados em agentes.
- Na seção 1.3 se trata da relação entre distribuições populacionais e leis de potência.

1.1 CRIATIVIDADE, ECONOMIA CRIATIVA E DESENVOLVIMENTO

De acordo com Florida (2005), um terço dos trabalhadores em países industrializados estão empregados no setor chamado criativo, nos setores de ciência e engenharia, pesquisa e desenvolvimento, indústrias baseadas em tecnologia, arte, música, cultura, estética, design, ou em áreas intensivas em conhecimento nos ramos de direito, finanças e seguridade. A maior ou menor concentração desses trabalhadores é considerada por ele um fator competitivo fundamental para uma localidade.

A terminologia “economia criativa” ganha importância na medida em que evidencia o papel de tais atividades no desenvolvimento regional através da transformação de criatividade em novos negócios (FLORIDA, 2005, LANDRY, 2000; TRUEMAN e COOK, 2006; PRATT, 2009; UNCTAD, 2010). Segundo Favaretto e Catela (2013), a economia criativa envolve um conjunto de atividades baseadas em arte, cultura, e conhecimento, podendo contribuir na revitalização de indústrias tradicionais de manufaturas, entretenimento e serviços, além de vitalizar pequenas cidades que consigam atrair tais atividades.

A UNCTAD¹ destaca as dificuldades relacionadas à definição do conceito de criatividade, uma vez que este engloba diversas dimensões, podendo ser entendido como um atributo humano e/ou um processo através do qual novas ideias são geradas. Todavia, no que tange às relações econômicas, sugere-se que a criatividade envolve a imaginação e a capacidade de reinterpretar o mundo e gerar ideias originais através do som, imagem e texto. A criatividade científica associa-se à inclinação para o experimento, e a geração de novas conexões ao solucionar problemas, enquanto que a criatividade econômica está associada à inovação nas práticas de negócio, marketing e tecnológica, estando associada ao ganho de vantagens competitivas.

O conceito de criatividade utilizado pela UNCTAD baseia-se em uma noção ampla, que engloba não somente as atividades que envolvem um sólido componente artístico, mas também para “qualquer atividade econômica que produza produtos simbólicos intensamente dependentes de propriedade intelectual, visando o maior mercado possível” (UNCTAD, 2004). Tal definição abarca um vasto escopo de atividades, que vão das relacionadas a conhecimentos tradicionais e patrimônio cultural, até outras atividades de maior intensidade tecnológica, como as audiovisuais.

O papel desempenhado no sistema econômico pelos setores componentes da economia criativa fica em evidência quando aludimos aos grandes retornos obtidos na comercialização de bens culturais e/ou intensivos em criatividade, como filmes, livros, vídeos, com destaque para os associados à tecnologias de ponta como aplicativos audiovisuais para celulares. Além disso, destaca-se o valor simbólico agregado a produtos que de forma imediata não seriam considerados como “culturais”, como carros, eletrodomésticos, e produtos personalizados que agregam valor diferenciado ao consumidor. “São produtos desenvolvidos por publicitários, designers, artistas gráficos etc. e que possuem um ‘estilo’ ou um ‘conceito’ próprios, que os diferencia dos demais” (BARBALHO, 2014).

¹ United Nations Conference on Trade and Development.

O principal objetivo de identificar e promover indústrias criativas e a sua “ecologia” relaciona-se ao seu potencial de gerar aumento de emprego, produto e valor agregado regional. Doravante iremos nos referir à acumulação de fatores que facilitam, potencializam e/ou estimulam a atividade criativa em uma dada localidade como **potencial criativo**.

A relação entre as características que estão associadas a um maior potencial para a atividade criativa e a sua conversão em desenvolvimento econômico para uma cidade não são lineares, e podem ocorrer por diferentes vias: Pela acumulação da classe criativa atraída pelas amenidades urbanas, diversidade, e tolerância, ou ainda, de forma mais abstrata, pelo produto não linear da interação de múltiplos fatores como o capital humano, o ambiente urbano, o capital social e a estrutura produtiva. (FAVARETTO e CATELA, 2014).

Florida (2005) aponta que diferentemente de outros fatores de produção como a terra e insumos, que são dados para uma determinada localidade, o capital humano, e mais especificamente a população criativa, está em constante fluxo. Isso levanta a questão dos fatores que permitem atrair e reter um *pool* dessa população de modo a obter uma potencial vantagem no desenvolvimento econômico para uma localidade.

Florida (2003, 2005, 2008) argumenta que localidades que possuem uma maior abertura para imigrantes, artistas, homossexuais e diversidade racial podem obter vantagem na competição tecnológica através da acumulação de um grupo de pessoas denominado “classe criativa”. Tal acumulação potencializa a atividade criativa via interação, podendo contribuir para o dinamismo econômico local. Localidades com essas características, além de permitirem o melhor florescimento do trabalho criativo da população residente, obteriam vantagem na competição através da atração e retenção da população criativa.

Clark *et al.* (2002) sugerem que a existência de ativos culturais em uma localidade, como parques, museus e galerias de arte aumentam a performance econômica das cidades, uma vez que contribuem na formação de uma rede de serviços e infraestrutura, atraindo capital humano e criativo e gerando rendas de turismo. Machado *et al.* (2013) argumentam sobre o papel das amenidades culturais, tais como teatros e museus, na formação de *clusters* criativos, e descreve empiricamente tal relação para o Brasil. A tese subjacente é que tais amenidades urbanas e

culturais poderiam influenciar a escolha de viver e trabalhar em uma determinada localidade, atraindo assim fluxos de capital e novos grupos empresariais.

Diniz (2009) enfatiza o potencial das indústrias criativas em impulsionar as exportações através da diversificação econômica, ou ainda, de substituir importações, favorecendo que o efeito multiplicador da renda seja aproveitado localmente. O autor enfatiza a dificuldade em mensurar os efeitos indiretos de tais atividades que cobrem os fatores intangíveis relacionadas ao valor cultural, uma vez que tais valores são tratados comumente como externalidades. Todavia, esses valores geram implicações na forma de pensamento e organização de uma sociedade, contribuindo na formação de identidade, coesão social e manutenção da diversidade.

1.2 GEOGRAFIA ECONÔMICA, COMPLEXIDADE E MODELOS COMPUTACIONAIS COM AGENTES

Chorincas (2001) define a geografia econômica como a análise da superfície terrestre em todos os aspectos que concernem o ponto de vista econômico. Uma vez que todo o fenômeno econômico possui um caráter espacial, assim como um caráter temporal, a função do pesquisador dessa área é a de investigar as relações espaciais na economia.

A estrutura espacial da economia, e aspectos como a existência de distritos industriais, *clusters* empresariais, cidades, aglomerações regionais, entre outros, são entendidos na geografia econômica evolutiva como propriedades emergentes de uma economia, que podem ser fonte de externalidades e *spill-overs*, que por sua vez condicionam e regulamentam a ação dos agentes. Desta forma, temos um fenômeno emergente criado pela interação descentralizada de diversos agentes que formam uma macroestrutura, que por sua vez de maneira recíproca reforça e condiciona a microestrutura. Nesse contexto, a diversidade pode assumir um papel central na criação, difusão e ramificação de ideias, desempenhando um papel na manutenção da vitalidade urbana.

Dentro da agenda de pesquisa da geografia econômica, encontra-se a análise da evolução e organização de locais produtivos, visando a explicação da mudança na paisagem econômica pela dinâmica industrial subjacente (Ruiz *et al.*, 2014). Segundo eles a

Geografia Econômica Evolutiva deve cumprir três requisitos: deve ser dinâmica (referindo-se a conceitos como o surgimento, a convergência, a divergência e outros padrões irregulares, em relação ao momento histórico); deve lidar com processos irreversíveis; e deve ser criativa, como a principal fonte de transformação. Assim, estes elementos estão intimamente relacionados com a biologia evolutiva e o darwinismo (princípios de variedade, seleção e continuidade) e podem ser considerados como uma “base teórica” para os sistemas sociais (Ruiz et al., 2014, p. 323).

Muitos trabalhos distintos se definem como pertencentes à abordagem evolutiva, e entre as características que permitem que este conjunto de ideias sejam consideradas de forma integrada, vale a pena mencionar a compreensão do sistema econômico como um processo que acontece no espaço e tempo (Boulding, 1991), e a noção de existência de um processo de seleção subjacente à dinâmica econômica atuando como força impulsionadora da seleção do comportamento, em contraposição a um processo de maximização (Dawid, 2006).

Assim, a abordagem evolutiva é altamente influenciada por modelos da biologia e tenta entender os padrões de comportamento que emergem da interação de vários agentes que atuam estrategicamente com racionalidade limitada. De forma resumida, o processo evolutivo é caracterizado por três etapas: a geração de um ecossistema de variedades; um processo de seleção que determina quem obteve “sucesso” na competição; e a redução da diversidade através da difusão do vencedor, e adaptação dos perdedores.

Os autores Martin e Sunley (2007) argumentam que grande parte do entendimento da geografia econômica evolutiva reside no paradigma Nelson-Winter, que mistura conceitos e metáforas darwinianos como inovação, variedade, e seleção, com a teoria evolutiva da firma.

