



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Haimon Otto Melchiors Trebien

**Fotoprodução exclusiva de quarkônios pesados em colisões  
ultraperiféricas**

Florianópolis (SC)

2020



Haimon Otto Melchiors Trebien

**Fotoprodução exclusiva de quarkônios pesados em colisões ultraperiféricas**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação  
em Física da Universidade Federal de Santa Catarina  
para a obtenção do título de mestre em física.  
Orientador: Emmanuel Gräve de Oliveira

Florianópolis (SC)

2020



Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Trebien, Haimon Otto Melchiors

Fotoprodução exclusiva de quarkônios pesados em colisões  
ultraperiféricas / Haimon Otto Melchiors Trebien ;  
orientador, Emmanuel Gräve de Oliveira, 2020.  
89 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,  
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Física. 2. cromodinâmica-quântica. 3. fotoprodução. 4.  
dipolos. I. de Oliveira, Emmanuel Gräve. II. Universidade  
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em  
Física. III. Título.

Haimon Otto Melchiors Trebien

**Fotoprodução exclusiva de quarkônios pesados em colisões ultraperiféricas**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Beatriz de Leone Gay Ducati  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Prof. Dr. Daniel Almeida Fagundes  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Prof. Dr. Marcus Emmanuel Benghi Pinto  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em física.

---

Coordenação do Programa de  
Pós-Graduação

---

Emmanuel Gräve de Oliveira  
Orientador

Florianópolis (SC), 2020.

## AGRADECIMENTOS

- Ao meu orientador, Emmanuel Grãve de Oliveira. Seu incentivo ao meu desenvolvimento e à minha participação em eventos e projetos me motivaram imensamente ao longo deste mestrado.
- À CAPES, pelo suporte financeiro dado durante o período de mestrado.
- Ao Departamento de Física da UFSC e a todos os professores que contribuíram para minha formação.
- Aos meus amigos, familiares, e irmão, Bernardo Melchiors Trebien, pelos momentos divididos durante os últimos anos.
- Ao grupo da sala de teoria de campos. Em especial à minha colega de pesquisa Cheryl Henkels de Souza e ao nosso colaborador Roman Pasechnik, pelos projetos e discussões desenvolvidas.
- Acima de tudo, agradeço à minha mãe, Valicir Melchiors Trebien, e ao meu pai, Herwald Otto Trebien, que sempre estiveram ao meu lado me apoiando nesta jornada acadêmica. Dedico meu mestrado a eles.





## RESUMO

Neste trabalho, discutimos a fotoprodução exclusiva de estados fundamentais e excitados dos mésons vetoriais  $J/\Psi(1S, 2S)$  e  $\Upsilon(1S, 2S)$  em colisões ultraperiféricas (UPCs) entre íons e prótons. Para as funções de onda do fóton que se desdobra no par quark-antiquark utilizamos as já bem conhecidas e utilizadas na literatura funções de onda nas variáveis do cone de luz. Para a interação do dipolo de quarks com o íon, utilizamos as seções de choque obtidas fenomenologicamente GBW e KST, e discussões acerca do limite não perturbativo da QCD são desenvolvidas. Posteriormente, utilizamos os modelos de potenciais entre quarks, bem como efeitos de spin dos mesmos, para obter as funções de ondas dos mésons pesados através das equações de Schrödinger no regime não relativístico. Encontramos uma boa concordância entre os nossos cálculos e os dados obtidos dos colisores de LHC e HERA para  $J/\Psi(1S, 2s)$  e  $\Upsilon(1S)$  em colisões  $\gamma p$ . Utilizando o fluxo de fótons provindo do método de Weizsäcker-Williams e a seção de choque de fotoprodução nuclear da teoria de Glauber-Gribov, somos capazes de estender a análise para o caso nuclear, e comparar os resultados obtidos com os aceleradores de partículas. Das produções nucleares, dois casos são possíveis de serem obtidos, o caso em que o núcleo alvo permanece intacto (produção coerente) e o caso em que o mesmo se excita ou quebra para um estado qualquer (produção incoerente). Dois efeitos de grande importância são apresentados no caso de colisões ultraperiféricas nucleares (AA UPCs), chamados de sombreamento de glúons e comprimento de coerência finita. Nossos resultados são comparados com os dados recentes do aceleradores LHCb, CMS e ALICE para o caso incoerente ( $J/\Psi(1S)$  para 2.76 TeV) e para o caso coerente ( $J/\Psi(1S, 2S)$  para 2.76 e 5.02 TeV). Também mostramos as previsões para os estados que ainda não possuem dados, no aguardo que futuras medições tragam uma informação mais detalhada sobre as funções de onda dos mésons vetoriais e sobre os efeitos nucleares.

**Palavras-chave:** cromodinâmica-quântica, fotoprodução, dipolos.

**Artigo publicado:** *Exclusive photoproduction of excited quarkonia in ultraperipheral collisions*, Henkels, Cheryl; de Oliveira, Emmanuel G.; Pasechnik, Roman e Trebien, Haimon, Phys. Rev. D 102 (2020) 014024.

## ABSTRACT

In this work, we discuss the exclusive photoproduction of ground and excited states of  $\psi(1S, 2S)$  and  $\Upsilon(1S, 2S)$  in ultraperipheral collisions (UPCs) of ions and protons. For the photon wave functions that fluctuates to the pair quark antiquark we use the well known and used in literature wave functions in the light-cone variables. For the interaction of the quarks dipole with the target, it is used the dipole cross sections obtained phenomenologically GBW and KST, and discussions about the non-perturbative QCD limit are made. Furthermore, using the potential models in order to obtain the vector meson wave function, we find a good agreement of our calculations with data from the LHC and HERA colliders for  $J/\Psi(1S, 2S)$  and  $\Upsilon(1S)$  in  $\gamma p$  collisions. Using the photon flux from the Weizsäcker-Williams method and the Glauber-Gribov photoproduction cross section in the nuclear regime, we are able to obtain the total nuclear cross sections and compare them with the data from accelerators. For the nuclear processes, two cases are important to understand: the one where the nucleus stays intact (coherent production) and the one in which it breaks or is excited (incoherent production) after the collision. Two effects are also discussed in this work and are important in the calculations to the nuclear target case: the gluon shadowing and the finite coherence length. Our results are compared to the LHCb, CMS and ALICE data, in both incoherent ( $J/\Psi(1S)$  at 2.76 TeV) and coherent ( $J/\Psi(1S, 2S)$  at 2.76 and 5.02 TeV) processes. We also provide the corresponding predictions for the excited states of charmonia and bottomonia, in the expectation that future measurements could provide a more detailed information about the vector meson wave functions and the nuclear effects.

**Key-words:** quantum-chromodynamics, photoproduction, dipoles.

**Article:** *Exclusive photoproduction of excited quarkonia in ultraperipheral collisions*, Henkels, Cheryl and de Oliveira, Emmanuel G. and Pasechnik, Roman and Trebien, Haimon, Physical Review D 102 (2020) 014024.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo Padrão . . . . .	16
Figura 2 – Diagrama representando uma colisão ultraperiférica entre dois íons. O parâmetro de impacto, $b$ , tem que ser maior que a soma dos raios de cada íon. . . . .	18
Figura 3 – Estados finais produzidos em uma colisão ultraperiférica. . . . .	19
Figura 4 – Variáveis cinemáticas da colisão ultraperiférica. O fóton (virtual ou real), com momento $q$ provém de um íon externo . . . . .	22
Figura 5 – Comportamento do parâmetro de inclinação $B$ com a energia de centro de massa, fitada para os dados de HERA e ZEUS para baixas virtualidades do fóton. Fonte: Figura elaborada pelo autor. . . . .	24
Figura 6 – Uma ilustração da fotoprodução de quarkônio exclusivo ( $\gamma p \rightarrow Vp$ ) no modelo de dipolo . . . . .	25
Figura 7 – Teorema óptico para a seção de choque do dipolo. . . . .	26
Figura 8 – Produção de um par $\gamma \rightarrow q\bar{q}$ , nos fornece a função $\Psi_{\gamma T,L}^{(\mu,\bar{\mu})}$ . . . . .	27
Figura 9 – Seção de choque do dipolo para diferentes $x$ de Bjorken no modelo GBW. Quanto mais alta a energia de centro de massa da colisão, mais rapidamente a saturação é atingida. Fonte: Figura elaborada pelo autor. . . . .	28
Figura 10 – Seção de choque do dipolo para diferentes energias de centro de massa no modelo de KST. Quanto mais alta a energia, mais rapidamente a saturação é atingida, da mesma forma que no GBW, porém o ponto de saturação para cada caso varia para diferentes energias. Fonte: Figura elaborada pelo autor. . . . .	29
Figura 11 – Potenciais com dependência na distância entre os quarks $\tilde{r}$ . O único potencial que varia com o tipo de par $q\bar{q}$ é o do potencial harmônico, os demais possuem o mesmo comportamento para ambos $c\bar{c}$ e $b\bar{b}$ . Fonte: Figura elaborada pelo autor. . . . .	35
Figura 12 – Parte radial da função de onda $\psi(\tilde{r})$ para $J/\psi(1S)$ (painel da esquerda) e $\psi(2S)$ (painel da direita) como solução de Schrödinger para os cinco potenciais $c\bar{c}$ descritos acima. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor. . . . .	36
Figura 13 – Parte radial da função de onda $\Upsilon(\tilde{r})$ para $\Upsilon(1S)$ (painel da esquerda) e $\Upsilon(2S)$ (painel da direita) como solução de Schrödinger para os cinco potenciais $b\bar{b}$ descritos acima. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor. . . . .	36
Figura 14 – Função de onda do méson dependente da fração de momento $\beta$ carregada pelo quark para $\psi(1S)$ ao painel da esquerda e $\psi(2S)$ ao painel da direita, para os potenciais “but” e “osc”. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor. . . . .	37

