



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Rafael Bogo Portal Chagas

Método Híbrido para o Cálculo de Impedâncias Série de Cabos de Potência em Meios Externos de Múltiplas Camadas

Florianópolis
2020

Rafael Bogo Portal Chagas

Método Híbrido para o Cálculo de Impedâncias Série de Cabos de Potência em Meios Externos de Múltiplas Camadas

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica da Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr.
Coorientador: André Giovani Leal Furlan, Me.

Florianópolis
2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Chagas, Rafael Bogo Portal

Método híbrido para o cálculo de impedâncias série de cabos de potência em meios externos de múltiplas camadas / Rafael Bogo Portal Chagas ; orientador, Marcelo Lobo Heldwein, coorientador, André Giovanni Leal Furlan, 2020.
114 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Cabos de potência submarinos. 3. Método dos elementos finitos. 4. Impedância série. 5. Método híbrido. I. Heldwein, Marcelo Lobo. II. Furlan, André Giovanni Leal. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Rafael Bogo Portal Chagas

Método Híbrido para o Cálculo de Impedâncias Série de Cabos de Potência em Meios Externos de Múltiplas Camadas

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica e aprovado, em sua forma final, pela Banca Examinadora.

Florianópolis, 28 de outubro de 2020



Documento assinado digitalmente
Jean Viane Leite
Data: 13/11/2020 17:29:58-0300
CPF: 003.474.909-80

Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Documento assinado digitalmente
Marcelo Lobo Heldwein
Data: 10/11/2020 14:51:53-0300
CPF: 018.327.389-30

Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr.
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina



Documento assinado digitalmente
André Giovanni Leal Furlan
Data: 11/11/2020 18:21:38-0300
CPF: 060.628.289-03

André Giovanni Leal Furlan, Me.
Coorientador

Petrobras Transporte S.A.



Documento assinado digitalmente
Walter Pereira Carpes Junior
Data: 12/11/2020 10:26:37-0300
CPF: 572.566.599-20

Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.
Avaliador

Universidade Federal de Santa Catarina

José Carlos Leão Veloso Silva, Dr.
Avaliador

Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo
Miguez de Mello / Petrobras

RESUMO

Devido à crescente importância dos cabos de potência submarinos no cenário energético mundial, é necessária a obtenção de métodos que permitam computar de maneira exata ou de maneira ágil as características elétricas de cabos de potência submarinos. Programas computacionais para análise de transitórios eletromagnéticos comumente empregados comercialmente possuem restrições de geometria e simplificações de baixa frequência, podendo não fornecer bons resultados em todas as situações. Por esta razão, este trabalho estuda diversos métodos para o cálculo de impedâncias de cabos de potência existentes atualmente, sejam eles analíticos ou utilizando o Método Elementos Finitos, com o foco em cabos de três veias de potência e armadura. Posteriormente é apresentado um método híbrido entre analíticos e elementos finitos que proporciona resultados mais exatos que os outros métodos. Considerando o cabo inserido em um ambiente composto por três meios (ar, água e solo), os estudos são separados em impedâncias internas e impedâncias de retorno externo, mapeando as impedâncias externas em todas as profundidades relevantes, desde a superfície da água até enterrado no leito do mar. As impedâncias foram calculadas até a frequência de 1 MHz. Primeiramente desenvolveram-se os métodos analíticos, implementando diversas formulações para o cálculo da impedância de retorno externo disponíveis na literatura. Estas formulações, porém, não são propícias para o cálculo de impedâncias externas em todos os pontos do problema. Para contornar isto, foi implementada uma formulação de onda completa para o cálculo de impedâncias de retorno externo (que não possui nenhuma simplificação de baixa frequência), e que foi, então, simplificada em aproximações quase transversal-eletromagnéticas, construindo novas expressões para o cálculo de impedâncias externas em pontos onde não havia expressões deste tipo disponíveis. Posteriormente foi estudado o Método dos Elementos Finitos, com foco na preparação dos dados para simulação, analisando técnicas de malhagem e relações de simetria que permitem otimizar o esforço computacional. Este método é capaz de calcular as impedâncias internas de cabos com geometrias sofisticadas considerando o efeito de proximidade entre condutores, efeito desconsiderado nos programas computacionais e nas formulações analíticas, permitindo o estudo de qualquer cabo desejado e resultando em dados com maior exatidão que os outros métodos. Por fim, mostra como calcular as impedâncias série de cabos de potência utilizando o método híbrido analítico-elementos finitos. O Método Híbrido combina as impedâncias internas obtidas utilizando o Método dos Elementos Finitos com as impedâncias externas obtidas utilizando a formulação analítica de onda completa, sendo o único método que permite o estudo de cabos de qualquer geometria, considerando tanto o efeito de proximidade entre condutores nas impedâncias internas quanto os efeitos de alta frequência nas impedâncias externas. Como resultado da comparação entre os métodos, comportaram-se todos da maneira esperada computando valores semelhantes, exceto em uma situação onde observaram-se resultados inesperados, com o Método dos Elementos Finitos discordando das formulações analíticas com o cabo localizado na água do mar em altas frequências. Isto gerou uma discussão acerca da validade da resolução numérica em meio de alta condutividade das formulações analíticas, que são tipicamente compostas por funções numericamente instáveis.

Palavras-chave: Cabos de potência. Impedância. Modelagem computacional. Modelo matemático. Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

Due to the growing importance of submarine power cables in the global energy scenario, it is necessary to obtain methods that allow to accurately or quickly compute the electrical characteristics of submarine power cables. Commonly used commercial electromagnetic transient analysis software are limited to geometry restrictions and low frequency simplifications, and may not provide good results in all situations. For this reason, this work studied several methods for calculating power cable impedances, both analytical and the Finite Element Method, with a focus on cables with three power cores and armor. Subsequently, a hybrid method between analytics and finite elements is presented, which provides more accurate results than the other methods. Considering the cable inserted in a medium composed of three materials (air, water and soil), the studies were separated into internal impedances and external ground return impedances, mapping the external impedances at all relevant depths, from the water surface to buried in the seabed. The impedances were calculated up to 1 MHz. First, the analytical methods were studied, implementing various formulations available in the literature for calculating the ground return impedance. These formulations, however, are not suitable for calculating external impedances at all depths. To solve this, a full wave formulation for the calculation of ground return impedances, which has no low frequency simplification, was implemented. Then, it was simplified into quasi transverse-electromagnetic approximations, building new expressions for calculating external impedances at places where no quasi transverse-electromagnetic expressions were available. Subsequently, the Finite Element Method was studied, focusing on data preparation, analyzing mesh techniques and symmetry relations that allow optimizing the computational effort. This method is capable of calculating the internal impedances of cables with sophisticated geometries and considering the proximity effect between conductors, which is disregarded in electromagnetic transient computational programs and in the analytical formulations, allowing the study of any desired cable and resulting in data with greater accuracy than other methods. Finally, it is shown how to calculate the series impedances of power cables using a hybrid finite element-analytical method. The Hybrid Method combines the internal impedances obtained using the Finite Element Methods with the external impedances obtained using the full wave analytical formulation, being the only method that allows the study of cables of any geometry, considering both the proximity effect in the internal impedances and the high frequency effects on external impedances. As a result of the comparison between the methods, they all behaved as expected by computing similar values, except in a situation in which the Finite Element Method disagreed with analytical formulations, when the cable was located in the sea water and at high frequencies. This leads to a discussion of the validity of the numerical solving in high conductivity materials of the analytical formulations, which are composed of numerically unstable functions.

Keywords: Power cables. Impedance. Computational modeling. Mathematical model. Finite Elements Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aplicação dos umbilicais submarinos na indústria petrolífera.	24
Figura 2 – Vista lateral de um cabo de potência submarino CA de três veias de potência.	27
Figura 3 – Vista transversal de um cabo de potência submarino CA de três veias de potência.	28
Figura 4 – Arborescência no isolamento.	30
Figura 5 – Cabo submarino de três veias de potência do tipo PT.	33
Figura 6 – Cabo unipolar SC.	37
Figura 7 – Cabo PT.	39
Figura 8 – Cabo inserido no meio externo.	43
Figura 9 – Modelo de terra infinita.	45
Figura 10 – Cabo enterrado no leito do mar.	47
Figura 11 – Cabo inserido em dois meios genéricos.	48
Figura 12 – Cabo submarino de três veias de potência do tipo PT.	53
Figura 13 – Ambiente externo considerado nos cálculos analíticos.	53
Figura 14 – Meio externo considerando somente ar e mar.	59
Figura 15 – Valores de resistência por unidade de comprimento.	59
Figura 16 – Valores de indutância por unidade de comprimento.	59
Figura 17 – Erro relativo das resistências.	60
Figura 18 – Erro relativo das indutâncias.	60
Figura 19 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 60 Hz.	61
Figura 20 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 60 Hz.	61
Figura 21 – Erro relativo nas resistências a 60 Hz.	62
Figura 22 – Erro relativo nas indutâncias a 60 Hz.	62
Figura 23 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 10 kHz.	62
Figura 24 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 10 kHz.	62
Figura 25 – Erro relativo nas resistências a 10 kHz.	63
Figura 26 – Erro relativo nas indutâncias a 10 kHz.	63
Figura 27 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 1 MHz.	63
Figura 28 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 1 MHz.	63
Figura 29 – Erro relativo nas resistências a 1 MHz.	64
Figura 30 – Erro relativo nas indutâncias a 1 MHz.	64
Figura 31 – Cabo flutuando sobre o leito.	64
Figura 32 – Cabo enterrado do leito.	64
Figura 33 – α com o cabo enterrado.	65
Figura 34 – β com o cabo enterrado.	65
Figura 35 – Resistências com o cabo enterrado.	66

Figura 36 – Indutâncias com o cabo enterrado.	66
Figura 37 – Erro relativo das resistências com o cabo enterrado.	66
Figura 38 – Erro relativo das indutâncias com o cabo enterrado.	66
Figura 39 – Resistências a 60 Hz com o cabo enterrado.	67
Figura 40 – Indutâncias a 60 Hz com o cabo enterrado.	67
Figura 41 – Erro relativo das resistências a 60 Hz com o cabo enterrado.	67
Figura 42 – Erro relativo das indutâncias a 60 Hz com o cabo enterrado.	67
Figura 43 – Resistências a 10 kHz com o cabo enterrado.	68
Figura 44 – Indutâncias a 10 kHz com o cabo enterrado.	68
Figura 45 – Erro relativo das resistências a 10 kHz com o cabo enterrado.	68
Figura 46 – Erro relativo das indutâncias a 10 kHz com o cabo enterrado.	68
Figura 47 – Resistências a 1 MHz com o cabo enterrado.	69
Figura 48 – Indutâncias a 1 MHz com o cabo enterrado.	69
Figura 49 – Erro relativo das resistências a 1 MHz com o cabo enterrado.	69
Figura 50 – Erro relativo das indutâncias a 1 MHz com o cabo enterrado.	69
Figura 51 – α com o cabo flutuando.	70
Figura 52 – β com o cabo flutuando.	70
Figura 53 – Resistências com o cabo flutuando.	71
Figura 54 – Indutâncias com o cabo flutuando.	71
Figura 55 – Erro relativo das resistências com o cabo flutuando.	72
Figura 56 – Erro relativo das indutâncias com o cabo flutuando.	72
Figura 57 – Resistências a 60 Hz com o cabo flutuando.	72
Figura 58 – Indutâncias a 60 Hz com o cabo flutuando.	72
Figura 59 – Erro relativo das resistências a 60 Hz com o cabo flutuando.	73
Figura 60 – Erro relativo das indutâncias a 60 Hz com o cabo flutuando.	73
Figura 61 – Resistências a 10 kHz com o cabo flutuando.	73
Figura 62 – Indutâncias a 10 kHz com o cabo flutuando.	73
Figura 63 – Erro relativo das resistências a 10 kHz com o cabo flutuando.	74
Figura 64 – Erro relativo das indutâncias a 10 kHz com o cabo flutuando.	74
Figura 65 – Resistências a 1 MHz com o cabo flutuando.	74
Figura 66 – Indutâncias a 1 MHz com o cabo flutuando.	74
Figura 67 – Erro relativo das resistências a 1 MHz com o cabo flutuando.	75
Figura 68 – Erro relativo das indutâncias a 1 MHz com o cabo flutuando.	75
Figura 69 – Região de solução.	79
Figura 70 – Discretização em elementos finitos.	79
Figura 71 – Domínio da simulação pelo MEF para obter $[Z]$	82
Figura 72 – Domínio reduzido da simulação pelo MEF para obter $[Z_{in}]$	83
Figura 73 – Janela de pós processamento do FEMM com um cabo PT.	84
Figura 74 – Densidade de corrente em um condutor circular.	87

Figura 75 – Malhagem do condutor maciço.	88
Figura 76 – Malhagem do condutor oco	88
Figura 77 – Malhagem do mar próximo à superfície.	88
Figura 78 – Malhagem do mar afastado da superfície	88
Figura 79 – Simulação com a geometria completa.	91
Figura 80 – Simulação com somente um quarto da geometria.	91
Figura 81 – Cabo submarino inserido na água do mar, com listra tracejada de simetria.	92
Figura 82 – Diferenças relativas do método de elementos finitos próximo à superfície.	95
Figura 83 – Diferenças relativas do método de elementos finitos flutuando sobre o leito.	95
Figura 84 – Diferenças relativas do método de elementos finitos enterrado no leito.	95
Figura 85 – Impedância de retorno externo a 60 Hz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 120 m$	96
Figura 86 – Impedância de retorno externo a 10 kHz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 10 m$	97
Figura 87 – Impedância de retorno externo a 1 MHz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 1 m$	97
Figura 88 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, próximo à superfície.	98
Figura 89 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, flutuando sobre o leito.	99
Figura 90 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, enterrado. . .	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 3 – Parâmetros do cabo.	54
Tabela 4 – Termos da matriz $[Z_i]$	55
Tabela 5 – Termos da matriz $[Z_p]$	56
Tabela 6 – Termos da matriz $[Z_i]$	56
Tabela 7 – Valores de $[Z_{in}]$ obtidos analiticamente.	57
Tabela 8 – Valores de $[Z]$ obtidos analiticamente.	76
Tabela 9 – Valores de $[Z_{in}]$ obtidos em elementos finitos.	93
Tabela 10 – Diferenças entre o $[Z_{in}]$ analítico e o obtidos em elementos finitos.	94
Tabela 11 – Valores para a distância mínima entre cabo e interface (d_{min}), obtidas para o cabo inserido na água e para o cabo inserido no solo.	100
Tabela 12 – Valores de $[Z]$ obtidos em elementos finitos.	101
Tabela 13 – Diferenças entre $[Z]$ analítico e $[Z]$ obtido em elementos finitos.	102
Tabela 14 – Valores de $[Z]$ obtidos pelo método híbrido.	106
Tabela 15 – Diferenças entre $[Z]$ analítico e $[Z]$ obtido pelo método híbrido.	106

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EMTP-RV	<i>Electromagnetic Transients Program</i>
EPR	<i>Etileno propileno</i>
FEMM	<i>Finite Element Methods Magnetics</i>
MEF	Método dos elementos finitos
PT	Cabo do tipo <i>pipe type</i>
quase-TEM	Propagação quase transversal eletromagnética
SC	Cabo do tipo <i>single core</i>
TE	Propagação transversal elétrica
TEM	Propagação transversal eletromagnética
TM	Propagação transversal magnética
XLPE	Polietileno termofixo

LISTA DE SÍMBOLOS

$[Z_i]$	Matriz de impedâncias próprias $[\Omega/m]$
$[Z_p]$	Matriz de impedâncias internas da armadura $[\Omega/m]$
$[Z_{in}]$	Matriz de Impedâncias Internas $[\Omega/m]$
$[Z]$	Matriz impedâncias $[\Omega/m]$
$[Z_c]$	Matriz de impedâncias mútuas entre as superfícies interna e externa da armadura $[\Omega/m]$
(V)	Vetor tensões [V]
(I)	Vetor correntes [A]
x	Distância ao longo do cabo [m]
$[Y]$	Matriz admitâncias $[S/m]$
$[Z_0]$	Matriz de impedâncias externas $[\Omega/m]$
ρ	Densidade de carga $[C/m^2]$ ou resistividade do material $[\Omega \cdot m]$
t	Tempo [s]
σ	Condutância $[S/m]$
ϵ	Permissividade $[F/m]$
ϵ_0	Permissividade do ar $[F/m]$
ϵ	Permissividade relativa $[F/m]$
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo $[H/m]$
μ_r	Permeabilidade magnética relativa $[H/m]$
I_k	Função de Bessel modificada do primeiro tipo e ordem k
K_k	Função de Bessel modificada do segundo tipo e ordem k
Z_0	Impedância do meio externo $[\Omega/m]$
ω	Frequência angular [rad/s]
μ_{mar}	Permeabilidade magnética do mar $[H/m]$
m	Constante de propagação simplificada que desconsidera corrente de deslocamento.
R	Raio externo [m]
h	Profundidade [m]
γ_g	Constante de propagação completa $[1/m]$
$H_\alpha^{(1)}$	Função de Hankel do primeiro tipo
δ	Profundidade de penetração [m]
ℓ	Tamanho do elemento [m]
A	Potencial Vetor Magnético

SUMÁRIO

	Lista de abreviaturas e siglas	15
	Lista de símbolos	17
1	INTRODUÇÃO	23
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	23
1.2	OBJETIVOS	25
1.2.1	Objetivo geral	25
1.2.2	Objetivos específicos	25
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	25
2	ASPECTOS CONSTRUTIVOS	27
2.1	ENVELHECIMENTO DOS MATERIAIS	29
2.2	RELEVÂNCIA DOS CABOS EM INSTALAÇÕES MARÍTIMAS	30
3	MODELAGEM ANALÍTICA	33
3.1	IMPEDÂNCIA SÉRIE	34
3.1.1	Cabo SC	36
3.1.2	Cabo PT	39
3.1.2.1	Matriz $[Z_p]$	39
3.1.2.2	Matriz $[Z_c]$	40
3.1.3	Impedância externa analítica	41
3.1.3.1	Expressão de Pollaczek	42
3.1.3.2	Expressões com constante de propagação que consideram a permissividade elétrica.	44
3.1.3.3	Equação para o leito de Silva	46
3.1.3.4	Expressões de onda completa	47
3.1.3.5	Aproximação quase-TEM da formulação de onda completa	50
3.2	DISCUSSÃO	50
4	CÁLCULOS ANALÍTICOS	53
4.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	53
4.2	OBTENÇÃO DAS IMPEDÂNCIAS ANALÍTICAS	54
4.2.1	Impedâncias internas	55
4.2.1.1	Matriz $[Z_i]$	55
4.2.1.2	Matriz $[Z_p]$	56
4.2.1.3	Matriz $[Z_c]$	56
4.2.1.4	Matriz $[Z_{in}]$	57
4.2.2	Impedâncias de retorno externo	57
4.2.2.1	Próximo à superfície	58
4.2.2.1.1	<i>Variando a frequência</i>	58
4.2.2.1.2	<i>Variando a profundidade</i>	60

4.2.2.2	Próximo ao Leito	64
4.2.2.2.1	<i>Cabo enterrado</i>	64
4.2.2.2.2	<i>Variando a frequência</i>	65
4.2.2.2.3	<i>Variando a profundidade</i>	66
4.2.2.3	Cabo flutuando	70
4.2.2.3.1	<i>Variando a frequência</i>	70
4.2.2.3.2	<i>Variando a profundidade</i>	72
4.2.3	Impedância total	75
4.3	DISCUSSÃO	75
5	INVESTIGAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	79
5.1	FORMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS	81
5.2	PÓS-PROCESSAMENTO	81
5.2.1	Método da queda de tensão	82
5.2.1.1	Obtendo $[Z]$	82
5.2.1.2	Obtendo $[Z_{in}]$	83
5.2.1.3	Obtendo Z_0	83
5.2.2	Método das integrais de bloco	84
5.2.2.1	Obtendo $[Z_{in}]$	84
5.2.2.2	Obtendo $[Z_0]$	85
5.2.2.3	Obtendo $[Z]$	86
5.3	PRÉ-PROCESSAMENTO	86
5.3.1	Discretização do domínio de simulação	86
5.3.1.1	Malhagem dos condutores	86
5.3.1.2	Malhagem do meio externo	88
5.3.2	Condições de contorno	89
5.3.2.1	Dirichlett	89
5.3.2.2	Neumann	90
5.3.2.3	Assintótica	90
5.3.3	Raio do domínio	90
5.4	RELAÇÕES DE SIMETRIA	91
5.5	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	92
5.5.1	Impedâncias Internas	92
5.5.1.1	Comparação com os resultados analíticos	93
5.5.2	Impedâncias de Retorno Externo	93
5.5.2.1	Variando a frequência	94
5.5.2.2	Variando a profundidade	96
5.5.2.2.1	<i>Comparação com os resultados analíticos</i>	98
5.5.3	Análise da negligenciabilidade das interfaces do meio externo	99
5.5.4	Impedância total	101

5.6	DISCUSSÃO	101
6	O MÉTODO HÍBRIDO	105
7	CONCLUSÃO	107
	REFERÊNCIAS	111

1 INTRODUÇÃO

Atualmente existem diversas configurações de cabos umbilicais submarinos de potência, dos mais distintos materiais e geometrias. Devido a estas configurações sofisticadas, não é possível utilizar programas computacionais para análise de transitórios eletromagnéticos comumente usados para a obtenção de parâmetros elétricos longitudinais e transversais por metro de cabos, tal como o *software* comercial EMTP-RV e o ATP (Alternative Transient Program), estes softwares não consideram efeitos existentes em análise de alta frequência, como o efeito de proximidade entre condutores e correntes de deslocamento, além de permitirem apenas o cálculo de poucas geometrias específicas. Como resultado, podem não ser propícios para calcular os parâmetros dos cabos com geometrias complexas ou frequências altas. Devido à presença de conteúdo harmônico de alta frequência nos cabos, proveniente dos processos de modulação para operação das cargas, faz-se necessário conhecer os parâmetros transversais e longitudinais dos cabos com exatidão até altas frequências, impossibilitando o uso destes softwares (FURLAN; HELDWEIN, 2019; GÜNERI; ALBOYACI, 2018). Como resultado, torna-se necessária a construção de uma metodologia para obter tais parâmetros de maneira a considerar estes efeitos em alta frequência.

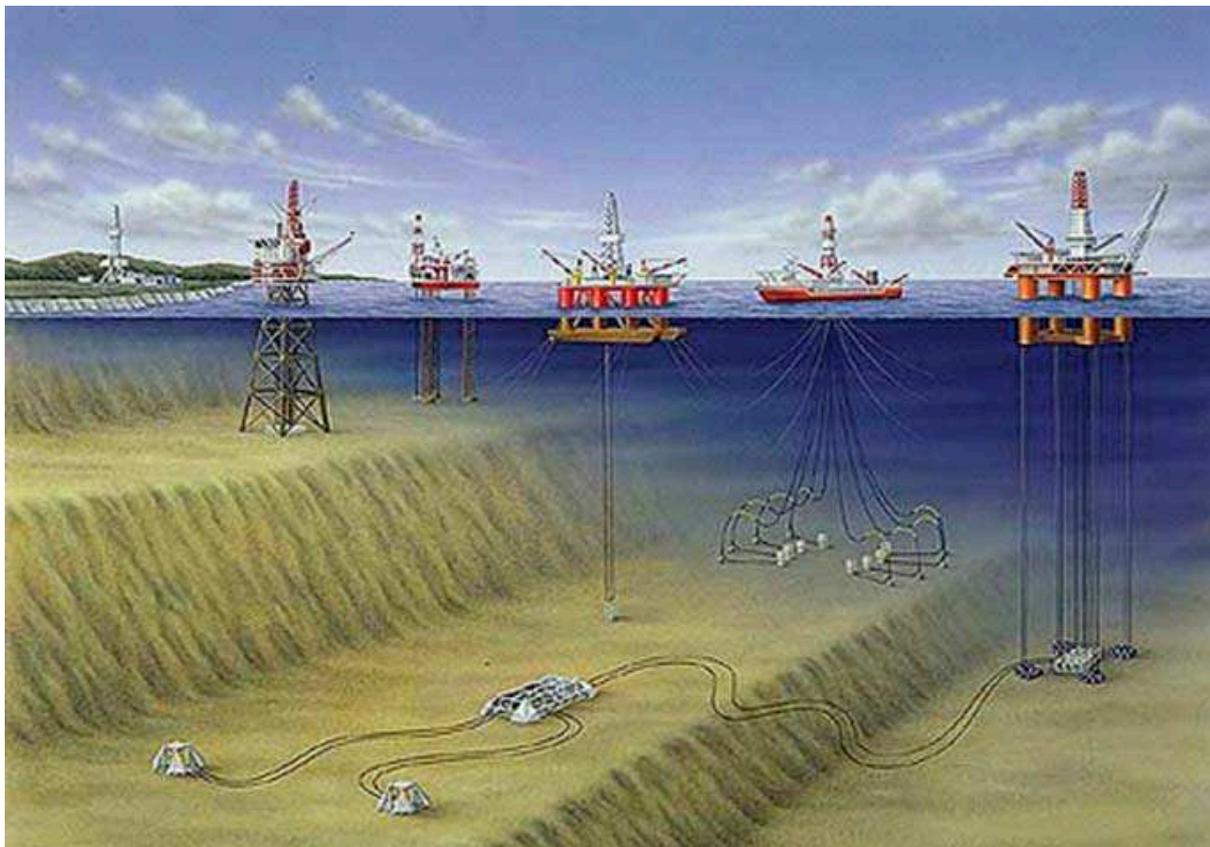
Para atingir este objetivo, utilizar-se-há um método híbrido, concatenando a modelagem através de elementos finitos com a modelagem analítica. Este método permite a reutilização de parte dos resultados de alguma geometria de cabos ou ambiente externo para outras geometrias, reduzindo o esforço computacional necessário para a obtenção da impedância série dos cabos. Simultaneamente, o método citado, também considera efeitos de alta frequência, geralmente desconsiderados por outros métodos empregados na atualidade, entregando resultados de maior exatidão.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Nos dias atuais, a utilização de cabos de potência submarinos é cada vez mais comum. As crescentes implementações de fazendas eólicas marítimas (BRESESTI *et al.*, 2007), conexões de potência entre ilhas ou ilha-continente (WORZYK, 2009) e a exploração de petróleo em águas profundas são práticas que demandam a existência de sistemas de transmissão submarinos em permanente desenvolvimento (SILVA, 2016). No Brasil há a predominância da exploração marítima de petróleo, atividade que requer a utilização de uma vasta gama de equipamentos instalados no fundo do mar, como bombas e compressores submersíveis. Estas cargas são supridas por cabos umbilicais que possuem comprimentos que chegam a dezenas de quilômetros e estão conectados a sistemas de geração e distribuição de energia localizados na superfície do mar conhecidas como Unidades Estacionárias de Produção (UEP) (HAFNER, 2016). A Figura 1 exemplifica a utilização de umbilicais na indústria petrolífera. Em todas estas

práticas, os custos, incluindo os cabos e suas instalações, podem representar até 40% do investimento do projeto. Além disso, as instalações dos cabos submarinos causam impacto substancial na performance e no cronograma do projeto como um todo.

Figura 1 – Aplicação dos umbilicais submarinos na indústria petrolífera.



Fonte: (WORZYK, 2009).

Com a instalação de novos motores no leito do mar, faz-se necessária a instalação de novos umbilicais conectados às UEPs. Tal crescimento na demanda por transmissão submarina de energia elétrica torna atrativa a busca por um sistema de transmissão único para a alimentação de um grupo de cargas, procurando reduzir custos e melhorar a confiabilidade, através de sistemas e operação mais eficientes, com equipamentos adequados às condições particulares de operação e que possuam desempenho superior em aspectos como manutenção, continuidade de operação, flexibilidade, segurança e vida útil (HAFNER, 2016).

Paralelamente, a implementação de cabos de potência em águas profundas é acompanhada por novos desafios. Devido às diferentes características do meio externo, tal como pressão, profundidade, salinidade e condutividade, surgem limitações inexistentes em instalações aéreas ou subterrâneas, restringindo o peso e volume dos equipamentos instalados, tecnologias disponíveis e mão de obra. Tais obstáculos

resultam na ausência de sensoriamentos nos cabos e motores submarinos, de maneira que os sinais elétricos nos terminais das cargas podem ser obtidos somente através de modelagem matemática. Estes motores são, tipicamente, acionados por conversores de frequência instalados na superfície, o que pode resultar na presença de harmônicos de alta frequência na linha de transmissão. Conseqüentemente, os sinais elétricos nos motores, e ao longo dos cabos, são críticos para poder garantir um ótimo funcionamento e boa vida útil dos equipamentos citados (SILVA, 2016).

1.2 OBJETIVOS

Parte fundamental do desenvolvimento de sistemas de potência submarinos é a obtenção de um modelo matemático preciso dos cabos, que permita uma análise das características elétricas em todos os pontos das linhas de distribuição e das cargas, utilizando teoria de linhas de transmissão. Tal modelo pode ser utilizado para diversos fins, desde otimização da operação e controle dos motores, até estimação da vida útil e degradação dos isolamentos nos cabos devido aos esforços de tensão e corrente ao longo dos condutores e isolamentos.

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho possui como objetivo apresentar uma metodologia para o cálculo da impedância série por unidade de comprimento de cabos de potência submarinos imersos em mais de dois meios, que tenha maior exatidão do que outros métodos atualmente empregados e considere dinâmicas de alta frequência, geralmente desconsideradas por estes métodos.

1.2.2 Objetivos específicos

- a) Apresentar, analisar e implementar modelos analíticos de cabos elétricos de potência existentes na literatura.
- b) Apresentar, analisar, implementar e validar a obtenção dos parâmetros série utilizando o Método dos Elementos Finitos.
- c) Utilizar os resultados anteriores para construir um método híbrido entre analítico e Elementos Finitos.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

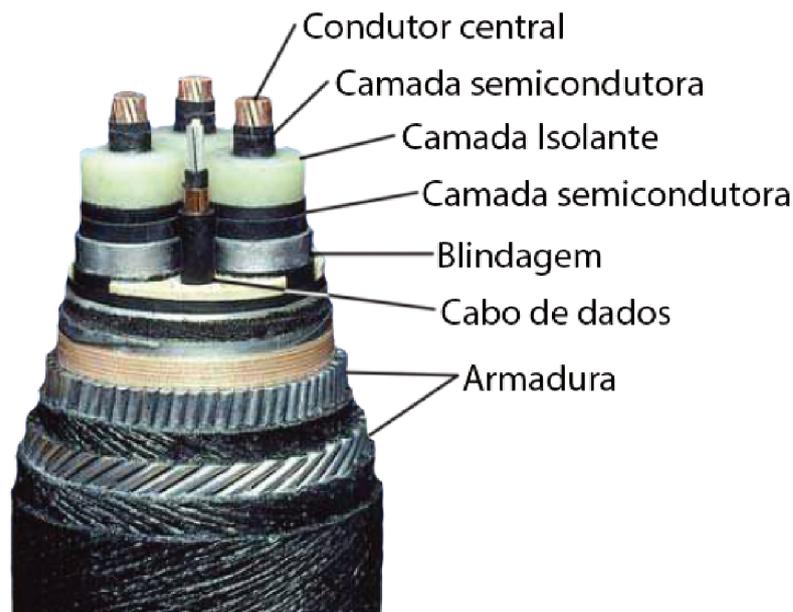
Este trabalho está organizado em sete capítulos, incluindo este primeiro capítulo introdutório e as conclusões. Os capítulos subsequentes estão estruturados da seguinte maneira: no capítulo 2 são apresentadas alguns aspectos construtivos dos

cabos submarinos de potência. No capítulo 3 são apresentados equacionamentos analíticos para o cálculo das impedâncias série. No capítulo 4 os equacionamentos analíticos são implementados e justapostos. No capítulo 5 é apresentado, discutido e implementado o Método dos Elementos Finitos para o cálculo de impedâncias série. No capítulo 6 é apresentado e implementado o Método Híbrido. Por fim, no capítulo 7 é feita a discussão final e conclusões.

2 ASPECTOS CONSTRUTIVOS

Há mais de cem anos, é produzida uma variedade enorme de cabos de potência submarinos com os mais diversos estilos, formas e materiais. Uma diversidade impressionante de cabos pode ser vista em museus e exposições ao redor do mundo (WORZYK, 2009). Atualmente existem diversas topologias diferentes no mercado, incluindo topologias únicas produzidas sob encomenda por demanda dos clientes (FURLAN, 2018). Na indústria petrolífera marítima, os umbilicais são conjuntos de mangueiras e cabos elétricos, utilizados para operar remotamente equipamentos e válvulas submarinas, injetar produtos químicos e monitorar parâmetros operacionais (temperatura e pressão) de poços (FATOS E DADOS - PETROBRAS, 2015). As afirmações feitas neste capítulo são baseadas no livro *Submarine Power Cables: Design, Installation, Repair, Environmental Aspects* de (WORZYK, 2009).

Figura 2 – Vista lateral de um cabo de potência submarino CA de três veias de potência.