Ruiz *et al.* (2014) resumem o quadro conceitual da geografia econômica evolutiva através de três pilares: A dependência da trajetória, o darwinismo generalizado, e a teoria da complexidade. A dependência da trajetória pode ser entendida como um processo dinâmico baseado em fenômenos estocásticos com *feedbacks* positivos naturais, de modo que o desenrolar dos possíveis resultados depende da sequência particular com que os acontecimentos se desenrolam. O darwinismo generalizado expressa a ideia da evolução do ecossistema econômico dentro de uma analogia darwiniana na qual a concorrência entre os agentes, utilizando categorias como variedade, inovação e seleção moldam a dinâmica temporal do sistema. Já a complexidade consiste de um paradigma alternativo na interpretação do tecido geográfico da economia, que se ocupa do estudo de propriedades de sistemas evolutivos e da interpretação do cenário econômico como um sistema adaptativo complexo, utilizando categorias como emergência, auto-organização e adaptação.

Segundo Spencer (2015), a abordagem da complexidade é desejável na modelagem da geografia econômica na medida em que combina a modelagem formal, e ao mesmo tempo reconhece a heterogeneidade, e a natureza disruptiva e potencialmente dependente da trajetória (*path-dependent*) dos fenômenos. Podemos entender um fenômeno como complexo pela observação de fenômenos emergentes derivados da interação descentralizada entre os indivíduos. Essa visão ampla da complexidade é conhecida como meta-complexidade (ROSSER, 2012).

Dawid (2006) argumenta que o uso de Modelos Baseados em Agentes, – doravante ABMs -, em estudos pertencentes a abordagem econômica evolucionista fornece naturalmente explicações para diversos fatos estilizados para os quais modelos de equilíbrio tradicionais falham em explicar, tornando-os atraentes em relação às análises tradicionais de equilíbrio. Dentre os fatos estilizados mencionados por Dawid (2006) como não devidamente explicados em modelos tradicionais estão:

- Coexistência de plantas e empresas de diferentes tamanhos.
- Heterogeneidade entre empresas em relação à tecnologia utilizada, e os lucros e produtividade obtidos.
- A falta de relação entre a rentabilidade de um setor industrial e suas taxas de entrada e saída de firmas.
- O surgimento de grandes inovações que aparenta ser estocástico e, ao mesmo tempo aglomerado no tempo quando comparado a uma distribuição uniforme.

Outro ponto citado pelo autor é que ABMs têm uma estrutura que se adequa à modelagem de propriedades subjacente aos fenômenos de interesse, já que se adaptam facilmente à sua estrutura dinâmica, ao papel particular desempenhado pelo conhecimento, ao papel profundo que a incerteza assume nos processos, e à heterogeneidade entre empresas em relação ao conhecimento, tecnologia e estratégias de inovação. Nesses modelos podemos representar as mudanças tecnológicas como um processo de busca dinâmico fortemente descentralizado que ocorre sob incerteza substancial, com muitos agentes heterogêneos que pesquisam simultaneamente novos produtos e processos, estando os agentes conectados através de interações dentro e fora do ambiente de mercado (Dawid, 2006).

Os ABMs são utilizados na economia como uma tentativa de incorporar o caráter dinâmico e a heterogeneidade na modelagem. A matemática utilizada em tais modelos é semelhante a utilizada em computação discreta e na resolução de equações diferenciais. Esses modelos levaram a uma compreensão substancial da macrodinâmica da informação imperfeita, das mudanças tecnológicas e da racionalidade limitada (Ballot *et al*, 2014). Os modelos simulam numerosos agentes heterogêneos que interagem em um ambiente de mercado de maneira autônoma sem a interferência de uma autoridade central, tal como um leiloeiro Walrasiano (Ballot *et al.*, 2014).

Barbieri (2013) enfatiza a abordagem computacional como meio de representar um sistema com vários agentes que interagem localmente guiados por regras de comportamento simples. Uma propriedade desejável de tais modelos é a sua permissividade com padrões de

coordenação potencialmente diferente do equilíbrio, e a constante adaptação em ambientes de racionalidade limitada.

No que tange à intersecção da economia criativa com os modelos baseados em agentes, Spencer (2011) apresentou um modelo que simula a dinâmica social da economia criativa dentro de um quadro evolucionário, utilizando para tal premissas da psicologia social, teoria de redes e da geografia econômica. Nele os agentes realizam quatro tipos de ações: interação, aprendizado, atividade criativa e migração. Além disso no modelo existem dez categorias de conhecimento e dez localidades, e os agentes tem como seu máximo objetivo combinar duas categorias de conhecimento em uma nova ainda não existente. Os agentes são divididos igualmente entre as localidades, e posteriormente interagem com base nos critérios de:

- Distância cognitiva - calculada pela diferença no perfil de conhecimento, sendo que quanto menor a diferença menor a distância.
- Distância física
- Interações prévias com cada agente – quanto maior o número de interações anteriores, maior a chance de uma nova ocorrer
- E o conhecimento total, de modo que quanto maior o conhecimento total do agente, maior sua chance de interagir com os demais.

Ainda em Spencer (2011), o processo de interação condiciona o processo de aprendizado e a troca de conhecimento entre os agentes. Uma vez que um dado agente cruze um determinado nível de mais de duas categorias de conhecimento, este pode probabilisticamente criar uma nova categoria, que será a concatenação das duas anteriores. Além disso, os agentes podem optar por migrar de modo a aumentar as suas chances de aprendizado. Dentre as principais conclusões, os referidos autores observam que agentes com acesso a uma maior variedade de

conhecimento possuem uma maior chance de combinar conhecimentos existentes em algo novo.

1.3 LEIS DE POTÊNCIA E DISTRIBUIÇÕES POPULACIONAIS

Em 1913, Auerbach observou que o produto da população de uma cidade por sua posição em uma lista ordenada também de acordo com as populações era aproximadamente constante para os EUA e outros cinco países europeus. Tal regularidade empírica ficou conhecido como Lei de Zipf, e gerou uma renovação no interesse do estudo das distribuições populacionais (ARSHAD *et al*, 2018). A Lei de Zipf descreve a distribuição dos elementos em uma lista ordenada onde o n -ésimo elemento teria uma fração $\frac{1}{n}$ da dimensão do primeiro elemento. Ela pode ser entendida também como uma lei de potência de forma $P_n \sim \frac{1}{n^a}$, com $a \cong 1$.

O trabalho de Pareto sobre distribuição de renda entre o final do século XIX e início do XX foi seminal no estudo das leis de potência. Em seu trabalho foi demonstrado que a proporção de indivíduos com uma renda superior a um dado número é proporcional a uma potência desse número. Posteriormente, distribuições com essa característica foram utilizadas na modelagem de diversos fenômenos em áreas como biologia, demografia, ciência da computação, teoria da informação, linguística, astronomia, economia, entre outros (PINTO *et al*, 2012).

Rosen e Resnick (1980) ilustraram o crescente interesse empírico na distribuição populacional entre cidades com um estudo empírico que englobou 44 países, onde os autores observaram que o coeficiente médio que descreveria a lei de potência da distribuição dos países era 1.13, sinalizando que as distribuições eram mais homogêneas do que o preconizado pela lei de Zipf. Todavia fizeram a importante constatação de que se a unidade de medida fossem as regiões metropolitanas ao invés das cidades individualmente, as distribuições apresentaram melhores ajustes à lei de Zipf. Em seu trabalho também argumentam que a observação de diversas não linearidades encontradas na relação entre

ranking e população sugere que uma função linear associando ambas seria uma primeira aproximação para uma caracterização completa.

Arshad *et al.* (2018) analisam 114 artigos publicados entre 2000 e 2017 referentes à Lei de Zipf e distribuições populacionais. Na sua revisão de trabalhos empíricos que contemplam diversos países, os trabalhos são divididos em grupos em que a distribuição populacional:

- Obedece a Lei de Zipf;
- Não obedece a lei de Zipf;
- Apenas a calda superior da distribuição obedece a lei de Zipf.

Os autores concluem que a observação da Lei de Zipf não ocorre consistentemente, mesmo quando se considera apenas a parte superior da distribuição de cidades e/ou regiões.

Berry e Okulicz-Kozaryn (2011) argumentam que tal conflito na literatura deriva potencialmente de uma seleção equivocada da seleção de municípios, desconsiderando a unidade de aglomerações orgânicas como regiões metropolitanas. Para eles, a correta definição das áreas urbanas utilizadas pode deter um papel pivotal quanto a observação ou não da Lei de Zipf.

Sobre o trabalho de Rosen e Resnick (1980), os autores Berry e Okulicz-Kozaryn (2011) pontuam o desconforto à época referente a falta de fundamentação teórica para uma forte regularidade empírica. Entre as propostas de fundamentação teórica para a lei de Zipf está a de Axtell e Florida (2006), que utilizaram um modelo computacional baseado em agentes para modelar a distribuição da população entre cidades, assim como do tamanho das firmas, seguindo uma lei de Zipf. O seu modelo foi formulado em uma tentativa de compreender alguns fatos empresariais estilizados nos Estados Unidos, dentre eles:

- A grande assimetria à direita do tamanho das firmas;

- A distribuição não normal das taxas de crescimento empresariais;
- A maior remuneração do trabalho em firmas de maior porte;
- Retornos de escala aproximadamente constantes em nível agregado.

Nesse modelo, pessoas se associam em firmas, e essas por sua vez podem aglomerar-se em uma mesma área geográfica. Os agentes possuem habilidades heterogêneas, racionalidade limitada, e interagem em ambientes de trabalho. Cada agente possui uma firma, e cada firma possui uma localização. Agentes procuram o maior retorno pelo seu trabalho, e desta maneira podem optar por mudar de firma. As firmas também podem mudar de local, e um agente pode fundar uma nova firma, contribuindo desta maneira para a formação de *clusters* empresariais. Um agente decide de maneira individual por trocar de firma ou fundar uma nova firma sempre que possa derivar um aumento de utilidade de tal movimento.

