

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

RENAN LUÍS KNABBEN

MODELAGEM DINÂMICA E ANÁLISE DE SISTEMA DE SUSPENSÃO DE  
PROTÓTIPO AUTOMOTIVO ULTRA EFICIENTE

Joinville

2020

RENAN LUÍS KNABBEN

MODELAGEM DINÂMICA E ANÁLISE DE SISTEMA DE SUSPENSÃO DE  
PROTÓTIPO AUTOMOTIVO ULTRA EFICIENTE

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia Automotiva do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Sérgio Junichi Idehara

Coorientador: Dr. Helton da Silva Gaspar

Joinville

2020

RENAN LUÍS KNABBEN

MODELAGEM DINÂMICA E ANÁLISE DE SISTEMA DE SUSPENSÃO DE  
PROTÓTIPO AUTOMOTIVO ULTRA EFICIENTE

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientador/Presidente

Prof. Dr. Helton da Silva Gaspar  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Coorientador

Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Membro

Prof. Dr. Thiago Antonio Fiorentin  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Membro

Ao meu pai, Sérgio Carlos Knabben (*in memoriam*),  
para sempre em nossos corações.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me acompanhar, iluminar e proporcionar a chance de ser uma pessoa melhor a cada dia da minha vida.

Ao professor Sérgio Idehara pela excepcional orientação ao longo deste trabalho, sempre com muita paciência, otimismo e disposição. Também agradeço ao meu coorientador, professor Helton Gaspar, por toda a atenção, tempo e conhecimento depositados neste estudo.

Aos professores Andrea Carboni, Antônio Dourado, Marcos Rabelo e Thiago Fiorentin por sempre se colocarem presentes, pelos conselhos com tópicos relacionados ao TCC e pelo apoio nas minhas experiências profissionais fora da universidade. Sobretudo, pelas conversas.

Ao professor Lucas Travassos pela oportunidade de iniciação científica no Laboratório de Sistemas Embarcados, por ter acreditado no meu potencial e, junto aos demais colegas de pesquisa, ter me ensinado lições primordiais para o meu crescimento acadêmico.

À equipe Eficem pelos três incríveis anos de desenvolvimento interpessoal, experiências, conquistas, desafios, histórias e momentos de alegria vivenciados. Impossível definir com palavras todo o aprendizado e amadurecimento que esse projeto me proporcionou. Acima de tudo, agradeço pela amizade e companheirismo dos meus colegas de equipe.

Ao meu mentor de estágio, André Christ, e aos demais colegas da BMW pelos importantes ensinamentos sobre trabalho em equipe, gestão de projetos, liderança e tomada de decisão, os quais contribuíram diretamente para a minha formação como engenheiro.

A todos os meus amigos dentro e fora da UFSC, que me acompanharam e incentivaram ao longo da minha caminhada. Amizades verdadeiras que levarei comigo pro resto da vida. Também aos colegas Luiz Rangel e Stephanie Bittencourt, pela ajuda e suporte emocional.

Por fim, meus mais sinceros agradecimentos a todos os meus familiares. Principalmente à minha mãe Margareth, aos meus irmãos Gustavo e Marcel e aos meus avós Egon e Helga, por fazerem de cada momento único e especial. Amo vocês do fundo do meu coração e sou extremamente grato a Deus por fazer parte desta família.

“Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.”

- Ayrton Senna da Silva

## RESUMO

A engenharia contemporânea busca a otimização de processos, novas tecnologias, soluções inovadoras e, principalmente, a economia de recursos, visando sustentabilidade ambiental. Ou seja, fazer mais gastando menos. Nesse contexto, a eficiência se torna algo primordial, independentemente da área em questão. No ramo da engenharia automotiva este cenário não poderia ser diferente: carros de Fórmula 1 cada vez consumindo menos combustível, pessoas com preferência aos veículos urbanos mais econômicos e pesquisas sobre novas fontes de energia são apenas alguns dos vários exemplos que ressaltam a importância da eficiência energética. Nestas circunstâncias, universidades de todo o mundo já participam da criação de novos automóveis sob o tema em questão. É o caso da equipe Eficem da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, a qual tem como objetivo concepção de protótipos automotivos ultra eficientes para a participação em competições nacionais e internacionais, como a Shell Eco-marathon. Como cada detalhe do protótipo é importante para que se atinja a máxima eficiência energética possível, vários parâmetros do veículo são estudados, a fim de que sejam desenvolvidas novas tecnologias e que haja o aprimoramento do projeto. Portanto, este trabalho buscou realizar a modelagem dinâmica e análise do uso de um sistema de suspensão em um protótipo automotivo ultra eficiente, visando o emprego de tecnologias tradicionais para o consequente aumento de sua eficiência energética. Para isso, foi desenvolvida a modelagem de um protótipo exemplar nas seguintes configurações: um modelo original (sem suspensão) e um modelo proposto (com suspensão), validados através do CAD de um dos projetos da equipe Eficem. Assim, por meio do programa Matlab, foi possível efetuar diversas análises nas principais áreas da dinâmica veicular sobre os modelos criados, como variação da altura do centro de gravidade, variação da massa suspensa, efeitos de *roll* e *pitch* e possíveis capotamentos em curvas, simulados no circuito oficial adotado nas provas da Shell Eco-marathon. Dentre todos, os resultados mais significativos foram os obtidos nas análises de capotamento, os quais apontaram uma redução de mais de 50% na força agindo sobre o pneu nos trechos mais críticos do trajeto com a presença do sistema de suspensão. Também foi realizada uma avaliação do gasto energético recorrente das frenagens na entrada de cada uma das quatro principais curvas do circuito para ambos os modelos, necessárias para que o veículo possa executar todo o trajeto sem que ocorra capotamento. Nestas situações, o modelo com suspensão apresentou uma economia de energia de quase 40% quando comparado ao modelo original, comprovando que a inclusão de um sistema de suspensão dianteiro em protótipos automotivos ultra eficientes contribui diretamente para o aumento da sua eficiência energética.

**Palavras-chave:** Dinâmica Veicular. Eficiência Energética. Shell Eco-marathon. Sistema de Suspensão.

## ABSTRACT

Contemporary engineering seeks the optimization of processes, new technologies, unusual solutions and, mainly, the saving of resources, aiming at environmental sustainability. That is, do more while spending less. In this context, efficiency becomes paramount, regardless of the area. In the field of automotive engineering, this scenario could not be different: Formula 1 cars consuming less and less fuel, people with a preference for more economical urban vehicles and research on new energy sources are just some of the several examples that highlight the importance of efficiency energy. In these circumstances, universities around the world are already participating in the creation of new cars under this theme. This is the case of the Eficem team at the Federal University of Santa Catarina, Joinville Campus, which aims to design, develop and build ultra-efficient automotive prototypes for participation in national and international competitions, such as Shell Eco-marathon. As each detail of the prototype is important aiming to achieve the maximum possible energy efficiency, several parameters of the vehicle are studied, in order to develop new technologies and improve the project. Therefore, this work sought to carry out the dynamic modeling and analysis of the use of a suspension system in an ultra-efficient automotive prototype, aiming at the use of traditional technologies for the consequent increase in its energy efficiency. Hence, the modeling of an exemplary prototype was developed in the following configurations: an original model (without suspension) and a proposed model (with suspension), validated through the CAD of one of the Eficem team projects. Thus, through the Matlab software, it was possible to carry out various analyzes in the main areas of vehicle dynamics on the models created, such as variation in the height of the center of gravity, variation in the suspended mass, roll and pitch effects and possible overturns in curves, simulated on the official circuit adopted in the Shell Eco-marathon events. Among all, the most significant results were obtained in the rollover analysis, which indicated a reduction of more than 50% in the force acting on the tire in the most critical sections of the route with the presence of the suspension system. An assessment was also made of the recurrent energy expenditure of the braking at the entrance of each of the four main curves of the circuit for both models, necessary for the vehicle to be able to run the entire route without overturning. In these situations, the suspension model showed an energy saving of almost 40% when compared to the original model, proving that the inclusion of a front suspension system in ultra-efficient automotive prototypes directly contributes to increasing its energy efficiency.

**Keywords:** Vehicle Dynamics. Energy Efficiency. Shell Eco-marathon. Suspension System.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistemas de Coordenadas SAE .....	21
Figura 2 – Representação do CG num Plano Bidimensional .....	22
Figura 3 – Modelo Teórico de Suspensão .....	23
Figura 4 – Equipe Eficem na SEM Americas 2016 .....	25
Figura 5 – Protótipos de Eficiência Energética na SEM Americas 2015.....	26
Figura 6 – Seção do Regulamento da Shell Eco-marathon 2017 .....	27
Figura 7 – Método de Laminação à Vácuo em Protótipo Ultra Eficiente.....	29
Figura 8 – Conjunto Chassi/Carenagem do Protótipo Setta Energy .....	30
Figura 9 – Simulação Aerodinâmica de Protótipo Ultra Eficiente.....	31
Figura 10 – Comparação da Área Frontal dos Projetos de 2016 e 2017 .....	32
Figura 11 – Ergonomia do Protótipo Setta Energy .....	33
Figura 12 – Sistema de Suspensão Duplo A para Protótipos Ultra Eficientes.....	35
Figura 13 – Modelo Matemático de 3 Graus de Liberdade.....	37
Figura 14 – DCL do Modelo de 3 Graus de Liberdade.....	38
Figura 15 – Modelo Matemático de 5 Graus de Liberdade.....	40
Figura 16 – DCL do Modelo de 5 Graus de Liberdade.....	41
Figura 17 – Análise da Dinâmica Lateral de um Protótipo Ultra Eficiente .....	47
Figura 18 – Modelo CAD de Protótipo Ultra Eficiente com Condutor .....	50
Figura 19 – Mapeamento do Circuito.....	52
Figura 20 – Ajuste de Coordenadas do Circuito .....	53
Figura 21 – Ajuste de Circunferência do Circuito .....	56
Figura 22 – Representação 3D dos Raios de Curvatura do Circuito.....	56
Figura 23 – Variação do CG do Modelo de 3 GDL (Original) .....	59
Figura 24 – Variação do CG do Modelo de 5 GDL (Padrão) .....	59
Figura 25 – Variação zs1 da Massa Suspensa do Modelo de 3 GDL.....	61
Figura 26 – Variação zs2 da Massa Suspensa do Modelo de 3 GDL.....	61
Figura 27 – Variação zs1 da Massa Suspensa do Modelo de 5 GDL.....	61
Figura 28 – Variação zs2 da Massa Suspensa do Modelo de 5 GDL.....	61
Figura 29 – Rolagem (Roll) para o Modelo de 3 GDL .....	64
Figura 30 – Arfagem (Pitch) para o Modelo de 3 GDL .....	64
Figura 31 – Rolagem (Roll) para o Modelo de 5 GDL (Padrão) .....	64
Figura 32 – Arfagem (Pitch) para o Modelo de 5 GDL (Padrão) .....	64

Figura 33 – Roda Dianteira Esquerda ( <i>zm1</i> ) do Modelo de 3 GDL.....	67
Figura 34 – Roda Dianteira Direita ( <i>zm2</i> ) do Modelo de 3 GDL .....	67
Figura 35 – Roda Dianteira Esquerda ( <i>zm1</i> ) do Modelo de 5 GDL.....	67
Figura 36 – Roda Dianteira Direita ( <i>zm2</i> ) do Modelo de 5 GDL .....	67
Figura 37 – Análise Geral de Capotamento para o Modelo de 3 GDL.....	69
Figura 38 – Análise Geral de Capotamento para o Modelo de 5 GDL.....	69
Figura 39 – Segmentação das Curvas do Circuito Sonoma Raceway (SEM).....	70
Figura 40 – Suspensão de Eixo Rígido .....	78
Figura 41 – Suspensão de MacPherson.....	79
Figura 42 – Sistema de Suspensão Duplo A .....	80
Figura 43 – Sistema de Suspensão Multi-Link .....	80
Figura 44 – Modelo Semiativo de Suspensão .....	81
Figura 45 – Modelos de Suspensão Ativa Parcialmente e Totalmente Carregados...	82

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação da Área Frontal dos Projetos de 2016 e 2017.....	32
Tabela 2 – Dados do Protótipo .....	50
Tabela 3 – Parâmetros de Amortecimento e Rigidez .....	51
Tabela 4 – Valores de SSF para as Principais Classes de Veículos .....	65
Tabela 5 – Parâmetros dos Modelos de 3 e 5 GDL.....	71
Tabela 6 – Energia Cinética Dissipada dos Modelos de 3 e 5 GDL .....	71

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CAD	Computer Aided Desing (Desenho Assistido por Computador)
CG	Centro de Gravidade
DCL	Diagrama de Corpo Livre
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EUA	Estados Unidos da América
GDL	Graus de Liberdade
SAE	Society of Automotive Engineers (Sociedade de Engenheiros Automotivos)
SEM	Shell Eco-marathon (Maratona Ecológica da Shell)
SSF	Static Stability Factor (Fator de Estabilidade Estática)
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina

## LISTA DE SÍMBOLOS

$[M]$	Matriz de massa	[ - ]
$[C]$	Matriz de amortecimento	[ - ]
$\{\ddot{z}(t)\}$	Vetor de aceleração no domínio do tempo	[ - ]
$\{\dot{z}(t)\}$	Vetor de velocidade no domínio do tempo	[ - ]
$\{z(t)\}$	Vetor de deslocamento no domínio do tempo	[ - ]
$\{F(t)\}$	Vetor de força no domínio do tempo	[ - ]
$\phi$	Rotação da carroceria em torno do eixo $x$	[rad]
$\dot{\phi}$	Velocidade angular da carroceria em torno do eixo $x$	[rad/s]
$\ddot{\phi}$	Aceleração angular da carroceria em torno do eixo $x$	[rad/s <sup>2</sup> ]
$\theta$	Rotação da carroceria em torno do eixo $y$	[rad]
$\dot{\theta}$	Velocidade angular da carroceria em torno do eixo $y$	[rad/s]
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular da carroceria em torno do eixo $y$	[rad/s <sup>2</sup> ]
$z_s$	Deslocamento vertical da massa suspensa	[m]
$\dot{z}_s$	Velocidade vertical da massa suspensa	[m/s]
$\ddot{z}_s$	Aceleração vertical da massa suspensa	[m/s <sup>2</sup> ]
$z_{s1}$	Deslocamento da massa suspensa na extremidade frontal esquerda	[m]
$\dot{z}_{s1}$	Velocidade da massa suspensa na extremidade frontal esquerda	[m/s]
$z_{s2}$	Deslocamento da massa suspensa na extremidade frontal direita	[m]
$\dot{z}_{s2}$	Velocidade da massa suspensa na extremidade frontal direita	[m/s]
$z_{m1}$	Deslocamento da massa não suspensa da roda dianteira esquerda	[m]
$\dot{z}_{m1}$	Velocidade da massa não suspensa da roda dianteira esquerda	[m/s]
$\ddot{z}_{m1}$	Aceleração da massa não suspensa da roda dianteira esquerda	[m/s <sup>2</sup> ]
$z_{m2}$	Deslocamento da massa não suspensa da roda dianteira direita	[m]
$\dot{z}_{m2}$	Velocidade da massa não suspensa da roda dianteira direita	[m/s]
$\ddot{z}_{m2}$	Aceleração da massa não suspensa da roda dianteira direita	[m/s <sup>2</sup> ]
$M$	Massa suspensa do modelo teórico de suspensão	[kg]
$m_s$	Massa suspensa do modelo proposto	[kg]
$m$	Massa não suspensa do modelo teórico de suspensão	[kg]
$m_1$	Massa não suspensa da roda dianteira esquerda	[kg]
$m_2$	Massa não suspensa da roda dianteira direita	[kg]
$k_s$	Constante de rigidez do modelo teórico de suspensão	[N/m]

$k_1$	Constante de rigidez da roda dianteira esquerda	[N/m]
$k_2$	Constante de rigidez da roda dianteira direita	[N/m]
$k_t$	Constante de rigidez do pneu	[N/m]
$c_s$	Constante de amortecimento do modelo teórico de suspensão	[N.s/m]
$c_1$	Constante de amortecimento da roda dianteira esquerda	[N.s/m]
$c_2$	Constante de amortecimento da roda dianteira direita	[N.s/m]
$c_{tx}$	Constante de amortecimento referente ao atrito mecânico na rotação da carroceira em torno do eixo $x$	[N.s/m]
$c_{ty}$	Constante de amortecimento referente ao atrito mecânico na rotação da carroceira em torno do eixo $y$	[N.s/m]
$c_{zs}$	Constante de amortecimento referente ao atrito mecânico no deslocamento da carroceira no eixo $z$	[N.s/m]
$F_b$	Excitação externa na massa suspensa	[N]
$F_w$	Excitação externa na massa não suspensa	[N]
$I_x$	Momento de inércia ao longo do eixo $x$ (longitudinal)	[kg.m <sup>2</sup> ]
$I_y$	Momento de inércia ao longo do eixo $y$ (transversal)	[kg.m <sup>2</sup> ]
$l_f$	Distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade	[m]
$l_r$	Distância do eixo traseiro ao centro de gravidade	[m]
$t_r$	Distância da roda dianteira esquerda até o centro da bitola	[m]
$t_l$	distância da roda dianteira direita até o centro da bitola	[m]
$t_b$	distância entre rodas (bitola)	[m]
$F_{cp}$	Força centrípeta	[N]
$F_r$	Força resultante	[N]
$M_r$	Momento resultante	[N.m]
$V$	Velocidade	[m/s]
$M_t$	Massa total do protótipo	[kg]
$R$	Raio	[m]
$h_{cg}$	Distância entre centro de gravidade e pista	[m]
$P$	Força peso	[N]
$g$	Aceleração gravitacional	[m/s <sup>2</sup> ]
$N_1$	Força normal na roda dianteira esquerda	[N]
$N_2$	Força normal na roda dianteira direita	[N]
$N_3$	Força normal na roda traseira	[N]

$m$	Constante de massa de uma EDO	[kg]
$c$	Constante de amortecimento de uma EDO	[N.s/m]
$k$	Constante de rigidez de uma EDO	[N/m]
$f(t)$	Força ou excitação temporal de uma EDO	[N]
$x$	Variável dependente de uma EDO	[ - ]
$\dot{x}, \frac{dx}{dt}$	Primeira derivada temporal da variável dependente de uma EDO	[ - ]
$\ddot{x}, \frac{d^2x}{dx^2}$	Segunda derivada temporal da variável dependente de uma EDO	[ - ]
$y_1$ a $y_{10}$	Variáveis auxiliares do método de parametrização	[ - ]
$\dot{y}_1, \frac{dy_1}{dt}$	Primeira derivada temporal da variável auxiliar 1 do método de parametrização	[ - ]
$\dot{y}_2, \frac{dy_2}{dt}$	Primeira derivada temporal da variável auxiliar 2 do método de parametrização	[ - ]
$t$	Instante de tempo	[s]
$E_c$	Varição da energia cinética	[J]
$V_r$	Velocidade de referência	[m/s]
$V_n$	Velocidade no instante em análise	[m/s]

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 OBJETIVOS .....	18
<b>1.1.1 Objetivo Geral .....</b>	<b>19</b>
<b>1.1.2 Objetivos Específicos .....</b>	<b>19</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>20</b>
2.1 DINÂMICA VEICULAR .....	20
2.2 SISTEMA DE SUSPENSÃO .....	22
2.3 EQUIPE EFICEM E SHELL ECO-MARATHON.....	24
2.4 PROTÓTIPOS AUTOMOTIVOS ULTRA EFICIENTES .....	26
<b>2.4.1 Requisitos de Projeto.....</b>	<b>27</b>
<b>2.4.2 Carenagem e Chassi .....</b>	<b>28</b>
<b>2.4.3 Aerodinâmica e Área Frontal.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4.4 Dirigibilidade e Ergonomia .....</b>	<b>32</b>
2.5 SISTEMA DE SUSPENSÃO EM PROTÓTIPOS DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA .....	34
<b>3 METODOLOGIA DA MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>	<b>36</b>
3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO MATEMÁTICO .....	36
<b>3.1.1 Modelo de 3 Graus de Liberdade (Veículo Original).....</b>	<b>37</b>
<b>3.1.2 Modelo de 5 Graus de Liberdade (Veículo com Suspensão) .....</b>	<b>39</b>
3.2 SIMULAÇÃO E MÉTODOS COMPUTACIONAIS .....	43
3.3 CONDIÇÕES DE CAPOTAMENTO E EQUILÍBRIO ESTÁTICO .....	46
3.4 DADOS CONSTRUTIVOS DO PROTÓTIPO .....	49
3.5 MAPEAMENTO DO CIRCUITO .....	51
3.6 MÉTODO CIRCLE FIT .....	53
<b>4 RESULTADOS .....</b>	<b>57</b>
4.1 VARIAÇÃO DA ALTURA DO CENTRO DE GRAVIDADE NO PERCURSO.....	58
4.2 MOVIMENTO DOS PONTOS 1 E 2 DA MASSA SUSPensa NO PERCURSO .....	60
4.3 ROLAGEM (ROLL) E ARFAGEM (PITCH) EM CURVAS .....	62
4.4 CÁLCULO DO SSF.....	65
4.5 ANÁLISE DE CAPOTAMENTO .....	66
4.6 EFICIÊNCIA ENERGÉTICA .....	70
<b>5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>73</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>76</b>



<b>ANEXO A – SISTEMAS DE SUSPENSÃO .....</b>	<b>78</b>
<b>ANEXO B – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS (MATLAB) .....</b>	<b>83</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Eficiência energética é um tema amplamente abordado na indústria nos dias atuais, pois ela busca o máximo desempenho utilizando a menor quantidade de energia possível. Prova disso são os investimentos de universidades e empresas em pesquisas e o grande incentivo da iniciativa privada na busca da economia dos recursos naturais, enquadrando-se nas normas governamentais e nas tendências da sociedade moderna e, dessa maneira, atingindo maior economia e sustentabilidade ambiental.

O setor automotivo segue o mesmo rumo, pois se baseia em soluções inovadoras, como criação de veículos híbridos (motor elétrico e de combustão interna atuando simultaneamente), utilização de materiais leves e aperfeiçoamento da aerodinâmica, por exemplo. Já as universidades incentivam pesquisas e projetos de extensão para que novas ideias possam surgir no mundo automobilístico. Como um dos principais projetos, pode-se citar as equipes de eficiência energética, as quais tem como o objetivo estudar, desenvolver e criar protótipos automotivos que percorram a máxima distância consumindo a menor quantidade de combustível possível.

Neste cenário, os carros em questão não seguem as normas governamentais, mas devem estar de acordo com o regulamento das competições nas quais a equipe irá participar, podendo-se citar a Shell Eco-marathon (SEM) como a principal delas. Esta é uma competição anual patrocinada pela Shell Oil Company, voltada ao design e construção de veículos que desempenham a melhor eficiência em consumo de combustível, e ocorre em quatro diferentes continentes. O princípio da competição é projetar um protótipo automotivo que utilize a menor quantidade de energia para trafegar a maior distância possível, dentro das categorias de motor de combustão interna (gasolina, diesel ou etanol), energia elétrica e célula de combustível de hidrogênio.

Como um dos fatores primordiais para o desenvolvimento de protótipos ultra eficientes é o peso, várias equipes optam por projetar veículos simples, evitando a utilização de componentes comuns encontrados em carros urbanos. Porém, dado que o principal objetivo do projeto é o de atingir a máxima eficiência energética possível, deve-se analisar o rendimento do veículo independentemente do seu peso. Assim, a inserção de determinados componentes mecânicos no protótipo, como um sistema de suspensão, pode contribuir significativamente para a sua eficiência final.

De maneira geral, um sistema de suspensão possui três finalidades principais: fornecer segurança aos ocupantes (mantendo o contato do pneu com o solo), proporcionar uma dinâmica de dirigibilidade adequada ao veículo (evitando rolamento do carro em curvas e efeitos de *bounce* e *pitch* em retas) e transmitir conforto aos ocupantes (isolando a massa suspensa<sup>1</sup> das perturbações provenientes da superfície irregular da pista). Tais requisitos são obtidos pela inclusão de componentes mecânicos entre os pneus e a carroceria, sendo os principais a mola e o amortecedor (GILLESPIE, 1992).

Assim, este trabalho busca estudar a dinâmica veicular de um protótipo automotivo ultra eficiente, tomando como base os projetos da equipe Eficem da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Através de modelagens matemáticas e simulações computacionais via Matlab, será possível descrever as equações dinâmicas do movimento do veículo, inserindo um sistema de suspensão dianteiro e comparando os resultados finais em termos de eficiência. Por fim, serão discutidas as vantagens e desvantagens do uso do sistema de suspensão do modelo em questão, assim como a análise de possíveis capotamentos em curvas.

O modelo teórico de suspensão será aplicado nas rodas dianteiras do protótipo, com o objetivo de aprimorar seu desempenho dinâmico. Dessa forma, espera-se que o veículo possa realizar curvas em maiores velocidades, garantindo o contato pneu/pista ao longo de todo o trajeto e evitando possíveis capotamentos.

Os protótipos ultra eficientes possuem uma geometria diferenciada em relação aos carros urbanos convencionais (veículo compacto, leve e de apenas três rodas, sendo duas delas dianteiras e uma traseira). Portanto, será realizada uma nova modelagem da dinâmica veicular, junto à análise do seu comportamento com e sem um sistema de suspensão.

## 1.1 OBJETIVOS

Para resolver a problemática da modelagem dinâmica e análise de sistema de suspensão de protótipo automotivo ultra eficiente, propõe-se neste trabalho os seguintes objetivos.

---

<sup>1</sup> Como a modelagem dinâmica deste trabalho é realizada para um veículo de 3 rodas, considera-se como massa não suspensa as rodas dianteiras e sistema de suspensão. Todo o restante do veículo, incluindo roda traseira e piloto, é considerado como massa suspensa.

### **1.1.1 Objetivo Geral**

Modelar a dinâmica de um protótipo automotivo ultra eficiente com um sistema de suspensão dianteiro, utilizando como base os veículos da equipe Eficem da Universidade Federal de Santa Catarina, analisando suas vantagens, desvantagens e possíveis capotamentos em curvas.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Modelar matematicamente a dinâmica veicular de um protótipo automotivo ultra eficiente;
- Mapear o circuito oficial adotado nas provas da Shell Eco-marathon;
- Simular a dinâmica do modelo via Matlab;
- Analisar possíveis capotamentos em curvas com e sem um sistema de suspensão no protótipo, assim como a ação dos principais efeitos da dinâmica veicular;
- Avaliar a aplicabilidade deste mecanismo em termos de eficiência energética.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Num mundo onde a otimização de recursos naturais e sustentabilidade ao meio ambiente se tornam cada vez mais presentes, vários setores industriais se encontram em constante mudança. Como prova disso, pesquisas e inovações de universidades são aplicadas na indústria, com o objetivo de aprimorar o mercado atual, incluindo o setor automotivo.

Dentre os vários exemplos, é possível citar os protótipos de eficiência energética, os quais utilizam energia limpa e possuem um consumo extremamente baixo para seu funcionamento. Porém, apesar de serem muito competentes, sua tecnologia embarcada é relativamente simples, fator este que compromete a dirigibilidade, conforto e segurança de seus usuários.

Como possível solução para essa questão, será estudado a inclusão de um sistema de suspensão nesses veículos, com uso de metodologia analítica baseada nas leis da física, possibilitando obter a relação entre os parâmetros do veículo e os resultados desejados em termos de desempenho dos mesmos. As forças dominantes no protótipo são provenientes do contato pneu/solo, gravidade e, em altas velocidades, a aerodinâmica. Assim, a suspensão e os pneus são os maiores responsáveis por garantir uma boa dirigibilidade, desempenho e conforto ao ocupante.

Portanto, este capítulo busca apresentar os conceitos teóricos relevantes para o desenvolvimento deste trabalho, descrevendo os principais temas que serviram de base para a fundamentação e obtenção dos resultados adquiridos.