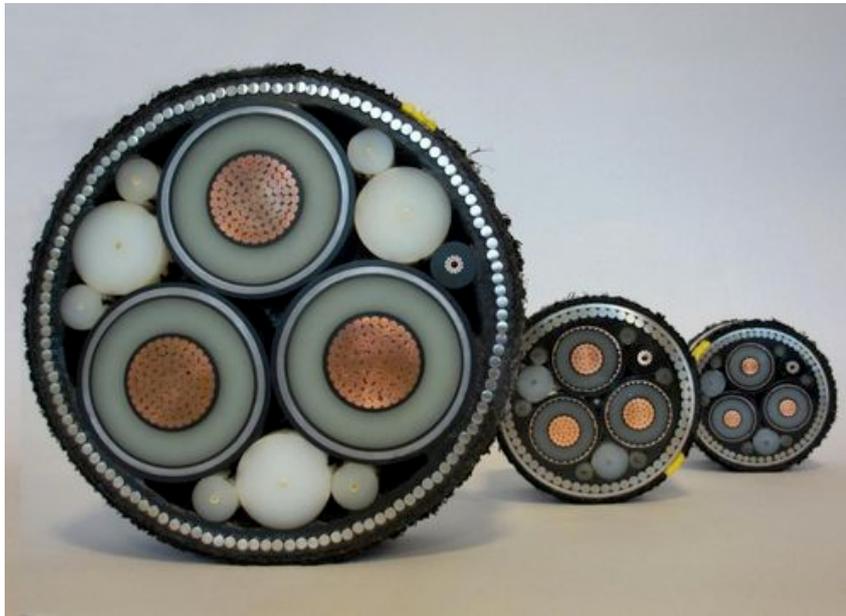


Fonte: Adaptado de (WORZYK, 2009).

Nas Figuras 2 e 3 é possível observar cabos de potência submarino CA trifásico. Neste tipo de cabo utilizam-se três condutores centrais, cada qual com a sua própria blindagem. Englobando todos os condutores centrais e suas blindagens, há a armadura. Nos cabos CA submarinos, utiliza-se comumente isolamento elétrico feito de polietileno termofixo (XLPE) ou de etileno propileno (EPR).

Os condutores centrais destes cabos costumam serem feitos de cobre ou alumínio. Enquanto o cobre é mais caro, ele também requer uma seção transversal menor, economizando na quantidade total de material. Todavia, o contato direto entre o cobre

Figura 3 – Vista transversal de um cabo de potência submarino CA de três veias de potência.



Fonte: (HAFNER, 2016).

e os isolamentos de XLPE pode diminuir a vida útil dos isolamentos através da troca de íons entre os materiais. O alumínio pode ser preferível devido à sua maior resistência à corrosão e oxidação em relação ao cobre e ao seu menor preço. É possível encontrar cabos com condutor central feitos de cobre nos trechos próximos às bordas da água e de alumínio nos trechos centrais, em águas mais profundas.

Ao redor dos condutores centrais há a blindagem. Essa blindagem possui o papel de restringir a passagem do campo eletromagnético e, ao mesmo tempo, de escoar as correntes induzidas e de curto-circuito, além de equipotencialização de superfície. Em cabos submarinos, a blindagem também pode possuir o papel de impedir a passagem de água ou de vapores úmidos, evitando infiltração no isolante. Este papel é exercido a partir da adição de uma segunda camada metálica. A camada impermeabilizante pode ser feita de diversos materiais, como alumínio, cobre e chumbo. Nos cabos submarinos é muito comum a utilização de chumbo, por ser capaz de impermeabilizar o cabo completamente, impedindo a passagem tanto de água quanto de vapores úmidos. Além disso, o chumbo possui maior peso, contribuindo para a estabilidade mecânica do cabo depositado no fundo do mar, diminuindo sua suscetibilidade às correntes e marés. Este material, todavia, é mais suscetível à fadiga e ao envelhecimento.

A camada condutora mais externa é a armadura, construída de arames metálicos. Ela pode ser a camada mais externa de todas ou pode estar envelopada por uma cobertura. Sua função principal é a de proporcionar suporte para tensões mecânicas e proteção mecânica. Durante sua instalação, o cabo está sujeito a uma tensão me-

cânica muito maior do que somente o próprio peso. A tensão adicional é causada por forças dinâmicas, tal como o movimento vertical da embarcação que o deposita e correntes marítimas. Simultaneamente, a armadura também fornece proteção mecânica contra agressões por agentes externos, como âncoras, ferramentas de pesca, animais marinhos e acidentes durante a instalação. Em alguns cabos trifásicos, é possível que a armadura cumpra também a função dupla de impermeabilizar o cabo contra a entrada de umidade. Essa função impermeabilizante é construída na forma de uma segunda camada metálica, feita de placas. Na Figura 3 é possível observar no maior dos cabos uma armadura construída somente de arame, sem as placas impermeabilizantes, enquanto os cabos menores possuem armadura com função dupla de reforço mecânico e impermeabilização, construída de arames e de placas.

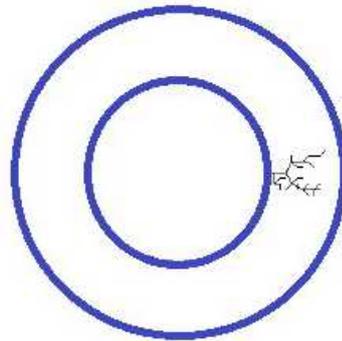
Dependendo dos requisitos de projeto, podem existir camadas extras, como hidrofóbicos com o propósito de evitar a penetração de água nos cabos em caso de defeitos na armadura, ou absorventes que absorvem a umidade para evitar que infiltre nos outros materiais. Também é possível encontrar camadas de semicondutor presentes entre condutor e isolante, cujo objetivo é melhorar a rigidez dielétrica e formar um campo elétrico uniforme entre os condutores. Este semicondutor também forma uma barreira entre o isolamento XLPE e o condutor central, impedindo o envelhecimento precoce do isolamento devido à troca iônica do isolamento com o cobre. Simultaneamente, devido aos altos custos de instalação de cabos, é possível que cabos de potência também tenham outros sistemas dentro da armadura, como cabos de fibra ótica.

2.1 ENVELHECIMENTO DOS MATERIAIS

Com o passar do tempo, os materiais que compõem o cabo envelhecem e perdem desempenho. Essa deterioração pode acontecer devido a diversos fatores: variações de temperatura, estresses e fadigas mecânicos ou elétricos, agressão química, intempéries, agressão por âncoras e equipamentos de pesca ou ações de animais marinhos (ISPC, 2014). Com este envelhecimento, a rigidez dielétrica do isolamento diminuirá gradualmente, até atingir o fim de sua vida útil. Devido à natureza aleatória destas influências, é comum alguns trechos dos cabos atingirem o fim de sua vida útil, enquanto outros trechos continuam operacionais por mais tempo.

Como estes cabos estão submersos, a presença de umidade em seu interior é um grande problema. A umidade pode degradar fortemente o isolamento no caso de infiltração, diminuindo a rigidez dielétrica do isolamento para valor menor do que a rigidez nominal, permitindo o surgimento de arborecências. A arborecência possui este nome por possuir aparência semelhante à de uma árvore, como pode ser observado na Figura 4. Todos estes fatores contribuem para uma perda de desempenho até eventual substituição do cabo.

Figura 4 – Arborescência no isolamento.



Fonte: (FURLAN, 2018).

2.2 RELEVÂNCIA DOS CABOS EM INSTALAÇÕES MARÍTIMAS

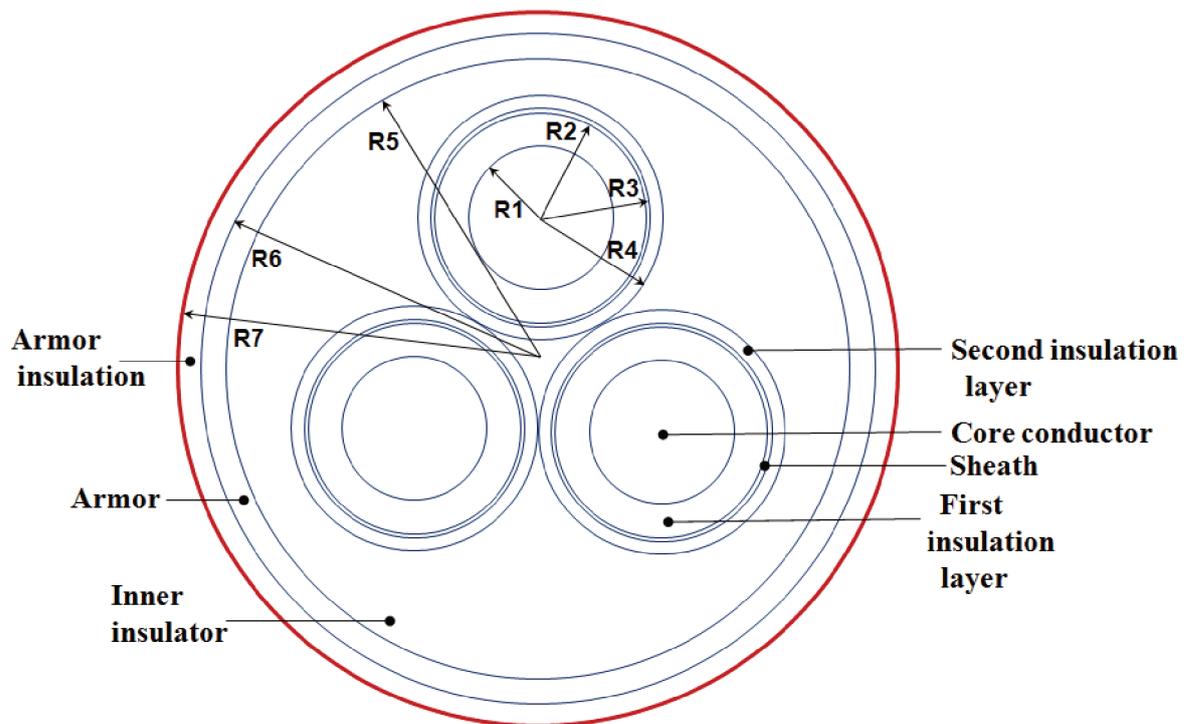
As instalações submarinas tipicamente possuem difícil acesso e operam sob fortes intempéries. Simultaneamente, a exploração marítima de petróleo pode estar associada à instalação de motores no leito do mar, tornando desafiadora a instalação de sensores necessários para confiável monitoramento dos sinais elétricos que alimentam estes equipamentos e para a operação de conversores de potência (SILVA, 2016). Em conjunto, equipamentos de conversão de potência são mantidos na superfície do mar, devido às restrições de peso/volume e por facilidade de acesso e manutenção, o que frequentemente resulta em quilômetros de cabos entre um motor e seu acionamento. Como consequência, a impedância dos cabos não é desprezível, resultando em significativa diferença de potencial entre o terminal conectado ao motor e o terminal conectado ao acionamento. Esta impedância não desprezível, em conjunto com a ausência de sensores no lado do motor, traz a necessidade por modelos que permitam estimar com exatidão as tensões e correntes no motor (POMILIO *et al.*, 1999; MASI *et al.*, 2012). Paralelamente, a distância entre o motor e os conversores de potência resulta na introdução de harmônicos de alta frequência na linha de transmissão, podendo causar problemas de reflexão de onda e ressonância que podem causar avarias na instalação e/ou perdas elétricas adicionais (SOUSOUNIS; SHEK; MUELLER, 2016; LARSSON *et al.*, 2019; ZHANG *et al.*, 2014). Isto resulta na necessidade por modelos precisos de todo sistema submarino em estudo, permitindo a operação de equipamentos no leito do mar sem extenso sensoreamento. Com comprimentos de dezenas quilômetros, os cabos são uma relevante parcela dos custos totais de um projeto submarino: exemplo disto é a atual instalação de cabos submarinos de potência conectando o Reino Unido e a Noruega, com capacidade de transmitir 1,6 GW e custo estimado de £2 bi (MAVROKEFALIDIS, 2020). Como a modelagem incorreta dos parâmetros de um cabo pode resultar no dimensionamento incorreto de toda planta

submarina, os cabos submarinos são peça essencial, tanto para o funcionamento da instalação submarina quanto para a otimização de custos.

3 MODELAGEM ANALÍTICA

Para poder conceber uma análise geral, válida para várias topologias de cabos de potência, algumas considerações devem ser feitas. Devido à enorme variedade de cabos que existe, faz-se necessário simplificar a geometria dos cabos (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015). Isto permite que a mesma análise possa ser utilizada para várias geometrias. Por tal razão, não é feita distinção entre as camadas não condutoras. Paralelamente, as camadas semicondutoras são consideradas parte das camadas condutoras. Sistemas extras, como cabos de fibra ótica são desconsiderados. A Figura 5 apresenta um cabo de potência trifásico simplificado, conhecido na literatura como cabo em tubulação ou cabo PT (do inglês *pipe type*).

Figura 5 – Cabo submarino de três veias de potência do tipo PT.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

De maneira geral, os parâmetros elétricos por unidade de comprimento dos cabos de potência são expressos na forma de matrizes de impedância e de admitância. Isso porque até mesmo os sistemas mais simples são feitos de dois condutores (veias de potência e de blindagem). Estes parâmetros são utilizados para descrever o comportamento ao longo dos cabos, em conjunto com as Equações (1) e (2).

$$\frac{d(V)}{dx} = -[Z](I) \quad (1)$$

$$\frac{d(I)}{dx} = -[Y](V) \quad (2)$$

onde (V) e (I) são, respectivamente, os vetores de tensão e correntes na distância x do cabo. Adicionalmente, $[Z]$ e $[Y]$ são matrizes quadradas que representam as matrizes de impedância e de admitância unitárias, respectivamente. Suas dimensões são iguais ao número de condutores do cabo. Este trabalho é focado na matriz $[Z]$, da Equação (1).

3.1 IMPEDÂNCIA SÉRIE

A matriz de impedâncias série $[Z]$ é uma matriz quadrada simétrica que representa todos os tipos de impedâncias que influenciam na diferença de tensão entre dois pontos ao longo da linha, sendo compostas por impedâncias comumente identificadas como: impedâncias internas, causadas pela resistividade dos materiais ou pelas indutâncias próprias dos condutores e mútuas entre condutores, relacionadas a campos elétricos nas superfícies dos condutores e a campos magnéticos envolvendo-os; impedâncias externas, que dependem do meio externo em que o cabo está inserido, relativas aos campos eletromagnéticos no meio exterior ao cabo. A dimensão da matriz quadrada será igual à quantidade de condutores o cabo possuir.

No geral, quando se tratam de cabos tripolares como os apresentados nas Figuras 3 e 5, a matriz de impedâncias toma a forma apresentada na Equação (3) (FURLAN; HELDWEIN, 2019):

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{a1} & Z_{ab} & Z_{a2} & Z_{ac} & Z_{a3} & Z_{ag} \\ Z_{a1} & Z_{11} & Z_{b1} & Z_{12} & Z_{c1} & Z_{13} & Z_{1g} \\ Z_{ab} & Z_{b1} & Z_{bb} & Z_{b2} & Z_{bc} & Z_{b3} & Z_{bg} \\ Z_{a2} & Z_{12} & Z_{b2} & Z_{22} & Z_{c2} & Z_{23} & Z_{2g} \\ Z_{ac} & Z_{c1} & Z_{bc} & Z_{c2} & Z_{cc} & Z_{c3} & Z_{cg} \\ Z_{a3} & Z_{13} & Z_{b3} & Z_{23} & Z_{c3} & Z_{33} & Z_{3g} \\ Z_{ag} & Z_{1g} & Z_{bg} & Z_{2g} & Z_{cg} & Z_{3g} & Z_{gg} \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde os índices a , b e c representam cada condutor central, os números 1, 2 e 3 representam as blindagens que envolvem, respectivamente, os condutores centrais a , b e c e, por último, g representa a armadura. Nesta matriz, os termos Z_{xy} representam a impedância entre os condutores x e y , assim o termo Z_{aa} representa a impedância própria do condutor central a , o termo Z_{a1} representa a impedância mútua entre o condutor central e sua blindagem e Z_{ag} a impedância mútua entre o condutor central e a armadura. A mesma lógica pode ser aplicada para os outros termos.

Ao observar a Figura 5, é possível notar que as três fases são geometricamente idênticas. Consequentemente, as seguintes relações podem ser feitas (FUR-

LAN; HELDWEIN, 2019):

$$\begin{aligned}
 Z_{co} &= Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} \\
 Z_{coc} &= Z_{ab} = Z_{ac} = Z_{cb} \\
 Z_{csi} &= Z_{a1} = Z_{b2} = Z_{c3} \\
 Z_{cso} &= Z_{a2} = Z_{a3} = Z_{b1} = Z_{b3} = Z_{c1} = Z_{c2} \\
 Z_{cog} &= Z_{ag} = Z_{bg} = Z_{cg} \\
 Z_s &= Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} \\
 Z_{ss} &= Z_{12} = Z_{13} = Z_{23} \\
 Z_{sg} &= Z_{1g} = Z_{2g} = Z_{3g}
 \end{aligned} \tag{4}$$

onde Z_{co} representa a impedância própria do condutor central, Z_{coc} a impedância mútua entre condutores centrais, Z_{csi} é a impedância mútua entre condutores centrais e suas blindagens, Z_{cso} a impedância mútua entre condutor central e a blindagem de outros condutores centrais, Z_{cog} é a impedância mútua entre condutores centrais e a armadura, Z_s a impedância própria das blindagens, Z_{ss} a impedância mútua entre blindagens e Z_{sg} impedância mútua entre as blindagens e a armadura.

Para calcular os termos da matriz $[Z]$, faz-se necessário expandi-la em quatro outras matrizes, de acordo com a Equação (5):

$$\begin{aligned}
 [Z] &= [Z_{in}] + [Z_0] \\
 [Z_{in}] &= [Z_i] + [Z_p] + [Z_c]
 \end{aligned} \tag{5}$$

onde $[Z_i]$ representa as impedâncias internas nos cabos coaxiais, formados somente pelo condutor central e sua blindagens, $[Z_p]$ representa as impedâncias internas da armadura, $[Z_c]$ representa as impedâncias mútuas entre as superfícies interna e externa da armadura e $[Z_0]$ representa as impedâncias externas, dependentes do meio em que o cabo está inserido. Estas matrizes podem ser obtidas independentemente e depois somadas utilizando a Equação (5).

Inicialmente, será desenvolvida a formulação das impedâncias internas, representadas pelas matrizes $[Z_{in}] = [Z_i] + [Z_p] + [Z_c]$. Estas impedâncias dependem somente dos aspectos construtivos dos cabos, sem serem influenciadas pelo meio externo. Toda essa análise é baseada no livro *Cable System Transients: Theory, Modeling and Simulation* (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015), exceto quando indicado o oposto, sendo assumido que:

A. As correntes de deslocamento são desprezíveis:

De acordo com Wedepohl e Wilcox, no artigo *Transient analysis of underground power-transmission systems: system-model and wave-propagation characteris-*

tics (WEDEPOHL; WILCOX, 1973), é possível encontrar das Equações de Maxwell que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho \quad (6)$$

Equação que possui a solução

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{-\sigma}{\varepsilon} t} \quad (7)$$

onde ρ representa a densidade de carga, ρ_0 representa a densidade inicial de carga, t representa o tempo, σ a condutividade e ε a permissividade.

Esta solução indica que, caso uma carga ρ seja injetada em um meio condutor, esta carga irá se diluir e se tornar igual a ρ_0 com uma constante de tempo de ε/σ segundos. No caso de bons condutores, como os que são utilizados nos cabos, esta constante de tempo é da ordem de 10^{-19} s, resultando no fato de que qualquer carga irá se deslocar rapidamente ao longo de um condutor, a ponto das correntes de deslocamento poderem ser desprezadas em condutores na escala de tempo de interesse deste trabalho (até 1 MHz).

B. Todos os meios condutores possuem permeabilidade constante:

Frequentemente, a armadura de um cabo é ferromagnética. Apesar disso, é incomum as correntes no cabo serem altas a ponto de saturarem a armadura. Desta maneira, a saturação dos materiais condutores é desprezada (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015).

C. A armadura do cabo PT possui espessura maior que sua profundidade de penetração.

D. O efeito de proximidade entre condutores não é considerado:

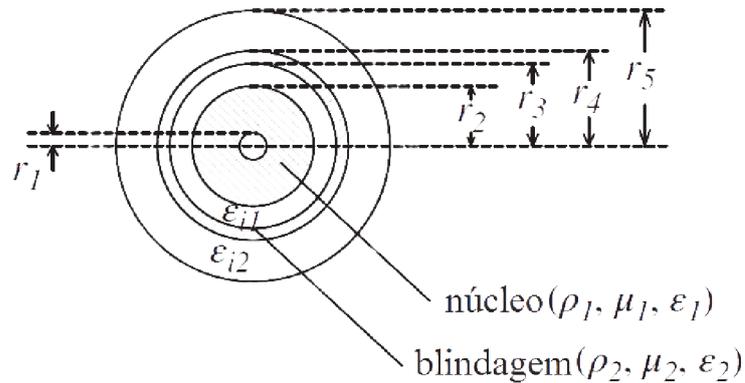
Esta consideração será revista na metodologia proposta.

Tendo estas considerações em mente, primeiramente serão analisados somente os cabos isolados unipolares, formados pelo condutor central e sua blindagem. Nas definições a seguir, ε_0 representa a permissividade do ar e ε representa a permissividade relativa do material, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e μ_r é a permeabilidade magnética relativa do material.

3.1.1 Cabo SC

Os cabos unipolares, conhecidos como cabos SC (do inglês *single core*), são típicos de uma única veia de potência de cabos submarinos. Na Figura 6 é apresentado um cabo SC sem armadura, construído apenas com condutor central e blindagem, a partir do qual é possível obter a matriz $[Z_i]$

Figura 6 – Cabo unipolar SC.



Fonte: Adaptado de (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015).

A Matriz $[Z_i]$, a ser inserida na Matriz $[Z]$ de um cabo PT, possui a forma:

$$[Z_i] = \begin{bmatrix} [Z_{i1}] & [0] & [0] & 0 \\ [0] & [Z_{i2}] & [0] & \vdots \\ [0] & [0] & [Z_{i3}] & \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

e as submatrizes $[Z_{ij}]$ que formam a matriz $[Z_i]$ representam as impedâncias internas do cabo unipolar j . Estas submatrizes possuem dimensão igual ao número de condutores do cabo SC e, para o caso com apenas condutor central e blindagem, são definidas como

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} Z_{ccj} & Z_{csj} \\ Z_{csj} & Z_{ssj} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Como a matriz $[Z_{ij}]$ na Equação (9) é uma matriz quadrada de dimensão 2, a matriz $[Z_i]$ na Equação (8) se torna quadrada com dimensão 7, sendo que suas últimas linha e coluna são compostas todas de zeros.

Dentro da Equação (9), há que Z_{ccj} representa a impedância própria do condutor central, Z_{csj} representa a impedância mútua entre condutor central e blindagem e Z_{ssj} representa a impedância própria da blindagem. São definidas como

$$\begin{aligned} Z_{ccj} &= z_{cs} + z_{s3} - 2z_{2m} \\ Z_{csj} &= z_{s3} - z_{2m} \\ Z_{ssj} &= z_{s3} \\ z_{s3} &= z_{20} + z_{23} \\ z_{cs} &= z_{11} + z_{12} + z_{2i} \end{aligned} \quad (10)$$

sendo que

$$\begin{aligned}
 z_{11} &= \begin{cases} \left(\frac{s\mu_0\mu_{r1}}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{x_2 D_1} \right) \{I_0(x_2)K_1(x_1) + K_0(x_2)I_1(x_1)\} & , \text{ se condutor central oco} \\ \frac{\rho_1 \gamma_c I_0(r_2 \gamma_c)}{2\pi r_2 I_1(r_2 \gamma_c)} & , \text{ se condutor central maciço} \end{cases} \\
 z_{12} &= \left(\frac{s\mu_0\mu_{r1}}{2\pi} \right) \ln \left(\frac{r_3}{r_2} \right) \\
 z_{2i} &= \left(\frac{s\mu_0\mu_{r2}}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{x_3 D_2} \right) \{I_0(x_3)K_1(x_4) + K_0(x_3)I_1(x_4)\} \\
 z_{2m} &= \frac{\rho_2}{2\pi r_3 r_4 D_2} \\
 z_{20} &= \left(\frac{s\mu_0\mu_{r2}}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{x_4 D_2} \right) \{I_0(x_4)K_1(x_3) + K_0(x_4)I_1(x_3)\} \\
 z_{23} &= \left(\frac{s\mu_0\mu_{r2}}{2\pi} \right) \ln \left(\frac{r_5}{r_4} \right)
 \end{aligned} \tag{11}$$

onde

$$\begin{aligned}
 D_1 &= I_1(x_2)K_1(x_1) - I_1(x_1)K_1(x_2) \\
 D_2 &= I_1(x_4)K_1(x_3) - I_1(x_3)K_1(x_4) \\
 x_k &= B_k \sqrt{s} \\
 B_2 &= r_2 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_{r1}}{\rho_1}} \\
 B_3 &= r_3 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_{r2}}{\rho_2}} \\
 B_4 &= r_4 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_{r2}}{\rho_3}} \\
 \gamma_c &= \sqrt{s\mu_0 \left(\frac{1}{\rho_1} + s\varepsilon_1 \right)}
 \end{aligned}$$

Como é possível reparar na Figura 6, a formulação de (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015) considera um condutor central oco. Por tal razão, foi acrescentado a este trabalho parte da formulação de (SILVA, 2016), que considera um condutor central maciço.

Na Equação (11), z_{s3} , z_{cs} , D_k , x_k e B_k são variáveis de auxílio algébrico, z_{11} representa a impedância interna da superfície externa no condutor central (onde se concentra a corrente no caso de altas frequências), z_{12} representa a impedância externa do condutor central em relação ao campo magnético no isolamento entre o condutor central e a blindagem, z_{2i} representa a impedância interna na superfície interna na blindagem, z_{2m} representa a impedância mútua entre a superfície interna e a superfície externa da blindagem, z_{20} representa a impedância interna da superfície externa da blindagem e, por fim, z_{23} representa a impedância externa da superfície externa da

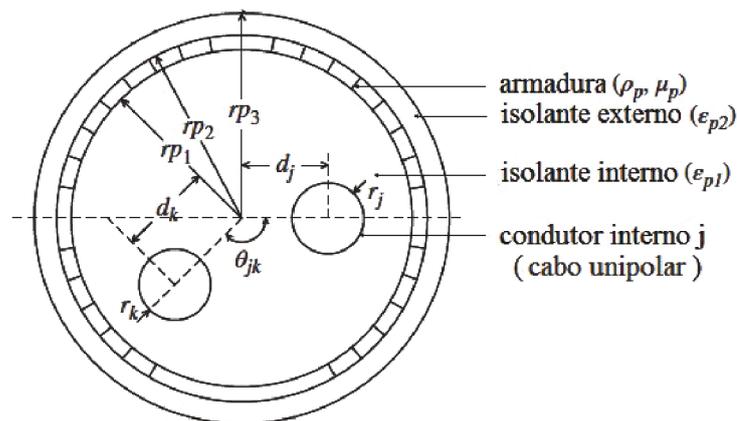
blindagem em relação ao campo magnético no isolamento externo da blindagem. I_k e K_k são, respectivamente, funções de Bessel modificadas do primeiro e do segundo tipo, de ordem k .

Assim, a Matriz $[Z_i]$ está completa e pode-se expandir a análise para o cabo PT e as outras matrizes que compõem a matriz $[Z]$.

3.1.2 Cabo PT

Expandindo a análise para o cabo PT (apresentado na Figura 7) é possível obter mais duas matrizes: $[Z_p]$ e $[Z_c]$. A primeira destas matrizes, $[Z_p]$, representa as impedâncias internas à armadura, relativas aos campos magnéticos no enchimento (material entre as veias de potências e a tubulação) e ao campo elétrico relativo à superfície interna da armadura.

Figura 7 – Cabo PT.



Fonte: Adaptado de (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015).

3.1.2.1 Matriz $[Z_p]$

Para o cabo PT em análise, de três veias de potência, a matriz $[Z_p]$ toma a seguinte forma

$$[Z_p] = \begin{bmatrix} [Z_{p11}] & [Z_{p12}] & [Z_{p13}] & 0 \\ [Z_{p12}] & [Z_{p22}] & [Z_{p23}] & \vdots \\ [Z_{p13}] & [Z_{p23}] & [Z_{p33}] & \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Na Equação (12), as submatrizes $[Z_{pjk}]$ representam as impedâncias mútuas entre os condutores jk e a armadura. Esta submatriz é definida como

$$[Z_{pjk}] = \begin{bmatrix} Z_{pjk} & Z_{pjk} \\ Z_{pjk} & Z_{pjk} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Os valores internos da Matriz (13) são obtidos através da seguinte formulação:

$$Z_{pjk} = \left(\frac{s\mu_0}{2\pi} \right) \left\{ \frac{\mu_{rp}K_0(x_1)}{x_1K_1(x_1)} + Q_{jk} + 2\mu_{rp} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\left[n(1 + \mu_{rp}) + \frac{x_1K_{n-1}(x_1)}{K_n(x_1)} \right]} \right\} \quad (14)$$

onde

$$Q_{jk} = \begin{cases} \ln \left\{ \frac{r_{p1}}{r_j} \cdot \left[1 + \left(\frac{d_j}{r_{p1}} \right)^2 \right] \right\} & , \text{ se } j = k \\ \ln \left[\frac{r_{p1}}{\sqrt{d_j^2 + d_k^2 - d_j d_k \cos(\theta_{jk})}} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n} & , \text{ se } j \neq k \end{cases} \quad (15)$$

$$C_n = \left(\frac{d_j d_k}{r_{p1}^2} \right)^n \cos(n\theta_{jk})$$

$$x_1 = \beta_1 \sqrt{s}$$

$$\beta_1 = r_{p1} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{rp}}{\rho_p}}$$

Deve-se reparar na Equação (15) que C_n também será diferente nos casos $j = k$ e $j \neq k$, pois muda o valor de $\cos(n\theta_{jk})$.

3.1.2.2 Matriz $[Z_c]$

A última das matrizes que compõem as impedâncias internas do cabo é a matriz $[Z_c]$. Esta matriz representa as impedâncias mútuas entre as superfícies interna e externa da armadura. Ela possui a seguinte forma

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c2} \\ Z_{c2} & Z_{c2} & Z_{c2} & Z_{c2} & Z_{c2} & Z_{c2} & Z_{c3} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Os valores que preenchem a Matriz (16) são calculados a partir da da Equação (17).

$$\begin{aligned} Z_{c1} &= Z_{c3} - 2z_{pm} \\ Z_{c2} &= Z_{c3} - z_{pm} \\ Z_{c3} &= z_{p0} + z_{p3} \end{aligned} \quad (17)$$

onde

$$\begin{aligned}
 z_{pm} &= \frac{\rho_p}{2\pi r_{p1} r_{p2} D_p} \\
 z_{p0} &= \left(\frac{s\mu_0 \mu_{rp}}{2\pi x_2 D_p} \right) \cdot [I_0(x_2)K_1(x_1) + K_0(x_2)I_1(x_1)] \\
 z_{p3} &= \left(\frac{s\mu_0}{2\pi} \right) \ln \left(\frac{r_{p3}}{r_{p2}} \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

e

$$\begin{aligned}
 D_p &= I_1(x_2)K_1(x_1) - I_1(x_1)K_1(x_2) \\
 x_1 &= \beta_1 \sqrt{s} \\
 x_2 &= \beta_2 \sqrt{s} \\
 \beta_1 &= r_{p1} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{rp}}{\rho_p}} \\
 \beta_2 &= r_{p2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{rp}}{\rho_p}}
 \end{aligned}$$

E assim está completa a análise das impedâncias séries internas dos cabos. A próxima etapa é a análise da última matriz de impedâncias, a matriz $[Z_0]$, que representa as impedâncias externas aos cabos.

3.1.3 Impedância externa analítica

A impedância externa do cabo, representada através da matriz $[Z_0]$, é a última matriz de impedâncias a ser analisada. Ela pode ser definida como

$$[Z_0] = Z_0 \cdot [U] \tag{19}$$

onde $[U]$ é uma matriz quadrada de dimensão 7 em que todos os termos são iguais à unidade e Z_0 representa a impedância do meio externo (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015).