De modo a contribuir com essa discussão, sugere-se no próximo capítulo um modelo com agentes que visa reproduzir, utilizando hipóteses comportamentais da literatura da classe criativa, os padrões empíricos de distribuições populacionais entre cidades.

2 O MODELO PROPOSTO

No capítulo anterior foram introduzidos conceitos teóricos fundamentais ao entendimento do problema de pesquisa e sua relevância, tais como a importância dos fluxos migratórios de trabalhadores criativos, sua relação com o desenvolvimento regional e os potenciais padrões de distribuição populacional a ele associados. O capítulo dois será organizado em duas partes: A primeira parte trata da estrutura de rede do modelo; A segunda parte trata sequencialmente da geração dos insumos aleatórios como a distribuição inicial de conhecimento e as características associadas à diversidade, da troca de conhecimento entre os agentes, da migração dos agentes entre as localidades e por fim de aspectos relacionados às hipóteses do modelo.

2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS E IMPLEMENTAÇÃO DA ESTRUTURA DE REDE

Podemos avaliar a estrutura de distribuição de rede de um sistema seguindo dois critérios: primeiro pela probabilidade de que um nó aleatória da rede conecte-se com um número k_{out} de outros nós da rede, ou conecte-se externamente; e a probabilidade que um nó escolhido aleatoriamente receba a conexão de k_{in} outros elementos da rede, ou que se conectem internamente. Barabási (2014) define uma rede livre de escala como uma rede cuja distribuição segue uma lei de potência (p. 6). Destarte, podemos expressar a probabilidade de k_{out} e k_{in} na forma

$$(1) \quad P_{k_{out}} \sim k^{-\gamma_{out}},$$

$$(2) \quad P_{k_{in}} \sim k^{-\gamma_{in}},$$

onde γ_{out} e γ_{in} são o expoente que define o grau de conexão externa e interna.

Utilizamos tal estrutura de rede com inspiração em Ormerod (2006), que modelou a difusão de informação entre agentes utilizando uma rede livre de escala. A hipótese subjacente em seu trabalho é de que no processo de difusão de informação, alguns poucos agentes com muita influência podem exercer um impacto que condiciona substancialmente o estado final do modelo. Nos utilizamos da mesma ideia na modelagem da difusão do conhecimento, onde alguns poucos conhecedores têm grande visibilidade e são difusores de conhecimento, enquanto que a maioria dos agentes são mais ou menos anônimos, e seu impacto na difusão de conhecimento é baixo.

Iniciamos o modelo com a geração de uma rede livre de escala implementando o algoritmo Barabási-Albert (BA). Para ilustrar as dimensões de uma rede dessa natureza, é comum que nela aproximadamente 85% dos agentes possuam conexão com menos de 2% do total de membros da rede, enquanto que alguns agentes possuem conexão com cifras tão expressivas quanto 20% do total de agentes.

O algoritmo BA por sua vez utiliza a ideia de *Preferential Attachment*, que implica que novos nós têm maior chance de se conectarem a nós com mais conexões, em oposição a se conectarem com outros nós aleatoriamente. Inicia-se a rede com m_0 nós conectados aleatoriamente, onde cada nó deve possuir ao menos uma conexão, e a cada rodada da simulação da rede insere-se um novo nó que se conecta com um número $m \leq m_0$ de nós. A probabilidade de se conectar com um nó i que recebe conexão de κ outros nós é definida como

$$(3) \quad \Pi(\kappa_i) = \frac{\kappa_i}{\sum \kappa_j},$$

de modo que quanto maior o número de conexões associadas a um nó, maior a sua chance de receber conexão dos nós entrantes. Após ρ rodadas do algoritmo, o modelo Barabási-Albert gera uma rede com $N = \rho + m_0$ nós.

2.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Após a geração da rede, foi realizada uma matriz de distribuição de conhecimento onde cada agente i recebe um número $x_{i k} \in \mathfrak{R}_+$ referente ao seu conhecimento em uma das $k = 10$ categorias de conhecimento. O número $k = 10$ foi escolhido seguindo o trabalho de Spencer (2011). Cada elemento $x_{i k}$ é uma variável aleatória que segue uma distribuição log-normal com média $\mu = 0$ e desvio padrão $\sigma = 1$. A distribuição log-normal foi utilizada para expressar o fato de que não há conhecimento negativo, e para modelar a maior variabilidade que existe na realidade em relação a distribuição do conhecimento especializado onde a maior parte das pessoas irá possuir nenhum ou pouco conhecimento em uma área qualquer do saber, enquanto que alguns poucos podem concentrar muito dele, podendo ser detentoras de notório saber.

Os indivíduos são distribuídos igualmente entre cinco localidades. A estrutura espacial de vizinhança se dá em um espaço unidimensional, em que a distância entre dois locais L , com $\{L \in \mathbf{Z} \mid \mathbf{0} < n \leq 5\}$ é a distância euclidiana entre esses pontos. A estrutura pode ser visualizada abaixo:

Figura 1 - Estrutura espacial em linha



Fonte: Elaboração Própria

Posteriormente simulamos uma matriz com três variáveis de diversidade, representando genericamente a divisão racial, sexual e política que permanecem constantes ao longo do tempo para cada indivíduo. A simulação foi feita utilizando uma distribuição normal padronizada. A premissa é de que existem características mais frequentes em tais distribuições, tais que assim como na distribuição normal concentram grande parte da frequência em torno da média, e se reduzem

exponencialmente conforme se aproximam das caldas. Os indivíduos que estão entre -1 e 1 desvios padrão da média recebem o menor indicador de diversidade para uma dada característica, recebendo o valor 1. Valores absolutos entre 1 e 2 desvios padrão da média recebem o indicador no valor de 3, enquanto os demais que em uma distribuição normal concentram aproximadamente 5% da população, recebem o valor de 5. Uma vez que cada uma das três variáveis pode assumir três valores distintos, cada agente tem 27 combinações possíveis de estados iniciais associadas à diversidade. No indicador de diversidade – doravante ID - de uma localidade, são somados os índices de diversidade de todos os residentes, incluindo as três variáveis.

Posteriormente, ocorrem quatro processos na ordem em que são apresentados, nas subseções seguintes.

2.2.1 A troca de conhecimento entre os agentes

Primeiro, os agentes podem ou não trocar conhecimento entre si. Essa parte do modelo ocorre em duas etapas: primeiro, ocorre um evento probabilístico para decidir se dois agentes quaisquer irão ou não executar uma troca unilateral de conhecimento. Posteriormente, ocorre a troca propriamente dita. Tais processos - detalhados nas equações 4 e 5 no parágrafo seguinte - acontecem para todos os agentes em todas as rodadas.

A probabilidade de troca de conhecimento é determinada pelo parâmetro p_1 , e pela distância geográfica entre dois agentes. A chance de troca é reduzida quanto maior a distância geográfica, de modo que essa chance é máxima para indivíduos dentro de uma mesma localidade – onde a distância é mínima. A função que define a probabilidade de ocorrer o evento de uma troca unilateral de conhecimento onde o agente i recebe uma fração do conhecimento do agente j é

$$(4) \quad P_{ij} = 1 - \left(p_1 + \frac{|N_i - N_j|}{100} \right),$$

onde $(1 - p_1)$ é a chance de troca de conhecimento entre os agentes dentro de uma mesma localidade, sendo p_1 definido como $\{p_1 \in \mathbb{R} \mid 0 \leq p_1 \leq 0,96\}$. Por sua vez N_i é a localização do agente i e N_j a localização do agente j . Uma vez que a troca acontece de forma unilateral, o novo estado do conhecimento no período $t + 1$ é

$$(5) \quad K_{i,t+1} = K_{i,t} + p_2 K_{j,t},$$

onde p_2 é o percentual de conhecimento trocados, com $\{p_2 \in \mathbb{R} \mid 0 \leq p_2 \leq 1\}$, e K_i é um vetor de números reais estritamente positivos de dimensão $k \times 1$, com $k = 10$, e cada elemento do vetor representa o conhecimento do agente i em cada uma das k área do conhecimento.

2.2.2 A Migração dos Agentes

Na segunda etapa do modelo, os agentes têm uma probabilidade de mudarem de localidade geográfica. Tal processo dá-se em duas partes: primeiro o agente “decide” se irá ou não mudar, e em caso positivo, “decide” para onde mudar.

O gatilho para a mudança ocorre em função dos parâmetros p_1 e Φ - apresentado à frente na equação 7 - associados à probabilidade de ativação do evento de migração, e do parâmetro de quantidade total de conhecimento para um dado agente. Sobre o segundo aspecto, Spencer (2011) argumenta que agentes com maior nível geral de conhecimento tem uma maior probabilidade de migrarem, uma vez que se entende que haveria uma maior demanda pelas suas habilidades.

A escolha de para onde mudar por sua vez depende de três fatores: da distância psicológica do indivíduo para com os demais residentes em cada localidade, do ID de cada sítio e da população de cada sítio.