### 2.1 DINÂMICA VEICULAR

Dentre as várias áreas que formam o ramo de estudo da engenharia automotiva, a dinâmica veicular é uma das mais relevantes. Ela se baseia na mecânica clássica, porém utiliza conceitos da engenharia elétrica, química, psicologia, entre outras. Seu foco está contido em veículos terrestres que contenham rodas e pneus, e também aborda conceitos de movimento (posições, velocidades e acelerações) e esforços aplicados no automóvel (GILLESPIE, 1992).

Existem alguns fatores extremamente importantes para o entendimento do comportamento dinâmico de um veículo, como estudos do motorista e do ambiente. O primeiro deles é responsável pelo controle do volante, pedais de aceleração, freio, embreagem e seletor de marcha. Já o segundo está relacionado ao clima, densidade de tráfego e percurso.

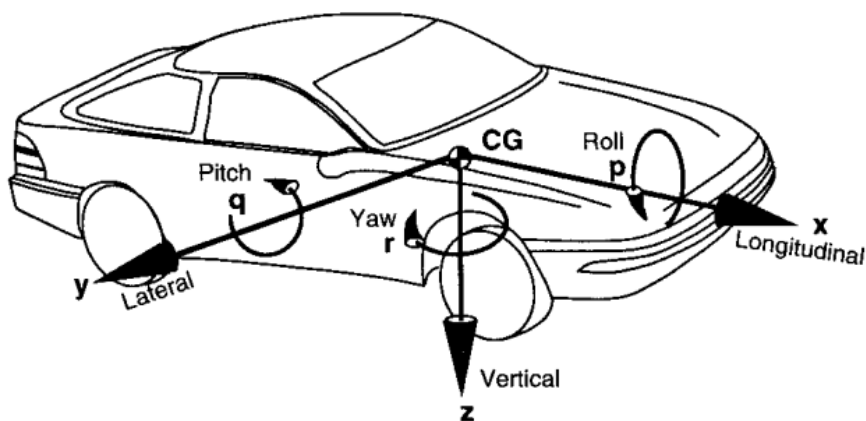
Segundo Gillespie (1992), a dinâmica veicular procura avaliar o movimento do veículo por meio do entendimento das forças que nele atuam, e as equações e modelos matemáticos utilizados nesse trabalho provém de sua obra. Através da dinâmica veicular também é possível entender, modelar e projetar sistemas de suspensão nos mais diversos veículos, os quais têm a função de minimizar a transmissão de irregularidades da pista e de melhorar a dirigibilidade do motorista para garantir mais segurança (DREHMER, 2012).

A literatura de Gillespie (1992) divide os estudos de dinâmica veicular em três grandes áreas: movimento longitudinal, lateral e vertical.

- A dinâmica longitudinal estuda o movimento longitudinal ( $x$ ) e as rotações em torno de ( $y$ ), em resposta aos torques aplicados;
- A dinâmica lateral compreende o movimento lateral ( $y$ ) e as rotações em ( $x$ ) e ( $z$ ), resultantes do esterçamento do volante;
- A dinâmica vertical aborda o movimento vertical ( $z$ ) e os conceitos de rotação *roll* ( $x$ ), *pitch* ( $y$ ) e também *yaw* ( $z$ ).

Na Figura 1 está representado o sistema de coordenadas utilizado na obra de Gillespie com base na Society of Automotive Engineers (SAE).

Figura 1 – Sistemas de Coordenadas SAE

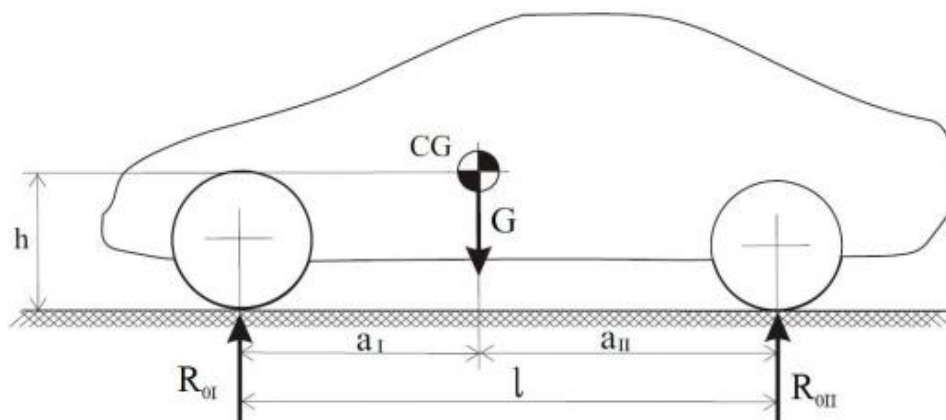


Fonte: Gillespie (1992)

Outro parâmetro importante para cálculos é o centro de gravidade (CG). Segundo Leal, Da Rosa e Nicolazzi (2012), a função do CG é representar a massa total do veículo concentrada

num único ponto, no qual é possível aplicar as forças e momentos existentes nas diversas situações nas quais ele se encontra (Figura 2).

Figura 2 – Representação do CG num Plano Bidimensional



Fonte: Leal, Da Rosa e Nicolazzi (2012)

## 2.2 SISTEMA DE SUSPENSÃO

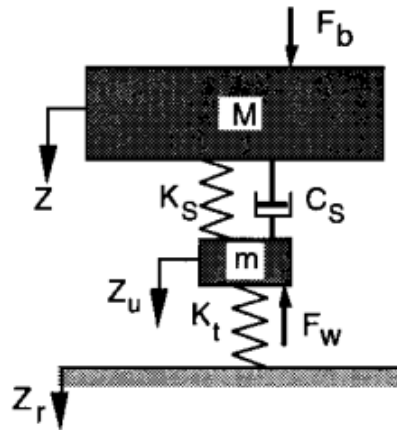
A suspensão é um dos principais conjuntos de um veículo automotivo, afinal, ela tem o papel de garantir o contato pneu/pista, fornecer conforto aos usuários e ainda facilitar a execução de curvas em velocidades mais elevadas, garantindo, assim, mais estabilidade. Como definiram Reimpell, Stoll e Betzler (2001), a suspensão é responsável por proporcionar dirigibilidade, conforto e segurança nas diversas situações existentes, como veículo carregado/descarregado, aceleração/frenagem, direção em linha reta/curvas e pistas regulares/irregulares.

Uma das principais funções da suspensão é a de isolar, da melhor maneira possível, a massa suspensa das perturbações provenientes da superfície irregular da estrada. Para isso, as rodas e as massas integrantes, chamadas de massas não suspensas, são ligadas à carroceria do veículo, o que permite seu movimento relativo, principalmente na direção vertical. Essas perturbações são transmitidas para os amortecedores e elementos da suspensão (GENTA; MORELLO, 2009).

Outra função primordial do sistema de suspensão, segundo Gillespie (1992), é sua contribuição direta para o desempenho do veículo em pista, tanto em curva, aliviando os esforços provenientes da dinâmica lateral e permitindo sua execução em maiores velocidades, quanto em linha reta, gerando maior estabilidade e controle do carro perante a esforços causados por acelerações e frenagens mais intensas (dinâmica longitudinal).

De maneira geral, o sistema de suspensão pode ser representado pelo modelo teórico da Figura 3, indicado abaixo.

Figura 3 – Modelo Teórico de Suspensão



Fonte: Gillespie (1992)

Nela, observa-se a presença de três parâmetros principais: massa suspensa ( $M$ ), mola ( $k_s$ ) e amortecedor ( $c_s$ ), os quais estão ligados a outros dois parâmetros fundamentais: massa não suspensa ( $m$ ) e rigidez do pneu ( $k_t$ ). Destaca-se também as excitações externas da massa suspensa ( $F_b$ ) e da massa não suspensa ( $F_w$ ).

A suspensão veicular acompanha as diferenças entre as categorias de veículos, através de seus parâmetros e características específicas. No mercado automotivo, há muitos fabricantes que disponibilizam seus produtos (mola e amortecedores) de diferentes modelos. Esses valores são definidos de acordo com o projeto do carro, o qual considera a massa, o motor, a velocidade, o pneu, o preço ao consumidor e o fator de segurança. Portanto, deve-se adotar valores de rigidez e amortecimento em função das características do veículo e desempenho de interesse do mesmo.

Um veículo convencional pode necessitar de um amortecimento maior caso se movimente em vias irregulares. Buscando maior estabilidade direcional em curvas para uma condução mais segura, deve-se utilizar uma suspensão rígida e, conseqüentemente, menos confortável.

No caso dos protótipos de eficiência energética, o foco no sistema de suspensão não está contido em aliviar as excitações provenientes das irregularidades da via, mas sim maximizar seu desempenho em termos de dirigibilidade, principalmente em situações de curva, promovendo mais estabilidade ao veículo e permitindo que o condutor possa trabalhar com



maiores velocidades em tais condições. Portanto, deve-se adotar valores de amortecimento e rigidez de acordo com a otimização do projeto, buscando um ganho de eficiência e melhor controle do protótipo por parte do piloto.

### 2.3 EQUIPE EFICEM E SHELL ECO-MARATHON

Eficem é uma equipe de eficiência energética formada por estudantes da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, a qual tem como objetivo desenvolver protótipos automotivos ultra eficientes para a participação de competições nacionais e internacionais. Ela foi fundada em 2012, após a união de duas diferentes equipes: Feneco e Catarina, ambas da UFSC.

Neste projeto os integrantes são estudantes de engenharia dos sete diferentes cursos do campus, todos voluntários. Além da criação de protótipos elétricos e de combustão interna, os futuros engenheiros são responsáveis por administrar o time, estabelecer relação com os patrocinadores e efetuar a logística/planejamento para participação nas competições como atividades extracurriculares da sua formação.

Dentre todas as competições que o Eficem participa, a principal delas é a Shell Eco-marathon. Essa é uma competição internacional de eficiência energética promovida pela Shell Oil Company, na qual os participantes são estudantes de escolas e universidades de vários países do mundo. Nela, as equipes têm o objetivo de desenvolver veículos automotivos que alcancem a maior eficiência de combustível possível (SHELL ECO-MARATHON, 2016). Portanto, o vencedor não é aquele que completa a prova mais rapidamente, mas sim o que consome menos combustível num dado percurso dentro de um tempo determinado.

A ideia surgiu em 1939 no laboratório de pesquisa da Shell, nos Estados Unidos, quando cientistas estabeleceram uma aposta amigável para descobrir quem conseguiria realizar a maior distância por galão de combustível. A primeira competição oficial ocorreu na França, em 1985, e contou com a presença de milhares de jovens estudantes e cientistas de mais de 20 países europeus. Hoje, ela ocorre anualmente em 4 diferentes continentes e conta com a presença de mais de 100 times por etapa (SHELL ECO-MARATHON, 2016).

Há duas classes de veículos dentro da SEM: protótipo e conceito urbano, as quais são divididas em três categorias: bateria elétrica, célula de combustível de hidrogênio e motor de combustão interna (gasolina, diesel ou etanol). Todas elas são avaliadas de forma independente, portanto, existe um vencedor para cada categoria, e a escolha de participar ou não de cada uma delas vai de acordo com as aptidões e objetivos das equipes.

Ao longo dos seus oito anos, o Eficem obteve vários títulos e prêmios nas competições em que participou, estabelecendo recordes de eficiência energética e representando a UFSC e o Brasil mundo afora, com destaque para o 3º lugar na edição de 2017 da SEM Américas, disputada nos Estados Unidos, e ao título inédito de campeão da etapa brasileira no mesmo ano. Durante esse período, também foram desenvolvidos diversos protótipos nas categorias motor de combustão interna e elétrico, porém os projetos deste segundo grupo obtiveram mais sucesso nas competições, tornando-se foco da equipe no decorrer dos anos.

A Figura 4 apresenta os representantes do Eficem na edição de 2016 da SEM Americas, realizada em Detroit, EUA.

Figura 4 – Equipe Eficem na SEM Americas 2016



Fonte: Shell Eco-marathon Americas (2016)

## 2.4 PROTÓTIPOS AUTOMOTIVOS ULTRA EFICIENTES

Protótipos de eficiência energética, ou também conhecidos como protótipos ultra eficientes, são veículos automotivos projetados para atingirem a máxima eficiência energética possível. Ou seja, percorrer grandes distâncias consumindo pouco combustível.

Com grande incentivo da empresa norte-americana Shell Oil Company, através da Shell Eco-marathon, esses veículos começaram a ser projetados por estudantes de universidades de engenharia de todo o mundo, a fim de se estabelecer pesquisas e aplicações nos ramos de eficiência energética automobilística.

Para que se atinja tais resultados, algumas inovações devem ser aplicadas aos protótipos, fator este que os torna diferenciados quando comparados aos veículos urbanos comerciais. Como principais inovações, é possível perceber a existência de 3 rodas ao invés de 4 (duas dianteiras e uma traseira), geometria extremamente aerodinâmica, disponibilidade para somente um passageiro e emprego de materiais leves na sua composição estrutural.

Na Figura 5 é possível observar os protótipos automotivos ultra eficientes participantes da etapa internacional da Shell Eco-marathon Americas 2015, Detroit-MI.

Figura 5 – Protótipos de Eficiência Energética na SEM Americas 2015



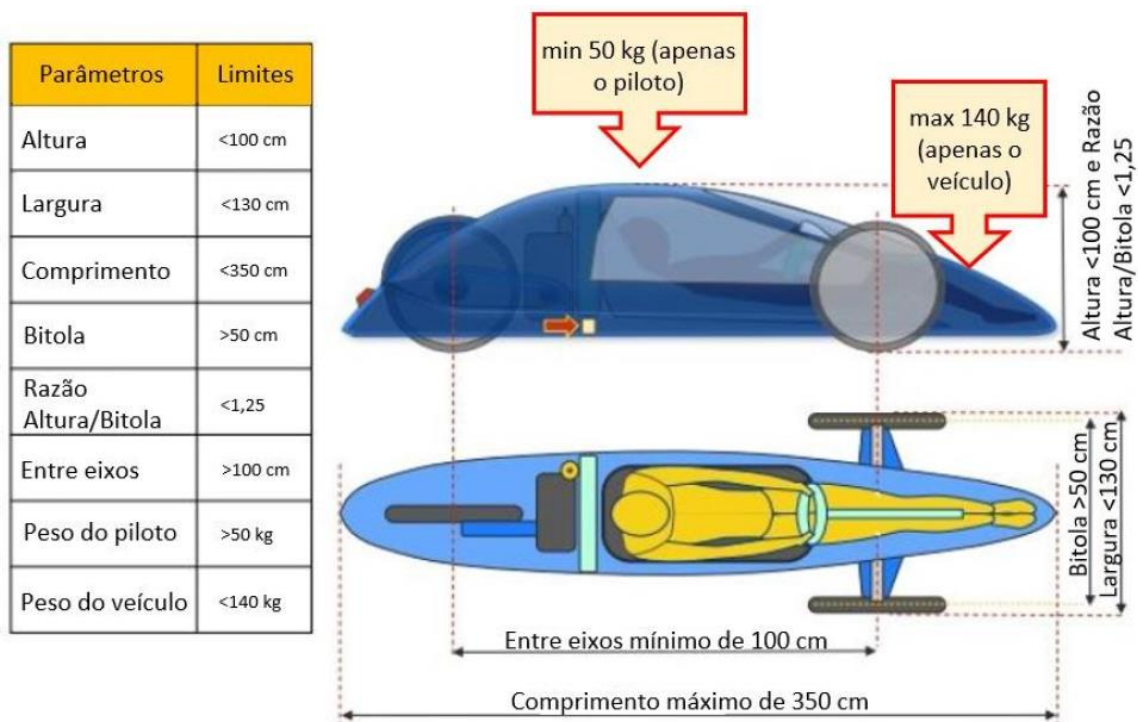
Fonte: Shell Eco-marathon Americas (2015)

### 2.4.1 Requisitos de Projeto

O regulamento da competição Shell Eco-marathon estipula algumas normas e dimensões mínimas/máximas do veículo, como distância entre eixos, espaço entre as rodas (bitola), altura, comprimento, peso total, entre outros, conforme mostrado na Figura 6.

Como requisitos obrigatórios de segurança, o protótipo deve ter, no mínimo, três rodas tocando o solo, ser totalmente fechado, possuir uma barra de rolagem e conter um corta-fogo para a proteção do piloto, além de um cinto de segurança de 5 pontos de fixação e um extintor de incêndio. Quanto à geometria e posicionamento dos componentes, não existe nenhuma norma e restrição específica de projeto.

Figura 6 – Seção do Regulamento da Shell Eco-marathon 2017



Fonte: Marquiori (2017)

Também são realizados diversos testes nos protótipos por parte dos avaliadores da SEM, a fim de garantir que os veículos projetados estejam devidamente aptos a ingressarem na pista, sem comprometer a segurança e integridade dos pilotos e demais participantes envolvidos na competição. Dentre os principais, pode-se citar a frenagem em rampa (veículo deve permanecer parado numa inclinação de aproximadamente 30°), saída completa do piloto em até dez segundos, raio de curva adequado e visibilidade apropriada nos retrovisores e para-brisa. Outro

teste muito importante é a garantia de resistência estrutural do chassi do protótipo. Para tal, ergue-se o veículo pela barra de rolagem com o piloto dentro, e a estrutura deve permanecer intacta até que o veículo seja novamente posicionado no chão (SHELL ECO-MARATHON, 2016).

Nas competições da Shell Eco-marathon, a maioria das equipes opta por projetos que contenham três rodas, sendo duas delas dianteiras e uma traseira. Ainda assim, existem equipes que preferem utilizar quatro rodas nos seus veículos (OMER, 2015). Tal configuração, porém, não é aconselhável, visto que uma roda extra aumenta o peso e a resistência ao rolamento, uma vez que existirá um pneu extra em contato com o solo. Já numa situação de curva, a diferença de velocidade entre a roda interna e a roda externa resultará em escorregamento do pneu e, conseqüentemente, perda de energia (GILLESPIE, 1992).

Segundo Santin et al. (2007), a configuração com três rodas, sendo duas na frente e uma atrás (2+1), é a mais utilizada por proporcionar uma série de vantagens. Como principais, pode-se citar a aerodinâmica, a visibilidade frontal e lateral do piloto, estabilidade e a resistência ao capotamento.

Dessa forma, deve-se levar em consideração todos os fatores acima citados para o projeto, desenvolvimento e construção de protótipos automotivos ultra eficientes, visando alcançar o melhor desempenho e eficiência energética possível, dentro das normas e requisitos estipulados pelo regulamento da Shell Eco-marathon.

#### **2.4.2 Carenagem e Chassi**

Nos últimos anos várias equipes de eficiência energética aderiram ao uso de materiais mais leves, como fibra de carbono. Esta tem se demonstrado uma ótima escolha, pois esse compósito possui uma excelente relação entre leveza e resistência (KAW, 2006).

A exemplo da equipe Eficem, a carenagem dos protótipos mais recentes é bipartida horizontalmente, sendo dividida em parte superior e inferior. O motivo de se utilizar tal configuração se deve ao fato de que a principal competição que a equipe disputa, a Shell Eco-marathon Americas, ocorre anualmente nos Estados Unidos. Dessa forma, ao se adotar uma carenagem bipartida no projeto do veículo, é possível efetuar seu transporte de maneira mais simplificada, tratando ambas as partes como bagagem despachada, dentro das normas e burocracias das companhias aéreas, reduzindo, assim, o custo final de transporte do protótipo.

Pela geometria específica e diferenciada mencionada no início desse capítulo, adotou-se o método de laminação a vácuo para fabricação dos veículos, muito usado no ramo da

engenharia naval. Este método conta com a utilização de um modelo de referência, o qual é constituído de material maciço e dará a forma desejada ao protótipo. Com o modelo já finalizado, fabrica-se um molde “negativo” de fibra de vidro, no qual será realizado o processo de laminação a vácuo. Após a cura da resina junto à fibra de carbono, extrai-se a carenagem na sua forma final, a qual se tornará completa após um curto processo de retrabalho e acabamento. Tal método está representado no esquemático da Figura 7.

Figura 7 – Método de Laminação à Vácuo em Protótipo Ultra Eficiente



Fonte: Equipe Eficem de Eficiência Energética (2015)

Após a fabricação da carenagem ser concluída, deve-se inserir as peças referentes ao chassi do protótipo. Como componentes principais, pode-se citar o sistema de direção (volante/manches, barra de direção e peças auxiliares), parafusos e porcas, esferas rotativas, rodas e sistema de freios (discos e demais componentes de frenagem). Devido ao chassi ser integrado ao corpo do carro, dispensa-se o uso excessivo de componentes metálicos (mais pesados), como barras estruturais que, por consequência, causa uma diminuição da sua massa final, resultando, dessa forma, num protótipo mais leve.

O conjunto chassi/carenagem pode ser observado na Figura 8. Completo, este veículo totaliza 22 quilogramas de massa, fator este que garantiu o título de protótipo mais leve da competição na edição de 2016 da Shell Eco-marathon Americas à equipe Eficem.

Figura 8 – Conjunto Chassi/Carenagem do Protótipo Setta Energy



Fonte: Equipe Eficem de Eficiência Energética (2015)

### 2.4.3 Aerodinâmica e Área Frontal

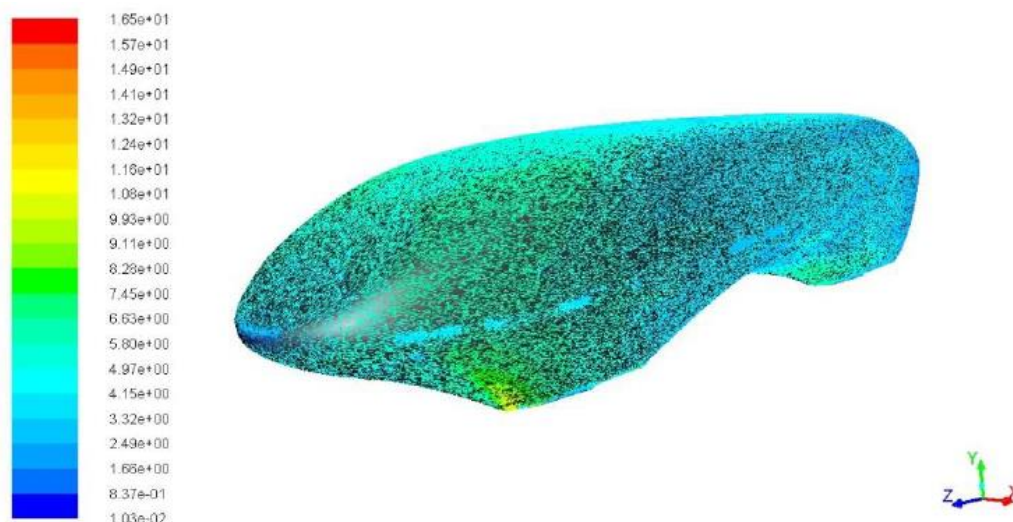
Outro parâmetro muito estudado nos protótipos automotivos ultra eficientes é a aerodinâmica, visto que este é um fator determinante para sua eficiência final. Um dos desafios a ser encarado pelos estudantes projetistas é o de garantir um coeficiente de arrasto baixo, sem reduzir muito as dimensões da carenagem, visto que é necessário disponibilizar um espaço interno adequado para a inserção dos componentes que compõe o protótipo, como sistema de direção, rodas, chassi e esquemático do posicionamento do piloto.

Com o estudo da inclusão de um sistema de suspensão no protótipo, este cenário se torna ainda mais agravante, visto que o espaço interno deverá ser maior. Dessa forma, com o aumento das dimensões da carenagem, espera-se que ocorra uma perda de eficiência mínima, porém considerável, na aerodinâmica do veículo (MITEV, 2017). Portanto, deve-se projetar um sistema de suspensão mais otimizado possível, de acordo com o espaço interno disponível, visando o desenvolvimento de uma carenagem compacta e, conseqüentemente, aerodinâmica.

Segundo Mitev (2017), busca-se nas simulações o menor valor do coeficiente de arrasto possível. Após realizar a simulação inicial da geometria proposta, realiza-se um acabamento dos cantos vivos, onde há indicação de zona de alta pressão ou turbulência, os quais são reprojetados e suavizados, visando a máxima redução do consumo de energia pelo protótipo para vencer a resistência aerodinâmica existente.

Na Figura 9 é possível identificar uma simulação realizada em um dos protótipos da equipe Eficem, a qual indica um coeficiente de arrasto de 0,11.

Figura 9 – Simulação Aerodinâmica de Protótipo Ultra Eficiente



Fonte: Neto (2017)

Porém a análise da carenagem como um todo não é suficiente para definir uma boa aerodinâmica. Dessa forma, realiza-se um estudo apropriado da área frontal do veículo, visto que ela é responsável por grande parcela do coeficiente de arrasto (CARELLO, 2014).

De maneira geral, é possível posicionar as rodas dianteiras dentro do veículo. Esta opção possui como vantagem o cobrimento das mesmas, evitando arrastos aerodinâmicos excessivos nestes componentes. Porém ela exige maiores dimensões laterais da carenagem.

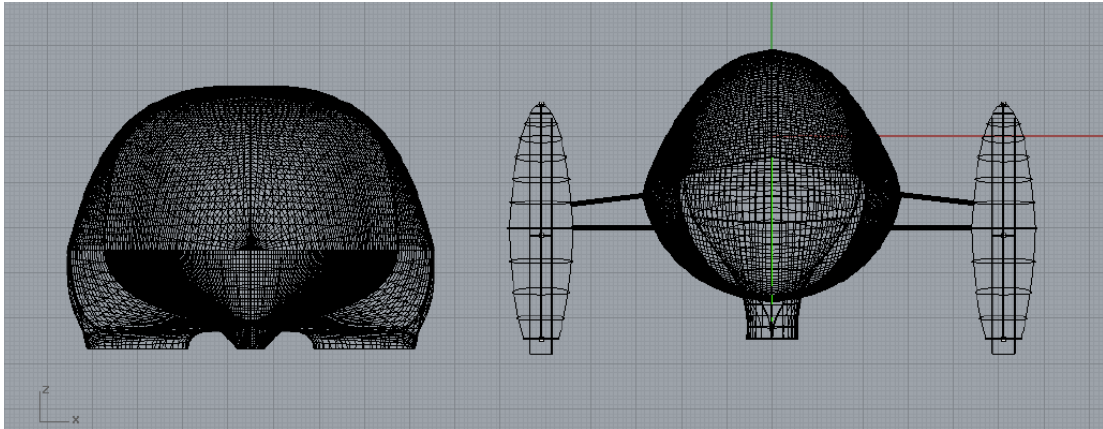
Existe ainda uma segunda possível configuração de montagem, a qual consiste em manter as rodas do protótipo na parte externa do veículo. Esta possui como vantagem a redução significativa das dimensões laterais da carenagem, porém as rodas são diretamente expostas ao ar, sendo necessário cobri-las com capas apropriadas ou estruturas similares para evitar atritos aerodinâmicos excessivos.

A Figura 10 ilustra um estudo desenvolvido pelo autor deste trabalho junto à equipe Eficem, o qual compara as dimensões da área frontal do protótipo 2016 (esquerda) com o projeto proposto para 2017 (direita).

Por sua vez, a Tabela 1 traz tal comparação em valores. Nela, calcula-se que houve uma redução de 12,8% da área frontal do novo projeto, fator este que contribui diretamente para a otimização aerodinâmica do protótipo.



Figura 10 – Comparação da Área Frontal dos Projetos de 2016 e 2017



Fonte: Autor (2016)

Tabela 1 – Comparação da Área Frontal dos Projetos de 2016 e 2017.

Carenagem	Área Frontal (cm <sup>2</sup> )
Protótipo 2016	3932
Protótipo 2017	3484

Fonte: Autor (2016)

Portanto, ao avaliar os requisitos aerodinâmicos dos protótipos ultra eficientes, conclui-se que uma geometria com baixos valores de coeficiente de arrasto limita significativamente as dimensões do veículo. Dessa forma, deve-se projetar os componentes e sistemas internos, incluindo o conjunto de suspensão, da maneira mais otimizada possível, pensando na sua eficiência final como um todo.

#### 2.4.4 Dirigibilidade e Ergonomia

Pela necessidade de atingir a máxima eficiência energética possível, os protótipos são relativamente pequenos, fator este que os torna mais complexos, exigindo maior precisão quanto à disposição dos elementos mecânicos, distribuição do peso e, principalmente, posicionamento do piloto.