Figura 15 – Função de onda do méson dependente da fração de momento $\beta$ carregada pelo quark para $\Upsilon(1S)$ à esquerda e $\Upsilon(2S)$ à direita, para os potenciais “but” e “osc”. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor. . . . .	37
Figura 16 – Comparação das amplitudes com e sem a correção da parte real. . . . .	40
Figura 17 – Seção de choque da fotoprodução $\gamma p \rightarrow \psi(1S)p$ exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo GBW. . . . .	41
Figura 18 – Seção de choque da fotoprodução $\gamma p \rightarrow \psi(2S)p$ exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo GBW. . . . .	41
Figura 19 – Seção de choque da fotoprodução $\gamma p \rightarrow \Upsilon(1S)p$ exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo KST. . . . .	42
Figura 20 – Predição teórica para a seção de choque da fotoprodução $\gamma p \rightarrow \Upsilon(2S)p$ exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo KST. . . . .	43
Figura 21 – Parâmetros de impacto da colisão ultraperiférica vistos no plano transversal. A figura mostra as relações entre os parâmetros de impacto $\vec{b}$ e $\vec{b}'$ . O requisito para que a colisão seja ultraperiférica é $ \vec{b}  \geq 2R_A$ . Fonte: Figura elaborada pelo autor. . . . .	48
Figura 22 – As componentes do campo eletromagnético produzido por uma partícula carregada. . . . .	49
Figura 23 – Fotoprodução nuclear de um méson $V$ em uma colisão AA . . . . .	51
Figura 24 – Espalhamento do dipolo no meio nuclear. Para os regimes de altas energias o comprimento de coerência do méson criado é muito maior que o raio do núcleo. O par interage com um núcleon $N$ no interior do núcleo . . . . .	51
Figura 25 – Excitações difrativas do hádron projétil no meio nuclear. . . . .	55
Figura 26 – Comprimento de coerência finita. O méson criado no interior do núcleo em $z'$ , no regime de baixas energias, pode interagir com o restante do núcleo . . . . .	57
Figura 27 – Seção de choque do méson com o próton. A partir do ponto em que o méson é criado no interior do núcleo o mesmo pode interagir com o restante do núcleons presentes. Efeito especialmente importante para baixas energias de colisão . . . . .	58
Figura 28 – Fatores de forma coerente ( $F_{\text{coh}}$ ) e incoerente ( $F_{\text{inc}}$ ). Percebe-se que para altas energias os fatores de forma não modificam a seção de choque do dipolo com o núcleo. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor. . . . .	59
Figura 29 – Diagramas para a inclusão do sombreamento de glúons . . . . .	60

Figura 30 – Distribuição de glúons do núcleo em relação ao do próton. As PDFs utilizadas são EPPS16 para Pb e CT14 para o próton, ambas incluindo correções em ordem seguinte à dominante. . . . .	61
Figura 31 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de $\psi(1S, 2S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. . . . .	62
Figura 32 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de $\psi(1S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. . . . .	63
Figura 33 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de $\Upsilon(1S)$ , usando o modelo de dipolo KST. . . . .	63
Figura 34 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de $\Upsilon(2S)$ , usando o modelo de dipolo KST. . . . .	64
Figura 35 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de $\psi(1S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. . . . .	65
Figura 36 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de $\psi(2S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. . . . .	65
Figura 37 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de $\Upsilon(1S)$ , usando o modelo de dipolo KST. . . . .	66
Figura 38 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de $\Upsilon(2S)$ , usando o modelo de dipolo KST. . . . .	66
Figura 39 – Inclusão dos efeitos nucleares. . . . .	67



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	15
1.1	O modelo Padrão e a Cromodinâmica Quântica . . . . .	15
1.2	Colisões Ultraperiféricas e o Modelo de dipolo . . . . .	17
2	FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM UMA COLI- SÃO ULTRAPERIFÉRICA DE DOIS PRÓTONS . . . . .	21
2.1	Cinemática . . . . .	21
2.2	Amplitude de espalhamento . . . . .	23
2.3	Teorema óptico e flutuação do fóton em quarkônio . . . . .	25
2.4	Seção de choque do dipolo com o próton . . . . .	27
2.5	Funções de onda para o quarkônio . . . . .	30
2.6	Correção da parte real da amplitude . . . . .	37
2.7	Discussão e Resultados numéricos do capítulo . . . . .	39
3	FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM UMA COLI- SÃO ULTRAPERIFÉRICA DE DOIS NÚCLEOS . . . . .	45
3.1	Cinemática . . . . .	45
3.2	Fatorização e o Método de Weizsäcker-Williams . . . . .	46
3.3	Fotoprodução coerente e incoerente . . . . .	50
3.4	Comprimento de coêrencia . . . . .	56
3.5	Sombreamento de glúons . . . . .	59
3.6	Discussão e Resultados Numéricos do capítulo . . . . .	61
4	CONCLUSÃO . . . . .	69
	REFERÊNCIAS . . . . .	71
	APÊNDICE A – VARIÁVEIS NO CONE DE LUZ . . . . .	85
	APÊNDICE B – INTEGRAL DE BESSEL . . . . .	87





## 1 INTRODUÇÃO

Nesta introdução apresentaremos alguns conceitos básicos para motivar uma compreensão geral da área de física de partículas e teoria quântica de campos. A mesma é dividida em duas seções: a primeira apresenta os conceitos principais do Modelo Padrão e da Cromodinâmica Quântica (QCD, sigla em inglês), e a segunda sobre a colisão ultraperiférica de partículas, desenvolvida ao longo do trabalho. Os principais aspectos da física e dos cálculos envolvidos serão apresentados posteriormente nos capítulos 2 e 3.

### 1.1 O MODELO PADRÃO E A CROMODINÂMICA QUÂNTICA

Após séculos de discussões acerca dos constituintes fundamentais da matéria, com o auxílio dos colisores de partículas, um zoológico de partículas fundamentais e indivisíveis foi descoberto. A teoria que busca descrever e unificar as forças da natureza é chamada de Modelo Padrão, que define cada partícula elementar por meio de números principais e propriedades como massa e cargas elétrica, de sabor e de cor.

O Modelo Padrão descreve as interações eletrofraca e forte por meio da teoria quântica de campos e cada partícula elementar está associada a um campo próprio; as partículas são classificadas como férmions (partículas de spin semi-inteiro) ou bósons (partículas de spin inteiro). A classificação atual pode ser vista na Figura 1. As interações entre as partículas são dadas pelos bósons e os campos dos mesmos estão associados a uma simetria de calibre na lagrangiana: no caso da eletromagnética a simetria é do grupo  $U(1)$ , o grupo de simetria para a interação fraca é o  $SU(2)$  e o da força forte é o  $SU(3)$ . O decaimento beta é um exemplo claro da validade da força nuclear fraca, sendo um dos diversos sucessos obtidos pela descrição do Modelo Padrão. No entanto, a única força fundamental conhecida porém ainda não descrita pelo Modelo Padrão é a força gravitacional.

Os férmions são representados pelos espinores de Dirac e podem ser divididos em quarks e léptons. Léptons possuem carga elétrica inteira e nenhuma carga de cor, sendo os elétrons ( $e$ ), os múons ( $\mu$ ) e os taus ( $\tau$ ) de carga  $-1$  e os neutrinos possuem cargas nulas. Já os quarks possuem seis sabores: up, down, strange, charm, bottom e top que podem possuir as cargas de cor vermelho, azul e verde (R, B, G). As cargas elétricas para os quarks são fracionárias:  $+2/3$  para os quarks  $u$ ,  $c$  e  $t$ , e  $-1/3$  para os quarks  $d$ ,  $s$  e  $b$ . Todos os férmions possuem uma antipartícula correspondente, para a qual todos os números quânticos são opostos.

Os bósons do Modelo Padrão tem spin 0 (bósons escalares) ou spin 1 (bósons vetoriais). O bóson de Higgs é o único bóson escalar do modelo padrão e é responsável por gerar as massas das outras partículas através do mecanismo de quebra de simetria de Higgs. Bósons vetoriais são os mediadores de forças e incluem os fótons ( $\gamma$ ) (mediadores do eletromagnetismo), os bósons Z e  $W^\pm$  (mediadores da força fraca) e os glúons (mediadores

da força forte).

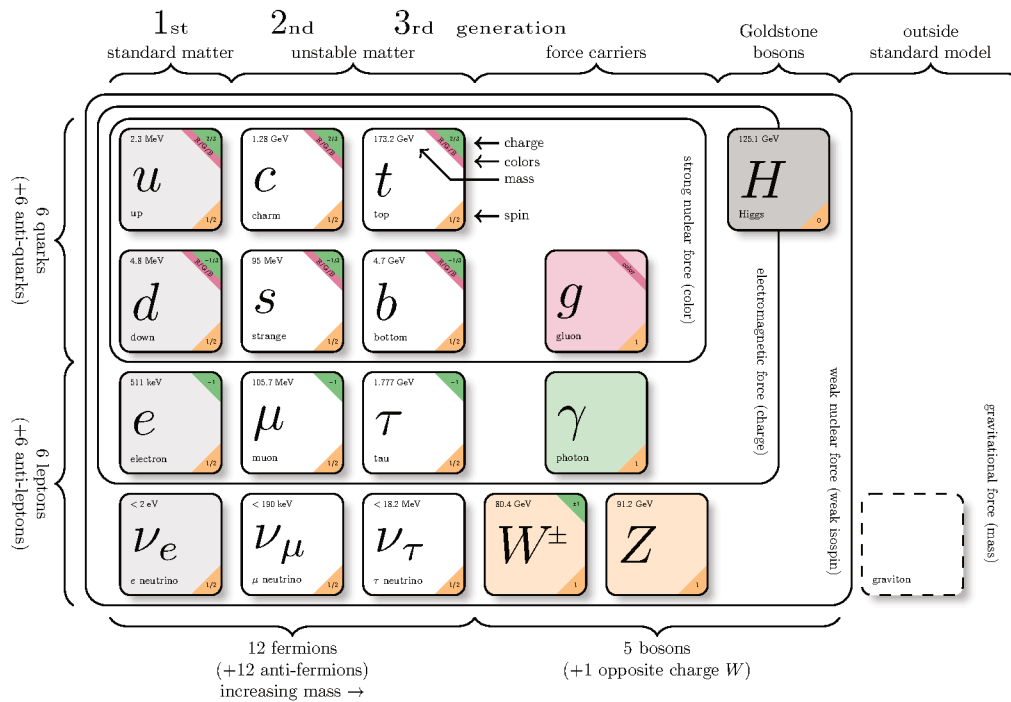


Figura 1 – O modelo padrão de partículas. As principais características de cada partícula (spin, massa, cor e carga) estão presentes em suas respectivas caixas. Fonte: Figura retirada de (1).