Expressões para obter o valor de Z_0 são fontes de extensa pesquisa, havendo na literatura diversas expressões com considerações e desenvolvimentos distintos. Formulações para a impedância de retorno foram inicialmente desenvolvidas por (F. POLLACZEK, 1926) e (CARSON, 1929). Ambos equacionaram os campos eletromagnéticos atribuindo ao solo um valor prévio para as constantes de propagação relacionadas aos modos de retorno pela terra, em termos de integrais infinitas (integrais de Sommerfeld), em uma abordagem aproximada chamada quase-Transversal Eletromagnética (quase-TEM), desprezando as correntes de deslocamento no solo. Estas integrais são de difícil solução numérica, de maneira que outras pesquisas propuseram expressões aproximadas para essas integrais (LIMA; PORTELA, 2012; WEDEPOHL; WILCOX, 1973; SAAD; GABA; GIROUX, 1996; AMETANI; YONEDA *et al.*, 2009). Em

seu artigo *An Investigation of Earth-Return Impedance Between Overhead and Underground Conductors and Its Approximation*, Ametani esclarece que a aproximação quase-TEM utilizada por Pollaczek e Carson pode não estar correta em frequências acima de 10 MHz. Isso se deve ao fato de que quando as correntes de deslocamento possuem ordem de grandeza comparável à corrente de condução, o modo de propagação passa a ser Transversal Elétrica (TE) ou Transversal Magnética (TM), e as simplificações para o modo TEM já não são mais válidas, como foi demonstrado por (KIKUCHI, 1955, 1957).

Tais limitações resultaram na busca por expandir a faixa de frequência das equações de Pollaczek e Carson. (SUNDE, 1968) passou a considerar o efeito da permissividade do solo na impedância de retorno. Um modelo de onda completa foi desenvolvido por (KIKUCHI, 1957, 1955) e, posteriormente por (WEDEPOHL; EFTHYMIADIS, 1978; EFTHYMIADIS; WEDEPOHL, 1978). Um modelo de onda completa também é apresentado em (SILVA, 2016).

Devido à dificuldade na modelagem de um meio externo de geometria complexa, todas estas expressões consideram geometrias externas simplificadas, modeladas como dois planos semi-infinitos que se interceptam em uma interface reta. A maioria destas simplificações considera um meio condutor com perdas e outro meio sem perdas, como é representado na Figura 8, onde o meio com perdas é a água do mar e o meio sem perdas é o ar. Entretanto, ao longo do presente capítulo, serão apresentadas duas expressões, (32) e (34), as quais consideram dois meios distintos com perdas. Sendo estas expressões também propícias para calcular as impedâncias em profundidades próximas ao leito marinho.

Apesar de suas limitações, a formulação de Pollaczek é considerada precisa o suficiente para o estudo de sistemas de potência. Aproximações desta fórmula são utilizadas em programas de análise de transientes eletromagnéticos, utilizados para a obtenção de parâmetros elétricos de cabos de linhas de transmissão, tal como o EMTP-RV (FURLAN; HELDWEIN, 2019; GÜNERI; ALBOYACI, 2018; AMETANI; YONEDA *et al.*, 2009).

3.1.3.1 Expressão de Pollaczek

A expressão de impedância de retorno de (F. POLLACZEK, 1926) é definida pela Equação (20):

$$Z_0^{\text{Pollaczek}} = \frac{j\omega\mu_{\text{mar}}}{2\pi} \left[K_0(mR) - K_0(m\sqrt{R^2 + 4h^2}) + J \right] \quad (20)$$

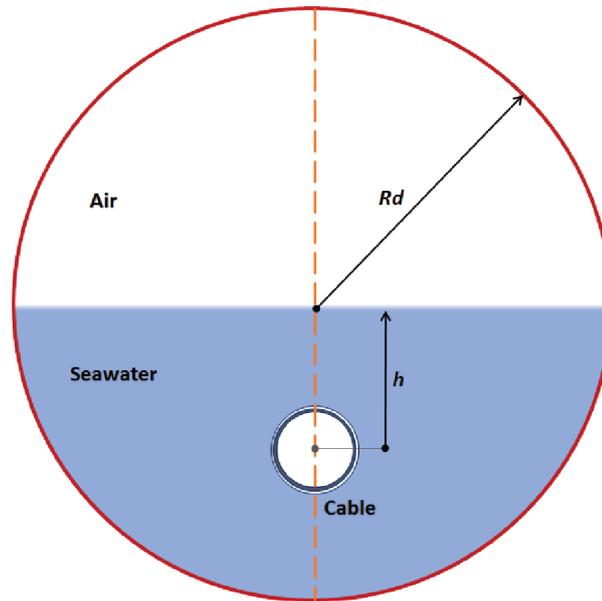
onde

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2h\sqrt{\alpha^2 + m^2}}}{|\alpha| + \sqrt{\alpha^2 + m^2}} e^{jR\alpha} d\alpha \quad (21)$$

e

$$m = \sqrt{j\omega\mu_{\text{mar}}\sigma_{\text{mar}}} \quad (22)$$

Figura 8 – Cabo inserido no meio externo.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

Compondo a Equação (20), J é conhecido como a Integral de Pollaczek (definida pela Equação (21)), sendo a integral de difícil análise numérica que estimulou a procura de aproximações para esta expressão. Nessas equações, ω representa a frequência angular, μ_0 a permissividade elétrica do vácuo, μ_{mar} a permissividade elétrica da água do mar, K_0 a função de Bessel modificada do segundo tipo de ordem zero, m (Equação (22)) representa a constante de propagação simplificada que desconsidera correntes de deslocamento, R o raio externo da armadura, h a profundidade do cabo, σ_{sea} a condutividade da água do mar e α representa a variável de integração.

Devido à dificuldade de resolução numérica da Equação (21), algumas aproximações foram propostas:

A. Aproximação de Wilcox e Wedepohl:

No artigo *Transient Analysis of Underground Power-Transmission Systems: System-model and wave-propagation characteristics*, (WEDEPOHL; WILCOX, 1973) apresentam uma expressão aproximada para a Equação (20) de Pollaczek.

$$Z_0^{Wedepohl} = \frac{j\omega\mu_{mar}}{2\pi} \left[-\ln\left(\frac{\gamma m R}{2}\right) + \frac{1}{2} - \frac{4mh}{3} \right] \quad (23)$$

Na Equação (23) γ é a constante de Euler (= 0,5772...). As outras variáveis são as mesmas da Equação (20). Esta expressão possui as restrições de que

$|mR| < 0.25$ e que o cabo deve estar submerso ou enterrado a aproximadamente 1m de profundidade.

B. Aproximação de Saad-Gaba-Giroux:

Outra aproximação para a expressão de Pollaczek é a aproximação de (SAAD; GABA; GIROUX, 1996), definida através da Equação (24):

$$Z_0^{Saad} = \frac{j\omega\mu_{mar}}{2\pi} \left[K_0(mR) + \frac{2e^{-2hm}}{4 + m^2R^2} \right] \quad (24)$$

Esta é uma das aproximações mais exatas, com um erro relativo à Equação (20) menor do que 1% em frequências até 100 kHz e menor do que 3% em 1MHz.

Apesar de ser possível resolver a expressão de Pollaczek utilizando aproximações, estas equações ainda apresentam todas as limitações da Equação (20). Por tal razão, outras pesquisas propuseram expressões distintas que são válidas em uma faixa de frequências maior.

3.1.3.2 Expressões com constante de propagação que consideram a permissividade elétrica.

Para expandir a faixa de frequências de validade das expressões de impedância externa, outros autores apresentaram expressões que consideram a constante de propagação completa γ_g definida na Equação (25).

$$\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_{mar}(\sigma_{mar} + j\omega\epsilon_{mar})} \quad (25)$$

Dentre elas se destacam:

A. Expressão de Sunde:

A expressão proposta por Sunde no seu livro *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*" (SUNDE, 1968) é definida pela Equação (26).

$$Z_0^{Sunde} = \frac{j\omega\mu_{mar}}{2\pi} \left[K_0(\gamma_g R) - K_0(\gamma_g \sqrt{R^2 + 4h^2}) + J \right] \quad (26)$$

e

$$J = 2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2h\sqrt{\alpha^2 + \gamma_g^2}} \cos(\alpha R)}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \gamma_g^2}} d\alpha \quad (27)$$

Uma das dificuldades com a expressão de Sunde é que a integral da Equação (27) converge lentamente, levando a possíveis erros de truncamento. Além

disso, as funções de Bessel na Equação (26) apresentam comportamento oscilatório em frequências próximas de 1 MHz (THEETHAYI *et al.*, 2007).

B. Expansão Assintótica de Lima:

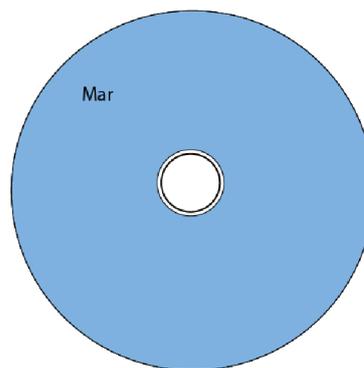
No artigo *Closed-Form Expressions For Ground Return Impedances of Overheadlines and Underground Cables*, (LIMA; PORTELA, 2012) apresentam a seguinte expansão assintótica da expressão de Sunde:

$$Z_0^{Lima} = \frac{j\omega\mu_{mar}}{2\pi} \left[K_0(\gamma_g R) + \frac{4h^2 - R^2}{4h^2 + R^2} K_2(\gamma_g \sqrt{R^2 + 4h^2}) - 2 \frac{4h^2 - R^2}{\gamma_g^2 (R^2 + 4h^2)^2} (1 + 2h\gamma_g) e^{-2h\gamma_g} \right] \quad (28)$$

Esta expressão apresenta erros relativos tão baixos quanto 0.04%, quando $\mu_{mar} = \mu_0$. Para valores distintos de μ_{mar} , porém, o erro se torna maior, inviabilizando a utilização desta expressão para valores de μ_{mar} diferentes de μ_0 . Possui restrição de profundidade mínima, sendo necessário que $h \gg R$.

Existem também expressões para Z_0 que consideram uma constante de propagação γ_g considerando um modelo de mar infinito. Este modelo ignora o ar e considera que todo o espaço ao redor do cabo é feito do mesmo material condutor, como exibido na Figura 9.

Figura 9 – Modelo de terra infinita.



Fonte: Do autor.

Este tipo de modelo é válido quando o cabo está submerso ou enterrado a uma profundidade grande o suficiente para que a interface entre os dois materiais seja desprezada. É apresentado por (WAIT, 1972) no artigo *Electromagnetic Wave Propagation Along a Buried Insulated Wire* que este tipo de modelo é válido caso a condição apresentada na Equação (29) seja verdadeira.

$$\left| 2jh\sqrt{\omega\mu_0(\omega\epsilon_{mar} - j\sigma_{mar})} \right| \gg 1 \quad (29)$$

Algumas das expressões que utilizam este modelo são:

A. Expressão de Vance:

No seu livro *Coupling with Shielded Cables*, (VANCE, 1978) apresenta a Expressão (30)

$$Z_0^{Vance} = \frac{\omega\mu_0 H_0^{(1)}(j\gamma_g R)}{2\pi R \gamma_g H_1^{(1)}(j\gamma_g R)} \quad (30)$$

onde $H_\alpha^{(1)}$ é uma função de Hankel do primeiro tipo, também conhecida como função de Bessel do terceiro tipo.

B. Aproximação de Petrache:

Uma aproximação para a expressão de Sunde descrita pela Equação (26) é a apresentada por (PETRACHE *et al.*, 2005) no artigo *Lightning Induced Disturbances in Buried Cables - Part I: Theory*.

$$Z_0^{Petrache} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{1 + \gamma_g R}{\gamma_g R}\right) \quad (31)$$

Esta aproximação fornece bons resultados, com baixos erros a até 30 MHz.

Todas as expressões vistas até então são expressões que se restringem a calcular impedâncias a profundidades que não sejam próximas à interface entre a água do mar e o leito marinho. Isso se deve ao fato de que todas estas expressões consideram um meio sem perdas (ar) e outro meio com perdas (água ou terra). Por tal razão elas não são propícias para calcular a impedância externa a uma profundidade onde ambos os meios possuem perdas, tal como profundidades próximas ao leito marinho, como é apresentado na Figura 10. Pode-se ressaltar, porém, que as Equações (30) e (31) são capazes de calcular impedâncias a profundidades abaixo do leito do mar que sejam distantes o suficiente da interface entre os dois meios. Pois, neste caso, a interface passa a ser desprezada e o meio externo é modelado como um meio homogêneos.

3.1.3.3 Equação para o leito de Silva

Em sua tese de doutorado *Estimação dos Parâmetros Elétricos de Cabos de Potências Submarinos Considerando Meios Dispersivos*, (SILVA, 2016) desenvolve uma equação utilizando um modelo de onda completa para calcular impedâncias externas perto do leito do mar, considerando uma interface entre dois materiais com perdas, que será apresentada mais adiante (Equação (34)). A partir de sua expressão, ele demonstra que é possível fazer simplificações para o modo de propagação quase-TEM sem perda de acurácia, resultando na Equação (32)

$$Z_0^{Silva} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} (\overline{\Lambda} + \overline{S}_1) \quad (32)$$

Figura 10 – Cabo enterrado no leito do mar.



Fonte: Do autor.

onde

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda} &= K_0(R\gamma_{solo}) - K_0(D\gamma_{solo}) \\ \bar{S}_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\bar{h}\sqrt{\lambda^2 + \gamma_{solo}^2}}}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_{solo}^2} + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_{mar}^2}} e^{-jR\lambda} d\lambda \\ D &= \sqrt{4\bar{h}^2 + R^2} \\ \gamma_{solo} &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})} \\ \gamma_{mar} &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{mar} + j\omega\epsilon_{mar})}\end{aligned}\tag{33}$$

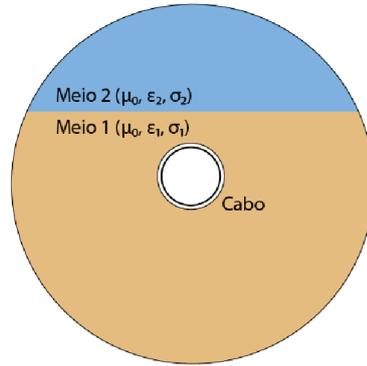
sendo \bar{h} a menor distância entre o centro do cabo e a interface solo-água. Estas equações são as únicas equações quase-TEM neste trabalho capazes de calcular a impedância externa com o cabo enterrado perto da interface do leito marítimo.

3.1.3.4 Expressões de onda completa

Além das expressões quase-TEM, existem também expressões de onda completa, que são formuladas sem simplificações de baixa frequência, das quais se esperam resultados precisos em uma faixa de frequência maior do que as outras expressões. Para estas modelagens, de onda completa, são conhecidas três formulações distintas, todas descritas em detalhes na dissertação *Característica de Propagação de Condutores Enterrados Isolados e Nus* (MAGALHÃES, 2015). Cada uma destas formulações possui metodologias próprias de desenvolvimento, porém com resultados numericamente equivalentes. Na sua tese de doutorado, (SILVA, 2016) utiliza das metodologias apresentadas por (MAGALHÃES, 2015) e propõe uma formulação para cabos isolados propícia ao tema deste trabalho.

Considerando um ambiente externo formado por dois meios homogêneos quaisquer 1 e 2, e esteja o condutor inserido no meio 1 e ortogonal à interface entre os

Figura 11 – Cabo inserido em dois meios genéricos.



Fonte: Do autor.

dois meios, como apresentado na Figura 11, é apresentado por (SILVA, 2016) a Equação (34):

$$Z_0^{Onda\ completa} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[\Lambda + S_1 - \frac{\gamma^2}{\gamma_1^2} (T + S_2) \right] \quad (34)$$

com

$$\begin{aligned} \Lambda &= K_0(R\eta_1) - K_0(d\eta_1) \\ S_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\bar{h}u_1}}{u_1 + u_2} e^{-jR\lambda} d\lambda \\ S_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\bar{h}u_1}}{u_1 n^2 + u_2} e^{-jR\lambda} d\lambda \\ T &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_2 (e^{-\bar{h}u_1} - e^{-2\bar{h}u_1})}{u_1 (u_1 n^2 + u_2)} e^{-jR\lambda} d\lambda \end{aligned} \quad (35)$$

e

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma^2} \\ d &= \sqrt{4\bar{h}^2 + R^2} \\ u_1 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2 - \gamma^2} \\ u_2 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma^2} \\ \gamma_1 &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1)} \\ \gamma_2 &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} \\ n &= \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \end{aligned} \quad (36)$$

Nestas equações, \bar{h} representa a menor distância entre o centro do cabo e a interface entre os dois meios, γ_1 e γ_2 representam as constantes de propagação intrínsecas dos meios 1 e 2, n o índice de refração entre os meios 1 e 2 e, por fim,

γ representa a constante de propagação do modo terra de retorno. A Equação (35) é feita de integrais de Sommerfeld, que não possuem solução analítica e devem ser resolvidas numericamente. Ao observar a Equação 35 atentamente, pode-se reparar que estas integrais são funções da constante de propagação γ , cujo valor pode ser obtido através da Equação (37).

$$\frac{1}{2\pi} \left(j\omega\mu_{p3} - \frac{\gamma^2}{\sigma_{p3} + j\omega\epsilon_{p3}} \right) \ln \left(\frac{r_{p3}}{r_{p2}} \right) + \frac{\gamma_a}{\sigma_a} \left[\frac{I_0(\gamma_a r_{p2})K_1(\gamma_a r_{p1}) + K_0(\gamma_a r_{p2})I_1(\gamma_a r_{p1})}{2\pi r_{p2} D_a} \right] + \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[\left(1 - \frac{\gamma^2}{\gamma_1^2} \right) \Lambda + \left(S_1 - \frac{\gamma^2 S_2}{\gamma_1^2} \right) \right] = 0 \quad (37)$$

em que

$$D_a = I_1(\gamma_a r_{p2})K_1(\gamma_a r_{p1}) - I_1(\gamma_a r_{p1})K_1(\gamma_a r_{p2}) \quad (38)$$

Nas Equações (37) e (38), os subscritos $p1$, $p2$ e $p3$ se referem, respectivamente, à superfície interna da armadura, à superfície externa da armadura e à superfície externa da capa da blindagem, como mostrado na Figura 7. A variável r se refere aos raios e γ_a é a constante de propagação da armadura. A Equação (37), por sua vez, é uma equação não linear que também deve ser resolvida numericamente. Simultaneamente, a Equação (37) depende dos resultados da Equação (35), enquanto a Equação (35) é função da Equação (37), formando um conjunto de equações interdependentes sem resolução analítica.

Para solucionar estas equações e encontrar o valor de γ , permitindo o cálculo de Z_0 em (34), (MAGALHÃES, 2015) implementou um método iterativo misto simbólico-numérico. Utilizando inicialmente um valor numérico inicial de γ , obtém-se uma estimativa das integrais de Sommerfeld, para então utilizar o resultado das integrais de Sommerfeld como argumento na Equação (37) e encontrar um novo valor para γ , realizando iterações até a convergência de γ . Este método iterativo necessita de resolução numérica repetitiva da equação modal não linear (Equação (37)), de integrais de Sommerfeld (Equação (35)) e das funções de Bessel (Equação (38)), as duas últimas apresentando comportamento oscilatório e exigindo grande esforço computacional. Como resultado, a formulação de onda completa raramente é implementada, sendo, dentre todas as expressões para Z_0 , a que mais necessita de esforço computacional. Paralelamente, dependendo do valor inicial atribuído a γ , a resolução de onda completa pode convergir a valores distintos da constante de propagação, resultando em um modo de propagação denominado modo de onda rápida, que não descreve o comportamento de linhas de transmissão, apesar de ser previsto no modelo matemático. Todas estas questões motivam a procura por expressões aproximadas que possam substituir as formulações de onda completa.

3.1.3.5 Aproximação quase-TEM da formulação de onda completa

Para poder realizar aproximações quase-TEM da formulação de onda completa, é necessário, primeiramente, resolver a formulação de onda completa. Felizmente, precisa-se resolvê-la em poucos pontos, sendo possível selecionar somente as frequências que forem convenientes e economizar esforço numérico.

Na sua tese de doutorado, (SILVA, 2016) resolveu as Equações (35) e (37) em sua frequência de interesse para o caso do cabo enterrado no leito do mar, apresentado na Figura 10. Constatando que, para este caso, $\gamma \ll \gamma_{solo}$ e $\gamma \ll \gamma_{mar}$, é possível simplificar a Equação (36) e obter a Equação (39)

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma^2} \approx \gamma_1 \\ u_1 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2 - \gamma^2} \approx \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2} \\ u_2 &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma^2} \approx \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2} \\ \frac{\gamma}{\gamma_1} &\approx 0\end{aligned}\tag{39}$$

Realizando estas aproximações na Equação (34) encontra-se a aproximação quase-TEM apresentada na Equação (32).

3.2 DISCUSSÃO

Neste capítulo foram apresentadas as formulações analíticas estudadas para o cálculo de impedâncias de cabos de potência. Normalmente, as formulações citadas são separadas em duas partes: impedâncias internas e impedâncias de retorno externas. As impedâncias internas podem ser obtidas diretamente, independente do local em que o cabo estiver inserido. As impedâncias de retorno externo externas, por sua vez, são fonte de debate e estudos devido à complexidade do problema, que é de difícil generalização, mas podem ser calculadas com segurança a custo de elevado esforço numérico. A impedância total do cabo é obtida a partir da junção das duas impedâncias.

Para explicar a impedância de retorno do meio externo, foram apresentadas formulações de diversas complexidades, desde as que consideram uma constante de propagação simplificada, como a de Pollaczek (Equação (20)), passando pela formulação que já considera correntes de deslocamento e é válida em uma faixa maior de frequência, como a formulação de Sunde (Equação (26)), chegando até a formulação de onda completa, formulação que não simplifica as equações de Maxwell de nenhuma maneira e é válida em uma faixa de frequência maior do que as outras, porém ainda indeterminada devido à dificuldade de realizar experimentos práticos que satisfaçam as condições ideais nas quais as formulações são concebidas.

Inconvenientemente, as formulações quase-TEM de Pollaczek e Sunde (e suas simplificações) foram desenvolvidas para cabos próximos à superfície da água, considerando os meios externos como água e ar, o que as torna inadequadas para calcular a impedância de retorno externo próximo ao leito. Em contrapartida, a formulação de onda completa considera meios genéricos e pode calcular o cabo em qualquer posição do problema marítimo em questão, porém exige um esforço numérico considerável. Estes empecilhos mostram a importância da última seção apresentada: a metodologia de simplificação quase-TEM da formulação de onda completa. Esta metodologia permite que sejam obtidas expressões de rápida resolução numérica e validade em toda a faixa de frequências de interesse, e que, simultaneamente, pode ser utilizada com o cabo posicionado em qualquer profundidade desejada, mostrando-se uma ótima opção para solução analítica.

Todas estas formulações, tanto internas quanto externas, devem ser validadas utilizando outras metodologias para a obtenção de impedâncias. A obtenção experimental destas impedâncias é descartada, devido ao alto custo e à dificuldade de realização de experimentos práticos, mas há outra maneira de se obter estas impedâncias: a utilização do método dos elementos finitos, a ser descrita no Capítulo 5.

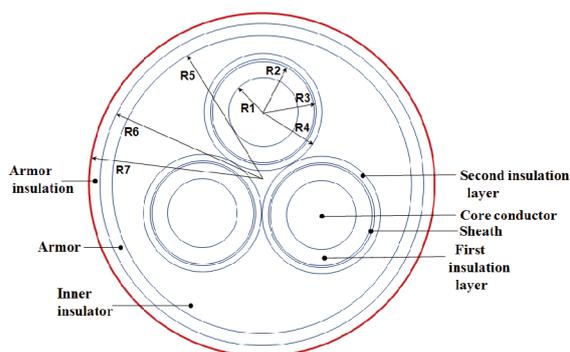
4 CÁLCULOS ANALÍTICOS

Este capítulo é dedicado à implementação das expressões apresentadas no Capítulo 3. Primeiramente será apresentada uma descrição do problema, para então serem calculados os valores de impedância do sistema, utilizando as ferramentas analíticas. Os cálculos e simulações neste capítulo foram realizados utilizando um *notebook* modelo Dell Inspiron 15 5567, com processador Intel i5-7200U @2.7GHz e REM de 8GB (1x8GB) 2400MHz DDR4.

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

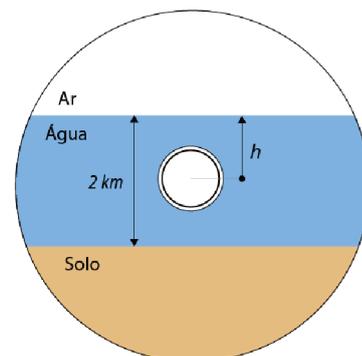
Em instalações de exploração de petróleo na região do pré-sal, é possível encontrar equipamentos a até dois quilômetros de profundidade do nível do mar (SILVA, 2016). Os cabos umbilicais de potência que alimentam estas cargas são feitos a partir de três veias de potência, cada o qual com sua própria blindagem, e armadura, de maneira que será considerado um cabo de potência de três veias, como o apresentado na Figura 3, repetida aqui como Figura 12 por conveniência. Para o meio externo, apresentado na Figura 13, será considerado um ambiente constituído por três materiais: ar, mar e solo, com a faixa de água tendo 2 km de profundidade.

Figura 12 – Cabo submarino de três veias de potência do tipo PT.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

Figura 13 – Ambiente externo considerado nos cálculos analíticos.



Fonte: Do autor.

Os parâmetros internos do cabo são os mesmos utilizados no artigo *Hybrid Method to Compute the Total Series Impedance of Submarine Power Cables*, de (FURLAN; HELDWEIN, 2019), apresentados na Tabela 3. Ao recordar do Capítulo 3 que as correntes de deslocamento são desprezadas nos parâmetros internos do cabo, a permissividade elétrica dos materiais é desconsiderada. Apesar da permeabilidade relativa da armadura neste estudo ser considerado igual a 90, ela raramente é fornecida pelos fabricantes dos cabos, levando a incertezas relacionadas a este parâmetro.

Tabela 3 – Parâmetros do cabo.

Camada	Raio [mm]	Resistividade do condutor [$10^{-8}\Omega m$]	Permeabilidade relativa
Condutor central	$R_1 = 9,60$	$\rho_c = 1,7241$	1
Capa do condutor central	$R_2 = 17,054$	-	-
Blindagem	$R_3 = 18,054$	$\rho_s = 22$	1
Capa da blindagem	$R_4 = 19,50$	-	-
Superfície interna da armadura	$R_5 = 48,00$	$\rho_a = 2,86$	90
Superfície externa da armadura	$R_6 = 59,00$	$\rho_a = 2,86$	90
Capa da armadura	$R_7 = 65,00$	-	-

Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019)

Simultaneamente, para apontar os parâmetros eletromagnéticos do meio externo, é necessário extensa pesquisa, sendo que há pouco material disponível na literatura sobre este assunto. Enquanto alguns autores utilizam valores de condutividade, permissividade elétrica e permeabilidade magnética para o mar em geral, são poucas ou inexistentes as pesquisas para identificar as características da água e do solo marítimos na costa brasileira e na região do pré sal publicadas. De maneira generalizada para todo o oceano, é possível encontrar autores que utilizaram para a água do mar valores como condutividade $\sigma_{mar} = 5$ S/m, permeabilidade relativa $\mu_{rmar} = 1$ e permissividade relativa $\epsilon_{rmar} = 81$ (FURLAN; HELDWEIN, 2019; SILVA, 2016; PATEL; TRIVERIO, 2016). Apesar disto, é possível encontrar valores significativamente distintos para estes parâmetros, uma vez que eles dependem de fatores como temperatura, salinidade, profundidade pressão. De maneira semelhante para o solo marítimo, alguns autores utilizaram os valores de $\sigma_{solo} = 0.05$ S/m, $\mu_{rsolo} = 1$ and $\epsilon_{rsolo} = 15$ (PATEL; TRIVERIO, 2016; LIMA; PORTELA, 2012). Como estes valores dependem de características do solo como porosidade, composição química e largura dos grão de areia, outros autores utilizaram valores distintos para as grandezas elétricas e magnéticas (SILVA, 2016; PATEL; TRIVERIO, 2016; HULBERT; BENNETT; LAMBERT, 1982). Os valores anunciados neste parágrafo são os valores adotados neste estudo.

Estas incertezas quanto aos parâmetros do mar e da armadura abrem espaço para a futura realização de pesquisas e de análises de sensibilidade das características elétricas do cabo em relação à variação das características do mar e da armadura, que justifiquem ou descartem a necessidade de pesquisas focadas em obter valores precisos para estes parâmetros.

4.2 OBTENÇÃO DAS IMPEDÂNCIAS ANALÍTICAS

Primeiramente serão calculadas as impedâncias internas do cabo de potência, representadas pelas matrizes $[Z_{in}]$, $[Z_i]$, $[Z_p]$ e $[Z_c]$. Posteriormente serão analisadas

as expressões de impedância de retorno externo. Todos os cálculos computacionais realizados neste capítulo foram realizados utilizando o *software Matlab*, versão R2019a.

4.2.1 Impedâncias internas

Nesta seção serão calculadas as impedâncias internas do cabo, representadas pelas matrizes $[Z_{in}]$, $[Z_i]$, $[Z_p]$ e $[Z_c]$.

4.2.1.1 Matriz $[Z_i]$

A primeira das matrizes a ser calculada é a matriz $[Z_i]$, obtida dos parâmetros do cabo SC. Na Figura 12, pode-se notar que há três cabos SC contidos na armadura, formado o cabo PT. Como os cabos SC são idênticos, todas as matrizes internas que compõem $[Z_i]$ são idênticas, de maneira que se torna possível montar as seguintes relações:

$$[Z_{i1}] = [Z_{i2}] = [Z_{i3}] \quad (40)$$

O Cabo SC possui os raios R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Ao implementar as Equações (9), (10) e (11) encontram-se os valores apresentados na Tabela 4:

Tabela 4 – Termos da matriz $[Z_i]$.

Frequência [Hz]		60	10^3
Z_{ccj}	$[\Omega/m]$	$6,1486 \cdot 10^{-05} + j7,1975 \cdot 10^{-05}$	$1,5307 \cdot 10^{-04} + j1,0258 \cdot 10^{-03}$
Z_{csj}	$[\Omega/m]$	$3,7949 \cdot 10^{-10} + j7,9166 \cdot 10^{-06}$	$1,0541 \cdot 10^{-07} + j1,3194 \cdot 10^{-04}$
Z_{ssj}	$[\Omega/m]$	$1,9947 \cdot 10^{-03} + j7,2009 \cdot 10^{-05}$	$1,9947 \cdot 10^{-03} + j1,2001 \cdot 10^{-04}$
Frequência [Hz]		10^4	10^5
Z_{ccj}	$[\Omega/m]$	$4,6917 \cdot 10^{-04} + j9,3365 \cdot 10^{-03}$	$3,2772 \cdot 10^{-03} + j8,9741 \cdot 10^{-02}$
Z_{csj}	$[\Omega/m]$	$1,0528 \cdot 10^{-05} + j1,3191 \cdot 10^{-03}$	$9,3273 \cdot 10^{-04} + j1,2860 \cdot 10^{-02}$
Z_{ssj}	$[\Omega/m]$	$2,0002 \cdot 10^{-03} + j1,2000 \cdot 10^{-03}$	$2,4893 \cdot 10^{-03} + j1,1834 \cdot 10^{-02}$
Frequência [Hz]		10^6	
Z_{ccj}	$[\Omega/m]$	$2,1907 \cdot 10^{-02} + j8,3993 \cdot 10^{-01}$	
Z_{csj}	$[\Omega/m]$	$8,5997 \cdot 10^{-03} + j1,0493 \cdot 10^{-01}$	
Z_{ssj}	$[\Omega/m]$	$8,2704 \cdot 10^{-03} + j1,0503 \cdot 10^{-01}$	

Fonte: Do autor.

Utilizando estes valores é possível montar a matriz $[Z_i]$, de acordo com as Equações (8) e (9). É possível notar que o termo z_{ssj} apresenta resistências mais altas do que z_{ccj} em baixas frequências. Este resultado é o esperado, uma vez que o material do qual a blindagem é construído é muito mais resistivo do que o material do condutor central. Paralelamente, este material sofrerá menos com o efeito pelicular, de maneira que sua resistência não aumentará tanto com a frequência quanto o condutor central, que possui maior condutividade. O efeito de proximidade entre condutores não é considerado na formulação analítica.

4.2.1.2 Matriz $[Z_p]$

Como etapa seguinte, será calculada a matriz $[Z_p]$. Esta matriz representa as impedâncias internas da armadura do cabo PT. Sabendo que todos os cabos SC são idênticos, é possível concluir que:

$$\begin{aligned} Z_{pjk} &= Z_{p12} = Z_{p13} = Z_{23} \\ Z_{pjj} &= Z_{p11} = Z_{p22} = Z_{p33} \end{aligned} \quad (41)$$

Para obter estes valores, utilizam-se as Equações (14) e (15). Como estas equações contém somatórios infinitos, na resolução destas equações aplicou-se somatórios numéricos, utilizando como critério de parada uma diferença relativa de 0,01% entre iterações (PETERS; SZEREMETA, 2018), resultando na Tabela 5.

Tabela 5 – Termos da matriz $[Z_p]$.

