



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS/CFM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Carline Biesdorf

Modelos efetivos e transição de fases na cromodinâmica quântica

Florianópolis
2019

Carline Biesdorf

Modelos efetivos e transição de fases na cromodinâmica quântica

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Física.

Orientadora: Débora Peres Menezes, Dra.

Florianópolis

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Biesdorf, Carline

Modelos efetivos e transição de fases na cromodinâmica
quântica / Carline Biesdorf ; orientadora, Débora Peres
Menezes, 2019.

77 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2019.

Inclui referências.

1. Física. 2. Física Nuclear e de Hádrons. 3.
Cromodinâmica Quântica. 4. Modelos Efetivos. 5. Transição de
Fases. I. Menezes, Débora Peres . II. Universidade Federal
de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Física. III.
Título.

Carline Biesdorf

Modelos efetivos e transição de fases na cromodinâmica quântica

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Clebson Abati Graeff, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Marcus Emmanuel Benghi Pinto, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Tiago José Nunes da Silva, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Física.

Prof. Ivan Helmuth Bechtold, Dr.
Coordenador do Programa

Débora Peres Menezes, Dra.
Orientadora

Florianópolis, 16 de agosto de 2019.

Aos meus pais, por tudo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Profa. Débora, por me orientar nesta jornada, por acreditar em mim e me fazer dar o melhor de mim.

Agradeço também aos meus pais e irmãos por todo o apoio sempre.

Sou muita grata também à todos os amigos e colegas, pelo companheirismo e pela amizade.

Agradeço também o apoio financeiro da FAPESC.

"When you need help, ask"
(Gibbs' rule number 28.)

RESUMO

No presente trabalho obtêm-se o diagrama de fases da QCD por meio de dois modelos efetivos. Para a descrição da matéria de quarks faz-se uso do modelo da sacola do MIT, e para a descrição da matéria hadrônica faz-se uso do modelo de Walecka não-linear. As condições de Gibbs são usadas para estabelecer os pontos de cruzamento das pressões em função dos potenciais químicos obtidos em ambas as fases. Algumas restrições são impostas na escolha dos modelos. O modelo do MIT é usado apenas com valores de constantes que satisfazem a conjuntura de Bodmer-Witten. O NLWM, por sua vez, é restrito a parametrizações que satisfazem várias propriedades nucleares e astrofísicas. Duas situações são consideradas para a descrição da matéria hadrônica; na primeira impõe-se as condições de matéria de estrelas compactas e extrapola-se o modelo para temperaturas finitas, já na segunda situação considera-se matéria simétrica.

Palavras-chave: QCD. Diagrama de fases. Modelos efetivos.

ABSTRACT

In the present work the phase diagram of QCD is obtained by means of two effective models. For the description of the quarks matter we make use of the MIT bag model, and for the description of the hadronic matter we make use of the non-linear Walecka model (NLWM). The Gibbs conditions are used to establish the crossing points of the pressures in function of the chemical potentials obtained in both phases. Some restrictions are imposed when choosing models. The MIT model is used only with constant values satisfying the Bodmer-Witten conjuncture. The NLWM, in turn, is restricted to parameterizations that satisfy several nuclear and astrophysical properties. Two situations are considered for the description of the hadronic matter; in the first one the conditions of matter of compact stars are imposed and the model is extrapolated to finite temperatures, and in the second situation we consider symmetrical matter.

Keywords: QCD. Phase diagram. Effective models.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Versão conjecturada do diagrama de fases da QCD extraído de (CEBRA; COLLABORATION <i>et al.</i> , 2014).	16
Figura 2 – EoS obtidas a partir do modelo do MIT para $B^{1/4} = 158$ MeV e diferentes temperaturas. Considerou-se os quarks u , d e s	23
Figura 3 – Número de ocupação médio de férmions para diferentes temperaturas. Extraído de (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995)	24
Figura 4 – Gráfico do modelo do MIT para diferentes valores da bag e $T=0$	25
Figura 5 – Janela de estabilidade da matéria estranha descrita pelo modelo do MIT, em termos dos parâmetros livres $B^{1/4}$ e massa do quark s (m_{0s}). Os valores dentro das bandeiras representam a massa máxima (em unidades de M_{\odot}) de uma estrela estranha cuja EoS tomou os valores do ponto para os parâmetros. Extraído de (TORRES; D. MENEZES, 2013).	27
Figura 6 – Potencial Efetivo em função da distância: o potencial é atrativo a grandes distâncias e repulsivo a pequenas. Gráfico extraído de (SANTOS, 2004).	28
Figura 7 – EoS para a parametrização IU-FSU e $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV considerando apenas os núcleons e também o octeto bariônico.	40
Figura 8 – Gráficos das parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ considerando apenas os dois nucleons e também o octeto bariônico para temperatura nula.	41
Figura 9 – Relações entre densidade bariônica ρ_B e pressão P para a parametrização IU-FSU para as temperaturas $T = 0$, $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV.	42
Figura 10 – Relações entre pressão e densidade de energia para as parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ considerando a matéria simétrica e temperaturas $T = 0$, $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV.	43
Figura 11 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização IU-FSU e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.	48

Figura 12 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização IU-FSU e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria simétrica.	51
Figura 13 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização NL3 $\omega\rho$ e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.	54
Figura 14 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização NL3 $\omega\rho$ e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria simétrica.	57
Figura 15 – Diagramas de fases obtidos considerando os dois extremos da janela de estabilidade, sendo a linha vermelha onde considera-se apenas o modelo do MIT e as demais linhas onde considera-se também o NLWM na parametrização IU-FSU.	60
Figura 16 – Diagramas de fases obtidos considerando os dois extremos da janela de estabilidade, sendo a linha vermelha onde considera-se apenas o modelo do MIT e as demais linhas onde considera-se também o NLWM na parametrização NL3 $\omega\rho$	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 2 – Bárions do octeto bariônico, composição quarkônica, suas massas (M), spin, isospin (I_3) e carga elétrica (q_B) em função da carga do elétron.	35
Tabela 3 – Parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ para o modelo NLWM. A unidade para as massas dos mésons e dos nucleons $M = m_p = m_n$, assim como para κ , é MeV e os demais parâmetros são adimensionais.	37
Tabela 4 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização IU-FSU e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.	49
Tabela 5 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização IU-FSU e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui a matéria simétrica.	52
Tabela 6 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$ e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.	55
Tabela 7 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$ e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria simétrica.	58
Tabela 8 – Propriedades da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação obtidas para as parametrizações IU – FSU e NL3 $\omega\rho$ a $T = 0$ e faixa dos valores experimentais/empíricos (exp/emp). Aqui \mathcal{E}/ρ é a energia de ligação por nucleon e $J = S(\rho_0)$	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AGS	Alternating Gradient Synchrotron - Síncrotrão de gradiente alternado
BNL	Brookhaven National Laboratory - Laboratório Nacional de Brookhaven
CEP	Critical Endpoint - Ponto crítico final
CERN	Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire - Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear
EoS	Equation of State - Equação de Estado
FSU	Florida State University - Universidade do Estado da Flórida
GSI	Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung - Centro Helmholtz de Pesquisas sobre Íons Pesados
JINR	Joint Institute for Nuclear Research - Instituto Central de Investigações Nucleares
LHC	Large Hadron Collider - Grande Colisor de Hádrons
LQCD	Lattice Quantum Chromodynamics - Cromodinâmica Quântica na Rede
LWM	Linear Walecka Model - Modelo de Walecka linear
MIT	Massachusetts Institute of Technology - Instituto de Tecnologia de Massachusetts
NICA	Nuclotron-based Ion Collider fAility
NLWM	Nonlinear Walecka model - Modelo de Walecka não-linear
QCD	Quantum Chromodynamics - Cromodinâmica Quântica
QGP	Quark-Gluon Plasma - Plasma de Quarks e Glúons
QHD	Quantum Hadrodynamics - Hadrodinâmica Quântica
RHIC	Relativistic Heavy Ion Collider - Colisor Relativístico de Íons Pesados
RMFA	Relativistic Mean Field Approximation - Aproximação de Campo Médio Relativística
SIS	Schwer-Ionen-Synchrotron - Síncrotrão de íons pesados
SPS	Super Proton Synchrotron - Super Síncrotrão de Prótons

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	MATÉRIA DE QUARKS	19
2.1	MODELO DA SACOLA DO MIT	19
2.1.1	Formalismo lagrangiano	19
2.1.2	Equações de Estado para temperatura finita	20
2.1.2.1	EoS para o gás de Fermi livre	20
2.1.2.2	EoS para o modelo do MIT	22
2.1.3	Equações de Estado para temperatura nula	23
2.1.4	Hipótese de Bodmer-Witten e janela de estabilidade	26
3	MATÉRIA DE HÁDRONS	28
3.1	MODELO DE WALECKA LINEAR (LWM)	28
3.2	MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR (NLWM)	29
3.3	VERSÃO GENERALIZADA DO MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR (NLWM)	30
3.3.1	Aproximação de campo-médio relativística	32
3.3.2	Equações de Estado para a versão mais generalizada	34
3.3.3	Octeto bariônico	35
3.3.4	Parametrizações usadas	36
3.3.5	Matéria Estelar	37
3.3.5.1	Equações de Estado para temperatura finita	39
3.3.5.2	Equações de Estado para temperatura nula	40
3.3.6	Matéria Simétrica	42
3.3.6.1	Equações de Estado	42
4	TRANSIÇÃO DE FASE	44
4.1	TRANSIÇÃO DE FASE DE PRIMEIRA ORDEM	44
4.2	CONSERVAÇÃO DE SABOR	46
4.3	TRANSIÇÃO ENTRE AS FASES H E Q^*	46
4.4	RESULTADOS	47
4.4.1	Pontos de coexistência para a parametrização IU-FSU	47
4.4.1.1	Matéria estelar	47
4.4.1.2	Matéria simétrica	51
4.4.2	Pontos de coexistência para a parametrização NL3$\omega\rho$	53
4.4.2.1	Matéria estelar	53
4.4.2.2	Matéria simétrica	57
4.4.3	Diagrama de fases	59
5	CONCLUSÃO	63
	REFERÊNCIAS	65

APÊNDICE A – PROPRIEDADES DA LAGRANGIANA DO MO- DELO DA SACOLA DO MIT	69
APÊNDICE B – EOS DO GÁS DE FERMI A PARTIR DO TENSOR DE ENERGIA-MOMENTO	72
APÊNDICE C – TERMODINÂMICA DOS GASES DE FERMI	74
APÊNDICE D – PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR	77

1 INTRODUÇÃO

Atualmente entende-se que, num nível elementar, toda a matéria é constituída por léptons (como elétrons e múons) e quarks. Os quarks estão sujeitos à todas as quatro forças fundamentais, pois possuem massa e carga elétrica, o que os submete à força gravitacional e eletromagnética; apresentam carga de cor, que os sujeita à força forte, e podem mudar de sabor em decaimentos, o que é devido à força fraca. A QCD é a teoria que explica a interação entre os quarks através da força forte. Existem seis tipos, ou sabores, de quarks, *up*, *down*, *strange*, *charm*, *top* e *bottom* (costumeiramente usa-se apenas a letra inicial para designar cada quark). Além de massa, carga elétrica e spin, os quarks possuem também a carga cor, que pode ser vermelha, verde ou azul (representadas por *r*, *g* e *b*, respectivamente).

A matéria ordinária, no entanto é formada por hádrons, que podem ser mésons, que são formados por um par quark-antiquark, ou bárions, constituídos por três quarks. Isto é, em condições normais, os quarks estão sempre confinados dentro de hádrons. No entanto a QCD apresenta uma propriedade chamada de liberdade assintótica, descoberta e descrita em 1973 por Frank Wilczek e David Gross (GROSS; WILCZEK, 1973), e independentemente por David Politzer no mesmo ano (POLITZER, 1973), que diz que a ligação a qual os quarks são submetidos diminui de intensidade a pequenas distâncias ou altas energias. Isto quer dizer que, em situações extremas de alta energia, como a encontrada nos colisores de partículas ou no universo primordial, ou de alta densidade, como a encontrada no interior de estrelas compactas, os quarks podem estar desconfinados.

De fato, desde a descoberta da liberdade assintótica, a ideia da existência de um QGP foi cada vez mais reforçada. Muitos experimentos de colisões de íons pesados têm sido realizados em diferentes escalas de energias e em diferentes aceleradores de partículas a fim de identificar a existência do QGP e encontrar assinaturas das suas propriedades, como SIS/GSI (GSI. . . , s.d.), AGS/BNL (ALTERNATING. . . , s.d.), SPS/CERN (SPS. . . , s.d.), RHIC/BNL (RHIC. . . , s.d.), LHC/CERN (THE. . . , s.d.) e também muito em breve no NICA/JINR (NUCLOTRON-BASED. . . , s.d.). A primeira corroboração experimental da existência do QGP ocorreu no RHIC, em 2005 (ADAMS *et al.*, 2005).

Do ponto de vista teórico há ainda muitas limitações para que a QCD seja resolvida, o que levou os físicos a atacarem o problema sob duas perspectivas distintas: por meio de cálculos de QCD na rede, lattice QCD (LQCD) (MEYER, 2015), e por meio de modelos efetivos.

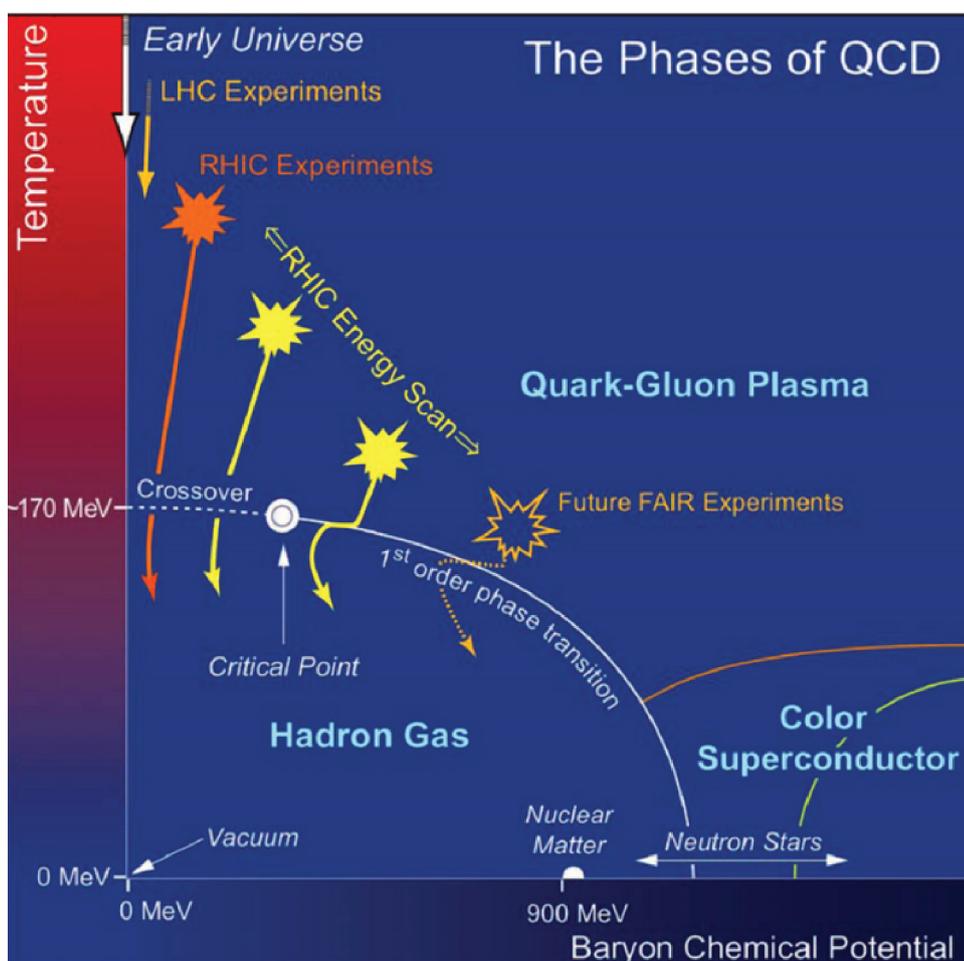
A LQCD é um método não-perturbativo numérico que parte da discretização do espaço-tempo em uma rede de pontos para a busca de soluções numéricas para a dinâmica de quarks. Devido a restrições computacionais e dificuldades numéricas, como

o "problema do sinal", este método só consegue prover resultados para potenciais químicos muito baixos (MEYER, 2015).

Isso faz com que os modelos efetivos, que se baseiam na construção de densidades lagrangianas com o objetivo de emular a dinâmica das partículas em um sistema submetido a este tipo de interação, sejam, no momento, a única fonte geradora de resultados que cobrem o diagrama de fases da QCD para potenciais químicos maiores.

Partindo de resultados experimentais e fenomenológicos, e de informações derivadas a partir da QCD perturbativa, da LQCD ou de modelos efetivos, é possível construir um diagrama de fases para a QCD, como o mostrado na figura 1 abaixo.

Figura 1 – Versão conjecturada do diagrama de fases da QCD extraído de (CEBRA; COLLABORATION *et al.*, 2014).



Nesse diagrama tem-se uma versão conjecturada com o potencial químico bariônico μ_B no eixo horizontal. Como podemos observar, conjectura-se que, dentro de certos limites de temperaturas e densidades, a matéria de quarks esteja confinada dentro dos hádrons. Cálculos da LQCD estabeleceram que transição da matéria hadrônica para o QGP seja um *crossover* para potenciais químicos muito baixos e temperatura em torno de 154 MeV (Yasumichi AOKI; FODOR *et al.*, 2006; Yasumichi AOKI; BORSANYI *et al.*, 2009; BORSANYI *et al.*, 2010; BAZAVOV *et al.*, 2012; AOKI *et al.*, 2006). Por outro lado, modelos efetivos preveem uma transição de fase de primeira ordem para potenciais químicos maiores. Para conciliar essas duas perspectivas, deve existir um ponto crítico (CEP) na intersecção da curva proveniente da LQCD, isto é, baixo potencial químico e alta temperatura, e a sugerida pelos modelos efetivos, para regimes de alto potencial químico e baixa temperatura (EJIRI, 2008; BOWMAN; KAPUSTA, 2009). No entanto, a localização desse ponto crítico e dos limites da transição de fase para temperaturas menores depende do modelo adotado (STEPHANOV, 2005).

O objetivo geral do presente trabalho é a obtenção do diagrama de fases da QCD por meio de dois modelos efetivos. Para a descrição da matéria de quarks faz-se uso de um modelo relativístico simples, o modelo da sacola do MIT, e para a descrição da matéria hadrônica faz-se uso de um modelo da hadrodinâmica quântica, o modelo de Walecka não-linear (NLWM).

As condições de Gibbs são usadas para estabelecer os pontos de cruzamento das pressões em função dos potenciais químicos obtidos em ambas as fases.

Algumas restrições devem ser impostas na escolha dos modelos supramencionados. O modelo do MIT é usado apenas com valores de constantes que satisfazem a hipótese de Bodmer-Witten, também chamada de hipótese da matéria estranha, (BODMER, 1971; WITTEN, 1984), de acordo com os resultados mostrados em (TORRES; D. MENEZES, 2013). Apesar de essa conjectura ser válida apenas quando considera-se a inclusão de quarks s , a janela de estabilidade é respeitada ao longo de todo o trabalho. O NLWM, por sua vez, fica restrito a parametrizações que satisfazem várias propriedades nucleares (DUTRA *et al.*, 2014) e astrofísicas (Mariana DUTRA; LOURENÇO; Débora P MENEZES, 2016).

Como supramencionado, uma transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks pode ocorrer dentro de estrelas compactas. Anãs brancas, estrelas de nêutrons ou, as ainda hipotéticas, estrelas estranhas são estrelas compactas que formam o estágio final da evolução estelar. Tais estrelas, apesar de terem uma temperatura central da ordem de 10^7 K, são consideradas frias do ponto de vista relativístico, pois a energia térmica é negligenciável frente a energia de Fermi. Além disso, elas devem ser eletricamente neutras e sua matéria deve estar em equilíbrio químico.

Baseado nisso, no presente trabalho considera-se primeiramente a transição de fase dentro de uma estrela de tal tipo, isto é, supõe-se a matéria de hádrons acrescida

de léptons e impõe-se neutralidade de carga e equilíbrio químico. No entanto, não nos restringimos à temperatura nula. Com o intuito de obter o diagrama de fases, opta-se por extrapolar tal estudo para temperaturas finitas. Além do mais, como o aparecimento de híperons é favorecido a temperaturas finitas (Débora P MENEZES; PROVIDÊNCIA, 2017), eles também são incluídos na matéria hadrônica.

Num segundo momento também faz-se o estudo da transição de fase hádron-quark em matéria simétrica, isto é, matéria na qual a quantidade de prótons é igual à quantidade de nêutrons. Nesse caso não há a inclusão dos híperons e nem dos léptons e, portanto, a matéria hadrônica não é considerada eletricamente neutra nem em equilíbrio químico. Esse segundo momento é considerado como passo intermediário para o estudo da transição de fase hádron-quark em matéria estranha sem a imposição de neutralidade de carga e equilíbrio químico, como feito no caso da matéria estelar. No entanto, este último passo não é apresentado no presente trabalho.

O presente trabalho encontra-se assim estruturado: na seção 2 apresentamos o modelo da sacola do MIT, discutimos o seu formalismo lagrangiano e deduzimos as equações de estado (EoS), primeiramente para temperatura finita e depois para temperatura nula, a partir do tensor energia-momento. Na subseção 2.1.4 discutimos a hipótese da matéria estranha e a consequente janela de estabilidade. Na seção 3, por sua vez, discutimos a matéria hadrônica. Começamos por apresentar o modelo de Walecka linear (LWM), discutimos as suas restrições e apresentamos uma versão do modelo de Walecka não-linear. Em seguida, apresentamos também uma versão mais generalizada deste modelo. Após discutirmos a aproximação de campo médio relativística (RMFA), apresentamos as EoS para esta versão mais generalizada do modelo. Discutimos também a possibilidade da inclusão do octeto bariônico. Em seguida discutimos as parametrizações para o NLWM adotadas no presente trabalho. Já nas subseções 3.3.5 e 3.3.6 apresentamos as duas situações consideradas para a matéria de hádrons, a de matéria eletricamente neutra e em equilíbrio químico e a matéria simétrica, respectivamente. Na seção 4 discutimos primeiramente as condições para uma transição de fase de primeira ordem e depois discutimos também a conservação de sabor na transição. Na subseção 4.4 apresentamos os resultados. Nos apêndices maiores detalhes de contas realizadas no texto principal são apresentados.