A interação forte, principal componente deste trabalho e descrita pela cromodinâmica quântica (QCD), é conceitualmente bastante complexa, uma vez que a mesma é uma teoria não-abeliana, portanto os glúons possuem carga de cor podendo portanto ocorrer interações diretas entre os glúons. Este último fato, por exemplo, não ocorre na eletrodinâmica quântica (QED), já que os fótons são eletricamente neutros. E para a QCD, devido ao comportamento da constante de acoplamento ( $\alpha_s$ ) da teoria em diferentes escalas de energia, temos como resultado duas propriedades de extrema importância, chamadas de liberdade assintótica (2, 3) e confinamento de quarks (4). A liberdade assintótica é caracterizada pela fraca interação dos quarks no limite de altas energias, permitindo que a teoria seja tratada de forma perturbativa. Já o confinamento é de característica não perturbativa e pode ser descrito como o aprisionamento dos quarks na produção dos hádrons. Esta segunda consequência da teoria ainda não é compreendida analiticamente, porém, estudos da QCD na rede (5) foram capazes de reproduzir esta propriedade. O regime não-perturbativo da QCD ainda é bastante complexo e seu entendimento atual baseia-se especialmente nos resultados fenomenológicos obtidos em diversos experimentos ao longo dos anos.

A lagrangiana da cromodinâmica quântica, responsável por fornecer as equações de

movimento da teoria, pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_{f,i} (i\gamma_\mu \partial^\mu \delta_{ij} - g_s t_{ij}^a \gamma_\mu A^{a\mu} - m_f \delta_{ij}) \psi_{f,j} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}, \quad (1.1)$$

na qual  $\psi_{f,i}$  são os espinores de Dirac dos quarks de sabor  $f$  e cor  $i$ .  $N_f$  é o número de sabores e  $g_s$  é relacionado com a constante de acoplamento da teoria,  $\alpha_s$ . Os elementos de matriz  $t_{ij}^a$  são os elementos que representam os geradores do grupo  $SU(3)$  e  $A_\mu^a$  são os campos dos glúons. O tensor de força  $G_{\mu\nu}^a$  é dado por

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.2)$$

com  $f_{abc}$  sendo a constante de estrutura do  $SU(3)$ . A principal diferença entre a QCD e a QED é o último termo da Eq. (1.2), responsável por introduzir a interação direta entre os glúons mencionada anteriormente.

A partir do formalismo das integrais de caminho da QCD e da QED, que trata dos diversos caminhos que as partículas podem percorrer durante uma interação (uma revisão se encontra em (6)), podemos calcular observáveis como seções de choque e tempos de meia vida das partículas. O cálculo destas quantidades é feito principalmente por meio dos diagramas de Feynman, tornando os processos mais intuitivos. Os diagramas representam termos de uma expansão perturbativa nas constantes de acoplamento e cada elemento do diagrama possui uma representação matemática, como pode ser visto nas Regras de Feynman, revisadas em (7). Os diagramas de loop que aparecem na QCD representam correções quânticas que apresentam divergências devido às integrais no espaço de momento. No regime de pequeno momento a mesma é chamada de divergência infravermelha, já a correspondente para grande momento é chamada de divergência ultravioleta.

Após esta breve introdução sobre teoria quântica de campos e o modelo padrão iremos explorar de forma mais profunda o processo de colisão ultraperiférica e os modelos de dipolos. Em tais processos a interação entre as partículas eletricamente carregadas aceleradas nos colisores ocorre por meio da troca de um fóton que se desdobra em um par quark-antiquark.

## 1.2 COLISÕES ULTRAPERIFÉRICAS E O MODELO DE DIPOLO

Um processo adequado para estudar a estrutura interna de hádrons, chamado de colisões ultraperiféricas (8), mostrado na Fig. 2, vem se tornando cada vez mais relevante à medida que os colisores de partículas, especialmente o LHC (Large Hadron Collider), obtêm cada vez mais novos dados sobre colisões de prótons e núcleos. O processo parte do princípio de que as partículas interagem distantemente (com uma distância maior que a soma do raio dos hádrons) através de uma troca de fótons, ao contrário do que seriam as colisões centrais ou periféricas, nas quais os constituintes de ambos os íons colidem entre si.

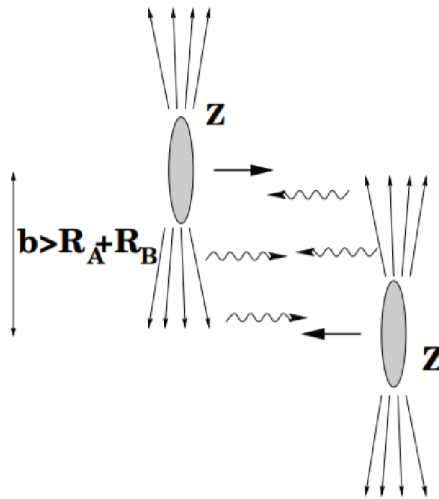


Figura 2 – Diagrama representando uma colisão ultraperiférica entre dois íons. O parâmetro de impacto,  $b$ , tem que ser maior que a soma dos raios de cada íon. A interação é por meio de uma troca de fótons. Fonte: Figura tirada de (8).

No limite de altas energias, o fóton trocado entre os íons apresenta propriedades hadrônicas importantes e para tal assume-se a descrição através do modelo de dipolo, no qual o fóton desdobra-se em um par quark e antiquark que interage fortemente com os glúons e quarks no interior dos núcleons, através da QCD (9).

Na teoria de Regge, este espalhamento hadrônico pode ser descrito pela troca de um objeto portador de números quânticos do vácuo chamado de Pomeron (10, 11, 12, 13), que no caso mais simples será a troca de dois glúons de cargas de cor opostas, conforme pode ser visto na Figura 3. A Figura 3 também mostra qualitativamente o processo descrito, bem como alguns dos estados finais capazes de serem produzidos. Neste trabalho estudamos a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados  $J/\Psi$  ( $c\bar{c}$ ) e  $\Upsilon$  ( $b\bar{b}$ ), bem como seus estados excitados (14, 15).

Para a descrição da interação hadrônica do dipolo criado com o íon alvo, idealmente seria necessário conhecer a distribuição de pártons (quarks e glúons) no interior dos íons, as quais podem ser obtidas fenomenologicamente por meio das funções de distribuições de pártons (e.g. (17)). Apesar dos formalismos de dipolos teóricos, tal como o modelo de saturação dependente do parâmetro de impacto (IP-sat) (18), apresentarem relativo sucesso para a descrição da produção exclusiva, os modelos fenomenológicos baseados na análise dos dados experimentais dos colisores HERA (19, 20) e ZEUS (21, 22) são extremamente bem sucedidos em diversas aplicações e serão empregados aqui neste estudo.

Os modelos de dipolo utilizados neste trabalho serão os ajustes fenomenológicos de Golec-Biernat-Wusthof (GBW) (23) e Kopeliovich-Schafer-Tarasov (KST) (24), os quais assumem o fenômeno de saturação na seção de choque do dipolo com o próton. Apesar de não tratarmos de processos inclusivos neste trabalho, os modelos de dipolos fenomenológicos são conhecidos pela boa descrição dos dados do espalhamento profundamente inelástico

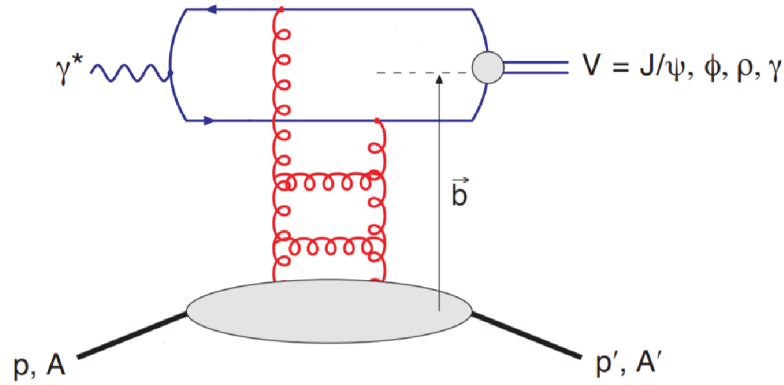


Figura 3 – Exemplos de estados finais produzidos em uma colisão ultraperiférica. O íon alvo pode permanecer, ou não, no seu estado inicial. O Pomeron, no caso mais simples, é a troca de um singlete de glúons com número quântico do vácuo. Fonte: Figura adaptada de (16).

(25, 26), no qual um elétron externo emite um fóton virtual que se desdobra no par  $q\bar{q}$  e interage com o próton alvo. Tal processo é dito inclusivo pois todos os estados finais são levados em conta.

A descrição do fóton se desdobrando em quark-antiquark foi calculada perturbativamente em (27, 28), na qual a função de onda do fóton é descrita no referencial de momento infinito (nas variáveis do cone de luz) para o par. A descrição deste cálculo não é o foco do trabalho, uma vez que o mesmo já é bem estabelecido e compreendido pela literatura. No entanto, ainda não há uma teoria amplamente aceita com relação à função de onda do méson final produzido.

Neste estudo utilizaremos os modelos de potenciais para a interação dos quarks, os modelos são denominados; Buchmüller-Tye (29), Cornell (30, 31), logarítmico (32), oscilador harmônico (33) e lei de potência (34). Para cada potencial é necessário que resolvamos uma equação de Schrödinger para obter a função de onda do méson. Para a produção de pares pesados (caso aqui estudado), supõe-se o limite não relativístico no referencial de repouso do par, uma vez que a soma das massas do quark e do antiquark é próxima da massa do estado ligado. Testar a validade das funções de onda dos mésons vetoriais obtidas a partir dos modelos de potenciais entre quarks (mostradas no Capítulo 2) para diferentes conjuntos de dados de colisões ultraperiféricas dos aceleradores é o primeiro foco deste trabalho.