Frequência [Hz]	Z_{pjj} [Ω/m]	Z_{pjk} [Ω/m]
60	$8,7968 \cdot 10^{-5} + j1,5506 \cdot 10^{-4}$	$7,7448 \cdot 10^{-5} + j9,5165 \cdot 10^{-5}$
10^3	$4,3539 \cdot 10^{-4} + j1,3197 \cdot 10^{-3}$	$2,8496 \cdot 10^{-4} + j6,6889 \cdot 10^{-4}$
10^4	$1,5395 \cdot 10^{-3} + j9,8375 \cdot 10^{-3}$	$8,3507 \cdot 10^{-4} + j4,8999 \cdot 10^{-3}$
10^5	$5,1036 \cdot 10^{-3} + j8,7189 \cdot 10^{-2}$	$2,5523 \cdot 10^{-3} + j4,3543 \cdot 10^{-2}$
10^6	$1,6405 \cdot 10^{-2} + j8,3618 \cdot 10^{-1}$	$7,9749 \cdot 10^{-3} + j4,1828 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Do autor.

De maneira análoga à matriz anterior, é de se esperar que os valores da matriz $[Z_p]$ cresçam junto à frequência.

4.2.1.3 Matriz $[Z_c]$

A última das matrizes de impedâncias internas é a matriz $[Z_c]$, que representa as impedâncias mútuas entre a superfície interna da armadura e a superfície externa. Implementando as Equações (17) e (18) encontra-se a Tabela 6:

Tabela 6 – Termos da matriz $[Z_i]$.

Frequência [Hz]	60	10^3
Z_{c1} [Ω/m]	$6,7290 \cdot 10^{-5} + j7,3926 \cdot 10^{-5}$	$2,7258 \cdot 10^{-4} + j3,9363 \cdot 10^{-4}$
Z_{c2} [Ω/m]	$6,7278 \cdot 10^{-5} + j7,3915 \cdot 10^{-5}$	$2,7258 \cdot 10^{-4} + j3,9363 \cdot 10^{-4}$
Z_{c3} [Ω/m]	$6,7267 \cdot 10^{-5} + j7,3906 \cdot 10^{-5}$	$2,7258 \cdot 10^{-4} + j3,9363 \cdot 10^{-4}$
Frequência [Hz]	10^4	10^5
Z_{c1} [Ω/m]	$8,6056 \cdot 10^{-4} + j2,0769 \cdot 10^{-4}$	$2,7199 \cdot 10^{-3} + j14889 \cdot 10^{-2}$
Z_{c2} [Ω/m]	$8,6056 \cdot 10^{-4} + j2,0769 \cdot 10^{-4}$	$2,7199 \cdot 10^{-3} + j14889 \cdot 10^{-2}$
Z_{c3} [Ω/m]	$8,6056 \cdot 10^{-4} + j2,0769 \cdot 10^{-4}$	$2,7199 \cdot 10^{-3} + j14889 \cdot 10^{-2}$

De maneira similar às outras matrizes internas, quanto maior a frequência, maior a impedância.

Frequência [Hz]		10^6
Z_{c1}	$[\Omega/m]$	$8,5997 \cdot 10^{-3} + j1,3030 \cdot 10^{-1}$
Z_{c2}	$[\Omega/m]$	$8,5997 \cdot 10^{-3} + j1,3030 \cdot 10^{-1}$
Z_{c3}	$[\Omega/m]$	$8,5997 \cdot 10^{-3} + j1,3030 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Do autor.

4.2.1.4 Matriz $[Z_{in}]$

Ao observar pela Equação (19) que todos os termos da matriz $[Z_0]$ são iguais, percebe-se que as igualdades anunciadas na Equação (4) também são válidas para $[Z_{in}]$. Ao montá-la através da Equação (5) e separar as resistências e indutâncias, encontram-se os valores apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de $[Z_{in}]$ obtidos analiticamente.

Frequência [Hz]		60	10^3	10^4	10^5	10^6
R_{in_co}	$[\Omega/m]$	$2,17 \cdot 10^{-4}$	$8,61 \cdot 10^{-4}$	$2,87 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-2}$	$4,69 \cdot 10^{-2}$
R_{in_coc}	$[\Omega/m]$	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	$5,27 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$
R_{in_csi}	$[\Omega/m]$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$8,76 \cdot 10^{-3}$	$3,36 \cdot 10^{-2}$
R_{in_cso}	$[\Omega/m]$	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	$5,27 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$
R_{in_cog}	$[\Omega/m]$	$6,73 \cdot 10^{-5}$	$2,73 \cdot 10^{-4}$	$8,61 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$8,60 \cdot 10^{-3}$
R_{in_s}	$[\Omega/m]$	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$2,70 \cdot 10^{-3}$	$4,40 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	$3,33 \cdot 10^{-2}$
R_{in_ss}	$[\Omega/m]$	$1,48 \cdot 10^{-4}$	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	$5,27 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$
R_{in_sg}	$[\Omega/m]$	$6,73 \cdot 10^{-5}$	$2,73 \cdot 10^{-4}$	$8,61 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$8,60 \cdot 10^{-3}$
R_{in_gg}	$[\Omega/m]$	$6,73 \cdot 10^{-5}$	$2,73 \cdot 10^{-4}$	$8,61 \cdot 10^{-4}$	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$8,60 \cdot 10^{-3}$
L_{in_co}	$[H/m]$	$7,98 \cdot 10^{-7}$	$4,36 \cdot 10^{-7}$	$3,38 \cdot 10^{-7}$	$3,05 \cdot 10^{-7}$	$2,88 \cdot 10^{-7}$
L_{in_coc}	$[H/m]$	$4,49 \cdot 10^{-7}$	$1,69 \cdot 10^{-7}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	$9,30 \cdot 10^{-8}$	$8,73 \cdot 10^{-8}$
L_{in_csi}	$[H/m]$	$6,28 \cdot 10^{-7}$	$2,94 \cdot 10^{-7}$	$2,11 \cdot 10^{-7}$	$1,83 \cdot 10^{-7}$	$1,70 \cdot 10^{-7}$
L_{in_cso}	$[H/m]$	$4,49 \cdot 10^{-7}$	$1,69 \cdot 10^{-7}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	$9,30 \cdot 10^{-8}$	$8,73 \cdot 10^{-8}$
L_{in_cog}	$[H/m]$	$1,96 \cdot 10^{-7}$	$6,26 \cdot 10^{-8}$	$3,31 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$
L_{in_s}	$[H/m]$	$6,27 \cdot 10^{-7}$	$2,92 \cdot 10^{-7}$	$2,09 \cdot 10^{-7}$	$1,81 \cdot 10^{-7}$	$1,70 \cdot 10^{-7}$
L_{in_ss}	$[H/m]$	$4,49 \cdot 10^{-7}$	$1,69 \cdot 10^{-7}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	$9,30 \cdot 10^{-8}$	$8,73 \cdot 10^{-8}$
L_{in_sg}	$[H/m]$	$1,96 \cdot 10^{-7}$	$6,26 \cdot 10^{-8}$	$3,31 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$
L_{in_gg}	$[H/m]$	$1,96 \cdot 10^{-7}$	$6,26 \cdot 10^{-8}$	$3,31 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$

4.2.2 Impedâncias de retorno externo

Nesta seção serão calculadas as impedâncias externas, mapeando as impedâncias de retorno com o cabo localizado em diversas as profundidades h relevantes à extração marítima de petróleo. Para isso, o valor de Z_0 será calculado repetidas vezes, variando a frequência dos sinais de tensão e corrente e alterando a profundidade na qual se encontra o cabo.

Inicialmente os cálculos serão feitos com o cabo posicionado perto da superfície, e então se aumentará a profundidade até que o cabo esteja enterrado no leito. Como o interesse deste estudo é mapear a impedância dos cabos de potência para uma larga faixa de frequência, de até 1 MHz, a análise das impedâncias de retorno é efe-

tuado em duas etapas: mantendo a profundidade constante e observando a variação de impedância de retorno externo a partir da variação de frequência, e mantendo a frequência constante e observando a variação de impedância a partir da variação de profundidade. Com estes dois estudos em conjunto, é possível obter uma noção de como as impedâncias de retorno externo dos cabos se comportam para diferentes harmônicas ao se variar a profundidade. Devido às restrições das equações analíticas, porém, estes estudos só podem incluir dois meios externos por cálculo, sendo necessário dividir a análise em duas partes, sendo elas impedâncias próximas à superfície (interface mar-ar) e impedâncias próximas ao leito (interface mar-solo).

4.2.2.1 Próximo à superfície

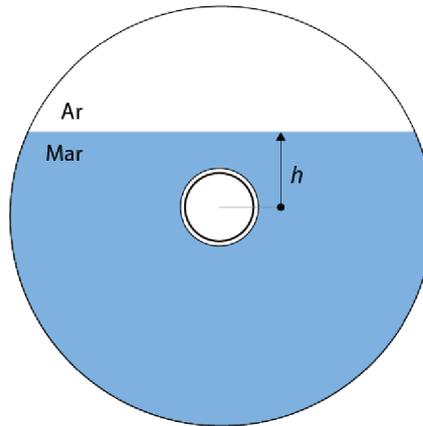
Para obter o valor da impedância de retorno externa, existem diversas expressões distintas, enunciadas na Seção 3.1.3. Cada uma destas expressões possui suas condições de uso, considerações, e restrições. Nesta seção serão implementadas todas as expressões propícias a realizar cálculos com o cabo próximo à interface mar-ar, justapondo seus resultados e observando suas diferenças. Primeiramente será considerada uma geometria externa de profundidade fixa, variando a frequência dos elétricos. Posteriormente, se manterá a frequência fixa, variando a profundidade do cabo em relação à superfície do mar.

4.2.2.1.1 Variando a frequência

Considerando o cabo de potência inserido num ambiente composto por dois materiais: água do mar e ar. O cabo se encontra paralelo à interface entre os dois materiais, a um metro de distância desta interface e envolto pela água do mar ($h = 1$ m), como apresentado na Figura 14. Nesta situação são implementadas as Equações (20), (23), (24), (26) e (28).

Sob estas condições, todas as equações apresentam resultados semelhantes, apresentados nas Figuras 15 e 16, exceto a de Wedepohl e Wilcox, que é omitida destas figuras. Isso se dá pela restrição imposta pelos autores da Equação (23), de $|mR| < 0,25$. Esta condição deixa de ser cumprida em frequências ainda de interesse deste estudo: em $f = 3 \cdot 10^5$, $|m_{mar}R| = 0,22$, resultando em altos erros desta equação em relação às outras e tornando-a imprópria para cálculo de impedância externa onde o meio que envolve o cabo é a água do mar. Apesar disto, a equação de Wedepohl e Wilcox ainda pode ser utilizada em situações em que o meio externo é terra. Como o solo possui condutividade duas ordens de grandeza menores do que a água do mar, m_{solo} se torna menor do que m_{mar} , permitindo que a Equação (23) seja utilizado até frequências mais altas. Na frequência de 1 MHz, $|m_{solo}R| = 0,04$, tornando os resultados da Equação (23) ainda válidos. Apesar disto, este estudo é focado em

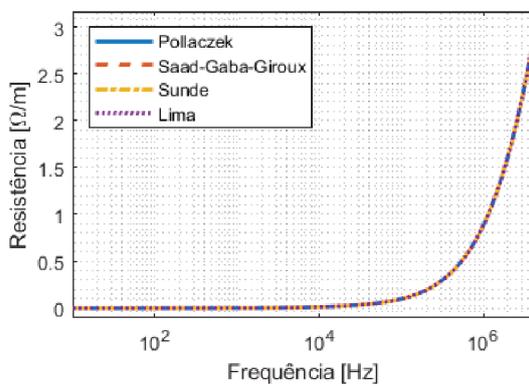
Figura 14 – Meio externo considerando somente ar e mar.



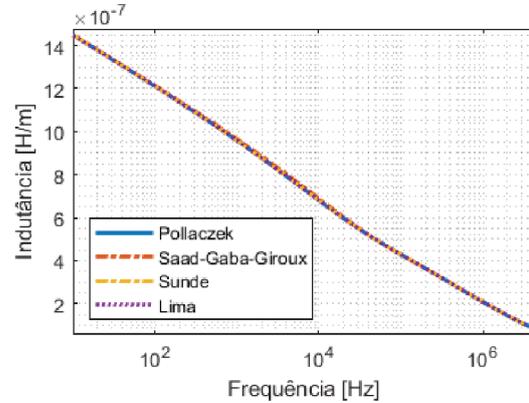
Fonte: Do autor.

cabos submarinos, de maneira que testar a equação de Wilcox e Wedepohl em cabos subterrâneos se encontra fora do escopo.

Figura 15 – Valores de resistência por unidade de comprimento. Figura 16 – Valores de indutância por unidade de comprimento.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

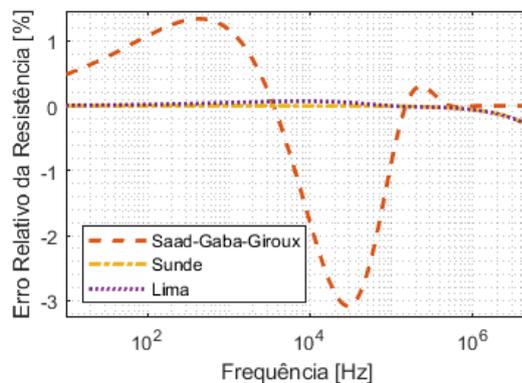
É possível observar que todas as equações apresentam resultados muito parecidos, com diferenças quase imperceptíveis. Para calcular as diferenças entre os resultados, utiliza-se a equação de Pollaczek como referência, resultando na Equação (42).

$$\Delta Z = \frac{Z_0^{\text{Pollaczek}} - Z_0}{Z_0^{\text{Pollaczek}}} \cdot 100 \text{ [\%]} \quad (42)$$

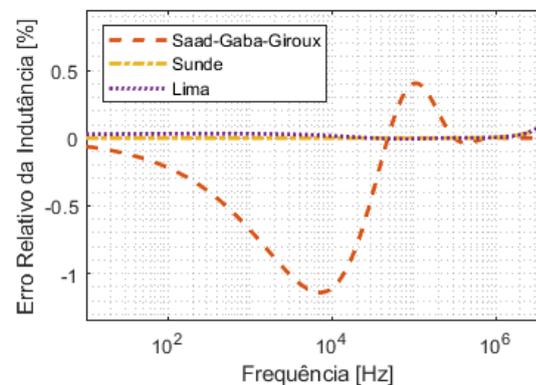
Os resultados são apresentados nas Figura 17 e 18. É possível notar que todas as expressões apresentam erro baixíssimo, tanto para valores de resistência quanto de indutância. A expressão de Saad-Gaba-Giroux apresenta os maiores erros de

todos, que ainda são razoáveis e estão abaixo dos 3% para todas as frequências de interesse. É de interesse notar que o erro obtido na expressão de Sunde, que considera correntes de deslocamento, é inexistente até 1 MHz, validando a aproximação de baixa frequência de Pollaczek. Tal conclusão permite que outras metodologias com aproximações de baixa frequência sejam utilizadas para cabos submarinos, como o Método dos Elementos Finitos. A Equação (23), de Wedepohl, apresentou erros de -863% para a resistência e 421% para a indutância a 1 MHz.

Figura 17 – Erro relativo das resistências. Figura 18 – Erro relativo das indutâncias.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

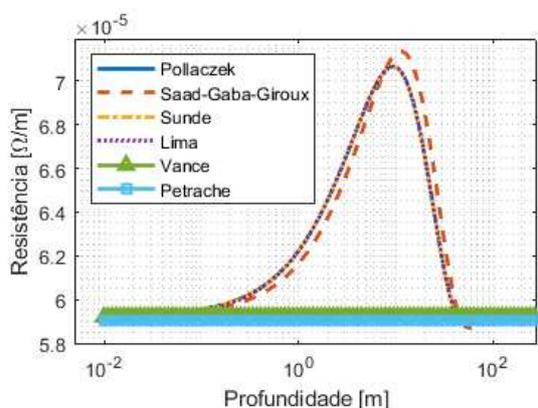
4.2.2.1.2 Variando a profundidade

Outro teste a ser realizado é mantendo a frequência fixa e variando a profundidade. Neste tipo de teste é possível implementar todas as equações utilizadas na Seção 4.2.2.1.1 e, em adição, as expressões (30) e (31). Estas duas equações desconsideram a existência do ar e definem o meio externo como sendo somente água, ignorando a variação de profundidade. Conseqüentemente, são válidas somente para profundidades a partir da qual a impedância não é sensível à profundidade. Por tal razão, a visualização dos gráficos foi ajustada para incluir estas equações somente em sua faixa de interesse, priorizando a visualização das equações das demais expressões. A equação de Wedepohl e Wilcox novamente não pôde ser implementada, mesmo em baixas frequências, por sua restrição de profundidade, que a limita sua profundidade para valores próximos de 1 m. As análises são feitas em três frequências distintas: 60 Hz, 10 kHz e 1 MHz.

A. 60 Hz:

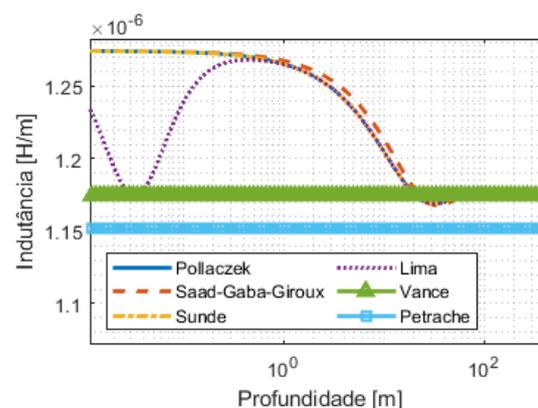
Os valores de resistência e indutância obtidos são apresentados nas Figuras 19 e 20

Figura 19 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 60 Hz.



Fonte: Do autor.

Figura 20 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 60 Hz.



Fonte: Do autor.

Pode-se observar que as equações de Pollaczek e Sunde estão perfeitamente sobrepostas, sem diferenças entre considerar um modo de propagação simplificado e um modo de propagação com correntes de deslocamento. As equações de Vance e Petrache preveem adequadamente os valores de resistência para profundidades em que a interface entre os dois materiais está distante o suficiente do cabo para ser desprezada, porém a equação de Petrache apresenta erro maior que as outras. Ao observar as Figuras 19 e 20 é possível afirmar que a impedância deixa de variar com a profundidade a partir da profundidade de, aproximadamente, 200 m. Nesta profundidade, o critério de Wait, apresentado na Equação (29), é de 19,47, tornando-o verdadeiro.

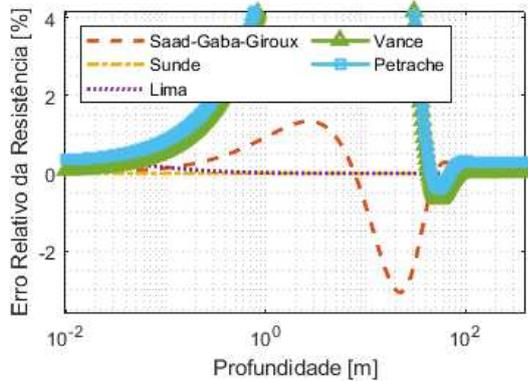
É possível notar, também, que a expressão de Lima apresenta altos erros em baixa profundidade. Isto se deve à restrição imposta pelo autor desta equação, de que $h \gg R$. Como o raio externo do cabo é de 65 mm, a equação de Lima torna-se precisa na profundidade de 0,5 m, quando sua condição de validade é verdadeira. Nas Figuras 21 e 22 são apresentados os erros relativos das expressões anunciadas em relação à expressão de Pollaczek. Pode-se perceber que a expressão de Petrache apresenta o maior erro para a indutância, de 2% na sua região de validade.

B. 10 kHz:

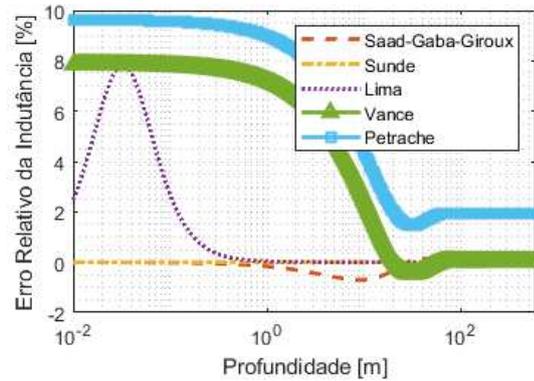
Outra frequência analisada é a de 10 kHz. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 23 e 24.

Nestas figuras é possível observar que a diferença entre a função de Lima e a de Pollaczek, para profundidades rasas, é maior do que no caso de 60 Hz. Apesar disto, esta diferença se torna baixa na profundidade de 0,5 m, de

Figura 21 – Erro relativo nas resistências a 60 Hz. Figura 22 – Erro relativo nas indutâncias a 60 Hz.

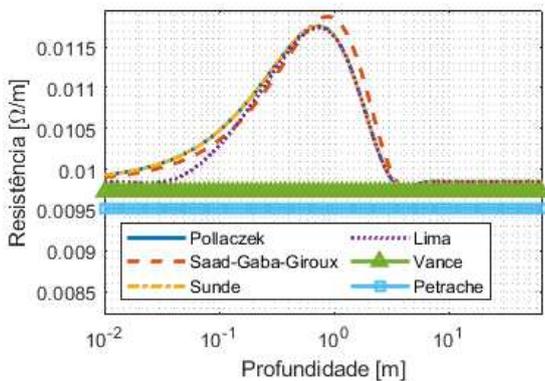


Fonte: Do autor.



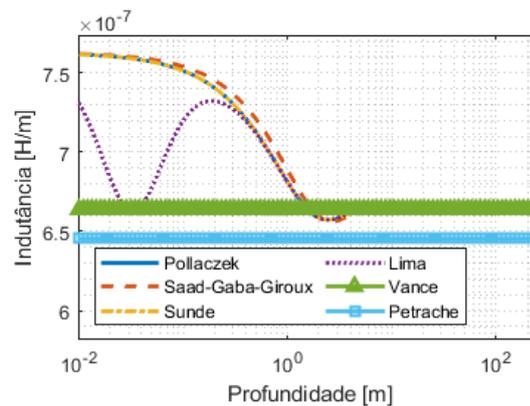
Fonte: Do autor.

Figura 23 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 10 kHz.



Fonte: Do autor.

Figura 24 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 10 kHz.



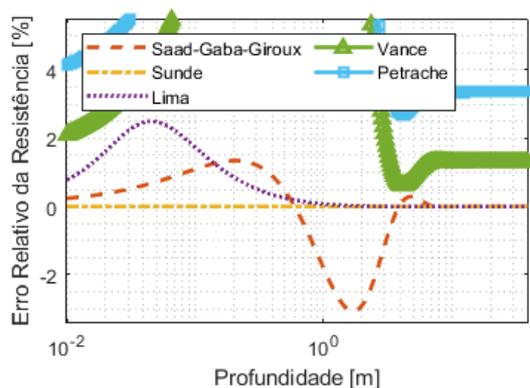
Fonte: Do autor.

mesma maneira que em 60 Hz. Nas Figuras 25 e 26 é possível observar os erros relativos. Neste caso, a expressão de Petrache apresentou erros de 3,4 % para a resistência e 2,6 % para a indutância, enquanto a expressão de Vance apresentou erro menor, de 1,3% para a resistência e -0,1% para a indutância. Como a frequência é maior do que em 60 Hz, é menor a profundidade a partir da qual o critério de Wait para verificar a validade destas expressões é verdadeiro. Pode-se notar que as expressões deixam de variar com a profundidade de 100 m, profundidade na qual o critério de Wait é igual a 125,6.

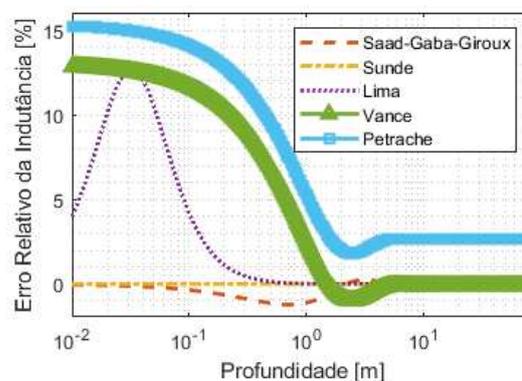
C. 1 MHz:

A última das frequências a ser analisada é a de 1 MHz. Os resultados são apresentados nas Figuras 27 e 28.

Figura 25 – Erro relativo nas resistências a 10 kHz. Figura 26 – Erro relativo nas indutâncias a 10 kHz.

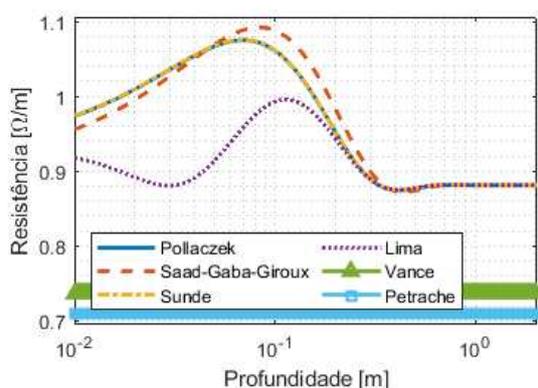


Fonte: Do autor.

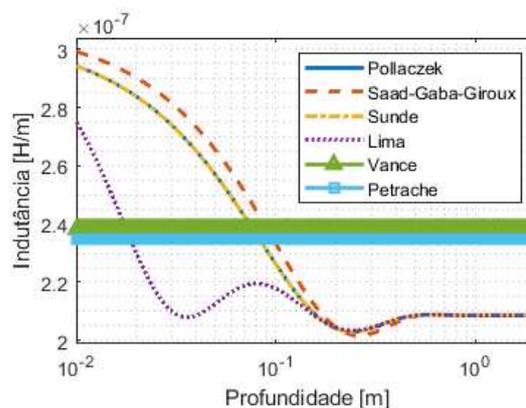


Fonte: Do autor.

Figura 27 – Valores de resistência por unidade de comprimento a 1 MHz. Figura 28 – Valores de indutância por unidade de comprimento a 1 MHz.



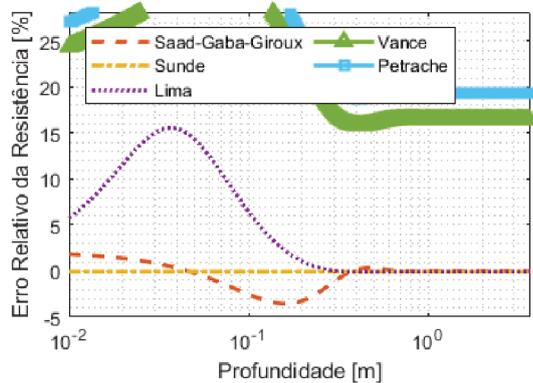
Fonte: Do autor.



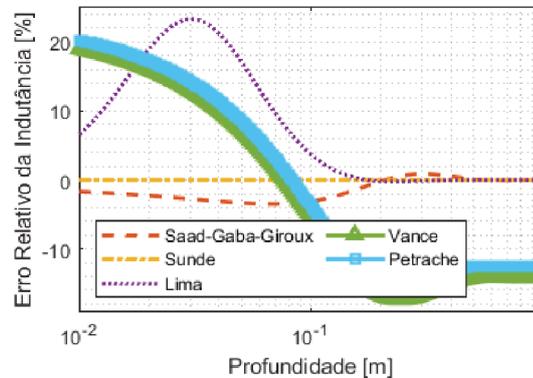
Fonte: Do autor.

As constatações feitas para as frequências anteriores continuam válidas para 1 MHz. A expressão de Lima apresenta alto erro para profundidades rasas, passando a obter boa precisão a partir da profundidade de 0,2 m. Ainda não há diferença entre as expressões de Pollaczek e de Sunde. Como pode ser observado nas Figuras 29 e 30, as expressões de Vance e Petrache apresentaram erro relativamente alto. A de Vance apresentou erro de 16,4% para a resistência e de -14,2% para a indutância, enquanto a de Petrache apresentou erros de 19,5% para a resistência e de -12,5% para a indutância. A profundidade em que a impedância externa deixa de variar é de aproximadamente 1 m, onde o critério de Wait é igual a 12,6.

Figura 29 – Erro relativo nas resistências a 1 MHz. Figura 30 – Erro relativo nas indutâncias a 1 MHz.



Fonte: Do autor.



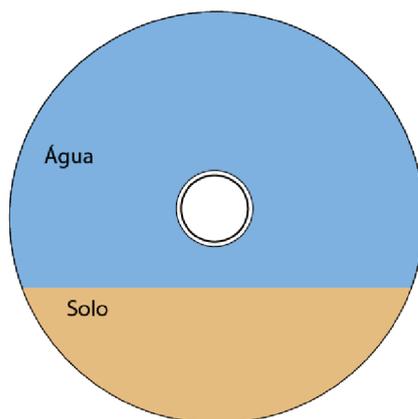
Fonte: Do autor.

4.2.2.2 Próximo ao Leito

A segunda interface entre materiais é a interface do leito: água e solo. Para calcular a impedância de retorno externo próximo a esta interface, é necessário resolver a formulação da onda completa, e por isto este cálculo não é tão direto quanto o cálculo próximo à superfície. Para realizá-lo serão considerados dois cenários, apresentados nas Figuras 31 e 32. Em um destes cenários, o cabo se encontra flutuando na água acima do leito, enquanto no outro cenário o cabo se encontra enterrado no leito.

Figura 31 – Cabo flutuando sobre o leito.

Figura 32 – Cabo enterrado do leito.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

4.2.2.2.1 Cabo enterrado

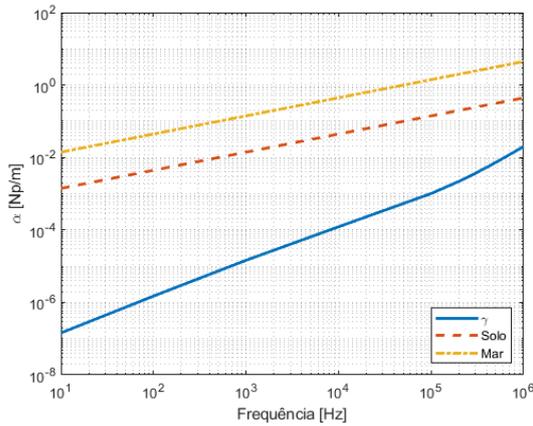
Para calcular a impedância de retorno externa no caso do cabo enterrado apresentado na Figura 32, iniciou-se resolvendo a formulação de onda completa, apresentada na Seção 3.1.3.4. Primeiramente se considerará o cabo enterrado a uma

profundidade constante de $h = 1$ m, e será variada a frequência dos sinais injetados no cabo. Posteriormente se considerará a frequência constante, com variação na profundidade do cabo.

4.2.2.2.2 Variando a frequência

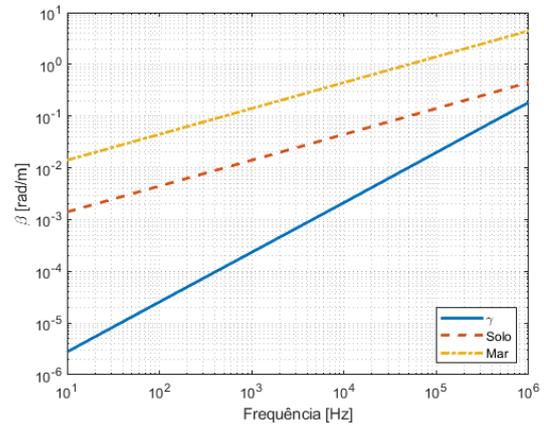
Ao implementar o método iterativo misto simbólico-numérico, descrito na Seção 3.1.3.4, com os parâmetros $\sigma_{mar} = 5$ S/m, $\mu_{rmar} = 1$, $\epsilon_{rmar} = 81$, $\sigma_{solo} = 0.05$ S/m, $\mu_{rsolo} = 1$ and $\epsilon_{rsolo} = 15$ e $h = 1$, o valor da constante de propagação γ é obtido, resultante da solução da Equação (37), e é apresentado nas Figuras 33 e 34, onde é descrito da forma $\alpha + j\beta$.

Figura 33 – α com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.

Figura 34 – β com o cabo enterrado.



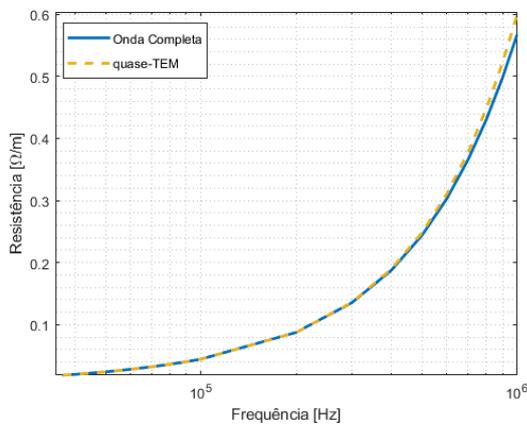
Fonte: Do autor.

Estas figuras mostram que $\gamma \ll \gamma_{mar}$ e que $\gamma \ll \gamma_{solo}$, permitindo as simplificações descritas na Equação (39), fazendo com que a Equação (34) possa ser reescrita da forma apresentada na Equação (32). Ao resolver ambas as equações são obtidos os valores de impedância apresentados nas Figuras 35 e 36. Para melhor visualização da diferença entre a formulação de onda completa e sua aproximação quase-TEM, foram calculados os erros relativos entre as expressões, de acordo com a Equação (43). Estes erros são apresentados nas Figuras 37 e 38.