Na maioria dos veículos da categoria o condutor se encontra em posição horizontal (deitado), devido às características da sua geometria e também pelo comprimento do protótipo ser relativamente maior do que sua altura (Figura 11). Esse é um dos fatores que demandam estudo e análise prévia, pois é necessário que se tenha um bom campo de visão para a execução

de uma dirigibilidade adequada, além de todos os critérios mínimos de conforto existentes e da garantia da segurança e integridade do piloto.

Figura 11 – Ergonomia do Protótipo Setta Energy



Fonte: Equipe Eficem de Eficiência Energética (2015)

Pelo espaço limitado, da extrema simplificação do protótipo (em função do ganho de eficiência energética) e de uma área frontal pequena (devido à aerodinâmica e demais requisitos exigidos pelo regulamento da Shell Eco-marathon), deve-se realizar um estudo aprofundado e otimizado sobre os valores de rigidez e amortecimento a serem adotados num sistema de suspensão para protótipos de eficiência energética, visto que eles possuem limitações de projeto quando comparados a veículos comuns. Porém, por serem veículos extremamente leves, é possível que se obtenha vantagens quanto à construção e implementação de tais modelos.

Os estudos teóricos e discussões dos valores de rigidez e amortecimento a serem adotados, em funções de situações e condições específicas nas quais o protótipo se encontra, serão discutidos nos capítulos seguintes deste trabalho.

## 2.5 SISTEMA DE SUSPENSÃO EM PROTÓTIPOS DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA

Muitos são os detalhes existentes no desenvolvimento dos diferentes componentes que dão forma aos protótipos automotivos ultra eficientes, os quais necessitam ser projetados cuidadosamente para o sucesso do projeto. Com grande incentivo da Shell Oil Company nas competições anuais da Shell Eco-marathon, as equipes participantes trabalham em soluções inovadoras, buscando, dessa forma, aprimorar a eficiência energética de seus veículos e, como consequência, conquistar o tão almejado título da competição.

A SEM oferece premiações em diferentes categorias, como melhor projeto, inovação, protótipo mais leve da competição, resistência estrutural, dentre outros (SHELL ECO-MARATHON, 2016). Portanto, além de buscarem maior eficiência energética, as equipes também podem ser premiadas ao apresentarem ideias arrojadas para a solução dos desafios enfrentados na competição.

Conforme mencionado anteriormente, um problema crítico para a maioria das equipes participantes da Shell Eco-marathon é o de contornar a grande perda energética recorrente das frenagens ao longo do circuito, principalmente em situações de curva. Neste sentido, uma solução viável seria o desenvolvimento de um sistema de suspensão dianteiro para os protótipos de eficiência energética, o qual possibilitaria ao veículo executar curvas em maiores velocidades, evitando-se a necessidade de frenagens abruptas.

Segundo Carlsen e Oma (2017), é possível desenvolver um sistema de suspensão eficaz sem agregar muita massa ao protótipo. Para isso, recorre-se a elementos mecânicos mais leves, como amortecedores e freios à disco hidráulicos de bicicletas da categoria *mountain bike*. Além disso, seria possível desenvolver uma estrutura conhecida como duplo A, presente em diversos veículos urbanos, no intuito de proporcionar movimento vertical às rodas e efetuar o acoplamento de todos os componentes, formando o sistema de suspensão.

A Figura 12 mostra uma estrutura de elementos de suspensão do tipo duplo A (esquerda) e o sistema de suspensão completo (direita), possível de ser implementado nas rodas dianteiras de protótipos automotivos ultra eficientes. O Anexo A traz um resumo dos principais sistemas mecânicos de suspensão passiva existentes no mercado (incluindo o duplo A), com detalhes da construção e funcionamento de cada um deles, além de uma breve introdução sobre suspensões semiativas e ativas.

Figura 12 – Sistema de Suspensão Duplo A para Protótipos Ultra Eficientes



Fonte: Carlsen e Oma (2017)

### 3 METODOLOGIA DA MODELAGEM NUMÉRICA

Esse capítulo apresenta a metodologia empregada na elaboração deste trabalho. Através do desenvolvimento matemático proveniente da 2ª Lei de Newton ( $\sum F = m \cdot a$ ), é possível obter as equações dinâmicas do modelo em questão, as quais servem como base para os cálculos e implementações do sistema de suspensão. Serão detalhadas as considerações e embasamentos teóricos utilizados para a dedução das equações, junto aos métodos computacionais e simulações realizadas por meio do Matlab.

#### 3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO MATEMÁTICO

O estudo do movimento de um veículo é iniciado através da sua modelagem dinâmica, a qual envolve seus graus de liberdade (GDL)<sup>2</sup> e a determinação do seu sistema de coordenadas. Uma vez definidos, é possível formular as equações diferenciais dinâmicas do modelo.

Segundo Rao (2008), existem “N” equações para um sistema com “N” graus de liberdade, ou seja, uma equação para cada GDL. De modo geral, elas estão na forma de equações diferenciais ordinárias (EDO) acopladas, isto é, cada equação envolve todas as coordenadas.

As equações de equilíbrio dinâmico que governam a resposta do sistema podem ser expressas na forma matricial, conforme a equação (1).

$$[M]\{\ddot{z}(t)\} + [C]\{\dot{z}(t)\} + [K]\{z(t)\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

Ela possui parâmetros de massa, amortecimento e rigidez escritos na forma de matrizes, junto a vetores de aceleração, velocidade, deslocamento e força, os quais se encontram no domínio do tempo. Todos eles estão especificados abaixo.

- $[M]$  – matriz de massa;
- $[C]$  – matriz de amortecimento;
- $[K]$  – matriz de rigidez;
- $\{\ddot{z}(t)\}$  – vetor de aceleração no domínio do tempo;

---

<sup>2</sup> O número de graus de liberdade de um veículo equivale à quantidade de variáveis independentes presentes no seu modelo.

- $\{\dot{z}(t)\}$  – vetor de velocidade no domínio do tempo;
- $\{z(t)\}$  – vetor de deslocamento no domínio do tempo;
- $\{F(t)\}$  – vetor de força no domínio do tempo.

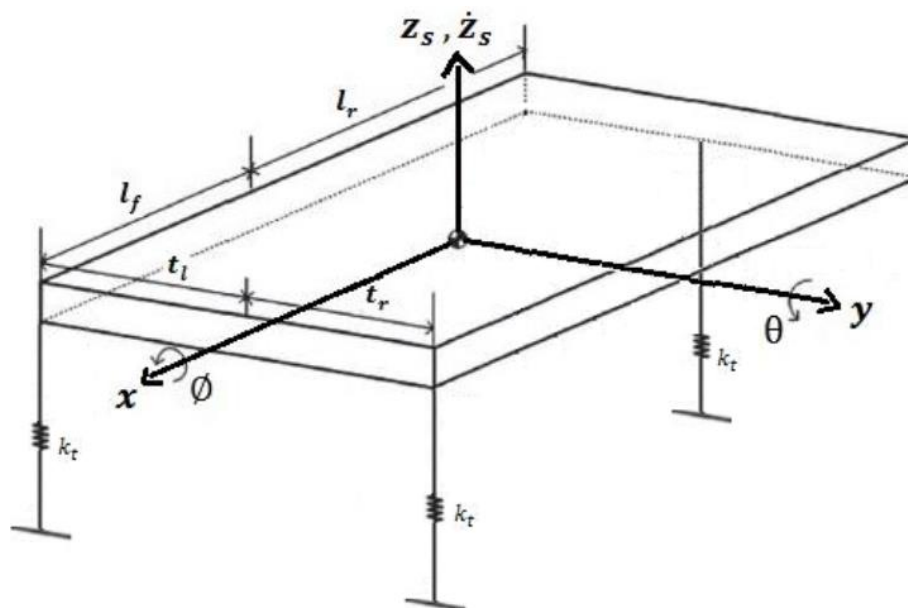
Para veículos comuns de quatro rodas, os quais possuem um sistema de suspensão em cada uma delas, encontra-se sete GLD. Porém, como este trabalho estuda a modelagem dinâmica de um protótipo automotivo ultra eficiente, o qual possui três rodas (sendo duas dianteiras e uma traseira), observa-se um número de graus de liberdade menor.

Portanto, serão propostos dois modelos para o estudo deste trabalho: o primeiro deles representa a atual configuração dos protótipos ultra eficientes, ou seja, sem um sistema de suspensão (modelo de 3 GLD). Já o segundo terá um conjunto de suspensão nas suas rodas dianteiras (modelo de 5 GDL), possibilitando análises aprofundadas da sua dinâmica em função da eficiência final.

### 3.1.1 Modelo de 3 Graus de Liberdade (Veículo Original)

Inicialmente, considera-se o modelo sem parâmetros de amortecimento e rigidez, o qual está ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Modelo Matemático de 3 Graus de Liberdade



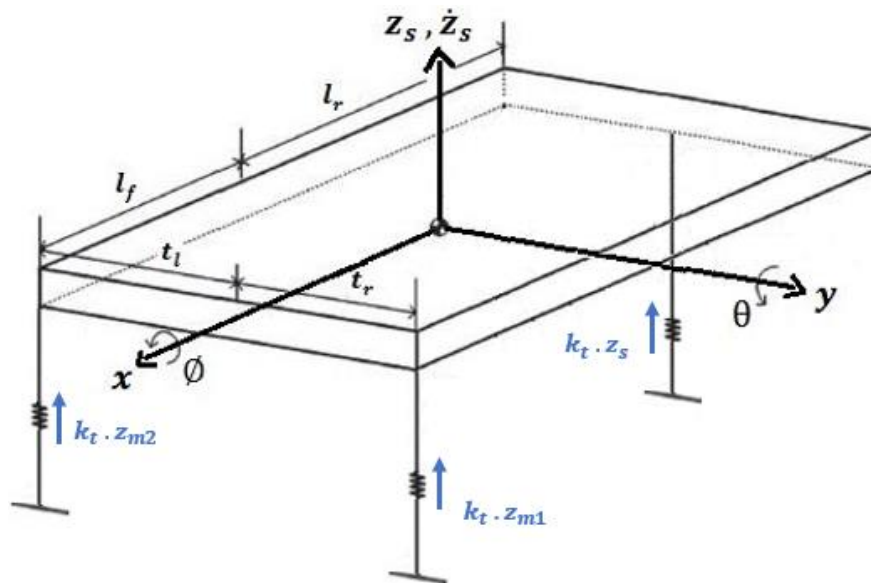
Fonte: Autor (2020)

O modelo acima representa um protótipo de eficiência energética. Ele possui três graus de liberdade, correspondentes ao deslocamento vertical da massa em  $z$  (*bounce*), e suas rotações em  $x$  e  $y$ , denominadas, respectivamente, rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*), e são representados pelas variáveis abaixo.

- $\phi$  – rotação da carroceria em torno do eixo  $x$  (*roll*);
- $\theta$  – rotação da carroceria em torno do eixo  $y$  (*pitch*);
- $z_s$  – deslocamento vertical da massa suspensa (*bounce*);

Uma vez definidos os graus de liberdade, é possível desenvolver suas respectivas equações. Para isso, aplica-se a 2ª Lei de Newton ao modelo e realiza-se o equilíbrio de forças, com base no diagrama de corpo livre (DCL) representado na Figura 14.

Figura 14 – DCL do Modelo de 3 Graus de Liberdade



Fonte: Autor (2020)

Dessa forma, obtém-se a equação (2), mostrada abaixo.

$$m_s \cdot \ddot{z}_s = -k_t \cdot z_{s1} - k_t \cdot z_{s2} - k_t \cdot z_s - c_{z_s} \cdot \dot{z}_s \quad (2)$$

As variáveis  $m_s$  e  $\ddot{z}_s$  representam o valor da massa suspensa do protótipo e sua aceleração, respectivamente.  $k_t$  equivale à constante de rigidez do pneu. O produto  $c_{z_s} \cdot \dot{z}_s$  representa o atrito mecânico presente no deslocamento da massa suspensa. Já os dados  $z_{s1}$  e

$z_{s2}$  correspondem ao deslocamento em  $z$  da massa suspensa nas extremidades frontais esquerda e direita do protótipo, respectivamente, os quais são descritos através das equações representadas abaixo.

$$z_{s1} = z_s - l_f \cdot \tan(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\phi) \quad (3)$$

$$z_{s2} = z_s - l_f \cdot \tan(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\phi) \quad (4)$$

O símbolo  $l_f$  equivale à distância da parte frontal do protótipo ao seu centro de gravidade. Por sua vez,  $t_b$  denota a largura da bitola ( $t_r + t_l$ ).

As duas últimas equações do modelo são decorrentes das rotações em  $x$  e  $y$  da massa suspensa. Aplicando a formulação de Newton-Euler, realiza-se, desta vez, o somatório de momentos em cada um dos eixos, resultando nas equações (5) e (6), as quais podem ser visualizadas a seguir.

$$I_x \cdot \ddot{\phi} = 0,5 \cdot t_b \cdot (z_{s2} \cdot k_t - z_{s1} \cdot k_t) - c_{tx} \cdot \dot{\phi} \quad (5)$$

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = -k_t \cdot l_r \cdot \tan^2(\theta) + 2 \cdot k_t \cdot l_f \cdot \tan^2(\theta) - c_{ty} \cdot \dot{\theta} \quad (6)$$

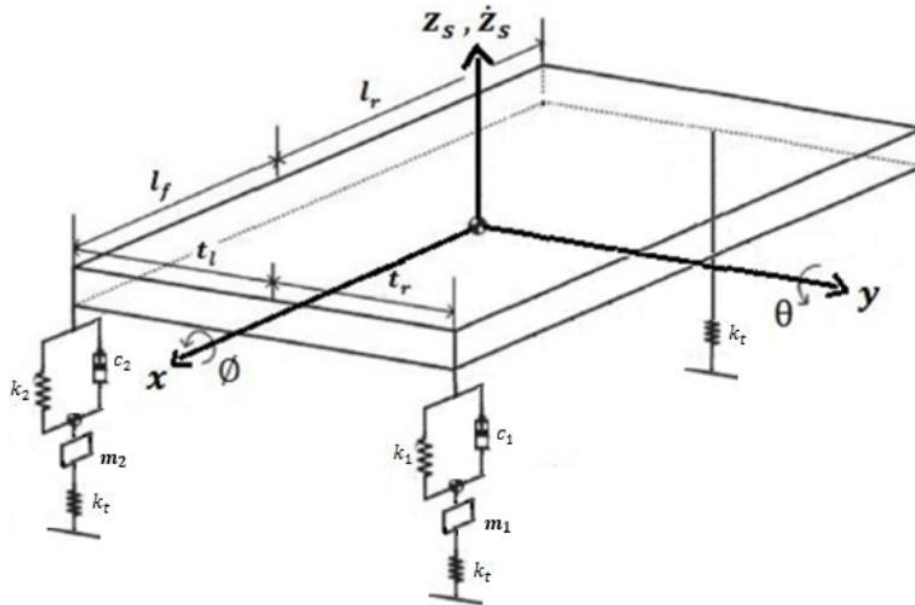
As variáveis  $I_x$  e  $I_y$  correspondem aos momentos de inércia dos eixos de rotação longitudinal e transversal, respectivamente. Por sua vez,  $l_r$  representa a distância do centro de gravidade ao eixo traseiro do protótipo. Já os produtos  $c_{tx} \cdot \dot{\phi}$  e  $c_{ty} \cdot \dot{\theta}$  representam os atritos mecânicos presentes nas rotações em  $x$  e  $y$ , nesta ordem.

### 3.1.2 Modelo de 5 Graus de Liberdade (Veículo com Suspensão)

Como um dos objetivos do trabalho é estudar o comportamento dinâmico do veículo em curvas, insere-se um conjunto de massa, mola e amortecedor nas rodas dianteiras do veículo, totalizando em cinco GDL (Figura 15). Dessa forma, é possível avaliar os efeitos de arfagem (*pitch*), rolagem (*roll*) e variação da massa suspensa (*bounce*) em tais situações. Caso houvesse o interesse de se estudar os efeitos de vibração provenientes de variações da via, seria possível adotar um sistema de suspensão também na roda traseira, porém com análises voltadas ao conforto do condutor.



Figura 15 – Modelo Matemático de 5 Graus de Liberdade



Fonte: Autor (2020)

Os três primeiros GDL desse novo modelo provém da massa suspensa do protótipo, a qual equivale ao conjunto chassi/carenagem, piloto e roda traseira. De maneira análoga ao modelo da Figura 13, esta massa é movimentada verticalmente em  $z$  (*bounce*), e possui rotações em  $x$  (*roll*) e  $y$  (*pitch*).

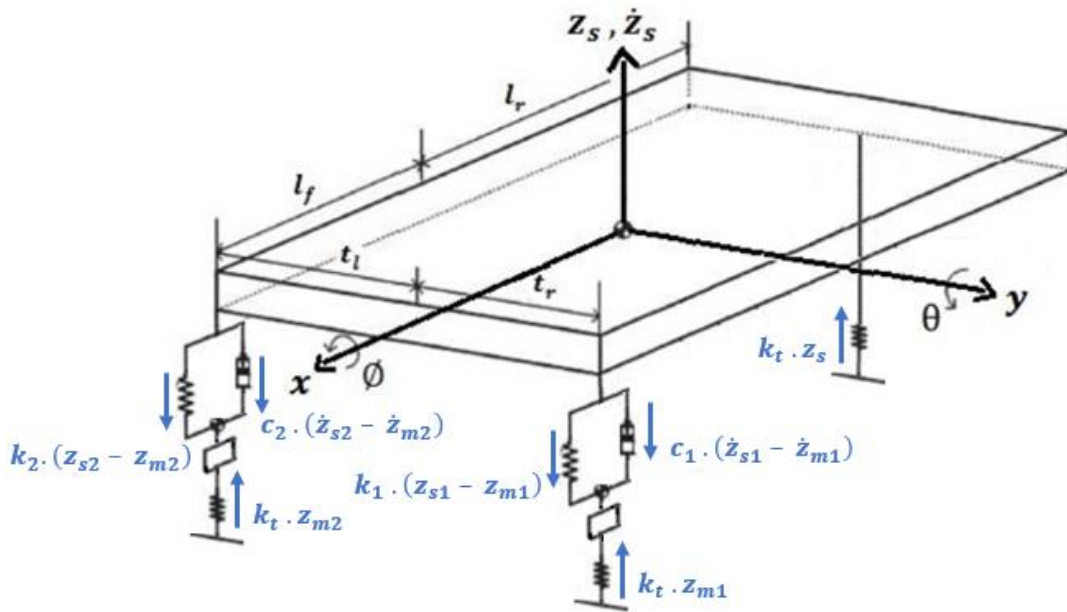
Os dois últimos graus de liberdade do novo modelo estão relacionados ao deslocamento vertical proveniente das massas não suspensas. Elas equivalem a toda a massa do veículo que não é sustentada pelo sistema de suspensão. Em outras palavras, elas correspondem à massa total de cada uma das rodas dianteiras somadas ao sistema de suspensão, componentes do freio e direção.

Desta forma, obtém-se os cinco graus de liberdade do modelo, os quais são representados pelas variáveis abaixo.

- $\phi$  – rotação da carroceria em torno do eixo  $x$  (*roll*);
- $\theta$  – rotação da carroceria em torno do eixo  $y$  (*pitch*);
- $z_s$  – deslocamento vertical da massa suspensa (*bounce*);
- $z_{m_1}$  – deslocamento vertical da massa não suspensa da roda dianteira esquerda;
- $z_{m_2}$  – deslocamento vertical da massa não suspensa da roda dianteira direita.

Uma vez definidos os graus de liberdade, é possível desenvolver suas respectivas equações. Assim como no caso anterior, primeiramente, analisa-se a massa suspensa do protótipo, representada na Figura 15. Em seguida, aplica-se a 2ª Lei de Newton e realiza-se o equilíbrio de forças, com base no diagrama de corpo livre representado na Figura 16.

Figura 16 – DCL do Modelo de 5 Graus de Liberdade



Fonte: Autor (2020)

Dessa forma, obtém-se a equação (7), mostrada abaixo.

$$m_s \cdot \ddot{z}_s = -k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) - k_t \cdot z_s - c_{zs} \cdot \dot{z}_s \quad (7)$$

As variáveis  $k_1$  e  $k_2$  equivalem às constantes de rigidez das massas não suspensas 1 e 2, nessa ordem. De maneira análoga, as constantes  $c_1$  e  $c_2$  denominam o amortecimento das massas não suspensas 1 e 2.

Assumindo um deslocamento em  $z$  maior na massa suspensa do que nas massas não suspensas, tem-se

- $z_{s1} > z_{m1}$ ;
- $z_{s2} > z_{m2}$ .

Ainda na equação (7), percebe-se a presença das variáveis  $\dot{z}_{m_1}$  e  $\dot{z}_{m_2}$ , respectivas derivadas de  $z_{m_1}$  e  $z_{m_2}$ . Elas correspondem às velocidades nos mesmos pontos. As equações dos deslocamentos nas extremidades frontais esquerda ( $z_{s1}$ ) e direita ( $z_{s2}$ ) são referentes às equações (3) e (4), já apresentadas no modelo anterior. Por sua vez, as equações das velocidades estão representadas abaixo.

$$\dot{z}_{s1} = \dot{z}_s - l_f \cdot \dot{\theta} \cdot \tan(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\phi} \cdot \sec^2(\phi) \quad (8)$$

$$\dot{z}_{s2} = \dot{z}_s - l_f \cdot \dot{\theta} \cdot \tan(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\phi} \cdot \sec^2(\phi) \quad (9)$$

De maneira análoga à dedução da equação da massa suspensa, aplica-se a 2ª Lei de Newton nas massas não suspensas do modelo, com base no diagrama de corpo livre representado na Figura 16. Dessa forma, obtém-se as seguintes equações.

$$m_1 \cdot \ddot{z}_{m1} = k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_t \cdot z_{m1} \quad (10)$$

$$m_2 \cdot \ddot{z}_{m2} = k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) - k_t \cdot z_{m2} \quad (11)$$

As variáveis  $m_1$  e  $m_2$  equivalem aos valores das massas não suspensas. Por sua vez,  $\ddot{z}_{m_1}$  e  $\ddot{z}_{m_2}$  correspondem às suas acelerações.

As duas últimas equações do modelo são decorrentes das rotações em  $x$  e  $y$  da massa suspensa. Aplicando a formulação de Newton-Euler, realiza-se, desta vez, o somatório de momentos em cada um dos eixos, resultando nas equações (12) e (13), as quais podem ser visualizadas a seguir.

$$I_x \cdot \ddot{\phi} = 0,5 \cdot t_b \cdot [k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) - k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1})] - c_{tx} \cdot \dot{\phi} \quad (12)$$

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = [k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) + k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2})] \cdot l_r - k_t \cdot l_f^2 \cdot \tan(\theta) - c_{ty} \cdot \dot{\theta} \quad (13)$$

Assim, com a definição de todas as equações físicas do modelo proposto, é possível determinar o movimento completo do veículo, uma vez que suas variáveis são dependentes entre si.

### 3.2 SIMULAÇÃO E MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Buscando solucionar as equações dinâmicas anteriormente obtidas e realizar simulações das situações físicas de interesse, recorre-se ao Matlab. Este é um programa iterativo e versátil voltado para o cálculo numérico. Além de oferecer vantagens significativas em termos de resolução de equações, este programa possibilita a criação de gráficos precisos e animações para a análise e entendimento do problema estudado.

Como as equações que descrevem o movimento do veículo são classificadas como equações diferenciais ordinárias, utiliza-se uma função específica do Matlab para auxiliar na resolução das mesmas, denominada ode45. O algoritmo desse comando calcula EDOs de primeira ordem por meio do método Runge-Kutta, utilizando o par de Dormand-Prince (DORMAND; PRINCE, 1980).

Contudo as equações deduzidas na seção 3.1 deste capítulo são EDOs de segunda ordem, as quais possuem a seguinte forma.

$$m.\ddot{x} + c.\dot{x} + k.x = f(t) \quad (14)$$

Assim, necessita-se realizar um processo para transformá-las em equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, chamado de parametrização. De maneira geral, este processo consiste em utilizar uma variável auxiliar para reescrever as EDOs de segunda ordem. Inicialmente, adota-se como  $y$  a variável auxiliar e a relaciona com a variável  $x$  da equação (14) da seguinte forma.

- $y_1 = x \rightarrow \dot{x} = \frac{dx}{dt} \rightarrow y_2 = \frac{dy_1}{dt} = \dot{y}_1$
- $y_2 = \dot{x} \rightarrow \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow \ddot{y}_2 = \dot{y}_2$

Após isso, reescreve-se a equação (14) em termos de  $y_1$  e  $y_2$ .

$$m.\dot{y}_2 + c.y_2 + k.y_1 = f(t) \quad (15)$$

Esta operação dá origem às equações (16) e (17).

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (16)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{f(t) - c \cdot y_2 - k \cdot y_1}{m} \quad (17)$$

Dessa forma, aplica-se o processo de parametrização aos modelos de três e cinco graus de liberdade desenvolvidos, relacionando as variáveis originais com as variáveis auxiliares. Inicialmente, utiliza-se o processo descrito no modelo de três GLD, seguindo a ordem de parametrização mostrada abaixo.

- $y_1 = \theta$
- $y_4 = \phi$
- $y_2 = \dot{\theta}$
- $y_5 = z_s$
- $y_3 = \phi$
- $y_6 = \dot{z}_s$

Assim, tem-se as seis equações a serem implementadas no Matlab, as quais são possíveis de serem resolvidas pela função ode45.

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (18)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{-k_t \cdot l_r \cdot \tan^2(y_1) + 2 \cdot k_t \cdot l_f \cdot \tan^2(y_1) - c_{ty} \cdot y_2}{I_y} \quad (19)$$

$$\dot{y}_3 = y_4 \quad (20)$$

$$\dot{y}_4 = \frac{0,5 \cdot t_b \cdot (z_{s2} \cdot k_t - z_{s1} \cdot k_t) - c_{tx} \cdot y_4}{I_x} \quad (21)$$

$$\dot{y}_5 = y_6 \quad (22)$$

$$\dot{y}_6 = \frac{-k_t \cdot z_{s1} - k_t \cdot z_{s2} - k_t \cdot y_5 - c_{zs} \cdot y_6}{m_s} \quad (23)$$

De maneira análoga, aplica-se o processo de parametrização ao modelo de cinco graus de liberdade desenvolvido, seguindo o mesmo processo realizado para o modelo de três graus de liberdade. Inicialmente, relaciona-se as variáveis auxiliares com as variáveis originais, conforme a ordem abaixo.

- $y_1 = \theta$
- $y_2 = \dot{\theta}$
- $y_3 = \phi$
- $y_4 = \dot{\phi}$
- $y_5 = z_s$
- $y_6 = \dot{z}_s$
- $y_7 = z_{m1}$
- $y_8 = \dot{z}_{m1}$
- $y_9 = z_{m2}$
- $y_{10} = \dot{z}_{m2}$

Assim, tem-se as dez equações de parametrização para o modelo de cinco GDL, as quais são possíveis de serem resolvidas pelo comando ode45.