O capítulo 2 desta dissertação estuda o processo de fotoprodução exclusiva do méson vetorial, no caso em que o fóton colide com um próton alvo. Porém, muito recentemente, dados de produção exclusiva de mésons em colisões ultraperiféricas de núcleos pesados foram obtidos nos colidores de LHC e RHIC, abrindo caminho para estudos acerca da estrutura interna de núcleos. O capítulo 3 deste trabalho estuda como o processo se altera

com a inclusão do meio nuclear, sendo este o segundo foco deste trabalho.

Para o caso da colisão ultraperiférica de dois núcleos, algumas considerações fundamentais devem ser feitas. A primeira trata da seção de choque do dipolo com o meio nuclear, para tal, dois tipos de produções são de fundamental importância para o entendimento: as produções coerentes e incoerentes. A produção coerente se refere ao caso em que o estado do núcleo alvo permanece o mesmo antes e depois da colisão e a incoerente se refere a quando estado final é diferente do inicial, uma vez que o núcleo pode se excitar ou se quebrar. Tal interação do dipolo com o meio nuclear é descrita pela teoria de Glauber-Gribov (35, 36) e será apresentada neste trabalho.

Igualmente fundamental é a distribuição de fótons que se originam no interior dos núcleons. Uma vez que os íons pesados são formados por diversas cargas capazes de gerar os fótons, iremos utilizar a teoria de fluxo de fóton equivalente de Weizsäcker-Williams (W.W.). Esse método nos revela a dependência do fluxo com o quadrado da carga do núcleo emissor (37, 38), tornando as colisões ultraperiféricas de núcleos pesados um processo de bastante interesse nos colisores de partículas, devido ao grande  $Z$  dos íons.

Ademais, mas não menos importante, duas correções fundamentais devem ser introduzidas nas colisões ultraperiféricas de núcleos pesados. A primeira, chamada de sombreamento de glúons (39), trata do comportamento da distribuição de glúons dentro dos núcleos. A distribuição de pártons (glúons e quarks) no interior do núcleo não é possível de ser obtida através da QCD perturbativa (pQCD), sendo necessário a obtenção das PDFs (sigla em inglês de funções de distribuições de pártons) por via fenomenológica. Essas PDFs podem ser evoluídas através da equação DGLAP (Dokshitzer-Gribov(40), Lipatov(41) e Altarelli-Parisi (42)) para as quais também se obtêm correções nos diagramas de interação em ordem seguinte à dominante. Diversas parametrizações para as PDFs, seja do próton ou de núcleos mais pesados, são propostas na literatura. Neste trabalho, utilizaremos o grupo de parametrizações recentes para núcleos pesados, EPPS16 (43), bem como o grupo de parametrização para a PDF do próton CT14 (44).

A segunda correção é de mais fácil entendimento, uma vez que trata da probabilidade do méson ser criado no meio nuclear. Este efeito é chamado de comprimento de coerência finita (45), e é especialmente importante no regime de colisões de menores energias, uma vez que o estado final produzido pode não ter energia suficiente para atravessar o núcleo.

Ao final de cada um dos capítulos de desenvolvimento, os resultados obtidos serão comparados com os dados de fotoprodução exclusiva disponíveis na literatura e discussões acerca das descrições obtidas serão realizadas.

## 2 FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM UMA COLISÃO ULTRAPERIFÉRICA DE DOIS PRÓTONS

Neste capítulo estudaremos a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados em colisões ultraperiféricas, que se trata de um processo caracterizado pelo fóton ser quase real, onde a massa do quark pesado nos permite calcular as amplitudes via QCD perturbativa. No limite de altas energias se observa um forte crescimento da densidade de glúons em direção ao regime de saturação, tornando o estudo sobre a fotoprodução de mésons vetoriais pesados uma boa ferramenta para testar a QCD perturbativa neste limite.

Os principais objetivos deste estudo são: analisar a validade dos modelos de potenciais entre quarks e dos modelos de dipolos fenomenológicos empregados. Demais considerações acerca dos outros aspectos de cálculo serão apresentadas, com o intuito de revisão. Ao final do capítulo, compara-se os resultados teóricos obtidos com os dados experimentais obtidos de diversos aceleradores.

### 2.1 CINEMÁTICA

A produção exclusiva em colisões ultraperiféricas é caracterizada pelo fato de toda energia perdida pelos prótons (uma pequena porcentagem da total) ser transformada em uma nova partícula. No caso aqui estudado, tal partícula é o méson vetorial. A Fig. 4 mostra as variáveis cinemáticas da colisão de um fóton com um próton. O fóton proveniente de uma partícula externa, normalmente um outro próton (com momento quadrado final trocado  $Q^2$ ) interage com o próton alvo para a produção de um estado final com massa  $M_X$ . Experimentos nos quais a partícula externa é um elétron são chamados de processos de eletroprodução. A energia de centro de massa da colisão é o invariante

$$W^2 = (P + q)^2, \quad Q^2 = -q^2, \quad (2.1)$$

na qual  $P$  e  $q$  denotam os quadrimomentos do próton e do fóton virtual antes da colisão, respectivamente. A quantidade  $Q^2$  é também chamada de virtualidade do fóton.

As demais variáveis cinemáticas do processo são

$$t = (P' - P)^2, \quad x = \frac{(P - P') \cdot q}{P \cdot q} \approx \frac{M_X^2 + Q^2}{W^2 + Q^2}. \quad (2.2)$$

Aqui,  $t$  é o quadrado do quadrimomento transferido ao próton alvo após a interação e  $x$  é a variável de Bjorken (47) para a colisão em altas energias que produz um estado final com massa  $M_X$ . A variável  $t$  também pode ser descrita por meio de

$$\begin{aligned} t &= (P' - P)^2 \\ &= m_p^2 + m_p^2 - 2E_p E_{p'} + 2pp' \cos(\theta) \end{aligned} \quad (2.3)$$

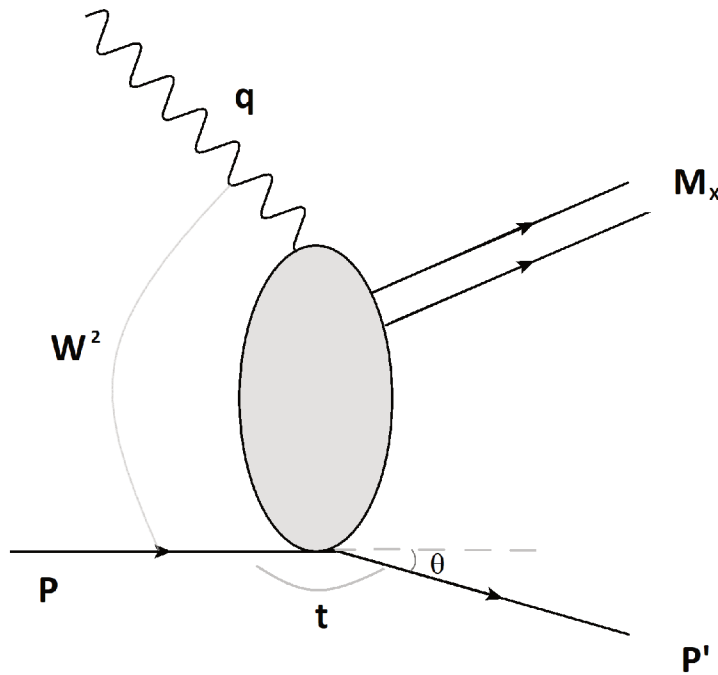


Figura 4 – Variáveis cinemáticas da colisão ultraperiférica. O fóton (virtual ou real), com momento  $q$  provém de um íon externo. Fonte: diagrama feito com o auxílio de JaxoDraw (46).

no referencial de centro de massa da colisão, no qual  $\theta$  é o ângulo espalhado do próton alvo. No regime de altas energias podemos desprezar as massas dos prótons (48, 49) e então

$$E_{p'}, E_p, p', p \underset{W \gg m_p}{\simeq} \frac{W}{2}. \quad (2.4)$$

Teremos, de (2.3) e (2.4),

$$\cos(\theta) = 1 + \frac{2t}{W^2}. \quad (2.5)$$

Relacionando com o trimomento transversal transferido ao próton alvo,

$$\begin{aligned} |\vec{\Delta}_T|^2 &= p'^2 \sin^2(\theta) \\ &= \frac{W^2}{4} [1 - \cos^2(\theta)] \\ &= - \left[ t + \frac{t^2}{W^2} \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

de modo que, no limite de altas energias  $W \rightarrow \infty$ , teremos

$$t \simeq -|\vec{\Delta}_T|^2. \quad (2.7)$$

Para os propósitos de fotoprodução ultraperiférica, quando o fóton é quase real, o limite de virtualidade  $Q^2 \rightarrow 0$  é tomado. Nas próximas seções iremos calcular as amplitudes e seções de choques considerando a fotoprodução dos mésons vetoriais  $J/\Psi$  e  $\Upsilon$ , bem como dos seus estados excitados.



## 2.2 AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO

A seção de choque diferencial no momento transferido  $t$  para fotoprodução exclusiva de um méson em uma colisão  $\gamma p$  (50, 51)

$$\frac{d\sigma^{\gamma p \rightarrow Vp}}{dt}(W, t) = \frac{1}{16\pi} \left| \mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W, t) \right|^2, \quad (2.8)$$

é encontrada em termos da amplitude de espalhamento  $\mathcal{A}(W, t)$  (52, 53). A dependência da amplitude com relação à energia  $W$  pode ser reescrita por meio da variável de Bjorken do processo.

Para a dependência de pequeno momento transferido ao quadrado  $t$  (colisão elástica) para o próton alvo se assume uma simples fatorização na amplitude de espalhamento diferencial da seguinte forma

$$\mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W, t) \approx e^{-B|t|/2} \mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W, t = 0). \quad (2.9)$$

Aqui  $B$  é um parâmetro ajustado fenomenologicamente, também chamado de parâmetro elástico de inclinação. Podemos então obter a forma integrada de (2.8),

$$\sigma^{\gamma p \rightarrow Vp}(W) = \frac{1}{16\pi B} \left| \mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W, t = 0) \right|^2. \quad (2.10)$$

Este é o cálculo que utilizaremos para a obtenção da seção de choque da fotoprodução de mésons vetoriais pesados em colisões ultraperiféricas de dois prótons. Iremos posteriormente apresentar explicitamente as funções de onda do fóton e do méson, bem como a seção de choque do dipolo com o núcleon a ser utilizada.