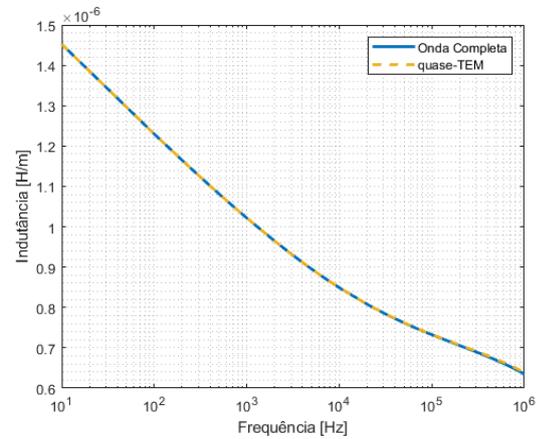
$$\Delta Z = \frac{Z_0^{Onda\ completa} - Z_0}{Z_0^{Onda\ completa}} \cdot 100 [\%] \quad (43)$$

Nota-se que os erros entre as expressões foram baixos a até 100 MHz, sendo menos de 1 %. A partir disso, tornou-se considerável nas resistências, subindo a até 6% em 1 MHz. Já para a indutância, o erro continuou baixo, sendo aproximadamente 0,6% a 1MHz. Tais resultados indicam que 1 MHz se encontra próximo ao limite de validade da aproximação quase-TEM, passando a apresentar erros consideráveis e

Figura 35 – Resistências com o cabo enterrado. Figura 36 – Indutâncias com o cabo enterrado.

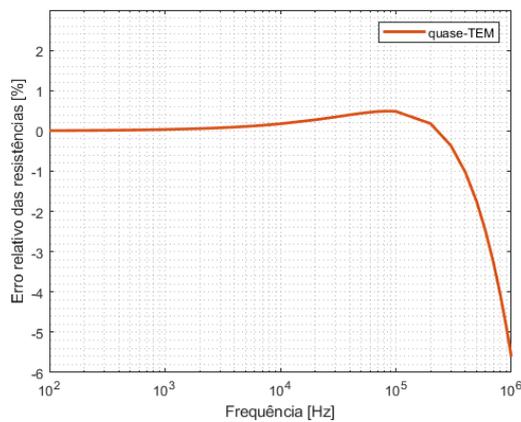


Fonte: Do autor.

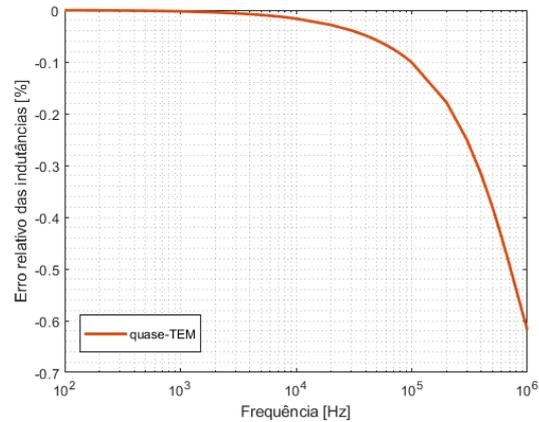


Fonte: Do autor.

Figura 37 – Erro relativo das resistências com o cabo enterrado. Figura 38 – Erro relativo das indutâncias com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

crecentes a partir desta frequência. Para obter estas impedâncias com 38 pontos nos gráficos, a formulação de onda completa tomou 5 min e 4 s s, enquanto a aproximação quase-TEM levou 0,58 s, podendo ser considerada praticamente instantânea perante a formulação de onda completa.

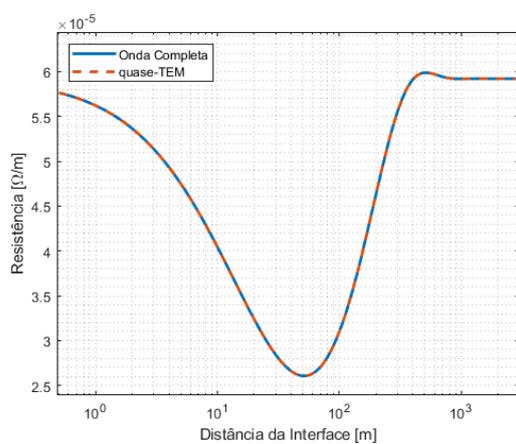
4.2.2.2.3 Variando a profundidade

De maneira semelhante ao caso próximo à superfície, se observará a variação na impedância de retorno externa do cabo enterrado ao variar sua profundidade, mantendo a frequência constante, em três frequências distintas: 60 Hz, 10 kHz e 1 MHz. Os cálculos são feitos iniciando a uma distância da interface de 0,5 m.

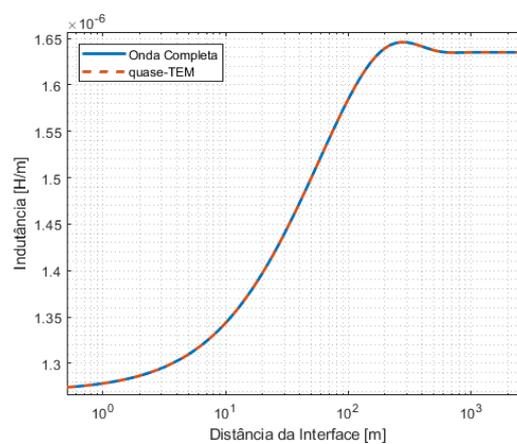
A. 60 Hz:

Os valores obtidos para impedância são apresentados nas Figuras 39 e 40. Como nos outros casos, a impedância se torna constante uma vez que o cabo esteja distante o suficiente da interface, sendo que agora esta distância é de aproximadamente 1 km. Neste ponto, o critério de Wait (Equação (29)) é de 9,37.

Figura 39 – Resistências a 60 Hz com o cabo enterrado. Figura 40 – Indutâncias a 60 Hz com o cabo enterrado.

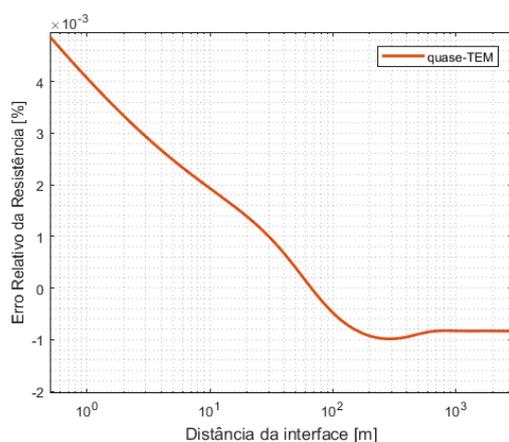


Fonte: Do autor.

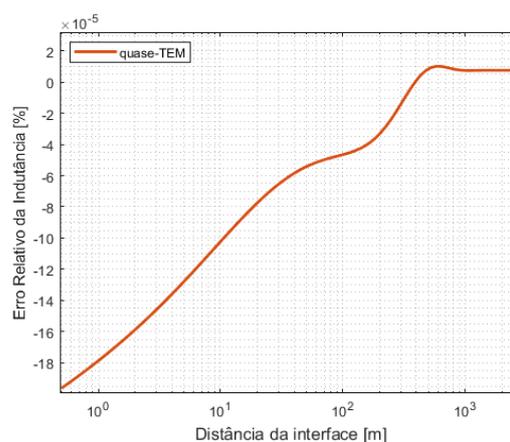


Fonte: Do autor.

Figura 41 – Erro relativo das resistências a 60 Hz com o cabo enterrado. Figura 42 – Erro relativo das indutâncias a 60 Hz com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

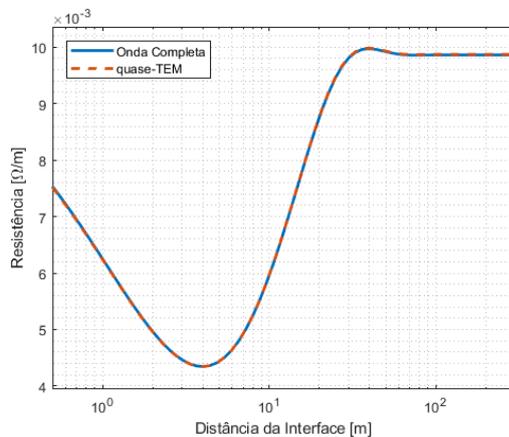
As diferenças entre a formulação de onda completa e a quase-TEM são apresentadas nas 41 e 42. Mostra-se evidente que ambas as equações apresentam o mesmo resultado, com diferenças ínfimas. Em contraste, a formulação de

onda completa demorou 11 min e 47 s de cálculos computacionais, enquanto a quase-TEM demorou 1,74 s. 92 pontos foram calculados.

B. 10 kHz:

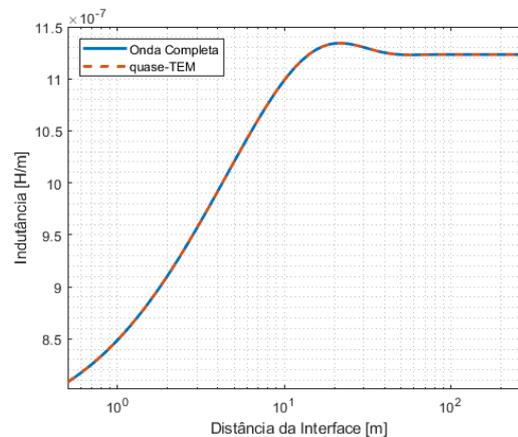
Neste caso os valores de impedância são apresentados nas Figuras 43 e 44. Os erros entre as formulações estão nas Figuras 45 e 46. A impedância torna-se insensível à distância entre o cabo e a interface a partir de, aproximadamente, $h = 80$ m, distância na qual o critério de Wait é igual a 10,05.

Figura 43 – Resistências a 10 kHz com o cabo enterrado.



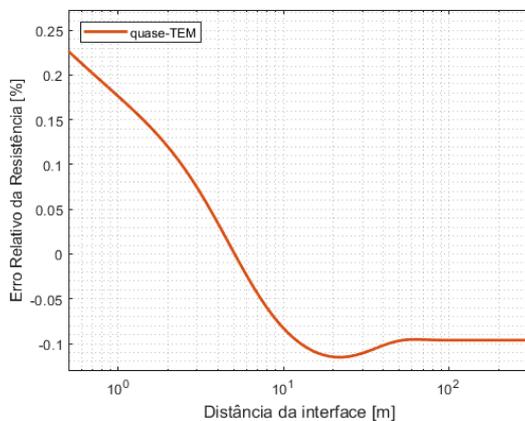
Fonte: Do autor.

Figura 44 – Indutâncias a 10 kHz com o cabo enterrado.



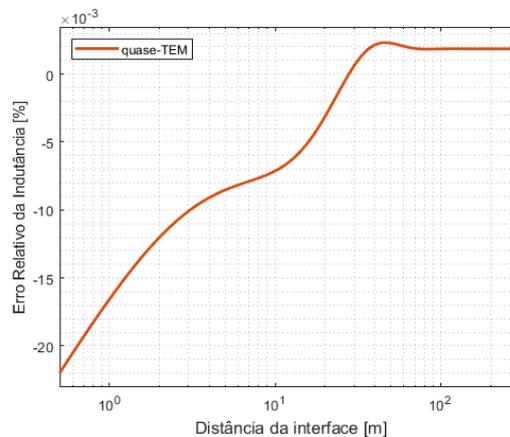
Fonte: Do autor.

Figura 45 – Erro relativo das resistências a 10 kHz com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.

Figura 46 – Erro relativo das indutâncias a 10 kHz com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.

Os erros relativos da indutância continuam desprezíveis. Os erros da resistência, por sua vez, chegam a um máximo de 0,23 % em $h = 0,5$ m. Para obter estes

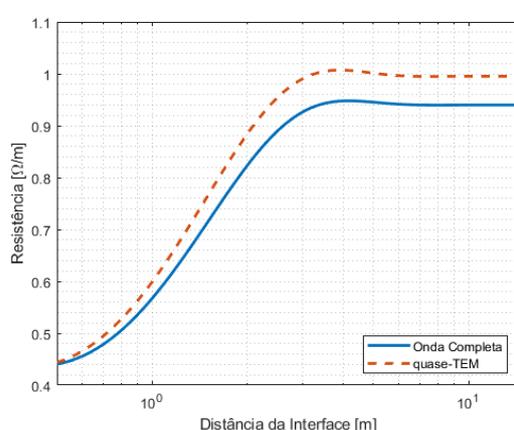
resultados computacionalmente com 68 pontos, a formulação de onda completa demorou 8 min e 16 s, enquanto a quase-TEM demorou 1,38 s.

C. 1 MHz:

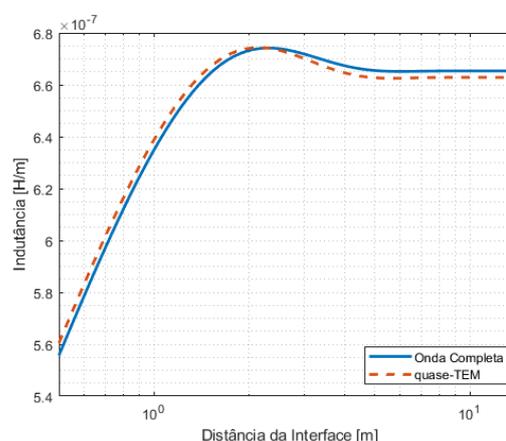
A última das frequências a ser calculada para o caso do cabo enterrado é 1 MHz. Os resultados são apresentados nas Figuras 47 e 48 e os erros são apresentados nas Figuras 49 e 50. Para $h = 8$ m, o critério de Wait é igual a 10,05.

Figura 47 – Resistências a 1 MHz com o

Figura 48 – Indutâncias a 1 MHz com o



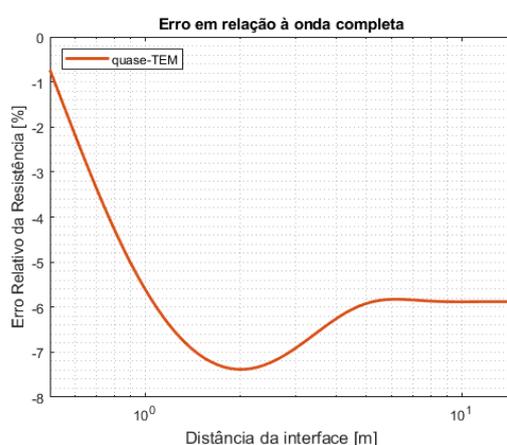
Fonte: Do autor.



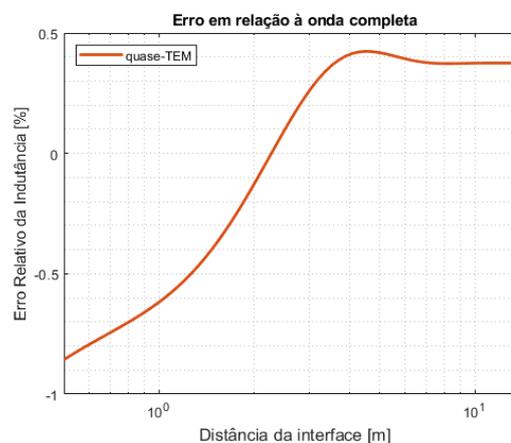
Fonte: Do autor.

Figura 49 – Erro relativo das resistências a 1 MHz com o cabo enterrado.

Figura 50 – Erro relativo das indutâncias a 1 MHz com o cabo enterrado.



Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

Fica evidente que nesta frequência, as diferenças entre a formulação de onda completa e a simplificação quase-TEM são consideráveis, especialmente para

a parcela resistiva da impedância, que apresentou os maiores erros, de -7.38%. A parcela indutiva apresentou como o maior erro -0,86%. A formulação de onda completa exigiu 8 min e 39 s para completar os cálculos, enquanto a quase-TEM demorou 1,36 s. 70 pontos foram calculados.

Ao completar a análise mantendo a frequência constante e variando a distancia entre o cabo e a interface, está completo o estudo para o caso do cabo enterrado.

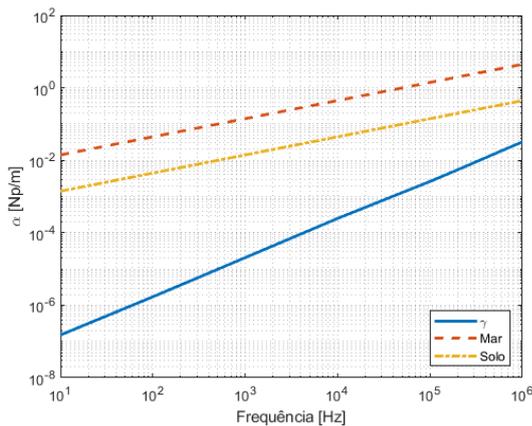
4.2.2.3 Cabo flutuando

No caso do cabo flutuando, apresentado na Figura 31, os estudos foram efetuados à mesma maneira do cabo enterrado, iniciando pela resolução da formulação de onda completa.

4.2.2.3.1 Variando a frequência

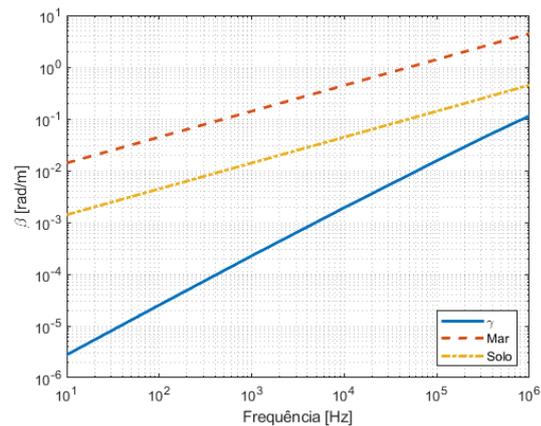
Atribuindo aos parâmetros elétricos e magnéticos intrínsecos ao meio externo os mesmos valores utilizados para o cabo enterrado, porém considerando, desta vez, que o cabo está envolto por água, a constante de propagação obtida como resolução da Equação (37) é apresentada nas Figuras 51 e 52.

Figura 51 – α com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

Figura 52 – β com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

Novamente os resultados mostram que $\gamma \ll \gamma_{mar}$ e que $\gamma \ll \gamma_{solo}$, e permitem as simplificações descritas na Equação (39). Desta vez, porém, como o cabo está inserido na água, ao invés, do solo, a expressão quase-TEM se torna a Equação (44).

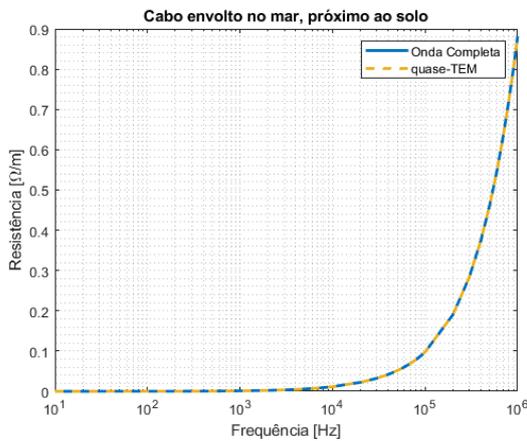
$$Z_0^{quase-TEM} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} (\bar{\Lambda} + \bar{S}_1) \quad (44)$$

onde

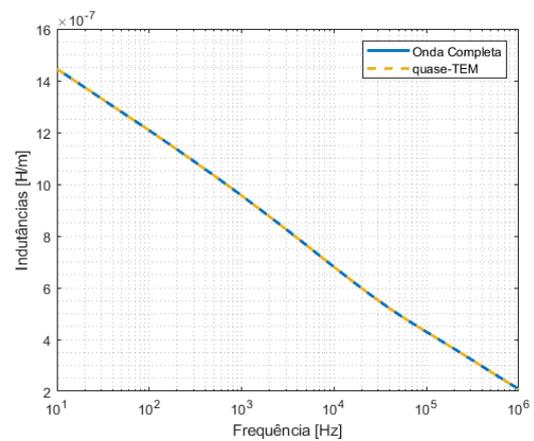
$$\begin{aligned}\bar{\Lambda} &= K_0(R\gamma_{mar}) - K_0(D\gamma_{mar}) \\ \bar{S}_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\bar{h}\sqrt{\lambda^2 + \gamma_{mar}^2}}}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_{mar}^2} + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_{solo}^2}} e^{-jR\lambda} d\lambda \\ D &= \sqrt{4\bar{h}^2 + R^2} \\ \gamma_{solo} &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})} \\ \gamma_{mar} &= \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{mar} + j\omega\epsilon_{mar})}\end{aligned}\quad (45)$$

Pode-se reparar na semelhança entre a Equação (32) e a Equação (44), onde os termos relativos a um material trocam de posição com os termos relativos ao outro material. Nas Figuras 53 e 54 são apresentadas as resistências e indutâncias obtidas através da formulação de onda completa descrita pela Equação (34) e pela simplificação quase-TEM apresentada na Equação (44). Os erros relativos entre elas são apresentados nas Figuras 55 e 56.

Figura 53 – Resistências com o cabo flu- Figura 54 – Indutâncias com o cabo flutu-
tuando. ando.



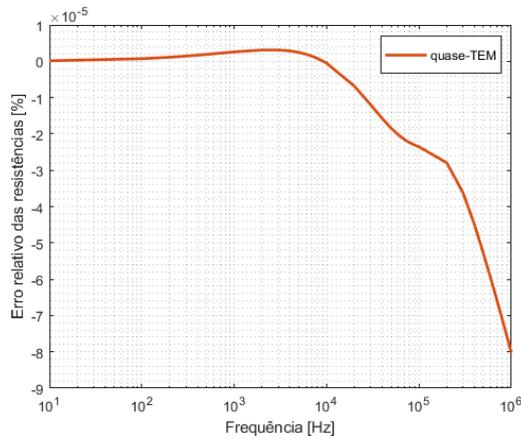
Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

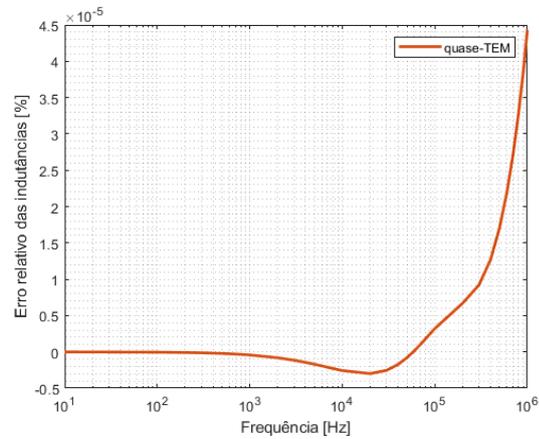
Ao observar os erros relativos, torna-se evidente que a aproximação quase-TEM apresenta resultados idênticos aos de onda completa para este caso. Isto demonstra que, ao contrário do caso com o cabo enterrado, no caso com o cabo flutuando a aproximação quase-FEM apresenta resultados precisos a até mesmo 1 MHz, podendo ser utilizada sem receios em toda a faixa de frequências de interesse. Novamente, a formulação quase-TEM foi solucionada de maneira muito mais ágil que a de onda completa, demorando 0,61 s para calcular 38 pontos, em contraste com 5 min e 15 s demorados pela formulação de onda completa. A agilidade e a precisão da aproximação quase-TEM neste caso fazem dela uma ótima opção para o cálculo de impedâncias externas.

Figura 55 – Erro relativo das resistências com o cabo flutuando.



Fonte: Do Autor.

Figura 56 – Erro relativo das indutâncias com o cabo flutuando.



Fonte: Do Autor.

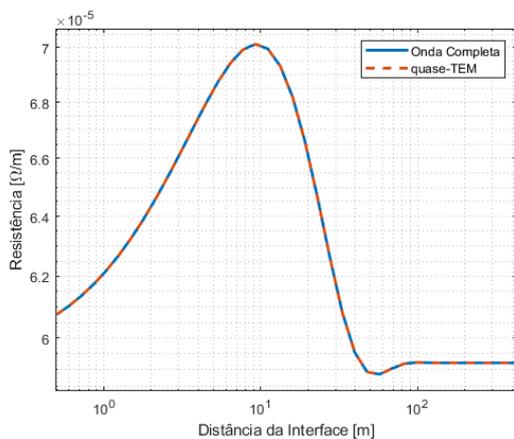
4.2.2.3.2 Variando a profundidade

Nesta seção são apresentados os resultados dos cálculos feitos mantendo a frequência constante e variando a distância entre o cabo e a interface.

A. 60 Hz:

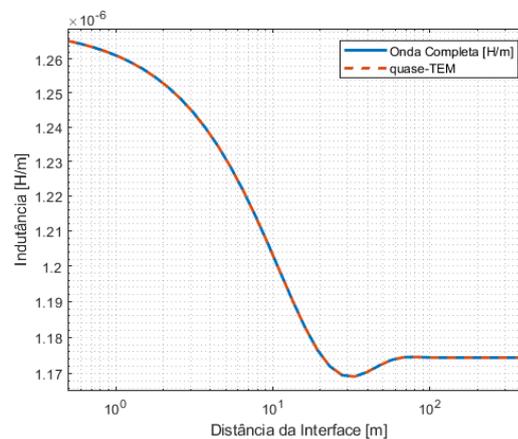
Nesta frequência, os valores de resistência e indutância calculados são apresentados nas Figuras 57 e 58. Pode-se reparar nas Figuras 59 e 60 que a diferença entre a formulação de onda completa e a simplificação quase-TEM é desprezível.

Figura 57 – Resistências a 60 Hz com o cabo flutuando.



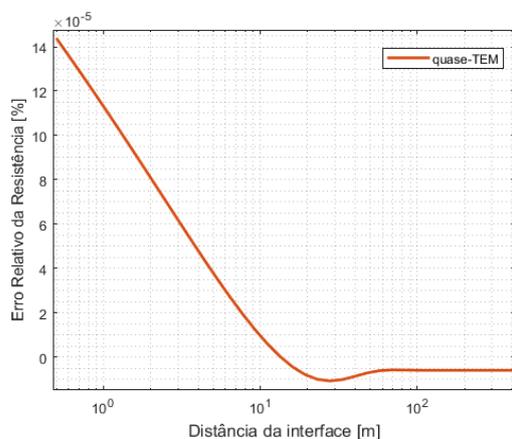
Fonte: Do autor.

Figura 58 – Indutâncias a 60 Hz com o cabo flutuando.



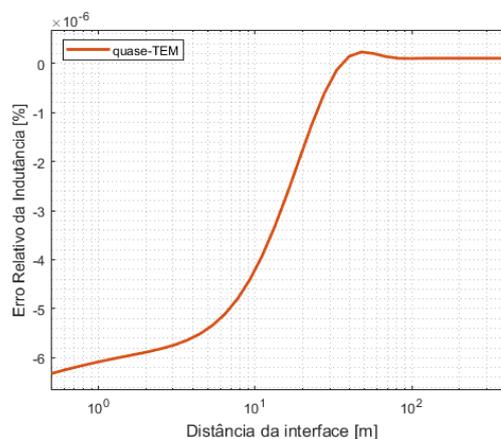
Fonte: Do autor.

Figura 59 – Erro relativo das resistências a 60 Hz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

Figura 60 – Erro relativo das indutâncias a 60 Hz com o cabo flutuando.



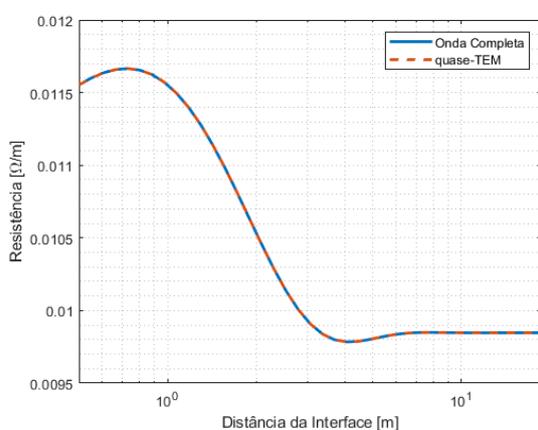
Fonte: Do autor.

Para obter estes dados, foram necessários 20 min e 13 s de cálculos computacionais para a formulação de onda completa e , 0,71 s para a formulação quase-TEM. 38 pontos. Para a distância $h = 100$ m, o critério de Wait é de 9,73.

B. 10 kHz:

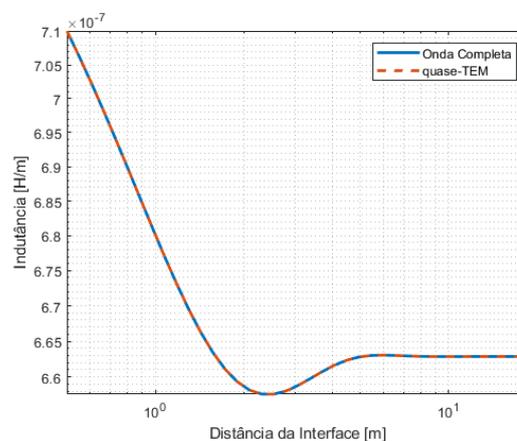
A 10 kHz, os valores de impedância obtidos são apresentados nas Figuras 61 e 62. As diferenças entre as expressões é apresentado nas Figuras 63 e 64. Novamente, os erros são baixos tanto para a resistência quanto para a indutância.

Figura 61 – Resistências a 10 kHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

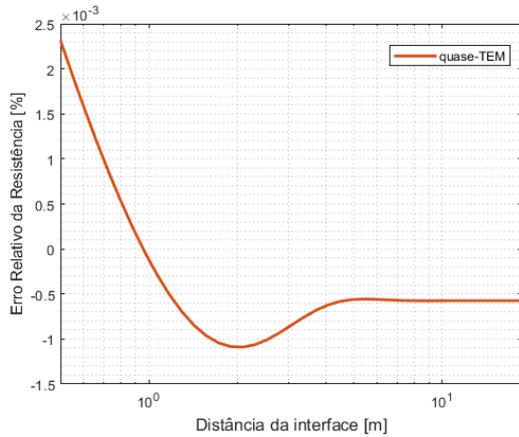
Figura 62 – Indutâncias a 10 kHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

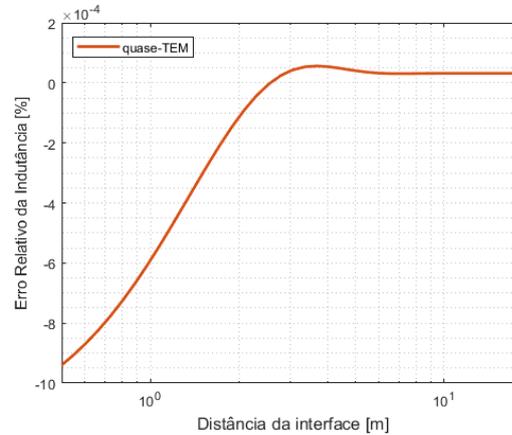
Para completar os cálculos computacionais, foram necessários 10 min e 16 s para a formulação de onda completa, e 1,23 s para a formulação quase-TEM,

Figura 63 – Erro relativo das resistências a 10 kHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

Figura 64 – Erro relativo das indutâncias a 10 kHz com o cabo flutuando.



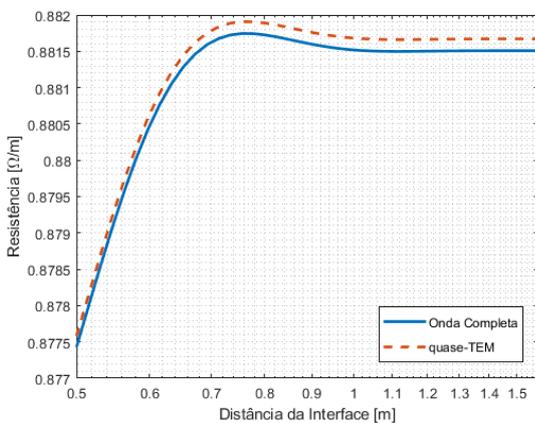
Fonte: Do autor.

com 68 pontos calculados. Na distância $h = 10$ m, o critério de Wait é de 12,56.

C. 1 MHz:

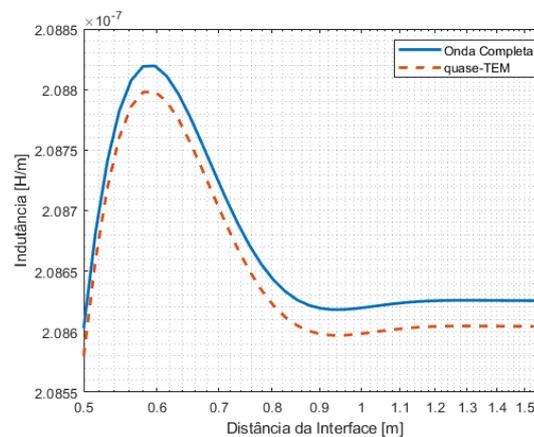
O último de todos os casos analíticos a ser calculado, com a frequência de 1 MHz, tem suas resistências e indutâncias apresentados nas Figuras 65 e 66. Os erros entre a expressão de onda completa e quase-TEM são apresentados nas Figuras 67 e 68.