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (24)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{\left[ \begin{array}{l} k_1 \cdot (z_{s1} - y_7) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - y_8) + \\ k_2 \cdot (z_{s2} - y_9) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - y_{10}) \end{array} \right] \cdot l_f - k_t \cdot l_r^2 \cdot \tan(y_1)}{I_y} \quad (25)$$

$$\dot{y}_3 = y_4 \quad (26)$$

$$\dot{y}_4 = \frac{0,5 \cdot t_b \cdot \left[ \begin{array}{l} k_2 \cdot (z_{s2} - y_9) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - y_{10}) \\ -k_1 \cdot (z_{s1} - y_7) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - y_8) \end{array} \right]}{I_x} \quad (27)$$

$$\dot{y}_5 = y_6 \quad (28)$$

$$\dot{y}_6 = \frac{\left[ \begin{array}{l} -k_1 \cdot (z_{s1} - y_7) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - y_8) - \\ k_2 \cdot (z_{s2} - y_9) - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - y_{10}) - k_t \cdot y_5 \end{array} \right]}{m_s} \quad (29)$$

$$\dot{y}_7 = y_8 \quad (30)$$

$$\dot{y}_8 = \frac{k_1 \cdot (z_{s1} - y_7) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - y_8) - k_t \cdot y_7}{m_1} \quad (31)$$

$$\dot{y}_9 = y_{10} \quad (32)$$

$$\dot{y}_{10} = \frac{k_2 \cdot (z_{s2} - y_9) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - y_{10}) - k_t \cdot y_9}{m_2} \quad (33)$$

### 3.3 CONDIÇÕES DE CAPOTAMENTO E EQUILÍBRIO ESTÁTICO

Uma vez deduzidas as equações dos modelos, é possível realizar diversas análises físicas de interesse sobre o protótipo. Ou seja, pode-se estudar situações relacionadas à dinâmica longitudinal ( $x$ ), como arrancada e frenagem, analisando as respostas e torques aplicados em torno de ( $y$ ). Também é possível focar na dinâmica lateral ( $y$ ), compreendendo seu comportamento em curvas junto aos torques aplicados em ( $x$ ). Ou ainda existe a alternativa de analisar a dinâmica vertical ( $z$ ), com variações provenientes da via, avaliando os resultados de acordo com as vibrações causadas por ela.

Um fator extremamente importante para qualquer veículo de eficiência energética é o seu desempenho em curvas, pois, devido à geometria e estabilidade serem limitadas, ele está sujeito a capotamentos, principalmente em curvas com raios pequenos e que exigem menores velocidades para serem executadas.

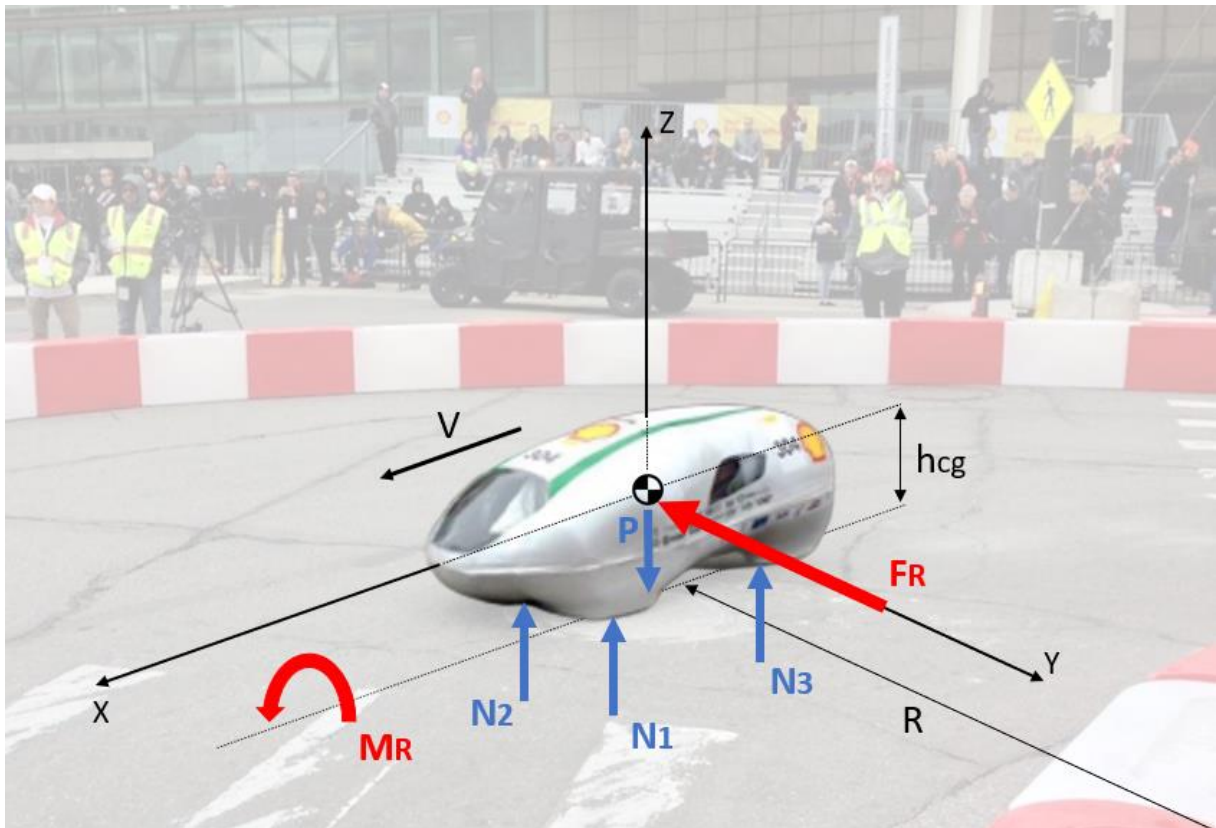
Para estudar tal comportamento, deve-se entender as forças que atuam no protótipo em situações críticas. Inicialmente, assume-se que o veículo se encontra em movimento circular uniforme, com determinada velocidade  $V$  e raio  $R$ . Sabe-se que nestas circunstâncias existe uma força que o mantém em sua trajetória e possibilita a execução da curva, chamada de força centrípeta, descrita pela 2ª Lei de Newton como:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{V^2}{R} \quad (34)$$

Como o movimento descrito é uniforme, a aceleração centrípeta do protótipo se torna constante, com uma força resultante ( $F_r$ ) também constante ao longo da curva, a qual atua no CG do veículo e possui mesma magnitude da força centrípeta, porém com sentido contrário.

A Figura 17 apresenta o protótipo Setta Energy da equipe Eficem numa situação real de curva na etapa de 2017 da Shell Eco-marathon Americas (Detroit, EUA). Nela, estão ilustradas as forças e demais parâmetros descritos anteriormente.

Figura 17 – Análise da Dinâmica Lateral de um Protótipo Ultra Eficiente



Fonte: Autor (2020)

Como consequência da força resultante, é gerado um momento de rolagem resultante positivo relativo ao eixo paralelo à  $x$ , em  $z = -h_{cg}$ , isto é, um eixo no nível da pista. Esse momento de rolagem ( $M_r$ ) tende a fazer com que o protótipo capote. Ele é calculado multiplicando-se a força resultante pela distância entre o centro de gravidade e a pista ( $h_{cg}$ ), conforme mostrado na equação abaixo (GENTA; MORELLO, 2009).

$$M_r = m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{cg} \quad (35)$$

Na situação representada na Figura 17, admite-se que o capotamento se inicia quando a roda interna do veículo está na iminência de perder o contato com o solo. Portanto, para que seja possível efetuar as análises relacionadas ao capotamento, deve-se determinar as equações correspondentes às forças normais do protótipo. Inicialmente, assume-se a situação de equilíbrio estático (veículo parado). Assim, o protótipo, tanto no modelo de 3 GDL quanto no de 5 GDL, está sujeito às forças normais  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$  (uma para cada roda), as quais, somadas, equivalem à força peso ( $P$ ), encontrada multiplicando-se a massa total do protótipo ( $M_t$ ) pela



constante gravitacional ( $g$ ). Aplicando-se o somatório de forças em  $z$  e o somatório de momentos em  $x$  e  $y$ , obtém-se, respectivamente, as equações (36), (37) e (38), apresentados abaixo.

$$N_1 + N_2 + N_3 - M_t \cdot g = 0 \quad (36)$$

$$0,5 \cdot tb \cdot N_1 - 0,5 \cdot tb \cdot N_2 = 0 \quad (37)$$

$$N_3 \cdot l_r - (N_1 + N_2) \cdot l_f = 0 \quad (38)$$

Como o número de equações equivale à quantidade de variáveis a serem encontradas, o sistema é classificado como possível e determinado. Após sua resolução, obtém-se as equações correspondentes às forças normais.

$$N_1 = \frac{M_t \cdot g}{2} - \frac{M_t \cdot g \cdot l_f}{2 \cdot (l_r + l_f)} \quad (39)$$

$$N_2 = \frac{M_t \cdot g}{2} - \frac{M_t \cdot g \cdot l_f}{2 \cdot (l_r + l_f)} \quad (40)$$

$$N_3 = \frac{M_t \cdot g \cdot l_f}{(l_r + l_f)} \quad (41)$$

Uma vez determinadas as equações das variáveis ilustradas na Figura 17, é possível relacioná-las de acordo com a velocidade e raio de curva na qual o protótipo se encontra. Para isso, compara-se a magnitude da força normal da roda interna do protótipo ( $N_1$  ou  $N_2$ , dependendo do sentido da curva) com o produto do deslocamento da massa não suspensa ( $z_{m1}$  ou  $z_{m2}$ ), pela rigidez do pneu ( $k_t$ ). Caso a magnitude da força normal ( $N_1$  ou  $N_2$ ) ultrapasse o valor dos termos  $z_{m1} \cdot k_t$  ou  $z_{m2} \cdot k_t$ , respectivamente, assume-se que o pneu inicia a perda de contato com a pista.

Desta forma, pode-se prever eventuais capotamentos e situações de risco por parte do piloto, e ainda otimizar o desempenho do veículo em tais condições, sendo possível realizar análises pontuais e determinar a velocidade e raio de curva que o protótipo poderá executar cada trecho do circuito, evitando capotamento.

### 3.4 DADOS CONSTRUTIVOS DO PROTÓTIPO

Até a presente etapa do trabalho, todos os cálculos, deduções e equações foram apresentados de maneira genérica. Ou seja, não foram atribuídos valores a nenhuma de suas variáveis. Isso é interessante, pois, desta forma, é possível aplicar os modelos desenvolvidos a qualquer protótipo de eficiência energética, apenas alterando os dados iniciais do problema.

Contudo, sabe-se da importância de verificar a consistência dos modelos criados e obter resultados concretos, no intuito de se aproximar ao problema estudado. Tal validação pode ser feita por meio de duas maneiras.

I – Medições físicas: realiza-se medições reais dos parâmetros de interesse do protótipo já construído, assim como técnicas e procedimentos para determinar suas variáveis mais complexas, como momento de inércia e cálculo do CG, por exemplo. Este método possui como vantagem a precisão dos dados a serem obtidos, visto que o protótipo já se encontra na sua forma final. Porém os cálculos e medições demandam mais tempo para serem executados;

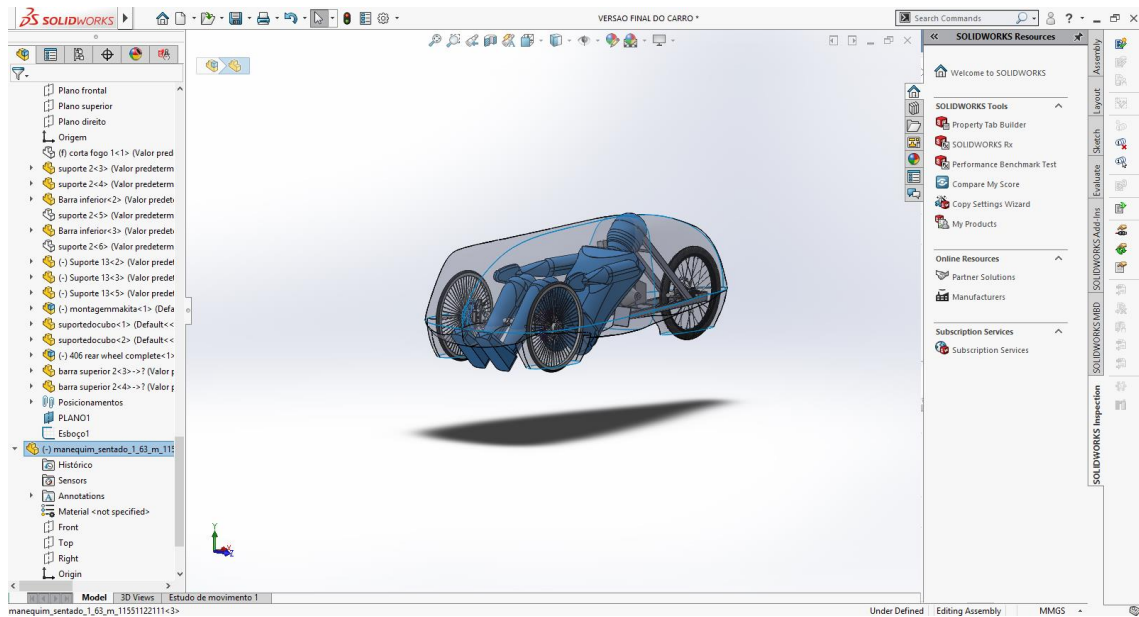
II – Programas computacionais: utiliza-se programas que contenham o Computer Aided Design (CAD) do protótipo, com os quais é possível determinar todos os parâmetros a serem utilizados para o desenvolvimento do trabalho de forma computacional. Sua vantagem consiste na fácil aquisição dos dados, porém sua confiabilidade depende diretamente da precisão do desenho do projeto, o qual desconsidera eventuais erros de fabricação.

Para o estudo deste trabalho, será adotado o método (II), através de um dos projetos disponibilizados pela equipe Eficem<sup>3</sup>. O programa empregado para executar o arquivo é o SolidWorks, programa de CAD 3D utilizado para diversos propósitos nas áreas de engenharia. A Figura 18 ilustra o modelo virtual do veículo. Uma vez importado, é possível obter o centro de gravidade, momento de inércia, massa total e demais dados que serão utilizados para a simulação numérica, especificados na Tabela 2.

---

<sup>3</sup> Todos os direitos do arquivo estão reservados à equipe Eficem da Universidade Federal de Santa Catarina.

Figura 18 – Modelo CAD de Protótipo Ultra Eficiente com Conductor



Fonte: Autor (2020)

Tabela 2 – Dados do Protótipo

Parâmetro	Valor
Distância do eixo dianteiro ao CG ( $l_f$ )	0,668 m
Distância do eixo traseiro ao CG ( $l_r$ )	0,849 m
Comprimento da bitola ( $t_b$ )	0,598 m
Massa suspensa ( $m_s$ )	80,088 kg
Massa não suspensa esquerda ( $m_1$ )	2,830 kg
Massa não suspensa direita ( $m_2$ )	2,830 kg
Massa total do protótipo com piloto ( $M_t$ )	85,676 kg
Momento de inércia longitudinal ( $I_x$ )	92,109 kg.m <sup>2</sup>
Momento de inércia transversal ( $I_y$ )	79,202 kg.m <sup>2</sup>
Distância entre CG e pista ( $h_{cg}$ )	0,608 m

Fonte: Autor (2020)

Porém ainda é necessário determinar os parâmetros do sistema de suspensão estudado. Para o cálculo da rigidez, utiliza-se a Lei de Hooke ( $F = k \cdot x$ ), onde  $F$  representa a força da mola,  $k$  sua rigidez e  $x$  sua deflexão. Como a força que age na mola do sistema de suspensão é a normal, calculada por meio das equações (39) e (40), obtém-se as seguintes equações.

$$k_1 = \frac{N_1}{x_1} \quad (42)$$

$$k_2 = \frac{N_2}{x_2} \quad (43)$$

Admitindo uma deflexão aceitável de 0,02 metros na mola e utilizando os dados da Tabela 2, pode-se determinar os valores de rigidez inicial do protótipo, presentes na Tabela 3. De acordo com Giancarlo Genta e Lorenzo Morello (2009), estima-se que o valor médio da rigidez do pneu é dez vezes maior do que a rigidez das molas. Portanto, este será o valor atribuído a  $k_t$ . Por fim, adota-se valores de amortecimento aceitáveis, baseando-se no desempenho em curva do protótipo de acordo com a rigidez e demais parâmetros adotados.

Tabela 3 – Parâmetros de Amortecimento e Rigidez

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Rigidez da mola 1 ( $k_1$ )	11759,55 N/m
Constante de amortecimento 1 ( $c_1$ )	1554 N.s/m
Rigidez da mola 2 ( $k_2$ )	11759,55 N/m
Constante de amortecimento 2 ( $c_2$ )	1554 N.s/m
Rigidez do pneu ( $k_t$ )	1175955,50 N/m

Fonte: Autor (2020)

### 3.5 MAPEAMENTO DO CIRCUITO

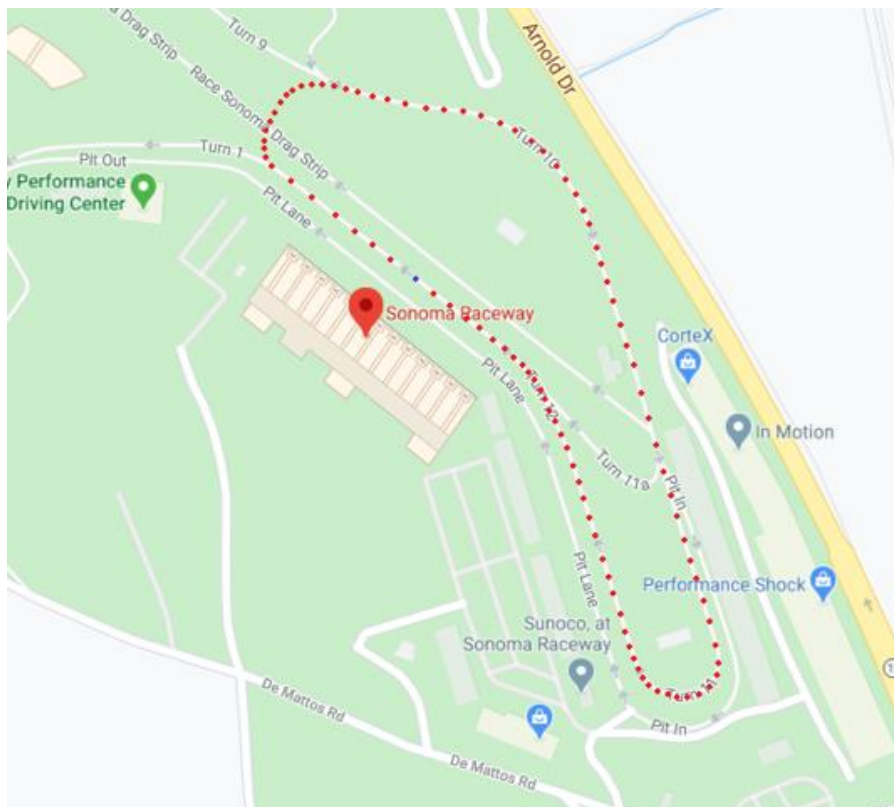
No intuito de avaliar as formulações e aplicações desenvolvidas nesse capítulo, deve-se inserir os modelos de três e cinco graus de liberdade em situações próximas da realidade. Para isso, implementa-se uma determinada trajetória no programa de simulação, para que seja viável realizar as análises de interesse de acordo com a resposta do veículo.

Buscando os resultados mais verídicos possíveis, opta-se por fazer as simulações nas condições reais de pista da Shell Eco-marathon Americas. Como a competição ocorre atualmente no circuito Sonoma Raceway (Califórnia, EUA), com uma modificação do circuito por parte da organização do evento, será feito seu mapeamento para as análises e estudos deste trabalho. De maneira geral, este processo consiste em demarcar pontos do objeto de interesse através de uma imagem bidimensional e, após utilizar um fator de conversão com uma dada

referência de escala, implementa-se tais coordenadas no programa para realizar sua discretização e obter as informações do trajeto.

Inicialmente, recorre-se ao Google Maps para obter uma imagem aérea do circuito. Em seguida, utiliza-se o Microsoft Paint para demarcar os pontos que compõe sua trajetória, representados em vermelho na Figura 19.

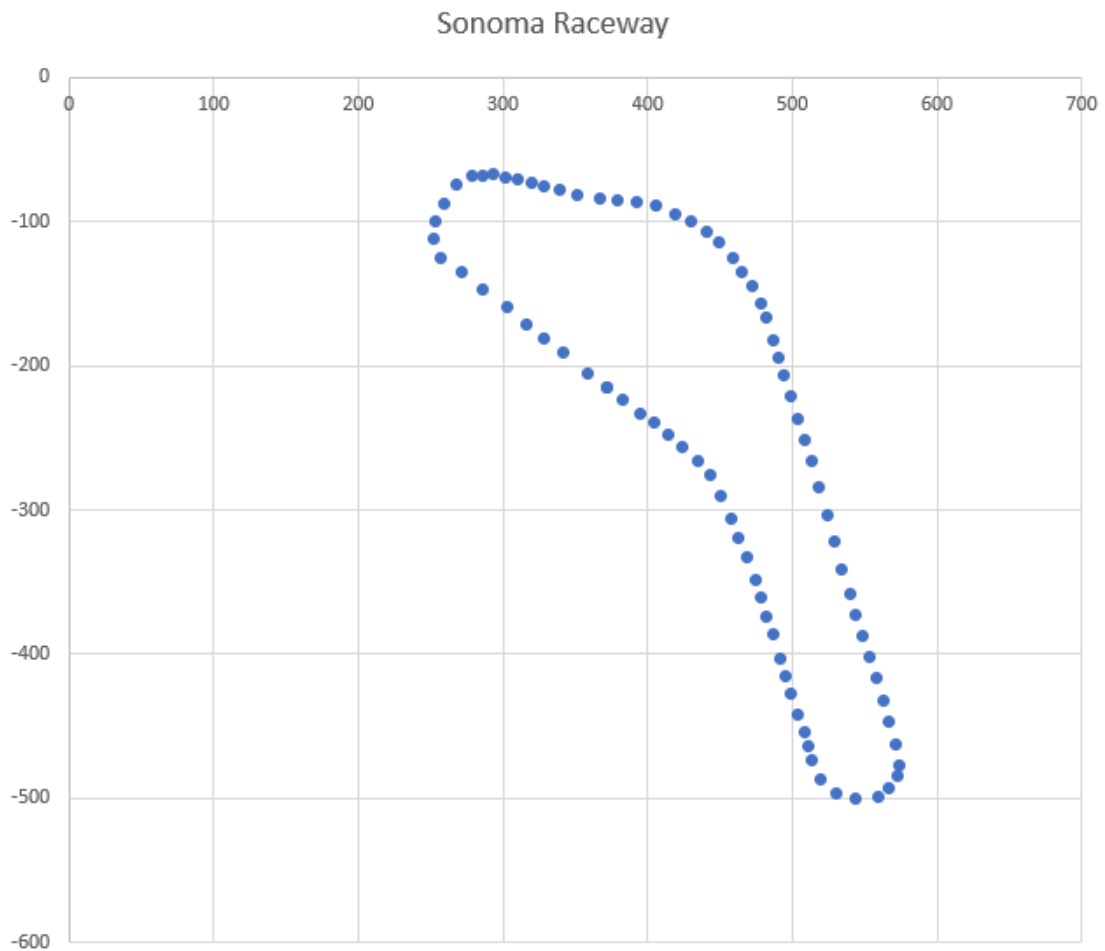
Figura 19 – Mapeamento do Circuito



Fonte: Adaptado de Google Maps (2020)

Como as coordenadas  $x$  e  $y$  do programa estão em unidades de pixel (px), utiliza-se um fator de conversão para transformá-las para metros (m): por meio dos recursos fornecidos pelo Google Maps, estipula-se a distância entre dois pontos na coordenada  $x$ , em metros, e a divide pela distância correspondente na imagem importada no Microsoft Paint, em pixels. Então, multiplica-se todas as coordenadas demarcadas anteriormente pelo fator de conversão obtido para efetuar a transformação. Através do Microsoft Excel, traça-se o resultado do mapeamento dos pontos, o qual pode ser visualizado na Figura 20.

Figura 20 – Ajuste de Coordenadas do Circuito



Fonte: Autor (2020)

### 3.6 MÉTODO CIRCLE FIT

Uma vez que todas as coordenadas estejam devidamente convertidas para a unidade de medida de interesse (metros), utiliza-se um método de ajuste de circunferência para encontrar o raio de curvatura de cada trecho do trajeto, chamado de Circle Fit. Este método consiste em estimar o raio de curvatura aproximando um conjunto de pontos a uma circunferência, a partir das coordenadas discretas da trajetória. Portanto, o raio desta circunferência será uma aproximação do raio de curvatura da trajetória, e a equação da circunferência é ajustada aos pontos por Mínimos Quadrados.

Assim, para um conjunto de pontos no plano cartesiano  $(x_i, y_i)$ , a equação geral da circunferência é

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 = R^2 \quad (44)$$

$$x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot x_c + x_c^2 + y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot y_c + y_c^2 = R^2 \quad (45)$$

cujo  $x_c$  e  $y_c$  são as coordenadas do centro da circunferência no eixo x e y, respectivamente.  $R$  é o raio da circunferência. Pode-se definir uma função erro  $f(x_c, y_c, R)$  como

$$f(x_c, y_c, R) = \sum_{i=1}^m (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot x_c + x_c^2 + y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot y_c + y_c^2 - R^2)^2 \quad (46)$$

Sendo  $m$  o número de amostras da trajetória utilizadas para ajustar a circunferência. Redefinindo os parâmetros como  $a = -2 \cdot x_c$ ,  $b = -2 \cdot y_c$  e  $c = x_c^2 + y_c^2 - R^2$ , a equação do erro é

$$f(a, b, c) = \sum_{i=1}^m (x_i^2 + a \cdot x_i + y_i^2 + b \cdot y_i + c)^2 \quad (47)$$

Derivando esta função em termos de  $a$ ,  $b$  e  $c$ , como parâmetros de ajuste do modelo, e zerando-as, tem-se

$$\frac{\partial f_i(a, b, c)}{\partial a} = 2 \cdot [x_i^2 + a \cdot x_i + y_i^2 + b \cdot y_i + c] \cdot (x_i) = 0 \quad (48)$$

$$\frac{\partial f_i(a, b, c)}{\partial b} = 2 \cdot [x_i^2 + a \cdot x_i + y_i^2 + b \cdot y_i + c] \cdot (y_i) = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial f_i(a, b, c)}{\partial c} = 2 \cdot [x_i^2 + a \cdot x_i + y_i^2 + b \cdot y_i + c] \cdot (1) = 0 \quad (50)$$

Portanto,

$$\begin{cases} a \cdot x_i^2 + b \cdot x_i \cdot y_i + x_i \cdot c = -(x_i^2 + y_i^2) \cdot x_i \\ a \cdot x_i \cdot y_i + b \cdot y_i^2 + y_i \cdot c = -(x_i^2 + y_i^2) \cdot y_i \\ a \cdot x_i + b \cdot y_i + c = -(x_i^2 + y_i^2) \end{cases} \quad (51)$$

Assim, a solução para vários pontos da trajetória  $(x_i, y_i)$  na forma matricial é dada como

$$\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 \cdot y_1 & x_1 \\ x_1 \cdot y_1 & y_1^2 & y_1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 & x_i \cdot y_i & x_i \\ x_i \cdot y_i & y_i^2 & y_i \\ x_i & y_i & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^2 & x_m \cdot y_m & x_m \\ x_m \cdot y_m & y_m^2 & y_m \\ x_m & y_m & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(x_1^2 + y_1^2) \cdot x_1 \\ -(x_1^2 + y_1^2) \cdot y_1 \\ -(x_1^2 + y_1^2) \\ \vdots \\ -(x_i^2 + y_i^2) \cdot x_i \\ -(x_i^2 + y_i^2) \cdot y_i \\ -(x_i^2 + y_i^2) \\ \vdots \\ -(x_m^2 + y_m^2) \cdot x_m \\ -(x_m^2 + y_m^2) \cdot y_m \\ -(x_m^2 + y_m^2) \end{Bmatrix} \quad (52)$$

A solução deste sistema de equações resulta nas estimativas das variáveis  $a$ ,  $b$  e  $c$ , cujos parâmetros da circunferência são retornados por

$$x_c = -a/2 \quad (53)$$

$$y_c = -b/2 \quad (54)$$

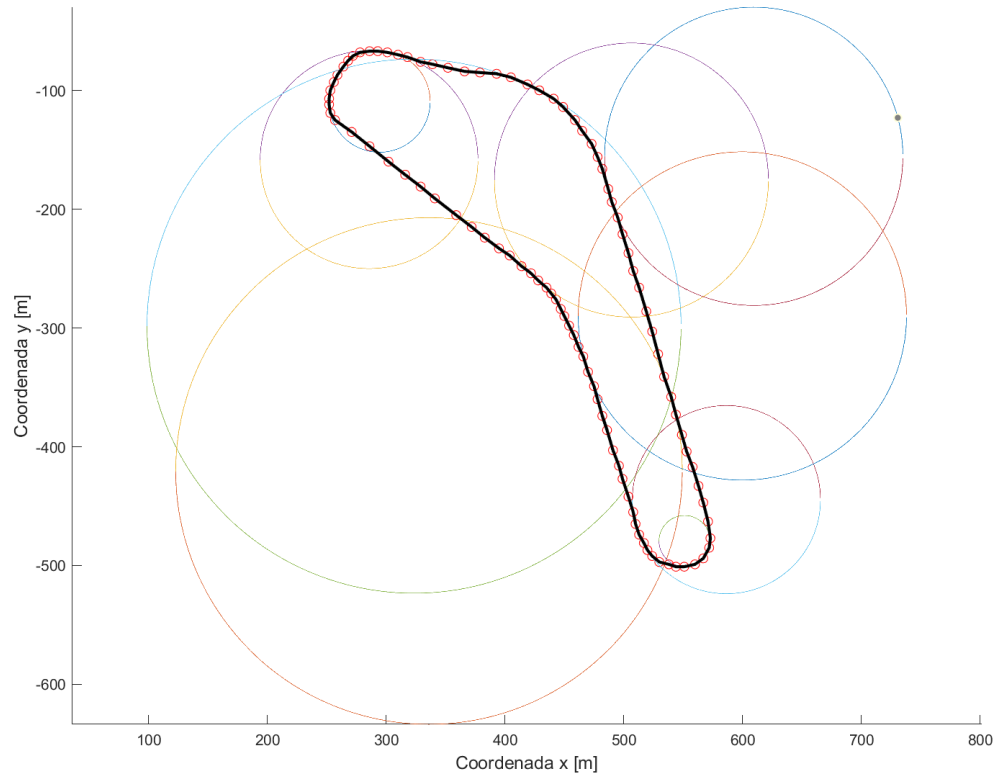
$$R = \pm \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - c} \quad (55)$$

Neste trabalho, o número de pontos utilizados para o ajuste de uma circunferência foi de  $m = 3$ . O algoritmo para estimativa do raio de curvatura percorre todos os pontos discretizados da pista tomando, então, três pontos adjacentes de cada vez para o cálculo. Esse vetor de raio de curvatura em função da posição é um dado de entrada para o integrador numérico, na simulação da dinâmica veicular, de um ciclo da competição.