### Determinação do parâmetro de inclinação $B$

Para o comportamento do parâmetro de inclinação em relação à energia de centro de massa da colisão  $W$ , utilizaremos a forma fenomenológica padrão da teoria de Regge (54) para fotoprodução de pares pesados de quarks, a qual possui uma dependência logarítmica com  $W$

$$B(W) = B_0 + 4\alpha'(0) \ln \frac{W}{W_0}, \quad W_0 = 90 \text{ GeV}, \quad (2.11)$$

na qual  $\alpha'(0)$  representa a inclinação da trajetória do Pomeron (55) criado no espalhamento (que neste caso será a troca de dois glúons no singlete de cor com o íon alvo, conforme discutido anteriormente).

Ambos os parâmetros,  $B_0$  e  $\alpha'(0)$ , são determinados para o processo  $\gamma p \rightarrow J/\Psi p$  via ajuste aos experimentos de HERA (19, 20) e ZEUS (21, 22) para a fotoprodução de  $J/\Psi$ . A Figura 5 mostra os pontos experimentais para  $B(W)$  bem como a melhor reta em termos dos parâmetros  $B_0$  e  $\alpha'(0)$ , comprovando a dependência logarítmica da função com a energia de centro de massa da colisão.

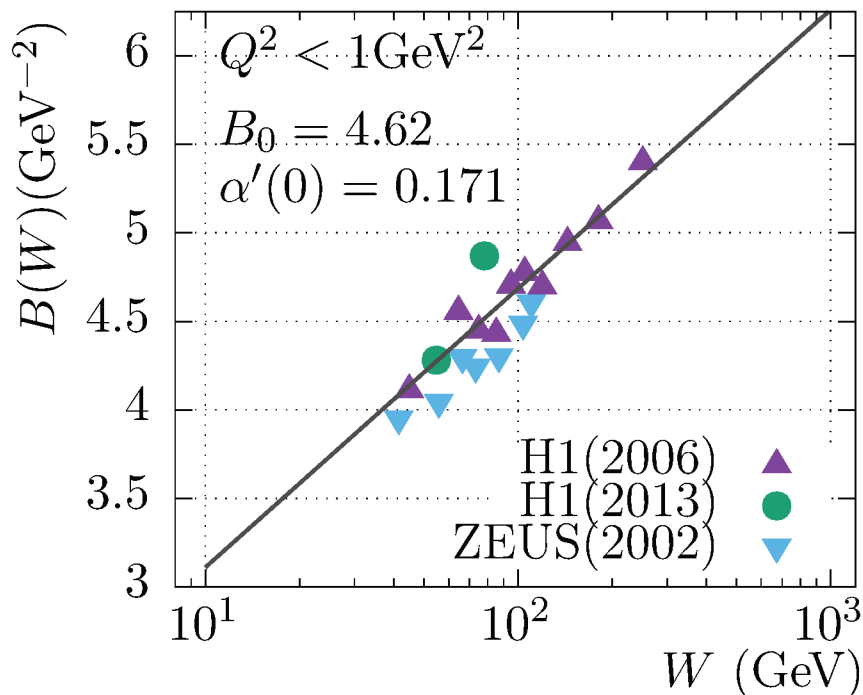


Figura 5 – Comportamento do parâmetro de inclinação  $B$  com a energia de centro de massa, fitada para os dados de HERA e ZEUS para baixas virtualidades do fóton. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Parâmetros	$B_0$	$\alpha'(0)$
H1	4.63	0.164
ZEUS	4.15	0.116
Combinado	4.62	0.171

Tabela 1 – Tabela contendo os parâmetros de inclinação para os experimentos de ZEUS e H1, bem como o combinado que é utilizado neste trabalho.

Uma vez que os dados para  $Q^2 \gg 0$  são escassos, também é utilizada uma parametrização empírica para correção de  $B(W, Q^2)$  para maiores valores de  $Q$ , apesar da mesma ser quase irrelevante para os propósitos de fotoprodução,  $Q^2 \rightarrow 0$ . Temos de (56),

$$B(W, Q^2) \approx B(W, Q^2 = 0) - B_1 \ln \left( \frac{Q^2 + M_V^2}{M_{J/\Psi}^2} \right), \quad (2.12)$$

aqui  $B(W, Q^2 = 0)$  é o parâmetro ajustado anteriormente em (5), e  $B_1 = 0.45 \text{ GeV}^{-2}$ . É importante ressaltar que, embora  $B(W, Q^2)$  tenha sido obtido para os processos de fotoprodução de  $J/\Psi(1S)$ , o comportamento para o bottomônio produzido  $\Upsilon$  é possível de ser obtido por meio da equação (2.12), com  $M_\Upsilon = M_V$ , conforme visto em (33).

Tendo em mente a aproximação fenomenológica para a dependência em baixo momento transferido  $t$ , devemos calcular a amplitude de espalhamento somente para o caso de  $t = 0$ .

### 2.3 TEOREMA ÓPTICO E FLUTUAÇÃO DO FÓTON EM QUARKÔNIO

No modelo de dipolos, o fóton virtual (com quadrimomento ao quadrado  $q^2 = -Q^2$ ) se desdobra em um par  $q\bar{q}$  que interage fortemente com os quarks e glúons do próton alvo (50). A Figura 6, mostra o diagrama a ser estudado nas próximas seções.

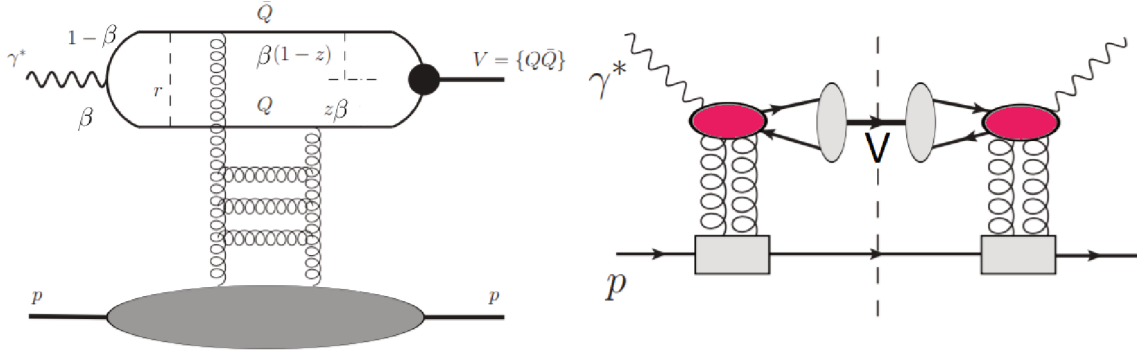


Figura 6 – Uma ilustração da fotoprodução de quarkônio exclusivo ( $\gamma p \rightarrow V p$ ) no modelo de dipolo. A figura mostra a amplitude de espalhamento à esquerda, bem como a seção de choque à direita. Fonte: Figura adaptada da referência (33).

Podemos descrever a amplitude total como o produto dos subprocessos integrados,

$$\mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow V p}(x, t = 0) = \langle V | \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, t = 0) | \gamma \rangle \quad (2.13)$$

na qual  $x$  é a variável de Bjorken da colisão de  $\gamma p$ , uma vez que podemos escrever a dependência da amplitude na energia por meio da mesma. Os estados  $\langle V |$  e  $| \gamma \rangle$  representam as funções de onda do méson e do fóton, respectivamente.

Para o cálculo da amplitude de espalhamento para a fotoprodução exclusiva de um méson vetorial  $V$  com massa  $M_V$  temos,

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma p \rightarrow V p}(x, t = 0) = \int_0^1 d\beta \int d^2 r \Psi_V^{\dagger(\mu, \bar{\mu})}(r, \beta) \Psi_{\gamma T,L}^{(\mu, \bar{\mu})}(r, \beta; Q^2) \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, t = 0), \quad x = M_V^2/W^2 \quad (2.14)$$

na qual as funções de onda do fóton e do méson em (2.13) são decompostas em suas componentes explícitas. A função de onda do méson vetorial,  $\Psi_V^{\dagger(\mu, \bar{\mu})}$ , será discutida com maiores detalhes nas próximas seções. Já  $\Psi_{\gamma T,L}^{(\mu, \bar{\mu})}$  é a função de onda de um fóton polarizado transversalmente (T) ou longitudinalmente (L) para uma flutuação  $q\bar{q}$ , com  $\mu$  e  $\beta$  ( $\bar{\mu}$  e  $[1 - \beta]$ ) sendo, respectivamente, o spin e a fração de momento carregado pelo quark (anti-quark).

Por meio do teorema óptico (57, 58) podemos conectar a seção de choque universal do dipolo (parte em vermelho da Fig. 6) com a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal do par com o próton. Tal seção de choque do dipolo com o alvo é definida na literatura por meio de diversas parametrizações (57). De (57), temos

$$\text{Im} \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, t = 0) = \sigma_{q\bar{q}}(x, r), \quad (2.15)$$

que será utilizada no cálculo da amplitude do espalhamento em (2.14). A Fig. 7 mostra, por meio do diagrama de interação do dipolo com o próton, o teorema óptico. Para exemplificar, na figura foram somente incluídas as interações do quark com o próton através da troca de glúons, para o caso completo devemos incluir os diagramas com troca de glúons entre o próton e o anti-quark, bem como os diagramas de interferência.

$$\text{Im} \left( \text{Diagrama de interação de dipolo com próton via dois glúons} \right)_{t=0} = \sum_X \left| \text{Diagrama de interação de dipolo com próton para estado final X} \right|^2$$

Figura 7 – Através do teorema óptico para a amplitude  $\mathcal{A}_{q\bar{q}}$ , podemos correlacionar a seção de choque universal do dipolo por meio da parte imaginária do espalhamento descrito pela troca de um singlete de cor de dois glúons com o próton alvo. Para a seção de choque universal do dipolo o próton alvo pode ir para um estado final X qualquer. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Considerando o limite de altas energias, no qual a parte imaginária da amplitude é a dominante, obtemos com o uso seção de choque do dipolo com o próton (2.14) a equação

$$\text{Im} \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma p \rightarrow V p}(x, t=0) = \int_0^1 d\beta \int d^2r \Psi_V^{\dagger(\mu, \bar{\mu})}(r, \beta) \Psi_{\gamma T,L}^{(\mu, \bar{\mu})}(r, \beta; Q^2) \sigma_{q\bar{q}}(x, r). \quad (2.16)$$

Mais adiante trataremos da parte real da amplitude.