Figura 65 – Resistências a 1 MHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

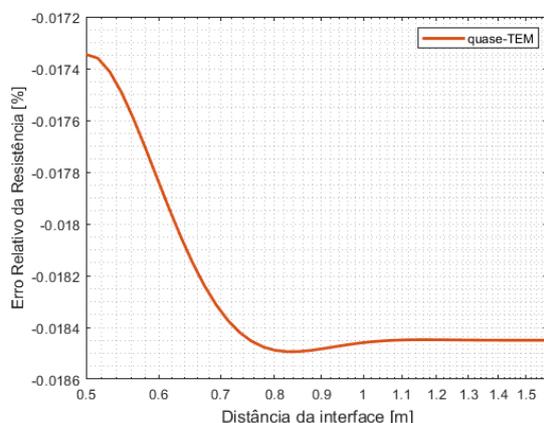
Figura 66 – Indutâncias a 1 MHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

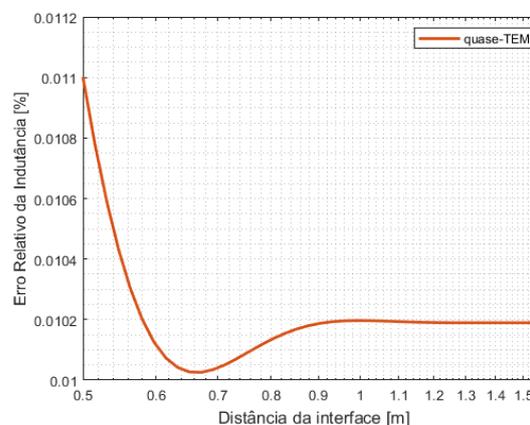
Nesta frequência, a formulação de onda completa demorou 10 min e 32 s para completar os cálculos computacionais. A formulação quase-TEM demorou 1,25

Figura 67 – Erro relativo das resistências a 1 MHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

Figura 68 – Erro relativo das indutâncias a 1 MHz com o cabo flutuando.



Fonte: Do autor.

s. Foram calculados 70 pontos. Na distância $h = 1,3\text{m}$, o critério de Wait é de 16,34.

4.2.3 Impedância total

Para finalizar a análise, faz-se necessário obter o valor total da impedância por comprimento do cabo, que pode ser calculada a partir da Equação (5). Como pôde ser visto na Seção 4.2.2, porém, o valor de $[Z_0]$ resultante da Equação (19) é diferente para cada posição e frequência distintas do cabo, o que culmina em $[Z]$ também ter valores que dependem da posição e da frequência.

Tomando o caso específico do cabo flutuando na água a 1 m acima do leito do mar com a formulação de onda completa (Seção 4.2.2.3.1), e somando os valores de Z_0 com os valores de $[Z_{in}]$ (Tabela 7) nas suas respectivas frequências, encontram-se os valores finais de $[Z]$, apresentados na Tabela 8.

4.3 DISCUSSÃO

Nesta seção foram calculadas todas as impedâncias dos cabos submarinos de três veias de potência do tipo *pipe type*, separando o cálculo em impedâncias internas e impedâncias externas. A invariância das impedâncias internas perante às condições externas ao cabo (como geometria do meio externo), em conjunto com o fato de que todos os materiais que compõem o cabo são ou bons condutores ou bons isolantes, fez com que a análise das impedâncias internas se mostrasse curta e direta, sendo resolvida de maneira simples e rápida, quando comparada com as impedâncias de retorno externas. Os resultados em maiores frequências, contudo, podem ter sua

Tabela 8 – Valores de $[Z]$ obtidos analiticamente.

Frequência [Hz]		60	10^3	10^4	10^5	10^6
R_{co} [Ω/m]		$2,79 \cdot 10^{-4}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$9,28 \cdot 10^{-1}$
R_{coc} [Ω/m]		$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{csi} [Ω/m]		$2,17 \cdot 10^{-4}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$9,15 \cdot 10^{-1}$
R_{cso} [Ω/m]		$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{cog} [Ω/m]		$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
R_s [Ω/m]		$2,21 \cdot 10^{-3}$	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$9,15 \cdot 10^{-1}$
R_{ss} [Ω/m]		$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{sg} [Ω/m]		$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
R_{gg} [Ω/m]		$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
L_{co} [H/m]		$2,06 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,35 \cdot 10^{-7}$	$4,96 \cdot 10^{-7}$
L_{coc} [H/m]		$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{csi} [H/m]		$1,89 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$8,91 \cdot 10^{-7}$	$6,12 \cdot 10^{-7}$	$3,79 \cdot 10^{-7}$
L_{cso} [H/m]		$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{cog} [H/m]		$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$
L_s [H/m]		$1,89 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$8,89 \cdot 10^{-7}$	$6,11 \cdot 10^{-7}$	$3,79 \cdot 10^{-7}$
L_{ss} [H/m]		$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{sg} [H/m]		$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$
L_{gg} [H/m]		$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$

exatidão questionada, uma vez que desconsideram o efeito de proximidade entre condutores.

As impedâncias de retorno externo, por sua vez, dependem fortemente das características do meio externo e, como o objetivo é de mapeá-las para todas as posições onde o cabo de potência pode se encontrar, mostrou-se necessário repetir este cálculo para diversas profundidades possíveis. Iniciando os cálculos com o cabo posicionado próximo à superfície e aumentando a profundidade em que o cabo se encontra, como apresentado na Seção 4.2.2.1, observou-se que a impedância do cabo varia somente até certa profundidade, a partir da qual ela mantém-se constante. Ao continuar descendo o cabo, chega-se, então, ao caso do cabo flutuando sobre a superfície, apresentado na Seção 4.2.2.3. Pode-se reparar que os valores de impedância para o cabo afastado da interface no último caso (por exemplo 60 Hz, cabo 100 m acima do leito) são os mesmos valores de impedância para o cabo afastado da superfície no primeiro caso (60 Hz, cabo 100 m abaixo da superfície). Isto mostra que, para todas as profundidades intermediárias, entre 100 m e 1900 m de profundidade, a impedância externa se mantém constante (os valores intermediários foram, de fato, calculados para confirmar, porém emitidos dos gráficos). Além disto, quanto maior a frequência, menor é a distância da interface necessária para que a impedância deixe de variar com a sua posição, algo que pode ser esperado ao observar que, quanto maior a frequência, maior o resultado da Equação (29).

Não é possível fazer o mesmo tipo de relação com os casos do cabo flutuando (Seção 4.2.2.3) e o caso do cabo enterrado (Seção 4.2.2.2.1), devido às diferenças nas características eletromagnéticas dos materiais. Seja a formulação de onda completa

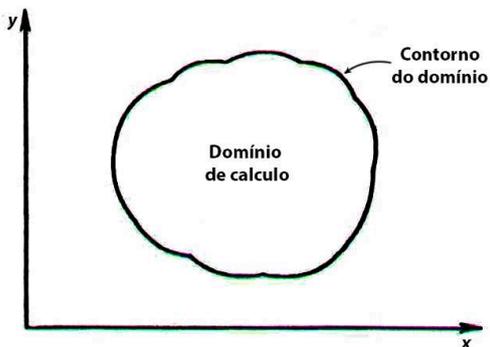
ou as aproximações quase-TEM, todas consideram o cabo completamente envolvido em um meio. Por tal razão, não é possível utilizar nenhuma delas para calcular as impedâncias com o cabo localizado sobre a interface entre os materiais. Conseqüentemente, o valor exato da impedância de retorno externo para o cabo localizado na profundidade de 2 km continua uma incógnita.

As aproximações quase-TEM feitas para os casos do leito demonstraram enorme rapidez se comparadas com a formulação de onda completa, apresentando performance centenas de vezes mais rápida que a onda completa. Por outro lado, sua precisão pode ser questionável em alguns casos próximos a 1 MHz, sendo necessário utilizar as aproximações com cautela. A formulação de onda completa, por sua vez, também pode ter sua validade em altas frequências questionada, uma vez que não há outras formulações analíticas para o leito e nem resultados experimentais que permitam validá-la. Convenientemente, há outra ferramenta que nos permite calcular esta impedâncias e validar os resultados obtidos: o método dos elementos finitos.

5 INVESTIGAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

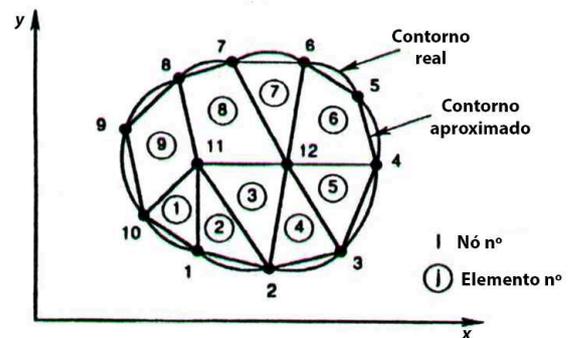
Uma segunda opção para resolver os mesmos problemas é a utilização do método dos elementos finitos (MEF), que nos permite encontrar resoluções aproximadas para praticamente qualquer problema eletromagnético. Em *Introdução ao Método de Elementos Finitos*, (CARPES JUNIOR, 2019) afirma que o método de elementos finitos consiste em resolver problemas contínuos através da aproximação de uma quantidade contínua por um modelo discreto, de maneira que este modelo discreto seja composto por um conjunto de funções contínuas por partes e definidas em um número finito de subdomínios (elementos). Nas Figuras 69 e 70 é apresentado um exemplo de um domínio que representa a região 2D a ser solucionada e um domínio discretizado em regiões simplificadas. Ao aplicar as equações de Maxwell pertinentes para cada um destes elementos, é possível encontrar uma solução individual a cada elemento que, em conjunto com todos os elementos do domínio, forma uma solução aproximada para o espaço completo. Apesar do exemplo ser em duas dimensões, MEF também é capaz de resolver problemas em três dimensões.

Figura 69 – Região de solução.



Fonte: Adaptado de (CARPES JUNIOR, 2019).

Figura 70 – Discretização em elementos finitos.



Fonte: Adaptado de (CARPES JUNIOR, 2019).

Este método é composto por quatro etapas principais:

1. Discretização da região em um número finito de sub-regiões (elementos).
2. Aproximação da solução em cada elemento.
3. Montagem de um sistema global que considera todos os elementos.
4. Resolução de um sistema global.

Ao implementar todas as etapas apropriadamente, é possível obter soluções precisas para problemas com geometrias extremamente complicadas e de impraticável

resolução analítica. Em instalações reais, o meio externo pode ser formado por diversas camadas não uniformes, como pedras, concreto, armações metálicas, variações de umidade, vãos e outros cabos, resultando em um meio externo com características eletromagnéticas não homogêneas que podem ser prontamente consideradas no método dos elementos finitos, enquanto são frequentemente simplificadas em modelagens analíticas (PATEL; TRIVERIO, 2016). Analogamente, as características internas dos cabos podem variar também, como condutores não concêntricos ou não simétricos, em formatos de hélice ou de semi-círculo (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015), também sendo geometrias que são simplificadas e podem não ser bem representadas nas formulações analíticas. Em paralelo, o MEF torna praticável a implementação das equações de Maxwell em sua forma completa mesmo em problemas com geometria sofisticada, permitindo a modelagem de efeitos e fenômenos que frequentemente são desconsiderados em outras metodologias, como o efeito de proximidade entre condutores. Programas computacionais de transientes eletromagnéticos comumente utilizados para obter os parâmetros por unidade de comprimento de cabos como o *Electric Transients Program* (EMTP-RV) se restringem à utilização de expressões analíticas, desconsiderando o efeito de proximidade entre condutores e obrigando a utilização de aproximações geométricas para cabos de geometria sofisticada quando calculando parâmetros internos aos cabos. Ao mesmo tempo, para calcular impedâncias externas estes programas utilizam somente a expressão de Pollaczek (eq (20)) ou suas simplificações, negligenciando efeitos de alta frequência na impedância de retorno externo (FURLAN; HELDWEIN, 2019; GÜNERI; ALBOYACI, 2018; PATEL; TRIVERIO, 2016). Desta maneira, há casos em que é possível obter com o método dos elementos finitos soluções mais precisas que soluções analíticas ou soluções fornecidas por programas comerciais.

Por outro lado, o método dos elementos finitos possui suas desvantagens, como o considerável esforço computacional necessário para implementá-lo, a possibilidade de restar tangível resíduo numérico ou o fato de, dependendo da discretização espacial, os resultados obtidos poderem ser aparentemente correntos, enquanto em realidade não o são, exigindo certa astúcia para interpretar os resultados obtidos através do método dos elementos finitos. Felizmente, existem pacotes de *software* disponíveis, tanto pagos quanto gratuitos, que implementam todas as etapas necessárias automaticamente, exigindo que o usuário aponte somente a geometria do problema, as características intrínsecas dos materiais e as condições de contorno, rendendo bons resultados para a maioria dos problemas. Neste trabalho, o *software* utilizado é o *Finite Element Method Magnetics* (FEMM) versão 4.2 Apr 21 2019 (x64), uma suíte gratuita de programas capaz de solucionar problemas eletromagnéticos em 2D. Este *software*, no entanto, se restringe a problemas de eletrostática e magnetostática não lineares, implementando versões simplificadas de baixa frequência das equações de Maxwell que

não consideram as permissividades elétricas dos materiais e as correntes de deslocamento. Em contrapartida, o FEMM considera o efeito de proximidade entre condutores, sendo isto uma vantagem em relação às equações analíticas (MEEKER, David, 2015). Outros programas podem ser capazes de implementar soluções de onda completa ou resolver problemas em três dimensões.

Neste capítulo focaremos em como obter os parâmetros desejados a partir do método dos elementos finitos, além de mais duas questões que influenciam fortemente na acurácia dos resultados: as condições de contorno e a discretização espacial.

5.1 FORMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

Como é apresentado na Equações (1) e (2), repetidas aqui como Equações (46) e (47) por conveniência, os parâmetros elétricos de um cabo por unidade de comprimento são representados da seguinte maneira:

$$\frac{d(V)}{dx} = -[Z](I) \quad (46)$$

$$\frac{d(I)}{dx} = -[Y](V) \quad (47)$$

A matriz de impedâncias $[Z]$, na Equação (46), pode ser apresentada como

$$[Z] = [Z_{in}] + [Z_0] \quad (48)$$

onde $[Z_{in}]$ representa a matriz de impedâncias internas ao cabo, $[Z_0]$ representa a matriz de impedâncias externas de retorno e cada uma das matrizes na Equação (48) pode ser expandida ainda em matrizes de resistências e indutâncias, da forma

$$\begin{aligned} [R] &= \Re \{ [Z] \} \\ [L] &= \Im \left\{ \frac{[Z]}{\omega} \right\} \end{aligned} \quad (49)$$

Para obter estes parâmetros se utiliza o modo de magnetostática do FEMM. Existem maneiras distintas de obter cada um destes parâmetros, podendo a matriz $[Z]$ ser obtida completamente, ou $[Z_{in}]$ e $[Z_0]$ serem obtidas independentemente. Primeiramente focaremos em como obter os valores desejados a partir da solução (ou pós-processamento) do método de elementos finitos. Posteriormente, falaremos sobre o correto preparo dos dados (ou pré-processamento) do problema.

5.2 PÓS-PROCESSAMENTO

O pós-processamento do método dos elementos finitos é a etapa na qual se obtém os valores finais do problema.

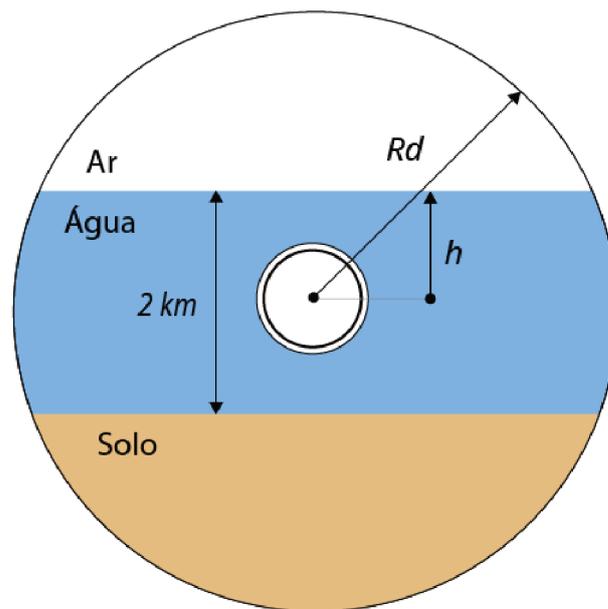
5.2.1 Método da queda de tensão

Uma maneira de se obter os valores desejados diretamente é utilizando o método da queda de tensão. Este método é apresentado no artigo *Series Impedance Calculations of a Three-Core Submarine Power Cable by a Free Finite Element Software* (FURLAN; HELDWEIN, 2018).

5.2.1.1 Obtendo $[Z]$

Ao simular o problema com seu domínio completo, como apresentado na Figura 71 (com raio R_d a ser comentado na seção 5.3.3), e condição de contorno na borda externa de *Dirichlet* ou assintótica, é possível obter a matriz $[Z]$ medindo os valores de queda de tensão nos condutores.

Figura 71 – Domínio da simulação pelo MEF para obter $[Z]$.



Fonte: Do autor.

Ao se injetar corrente somente em um condutor, o condutor i , e forçar que a corrente seja nula nos outros condutores, a Equação (46) se reduz à Equação (50):

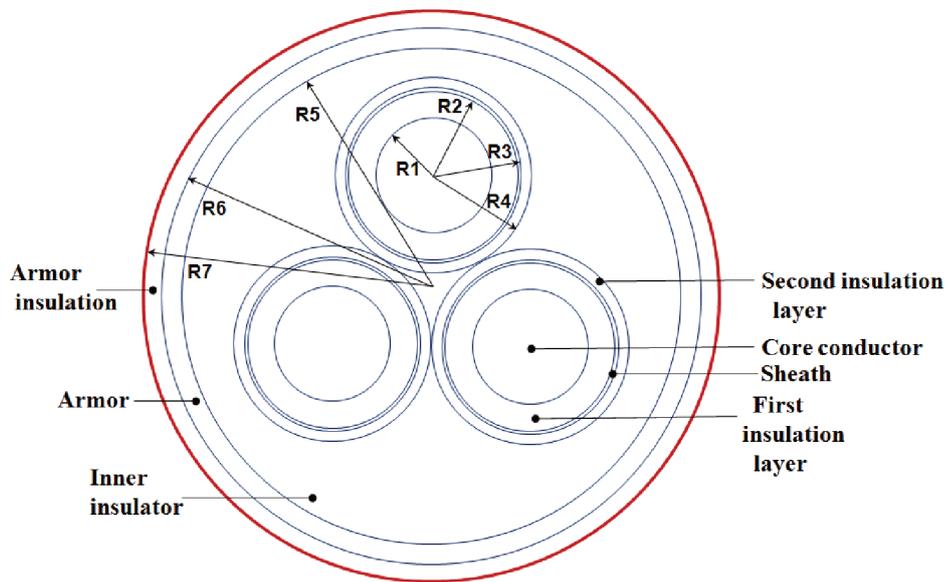
$$Z_{ij} = \frac{\Delta V_j}{I_i} \quad (50)$$

onde Z_{ij} representa as impedâncias mútuas entre condutores se $i \neq j$ e a impedância própria de um condutor se $i = j$. Medindo a queda de tensão por comprimento de cada condutor é possível, então, encontrar suas impedâncias. Ao repetir a simulação variando o condutor i , é possível montar a matriz $[Z]$ completa.

5.2.1.2 Obtendo $[Z_{in}]$

Para obter $[Z_{in}]$, a metodologia é muito semelhante à maneira de se obter a matriz $[Z]$, bastando alterar o domínio de simulação. Caso se restrinja o domínio de simulação à seção transversal do cabo, aplicando a condição de contorno de *Dirichlet* nula com R_d igual ao raio mais externo do cabo (isso é, igual ao raio externo da armadura para cabos com armadura nua e ao raio externo da capa para cabos de armadura isolada), como mostrado na Figura 72, a Equação (46) se reduz à Equação (51).

Figura 72 – Domínio reduzido da simulação pelo MEF para obter $[Z_{in}]$.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

$$Z_{in_{ij}} = \frac{\Delta V_j}{I_i} \quad (51)$$

Isto se deve ao fato de que, ao remover o meio externo do domínio com as condições de contorno adequadas na fronteira, a influência do meio externo se torna nula (afinal não há meio externo), resultando em $[Z] = [Z_{in}]$. Ao repetir a simulação alterando o condutor na qual a corrente é injetada, é possível montar a Matriz $[Z_{in}]$ completa.

5.2.1.3 Obtendo Z_0

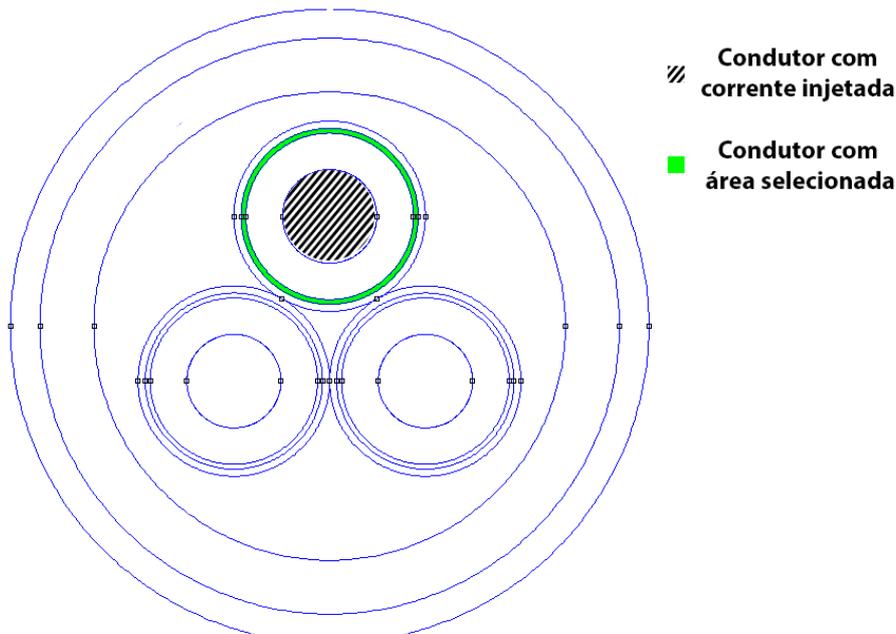
Uma vez conhecidos os valores de $[Z]$ e $[Z_{in}]$, é possível obter o valor de $[Z_0]$ através da Equação (48), à maneira

$$[Z_0] = [Z] - [Z_{in}] \quad (52)$$

5.2.2 Método das integrais de bloco

Também é possível obter as matrizes de impedância através de diferentes integrais de bloco. A simulação é feita de maneira semelhante ao método da queda de tensão, com apenas um condutor conduzindo corrente e os outros condutores forçados a terem corrente nula. Na Figura 73 é apresentada a janela de pós processamento do FEMM, após a simulação de um cabo PT. O condutor com preenchimento listrado representa o único condutor da simulação em que é injetada corrente. O condutor de preenchimento de cor sólida representa o condutor cuja área de sua seção transversal é selecionada para fazer as integrais de área. Este método é apresentado no artigo *Hybrid Method to Compute The Total Series Impedance of Submarine Power Cables* (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

Figura 73 – Janela de pós processamento do FEMM com um cabo PT.



Fonte: Do autor.

5.2.2.1 Obtendo $[Z_{in}]$

Para obter a matriz de impedâncias internas é necessário realizar a simulação desconsiderando o meio externo ao limitar o domínio de simulação à seção transversal do cabo, com condição de contorno de *Dirichlet* nula nas bordas, como apresentado na Figura 72. Considerando que o condutor possui um comprimento de 1 m, ao se injetar corrente no condutor i e selecionar a área transversal do condutor j como bloco de integração, as impedâncias podem ser obtidas a partir das seguintes integrais de volume, onde V representa o volume de integração, S representa a área da seção

transversal do condutor j , I_{ef} , J_i , P_i representam, respectivamente, a corrente eficaz injetada, a densidade de corrente e as perdas resistivas no condutor i e A representa o potencial vetorial magnético (MEEKER, David, 2015; FURLAN, 2015):

$$R_{in_ij} = \begin{cases} \Re \left\{ \frac{j\omega \int_V A \cdot J dV}{(\sqrt{2}I_{ef})^2} \right\} + \frac{P_i}{i^2} & , \text{ se } i = j \\ \Re \left\{ \frac{j\omega \int_V A dV}{\sqrt{2}I_{ef}S} \right\} & , \text{ se } i \neq j \end{cases} \quad (53)$$

$$L_{in_ij} = \begin{cases} \Re \left\{ \frac{\int_V A \cdot J dV}{(\sqrt{2}I_{ef})^2} \right\} & , \text{ se } i = j \\ \Re \left\{ \frac{\int_V A dV}{\sqrt{2}I_{ef}S} \right\} & , \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

Com o auxílio da Equação (54), é possível utilizar a Equação (53) para encontrar os termos da matriz $[Z_{in}]$

$$Z_{in_ij} = R_{in_ij} + j\omega L_{in_ij} \quad (54)$$

Repetindo a simulação variando o condutor no qual é injetado a corrente, é possível montar a matriz $[Z_{in}]$ completa.

5.2.2.2 Obtendo $[Z_0]$

Para obter $[Z_0]$ é possível realizar uma simulação mais simples. Como todos os termos desta matriz possuem o mesmo valor, só é necessário simular o problema uma vez. Caso se observe na expressão de onda completa apresentada na Equação (34), a impedância de retorno externa não depende de nenhum condutor além da armadura, resultando no fato de que não se faz necessário incluir todos os condutores do cabo: somente a armadura é o suficiente. Ao realizar uma simulação incluindo a área externa, simplificando o cabo de maneira a ter somente a armadura como condutor, como é apresentado na Figura 71, é possível encontrar os valores de resistência e indutância de retorno externo a partir da Equação (55)

$$R_0 = \frac{P_{ex}}{I_{ef}^2}$$

$$L_0 = 2 \frac{E_{ex}}{I_{ef}^2} \quad (55)$$

Na Equação (55), P_{ex} representa as perdas resistivas no meio externo, E_{ex} representam a energia armazenada no campo magnético externo e I_{ex} representa a corrente eficaz injetada na armadura. A partir da Equação (56) pode-se encontrar Z_0 .

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 \quad (56)$$

5.2.2.3 Obtendo $[Z]$

Para obter a matriz de impedâncias completa, basta utilizar a relação

$$[Z] = [Z_{in}] + [Z_0] \quad (57)$$

5.3 PRÉ-PROCESSAMENTO

Conhecer as metodologias para obter os valores desejados no pós-processamento representa somente parte do conhecimento necessário para obter bons resultados: é importante preparar os dados corretamente no pré processamento. Caso os elementos sejam grandes demais, o resultado obtido no pós processamento não condirá com a realidade. Caso os elementos sejam muito pequenos, o processamento exigirá um esforço computacional além do necessário para resolver o problema, com maior possibilidade de haver ruído numérico. O raio do domínio de simulação e sua condição de contorno também influenciam na qualidade do resultado obtido, à mesma maneira da discretização. Assim, torna-se importante discutir estes assuntos.

5.3.1 Discretização do domínio de simulação

Um dos aspectos mais importantes é a discretização do domínio de simulação, também conhecido como malhagem. O conjunto de elementos que forma o domínio completo é chamado de malha. Por fim, quanto menor o tamanho dos elementos, diz-se que mais refinada a malha é. Inicialmente será discutida a malhagem dos condutores, para então discutir-se a malhagem do meio externo.

5.3.1.1 Malhagem dos condutores

No artigo *Series Impedance Calculations of a Three-Core Submarine Power Cable by a Free Finite Element Software* (FURLAN; HELDWEIN, 2018) é discutido como refinar a malha dos condutores de maneira a otimizar a acurácia dos resultados obtidos na simulação. De acordo com os autores, o refinamento da malha deve obedecer à profundidade de penetração do condutor. Sabendo de (BASTOS, 2012) que a profundidade de penetração δ pode ser definida como

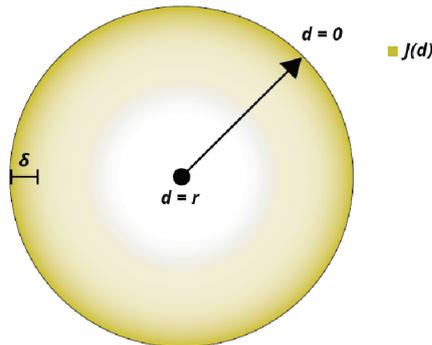
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (58)$$

em que μ e σ representam a permeabilidade e a condutividade do condutor, a densidade de corrente $J(d)$ no material condutor segue a Expressão (59)

$$J(d) = J_s e^{-\frac{d}{\delta}} \quad (59)$$

onde d representa a profundidade no condutor, a partir de sua superfície, e J_s representa a densidade de corrente em sua superfície. A Equação (59) mostra que a densidade de corrente em um condutor decai exponencialmente à medida que penetra no condutor, efeito que pode ser visualizado na Figura 74, onde r representa o raio do condutor.

Figura 74 – Densidade de corrente em um condutor circular.



Fonte: Do autor.

Na profundidade d de 3δ , a densidade de corrente decai a $J_s \cdot e^{-3\delta/\delta} = 0.04979 \cdot J_s$, equivalente a aproximadamente 5% do seu valor de superfície. Como quase a totalidade da corrente do condutor se encontra na profundidade de até 3δ , a malha é finamente refinada nas profundidades de zero a 3δ , com tamanho máximo de elemento ℓ_{max} de $\delta/3$. Para profundidades maiores do que 3δ , o algoritmo de malhagem automática do FEMM proporciona malhagem refinada o suficiente para bons resultados. Caso o condutor seja menor que 3δ , o tamanho máximo de elemento é de $r/20$, portanto

$$\ell_{maciço} = \begin{cases} \frac{\delta}{3} & , \text{ se } r > 3\delta \\ \frac{r}{20} & , \text{ se } r < 3\delta \end{cases} \quad (60)$$

No caso de condutores ocos, como a blindagem e a armadura, a malhagem é refinada tanto na superfície interna quanto na superfície externa, utilizando o mesmo critério de $\delta/3$ para sua respectiva profundidade de penetração. Como estes condutores podem possuir fina espessura, o tamanho máximo para cada elemento é restrito pela sua espessura. Considerando r_i e r_e seu raio interno e externo, ℓ será de

$$\ell_{oco} = \begin{cases} \frac{\delta}{3} & , \text{ se } \frac{\delta}{3} < \frac{(r_e - r_i)}{20} \\ \frac{(r_e - r_i)}{20} & , \text{ se } \frac{\delta}{3} > \frac{(r_e - r_i)}{20} \end{cases} \quad (61)$$

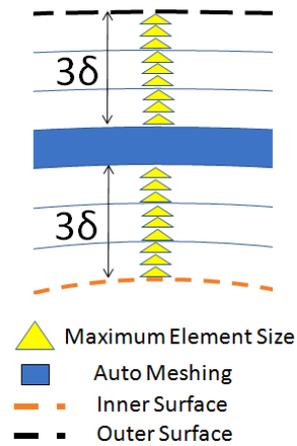
Nas Figuras 75 e 76 são ilustrados estes critérios de refinamento. É importante notar que a profundidade de penetração é função da frequência, de maneira que o tamanho máximo de cada elemento também o será.

Figura 75 – Malhagem do condutor maciço.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2018).

Figura 76 – Malhagem do condutor oco.

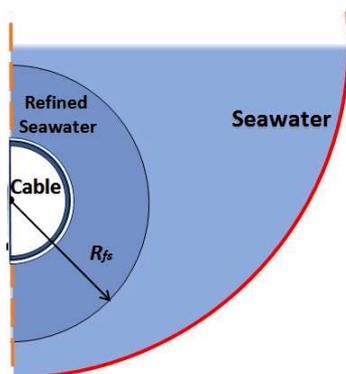


Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2018).

5.3.1.2 Malhagem do meio externo

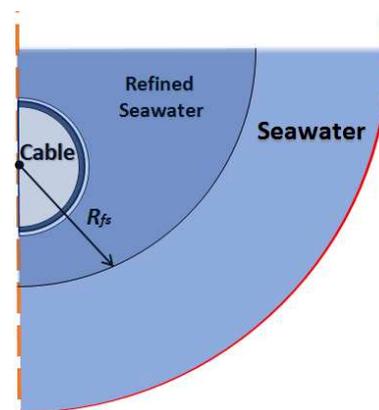
De maneira semelhante à malhagem dos condutores, a malhagem do meio externo também deve ser refinada. Os critérios para isto são apresentados no artigo *Hybrid Method to Compute The Total Series Impedance of Submarine Power Cables* (FURLAN; HELDWEIN, 2019). Dois casos são considerados, um com o cabo próximo à superfície do mar e outro com o cabo afastado da superfície do mar, como é apresentado nas Figuras 77 e 78.

