



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES E
GESTÃO TERRITORIAL
NÍVEL MESTRADO

ARTHUR PEIXOTO BERBERT LIMA

**AVALIAÇÃO DO MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE PARA A DENSIFICAÇÃO
DE UMA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL**

FLORIANÓPOLIS

2020

ARTHUR PEIXOTO BERBERT LIMA

**AVALIAÇÃO DO MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE PARA A DENSIFICAÇÃO
DE UMA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes e Gestão Territorial da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Gestão Territorial.

Orientador: Prof. Liane Ramos da Silva, Dr.
Coorientador: Prof. Ivandro Klein, Dr.

Florianópolis

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

LIMA, ARTHUR PEIXOTO BERBERT
AVALIAÇÃO DO MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE PARA A DENSIFICAÇÃO
DE UMA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL / ARTHUR
PEIXOTO BERBERT LIMA ; orientador, Liane Ramos da Silva,
coorientador, Ivandro Klein, 2020.
91 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Transportes e Gestão Territorial,
Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Engenharia de Transportes e Gestão Territorial. 2.
Estação Livre. 3. Densificação de Redes. 4. Propagação de
erros. I. Silva, Liane Ramos da . II. Klein, Ivandro.
III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Engenharia de Transportes e Gestão
Territorial. IV. Título.

ARTHUR PEIXOTO BERBERT LIMA
**AVALIAÇÃO DO MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE PARA A DENSIFICAÇÃO
DE UMA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Francisco Henrique de Oliveira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Prof. Luís Augusto Koenig Veiga, Dr.
Universidade Federal do Paraná – UFPR

Prof. Renan Furlan de Oliveira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Gestão Territorial.

Profa. Ana Maria Benciveni Franzoni, Dra.
Coordenadora do Programa

Profa. Liane Ramos da Silva, Dra.
Orientadora

Florianópolis, 2020

Dedico este trabalho a todos aqueles que de alguma forma estiveram comigo nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Primeiro gostaria de agradecer a minha mãe, que nunca mediu esforços para me ensinar o caminho do bem, e sempre me apoiou em todas as etapas da vida. Não há vocábulos em dicionário algum que expressem o sentimento que tenho por ti.

Não obstante está a gratidão que tenho por minha querida esposa, sempre elegante, gentil e talentosa, é minha companheira na saúde e na doença, na riqueza e na pobreza, na alegria ou na tristeza.

Sou grato a todos os professores que contribuíram com a minha trajetória acadêmica, em especial a minha orientadora, ao qual eu agradeço carinhosamente por todos os momentos de paciência, compreensão e competência. Ao meu coorientador, especial agradecimento por compartilhar sua sabedoria, o seu tempo e sua experiência.

Deixo também o meu muito obrigado ao Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC, em especial aos professores do curso técnico de agrimensura, que além de colegas de trabalho, foram grandes incentivadores ao longo desta etapa da minha vida.

Por fim, mas não menos importante, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes e Gestão Territorial da Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade.

RESUMO

O ordenamento territorial demanda planejamento e planejar implica em conhecer o território em questão. A base cartográfica cadastral utilizada no ordenamento territorial deve possuir qualidade espacial suficiente para que as decisões sejam assertivas. O uso de uma Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM) é fundamental para manter a homogeneidade dos levantamentos no território ocupado pelo município. Porém no Brasil, dificilmente a RRCM atende a todos os imóveis, demandando densificações. A presente pesquisa apresenta um estudo sobre a aplicação do método da Estação Livre na densificação de redes cadastrais municipais e, conseqüentemente, de pontos de detalhes. Para tal, desenvolveu-se um programa computacional, que através das transformações de Helmert e aplicação de ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados realiza-se a propagação de erros desde a rede de referência até o ponto de interesse e, portanto, fornecendo a precisão posicional do mesmo. Desta forma, a pesquisa pôde determinar as discrepâncias dos resultados obtidos pelo método da Estação Livre e analisar a influência da distribuição espacial dos pontos de apoio na qualidade posicional do ponto da Estação livre. Simulados 26 cenários com os dados reais de campo, os resultados apontam que quando utilizados 4 ou mais pontos de apoio não há variação significativa nos resultados. Também aponta a existência de um fator central, ou seja, a existência de correlação entre as distâncias do ponto-objeto ao centro do polígono formado pelos pontos de apoio que pode vir a causar indesejadas degradações da precisão posicional.

Palavras-chave: Estação Livre. Densificação de Redes. Propagação de Erros.

ABSTRACT

Territorial planning requires planning and planning implies knowing the territory in question. The cadastral cartographic base used in spatial planning must have sufficient spatial quality for decisions to be assertive. The use of a Municipal Cadastral Reference Network (RRCM) is fundamental to maintain the homogeneity of surveys in the territory occupied by the municipality. However, in Brazil, RRCM hardly serves all properties belonging to it, demanding densifications. This research presents a study with the application of the Free Station method in the densification of municipal registration networks and, consequently, of points of detail. To this end, a computer program was developed, which through Helmert transformations and adjustment of observations by the least squares method performs the propagation of errors from the reference network to the point of interest and, therefore, provides the positional accuracy of the same. Thus, the research was able to determine the discrepancies of the results obtained by the Free Station method and analyze the influence of the spatial distribution of support points on the positional quality of the Free Station point. Simulated 26 scenarios with the actual field data, the results indicate that when 4 or more support points are used, there is no significant variation in the results. It also points out the existence of a central factor, that is, the existence of a correlation between the distances from the object point to the center of the polygon formed by the support points that may cause unwanted degradations of positional precision.

Keywords: Free Station. Reference Network. Error propagation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de estação Livre com dois pontos de apoio.....	17
Figura 2- Fluxo Metodológico.....	34
Figura 3 - Exemplo de ocupação por prisma 360°.....	35
Figura 4 - Ponto IFSC – Chapa metálica.....	35
Figura 5 - Localização dos pontos de apoio e densificação.....	36
Figura 6 - Ponto Hospital – Pino engastado – vista geral.....	37
Figura 7 - Ponto Hospital – Pino engastado – vista ortogonal	37
Figura 8- Rastreio GNSS do ponto Canteiro.....	38
Figura 9- Rastreio GNSS do ponto Hospital.....	38
Figura 10- Fluxograma geral do programa ELivre.....	40
Figura 11 – Ilustração do controle realizado através de duas outras ocupações.....	42
Figura 12 – Mapa de Obstruções - Canteiro.....	44
Figura 13 – Mapa de Obstruções -Hospital.....	44
Figura 14 – Mapa de Obstruções - CASAN.....	45
Figura 15 - Formulário Geral	47
Figura 16- Fluxograma da rotina de importação	48
Figura 17 - Formulário Apagar Estação Livre	49
Figura 18- Fluxograma do banco de dados do programa	50
Figura 19 - Formulário Banco de Dados do Sistema de Referência	50
Figura 20 - Formulário Calcular Estação Livre.....	52
Figura 21- Fluxograma de verificação dos dados de entrada	53
Figura 22- Fluxograma do Ajustamento do método de estação livre.....	54
Figura 23 - Formulário Resultados da Estação Livre.....	55
Figura 24 - Exemplo de gráfico gerado pelo ELivre.....	56
Figura 25 - Exemplo de formulário de resultados em modo avançado.....	57
Figura 26 - Exemplo do formulário Resultados das Irradiações.....	58
Figura 27 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto IFSC	60
Figura 28 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto Casan.....	62
Figura 29 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto Hospital.....	64
Figura 30 - Distribuição espacial do cenário 1	69
Figura 31 - Distribuição espacial do cenário 2.....	69
Figura 32 - Distribuição espacial do cenário 3	69

Figura 33 - Distribuição espacial do cenário 4.....	69
Figura 34 - Distribuição espacial do cenário 5.....	69
Figura 35 - Distribuição espacial do cenário 6.....	69
Figura 36 - Dispersão dos resultados dos cenários com 5 e 4 pontos de apoio.....	70
Figura 37 - Distribuição espacial do cenário 7.....	71
Figura 38 - Distribuição espacial do cenário 8.....	71
Figura 39 - Distribuição espacial do cenário 9.....	71
Figura 40 - Distribuição espacial do cenário 10.....	71
Figura 41 - Distribuição espacial do cenário 11.....	71
Figura 42 - Distribuição espacial do cenário 12.....	71
Figura 43 - Distribuição espacial do cenário 13.....	72
Figura 44 - Distribuição espacial do cenário 14.....	72
Figura 45 - Distribuição espacial do cenário 15.....	72
Figura 46 - Distribuição espacial do cenário 16.....	72
Figura 47 - Dispersão dos resultados dos cenários com 3 pontos de apoio.....	73
Figura 48 - Distribuição espacial do cenário 17.....	74
Figura 49 - Distribuição espacial do cenário 18.....	74
Figura 50 - Distribuição espacial do cenário 19.....	74
Figura 51 - Distribuição espacial do cenário 20.....	74
Figura 52 - Distribuição espacial do cenário 21.....	74
Figura 53 - Distribuição espacial do cenário 22.....	74
Figura 54 - Distribuição espacial do cenário 23.....	75
Figura 55 - Distribuição espacial do cenário 24.....	75
Figura 56 - Distribuição espacial do cenário 25.....	75
Figura 57 - Distribuição espacial do cenário 26.....	75
Figura 58 - Dispersão dos resultados dos cenários com 2 pontos de apoio.....	76
Figura 59 - Dispersão dos resultados de todos os cenários.....	77
Figura 60 - Dispersão das irradiações do ponto Ceisa.....	83
Figura 61 - Dispersão das irradiações do ponto Hantei.....	84
Figura 62 - Dispersão das irradiações do ponto Heliponto.....	84
Figura 63 - Dispersão das irradiações do ponto Laranja.....	85
Figura 64 - Dispersão das irradiações do ponto Rictv.....	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Visibilidade dos pontos de apoio partindo dos pontos de controle	45
Tabela 2- Coordenadas de controle utilizadas nesta pesquisa.	46
Tabela 3 - Diferença entre as coordenadas da monografia e obtida nas simulações com diferentes instrumentos.....	59
Tabela 4 - Coordenadas obtidas nas 3 campanhas do ponto IFSC.....	61
Tabela 5 - Diferença entre as coordenadas da monografia e as obtidas para o ponto IFSC.	61
Tabela 6 - Coordenadas obtidas nas 3 campanhas do ponto Casan.....	63
Tabela 7 - Diferença entre as coordenadas GNSS e as obtidas para o ponto Casan	63
Tabela 8 - Coordenadas obtidas nas 2 campanhas do ponto Hospital.....	65
Tabela 9 - Resultados da dif. entre as coord. GNSS e as obtidas para o ponto Hospital	65
Tabela 10 – Coordenadas do ponto Canteiro obtidas nas irradiações dos pontos Livre 1 e 2.	66
Tabela 11 - Diferença das coordenadas GNSS e as irradiadas para o ponto Canteiro.....	66
Tabela 12 - Resultados da dif. entre as coordenadas obtidas na densificação e as obtidas por irradiação para o ponto Canteiro.	67
Tabela 13 - Cenários possíveis para o ponto Canteiro	68
Tabela 14 - Resultados do ELivre para os cenários 1 a 6.....	70
Tabela 15 - Resultados dos cenários com 3 pontos de apoio	73
Tabela 16 - Resultados dos cenários com 2 pontos de apoio	76
Tabela 17 - Precisão posicional encontradas nos cenários pesquisados.....	77
Tabela 18 - Comparativo entre os desvios-padrões 2D resultantes e o fator central calculado.	78
Tabela 19 - Resultados das irradiações dos cenários 1 a 6.....	79
Tabela 20 - Resultados das irradiações dos cenários 7 a 16.....	80
Tabela 21- Resultados das irradiações dos cenários 17 a 26.....	81
Tabela 22 - Precisão posicional encontradas nas irradiações dos cenários pesquisados.....	83

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA.....	12
1.2	OBJETIVOS	14
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	16
2.1	MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE.....	16
2.1.1	SOLUÇÕES MATEMÁTICAS PARA A ESTAÇÃO LIVRE	18
2.1.1.1	<i>Transformadas de Helmert</i>	19
2.1.1.2	<i>Adaptação do Método de Helmert</i>	20
2.2	AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES	22
2.2.1	Erros de Observação	22
2.2.2	Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).....	24
2.2.3	Lei de Propagação dos Erros.....	25
2.2.4	Modelo Combinado	26
2.2.5	Precisões das coordenadas no sistema local	28
3	MATERIAIS E MÉTODOS	33
3.1	MATERIAIS	33
3.2	MÉTODOS	33
3.2.1	Definição da área de estudo	35
3.2.2	Levantamento de campo	37
3.2.2.1	<i>Materialização dos pontos densificados.....</i>	37
3.2.2.2	<i>Obtenção dos dados.....</i>	38
3.2.3	Processamento de dados.....	39
3.2.3.1	<i>Desenvolvimento do programa para o M.E.L.</i>	40
3.2.4	Controle dos resultados.....	42
3.2.5	Análise da distribuição espacial	43
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	44
4.1	LEVANTAMENTOS DE CAMPO	44
4.2	PROCESAMENTO DOS DADOS GNSS.....	46
4.3	PROGRAMA PARA MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE	46
4.3.1	Entrada de dados	47
4.3.1.1	<i>Dados dos arquivos brutos</i>	47
4.3.1.2	<i>Dados da rede de referência.....</i>	49

4.3.2 Rotinas de cálculos	51
4.3.2.1 <i>Parâmetros de cálculo</i>	51
4.3.2.2 <i>Verificar os dados de entrada.....</i>	52
4.3.2.3 <i>Execução do Ajustamento</i>	53
4.3.2.4 <i>Apresentação dos resultados</i>	55
4.3.2.5 <i>Inspeção inicial dos resultados do programa desenvolvido.....</i>	58
4.4 PROCESSAMENTO DOS DADOS DA ESTAÇÃO TOTAL	59
4.4.1 Ponto IFSC	59
4.4.2 Ponto Casan	61
4.4.3 Ponto Hospital.....	63
4.4.4 Pontos: Canteiro, Livre1 e Livre2.....	65
4.5 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL.....	67
4.5.1 Resultados da densificação	68
4.5.1.1 <i>Cenários com 5 e 4 pontos.....</i>	68
4.5.1.2 <i>Cenários com 3 pontos</i>	71
4.5.1.3 <i>Cenários com 2 pontos</i>	74
4.5.1.4 <i>Análise geral dos cenários.....</i>	76
4.5.2 Resultados das Irradiações	79
5 CONCLUSÕES	86

1 INTRODUÇÃO

O planejamento de todas as atividades que se relacionam com o espaço físico demanda o conhecimento do mesmo e poder observar graficamente (através de mapas) este espaço físico é fundamental para que as ações planejadas sejam assertivas. Definir e executar o processo cartográfico de determinada região, não se restringe a tal, mas envolve a obtenção, processamento e representação de informações espaciais (geométricas) do território e as utilizam em relacionamentos topológicos e em associações com as informações descritivas (alfanuméricas). Loch e Erba (2007) nos trazem que os elementos planialtimétricos fundamentais de uma porção do território, desenhados seguindo as convenções predeterminadas e com alta precisão formam a base cartográfica cadastral.

As informações geométricas da base cartográfica cadastral devem possuir precisão posicional para que os resultados forneçam informações com a qualidade exigida. O termo precisão posicional refere-se a precisão (propriedades estatísticas das coordenadas) obtida em levantamentos topográficos e geodésicos, vinculados a um sistema geodésico de referência, em que a propagação das covariâncias (erros) é realizada desde os vértices do sistema (Rede de Referência) até o ponto de detalhe.

Uma rede de referência pode se referir a uma, duas, três ou até mais dimensões. Por vezes, as redes de referência utilizam um datum para a planimetria (bidimensional) e outro datum para a altimetria (unidimensional) formando uma rede planialtimétrica (tridimensional), entretanto nem sempre a altimetria tem a mesma qualidade da planimetria e vice-versa. Quando esta rede tem o objetivo de apoiar os levantamentos topográficos e geodésicos em âmbito municipal recebe a denominação de Rede de Referência Cadastral Municipal – RRCM.

Para KLEIN et al. (2017) o ideal é que todos os levantamentos realizados em um município sejam atrelados à mesma rede de referência, no entanto no Brasil geralmente as redes de referência não possuem um arcabouço de marcos com distribuição homogênea e em número suficiente para atender a demanda de todos os imóveis envolvidos. Faz-se então necessária a ação de determinar novos pontos ajustados a esta rede de referência e à esta ação dá-se o nome de densificação.

O processo de densificação das redes de referência, normalmente, é realizado conforme a necessidade dos municípios e/ou dos levantamentos cadastrais. A densificação da rede pode utilizar-se de uma ou mais metodologias de coleta e processamento de dados. Levantamentos com o sistema *Global Navigation Satellite System* (GNSS) e o método de poligonação figuram como as metodologias de levantamento comumente utilizadas nestas

densificações (KLEIN et al., 2017). Entretanto, outros métodos como Alinhamento e Estação Livre também podem ser usados para este fim.

No Método da Estação Livre (M.E.L.), inicialmente não é necessário conhecer as coordenadas do ponto ocupado, pois determinam-se as coordenadas da ocupação e a orientação por meio de observações em pontos de apoio. Desta forma, o local ideal para se estacionar o instrumento depende principalmente da visibilidade entre os pontos de coordenadas já conhecidas no sistema de referência (apoio) e dos novos pontos a serem levantados ou implantados. Existem variadas soluções matemáticas que se enquadram no conceito de Estação Livre e apresentam diferentes denominações como intersecção a ré e ressecção espacial. (ver ROGERS, 1965 e ALVES et al., 2012)

Os programas de automação topográfica, por vezes não apresentam soluções para a M.E.L. e quando o programa contém a rotina, dificilmente considera a propagação do erro desde os pontos de referência até o ponto visado. Possivelmente, a ausência da propagação está associada a constatação de que a aplicação do Método da Estação Livre com o cálculo da precisão posicional, apresenta maior grau de complexidade matemática quando comparado com a aplicação deste método sem a necessidade de cálculo da precisão posicional.

As normativas brasileiras que regem o tema de Redes de Referência Cadastral, atualmente em vigor, não apresentam especificidades para a aplicação do Método da Estação Livre, no entanto estas normas estão em processos de revisão e há a expectativa de que o método seja normatizado e assim gere maior utilização do M.E.L. e como consequência, os programas passarão a realizar os cálculos com a precisão posicional.

Visando contribuir para que os problemas acima expostos sejam minorados, esta pesquisa objetiva analisar os procedimentos de densificação de rede de referência pelo Método da Estação Livre. Para atingir esse objetivo será desenvolvido um programa com a rotina de cálculo para o processamento do método de estação livre com a precisão posicional, permitindo a análise da influência da distribuição espacial dos pontos de apoio nos resíduos encontrados.

1.1 JUSTIFICATIVA

Dentro de um Sistema de Informações Territoriais – SIT – a base cartográfica cadastral contém dados espaciais que definem a geometria e o posicionamento da parcela no território. É através do processamento dos dados obtidos nos levantamentos cadastrais que o sistema pode realizar os relacionamentos topológicos, pesquisas e representações gráficas das informações do território. Conseqüentemente, para um correto funcionamento de um SIT é preciso que o

processo cartográfico nele utilizado tenha sido projetado visando mitigar os erros, sejam eles oriundos de levantamentos, processamento ou representação dos dados.

Cada vez mais tem-se buscado melhor caracterizar a parcela cadastral, e isto tem apontado para a necessidade de determinação da precisão posicional dos pontos definidores das parcelas (vértices) e para isso é necessário transportar as coordenadas e propagar erros desde o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) até os vértices, ou seja, é preciso que exista uma rede já implantada e densa o suficiente para atender tal transporte e propagação. Devido aos custos de criar uma rede densa o suficiente para atender a todos os imóveis de uma determinada região, a rede é implantada e posteriormente passa por diversos processos de densificação, conforme a necessidade de determinação dos pontos das parcelas com técnicas topográficas e geodésicas.

Uma solução para a densificação da rede de referência a ser utilizada nos levantamentos cadastrais é o denominado Método Estação Livre (M.E.L.). Este método apresenta benefícios, sobretudo em áreas urbanas nas quais outros métodos de levantamento não são adequados, por exemplo, o uso do posicionamento por GNSS em locais onde a presença de obstruções dos sinais dos satélites (morros, edificações, árvores, postes, etc.) dificultam ou até mesmo inviabilizam o uso de tal posicionamento dentro da precisão posicional exigida.

Outra vantagem do Método da Estação Livre é que o profissional pode escolher onde estacionar o instrumento, sem a necessidade de ocupar pontos já conhecidos como no caso da poligonização. Porém, o M.E.L. necessita de linhas de visadas aos pontos de interesse e de apoio, aumentando a dificuldade de utilização em locais com pouca intervisibilidade, tais como cidades densamente verticalizadas e/ou com ocupações desordenadas.

A respeito do tema levantamentos cadastrais, as principais normas que orientam estes levantamentos são: a NBR13.133:1994 (versão corrigida 1996) - Execução de Levantamento Topográfico e a NBR14.166/1998 – Rede de Referência Cadastral Municipal. Estas normas foram publicadas há mais de duas décadas.

Neste mesmo período, com a evolução tecnológica, novos instrumentos de medição surgiram (e.g. Estação Total Robótica) e outros foram aperfeiçoados (ex. GPS-Navstar evoluiu para GNSS) provocando mudanças na execução dos levantamentos cadastrais e culminando no fato de que alguns métodos e instrumentos previstos na norma publicada não são mais empregados atualmente, fazendo com que algumas condições exigíveis por estas normas fossem consideradas obsoletas, e.g. tem-se os Medidores Eletrônicos de Distância (MED), onde os padrões atuais são de $\pm(3\text{mm}+2\text{ppm})$ até $\pm(0.6\text{mm}+1\text{ppm})$, que segundo norma vigente todos estão na mesma classe precisão alta.

Em razão desta obsolescência, especialistas da área estão desenvolvendo revisões destas normas, que atualmente encontram-se em tramitação. O Método da Estação Livre não está previsto nas versões atualmente vigentes das normas supracitadas, no entanto, provavelmente será incluído nas revisões das referidas normas.

Quando é desejável obter os resíduos e a precisão posicional, torna-se útil o uso de programas de automação topográfica. Pesquisando nos programas nacionais conhecidos, verifica-se que os programas: Datageosis, Geoffice e Métrica Topo não possuem rotinas específicas para o cálculo do Método da Estação Livre. O programa Topograph possui cálculo através de 2 pontos, sem apresentar os erros das coordenadas calculadas.

Nos instrumentos topográficos e geodésicos não é a regra encontrar rotinas de cálculo específicas para a realização do Método da Estação Livre que realizem a propagação de erros considerando os erros dos pontos de apoio, normalmente as precisões apresentadas são apenas em função das observações. Sendo assim, essas rotinas não podem ser utilizadas para a densificação de redes. Contudo, é possível armazenar as observações em campo para posterior processamento através de programação de computadores.

Atualmente têm-se buscado um maior controle da qualidade das informações espaciais, logo aumentou-se o interesse em metodologias com critérios mais rígidos onde seja atingido os patamares de precisão ou acurácia demandados. O ajustamento de observações tem um papel fundamental nesta adaptação e/ou implementação de metodologias mais criteriosas. Tais avanços quando embasados em pesquisas científicas podem ser aplicadas com maior efetividade.

Diante do exposto até o momento, a presente pesquisa se propõe a verificar a aplicação do método de Estação Livre para a densificação de redes de referência cadastrais, analisando o procedimento para a execução da propagação de erros, obtendo-se a precisão posicional, bem como a influência da distribuição espacial destes pontos de apoio

Esta pesquisa pretende apresentar uma proposta para a densificação de redes de referência pelo Método da Estação Livre, fornecendo a precisão posicional dos pontos levantados e o detalhamento dos resultados do ajustamento. Além disso, analisar a influência da distribuição espacial dos pontos de apoio para garantir a qualidade da densificação da rede.

1.2 OBJETIVOS

Diante do exposto, o objetivo geral desta pesquisa é avaliar a precisão posicional de pontos obtidos através do Método da Estação Livre, apoiado em uma Rede de Referência Cadastral Municipal.

Com a finalidade de atingir este objetivo principal, tem-se seguintes objetivos específicos:

- i. Desenvolver um programa computacional para calcular o Método da Estação Livre com propagação de erros.
- ii. Determinar as discrepâncias dos resultados obtidos pelo Método da Estação Livre na densificação e irradiação de pontos.
- iii. Analisar a influência da distribuição espacial dos pontos de apoio sobre a qualidade posicional do ponto da Estação Livre.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo tem por intuito apresentar referenciais teóricos relevantes sobre os temas de interesse à pesquisa, sem pretender esgotar toda a literatura existente sobre os mesmos. A intenção é munir a pesquisa com elementos que apoiem estudos sobre os assuntos aqui tratados.

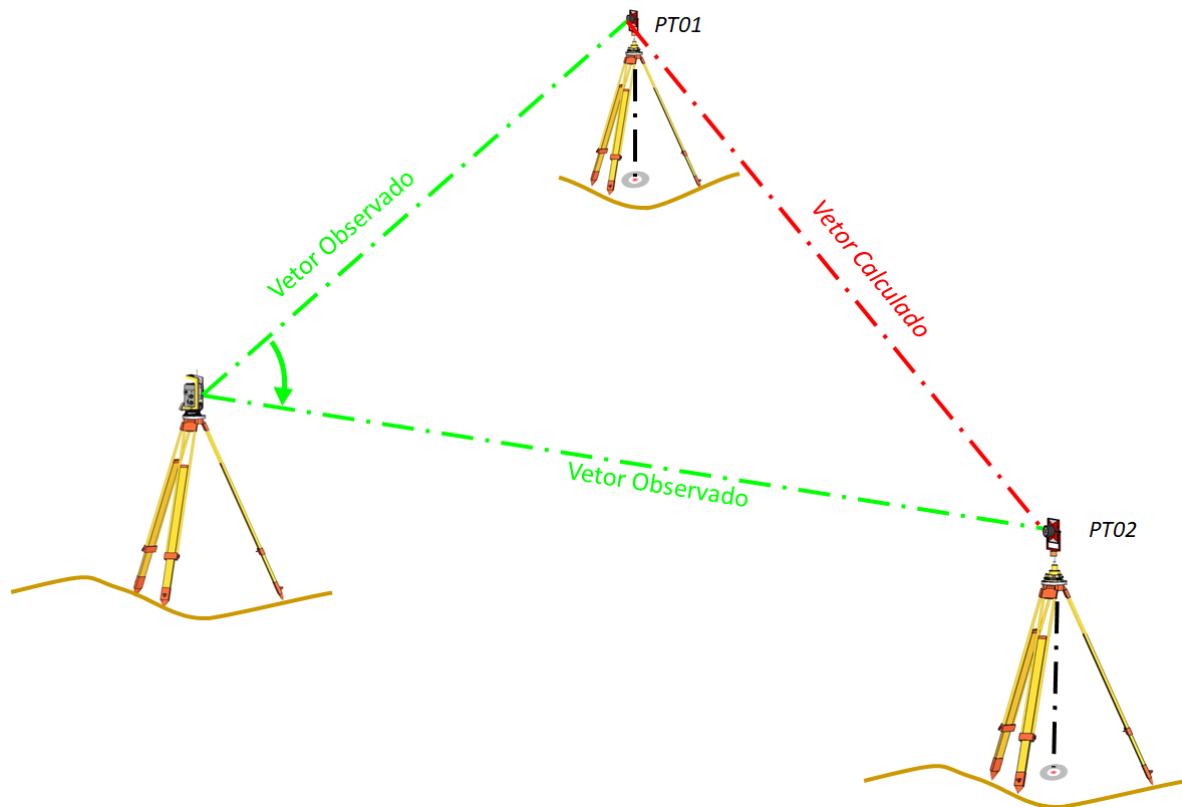
2.1 MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE

Para realizar a orientação de uma Estação Total em um determinado sistema de referência pode-se instalar o instrumento em um ponto com coordenadas conhecidas (ou arbitradas) neste sistema e usando uma direção conhecida é possível determinar, no sistema de referência, o ponto origem da estação total: interseção do eixo vertical, eixo horizontal e eixo de visada do instrumento. É no ponto origem que estão referidas as observações realizadas pelo instrumento.

Esta forma de orientação é amplamente conhecida e utilizada, porém depende que haja um ponto materializado e com coordenadas conhecidas que permita ser ocupado pelo instrumento. No entanto existem soluções para determinação do ponto origem da estação que não dependem da ocupação de um ponto conhecido. Desta independência surge o termo Estação Livre, que nesta pesquisa abrange todas as metodologias que realizam a orientação da estação total sem a necessidade de o instrumento ocupar um ponto com coordenadas previamente conhecidas. O Método da Estação Livre apresenta diferentes soluções matemáticas, como pode ser visto no próximo item, e apresenta diferentes denominações como intersecção a ré e ressecção espacial. (ALVES et al., 2012)

A possibilidade de escolha do local a ser estacionado é uma das grandes vantagens em relação aos outros métodos que utilizam a estação total para as observações de campo. As coordenadas da estação são obtidas através da leitura de direções e/ou de distâncias com visadas aos pontos de apoio, ou seja, os pontos que materializam o sistema de referência (com coordenadas conhecidas). Com essas leituras é possível calcular as coordenadas da estação, e caso haja leituras também poderão ser calculadas as suas coordenadas de pontos visados. A figura 1 ilustra a estação livre utilizando dois pontos de apoio.