2 MATÉRIA DE QUARKS

2.1 MODELO DA SACOLA DO MIT

O modelo da sacola do MIT foi desenvolvido originalmente no Instituto de Tecnologia de Massachusetts na década de 70 (CHODOS *et al.*, 1974) como uma alternativa para explicar a massa dos hádrons em termos dos quarks. Desde então tem sido extensivamente usado para descrever matéria de quarks. Este modelo coloca os quarks como partículas livres em uma região sem cor (a sacola). Mais adiante mostramos diversas equações de estado (EoS) para diferentes valores de *bag* e temperatura.

2.1.1 Formalismo lagrangiano

Como, no modelo da sacola do MIT, os quarks são descritos, dentro da sacola, como partículas fermiônicas livres, comecemos por escrever a densidade lagrangiana dos férmions livres, também conhecido por lagrangiano de Dirac:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi, \quad (1)$$

onde ψ representa o campo fermiônico da partícula, γ^μ as matrizes de Dirac e m a massa da partícula. Vale ressaltar aqui que a densidade lagrangiana acima é válida para férmions em geral, sendo que, no caso dos quarks, deve haver uma soma sobre todos os sabores considerados no modelo. Por simplicidade, vamos considerar, por ora, apenas um sabor.

De acordo com a propriedade confinante da interação forte, em condições não extremas, os quarks devem permanecer confinados dentro dos bárions e dos mésons. Para emular esta propriedade basta adicionar à densidade lagrangiana acima uma função de Heaviside (ou função degrau) $\Theta(R - r)$

$$\mathcal{L} = [\bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi] \Theta(R - r). \quad (2)$$

A função de Heaviside é definida como

$$\Theta(R - r) = \begin{cases} 1, & r < R \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (3)$$

onde R representa o raio da sacola. Assim, temos que os quarks permanecem numa região delimitada por $r < R$. Para $r > R$ não existe campo fermiônico. Devemos agora ainda adicionar uma função delta de Dirac $\delta(r - R)$ para definir a densidade lagrangiana em $r = R$, isto é, sobre a superfície da sacola

$$\mathcal{L} = [\bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi] \Theta(R - r) - \frac{1}{2}\bar{\psi}\delta(R - r)\psi, \quad (4)$$

onde a função delta de Dirac é definida como

$$\delta(R - r) = \begin{cases} \infty, & r = R \\ 0, & r \neq R. \end{cases} \quad (5)$$

Até agora temos, portanto, uma densidade lagrangiana que nos garante que os quarks estejam livres dentro da sacola e que fora dela eles não possam existir. Para completar a densidade lagrangiana que emula o modelo da sacola do MIT precisamos ainda adicionar a sua característica principal, o termo que representa a "constante da sacola"(ou *bag*) B

$$\mathcal{L} = [\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - B] \Theta(R - r) - \frac{1}{2}\bar{\psi}\delta(R - r)\psi. \quad (6)$$

E essa é a densidade lagrangiana do modelo do MIT que usamos neste trabalho. No Apêndice A são discutidas mais a fundo algumas propriedades dessa densidade lagrangiana.

2.1.2 Equações de Estado para temperatura finita

Na sua forma original, o modelo de sacola descrevia as propriedades dos núcleos em termos dos graus de liberdade dos quarks confinados, aproximando o nucleon como uma sacola e considerando os três quarks no seu interior como férmions não-interagentes, cujas funções de onda são derivadas da equação de Dirac. Já na situação de matéria de quarks desconfiados, pode-se entender, no contexto do modelo, como um enorme hádron contendo muitos quarks assintoticamente livres no seu interior. Dessa forma, a matéria pode ser descrita como um gás de Fermi livre, com a constante da bag B agindo sobre todo o volume. Assim sendo, a pressão de degenerescência dos quarks é contrabalanceada pela constante da sacola B .

Portanto, as EoS do modelo da sacola do MIT são simplesmente as EoS obtidas para um gás de férmions relativísticos livres, acrescidas das contribuições da constante da bag. Começemos por calcular as EoS de um gás de Fermi livre.

2.1.2.1 EoS para o gás de Fermi livre

Podemos obter as EoS a partir do tensor energia-momento, que é dado por

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu \phi_i)} \right) \partial_\nu \phi_i, \quad (7)$$

em que ϕ_i representa os campos das partículas e $g_{\mu\nu}$ o tensor da métrica de Minkowski¹.

Para um sistema uniforme em equilíbrio, o tensor energia-momento pode ser escrito na forma

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\mathcal{E} + P)u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu}. \quad (9)$$

\mathcal{E} , P e u_μ representam a densidade de energia, a pressão e a quadrivelocidade do fluido, respectivamente.

Para um fluido perfeito em equilíbrio hidrostático tem-se que $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$, tal que $u_0^2 = 1$ e $|\mathbf{u}|^2 = 0$, da onde decorre que

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle &= (\mathcal{E} + P)u_0^2 - P g_{00} \\ &= \mathcal{E} + P - P = \mathcal{E} \end{aligned} \quad (10)$$

e, analogamente,

$$\langle T_{ii} \rangle = (\mathcal{E} + P)|\mathbf{u}|^2 - P g_{ii} = 3P. \quad (11)$$

Portanto, temos que a densidade de energia e a pressão são dadas, respectivamente, por

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle \quad (12)$$

e

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (13)$$

Os detalhes para a obtenção final das expressões para densidade de energia e pressão podem ser encontradas no apêndice B. A expressão final para a densidade de energia, vide equação (116), é

$$\mathcal{E} = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} (f_+ + f_-), \quad (14)$$

onde γ é a degenerescência de spin e f_+ e f_- são as funções de distribuição de partículas e antipartículas, respectivamente, definidas como

$$f_\pm = \frac{1}{1 + e^{\beta[E(\mathbf{p}) \mp \mu]}}, \quad (15)$$

¹ A métrica utilizada neste trabalho é a de assinatura negativa:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

sendo $\beta = 1/T$, com T sendo a temperatura², μ o potencial químico do férmion e $E(\mathbf{p})$ a relação energia-momento (ou relação de dispersão relativística) definida como

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}. \quad (16)$$

A relação final para a pressão, vide equação (120), é

$$P = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}} (f_+ + f_-). \quad (17)$$

A densidade bariônica ρ_B é dada por

$$\rho_B = \langle \psi | \psi \rangle = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (f_+ - f_-). \quad (18)$$

2.1.2.2 EoS para o modelo do MIT

Como já foi mencionado acima, para o modelo do MIT devemos adicionar uma soma sob os sabores dos quarks e considerar também a degenerescência de cor. Além disso deve-se incluir a *bag*. Para a densidade de energia temos, então:

$$\mathcal{E} = 3 \times 2 \sum_q \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + B, \quad (19)$$

para a pressão:

$$P = \frac{3 \times 2}{3} \sum_q \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) - B, \quad (20)$$

e para a densidade de quarks:

$$\rho_q = 3 \times 2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (f_{q+} - f_{q-}), \quad (21)$$

em que o 3 representa o número de cores, 2 a degenerescência de spins, m_q a massa dos quarks e B a pressão da *bag*. Vale ressaltar que as funções de distribuição,

$$f_{q\pm} = \frac{1}{1 + e^{\beta[E_q \mp \mu_q]}}, \quad (22)$$

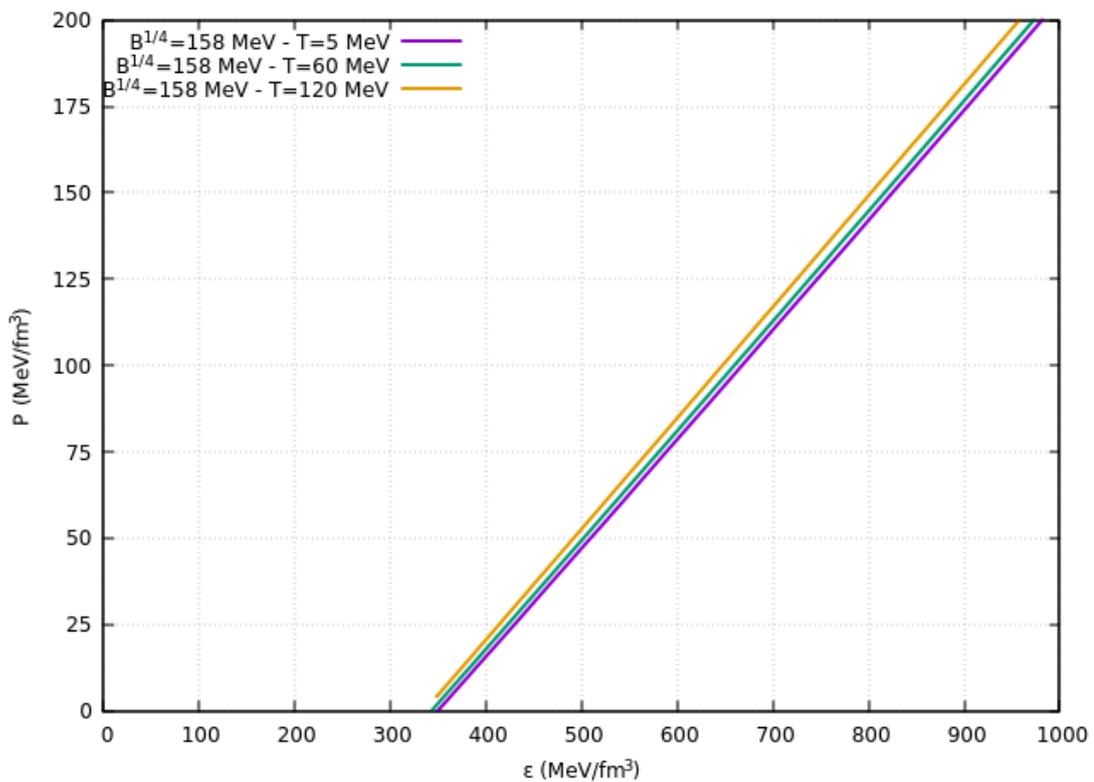
agora representam as funções de distribuição para os quarks e anti-quarks tal que μ_q representa o potencial químico dos quarks (sinal superior) e antiquarks (sinal inferior) e $E_q = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_q^2}$. Vale lembrar também que, como um bárion é composto por 3 quarks, temos que, $\rho_q = 3\rho_B$.

Na figura 2 é apresentada a relação entre densidade de energia e pressão para diferentes valores da *bag* e temperaturas. Nesse caso consideramos os quarks u , d e s .

² Lembrando que estamos considerando as unidades naturais, caso contrário teríamos $\beta = 1/k_B T$, onde k_B representa a constante de Boltzmann.

No presente trabalho os valores das massas adotados são $m_u = 5$ MeV, $m_d = 5$ MeV e $m_s = 150$ MeV, apesar de os valores inferidos experimentalmente serem $m_u = 2,2$ MeV, $m_d = 4,7$ MeV e $m_s = 96$ MeV (PATRIGNANI *et al.*, 2016). A escolha desses valores se deve ao fato de serem estes os costumeiramente adotados para tais modelos, ademais, a discrepância entre os valores adotados e aqueles inferidos experimentalmente não afeta de forma significativa os resultados aqui pretendidos.

Figura 2 – EoS obtidas a partir do modelo do MIT para $B^{1/4} = 158$ MeV e diferentes temperaturas. Considerou-se os quarks u , d e s .



2.1.3 Equações de Estado para temperatura nula

Nessa seção consideramos as EoS para temperatura nula. Tal suposição se justifica pelo fato de a energia de Fermi, dada por

$$E_F = \sqrt{\mathbf{p}_q^2 + m_q^2}, \quad (23)$$

ser muito maior do que a temperatura de objetos compactos, tais como os pulsares, cuja temperatura é da ordem de 10^7 K, enquanto que para a energia de Fermi temos $E_F > m_{u,d} = 5$ MeV $\sim 10^{10}$ K.

A dependência das EoS na temperatura aparece apenas nas funções de distribuição de partículas. Analisemos, então, o que acontece com elas quando a temperatura tende à zero:

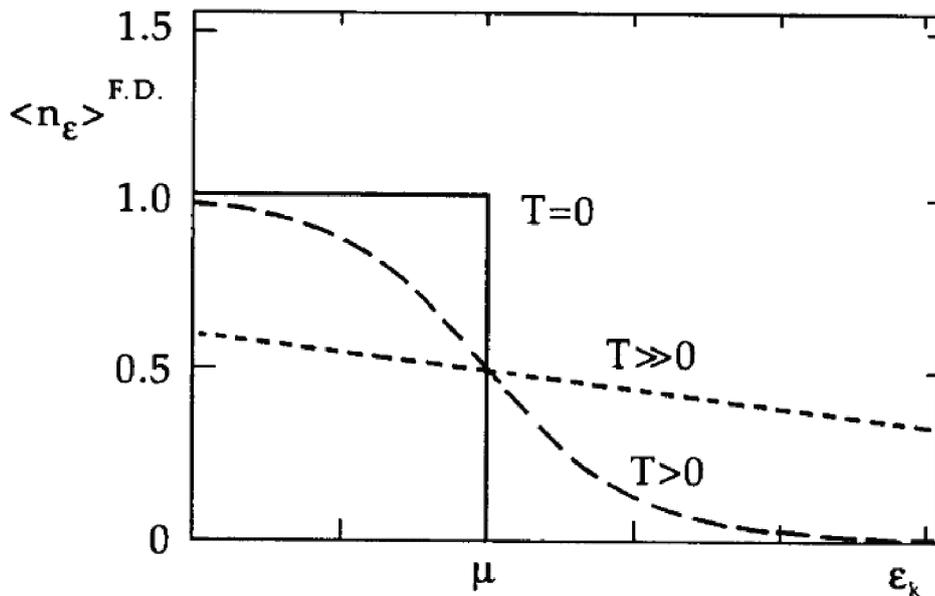
$$\lim_{T \rightarrow 0} f_+ = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{(E_q - \mu_q)/T}} = \Theta(E_q - \mu_q), \quad (24)$$

sendo $\Theta(E_q - \mu_q)$ a função de Heaviside.

$$\lim_{T \rightarrow 0} f_- = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{(E_q + \mu_q)/T}} = 0. \quad (25)$$

Na figura 3 podemos observar o comportamento deste limite e podemos também identificar a energia de Fermi, $E_F = \mu$, como a energia do último nível ocupado da distribuição. A partir desta figura também podemos entender a razão deste estado ser chamado de degenerado, pois todos os níveis até o nível de Fermi, de energia $E_F = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, estão completamente preenchidos. É conveniente escrever o argumento da função Heaviside em termos do momento, $\Theta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_F)$, onde \mathbf{p}_F é o momento referente ao nível de Fermi.

Figura 3 – Número de ocupação médio de férmions para diferentes temperaturas. Extraído de (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995)



Não é difícil ver que para a função de distribuição de antipartículas f_- o limite acima é zero, ou seja, à temperatura nula não há antipartículas.

Baseado nesses resultados, podemos agora reescrever as EoS para o modelo do MIT. Começemos pela densidade de quarks. A partir da equação (21) temos

$$\rho_q = \frac{3}{\pi^2} \int_0^{\mathbf{p}_{Fq}} d\mathbf{p} \mathbf{p}^2 = \frac{\mathbf{p}_{Fq}^3}{\pi^2}. \quad (26)$$

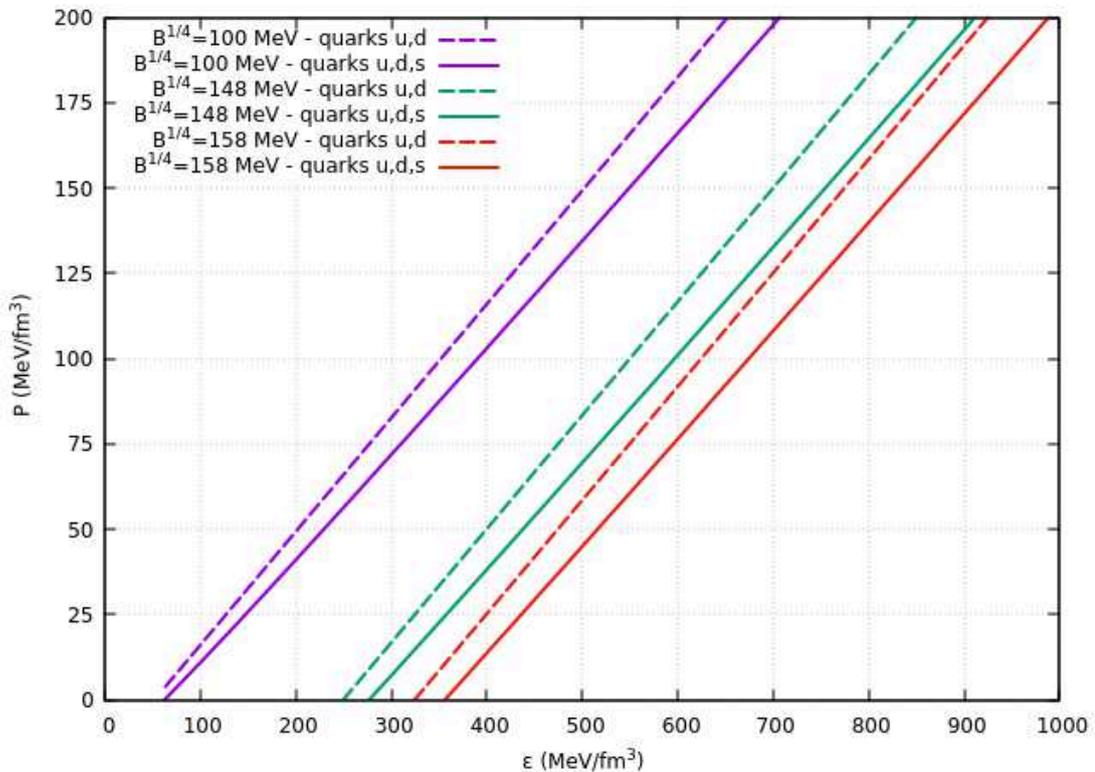
A partir das equações (19) e (20) temos agora

$$\mathcal{E} = \frac{3}{\pi^2} \sum_q \int_0^{\mathbf{p}^F} d\mathbf{p} \mathbf{p}^2 \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_q^2} + B, \quad (27)$$

$$P = \frac{1}{\pi^2} \sum_q \int_0^{\mathbf{p}^F} d\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^4}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m_q^2}} - B. \quad (28)$$

Na figura 4 é apresentada a relação entre densidade de energia e pressão para diferentes valores da *bag* e temperatura nula. Nesse caso incluímos também as relações considerando apenas os quarks *u* e *d*, de tal forma que as linhas tracejadas representam as EoS considerando apenas os quarks *u* e *d* enquanto que as linhas contínuas representam aquelas obtidas considerando também a inclusão do quark *s*.

Figura 4 – Gráfico do modelo do MIT para diferentes valores da *bag* e $T=0$



Podemos notar que o efeito de se incluir o quark *s* no cálculo das EoS é de torná-

las menos duras³ que as obtidas considerando apenas os quarks u e d . Podemos notar também na figura 4 que o valor da bag tem um poder ainda maior de mexer com a dureza das EoS, vemos que, quanto maior o valor da bag , menos dura é a EoS.

2.1.4 Hipótese de Bodmer-Witten e janela de estabilidade

Costumamos supor que o estado fundamental da matéria é o estado no qual os quarks estão confinados em hádrons. E, realmente, nossa experiência cotidiana parece nos confirmar esta ideia. No entanto, o estado confinado pode simplesmente ser um estado muito duradouro, mas não um absolutamente estável. Bodmer (BODMER, 1971) e Witten (WITTEN, 1984), de forma independente, propuseram a "hipótese da matéria estranha", ou "hipótese de Bodmer-Witten". Essa hipótese propõe que o verdadeiro e absoluto estado fundamental das interações fortes é o estado desconfinado da matéria de quarks consistindo de uma proporção aproximadamente igual de quarks u , d e s , sendo tal matéria chamada de matéria estranha (Norman K GLENDENNING, 2000).

A hipótese de Bodmer-Witten está condicionada à energia de ligação por bárion da matéria de quarks desconfinados estável possuir um valor inferior ao da energia por nucleon do ^{56}Fe , elemento que possui a maior energia de ligação por nucleon. A energia de ligação por bárion é dada por

$$\frac{E}{A} = \frac{\mathcal{E}}{\rho_B}, \quad (29)$$

em que E é a energia de ligação, A é o número bariônico e \mathcal{E} e ρ_B são as densidades de energia e de bárions, respectivamente. De acordo com essa hipótese, a matéria estranha será estável a pressão zero se a condição

$$\frac{\mathcal{E}_{(u,d,s)}}{\rho_{B(u,d,s)}} \leq 930 \text{ MeV} \quad (30)$$

for satisfeita enquanto a matéria de dois sabores desconfinados não for estável, isto é,

$$\frac{\mathcal{E}_{(u,d)}}{\rho_{B(u,d)}} > 930 \text{ MeV}. \quad (31)$$

Caso contrário núcleos atômicos poderiam ser feitos apenas da matéria desconfinada, o que contradiz a experiência.