Figura 77 – Malhagem do mar próximo à superfície.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

Figura 78 – Malhagem do mar afastado da superfície.



Fonte: (FURLAN; HELDWEIN, 2019).

Caso o cabo esteja submerso a uma profundidade h maior do que dez vezes a profundidade de penetração da água do mar δ_{mar} , é feito um anel na água ao redor do cabo, com um raio R_{fs} de $10\delta_{mar}$. Para impedir que o anel seja fino demais, é imposto

o valor mínimo de $2r_{p3}$, onde r_{p3} representa o raio externo do cabo. Dessa maneira

$$R_{fs}^{Anel} = \begin{cases} 10\delta_{mar} & , \text{ se } 10\delta_{mar} > 2r_{p3} \\ 2r_{p3} & , \text{ se } 10\delta_{mar} < 2r_{p3} \end{cases} \quad (62)$$

Se o cabo estiver próximo da superfície, a uma profundidade h menor que $2\delta_{mar}$, é formado na água um semi-circulo centrado na interface mar-ar, com raio de $10\delta_{mar}$, e valor mínimo restrito a $4r_{p3}$.

$$R_{fs}^{Semi-circulo} = \begin{cases} 10\delta_{mar} & , \text{ se } 10\delta_{mar} > 4r_{p3} \\ 4r_{p3} & , \text{ se } 10\delta_{mar} < 4r_{p3} \end{cases} \quad (63)$$

Originalmente em (FURLAN; HELDWEIN, 2019) as seções refinadas não possuíam restrição de raio mínimo, que foi acrescentada neste trabalho para evitar que as seções refinadas sejam demasiadamente pequenas em altas frequências. Em ambos os casos, o tamanho de cada elemento é definido como

$$\ell_{mar} = \frac{\delta_{mar}}{4} \quad (64)$$

Fora desta seção refinada, a malhagem automática do FEMM fornece refinamento o suficiente para obter bons resultados.

5.3.2 Condições de contorno

Outro aspecto importante a se considerar durante o pré-processamento é as condições de contorno a serem aplicadas nas fronteiras do domínio de cálculo. Quando aplicadas corretamente, podem contribuir para a diminuição do domínio de cálculo sem a perda de qualidade dos resultados no pós-processamento, diminuindo o esforço computacional necessário. São várias as condições de fronteiras aplicáveis, porém restringiremos a análise a três delas: *Dirichlet*, *Neumann*, e assintótica. As informações nesta seção possuem (MEEKER, David, 2015) como referência.

5.3.2.1 Dirichlet

Nomeada em homenagem ao matemático alemão Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, esta condição de contorno especifica o valor do potencial vetorial magnético A normal à fronteira em todos os pontos da fronteira do problema, de acordo com a Equação (65).

$$A = (A_0 + A_1x + A_2y)e^{j\phi} \quad (65)$$

Na Equação (65) x e y são as posições do ponto em coordenadas cartesianas, ϕ representa a fase de A , e A_0 , A_1 e A_2 são valores especificados pelo usuário para

definir o valor que A deve tomar. Neste trabalho todos os valores são definidos como zero, resultando em uma indução magnética B que não atravessa a fronteira, sendo paralela à fronteira nos entornos das bordas do domínio de cálculo.

5.3.2.2 Neumann

A condição de contorno de *Neumann*, nomeada em homenagem ao matemático alemão Carl Neumann, define os valores que a derivada de A deve tomar. É possível obtê-la ao implementar uma condição de fronteira da forma expressa na Equação (66):

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} + c_0 A + c_1 = 0 \quad (66)$$

Onde n denota o vetor normal à fronteira, c_0 e c_1 são valores definidos pelo usuário. Caso se defina c_0 nulo, c_1 pode ser utilizado para definir a intensidade do campo magnético H que fluirá pela fronteira paralelo ao vetor normal à fronteira. Neste trabalho, utiliza-se tanto c_0 e c_1 iguais a zero para a condição de contorno de Neumann.

5.3.2.3 Assintótica

A condição de fronteira Assintótica, apresentada no artigo *Improvised Open Boundary Conditions for Magnetic Finite Elements* (MEEKER, D., 2013), fornece uma maneira simples de aproximar um domínio aberto, sem fronteiras, que pode ser implementada em qualquer *software* de elementos finitos, sem necessitar de funções avançadas que somente algum grupo seletivo de programas pode fornecer. Utilizando este tipo de condição de contorno, é possível obter resultados de problemas de domínio aberto com boa acurácia, mesmo com bordas próximas ao objeto de estudo. Para aplicar uma condição de contorno assintótica de primeira ordem, deve-se satisfazer a Equação (67).

$$\frac{\partial A_n}{\partial n} = -\frac{1}{R_d} \quad (67)$$

Assim, utilizando a Equação (66) e fazendo $c_0 = 0$ e $c_1 = 1/\mu_0 R_d$, é possível implementar esta condição de contorno.

5.3.3 Raio do domínio

O último aspecto ao qual deve-se atentar-se é o raio do domínio de cálculo R_d . Caso esse raio seja pequeno demais, o valor de Z_0 não estará correto. Caso esse raio seja grande demais, haverá muitos elementos a serem considerados no processamento, aumentando o esforço computacional necessário e o resíduo numérico. O melhor valor de R_d , então, é definido como o raio a partir do qual o valor de Z_0 se mantém constante ao variar R_d , sendo este o raio que exigirá o menos esforço

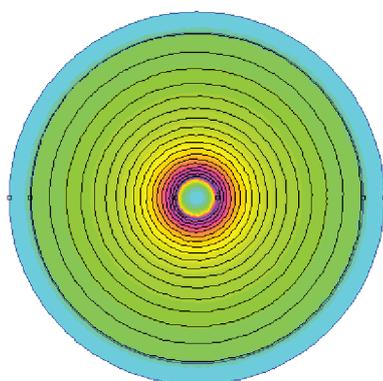
computacional para fornecer Z_0 com acurácia. R_d depende da condição de fronteira utilizada, sendo diferente para cada uma delas.

Este raio é definido *a posteriori*, a partir de um processo iterativo. Primeiro, faz-se uma simulação em elementos finitos com R_d estimado e obtém-se Z_0 no pós-processamento. Então, varia-se o valor de R_d e simula-se novamente, até encontrar o melhor valor de R_d .

5.4 RELAÇÕES DE SIMETRIA

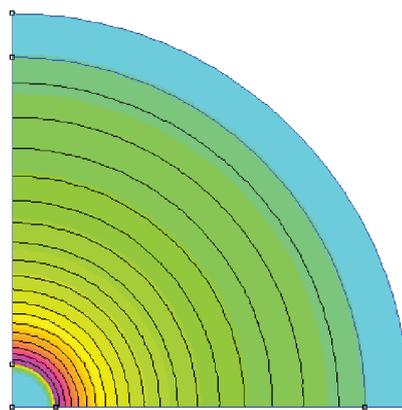
Há ainda mais uma ferramenta disponível para otimizar o método dos elementos finitos: a utilização das relações de simetria. Em algumas simulações onde há algum tipo de simetria, é possível diminuir o domínio de simulação em somente uma das partes simétricas. Tome, por exemplo, a simulação de um cabo composto por um condutor central e uma blindagem, como é apresentado na Figura 79. Ao dividir o domínio em simetria radial, é possível diminuir a geometria em frações do tamanho original, reduzindo o esforço numérico para frações do esforço original. Na Figura 80, o domínio foi reduzido para um quarto do original, aplicando as condições de fronteira de Neumann nas bordas retas, e mantendo as condições de fronteira original na borda curva. A razão por trás do uso da condição de fronteira de Neumann é manter a direção das linhas de campo igual à direção original, como estava na geometria completa. Apesar do domínio ter sido reduzido para um quarto do domínio original neste exemplo, devido à simetria radial é possível reduzir o domínio para outras frações que sejam convenientes.

Figura 79 – Simulação com a geometria completa.



Fonte: Do autor.

Figura 80 – Simulação com somente um quarto da geometria.



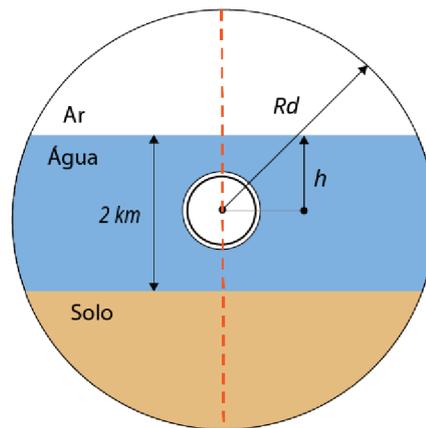
Fonte: Do autor.

Ao utilizar as relações de simetria e condições de contorno apropriadas para reduzir o domínio de um problema, deve-se manter atento às integrais de bloco utilizadas para obter os parâmetros desejados e à densidade de corrente injetadas nos

circuitos, uma vez que as expressões apresentadas na Seção 5.2.2 foram formuladas considerando a geometria completa.

No caso do cabo submarino considerando o meio externo composto por três materiais distintos, que é foco de estudo deste trabalho, é possível utilizar simetria axial para reduzir o domínio do problema pela metade, como destacado pela listra tracejada na Figura 81.

Figura 81 – Cabo submarino inserido na água do mar, com listra tracejada de simetria.



Fonte: Do autor.

5.5 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Uma vez abordados todos os tópicos relevantes a uma boa aplicação do método dos elementos finitos, podem-se realizar as simulações computacionais para obter os valores desejados. Nesta seção será obtido primeiramente $[Z_{in}]$ e posteriormente $[Z_0]$. Todos os valores foram obtidos utilizando tanto o método da queda de tensão quanto o método das integrais de bloco, que resultaram nos mesmos valores. As características do cabo e do meio externo são as mesmas que foram utilizadas para os cálculos analíticos, apresentados na Seção 4.1.

5.5.1 Impedâncias Internas

Ao simular problema com $R_d = R_7$, com condição de contorno de *Dirichlet*, como apresentado na Figura 72, e separando em resistência e indutância, são obtidos os resultados apresentados nas Tabelas 9. Os valores de tempo apresentados na linha de tempos de simulação contemplam todas as sete simulações necessárias para montar a matriz 7×7 completa (uma para cada condutor). O acentuado crescimento no tempo necessário para realizar as simulações em elementos finitos é consequência direta do critério de refinamento das malhas, baseado na profundidade de penetração das

ondas eletromagnéticas, uma vez que quanto maior a frequência, maior o número de elementos no domínio. Infelizmente, este refinamento é necessário para a obtenção de bons resultados, fazendo com que o crescimento nos tempos de simulação seja inevitável.

Tabela 9 – Valores de $[Z_{in}]$ obtidos em elementos finitos.

Frequência [Hz]	60	10^3	10^4	10^5	10^6
R_{in_co} [Ω/m]	$2,21 \cdot 10^{-4}$	$9,28 \cdot 10^{-4}$	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$5,14 \cdot 10^{-2}$
R_{in_coc} [Ω/m]	$1,47 \cdot 10^{-4}$	$6,03 \cdot 10^{-4}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$6,22 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$
R_{in_csi} [Ω/m]	$1,60 \cdot 10^{-4}$	$7,74 \cdot 10^{-4}$	$3,20 \cdot 10^{-3}$	$9,92 \cdot 10^{-3}$	$3,80 \cdot 10^{-2}$
R_{in_cso} [Ω/m]	$1,47 \cdot 10^{-4}$	$6,03 \cdot 10^{-4}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$6,22 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$
R_{in_cog} [Ω/m]	$6,79 \cdot 10^{-5}$	$2,75 \cdot 10^{-4}$	$8,68 \cdot 10^{-4}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$8,68 \cdot 10^{-3}$
R_{in_s} [Ω/m]	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$2,77 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-3}$	$1,15 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$
R_{in_ss} [Ω/m]	$1,47 \cdot 10^{-4}$	$6,03 \cdot 10^{-4}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$6,22 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$
R_{in_sg} [Ω/m]	$6,79 \cdot 10^{-5}$	$2,75 \cdot 10^{-4}$	$8,68 \cdot 10^{-4}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$8,68 \cdot 10^{-3}$
R_{in_gg} [Ω/m]	$6,79 \cdot 10^{-5}$	$2,75 \cdot 10^{-4}$	$8,68 \cdot 10^{-4}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$8,68 \cdot 10^{-3}$
L_{in_co} [H/m]	$7,88 \cdot 10^{-7}$	$4,15 \cdot 10^{-7}$	$2,93 \cdot 10^{-7}$	$2,54 \cdot 10^{-7}$	$2,36 \cdot 10^{-7}$
L_{in_coc} [H/m]	$4,45 \cdot 10^{-7}$	$1,61 \cdot 10^{-7}$	$9,05 \cdot 10^{-8}$	$7,00 \cdot 10^{-8}$	$6,32 \cdot 10^{-8}$
L_{in_csi} [H/m]	$6,19 \cdot 10^{-7}$	$2,73 \cdot 10^{-7}$	$1,66 \cdot 10^{-7}$	$1,32 \cdot 10^{-7}$	$1,19 \cdot 10^{-7}$
L_{in_cso} [H/m]	$4,45 \cdot 10^{-7}$	$1,61 \cdot 10^{-7}$	$9,05 \cdot 10^{-8}$	$7,00 \cdot 10^{-8}$	$6,32 \cdot 10^{-8}$
L_{in_cog} [H/m]	$1,94 \cdot 10^{-7}$	$6,22 \cdot 10^{-8}$	$3,29 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$
L_{in_s} [H/m]	$6,17 \cdot 10^{-7}$	$2,71 \cdot 10^{-7}$	$1,64 \cdot 10^{-7}$	$1,30 \cdot 10^{-7}$	$1,19 \cdot 10^{-7}$
L_{in_ss} [H/m]	$4,45 \cdot 10^{-7}$	$1,61 \cdot 10^{-7}$	$9,05 \cdot 10^{-8}$	$7,00 \cdot 10^{-8}$	$6,32 \cdot 10^{-8}$
L_{in_sg} [H/m]	$1,95 \cdot 10^{-7}$	$6,22 \cdot 10^{-8}$	$3,29 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$
L_{in_gg} [H/m]	$1,95 \cdot 10^{-7}$	$6,22 \cdot 10^{-8}$	$3,29 \cdot 10^{-8}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$
Tempo de simulação	1 min 28 s	4 min 14 s	17 min 27 s	1 h 7 min 59 s	5 h 17 min 37 s

5.5.1.1 Comparação com os resultados analíticos

Ao fazer a comparação entre os resultados da Tabela 9 e os resultados da Tabela 7 de acordo com a Equação (68), obtém-se a Tabela 10.

$$\Delta Z = \frac{Z_{in}^{Analítico} - Z_{in}^{FEMM}}{Z_{in}^{Analítico}} \cdot 100 [\%] \quad (68)$$

Nota-se a presença de substanciais diferenças, especialmente em médias e altas frequências, chegando a 30 % para alguns valores. Devido ao efeito de proximidade, desconsiderado nas equações analíticas e considerado no FEMM, é esperado que estas diferenças surjam, porém a magnitude delas continua sendo um problema em aberto para pesquisas e debate, devido à dificuldade de se obter estas impedâncias experimentalmente.

5.5.2 Impedâncias de Retorno Externo

Na obtenção das impedâncias de retorno externas, foram realizadas simulações utilizando a relação de simetria, como indicado na listra tracejada da Figura 81. No cabo, desenhou-se somente a armadura.

Tabela 10 – Diferenças entre o $[Z_{in}]$ analítico e o obtidos em elementos finitos.

Frequência [Hz]	60	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶
<i>Erro R_{in_co}</i> [%]	-2,05	-7,82	-27,66	-10,62	-9,51
<i>Erro R_{in_coc}</i> [%]	-1,30	-8,22	-19,08	-17,98	-19,86
<i>Erro R_{in_csi}</i> [%]	-2,86	-9,33	-32,76	-13,27	-12,97
<i>Erro R_{in_cso}</i> [%]	-1,31	-8,22	-19,08	-17,98	-19,86
<i>Erro R_{in_cog}</i> [%]	-0,99	-0,97	-0,82	-0,79	-0,98
<i>Erro R_{in_s}</i> [%]	-0,25	-2,48	-17,97	-11,26	-13,07
<i>Erro R_{in_ss}</i> [%]	-1,30	-8,23	-19,08	-17,98	-19,86
<i>Erro R_{in_sg}</i> [%]	-0,99	-0,97	-0,82	-0,79	0,98
<i>Erro R_{in_gg}</i> [%]	-0,99	-0,97	-0,82	-0,79	0,98
<i>Erro L_{in_co}</i> [%]	1,24	4,74	13,22	16,70	18,04
<i>Erro L_{in_coc}</i> [%]	0,69	4,75	18,53	24,77	27,56
<i>Erro L_{in_csi}</i> [%]	1,52	6,94	21,16	27,81	30,35
<i>Erro L_{in_cso}</i> [%]	0,69	4,75	18,53	24,77	27,56
<i>Erro L_{in_cog}</i> [%]	0,85	0,66	0,38	0,17	0,07
<i>Erro L_{in_s}</i> [%]	1,53	6,99	21,36	28,08	30,35
<i>Erro L_{in_ss}</i> [%]	0,69	4,75	18,53	24,77	27,56
<i>Erro L_{in_sg}</i> [%]	0,85	0,66	0,38	0,17	0,07
<i>Erro L_{in_gg}</i> [%]	0,85	0,66	0,38	0,17	0,07

Inicialmente foi necessário definir R_d . Trabalhando com condição de fronteira asintótica, a 60 Hz e com o cabo posicionado 2 m acima da superfície do mar, observou-se que o valor de Z_0 obtido variou 0,4% ao variar R_d de 1 km para 2 km. Ao variar R_d de 2 km para 3 km, Z_0 alterou em apenas 0,037%. Como desejava-se incluir todos os materiais no domínio de simulação, porém aumentar R_d não alterou o valor de Z_0 , manteve-se R_d de 2 km em todas as simulações.

Uma vez definido o valor de R_d , foram realizadas simulações à mesma forma dos cálculos analíticos, mantendo a posição do cabo constante e variando a frequência, e mantendo a frequência constante e variando a posição do cabo.

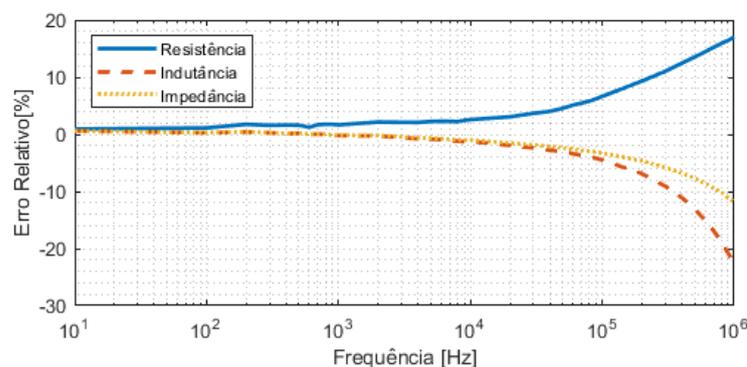
5.5.2.1 Variando a frequência

Três simulações foram realizadas desta maneira, sendo elas 1 m abaixo da superfície do mar ($h = 1$ m), equivalente aos cálculos analíticos apresentados na Seção 4.2.2.1.1; 1 m acima do leito ($h = 1999$ m), equivalente à Seção 4.2.2.3.1; e 1 m abaixo do leito ($h = 2001$ m), equivalente à Seção 4.2.2.2.2.

As diferenças obtidas entre as simulações em elementos finitos e as equações analíticas foram calculadas de acordo com a Equação (42) para o caso próximo à superfície (Figura 82) e de acordo com a Equação (43) para os casos próximos ao leito (Figuras 83 e 84). Os tempos de simulação foram 2 min e 17 s para $h = 1$ m, 2 min e 52 s para $h = 1999$ m e 2 min e 58 s para $h = 2001$ m, calculando 38 pontos em cada gráfico.

A. 1 m de profundidade:

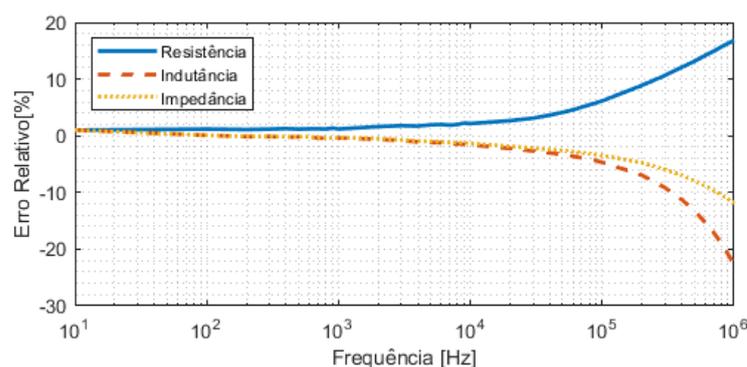
Figura 82 – Diferenças relativas do método de elementos finitos próximo à superfície.



Fonte: Do autor.

B. 1999 m de profundidade:

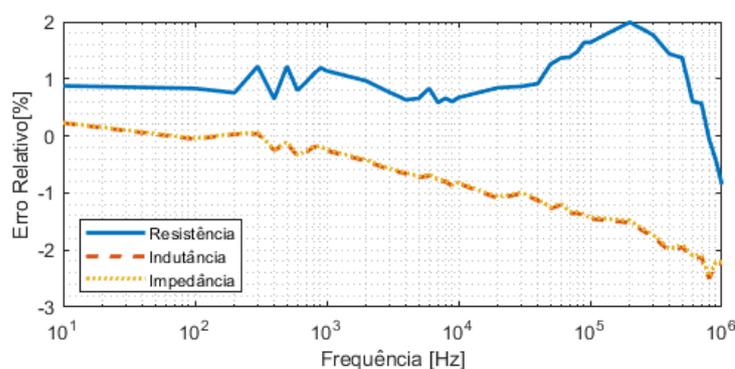
Figura 83 – Diferenças relativas do método de elementos finitos flutuando sobre o leito.



Fonte: Do autor.

C. 2001 m de profundidade:

Figura 84 – Diferenças relativas do método de elementos finitos enterrado no leito.



Fonte: Do autor.

Percebe-se que, para os casos com o cabo envolto em água (Figuras 82 e 83), as diferenças entre os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos e os

resultados obtidos analiticamente é considerável em altas frequências. Ao recordar que a Equação (20), utilizada para calcular os erros na Figura 82 desconsidera correntes de deslocamento à mesma maneira que o FEMM, esperavam-se os mesmos resultados para ambas as metodologias. Tendo em vista que as diferenças para o caso do cabo enterrado (Figura 84) são substancialmente menores, os resultados sugerem que as expressões analíticas podem ter sua validade limitada pela condutividade do meio externo.

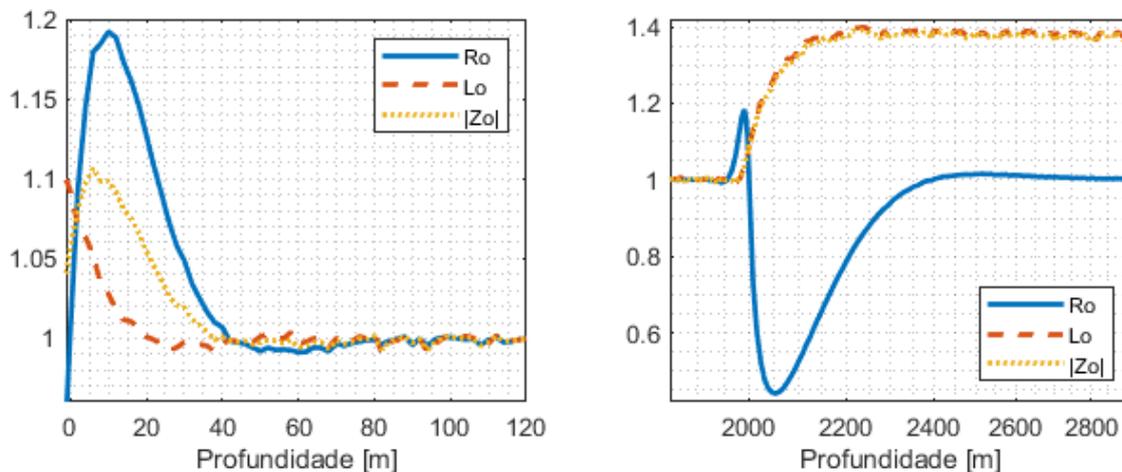
5.5.2.2 Variando a profundidade

Para variar a profundidade, manteve-se a frequência constante e aumentou-se o valor de h até o cabo estar enterrado, iniciando pela superfície. Ao contrário das equações analíticas, o método dos elementos finitos é capaz de obter a impedância de retorno externa com o cabo localizado exatamente na interface entre estes materiais. Neste caso, a interface água-leito se encontra a exatamente 2 km de profundidade, ponto que foi observado com uma resolução muito maior que o resto do gráfico, havendo 20 pontos igualmente espaçados no trecho de 1999,85 m a 2000,15 m. Todos os gráficos possuem 270 pontos.

A. 60 Hz:

Os resultados obtidos são apresentados na Figura 85, com seus valores normalizados para a profundidade de 120 m, sendo $R_0(120) = 5,83 \cdot 10^{-5} [\Omega/m]$ e $L_0(120) = 1,16 \cdot 10^{-6} [H/m]$. O tempo total de simulação foi de 30 min e 30 s.

Figura 85 – Impedância de retorno externo a 60 Hz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 120$ m.

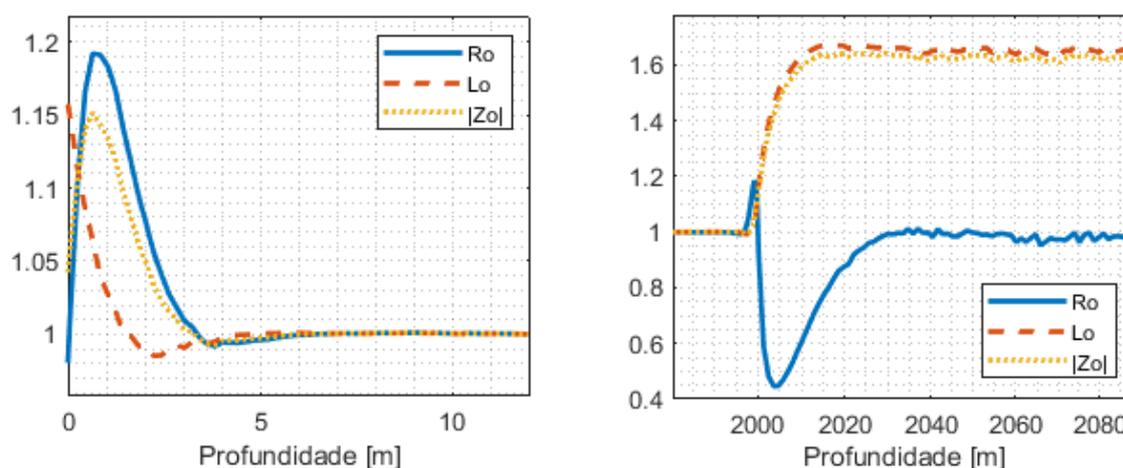


Fonte: Do autor.

B. 10 kHz:

Apresentados na Figura 86, os valores estão normalizados para a profundidade de 10 m, com $R_0(10) = 9,59 \cdot 10^{-3} [\Omega/m]$ e $L_0(10) = 6,71 \cdot 10^{-7} [H/m]$. Para calcular todos os pontos, foram necessários 17 min e 57 s.

Figura 86 – Impedância de retorno externo a 10 kHz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 10 m$.

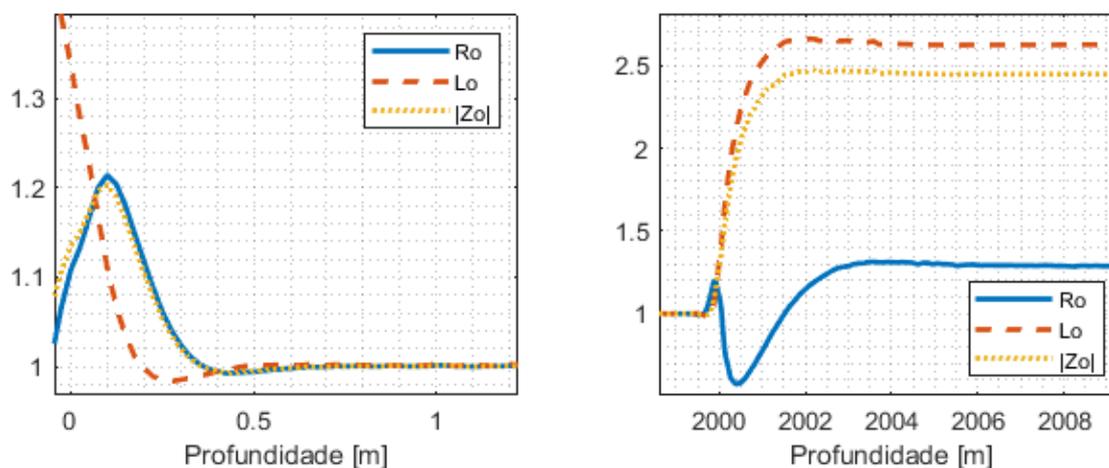


Fonte: Do autor.

C. 1 MHz:

Para 1 MHz, os valores estão normalizados para a profundidade de 1 m, sendo $R_0(1) = 7,30 \cdot 10^{-1} [\Omega/m]$ e $L_0(1) = 2,55 \cdot 10^{-7} [H/m]$ (Figura 87). Foram necessários 17 min e 20 s para calcular todos os pontos.

Figura 87 – Impedância de retorno externo a 1 MHz obtida em elementos finitos, normalizada para o seu valor a $h = 1 m$.



Fonte: Do autor.

Algumas dinâmicas se tornam aparentes ao observar os resultados. A primeira delas é que, quanto maior a frequência, menor a distância na qual a impedância

tende a se estabilizar, concordando com as formulações analíticas e o critério de Wait (Equação (29)). Outra delas é que todas as curvas possuem o mesmo formato, porém quanto maior a frequência, maiores as suas amplitudes. Por fim, o pico de resistência que há próximo ao solo acontece imediatamente antes do cabo encostar no solo, e não quando o cabo está meio inserido em ambos os materiais.

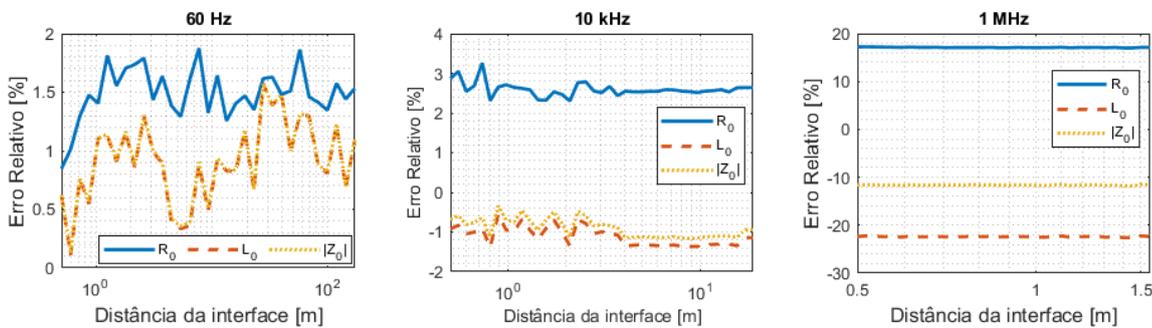
5.5.2.2.1 Comparação com os resultados analíticos

Uma comparação entre o método dos elementos finitos e os resultados analíticos só é aplicável dentro do domínio de validade das equações analíticas, que exigem uma distância mínima das interfaces entre materiais. Por tal razão, torna-se necessário evitar as interfaces e separar esta comparação em três partes, sendo elas com o cabo localizado próximo à superfície, flutuando sobre o leito e enterrado.

A. Próximo à superfície:

Este caso (Figura 88), com a distância à interface de 0.5 m a 200 m, corresponde à profundidade h de 0.5 m a 200 m. Calculado de acordo com a Equação (42).

Figura 88 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, próximo à superfície.



Fonte: Do autor.

B. Flutuando sobre o leito:

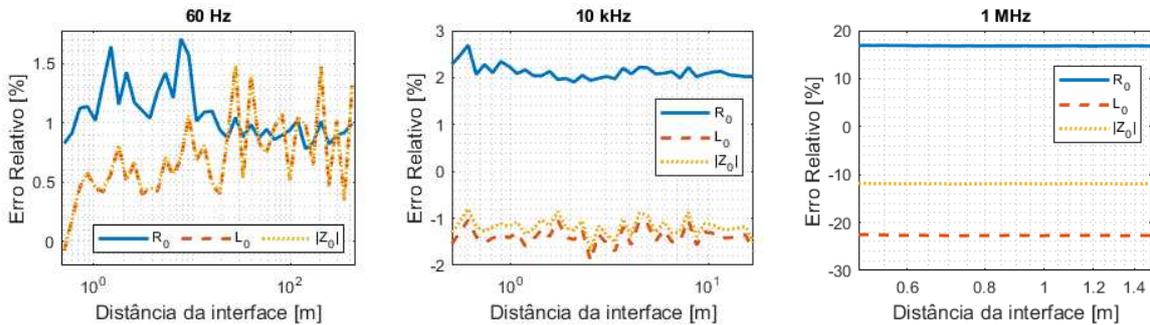
No caso do cabo flutuando sobre o leito do mar (Figura 89), calculado através da Equação (43), as distâncias da interface de 0,5 m a 200 m correspondem às profundidades h de 1999,5 m a 1800 m.