Figura 1 - Exemplo de estação Livre com dois pontos de apoio.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

O método da estação livre vem sendo investigado para diversas finalidades. Dentre estas finalidades destaca-se o monitoramento de estruturas. Shults e Roshchyn (2016) em seu estudo apresentam que o monitoramento geodésico de edifícios e de obras que recebam carga dinâmica é uma das tarefas mais difíceis para os profissionais da área. Os métodos tradicionais de monitoramento em que a estação total ocupava pontos fixos (materializados) estão sendo substituídos pelo método da estação livre devido a este permitir que seja buscado posições otimizadas para a ocupação da estação total.

Os autores acima mencionados propõem uma maneira de realizar a pré-análise da acurácia na determinação de pontos utilizando o método da estação livre para a determinação de deslocamentos na construção civil. Sampaio, Dalazoana e Veiga (2019) também efetuam estudos neste tema e, utilizando um *plugin* efetuaram o cálculo da propagação de erro para uma nuvem de pontos simulada em uma usina hidroelétrica.

Horemuz e Jansson (2017) trazem um estudo que utiliza a estação livre baseada no método polar e transformadas de Helmert e concluem que, quando os pontos de apoio possuem iguais desvios padrão, as coordenadas de um novo ponto com os menores desvios padrão estarão no centro de gravidade dos pontos de apoio. Sabendo que na prática os desvios padrão dos pontos de apoio não são iguais, os autores supracitados executam testes pelo método de

tentativa e erro e concluem que, mesmo quando a melhor posição não é o centro de gravidade, a diferença nos resultados é insignificante entre esta posição ótima e o centro de gravidade.

Outra linha de investigação é o uso do método da estação livre para a implantação e densificação de redes de referência, seja a finalidade desta rede apoiar levantamentos o em túneis (ALIZADEH-KHAMENEH; ANDERSSON, 2020), levantamentos em trilhos de alta velocidade (YAN; CEN; LI, 2020) ou em levantamentos que formarão a base cartográfica cadastral (KLEIN et al., 2017). Quando visa-se ocupar a estação total no local ideal, ou seja, no local que forneça os menores desvios padrão, as diferentes soluções matemáticas para o M.E.L. podem apresentar diferentes resultados, visto que cada solução possui as suas singularidades.

2.1.1 SOLUÇÕES MATEMÁTICAS PARA A ESTAÇÃO LIVRE

Diferentes deduções matemáticas atendem ao problema da estação livre. Rogers (1965) nos traz que:

...soluções para este problema foram dadas por **Snell**, **Pothenot**, **Hansen**, **Marek** entre outros. **Snell** e **Pothenot** escreveram soluções para o caso em que três pontos são dados e um único ponto desconhecido é determinado. O problema de **Hansen** é formulado em termos de dois pontos dados e a medida de quatro ângulos independentes a partir de dois pontos desconhecidos cujas coordenadas devem ser calculadas. **Marek** considerou quatro pontos dados e dois pontos desconhecidos, onde quatro ângulos foram medidos a partir da linha que une os dois pontos desconhecidos.

Dentre as soluções possíveis, o método de Pothenot é bastante utilizado e segundo Kahmen e Faig (1988) apud Miranda e Veiga (2010):

...consiste em determinar as coordenadas de um novo ponto ocupado pelo equipamento, a partir de observações de direções a estações de controle, bem como, do conhecimento das coordenadas dessas estações.

Verifica-se que o método de Pothenot não depende das distâncias entre o ponto de ocupado e os pontos de referência. No entanto este método precisa de no mínimo 3 pontos de apoio para solução e 4 pontos para que solução permita ajustamento. Também não é possível calcular a um fator de escala para melhor ajuste, devendo este ser previamente conhecido ou igual a 1. O círculo formado pelos 3 pontos de apoio é denominado “círculo perigoso”, pois se o ponto ocupado estiver em qualquer ponto deste círculo não será possível determinar uma solução única. (ROGERS, 1965)

Dekov (2012) apresenta uma nova solução numérica para o problema da ressecção de três pontos baseados somente em ângulos e usando apenas fórmulas básicas da geometria. Esta é uma alternativa às outras soluções existentes, mais simples do que os métodos analíticos e não possui singularidades, exceto pelas singularidades intrínsecas do problema de ressecção de

três pontos. O autor afirma que outras abordagens sofrem de mais singularidades que tornam o ponto desconhecido inalcançável, e cita um exemplo: o método Tienstra é indeterminado quando as três estações estão alinhadas.

Também há a solução em que se arbitra um sistema de referência local, onde são determinadas as coordenadas do ponto ocupado e dos pontos observados, incluindo os pontos de apoio. De posse das coordenadas dos pontos de apoio no sistema local e no sistema de destino, utiliza-se as transformadas de Helmert para calcular as outras coordenadas no sistema de destino. Baseada em transformações geométricas entre sistemas de coordenadas, esta solução permite resolução com apenas dois pontos de apoio, e com três pontos é possível realizar o ajustamento. Esta pesquisa irá se ater a solução dada por Helmert, pois esta é a base dos cálculos que serão utilizados para esta pesquisa conforme será apresentado no item a seguir.

2.1.1.1 Transformadas de Helmert

As transformadas de Helmert, amplamente usada em Geodésia, são transformações entre sistemas de referência, ou seja, na alteração das coordenadas de um conjunto mínimo de dois pontos, em relação a um sistema de referência para fazer com que elas se refiram a outra sistema de referência e envolvam rotações, translações e escala. Portanto existem diversas variações desta transformação, cada qual adequando os parâmetros às suas necessidades.

Para dois sistemas ortogonais tridimensionais pode-se utilizar a transformação de Helmert 3D com 7 parâmetros: três translações, três rotações e um fator de escala aplicado nos 3 eixos, conforme apresentado na equação (1).

$$P_s = T + P * R \quad (1)$$

em que

P_s = vetor das coordenadas no sistema de destino

T = vetor das translações entre os sistemas

P = vetor das coordenadas no sistema inicial

R = Matriz de rotação

As translações são dadas pelas projeções em cada eixo da distância entre a origem dos sistemas utilizados conforme ilustra a equação (2).

$$T = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 - X_{S_0} \\ Y_0 - Y_{S_0} \\ Z_0 - Z_{S_0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

em que

T_x, T_y, T_z = translações nos respectivos eixos

X_0, Y_0, Z_0 = coordenadas da origem do sistema local

$X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0}$ = coordenadas da origem do sistema de referência.

A matriz de rotação quando associada à um fator de escala é dada pela equação (3).

$$R = \begin{bmatrix} D & -Rz & Ry \\ Rz & D & -Rx \\ -Ry & Rx & D \end{bmatrix} \quad (3)$$

em que

R = Matriz de rotação

Rx, Ry, Rz = rotações nos respectivos eixos

As rotações em cada um dos eixos de são dadas pela equação (4).

$$Rx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; Ry = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}; Rz = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

em que

Rx, Ry, Rz = rotações nos respectivos eixos

α, β, γ = ângulos de rotação entre os sistemas (eixo x, y e z)

Substituindo as equações (2 e (3 na equação (1 temos a equação (5 que representa de forma matricial a transformação de Helmert 3D com 7 parâmetros

$$\begin{bmatrix} Xs \\ Ys \\ Zs \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} D & -Rz & Ry \\ Rz & D & -Rx \\ -Ry & Rx & D \end{bmatrix} \quad (5)$$

em que:

Xs, Ys, Zs = coordenadas no novo sistema

X, Y, Z = coordenadas no sistema original

Tx, Ty, Tz = translações nos respectivos eixos

D = escala aplicada em todos os eixos

Rx, Ry, Rz = rotações nos respectivos eixos

Dentre estas diferentes variações para as transformadas de Helmert, é de interesse para esta pesquisa a metodologia desenvolvida por Klein et al. (2017), aqui denominada Método Klein. Este método visa a transformação de coordenadas topográficas locais em coordenadas na projeção Universal Transversa de Mercator (UTM) baseadas nas transformações de Helmert. Este método será a base do desenvolvimento da solução matemática para o problema da Estação Livre desta pesquisa como visto no próximo item.

2.1.1.2 Adaptação do Método de Helmert

O desenvolvimento matemático para resolução da estação livre com propagações de erros apresentado por Klein et al. (2017) optou por considerar uma transformação geométrica 3D com seis parâmetros: três translações (uma em cada eixo cartesiano); um ângulo de rotação (no plano horizontal); e dois fatores de escala (um no plano horizontal e outro no eixo vertical) pois estes autores consideraram que a transformação é entre um sistema de cartesiano

tridimensional (sistema topográfico local), para um sistema de coordenadas em projeção UTM e uma coordenada altimétrica de interesse.

Portanto os autores desta metodologia optaram por manter o eixo Z paralelo entre o sistema local e o sistema de referência, evitando duas rotações. A escala planimétrica é diferente da escala altimétrica devido ao fato de a escala planimétrica depender do fator de escala da projeção associado ao coeficiente de redução ao elipsoide e a escala vertical servir como artifício para solucionar questões quando a ondulação geoidal se modificar a ponto de influenciar nos resultados.

Esta transformação, utiliza os conceitos derivados da transformação de Helmert 3D associada a transformações no eixo altimétrico, apresentando a limitação de que tanto o sistema local, como o sistema de referência devem ser planialtimétricos. O Sistema de projeção UTM é planimétrico, portanto, faz necessário a associação de um componente altimétrico como, por exemplo, a altitude elipsoidal.

Sendo assim na equação (6) proposta em Klein et al. (2017) para a relação matemática entre as coordenadas de um mesmo ponto em dois sistemas de referência.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{x,y} \cdot \cos \theta & \lambda_{x,y} \cdot \sin \theta & 0 \\ -\lambda_{x,y} \cdot \sin \theta & \lambda_{x,y} \cdot \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que:

X, Y, Z = coordenadas 3D do ponto no Sistema de Referência

x, y, z = coordenadas do mesmo ponto no sistema local

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ = translações nos respectivos eixos

$\lambda_{x,y}$ = fator de escala horizontal

λ_z = fator de escala vertical

θ = Ângulo de rotação horizontal

Desta forma, observando dois pontos de apoio, têm-se um sistema de 6 equações e 6 incógnitas, o que possibilita uma solução única e exata, isto é, sem controle de erros. Com três ou mais pontos de apoio, é possível realizar um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados para obter os seis parâmetros de transformação por meio do ajustamento combinado.

Ao realizar sua pesquisa, Klein et al. (2017) não realizou a propagação de erros no sistema local com o rigor que é encontrado em Klein e Lima (2018) e adotou planilhas eletrônicas como ferramenta para os cálculos e, portanto, visando evitar iterações no ajustamento a equação (6) foi linearizada fazendo $a = \lambda_{x,y} \cdot \cos \theta$ e $b = \lambda_{x,y} \cdot \sin \theta$.

A pesquisa aqui apresentada ainda se diferencia de Klein et al. (2017) por apresentar os resultados das irradiações calculadas a partir da ocupação realizada pelo M.E.L. A maioria destas diferenças deve-se ao fato de que com o uso da programação de computadores pôde-se

trabalhar o ajustamento com maior profundidade. Detalhes do ajustamento de observações geodésicas utilizado são apresentados no próximo item.

2.2 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

Nas últimas décadas os equipamentos utilizados para os levantamentos topográficos e geodésicos passaram por grandes transformações. A tecnologia digital propiciou rapidez, unificou equipamentos, possibilitou o armazenamento digital das medições e estabeleceu formas de comunicação com ou sem fio. Segundo Souza (2010) a área de mensuração está sendo submetida a uma rápida evolução tanto na parte técnica, como na parte de equipamentos.

A evolução instrumental proporcionou maior facilidade para obter medições confiáveis, e, para isso, geralmente são feitas mais medições que o mínimo necessário (redundância), permitindo o ajustamento de observações. De acordo com Dalmolin (2004) “o ajustamento é um ramo da matemática aplicada e tem por objetivo solução única para os problemas onde o número de observações é superabundante e o sistema de equações inconsistente”. Para Gemael (2004):

“...a desconfiança no resultado de uma medida isolada, fruto da falibilidade humana, leva naturalmente à multiplicação das observações. E assim fica criado um novo problema: a partir da pluralidade de observações, sabidamente incorretas (pelas discrepâncias que apresentam), isto é dados redundantes inexatos, extrair um resultado que seja único e que possa representar com a maior confiança a grandeza medida.”

Ghilani e Wolf (2006) salientam que os profissionais prudentes da área da Topografia e Geodésia sempre fazem observações redundantes em seu trabalho, por duas razões: primeiro para permitir a avaliação de erros e decisões relativas à aceitação ou rejeição das observações, e em segundo para tornar possível um ajuste pelo qual os valores finais com maior precisão são determinados para as observações.

2.2.1 Erros de Observação

Sobre os erros de observação Gemael (2004) nos traz:

“...renunciando a pretensão de chegar ao verdadeiro valor das grandezas medidas. Isso porque as observações mesmo que repetidas em condições supostamente idênticas, se fazem acompanhar dos inevitáveis erros de medida...”

Na mesma ótica, Miranda (2012) afirma que as observações apresentam flutuações probabilísticas, pois, quando se repete a medida de uma grandeza, os vários valores não são

idênticos, mas dispersos numa certa região ou intervalo. Essas flutuações, tradicionalmente, são classificadas como erros aleatórios. Dalmolin (2004) possui a mesma linha de pensamento:

“as observações são representações de quantidades físicas como comprimento, ângulo, peso, etc. As quantidades numéricas são obtidas através de medições; possuem, portanto, não apenas as flutuações randômicas das próprias observações, mas também toda sorte de erros possíveis de ocorrer mas imediações, identificações, anotações e transferência de dados.”

Para Gemael (2004) além dos erros aleatórios, as observações podem estar contaminadas pelos erros sistemáticos e grosseiros. A desatenção do observador pode conduzir a erros grosseiros como a inversão de dígitos numa leitura e nesta perspectiva Dalmolin (2004) relata que as medidas podem possuir erros grosseiros, tais como: os enganos de notação; erro de digitação ou erro de formato na leitura computacional; erros na identificação do objeto medido, entre outros. Erros sistemáticos são definidos como os erros produzidos por causas conhecidas e que se pode minimizá-los ou eliminá-los de forma teórica (a posteriori mediante fórmulas da teoria) ou por meio de técnicas especiais de medição (ex. equidistância no nivelamento geométrico reduz os efeitos de curvatura da terra.).

Toda medição estará eivada de erros e conforme relata Fonte (1994): *“a existência de erros aleatórios é uma característica inerente ao processo físico de medição, sendo, portanto, uma propriedade das observações”*. Como definição de erros aleatórios, a mesma autora apresenta: *“são os erros existentes num grupo de observações depois de detectados e eliminados os erros aleatórios, identificadas as causas de erros sistemáticos e corrigidas as observações da sua influência”*

É preciso enfatizar que o ajustamento de observações realizado nesta pesquisa exige que as observações sejam previamente depuradas das influências dos erros grosseiros e sistemáticos, restando apenas os erros aleatórios.

Ao se deparar com todos estes fatores que produzem incertezas, torna-se comum a redundância nas medições, realizando mais observações que o mínimo necessário (ex. séries de observações). Este processo facilita a detecção de erros grosseiros e possibilita a execução de um ajustamento de observações, ou seja, que se determine uma solução única e a estimativa da precisão da solução de um sistema de equações com observações redundantes com equações inconsistentes. Uma das maneiras de se determinar a solução única nos sistemas de equações consiste no uso do método dos mínimos quadrados.

2.2.2 Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

Para Gemael (2004) “*na impossibilidade de obtermos o verdadeiro valor de uma grandeza, nos contentamos com uma estimativa na qual possamos confiar*”. Ou seja, adota-se um valor com base em determinado critério como o mais provável e calcula-se os resíduos, que são a diferença entre o valor mais provável e cada uma das observações. Porém os valores verdadeiros são desconhecidos a priori, e ao mudar os critérios pode-se eleger um valor verdadeiro diferente da estimativa inicial e isso resulta em um novo conjunto de resíduos. Gemael (2004) traz que se for admitido um valor que represente observações, dois fatos devem ser considerados: usualmente em topografia e geodésia o número de observações é superior ao número de incógnitas e as observações vem eivadas dos inevitáveis erros de medida que tornam o sistema inconsistente.

Sobre qual valor deve ser adotado como melhor estimador (valor verdadeiro), Carl Friedrich Gauss, em 1809 demonstrou que a melhor maneira de determinar um parâmetro desconhecido de uma equação de condições é minimizando a soma dos quadrados dos resíduos, mais tarde chamado de Mínimos Quadrados por Adrien-Marie Legendre. (Luz, 2013)

USACE (2018) salienta que o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é amplamente aplicado no ajustamento das medições topográficas e geodésicas, pois define um conjunto consistente de procedimentos matemáticos e estatísticos para encontrar coordenadas desconhecidas usando observações redundantes.

Gemael (2004) traz que aplicar o MMQ é aceitar como melhor estimador aquele que nos conduz a resíduos, mediante a consideração dos pesos, que satisfaçam a condição da equação (7).

$$V^T P V = \text{mín} \quad (7)$$

em que:

V = Vetor dos resíduos.

P = Matriz peso

De posse dos resíduos, é possível avaliar a assertividade do ajustamento por meio da análise do grau de aderência entre a variância da unidade de peso *a priori*, que é arbitrada, e a variância da unidade de peso *a posteriori*, em determinado nível de confiança (α). Esta verificação denomina-se teste de qui-quadrado e mais informações sobre este tema podem ser encontrada em Gemael (2004) e Nadal, Juliano e Ratton (2003).

Pode-se então afirmar que se o número de medições disponíveis exceder o número mínimo necessário para uma solução exclusiva (graus de liberdade), um ajuste será usado para

adaptar de maneira ideal uma solução a todas as medições. As coordenadas ajustadas dos mínimos quadrados são únicas, têm a probabilidade máxima de estar correta e o erro provável é mínimo. (USACE, 2018)

Minimizar os efeitos dos erros aleatórios por meio do MMQ não é o suficiente para que se tenha a precisão posicional dos pontos levantados, para tal é preciso propagar os erros desde a Rede de Referência, passando pela densificação até chegar na irradiação por meio da propagação das covariâncias.

2.2.3 Lei de Propagação dos Erros

O termo Lei de propagação de erros é mais usual no mundo do trabalho da Topografia e Geodésia e área afins, no entanto na estatística é comumente chamado de lei de propagação das covariâncias.

Covariância é a medida do grau de independência entre duas variáveis aleatórias. Independência entre variáveis aleatórias pode ser entendida como a probabilidade do evento A não ter a menor influência sobre a probabilidade do evento B e vice-versa. Pode-se definir que a covariância exprime a correlação entre as duas variáveis, ou seja, o grau de dependência entre as mesmas. (GEMAEL, 2004)

Dalmolin (2004) afirma que a lei de propagação de erros é de grande aplicação no ajustamento pois permite a obtenção da Matriz Variância-Covariância (MVC) da variável independente em função da MVC da variável dependente. A equação que descreve a lei de propagação de erros na forma matricial é apresentada na equação (8).

$$\Sigma_y = A \cdot \Sigma_x \cdot A^T \quad (8)$$

em que:

Σ_x = Matriz Variância-covariância da variável independente

A = Matriz transformação.

Σ_y = Matriz Variância-covariância da variável dependente

A matriz transformação é obtida através do desenvolvimento da série de Taylor e é dada conforme a equação (9): (DALMOLIN, 2004)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(y_1)}{\partial x_1} & \frac{\partial f(y_1)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f(y_1)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f(y_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f(y_2)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f(y_2)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(y_m)}{\partial x_1} & \frac{\partial f(y_m)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f(y_m)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

em que:

$\frac{\partial f(y_m)}{\partial x_n}$ = derivada parcial na m-ésima equação do sistema em relação ao n-ésimo parâmetro.

A = Matriz transformação

2.2.4 Modelo Combinado

Nesta pesquisa será aplicado o ajustamento de observações conhecido como modelo combinado ou modelo de Gauss-Helmert (*mixed or Gauss-Helmert model*), que reúne os parâmetros ajustados e as observações ajustadas ligados por uma função não explícita. Este modelo é mais generalista e menos restritivo, sendo os modelos paramétrico e correlato particularidades dele.

O modelo combinado, tal qual o modelo dos correlatos, envolve equações de condição, no entanto considera observações e parâmetros, portanto seu modelo matemático pode ser expresso pela equação (10).

$$F(\hat{y}, \hat{x}) = 0 \quad (10)$$

Em que:

L_a = vetor das observações ajustadas

X_a = vetor dos parâmetros ajustados

A equação (10) pode ser linearizada por Série de Taylor em torno do vetor das observações y e um vetor de parâmetros aproximados x_0 , obtém-se a equação (11):

$$A\delta\hat{x} + B\hat{v} + w = 0 \quad (11)$$

em que:

A = é a matriz das derivadas parciais das equações de condição em relação aos parâmetros ajustados

$\delta\hat{x}$ = vetor de correção aos parâmetros iniciais

B = é a matriz das derivadas parciais das equações de condição em relação as observações ajustadas

\hat{v} = vetor dos resíduos

w = vetor erro de fechamento -

Na equação acima é considerado que: a matriz A é obtida conforme a equação (9). O vetor de correções iniciais aos parâmetros X é o resultado da subtração do vetor dos parâmetros ajustados menos o vetor dos parâmetros iniciais, conforme a equação (12).

$$\delta\hat{x} = \hat{x} - x_0 \quad (12)$$

em que:

$\delta\hat{x}$ = vetor de correção aos parâmetros iniciais

\hat{x} = vetor dos parâmetros ajustados

x_0 = vetor dos parâmetros iniciais

A matriz de transformação B é a matriz das derivadas parciais das equações de condição em relação as observações ajustadas e é dada pela equação (13).

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(y_1)}{\partial L_1} & \frac{\partial f(y_1)}{\partial L_2} & \dots & \frac{\partial f(y_1)}{\partial L_n} \\ \frac{\partial f(y_2)}{\partial L_1} & \frac{\partial f(y_2)}{\partial L_2} & \dots & \frac{\partial f(y_2)}{\partial L_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(y_m)}{\partial L_1} & \frac{\partial f(y_m)}{\partial L_2} & \dots & \frac{\partial f(y_m)}{\partial L_n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

em que:

B = é a matriz das derivadas parciais das equações de condição em relação as observações ajustadas

$\frac{\partial f(y_m)}{\partial L_n}$ = derivada parcial na m -ésima equação do sistema em relação a n -ésima observação.

O vetor dos resíduos é o resultado da subtração do vetor das observações ajustadas pelo o vetor das observações iniciais conforme a equação (14). Quando aplicado os valores das observações ainda não ajustados conjuntamente com os parâmetros iniciais às equações, obtém-se o vetor erro de fechamento conforme a equação (15).

$$\hat{v} = \hat{y} - y \quad (14)$$

em que:

\hat{v} = vetor dos resíduos

\hat{y} = vetor das observações ajustadas

y = vetor das observações iniciais

$$w = F(y, x_0) \quad (15)$$

em que:

w = vetor erro de fechamento

y = vetor das observações iniciais

x_0 = vetor dos parâmetros iniciais

Ao aplicarmos a técnica Lagrangiana para satisfazer ao critério do MMQ e as equações de condição, os sistemas de equações normais podem apresentar problemas na inversão das super-matrizes que serão criadas. Para solucionar este problema recorre-se á relações matemáticas e uso de matrizes auxiliares. Toda a dedução deste modelo funcional e soluções matemáticas podem ser encontradas em Ghilani e Wolf (2006), Gemael (2004) e Dalmolin (2004).

Para Dalmolin (2004) os resultados do modelo combinado “só seriam os resultados finais se os valores utilizados como ponto de expansão da série de Taylor (y, x_0) estivessem suficientemente próximos dos pontos \hat{y}, \hat{x} ”. Segundo Gemael (2004) “os modelos matemáticos que ocorrem com mais frequência em geodésia são não lineares”. O mesmo autor ainda traz que: “É obvio que a omissão de termos na série de Taylor e a adoção de parâmetros iniciais

aproximados introduzem erros no ajustamento, os quais, certamente, variam de um problema para outro.”.

Desta forma induz-se à iteração, onde os valores encontrados são adotados como valores aproximados melhores que o anterior e assim sucessivamente até que se atinja o ponto de convergência. Dalmolin (2004) aponta que:

“o processo iterativo continua até a convergência, admitida esta, numa iteração i ou através de um teste comparativo da diferença dos parâmetros ajustados em uma iteração i com os dados da iteração $i-1$ ser menor que um δ pré-estabelecido.”

O uso do MMQ no modelo combinado para solução de problemas tais quais as transformadas de Helmert 3D demanda considerável volume de cálculos matemáticos, fazendo com que a utilização programação de computadores seja indispensável quando deseja-se realizar os cálculos dos dados de diversos levantamentos de campo. E sobre este tema Gemael (2004) traz:

De qualquer forma, ao elaborar um programa de ajustamento para computação eletrônica o geodesta deve obrigatoriamente introduzir iterações; e adotar critérios que fixem um valor aceitável como “ponto de convergência”, equilibrando fatores antagônicos como precisão e economia.

A depender da metodologia aplicada para a determinação da estação livre, é preciso ter as coordenadas dos pontos de apoio no sistema de referência e no sistema local com seus respectivos erros determinados. Na densificação de redes de referência as coordenadas e precisão dos pontos de apoio no sistema de referência advêm das monografias geradas na implantação inicial da rede ou densificação realizada anteriormente. Para a determinação das coordenadas e suas respectivas precisões dos pontos de apoio no sistema local é utilizado o método polar (irradiação).

2.2.5 Precisões das coordenadas no sistema local

Para SIGUEL et al. (2013) a determinação das coordenadas tridimensionais (X, Y, Z) de um ponto pode ser obtida através do método de irradiação 3D ou também chamado em algumas literaturas de método polar. Este método está baseado na observação de direções horizontais, ângulos verticais e distâncias dos pontos de interesse em relação a uma direção conhecida usada como referência.

Tradicionalmente o eixo Z é orientado no zênite, o eixo Y orientado no norte do sistema de referência (e.g. magnético, verdadeiro, de quadrícula, etc.) e o eixo X forma um sistema ortogonal dextrogiro. O ponto ocupado pelo instrumento (ponto em comum às direções)

é comumente denominado ponto de estação, os outros são denominados pontos visados ou pontos objeto. Este sistema tridimensional é derivável em dois: planimetria (X e Y) e altimetria (Z), portanto há a possibilidade de trabalhar com datums diferentes dentro do mesmo sistema tridimensional.

O formulário para a obtenção das coordenadas retangulares planimétricas de um ponto visado a partir de um ponto de estação pré-determinado, quando se é conhecido o azimute, ângulo zenital e distância inclinada é bastante conhecido na literatura. As equações 16 e 17 são apresentadas para a planimetria com uso da distância inclinada.

$$X = X_0 + Di \cdot \text{sen } Ze \cdot \text{sen } Az \quad (16)$$

$$Y = Y_0 + Di \cdot \text{sen } Ze \cdot \text{cos } Az \quad (17)$$

em que:

X_0, Y_0 = coordenadas do ponto ocupado

Di = distância inclinada

Ze = ângulo zenital

Az = azimute

Pode-se fazer uso da Distância Horizontal (D_H) que é definida por:

$$D_H = Di \cdot \text{sen } Ze \quad (18)$$

em que:

D_H = distância horizontal

Di = distância inclinada

Ze = ângulo zenital.

Substituindo a equação 18 na 16 e na 17, têm-se:

$$X = X_0 + DH \cdot \text{sen } Az \quad (19)$$

$$Y = Y_0 + DH \cdot \text{cos } Az \quad (20)$$

em que:

X, Y = coordenadas do ponto visado

X_0, Y_0 = coordenadas do ponto ocupado

D_H = distância horizontal

Az = azimute

Referente à altura do ponto visado, quando utilizado o nivelamento trigonométrico onde a estação total ocupa um ponto com altitude/altura conhecida, a altura do ponto visado é dada pela equação 21. O desnível entre os pontos é calculado através da equação 22 e a correção da curvatura da Terra, é dada pela equação 23.

$$h = h_0 + DN + C_{DN} \quad (21)$$

em que:

h = coordenada altimétrica do ponto visado

h_0 = coordenada altimétrica do ponto ocupado

DN = desnível entre os pontos ocupado e visado

C_{DN} = correção da curvatura da terra

$$DN = A_i + Di \cdot \cos Ze - A_s \quad (22)$$

em que:

DN = desnível entre os pontos ocupado e visado

A_i = altura do instrumento

Di = distância inclinada

Ze = ângulo zenital.

A_s = altura do sinal

$$C_{DN} = 6,75 \times 10^{-8} (Di \cdot \sen Ze)^2 \quad (23)$$

em que:

C_{DN} = correção da curvatura da terra

Di = distância inclinada

Ze = ângulo zenital.