No que se segue, faremos o cálculo da amplitude imaginária por meio das funções de onda do fóton e do méson no referencial de momento infinito (também chamado de cone de luz, Apêndice A), bem como utilizando a seção de choque universal do dipolo com o próton, parametrizada fenomenologicamente. Para a função de onda da flutuação do fóton em um par quark antiquark ( $\gamma \rightarrow q\bar{q}$ ), utilizaremos os já conhecidos e amplamente utilizados cálculos perturbativos primeiramente desenvolvidos nas Ref. (27, 28)). Temos

$$\Psi_{\gamma T,L}^{(\mu, \bar{\mu})}(r, \beta; Q^2) = \frac{\sqrt{N_c \alpha_{em}}}{2\pi} Z_q \chi_q^{\mu\dagger} \hat{O}_{T,L} \tilde{\chi}_{\bar{q}}^{\bar{\mu}} K_0(\epsilon r), \quad \epsilon^2 = \beta(1-\beta)Q^2 + m_q^2 \quad (2.17)$$

onde  $\epsilon$  e  $Z_q$  são, respectivamente, a energia e a carga elétrica do quark pesado ( $Z_c = 2/3$ ,  $Z_b = -1/3$ ). A função  $K_0$  é uma função de Bessel modificada de ordem 0. A fração de momento carregado pelo quark  $\beta = p^+/p_\gamma^+$  é definida nas variáveis do cone de luz (encontradas no Apêndice A). A variável  $r$  é a distância entre o quark e o antiquark (Fig. 6). Os componentes dos spinores dos quarks são dados por  $\chi_q^\mu$ , com  $\tilde{\chi}_{\bar{q}}^{\bar{\mu}} \equiv i\sigma_y \tilde{\chi}_{\bar{q}}^{\bar{\mu}*}$ . Os operadores  $\hat{O}_{T,L}$  são definidos como:

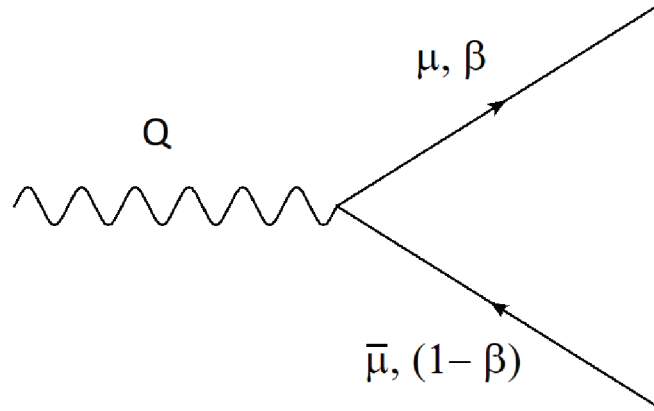


Figura 8 – Produção de um par  $\gamma \rightarrow q\bar{q}$ , nos fornece a função  $\Psi_{\gamma T,L}^{(\mu,\bar{\mu})}$ . Diagrama feito com o auxílio do JaxoDraw (46).

$$\begin{aligned}\hat{O}_T &= m_q \vec{\sigma} \cdot \vec{e}_\gamma + i(1-2\beta)(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})(\vec{e}_\gamma \cdot \vec{\nabla}_r) + (\vec{n} \times \vec{e}_\gamma) \cdot \vec{\nabla}_r, \\ \hat{O}_L &= 2Q\beta(1-\beta)\vec{\sigma} \cdot \vec{n}, \quad \vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z), \quad \vec{\nabla}_r \equiv \partial/\partial \vec{r}.\end{aligned}\quad (2.18)$$

O vetor unitário  $\vec{n} = \vec{p}_\gamma/|\vec{p}_\gamma|$ , indica a direção de propagação do fóton, usada aqui na direção do eixo  $z$ ,  $\vec{e}_\gamma$  é a direção da polarização do fóton e  $\sigma_i$  são as matrizes de Pauli. Considerando o limite de fotoprodução,  $Q^2 \rightarrow 0$ , fica evidente que apenas a polarização transversal do fóton contribuirá para a seção de choque total.

## 2.4 SEÇÃO DE CHOQUE DO DIPOLO COM O PRÓTON

Um ingrediente essencial para a determinação das amplitudes de fotoprodução é a seção de choque do dipolo de cor com um núcleon  $\sigma_{q\bar{q}}$ , relacionada com a distribuição de glúons no interior do núcleon. Nas regiões de baixo  $x$ , espera-se o domínio de uma evolução na QCD não linear, efeito este chamado de saturação, amplamente estudado na literatura (32, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65).

Modelos de dipolo a partir de primeiros princípios, como o IP-sat (18) e bCGC (66), apesar de um modesto sucesso necessitam a introdução de efeitos de correção na seção de choque do dipolo, como a *skewedness correction* (67, 68, 69), que trata da assimetria na troca dos glúons com o próton alvo, uma vez que os mesmos podem ter diferentes  $x$  e  $x'$ , efeito este ainda não completamente compreendido. Cabe, portanto, partir para modelos fenomenológicos já estudados e com amplo sucesso na descrição dos fenômenos de espalhamento na QCD. Dois dos principais modelos fenomenológicos são os modelos de Golec-Biernat-Wusthoff (GBW) e de Kopeliovich-Schafer-Tarasov (KST).

O modelo mais simples, GBW,

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = \sigma_0 \left(1 - e^{-\frac{r^2 Q_s^2(x)}{4}}\right) \quad (2.19)$$

apresenta um grande sucesso para a descrição da fotoprodução de mésons vetoriais e descrição do espalhamento profundamente inelástico, satisfazendo a propriedade de transparência de cor do espalhamento quando a distância entre os quarks tende à zero,  $r \rightarrow 0$ , para tal regime a seção de choque obedece uma relação do tipo  $\sigma_{q\bar{q}}(r) \propto r^2$ . Para o limite de grande  $r$ , também denominado de fenômeno de saturação, o dipolo atinge o tamanho do próton, forçando a seção de choque a se aproximar da constante  $\sigma_0$ , fitada fenomenologicamente. Além disso, nos restringimos à noção padrão da invariância de sabor para os quarks finais produzidos. Na Eq. (2.19), o parâmetro de saturação tendo um próton como alvo é dado por

$$Q_s^2(x) \equiv R_0^{-2} = Q_0^2 \left( \frac{x_0}{x} \right)^\lambda, \quad (2.20)$$

e é somente válida na ordem de altas energias,  $x \lesssim 0.01$ .

A equação (2.19) nos permite supor o comportamento de tal modelo, uma vez que, o modelo irá saturar rapidamente para regimes de alta energia com relação à distância  $r$ . O conjunto de parâmetros inicialmente proposto pelos autores do modelo (23),

$$Q_0^2 = 1\text{GeV}^2, \quad x_0 = 3.04 \times 10^{-4}, \quad \lambda = 0.288, \quad \sigma_0 = 23.03\text{mb}, \quad (2.21)$$

é bem sucedido e será usado em nossos cálculos para a produção dos mésons vetoriais. O modelo GBW apresenta sucesso na descrição de uma grande variedade de observáveis em colisões  $pp$  e  $ep$  em altas energias.

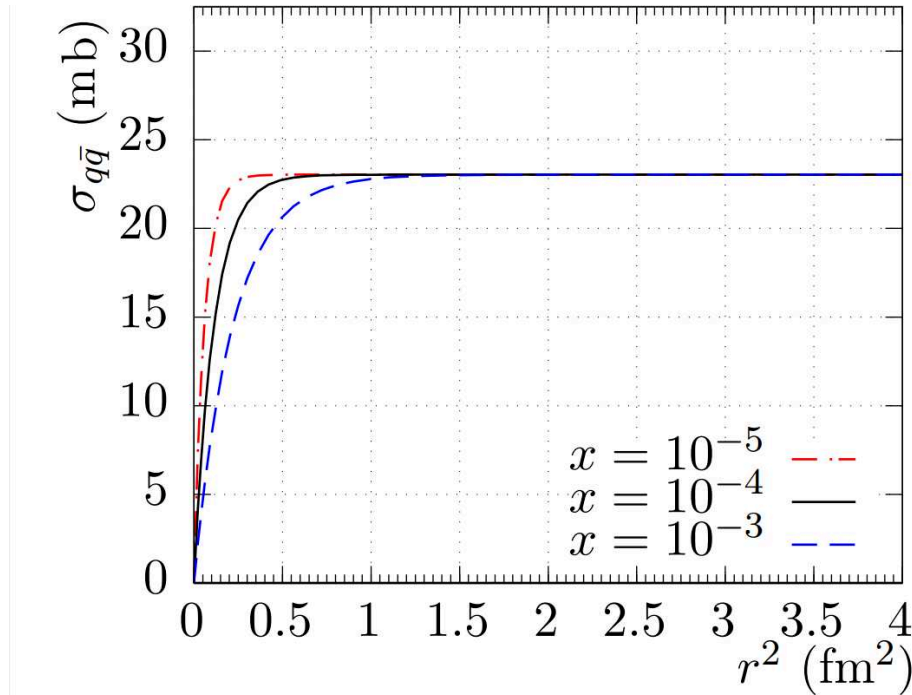


Figura 9 – Seção de choque do dipolo para diferentes  $x$  de Bjorken no modelo GBW. Quanto mais alta a energia de centro de massa da colisão, mais rapidamente a saturação é atingida. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