C. Enterrado:

Para o caso do cabo enterrado, as distâncias da interface de 0,5 m a 200 m correspondem à profundidade h de 2000,5 m a 2200 m. Os pontos apresentados na Figura 90 foram calculados de acordo com a Equação (43).

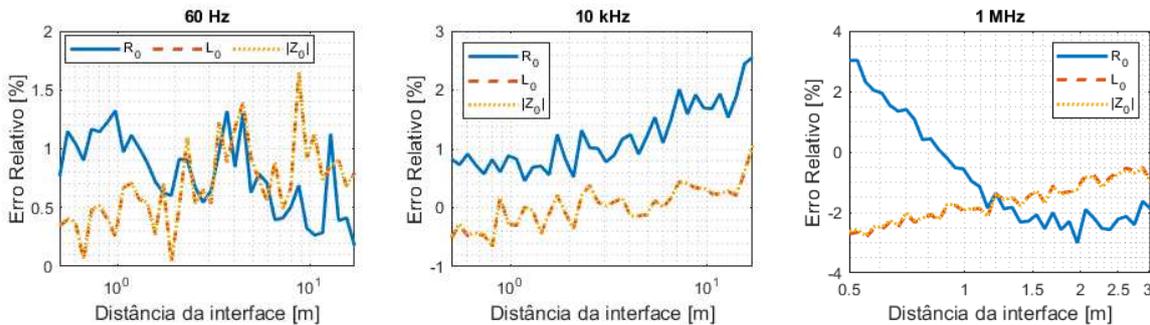
Em todos os casos é possível observar a existência de substancial oscilação na impedância. Acredita-se que esta oscilação seja resultado da malhagem do domínio

Figura 89 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, flutuando sobre o leito.



Fonte: Do autor.

Figura 90 – Erros relativos entre a impedância de retorno externo obtidas pelo método de elementos finitos e as equações analíticas, enterrado.



Fonte: Do autor.

de cálculo pelo método dos elementos finitos, que foi ligeiramente diferente para cada profundidade e frequência distinta. Para os casos onde o cabo esteve inserido em água (Figuras 88 e 89), observou-se a existência de diferenças consideráveis em altas frequências, chegando a aproximadamente 20%, enquanto no caso enterrado da Figura 90 os erros chegaram somente a 3%. Este comportamento, de erros altos na água e baixos no solo, é o mesmo que foi observado na Seção 5.5.2.1.

5.5.3 Análise da negligenciabilidade das interfaces do meio externo

Nesta seção, a impedância de retorno externa foi normalizada em relação ao seu valor à profundidade de 120 m. Para justificar esta escolha, utilizou-se o critério de Wait (Equação (29)), repetida aqui como Equação (69) por conveniência. Nesta notação, d representa a distância entre o centro do cabo e a interface entre materiais do meio externo, ε e σ são, respectivamente, a permissividade e condutividade do material que envolve o cabo. Tendo em mãos os resultados obtidos em elementos finitos, é possível expandir as considerações sobre este critério.

$$\left| 2jd\sqrt{\omega\mu_0(\omega\varepsilon - j\sigma)} \right| \gg 1 \quad (69)$$

Tabela 11 – Valores para a distância mínima entre cabo e interface (d_{min}), obtidas para o cabo inserido na água e para o cabo inserido no solo.

Frequency (Hz)	d_{min}^{mar} (m)	d_{min}^{solo} (m)
60	102,7	1027,3
1k	25,2	251,6
10k	7,96	79,6
100k	2,52	25,2
1M	0,796	08,0

Caso a condição enunciada na Equação (69) seja verdadeira, é possível considerar que o cabo está distante o suficiente da interface para omitir esta interface e considerar que o meio externo é composto por um único material, de espessura infinita. Como resultado, a sensibilidade da impedância de retorno externo à variações de profundidade é nula, como pode ser visto nas Figuras 85, 86 e 87. De maneira semelhante, a Equação (69) também pode ser utilizada para prever a distância mínima a partir da qual a interface pode ser desprezada. Ao isolar d , encontra-se

$$d \gg \frac{1}{|2j\sqrt{\epsilon\mu_0\omega^2 - j\omega\mu_0\sigma}|}. \quad (70)$$

Considerando que uma ordem de grandeza é o suficiente para satisfazer esta inequação, pode-se estimar um valor mínimo de d através de:

$$d_{min} \approx \frac{10}{|2j\sqrt{\epsilon\mu_0\omega^2 - j\omega\mu_0\sigma}|}. \quad (71)$$

Os valores enunciados na Tabela 11 foram obtidos ao calcular d_{min} para o cabo inserido no mar e para o cabo inserido no solo, através da Equação (71). Pode-se perceber que as distâncias mínimas obtidas são aproximadamente a mesma distância em que a impedância de retorno externo para o cabo próximo à superfície deixa de variar com a profundidade, ao comparar a Tabela 11 com as Figuras 85, 86 e 87. Semelhantemente, é também a mesma distância na qual a impedância torna-se novamente sensível à profundidade, para o cabo flutuando sobre o leito (o leito se encontra à profundidade de 2 km). O mesmo é válido para o cabo inserido no solo ($h > 2$ km). Ao observar a relação entre d_{min} e a profundidade de penetração no material que envolve o cabo, obteve-se exatamente 3,535 para todas as frequências e materiais. Isto indica que a d_{min} também pode ser obtido a partir da profundidade de penetração do material que envolve o cabo.

5.5.4 Impedância total

A matriz de impedâncias $[Z]$ total, para o caso específico do cabo posicionado 1 m acima do leito do mar, foi calculada de acordo com a Equação (48) e é apresentada na Tabela 12. Comparando com os resultados analíticos (Tabela 13) nota-se que as diferenças entre os resultados totais analíticos e em elementos finitos são menores que as diferenças individuais de $[Z_{in}]$ e $[Z_0]$. Isto se deve ao fato de que estas diferenças individuais possuem sinais opostos e se compensam de maneira a totalizar um erro baixo.

Tabela 12 – Valores de $[Z]$ obtidos em elementos finitos.

Frequência [Hz]	60	10^3	10^4	10^5	10^6
R_{co} [Ω/m]	$2,83 \cdot 10^{-4}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-2}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$	$7,85 \cdot 10^{-1}$
R_{coc} [Ω/m]	$2,08 \cdot 10^{-4}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	$9,76 \cdot 10^{-2}$	$7,53 \cdot 10^{-1}$
R_{csi} [Ω/m]	$2,21 \cdot 10^{-4}$	$1,89 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$7,71 \cdot 10^{-1}$
R_{cso} [Ω/m]	$2,08 \cdot 10^{-4}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	$9,76 \cdot 10^{-2}$	$7,53 \cdot 10^{-1}$
R_{cog} [Ω/m]	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$9,41 \cdot 10^{-2}$	$7,42 \cdot 10^{-1}$
R_s [Ω/m]	$2,22 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-3}$	$1,65 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$7,71 \cdot 10^{-1}$
R_{ss} [Ω/m]	$2,08 \cdot 10^{-4}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	$9,76 \cdot 10^{-2}$	$7,53 \cdot 10^{-1}$
R_{sg} [Ω/m]	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$9,41 \cdot 10^{-2}$	$7,42 \cdot 10^{-1}$
R_{gg} [Ω/m]	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$9,41 \cdot 10^{-2}$	$7,42 \cdot 10^{-1}$
L_{co} [H/m]	$2,05 \cdot 10^{-6}$	$1,37 \cdot 10^{-6}$	$9,84 \cdot 10^{-7}$	$7,04 \cdot 10^{-7}$	$4,92 \cdot 10^{-7}$
L_{coc} [H/m]	$1,70 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,81 \cdot 10^{-7}$	$5,19 \cdot 10^{-7}$	$3,19 \cdot 10^{-7}$
L_{csi} [H/m]	$1,88 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-6}$	$8,57 \cdot 10^{-7}$	$5,82 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{-7}$
L_{cso} [H/m]	$1,70 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,81 \cdot 10^{-7}$	$5,19 \cdot 10^{-7}$	$3,19 \cdot 10^{-7}$
L_{cog} [H/m]	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,24 \cdot 10^{-7}$	$4,73 \cdot 10^{-7}$	$2,77 \cdot 10^{-7}$
L_s [H/m]	$1,88 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-6}$	$8,55 \cdot 10^{-7}$	$5,80 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{-7}$
L_{ss} [H/m]	$1,70 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,81 \cdot 10^{-7}$	$5,19 \cdot 10^{-7}$	$3,19 \cdot 10^{-7}$
L_{sg} [H/m]	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,24 \cdot 10^{-7}$	$4,73 \cdot 10^{-7}$	$2,77 \cdot 10^{-7}$
L_{gg} [H/m]	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,24 \cdot 10^{-7}$	$4,73 \cdot 10^{-7}$	$2,77 \cdot 10^{-7}$

5.6 DISCUSSÃO

O método dos elementos finitos mostrou-se uma valiosa ferramenta. Por permitir o cálculo em situações de geometria complexa, ele tornou possível a obtenção dos valores de impedância em pontos específicos onde as formulações analíticas não permitiam, como com o cabo localizado precisamente na interface entre os materiais. Esta característica pode ser expandida para outros tipos de problemas que não são solucionáveis pelas equações analíticas, como a inserção de outros corpos e objetos no domínio de cálculo (como estruturas metálicas ou concreto) ou imperfeições no terreno (como rochas e fendas). Este método também proporcionou uma maneira viável de validar os resultados obtidos analiticamente, conferindo maior certeza aos cálculos analíticos.

Os resultados das impedâncias internas do cabo (Seção 5.5.1) obtidos em MEF mostram impedâncias mais altas que os obtidos analiticamente, sendo este um

Tabela 13 – Diferenças entre $[Z]$ analítico e $[Z]$ obtido em elementos finitos.

Frequência [Hz]	60	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶
<i>Erro R_{in_co}</i> [%]	-1,35	-2,71	-3,77	4,44	15,48
<i>Erro R_{in_coc}</i> [%]	-0,58	-1,92	-0,57	4,91	16,13
<i>Erro R_{in_csi}</i> [%]	-1,73	-2,87	-3,87	4,55	15,71
<i>Erro R_{in_cso}</i> [%]	-0,58	-1,92	-0,57	4,92	16,13
<i>Erro R_{in_cog}</i> [%]	0,01	0,78	1,95	5,97	16,63
<i>Erro R_{in_s}</i> [%]	-0,21	-1,40	-3,39	4,49	15,72
<i>Erro R_{in_ss}</i> [%]	-0,58	-1,92	-0,57	4,92	16,13
<i>Erro R_{in_sg}</i> [%]	0,01	0,78	1,95	5,97	16,63
<i>Erro R_{in_gg}</i> [%]	0,01	0,78	1,95	5,97	16,63
<i>Erro L_{in_co}</i> [%]	0,61	1,24	3,33	4,22	0,90
<i>Erro L_{in_coc}</i> [%]	0,33	0,40	1,23	0,58	-7,89
<i>Erro L_{in_csi}</i> [%]	0,65	1,35	3,79	5,04	1,15
<i>Erro L_{in_cso}</i> [%]	0,33	0,40	1,23	0,58	-7,89
<i>Erro L_{in_cog}</i> [%]	0,30	-0,29	-1,50	-4,41	-20,66
<i>Erro L_{in_s}</i> [%]	0,65	1,35	3,80	5,06	1,15
<i>Erro L_{in_ss}</i> [%]	0,33	0,40	1,23	0,58	-7,89
<i>Erro L_{in_sg}</i> [%]	0,30	-0,29	-1,50	-4,41	-20,66
<i>Erro L_{in_gg}</i> [%]	0,30	-0,29	-1,50	-4,41	-20,66

comportamento esperado, devido a dinâmicas que são modeladas pelo método dos elementos finitos, mas não pelas equações analíticas, como o efeito de proximidade entre condutores. Para poder validar os resultados obtidos no FEMM ainda é necessário, porém, encontrar uma maneira de estimar a magnitude do efeito de proximidade entre condutores nos casos estudados, o que permitiria realizar comparações entre os resultados obtidos em elementos finitos e os resultados analíticos sob as mesmas condições. Apesar da melhor exatidão, método dos elementos finitos exigiu cerca de 5 h de processamento para fornecer os resultados a 1 MHz, enquanto os cálculos analíticos foram praticamente instantâneos, o que faz com que o método dos elementos finitos seja uma opção boa, porém custosa, no caso em que se queira bastante exatidão.

Já para as impedâncias externas, vistas na Seção 5.5.2, observou-se que tanto o método dos elementos finitos quanto os cálculos analíticos concordam para o cabo enterrado, porém surgiram substanciais diferenças em altas frequências para o cabo submerso. Pelo fato da tangente de perdas da água do mar ser muito maior que a tangente de perdas do solo, era esperado o contrário: que surgissem diferenças para o cabo enterrado e não surgissem para o cabo submerso, da mesma forma que foram obtidas diferenças entre as formulações de onda completa e as aproximações quase-TEM na Seção 4.2.2.2. Estes resultados abrem espaço para o questionamento da validade das formulações analíticas em casos onde o cabo está inserido em um meio externo bom condutor, que foram originalmente concebidas para cabos subterrâneos, e não submarinos. A análise de impedâncias externas tomou muito menos tempo que a análise de impedâncias internas. Apesar de ainda não ser tão rápida quanto

a utilização de formulações quase-TEM para impedâncias externas, o MEF tomou aproximadamente o mesmo tempo que as formulações de onda completa, além de gozar de todas as vantagens geométricas do MEF, tornando-o uma opção viável e mais abrangente que as formulações analíticas.

6 O MÉTODO HÍBRIDO

Uma pessoa atenta pode reparar através da Equação (5) e da Equação (48) que $[Z_{in}]$ e $[Z_0]$ podem ser obtidas independentemente, utilizando a metodologia que for mais conveniente, e então somadas para montar $[Z]$. No artigo *Hybrid Method to Compute the Total Series Impedance of Submarine Power Cables*, os autores (FURLAN; HELDWEIN, 2019) utilizam desta característica para apresentar um método híbrido analítico-elementos finitos que possibilita obter a impedância de cabos submarinos com a maior exatidão possível.

Este método utiliza da simulação em elementos finitos com domínio reduzido da Figura 72 para obter os valores de $[Z_{in}]$, permitindo o cálculo de qualquer geometria sofisticada que não é permitida nem pelas equações analíticas e nem por *softwares* de transientes eletromagnéticos, em conjunto com considerar o efeito de proximidade entre condutores. Como os valores de $[Z_{in}]$ são independentes do local onde o cabo se encontra, só é necessário calcular estes valores uma vez para cada frequência desejada. Já para obter $[Z_0]$, utilizam-se as equações analíticas, sendo possível optar por utilizar formulações de onda completa (que são substituídas por formulações simplificadas nos *softwares* de transientes eletromagnéticos), obtendo dados mais exatos que os fornecidos pelos *softwares* de baixa frequência, ou utilizar as aproximações quase-TEM, reduzindo o tempo de cálculo e fornecendo resultados rapidamente quando comparado com o método dos elementos finitos. Combinando os resultados desta maneira, é possível obter dados que levam em consideração tanto o efeito de proximidade entre condutores, quanto as dinâmicas de alta frequência do meio externo.

Utilizando o caso específico do cabo localizado a 1 m abaixo da superfície do mar, os resultados (Tabela 14) são semelhantes aos obtidos com os outros métodos. Ao comparar com os resultados analíticos (Tabela 15), percebe-se que as diferenças entre o Método Híbrido e os resultados analíticos são baixos em baixas frequências e maiores em altas frequências. Em médias frequências, o Método Híbrido apresentou diferenças em relação aos cálculos analíticos maiores do que o Método dos Elementos Finitos (Tabela 13), já em altas frequências estas diferenças foram menores. Isto é o esperado, uma vez que em altas frequências o valor de $[Z]$ é predominantemente definido por $[Z_0]$, que é o mesmo tanto para o método híbrido quanto para as equações analíticas, fazendo com que ambos os métodos tenham resultados semelhantes em altas frequências.

Tabela 14 – Valores de $[Z]$ obtidos pelo método híbrido.

Frequência [Hz]		60	10^3	10^4	10^5	10^6
R_{co}	$[\Omega/m]$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$9,28 \cdot 10^{-1}$
R_{coc}	$[\Omega/m]$	$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{csi}	$[\Omega/m]$	$2,17 \cdot 10^{-4}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$9,15 \cdot 10^{-1}$
R_{cso}	$[\Omega/m]$	$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{cog}	$[\Omega/m]$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
R_s	$[\Omega/m]$	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$9,15 \cdot 10^{-1}$
R_{ss}	$[\Omega/m]$	$2,07 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-1}$
R_{sg}	$[\Omega/m]$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
R_{gg}	$[\Omega/m]$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-1}$
L_{co}	$[H/m]$	$2,06 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-7}$	$7,35 \cdot 10^{-7}$	$4,96 \cdot 10^{-7}$
L_{coc}	$[H/m]$	$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{csi}	$[H/m]$	$1,89 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$8,91 \cdot 10^{-7}$	$6,12 \cdot 10^{-7}$	$3,79 \cdot 10^{-7}$
L_{cso}	$[H/m]$	$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{cog}	$[H/m]$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$
L_s	$[H/m]$	$1,89 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$8,89 \cdot 10^{-7}$	$6,11 \cdot 10^{-7}$	$3,79 \cdot 10^{-7}$
L_{ss}	$[H/m]$	$1,71 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,91 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$
L_{sg}	$[H/m]$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$
L_{gg}	$[H/m]$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$

Tabela 15 – Diferenças entre $[Z]$ analítico e $[Z]$ obtido pelo método híbrido.

Frequência [Hz]		60	10^3	10^4	10^5	10^6
$Erro R_{co}$	[%]	-1,60	-3,39	-5,50	-1,09	-0,48
$Erro R_{coc}$	[%]	-0,91	-2,72	-2,45	-0,93	-0,37
$Erro R_{csi}$	[%]	-2,04	-3,61	-5,66	-1,10	-0,48
$Erro R_{cso}$	[%]	-0,91	-2,72	-2,45	-0,96	-0,37
$Erro R_{cog}$	[%]	-0,52	-0,19	-0,06	-0,02	-0,01
$Erro R_s$	[%]	-0,24	-1,75	-4,96	-1,08	-0,48
$Erro R_{ss}$	[%]	-0,91	-2,72	-2,45	-0,93	-0,37
$Erro R_{sg}$	[%]	-0,52	-0,19	-0,06	-0,02	-0,01
$Erro R_{gg}$	[%]	-0,52	-0,19	-0,06	-0,02	-0,01
$Erro L_{co}$	[%]	0,48	1,49	4,39	6,94	10,45
$Erro L_{coc}$	[%]	0,18	0,71	2,60	4,41	8,13
$Erro L_{csi}$	[%]	0,50	1,63	5,00	8,31	13,65
$Erro L_{cso}$	[%]	0,18	0,71	2,60	4,41	8,13
$Erro L_{cog}$	[%]	0,12	0,05	0,02	0,01	0,01
$Erro L_s$	[%]	0,51	1,64	5,02	8,34	13,65
$Erro L_{ss}$	[%]	0,18	0,71	2,60	4,41	8,13
$Erro L_{sg}$	[%]	0,12	0,05	0,02	0,01	0,01
$Erro L_{gg}$	[%]	0,12	0,05	0,02	0,01	0,01

7 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo a comparação entre os existentes métodos na atualidade para o cálculo da impedância série de cabos de potência submarinos. Foram analisados três: formulações analíticas, dos tipos TEM, quase-TEM e Onda Completa; o Método dos Elementos Finitos; e o Método Híbrido. Como resultado, todos os métodos apuram valores semelhantes, mas cuja concordância depende fortemente do meio onde o cabo está inserido, havendo diferenças substanciais entre os métodos para o cabo localizado na água, e diferenças menores para o cabo enterrado. Outra distinção observada entre os métodos é o esforço computacional necessário, com as aproximações analíticas quase-TEM fornecendo resultados centenas de vezes mais rápido que as formulações de Onda Completa e o Método dos Elementos Finitos.

Observando somente as formulações analíticas, constatou-se que as simplificações quase-TEM para a obtenção da impedância de retorno externa computam resultados iguais aos computados pela formulação de Onda Completa, quando o cabo está localizado na água do mar, devido à alta tangente de perdas da água, que permite desprezar a permissividade elétrica as correntes de deslocamento. Já para o cabo enterrado, há diferenças substanciais entre as formulações analíticas, mostrando que as aproximações quase-TEM não fornecem bons resultados em altas frequências. Em contra-partida, devido à rapidez, estas aproximações mostraram-se uma ferramenta útil para a computação ágil de resultados em materiais externos com alta tangente de perdas. Uma característica importante que restringe a utilização destas expressões analíticas é o seu domínio, sendo nenhuma delas própria para o cálculo de impedâncias de retorno externo com o cabo localizado exatamente sobre a interface entre materiais.

Já o Método dos Elementos Finitos mostrou-se capaz de computar a impedância externa em todas as profundidades do problema, incluindo pontos não computados pelas formulações analíticas, sendo ainda possível expandi-lo para problemas de geometria mais sofisticada que a estudada aqui. Por outro lado, o *software* utilizado para implementar este método considera aproximações de baixas frequências, de maneira semelhante às aproximações quase-TEM analíticas, constituindo-se isto uma limitação do *software*, e não do Método dos Elementos Finitos. Perceberam-se discrepâncias entre as impedâncias externas obtidas neste método e as obtidas analiticamente. Ao contrário do que se esperava, esta discrepância é formada por diferenças altas entre os dois métodos com o cabo submerso e diferenças baixas com o cabo enterrado. Esperava-se que as diferenças fossem as mesmas observadas entre a formulação de Onda Completa e suas aproximações quase-TEM, devido às simplificações de baixa frequência do *software* utilizado. Por sua vez, as impedâncias internas obtidas pelo MEF mostram resistências maiores e indutâncias menores que as obtidas ana-

liticamente, sendo isto um comportamento esperado do efeito de proximidade entre condutores, o que faz deste método um recurso valioso na análise de impedâncias internas. Apesar disto, sua exigência de esforço computacional é elevada, tornando-o também um recurso custoso.

O Método Híbrido, por fim, permite a obtenção da impedância série da maneira mais exata dentre os métodos, produzindo uma mescla entre os resultados analíticos e os resultados em elementos finitos. Esta mescla utiliza das impedâncias internas obtidas em elementos finitos para calcular as impedâncias de qualquer geometria e respeitando o efeito de proximidade entre condutores, ao mesmo tempo que utiliza a formulação analítica para impedâncias externas, considerando todos os efeitos de alta frequência da formulação de Onda Completa. A característica de separar como se deseja obter as impedâncias internas e as impedâncias de retorno externo, fundamental ao Método Híbrido, pode ser utilizada para valorizar as propriedades desejadas no cálculo de impedâncias série dos cabos de potência. Ela permite adaptar o cálculo às prioridades do momento: caso se deseje maior exatidão, pode-se utilizar o Método Híbrido; caso se deseje maior agilidade, pode-se utilizar as formulações analíticas com as aproximações quase-TEM; caso se deseje a utilização de uma geometria complicada, pode-se utilizar puramente o Método dos Elementos Finitos; e caso seja necessário analisar meios externos complicados em baixas frequências, pode-se utilizar as impedâncias internas analíticas e as externas em elementos finitos. Também permite reutilizar valores já calculados, como no caso onde é necessário descobrir a impedância de retorno externa para diferentes cabos, em que pode-se calcular a impedância externa somente uma vez e reaplicá-la a diferentes cabos.

Mantém-se em aberto algumas questões, que necessitam de novas pesquisas para serem solucionadas. Graças às diferenças inesperadas entre os resultados obtidos em MEF e os analíticos, torna-se cabível questionar a validade dos resultados analíticos, que não foram perfeitamente validados. É possível que esta diferença seja causada por complicações numéricas provindas das funções que compõem as formulações analíticas, como as funções de Bessel e as Integrais de Sommerfeld, que são funções numericamente instáveis. Outro problema que necessita de solução é causado pela lacuna na literatura de pesquisas sobre as características eletromagnéticas da água do mar, que varia de maneira atualmente não bem documentada para o oceano atlântico, mas cujo conhecimento é de suma importância para a obtenção de valores exatos de impedância de retorno externo. Por fim, é necessário conhecer a permeabilidade magnética das armaduras dos cabos, valores dificilmente fornecidos pelos fabricantes.

Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização de modelagem em elementos finitos em 3D, que permita calcular simular cabos posicionados de maneira não paralela às interfaces entre materiais. Este trabalho resultou em um artigo selecionado para

a *COMPEL 2020 Student Award*, em *Twenty-first IEEE Workshop on Control and Modeling for Power Electronics* (COMPEL).

REFERÊNCIAS

AMETANI, A.; YONEDA, T. *et al.* An Investigation of Earth-Return Impedance Between Overhead and Underground Conductors and Its Approximation. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 51, n. 3, p. 860–867, 2009.

AMETANI, Akihiro; OHNO, Teruo; NAGAOKA, Naoto. **Cable System Transients: Theory, Modeling and Simulation**. Singapore: John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2015. 395p.

BASTOS, João Pedro Assumpção. **Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase estática**. Florianópolis, SC: Editora UFSC, 2012. 398p.

BRESESTI, P. *et al.* HVDC Connection of Offshore Wind Farms to the Transmission System. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 22, n. 1, p. 37–43, mar. 2007. ISSN 1558-0059. DOI: 10.1109/TEC.2006.889624.

CARPES JUNIOR, Walter Pereira. **Introdução ao Método de Elementos Finitos**. [S.l.: s.n.], 2019. Notas de aula.

CARSON, J. R. Ground return impedance: Underground wire with earth return. **The Bell System Technical Journal**, v. 8, n. 1, p. 94–98, 1929.

EFTHYMIADIS, A. E.; WEDEPOHI, L. M. Propagation characteristics of infinitely-long single-conductor lines by the complete field solution method. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 125, n. 6, p. 511–517, 1978.

F. POLLACZEK. On the field produced by an infinitely long wire carrying alternating current. **Elektrische Nachrichtentechnik**, n. 3, p. 339–359, 1926. In german.

FATOS E DADOS - PETROBRAS. **Conheça curiosidades sobre equipamentos de nossos sistemas submarinos**. 2015. Disponível em:
<https://petrobras.com.br/fatos-e-dados/conheca-curiosidades-sobre-equipamentos-de-nossos-sistemas-submarinos.htm>.

FURLAN, A.; HELDWEIN, M. L. Hybrid Method to Compute the Total Series Impedance of Submarine Power Cables. *In: IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.: s.n.], out. 2019. P. 2178–2183. DOI: 10.1109/IECON.2019.8927063.

FURLAN, A.; HELDWEIN, M. L. Series Impedance Calculations of a Three-Core Submarine Power Cable by a Free Finite Element Software. *In: RIO Oil&Gas Expo and Conference 2018*. [S.l.: s.n.], set. 2018.

- FURLAN, André Giovanni Leal. **EEL510397 - Trabalho Orientado: Modelagem de Cabos Submarinos e Elétricos Aplicadas em Unidades de Exploração de Petróleo**. Florianópolis: [s.n.], 2018.
- FURLAN, André Giovanni Leal. **Estudo de Interferências Eletromagnéticas Entre Linhas de Transmissão e Dutos Enterrados**. Dezembro 2015. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- GÜNERI, Melih; ALBOYACI, Bora. Analysis of ground return impedance calculation methods for modeling of underground cables for lightning studies. **Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences**, v. 26, p. 530–541, jan. 2018. DOI: 10.3906/elk-1706-32.
- HAFNER, Angelo Alfredo. **Modelagem Analítica e Numérica de Cabos de Potência Submarinos**. 2016. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- HULBERT, Matthew H.; BENNETT, Richard H.; LAMBERT, Douglas N. Seabed geotechnical parameters from electrical conductivity measurements. **Geo-Marine Letters**, v. 2, p. 219–222, set. 1982. DOI: 10.1007/BF02462767.
- ISCPC, International Cable Protection Committee. **Shark Bites and Cable Faults**. [S.l.: s.n.], Setembro 2014.
- KIKUCHI, H. Electromagnetic fields on an infinite wire at high frequencies above plane-earth. **J. Inst. Electr. Eng. Jpn.**, v. 77, p. 721–733, jun. 1957. In japanese.
- KIKUCHI, H. Wave propagation on the ground circuit in high frequency region. **J. Inst. Electr. Eng. Jpn.**, v. 75, p. 1176–1187, Outubro 1955. In japanese.
- LARSSON, C. *et al.* Overvoltage Mitigation of Medium Voltage Electric Drives with Long Cables using Multilevel-Converters and Passive Filters. *In: 2019 21st European Conference on Power Electronics and Applications (EPE '19 ECCE Europe)*. [S.l.: s.n.], 2019. p.1–p.10.
- LIMA, Antonio C. S.; PORTELA, Carlos. Close-form expressions for ground return impedances of overhead lines and underground cables. **International Journal of Electrical Power Energy Systems**, v. 38, p. 20–26, jun. 2012. DOI: 10.1016/j.ijepes.2011.12.016.
- MAGALHÃES, Antônio Paulo Cardillo. **Característica de Propagação de Condutores Enterrados Isolados e Nus**. Mar. 2015. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MASI, A. *et al.* An Application of the Extended Kalman Filter for a Sensorless Stepper Motor Drive Working With Long Cables. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 59, n. 11, p. 4217–4225, 2012.

MAVROKEFALIDIS, Dimitris. **‘World’s longest’ subsea cable project worth £2bn passes halfway point**. 2020. Disponível em: <https://www.energylivenews.com/2020/06/26/worlds-longest-subsea-cable-project-worth-2bn-passes-halfway-point/>.

MEEKER, D. Improved Open Boundary Conditions for Magnetic Finite Elements. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 49, n. 10, p. 5243–5247, 2013.

MEEKER, David. **Finite Element Method magnetics, Version 4.2, User Manual**. [S.l.], out. 2015.

PATEL, U. R.; TRIVERIO, P. Accurate Impedance Calculation for Underground and Submarine Power Cables Using MoM-SO and a Multilayer Ground Model. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 31, n. 3, p. 1233–1241, jun. 2016. ISSN 1937-4208. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2469599.

PETERS, Sérgio; SZEREMETA, Julio Felipe. **Cálculo Numérico Computacional**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2018. 523p.

PETRACHE, E. *et al.* Lightning induced disturbances in buried Cables-part I: theory. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 47, n. 3, p. 498–508, ago. 2005. ISSN 1558-187X. DOI: 10.1109/TEMC.2005.853161.

POMILIO, J. A. *et al.* Driving AC motors through a long cable: the inverter switching strategy. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 14, n. 4, p. 1441–1447, 1999.

SAAD, O.; GABA, G.; GIROUX, M. A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 11, n. 3, p. 1536–1545, jul. 1996. ISSN 1937-4208. DOI: 10.1109/61.517514.

SILVA, José Carlos Leão Veloso. **Estimação dos Parâmetros Elétricos de Cabos de Potência Submarinos Considerando Meios Dispersivos**. 2016. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SOUSOUNIS, M. C.; SHEK, J. K. H.; MUELLER, M. A. Filter Design for Cable Overvoltage and Power Loss Minimization in a Tidal Energy System With Onshore Converters. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, v. 7, n. 1, p. 400–408, 2016.

SUNDE, Erling Ditlef. **Earth conduction effects in transmission systems**. New York: Dover Publications, 1968.

THEETHAYI, N. *et al.* External impedance and admittance of buried horizontal wires for transient studies using transmission line analysis. **IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation**, v. 14, n. 3, p. 751–761, 2007.

VANCE, Edward F. **Coupling to Shielded Cables**. Canberra, Australia: Wiley, 1978.

WAIT, James R. Electromagnetic Wave Propagation Along a Buried Insulated Wire. **Canadian Journal of Physics**, v. 50, p. 2402–2409, mai. 1972. DOI: 10.1139/p72-318.

WEDEPOHL, L. M.; EFTHYMIADIS, A. E. Wave propagation in transmission lines over lossy ground: a new, complete field solution. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 125, n. 6, p. 505–510, 1978.

WEDEPOHL, L. M.; WILCOX, D. J. Transient analysis of underground power-transmission systems. System-model and wave-propagation characteristics. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 120, n. 2, p. 253–260, fev. 1973. ISSN 0020-3270. DOI: 10.1049/piee.1973.0056.

WORZYK, Thomas. **Submarine Power Cables: Design, Installation, Repair, Environmental Aspects**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2009. 296p.

ZHANG, S. *et al.* Resonance Issues and Damping Techniques for Grid-Connected Inverters With Long Transmission Cable. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 29, n. 1, p. 110–120, 2014.