Klein e Lima (2018) realizaram um estudo sobre a propagação de erros no método da irradiação e nos trazem que aplicando a lei de propagação de variâncias e covariâncias os desvios-padrões das coordenadas X e Y de um ponto visado são dados pelas equações 24 e 25 respectivamente. Observa-se que o desvio-padrão do azimute é expresso em segundos de arco, sendo a termo $\frac{\pi}{648000}$ incluso para a transformação do desvio-padrão do azimute em radianos.

$$\sigma_X = \pm \sqrt{\sigma_{X_0}^2 + \sen^2 Az \sigma_{DH}^2 + (D_H \cdot \cos Az)^2 \left(\sigma_{Az} \cdot \frac{\pi}{648000} \right)^2} \quad (24)$$

$$\sigma_Y = \pm \sqrt{\sigma_{Y_0}^2 + \cos^2 Az \sigma_{DH}^2 + (D_H \cdot \sen Az)^2 \left(\sigma_{Az} \cdot \frac{\pi}{648000} \right)^2} \quad (25)$$

em que:

σ_X, σ_Y = desvio-padrão das coordenadas do ponto ocupado

$\sigma_{X_0}, \sigma_{Y_0}$ = desvio-padrão das coordenadas do ponto ocupado

Az = azimute

σ_{DH} = desvio-padrão da distância horizontal

D_H = distância horizontal

σ_{Az} = desvio-padrão do azimute

A formulação apresentada por Klein e Lima (2018) utiliza-se de leituras como visadas à ré, porém quando aplicado à Estação Livre o método polar não faz uso de visadas à ré. Sendo assim, a dedução matemática da propagação de erros sofre alterações em relação ao apresentado pelos autores acima citados. Essas alterações são no termo σ_{Az} , desvio-padrão do azimute, utilizado nas equações 24 e 25, que se torna-se igual ao desvio-padrão do instrumento. O desvio-padrão do instrumento, também sofre alteração ao ser eliminado os termos referentes as visadas de ré, pois o número de leituras será diminuído, conforme aponta a equação 26:

$$\sigma_I = \pm \sqrt{\left(\frac{4}{n}\right) \cdot PN_{ang}^2 + \frac{\sigma_n^2}{n} + \sigma_c^2} \quad (26)$$

em que:

n = número de leituras

PN_{ang}^2 = precisão nominal angular do instrumento

σ_n = erro na leitura do ângulo horizontal

σ_c = erro angular de centragem

Na equação 26 tem-se o termo σ_n que corresponde ao erro na leitura do ângulo horizontal em função do erro de nivelamento do instrumento e este termo também sofre alteração devido a eliminação das visadas de ré, resultando na equação 27.

$$\sigma_n = \pm \sqrt{\sigma_{comp}^2 * \cot^2 Ze} \quad (27)$$

em que:

σ_{comp} = precisão do compensador vertical

Ze = ângulo zenital.

Na equação 27 a precisão do compensador utilizada é fornecida pelo fabricante do instrumento. O termo σ_c também está presente na equação 26, e corresponde ao erro angular de centragem resultante na ocupação do ponto de estação, do vértice de ré e do PV, novamente ao se eliminar os efeitos da visada de ré nos cálculos do erro angular de centragem tem-se a equação 28:

$$\sigma_c = \pm \sqrt{\left[\left(\frac{\varepsilon_r}{D_H}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_i}{D_H}\right)^2\right] * \left(\frac{648000}{\pi}\right)} \quad (28)$$

em que:

ε_r = erro de centragem do prisma refletor

ε_i = erro de centragem do instrumento

D_H = distância horizontal

Após a obtenção do desvio-padrão das coordenadas X, Y o desvio-padrão horizontal (planimétrico) é dado pela raiz quadrada da soma das covariâncias de X e Y. Desta forma equação resultante para o desvio-padrão horizontal é dada pela equação 29. (KLEIN; LIMA, 2018)

$$\sigma_{2D} = \pm \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \pm \sqrt{\sigma_{X_0}^2 + \sigma_{Y_0}^2 + \sigma_{DH}^2 + D_H^2 \cdot \left(\sigma_{Az} \cdot \frac{\pi}{648000}\right)^2} \quad (29)$$

em que:

σ_X, σ_Y = desvio-padrão das coordenadas do ponto ocupado

$\sigma_{X_0}, \sigma_{Y_0}$ = desvio-padrão das coordenadas do ponto ocupado

σ_{DH} = desvio-padrão da distância horizontal

D_H = distância horizontal

O cálculo do desvio-padrão da componente vertical formulado por Klein e Lima (2018) inclui o desvio-padrão das coordenadas iniciais do ponto ocupado. No M.E.L. as coordenadas iniciais são arbitradas e seu erro é dado como inexistente. Desta forma a equação 30 apresenta a fórmula adaptada para esta pesquisa.

$$\sigma_h = \pm \sqrt{\sigma_{DN}^2} \quad (30)$$

em que:

σ_{DN} = desvio-padrão do desnível entre os pontos

O desvio-padrão planialtimétrico (desvio-padrão 3D), resultante da combinação do desvio-padrão planimétrico e do desvio-padrão da altimetria é dado pela equação 31. (KLEIN; LIMA, 2018)

$$\sigma_{3D} = \pm \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_h^2} = \pm \sqrt{\sigma_{2D}^2 + \sigma_h^2} \quad (31)$$

em que:

σ_{3D} = desvio-padrão planialtimétrico

$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_h$ = desvio-padrão das coordenadas do ponto ocupado

De posse das coordenadas e dos erros dos pontos de referência, no sistema de referência e no sistema local, o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados pode ser calculado com a propagação dos erros. Obtido as coordenadas e os erros do ponto ocupado, este mesmo formulário do método polar pode ser aplicado para cálculo do ponto observado.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo apresenta-se o material utilizado e os procedimentos realizados no desenvolvimento da pesquisa. O material é listado abaixo e os procedimentos são descritos nos próximos itens.

3.1 MATERIAIS

A instrumentação topográfica e geodésica foi gentilmente fornecida pelo laboratório de topografia do Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC - Campus Florianópolis, conforme abaixo relacionados:

- Estação Total RUIDE RTS822R³ - com precisão angular de $\pm 2''$, precisão linear de $\pm(2\text{mm}+2\text{ppm})$ e precisão do compensador de $\pm 1''$. Principais características: Estação Total convencional que armazena dados brutos no formato da Nikon. O *firmware* permite a estação livre sem propagação de erros.
- Estação Total TRIMBLE S7 - com precisão angular de $\pm 5''$, precisão linear de $\pm(2\text{mm}+2\text{ppm})$ e precisão do compensador de $\pm 0,5''$. Principais características: Estação total robótica que possui sistema de colimação automática no prisma, servo-motores para automação nas leituras conjugadas e série de leituras. Armazena em formato do próprio fabricante, porém possui programa para conversão no formato Nikon.
- GNSS TOPCON HIPER V – com precisão de horizontal de $\pm(3.0\text{mm}+0,1\text{ppm})$ e precisão vertical de $\pm(3,5\text{ mm}+ 0,4\text{ppm})$, dupla frequência, GPS e GLONASS.

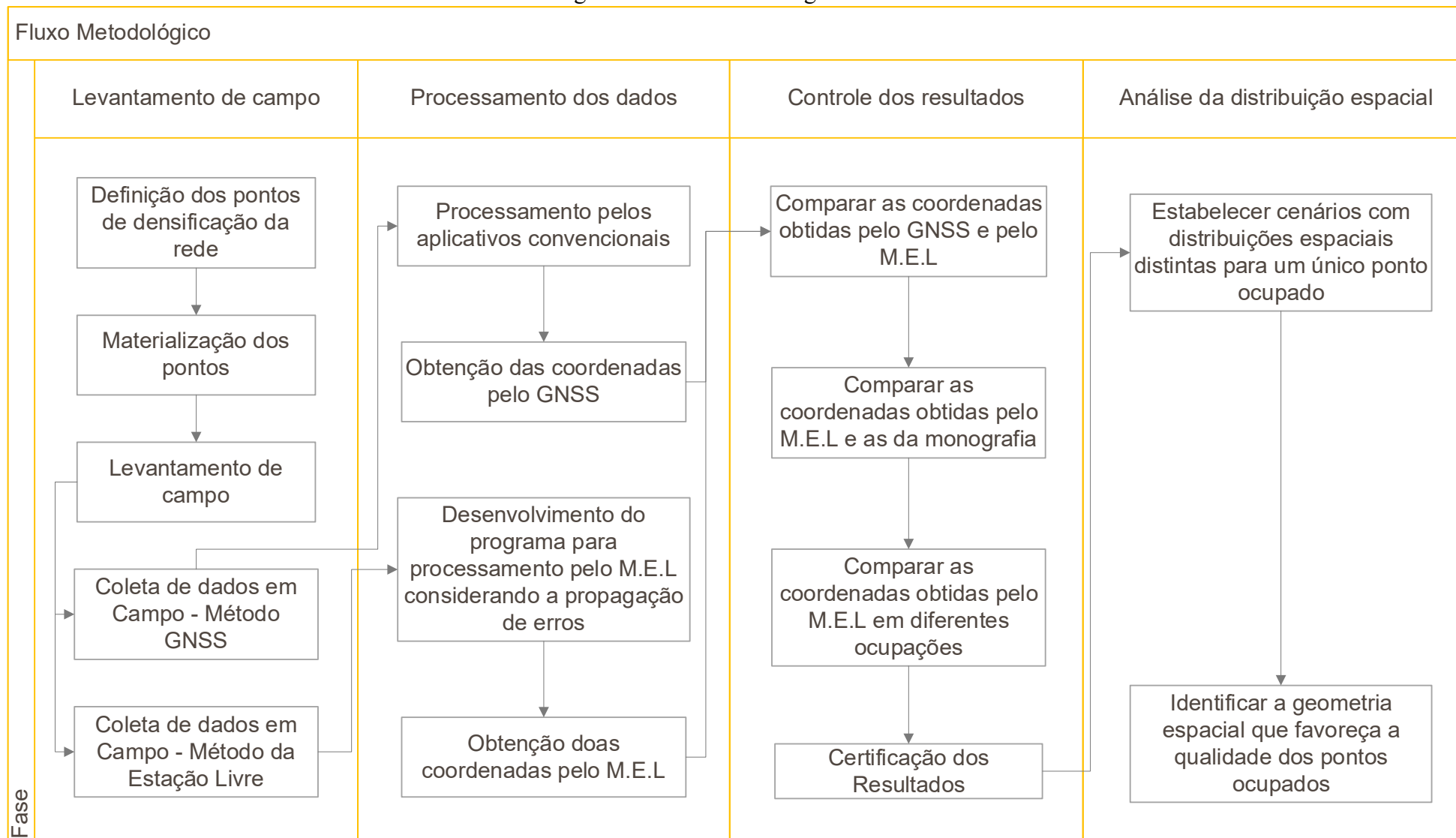
Na utilização das Estações Totais, as correções ambientais necessárias para medição das distâncias foram aplicadas em campo, com valores oriundos do próprio instrumento ou da estação meteorológica localizada no IFSC - Campus Florianópolis e disponíveis em: <http://meteorologia.florianopolis.ifsc.edu.br/meteotec/>.

Foram utilizados um computador desktop, onde é possível executar o pacote *Microsoft Office* 2016 para a programação em *Visual Basic for Applications* (VBA) e o Programa *TopconTools* para o pós-processamento dos dados GNSS.

3.2 MÉTODOS

Os métodos utilizados nesta pesquisa foram estruturados em 4 fases que se interligam conforme o fluxo metodológico, detalhado nos itens seguintes, e exibido na figura 2.

Figura 2- Fluxo Metodológico



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

3.2.1 Definição da área de estudo

A área na qual foi realizada a pesquisa está localizada no entorno do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) – Campus Florianópolis, sito à Avenida Mauro Ramos 950, no município de Florianópolis/SC.

Nesta área existe uma rede de referência local realizada por Klein et al. (2017) e nas palavras dos autores: “*com o mesmo nível de precisão das Redes de Referência Municipal atualmente implantadas a nível internacional*”. Esta rede é formada por 7 pontos de apoio, sendo 6 deles materializados e ocupados por prismas 360° de forma perene, denominados: Ceisa, Hantei, Laranja, Rictv, Torre e Heliponto. Esses pontos foram determinados previamente pelo ajustamento de uma rede GNSS, resultando em precisões posicionais homogêneas de $\sigma_{2D} = \pm 8$ mm. A figura 3 ilustra a materialização e ocupação do ponto da rede denominado Laranja.

Há também um ponto materializado e não ocupado denominado IFSC, ilustrado na figura 4. As monografias com as coordenadas ajustadas e as precisões dos pontos desta rede de referência estão disponibilizadas neste link: <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/monografias-prismas-360/>.

Figura 3 - Exemplo de ocupação por prisma 360°.



Fonte: Monografia do ponto Laranja

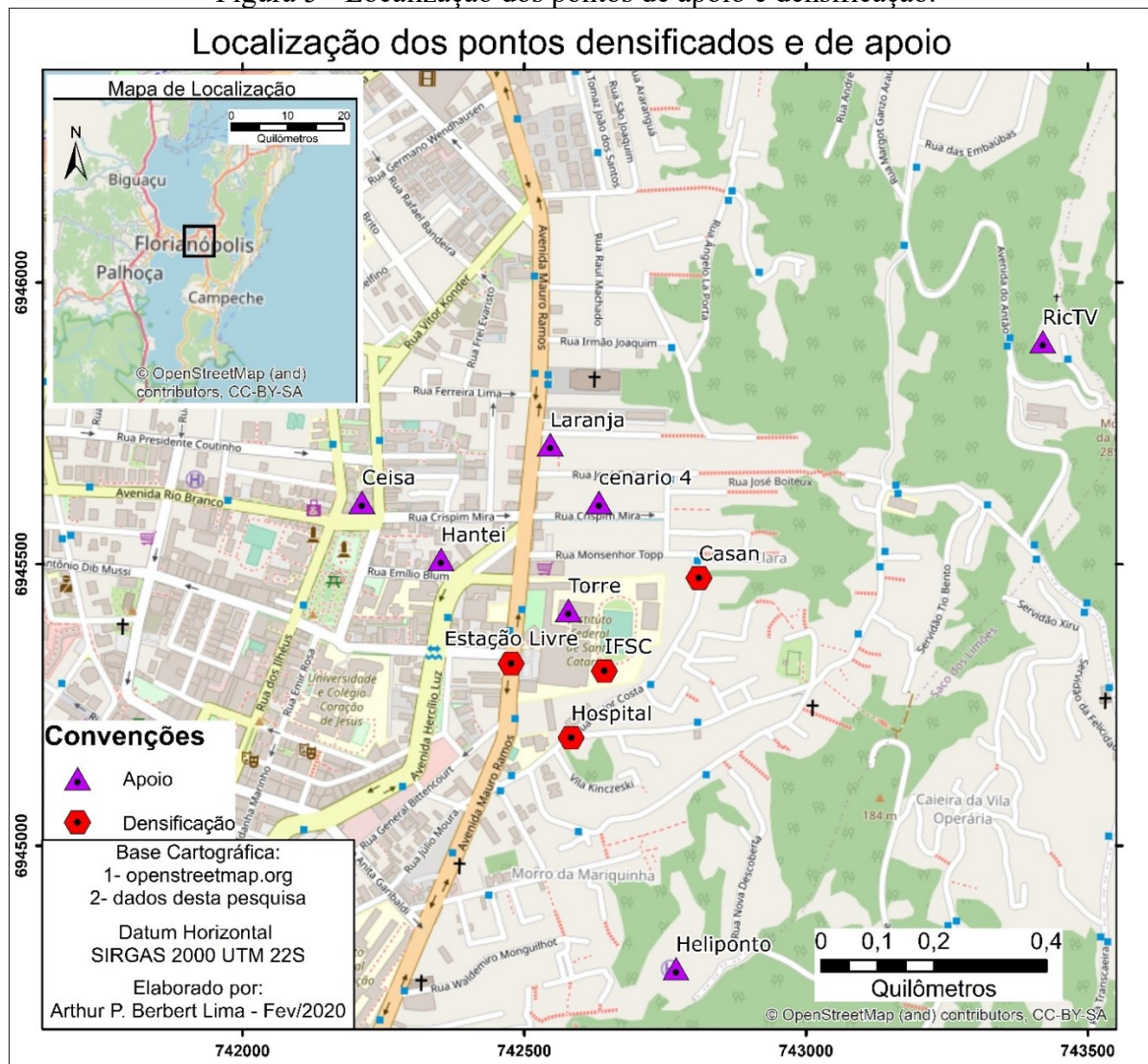
Figura 4 - Ponto IFSC – Chapa metálica



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Na área de estudo também foram materializados de 3 pontos denominados: Canteiro, Hospital, Casan. A escolha do exato local de ocupação foi baseada na disponibilidade de acesso, visibilidade para os pontos de apoio, condições de rastreamento GNSS e possibilidade futuras campanhas. Por se tratar de uma área urbana com verticalização, houve uma inspeção prévia aos prováveis locais de materialização e visualmente foram escolhidos pontos que melhor atendessem às condições acima. A localização dos pontos utilizados nesta pesquisa pode ser visualizada na figura 5.

Figura 5 - Localização dos pontos de apoio e densificação.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

3.2.2 Levantamento de campo

A metodologia do levantamento de campo é dividida em etapas, conforme apresentados a seguir.

3.2.2.1 Materialização dos pontos densificados

No uso da estação livre não é necessária a materialização dos pontos ocupados, porém nesta pesquisa foi obrigatória a materialização para que se possa fazer verificações atemporais dos resultados e comparativo entre metodologias de campo.

O ponto IFSC, por fazer parte da implantação da rede de referência, já existia anteriormente a esta pesquisa e é materializado através de chapa metálica fixada em marco de concreto.

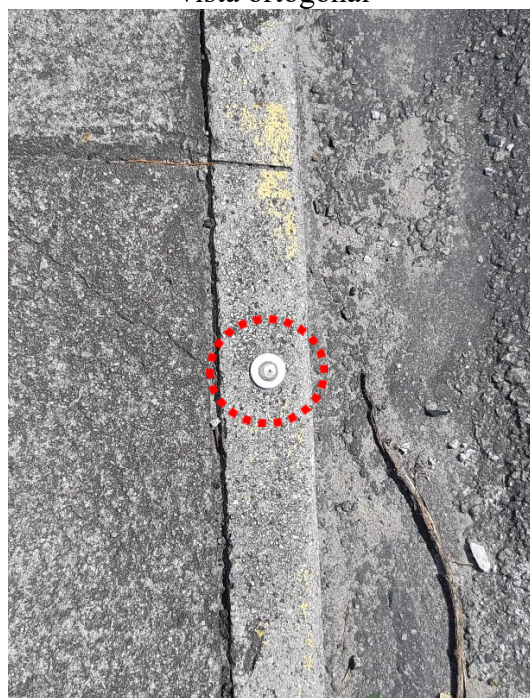
Para o ponto Canteiro, aproveitou-se a chapa metálica fixada em um marco de concreto já existente, no entanto sem nenhum vínculo com a rede de referência. Este ponto tem boa visibilidade para os pontos de apoio. Os pontos Hospital e Casan foram materializados com pinos metálicos engastados. A localização destes pontos foi definida de forma a terem visadas para ao menos 3 pontos de apoio. A figura 6 e a Figura 7 ilustra a materialização do ponto Hospital.

Figura 6 - Ponto Hospital – Pino engastado – vista geral



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 7 - Ponto Hospital – Pino engastado – vista ortogonal



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

3.2.2.2 Obtenção dos dados.

O ponto IFSC é um ponto da rede de referência utilizada nesta pesquisa, portanto possui coordenadas e erros conhecidos. Para os pontos que não possuem coordenadas previamente conhecidas, foi utilizada a tecnologia de posicionamento GNSS para obtenção de coordenadas referenciadas ao SGB para comparativo com as coordenadas obtidas pelo método da estação livre. A escolha do local de ocupação deve levar em consideração os pré-requisitos para a obtenção e utilização da estação livre em detrimento de qualquer outra tecnologia de posicionamento.

A método utilizado para o posicionamento GNSS foi o rastreamento relativo estático rápido, com tempo de ocupação de 30 minutos. Os rastreios foram feitos em sequência, sem interrupção nos dados, a antena estava montada sobre um bastão, com dispositivo de nivelamento, suportado por tripé adequado. Foram coletados dados em dupla frequência e multiconstelelação com taxa de gravação de 1Hz. A figura 8 e figura 9 ilustram, respectivamente, os rastreios dos pontos Canteiro e Hospital. Foram coletados os dados para a elaboração dos mapas de obstruções de cada um desses pontos rastreados que são apresentadas juntamente com os resultados dos rastreios.

Figura 8- Rastreamento GNSS do ponto Canteiro



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 9- Rastreamento GNSS do ponto Hospital



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

As missões de campo com estação total necessitaram de planejamento para serem executadas com datass, operadores e instrumentos distintos visando minimizar os erros grosseiros e sistemáticos, para que apenas os erros aleatórios sejam tratados no processo de ajustamento. Quando empregado o instrumento que dispõe dos recursos de colimação automática e automação de leituras conjugadas, deu-se preferência à utilização destes recursos.

Durante a execução do levantamento com a estação total, realizou-se uma série de observações conjugadas salvando os dados necessários para os cálculos dos pontos ocupados (densificação) e irradiações. Foram coletadas observações de todos os pontos da rede visíveis do ponto ocupado para que durante o processamento alguns deles possam ser utilizados como irradiações. Esta alteração de apoio para irradiado é facilmente realizada com a edição do arquivo bruto.

Executou-se também a ocupação com a estação total de outros 2 pontos não materializados, em diferentes posições, onde é possível irradiar um ponto densificado e materializado. Este procedimento propicia o comparativo entre as coordenadas obtidas entre os levantamentos, contribuindo para a sua validação.

3.2.3 Processamento de dados

O processamento dos dados dar-se-á em dois processos: o processamento GNSS e o processamento dos dados da Estação Total. Para os dados GNSS utiliza-se programas comerciais convencionais, fornecido pelo próprio fabricante do instrumento. As estações base empregadas no pós-processamento foram a IFSC e a SCFL, pertencentes à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), mantidas pelo IBGE, e que fazem parte do Sistema Geodésico Brasileiro. Não foi utilizado modelos de velocidades e os dados estão referidos à época 2000.4.

Para o processamento dos dados da Estação Total a formulação matemática adotada é a apresentada por Klein et al. (2017) associada com a formulação apresentada por Klein e Lima (2018) com as devidas alterações devido a não utilização de leituras como visadas a ré (equações (26)(26, (27, (28, (30). Quanto ao ajustamento, é realizado pelo método combinado, sendo a resolução do sistema de equações é realizada pelo Método dos Mínimos Quadrados.

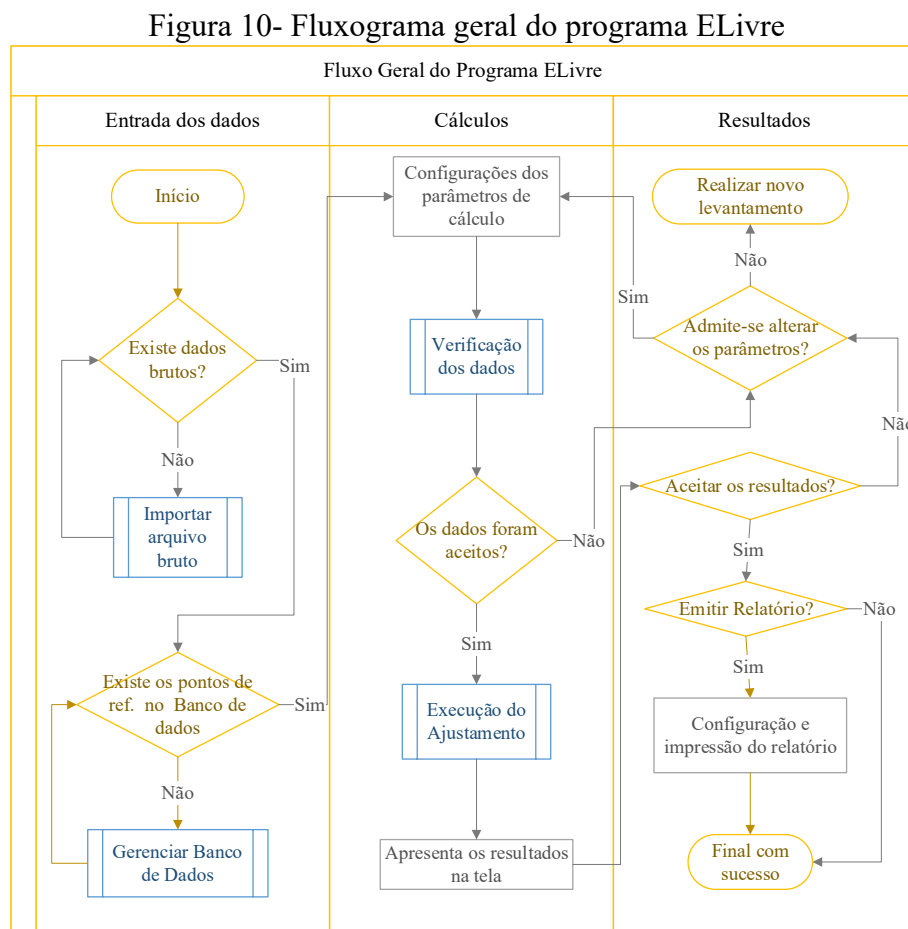
Realizar estes cálculos de forma manual é oneroso e susceptível a erros e/ou enganos e é menos flexível no reexame dos dados, sendo assim, a automação é atraente neste caso. Entretanto deve-se ser cauteloso nessa automação pois problemas como: geração de excessiva quantidade de resultados pode induzir a uma conclusão incorreta e, devido à complexidade de programação, pode requerer uma fase inicial de depuração longa.

Visando otimizar esta etapa da pesquisa através da automação topográfica, desenvolveu-se um programa com a finalidade de permitir que usuário calcule de forma simplificada e semiautomática a Estação Livre, com a propagação de erros realizada desde o SGB, reduzindo significativamente o trabalho manual e repetitivo, possibilitando recalculer os dados brutos com alterações nos parâmetros e valores iniciais com maior agilidade.

3.2.3.1 Desenvolvimento do programa para o M.E.L.

O programa desenvolvido recebeu a denominação E Livre e para a programação fez-se uso do ambiente do *Visual Basic Editor* (VBE), utilizando a linguagem *Visual Basic for Application* (VBA). Esta definição fundamenta-se no fato desta linguagem ter acesso a bibliotecas de funções matemáticas, edições de texto e planilhas eletrônicas de forma integrada e nativa.

A metodologia de desenvolvimento do programa segue o fluxo geral apresentado na figura 10, onde os procedimentos na coluna à esquerda são referentes à inserção dos dados, a coluna central aos procedimentos de cálculo e a coluna da direita aos resultados.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

A entrada de dados brutos será mediante a importação de arquivos de texto no formato utilizado pela fabricante Nikon e as informações da rede de referência será feito manualmente.

Essencialmente, na rotina de importação do arquivo bruto, o usuário deve: encontrar o arquivo facilmente, identificar a presença de dados de campo compatíveis com a metodologia de estação livre, quantificar o número de ocupações e pontos de apoio e identificar a presença de irradiações. Para os cálculos são utilizadas observações conjugadas e apenas uma série em cada ponto. Nesta etapa também é realizada a identificação dos pontos irradiados. Caso esta verificação seja bem-sucedida, os resultados deverão ser armazenados para serem utilizados em outras rotinas.

As informações dos pontos de apoio (rede de referência) são armazenadas em um banco de dados próprio. Embasa-se esta necessidade no fato de que alguns dos instrumentos utilizados na pesquisa (e usuais no mercado de trabalho) não possuem a possibilidade de inserção das coordenadas dos pontos de referência com suas incertezas para que estas possam ser armazenadas no arquivo bruto. O banco de dados deve ser alimentado com os dados obtidos em levantamentos anteriores, tais como a implantação de uma Rede de Referência e/ou outras densificações anteriormente realizadas.

Já nas etapas que realizam os cálculos, o usuário deve ser capaz de inserir e/ou escolher os parâmetros (configurações de cálculo) para que sejam acionadas as rotinas de cálculo da Estação Livre. Essas configurações de cálculo devem prever a alteração de, no mínimo, parâmetros tais como: ordem das coordenadas no arquivo; localização dos dados de referência (se no próprio arquivo ou no banco de dados); a altura da estação (caso haja materialização do ponto ocupado); leituras simples ou conjugadas (neste caso, deve ser configurado o critério de tolerância); nível de confiança do ajustamento no teste de qui-quadrado; critérios de aceitação dos resíduos; Se as coordenadas dos pontos de apoio no sistema desejado permanecem fixas ou podem ser alteradas no ajustamento; se calcula o fator de escala altimétrico e; valores personalizados para os erros instrumentais.

A alteração das configurações de cálculo possibilitará calcular os mesmos dados observados com variações, de forma fácil e ágil, possibilitando o aumento na quantidade de análises possíveis. A metodologia precisa de no mínimo 2 pontos de apoio para que possa ser calculada a Estação Livre, no entanto, neste caso, não haverá a possibilidade do ajustamento. Para que seja realizado o ajustamento é necessário que o programa identifique um mínimo de 3 pontos de apoio.

Após o processo de ajustamento o programa deve fornecer os resultados de forma clara para que seja analisado pelo usuário se os valores podem ser aceitos. Caso estes resultados não

passem no critério escolhido pelo usuário, se admissível, realizar-se-á nova configurações e novo processamento. Uma vez aceito esses dados pode-se ser gerado um relatório com as informações obtidas. Caso os resultados não sejam satisfatórios após não ser admitido mais nenhuma mudança de configuração o usuário deverá realizar nova missão de campo.