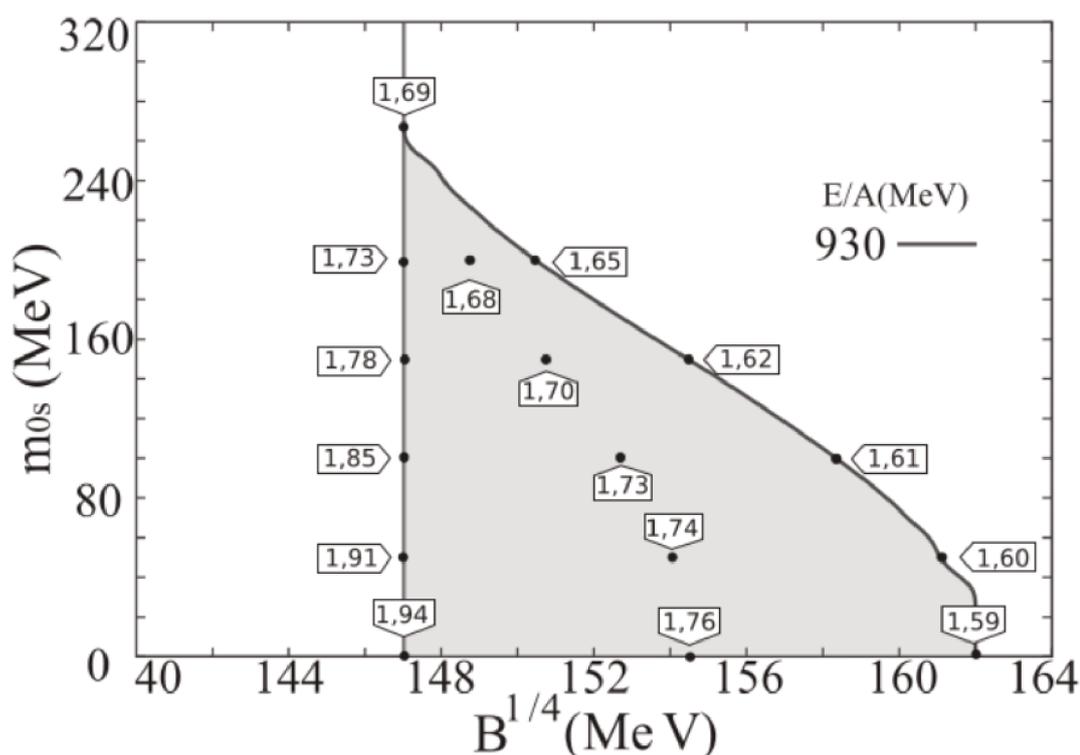
Se considerarmos a hipótese de Bodmer-Witten também devemos considerar a "janela de estabilidade", que é a janela de valores da bag ($B^{1/4}$) e da massa do quark s (m_s), que permite a descrição de matéria estranha estável.

Em (TORRES; D. MENEZES, 2013) \mathcal{E} e ρ_B foram calculados, por meio das equações (26-28), para a matéria de dois e três sabores. A janela de estabilidade apre-

³ Em uma EoS dura (*stiff*) tem-se que uma dada densidade (de energia ou bariônica) suporta uma pressão maior do que o que ocorre em uma EoS menos dura (*soft*).

sentada na figura 5 é resultado destes cálculos considerando matéria eletricamente neutra e em equilíbrio químico.

Figura 5 – Janela de estabilidade da matéria estranha descrita pelo modelo do MIT, em termos dos parâmetros livres $B^{1/4}$ e massa do quark s (m_{0s}). Os valores dentro das bandeiras representam a massa máxima (em unidades de M_{\odot}) de uma estrela estranha cuja EoS tomou os valores do ponto para os parâmetros. Extraído de (TORRES; D. MENEZES, 2013).



No presente trabalho, nos momentos onde é considerada matéria estranha, usa-se $m_s = 150$ MeV, no entanto, em nenhum momento considera-se essa matéria em equilíbrio químico, portanto, apesar de a figura acima nos dizer que a *bag* deve estar entre 147 e 155 MeV, aproximadamente, extrapolamos um pouco estes valores e consideramos o seguinte intervalo:

$$148 \text{ MeV} \leq B^{1/4} \leq 158 \text{ MeV}. \quad (32)$$

3 MATÉRIA DE HÁDRONS

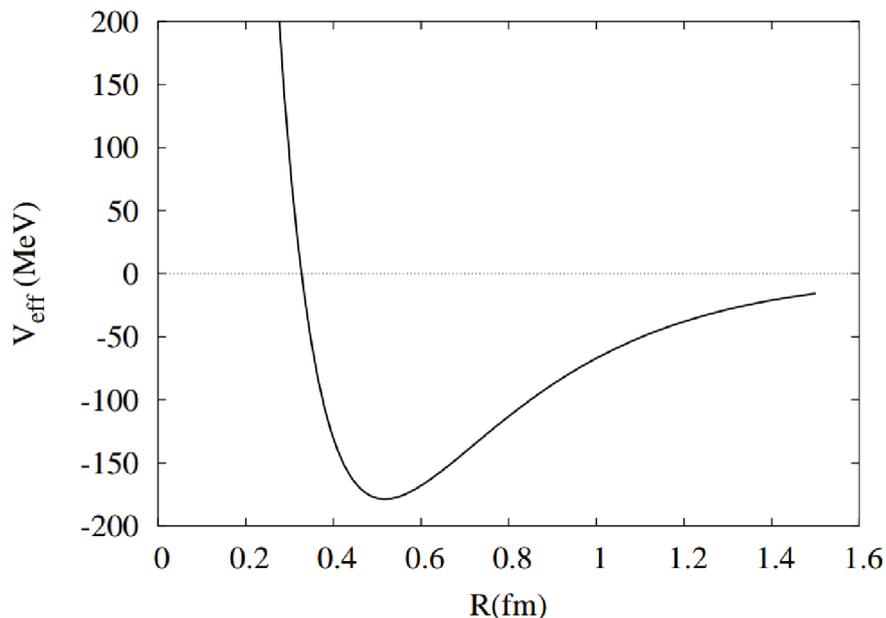
3.1 MODELO DE WALECKA LINEAR (LWM)

Também durante a década de 70, J. D. Walecka propôs a primeira versão do modelo que ficaria conhecido como modelo de Walecka linear (ou LWM, de linear Walecka model), ou QHD-I (hadrodinâmica quântica). O modelo, que é baseado em uma teoria quântica de campos totalmente relativística, descreve a interação entre bárions mediada por mésons escalares e vetoriais. Os mediadores responsáveis pelo acoplamento entre nucleons são o méson escalar σ e o méson vetorial ω . O potencial que emula essa interação tem a forma do potencial de Yukawa:

$$V_{eff} = \frac{g_{\omega}^2}{4\pi} \frac{e^{-m_{\omega}r}}{r} - \frac{g_{\sigma}^2}{4\pi} \frac{e^{-m_{\sigma}r}}{r}, \quad (33)$$

em que m_{ω} e m_{σ} são as massas dos mésons vetorial e escalar, respectivamente, e g_{ω} e g_{σ} são as constantes de acoplamento entre os mésons e os nucleons. O primeiro termo deste potencial representa a interação repulsiva que ocorre a pequenas distâncias no interior do núcleo. E o segundo termo representa a interação atrativa que ocorre a grandes distâncias. A forma do potencial efetivo pode ser vista na figura 6.

Figura 6 – Potencial Efetivo em função da distância: o potencial é atrativo a grandes distâncias e repulsivo a pequenas. Gráfico extraído de (SANTOS, 2004).



A densidade lagrangiana do modelo de Walecka linear é a seguinte:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LWM} = & \bar{\psi} [\gamma^\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma)] \psi + \\ & + \frac{1}{2} (\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu, \end{aligned} \quad (34)$$

onde M , m_ω , m_σ são as massas, assim com ψ , σ e ω^μ são os campos do bárion, do méson escalar e do méson vetorial, respectivamente. $\Omega_{\mu\nu}$ é o tensor antisimétrico definido como: $\Omega_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$. Os coeficientes γ_μ são as matrizes de Dirac.

Analisemos esta densidade lagrangiana por partes:

- $i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu - \bar{\psi}M\psi$: densidade lagrangiana para partículas livres de spin 1/2 (lagrangiano de Dirac);
- $\frac{1}{2}(\partial^\mu\sigma\partial_\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2)$: densidade lagrangiana para partículas livres de spin 0 (lagrangiano de Klein-Gordon);
- $-\frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu$: densidade lagrangiana para partículas livres de spin 1 (lagrangiano de Proca);
- $-g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\omega^\mu\psi$: termo associado à interação entre os bárions mediados pelo méson vetorial ω ;
- $\bar{\psi}(m_\sigma\sigma)\psi$: termo associado à interação entre os bárions mediados pelo méson escalar σ .

Pode-se definir uma massa efetiva dos bárions M^* como:

$$M^* = M - g_\sigma\sigma. \quad (35)$$

O modelo de Walecka linear é útil para descrever a matéria nuclear simétrica, isto é, com o mesmo número de prótons e nêutrons, mas ela falha em descrever a matéria assimétrica pois não é capaz de diferenciar prótons de nêutrons. Além disso, outras grandezas físicas, como o módulo de compressão, massa efetiva dos nucleons, energia de simetria e energia de ligação calculados a partir deste modelo diferem bastante dos dados empíricos.

3.2 MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR (NLWM)

A fim de corrigir os problemas encontrados no LWM foram adicionados novos termos à densidade lagrangiana, tornando-a não-linear. Este modelo, por conveniência, é chamado de modelo de Walecka não-linear (NLWM) ou QHD-II. Para corrigir o problema do módulo de compressão e da massa efetiva dos nucleons, foram introduzidos termos de autointeração dos campos escalares e, para uma correção na energia de

ligação por nucleon e da energia de simetria, foi adicionado um novo méson vetorial, o méson ρ . Os mésons ρ são um tripleto de mésons vetoriais-isovetoriais com cargas $(1, -1, 0)$ que se acoplam ao isospin, podendo assim diferenciar prótons de nêutrons. Eles também possuem spin 1. A densidade lagrangiana do NLWM tem a seguinte forma (BOGUTA; BODMER, 1977):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NLWM} = & \bar{\psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu - g_\rho \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi + \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \\ & - \frac{1}{4} \mathbf{P}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{P}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 (\vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu) - \frac{\kappa}{3!} \sigma^3 - \frac{\lambda}{4!} \sigma^4, \end{aligned} \quad (36)$$

onde $\vec{\tau}$ são as três matrizes de Pauli e $\mathbf{P}_{\mu\nu}$ é definido da seguinte forma: $\mathbf{P}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - g_\rho (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)$. Analisemos os novos termos dessa densidade lagrangiana:

- $-\frac{1}{4} \mathbf{P}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{P}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 (\vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu)$: lagrangiana para partículas livres de spin 1;
- $-g_\rho \bar{\psi} (\gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu) \psi$: termo associado à interação entre os bárions mediado pelos mésons vetoriais-isovetoriais ρ ;
- $-\frac{\kappa}{3!} \sigma^3 - \frac{\lambda}{4!} \sigma^4$: termo não-linear associado à autointeração entre os mésons σ .

3.3 VERSÃO GENERALIZADA DO MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR (NLWM)

Aqui consideramos uma versão bastante generalizada do NLWM. Neste modelo um novo méson isovetorial δ , com funções semelhantes às do méson ρ , é introduzido. Além disso, novos termos de interação cruzada entre os campos mesônicos também são introduzidos. A densidade lagrangiana do modelo NLWM é dada por (DUTRA *et al.*, 2014):

$$\mathcal{L}_{NLWM} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_\rho + \mathcal{L}_\delta + \mathcal{L}_{\sigma\omega\rho}, \quad (37)$$

onde

$$\mathcal{L}_B = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi, \quad (38)$$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2}(\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + g_\sigma \sigma \bar{\psi} \psi - \frac{\kappa}{3!} \sigma^3 - \frac{\lambda}{4!} \sigma^4, \quad (39)$$

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi + \frac{\xi}{4!} g_\omega^4 (\omega_\mu \omega^\mu)^2, \quad (40)$$

$$\mathcal{L}_\rho = -\frac{1}{4} \mathbf{P}^{\mu\nu} \mathbf{P}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu - g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\tau} \psi, \quad (41)$$

$$\mathcal{L}_\delta = \frac{1}{2}(\partial^\mu \vec{\delta} \partial_\mu \vec{\delta} - m_\delta^2 \vec{\delta}^2) + g_\delta \bar{\psi} \vec{\delta} \vec{\tau} \psi, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\sigma\omega\rho} = & g_\sigma g_\omega^2 \sigma \omega_\mu \omega^\mu \left(\alpha_1 + \frac{\alpha'_1}{2} g_\sigma \sigma \right) + \\ & + g_\sigma g_\rho^2 \sigma \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu \left(\alpha_2 + \frac{\alpha'_2}{2} g_\sigma \sigma \right) + \Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_\mu \omega^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu. \end{aligned} \quad (43)$$

Analisemos os novos termos dessa densidade lagrangiana:

- $\frac{\xi}{4!} g_\omega^4 (\omega_\mu \omega^\mu)^2$: termo introduzido para melhor reproduzir os valores da compressibilidade e da massa efetiva;
- \mathcal{L}_δ : dinâmica associada ao méson δ ;
- $\mathcal{L}_{\sigma\omega\rho}$: densidade lagrangiana que considera a interação cruzada entre os campos mesônicos.

Podemos agora calcular as equações de movimento a partir das equações de Euler-Lagrange (109). Assim temos, para o campo $\bar{\psi}$:

$$\left[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu - g_\rho \vec{\rho}_\mu \vec{\tau}) - (M - g_\sigma \sigma - g_\delta \vec{\delta} \vec{\tau}) \right] \psi = 0, \quad (44)$$

que é uma equação de Dirac por ser uma equação para um campo de férmions (partículas de spin 1/2) com massa. A equação de movimento para o campo ψ pode ser obtida tomando-se o adjunto hermitiano da equação acima. Para o campo σ temos a seguinte equação de movimento:

$$\begin{aligned} (\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = & g_\sigma \bar{\psi} \psi - \frac{\kappa}{2} \sigma^2 - \frac{\lambda}{6} \sigma^3 + \\ & + g_\sigma g_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu (\alpha_1 + \alpha'_1 g_\sigma \sigma) + g_\sigma g_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu (\alpha_2 + \alpha'_2 g_\sigma \sigma), \end{aligned} \quad (45)$$

que é uma equação de Klein-Gordon por ser uma equação para campo escalar que descreve partículas de spin zero.

Para o campo ω^μ temos:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \Omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu = & g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - \frac{\xi}{6} g_\omega^4 \omega_\mu^3 - \\ & - g_\sigma g_\omega^2 \sigma \omega_\mu (2\alpha_1 + \alpha'_2 g_\sigma \sigma) - 2\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu. \end{aligned} \quad (46)$$

Para o campo $\vec{\rho}_\mu$:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \mathbf{P}_{\mu\nu} + m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu &= g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \psi - \\ &- g_\sigma g_\rho^2 \sigma \vec{\rho}^\mu (2\alpha_1 + \alpha'_2 g_\sigma \sigma) - 2\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_\mu \omega^\mu \vec{\rho}^\mu. \end{aligned} \quad (47)$$

E, por fim, para o campo $\vec{\delta}$:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\delta^2) \vec{\delta} = g_\delta \bar{\psi} \vec{\tau} \psi. \quad (48)$$

As últimas 3 equações podem ser chamadas de equações de Proca por tratarem de bósons vetoriais (partículas de spin 1) massivos.

As equações de movimento obtidas acima são equações não-lineares acopladas sendo a sua solução uma tarefa extremamente complicada. Uma aproximação que pode ser feita é a aproximação de campo médio.

3.3.1 Aproximação de campo-médio relativística

Na aproximação de campo médio relativística (RMFA), também chamada de aproximação relativística de Hartree, considera-se que, em valores de densidade bariônica ρ_B suficientemente grandes, haverá tantos quanta (mésons mediadores) presentes num dado volume que se tornará razoável aproximar os valores esperados dos campos quânticos como campos clássicos. Isto é, nessa situação pode-se considerar a matéria nuclear como sendo infinita, o que implica em invariância translacional e simetria rotacional, que, por sua vez, implica em que apenas as componentes zero dos campos quadrivetoriais são não nulos. Além disso, considerando invariância rotacional ao redor do terceiro eixo no espaço do isospin, nós lidamos apenas com as terceiras componentes dos vetores do espaço do isospin $\vec{\rho}_\mu$ e $\vec{\delta}$. Portanto, temos:

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma_0, \quad (49)$$

$$\omega^\mu \rightarrow \langle \omega^\mu \rangle = \omega_0, \quad (50)$$

$$\vec{\rho}^\mu \rightarrow \langle \vec{\rho}^\mu \rangle = \bar{\rho}_{0(3)} \quad (51)$$

e

$$\vec{\delta} \rightarrow \langle \vec{\delta} \rangle = \delta_{(3)}, \quad (52)$$

Com isso a nossa densidade lagrangiana do NLWM na aproximação de campo médio é:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{NLWM} = & \bar{\psi} \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma_0 \omega_0 - g_\rho \gamma_0 \bar{\rho}_{0(3)} I_3 - M^* \right) \psi - \\
& - \frac{1}{2} \left(m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + m_\delta^2 \delta_0^2 \right) - \frac{\kappa}{3!} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{4!} \sigma_0^4 + \\
& + \frac{\xi}{4!} g_\omega^4 \omega_0^4 + g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left(\alpha_1 + \frac{\alpha'_1}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \\
& + g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \left(\alpha_2 + \frac{\alpha'_2}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2,
\end{aligned} \tag{53}$$

onde definiu-se a massa efetiva M^* como:

$$M^* = M - g_\sigma \sigma_0 - g_\delta \delta_{(3)} I_3, \tag{54}$$

sendo I_3 o operador de projeção do isospin.

Agora podemos reescrever as equações de movimento. Para o campo $\bar{\psi}$ obtemos a seguinte equação:

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_0 - g_\rho \bar{\rho}_{0(3)} I_3) - M^*] \psi = 0, \tag{55}$$

para o campo σ_0 :

$$\begin{aligned}
\sigma_0 = & \frac{g_\sigma \rho_s}{m_\sigma^2} - \frac{\kappa}{2} \frac{\sigma_0^2}{m_\sigma^2} - \frac{\lambda}{6} \frac{\sigma_0^3}{m_\sigma^2} + \frac{g_\sigma g_\omega^2 \omega_0^2}{m_\sigma^2} (\alpha_1 + \alpha'_1 g_\sigma \sigma_0) + \\
& + \frac{g_\sigma g_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2}{m_\sigma^2} (\alpha_2 + \alpha'_2 g_\sigma \sigma_0),
\end{aligned} \tag{56}$$

para o campo ω_0 :

$$\begin{aligned}
\omega_0 = & \frac{g_\omega \rho_B}{m_\omega^2} - \frac{\xi}{6} \frac{g_\omega}{m_\omega^2} (g_\omega \omega_0)^3 - \frac{g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0}{m_\omega^2} (2\alpha_1 + \alpha'_1 g_\sigma \sigma_0) - \\
& - \frac{2\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \omega_0}{m_\omega^2},
\end{aligned} \tag{57}$$

para o campo $\bar{\rho}_{0(3)}$:

$$\bar{\rho}_{0(3)} = \frac{g_\rho I_3 \rho_B}{m_\rho^2} - \frac{g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_{0(3)}}{m_\rho^2} (2\alpha_2 + \alpha'_2 g_\sigma \sigma_0) - \frac{2\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}}{m_\rho^2} \tag{58}$$

e para o campo $\delta_{0(3)}$

$$m_\delta^2 \delta_{0(3)} = g_\delta I_3 \rho_s. \tag{59}$$

As densidades escalar e bariônica são dadas, respectivamente, por:

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \frac{M^*}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^{*2}}} (f_+ + f_-) \tag{60}$$

e

$$\rho_B = \langle \bar{\psi} \gamma^0 \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} (f_+ - f_-), \quad (61)$$

onde f_{\pm} são as funções de distribuição de Fermi-Dirac, sendo o sinal positivo para as partículas e o negativo para as antipartículas. A forma funcional dessas distribuições é

$$f_{\pm} = \frac{1}{1 + \exp[(E^* \mp \mu^*)/T]}, \quad (62)$$

onde $E^* = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^{*2}}$ e μ^* é o potencial químico efetivo dado por

$$\mu^* = \mu_B + g_\omega \omega_0 + g_\rho \bar{\rho}_{0(3)} I_3, \quad (63)$$

sendo que μ_B é o potencial químico do bárion B .

3.3.2 Equações de Estado para a versão mais generalizada

Podemos agora calcular a densidade de energia e a pressão a partir do tensor energia-momento. Devemos, para tanto, fazer uso das relações (12) e (13). As expressões a seguir são o resultados destes cálculos.

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^{*2}} (f_+ + f_-) + \\ & + \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 + m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + m_\delta^2 \delta_0^2) + \\ & + \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4 + \frac{\xi}{8} g_\omega^4 \omega_0^4 + g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left(\alpha_1 + \frac{\alpha'_1}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \\ & + g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \left(\alpha_2 + \frac{\alpha'_2}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + 3\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} P = & \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^{*2}}} (f_+ + f_-) - \\ & - \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + m_\delta^2 \delta_0^2) - \\ & - \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4 + \frac{\xi}{24} g_\omega^4 \omega_0^4 + g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left(\alpha_1 + \frac{\alpha'_1}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \\ & + g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \left(\alpha_2 + \frac{\alpha'_2}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \end{aligned} \quad (65)$$

Assim, o problema de descrever a matéria hadrônica em termos do NLWM está totalmente resolvido, pois as EoS foram escritas em termos dos campos mesônicos (55-59) e das densidades, que, por sua vez dependem apenas de constantes na forma de equações solucionáveis por métodos numéricos¹.

¹ No presente trabalho usa-se o método numérico de Newton–Raphson.

Essas equações são resultado da versão mais generalizada do NLWM e, portanto, permitem uma ampla gama de parametrizações. Na seção 3.3.4 as parametrizações utilizadas neste trabalho são discutidas.

3.3.3 Octeto bariônico

Apesar de os prótons e os nêutrons serem os bárions mais leves encontrados na natureza, é possível que em situações de altas densidades, como as encontradas nos caroços de estrelas de nêutrons, seja energeticamente vantajosa a criação de outros bárions mais massivos. Portanto, se torna razoável a inclusão dos híperons² Λ^0 , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^0 e Ξ^- na descrição da matéria hadrônica. Os híperons, juntamente com os nucleons, isto é, o próton e o nêutron, formam o octeto bariônico.

Na Tabela 2 características gerais do octeto bariônico são mostradas.

Tabela 2 – Bárions do octeto bariônico, composição quarkiônica, suas massas (M), spin, isospin (I_3) e carga elétrica (q_B) em função da carga do elétron.