A parametrização KST (24) é especialmente conhecida pelo seu sucesso na previsão da seção de choque do pión com o próton em escalas de até  $Q^2 \sim 20 \text{ GeV}^2$ , provendo uma boa descrição dos dados no caso de fotoprodução. Quando o limite  $Q^2 \rightarrow 0$  é tomado, a variável de Bjorken pode se tornar inapropriada para a descrição de estados finais menos maciços (como o pión), de maneira que os parâmetros de saturação,  $\sigma_0$  e  $R_0$  nas equações (2.19) e (2.20), devam ser substituídos por novas funções,  $\hat{\sigma}_0(s)$  e  $\hat{R}_0(s)$ , dependentes da energia de centro de massa da colisão  $s = W^2$ ,

$$\hat{R}_0(s) = 0.88(s_0/s)^{0.14} \text{fm}, \quad \hat{\sigma}_0(s) = \sigma_{\text{tot}}^{\pi p}(s) \left( 1 + \frac{3\hat{R}_0^2(s)}{8\langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi}} \right), \quad (2.22)$$

nas quais

$$\sigma_{\text{tot}}^{\pi p}(s) = 23.6(s/s_0)^{0.08} \text{mb}, \quad \langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi} = 0.44 \text{fm}^2, \quad (2.23)$$

são a seção de choque próton-pión e o raio médio do pión ao quadrado (70), respectivamente. Aqui,  $s_0 = 1000 \text{ GeV}^2$ . Os detalhes do modelo podem ser encontrados nos trabalhos dos próprios autores (24, 71).

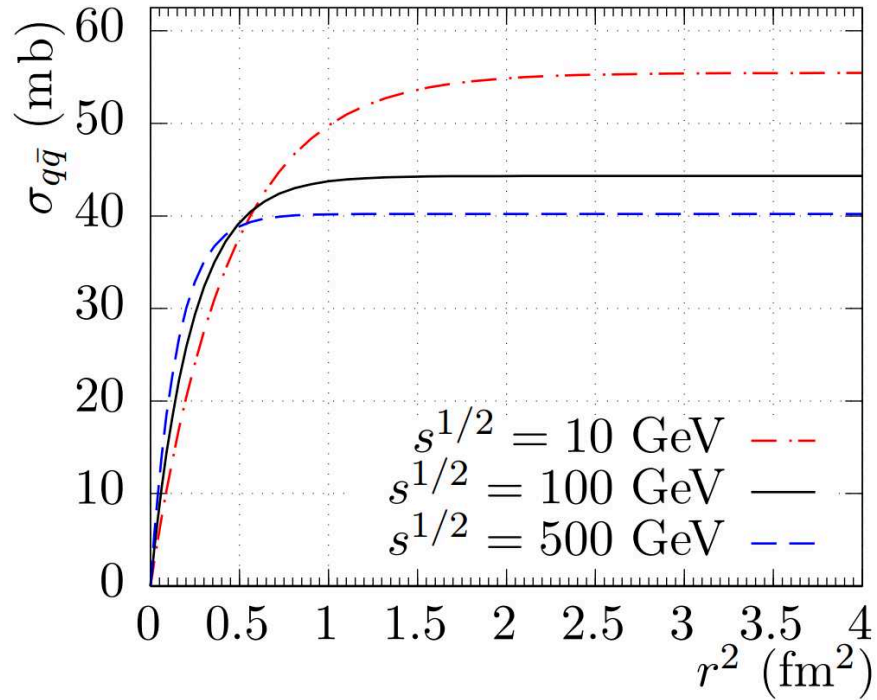


Figura 10 – Seção de choque do dipolo para diferentes energias de centro de massa no modelo de KST. Quanto mais alta a energia, mais rapidamente a saturação é atingida, da mesma forma que no GBW, porém o ponto de saturação para cada caso varia para diferentes energias. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Em termos gerais, as seções de choque do dipolo apresentadas acima dependem apenas da densidade de glúons no interior dos núcleons, que cresce para baixos valores de  $x$ . Para  $x > 0.01$ , no entanto, a densidade de glúons decresce aproximadamente de forma  $g(x) \sim (1-x)^N$ , como estudado anteriormente na literatura (72, 73, 74). Uma multiplicação

na escala de saturação  $Q_s^2(x)$  por  $g(x)$  é conhecida por aumentar significativamente a qualidade da descrição de dados do processo Drell-Yan para altos valores de  $x$  (75, 76, 77), enquanto pouco, ou nada, afeta para regiões de baixo  $x$ . Tendo em vista tais estudos, multiplicaremos nossa seção de choque por um fator  $(1-x)^{2n_s-1}$ , no qual  $n_s$  é o número de quarks espectadores ativos para o processo (tomaremos  $n_s = 4$ ). Não é esperado que tal multiplicação seja significativa para este trabalho, porém optamos por utilizá-la.

## 2.5 FUNÇÕES DE ONDA PARA O QUARKÔNIO

De forma equivalente à função de onda do fóton da seção 2.3, a função de onda do méson vetorial deve ser encontrada em termos das variáveis do cone de luz (CL). No entanto, para calcularmos a partir de primeiros princípios, devemos encontrar por meio dos modelos de potenciais entre o quark e o antiquark a função de onda espacial do méson no referencial de repouso do par  $q\bar{q}$  (uma vez resolvida a equação de Schrödinger). Encontrada a função de onda espacial no referencial de repouso podemos, através de um *boost* de Lorentz, encontrar sua contraparte no referencial CL, a qual será utilizada para o cálculo da amplitude de espalhamento. Os potenciais serão descritos ao final da seção.

Por motivos práticos, é mais conveniente tomar a função de onda espacial do méson no referencial de repouso do par no espaço de momento,

$$\Psi(p) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi p}} \int_0^\infty d\tilde{r} \tilde{r} \Psi(\tilde{r}) \text{sen}(p\tilde{r}), \quad \int |\Psi(p)|^2 d^3p = 1, \quad (2.24)$$

em termos do trimomento  $p \equiv |\vec{p}|$  e da distância entre os quarks  $\tilde{r} \equiv |\vec{\tilde{r}}|$ . Uma vez que a amplitude (2.14) é determinada no referencial de momento infinito, a função  $\Psi(p)$  será transformada para tal referencial, resultando em uma nova função de onda  $\Psi(\beta, p_T)$  dependente das variáveis  $p_T$  e  $\beta$ .

Para relacionar as quantidades de interesse em ambos referenciais utilizaremos a massa do par nas variáveis do cone de luz

$$M_{q\bar{q}}^2 = \frac{m_T^2}{\beta(1-\beta)}, \quad m_T^2 = m_q^2 + p_T^2, \quad (2.25)$$

e a massa invariante de  $q\bar{q}$  no referencial de repouso,

$$M_{q\bar{q}}^2 = 4(p^2 + m_q^2), \quad p^2 = p_L^2 + p_T^2. \quad (2.26)$$

Aqui,  $p_L$  é a componente longitudinal do trimomento do quark  $\vec{p}$ . O cálculo da massa do par nas variáveis do cone de luz se encontra no Apêndice A.

Seguindo o formalismo proposto em (78), podemos relacionar a massa do par no referencial de momento infinito (2.25) com a massa invariante (2.26), obtendo

$$p^2 = \frac{p_T^2 + (1-2\beta)^2 m_q^2}{4\beta(1-\beta)}, \quad p_L^2 = \frac{(p_T^2 + m_q^2)(1-2\beta)^2}{4\beta(1-\beta)}, \quad (2.27)$$



que trata de uma conversão das variáveis em ambos referenciais. Além disso, usando a conservação de probabilidade, chegamos em

$$d^3p|\Psi(p)|^2 = d^2p_T d\beta |\Psi(p_T, \beta)|^2, \quad d^3p = dp_L d^2p_T, \quad (2.28)$$

resultando na relação de Terent'ev (78)

$$\Psi_V(\beta, p_T) = \left( \frac{p_T^2 + m_q^2}{16(\beta(1-\beta))^3} \right)^{\frac{1}{4}} \Psi_V(p). \quad (2.29)$$

A Eq. (2.29) satisfaz a normalização

$$\int |\Psi_V(p)|^2 d^3p = 1, \quad \int |\Psi_V(\beta, p_T)|^2 d^2p_T d\beta = 1. \quad (2.30)$$

Para a descrição de Terent'ev com o boost de Lorentz, foi mostrado que as funções de onda de  $J/\Psi$  dão resultados muito satisfatórios para a região  $\langle \beta \rangle \sim 0.5$ , comparadas com o resultado exato das funções de Green (79).

Uma vez obtida a parte espacial da função de onda no referencial de momento infinito, adotamos uma simples fatorização da parte espacial e de spin da função de onda completa do méson  $V$ , dependente de  $p_T$  e de  $\beta$ , da seguinte maneira

$$\Psi_V^{(\mu, \bar{\mu})}(\beta, \vec{p}_T) = \hat{U}^{(\mu, \bar{\mu})}(\beta, \vec{p}_T) \Psi_V(\beta, p_T). \quad (2.31)$$

A matriz de rotação com dependência no spin é dada no referencial de repouso por

$$U^{(\mu, \bar{\mu})}(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \xi_q^{\mu\dagger} \vec{\sigma} \cdot \vec{e}_V \tilde{\xi}_q^{\bar{\mu}}, \quad \tilde{\xi}_q^{\bar{\mu}} = i\sigma_y \xi_q^{\bar{\mu}*}, \quad (2.32)$$

com  $p = p(\beta, p_T)$ . Na qual  $\vec{e}_V$  e  $\xi$  representam o vetor de polarização do méson e o espinor dos quarks no referencial de repouso dos mesmos, respectivamente. E, assim como a função de onda do méson vetorial, devemos transformar a matriz  $U$  para o referencial de momento infinito ( $\hat{U}$ ), através da rotação de Melosh (80, 50),

$$\xi_q^\mu = R(\beta, \vec{p}_T) \chi_q^\mu, \quad \tilde{\xi}_q^{\bar{\mu}} = R(1-\beta, -\vec{p}_T) \chi_q^{\bar{\mu}}, \quad (2.33)$$

nas quais  $\chi_q^\mu$  e  $\chi_q^{\bar{\mu}}$  representam os espinores no referencial de momento infinito para o par. Temos de (80),

$$R(\beta, \vec{p}_T) = \frac{-i\vec{p}_T(\vec{\sigma} \times \vec{n}) + m_q + \beta M_V}{\sqrt{p_T^2 + (m_q + \beta M_V)^2}}. \quad (2.34)$$