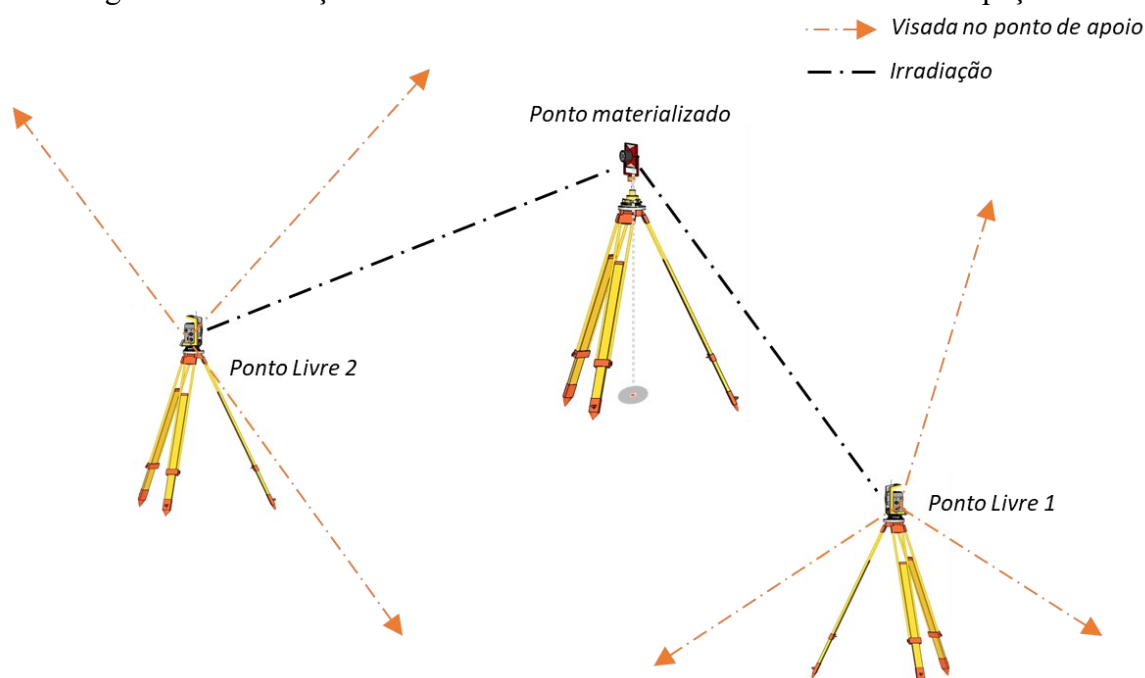
3.2.4 Controle dos resultados

O controle das coordenadas obtidas para o ponto ocupado é feito através dos testes estatísticos do ajustamento, e também mediante comparativos, seja com os resultados advindos de outras metodologias de levantamento ou resultados de diferentes ocupações.

Em uma ocupação, onde o número de pontos da rede visíveis é superior ao mínimo necessário para o cálculo, pode-se calcular as coordenadas do ponto ocupado sem utilizar todos os pontos de rede visados e, portanto, os pontos não utilizados na densificação podem ser calculados como irradiações. Desta forma é possível comparar as coordenadas obtidas pela irradiação com as coordenadas oriundas da rede.

Outro controle executado é através de duas ocupações, em pontos não materializados, que possuam visada para o ponto ocupado conforme ilustra a figura 11. Desta forma é possível calcular o valor da coordenada de um ponto materializado quando o mesmo é ocupado pelo instrumento e quando ele é irradiado.

Figura 11 – Ilustração do controle realizado através de duas outras ocupações.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

3.2.5 Análise da distribuição espacial

Com o objetivo de investigar a influência da distribuição espacial dos pontos de apoio sobre a qualidade posicional do ponto da estação livre, as análises estão fundamentadas na possibilidade observar, de um mesmo ponto ocupado, o maior número de pontos de apoio possível, para que cenários onde o formato, tamanho e a figura geométrica formada pelos pontos de apoio seja os mais variados possíveis. Tal simulações são criadas com a edição dos dados brutos oriundos do levantamento de campo e processadas no programa desenvolvido nesta pesquisa.

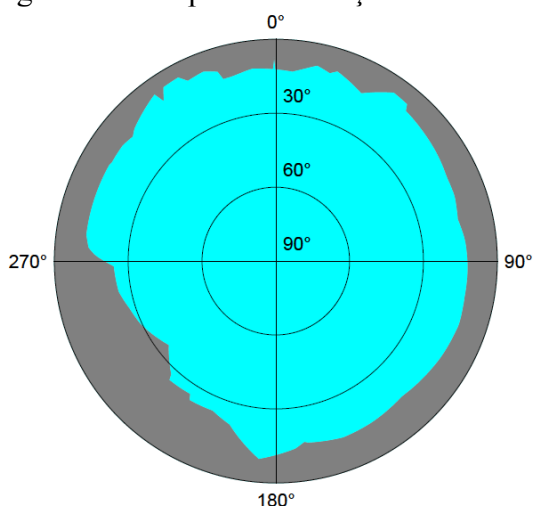
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresento os resultados do estudo de acordo com os objetivos específicos desta pesquisa. Primeiramente é apresentado os resultados do programa computacional desenvolvido, logo após é determinado a discrepância dos resultados obtidos pelo método da estação livre e finalizando temos a análise da distribuição espacial dos pontos de apoio sobre a qualidade dos pontos determinados.

4.1 LEVANTAMENTOS DE CAMPO

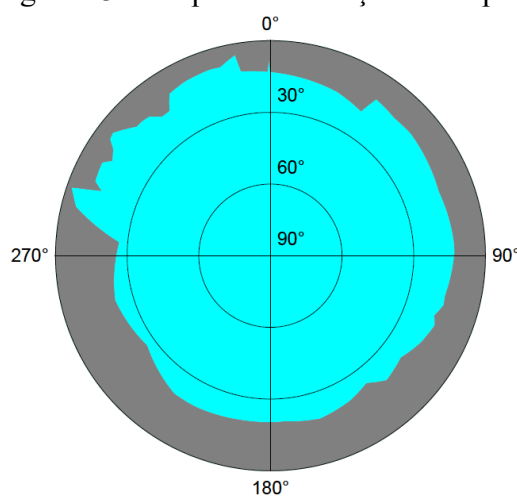
Apesar de todos os cuidados tomados na escolha do local, os pontos Casan, Hospital e Canteiro estão materializados em locais não ideais para o rastreamento GNSS pois possuem considerável número de obstruções acima do horizonte, por vezes superiores a 30° de elevação conforme ilustram a figura 12, figura 13 e figura 14. Este fato afeta na quantidade de satélites visíveis quanto na Diluição da Precisão Posicional (em inglês PDOP). Ainda assim, optou-se por realizar o posicionamento por GNSS, pois as condições de rastreamento não são impeditivas e as linhas de base são curtas para dois vértices da RBMC. Desta forma, julga-se que os resultados são válidos para efeito comparativo com o Método da Estação Livre. Os rastreios GNSS foram realizados todos em uma única campanha e resultando em um único arquivo bruto a ser utilizado no pós-processamento com será apresentado no próximo item.

Figura 12 – Mapa de Obstruções - Canteiro



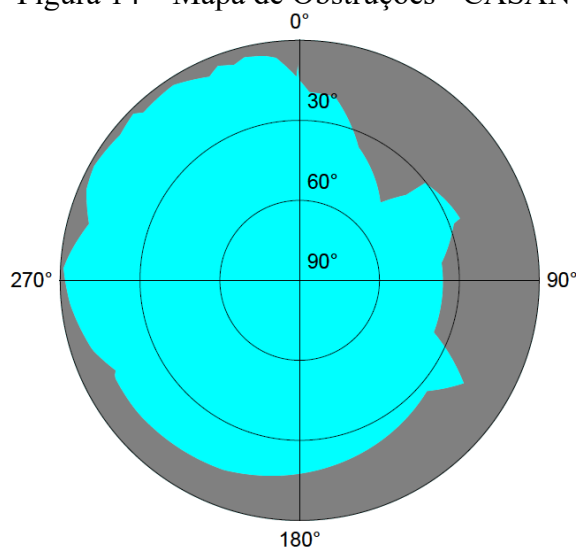
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 13 – Mapa de Obstruções -Hospital



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 14 – Mapa de Obstruções - CASAN



Fonte: Monografia do ponto Laranja

No levantamento com a estação total, efetuou a ocupação dos 4 pontos onde pretende-se realizar a densificação da rede. A tabela 1 exhibe a visibilidade aos pontos de apoio (colunas) em cada uma das ocupações realizadas (linhas). Nos pontos Casan, Hospital e IFSC somente pôde-se observar três pontos de apoio, condição mínima para o ajustamento. No ponto Canteiro foi possível observar o maior número de pontos de referência, cinco pontos, portanto o ponto Canteiro fornece a maior quantidade de cenários possíveis quando editado o arquivo bruto original, ou seja, permite o cálculo de 26 cenários que utilizam 5, 4, 3 ou 2 pontos de apoio, sendo os pontos observados e não utilizados como apoio, calculados como irradiação.

Tabela 1 - Visibilidade dos pontos de apoio partindo dos pontos de controle

	Ceisa	Hantei	Heliponto	Laranja	RICTV	Torre
Hospital		X	X		X	
Casan		X	X	X		
Canteiro	X	X	X	X	X	
IFSC			X		X	X
Livre 01 *		X	X		X	X
Livre 02 *		X	X		X	

* possuem visibilidade para o ponto Canteiro

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Com a estação total foram observados e digitalmente registrados a distância inclinada, o ângulo zenital e a direção horizontal referente aos pontos de apoio visíveis a partir das ocupações. Os arquivos brutos foram separados por ocupação, e dentro de cada ocupação foi separado por série. Também foram realizadas as edições necessárias para a construções dos

cenários que foram utilizados nas próximas etapas desta pesquisa para averiguação da distribuição espacial, gerando um total de 38 arquivos.

Após os levantamentos de campo, tanto pelo método GNSS quanto pelo Método da Estação Livre deu-se início ao processamento dos dados.

4.2 PROCESAMENTO DOS DADOS GNSS

Após os rastreios realizados, os dados brutos foram pós-processados pelo método relativo estático, utilizando as estações IFSC e SCFL da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). As linhas de base ficaram menores que um quilometro e três quilômetros, respectivamente. Obteve-se a solução fixa das ambiguidades e o ajuste da rede foi realizado com sucesso. Todos estes processos foram feitos no programa *TopconTools*.

As coordenadas oriundas da rede, e as coordenadas por posicionamento GNSS estão referenciadas ao Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), em sua realização do ano de 2000 (SIRGAS2000) conforme o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e são apresentadas no sistema de projeção cartográfica Universal Transversa de Mercator (UTM), no fuso 22 Sul, sendo a unidade de medida utilizada o metro. A altimetria está referenciada do elipsoide utilizado para a determinação do SGB. As coordenadas de controle dos pontos IFSC, Canteiro, Casan e Hospital são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2- Coordenadas de controle utilizadas nesta pesquisa.

Nome	N	σ_N	E	σ_E	Altura	σ_A
IFSC (Rede)	6945310,169	0,005	742642,085	0,006	13,158	0,017
Hospital (GNSS)	6945191,490	0,002	742583,058	0,002	12,762	0,009
Casan (GNSS)	6945475,207	0,004	742810,075	0,004	28,025	0,012
Canteiro (GNSS)	6945323,288	0,000	742476,591	0,001	10,095	0,001
Todos os valores estão em metros e referenciados no SIRGAS2000 UTM 22S						

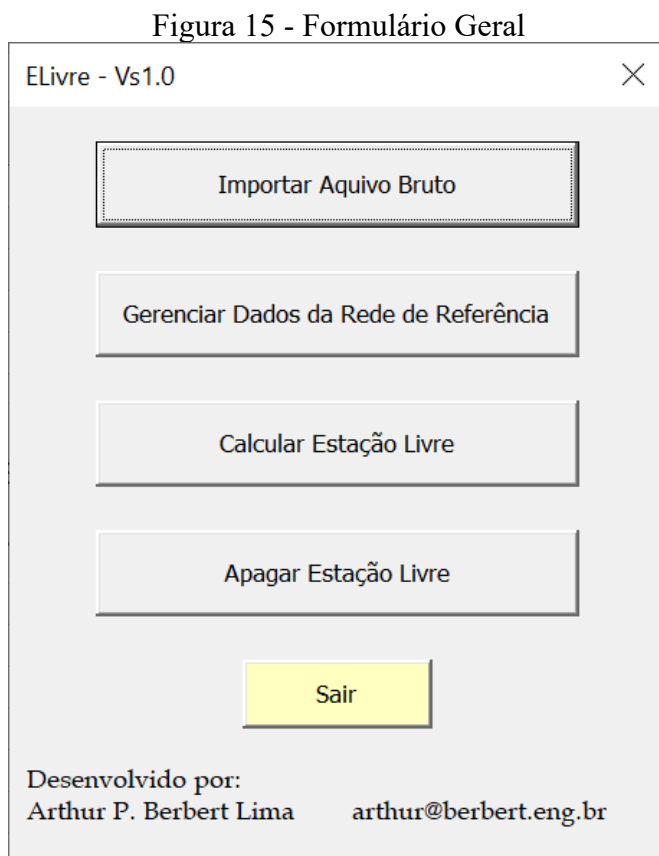
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.3 PROGRAMA PARA MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE

Visando permitir que usuário calcule de forma simplificada e semiautomática a Estação Livre, utilizou-se o programa ELivre. Este programa é formado por formulários, controles e rotinas e visa atender o fluxograma apresentado na figura 10.

A janela que será mostrada quando o programa for iniciado é o formulário denominado “Geral” (figura 15), nele é possível acessar: o controle *Importar Arquivo Bruto*, acessar o

formulário *Banco de Dados do Sistema de Referência*, o formulário *Cálculo Estação Livre*, o formulário *Apagar Estação Livre* e o controle *Sair*. Estas sub-rotinas são melhor detalhadas nos itens a seguir.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.3.1 Entrada de dados

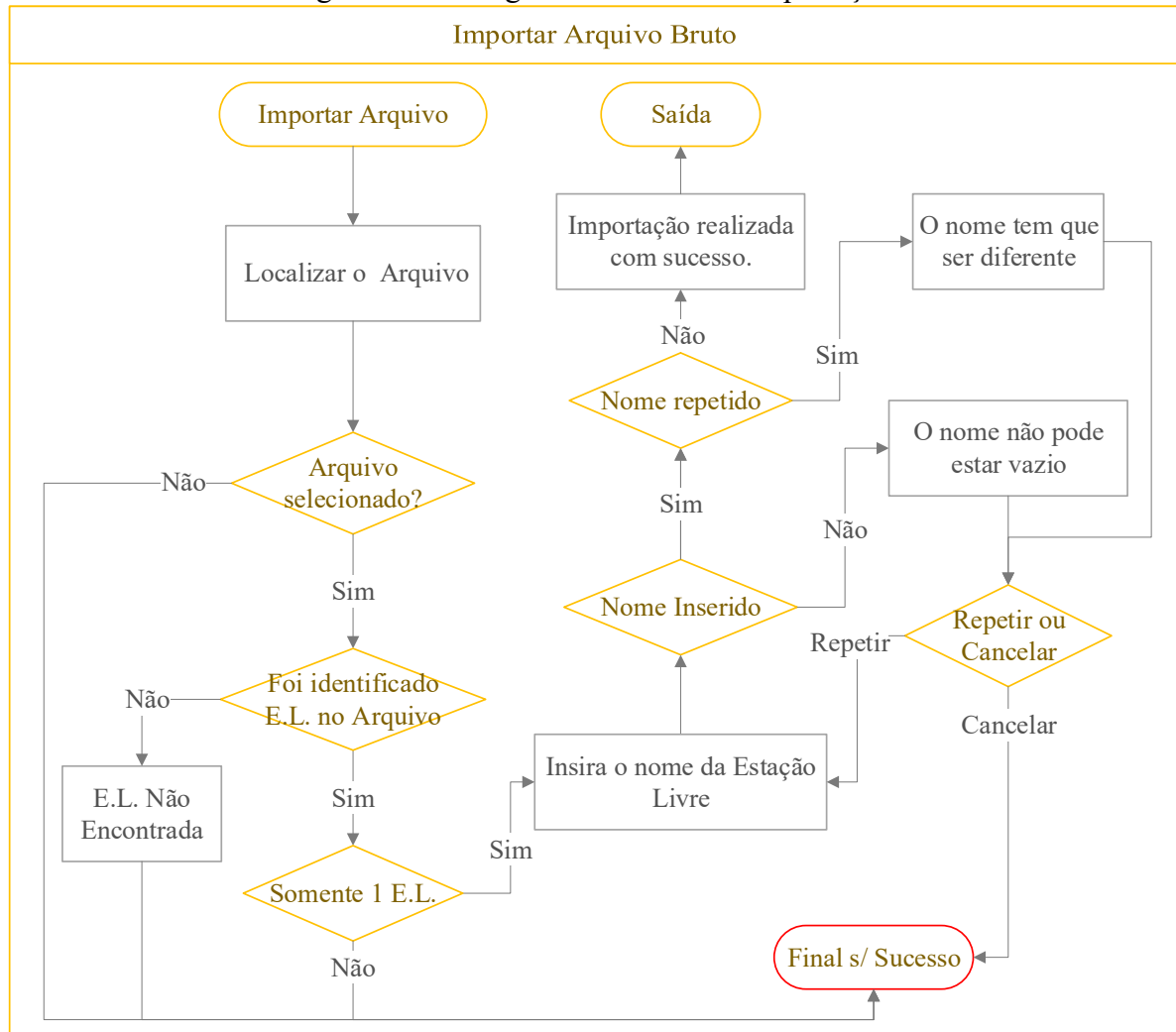
Os dados necessários para o processamento são os dados brutos do levantamento e os dados dos pontos de apoio, portanto foram desenvolvidas duas soluções, uma para cada tipo de dados.

4.3.1.1 Dados dos arquivos brutos

No ELivre não há a comunicação direta com o instrumento. Os dados devem ser descarregados através de arquivos de texto (arquivo bruto) de acordo com as instruções do fabricante. Os instrumentos utilizados nesta pesquisa fornecem os dados brutos com as distâncias corrigidas em relação aos efeitos de temperatura, pressão e constante do prisma, sendo este o padrão de entrada pelo programa.

A ação de ler o arquivo bruto, oriundo da estação total, recebe o nome de *Importar Arquivo Bruto*. O algoritmo de importação de dado bruto segue o fluxograma retratado na figura 16. Há a limitação de cálculo de apenas um ponto ocupado por arquivo e apenas uma única série de leituras conjugadas em cada ponto observado. Desta forma o fluxo inicia com a identificação do arquivo e leitura dos dados contidos nele e se atendida as condições, pode-se nomear a planilha em que será salvo esses dados para posterior cálculo.

Figura 16- Fluxograma da rotina de importação

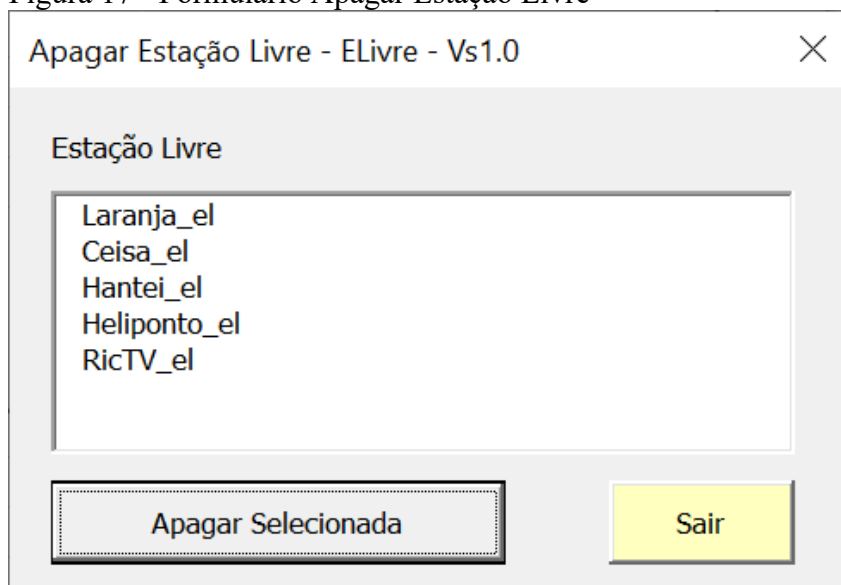


Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Caso seja necessária realizar edições tais como: correção, alteração, exclusão ou inserção de dados nos dados brutos, o procedimento deverá ser realizado através de um programa de edição de texto e preferencialmente em uma cópia do arquivo bruto, mantendo a integridade dos dados oriundos do campo. Após as edições os dados devem ser importados novamente. Não é possível utilizar o mesmo nome para dois levantamentos, portanto caso

deseje eliminar dados anteriormente importados o usuário deve utilizar o formulário *Apagar Estação Livre*, que pode ser visualizado na figura 17.

Figura 17 - Formulário Apagar Estação Livre



Apagar Estação Livre - ELivre - Vs1.0

Estação Livre

Laranja_el
Ceisa_el
Hantei_el
Heliponto_el
RicTV_el

Apagar Seleccionada

Sair

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

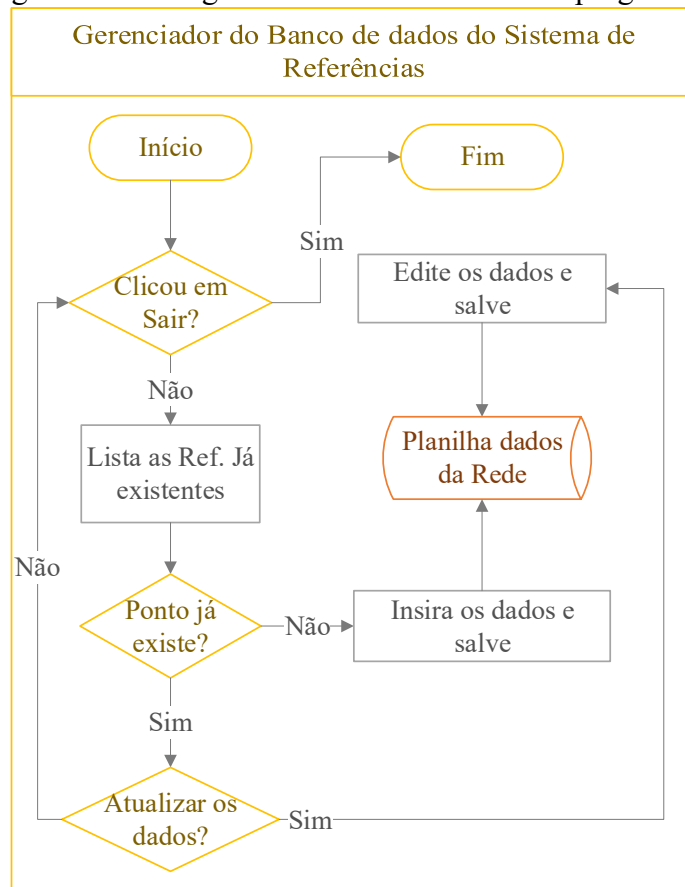
Com os dados importados, caso o banco de dados do sistema já possua as informações dos pontos de apoio é possível realizar os cálculos. Caso os pontos de apoio ainda não existam é necessário cadastrá-los através do gerenciador de dados da rede de referência.

4.3.1.2 Dados da rede de referência

A rotina desenvolvida, para o banco de dados, proporciona visualizar os dados inseridos anteriormente, editar os valores de pontos existentes e inserir novos pontos. Para a ligação do banco de dados com os dados de campo usa-se o nome dos pontos, ou seja, sendo o nome utilizado nas observações em campo igual ao nome utilizado no banco de dados, o sistema deverá ser capaz de identificar e utilizar os dados do banco de dados nos cálculos com os dados de campo. O fluxograma apresentado na figura 18 ilustra o processo que o ELivre executa em relação ao armazenamento dos dados da rede de referência.

No formulário *Geral*, quando executado o controle *Gerenciar Dados da Rede de Referência* acessa-se o formulário *Banco de Dados do Sistema de Referência* que permite editar o banco de dados, ou seja, permite visualizar, buscar, apagar ou editar os pontos já existentes e inserir pontos novos. A figura 19 apresenta este formulário com o banco de dados utilizado nesta pesquisa.

Figura 18- Fluxograma do banco de dados do programa



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 19 - Formulário Banco de Dados do Sistema de Referência

Banco de Dados do Sistema de Referência - ELivre - Vs1.0

Filtrar

Tipo Ponto Descrição

1	Superior	S007	Ceisa	6945610,297	742211,822	74,098	0,006	0,006	0,018
2	Superior	S006	Hantei	6945508,82	742352,186	65,363	0,005	0,006	0,018
3	Superior	S005	Laranja	6945712,627	742545,746	58,221	0,006	0,006	0,019
4	Superior	S001	RICTV	6945895,068	743419,696	290,034	0,006	0,006	0,017
5	Superior	S004	Torre IFSC	6945418,254	742578,053	36,082	0,006	0,006	0,018
6	Superior	S002	Heliponto	6944781,746	742769,11	184,475	0,005	0,006	0,017
7	Superior	S003	IFSC	6945310,169	742642,085	13,158	0,005	0,006	0,017

Informações

Ponto

Tipo

Descrição

Coordenadas

Norte ±

Este ±

Altitude ±

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Com os todos os dados iniciais inseridos no programa, passa-se para as etapas de cálculo de acordo com exposto no item a seguir.

4.3.2 Rotinas de cálculos

Para realizar os cálculos, o usuário deve ser capaz de inserir e/ou escolher os parâmetros (configurações de cálculo) para que sejam acionadas as rotinas que farão uma verificação nos dados de entrada, farão o ajustamento e apresentarão os resultados.

4.3.2.1 Parâmetros de cálculo

O formulário *Calcular Estação Livre* é onde pode-se escolher os parâmetros para que sejam acionadas as rotinas de cálculo da Estação Livre. Este formulário permite a alteração das configurações de processamento possibilitando reexames com variações em diversos parâmetros. As configurações passíveis de alteração foram divididas em duas janelas: básica e avançada.

A opção básica permite ao usuário configurar qual arquivo importado ele deseja calcular, qual instrumento foi utilizado (disponível apenas os instrumentos utilizados nesta pesquisa), qual a ordem das coordenadas no arquivo, qual a localização dos dados de referência, qual a altura da estação e se utilizará leituras simples ou conjugadas, e neste caso qual o critério de tolerância será adotado para aceite das leituras.

A opção avançada, permite todas as configurações básicas e mais a definição de qual o nível de confiança do ajustamento no teste de *qui-quadrado*, quais são os critérios de aceitação dos resíduos, se as coordenadas dos pontos de apoio no sistema desejado permanecem fixas ou podem ser alteradas no ajustamento, se calcula o fator de escala altimétrico e permite alterar os valores para os erros instrumentais. A opção de fixar ou não as coordenadas dos pontos de apoio auxilia na detecção de erros grosseiros, pois ao fixar estas injunções, os erros irão prioritariamente para as observações e desta forma existe maior probabilidade de que os erros grosseiros sejam detectados.

A figura 20 apresenta o formulário *Calcular Estação Livre* no modo avançado. O modo básico apenas oculta a metade esquerda do formulário.

Figura 20 - Formulário Calcular Estação Livre

Calcular Estação Livre - ELivre - Vs1.0

Ponto Ocupado

Estação Livre: RicTV_el

Equipamento: Trimble S7

Ordem das coordenadas no arquivo bruto

X Y Z Y X Z

Local dos dados de Referência

Dados de Apoio no Arquivo

Dados de Apoio no Banco de Dados

Altimetria

Altura do Instrumento: 1,500

Leituras na posição direta (PD) e inversa (PI) da luneta

PD e PI Somente PD

Critério de Tolerância entre PD e PI

Padrão IFSC/2019

3x a precisão nominal do Instrumento

Personalizado

Linear: 2 mm + 2 ppm Angular: 10 segundos

Configurações do Ajustamento

Nível de confiança a ser utilizado

99% 95% 90%

Controle dos Resíduos

IFSC/2019

3x desvio padrão da coordenada

Coordenadas dos pontos de apoio no sistema de referência (X,Y,Z) devem permanecer fixas no processo ajustamento?