Bárion	quarks	M (MeV)	Spin	I_3	q_B
p	uud	938,28	1/2	1/2	+1
n	udd	939,57	1/2	-1/2	0
Λ	uds	1115,6	1/2	0	0
Σ^+	uus	1189,4	1/2	1	+1
Σ^0	uds	1192,5	1/2	0	0
Σ^-	dds	1197,3	1/2	-1	-1
Ξ^0	uss	1314,9	1/2	1/2	0
Ξ^-	dss	1321,3	1/2	-1/2	-1

Fonte: Adaptado de (SANTOS, 2004)

Em todas as deduções feitas até aqui considerou-se, por economia de notação, que a matéria hadrônica é constituída de apenas uma espécie de bárion. Agora, para deixar claro que as equações deduzidas podem levar em conta até oito bárions, devemos fazer algumas substituições. Vamos começar por considerar que não necessariamente todas as espécies bariônicas interagirão igualmente com os campos dos mésons. Para tanto, nos termos de interação, é conveniente agregar à constante de acoplamento de cada méson um peso χ_{iB} , de tal forma que

$$g_i \rightarrow g_{iB} = \chi_{iB} g_i, \quad (66)$$

onde i representa os mésons σ , ω , ρ e δ e B todos bárions considerados no modelo. Além disso, nas equações (60, 61, 64, 65) deve ocorrer uma soma sobre todos os

² Híperons são bárions constituídos por pelo menos um quark s , mas nenhum quark c , t ou b .

bárions considerados e, para tanto, M^* , μ^* e I_3 devem receber também um subíndice B , como foi feito em (CAVAGNOLI; PROVIDÊNCIA; Debora P MENEZES, 2011).

3.3.4 Parametrizações usadas

A densidade lagrangiana do NLWM na sua versão mais generalizada, mesmo já considerando a aproximação de campo médio relativística (eq. 53), permite uma ampla gama de parametrizações.

Em (DUTRA *et al.*, 2014) 263 modelos representativos da QHD foram analisados e confrontados com grandezas experimentais bem estabelecidas para a matéria nuclear, como módulo de compressibilidade, energia de simetria e seu *slope*, tomados no seu ponto de saturação nuclear $(\rho_0)^3$. Foi verificado que apenas 35 destes modelos reproduziam resultados que se adequavam aos limites empíricos.

Em (Mariana DUTRA; LOURENÇO; Débora P MENEZES, 2016) os 35 modelos aprovados pelas restrições da matéria nuclear foram novamente analisados e confrontados com dados empíricos astrofísicos⁴ e apenas 13 modelos foram aprovados.

No presente trabalho é adotada a parametrização IU-FSU, uma das 13 parametrizações que foram aprovadas em ambos os testes (quando se considera apenas nucleons) e que é derivada da FSU, desenvolvida inicialmente por Horowitz e Piekarowicz (2001). Além disso, por questões de comparação, consideramos também a parametrização NL3 $\omega\rho$, que é uma alteração do amplamente utilizado modelo NL3, desenvolvido por Lalazissis, König e Ring (1997), para que inclua o termo de interação cruzada entre os mésons ω e ρ . Esta última parametrização não foi analisada nos estudos supramencionados, no entanto, foi demonstrado em (HEBELER *et al.*, 2013) e (MARQUEZ, 2018) que ela satisfaz a condição de reproduzir estrelas com massas superiores a $2 M_\odot$ mesmo se considerada a inclusão de híperons.

Ambas as parametrizações utilizadas neste trabalho consideram os mésons σ , ω e ρ , termos de autointeração dos campos de σ e ω e de interação cruzada entre ω e ρ . Assim,

$$m_\delta = g_\delta = \alpha_1 = \alpha'_1 = \alpha_2 = \alpha'_2 = 0. \quad (67)$$

Os demais parâmetros estão representados na tabela 3. Para a parametrização NL3 $\omega\rho$ os parâmetros g_ρ e Λ_v foram reobtidos a partir da parametrização NL3 para incluir a interação ω - ρ .

³ No Apêndice D estas propriedades são discutidas em mais detalhes

⁴ Até pouco tempo atrás (2010), todos os modelos de campo médio adaptados às condições estelares (neutralidade de carga e equilíbrio químico) que resultassem em massas maiores que $1,44 M_\odot$ eram aceitáveis. No entanto, com a descoberta recente de dois pulsares com massas na ordem de $2 M_\odot$, a saber, o PSR J1614-2230 com massa de $(1,97 \pm 0,04)M_\odot$ (DEMOREST *et al.*, 2010) e o PSR J0348+0432 com massa de $(2,01 \pm 0,04)M_\odot$ (ANTONIADIS *et al.*, 2013), muitos modelos foram reajustados a fim de que eles possam descrever massas máximas de tal magnitude.

Tabela 3 – Parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ para o modelo NLWM. A unidade para as massas dos mésons e dos nucleons $M = m_p = m_n$, assim como para κ , é MeV e os demais parâmetros são adimensionais.

Parâmetro	IU-FSU	NL3 $\omega\rho$
M	939,00	939,00
m_σ	491,50	508,19
m_ω	782,50	782,50
m_ρ	763,00	763,00
g_σ	9,9713	10,2170
g_ω	13,0321	12,8680
g_ρ	13,5900	11,2766
κ	$3,3808 \times g_\sigma^3$	$3,8598 \times g_\sigma^3$
λ	$0,000296 \times g_\sigma^4$	$-0,015905 \times g_\sigma^4$
ξ	0,03	-
Λ_v	0,046	0,03

Fonte: (FATTOYEV *et al.*, 2010)

Também necessitamos escolher uma parametrização para as constantes χ_{iB} . Como os híperons não estão presentes na matéria ordinária, a determinação dessa constante diretamente das propriedades nucleares não é possível. No entanto, apesar de ainda ser difícil sintetizar híperons mais massivos em colisores, há suficientes dados empíricos a respeito do híperon Λ que possibilita a determinação da constante de acoplamento méson- Λ $g_{i\Lambda}$. Assim pode-se escolher os valores de χ_{iB} de modo a reproduzir ao menos as propriedades para o bárion Λ . Em (N. GLENDENNING; MOSZKOWSKI, 1991) foi proposto o esquema de acoplamento chamado de "esquema de acoplamento de híperons", onde tem-se

$$\chi_{\sigma H} = 0.7, \quad \chi_{\omega H} = \chi_{\rho H} = 0.783 \quad \text{e} \quad \chi_{iN} = 1, \quad (68)$$

onde os subíndices H e N representam os híperons e nucleons, respectivamente. Este esquema foi obtido considerando a parametrização GM1, como consequência, ele não é o mais adequado considerando as parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ adotadas no presente trabalho (LOPES; Debora P MENEZES, 2014). Contudo, os resultados de interesse neste estudo não são afetados significativamente pela escolha de esquemas de acoplamento.

3.3.5 Matéria Estelar

No presente trabalho consideramos primeiramente a transição de fase de uma estrela de hádrons metaestável para um estrela de quarks. Apesar de estrelas de tal tipo serem consideradas à temperatura nula, vamos extrapolar e considerar temperaturas finitas. A fim de descrever a matéria de uma estrela compacta, léptons devem

ser incluídos na matéria hadrônica. Aqui consideramos os dois léptons mais leves, o elétron e o múon. Para tal, necessitamos adicionar à densidade lagrangiana do modelo o termo

$$\mathcal{L}_{leptons} = \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \quad l = e, \mu^-. \quad (69)$$

E, às equações para densidade de energia e pressão devemos incluir também os termos

$$\mathcal{E}_l = \sum_l \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_l^2} (f_{l+} + f_{l-}) \quad (70)$$

e

$$P_l = \sum_l \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m_l^2}} (f_{l+} + f_{l-}). \quad (71)$$

Nas simulações utilizamos $m_e = 0,511$ MeV e $m_{\mu^-} = 105,66$ MeV para os valores das massas próprias dos elétrons e dos múons, respectivamente.

Além disso, devemos impor neutralidade elétrica e equilíbrio químico (também chamado de equilíbrio β).

Em relação a neutralidade elétrica, temos que n , Λ^0 , Σ^0 e Ξ^0 não possuem carga, μ^- , e , Σ^- e Ξ^- possuem carga negativa e p e Σ^+ possuem carga positiva. Então, para manter a neutralidade de carga, requeremos a seguinte relação entre as densidades de partículas:

$$\rho_p + \rho_{\Sigma^+} = \rho_e + \rho_{\mu^-} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-}. \quad (72)$$

Já com relação ao equilíbrio químico, verifica-se igualdade dos potenciais químicos em ambos os lados dos decaimentos que dão origem a cada um dos bárions. Temos então

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma^0} &= \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Lambda^0} = \mu_n \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-} \\ \mu_{\Sigma^+} &= \mu_p = \mu_n - \mu_e \\ \mu_{\mu^-} &= \mu_e. \end{aligned} \quad (73)$$

Pode-se ainda escrever uma forma geral para as equações de equilíbrio químico:

$$\mu_B = \mu_n - q_B \mu_e, \quad (74)$$

sendo q_B a carga do bárion B em termos da carga do elétron.

3.3.5.1 Equações de Estado para temperatura finita

Considerando as parametrizações mencionadas acima e a inclusão dos léptons e do octeto bariônico, podemos reescrever a densidade lagrangiana usada neste modelo para descrever a matéria hadrônica:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - g_{\rho B} \gamma_0 \bar{\rho}_{0(3)} I_{3B} - M_B^* \right) \psi_B - \\ & - \frac{1}{2} \left(m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 \right) - \frac{\kappa}{3!} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{4!} \sigma_0^4 + \\ & + \frac{\xi}{4!} g_\omega^4 \omega_0^4 + \Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (75)$$

onde $M_B^* = M_B - g_{\sigma B} \sigma_0$.

A densidade de energia e pressão serão, portanto, dadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \sum_B \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_B^{*2}} (f_{B+} + f_{B-}) + \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 + m_\omega^2 \omega_0^2 + m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2) + \\ & + \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 + \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4 + \frac{\xi}{8} g_\omega^4 \omega_0^4 + 3\Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + \\ & + \sum_l \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_l^2} (f_{l+} + f_{l-}) \end{aligned} \quad (76)$$

e

$$\begin{aligned} P = & \sum_B \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M_B^{*2}}} (f_{B+} + f_{B-}) - \frac{1}{2} (m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2) - \\ & - \frac{\kappa}{6} \sigma_0^3 - \frac{\lambda}{24} \sigma_0^4 + \frac{\xi}{24} g_\omega^4 \omega_0^4 + \Lambda_v g_\omega^2 g_\rho^2 \omega_0^2 \bar{\rho}_{0(3)}^2 + \\ & + \sum_l \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m_l^2}} (f_{l+} + f_{l-}). \end{aligned} \quad (77)$$

E as densidades escalar e bariônica, respectivamente, por:

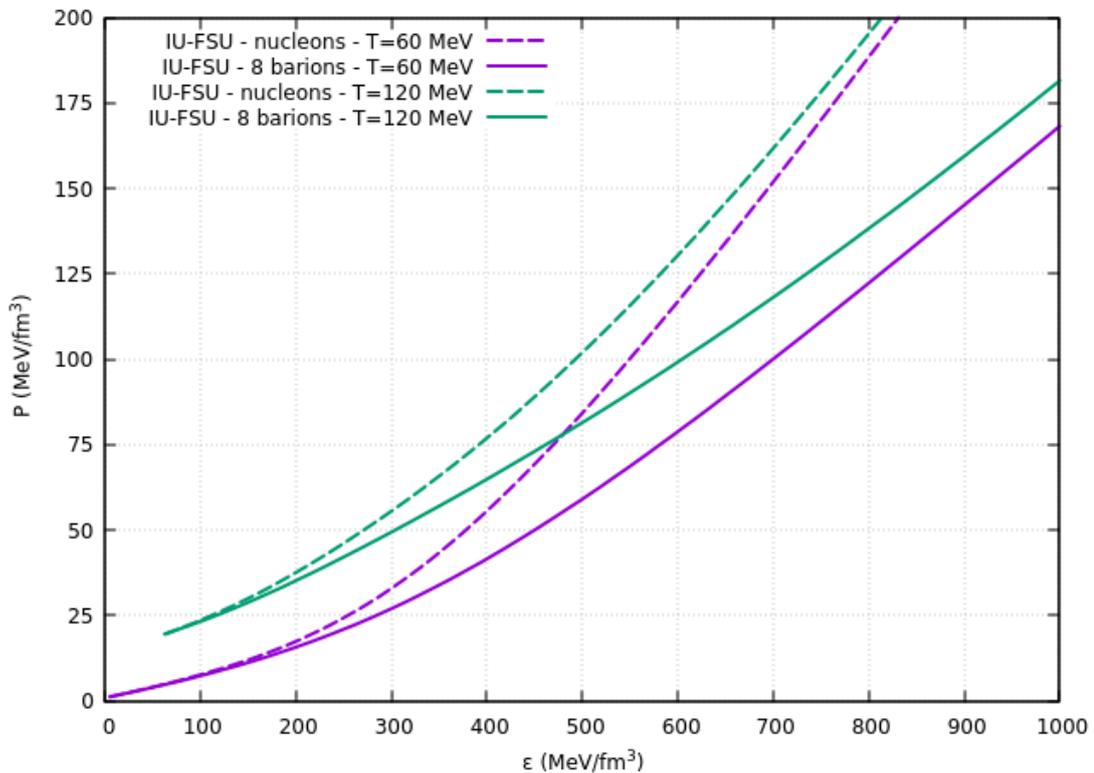
$$\rho_s = \sum_B \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \frac{M_B^*}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M_B^{*2}}} (f_{B+} + f_{B-}) \quad (78)$$

e

$$\rho_B = \sum_B \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} (f_{B+} - f_{B-}), \quad (79)$$

Na figura 7 são apresentadas as relações entre pressão e densidade de energia em forma de gráfico para a parametrização IU-FSU considerando apenas os nucleons e também o octeto bariônico a temperatura $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV.

Figura 7 – EoS para a parametrização IU-FSU e $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV considerando apenas os núcleons e também o octeto bariônico.

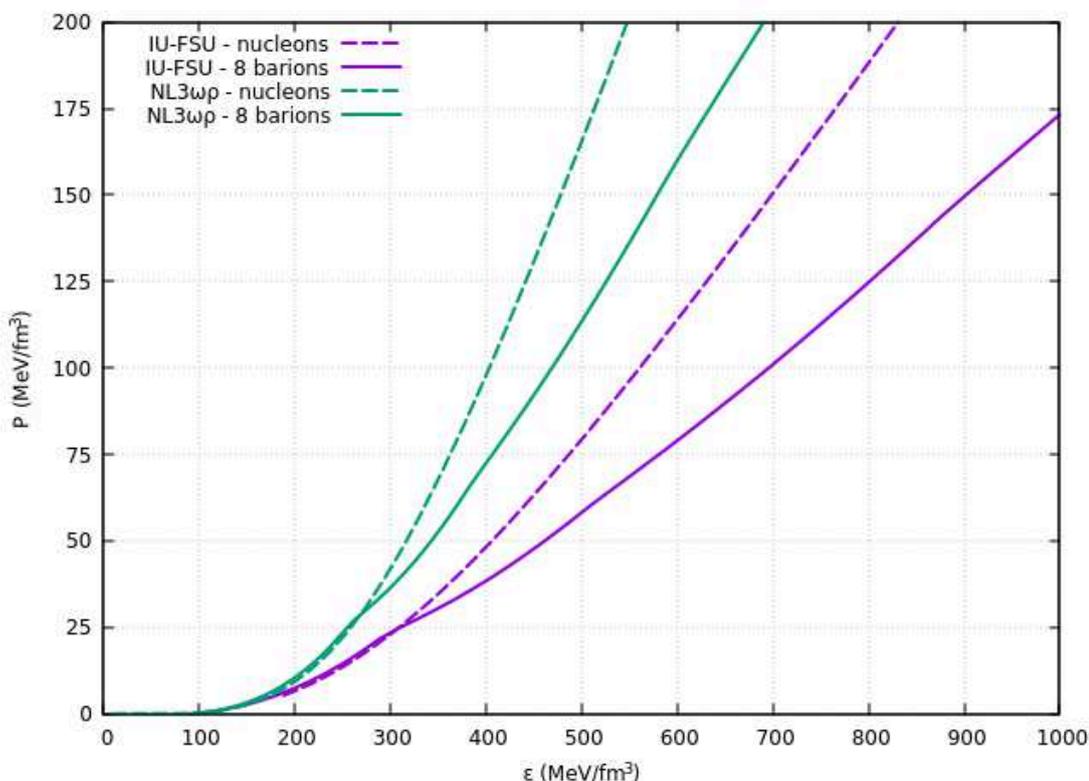


3.3.5.2 Equações de Estado para temperatura nula

Para a obtenção das EoS para temperatura $T = 0$ as mesmas considerações já feitas na seção 2.1.3 são válidas. Portanto, basta substituir a função de distribuição de partículas f_+ por uma função de Heaviside e considerar a função de distribuição de antipartículas f_- como sendo nula de tal forma que as integrais que aparecem nas equações (76-79) tenham como limite superior o momento de Fermi p_F da partícula considerada.

Na figura 8 são apresentadas as relações entre pressão e densidade de energia para $T = 0$ em forma de gráfico para a parametrização IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ ambos considerando a situação apenas com nucleons e também a situação com todo o octeto bariônico.

Figura 8 – Gráficos das parametrizações IU-FSU e $NL3\omega\rho$ considerando apenas os dois nucleons e também o octeto bariônico para temperatura nula.

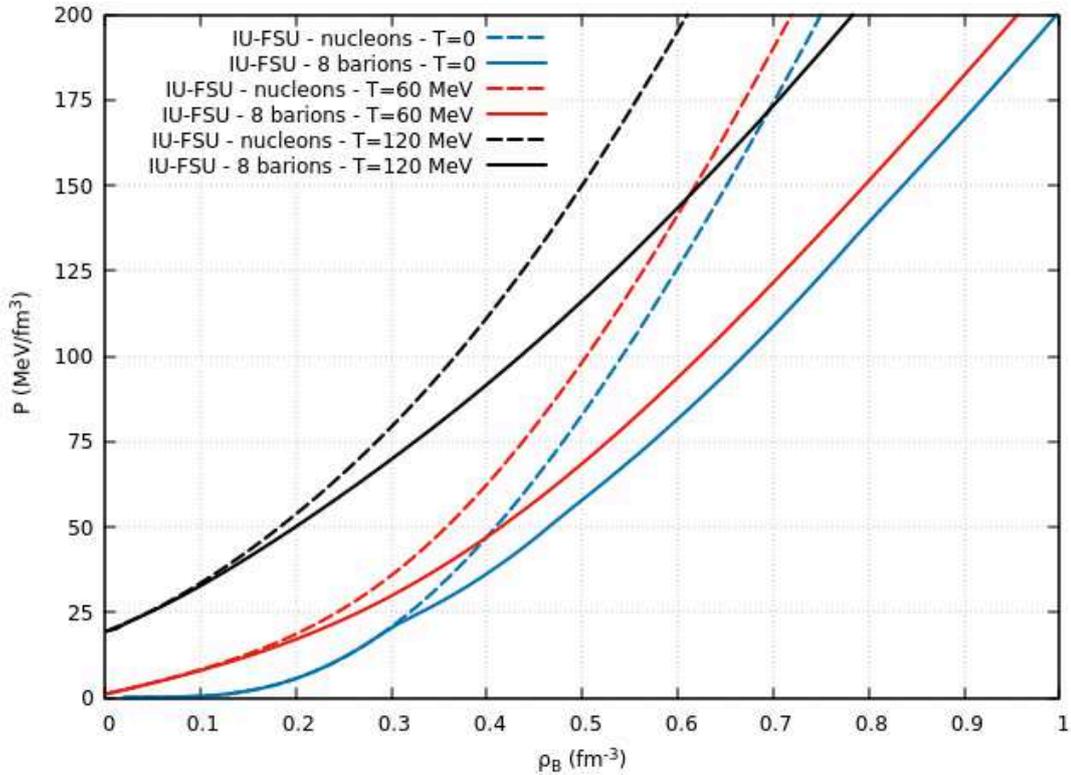


Na figura 7 podemos observar a influência de diferentes temperaturas nas EoS. Já na figura 8 podemos observar a diferença entre as duas parametrizações utilizadas neste trabalho. Fica claro que as EoS obtidas a partir da parametrização $NL3\omega\rho$ são mais duras que as obtidas usando a parametrização IU-FSU, uma consequência direta disso é o fato de a parametrização $NL3\omega\rho$ ser capaz de reproduzir estrelas com massas máximas maiores que a parametrização IU-FSU⁵. Em ambas as figuras podemos observar também que a inclusão dos híperons torna as EoS menos duras o que também tem uma consequência direta no valor das massas máximas: considerando apenas os nucleons, as massas máximas de estrelas reproduzidas são maiores do que quando considera-se o octeto bariônico.

Na figura 9 apresentamos as relações entre a densidade bariônica ρ_B e a pressão P para a parametrização IU-FSU para temperatura nula e finita. Podemos observar nesta última figura que para $T = 120$ MeV temos uma pressão não nula para uma densidade bariônica nula, o que explica o fato de, na figura 7, o gráfico para essa mesma temperatura não começar do zero.

⁵ Nas estrelas compactas, a dureza da EoS controla a relação massa-raio e a massa máxima possível da estrela. Uma EoS mais dura fornece um raio maior para a mesma massa e também uma massa máxima maior.

Figura 9 – Relações entre densidade bariônica ρ_B e pressão P para a parametrização IU-FSU para as temperaturas $T = 0$, $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV.



3.3.6 Matéria Simétrica

No presente trabalho consideramos também a transição de fase de uma matéria hadrônica simétrica para uma matéria de quarks simétrica. Para tal, consideramos a matéria hadrônica constituída apenas pelos nucleons com uma densidade de prótons igual a densidade de nêutrons e sem a inclusão de léptons. Assim sendo, esta matéria não se encontra em equilíbrio químico e nem está eletricamente neutra, ou seja, todas as condições apresentadas na seção 3.3.5 não se aplicam aqui, ao invés disso, temos apenas que a fração de prótons y_p é dada por

$$y_p = \frac{\rho_p}{\rho_B} = \frac{1}{2}, \quad (80)$$

onde ρ_B e ρ_p são a densidade bariônica total e de prótons, respectivamente.