Uma vez definidas as equações, é possível gerar gráficos para auxiliar no entendimento do método explicado, através do Matlab. A Figura 21 ilustra o ajuste de circunferência dos raios de curvatura do circuito, e a Figura 22 representa os raios de curvatura de cada trecho num gráfico de três dimensões, as quais podem ser visualizadas abaixo.

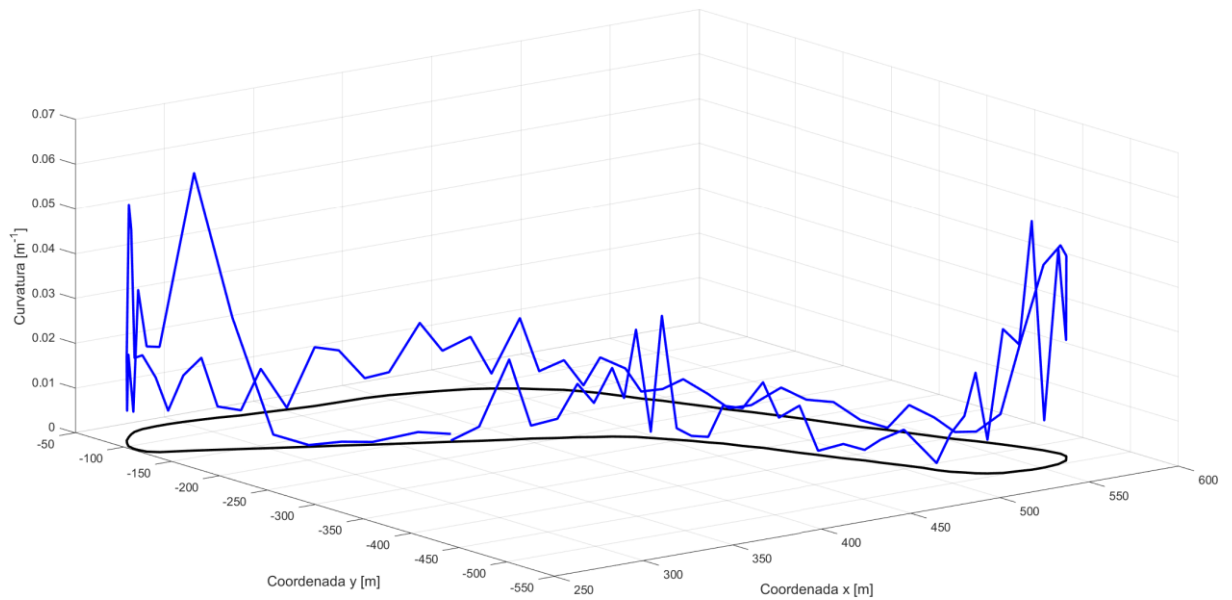


Figura 21 – Ajuste de Circunferência do Circuito



Fonte: Autor (2020)

Figura 22 – Representação 3D dos Raios de Curvatura do Circuito



Fonte: Autor (2020)

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações dos modelos detalhados na seção 3.1, de acordo com o embasamento físico e matemático desenvolvidos ao longo deste trabalho, por meio dos métodos computacionais adotados e anteriormente demonstrados. Como o principal objetivo deste estudo é comparar os protótipos de eficiência energética na sua forma original (modelo de 3 GDL) com um novo modelo, o qual possui parâmetros de amortecimento e rigidez nas rodas dianteiras (modelo de 5 GDL), serão mostradas as análises realizadas em ambas configurações, focando nas situações dinâmicas de curva mais relevantes para os protótipos em termos de eficiência energética, no intuito de otimizar seu desempenho.

Como discutido na seção 3.2, foi utilizado o programa Matlab para a simulação dos resultados adquiridos, por conta das suas vantagens computacionais já citadas. Todos os códigos desenvolvidos, desde o equacionamento dinâmico até a geração de gráficos e animações de vídeo, estão disponibilizados no Anexo B deste trabalho.

O protótipo ultra eficiente escolhido para validar as simulações foi o modelo virtual apresentado na seção 3.4. Ou seja, todos os valores de entrada do programa serão adotados com base no seu CAD, e os resultados serão expressos em função da velocidade do veículo, dos raios de curvatura do circuito Sonoma Raceway (com as modificações realizadas pela SEM) e ainda dos parâmetros de amortecimento e rigidez (para o modelo de 5 GDL), de acordo com sua discretização detalhada na seção 3.5.

Segundo a Shell Eco-marathon (2020), o circuito possui um comprimento total de 1.164 metros, no qual os protótipos devem realizar 8 voltas em, no máximo, 24 minutos. Assim, calcula-se que a velocidade média adequada a ser percorrida pelos veículos é de, aproximadamente, 7 m/s (25,2 km/h), em um tempo aproximado de 167s por volta. Portanto, este será o valor da velocidade adotado para os critérios iniciais de simulação e apresentado nos tópicos a seguir. Já os parâmetros de amortecimento e rigidez utilizados para o modelo de 5 GDL serão os mesmos especificados na Tabela 3.

Por fim, será realizado um comparativo entre os dois modelos referente ao gasto energético recorrente das frenagens necessárias para executar as curvas do circuito, sem que haja capotamento. Assim, será possível estimar a economia energética devido à inclusão de um sistema de suspensão dianteiro no protótipo.

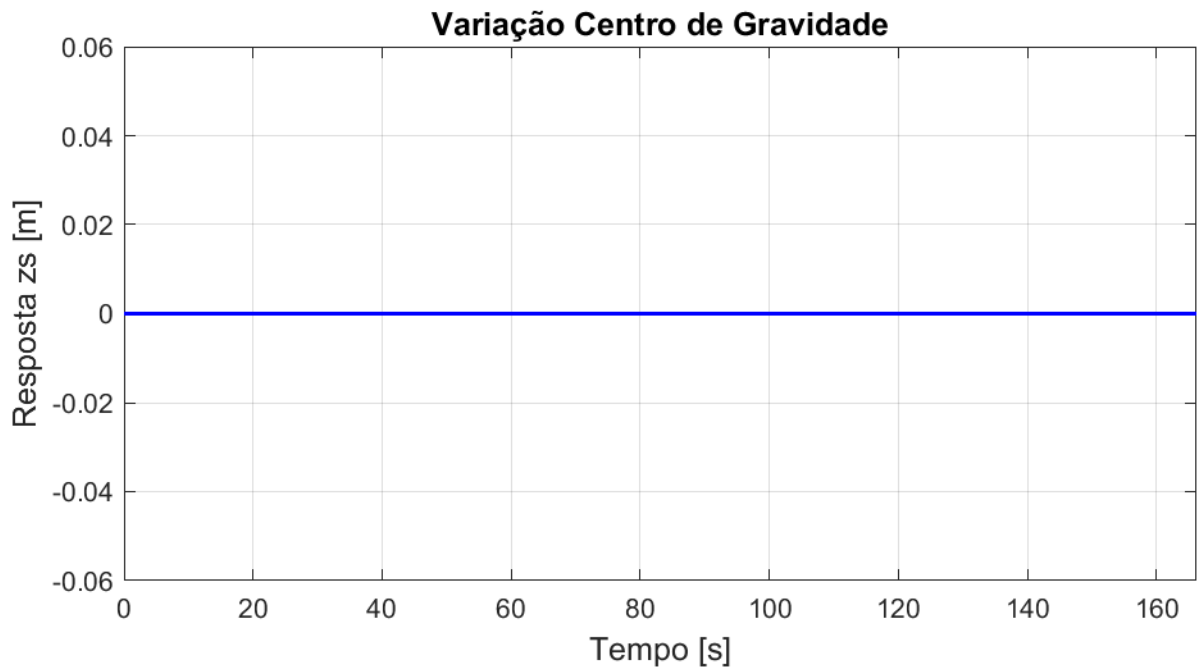
#### 4.1 VARIACÃO DA ALTURA DO CENTRO DE GRAVIDADE NO PERCURSO

A primeira análise realizada da simulação no circuito foi observar a variação da altura do centro de gravidade. Como definido na seção 2.1, o CG equivale à massa total do veículo concentrada num único ponto, no qual é possível aplicar as forças e momentos existentes nas diversas situações nas quais o protótipo se encontra.

A variação da altura do centro de gravidade ( $z_g$ ) referente ao modelo de 3 GDL está ilustrada na Figura 23. Nela, é possível visualizar que, para qualquer instante de tempo ( $t$ ) dentro de um ciclo completo do circuito, ou seja, para qualquer posição na pista na qual o protótipo se encontra, a resposta  $z_g$  do veículo é nula. Este resultado já era esperado, visto que, como o CG está localizado na linha central longitudinal do protótipo, não há variação perante os esforços provenientes dos efeitos da dinâmica veicular.

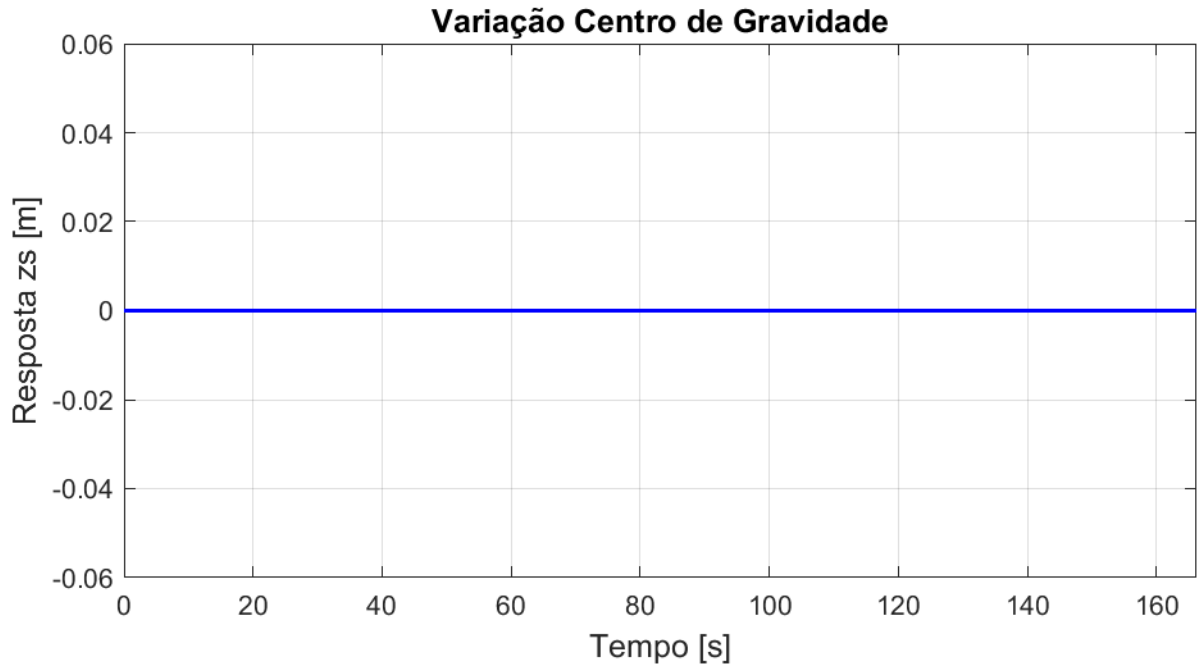
Assim como no caso anterior, também não é esperada variação na altura do centro de gravidade para o modelo de 5 GDL (com parâmetros de amortecimento e rigidez), pois, mesmo com a presença de um sistema de suspensão, o CG continua posicionado na linha central longitudinal do veículo. Assim, sua variação independe dos novos parâmetros nele inseridos. Os resultados do modelo de cinco graus de liberdade podem ser observados na Figura 24.

Figura 23 – Variação do CG do Modelo de 3 GDL (Original)



Fonte: Autor (2020)

Figura 24 – Variação do CG do Modelo de 5 GDL (Padrão)



Fonte: Autor (2020)

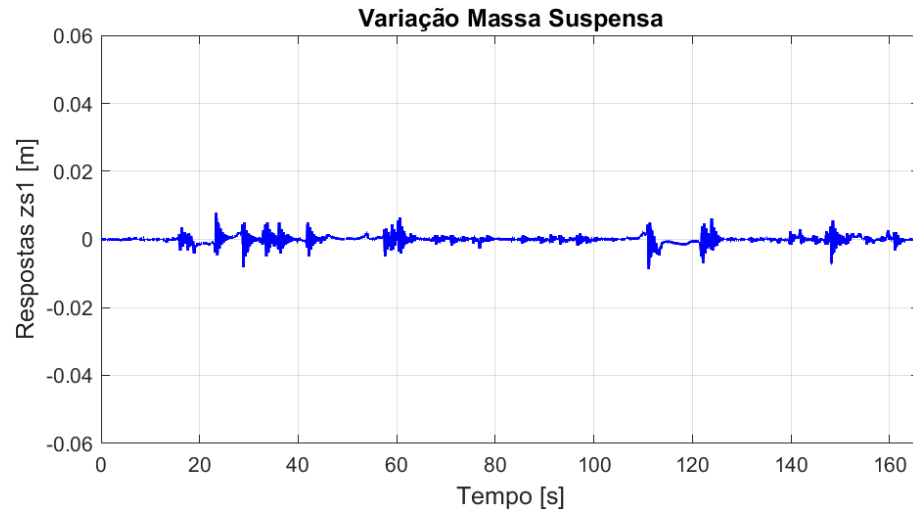
## 4.2 MOVIMENTO DOS PONTOS 1 E 2 DA MASSA SUSPensa NO PERCURSO

Outra análise muito importante realizada para o entendimento do desempenho dos protótipos de eficiência energética é a variação da massa suspensa, vista nos pontos de fixação com as rodas (pontos 1 e 2). De acordo com o equacionamento desenvolvido no capítulo 3, foi denominado como  $z_{s1}$  a variação da massa suspensa na sua extremidade frontal esquerda do veículo e  $z_{s2}$  a variação na extremidade frontal direita.

Inicialmente, representa-se os resultados para o modelo de 3 GDL, os quais estão ilustrados na Figura 25 e na Figura 26. Nelas, é possível perceber que não houve variação abrupta nos pontos  $z_{s1}$  e  $z_{s2}$  da massa suspensa ao longo do trajeto, visto que o modelo em questão não dispõe de um sistema de suspensão, restando, assim, somente a rigidez dos pneus ( $k_t$ ) como parâmetro de influência em seu movimento. Neste modelo foi obtida uma variação máxima no valor de 7,9 milímetros para  $z_{s1}$  e de 8,7 milímetros para  $z_{s2}$  durante um ciclo no circuito simulado.

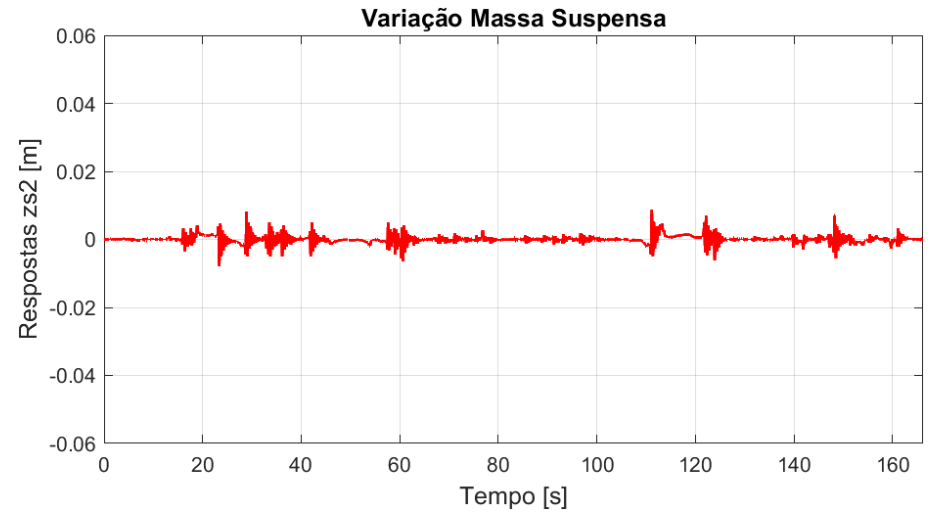
Comparando-se com os resultados do modelo de 3 GDL, percebe-se que houve maior variação dos parâmetros  $z_{s1}$  e  $z_{s2}$  para o modelo de 5 GDL. Dadas as mesmas condições iniciais do modelo anterior, obteve-se uma variação máxima no valor de 22,8 milímetros para  $z_{s1}$  e de 43,4 milímetros para  $z_{s2}$ , durante um ciclo do mesmo circuito. Estes valores representam um aumento de 188% ( $z_{s1}$ ) e 398% ( $z_{s2}$ ). Essa grande variação pode ser explicada pela inclusão de uma mola no sistema de suspensão, a qual dará maior liberdade de movimento vertical em ambas as extremidades do protótipo, e também de um amortecedor, responsável por dissipar a energia acumulada pela mola, garantindo, assim, mais estabilidade e controle do veículo por parte do condutor. Os resultados da variação da massa suspensa nos pontos  $z_{s1}$  e  $z_{s2}$  do modelo de 5 GDL padrão estão representados na Figura 27 e na Figura 28.

Figura 25 – Variação  $z_{s1}$  da Massa Suspensa do Modelo de 3 GDL



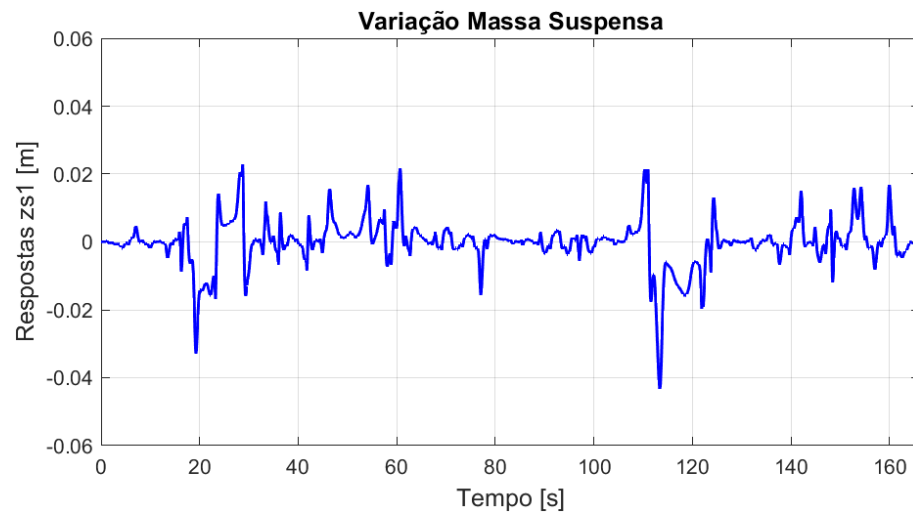
Fonte: Autor (2020)

Figura 26 – Variação  $z_{s2}$  da Massa Suspensa do Modelo de 3 GDL



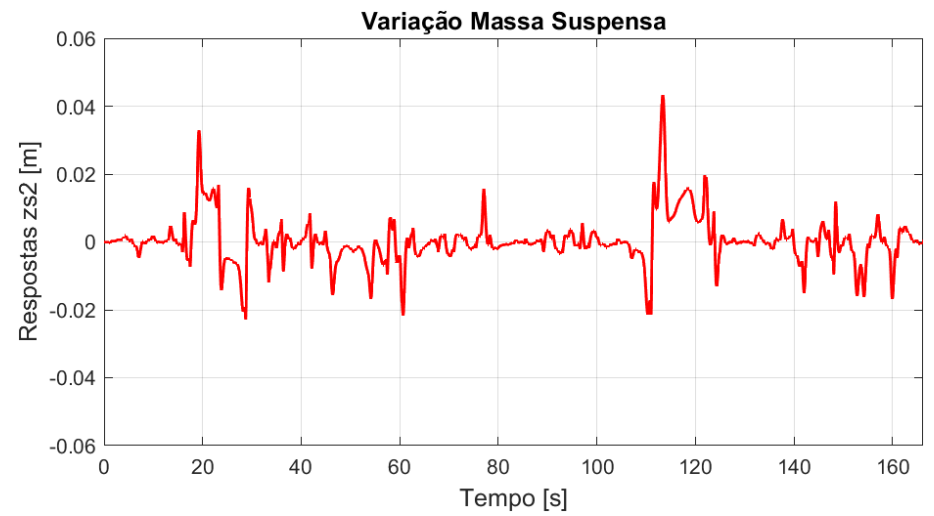
Fonte: Autor (2020)

Figura 27 – Variação  $z_{s1}$  da Massa Suspensa do Modelo de 5 GDL



Fonte: Autor (2020)

Figura 28 – Variação  $z_{s2}$  da Massa Suspensa do Modelo de 5 GDL



Fonte: Autor (2020)

### 4.3 ROLAGEM (ROLL) E ARFAGEM (PITCH) EM CURVAS

Dentro dos domínios da dinâmica veicular, a análise da dinâmica longitudinal ( $x$ ) e lateral ( $y$ ) se mostram cruciais para o entendimento do comportamento de um veículo. Assim, foram avaliados os efeitos de rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*) atuantes no protótipo, os quais correspondem, respectivamente, ao momento gerado nos eixos  $x$  e  $y$ . Também foi realizada uma animação em vídeo de ambos os modelos percorrendo uma volta do circuito, com a qual é possível visualizar a posição do veículo no decorrer das coordenadas do trajeto e seus respectivos valores de *roll* em tempo real. O algoritmo desenvolvido para gerar a animação pode ser consultado no Anexo B deste trabalho.

Inicialmente, representa-se os resultados provenientes dos efeitos de *roll* para o modelo de 3 graus de liberdade, os quais são observados na Figura 29. Nela, é possível perceber que não foram obtidos valores altos de rolagem ao longo do trajeto, visto que o modelo em questão não dispõe de um sistema de suspensão, restando, assim, somente a rigidez dos pneus ( $k_t$ ) como parâmetro de influência em seu movimento.

Efetuando-se análises mais aprofundadas, nota-se que no instante de tempo  $t = 60s$  foi detectado um valor de 1,19 graus de rolagem. Já no instante de tempo  $t = 113s$  foi obtido um valor máximo (em módulo) de -0,89 graus, o qual possui sinal negativo devido ao protótipo estar rolando no sentido anti-horário, uma vez que foi adotado o sentido horário como convencional (positivo).

Por sua vez, os resultados provenientes dos efeitos de *pitch* para o modelo de 3 GDL podem ser visualizados na Figura 30. Nela, é possível perceber que, para qualquer instante de tempo ( $t$ ) dentro de um ciclo completo do circuito, ou seja, para qualquer posição na pista na qual o protótipo se encontra, os valores de arfagem são nulos. Este resultado já era esperado, visto que a simulação foi realizada assumindo um valor constante de velocidade ao longo do circuito. Portanto, não foram realizadas frenagens e acelerações bruscas durante o ciclo de análise, principais causadores do efeito de *pitch*.

Analogamente ao caso anterior, foram avaliados os efeitos de *roll* e *pitch* para o modelo de 5 GDL (com sistema de suspensão) ao longo do circuito, seguindo o mesmo exemplar de análise utilizado para o modelo de 3 GDL (veículo original).

Primeiramente, representa-se o gráfico que comporta os valores provenientes da rolagem do veículo, o qual está ilustrado na Figura 31. Numa avaliação inicial, percebe-se que ocorreu uma variação significativa dos valores de *roll* em uma volta do circuito, quando comparados com o modelo anterior. Isso acontece por conta da inclusão de um sistema de

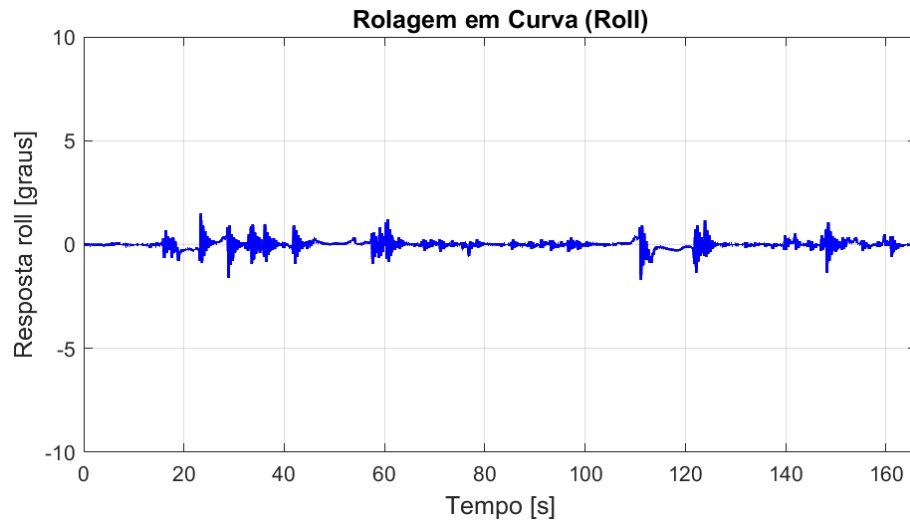
suspensão nas rodas dianteiras do protótipo, o qual fornece maior mobilidade e movimento de rolagem ao protótipo, fator crucial para amenizar as forças aplicadas sobre o pneu (discutidas na seção anterior deste capítulo) e gerar mais estabilidade e controle de direção por parte do piloto.

Buscando análises mais precisas, percebe-se que no tempo  $t = 60\text{s}$  foi detectado um valor máximo de rolagem de 4,13 graus, o que equivale a um aumento de 247% quando comparado ao modelo de 3 GDL no mesmo instante de tempo. Já para  $t = 113\text{s}$  foi registrado um valor de -8,2 graus, equivalente a um aumento (em módulo) de 821%.