A distância psicológica é inspirada em Spencer (2011), que é inserida na função de migração de forma que cada agente calcula a diferença de

seu perfil psicológico em relação a cada um dos demais agentes, e tem suas chances de ir para a localidade onde residem as agentes com maior semelhança psicológica aumentadas. A migração baseada na semelhança entre perfis de conhecimento também pode ser entendida como um maior potencial de oportunidades profissionais, uma vez que agentes com expertises semelhantes tendem a agregar-se em associações profissionais.

O tamanho da população é considerado na função de migração em conjunto com o indicador de diversidade. O tamanho da população expressa que os indivíduos tendem a preferir localidades com um maior número de habitantes, expressando as características psicológicas da classe criativa expostas em Florida (2002), e a ideia de que localidades mais densamente habitadas tendem a concentrar um maior número de amenidades urbanas, atividades culturais, vida noturna, entre outros.

O indicador de diversidade por sua vez visa modelar a ideia de que locais que concentram maior diversidade portariam uma maior tolerância para com ela, sendo a tolerância um fator atrator da classe criativa (Florida, 2012).

A população total e o ID são inseridos multiplicativamente na equação 9 que descreve a migração, sugerindo uma interação sinérgica entre ambos.

A afinidade psicológica entre o agente i e o agente j , I_{ij} , é determinada pela distância euclidiana entre ambos,

$$(6) \quad I_{ij} = I_{ji} = || K_i - K_j ||$$

sendo que quanto menor o valor numérico de I_{ij} , maior o nível de afinidade entre dois agentes.

Seja Φ_i a soma de todos os elementos do vetor K para o agente i , que pode ser entendida como o produto interno de K_i com um vetor de mesma dimensão contendo apenas o número 1, que chamaremos aqui de $\hat{a} = [1, 1, \dots, 1]$, Logo,

$$(7) \quad \Phi_i = \langle K_i, \hat{a} \rangle = K_{i,1} \times 1 + K_{i,2} \times 1 + \dots + K_{i,10} \times 1.$$

Logo, definimos a probabilidade de um agente i optar pela migração como

$$(8) \quad P_i = \begin{cases} p_1 + \frac{\Phi_i}{100} & \text{para } 0 \leq \left(p_1 + \frac{\Phi_i}{100}\right) \leq 1 \\ 1 & \text{para } \left(p_1 + \frac{\Phi_i}{100}\right) > 1, \end{cases}$$

onde p_1 é a probabilidade de ativação da Migração.

Por fim, a probabilidade de cada agente migrar para cada uma das localizações $L = \{1,2,3,4,5\}$ depende de três fatores: (1) da ordenação suas preferências de moradia em função de sua afinidade psicológica com os demais agentes; (2) da população de cada localidade, chamada de pop_L , e (3) do indicador de diversidade de cada localidade.

A ordenação de preferência de moradia é feita associando a lista ordenada de proximidade psicológica de cada agente para com os demais. Uma vez que o conjunto de agentes possui uma relação biunívoca com o grupo de localizações L , utiliza-se a lista ordenada de proximidade psicológica de cada agente para listar a sua preferência de moradias. A tese é de que para um dado agente i que tem a maior afinidade de sua lista com o agente j , que reside em L_j , implica que o agente i tem sua maior preferência de migração para L_j .

Vamos chamar de L_{ji} a j -ésima localização preferida pelo agente i , sendo L_{1i} a localização de maior preferência, e assim sucessivamente. A função de probabilidade de migração para uma localização qualquer L para o agente i é dada por:

$$(9) \quad P_{i,n} = \frac{c_L + p_4 \times pop_L \times (1 + \frac{ID}{100}) - p_6 \times pop_L^2}{\sum_{i=1}^L c_L + \sum_{i=1}^n p_4 \times (1 + \frac{ID}{100}) \times pop_L - p_6 \times pop_L^2}$$

onde c assume os valores de 5 para L_{1i} , 3 para L_{2i} , 2 para L_{3i} , e 1 para os demais valores de L . O coeficiente p_6 expressa a velocidade com que pop_L perde influência na função de migração na medida que as localidades tornam-se mais populosas, e pode ser entendida pela ideia de que grandes conglomerados urbanos tendem a apresentar problemas característicos relacionados à segurança pública e mobilidade urbana, e destarte perdem atratividade migratória. O parâmetro p_6 será utilizado com dois valores: o da calibração, e zero, de modo a testar as diferenças do comportamento do sistema quando os agentes penalizam ou não o excesso de população.

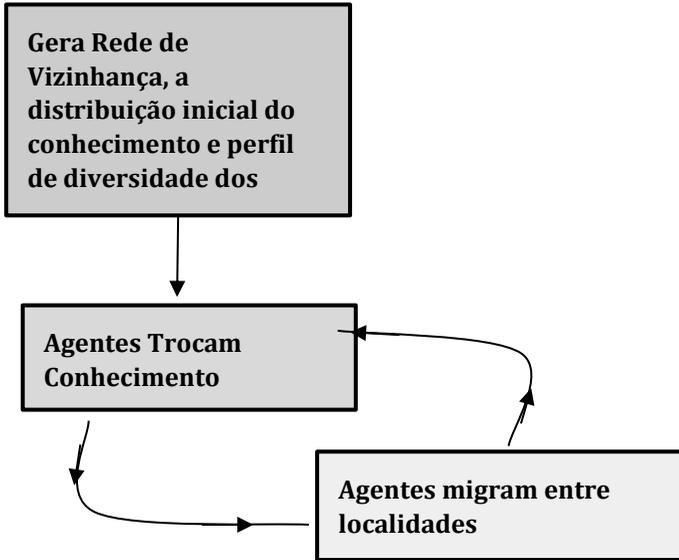
2.2.3 Demais Aspectos do Modelo

Indivíduos podem criar novas conexões, havendo uma pequena chance p_3 de criar-se uma conexão entre dois indivíduos aleatórios em duas diferentes localidades.

Por fim, é calculado o potencial criativo total do sistema e o de cada localidade individualmente, através da contagem simples do número de agentes com um nível de conhecimento superior a um *threshold* pré-determinado em mais de uma área do conhecimento. Também é computada a população por localidade.

A dinâmica algorítmica do modelo pode ser observada no fluxograma abaixo:

Figura 2 – Fluxograma simplificado das etapas do modelo.



Fonte: elaboração própria

Na primeira etapa é gerada a estrutura do modelo, que consiste na simulação da rede de associações entre agentes e os vetores iniciais de conhecimento e diversidade. As duas etapas seguintes onde ocorre a troca de conhecimento e migração é onde o modelo é iterado, sendo uma rodada de trocas e uma rodada de migrações o que caracteriza uma rodada do modelo – ou a passagem de uma unidade de tempo de simulação.

O processo criativo foi entendido através do conceito de criatividade utilizado por Spencer (2011), onde a inovação seria derivada através de novas combinações do conhecimento previamente existente. Tal conceito implica que um agente com maior variedade de conhecimento tem sua chance de novas combinações aumentada, e logo, uma maior chance de criação de algo novo. Tal abordagem enfatiza o papel do aprendizado e das redes de relacionamento no processo criativo, e do relacionamento com pessoas de *backgrounds* distintos. **O potencial criativo de uma localidade foi então definido nesse trabalho como o número de**

indivíduos que possuem um nível de expertise acima de um *threshold* predeterminado em mais de uma área do conhecimento. O *threshold* foi escolhido de modo que na distribuição inicial de conhecimento log-normal $\sim (0,1)$, apenas 10% dos agentes tivesse nível de conhecimento igual ou superior ao *threshold* em qualquer área.

Já a noção de distância psicológica utilizada na estimação da probabilidade de migração para cada localidade foi baseada no conceito de homofilia exposto em Spencer (2011), que sugere que pessoas tendem a preferir interagir com pessoas com pessoas similares a elas mesmas. Tal conceito também pode ser interpretado com a ideia de que a semelhança nos perfis de conhecimento caracterizaria maiores oportunidades de emprego.

3 RESULTADOS

A calibração dos parâmetros foi feita de modo a minimizar uma função de erro da distribuição populacional simulada, em comparação à série empírica da população das cinco maiores cidades americanas segundo o censo de 2010. O problema de minimização é

$$(10) \quad \text{Min } \sum_{i=0}^5 |x_i - x_i^*|,$$

na qual x_i é a proporção da população total dada para o sítio localizado na posição i de uma lista ordenada pela população, e x_i^* é o valor equivalente da série observada da população das cidades Americanas. A distribuição empírica de referência segue aproximadamente uma Lei de Zipf.