A densidade lagrangiana que descreve esta matéria será, portanto, similar à dada pela equação (75) considerando a soma em B apenas sobre o nucleons e desconsiderando a parte correspondente aos léptons.

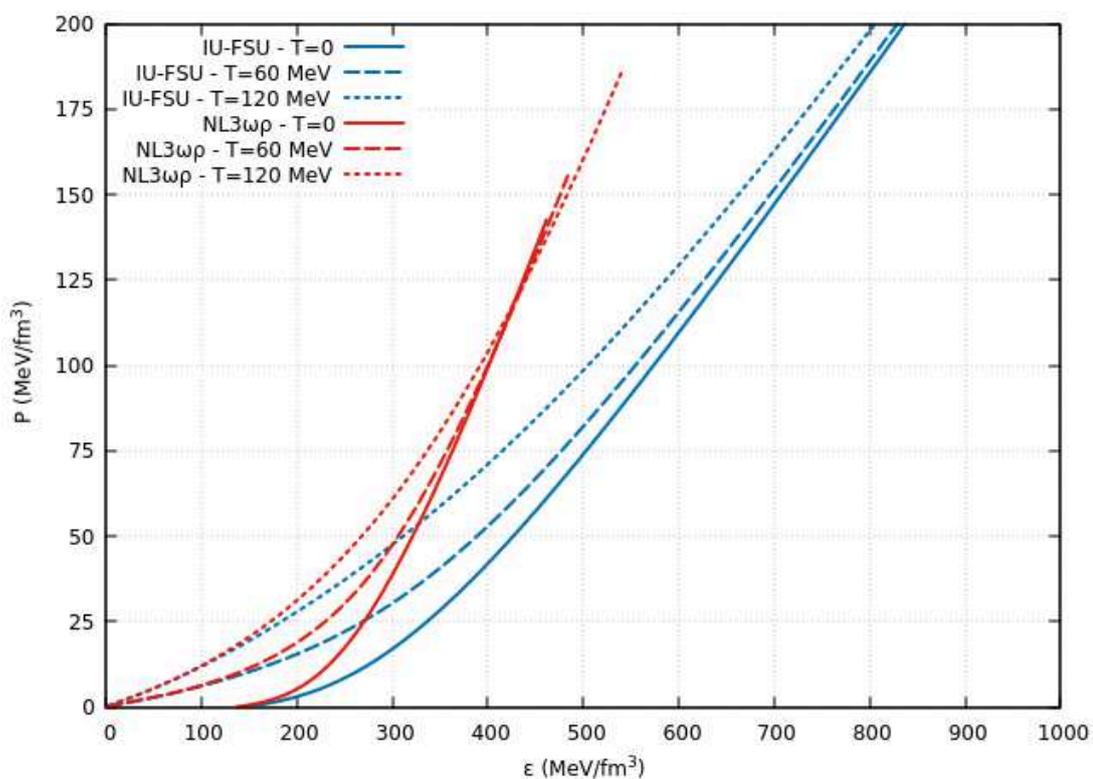
3.3.6.1 Equações de Estado

As expressões para densidade de energia, pressão, densidade escalar e bariônica também seguem o molde das equações (76, 77, 78 e 79), respectivamente, sem

as contribuições dos léptons e dos híperons.

Na figura 10 são apresentadas as relações entre pressão P e densidade de energia \mathcal{E} para matéria simétrica considerando as parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ e temperaturas $T = 0, 60, 120$ MeV.

Figura 10 – Relações entre pressão e densidade de energia para as parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$ considerando a matéria simétrica e temperaturas $T = 0$, $T = 60$ MeV e $T = 120$ MeV.



4 TRANSIÇÃO DE FASE

4.1 TRANSIÇÃO DE FASE DE PRIMEIRA ORDEM

Consideremos um sistema isolado que contém K espécies de partículas diferentes e F fases diferentes (sólido, líquido, gasoso, ...). Cada fase pode ser entendida como um sistema parcial do sistema total e pode-se formular a Primeira Lei da Termodinâmica para cada fase. Assim teremos

$$dU^{(i)} = T^{(i)}dS^{(i)} - p^{(i)}dV^{(i)} + \sum_{l=1}^K \mu_l^{(i)}dN_l^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, F. \quad (81)$$

Se considerarmos o sistema total isolado, temos que todas as variáveis de estado, U , S , V e N , são constantes. No entanto, os sistemas parciais podem trocar mutuamente todas as formas de trabalho e calor. Portanto temos que

$$\begin{aligned} U^{(1)} + U^{(2)} + \dots + U^{(F)} &= U = \text{const.} & S^{(1)} + S^{(2)} + \dots + S^{(F)} &= S = \text{const.} \\ V^{(1)} + V^{(2)} + \dots + V^{(F)} &= V = \text{const.} & N^{(1)} + N^{(2)} + \dots + N^{(F)} &= N = \text{const.} \\ \dots & & & \end{aligned} \quad (82)$$

Como consequência das equações acima, temos que

$$\begin{aligned} T^{(1)} = T^{(2)} = \dots = T^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Térmico} \\ P^{(1)} = P^{(2)} = \dots = P^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Mecânico} \\ \mu_l^{(1)} = \mu_l^{(2)} = \dots = \mu_l^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Químico,} \end{aligned} \quad (83)$$

que são as condições necessárias para o equilíbrio termodinâmico.

Além disso, para um sistema com dada temperatura e pressão, podemos aplicar uma transformada de Legendre da energia interna $U(S, V, N)$ a fim de obter a Energia Livre de Gibbs:

$$G(P, T) = U + PV - TS = \sum_{l=1}^K \mu_l N_l, \quad (84)$$

cujas variações infinitesimais são dadas por

$$dG = -SdT + VdP + \sum_{l=1}^K \mu_l dN_l. \quad (85)$$

No equilíbrio termodinâmico temos que $dG = 0$, o que nos informa que, durante uma transição de fase, a energia livre de Gibbs deve se manter constante, isto é,

$$G^{(1)} = G^{(2)} = \dots = G^{(F)}. \quad (86)$$

Também, para processos em sistemas macroscópicos homogêneos em que se mantenham constantes P e T , como ocorre em transições de fase, podemos identificar, a partir de (85), que

$$\mu(P, T) = \frac{G(P, T)}{N} = g(P, T), \quad (87)$$

isto é, o potencial químico é dado pela energia livre de Gibbs por partícula (BRACHMAN, 1954). Assim sendo, a partir da equação (84), podemos escrever o potencial químico como

$$\mu(P, T) = \frac{\mathcal{E} + P - sT}{\rho_B}, \quad (88)$$

onde $\mathcal{E} = U/V$ é a densidade de energia, P a pressão, $s = S/V$ a densidade de entropia e $\rho_B = N/V$ a densidade bariônica.

Portanto, numa transição de fase de matéria hadrônica para matéria estranha, além das condições dadas pela equação (83), deve haver um respeito à equação (88), onde \mathcal{E} , P e ρ_B já foram calculados nas seções anteriores e s decorre diretamente da equação (139):

$$s = - \sum_i \frac{\gamma_i}{2\pi^2} \int d\mathbf{p} p^2 [(1 - f_{i+}) \ln(1 - f_{i+}) + f_{i+} \ln f_{i+} + (1 - f_{i-}) \ln(1 - f_{i-}) + f_{i-} \ln f_{i-}], \quad (89)$$

onde a soma em i é sobre os bárions no caso da matéria hadrônica e sobre os quarks no caso da matéria de quarks, além de, em ambos os casos haver também a soma sobre os léptons, como é discutido mais adiante.

As transições de fase podem ser de primeira ou de segunda ordem. Se uma derivada de primeira ordem da energia livre de Gibbs G em relação a alguma variável intensiva, como entropia S , por exemplo, apresentar uma descontinuidade, a transição de fase será de primeira ordem. Se, no entanto, apenas alguma derivada de segunda ordem for descontínua, dizemos que a transição de fase é de segunda ordem.

Numa transição de primeira ordem ocorre absorção ou perda de energia na forma de calor latente¹ ao longo da transição. Além disso, devido às condições de coexistência de fases, haverá o surgimento de uma fase mista durante o processo. Já numa transição de segunda ordem as propriedades termodinâmicas variam continuamente durante a transição ao longo de todo o sistema e não é permitido o surgimento de uma fase mista (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995).

¹ O calor latente designa a quantidade de calor recebida ou cedida por um corpo enquanto seu estado físico se modifica. Durante essa transformação, a temperatura do sistema não se altera. Um exemplo clássico é o cubo de gelo derretendo, quando ele começa a mudar de estado físico (sólido para o líquido), a temperatura da água permanece a mesma nos dois estados. Além disso, observa-se também nesse caso a coexistência de fases (sólida e líquida)

No diagrama de fases da QCD podem haver transições de segunda ordem devido à transição quiral que ocorre a baixas temperaturas e altas densidades (RAJAGOPAL; WILCZEK, 1993). Todavia, no presente trabalho, devido a que os modelos efetivos empregados não contêm informações sobre quiralidade, tratamos apenas de transições de fase de primeira ordem.

4.2 CONSERVAÇÃO DE SABOR

Desde que haja algum processo que permita a transição entre a fase hadrônica e a de quarks desconfiados, esta deve acontecer em intervalos de tempo típicos da interação forte, que é muitas ordens de magnitude menor do que a escala de tempo da interação fraca (GRIFFITHS, 2008). Durante a transição de fase, o sabor deve ser uma carga conservada, o que determina completamente a composição da fase de quarks a partir da matéria hadrônica através do vínculo

$$y_q = \frac{1}{3} \sum_i n_{qi} y_i, \quad i = p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, \quad (90)$$

onde $y_i = \rho_i/\rho$, sendo ρ_i a densidade bariônica do bárion i e ρ a densidade bariônica total, e n_{qi} é o número de quarks de sabor q que constituem o bárion i (OLESEN; MADSEN, 1994). No caso da matéria simétrica, $i = n, p$.

Dessa maneira, tem-se que a matéria hadrônica que está em equilíbrio químico e é eletricamente neutra é metaestável e poderá sofrer uma transição para uma fase de quarks desconfiados. Essa fase de quarks não estará em equilíbrio químico devido à condição imposta pela equação (90), mas continuará sendo eletricamente neutra, sendo que os léptons ainda estarão presentes. Logo em seguida, rapidamente, o equilíbrio químico será reestabelecido através do processo Urca² e o estado de energia mínima será atingido.

No caso da matéria hadrônica simétrica, após a transição de fase para a matéria de quarks, continuaremos a ter uma matéria simétrica, sendo uma metade dos quarks do sabor *up* e a outra metade do sabor *down*.

No presente trabalho chamamos a fase hadrônica de "fase H ", e a fase de quarks desconfiados de "fase Q^* ".

4.3 TRANSIÇÃO ENTRE AS FASES H E Q^*

Para que ocorra uma transição de fase de primeira ordem da matéria hadrônica para a matéria de quarks desconfiados as condições impostas pela equação (83) deverão ser respeitadas. Vamos escrever estas condições de forma mais conveniente:

² O processo Urca foi originalmente formulado por Gamow e Schenberg para explicar o processo de arrefecimento de estrelas de nêutrons. Consiste em um ciclo de decaimentos β diretos e inversos.

$$\begin{aligned}
T^{(H)} &= T^{(Q^*)} = T, \\
P^{(H)} &= P^{(Q^*)} = P_0 \\
\mu^{(H)}(P_0, T) &= \mu^{(Q^*)}(P_0, T) = \mu_0.
\end{aligned} \tag{91}$$

Além disso, a equação (88) deverá ser respeitada para cada fase:

$$\mu^{(f)} = \frac{\mathcal{E}^{(f)} + P^{(f)} - s^{(f)}T}{\rho^{(f)}}, \tag{92}$$

onde $f = \{H, Q^*\}$.

Para achar P_0 e μ_0 podemos fazer o gráfico $P \times \mu$ para ambas as fases e achar os pontos de cruzamento, lembrando que a temperatura T é um *input* para o cálculo das EoS de ambas as fases e, portanto, a condição $T^{(H)} = T^{(Q^*)} = T$ já é satisfeita desde o início.

4.4 RESULTADOS

4.4.1 Pontos de coexistência para a parametrização IU-FSU

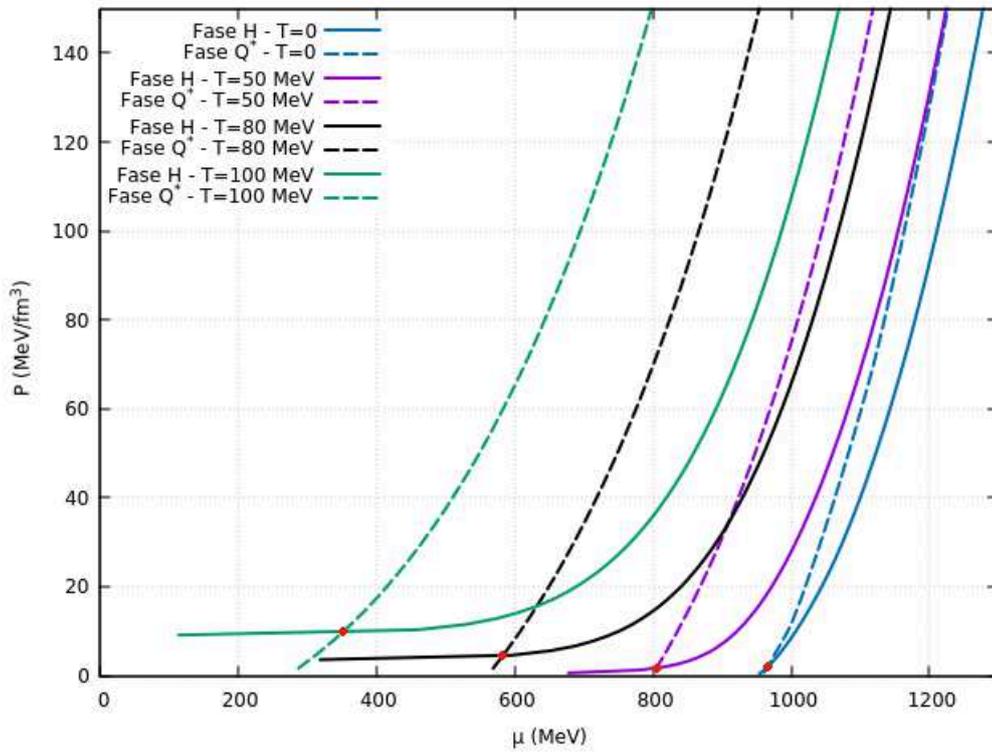
Nessa subseção são apresentados os resultados obtidos para os pontos de coexistência considerando a parametrização IU-FSU para a matéria de hádrons. Primeiramente apresentamos os resultados considerando a matéria de hádrons eletricamente neutra e em equilíbrio químico e, em seguida, apresentamos também os resultados considerando a matéria de hádrons simétrica.

4.4.1.1 Matéria estelar

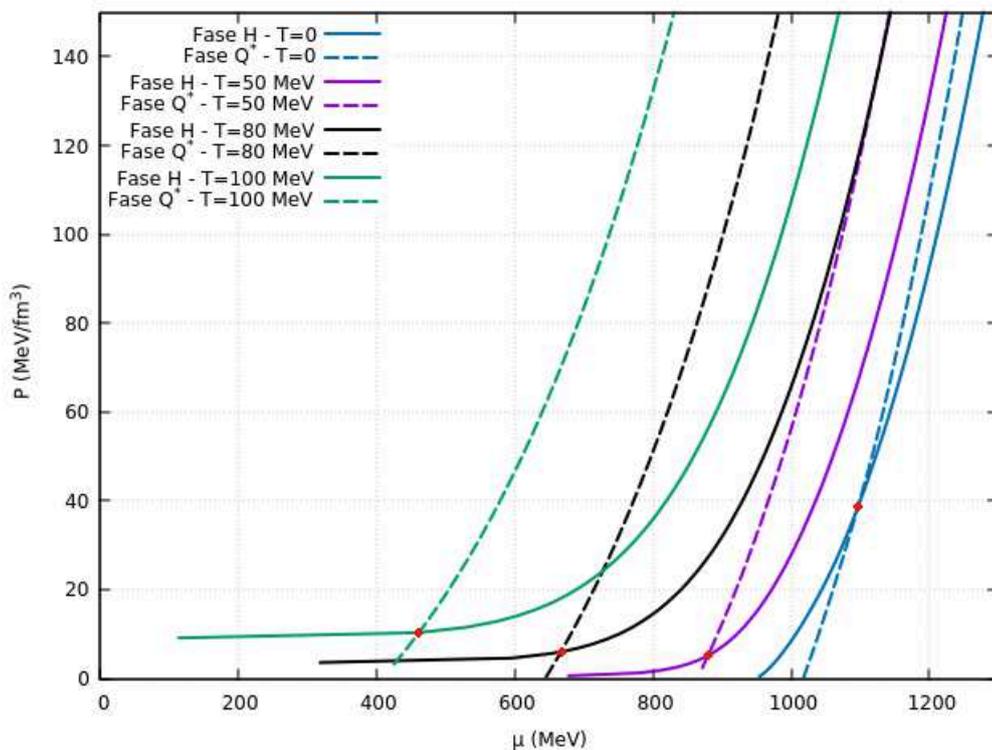
Aqui apresentamos os resultados obtidos considerando a matéria de hádrons eletricamente neutra e em equilíbrio químico. Para a matéria de quarks consideramos os valores da *bag* para os dois extremos da janela de estabilidade, isto é, para $B^{1/4} = 148$ MeV e $B^{1/4} = 158$ MeV.

Como supramencionado, para obter os valores de P_0 e μ_0 devemos plotar os gráficos para cada fase e a partir deles identificar os pontos de cruzamento. Na figura 11 são apresentados os gráficos para a relação $P \times \mu$ considerando a parametrização IU-FSU para a fase de hádrons H e os dois extremos da janela de estabilidade para a fase de quarks Q^* para as temperaturas $T = 0$, $T = 50$ MeV, $T = 80$ MeV e $T = 100$ MeV.

Figura 11 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização IU-FSU e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.



(a) $B^{1/4} = 148$ MeV



(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

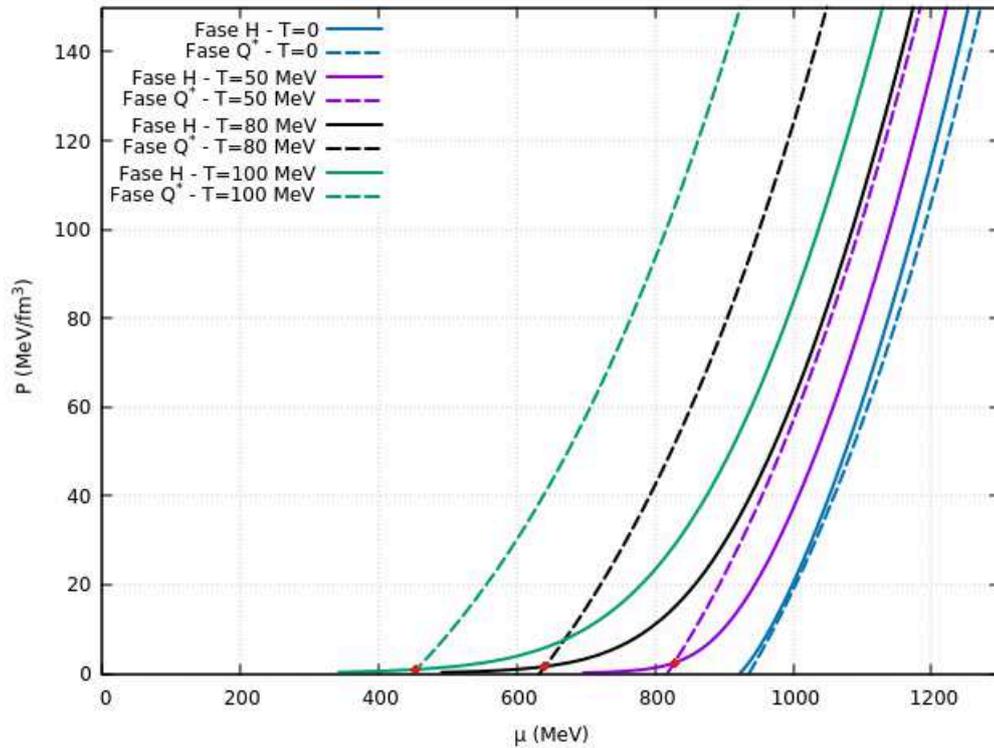
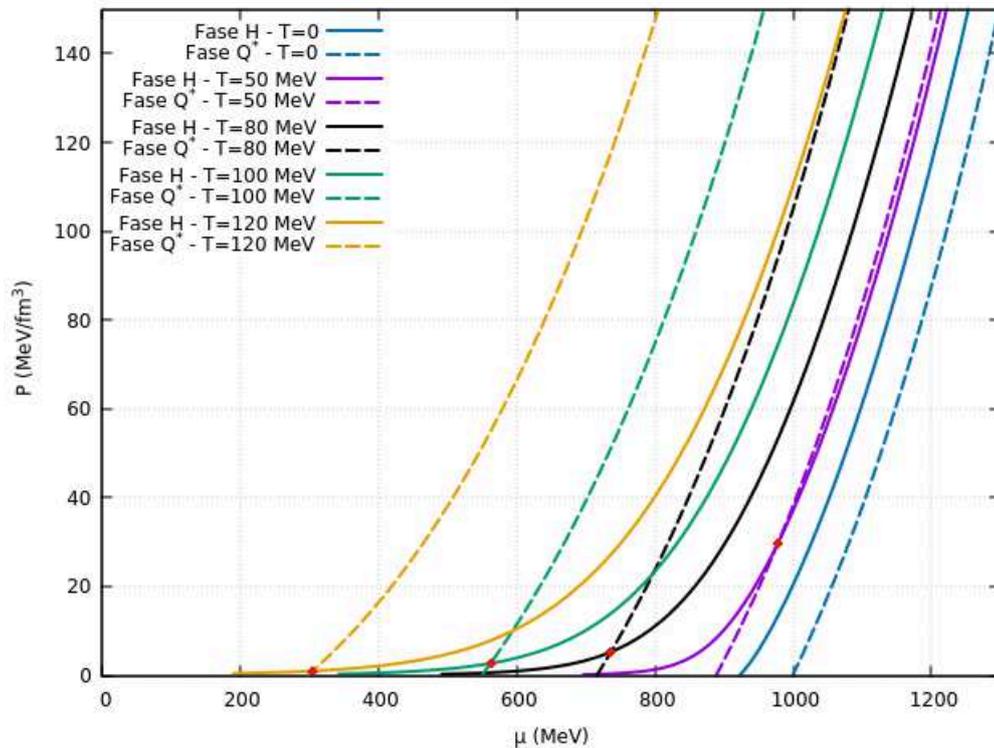
Os pontos vermelhos no gráfico destacam o pontos de coexistência. Na tabela 4 são apresentados os valores de μ_0 e P_0 para um número maior de temperaturas T .