Por sua vez, os resultados provenientes dos efeitos de *pitch* para o modelo de 5 graus de liberdade (com sistema de suspensão) podem ser visualizados na Figura 32. Assim como discutido anteriormente, nota-se que, para qualquer instante de tempo ( $t$ ) dentro de um ciclo completo do circuito, ou seja, para qualquer posição na pista na qual o protótipo se encontra, os valores de arfagem são nulos, uma vez que a simulação não trabalha com a variação da velocidade do protótipo. Em outras palavras, não são consideradas acelerações e frenagens ao longo do circuito.

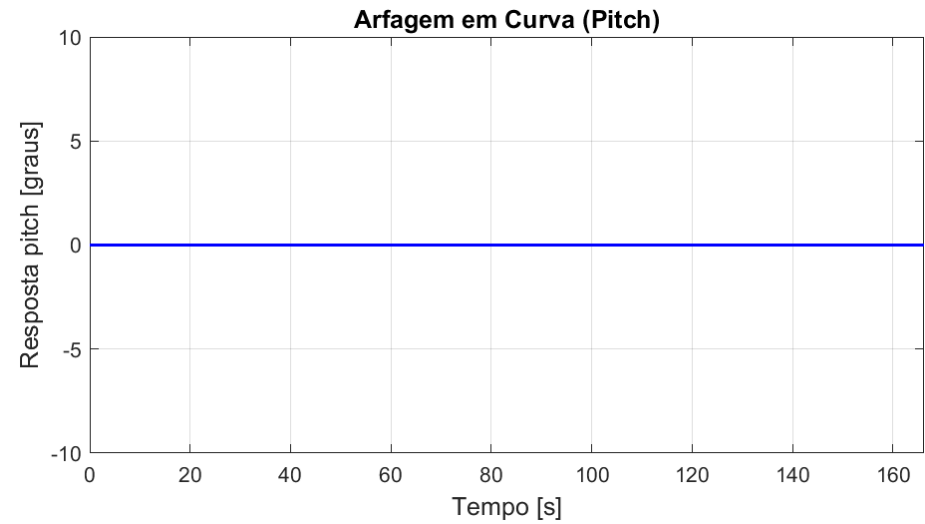


Figura 29 – Rolagem (Roll) para o Modelo de 3 GDL



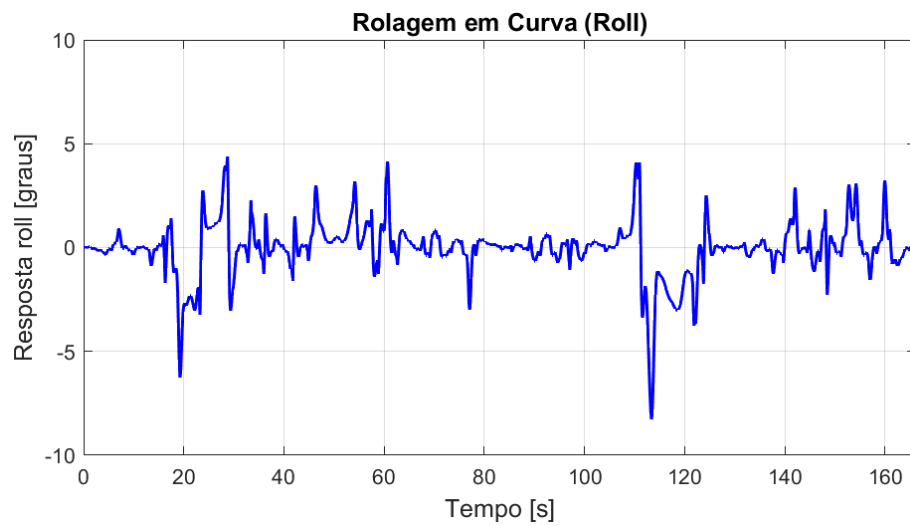
Fonte: Autor (2020)

Figura 30 – Arfagem (Pitch) para o Modelo de 3 GDL



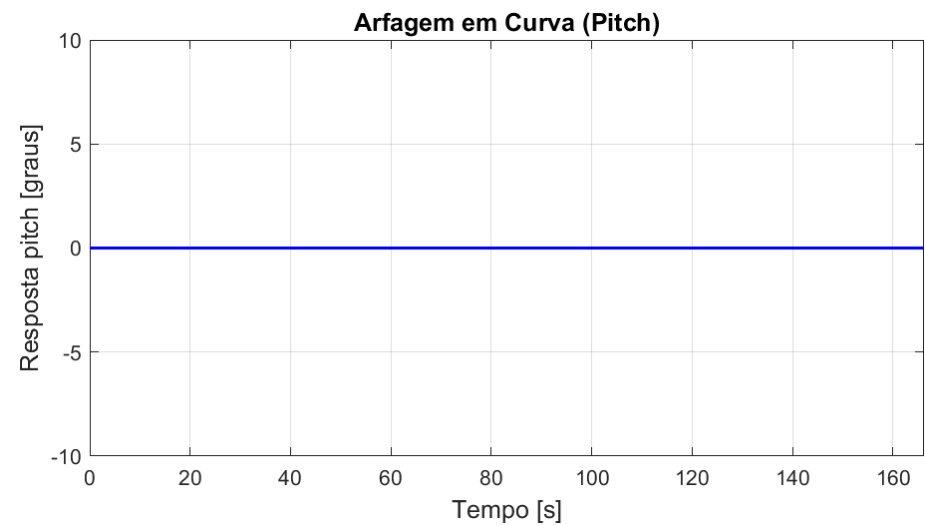
Fonte: Autor (2020)

Figura 31 – Rolagem (Roll) para o Modelo de 5 GDL (Padrão)



Fonte: Autor (2020)

Figura 32 – Arfagem (Pitch) para o Modelo de 5 GDL (Padrão)



Fonte: Autor (2020)

#### 4.4 CÁLCULO DO SSF

Como já citado anteriormente, os protótipos automotivos ultra eficientes possuem uma baixa estabilidade, por conta da sua geometria característica e parâmetros de construção, como número de rodas e comprimento da bitola, por exemplo. Por isso, estão sujeitos a capotamentos e, muitas vezes, perda do controle da direção por parte dos pilotos.

Segundo Chen, Moshchuk, Nardi e Ryu (2010), é possível mensurar o grau de estabilidade de um veículo, através do *Static Stability Factor* (SSF), o qual pode ser calculado através da seguinte equação.

$$SSF = \frac{t_b}{2h_{cg}} \quad (56)$$

Este fator possui como parâmetros fundamentais a distância entre rodas, também conhecida como comprimento da bitola ( $t_b$ ), e a distância entre o CG e a pista ( $h_{cg}$ ). Por meio dos valores contidos na Tabela 2, calcula-se o SSF do protótipo ultra eficiente estudado nesse trabalho (modelo virtual), representado na Figura 18, o qual equivale a 0,49.

A Tabela 4 traz os valores de SSF para as principais classes de veículos no mercado.

Tabela 4 – Valores de SSF para as Principais Classes de Veículos

<b>Tipo de Veículo</b>	<b>Intervalo de SSF</b>
Geral	1,0 a 1,5
Sedan	1,0 a 1,3
SUV	1,3 a 1,5
Van	1,0 a 1,3

Fonte: Chen, Moshchuk, Nardi e Ryu (2010)

Comparando o fator de estabilidade estática do modelo virtual utilizado neste trabalho ( $SSF = 0,49$ ) com os dados contidos na Tabela 4, conclui-se que os protótipos automotivos ultra eficientes estão sujeitos a elevados riscos de capotamento.

#### 4.5 ANÁLISE DE CAPOTAMENTO

De acordo com as análises físicas desempenhadas na seção 3.3, o capotamento do veículo se inicia quando sua roda interna à curva está na iminência de perder o contato com o solo. Portanto, compara-se a magnitude da força normal desta roda, a qual está representada nos gráficos pela cor azul, com o termo  $z_{m1} \cdot k_t$  ou  $z_{m2} \cdot k_t$  (dependendo do sentido da curva), os quais indicam a força no pneu e estão representados pela linha vermelha. Os resultados para o modelo de 3 GDL podem ser visualizados na Figura 33 e na Figura 34.

Analisando os gráficos, percebe-se que nos pontos onde a linha azul ultrapassa a linha vermelha, o pneu perde contato com o solo, portanto, há grandes chances de ocorrer capotamento. Como o modelo em análise não dispõe de parâmetros de amortecimento e rigidez, nota-se que em determinados pontos a força do pneu foi muito superior à força normal, gerando situações críticas de pilotagem.

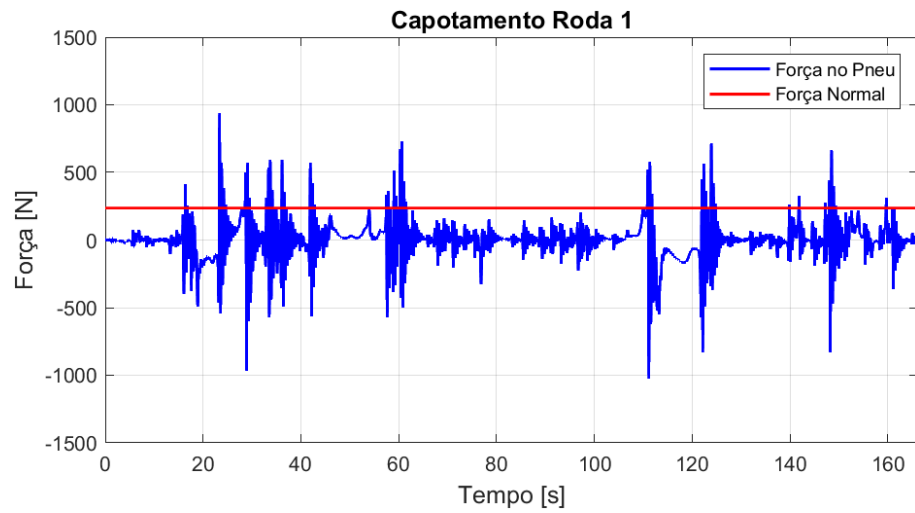
No instante de tempo  $t = 23s$  a roda esquerda (Figura 33) perde a força normal a um valor de 933N, sendo que a normal da condição estática é de 235N (linha vermelha). Isso equivale a um valor próximo a quatro vezes o limite permitido para que o protótipo consiga executar a curva sem que haja perda de contato do pneu com o solo. A situação foi ainda mais preocupante nas análises da roda direita do protótipo (Figura 34), como em  $t = 111s$ , quando a roda perde a força normal a um valor máximo de 1024N.

Analogamente ao caso anterior, foi avaliada a possibilidade de capotamento para o modelo de 5 GDL com sistema de suspensão padrão ao longo do circuito, seguindo o mesmo exemplar de análise utilizado para o modelo de 3 GDL (veículo original). Primeiramente, representa-se os gráficos da força do pneu versus a força normal, os quais podem ser visualizadas na Figura 35 e na Figura 36.

O modelo de 5 GDL também proporciona situações críticas de pilotagem. Operando nas mesmas condições, percebe-se que há momentos nos quais a roda interna perde contato com o solo, o que pode acarretar em eventuais capotamentos. Porém, nota-se que a intensidade atingida pela força no pneu foi reduzida drasticamente quando comparada com o modelo de 3 GDL, uma vez que este modelo conta com um sistema de suspensão nas rodas dianteiras do protótipo, o qual tem a finalidade de amenizar a magnitude dessa força.

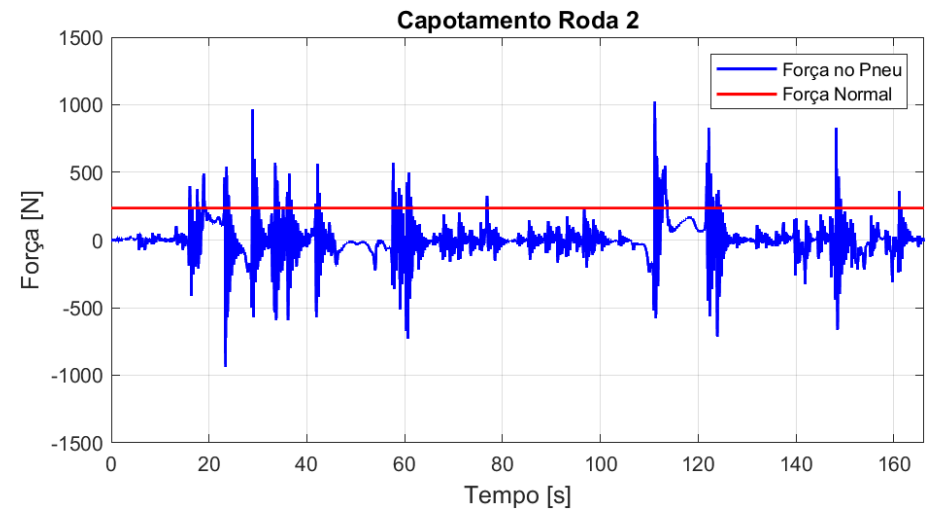
Na análise da roda esquerda ( $z_{m1}$ ), demonstrada na Figura 35, obteve-se como valor mais crítico da força aplicada sobre o pneu a magnitude de 283N, no instante de tempo de, aproximadamente,  $t = 29s$ . Com relação à roda direita ( $z_{m2}$ ), representada na Figura 36, a intensidade máxima atingida da força sobre o pneu foi de 478N, no instante de tempo  $t = 113s$ .

Figura 33 – Roda Dianteira Esquerda ( $z_{m1}$ ) do Modelo de 3 GDL



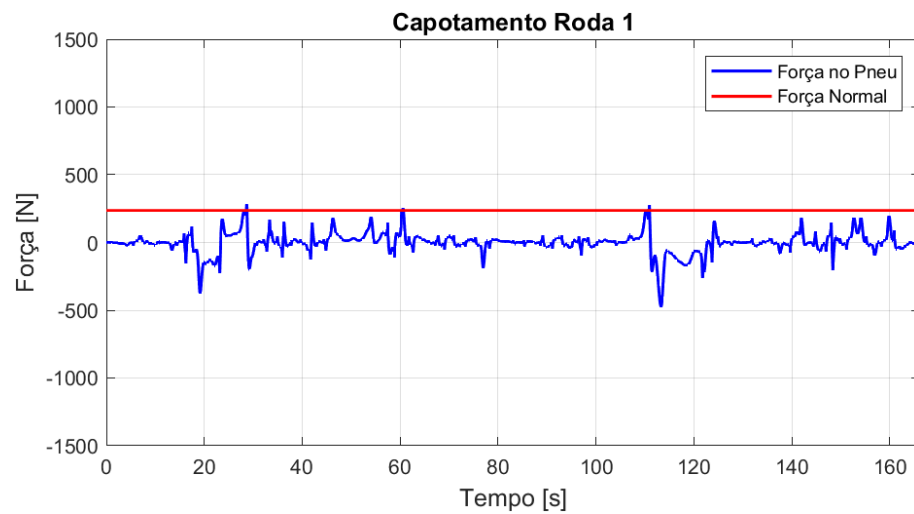
Fonte: Autor (2020)

Figura 34 – Roda Dianteira Direita ( $z_{m2}$ ) do Modelo de 3 GDL



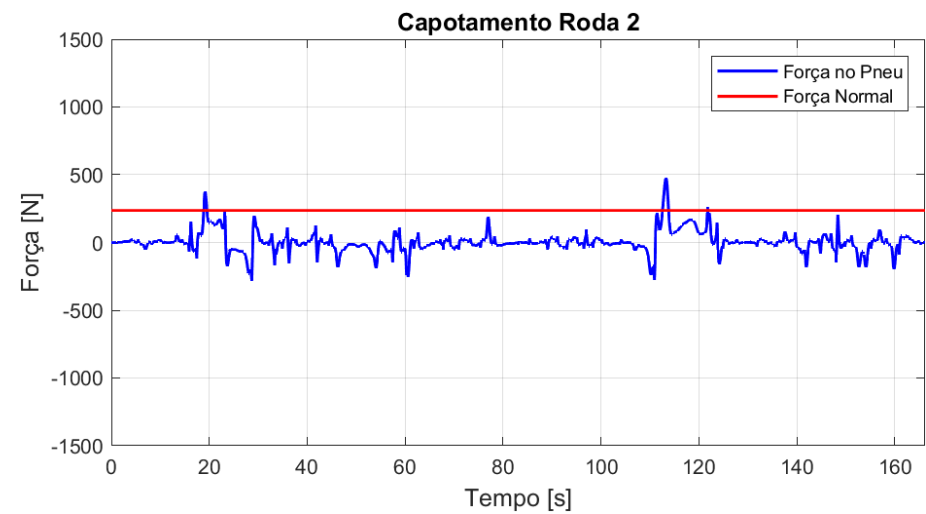
Fonte: Autor (2020)

Figura 35 – Roda Dianteira Esquerda ( $z_{m1}$ ) do Modelo de 5 GDL



Fonte: Autor (2020)

Figura 36 – Roda Dianteira Direita ( $z_{m2}$ ) do Modelo de 5 GDL



Fonte: Autor (2020)

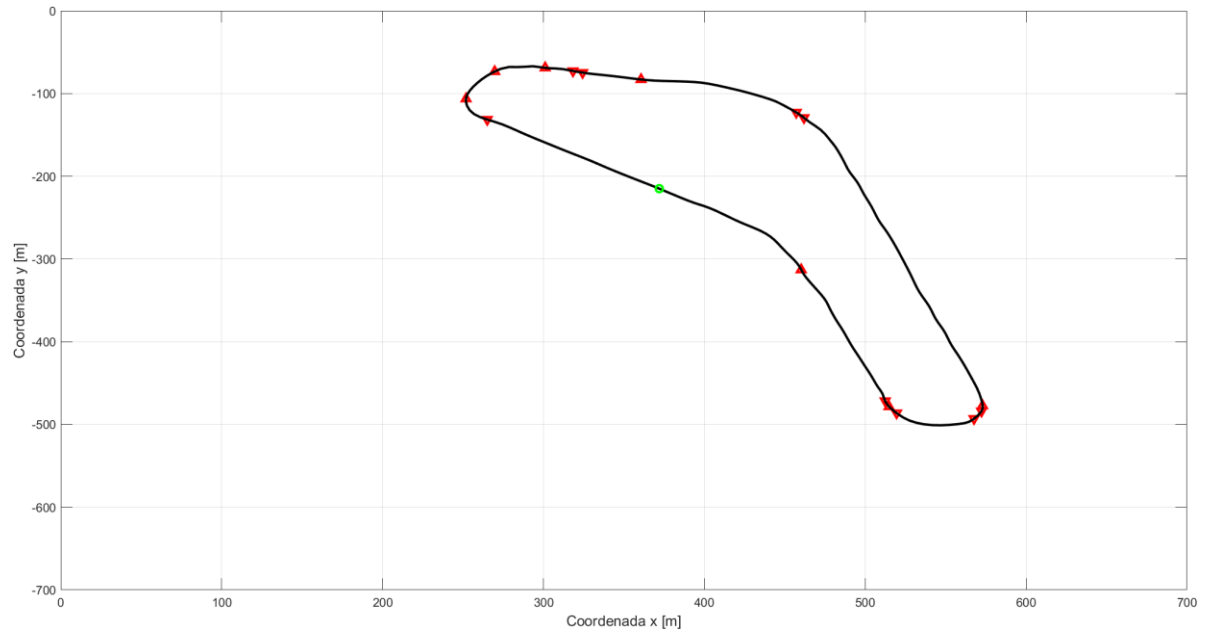
A Figura 37 ilustra os resultados do modelo de 3 GDL numa vista superior do circuito, na qual os triângulos vermelhos indicam as exatas posições nas quais o veículo capota. Por sua vez, o círculo em verde mostra o início do trajeto, correndo em sentido horário.

Assim, calcula-se que, para as dadas condições de entrada do programa, existem sete situações nas quais o protótipo não estaria apto a realizar as curvas ao longo de uma volta no circuito para a velocidade constante de 7m/s (este cálculo foi realizado considerando o número de situações críticas em curvas e não o número total de triângulos vermelhos no trajeto). Portanto, nessas situações o piloto é obrigado a frear o protótipo na entrada das curvas e acelerá-lo novamente na saída dela, consumindo energia e dissipando-a inúmeras vezes, o que representa uma condição pouco eficiente ao funcionamento do veículo.

Por sua vez, a Figura 38 traz os resultados do modelo de 5 GDL. Nela, percebe-se que existem cinco situações críticas ao longo do circuito, valor bem próximo ao modelo anterior, o qual indicou sete situações de risco.

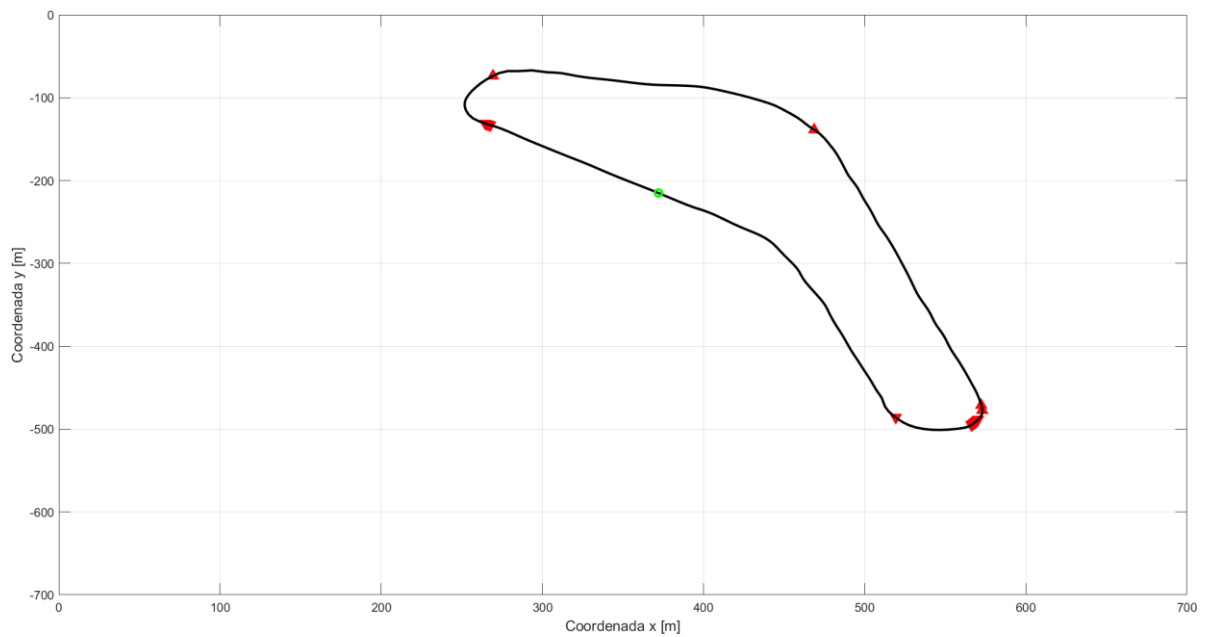
Assim, nota-se que não houve uma redução significativa do número de situações críticas entre os dois modelos. Contudo é importante ressaltar que o ganho principal do protótipo com a inclusão de um sistema de suspensão dianteiro consiste na diminuição da magnitude da força aplicada sobre o pneu, a qual foi reduzida em mais de 50% nos trechos críticos da pista quando comparada ao modelo anterior. Isso permite que o protótipo execute as curvas mais rapidamente, ou seja, sem a necessidade de uma frenagem drástica, o que implica numa retomada de velocidade menor na saída da curva e, conseqüentemente, torna o veículo mais eficiente, conforme mencionado anteriormente.

Figura 37 – Análise Geral de Capotamento para o Modelo de 3 GDL



Fonte: Autor (2020)

Figura 38 – Análise Geral de Capotamento para o Modelo de 5 GDL



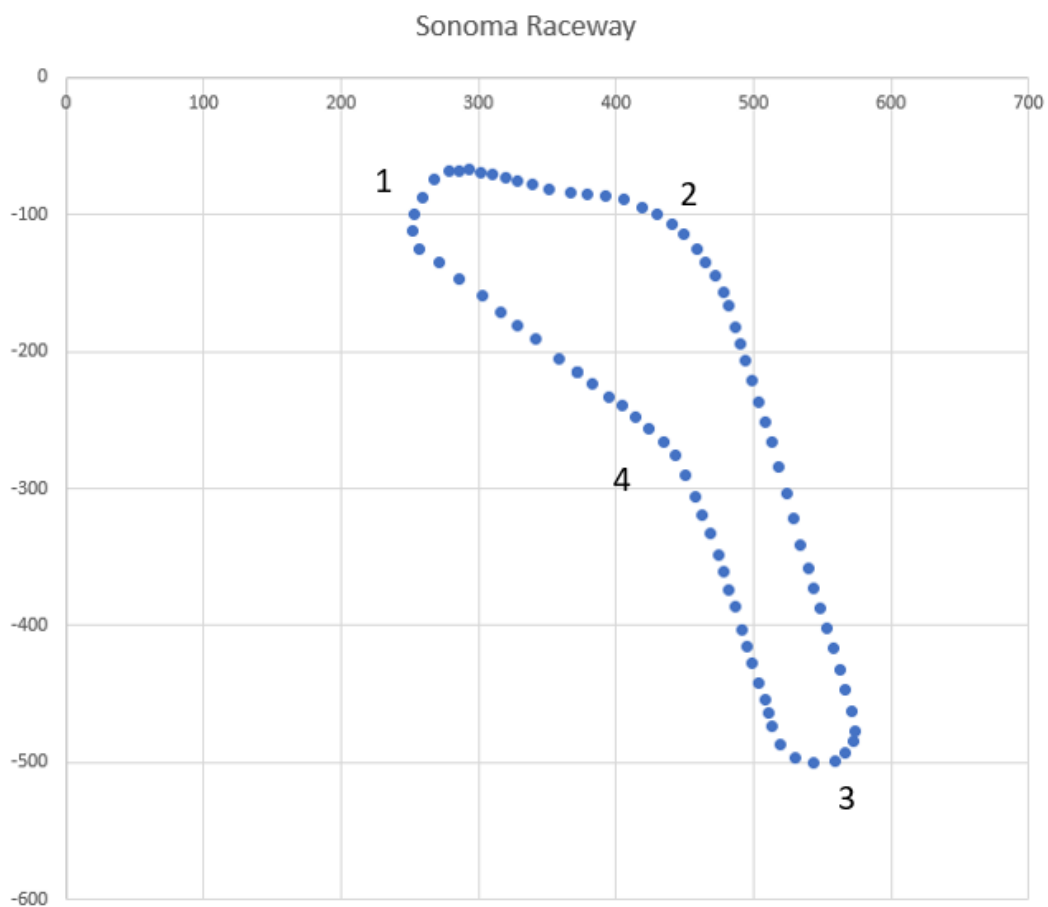
Fonte: Autor (2020)

#### 4.6 EFICIÊNCIA ENERGÉTICA

Buscando estimar a economia energética referente à inclusão de um sistema de suspensão dianteiro no protótipo, calcula-se o gasto de energia recorrente das frenagens realizadas na entrada de cada curva para ambos os modelos.

Inicialmente, segmenta-se o circuito da Shell Eco-marathon em quatro curvas principais, as quais estão representadas na Figura 39.

Figura 39 – Segmentação das Curvas do Circuito Sonoma Raceway (SEM)



Fonte: Autor (2020)

Para calcular a energia dissipada em função das frenagens em cada trecho indicado na Figura 39, utiliza-se a equação da variação da energia cinética, a qual é mostrada abaixo.

$$E_c = \frac{M_t \cdot (V_r^2 - V_n^2)}{2} \quad (57)$$

Como explicado anteriormente, o regulamento da SEM exige que os veículos realizem as 8 voltas da competição em, no máximo, 24 minutos. Assim, conhecendo o comprimento total do circuito (1164 m), calcula-se que a velocidade média mínima a ser adotada pelo protótipo é de, aproximadamente, 7 m/s. Portanto, essa será a velocidade de referência ( $V_r$ ).