Fixas Variável

Calcular Fator de Escala Altimérico

Sim Não

Avançado

Erro de centragem na Estação: 1,5 mm

Erro da Bolha do Bastão: 30 segundos

Erro do compensador: 0,5 segundos

Básico Calcular Sair

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

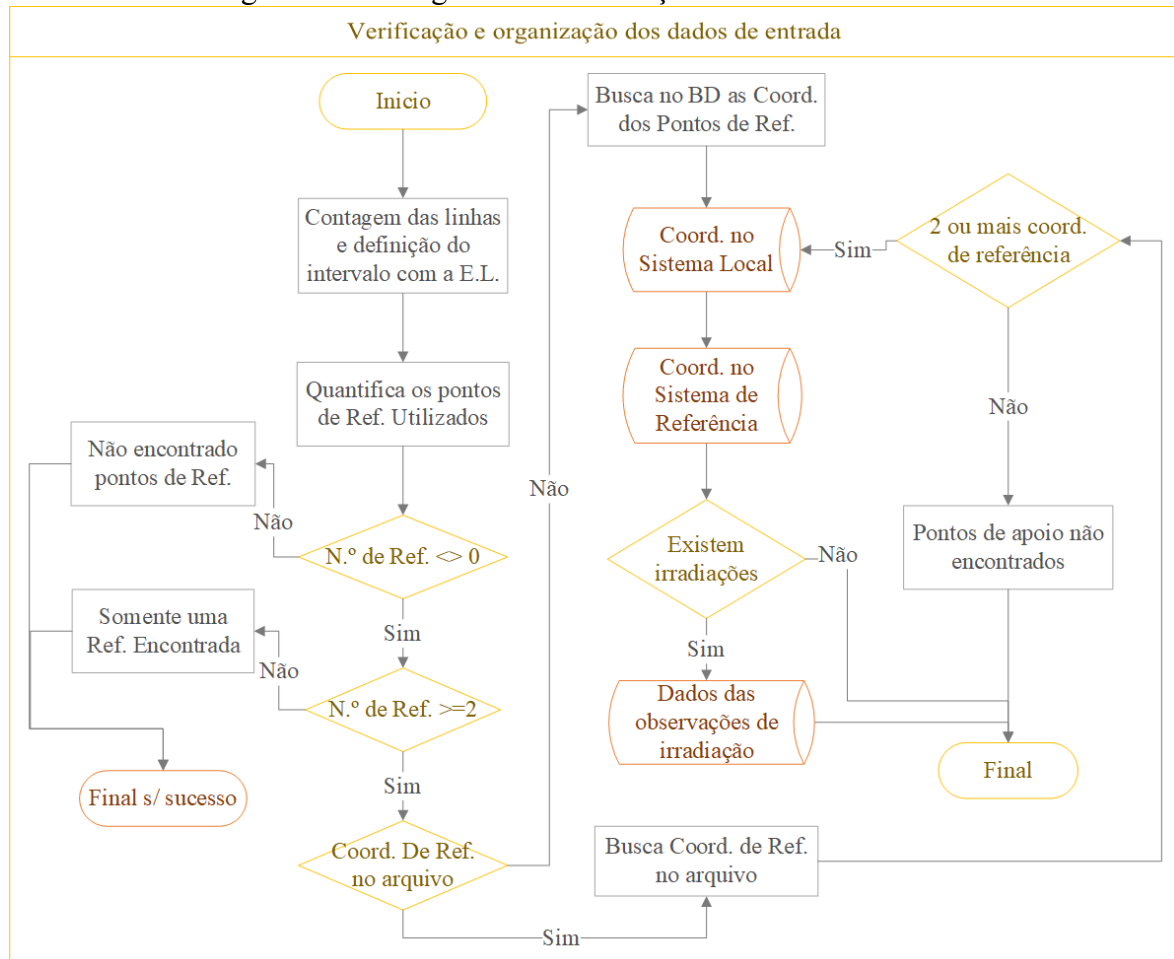
Após a etapa de configuração dos parâmetros de cálculo parte-se para a etapa de verificação dos dados brutos e relacionamento destes com os dados dos pontos de referência.

4.3.2.2 Verificar os dados de entrada

Definidos os parâmetros, ao iniciar a rotina de cálculo, o ELivre é capaz de identificar e quantificar os pontos de apoio utilizados e relacioná-los com as informações das coordenadas no sistema de referência. O programa precisa de ao menos 2 pontos de apoio para que possa ser calculada a Estação Livre, no entanto, neste caso, não haverá a possibilidade do ajustamento. Para que seja realizado o ajustamento é necessário que o programa identifique de 3 a 5 pontos de apoio. Nesta etapa também é realizada a identificação dos pontos irradiados.

Caso esta verificação seja bem-sucedida, os dados supramencionados deverão ser armazenados para serem utilizados no ajustamento. A esse conjunto de dados deu-se o nome de dados de entrada. A figura 21 ilustra o fluxograma da verificação dos dados de entrada.

Figura 21- Fluxograma de verificação dos dados de entrada



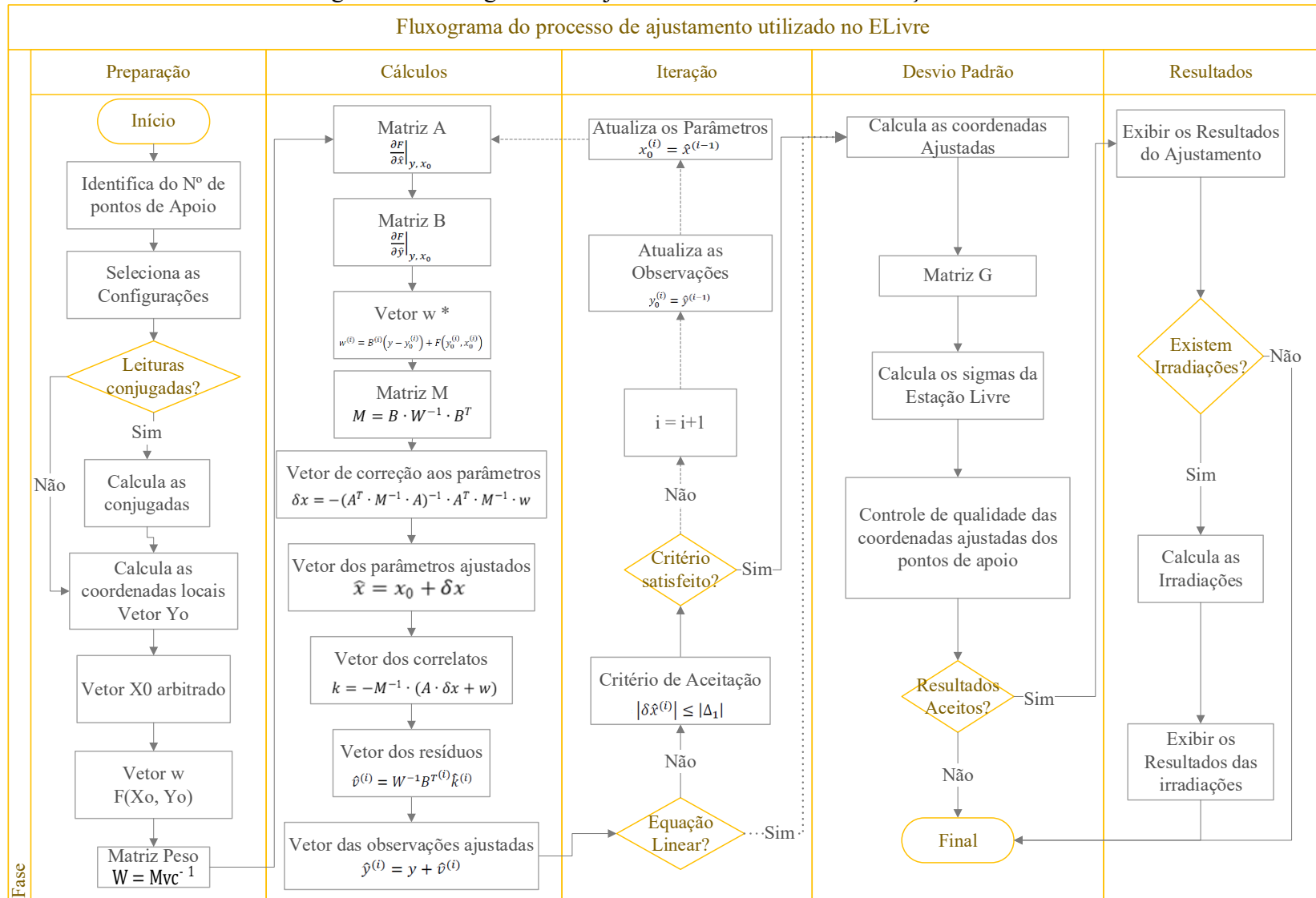
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.3.2.3 Execução do Ajustamento

Após a verificação dos dados de entrada, o ELibre passa para os procedimentos de cálculo do ajustamento. Para esta etapa o fluxograma (figura 22) foi dividido em 5 fases: Preparação, Cálculos, Iteração, Desvio Padrão e Resultados. Na etapa denominada preparação, com os dados de entrada e as configurações inseridas anteriormente, é criada as matrizes e vetores iniciais, que são utilizados na etapa de cálculos.

Na etapa de cálculos são criadas as matrizes das derivadas dos parâmetros (A), das derivadas das observações e o vetor de erro de fechamento. Na sequência são efetuados os cálculos matriciais até que se tenha o vetor das observações ajustadas e possa-se passar para a etapa de iteração.

Figura 22- Fluxograma do Ajustamento do método de estação livre



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Na etapa de iteração é verificado se os resultados atendem o critério de aceitação. Caso rejeitados o processo passa por mais uma iteração, visando a convergência dos resultados. Caso aceitos no critério, passa-se para a etapa de cálculo dos desvios padrões, onde é verificada a qualidade do ajustamento através de testes estatísticos.

Quando todas as etapas anteriores são executadas com sucesso, os resultados são organizados e apresentados como pode ser visto no próximo item.

4.3.2.4 Apresentação dos resultados

Posteriormente ao cálculo da Estação Livre, o ELibre irá exibir o formulário *Resultados da Estação Livre* que contém os resultados básicos do ajustamento: coordenadas do ponto ocupado e seus respectivos erros, as opções de processamento, as diferenças nas leituras conjugadas (se utilizado no processamento), os resíduos calculados para o sistema de referência e os resíduos calculados para os pontos de apoio no sistema local. Um exemplo deste formulário pode ser encontrado na figura 23.

Figura 23 - Formulário Resultados da Estação Livre

Resultados da Estação Livre - ELibre - Vs1.0 ✕

Coordenadas do Ponto de Estação Livre

Nome:

X: (m) Sigma ± (m) ± (m) Sigma 2D

Y: (m) Sigma ± (m) ± (m) Sigma 3D

Z: (m) Sigma ± (m)

Opções de Processamento

(PD) E (PI)

COORD. FIXAS

Diferença nas Leituras Conjugadas

Ponto	Distância Inclinada	Aceito?	Ângulo Zenital	Aceito?	Ângulo Horizontal	Aceito?
heliponto	0,003	Sim	-9"	Sim	-9"	Sim
hantei	0,002	Sim	10"	Sim	29"	Não
ceisa	0,003	Sim	11"	Sim	31"	Não
rictv	0,000	Sim	0"	Sim	0"	Sim

Sistema X, Y, Z

Ponto	Resíduo (m) / Atende a tolerância?					
	coord. x		coord. y		coord. z	
heliponto	0,000	Sim	0,000	Sim	0,000	Sim
hantei	0,000	Sim	0,000	Sim	0,000	Sim
ceisa	0,000	Sim	0,000	Sim	0,000	Sim
rictv	0,000	Sim	0,000	Sim	0,000	Sim

Sistema x, y, z

Ponto	Resíduo (m) / Atende a tolerância?					
	coord. x		coord. y		coord. z	
heliponto	0,000	Sim	0,000	Sim	0,000	Sim
hantei	0,000	Sim	-0,009	Sim	-0,020	Sim
ceisa	0,011	Sim	-0,006	Sim	0,005	Sim
rictv	0,005	Sim	-0,006	Sim	-0,001	Sim

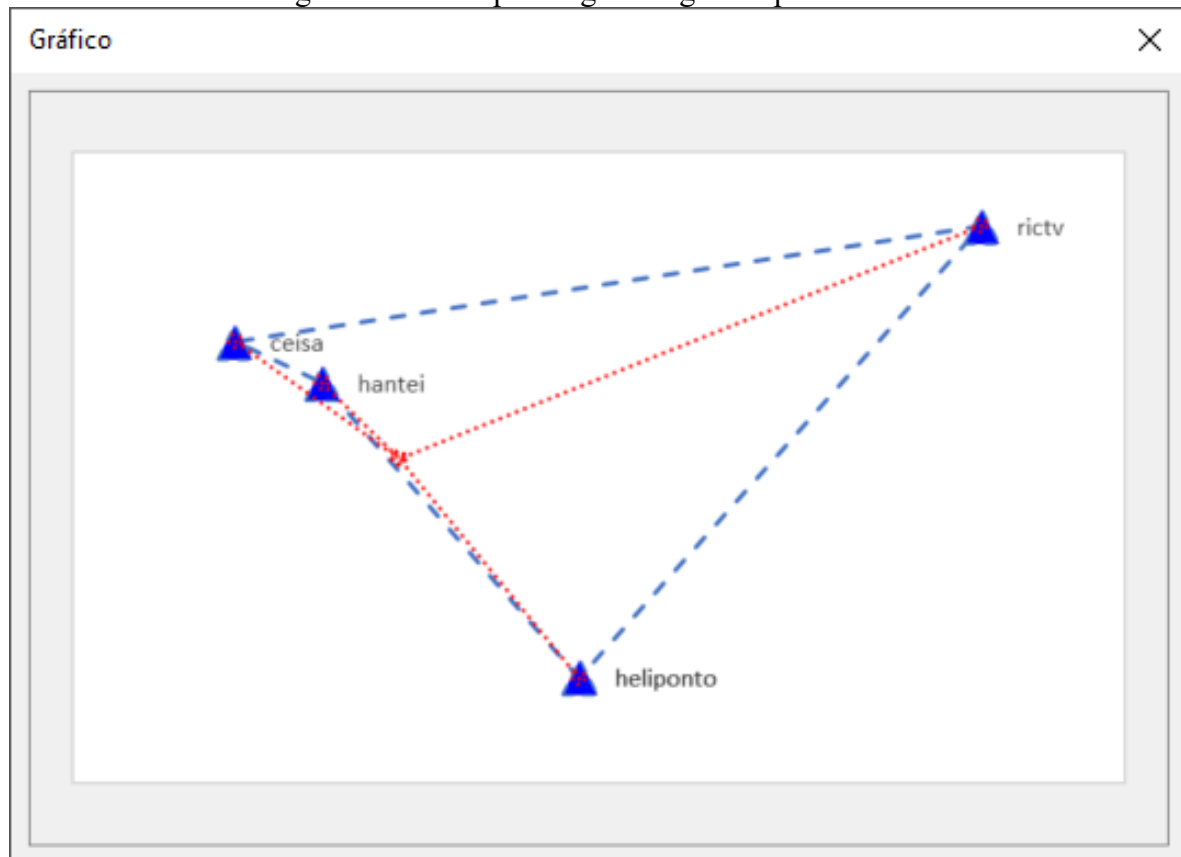
Opções

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Ainda neste formulário tem-se os seguintes controles: *Copiar Tela*, *Gráfico*, *Dados do Ajustamento*, *Calcular Irradiações*, *Salvar no Banco de Dados* e *Sair*. O controle *Copiar Tela* cria uma imagem do formulário e armazena na área de transferência do computador. O controle *Salvar no Banco de Dados* armazena os resultados da ocupação no banco de dados objetivando agilizar quando pretende-se utilizar a ocupação atual como apoio em futuros processamentos e o controle *Sair* volta para o formulário *Calcular Estação Livre*.

Acessando o controle *Gráfico*, será exibido um gráfico com a distribuição espacial dos pontos de apoio em relação ao ponto ocupado. Neste gráfico (figura 24) as linhas tracejadas são as arestas da figura geométrica formada pelos pontos de apoio, já a linha pontilhada indica as direções formadas entre o ponto ocupado e os pontos de apoio.

Figura 24 - Exemplo de gráfico gerado pelo ELivre



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

O controle *Dados do Ajustamento* acessa a um formulário que exibe os parâmetros de transformação do sistema local para o sistema de referência, sendo eles: fator de escala planimétrico, fator de escala altimétrico, ângulo de rotação e translação. Estes dados são importantes pois pode-se comparar do fator de escala planimétrico encontrado com o fator de distorção de escala da projeção associado ao fator de redução ao elipsoide (fator K_r), se a rede

de referência utilizar a projeção UTM. A escala vertical tem a função de absorver as diferenças da ondulação geoidal, portanto, quanto mais afastado do valor 1, este fator indica maior ondulação na região levantada. A priori, o programa utiliza zeros como coordenadas iniciais da ocupação, conseqüentemente as translações são sempre iguais as coordenadas da ocupação após a transformação. Todos estes valores são acompanhados dos seus respectivos desvios padrão e em valores absolutos e relativos. A figura 25 ilustra um exemplo destes resultados.

Figura 25 - Exemplo de formulário de resultados em modo avançado

Resultados da Estação Livre - Modo Avançado - ELibre - Vs1.0

Parâmetros de Transformação 3D (Sis. Local -> Sis. Referência)

Fator de Escala Planimétrico

Horizontal: 1,00029473146161 ± 0,00678562

ppm: 295 ppm ± 6785,6 ppm

Relativo: 1/3.393 ± 1/147

Fator de Escala Altimétrico

Vertical: 1,00034408257426 ± 0,00009258

ppm: 344,1 ppm ± 92,6 ppm

Relativo: 1/2.906 ± 1/10.801

Ângulo de Rotação

GMS: 359° 56' 26" ± 1"

GRD: 359,940624° ± 0,000278°

Translações

X: 742.476,603 ± 0,003

Y: 6.945.323,295 ± 0,003

Z: 009,644 ± 0,016

Dados Ajustamento

Pontos de Apoio: 4

Parâmetros de Transformação: 6

Equações: 12

Graus de liberdade do modelo: 6

Nível de confiança estipulado (%): 95 %

Aceito no NC estipulado

Opções

Copiar Tela

Sair

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Com os formulários *Resultados da Estação Livre*, *Gráfico* e *Dados do Ajustamento* o usuário deve realizar a análise dos resultados para aceitação ou rejeição final. Caso seja

necessária alguma alteração na configuração do processamento, deve-se retornar ao formulário *Calcular Estação Livre*, realizar mudanças nos parâmetros e após novo processamento obter novos resultados.

Se os resultados forem aceitos pelo usuário, pode-se então calcular as irradiações através do controle *Calcular Irradiações*. As coordenadas e os desvios padrão dos pontos irradiados são exibidos em um formulário específico e podem ser exportados para um arquivo de texto. A figura 26 ilustra o formulário *Calcular Irradiações*.

Figura 26 - Exemplo do formulário Resultados das Irradiações.

Nome	Código	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada Z	Sigma X	Sigma Y	Sigma Z	Sigma 2D	Sigma 3D
laranja		742545,768	6945712,623	58,195	0,005	0,004	0,017	0,007	0,018
laranja		742545,703	6945712,629	58,218	0,005	0,004	0,017	0,007	0,018

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Concomitantemente ao processo de depuração da parte gráfica e operacional do programa, foi realizada a inspeção inicial dos resultados de forma a controlar possíveis erros grosseiros nos cálculos. Estas verificações foram baseadas no ponto IFSC, pois o mesmo já possuía coordenadas conhecidas e ajustadas a rede de referência.

4.3.2.5 Inspeção inicial dos resultados do programa desenvolvido

Sabe-se de antemão que a ordem dos pontos de apoio ou o sentido do levantamento não afetam significativamente os resultados do ajustamento. Esta averiguação foi realizada através da edição do arquivo bruto de uma campanha (ponto IFSC), formando um total de 6 simulações. Após o processamento desses arquivos, não houve variação nos resultados, conforme esperado, sendo estes iguais aos apresentados nos itens a seguir.

Avaliou-se, também, a ordem de grandeza na diferença dos resultados, com a alteração na precisão nominal do instrumento utilizado, pois os mesmos são utilizados na determinação do desvio-padrão do instrumento e conseqüentemente no desvio-padrão do azimute, que por sua vez interfere nos desvio-padrão das coordenadas. Para tal, com os dados coletados com

equipamento de menor incerteza, simulou-se os cálculos utilizando valores para a Precisão Nominal (PN) de $\pm 2''$, $\pm 3''$, $\pm 5''$ e $\pm 7''$. Percebe-se uma tendência conforme aumenta a incerteza instrumental, aumenta a incerteza dos resultados. Na planimetria a variação foi subcentimétrica, porém na altimetria a variação foi subdecimétrica. Nesta pesquisa, o cálculo da altimetria é obrigatório devido a formulação utilizada, no entanto a altimetria assume caráter secundário, uma vez que as redes horizontais e verticais costumam ter propriedades distintas e esta pesquisa tem o foco na planimetria.

Tabela 3 - Diferença entre as coordenadas da monografia e obtida nas simulações com diferentes instrumentos.

Coord. Monografia - Coordenada Obtida 3 Campanhas x 2 Instrumentos (Simulação)						
Série	PN (")	δ Este	δ Norte	δ 2D	δ Altura	δ 3D
IFSC_1	2	0,001	0,000	0,001	-0,012	0,012
	5	0,001	0,001	0,001	-0,025	0,025
IFSC_2	2	0,005	0,003	0,006	0,009	0,011
	5	0,006	0,004	0,007	-0,004	0,008
IFSC_3	2	0,001	-0,001	0,001	0,006	0,006
	5	0,001	-0,001	0,001	-0,012	0,012
Todos os valores estão em metros.						

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Os resultados encontrados até esta etapa indicaram que o programa apresenta resultados coerentes. Assim sendo, passa-se para a obtenção dos resultados do processamento dos dados da estação total.

4.4 PROCESSAMENTO DOS DADOS DA ESTAÇÃO TOTAL

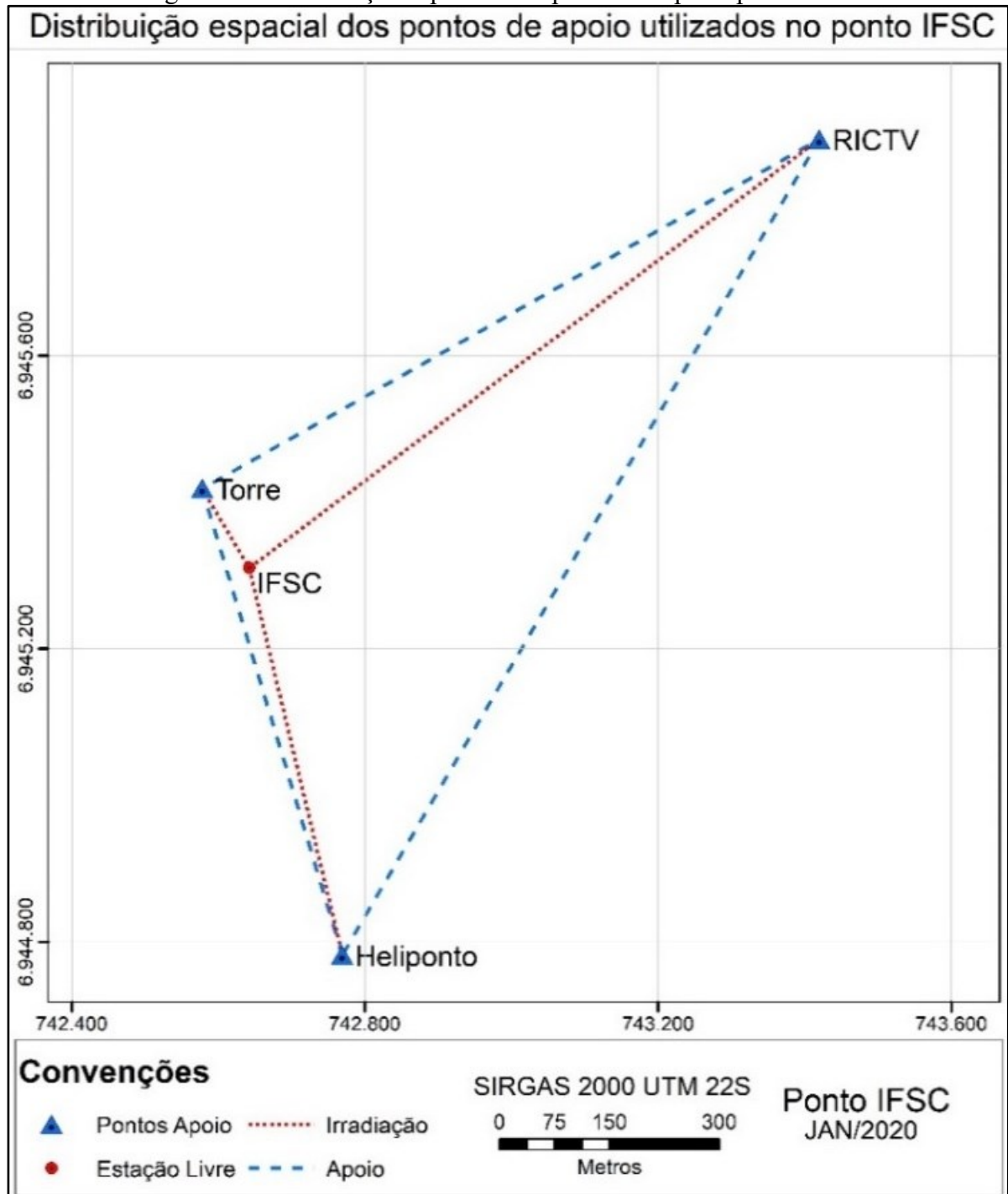
Os resultados da densificação e irradiação foram organizados por ponto ocupado e são apresentados logo abaixo.

4.4.1 Ponto IFSC

O ponto IFSC, por ser um dos vértices da implantação da rede de referência, possui coordenadas GNSS já ajustadas à rede de referência, que é uma importante característica quando deseja-se investigar as discrepâncias entre coordenadas oriundas de outros levantamentos, uma vez que o ajustamento realizado para a implantação da rede garante a sua precisão. A distribuição espacial desta ocupação, a priori, não é considerada ideal, pois o ponto ocupado está próximo do alinhamento de dois pontos de apoio, no entanto não era possível

observar outros pontos de apoio a partir desta ocupação e este era o único ponto com possibilidade de ocupação e com coordenadas oriundas da rede de referência. A figura 27 retrata a distribuição espacial dos pontos de apoio para a simulação da densificação do ponto IFSC.

Figura 27 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto IFSC



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Efetuiu-se 3 campanhas de campo no ponto IFSC, com operadores e instrumentos diferentes visando evitar erros sistemáticos e/ou grosseiros nos dados, resultando nas coordenadas conforme a tabela 4. Nesta tabela pode-se observar que os desvios padrão das 3 campanhas são subcentimétricos e a variação nas coordenadas planimétricas das 3 ocupações acompanham os valores dos desvios padrão.

Tabela 4 - Coordenadas obtidas nas 3 campanhas do ponto IFSC

Campanha	E	σE	N	σN	$\sigma 2D$	Alt.	σAlt	$\sigma 3D$
IFSC_1	742.642,083	0,004	6.945.310,168	0,004	0,006	13,167	0,019	0,020
IFSC_2	742.642,078	0,004	6.945.310,166	0,004	0,006	13,146	0,019	0,020
IFSC_3	742.642,083	0,004	6.945.310,170	0,004	0,006	13,197	0,019	0,020
Todos os valores estão em metros. Planimetria referenciada no SIRGAS2000 UTM 22S e altimetria em sistema local.								

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

As coordenadas obtidas pela M.E.L. para o ponto IFSC, quando comparadas com as coordenadas da monografia (tabela 2) apresentam as diferenças de valores conforme exposto na Tabela 5. Observa-se que as diferenças planimétricas são menores que um centímetro e coerentes com a precisão do levantamento. Na altimetria os valores apresentam variações maiores que na planimetria, porém ainda dentro da tolerância de 3 vezes o desvio padrão.

Tabela 5 - Diferença entre as coordenadas da monografia e as obtidas para o ponto IFSC.

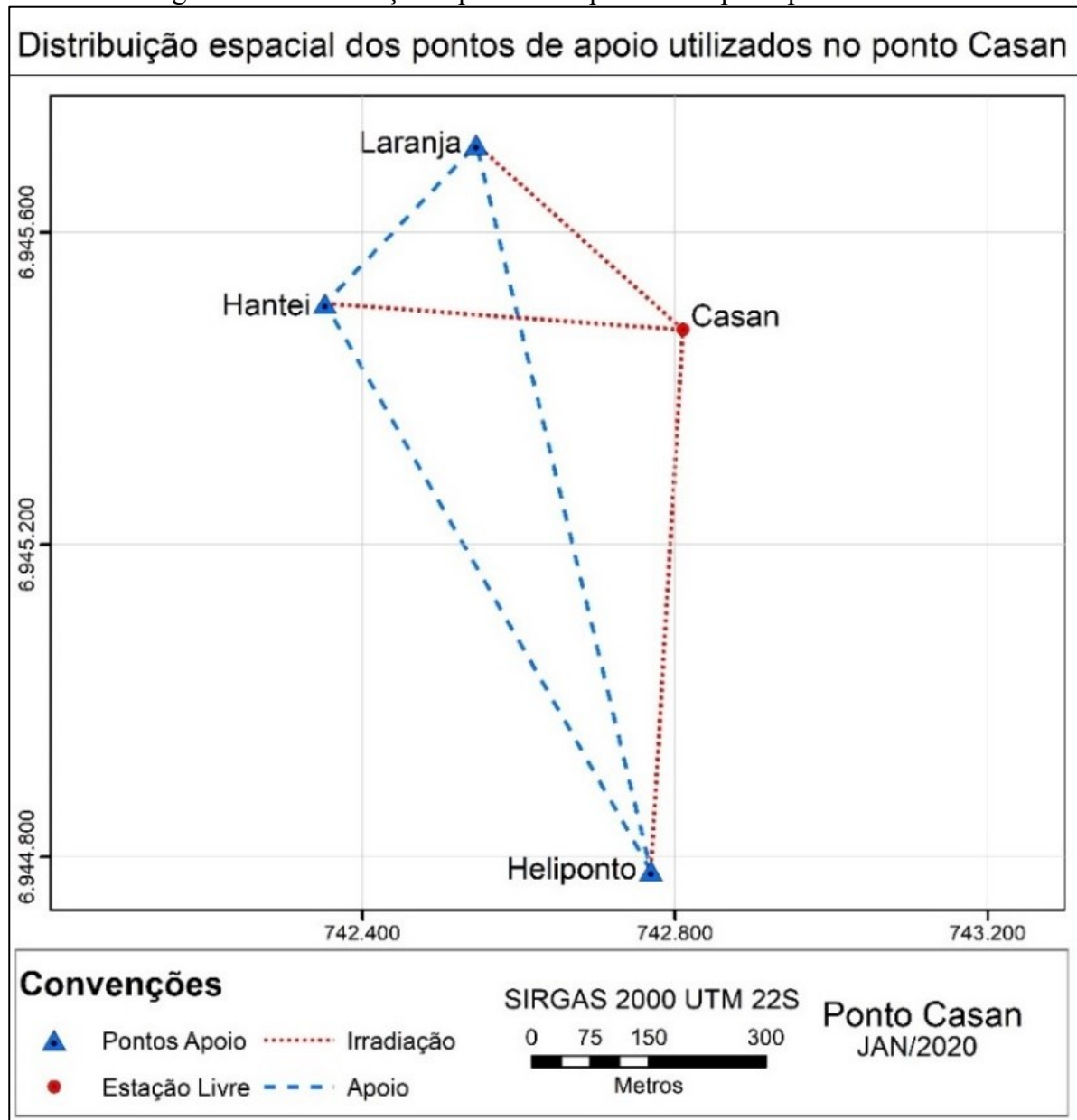
Coord. Monografia x Coord. ELivre					
Campanha	δE	δN	$\delta 2D$	δAlt	$\delta 3D$
IFSC_1	0,002	0,001	0,002	-0,009	0,009
IFSC_2	0,007	0,003	0,008	0,012	0,014
IFSC_3	0,002	-0,001	0,002	-0,039	0,039
Todos os valores estão em metros.					