Tabela 4 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização IU-FSU e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.

	$B^{1/4} = 148 \text{ MeV}$	$B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$
T = 0	$\mu_0 = 965,39 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,84 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 1096,55 \text{ MeV}$ $P_0 = 38,63 \text{ MeV/fm}^3$
T = 15 MeV	$\mu_0 = 936,62 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,47 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 1048,58 \text{ MeV}$ $P_0 = 23,33 \text{ MeV/fm}^3$
T = 20 MeV	$\mu_0 = 926,60 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,64 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 1029,70 \text{ MeV}$ $P_0 = 19,00 \text{ MeV/fm}^3$
T = 30 MeV	$\mu_0 = 897,66 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,98 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 983,10 \text{ MeV}$ $P_0 = 10,92 \text{ MeV/fm}^3$
T = 40 MeV	$\mu_0 = 857,04 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,31 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 933,13 \text{ MeV}$ $P_0 = 6,57 \text{ MeV/fm}^3$
T = 50 MeV	$\mu_0 = 805,02 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,69 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 879,74 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,16 \text{ MeV/fm}^3$
T = 60 MeV	$\mu_0 = 742,33 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,21 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 818,63 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,82 \text{ MeV/fm}^3$
T = 70 MeV	$\mu_0 = 668,79 \text{ MeV}$ $P_0 = 3,09 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 748,04 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,09 \text{ MeV/fm}^3$
T = 80 MeV	$\mu_0 = 582,95 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,51 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 667,04 \text{ MeV}$ $P_0 = 6,03 \text{ MeV/fm}^3$
T = 90 MeV	$\mu_0 = 481,71 \text{ MeV}$ $P_0 = 6,79 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 573,72 \text{ MeV}$ $P_0 = 7,73 \text{ MeV/fm}^3$
T = 100 MeV	$\mu_0 = 352,38 \text{ MeV}$ $P_0 = 9,93 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 461,60 \text{ MeV}$ $P_0 = 10,31 \text{ MeV/fm}^3$
T = 110 MeV	$\mu_0 = 129,75 \text{ MeV}$ $P_0 = 14,25 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 320,49 \text{ MeV}$ $P_0 = 15,33 \text{ MeV/fm}^3$
T = 120 MeV	sem cruzamento	sem cruzamento

4.4.1.2 Matéria simétrica

Figura 12 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização IU-FSU e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria simétrica.

(a) $B^{1/4} = 148$ MeV(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

Aqui apresentamos os resultados obtidos ainda considerando a parametrização IU-FSU, mas agora consideramos a matéria de hádrons como sendo simétrica. Novamente, os pontos vermelhos representam os pontos de coexistência das fases de hádrons e de quarks e nos dão os valores de P_0 e μ_0 para diferentes temperaturas. Na tabela 5 apresentamos esses valores obtidos para um maior número de temperaturas.

Tabela 5 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização IU-FSU e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui a matéria simétrica.

	$B^{1/4} = 148 \text{ MeV}$	$B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$
T = 0	sem cruzamento	sem cruzamento
T = 15 MeV	$\mu_0 = 966,33 \text{ MeV}$ $P_0 = 11,54 \text{ MeV/fm}^3$	sem cruzamento
T = 20 MeV	$\mu_0 = 937,54 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,53 \text{ MeV/fm}^3$	sem cruzamento
T = 30 MeV	$\mu_0 = 904,92 \text{ MeV}$ $P_0 = 3,00 \text{ MeV/fm}^3$	sem cruzamento
T = 40 MeV	$\mu_0 = 870,63 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,59 \text{ MeV/fm}^3$	sem cruzamento
T = 50 MeV	$\mu_0 = 827,79 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,39 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 978,13 \text{ MeV}$ $P_0 = 29,81 \text{ MeV/fm}^3$
T = 60 MeV	$\mu_0 = 775,49 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,15 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 880,48 \text{ MeV}$ $P_0 = 12,01 \text{ MeV/fm}^3$
T = 70 MeV	$\mu_0 = 713,47 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,88 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 809,80 \text{ MeV}$ $P_0 = 7,52 \text{ MeV/fm}^3$
T = 80 MeV	$\mu_0 = 641,03 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,58 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 736,40 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,26 \text{ MeV/fm}^3$
T = 90 MeV	$\mu_0 = 556,42 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,26 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 655,12 \text{ MeV}$ $P_0 = 3,78 \text{ MeV/fm}^3$
T = 100 MeV	$\mu_0 = 454,95 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,92 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 562,28 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,68 \text{ MeV/fm}^3$
T = 110 MeV	$\mu_0 = 323,27 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,57 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 451,51 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,77 \text{ MeV/fm}^3$
T = 120 MeV	sem cruzamento	$\mu_0 = 304,51 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,96 \text{ MeV/fm}^3$

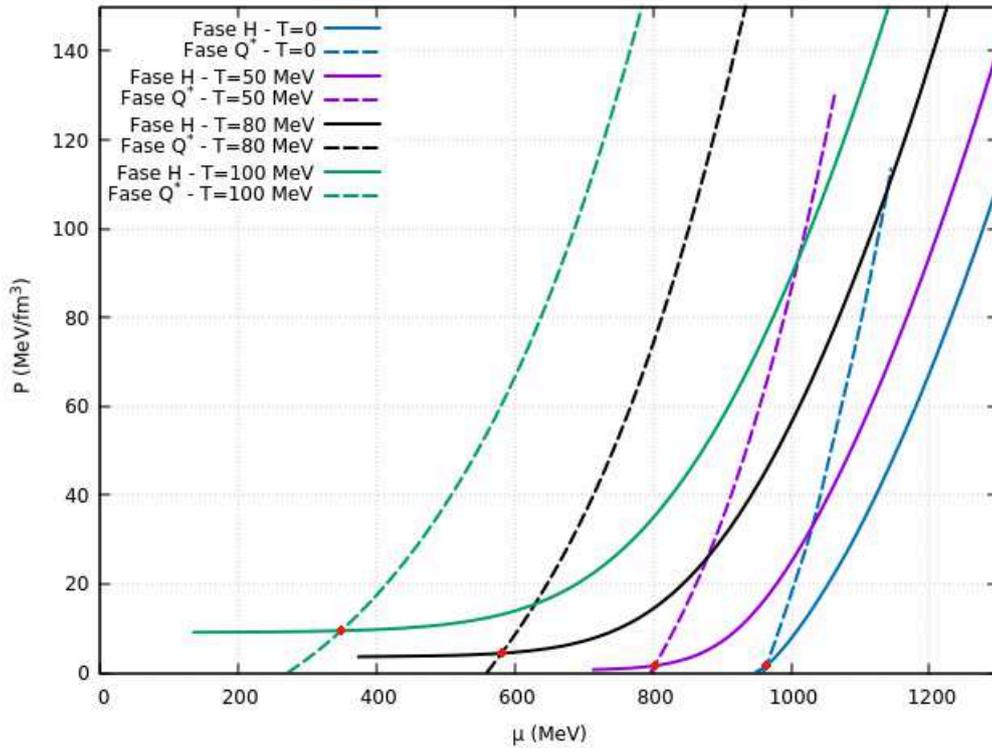
4.4.2 Pontos de coexistência para a parametrização NL3 $\omega\rho$

Nessa subseção novamente apresentamos os resultados obtidos para os pontos de coexistência, no entanto, aqui consideramos a parametrização NL3 $\omega\rho$.

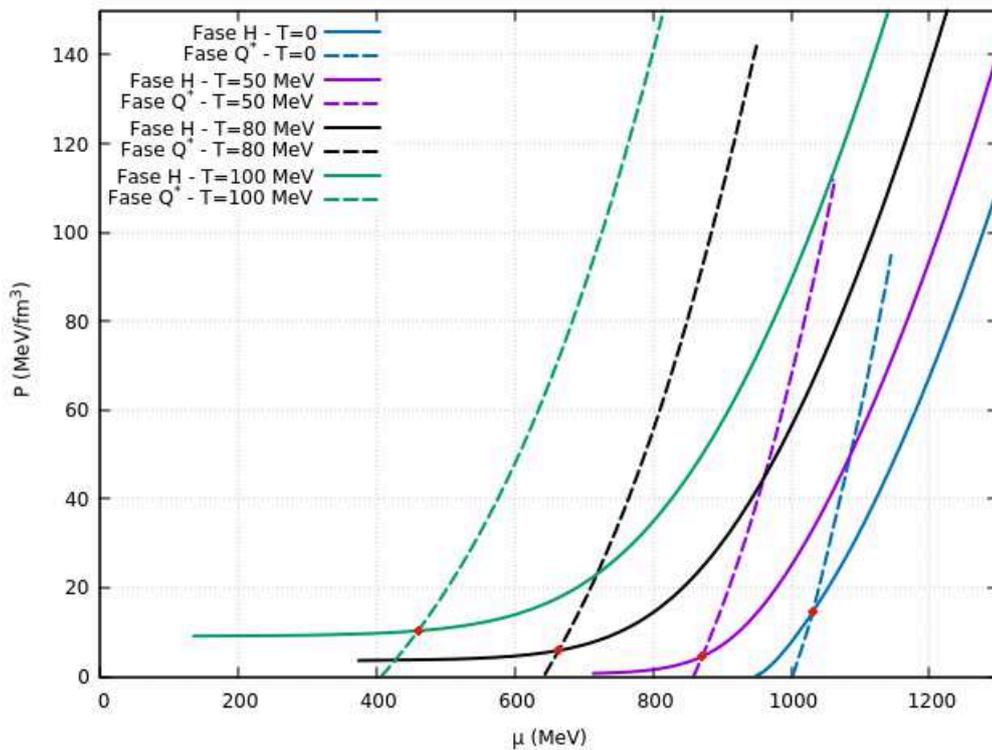
4.4.2.1 Matéria estelar

Nas figuras 13(a) e 13(b) apresentamos os gráficos da relação $P \times \mu$ considerando $B^{1/4} = 148$ MeV e $B^{1/4} = 158$ MeV, respectivamente, usados para obter os pontos de cruzamento para algumas temperaturas.

Figura 13 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização NL3 $\omega\rho$ e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.



(a) $B^{1/4} = 148$ MeV



(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

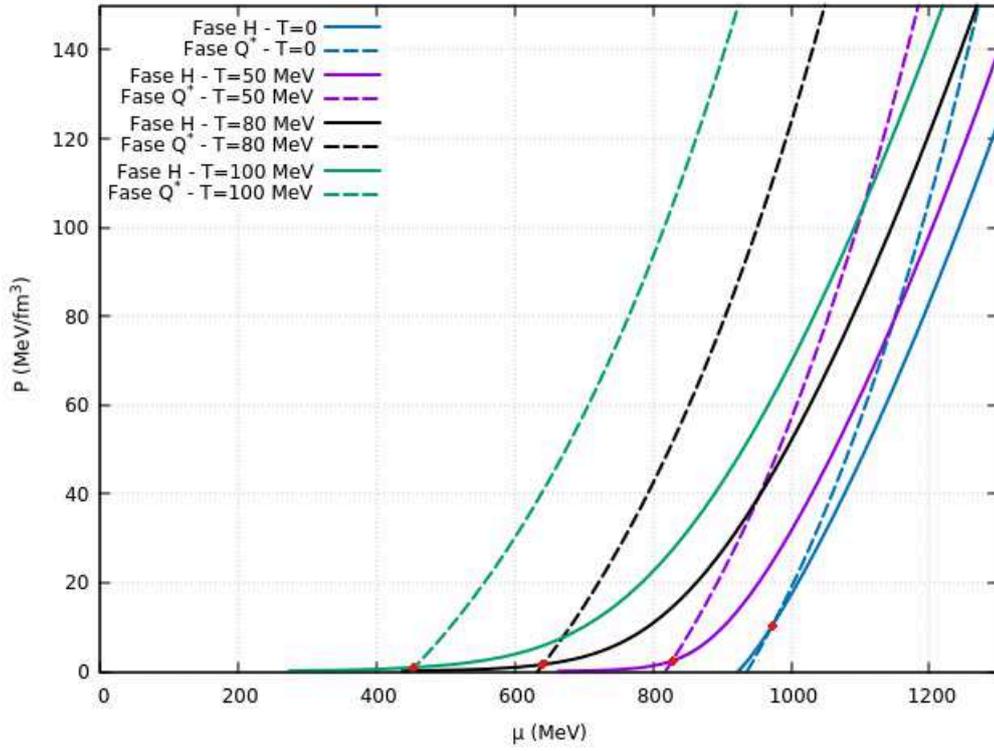
Na tabela 6 são apresentados os valores de μ_0 e P_0 para um maior número de temperaturas T .

Tabela 6 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$ e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico.

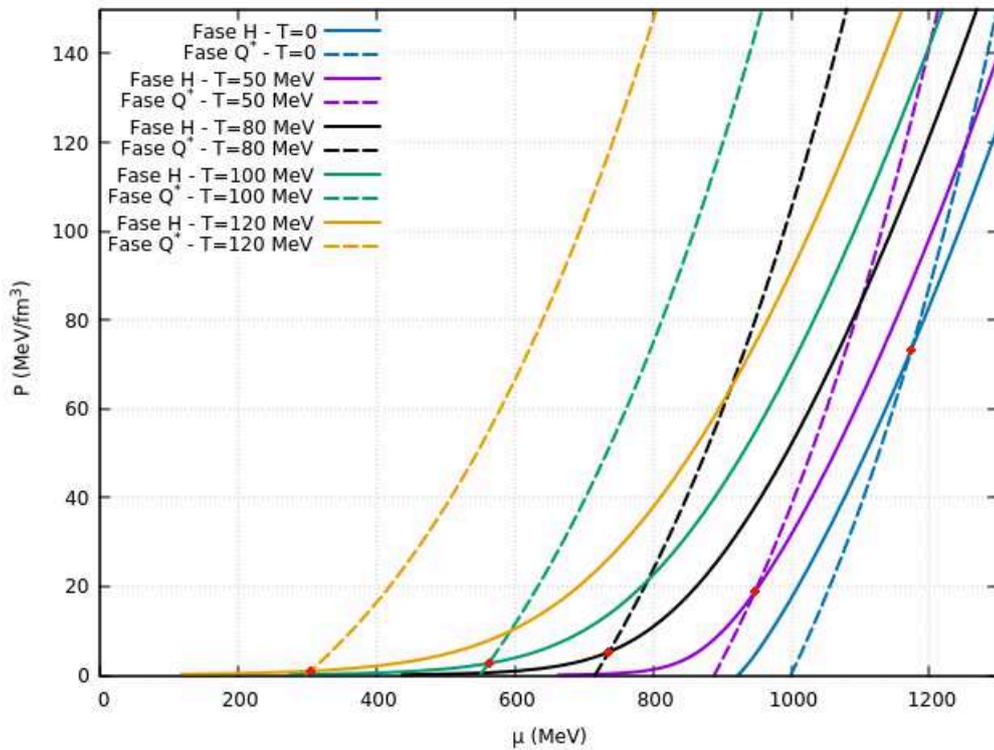
	B^{1/4} = 148 MeV	B^{1/4} = 158 MeV
T = 0	$\mu_0 = 963,75 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,57 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 1031,22 \text{ MeV}$ $P_0 = 14,56 \text{ MeV/fm}^3$
T = 10 MeV	$\mu_0 = 940,03$ $P_0 = 0,24 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 1016,48 \text{ MeV}$ $P_0 = 11,84 \text{ MeV/fm}^3$
T = 20 MeV	$\mu_0 = 922,51 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,56 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 994,69 \text{ MeV}$ $P_0 = 9,22 \text{ MeV/fm}^3$
T = 30 MeV	$\mu_0 = 893,83 \text{ MeV}$ $P_0 = 0,90 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 961,87 \text{ MeV}$ $P_0 = 6,54 \text{ MeV/fm}^3$
T = 40 MeV	$\mu_0 = 853,68 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,22 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 920,76 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,05 \text{ MeV/fm}^3$
T = 50 MeV	$\mu_0 = 802,38 \text{ MeV}$ $P_0 = 1,60 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 871,43 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,55 \text{ MeV/fm}^3$
T = 60 MeV	$\mu_0 = 740,12 \text{ MeV}$ $P_0 = 2,16 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 812,48 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,52 \text{ MeV/fm}^3$
T = 70 MeV	$\mu_0 = 666,64 \text{ MeV}$ $P_0 = 3,01 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 743,54 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,93 \text{ MeV/fm}^3$
T = 80 MeV	$\mu_0 = 581,21 \text{ MeV}$ $P_0 = 4,40 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 663,68 \text{ MeV}$ $P_0 = 5,86 \text{ MeV/fm}^3$
T = 90 MeV	$\mu_0 = 479,33 \text{ MeV}$ $P_0 = 6,47 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 571,27 \text{ MeV}$ $P_0 = 7,63 \text{ MeV/fm}^3$
T = 100 MeV	$\mu_0 = 348,99 \text{ MeV}$ $P_0 = 9,46 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 460,43 \text{ MeV}$ $P_0 = 10,31 \text{ MeV/fm}^3$
T = 110 MeV	$\mu_0 = 118,11 \text{ MeV}$ $P_0 = 13,62 \text{ MeV/fm}^3$	$\mu_0 = 312,86 \text{ MeV}$ $P_0 = 14,15 \text{ MeV/fm}^3$
T = 120 MeV	sem cruzamento	sem cruzamento

4.4.2.2 Matéria simétrica

Figura 14 – Relação entre pressão e potencial químico a $T = 0, 50, 80$ e 100 MeV para as fases H e Q^* respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização $NL3\omega\rho$ e pelo modelo da sacola do MIT para o limite inferior da janela de estabilidade correspondente a $B^{1/4} = 148$ MeV em (a) e para o limite superior, correspondente a $B^{1/4} = 158$ MeV em (b). Considera-se aqui matéria simétrica.



(a) $B^{1/4} = 148$ MeV



(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

Aqui, por sua vez, apresentamos os resultados para matéria simétrica ainda considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$. Nas figuras 14(a) e 14(b) apresentamos os gráficos da relação $P \times \mu$ considerando $B^{1/4} = 148$ MeV e $B^{1/4} = 158$ MeV, respectivamente, usados para obter os pontos de cruzamento para algumas temperaturas.

Na tabela 7 são apresentados os valores de μ_0 e P_0 para um maior número de temperaturas T .

Tabela 7 – Valores de μ_0 e P_0 em que as condições de coexistência de fases são satisfeitas considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$ e os extremos da janela de estabilidade. Considera-se aqui matéria simétrica.

	$B^{1/4} = 148$ MeV	$B^{1/4} = 158$ MeV
T = 0	$\mu_0 = 972,34$ MeV $P_0 = 10,27$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 1173,76$ MeV $P_0 = 73,32$ MeV/fm ³
T = 10 MeV	$\mu_0 = 959,93$ $P_0 = 7,96$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 1164,88$ MeV $P_0 = 70,67$ MeV/fm ³
T = 20 MeV	$\mu_0 = 932,93$ MeV $P_0 = 4,26$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 1137,71$ MeV $P_0 = 62,74$ MeV/fm ³
T = 30 MeV	$\mu_0 = 904,51$ MeV $P_0 = 2,89$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 1090,65$ MeV $P_0 = 49,73$ MeV/fm ³
T = 40 MeV	$\mu_0 = 870,57$ MeV $P_0 = 2,57$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 1023,62$ MeV $P_0 = 33,21$ MeV/fm ³
T = 50 MeV	$\mu_0 = 827,78$ MeV $P_0 = 2,38$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 947,63$ MeV $P_0 = 18,82$ MeV/fm ³
T = 60 MeV	$\mu_0 = 775,49$ MeV $P_0 = 2,15$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 877,82$ MeV $P_0 = 11,18$ MeV/fm ³
T = 70 MeV	$\mu_0 = 713,46$ MeV $P_0 = 1,88$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 809,47$ MeV $P_0 = 7,43$ MeV/fm ³
T = 80 MeV	$\mu_0 = 641,0$ MeV $P_0 = 1,58$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 736,39$ MeV $P_0 = 5,25$ MeV/fm ³
T = 90 MeV	$\mu_0 = 556,39$ MeV $P_0 = 1,26$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 665,13$ MeV $P_0 = 3,79$ MeV/fm ³
T = 100 MeV	$\mu_0 = 454,95$ MeV $P_0 = 0,91$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 562,29$ MeV $P_0 = 2,68$ MeV/fm ³
T = 110 MeV	$\mu_0 = 323,14$ MeV $P_0 = 0,56$ MeV/fm ³	$\mu_0 = 451,46$ MeV $P_0 = 1,77$ MeV/fm ³
T = 120 MeV	sem cruzamento	$\mu_0 = 304,41$ MeV $P_0 = 0,95$ MeV/fm ³
T = 130 MeV	sem cruzamento	sem cruzamento

4.4.3 Diagrama de fases

Nessa subseção apresentamos os diagramas de fases obtidos a partir dos dados apresentados nas tabelas acima³. Além disso, incluímos também os diagramas de fases obtidos usando apenas um modelo, o modelo da sacola do MIT.