Através das simulações realizadas pelo Matlab, estima-se a velocidade máxima na qual ambos os modelos estão aptos a executar cada uma das curvas do circuito ( $V_n$ ), sem que ocorra capotamento. Os valores aproximados das velocidades e demais parâmetros dos modelos de 3 e 5 GDL estão indicados na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros dos Modelos de 3 e 5 GDL

<b>Parâmetro</b>	<b>Modelo 3 GDL</b>	<b>Modelo 5 GDL</b>
Velocidade de referência ( $V_r$ )	7,0 m/s	7,0 m/s
Velocidade máxima na curva 1 ( $V_1$ )	4,5 m/s	5,0 m/s
Velocidade máxima na curva 2 ( $V_2$ )	5,5 m/s	6,5 m/s
Velocidade máxima na curva 3 ( $V_3$ )	4,5 m/s	4,5 m/s
Velocidade máxima na curva 4 ( $V_4$ )	4,5 m/s	7,0 m/s
Massa total do protótipo com condutor ( $M_t$ )	85,7 kg	85,7 kg
Massa do conjunto de suspensão da roda 1 ( $m_1$ )	-	2,8 kg
Massa do conjunto de suspensão da roda 2 ( $m_2$ )	-	2,8 kg

Fonte: Autor (2020)

Uma vez que foi calculada a variação da energia cinética em cada uma das curvas para ambos os modelos, soma-se os valores encontrados. Assim, obtém-se a energia total dissipada em uma volta do circuito. Os resultados podem ser visualizados na Tabela 6.

Tabela 6 – Energia Cinética Dissipada dos Modelos de 3 e 5 GDL

<b>Parâmetro</b>	<b>Modelo 3 GDL</b>	<b>Modelo 5 GDL</b>
Energia cinética da curva 1 ( $EC_1$ )	1231,6 J	1096,0 J
Energia cinética da curva 2 ( $EC_2$ )	803,2 J	308,2 J
Energia cinética da curva 3 ( $EC_3$ )	1231,6 J	1313,0 J
Energia cinética da curva 4 ( $EC_4$ )	1231,6 J	0
Energia cinética total	4498,0 J	2717,2 J

Fonte: Autor (2020)



Analisando os resultados encontrados, nota-se que o modelo de 5 GDL apresenta uma economia de energia de quase 40% referente às frenagens na entrada de cada uma das curvas indicadas na Figura 39, quando comparado ao modelo de 3 GDL. Dessa forma, pode-se afirmar que a inclusão de um sistema de suspensão dianteiro em protótipos automotivos ultra eficientes contribui diretamente para sua eficiência energética em curvas.

## 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho buscou realizar a modelagem dinâmica de um protótipo automotivo ultra eficiente, tomando como referência os veículos projetados pela equipe Eficem de Eficiência Energética da UFSC. O estudo se desenvolveu com base fundamental na 2ª Lei de Newton, abordando com uma gama imensa de detalhes todas as formulações físicas descritas, hipóteses adotadas e embasamentos matemáticos utilizados para que a modelagem dinâmica pudesse ser desempenhada da maneira mais completa e consistente possível.

Uma vez que o desenvolvimento dinâmico foi consolidado, o estudo se estendeu à análise física e matemática (teórica) da inclusão de um sistema de suspensão dianteiro no protótipo, com o objetivo de aprimorar seu desempenho em curvas, possibilitando-o completá-las com maiores velocidades. Desta forma, evita-se a necessidade de frenagens drásticas, o que implica numa retomada de velocidade menor na saída da curva e, conseqüentemente, torna o veículo mais eficiente.

Para a realização das simulações de pista, mapeou-se o circuito oficial da Shell Eco-marathon (adaptação do Sonoma Raceway, CA). Com o uso do Microsoft Excel e do método Circle Fit, estimou-se o raio de curvatura dos trechos de interesse, aproximando um conjunto de pontos a uma circunferência, a partir das coordenadas discretas da trajetória. Esta escolha se demonstrou muito válida, já que foi possível aproximar as abordagens teóricas deste trabalho à realidade, obtendo-se, assim, resultados mais precisos.

Nessa perspectiva, buscou-se avaliar os principais efeitos, conceitos e parâmetros abordados na dinâmica veicular para o modelo original (sem suspensão) e o novo modelo proposto (com suspensão). Ou seja, foram feitas análises relacionadas ao efeito da suspensão na variação da altura do CG, massa suspensa, efeitos de *roll* e *pitch* e possíveis capotamentos em curvas.

Dentre todas as avaliações realizadas, os resultados referentes ao capotamento do veículo foram os mais satisfatórios. Por meio dos gráficos obtidos, foi possível perceber uma significativa redução da força aplicada sobre o pneu, quando o protótipo dispôs de um sistema de suspensão dianteiro. Já as análises da variação da massa suspensa e efeitos de *roll* durante o circuito se demonstraram coerentes, uma vez que os valores obtidos para o modelo de 3 GDL (sem suspensão) foram inferiores aos encontrados para o modelo de 5 GDL (com suspensão).

Por sua vez, a análise da variação do centro de gravidade apontou valores nulos, visto que o CG se encontra na linha central longitudinal do protótipo. Da mesma forma, os valores

de *pitch* também foram nulos para todos os casos, o que já era esperado, partindo do princípio de que foi adotada uma velocidade constante para o veículo nas simulações realizadas, eliminando-se, assim, os efeitos de aceleração e frenagem, principais causadores de *pitch*.

A escolha do programa Matlab para a realização das diversas simulações feitas ao longo deste trabalho demonstrou ter sido extremamente assertiva. Uma vez que todas as equações que descrevem o movimento completo do veículo foram devidamente implementadas no algoritmo, foi possível efetuar as mais variadas análises de interesse sobre os modelos criados de maneira prática e didática, incluindo plotagem de gráficos e animações de vídeo, cruciais para o entendimento do problema estudado e formulação dos resultados.

Para finalizar, retorna-se aos objetivos específicos traçados na introdução deste trabalho, repetidos abaixo.

- Modelar matematicamente a dinâmica veicular de um protótipo automotivo ultra eficiente;
- Simular a dinâmica do modelo via Matlab;
- Mapear o circuito oficial adotado nas provas da Shell Eco-marathon;
- Analisar possíveis capotamentos em curvas com e sem um sistema de suspensão no protótipo, assim como a ação dos principais efeitos da dinâmica veicular;
- Avaliar a aplicabilidade deste mecanismo em termos de eficiência energética.

Dentre todos os objetivos listados, considera-se que o primeiro, o segundo, o terceiro e o quarto foram concluídos com êxito. Assim, como possível extensão e desenvolvimento de trabalhos futuros, indica-se o estudo aprofundado da energia dissipada pelo protótipo em todos os trechos do circuito, considerando perdas energéticas também em retas, em função do arrasto do ar, massa, atritos mecânicos, eficiência do motor e demais parâmetros.

Sugere-se também que seja feito o projeto e desenvolvimento de um sistema de suspensão dianteiro simplificado para protótipos ultra eficientes, utilizando materiais leves e que simulariam o trabalho de um sistema de suspensão, como buchas e outros elementos de dissipação de energia, no intuito de comprovar os estudos teóricos realizados.

Outras possíveis frentes de pesquisa seriam análises do comprimento da bitola (distância entre rodas), buscando amenizar as situações críticas envolvendo capotamento, e também o desenvolvimento de análises aprofundadas relacionadas à rigidez e pressão do pneu, no intuito de otimizar o desempenho do protótipo em curvas, e que compensem a perda de eficiência

energética em retas. Por fim, indica-se o estudo das análises desempenhadas neste trabalho em protótipos automotivos ultra eficientes já existentes, por meio de sensores eletrônicos e outras ferramentas, com o objetivo de comprovar os resultados teóricos obtidos.

## REFERÊNCIAS

- CARELLO, M. **IDRApegasus: A Carbon Fiber Monocoque Vehicle Prototype**. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 2014.
- CARLSEN, B. D., OMA, O. J. **Development, Building and Competing with a New Car in Shell Eco-marathon. Master of Science in Mechanical Engineering, Norwegian University of Science and Technology**, 81p., 2017.
- CHEN, S.; MOSHCHUK, N.; NARDI, F.; RYU, J. **Vehicle Rollover Avoidance**. IEEE Control Systems Magazine, 2010.
- DORMAND, John R.; PRINCE, Peter J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, n. 1, p. 19-26, 1980.
- DREHMER, L. R. C. **Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular**. 2012. 98 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- EFICEM. Disponível em: <<https://eficem.ufsc.br/>>. Acesso em: 12 jan. 2020.
- FREITAS Jr, L. M. P. **Estudo da Dinâmica Vertical de uma Suspensão Veicular do Tipo Macpherson**. 2006, 128 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The Automotive Chassis: Volume 2 System Desing**. 828 p. Mechanical Engineering Series. Berlin: Springer, 2009.
- GILLESPIE, T. D., **Fundamentals of Vehicle Dynamics**, Society of Automotive Engineers Inc., 1992. Acesso em: 23 jun. 2018.
- GOOGLE MAPS. **Sonoma Raceway, California, United States of America**. Disponível em: <<https://www.google.com/maps/>>. Acesso em: 3 mar. 2020
- GUGLIELMINO, E ET AL. **Semi-Active Suspension Control – Improved Vehicle Ride and Road Friendliness**, London: Springer, 2008. 302p.
- KAW, A. K. **Mechanics of Composite Materials**. 2nd Ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2006.
- LEAL, L D. C. M.; DA ROSA, E.; NICOLAZZI, L. C. **Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis**. Florianópolis: UFSC, 2012.
- MARCHIORI, G. **Análise Estrutural Utilizando o Método de Elementos Finitos de um Chassi para Veículos de Eficiência Energética Construído com Material Compósito**. 2017. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Centro de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2017.
- MITEV, E. **Aerodynamics Assessment Using CFD for a Low Drag Shell Eco-marathon Car**. 2017. Yildiz Technical University Press, Istanbul, Turkey.

NETO, S. B. **Modelo para Gestão de Projetos – O Caso da Equipe Eficem**. 2017. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Centro de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2017.

OMER, M. **Design and Analysis of Composite Chassis for Shell Eco Marathon Prototype Vehicle 2016 using Finite Element Analysis**. German University of Technology in Oman, Oman, 2015.

PALM, W. J. **Mechanical Vibration**. Hoboken: John & Sons, 2007. 700p.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

RASSINI NHK AUTOMOTIVE. **Feixes de Mola**. Disponível em: <<http://www.rassini-nhk.com.br/produtos/nhk>>. Acesso em: 25 jan. 2020.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. W. **The Automotive Chassis: Engineering Principles**. 2. ed., 2001.

SANTIN, J. J. et al. **The World's Most Fuel-Efficient Vehicle: Design and Development of PAC-CAR II**. Zürich: vdf Hochschulverlag Ag an der ETH Zürich, 2007.

SHELL. **Shell Eco-marathon History**. Disponível em: <<http://www.shell.com/energy-and-innovation/shell-ecomarathon.html>>. Acesso em: 23 jan. 2020.

SHELL. **Shell Eco-marathon 2020, Official Rules Chapter I**. Disponível em: <<http://www.shell.com/energy-and-innovation/shell-ecomarathon.html>>. Acesso em: 24 de jan. 2020.

SHELL. **Shell Eco-marathon 2020, Sonoma Raceway**. Disponível em: <<https://www.shell.us/media/2019-media-releases/students-put-energy-efficient-cars-to-the-test-at-shell-eco-mara.html>>. Acesso em: 15 de mar. 2020.

## ANEXO A – SISTEMAS DE SUSPENSÃO

### SUSPENSÃO PASSIVA

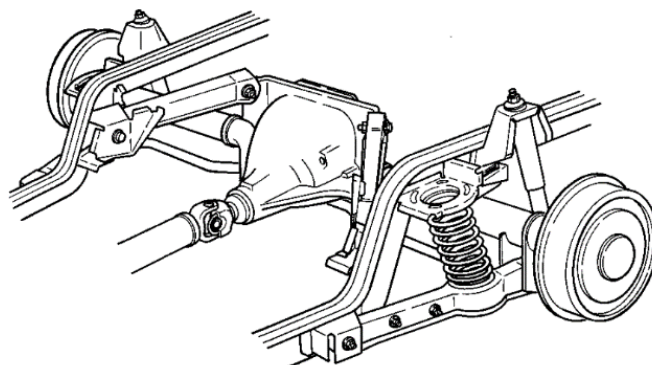
De maneira simplificada, o sistema passivo de suspensão pode ser definido como um sistema puramente mecânico. Ou seja, não há a presença de sensores e atuadores eletrônicos para o seu funcionamento. Este sistema conta com três parâmetros principais para o seu desempenho: massa, mola e amortecedor. O amortecedor é necessário para dissipar as vibrações e impactos provenientes da superfície na qual o veículo trafega. Por sua vez, a mola trabalha junto ao amortecedor, absorvendo as oscilações verticais da roda.

São vários os tipos de suspensão passiva existentes, e suas características de rigidez e amortecimento podem ser geradas através de diferentes mecanismos. Os principais sistemas estão descritos a seguir.

#### Suspensão de Eixo Rígido

As suspensões de eixo rígido são constituídas por alguns elementos essenciais, como amortecedor, mola, braço de suspensão, pivô e barra anti-rolagem. O braço de suspensão corresponde à ligação responsável por permitir o movimento vertical da roda, o qual é ligado à carroceria do veículo. O pivô é utilizado como ponto de articulação entre o braço de direção e a manga de eixo. Por fim, a barra anti-rolagem tem o papel de ligar as rodas, podendo ser chamada também de barra estabilizadora. Esses elementos podem ser visualizados na Figura 40. (GILLESPIE, 1992).

Figura 40 – Suspensão de Eixo Rígido



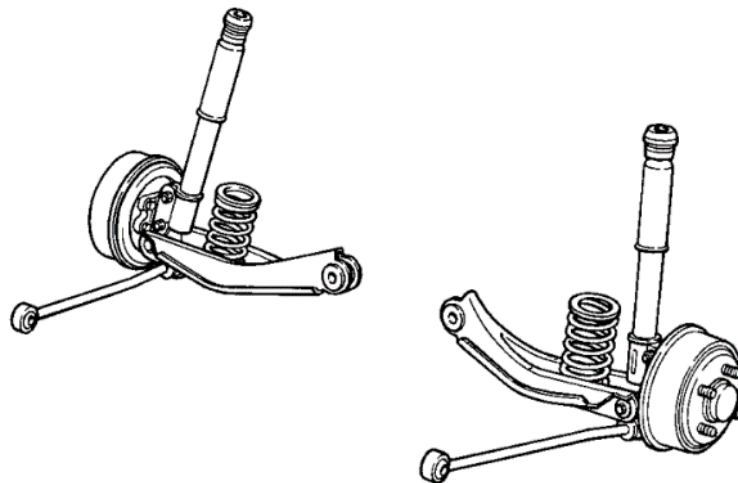
Fonte: Gillespie (1992, p.240)

## Suspensão de MacPherson

A suspensão MacPherson oferece vantagens em termos de espaço para motores transversais, sendo, assim, amplamente utilizada em veículos de tração dianteira. Este é considerado um sistema simples, pois possui poucos componentes com relação aos demais sistemas de suspensão (GILLESPIE, 1992). Ela também é conhecida por Suspensão Telescópica, por possuir amortecedores desta categoria.

Outra característica peculiar dessa suspensão é a presença de molas helicoidais, as quais apresentam resultados mais significativos para as vibrações, ruído e aspereza (FREITAS, 2006). A suspensão de MecPherson pode ser observada na Figura 41.

Figura 41 – Suspensão de MacPherson



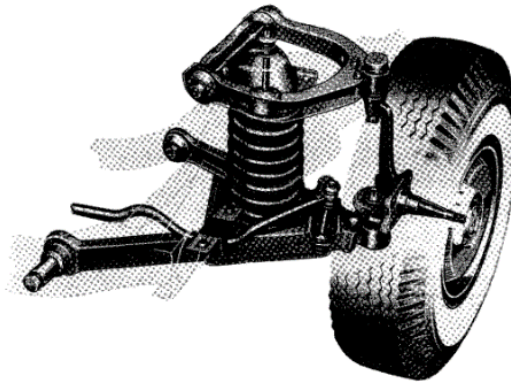
Fonte: Gillespie (1992, p. 244)

## Suspensão Duplo A

Também conhecida como triângulo duplo (devido ao formato das extremidades que envolvem a mola), a suspensão do tipo duplo A se enquadra no grupo das suspensões independentes, pois seus componentes trabalham de forma livre, sem a presença de uma barra anti-rolagem (GILLESPIE, 1992). É possível observar tais detalhes na Figura 42. Pela dificuldade de se adaptar um sistema de suspensão em um protótipo de eficiência energética, o duplo A se torna uma alternativa viável para a proposta do trabalho em questão, pois não necessita de componentes muito complexos para o seu funcionamento.



Figura 42 – Sistema de Suspensão Duplo A

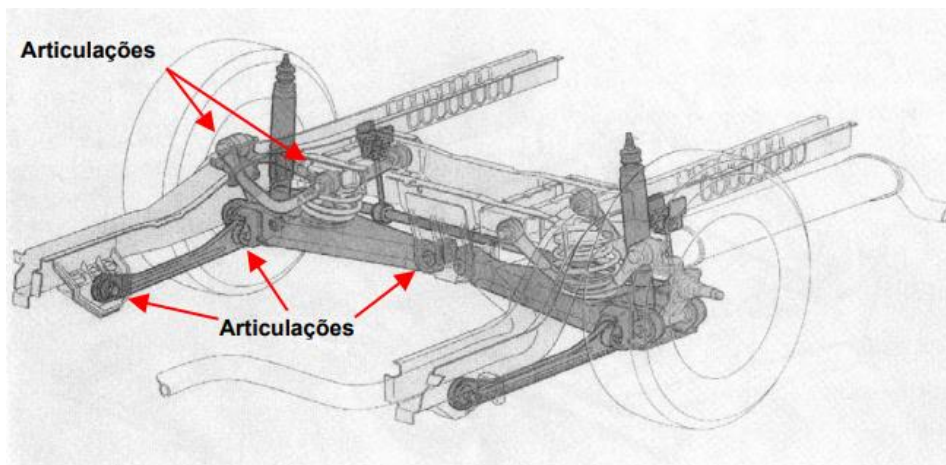


Fonte: Gillespie (1992, p. 243)

### Suspensão Multi-Link

A suspensão multi-link é caracterizada por possuir juntas esféricas e articulações que permitem ambos os lados das rodas trabalharem de forma independente. Além disso, a presença de elementos esféricos e articuladores eliminam a atuação do momento fletor sobre o sistema. Esses componentes estão indicados na Figura 43. Assim como na suspensão de MacPherson, o sistema multi-link também conta com a presença de molas helicoidais para seu funcionamento (FREITAS, 2014).

Figura 43 – Sistema de Suspensão Multi-Link

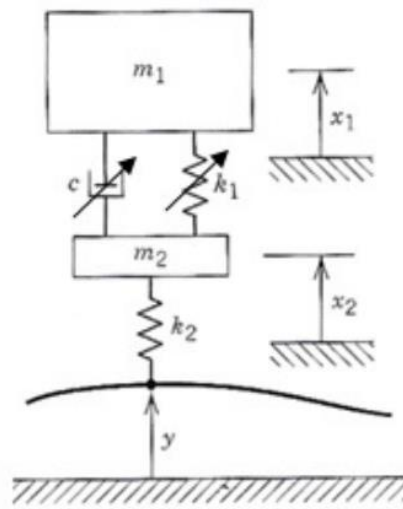


Fonte: Freitas (2014, p. 33)

## SUSPENSÃO SEMIATIVA

As suspensões semiativas são suspensões passivas, porém com possibilidade de variação dos parâmetros. Na maioria dos casos, altera-se o coeficiente de amortecimento, porém também é possível variar a constante elástica da mola para que se atinja a funcionalidade desejada (GUGLIELMINO, 2008). Seu esquemático pode ser observado no modelo semiativo de suspensão representado na Figura 44.

Figura 44 – Modelo Semiativo de Suspensão



Fonte: Palm (2007)

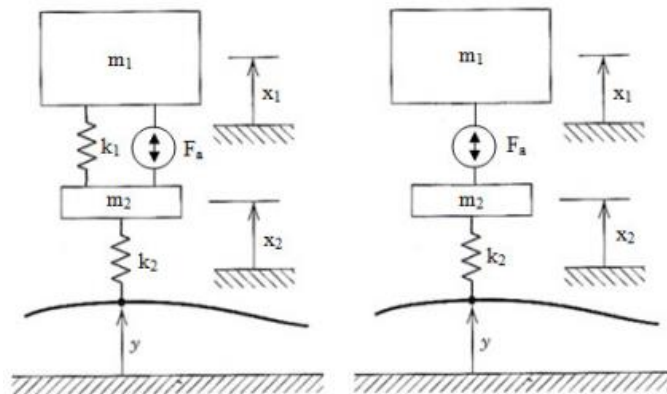
## SUSPENSÃO ATIVA

O sistema ativo de suspensão consiste na inserção de um atuador que produz forças que agem na suspensão de modo a melhorar os requisitos de segurança, conforto e dirigibilidade do veículo.

A ideia do uso de suspensões ativas teve início em 1954, por meio de um artigo científico publicado por Federspiel-Labrosse. Porém essa nova tecnologia demorou para ser comercializada, devido à necessidade de sensores e de um sistema de controle elaborado para a garantia de um bom desempenho (GUGLIELMINO, 2008). Hoje, pelo avanço na área de controle, eletrônica, instrumentação e desenvolvimento de atuadores, torna-se possível a utilização e aplicação de suspensões ativas.

De acordo com Guglielmino (2008) as suspensões ativas podem ser classificadas em dois sistemas: parcialmente carregado (esquerda) e totalmente carregado (direita), demonstrados na Figura 45. Ao contrário do parcialmente carregado, o sistema totalmente carregado apresenta somente um atuador que, além de responder às perturbações, é responsável por sustentar a massa suspensa do veículo.

Figura 45 – Modelos de Suspensão Ativa Parcialmente e Totalmente Carregados



Fonte: Palm (2007)

## ANEXO B – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS (MATLAB)

### SISTEMA DE EDOS DO MODELO DE 3 GDL (VEÍCULO ORIGINAL)

```

% Renan Luis Knabben
% Engenharia Automotiva - UFSC
% 26/02/2020
% Sistema de EDOs para simulacao das equacoes do movimento do modelo proposto com
dadas condicoes iniciais utilizando ode45

% -----
% ----- %

close all;
clear all;
clc

% Variaveis do modelo:
lf = 0.668;      % [m]
lr = 0.849;      % [m]
tl = 0.299;      % [m]
tr = 0.299;      % [m]
tb = tl+tr;      % [m]
kt = 117595.5;  % [N/m]
ms = 80.088;     % [kg]
Ix = 92.109;     % [kg*m^2]
Iy = 79.202;     % [kg*m^2]
czs = 200;       % [N*s/m]
ctx = 200;       % [N*s/m]
cty = 200;       % [N*s/m]
g = 9.81;        % [m/s^2]
Mt = 85.676;     % [kg]
hcg = 0.608;     % [m]
V = 7.0;         % [m/s]

% Coordenadas da pista:
data=[
372 -215
359 -205
341 -191
329 -181
316 -171
302 -160
286 -147
271 -135
257 -125
252 -112
253 -100
259 -87
268 -75
278 -68
286 -68
293 -67
301 -69
310 -70
319 -73
329 -76
339 -78
352 -81
366 -84
379 -85
393 -86
405 -89

```

```
419 -95
429 -100
441 -107
449 -114
459 -125
465 -134
473 -145
478 -156
482 -166
487 -183
490 -194
495 -207
499 -221
504 -237
508 -252
513 -266
519 -285
524 -303
529 -322
534 -341
540 -358
544 -373
549 -387
553 -402
558 -417
563 -433
567 -447
571 -463
573 -477
572 -485
567 -494
560 -499
544 -501
530 -497
520 -487
513 -474
511 -464
508 -455
504 -442
499 -427
495 -415
491 -403
486 -386
482 -374
478 -360
475 -349
468 -333
462 -319
458 -306
450 -290
443 -276
435 -266
424 -257
414 -248
404 -239
395 -233
383 -224
372 -215
];

data=[data;data(1:3,:)];
x_data=data(:,1);
y_data=data(:,2);
N=length(data);

% Distância [m]:
d_parcial=sqrt( (x_data(2:end,1)-x_data(1:end-1,1)).^2 + (y_data(2:end,1)-
y_data(1:end-1,1)).^2);
```

```

d=cumtrapz(d_parcial);
d=d(1:end-2);

dd=0:5:max(d);
datax=interp1(d,data(1:end-3,1),dd,'spline');
datay=interp1(d,data(1:end-3,2),dd,'spline');
data=[datax',datay'];
data=[data;data(1:3,:)];

% Raio de curvatura:
N=length(data);

for aux=1:N-3,
    % Coordenadas em x e y
    x=data(1+aux:3+aux,1);
    y=data(1+aux:3+aux,2);

    % Método de ajuste de circunferência:
    n=length(x); xx=x.*x; yy=y.*y; xy=x.*y;
    A=[sum(x) sum(y) n;sum(xy) sum(yy) sum(y);sum(xx) sum(xy) sum(x)];
    B=[-sum(xx+yy) ; -sum(xx.*y+yy.*y) ; -sum(xx.*x+xy.*y)];
    a=A\B; % Solução

    por Mínimos Quadrados
    xc(aux) = -.5*a(1); % Centro
    na coordenada x
    yc(aux) = -.5*a(2); % Centro
    na coordenada y

    ACx=data(aux,1)-xc(aux);
    ACy=data(aux,2)-yc(aux);
    Sign_ACx=sign(ACx);
    Sign_Acy=sign(ACy);
    if Sign_ACx>0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx>0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx>0 && Sign_Acy==0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy==0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx==0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx==0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    end

    R(aux) = Sign_AC*sqrt((a(1)^2+a(2)^2)/4-a(3));

end

% ode45 chamando funcao movimento_simplificado:
Tmax = max(d)/V;
[t,y] = ode45(@movimento_simplificado,[0 Tmax],[0 0 0 0 0
0],[],lf,lr,tl,tr,tb,kt,ms,Ix,Iy,czs,ctx,cty,g,Mt,hcg,V,dd,R);

% Variação massa suspensa zs:
% figure(1)
% subplot(1,2,1)
% plot(t,y(:,5),'b','linewidth',1.5)
% axis([0 Tmax -0.02 0.02])
% title('Variação Centro de Gravidade','FontSize',12)
% xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
% ylabel('Resposta zs [m]','FontSize',12)
% grid on

```

```

figure(1)
subplot(2,2,1)
plot(t,y(:,5), 'b', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Centro de Gravidade', 'FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize',12)
ylabel('Resposta zs [m]', 'FontSize',12)
grid on

% Variação extremidades massa suspensa zs1 e zs2:
lf = 0.668; % [m]
tl = 0.299; % [m]
tr = 0.299; % [m]
tb = tl+tr; % [m]

zs1 = y(:,5)-lf*tan(y(:,1))+0.5*tb*tan(y(:,3)); % Eq. deslocamento zs1
zs2 = y(:,5)-lf*tan(y(:,1))-0.5*tb*tan(y(:,3)); % Eq. deslocamento zs2

% figure(1)
% subplot(1,2,2)
% plot(t,zs1, 'b', t,zs2, 'r:', 'linewidth',1.5)
% axis([0 Tmax -0.02 0.02])
% title('Variação Massa Suspensa', 'FontSize',12)
% xlabel('Tempo [s]', 'FontSize',12)
% ylabel('Respostas zs1 e zs2 [m]', 'FontSize',12)
% grid on
% legend('zs1','zs2')

figure(1)
subplot(2,2,3)
plot(t,zs1, 'b', t,zs2, 'r:', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa', 'FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize',12)
ylabel('Respostas zs1 e zs2 [m]', 'FontSize',12)
grid on
legend('zs1','zs2')

figure(1)
subplot(2,2,2)
plot(t,zs1, 'b', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa', 'FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize',12)
ylabel('Respostas zs1 [m]', 'FontSize',12)
grid on

figure(1)
subplot(2,2,4)
plot(t,zs2, 'r', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa', 'FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize',12)
ylabel('Respostas zs2 [m]', 'FontSize',12)
grid on

% Forca normal em 'z' atuando nas rodas do veiculo:
lf = 0.668; % [m]
lr = 0.849; % [m]
g = 9.81; % [m/s^2]
Mt = 85.676; % [kg]
k1 = 11759.55; % [N/m]
kt = k1*10; % [N/m]

N1 = (Mt*g/2)*(1-lf/(lr+lf)); % [N]
N2 = (Mt*g/2)*(1-lf/(lr+lf)); % [N]
N3 = (Mt*g*lf)/(lr+lf); % [N]