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.4.2 Ponto Casan

No ponto Casan foi possível observar os pontos de apoio: Hantei, Laranja e Heliponto. A distribuição espacial desta ocupação (figura 28) apresenta o ponto afastado do interior do triângulo formado pelos 3 pontos de apoio.

Figura 28 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto Casan



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Efetuuou-se 3 campanhas de campo, com operadores e instrumentos diferentes, e após o processamento no ELivre obteve-se as coordenadas conforme a tabela 6. Este ponto também apresenta variação nas coordenadas planas subcentimétricas. A altimetria apresentou variação menor que um centímetro e, portanto, variação bem inferior em comparação ao ponto IFSC.

Tabela 6 - Coordenadas obtidas nas 3 campanhas do ponto Casan

Campanha	E	σE	N	σN	$\sigma 2D$	Alt.	σAlt	$\sigma 3D$
Casan_1	742.810,102	0,004	6.945.475,202	0,004	0,006	28,041	0,017	0,018
Casan_2	742.810,110	0,004	6.945.475,208	0,004	0,006	28,035	0,017	0,018
Casan_3	742.810,104	0,004	6.945.475,205	0,004	0,006	28,032	0,017	0,018

Todos os valores estão em metros.
Planimetria referenciada no SIRGAS2000 UTM 22S e altimetria em sistema local.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

O ponto Casan possui coordenadas oriundas de levantamento GNSS realizado nesta pesquisa e, estas, quando comparadas com os resultados do programa ELivre, resultaram em diferenças de dois a três centímetros na coordenada este. Já na coordenada norte os erros ficaram na casa dos milímetros, acompanhando os resultados dos outros pontos densificados nesta pesquisa. A altimetria também variou na casa de um a dois centímetros, valores que também acompanha os resultados anteriores. Estes valores podem são apresentados na tabela 7.

Tabela 7 - Diferença entre as coordenadas GNSS e as obtidas para o ponto Casan

Coord. GNSS x Coord. ELivre					
Campanha	δE	δN	$\delta 2D$	δAlt	$\delta 3D$
Casan_1	-0,027	0,005	0,027	-0,016	0,032
Casan_2	-0,035	-0,001	0,035	-0,010	0,036
Casan_3	-0,029	0,002	0,029	-0,007	0,030

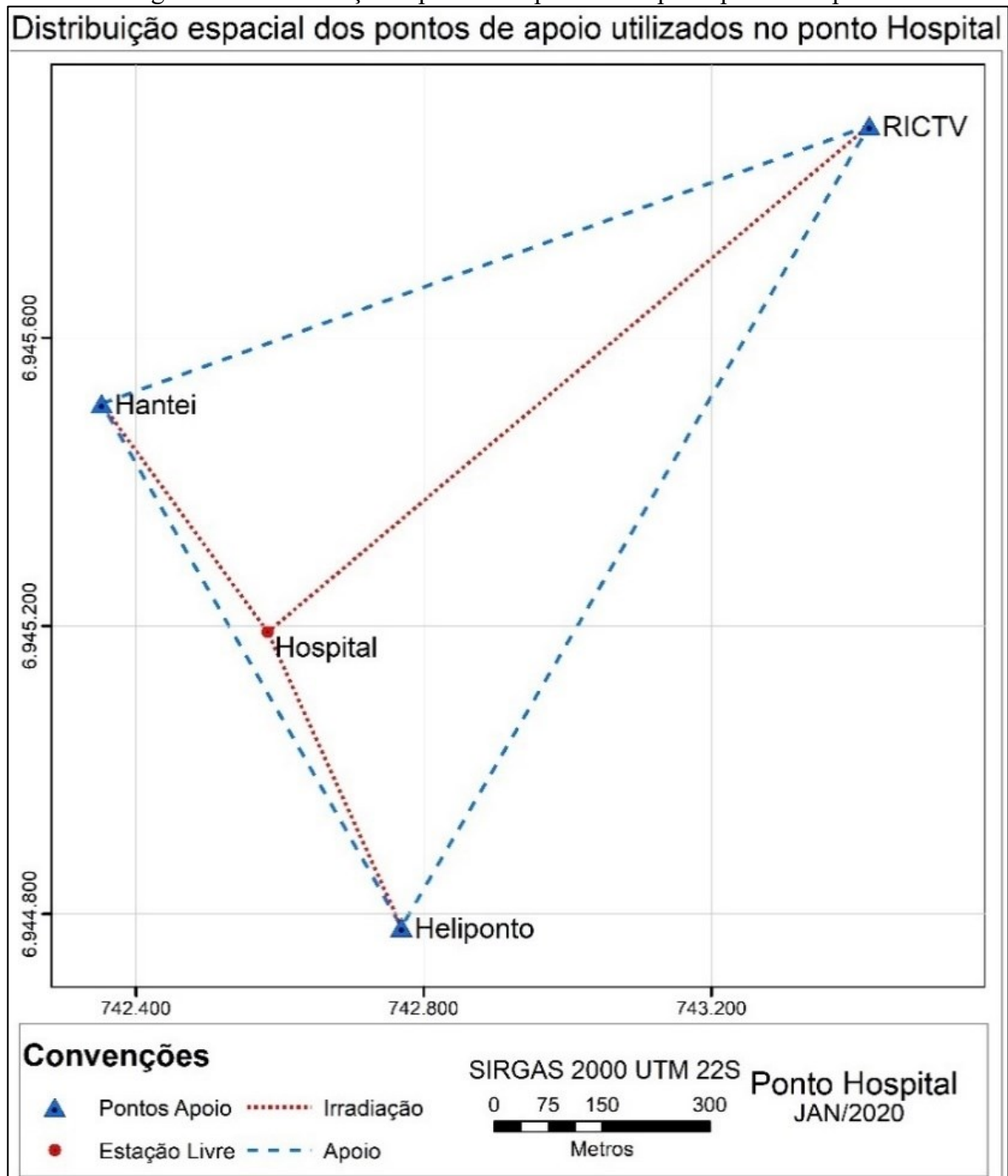
Todos os valores estão em metros.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.4.3 Ponto Hospital

No ponto Hospital foi possível observar os pontos de apoio: Hantei, Rictv e Heliponto. A distribuição espacial desta ocupação (figura 29) apresenta o ponto no interior do triângulo formado pelos pontos e apoio e o ponto ocupado está próximo do alinhamento de dois pontos de apoio.

Figura 29 - Distribuição espacial dos pontos de apoio: ponto Hospital



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

No ponto hospital também foram realizadas 3 ocupações conforme os outros pontos anteriores, no entanto em uma dessas ocupações, devido a erros de gravação dos dados pelo operador, os dados tiveram que ser descartados. As duas ocupações restantes apresentaram os resultados conforme exibido na tabela 8. Os valores encontrados são subcentimétricos na planimetria e na casa de dois centímetros na vertical.

Tabela 8 - Coordenadas obtidas nas 2 campanhas do ponto Hospital

Ponto	E	σE	N	σN	$\sigma 2D$	Alt.	σAlt	$\sigma 3D$
Hospital_1	742.583,061	0,003	6.945.191,497	0,004	0,005	12,778	0,020	0,021
Hospital_2	742.583,072	0,003	6.945.191,493	0,004	0,005	12,797	0,021	0,022

Todos os valores estão em metros.
Planimetria referenciada no SIRGAS2000 UTM 22S e altimetria em sistema local.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

No ponto Hospital, quando comparadas as coordenadas obtidas pelo ELivre com as coordenadas obtidas com o GNSS tem-se que as diferenças na planimetria são menores que um centímetro e na altimetria de 18 a 38 milímetros. Estas diferenças são compatíveis com os desvios-padrões apresentados pelo programa. Esses resultados são exibidos na tabela 9.

Tabela 9 - Resultados da dif. entre as corrd. GNSS e as obtidas para o ponto Hospital

Coord. GNSS x Coord. ELivre					
Campanha	δE	δN	$\delta 2D$	δAlt	$\delta 3D$
Hospital_1	-0,003	-0,007	0,008	-0,016	0,018
Hospital_2	-0,014	-0,003	0,014	-0,035	0,038

Todos os valores estão em metros.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.4.4 Pontos: Canteiro, Livre1 e Livre2

Nos pontos IFSC, Casan e Hospital somente existe a possibilidade de visualizar o mínimo de pontos de apoio para o ajustamento e não houve condições de irradiar um mesmo ponto destas 3 ocupações. Na ocupação do ponto Canteiro é possível observar 5 pontos da rede de referência, sendo eles: Ceisa, Rictv, Heliponto, Laranja e Hantei. Tal situação permite que seja editado diferentes arquivos brutos para análise dos resultados em diferentes distribuições espaciais (cenários) e estes resultados são apresentados mais detalhadamente no item 0.

Em uma análise realizada com as irradiações, levantou-se o ponto canteiro de outras duas ocupações, não materializadas denominadas Livre1 e Livre2. No ponto Livre1 foram observados 4 pontos de apoio: Rictv, Heliponto, Torre e Hantei. O ponto Livre2 possibilita a observação de 3 pontos de apoio: Rictv, Heliponto e Hantei. As coordenadas destes 2 pontos ocupados não podem ser comparadas, pois não há outros levantamentos para confrontá-las. A finalidade destes pontos é irradiar o ponto canteiro de duas posições diferentes e comparar os resultados obtidos.

Foram realizadas duas campanhas para cada ponto ocupado, sendo irradiado o ponto canteiro em posição direta e inversa da luneta (leituras conjugadas). Os resultados dessas irradiações podem ser encontrados na tabela 10.

Tabela 10 – Coordenadas do ponto Canteiro obtidas nas irradiações dos pontos Livre 1 e 2.

Campanha	E	σE	N	σN	$\sigma 2D$	Alt.	σAlt	$\sigma 3D$
Livre 1 - S1	742476,624	0,003	6945323,294	0,003	0,004	10,111	0,015	0,015
Livre 1 - S2	742476,622	0,003	6945323,291	0,003	0,004	10,111	0,015	0,015
Livre 2 - S1	742476,623	0,004	6945323,290	0,004	0,006	10,132	0,021	0,022
Livre 2 - S2	742476,623	0,004	6945323,294	0,004	0,006	10,130	0,021	0,022

Todos os valores estão em metros.
Planimetria referenciada no SIRGAS2000 UTM 22S e altimetria em sistema local.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Quando comparadas com as coordenadas obtidas com o rastreo GNSS (tabela 11) encontra-se novamente a coordenada este com maior discrepância e estando fora dos limites de tolerância de 3 vezes o desvio padrão. A coordenada norte e a componente altimétrica estão dentro do esperado.

Tabela 11 - Diferença das coordenadas GNSS e as irradiadas para o ponto Canteiro.

Coord. GNSS x Coord. ELivre (Irradiada)					
Ocupação	δE	δN	$\delta 2D$	δAlt	$\delta 3D$
Livre 1 - S1	-0,032	-0,006	0,033	-0,015	0,037
Livre 1 - S2	-0,031	-0,003	0,031	-0,016	0,035
Livre 2 - S1	-0,032	-0,002	0,032	-0,036	0,048
Livre 2 - S2	-0,032	-0,006	0,032	-0,035	0,047

Todos os valores estão em metros.

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Os resultados das irradiações também foram comparados com o resultado da densificação do ponto canteiro com 5 pontos de apoio (tabela 12), pois a priori este oferece melhor precisão posicional. Os resultados, igualmente à situação com o GNSS apresentou diferença significativamente maior na coordenada este (próxima de 2 centímetros) e, portanto, fora da tolerância, sendo que na coordenada norte a diferença é menor que um centímetro e dentro da tolerância. A altimetria ficou com mais de quatro decímetros de diferença quando comparada com as coordenadas GNSS e Irradiada com a coordenada da densificação. Esta grande diferença é imputada à um erro grosseiro na medição da altura do instrumento. No entanto este fato não influencia nos comparativos da distribuição espacial.

Tabela 12 - Resultados da dif. entre as coordenadas obtidas na densificação e as obtidas por irradiação para o ponto Canteiro.

Coord. Densificação x Coord. Irradiada					
Ocupação	δE	δN	$\delta 2D$	δAlt	$\delta 3D$
Livre 1 - S1	-0,019	0,003	0,020	-0,464	0,464
Livre 1 - S2	-0,018	0,007	0,019	-0,464	0,464
Livre 2 - S1	-0,019	0,007	0,020	-0,484	0,485
Livre 2 - S2	-0,019	0,003	0,019	-0,483	0,483
Todos os valores estão em metros.					

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.5 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL

São possíveis 26 cenários para o ponto canteiro: um cenário com cinco pontos de apoio e nenhum ponto de irradiação, cinco cenários com quatro pontos de apoio e um ponto irradiado, dez cenários com três pontos de apoio e dois pontos irradiados e dez cenários com dois pontos de apoio e três pontos irradiado conforme apresentado na tabela 13. Estes cenários apresentam variação no formato, tamanho e proporção na geometria que possibilitam as análises propostas nessa pesquisa.

Tabela 13 - Cenários possíveis para o ponto Canteiro

N.º Apoio	Cenário	Ceisa	Hantei	Heliponto	Laranja	RICTV
5	1	Apoio	Apoio	Apoio	Apoio	Apoio
4	2	Irradiação	Apoio	Apoio	Apoio	Apoio
	3	Apoio	Irradiação	Apoio	Apoio	Apoio
	4	Apoio	Apoio	Irradiação	Apoio	Apoio
	5	Apoio	Apoio	Apoio	Irradiação	Apoio
	6	Apoio	Apoio	Apoio	Apoio	Irradiação
3	7	Irradiação	Irradiação	Apoio	Apoio	Apoio
	8	Irradiação	Apoio	Irradiação	Apoio	Apoio
	9	Irradiação	Apoio	Apoio	Irradiação	Apoio
	10	Irradiação	Apoio	Apoio	Apoio	Irradiação
	11	Apoio	Irradiação	Irradiação	Apoio	Apoio
	12	Apoio	Irradiação	Apoio	Irradiação	Apoio
	13	Apoio	Irradiação	Apoio	Apoio	Irradiação
	14	Apoio	Apoio	Irradiação	Irradiação	Apoio
	15	Apoio	Apoio	Irradiação	Apoio	Irradiação
	16	Apoio	Apoio	Apoio	Irradiação	Irradiação
2	17	Apoio	Apoio	Irradiação	Irradiação	Irradiação
	18	Apoio	Irradiação	Apoio	Irradiação	Irradiação
	19	Apoio	Irradiação	Irradiação	Apoio	Irradiação
	20	Apoio	Irradiação	Irradiação	Irradiação	Apoio
	21	Irradiação	Apoio	Apoio	Irradiação	Irradiação
	22	Irradiação	Apoio	Irradiação	Apoio	Irradiação
	23	Irradiação	Apoio	Irradiação	Irradiação	Apoio
	24	Irradiação	Irradiação	Apoio	Apoio	Irradiação
	25	Irradiação	Irradiação	Apoio	Irradiação	Apoio
	26	Irradiação	Irradiação	Irradiação	Apoio	Apoio

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Os resultados das densificações foram organizados por números de pontos de apoio e as irradiações por ponto irradiado conforme apresentado a seguir.

4.5.1 Resultados da densificação

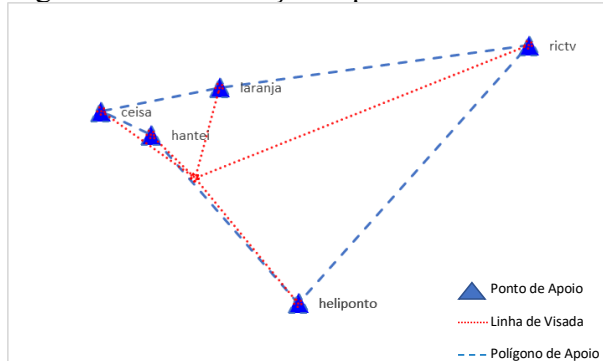
Os resultados da densificação são agrupados pela quantidade de pontos de apoio, sendo dois, três e quatro ou mais pontos. Os resultados de cada um desses grupos e os resultados da concatenação deles estão expostos nos próximos itens.

4.5.1.1 Cenários com 5 e 4 pontos

Os cenários com 5 e 4 pontos de apoio foram unificados por serem os que possuem pontos a mais do que o mínimo necessário para o ajustamento.

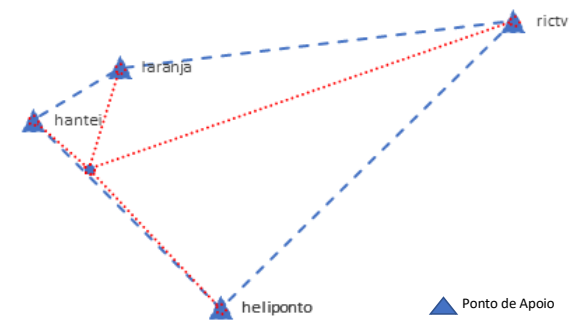
A distribuição espacial dos pontos de apoio e da ocupação dos cenários 1 a 6 são mostradas de forma gráfica na figura 30 à figura 35. Destaca-se que, com exceção do cenário 4, todas as ocupações estão no interior do polígono de apoio e possuem 2 pontos de apoio e a ocupação quase alinhados.

Figura 30 - Distribuição espacial do cenário 1



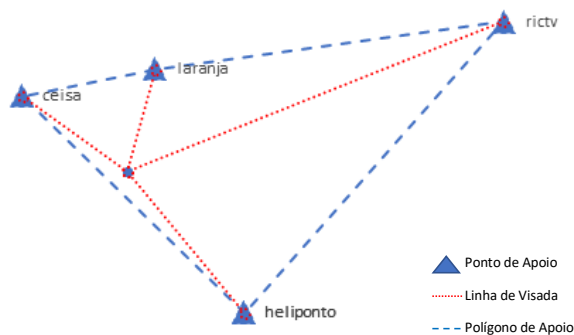
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 31 - Distribuição espacial do cenário 2



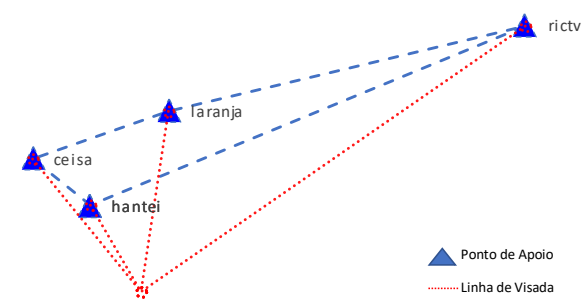
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 32 - Distribuição espacial do cenário 3



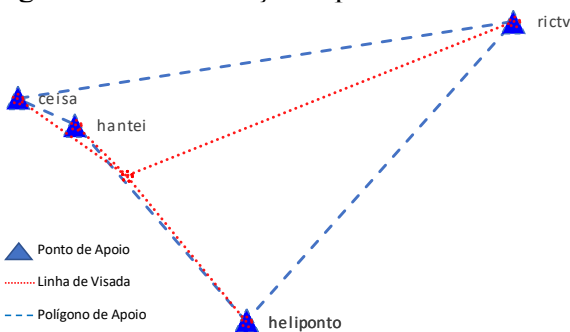
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 33 - Distribuição espacial do cenário 4



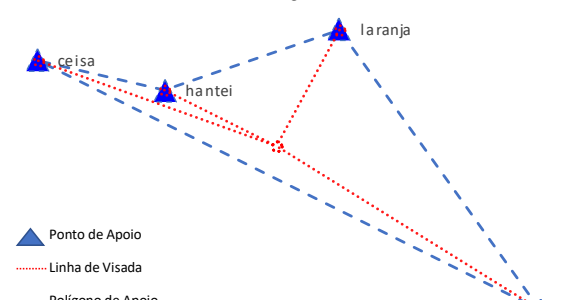
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 34 - Distribuição espacial do cenário 5



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 35 - Distribuição espacial do cenário 6



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Observando os resultados obtidos para os cenários 1 a 6 no programa ELibre, tabulados na tabela 14, é possível observar que o cenário 4 apresenta o maior desvio-padrão 2D (6 milímetros), enquanto todos os outros resultados são 4 milímetros. Em relação à média dos

valores, o cenário 4 também é o que apresenta maior resíduo, no entanto este é de mesma magnitude do desvio padrão, portanto não foi considerado outlier.

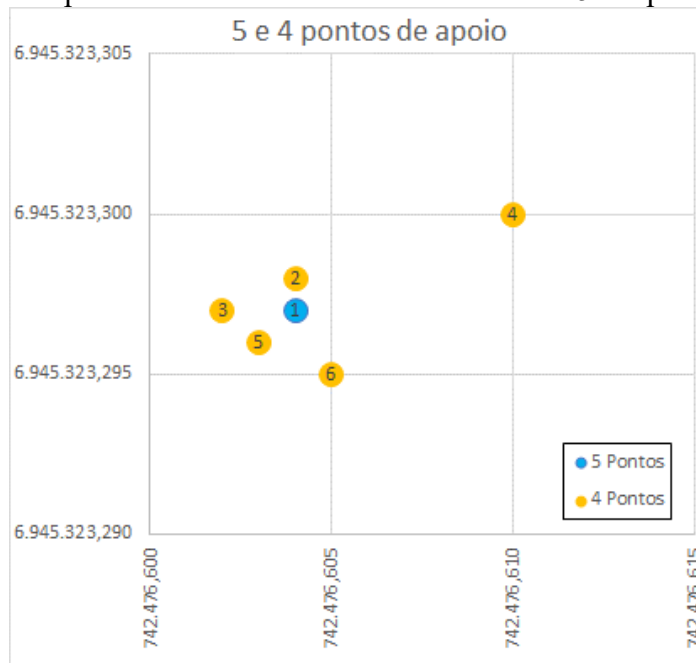
Tabela 14 - Resultados do ELibre para os cenários 1 a 6.

Resultados do ELibre para os cenários 1 a 6									Média – Coord.		
Cenário	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$
1	742.476,604	0,003	6.945.323,297	0,003	9,487	0,013	0,004	0,014	0,001	0,000	0,001
2	742.476,604	0,003	6.945.323,298	0,003	9,488	0,015	0,004	0,016	0,001	-0,001	0,001
3	742.476,602	0,003	6.945.323,297	0,003	9,486	0,015	0,004	0,016	0,003	0,000	0,003
4	742.476,610	0,004	6.945.323,300	0,004	9,488	0,014	0,006	0,015	-0,005	-0,003	0,006
5	742.476,603	0,003	6.945.323,296	0,003	9,483	0,016	0,004	0,017	0,002	0,001	0,002
6	742.476,605	0,003	6.945.323,295	0,003	9,494	0,018	0,004	0,018	0,000	0,002	0,002
Máximo	742.476,610	0,004	6.945.323,300	0,004	9,494	0,018	0,006	0,018	0,005	0,003	0,006
Média	742.476,605	0,003	6.945.323,297	0,003	9,488	0,015	0,004	0,016	0,000	0,000	0,002
Mínimo	742.476,602	0,003	6.945.323,295	0,003	9,483	0,013	0,004	0,014	0,000	0,000	0,001
Desv. Pad	0,003		0,002		0,004						

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

De forma gráfica (figura 36), percebe-se o afastamento do cenário 4 em relação aos outros cenários deste comparativo. A provável causa da variação no desvio padrão do cenário 4 está relacionada com a geometria espacial dos pontos de apoio, assunto que será melhor explorado nos itens a seguir.

Figura 36 - Dispersão dos resultados dos cenários com 5 e 4 pontos de apoio

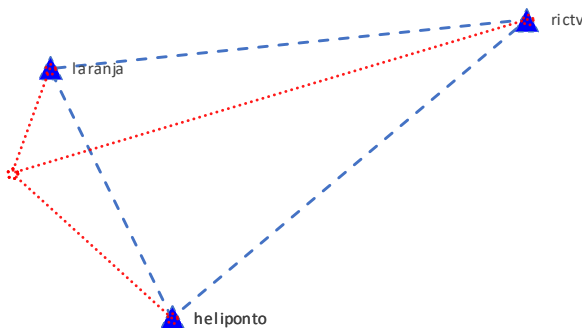


Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.5.1.2 Cenários com 3 pontos

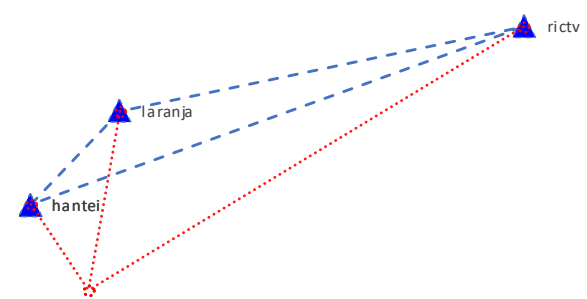
Ao observar a distribuição espacial dos dez cenários possíveis com 3 pontos de apoio, ilustrados da figura 37 à figura 46, percebe-se que os cenários 7, 8, 11, 14, 15 e 16 o ponto ocupado está fora do triângulo formado pelos pontos de apoio. Nos cenários 9, 10 e 16 o ponto ocupado está próximo de um alinhamento com 2 pontos de apoio e o cenário 9 o ponto ocupado está significativamente mais próximo de um dos pontos de apoio em relação aos outros 2 pontos deste cenário.