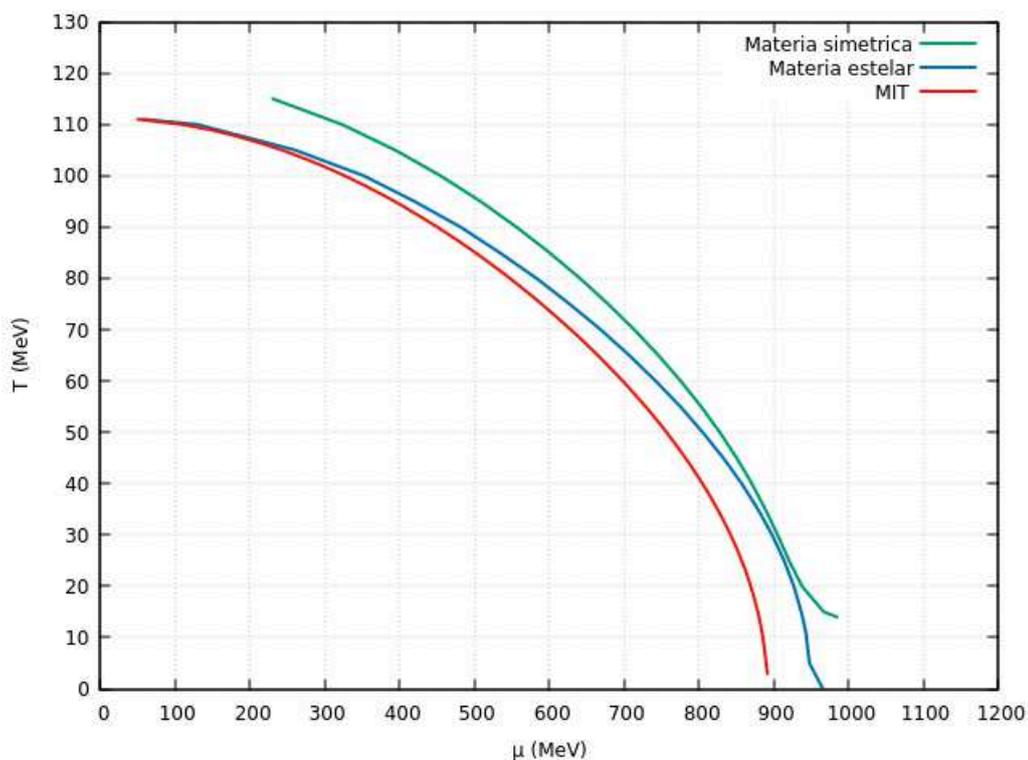
Para obter o diagrama de fases considerando apenas o modelo da sacola do MIT devemos lembrar que, tendo este modelo o intuito de descrever apenas a fase de quarks, basta considerar que a pressão exercida pelos quarks é igual à constante da sacola B , isto é, a equação (20) será igual a zero. Como a *bag* é o que garante o confinamento, essa condição nos mostra os valores de μ e T onde o desconfinamento dos quarks ocorre.

Na figura 15 apresentamos as relações $T \times \mu$ para as diferentes situações consideradas neste trabalho. A linha vermelha representa os dados obtidos considerando apenas o modelo do MIT sendo o gás de quarks constituído pelos quarks u , d e s . Já as linhas azul e verde representam os dados obtidos a partir de dois modelos, o NLWM na parametrização IU-FSU para descrever a matéria hadrônica e o modelo da sacola do MIT para descrever a matéria de quarks, sendo que a azul representa o caso da matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico e a verde a matéria simétrica. Os dois extremos da janela de estabilidade são considerados aqui, na figura 15(a) apresentamos os dados obtidos considerando $B^{1/4} = 148$ MeV e na figura 15(b) consideramos $B^{1/4} = 158$ MeV.

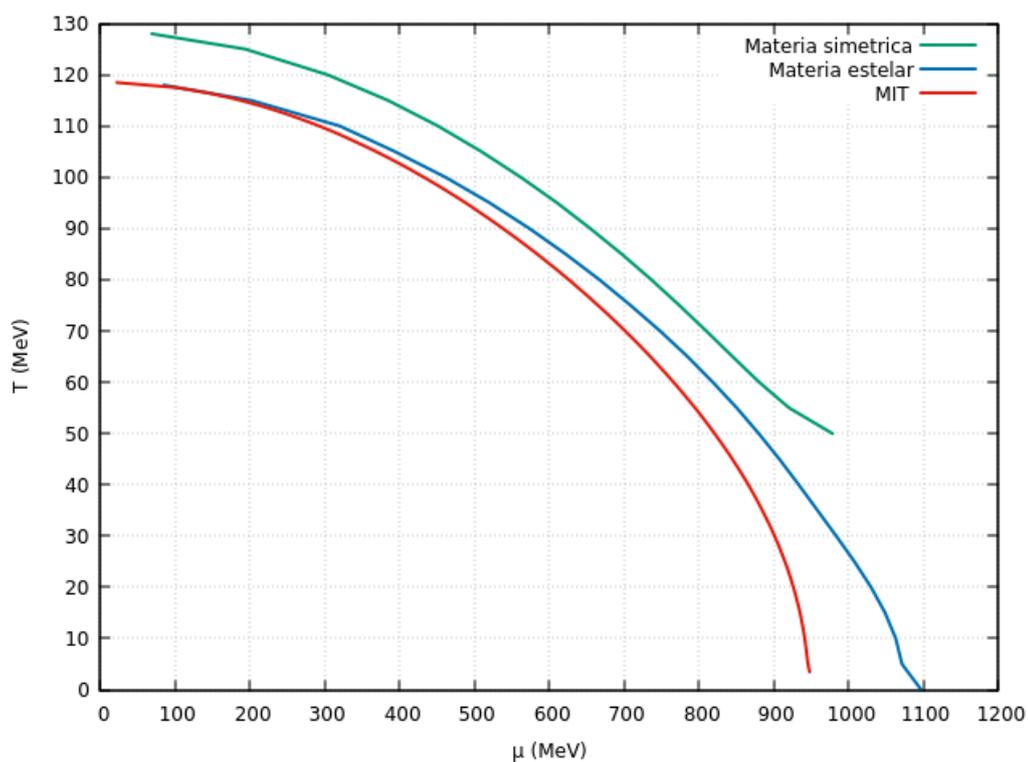
Já na figura 16 apresentamos os mesmos resultados, mas considerando a parametrização NL3 $\omega\rho$.

³ Tanto para a matéria estelar quanto para a matéria simétrica, as relações $T \times \mu$ apresentadas nesta subseção representam exatamente os dados apresentados nas tabelas acima, isto é, não houve tratamento de dados; os pontos foram apenas conectados com uma linha.

Figura 15 – Diagramas de fases obtidos considerando os dois extremos da janela de estabilidade, sendo a linha vermelha onde considera-se apenas o modelo do MIT e as demais linhas onde considera-se também o NLWM na parametrização IU-FSU.

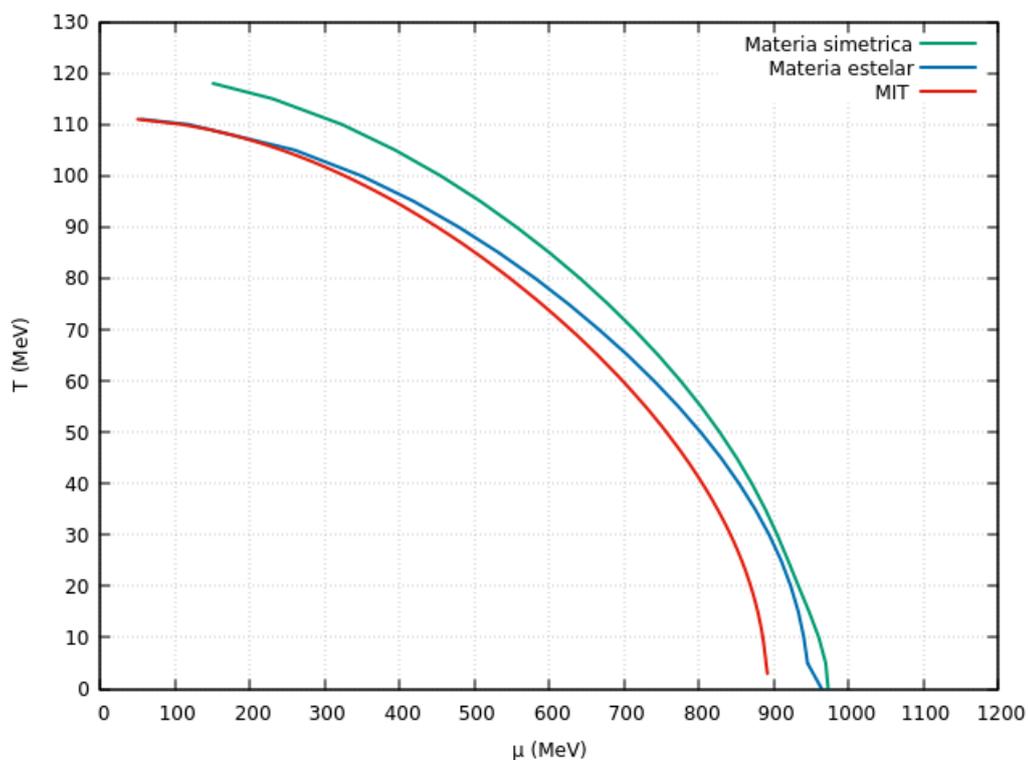


(a) $B^{1/4} = 148$ MeV

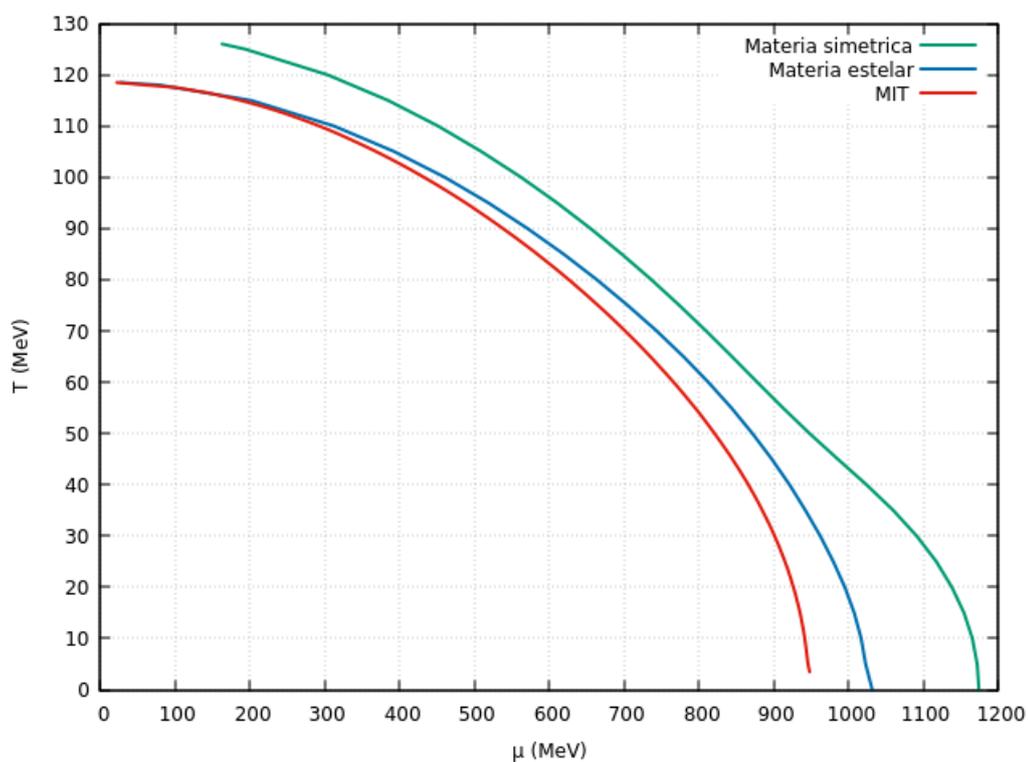


(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

Figura 16 – Diagramas de fases obtidos considerando os dois extremos da janela de estabilidade, sendo a linha vermelha onde considera-se apenas o modelo do MIT e as demais linhas onde considera-se também o NLWM na parametrização NL3 $\omega\rho$.



(a) $B^{1/4} = 148$ MeV



(b) $B^{1/4} = 158$ MeV

Podemos notar que, apesar de nenhum dos modelos considerados corresponder exatamente ao que é representado no diagrama da QCD, todos apresentam um comportamento similar. Apesar disso, nenhum deles consegue atingir a temperatura $T \approx 154$ MeV quando o potencial químico se aproxima de zero, como estabelecido por cálculos da LQCD (CEBRA; COLLABORATION *et al.*, 2014). Dentre as situações consideradas, a que parece mais se aproximar deste limite superior da temperatura é o caso em que se considerou matéria simétrica e usou-se a parametrização NL3 $\omega\rho$ para o NLWM e uma *bag* $B^{1/4} = 158$ MeV para o modelo da sacola do MIT, figura 16.

Em todos os gráficos percebemos que a relação $T \times \mu$ tem os seus valores mais baixos para o caso em que considerou-se apenas o modelo do MIT, sendo esse o modelo que fica mais longe de $T = 154$ MeV para $\mu = 0$.

Os gráficos resultantes da suposição de matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico apresentam, para baixos potenciais químicos, sempre um comportamento muito parecido com os obtidos considerando apenas o modelo do MIT. No entanto, para temperaturas baixas, os potenciais químicos são maiores. Devemos lembrar que a suposição de matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico corresponde ao de matéria estelar e, portanto, é apenas uma boa aproximação para temperaturas baixas.

Já os gráficos resultantes da suposição de matéria simétrica apresentam, independente da *bag* e da parametrização para o NLWM adotada, sempre os maiores valores para a temperatura e o potencial químico.

Comparando a figura 15(a) com a 15(b) podemos perceber que tanto a temperatura máxima quanto o potencial químico máximo são maiores para $B^{1/4} = 158$ MeV do que para $B^{1/4} = 148$ MeV. Comportamento que se repete na figura 16. Enquanto que não há grandes diferenças entre os diagramas onde considerou-se o mesmo valor para a *bag* e diferentes parametrizações para o NLWM. Podemos concluir, então, que a escolha do modelo para a fase de quarks carrega um peso maior na obtenção destes extremos do diagrama de fases do que a escolha da parametrização para o modelo que descreve a fase de hádrons.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho buscou-se obter o diagrama de fases da QCD por meio de dois modelos efetivos. Para a descrição da matéria de quarks fez-se uso de um modelo relativístico simples, o modelo da sacola do MIT, e para a descrição da matéria hadrônica fez-se uso de um modelo da hadrodinâmica quântica, o modelo de Walecka não-linear (NLWM).

As condições de Gibbs foram usadas para estabelecer os pontos de cruzamento das pressões em função dos potenciais químicos obtidos em ambas as fases.

Algumas restrições foram impostas na escolha dos modelos supramencionados. O modelo do MIT foi usado apenas com valores da *bag* que satisfazem a janela de estabilidade, de acordo com os resultados mostrados em (TORRES; D. MENEZES, 2013). O NLWM, por sua vez, ficou restrito à parametrização IU-FSU, que satisfaz várias propriedades nucleares (DUTRA *et al.*, 2014) e astrofísicas (Mariana DUTRA; LOURENÇO; Débora P MENEZES, 2016), e à parametrização NL3 $\omega\rho$, que, apesar de não ter sido testada em (DUTRA *et al.*, 2014), é capaz de reproduzir estrelas com massas máximas da ordem de $2 M_{\odot}$ mesmo quando os híperons são incluídos na descrição da matéria hadrônica (HEBELER *et al.*, 2013).

Além disso, considerou-se duas situações distintas. Na primeira supôs-se uma matéria hadrônica composta pelo octeto bariônico acrescida dos léptons elétron e múon e impôs-se neutralidade de carga e equilíbrio químico. Isto é, partiu-se da descrição de matéria estelar, considerada fria, e extrapolou-se o modelo para temperatura finita. Já na segunda situação considerou-se a matéria hadrônica como sendo simétrica e composta apenas pelos nucleons. Em ambas as situações considerou-se a conservação de sabor na transição da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Assim sendo, no caso da matéria estelar, a matéria de quarks resultante da transição foi considerada também eletricamente neutra, mas não mais em equilíbrio químico.

Os diagramas de fases obtidos estão de acordo com o comportamento geral esperado, no entanto os resultados das temperaturas para potenciais químicos baixos ficaram um tanto longe dos 154 MeV estabelecidos por cálculos da LQCD. Isso pode se explicar, em parte, pelo fato de termos considerado apenas uma transição de fase de primeira ordem, sendo que, também de acordo com cálculos da LQCD, a transição é um *crossover* para baixíssimos potenciais químicos, sendo assim, deve haver um ponto crítico final (CEP) que separa a curva de transição resultante de cálculos da LQCD da resultante de métodos efetivos. As temperaturas máximas encontradas no presente trabalho podem, talvez, corresponder à uma temperatura crítica.

Além disso, devemos levar em conta também que as condições impostas para a matéria hadrônica não são as mais apropriadas. Uma matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico serve para descrever estrelas compactas que, por sua

vez, são consideradas frias, pois a sua energia térmica é negligenciável frente a energia de Fermi. Sendo assim, adicionar temperatura a essa descrição é apenas uma extrapolação do modelo. A situação na qual se considerou a matéria como sendo simétrica foi apenas mais um passo em direção a uma descrição mais realística, na qual pretende-se incluir matéria estranha, isto é, além dos nucleons, haverá também híperons na matéria hadrônica, mas, nesse caso, não haverá a imposição de neutralidade de carga e equilíbrio químico.

Em trabalhos futuros também consideraremos uma escolha mais adequada para os valores das constantes χ_{iB} . Como foi mencionado na seção 3.3.4, o esquema de acoplamento escolhido neste trabalho, chamado de "esquema de acoplamento de híperons", vide eq. (68), não é o mais adequado considerando as parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$. Apesar de essa escolha não ter tido grandes influências nos resultados obtidos aqui, em trabalhos futuros esta escolha poderá ter maior relevância.

REFERÊNCIAS

ADAMS, John *et al.* Experimental and theoretical challenges in the search for the quark–gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 757, n. 1-2, p. 102–183, 2005.

ALTERNATING Gradient Synchrotron. [S.l.: s.n.]. url<https://www.bnl.gov/rhic/ags.asp>. acessado em 08/07/2019.

ANTONIADIS, John *et al.* A massive pulsar in a compact relativistic binary. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 340, n. 6131, p. 1233232, 2013.

AOKI, Yasumichi; BORSANYI, Szabolcs *et al.* The QCD transition temperature: results with physical masses in the continuum limit II. **Journal of High Energy Physics**, IOP Publishing, v. 2009, n. 06, p. 088, 2009.

AOKI, Yasumichi; FODOR, Z *et al.* The QCD transition temperature: Results with physical masses in the continuum limit. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 643, n. 1, p. 46–54, 2006.

AOKI, Y *et al.* The order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 443, n. 7112, p. 675, 2006.

BAZAVOV, Alexei *et al.* Chiral and deconfinement aspects of the QCD transition. **Physical Review D**, APS, v. 85, n. 5, p. 054503, 2012.

BHADURI, Rajat K. **Models of the nucleon: from quarks to soliton**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1988.

BODMER, AR. Collapsed nuclei. **Physical Review D**, APS, v. 4, n. 6, p. 1601, 1971.

BOGUTA, J; BODMER, AR. Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 413–428, 1977.

BORSANYI, Szabolcs *et al.* Is there still any T_c mystery in lattice QCD? Results with physical masses in the continuum limit III. **Journal of High Energy Physics**, Springer, v. 2010, n. 9, p. 73, 2010.

BOWMAN, E Scott; KAPUSTA, Joseph I. Critical points in the linear σ model with quarks. **Physical Review C**, APS, v. 79, n. 1, p. 015202, 2009.

BRACHMAN, Malcolm K. Fermi Level, Chemical Potential, and Gibbs Free Energy. **The Journal of Chemical Physics**, AIP, v. 22, n. 6, p. 1152–1152, 1954.

CALLEN, Herbert B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1985.

CAVAGNOLI, Rafael; PROVIDÊNCIA, Constança; MENEZES, Debora P. Hadron-quark phase transition in asymmetric matter with boson condensation. **Physical Review C**, APS, v. 83, n. 4, p. 045201, 2011.

CEBRA, Daniel; COLLABORATION, STAR *et al.* Studying the Phase Diagram on QCD Matter at RHIC. *In: APS Division of Nuclear Physics Meeting Abstracts*. [S.l.: s.n.], 2014.

CHODOS, Ao *et al.* New extended model of hadrons. **Physical Review D**, APS, v. 9, n. 12, p. 3471, 1974.

DEMOREST, PB *et al.* A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. **nature**, Nature Publishing Group, v. 467, n. 7319, p. 1081, 2010.

DUTRA, Mariana; LOURENÇO, Odilon; MENEZES, Débora P. Stellar properties and nuclear matter constraints. **Physical Review C**, APS, v. 93, n. 2, p. 025806, 2016.

DUTRA, M *et al.* Relativistic mean-field hadronic models under nuclear matter constraints. **Physical Review C**, APS, v. 90, n. 5, p. 055203, 2014.

EJIRI, Shinji. Canonical partition function and finite density phase transition in lattice QCD. **Physical Review D**, APS, v. 78, n. 7, p. 074507, 2008.

FATTOYEV, Farrukh J *et al.* Relativistic effective interaction for nuclei, giant resonances, and neutron stars. **Physical Review C**, APS, v. 82, n. 5, p. 055803, 2010.

GLENDENNING, NK; MOSZKOWSKI, SA. Reconciliation of neutron-star masses and binding of the Λ in hypernuclei. **Physical Review Letters**, APS, v. 67, n. 18, p. 2414, 1991.

GLENDENNING, Norman K. **Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2000.

GREINER, Walter; NEISE, Ludwig; STÖCKER, Horst. **Thermodynamics and statistical mechanics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1995.

GRIFFITHS, David. **Introduction to elementary particles**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

GROSS, David J; WILCZEK, Frank. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. **Physical Review Letters**, APS, v. 30, n. 26, p. 1343, 1973.

GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung. [S.l.: s.n.]. url<https://www.gsi.de/start/aktuelles.h> acessado em 08/07/2019.

HEBELER, K *et al.* Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 773, n. 1, p. 11, 2013.

LOPES, Luiz L; MENEZES, Debora P. Hypernuclear matter in a complete SU (3) symmetry group. **Physical Review C**, APS, v. 89, n. 2, p. 025805, 2014.

MARQUEZ, Kauan Dalfovo. Conversão de fases em estrelas compactas, 2018.