```

```

% Capotamento do veiculo zs1:
figure(2)
subplot(2,2,1)
plot(t,zs1*kt,'b',t,N1*ones(size(t)),'r','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -1500 1500])
title('Capotamento Roda 1','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Força [N]','FontSize',12)
grid on
legend('Força no Pneu','Força Normal')

% Capotamento do veiculo zs2:
figure(2)
subplot(2,2,2)
plot(t,zs2*kt,'b',t,N2*ones(size(t)),'r','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -1500 1500])
title('Capotamento Roda 2','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Força [N]','FontSize',12)
grid on
legend('Força no Pneu','Força Normal')

% Simulacao roll (phi):
figure(3)
subplot(2,2,1)
plot(t,y(:,3)*180/pi,'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -10 10])
title('Rolagem em Curva (Roll)','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Resposta roll [graus]','FontSize',12)
grid on

% Simulacao pitch (teta):
figure(3)
subplot(2,2,2)
plot(t,y(:,1)*180/pi,'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -10 10])
title('Arfagem em Curva (Pitch)','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Resposta pitch [graus]','FontSize',12)
grid on

% Coordenadas pista versus raio de curvatura:
figure
plot3(data(1:end,1),data(1:end,2),zeros(size(data(1:end,1))), 'k', data(1:end-3,1),data(1:end-3,2),1./R,'b',data(1,1),data(1,2),0,'ro','LineWidth',2)
xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
zlabel('Curvatura [m^-1]','FontSize',12)
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% criarVideo=1, para gerar vídeo AVI, ou criarVideo=0, para não gerar vídeo
criarVideo=0;

% Visualização gráfica:
datax_visual=interp1(dd,data(1:end-3,1),t*V);
datay_visual=interp1(dd,data(1:end-3,2),t*V);
% Fy1_part=y(:,7)*kt-N1;
Fy1_part=zs1*kt-N1;
% Fy2_part=y(:,9)*kt-N2;
Fy2_part=zs2*kt-N2;
Fy1=3*Fy1_part/max(abs(Fy1_part));
Fy2=3*Fy2_part/max(abs(Fy2_part));

% Gráfico da pista e locais de tombamento:

```



```

tombx1=[];
tomby1=[];
tombx2=[];
tomby2=[];
figure

for aux2=1:100:length(y),

    if Fy1(aux2)>=0,
        tombx1=[tombx1; datax_visual(aux2)];
        tomby1=[tomby1; datay_visual(aux2)];
    end
    if Fy2(aux2)>=0,
        tombx2=[tombx2; datax_visual(aux2)];
        tomby2=[tomby2; datay_visual(aux2)];
    end
    if isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',datax_visual(aux2),da
tay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        elseif ~isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(tombx1,tomby1,'r^',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        elseif isempty(tombx1) && ~isempty(tombx2),

plot(tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        else

plot(tombx1,tomby1,'r^',tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1
),data(1,2),'go',datax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        end
    end

xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
grid on
axis([0 700 -700 0])

if criarVideo==1,
    cont1=0;
    vidObj = VideoWriter('Pista_comSuspensao.avi');
    open(vidObj);
    tombx1=[];
    tomby1=[];
    tombx2=[];
    tomby2=[];

    for aux1=1:100:length(y),
        cont1=cont1+1;
        hg=figure;
        h1=subplot(1,2,1);

        if Fy1(aux1)>=0,
            tombx1=[tombx1; datax_visual(aux1)];
            tomby1=[tomby1; datay_visual(aux1)];
        end
        if Fy2(aux1)>=0,
            tombx2=[tombx2; datax_visual(aux1)];
            tomby2=[tomby2; datay_visual(aux1)];
        end
        if isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',datax_visual(aux1),da
tay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
            elseif ~isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

```

```

plot(tombx1,tomby1,'r^',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
elseif isempty(tombx1) && ~isempty(tombx2),

plot(tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
else

plot(tombx1,tomby1,'r^',tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1
),data(1,2),'go',datax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
end

xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
grid on
axis([0 700 -700 0])

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Subplot (2)
h2=subplot(1,2,2);
h=polar([10*y(aux1,3)+pi; 10*y(aux1,3)],3*ones(2,1),'-b');
set(h,'LineWidth',3)
hold on
polar([pi 0],[3 3],'--k')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Curva de uma elipse (r=e*p/(1-e*cos(teta))), p=parâmetro da elipse,
% e<1.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

tetao=10*y(aux1,3);
teta=[0:.1:pi]+tetao;
r=sqrt(36./(4*cos(teta-tetao).^2+9*sin(teta-tetao).^2));
hp2=polar(teta,r,'b');
set(hp2,'LineWidth',3)

if Fy1(aux1)<0,
    quiver(3,0,0,Fy1(aux1),'g','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
else
    quiver(3,0,0,Fy1(aux1),'r','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
end
if Fy2(aux1)<0,
    quiver(-3,0,0,Fy2(aux1),'g','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
else
    quiver(-3,0,0,Fy2(aux1),'r','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
end

hold off
title('Inclinação x10','FontSize',14,'FontWeight','Bold')
text(0.5,-5,['Roll: ' num2str(round(y(aux1,3)*180/pi*10)/10
'°'],'FontSize',14,'FontWeight','Bold')
M(cont1)=getframe(hg);
writeVideo(vidObj,M(cont1));
close
end

close(vidObj);
% movie(M)
end

```

## FUNÇÃO MOVIMENTO DO MODELO DE 3 GDL (VEÍCULO ORIGINAL)

```

% Renan Luis Knabben
% Engenharia Automotiva - UFSC
% 26/02/2020
% Funcao 'movimento_simplificado' com equacoes do modelo representado e variaveis
de entrada

% -----
% ----- %

function dydt =
movimento_simplificado(t,y,lf,lr,tl,tr,tb,kt,ms,Ix,Iy,czs,ctx,cty,g,Mt,hcg,V,d,R_ve
tor)

% Interpolação do raio de curvatura:
R = interp1(d,R_vetor,t*V,'spline');

% Momento rolante atuando no CG do veiculo:
if R<5 && R>-5,
    Mr=0;
elseif R>500 && R<-500,
    Mr=0;
else
    Mr = (Mt*V^2*hcg)/R;    % [N*m]
end

% Equacoes decompostas do deslocamento e velocidade do modelo:
zs1 = y(5)-lf*tan(y(1))+0.5*tb*tan(y(3));    % Eq. deslocamento zs1
zs2 = y(5)-lf*tan(y(1))-0.5*tb*tan(y(3));    % Eq. deslocamento zs2

% Vetor com equacoes do movimento do modelo (3 dof):
dydt = [y(2);
        (-kt*lr*tan(y(1))^2+2*kt*lf*tan(y(1))^2-cty*y(2))/Iy;    % Eq. rotacao y
        y(4);
        (0.5*tb*(zs2*kt-zs1*kt)-ctx*y(4)+Mr)/Ix;    % Eq. rotacao x
        y(6);
        (-kt*zs1-kt*zs2-kt*y(5)-czs*y(6))/ms;];    % Eq. massa

suspensa

% Variaveis de parametrizacao:
% y(1) = teta (pitch)
% y(2) = teta_ponto
% y(3) = phi (roll)
% y(4) = phi_ponto
% y(5) = zs (deslocamento massa suspensa)
% y(6) = zs_ponto

```

## SISTEMA DE EDOS DO MODELO DE 5 GDL (VEÍCULO COM SUSPENSÃO)

```

% Renan Luis Knabben
% Engenharia Automotiva - UFSC
% 15/01/2020
% Sistema de EDOs para simulacao das equacoes do movimento do modelo proposto com
dadas condicoes iniciais utilizando ode45

% -----
% ----- %

close all;
clear all;
clc

% Variaveis do modelo:
lf = 0.668;      % [m]
lr = 0.849;      % [m]
tl = 0.299;      % [m]
tr = 0.299;      % [m]
tb = tl+tr;      % [m]
k1 = 11759.55;   % [N/m]
c1 = 1554;        % [N*s/m]
m1 = 2.830;      % [kg]
k2 = 11759.55;   % [N/m]
c2 = 1554;        % [N*s/m]
m2 = 2.830;      % [kg]
kt = k1*10;      % [N/m]
ms = 80.088;     % [kg]
Ix = 92.109;     % [kg*m^2]
Iy = 79.202;     % [kg*m^2]
czs = 200;       % [N*s/m]
ctx = 200;       % [N*s/m]
cty = 200;       % [N*s/m]
g = 9.81;        % [m/s^2]
Mt = 85.676;     % [kg]
hcg = 0.608;     % [m]
V = 7.0;         % [m/s]

% Coordenadas da pista:
data=[
372 -215
359 -205
341 -191
329 -181
316 -171
302 -160
286 -147
271 -135
257 -125
252 -112
253 -100
259 -87
268 -75
278 -68
286 -68
293 -67
301 -69
310 -70
319 -73
329 -76
339 -78
352 -81
366 -84
379 -85
393 -86
405 -89

```

```
419 -95
429 -100
441 -107
449 -114
459 -125
465 -134
473 -145
478 -156
482 -166
487 -183
490 -194
495 -207
499 -221
504 -237
508 -252
513 -266
519 -285
524 -303
529 -322
534 -341
540 -358
544 -373
549 -387
553 -402
558 -417
563 -433
567 -447
571 -463
573 -477
572 -485
567 -494
560 -499
544 -501
530 -497
520 -487
513 -474
511 -464
508 -455
504 -442
499 -427
495 -415
491 -403
486 -386
482 -374
478 -360
475 -349
468 -333
462 -319
458 -306
450 -290
443 -276
435 -266
424 -257
414 -248
404 -239
395 -233
383 -224
372 -215
];

data=[data;data(1:3,:)];
x_data=data(:,1);
y_data=data(:,2);

% Distância [m]:
d_parcial=sqrt( (x_data(2:end,1)-x_data(1:end-1,1)).^2 + (y_data(2:end,1)-
y_data(1:end-1,1)).^2);
d=cumtrapz(d_parcial);
```

```

d=d(1:end-2);

dd=0:5:max(d);
datax=interp1(d,data(1:end-3,1),dd,'spline');
datay=interp1(d,data(1:end-3,2),dd,'spline');
data=[datax',datay'];
data=[data;data(1:3,:)];

% Raio de curvatura:
N=length(data);
for aux=1:N-3,
    % Coordenadas em x e y
    x=data(1+aux:3+aux,1);
    y=data(1+aux:3+aux,2);

    % Método de ajuste de circunferência:
    n=length(x); xx=x.*x; yy=y.*y; xy=x.*y;
    A=[sum(x) sum(y) n;sum(xy) sum(yy) sum(y);sum(xx) sum(xy) sum(x)];
    B=[-sum(xx+yy) ; -sum(xx.*y+yy.*y) ; -sum(xx.*x+xy.*y)];
    a=A\B; % Solução
por Mínimos Quadrados
    xc(aux) = -.5*a(1); % Centro
na coordenada x
    yc(aux) = -.5*a(2); % Centro
na coordenada y

    ACx=data(aux,1)-xc(aux);
    ACy=data(aux,2)-yc(aux);
    Sign_ACx=sign(ACx);
    Sign_Acy=sign(ACy);
    if Sign_ACx>0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx>0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx>0 && Sign_Acy==0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx<0 && Sign_Acy==0,
        Sign_AC=-1;
    elseif Sign_ACx==0 && Sign_Acy>0,
        Sign_AC=+1;
    elseif Sign_ACx==0 && Sign_Acy<0,
        Sign_AC=-1;
    end

    R(aux) = Sign_AC*sqrt((a(1)^2+a(2)^2)/4-a(3)); % Raio de curvatura

end

% ode45 chamando funcao movimento_completo:
Tmax=max(d)/V;
[t,y] = ode45(@movimento_completo,[0 Tmax],[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]);
0],[l,f,lr,tl,tr,tb,k1,c1,m1,k2,c2,m2,kt,ms,Ix,Iy,czs,ctx,cty,g,Mt,hcg,V,dd,R)];

% Variação massa suspensa zs:
% figure(1)
% subplot(1,2,1)
% plot(t,y(:,5),'b','linewidth',1.5)
% axis([0 Tmax -0.06 0.06])
% title('Variação Centro de Gravidade','FontSize',12)
% xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
% ylabel('Resposta zs [m]','FontSize',12)
% grid on

figure(1)

```

```

subplot(2,2,1)
plot(t,y(:,5),'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Centro de Gravidade','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Resposta zs [m]','FontSize',12)
grid on

% Variação extremidades massa suspensa zs1 e zs2:
lf = 0.668; % [m]
tl = 0.299; % [m]
tr = 0.299; % [m]
tb = tl+tr; % [m]

zs1 = y(:,5)-lf*tan(y(:,1))+0.5*tb*tan(y(:,3)); % Eq. deslocamento zs1
zs2 = y(:,5)-lf*tan(y(:,1))-0.5*tb*tan(y(:,3)); % Eq. deslocamento zs2

% figure(1)
% subplot(1,2,2)
% plot(t,zs1,'b',t,zs2,'r','linewidth',1.5)
% axis([0 Tmax -0.06 0.06])
% title('Variação Massa Suspensa','FontSize',12)
% xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
% ylabel('Respostas zs1 e zs2 [m]','FontSize',12)
% grid on
% legend('zs1','zs2')

figure(1)
subplot(2,2,3)
plot(t,zs1,'b',t,zs2,'r','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Respostas zs1 e zs2 [m]','FontSize',12)
grid on
legend('zs1','zs2')

figure(1)
subplot(2,2,2)
plot(t,zs1,'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Respostas zs1 [m]','FontSize',12)
grid on

figure(1)
subplot(2,2,4)
plot(t,zs2,'r','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -0.06 0.06])
title('Variação Massa Suspensa','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Respostas zs2 [m]','FontSize',12)
grid on

% Força normal em 'z' atuando nas rodas do veiculo:
lf = 0.668; % [m]
lr = 0.849; % [m]
g = 9.81; % [m/s^2]
Mt = 85.676; % [kg]
k1 = 11759.55; % [N/m]
kt = k1*10; % [N/m]

N1 = (Mt*g/2)*(1-lf/(lr+lf)); % [N]
N2 = (Mt*g/2)*(1-lf/(lr+lf)); % [N]
N3 = (Mt*g*lf)/(lr+lf); % [N]

% Capotamento do veiculo zml:

```

```

figure(2)
subplot(2,2,1)
plot(t,y(:,7)*kt,'b',t,N1*ones(size(t)), 'r', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -1500 1500])
title('Capotamento Roda 1','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Força [N]','FontSize',12)
grid on
legend('Força no Pneu','Força Normal')

% Capotamento do veiculo zm2:
figure(2)
subplot(2,2,2)
plot(t,y(:,9)*kt,'b',t,N2*ones(size(t)), 'r', 'linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -1500 1500])
title('Capotamento Roda 2','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Força [N]','FontSize',12)
grid on
legend('Força no Pneu','Força Normal')

% Simulacao roll (phi):
figure(3)
subplot(2,2,1)
plot(t,y(:,3)*180/pi,'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -10 10])
title('Rolagem em Curva (Roll)','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Resposta roll [graus]','FontSize',12)
grid on

% Simulacao pitch (teta):
figure(3)
subplot(2,2,2)
plot(t,y(:,1)*180/pi,'b','linewidth',1.5)
axis([0 Tmax -10 10])
title('Arfagem em Curva (Pitch)','FontSize',12)
xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
ylabel('Resposta pitch [graus]','FontSize',12)
grid on

% Coordenadas pista versus raio de curvatura:
figure
plot3(data(1:end,1),data(1:end,2),zeros(size(data(1:end,1))), 'k',data(1:end-3,1),data(1:end-3,2),1./R,'b',data(1,1),data(1,2),0,'ro','LineWidth',2)
xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
zlabel('Curvatura [m^-1]','FontSize',12)
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% criarVideo=1, para gerar vídeo AVI, ou criarVideo=0, para não gerar vídeo
criarVideo=0;

% Visualização gráfica:
datax_visual=interp1(dd,data(1:end-3,1),t*V);
datay_visual=interp1(dd,data(1:end-3,2),t*V);
Fy1_part=y(:,7)*kt-N1;
Fy2_part=y(:,9)*kt-N2;
Fy1=3*Fy1_part/max(abs(Fy1_part));
Fy2=3*Fy2_part/max(abs(Fy2_part));

% Gráfico da pista e locais de tombamento:
tombx1=[];
tomby1=[];
tombx2=[];
tomby2=[];

```



```

figure

for aux2=1:100:length(y),
    if Fy1(aux2)>=0,
        tombx1=[tombx1; datax_visual(aux2)];
        tomby1=[tomby1; datay_visual(aux2)];
    end
    if Fy2(aux2)>=0,
        tombx2=[tombx2; datax_visual(aux2)];
        tomby2=[tomby2; datay_visual(aux2)];
    end
    if isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',datax_visual(aux2),da
tay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        elseif ~isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(tombx1,tomby1,'r^',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        elseif isempty(tombx1) && ~isempty(tombx2),

plot(tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        else

plot(tombx1,tomby1,'r^',tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1
),data(1,2),'go',datax_visual(aux2),datay_visual(aux2),'bd','LineWidth',2)
        end
    end

xlabel('Coordenada x [m'],'FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m'],'FontSize',12)
grid on
axis([0 700 -700 0])

if criarVideo==1,
    cont1=0;
    vidObj = VideoWriter('Pista_comSuspensao.avi');
    open(vidObj);
    tombx1=[];
    tomby1=[];
    tombx2=[];
    tomby2=[];

    for aux1=1:100:length(y),
        cont1=cont1+1;
        hg=figure;
        h1=subplot(1,2,1);
        if Fy1(aux1)>=0,
            tombx1=[tombx1; datax_visual(aux1)];
            tomby1=[tomby1; datay_visual(aux1)];
        end
        if Fy2(aux1)>=0,
            tombx2=[tombx2; datax_visual(aux1)];
            tomby2=[tomby2; datay_visual(aux1)];
        end
        if isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',datax_visual(aux1),da
tay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
            elseif ~isempty(tombx1) && isempty(tombx2),

plot(tombx1,tomby1,'r^',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
            elseif isempty(tombx1) && ~isempty(tombx2),

plot(tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',da
tax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
        end
    end
end

```

```

else
plot(tombx1,tomby1,'r^',tombx2,tomby2,'rv',data(1:end,1),data(1:end,2),'k',data(1,1),data(1,2),'go',datax_visual(aux1),datay_visual(aux1),'bd','LineWidth',2)
end

xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
grid on
axis([0 700 -700 0])

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Subplot (2)
h2=subplot(1,2,2);
h=polar([10*y(aux1,3)+pi; 10*y(aux1,3)],3*ones(2,1),'-b');
set(h,'LineWidth',3)
hold on
polar([pi 0],[3 3],'--k')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Curva de uma elipse (r=e*p/(1-e*cos(teta))), p=parâmetro da
% elipse, e<1.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

tetao=10*y(aux1,3);
teta=[0:.1:pi]+tetao;
r=sqrt(36./(4*cos(teta-tetao).^2+9*sin(teta-tetao).^2));
hp2=polar(teta,r,'b');
set(hp2,'LineWidth',3)

if Fy1(aux1)<0,
    quiver(3,0,0,Fy1(aux1),'g','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
else
    quiver(3,0,0,Fy1(aux1),'r','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
end
if Fy2(aux1)<0,
    quiver(-3,0,0,Fy2(aux1),'g','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
else
    quiver(-3,0,0,Fy2(aux1),'r','LineWidth',3,'MaxHeadSize',1)
end

hold off
title('Inclinação x10','FontSize',14,'FontWeight','Bold')
text(0.5,-5,['Roll: ' num2str(round(y(aux1,3)*180/pi*10)/10)
'°'],'FontSize',14,'FontWeight','Bold')
M(cont1)=getframe(hg);
writeVideo(vidObj,M(cont1));
close
end

close(vidObj);
% movie(M)
end

```

## FUNÇÃO MOVIMENTO DO MODELO DE 5 GDL (VEÍCULO COM SUSPENSÃO)

```

% Renan Luis Knabben
% Engenharia Automotiva - UFSC
% 15/01/2020
% Funcao 'movimento_completo' com equacoes do modelo representado e variaveis de
entrada

% -----
% ----- %

function dydt =
movimento_completo(t,y,lf,lr,tl,tr,tb,k1,c1,m1,k2,c2,m2,kt,ms,Ix,Iy,czs,ctx,cty,g,M
t,hcg,V,d,R_vetor)

% Interpolação do raio de curvatura:
R = interp1(d,R_vetor,t*V,'spline');

% Momento rolante atuando no CG do veiculo:
if R<5 && R>-5,
    Mr=0;
elseif R>500 && R<-500,
    Mr=0;
else
    Mr = (Mt*V^2*hcg)/R;    % [N*m]
end

% Equacoes decompostas do deslocamento e velocidade do modelo:
zs1 = y(5)-lf*tan(y(1))+0.5*tb*tan(y(3));           % Eq. deslocamento
zs1                                     % Eq. deslocamento
zs2 = y(5)-lf*tan(y(1))-0.5*tb*tan(y(3));           % Eq. deslocamento
zs2                                     % Eq. deslocamento
zs1_ponto = y(6)-lf*y(2)*sec(y(1))^2+0.5*tb*y(4)*sec(y(3))^2; % Eq. velocidade
Zs1                                     % Eq. velocidade
zs2_ponto = y(6)-lf*y(2)*sec(y(1))^2-0.5*tb*y(4)*sec(y(3))^2; % Eq. velocidade
zs2                                     % Eq. velocidade

% Vetor com equacoes do movimento do modelo (5 dof):
dydt = [y(2);
        ((k1*(zs1-y(7))+c1*(zs1_ponto-y(8))+k2*(zs2-y(9))+c2*(zs2_ponto-y(10)))*lf-
kt*lr^2*tan(y(1))-cty*y(2))/Iy;    % Eq. rotacao y
        y(4);
        (0.5*tb*(k2*(zs2-y(9))+c2*(zs2_ponto-y(10))-k1*(zs1-y(7))-c1*(zs1_ponto-
y(8)))-ctx*y(4)+Mr)/Ix;           % Eq. rotacao x
        y(6);
        (-k1*(zs1-y(7))-c1*(zs1_ponto-y(8))-k2*(zs2-y(9))-c2*(zs2_ponto-y(10))-
kt*y(5)-czs*y(6))/ms;            % Eq. massa suspensa
        y(8);
        (k1*(zs1-y(7))+c1*(zs1_ponto-y(8))-kt*y(7))/m1;
% Eq. massa nao suspensa 1
        y(10);
        (k2*(zs2-y(9))+c2*(zs2_ponto-y(10))-kt*y(9))/m2;];
% Eq. massa nao suspensa 2

% Variaveis de parametrizacao:
% y(1) = teta (pitch)
% y(2) = teta_ponto
% y(3) = phi (roll)
% y(4) = phi_ponto
% y(5) = zs (deslocamento massa suspensa)
% y(6) = zs_ponto
% y(7) = zml (deslocamento massa nao suspensa 1)
% y(8) = zml_ponto
% y(9) = zm2 (deslocamento massa nao suspensa 2)
% y(10) = zm2_ponto

```

## DISCRETIZAÇÃO DO RAIÃO DE CURVATURA

```
% Renan Luis Knabben  
% Engenharia Automotiva - UFSC  
% 04/03/2020  
% Circle fit para identificar raio de curvatura a partir das coordenadas da via
```

```
% -----  
% ----- %
```

```
clear all;  
close all;  
clc
```

```
% x=0:0.1:1;  
% y=sqrt(2^2-x.^2);
```

```
data=[  
372 -215  
359 -205  
341 -191  
329 -181  
316 -171  
302 -160  
286 -147  
271 -135  
257 -125  
253 -119  
252 -112  
252 -107  
253 -100  
256 -93  
259 -87  
264 -80  
268 -75  
272 -71  
278 -68  
286 -67  
293 -67  
301 -68  
310 -70  
318 -72  
329 -76  
339 -78  
352 -81  
366 -84  
379 -85  
393 -86  
405 -89  
419 -95  
429 -100  
441 -107  
449 -114  
459 -125  
465 -134  
473 -145  
478 -156  
482 -166  
487 -183  
490 -194  
495 -207  
499 -221  
504 -237  
508 -252  
513 -266  
519 -286  
524 -303
```

```

529 -322
534 -341
540 -358
544 -373
549 -390
553 -404
558 -417
563 -433
567 -447
571 -463
573 -477
572 -485
567 -494
560 -499
551 -501
544 -501
538 -499
530 -497
524 -492
520 -487
517 -481
513 -474
510 -465
508 -455
504 -442
499 -427
496 -416
491 -403
486 -386
482 -374
478 -360
475 -349
470 -337
466 -324
462 -316
458 -306
454 -298
450 -290
447 -284
443 -276
439 -271
435 -266
428 -260
422 -254
414 -248
404 -239
395 -233
383 -224
372 -215
];

data=[data;data(1:3,:)];
x_data=data(:,1);
y_data=data(:,2);
N=length(data);

% Distância [m]
d_parcial=sqrt( (x_data(2:end,1)-x_data(1:end-1,1)).^2 + (y_data(2:end,1)-
y_data(1:end-1,1)).^2);
d=cumtrapz(d_parcial);
d=d(1:end-2);

for aux=1:N-3,
    % Coordenadas em x e y
    x=data(1+aux:3+aux,1);
    y=data(1+aux:3+aux,2);

    % Método de ajuste de circunferência

```

```

n=length(x); xx=x.*x; yy=y.*y; xy=x.*y;
A=[sum(x) sum(y) n;sum(xy) sum(yy) sum(y);sum(xx) sum(xy) sum(x)];
B=[-sum(xx+yy) ; -sum(xx.*y+yy.*y) ; -sum(xx.*x+xy.*y)];
a=A\B;
xc(aux) = -.5*a(1); % Solução por Mínimos Quadrados
yc(aux) = -.5*a(2); % Centro na coordenada x
R(aux) = sqrt((a(1)^2+a(2)^2)/4-a(3)); % Raio de curvatura

% Ilustração da circunferência ajustada
x_ =xc(aux)-R(aux):0.01:xc(aux)+R(aux);
y_1=yc(aux)-sqrt(R(aux)^2-(x_-xc(aux)).^2);
y_2=yc(aux)+sqrt(R(aux)^2-(x_-xc(aux)).^2);

hold on
if rem(aux,10)==0,
    plot(x_,y_1)
    plot(x_,y_2)
end
plot(x,y,'ro')
plot(data(:,1),data(:,2),'k','LineWidth',2)
hold off
axis equal
xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
end

figure
plot3(data(1:end,1),data(1:end,2),zeros(size(data(1:end,1))),'k',data(1:end-
3,1),data(1:end-3,2),1./R,'b','LineWidth',2)
xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
zlabel('Curvatura [m^-1]','FontSize',12)
grid on

% figure
% scatter(data(1:end-3,1),data(1:end-3,2),[],(1./R')/max(1./R'),'fill')

figure
surf([data(1:end-3,1) data(1:end-3,1)], [data(1:end-3,2) data(1:end-3,2)], [(1./R')
(1./R')], ... % Reshape and replicate data
'FaceColor', 'none', ... % Don't bother filling faces with color
'EdgeColor', 'interp', ... % Use interpolated color for edges
'LineWidth', 2); % Make a thicker line
view(2); % Default 2-D view
colorbar; % Add a colorbar
xlabel('Coordenada x [m]','FontSize',12)
ylabel('Coordenada y [m]','FontSize',12)
zlabel('Curvatura [m^-1]','FontSize',12)
title('Curvatura [m^-1]','FontSize',12,'FontWeight','bold')

figure
plot(d,R)
xlabel('Distância [m]','FontSize',12)
ylabel('Raio de curvatura [m]','FontSize',12)

```