O algoritmo utilizado na parametrização foi realizado em duas etapas: primeiro, é feita a mensuração da função de erro vista acima a partir da execução do modelo utilizando milhares de combinações aleatórias dos seis parâmetros variáveis do modelo - apresentados no quadro 1 - de modo a encontrar regiões passíveis de conter um mínimo local. A inserção de um mecanismo aleatório de geração de pontos iniciais foi utilizada em consideração a dificuldade de parametrização de modelos baseados em agentes dada a quantidade de insumos aleatórios do modelo, que dificulta a utilização de métodos de otimização global. A segunda etapa consiste da execução de um algoritmo de minimização local baseado no método do gradiente, que minimiza a função de erro através de milhares de combinações utilizando mudanças marginais dos parâmetros. Os parâmetros estimados podem ser observados no quadro 1:

Quadro 1 - Parâmetros Calibrados do Modelo

Variável	Descrição	Valor	Variável	Descrição	Valor
N	Número de agentes	100	p_2	Chance de agente fazer conexão aleatória	0.02
T	Número de iterações do modelo	10	p_3	Chance de agente fazer conexão na sua localização	0.06
K	Número de categorias de conhecimento	10	p_4	Importância da população local na escolha de migração.	0.02
L	Número de sítios	5	p_5	Importância da diversidade na escolha de migração.	0.43
p_1	Probabilidade de ativação da Migração	0.06	p_6	Penalização para sítios populosos	-0.10

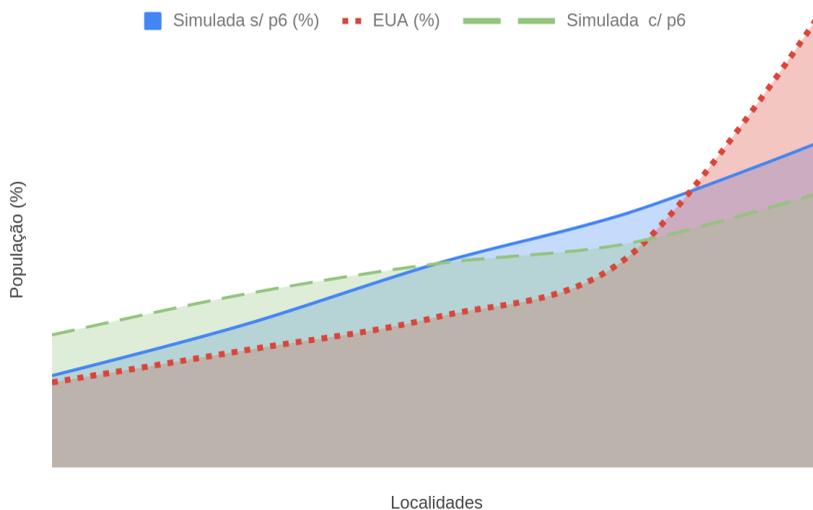
Fonte: Elaboração Própria

Dentre os parâmetros do Quadro 1, os parâmetros p_v , com $v = \{1,2,3,4,5,6\}$ são estimados no processo de calibração, enquanto os parâmetros N, T, K e L são mantidos constantes.

Para a observação distribuição de agentes entre localidades e a estabilidade desse resultado, separamos os testes em dois grupos: o grupo que penaliza os grandes centros urbanos através do parâmetro p_6 calibrado anteriormente, e outro grupo que utiliza $p_6 = 0$. Essa divisão visa identificar de pronto se a hipótese de que centros urbanos a partir de um certo tamanho passam a ter a sua atratividade comprometida dentro do contexto desse modelo, tendo como critério a proximidade da distribuição empírica.

Para testar o ajuste da distribuição populacional simulada para com a referência empírica utilizamos o teste Kolmogorov-Smirnov para ambos os grupos, - o que utiliza e o que não utiliza o parâmetro p_6 . A hipótese nula é de que ambas as amostras são originadas do mesmo conjunto de dados empíricos. Ao nível de confiança de 95%, a hipótese nula não pode ser rejeitada em ambos os casos, e assume-se que as distribuições simuladas têm a mesma origem da distribuição empírica. Observamos que quando a penalização para grandes cidades não ocorre, a distribuição fica mais próxima da lei de Zipf, enquanto que com a penalização, os agentes tendem a se distribuir de forma mais homogênea entre os cinco sítios. Ambas as distribuições simuladas podem ser vistas abaixo:

Figura 3 - Distribuição Simulada e Empírica



Fonte: Elaboração Própria

Os parâmetros estimados do teste Kolmogorov-Smirnov para as distribuições populacionais com $p_6 = 0$ e $p_6 = -0.1$ podem ser vistas no Quadro 2 abaixo, onde D representa a estatística de teste:

Quadro 2 - Estatísticas do teste Kolmogorov-Smirnov

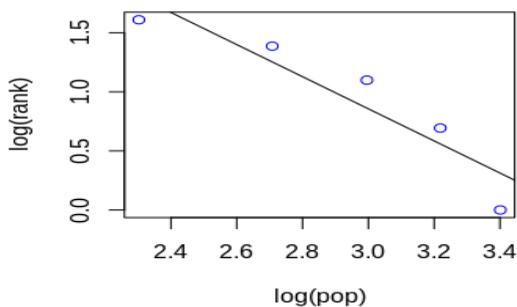
	$p_6 = 0$	$p_6 = -0.1$
D	0,4	0,2
p-valor	0,87	0,99

Fonte: Elaboração Própria

Observa-se que com o p-valor próximo de um em ambos os casos, podemos confortavelmente manter a hipótese nula de que ambas as amostras são derivadas da mesma fonte geradora da distribuição seguindo a Lei de Zipf.

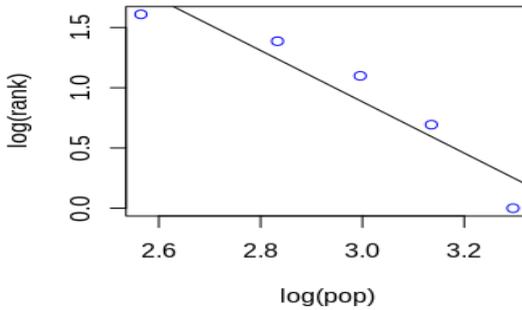
Quanto à existência de leis de potência nas séries simuladas e a diferença de seu expoente para o da Lei de Zipf, podemos verificar abaixo utilizando o gráfico no formato log-log da fração da população por localidade com a sua posição no ranking.

Figura 4 - Lei de Potência com $p_6=0$.



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 5 - Lei de Potência com $p_6 = -0.1$



Fonte: Elaboração Própria

O modelo de regressão estimado em ambos os casos é estatisticamente significativo, sugerindo que a relação entre o *ranking* e a população segue uma lei de potência. Assumimos a forma funcional não-linear no formato $r = cn^{-\alpha}$, e estimamos uma regressão log-log entre ambas as variáveis. Seja r a posição no *ranking* e α o expoente que caracteriza a lei de potência, se tomarmos logaritmo natural em ambos os lados da expressão temos $\ln(r) = -\alpha \ln(n) + \ln(c)$, e no modelo de regressão adiciona-se o termo de erro, chegando na especificação funcional de

$$(11) \quad \ln(r) = -\alpha \ln(n) + \ln(c) + \epsilon.$$

Os parâmetros estimados podem ser vistos no Quadro 2:

Quadro 3 - Parâmetros das Regressões.

	$p_6 = -0,1$	$p_6 = 0$
C	7,27	4,93
α	-2,13	-1,35
R2	0,89	0,86
Teste F	24,17	18,41
P-valor	0,01	0,02

Fonte: Elaboração Própria

Podemos observar que o coeficiente α da regressão com o parâmetro p_6 diferente de zero é $\alpha = -2.13$, descrevendo uma distribuição populacional muito homogênea quando comparada com o $\alpha = 1$ da lei de Zipf. Já sem a penalização para os grandes centros urbanos, temos $\alpha = -1,35$, que embora descreva também uma distribuição mais homogênea do que a descrita pela Lei de Zipf, assemelha-se aos resultados empíricos obtidos em Rosen e Resnick (1980) para a distribuição entre cidades na Dinamarca ($\alpha = 1,37$), França ($\alpha = 1,32$), Japão ($\alpha = 1,28$), Irlanda ($\alpha = 1,26$), Noruega ($\alpha = 1,26$), Filipinas ($\alpha = 1,25$), Suécia ($\alpha = 1,41$) e Rússia ($\alpha = 1,28$). Por sua vez Jiang *et al.* (2014) observam que para um dado período, países como Azerbaijão, Bangladesh, Belarus, Botsuana, Costa Rica, Cuba, Equador, Grécia, Hungria, Irã, Eslováquia, Suíça, Turquia, Ucrânia, entre outros, apresentaram distribuição populacional com coeficiente $\alpha = -1,3$. Giesen e Suedekun (2011) estimaram o expoente de Pareto para os estados alemães, e um valor próximo ao

trabalho aqui proposto foi encontrado também no estado da Renânia do Norte-Vestefália ($\alpha = -1,36$).

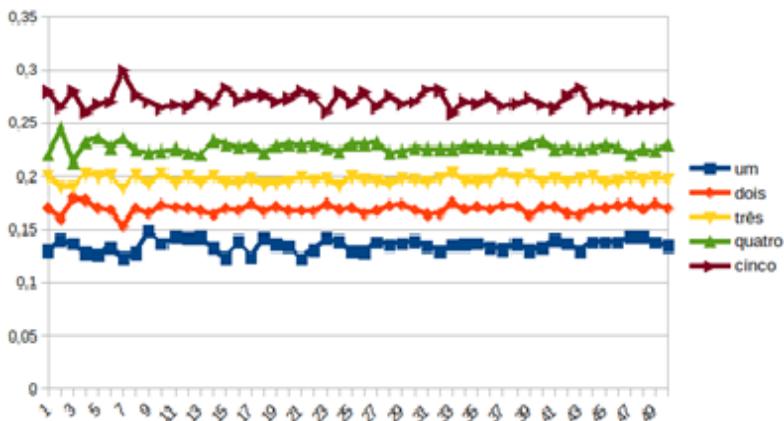
No que tange à consistência temporal do modelo, o critério de estabilidade utilizado foi - como pode ser visto em Lee *et al.* (2015) - considerar a convergência do limite abaixo:

$$(12) \quad \lim_{\vartheta \rightarrow \infty} \frac{\sigma_{\vartheta}}{\mu_{\vartheta}} = 0 \quad ,$$

na qual μ e σ representam respectivamente a média e variância do resultado da distribuição populacional média de ϑ simulações do modelo.