Figura 37 - Distribuição espacial do cenário 7



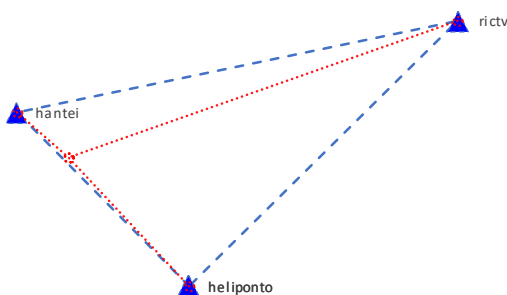
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 38 - Distribuição espacial do cenário 8



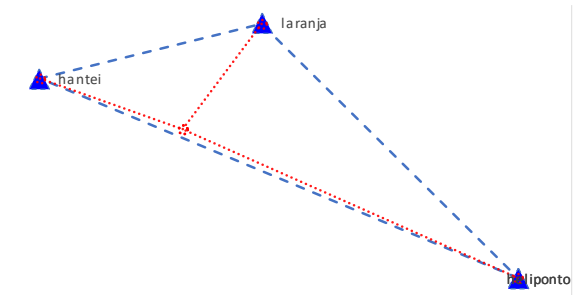
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 39 - Distribuição espacial do cenário 9



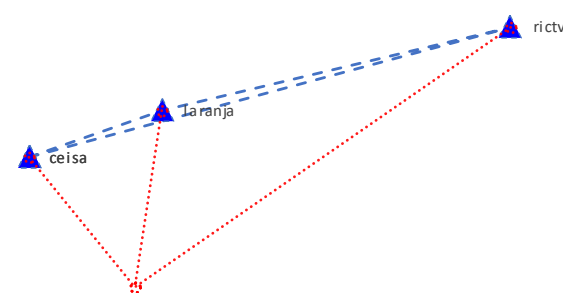
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 40 - Distribuição espacial do cenário 10



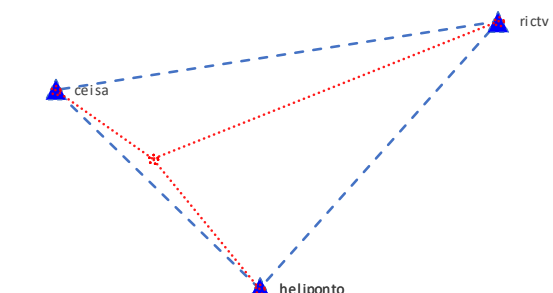
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 41 - Distribuição espacial do cenário 11



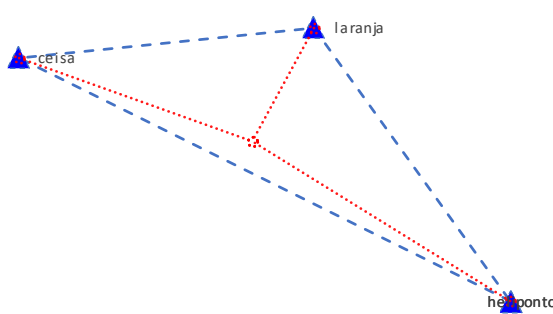
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 42 - Distribuição espacial do cenário 12



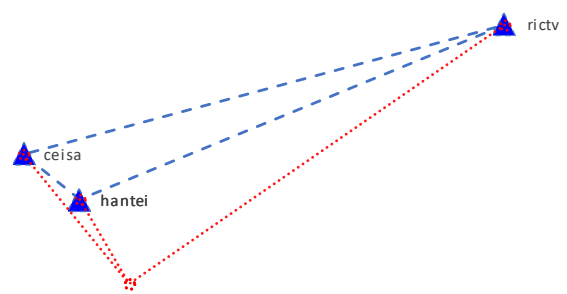
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 43 - Distribuição espacial do cenário 13



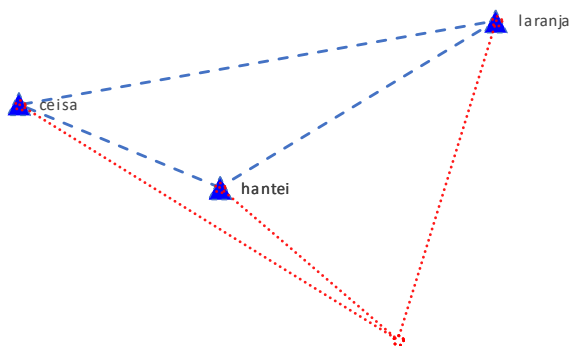
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 44 - Distribuição espacial do cenário 14



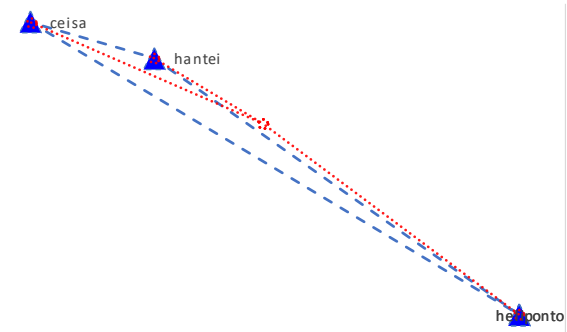
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 45 - Distribuição espacial do cenário 15



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 46 - Distribuição espacial do cenário 16



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Para os dez cenários possíveis com 3 pontos de apoio, gerou-se um arquivo bruto e realizou-se o processamento no ELibre. Após o processamento, os cenários compostos por 3 pontos de apoio resultam nos dados compilados na tabela 15. Os desvios-padrões planimétricos não são superiores 11 milímetros, e percebe-se uma maior incerteza quando comparados com os cenários onde há 4 pontos de apoio. Os deltas, planimétricos, relacionados à média, não ultrapassam os 10 milímetros.

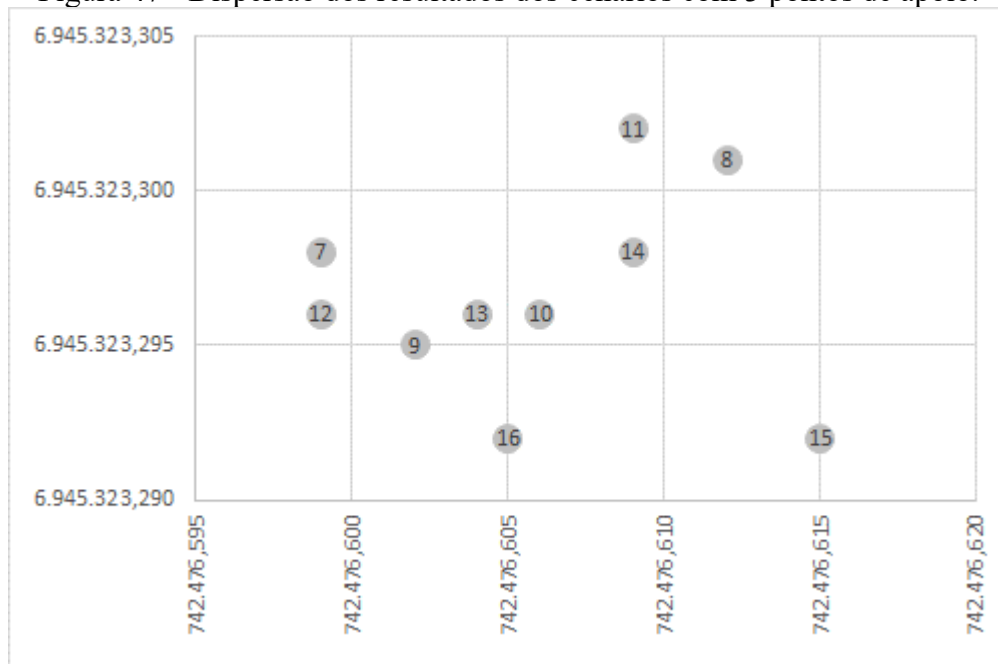
Tabela 15 - Resultados dos cenários com 3 pontos de apoio

Resultados dos Elivre para os cenários 7 a 16									Média – Coord.		
Cenário	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$
7	742.476,599	0,004	6.945.323,298	0,004	9,488	0,021	0,006	0,022	0,007	-0,001	0,007
8	742.476,612	0,005	6.945.323,301	0,005	9,489	0,016	0,007	0,017	-0,006	-0,004	0,007
9	742.476,602	0,004	6.945.323,295	0,004	9,482	0,021	0,006	0,022	0,004	0,002	0,004
10	742.476,606	0,003	6.945.323,296	0,004	9,494	0,020	0,005	0,021	0,000	0,001	0,001
11	742.476,609	0,005	6.945.323,302	0,005	9,486	0,017	0,007	0,018	-0,003	-0,005	0,006
12	742.476,599	0,004	6.945.323,296	0,004	9,477	0,021	0,006	0,022	0,007	0,001	0,007
13	742.476,604	0,003	6.945.323,296	0,004	9,491	0,021	0,005	0,022	0,002	0,001	0,002
14	742.476,609	0,004	6.945.323,298	0,004	9,487	0,017	0,006	0,018	-0,003	-0,001	0,003
15	742.476,615	0,007	6.945.323,292	0,008	9,494	0,093	0,011	0,094	-0,009	0,005	0,010
16	742.476,605	0,003	6.945.323,292	0,004	9,494	0,021	0,005	0,022	0,001	0,005	0,005
Máximo	742.476,615	0,007	6.945.323,302	0,008	9,494	0,093	0,011	0,094	0,009	0,005	0,010
Média	742.476,606	0,004	6.945.323,297	0,005	9,488	0,027	0,006	0,028	0,000	0,000	0,005
Mínimo	742.476,599	0,003	6.945.323,292	0,004	9,477	0,016	0,005	0,017	0,000	0,001	0,001
Desv. Pad	0,005		0,003		0,006						

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Pode-se observar de forma espacial os resultados para os cenários formados por 3 pontos de apoio na figura 47. Percebe-se uma maior dispersão nos resultados em relação aos cenários com 4 pontos de apoio.

Figura 47 - Dispersão dos resultados dos cenários com 3 pontos de apoio.

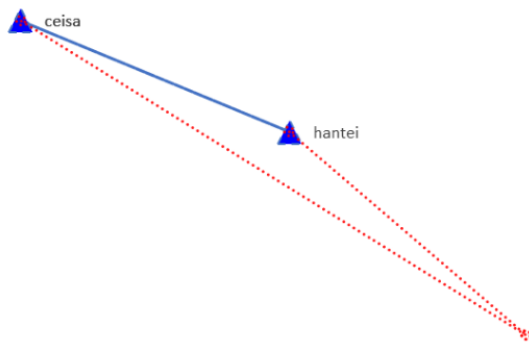


Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.5.1.3 Cenários com 2 pontos

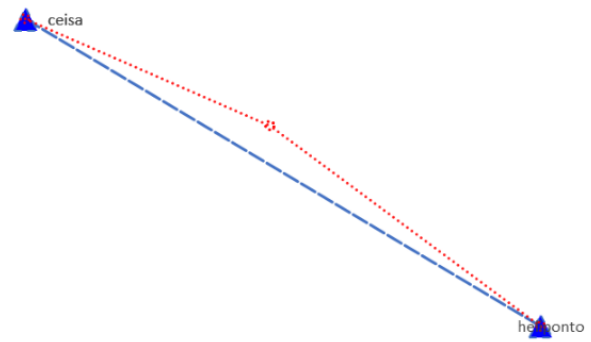
Quando utiliza-se apenas 2 pontos de apoio não é possível realizar o ajustamento, mas é possível obter as coordenadas. Com os dados coletados para o ponto Canteiro é possível gerar 10 cenários com 2 pontos de apoio. Com 2 pontos de apoio tem-se apenas um segmento de linha como figura geométrica de apoio. Os cenários 17 a 26 estão representados da figura 48 à figura 57.

Figura 48 - Distribuição espacial do cenário 17



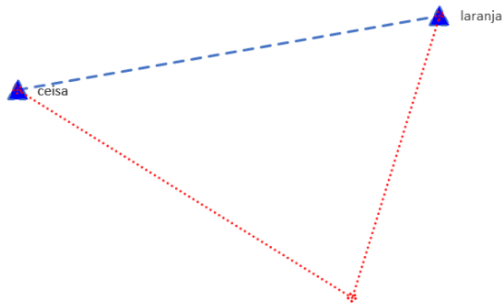
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 49 - Distribuição espacial do cenário 18



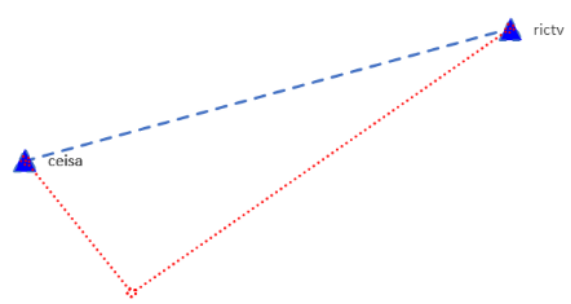
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 50 - Distribuição espacial do cenário 19



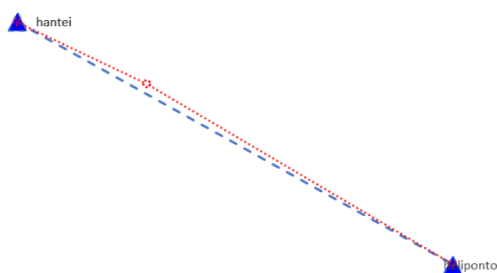
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 51 - Distribuição espacial do cenário 20



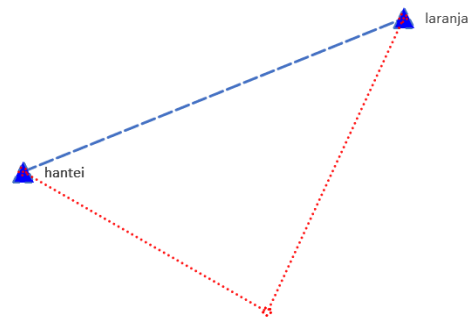
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 52 - Distribuição espacial do cenário 21



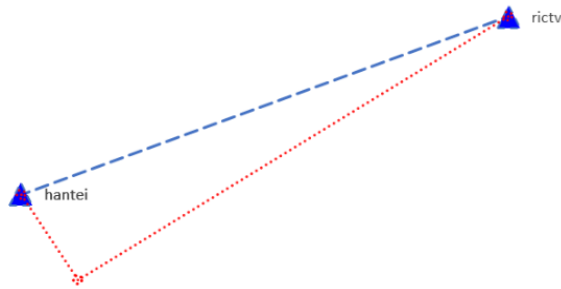
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 53 - Distribuição espacial do cenário 22



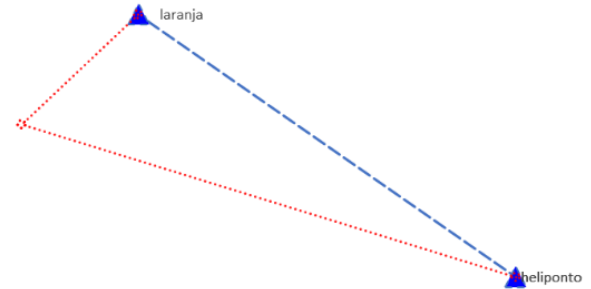
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 54 - Distribuição espacial do cenário 23



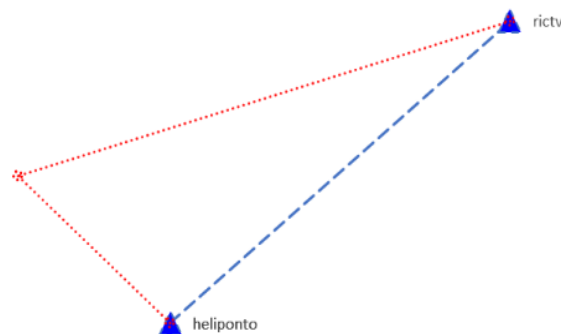
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 55 - Distribuição espacial do cenário 24



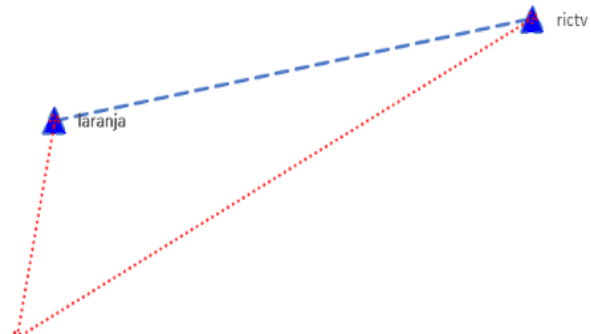
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 56 - Distribuição espacial do cenário 25



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 57 - Distribuição espacial do cenário 26



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Os resultados das densificações calculadas com o ELivre para os cenários com 2 pontos de apoio estão reunidos na tabela 16. Nesta tabela é possível identificar que a média dos desvios-padrões 2D é de 10 milímetros, no entanto o cenário 17 apresentou 21 milímetros. A variação nos valores da precisão posicional também variou com maior intensidade do que nos outros cenários com mais pontos de apoio. Quando comparado com a média, este cenário se torna menos afastado, sendo o cenário 25 o que apresenta maior diferença planimétrica (18mm) seguido pelo cenário 26 (14mm). Esses deltas são cerca de duas vezes maiores que nos outros cenários.

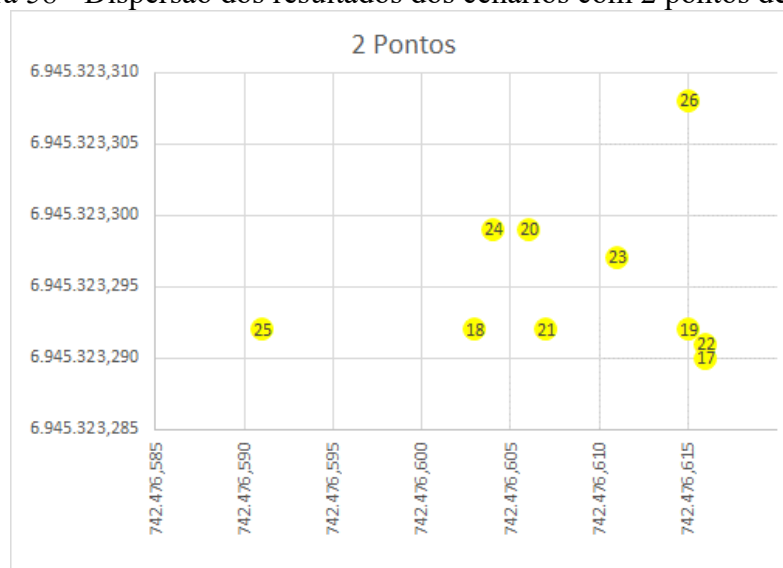
Tabela 16 - Resultados dos cenários com 2 pontos de apoio

Resultados dos Elivre para os cenários 17 a 26									Média – Coord.		
Cenário	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$
17	742.476,616	0,014	6.945.323,290	0,016	9,522	0,176	0,021	0,177	-0,008	0,005	0,009
18	742.476,603	0,004	6.945.323,292	0,004	9,490	0,030	0,006	0,031	0,005	0,003	0,006
19	742.476,615	0,010	6.945.323,292	0,010	9,491	0,095	0,014	0,096	-0,007	0,003	0,007
20	742.476,606	0,006	6.945.323,299	0,006	9,483	0,024	0,008	0,025	0,002	-0,004	0,004
21	742.476,607	0,004	6.945.323,292	0,005	9,497	0,028	0,006	0,029	0,001	0,003	0,003
22	742.476,616	0,009	6.945.323,291	0,009	9,463	0,193	0,013	0,193	-0,008	0,004	0,009
23	742.476,611	0,005	6.945.323,297	0,006	9,489	0,023	0,008	0,024	-0,003	-0,002	0,003
24	742.476,604	0,004	6.945.323,299	0,005	9,491	0,027	0,006	0,028	0,004	-0,004	0,006
25	742.476,591	0,005	6.945.323,292	0,006	9,447	0,053	0,008	0,054	0,017	0,003	0,018
26	742.476,615	0,008	6.945.323,308	0,008	9,485	0,023	0,011	0,026	-0,007	-0,013	0,014
Máximo	742.476,616	0,014	6.945.323,308	0,016	9,522	0,193	0,021	0,193	0,017	0,013	0,018
Média	742.476,608	0,007	6.945.323,295	0,008	9,486	0,067	0,010	0,068	0,000	0,000	0,008
Mínimo	742.476,591	0,004	6.945.323,290	0,004	9,447	0,023	0,006	0,024	0,001	0,002	0,003
Desvio	0,008		0,006		0,020						

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Ao analisar de maneira gráfica os resultados da densificação para os cenários 17 a 26 (figura 58), evidencia-se a maior dispersão nos cenários 25 e 26.

Figura 58 - Dispersão dos resultados dos cenários com 2 pontos de apoio.



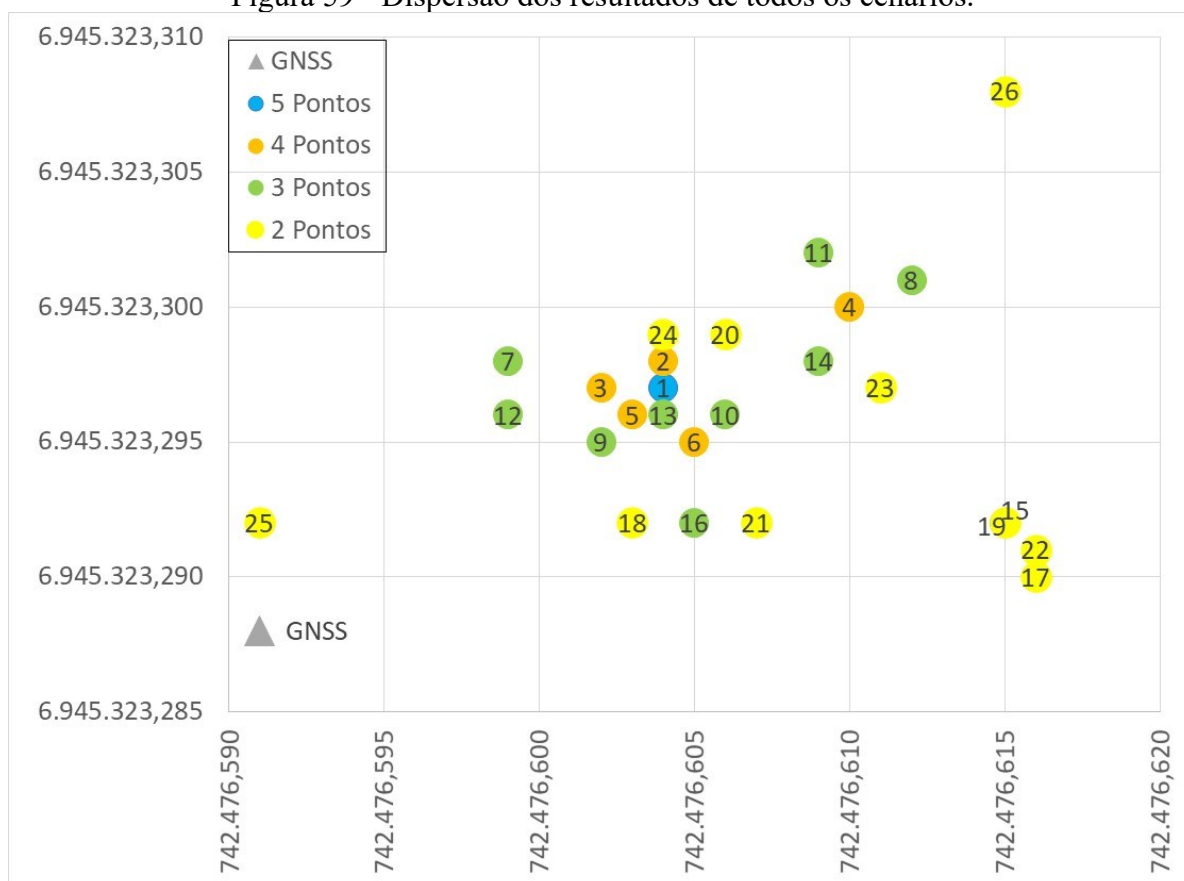
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.5.1.4 Análise geral dos cenários

Ao agrupar os resultados obtidos para os 26 cenários, observa-se que a quantidade de pontos de apoio é significativa para a qualidade dos resultados, pois quanto menor a quantidade

de pontos de apoio, mais dispersos são os resultados conforme ilustra a figura 59. Ainda nesta figura vê-se que os resultados do rastreo GNSS não está condizente com os resultados do M.E.L. A possibilidade mais plausível são as condições de rastreo e o fato do rastreo não está ajustado rede utilizada.

Figura 59 - Dispersão dos resultados de todos os cenários.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Observando os resultados, percebe-se que a quantidade de pontos de utilizados como referência tem influência inversamente proporcional as incertezas obtidas. Os desvios-padrões planimétricos máximo, médio e mínimo de cada grupo de cenários (2, 3, 4 pontos) estão tabulados na tabela 17.

Tabela 17 - Precisão posicional encontradas nos cenários pesquisados.

Pontos de referência	σ_{2D} mínimo (mm)	σ_{2D} médio (mm)	σ_{2D} máximo (mm)
2	6	10	21
3	5	6	11
4	4	5	6

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Visando encontrar uma relação entre a distribuição espacial e a qualidade dos resultados obtidos com o ELivre, efetuou-se o cálculo de uma divisão onde o numerador é a distância entre o ponto ocupado e o centro geométrico da figura formada pelos pontos de apoio, e o denominador é a média das distâncias entre os pontos de apoio e o centro anteriormente mencionado, sendo o resultado dessa fração denominado de fator central. Os resultados foram tabulados e estão na tabela 18. Observa-se que estes dados são condizentes com os resultados obtidos por Horemuž e Jansson (2017) e corroboram na afirmação que na solução da estação livre baseada no método polar e nas transformadas de Helmert, a proximidade do ponto ao centro geométrico é o principal fator para a diluição da precisão.

Tabela 18 - Comparativo entre os desvios-padrões 2D resultantes e o fator central calculado.

N.º Apoio	Cenário	σ_{2D}	Fator central
4	4	0,006	0,9
	2	0,004	0,6
	3	0,004	0,5
	5	0,004	0,4
	6	0,004	0,2
3	15	0,011	2,0
	8	0,007	1,1
	11	0,007	1,0
	7	0,006	0,8
	9	0,006	0,6
	12	0,006	0,5
	14	0,006	0,7
	10	0,005	0,2
	13	0,005	0,1
16	0,005	0,1	
2	17	0,021	3,5
	19	0,014	2,0
	22	0,013	2,1
	26	0,011	1,6
	20	0,008	0,9
	23	0,008	1,0
	25	0,008	1,0
	21	0,006	0,5
	24	0,006	0,4
	18	0,006	0,3

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

4.5.2 Resultados das Irradiações

Os cenários formados por 4 pontos de apoio possibilitam simular a irradiação de um ponto da rede. Estas coordenadas quando comparadas com as coordenadas das monografias resultam nos dados contidos na tabela 19. Acompanhando os resultados da densificação, os resultados da irradiação do cenário 4 são os que apresentam maior incerteza.

A irradiação do ponto Rictv, no cenário 6, teve como resultado uma diferença de 20 milímetros na planimetria e de mais de 100 milímetros na altimetria. Este ponto apresenta distância mais longa em relação aos pontos de apoio e grande desnível, fatores que podem ser os causadores da incerteza acentuadas nesta situação.

Tabela 19 - Resultados das irradiações dos cenários 1 a 6

Resultados do Eivre para os cenários 2 a 6									Média - Coordenada			
Cenário	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$	
2	742.476,604	0,003	6.945.323,298	0,003	9,488	0,015	0,004	0,016	0,001	-0,001	0,001	
3	742.476,602	0,003	6.945.323,297	0,003	9,486	0,015	0,004	0,016	0,003	0,000	0,003	
4	742.476,610	0,004	6.945.323,300	0,004	9,488	0,014	0,006	0,015	-0,005	-0,003	0,006	
5	742.476,603	0,003	6.945.323,296	0,003	9,483	0,016	0,004	0,017	0,002	0,001	0,002	
6	742.476,605	0,003	6.945.323,295	0,003	9,494	0,018	0,004	0,018	0,000	0,002	0,002	
							Máximo	0,006	0,018	0,005	0,003	0,006
							Média	0,005	0,016	0,000	0,000	0,003
							Mínimo	0,004	0,015	0,000	0,000	0,001
							Desv. Pad	0,001	0,001	0,003	0,002	0,002

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Ao analisar as 20 irradiações possíveis com os cenários de 3 pontos de apoio (tabela 20), tem-se que no cenário 11 a irradiação do ponto Hantei, que está a cerca de 230 metros e próximo ao triângulo de apoio, a incerteza planimétrica ficou em 6 milímetros, no entanto o ponto Heliponto, que está a cerca de 640 metros e em direção contrária ao triângulo de apoio, a incerteza ficou em 20 milímetros. As irradiações do cenário 15 apresentam resultados de 32 e 39 milímetros, mesmo com a densificação com valores abaixo do centímetro. Neste caso novamente tem-se que as distâncias desses pontos são maiores em relação as outras do mesmo cenário.