MENEZES, Débora P; PROVIDÊNCIA, Constança. Hyperons in the nuclear pasta phase. **Physical Review C**, APS, v. 96, n. 4, p. 045803, 2017.

MEYER, Harvey B. QCD at non-zero temperature from the lattice. **arXiv preprint arXiv:1512.06634**, 2015.

NUCLOTRON-BASED Ion Collider Facility. [S.l.: s.n.]. url<http://nica.jinr.ru/>. acessado em 08/07/2019.

OLESEN, Michael L; MADSEN, Jes. Nucleation of quark matter bubbles in neutron stars. **Physical Review D**, APS, v. 49, n. 6, p. 2698, 1994.

PATRIGNANI, CPDG *et al.* Review of particle physics. **Chin. Phys.**, v. 40, p. 100001, 2016.

POLITZER, H David. Reliable perturbative results for strong interactions? **Physical Review Letters**, APS, v. 30, n. 26, p. 1346, 1973.

RAJAGOPAL, Krishna; WILCZEK, Frank. Static and dynamic critical phenomena at a second order QCD phase transition. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 399, n. 2-3, p. 395–425, 1993.

RHIC. [S.l.: s.n.]. url<https://www.bnl.gov/rhic>. acessado em 08/07/2019.

SANTOS, Alexandre Magno Silva. Equações de estado hadrônicas a temperaturas finitas e suas aplicações, 2004.

SPS. [S.l.: s.n.]. url<https://home.cern/tags/sps>. acessado em 08/07/2019.

STEPHANOV, Mikhail A. QCD phase diagram and the critical point. **International Journal of Modern Physics A**, World Scientific, v. 20, n. 19, p. 4387–4392, 2005.

THE Large Hadron Collider. [S.l.: s.n.]. url<https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider>. acessado em 08/07/2019.

TORRES, JR; MENEZES, DP. Quark matter equation of state and stellar properties. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 101, n. 4, p. 42003, 2013.

WITTEN, Edward. Cosmic separation of phases. **Physical Review D**, APS, v. 30, n. 2, p. 272, 1984.

APÊNDICE A – PROPRIEDADES DA LAGRANGIANA DO MODELO DA SACOLA DO MIT

O modelo da sacola do MIT coloca os quarks como partículas livres em uma região sem cor (a sacola), sendo que este confinamento é devido à propriedade que o vácuo cromodinâmico tem de excluir quarks. A energia empregada na criação desta região de volume V , em que o vácuo é dito perturbativo, é dada por BV , onde a densidade de energia B é chamada de constante de sacola (ou *bag*). Assim sendo, as densidades de energia e pressão são dadas por dois termos, um oriundo do confinamento da *bag* e outro devido à energia cinética dos quarks.

Nesse Apêndice, com base no cálculo variacional, é derivada a condição de contorno linear, que sugere que não há corrente de quarks através da superfície da sacola, reafirmando o confinamento dos quarks no interior da sacola, e também a condição de contorno não-linear, que garante a conservação de energia e momento do modelo, pois garante a invariância do tensor energia-momento $T^{\mu\nu}$, reafirmando também que a constante B tem o papel de contrabalancear a pressão exercida pelos campos das partículas dentro da sacola.

Por meio das equações de Euler-Lagrange para campos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0 \quad (93)$$

aplicados à densidade lagrangiana do modelo da sacola do MIT, dada pela equação (6), obtêm-se, para o campo $\bar{\psi}$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi)\Theta(R - r) + \frac{1}{2}(in_\mu \gamma^\mu \psi - \psi)\delta(R - r) = 0, \quad (94)$$

e para o campo ψ

$$(-i\gamma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} - m\bar{\psi})\Theta(R - r) - \frac{1}{2}(in_\mu \gamma^\mu \bar{\psi} + \bar{\psi})\delta(R - r) = 0, \quad (95)$$

onde usou-se do fato de que

$$\partial_\mu \Theta(R - r) = (0, \hat{r}) \frac{d}{dr} \Theta(R - r) = n_\mu \delta(R - r), \quad (96)$$

onde n_μ é o vetor unitário normal à superfície.

Podemos então observar que temos dois conjuntos de soluções. Para $r < R$, isto é, dentro da sacola

$$\begin{cases} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \\ (-i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\bar{\psi} = 0, \end{cases} \quad (97)$$

que são as equações de movimento de um gás de férmions, ou equações de Dirac para a partícula livre. Essa solução apenas corrobora a nossa suposição inicial de

que os quarks, dentro da sacola, devem ser tratados como férmions livres, emulando a propriedade da QCD apresentar liberdade assintótica. Para $r = R$, isto é, sob a superfície da sacola, temos

$$\begin{cases} in_\mu \gamma^\mu \psi = \psi \\ -in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu = \bar{\psi}, \end{cases} \quad (98)$$

onde a primeira equação pode ser multiplicada por $\bar{\psi}$ pela esquerda e a segunda por ψ pela direita, resultando em

$$\begin{cases} in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \bar{\psi} \psi \\ -in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \bar{\psi} \psi, \end{cases} \quad (99)$$

que admite solução apenas quando $n_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = 0$, pois $n_\mu \neq 0$ na superfície. Podemos identificar nesta solução o termo correspondente à corrente vetorial de quarks $j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$. Portanto

$$n_\mu j^\mu = 0, \quad r = R, \quad (100)$$

o que, por sua vez, nos informa que não há corrente de quarks atravessando a superfície da sacola, o que diz respeito à propriedade de confinamento da QCD. Essa equação expressa a condição de contorno linear (c.c.l).

A eq. (99) também nos informa que

$$\bar{\psi} \psi = 0, \quad (101)$$

o que nos diz que não há quarks na região da superfície da sacola.

Para discutir o papel da *bag* B vamos considerar a conservação do tensor de energia-momento, isto é, $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$. O tensor de energia-momento $T^{\mu\nu}$ é dado por

$$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} \mathcal{L} + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) \partial^\nu \phi_i, \quad (102)$$

onde $g^{\mu\nu}$

Aplicando a densidade lagrangiana do modelo do MIT (equação 6), obtemos

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= -g^{\mu\nu} \left\{ [\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - B] \Theta - \frac{1}{2} \bar{\psi} \delta \psi \right\} + i\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial^\nu \psi) \Theta = \\ &= [g^{\mu\nu} B + i\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial^\nu \psi)] \Theta. \end{aligned} \quad (103)$$

Agora basta calcular sua derivada e igualá-la a zero

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu T^{\mu\nu} &= Bn^\nu \delta + \partial_\mu [i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi)\Theta] = \\
 &= Bn^\nu \delta + \partial_\mu \left\{ \frac{1}{2} [(\partial^\nu\psi)n^\mu\bar{\psi} + (\partial^\nu\bar{\psi})n^\mu\psi] \Theta \right\} = \\
 &= Bn^\nu \delta + \frac{1}{2}\partial_\mu [n^\mu\partial^\nu(\psi\bar{\psi})\Theta] = 0,
 \end{aligned} \tag{104}$$

onde foi usada a identidade dada pela equação (98). Lembrando que a derivada da função Heaviside é dada pela equação (96), que $n^\mu n_\mu = 1$ e desprezando as derivadas de segunda ordem, resultamos em

$$Bn^\nu = -\frac{1}{2}\partial^\nu(\bar{\psi}\psi), \quad \text{para } r = R. \tag{105}$$

A equação acima é nada senão a equação de balanço da pressão (BHADURI, 1988). Assim temos que a *bag* na superfície é dada por

$$B = -\frac{1}{2}n_\nu\partial^\nu(\bar{\psi}\psi). \tag{106}$$

Para o caso esférico e estático, $n^\nu = (0, \hat{r})$, e a equação acima se reduz a

$$B = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}(\bar{\psi}\psi). \tag{107}$$

Essa equação nos diz que a pressão para fora dos quarks é contrabalaneada pela pressão de vácuo B para dentro na superfície da sacola.

APÊNDICE B – EOS DO GÁS DE FERMI A PARTIR DO TENSOR DE ENERGIA-MOMENTO

A fim de obtermos as EoS para o gás livre de Fermi a partir das relações (12) e (13) devemos calcular de forma explícita o tensor de energia-momento para o gás de Fermi livre. Para isto basta aplicar o lagrangiano de Dirac, isto é, a densidade lagrangiana dada pela equação (1) à definição do tensor de energia-momento (7). Isso resultará em

$$T_{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma_{\mu}\partial_{\nu}\psi. \quad (108)$$

Agora basta calcular as componentes temporais e espaciais deste tensor. Para isso, vamos precisar das equações de movimento, também chamadas de Equações de Euler-Lagrange, que são obtidas a partir da seguinte relação

$$\partial_{\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\phi_i} = 0. \quad (109)$$

Aplicando o lagrangiano de Dirac à essa equação obtemos a equação de Dirac,

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi = 0, \quad (110)$$

que pode ser reescrita a fim de separar as componentes temporais das espaciais

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi = (i\gamma_0\partial_0 + i\gamma^i\partial_i - m)\psi = 0. \quad (111)$$

Multiplicando esta expressão por $\bar{\psi}$ pela esquerda e utilizando as definições $\gamma^0 = \beta$, $\vec{\gamma} = \beta\vec{\alpha}$ e $\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0$ e lembrando que $\partial^{\mu} = (\partial_0, -\vec{\nabla})$, $\partial_{\mu} = (\partial_0, \vec{\nabla})$ e $\gamma_{\mu} = (\gamma_0, -\vec{\gamma})$, obtemos

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi &= -i\bar{\psi}\vec{\gamma}\vec{\nabla}\psi + \bar{\psi}m\psi \\ &= -i\psi^{\dagger}\gamma^0\vec{\gamma}\vec{\nabla}\psi + \psi^{\dagger}\gamma^0m\psi \\ &= -i\psi^{\dagger}\vec{\alpha}\vec{\nabla}\psi + \psi^{\dagger}\beta m\psi. \end{aligned} \quad (112)$$

Este resultado agora pode ser utilizado para o cálculo da densidade de energia

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \langle T_{00} \rangle = \langle i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi \rangle \\ &= \langle -i\psi^{\dagger}\vec{\alpha}\vec{\nabla}\psi + \psi^{\dagger}\beta m\psi \rangle \\ &= \langle \psi^{\dagger}\vec{\alpha}\vec{p}\psi + \psi^{\dagger}\beta m\psi \rangle \\ &= \langle \psi | \vec{\alpha}\vec{p} + \beta m | \psi \rangle, \end{aligned} \quad (113)$$

onde \vec{p} é o operador momento linear definido como $\vec{p} \rightarrow -i\vec{\nabla}$ considerando o sistema de unidades naturais, onde $\hbar = c = 1$. Da solução da equação de Dirac temos que

$$\begin{aligned} (E - \vec{\alpha}\vec{p} - \beta m)\psi &= 0 \\ (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)\psi &= E\psi \\ (\vec{\alpha}\vec{p} + \beta m)^2\psi &= E^2\psi. \end{aligned} \quad (114)$$

Assim, como $\vec{\alpha}^2 = 1$ e $\beta^2 = 1$, temos que

$$E(\vec{p}) = \pm\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}, \quad (115)$$

que é a relação de dispersão relativística. Que por fim nos dá a expressão para a densidade de energia

$$\mathcal{E} = \gamma \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} E(\vec{p}) (f_+ + f_-), \quad (116)$$

onde γ é a degenerescência de spin e f_+ e f_- são as funções de distribuição de partículas e antipartículas, respectivamente, definidas como

$$f_{\pm} = \frac{1}{1 + e^{\beta[E(\vec{p}) \mp \mu]}}, \quad (117)$$

sendo $\beta = 1/k_B T$, onde k_B representa a constante de Boltzmann e T a temperatura, e μ o potencial químico do férmion.

Para calcular a pressão basta notar que

$$\vec{\alpha}\vec{p} = \vec{p} \frac{\partial E(\vec{p})}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}^2}{E(\vec{p})}, \quad (118)$$

tal que

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{3} \langle -i\bar{\psi}\vec{\gamma}\vec{\nabla}\psi \rangle \\ &= \frac{1}{3} \langle \psi^\dagger \vec{\alpha}\vec{p}\psi \rangle = \frac{1}{3} \langle \psi | \frac{\vec{p}^2}{E(\vec{p})} | \psi \rangle, \end{aligned} \quad (119)$$

o que finalmente nos leva à expressão final para a pressão

$$P = \gamma \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{\vec{p}^2}{E(\vec{p})} (f_+ + f_-). \quad (120)$$

Devemos ressaltar também que a densidade bariônica ρ_B é dada por

$$\rho_B = \langle \psi | \psi \rangle = \gamma \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} (f_+ - f_-). \quad (121)$$

APÊNDICE C – TERMODINÂMICA DOS GASES DE FERMI

Nessa seção vamos derivar as EoS para o gás livre de Fermi seguindo o formalismo termodinâmico. Para tanto, vamos começar considerando a grande função de partição \mathcal{Z} , que é definida como (CALLEN, 1985)

$$\mathcal{Z} = Tr \left[e^{-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})} \right]. \quad (122)$$

Não é difícil provar que, sendo \hat{A} uma matriz diagonal, temos que

$$Tr(e^{-\alpha\hat{A}}) = \sum_i e^{-\alpha a_{ii}}, \quad (123)$$

onde a_{ii} são os elemntos da diagonal da matriz \hat{A} .

Portanto, precisamos que os nossos operadores, hamiltoniano \hat{H} e número \hat{N} , sejam diagonais. E é justamente isto que temos. Para o operador hamiltoniano \hat{H} temos

$$\begin{aligned} \hat{H} |n_1, \dots, n_N\rangle &= \sum_i^N \epsilon_i |n_1, \dots, n_N\rangle \\ \hat{H} |\bar{n}_1, \dots, \bar{n}_N\rangle &= \sum_j^N \epsilon_j |\bar{n}_1, \dots, \bar{n}_N\rangle, \end{aligned} \quad (124)$$

onde ϵ_i (ϵ_j) é o autovalor de energia da partícula (antipartícula) i (j), tal que $E = \sum_{i=1}^N \epsilon_i + \sum_{j=1}^N \epsilon_j$. Para o operador número \hat{N} temos que

$$\begin{aligned} \hat{N} |n_1, \dots, n_N\rangle &= \sum_i^{\infty} n_i |n_1, \dots, n_N\rangle \\ \hat{N} |\bar{n}_1, \dots, \bar{n}_N\rangle &= \sum_j^{\infty} \bar{n}_j |\bar{n}_1, \dots, \bar{n}_N\rangle, \end{aligned} \quad (125)$$

onde n_i (\bar{n}_i) representa o número partículas (antipartículas) no nível de energia i , tal que $N = \sum_{i=1}^{\infty} n_i + \sum_{i=1}^{\infty} \bar{n}_i$. Também pode-se expressar a energia total do sistema em termos do número de ocupação

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \epsilon_i + \sum_{j=1}^{\infty} \bar{n}_j \epsilon_j, \quad (126)$$

onde agora a energia ϵ_i não representa mais o autovalor de energia de uma partícula (antipartícula) individual, mas sim o valor de energia de um nível ocupado por n_i partículas (\bar{n}_i antipartículas).

Por simplicidade de notação, vamos utilizar, a partir de agora $|n_1, \dots, n_N\rangle = |n_i\rangle$. Assim, a partir da equação (122), temos

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \prod_i \sum_{n_i} \langle n_i | \exp[-\beta(\epsilon_i - \mu_i)n_i] | n_i \rangle \times \\ &\times \prod_j \sum_{\bar{n}_j} \langle \bar{n}_j | \exp[-\beta(\epsilon_j + \mu_j)\bar{n}_j] | \bar{n}_j \rangle \end{aligned} \quad (127)$$

Devido ao princípio de exclusão de Pauli, existem apenas dois valores para o número de ocupação de férmions, $n_i, \bar{n}_j = 0$ ou 1 , de modo que a função de partição pode ser escrita como

$$\mathcal{Z} = \prod_{i=1}^{\infty} [1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu_i)}] \prod_{j=1}^{\infty} [1 + e^{-\beta(\epsilon_j + \mu_j)}] \quad (128)$$

Para obter as EoS vamos precisar determinar o grande potencial termodinâmico Ω , que é dado por

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \ln \mathcal{Z}. \quad (129)$$

Substituindo a equação (128) na acima obtemos

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \sum_i \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu_i)}] - \frac{1}{\beta} \sum_j \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon_j + \mu_j)}]. \quad (130)$$

Desejamos passar para o espaço contínuo dos momentos, para tal devemos usar o seguinte limite

$$\sum_i \rightarrow \frac{\gamma V}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p}, \quad (131)$$

onde γ é a degenerescência do estado e \mathbf{p} o momento linear relacionado à energia de uma partícula relativística através da fórmula de Einstein

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}. \quad (132)$$

Podemos então reescrever a equação (130) na sua forma integral

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \frac{\gamma V}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} \left\{ \ln [1 + e^{-\beta(E_{\mathbf{p}} - \mu)}] + \ln [1 + e^{-\beta(E_{\mathbf{p}} + \mu)}] \right\}. \quad (133)$$

Vamos agora calcular o diferencial o potencial termodinâmico

$$d\Omega(T, V, \mu) = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\mu, V} dT + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T, \mu} dV + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T, V} d\mu. \quad (134)$$

Da termodinâmica temos (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995)

$$S = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\mu, V}, \quad P = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T, \mu}, \quad N = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T, V}, \quad (135)$$

onde S , P e N são a entropia, a pressão e o número médio de partículas, respectivamente. Assim sendo, o número médio de partículas é dado por

$$N = \frac{\gamma V}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \left[\frac{1}{1 + e^{\beta(E_{\mathbf{p}} - \mu)}} - \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{\mathbf{p}} + \mu)}} \right]. \quad (136)$$

Para obter a densidade de partículas basta dividir a expressão acima pelo volume V . Podemos aqui também já identificar as funções de distribuição de partículas e antipartículas, respectivamente, f_+ e f_- , dadas por

$$f_{\pm} = \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{\mathbf{p}} \mp \mu)}} \quad (137)$$

Assim, a densidade de partículas é dada por

$$\rho_B = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (f_+ - f_-). \quad (138)$$

A entropia por volume é dada por

$$s = S/V = \frac{\gamma}{(2\pi)^2} \int d^3\mathbf{p} \left[(1 - f_+) \ln(1 - f_+) + f_+ \ln f_+ + (1 - f_-) \ln(1 - f_-) + f_- \ln f_- \right]. \quad (139)$$

A pressão decorre diretamente,

$$P = \frac{1}{\beta} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \left\{ \ln [1 + e^{-\beta(E_{\mathbf{p}} - \mu)}] + \ln [1 + e^{-\beta(E_{\mathbf{p}} + \mu)}] \right\}. \quad (140)$$

Essa equação, depois de integrada por partes, resulta em

$$P = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{p}^2}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}} (f_+ + f_-). \quad (141)$$

A densidade de energia pode ser obtida a partir da fórmula (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995)

$$\mathcal{E} = \frac{1}{V} \langle \hat{H} \rangle = \frac{1}{V} \frac{\partial(\beta\Omega)}{\partial\beta}. \quad (142)$$

Depois de uma série de malabarismos algébricos, chega-se em

$$\mathcal{E} = \gamma \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} (f_+ + f_-). \quad (143)$$

Podemos notar que as equações de estado obtidas aqui são exatamente iguais às obtidas na seção 2.1.2.1 a partir do tensor de energia-momento. Podemos, portanto, verificar a consistência termodinâmica.

APÊNDICE D – PROPRIEDADES DA MATÉRIA NUCLEAR

A aplicação das equações de estado à descrição de matéria nuclear, como discutido em (DUTRA *et al.*, 2014), toma as grandezas na densidade de saturação nuclear ρ_0 e para a matéria simétrica em relação ao isospin.

Como estão presentes apenas nucleons, é conveniente definir a fração de prótons y em função da densidade bariônica,

$$\rho_3 = I_3 \rho_B = \rho_p - \rho_n = (2y - 1)\rho_B, \quad (144)$$

de modo que, para a matéria simétrica $\rho_p = \rho_n$ e $y = 1/2$.

A energia de simetria $\mathcal{S}(\rho_B)$ é dada por

$$\mathcal{S}(\rho_B) = \frac{1}{8} \frac{\partial^2(\mathcal{E}/\rho_B)}{\partial y^2} \Bigg|_{\rho_B, y=1/2} \quad (145)$$

São diversas as grandezas empíricas relevantes para a descrição da matéria nuclear. Aqui apresentamos apenas as mais importantes para o presente trabalho, no entanto, em (DUTRA *et al.*, 2014) outras podem ser encontradas. Elas são calculadas diretamente de P , \mathcal{E} e \mathcal{S} , como pode ser visto a partir das seguintes definições

$$K_0 = 9 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_B} \right)_{\rho_B=\rho_0, y=1/2}, \quad (\text{incompressibility}) \quad (146)$$

$$L_0 = 3\rho_0 \left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \rho_B} \right)_{\rho_B=\rho_0}, \quad (\text{slope of } \mathcal{S}) \quad (147)$$

$$K_{sym}^0 = 9\rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 \mathcal{S}}{\partial \rho_B^2} \right)_{\rho_B=\rho_0}, \quad (\text{curvature of } \mathcal{S}) \quad (148)$$

Na tabela 8 estão sumarizados os valores para as parametrizações utilizadas no presente trabalho assim como as faixas de aceitação para os valores empíricos destas grandezas.

Tabela 8 – Propriedades da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação obtidas para as parametrizações *IU – FSU* e *NL3 $\omega\rho$* a $T = 0$ e faixa dos valores experimentais/empíricos (exp/emp). Aqui \mathcal{E}/ρ é a energia de ligação por nucleon e $J = \mathcal{S}(\rho_0)$.

	IU-FSU	NL3$\omega\rho$	exp/emp
ρ_0	0, 155 fm ⁻³	0, 148 fm ⁻³	
\mathcal{E}/ρ	-16, 40 MeV	-16, 20 MeV	
K_0	231, 33 MeV	272, 00 MeV	200 - 260 MeV
J	31, 30 MeV	31, 70 MeV	30 - 35 MeV
L_0	47, 21 MeV	55, 50 MeV	40 - 76 MeV

Fonte: (HEBELER *et al.*, 2013) e (DUTRA *et al.*, 2014).