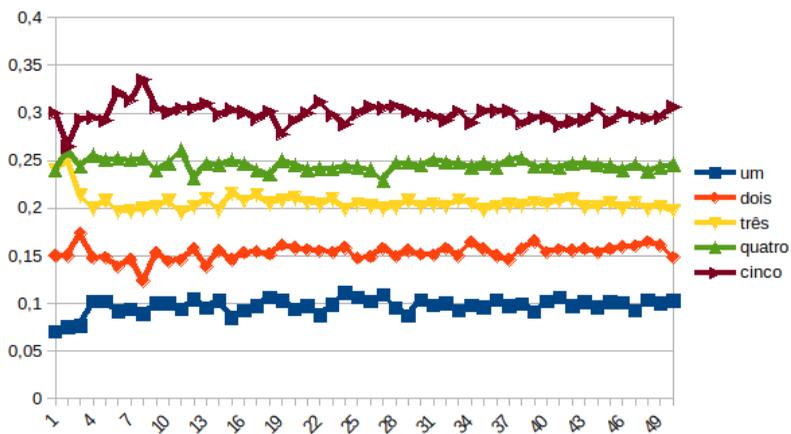
Podemos ver abaixo o gráfico da fração da população por localidade considerando-se a média de Δ experimentos. No eixo horizontal do gráfico temos o número de eventos do qual foi extraída a média, e no eixo vertical a fração da população total residente em cada sítio.

Figura 6 - Estabilidade para $p_6 = -0,1$.



Fonte: Elaboração própria

Figura 7 - Estabilidade para $p_6 = 0$.



Fonte: Elaboração própria

A variância das séries da Figura 4 podem ser vistas no quadro abaixo, sugerindo que os resultados da distribuição populacional são consistentes tanto em rodadas isoladas quanto na média.

Quadro 4 - Variância por localidade para $\vartheta = \{1, 2, \dots, 50\}$ cálculos do modelo.

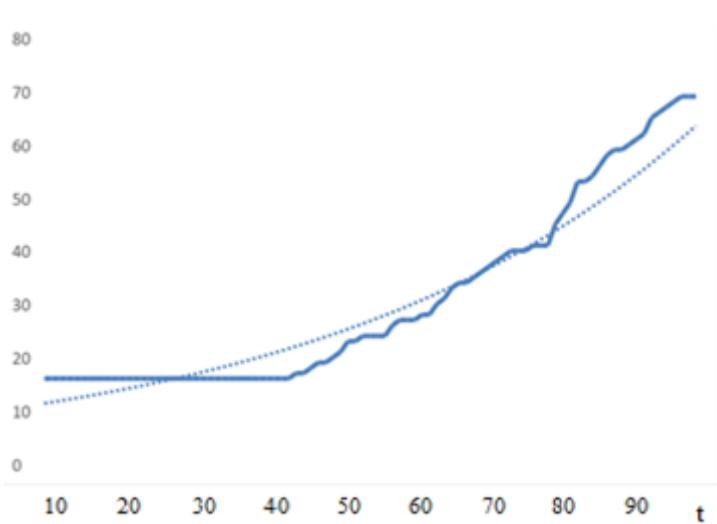
	Sítio n^o Um	Sítio n^o Dois	Sítio n^o Três	Sítio n^o Quatro	Sítio n^o Cinco
$p_6 = -0.1$	3,50E-05	1,97E-05	1,30E-05	2,53E-05	5,54E-05
$p_6 = 0$	6,72E-05	6,18E-05	8,82E-05	3,53E-05	1,07E-04

Fonte: Elaboração Própria

Uma vez que a versão do modelo com $p_6 = 0$ apresenta uma maior proximidade com a lei de Zipf, utilizaremos somente essa para as demais análises.

A especificação do modelo faz com que a progressão do conhecimento seja estritamente crescente, uma vez que não foi adicionado nenhum mecanismo pelo qual o conhecimento se perde. A natureza das trocas de conhecimento através das sucessivas rodadas faz com que o potencial criativo como definido apresente características semelhantes a um sistema termodinâmico. Existe um longo período de latência no qual os agentes interagem e o potencial criativo se mantém idêntico, até que há um ponto de saturação onde a inércia é rompida e a variável assume um comportamento crescente exponencial, como pode ser visto na Figura 8:

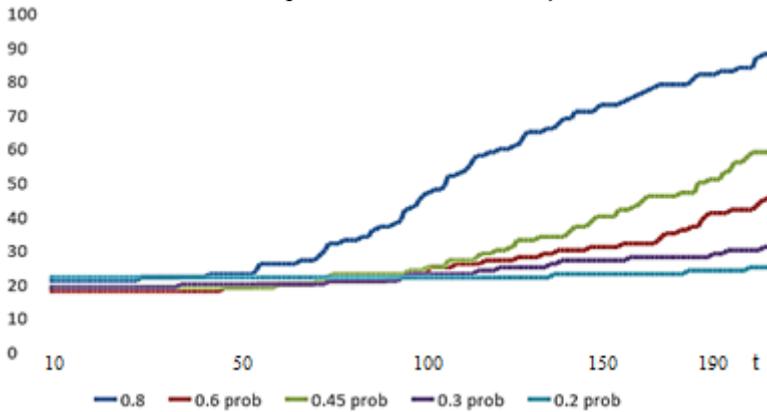
Figura 8 – Evolução do potencial criativo com $n=100$ e $t = 100$.



Fonte: Elaboração própria

A velocidade do tempo de latência e a velocidade de crescimento dependem majoritariamente de duas variáveis: da taxa de conhecimento trocada em cada rodada, e da probabilidade de um agente interagir em uma determinada rodada com cada membro da sua rede. Abaixo visualizamos algumas simulações que visam permitir uma melhor visualização do impacto de cada um desses parâmetros na velocidade de convergência. Inicialmente fixamos o nível de troca de conhecimento por interação em 1%, e executamos a simulação com probabilidades de interação distintas:

Figura 9 – Evolução do Potencial com taxa de troca de conhecimento fixa em 1% com probabilidade de interação variante.

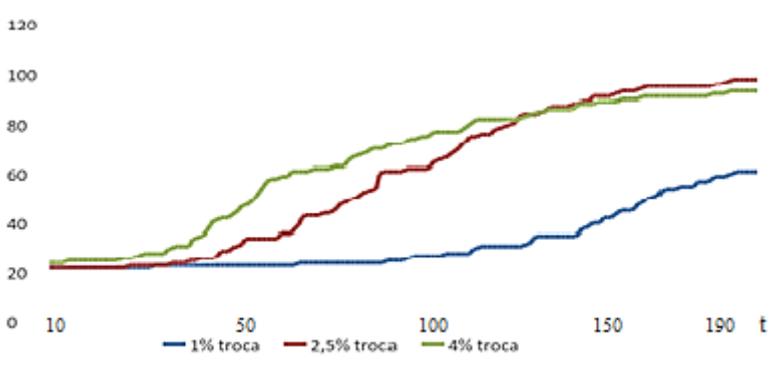


Fonte: Elaboração própria

Observamos na simulação ao longo de 200 rodadas de tempo, que a probabilidade de interação entre dois agentes que possuem uma conexão, e conseqüentemente, a frequência com que trocam conhecimento, afeta dramaticamente a velocidade de progressão do potencial criativo agregado do sistema. Observamos que para uma probabilidade de interação de 80%, a função assume uma forma exponencial durante a fase de crescimento, e a curva suaviza-se e converge para um ponto de equilíbrio onde o potencial criativo está próximo do máximo. Isso reforça a característica não-linear de um sistema de aprendizado por interação, e como os pequenos ganhos podem se acumular ao longo do tempo.

Agora fixamos a probabilidade de interação entre dois agentes conectados em 50%, e deixamos a taxa de troca de conhecimento variar para 1%, 2,5%, e 4%.

Figura 10 – Potencial criativo para probabilidade de interação fixa em 50%.

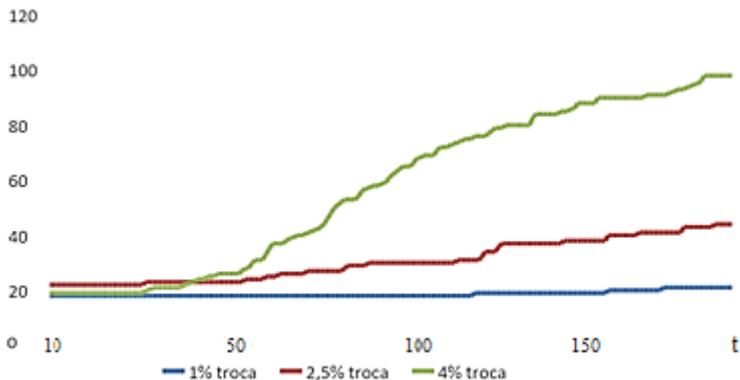


Fonte: Elaboração Própria.

A segunda análise sugere que a quantidade de conhecimento compartilhado por interação exerce forte aceleração na convergência, sendo que nas taxas de 2,5% e 4% o potencial criativo atingiu mais de 80% do valor máximo após aproximadamente 120 rodadas do modelo, enquanto chegou a apenas 35% do potencial máximo no mesmo período de tempo com taxa de 1% de troca.