Tabela 20 - Resultados das irradiações dos cenários 7 a16

Resultados das irradiações dos cenários 7 a16										Monografia - Elivre					
Cenário	Ponto	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$	δA	$\delta 3D$	
7	Ceisa	742.211,812	0,006	6.945.610,301	0,005	74,098	0,022	0,008	0,023	0,010	-0,003	0,011	0,001	0,011	
	Hantei	742.352,172	0,005	6.945.508,825	0,005	65,357	0,022	0,007	0,023	0,015	-0,004	0,015	0,006	0,016	
8	Ceisa	742.211,828	0,006	6.945.610,295	0,006	74,102	0,018	0,009	0,020	-0,005	0,002	0,006	-0,004	0,007	
	Heliponto	742.769,125	0,009	6.944.781,766	0,008	184,473	0,024	0,012	0,027	-0,015	-0,019	0,025	0,002	0,025	
9	Ceisa	742.211,814	0,005	6.945.610,305	0,005	74,091	0,022	0,007	0,023	0,008	-0,008	0,011	0,007	0,013	
	Laranja	742.545,735	0,006	6.945.712,629	0,005	58,209	0,022	0,008	0,023	0,012	-0,001	0,012	0,012	0,017	
10	Ceisa	742.211,814	0,005	6.945.610,305	0,005	74,091	0,022	0,007	0,023	0,008	-0,008	0,011	0,007	0,013	
	Rictv	743.419,714	0,011	6.945.895,047	0,013	289,999	0,054	0,017	0,057	-0,018	0,021	0,028	0,035	0,045	
11	Hantei	742.352,181	0,006	6.945.508,824	0,005	65,367	0,018	0,008	0,020	0,005	-0,003	0,006	-0,004	0,007	
	Heliponto	742.769,122	0,009	6.944.781,763	0,007	184,446	0,025	0,012	0,027	-0,012	-0,016	0,020	0,030	0,036	
12	Hantei	742.352,173	0,004	6.945.508,829	0,004	65,326	0,022	0,006	0,023	0,014	-0,008	0,016	0,037	0,040	
	Laranja	742.545,733	0,006	6.945.712,629	0,005	58,184	0,022	0,008	0,023	0,014	-0,001	0,014	0,037	0,039	
13	Hantei	742.352,178	0,004	6.945.508,824	0,004	65,363	0,024	0,006	0,024	0,008	-0,003	0,009	0,000	0,009	
	Rictv	743.419,710	0,011	6.945.895,055	0,013	289,952	0,056	0,017	0,058	-0,014	0,013	0,019	0,082	0,084	
14	Heliponto	742.769,127	0,008	6.944.781,762	0,007	184,474	0,025	0,010	0,027	-0,017	-0,015	0,023	0,001	0,023	
	Laranja	742.545,739	0,006	6.945.712,622	0,005	58,227	0,018	0,008	0,020	0,008	0,005	0,009	-0,006	0,011	
15	Heliponto	742.769,141	0,016	6.944.781,738	0,016	184,443	0,302	0,023	0,303	-0,030	0,008	0,032	0,032	0,045	
	Rictv	743.419,733	0,026	6.945.895,080	0,027	289,945	0,469	0,037	0,471	-0,037	-0,012	0,039	0,089	0,097	
16	Laranja	742.545,740	0,006	6.945.712,623	0,005	58,228	0,024	0,008	0,025	0,006	0,004	0,007	-0,007	0,010	
	Rictv	743.419,714	0,011	6.945.895,058	0,013	289,969	0,057	0,017	0,060	-0,018	0,010	0,021	0,065	0,068	
								Máximo	0,037	0,471	0,037	0,021	0,039	0,089	0,097
								Média	0,012	0,065	-0,003	-0,002	0,017	0,021	0,031
								Mínimo	0,006	0,020	0,005	0,001	0,006	0,000	0,007
								Desvio Padrão	0,008	0,114	0,016	0,010	0,009	0,029	0,026

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Tabela 21- Resultados das irradiações dos cenários 17 a 26

Resultados das irradiações dos cenários 17 a 26										Monografia - Elivre				
Cenário	Ponto	E	σE	N	σN	Alt.	σAlt	$\sigma 2D$	$\sigma 3D$	δE	δN	$\delta 2D$	δA	$\delta 3D$
17	Heliponto	742.769,142	0,033	6.944.781,735	0,033	184,422	0,539	0,047	0,541	-0,032	0,011	0,034	0,053	0,063
	Laranja	742.545,748	0,024	6.945.712,627	0,024	58,229	0,226	0,034	0,229	-0,002	0,000	0,002	-0,008	0,008
	Rictv	743.419,736	0,054	6.945.895,081	0,056	289,904	0,836	0,078	0,839	-0,040	-0,013	0,042	0,130	0,137
18	Hantei	742.352,180	0,005	6.945.508,820	0,005	65,359	0,033	0,007	0,034	0,006	0,000	0,006	0,004	0,007
	Laranja	742.545,741	0,007	6.945.712,617	0,006	58,221	0,033	0,009	0,034	0,005	0,010	0,011	0,000	0,011
	Rictv	743.419,709	0,012	6.945.895,048	0,014	290,008	0,071	0,019	0,073	-0,013	0,020	0,024	0,026	0,035
19	Heliponto	742.769,141	0,019	6.944.781,741	0,018	184,474	0,304	0,026	0,305	-0,031	0,006	0,031	0,001	0,032
	Hantei	742.352,186	0,011	6.945.508,821	0,011	65,359	0,132	0,016	0,133	0,000	0,000	0,001	0,004	0,004
	Rictv	743.419,730	0,029	6.945.895,082	0,030	290,005	0,472	0,042	0,474	-0,034	-0,014	0,037	0,029	0,047
20	Heliponto	742.769,121	0,009	6.944.781,762	0,008	184,488	0,032	0,012	0,034	-0,011	-0,015	0,019	-0,013	0,023
	Hantei	742.352,181	0,006	6.945.508,823	0,006	65,358	0,025	0,009	0,026	0,005	-0,003	0,006	0,005	0,008
	Laranja	742.545,737	0,008	6.945.712,623	0,007	58,219	0,025	0,010	0,027	0,010	0,004	0,011	0,002	0,011
21	Ceisa	742.211,829	0,006	6.945.610,298	0,007	74,102	0,031	0,009	0,032	-0,007	-0,001	0,007	-0,004	0,008
	Laranja	742.545,748	0,007	6.945.712,616	0,006	58,226	0,030	0,009	0,031	-0,002	0,012	0,012	-0,005	0,012
	Rictv	743.419,714	0,013	6.945.895,041	0,015	290,004	0,066	0,020	0,069	-0,018	0,027	0,032	0,030	0,044
22	Heliponto	742.769,144	0,021	6.944.781,740	0,021	184,546	0,670	0,029	0,671	-0,034	0,006	0,035	-0,071	0,079
	Ceisa	742.211,822	0,015	6.945.610,296	0,015	74,107	0,306	0,021	0,306	0,000	0,001	0,001	-0,009	0,009
	Rictv	743.419,730	0,034	6.945.895,085	0,035	290,138	1,047	0,049	1,048	-0,034	-0,017	0,038	-0,104	0,111
23	Heliponto	742.769,128	0,009	6.944.781,763	0,008	184,491	0,031	0,012	0,033	-0,017	-0,016	0,024	-0,016	0,029
	Ceisa	742.211,827	0,007	6.945.610,293	0,007	74,103	0,025	0,010	0,026	-0,005	0,004	0,006	-0,005	0,008
	Laranja	742.545,741	0,007	6.945.712,620	0,007	58,225	0,024	0,010	0,026	0,005	0,008	0,009	-0,004	0,010
24	Hantei	742.352,182	0,005	6.945.508,830	0,005	65,359	0,030	0,007	0,030	0,004	-0,009	0,010	0,004	0,011
	Ceisa	742.211,824	0,006	6.945.610,309	0,006	74,098	0,031	0,009	0,032	-0,001	-0,012	0,012	0,000	0,012
	Rictv	743.419,724	0,013	6.945.895,053	0,014	290,008	0,064	0,019	0,067	-0,028	0,015	0,032	0,026	0,041
25	Hantei	742.352,165	0,006	6.945.508,819	0,006	65,330	0,055	0,009	0,056	0,022	0,002	0,022	0,034	0,040
	Ceisa	742.211,804	0,007	6.945.610,294	0,007	74,071	0,056	0,010	0,056	0,019	0,003	0,019	0,027	0,033
	Laranja	742.545,724	0,007	6.945.712,621	0,007	58,190	0,055	0,010	0,055	0,022	0,006	0,023	0,032	0,039

26	Heliponto	742.769,126	0,011	6.944.781,776	0,011	184,489	0,031	0,015	0,035	-0,016	-0,030	0,034	-0,014	0,037	
	Hantei	742.352,192	0,008	6.945.508,831	0,008	65,360	0,024	0,012	0,027	-0,006	-0,010	0,012	0,003	0,012	
	Ceisa	742.211,835	0,009	6.945.610,304	0,009	74,100	0,025	0,013	0,028	-0,012	-0,007	0,014	-0,002	0,014	
								Máximo	0,078	1,048	0,040	0,030	0,042	0,130	0,137
								Média	0,019	0,179	-0,008	0,000	0,019	0,005	0,031
								Mínimo	0,007	0,026	0,000	0,000	0,001	0,000	0,004
								Desvio Padrão	0,016	0,269	0,017	0,012	0,013	0,038	0,031

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

De forma geral, observa-se o mesmo padrão da EL: quanto mais próxima a irradiação do centro dos pontos de referência e/ou quanto mais pontos de referência, melhor a precisão posicional desta. Novamente, a geometria dos pontos de referência ou as distâncias de visada se mostraram fatores secundários. Além disso, como a irradiação é determinada a partir da EL, a precisão posicional desta podem degradar bastante em relação ao ponto de EL, comparando os valores contidos na tabela 17 e na tabela 22.

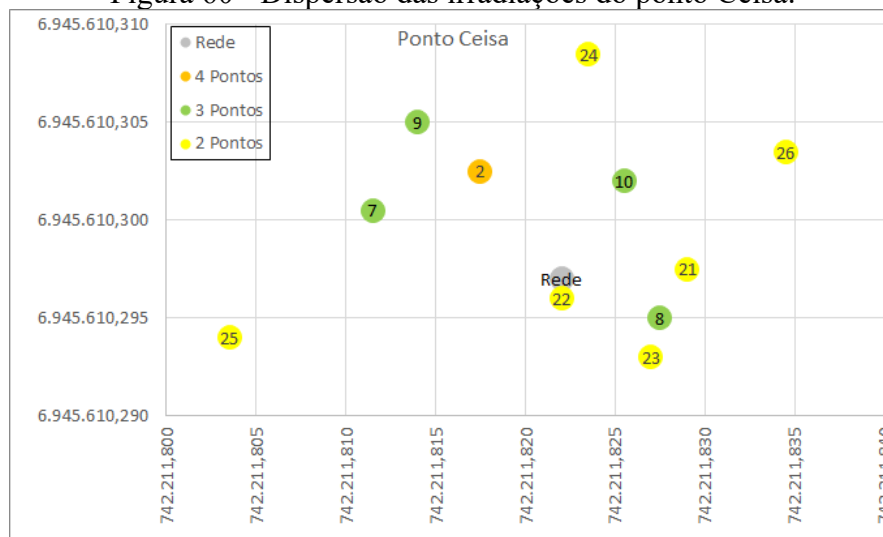
Tabela 22 - Precisão posicional encontradas nas irradiações dos cenários pesquisados.

Precisão posicional encontradas nas irradiações dos cenários pesquisados			
Pontos de referência	σ_{2D} Mínimo (mm)	σ_{2D} Médio (mm)	σ_{2D} Máximo (mm)
2	7	19	78
3	6	12	37
4	6	9	17

Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

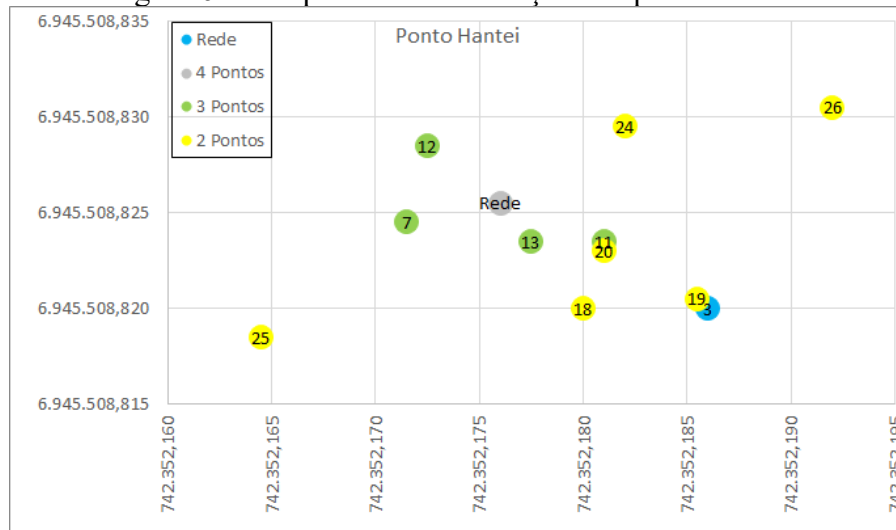
Os resultados das irradiações também foram organizados por ponto irradiado, possibilitando a visualização gráfica da dispersão dos resultados de cada cenário. Esses gráficos são exibidos da figura 60 até a figura 64. Percebe-se novamente que quanto mais afastado do centro geométrico dos pontos de apoio, maior a degradação da precisão.

Figura 60 - Dispersão das irradiações do ponto Ceisa.



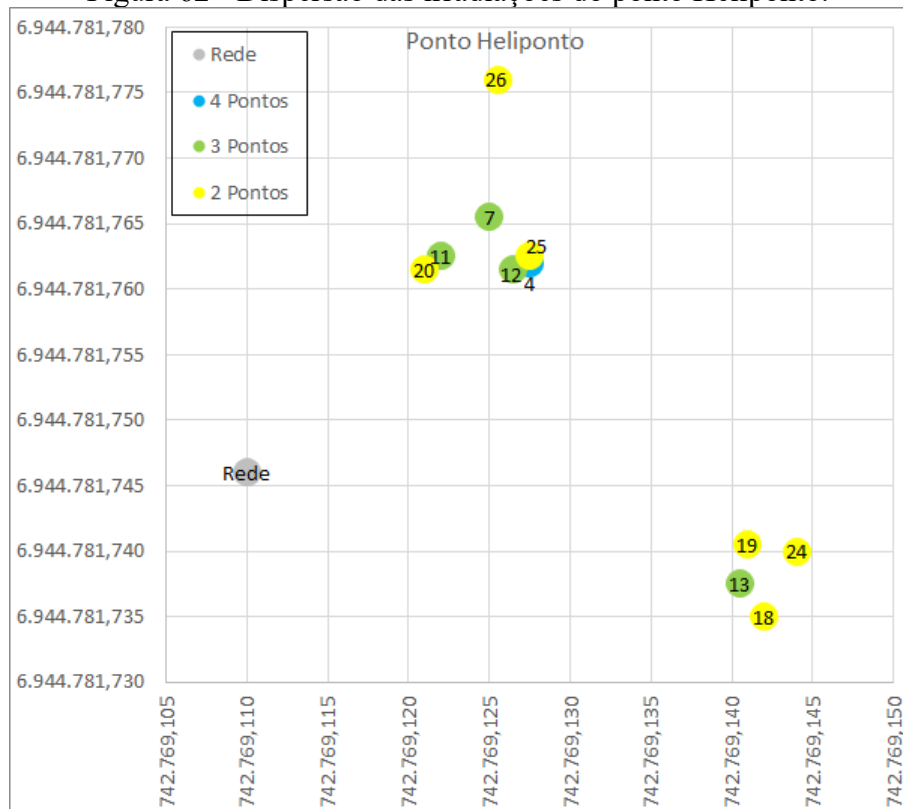
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 61 - Dispersão das irradiações do ponto Hantei.



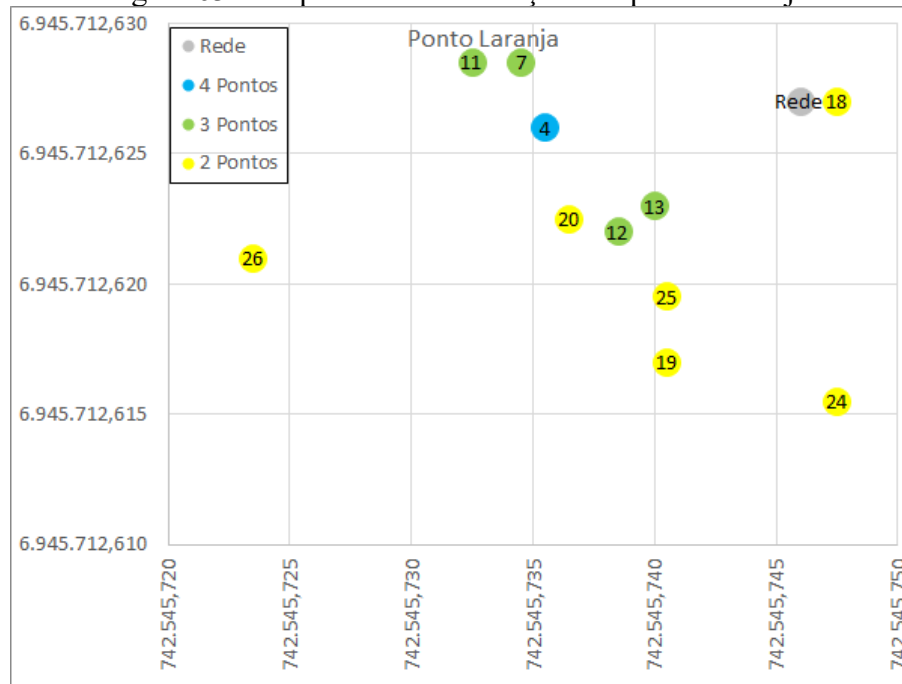
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 62 - Dispersão das irradiações do ponto Heliponto.



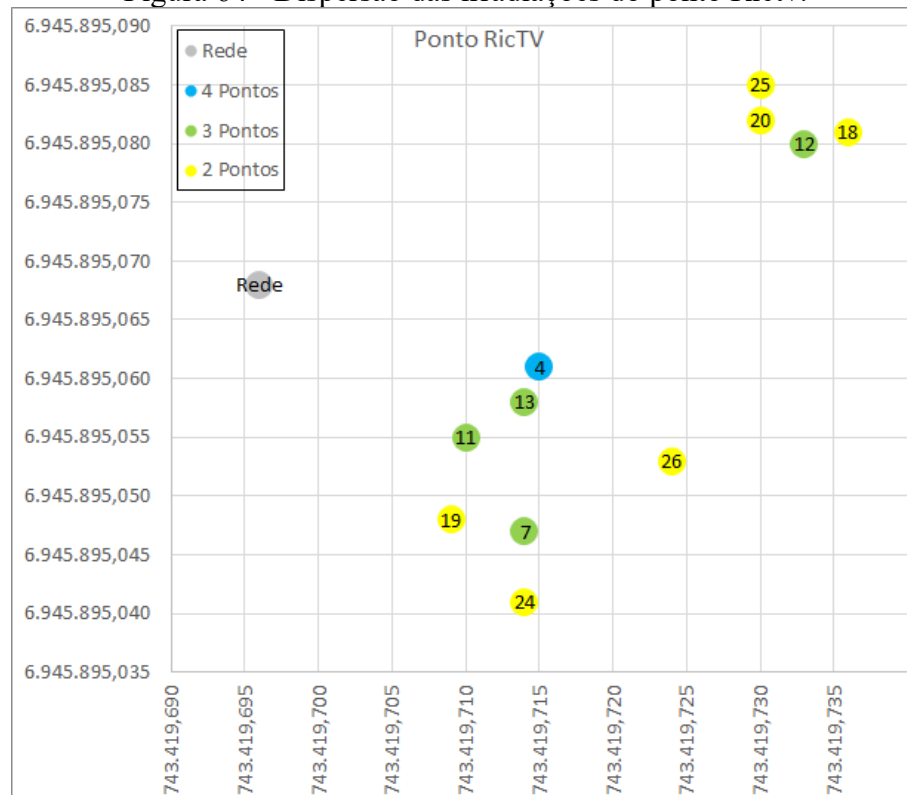
Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 63 - Dispersão das irradiações do ponto Laranja.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

Figura 64 - Dispersão das irradiações do ponto RicTV.



Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

5 CONCLUSÕES

Ao realizar esse estudo sobre a precisão posicional de pontos obtidos através do Método da Estação Livre apoiado em uma Rede de Referência Cadastral Municipal, buscava-se ampliar o conhecimento no uso do método e fomentar a sua aplicabilidade no âmbito nacional.

A reduzida quantidade de programas que possuem ferramentas específicas para os cálculos do Método da Estação Livre, associada a escassez de informações sobre a composição da solução matemática utilizada conduziu à impossibilidade de utilizar as soluções pré-existentes, uma vez que não se tinha plena confiança na correta propagação de erros desde a rede de referência até o ponto-objeto. Devido a tal fato, o escopo da pesquisa passou a abranger o desenvolvimento de um programa, que além do objetivo de executar os cálculos de forma confiável, fosse um programa intuitivo com uma interface gráfica, propiciando expandir as análises deste trabalho e possibilitando a realização de aplicações futuras.

As estações totais utilizadas nesta pesquisa, assim como muitas das disponíveis no mercado, não possuem a possibilidade de inserção das coordenadas dos pontos de referência com suas incertezas, para que estas possam ser propagadas corretamente. Então, para que pudesse se conhecer essa propagação foi necessário criar um banco de dados com as informações dos pontos de apoio com coordenadas no sistema de referência. Esta é a principal vantagem sobre os cálculos efetuados no software embarcado da estação total que não considera a propagação de erros. Desta forma também pode-se ir a campo e somente coletar as observações brutas do instrumento (direções e distâncias), sem necessidade de processamento de dados em campo.

A quantidade de processos envolvidos demandou organização e clareza na sequência operacional, sendo assim, o uso de fluxogramas mostrou-se fundamental para estruturar de forma simples e lógica o desenvolvimento da pesquisa. As rotinas de cálculos mostraram-se confiáveis e o uso de controles e formulários propiciaram celeridade ao processamento e simplificaram a utilização do programa (ELivre).

Desta forma, conclui-se que o programa foi desenvolvido satisfatoriamente, ainda que exista melhorias e depurações de erros de execução que podem ser implementados, no entanto esses aperfeiçoamentos não comprometeram as análises e discussões no qual esta pesquisa se propos.

No que diz respeito a determinação das discrepâncias dos resultados obtidos pelo Método da Estação Livre, ao serem observados os resultados da densificações dos pontos IFSC,

Casan, Hospital, Livre1 e Livre2 percebeu-se que os resíduos planimétricos foram menores que o centímetro e o resíduo altimétrico próximo ao valor de dois centímetros.

Ao se utilizar os pontos de controle como valor verdadeiro há diferença entre os resultados dos dados previamente ajustados à rede de referência e dos dados oriundos do rastreamento GNSS. Os erros encontrados para o ponto IFSC permanecem inferiores ao centímetro, tal qual os resíduos, porém para os outros pontos há grande incidência de erros na ordem de três centímetros.

Quando observada a altimetria, as respostas obtidas não são tão satisfatórias quanto as planimetria, pois existem variações maiores que o decímetro em diversas oportunidades. O fato dos pontos de apoio se situarem em locais altos (ex. topo de edifícios, cume de morro, etc.) fez com que o ângulo zenital fosse por vezes menor que 80° , desfavorecendo de forma significativa os resultados do nivelamento trigonométrico.

Os resultados das irradiações realizadas no ponto canteiro, partindo dos pontos Livre1 e Livre2 apontaram para a degradação da precisão posicional esperada ao se propagar os erros da densificação para a irradiação. Os valores para os resíduos ficaram na ordem de dois centímetros, semelhantes aos valores do erro ao considerar a densificação do ponto canteiro como valor verdadeiro. No comparativo com a metodologia GNSS os erros foram da ordem de três centímetros, no entanto os resultados anteriores mostraram que esta metodologia por não estar ajustada a rede apresentou resultados mais discrepantes.

No que diz respeito à análise da distribuição espacial dos pontos de apoio sobre a qualidade posicional do ponto da Estação Livre, com os resultados obtidos do processamento dos 26 cenários concluiu-se que os principais fatores que afetaram a precisão posicional da ocupação e das irradiações foram: a quantidade de pontos de referência e a distância do ponto considerado ao centro geométrico dos pontos de referência.

A geometria dos pontos de referência foi considerada como um fator secundário, diferentemente de outras soluções matemáticas, *a priori*, no método Klein não ocorre as indeterminações ocasionadas em caso de alinhamentos e/ou por causa do “círculo perigoso”.

Pode-se também concluir que usar três pontos de referência com a ocupação se situando próxima ao centro geométrico forneceu melhor precisão posicional do que quatro pontos de referência com a ocupação se situando afastada do respectivo centro, mesmo com menos pontos de referência e maiores distâncias de visada no primeiro caso.

Outra conclusão obtida está relacionada à verticalização urbana acentuada da área escolhida. O uso de prismas 360° instalados em pontos notáveis do terreno mostrou-se parcialmente satisfatório, pois existem áreas onde os pontos da rede de referência ficam oclusos.

Esta limitação mostra que em centros urbanos a malha de pontos da rede de referência tem que ter densidade mais elevada em relação à ambientes não verticalizados.

Os resultados obtidos ressaltam a importância deste estudo no uso do Método da Estação Livre para a densificação de uma Rede de Referência Cadastral e, também, para outras finalidades tais como o georreferenciamento de imóveis rurais e na construção civil.

Para dar sequência a pesquisa recomenda-se: novos estudos aplicando diferentes modelos matemáticos de ajustamento nos diversos cenários analisados e estudo utilizando o Método da Estação Livre, onde em um primeiro momento sejam densificados pontos em locais sem oclusão e em um segundo momento seja realizado o levantamento apoiado em pontos densificados no primeiro levantamento.

REFERÊNCIAS

- ALIZADEH-KHAMENEH, M. Amin; ANDERSSON, Johan Viu. Geodetic Network Design in Tunnel Surveys. **Journal Of Surveying Engineering**, [S.L.], v. 146, n. 4, p. 060200031-0602000311, 11 mar. 2020. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)su.1943-5428.0000325](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)su.1943-5428.0000325).
- ALVES, João Luís Falcão Germano et al. METODOLOGIA DE ENSINO PARA TOPOGRAFIA: PROPOSTA DIDÁTICA PARA O MÉTODO DE ESTAÇÃO LIVRE. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 4., 2012, Recife. **Anais...** [s.l.]: [s.n.], 2012. p. 01 - 11.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14.166**: Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento. Rio de Janeiro, 1998. 23 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13.133**: Execução de levantamentos topográficos. Rio de Janeiro, 1994. 35 p.
- DALMOLIN, Quintino. **Ajustamento por mínimos quadrados**. 2. ed. Curitiba: Imprensa Universitária, 2004. 176 p.
- DEKOV, D.. A numerical method for solving the horizontal resection problem in Surveying. **Journal Of Geodetic Science**, [S.L.], v. 2, n. 1, p. 65-67, 1 jan. 2012. Walter de Gruyter GmbH. <http://dx.doi.org/10.2478/v10156-011-0026-7>.
- FONTE, Cidália Maria Parreira da Costa. **AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES UTILIZANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS**. Coimbra: [s.n.], 1994. 48 p. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~cfonte/docencia/Topografia%20Aplicada/MMQnovo.pdf>. Acesso em: 12 maio 2019.
- GEMAEL, Camil. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Editora Ufpr, 2004. 319 p.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R.. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 611 p.
- HOREMUŽ, Milan; JANSSON, Patric. Optimum Establishment of Total Station. **Journal Of Surveying Engineering**, [S.L.], v. 143, n. 2, p. 060160041-060160048, maio 2017. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)su.1943-5428.0000207](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)su.1943-5428.0000207).
- KLEIN, Ivandro et al. REDE DE REFERÊNCIA MUNICIPAL PARA ESTAÇÕES LIVRES: UMA PROPOSTA DE BAIXO CUSTO E GRANDE ABRANGÊNCIA. **Revista Brasileira de Cartografia**, [s.i.], v. 69, n. 3, p.519-532, mar. 2017.
- KLEIN, Ivandro; LIMA, Arthur Peixoto Berbert. ESTUDOS INICIAIS SOBRE A INCERTEZA POSICIONAL DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS A LUZ DO SINTER. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO, 13., 2018, Florianópolis. **Anais do COBRAC 2018**. Florianópolis: [s.n.], 2018. p. 1 - 20. Disponível em:

<<http://ocs.cobrac.ufsc.br/index.php/cobrac/cobrac2018/paper/viewFile/532/141>>. Acesso em: 12 maio 2019.

LOCH, Carlos; ERBA, Diego Alfonso. **Cadastro técnico multifinalitário rural e urbano**. Cambridge, Ma: 104-112, 2007. 142 p.

LUZ, Luiz Arnaldo da Silva. **UMA PROPOSTA PARA A PRECISÃO POSICIONAL N CADASTRO URBANO BRASILEIRO FLORIANÓPOLIS, 2013 – UFSC**. 2013. 82 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

MIRANDA, Fabiani D. A.; VEIGA, Luís A. Koenig. MÉTODO DE RESSECÇÃO APLICADO NA DETERMINAÇÃO DE COORDENADAS NO MONITORAMENTO DE PONTOS. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 3., 2010, Recife. **Anais do Simpósio**. Recife: [s.n.], 2010. p. 1 - 5.

MIRANDA, Fabiani das Dores Abati. **Monitoramento Topográfico em Tempo-Real com a Utilização de um Sistema Semi-Automatizado**. 2012. 210 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

NADAL, Carlos Aurélio; JULIANO, Katia Aparecida; RATTON, Eduardo. TESTES ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PARA A VALIDAÇÃO DE REGRESSÕES MÚLTIPLAS APLICADAS NA AVALIAÇÃO DE IM. **Bol. Ciênc. Geod**, Curitiba, v. 9, n. 2, p. 243-262, jun. 2003.

ROGERS, James Vincent. **A STUDY OF THE RESECTION PROBLEM IN SURVEYING**. 1965. 42 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mathematics, Oregon State University, S.L, 1964. Disponível em: https://ir.library.oregonstate.edu/concern/graduate_thesis_or_dissertations/44558g56r. Acesso em: 03 ago. 2019.

SAMPAIO, Livia Faria; DALAZOANA, Regiane; VEIGA, Luis Augusto Koenig. Seleção de pontos-objeto visando o monitoramento de estruturas a partir da propagação de erros por s. **Revista Brasileira de Cartografia**, [s.l.], v. 71, n. 2, p.570-597, 27 jun. 2019. EDUFU - Editora da Universidade Federal de Uberlândia. <http://dx.doi.org/10.14393/rbcv71n2-47891>.

SHULTS, Roman; ROSHCHYN, Oleksandr. Preliminary Determination of Spatial Geodetic Monitoring Accuracy for Free Station Method. **Geodetski List**, Kyiv, v. 4, p. 355-370, 2016.

SIGUEL, Alyne Raminelli et al. Aplicação do método de irradiação tridimensional no monitoramento de barragens. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [s.l.], v. 19, n. 3, p.391-406, set. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1982-21702013000300003>.

SOUZA, Iara Alves Martins de. **A calibração de instrumentos de medições topográficas e geodésicas: A busca pela acreditação laboratorial**. 2010. 199 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes – Área de Infraestrutura de Transportes, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

US ARMY CORPS OF ENGINEERS. **EM 1110-2-1009**: Structural Deformation Surveying. Washington Dc: Us Army, 2018. Disponível em: <http://www.publications.usace.army.mil/Portals/76/Publications/EngineerManuals/EM_1110-2-1009.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2018.

YAN, Guangfeng; CEN, Minyi; LI, Yangtenglong. Gross Error Detectability and Identifiability Analysis in Track Control Network for High-Speed Railway Based on GEJE. **Journal Of Surveying Engineering**, [S.L.], v. 146, n. 1, p. 040190201-0401902009, fev. 2020. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)su.1943-5428.0000297](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)su.1943-5428.0000297).