Mudamos a probabilidade de interação para 20%, e testamos novamente o potencial de três diferentes taxas de troca. Tal experimento foi feito de modo a analisar a sinergia potencial de interação entre ambos os parâmetros.

Figura 11 - Potencial criativo para probabilidade de interação fixa em 20%.

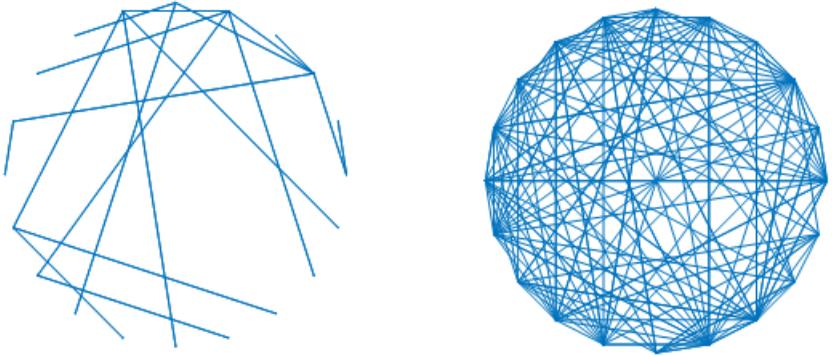


Fonte: Elaboração própria

Notamos uma forte capacidade de a taxa de troca de conhecimento influenciar a velocidade do sistema, mesmo para uma baixa taxa de interação. Observa-se que uma variação de 1,5% na taxa de troca de conhecimento pode gerar grande impacto no sistema, e ela aparenta agir de forma exponencial. Ou seja, mudanças na taxa tem um impacto superior no sistema dependendo de sua posição cardinal. A mesma variação de 1,5% tem um impacto muito maior quando se varia de 2,5% para 4%, do que na variação de 1% para 2,5%. Tal relação pode sugerir que a qualidade das interações possui um impacto superior na evolução do sistema do que um aumento na quantidade de interações.

A mudança da rede, em função da estrutura do modelo, progride na direção de um número crescente de conexões, uma vez que a chance de os agentes formarem uma nova conexão é superior à de romperem uma conexão existente. O adensamento da rede é expressivo ao longo do tempo, e o padrão pode ser observado abaixo:

Figura 12 – Estado inicial e final da rede com $n=20$.

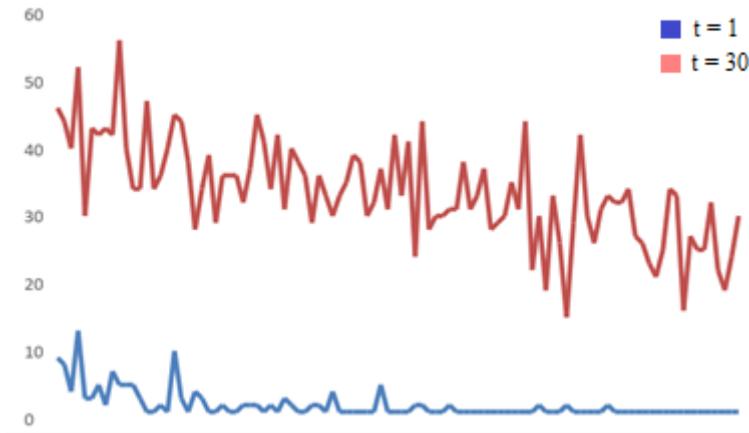


Fonte: Elaboração própria

Podemos observar uma rede livre de escala tradicional, com a maioria dos agentes possuindo apenas uma conexão, enquanto alguns possuem até 5 conexões com $n=20$. No estado final do modelo, a rede assemelha-se a uma rede aleatória, com um número relativamente homogêneo de conexões por agente.

Podemos visualizar a progressão do número de conexões por agente na figura 13 abaixo:

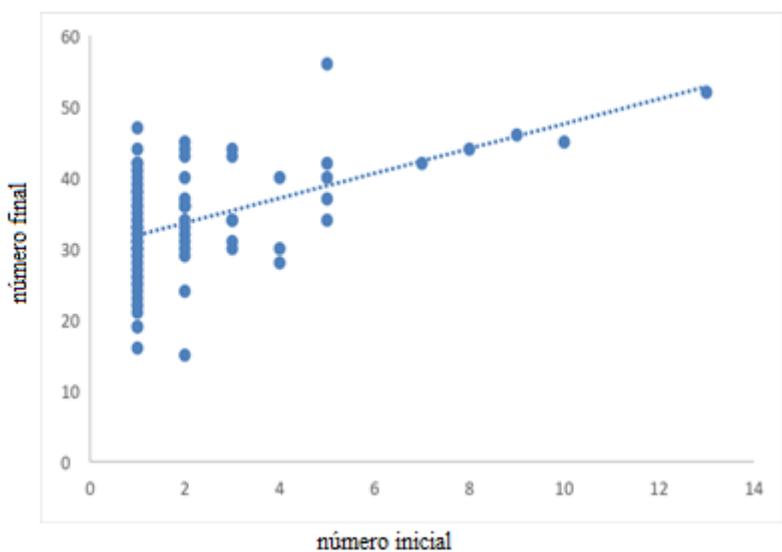
Figura 13 – Número de conexões por agente em $t = 1$ e $t=30$ para $n=100$.



Fonte: Elaboração própria

Enquanto a linha azul contendo o número de conexões inicial por agente possui uma forma que se assemelha a da distribuição log-normal mostrada anteriormente, o número final de conexões aparente distribuir-se de modo simétrico em torno de uma média. Todavia constatamos que o número inicial de conexões ainda possui um efeito expressivo no número final, o que indica que agentes com um número de conexões acima da média tendem a manter-se assim, como pode ser visto na Figura 14.

Figura 14 - Regressão do número inicial versus final de conexões por agente.



Fonte: Elaboração própria

A transição de uma rede livre de escala para uma rede aleatória pode ser vista também através das estatísticas descritivas, onde no estado inicial da rede, o agente com o maior número de conexões encontrava-se a mais de seis desvios padrão acima da média, enquanto que no estado final, o agente com o maior e menor número de conexões estão respectivamente a 3 e 2 desvios padrão de distância acima da média. Ou seja, a distribuição continua assimétrica a direita, todavia assemelhando-se mais a uma distribuição normal.

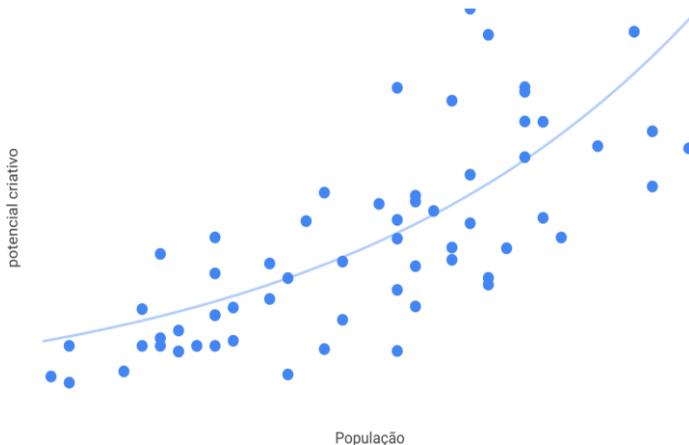
Quadro 5: Estatísticas descritivas da distribuição das conexões por agente.

	Máximo	Mínimo	Média	Desvio Padrão
Inicial	13	1	1,99	2,06
Final	56	15	33,6	7,47

Fonte: Elaboração Própria

Por fim analisamos a divisão do potencial criativo entre as localidades. O potencial criativo tem uma associação positiva e exponencial com o tamanho da população de uma localidade. Tal relação não linear sugere uma vantagem nos grandes centros urbanos em relação ao potencial para inovar. Podemos observar a relação entre o potencial criativo e população através da figura gerada com o resultado de diversas simulações na Figura 15.

Figura 15 – Relação entre tamanho da localidade e potencial criativo.

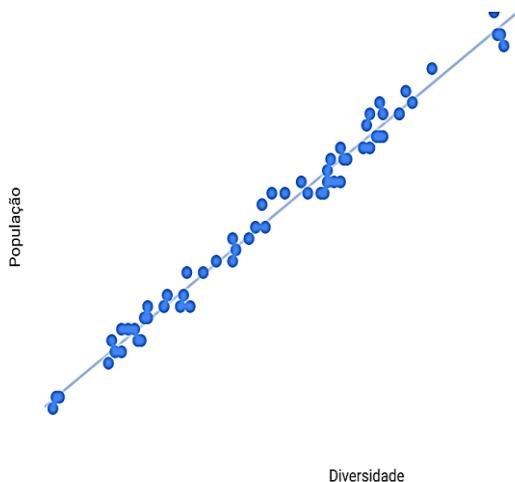


Fonte: Elaboração própria

O ganho de potencial criativo per capita nas grandes cidades fortalece a ideia de que essas tendem a ser “caldeirões de criatividade” (Florida, 2004), agindo como veículos na mobilização, concentração e canalização da energia criativa.

Em relação à diversidade, a relação entre a população de uma localidade e o indicador de diversidade é crescente, todavia linear, não captando um ganho emergente de diversidade nos centros urbanos. A relação pode ser visualizada na Figura 16.

Figura 16 - Relação entre população e Diversidade



Fonte: Elaboração Própria

Destarte temos um maior nível absoluto de diversidade nos grandes centros em relação aos menores, todavia constante em termos relativos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, fizemos uma abordagem de simulação da chamada classe criativa. Consideramos o potencial para inovar como uma consequência direta da relativa expertise em mais de uma área do saber, uma vez que a inovação é entendida aqui como a combinação de conhecimentos previamente existentes.

Os seguintes fatos foram observados como resultado da simulação:

- Os padrões de migração observados geram padrões de aglomeração urbanos menos concentrados do que os previstos pela Lei de Zipf. O padrão de aglomeração segue consistentemente uma lei de potência com $\alpha \approx 1.35$.
- A relação entre potencial criativo e tamanho da população pode ser modelado com uma função exponencial, sugerindo uma vantagem no potencial criativo para as cidades mais populosas.
- Observamos que as cidades maiores concentram um maior índice de diversidade, todavia o indicador é proporcional à sua população.
- Por fim, constatamos que a quantidade de conhecimento trocado entre os agentes em cada interação tem um efeito maior no aumento do potencial criativo geral do sistema do que o aumento do volume de interações entre os agentes.

Por fim, o modelo aqui proposto nos permite conjecturar que os fluxos migratórios relacionados à busca pela diversidade, amenidades culturais e infraestrutura cultural associados à chamada classe criativa pode exercer um papel no desenho da distribuição populacional entre as cidades. Todavia tais fluxos migratórios aparentam não explicar a totalidade do fenômeno uma vez que a concentração urbana observada, - embora compatível com diversos países europeus e asiáticos - é menor do que a observada em diversas distribuições empíricas que seguem uma lei de Zipf.

REFERÊNCIAS

ARSHAD, S. HU, S. ASHRAF, B. N. **Zipf's law and city size distribution: A survey of the literature and future research agenda.** Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Volume 492, p. 75-92, 2018.

AUERBACH, F. **Das gesetz der bevölkerungskonzentration.** Petermanns Geographische Mitteilungen, 59, 74–76, 1913.

AXTELL, R; FLORIDA, R. **Emergent Cities: Micro-foundations of Zipf's Law.** Computing in Economics and Finance, no 154. 2006

BALLOT, G. MANDEL, A. VIGNES, A. **Agent-based modeling and economic theory: where do we stand?** Journal of Economic Interaction and Coordination, Volume 10, pg. 199-220, 2015.

BARABÁSI, A. **Network science: graph theory.** 2014. Available in <http://www.barabasi.com/f/625.pdf>.

BARBIERI, F. **Complexity and the Austrians.** Filosofía de la Economía, Vol. 1, Nro. 1, p. 47-69, 2013.

BOULDING, K.E. **What is Evolutionary Economics?** Journal of Evolutionary Economics 1: 9-17, 1991.

BARBALHO, Alexandre. **Política Cultural**. Coleção Política e Gestão Cultural. Secretaria Cultura Bahia. 2014.

BOCCHINO, C., Murphree, M. (2010), **Overlapping Cultural Commons and Districts in the Great Limpopo Transfrontier Conservation Area: Potentials for local economic development**. South Africa. Working Paper New Series n. 12, Dipartimento di Economia S. Cognetti de Martiis.

CHEN, C.; HUANG, Y. **Creative workforce density, organizational slack, and innovation performance**. *Journal of Business Research*, 63, p. 411–417, 2010.

CLARE, K. **The essential role of place within the creative industries: Boundaries, networks and play**. Elsevier, *Cities* 34, 52–57, 2013.

CLARK, T.; Lloyd, R.; WONG, K.; Jain, P. **Amenities drive urban growth**. *Journal of Urban Affairs*, n. 24, p. 493-515. 2002.

DA SILVA, F. R. M. **As relações entre cultura e desenvolvimento e a economia criativa: reflexões sobre a realidade brasileira**. *Revista NAU Social*, v. 3, n. 4, p. 111-121, Maio/Out 2012.

DAWID, H. **Agent-based Models of Innovation and Technological Change**. Working Paper No. 88, Center of empirical Macroeconomics, 2005.

DINIZ, S. C. **Análise do consumo de bens e serviços artístico-culturais no Brasil metropolitano**. Belo Horizonte: UFMG/Cedeplar, 2009.

DELFIN, M. **The Promise of cultural networks in Latin American: towards a research framework for the study of region-specific cultural network ecosystems**. *Cultural Trends*, v. 21, n. 3, 2012.

FAVARETTO, L. F. ; da Silva Catela, Eva Yamila. **Índice de potencial criativo dos municípios brasileiros: um enfoque multidimensional**. In: 41º Encontro Nacional de Economia ANPEC, 2013, Foz do Iguaçu. Anais do 41º Encontro Nacional de Economia ANPEC, 2013.

FLORIDA, R. **The rise of the creative class**, New York: Basic Book, 2003.

FLORIDA, R. **Cities and the Creative Class**, Oxon: Routledge, 2005.

FLORIDA, R. **Who's your city?** Basic books, New York, 2008.

FLORIDA, R. **The rise of the creative class revisited**. Basic books, New York, 2012.

GIESEN, K. SUEDEKUM, J. **Zipf's Law for Cities in the Regions and the Country**. *Journal of Economic Geography*, Volume 11, Issue 4, P. 667–686, 2011.

GINSBURG, V.; THROSBY, D. **Handbook of the Economics of Art and Culture, vol. 1** Elsevier, 2006.

LANDRY, C. **The Creative City: a toolkit for urban innovators**, London: Earthscan Publications Ltd, 2000.

LEE, J-S; FILOTOVA, T; LINGMANN-ZIELISNKA, A; HASSANI-MAHMOOEI, B; STONEDAHL, F; LORSCHIED, I; VOINOV, A; POLHILL, G; SUN, Z; PARKER, D. C. **The complexities of Agent-Based Modeling Output Analysis**. Journal of Artificial Societies and Social Simulation, 18-4. DOI: 10.18564/jasss.2897. 2015.

LINS, H. N. **Economia da Cultura e Ambiente Urbano: termos do debate e ensaio de análise sobre Florianópolis**. Revista Paranaense de Desenvolvimento, Curitiba, n.120, p. 231-256, jan./jun. 2011.

MACHADO, A; SIMÕES, R; DINIZ, S. **Urban Amenities and the Development of Creative Clusters: The Case of Brazil**. Current Urban Studies 2013. Vol.1, No.4, 92-101 Published Online December 2013.

MALANGA, S. **The Curse of the Creative Class Richard Florida's theories are all the rage worldwide. Trouble is, they're plain wrong**. City Journal, 2004

MARTIN, R; SUNLEY, P. **Complexity thinking and evolutionary economic Geography**. Journal of Economic Geography 7, pp. 573–601, 2007.

NUSSBAUMER, G. M. **Teorias e políticas da cultura: visões multidisciplinares**. Editora da universidade federal da Bahia, EDUFBA. 2009.

ORMEROD, P. **Hayek, ‘the intellectuals and socialism’ and weighted scale-free networks’**. Institute of Economic Affairs, Oxford, 2006.

PIEDRAS, E. **Cuánto vale la Cultura? Contribución Económica de las Industrias Protegidas por el Derecho de Autor en México**. CONACULTA/SACM/SOGEM, 2004.

PINTO, C. M. A. LOPES, A. M. MACHADO. T. J. A. **A review of power laws in real life phenomena**. Elsevier, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Volume 17, Issue 9, p. 3558-3578, 2012.

PRATT, A. **Urban Regeneration: From the Arts “Feel Good” Factor to the Cultural Economy: A Case Study of Hoxton, London**, *Urban Studies*, vol. 46, N. 5-6, p. 1041–1061, 2009.

RICARDO, David. **Princípios de economia política e tributação**. São Paulo: Nova Cultural, 1985. 285p. (Os Economistas)

ROSEN, K.T. RESNICK, M. **The size distribution of cities: an examination of the Pareto law and primacy**. *Journal of Urban Economics* 8, 165–186, 1980.

ROSSER, J.B. **Emergence and complexity in Austrian economics**. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 81, 122– 128, 2012.

Ruiz, T. C. D; Miki, A. F. C; Gândara, J. M. **A geografia econômica evolutiva como perspectiva de análise da dinâmica dos destinos**

turísticos. Caderno Virtual de Turismo – Rio de Janeiro, v. 14, n. 3, p.315-336, dez. 2014

SPENCER, G. M. **Knowledge Neighbourhoods: Urban Form and Evolutionary Economic Geography.** *Regional Studies*, 49:5, 883-898, 2015.

SPENCER, G. M. **Creative economies of scale: an agent-based model of creativity and agglomeration.** *Journal of Economic Geography* 12, p. 247–271, 2011.

THORSBY, D.; GINSBURGH, V. A. (Editores) **Handbook of the Economics of Art and Culture**, Volume 1, 1st Edition. Elsevier, p. 1-1322, 2006.

THORSBY, D. **The production and consumption of the arts: a view of cultural economics.** *Journal of Economic Literature*, Nashville: American Economic Association. 1994.

TRUEMAN, M., Cook, D. **Creativity and Regeneration: New Approaches to Old Problems in Re-branding Cities**, *Working Paper Series 06/32*, Bradford University School of Management, 2006.

UNCTAD. **Economy Report 2010.** United Nations, 2010. v.32, n.1, p.1-29, Mar. 1994.

YENCKEN, D. **The Creative City.** *Meanjin*, Vol. 47, No. 4, pg. 597-608, 1988.

ZIPF, G. **The Psychology of Language.** Houghton-Mifflin, 1935.