Substituindo (2.33) em (2.32), teremos

$$\hat{U}^{(\mu, \bar{\mu})}(\beta, \vec{p}_T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_q^{\mu\dagger} R^\dagger(\beta, \vec{p}_T) \vec{\sigma} \cdot \vec{e}_V \sigma_y R^*(1-\beta, -\vec{p}_T) \sigma_y^{-1} \tilde{\chi}_q^{\bar{\mu}}. \quad (2.35)$$

Obtemos, portanto, a fórmula resultante para a parte imaginária da amplitude de espalhamento

$$\text{Im} \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma p \rightarrow V p}(x, Q^2) = \int_0^1 d\beta \int d^2r \Sigma_{T,L}(\beta, \vec{r}; Q^2) \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \quad (2.36)$$

na qual,

$$\Sigma_{T,L}(\beta, \vec{r}; Q^2) = \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int dp_T p_T J_0(p_T r) \Psi_V(\beta, p_T) \hat{U}^{\dagger(\mu, \bar{\mu})}(\beta, \vec{p}_T) \Psi_{\gamma_{T,L}}^{\mu, \bar{\mu}}(r, \beta; Q^2). \quad (2.37)$$

Vale ressaltar que nesta última expressão realizamos uma transformada de Fourier na função de onda do méson, para que seja compatível com a dependência em  $r$  da Eq. (2.14). Tal transformação resulta no surgimento da função de Bessel de primeiro tipo  $J_0$ .

Após uma certa álgebra em (2.37), por meio das Eqs. (2.24), (2.29) e (2.35), chegamos em (33)

$$\text{Im}\mathcal{A}_L(x, Q^2) = \int_0^1 d\beta \int d^2r \Sigma_L(\beta, r; Q^2) \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \quad (2.38)$$

com

$$\Sigma_L = Z_q \frac{\sqrt{2N_c \alpha_{em}}}{\pi} Q \beta (1 - \beta) K_0(\epsilon r) \int dp_T J_0(p_T r) \Psi_V(\beta, p_T) p_T \frac{m_T m_L + m_q^2}{m_q(m_T + m_L)}, \quad (2.39)$$

para um fóton polarizado longitudinalmente, e

$$\text{Im}\mathcal{A}_T(x, Q^2) = \int_0^1 d\beta \int d^2r \left[ \Sigma_T^{(1)}(\beta, r; Q^2) \sigma_{q\bar{q}}(x, r) + \Sigma_T^{(2)}(\beta, r; Q^2) \frac{d\sigma_{q\bar{q}}(x, r)}{dr} \right], \quad (2.40)$$

com

$$\Sigma_T^{(1)} = Z_q \frac{\sqrt{N_c \alpha_{em}}}{\pi \sqrt{2}} K_0(\epsilon r) \int dp_T J_0(p_T r) \Psi_V(\beta, p_T) p_T \frac{m_T^2 + m_T m_L - 2p_T^2 \beta (1 - \beta)}{m_T + m_L}, \quad (2.41)$$

$$\Sigma_T^{(2)} = Z_q \frac{\sqrt{N_c \alpha_{em}}}{\pi \sqrt{2}} K_0(\epsilon r) \int dp_T J_1(p_T r) \Psi_V(\beta, p_T) \frac{p_T^2}{2} \frac{m_T + m_L + m_T(1 - 2\beta)^2}{m_T(m_T + m_L)}, \quad (2.42)$$

para um fóton transversalmente polarizado. Nota-se a dependência explícita do momento carregado pelo fóton no caso longitudinal, enquanto no caso transversal a dependência é suprimida, uma vez que para fotoprodução  $\epsilon^2 \rightarrow m_q^2$  (conforme é visto na Eq. (2.17)). Nas equações acima usamos a seguinte definição

$$m_L^2 = 4m_q^2 \beta (1 - \beta). \quad (2.43)$$

Nos cálculos de (2.39), (2.41) e (2.42) encontramos um fator de  $1/\sqrt{2}$ , conforme visto em (33), e ausente em cálculos semelhantes (50).

No que se segue, mostraremos uma forma de se obter a função de onda radial  $\Psi(\vec{r})$ , necessária na Eq. (2.24), através dos modelos de potenciais. Então seremos capazes de obter a função de onda no referencial de momento infinito, Eq. (2.29), e enfim obter a seção de choque total do espalhamento.

## Modelo de potenciais

Para obtermos as funções de onda espaciais no referencial de repouso do par  $q\bar{q}$  a partir de primeiros princípios, vamos adotar os já conhecidos modelos de potenciais entre quarks propostos pela literatura. Para cada um dos potenciais é resolvida a equação de Schrödinger numericamente.

### 1. Potencial de Cornell

O potencial de Cornell “cor” é dado por

$$V(\tilde{r}) = -\frac{k}{\tilde{r}} + \frac{\tilde{r}}{a^2}, \quad k = 0.52, \quad a = 2.34\text{GeV}^{-1} \quad (2.44)$$

usando  $m_c = 1.84$  GeV e  $m_b = 5.17$  GeV, inicialmente estudado em (30, 31).

### 2. Potencial de Buchmüller-Tye

O potencial de Buchmüller-Tye “but” possui um comportamento coulombiano para pequenas distâncias,  $\tilde{r} < 0.01$  fm, e um potencial do tipo de corda para maiores distâncias. Seu comportamento é parecido com o potencial de Cornell, porém com correções adicionais motivadas por (29),

$$V(\tilde{r}) = -\frac{16\pi}{25\tilde{r}\ln(\omega(\tilde{r}))} \left( 1 + 2(\gamma_E + \frac{53}{75}) \frac{1}{\ln(\omega(\tilde{r}))} - \frac{462 \ln(\ln(\omega(\tilde{r})))}{625 \ln(\omega(\tilde{r}))} \right), \quad (2.45)$$

para  $\tilde{r} < 0.01$  fm, e

$$V(\tilde{r}) = \frac{k}{\tilde{r}} - \frac{8\pi v(\lambda\tilde{r})}{27 \tilde{r}} \quad (2.46)$$

para  $\tilde{r} > 0.01$  fm. Aqui, temos

$$k = 0.153\text{GeV}^2, \quad \lambda = 0.406\text{GeV}, \quad \omega(\tilde{r}) = \frac{1}{\lambda_{MS}^2 \tilde{r}^2} \quad \lambda_{MS} = 0.509\text{GeV}, \quad (2.47)$$

$\gamma_E$  é a constante de Euler, e a função  $v(x)$  é dada numericamente em (29). Esse potencial parametriza as massas para os quarks charm e bottom como 1.48 GeV e 4.87 GeV, respectivamente.

### 3. Potencial Logarítmico

Motivado por (32), o potencial “log” possui uma dependência logarítmica com a distância entre os quarks bastante simples,

$$V(\tilde{r}) = [-0.6635 + 0.733\log(\tilde{r} \cdot 1\text{GeV})] 1\text{GeV}, \quad (2.48)$$

com  $m_c = 1.5$  GeV e  $m_b = 5.0$  GeV.

### 4. Oscilador Harmônico

Denotado de “osc”, é o potencial mais simples adotado

$$V(\tilde{r}) = \frac{1}{2}m_q\omega^2\tilde{r}^2, \quad \omega = \frac{1}{2}(M_{2S} - M_{1S}), \quad (2.49)$$

as massas para o quark charm e bottom são 1.4 GeV e 4.2 GeV, respectivamente. O parâmetro  $\omega$  é fixado em 0.3 GeV, para o charmônio, e 0.28 GeV, para o bottomônio. A equação de Schrödinger possui solução analítica, mas usaremos a solução numérica também realizada em (33).

### 5. Potencial de lei de potência

O potencial de lei de potência “pow” é dado por um polinômio de primeira ordem, inicialmente estudado por (34),

$$V(\tilde{r}) = \left[-6.41 + 6.08(\tilde{r} \cdot 1\text{GeV})^{0.106}\right] \text{GeV}, \quad (2.50)$$

e com valores retirados de (81), usando  $m_c = 1.334$  GeV e  $m_b = 4.721$  GeV.

A Fig. 11 mostra o comportamento de cada potencial em função da distância entre os quarks. Se faz importante ressaltar que as parametrizações das massas utilizadas na obtenção dos potenciais entre quarks incluem correções não-perturbativas para cada um dos modelos. Para o cálculo da equação de Schrödinger utilizaremos as mesmas, porém, para a seção de choque total da colisão (que inclui o cálculo perturbativo da função de onda do fóton se desdobrando em quark-antiquark) escolheremos as massas fixas de  $m_c = 1.40$  GeV e  $m_b = 4.75$  GeV, a fim de mostrar o comportamento de cada um dos potenciais para a mesma massa de cada quark. A opção por valores de massas intermediárias se dá pelo fato dos modelos de potenciais apresentarem valores de massas ajustadas bastante diferentes para  $m_c$  e  $m_b$ .

Nota-se que o único potencial que varia com a massa própria fitada é o do oscilador harmônico, para os demais permanece o mesmo comportamento. Utilizaremos as massas parametrizadas em cada caso para resolver a equação de Schrödinger de cada um dos potenciais.

## Resolvendo a equação de Schrödinger

A parte espacial da função de onda do quarkônio, no referencial de repouso do par  $q\bar{q}$ , satisfaz a equação de Schrödinger

$$\left(-\frac{\nabla^2}{m_q} + V(\tilde{r})\right) \Psi_{nlm}(\vec{\tilde{r}}) = E_{nl} \Psi_{nlm}(\vec{\tilde{r}}), \quad (2.51)$$

na qual o operador  $\nabla^2$  atua em coordenadas esféricas da seguinte forma

$$\nabla^2 = \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r}^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (2.52)$$

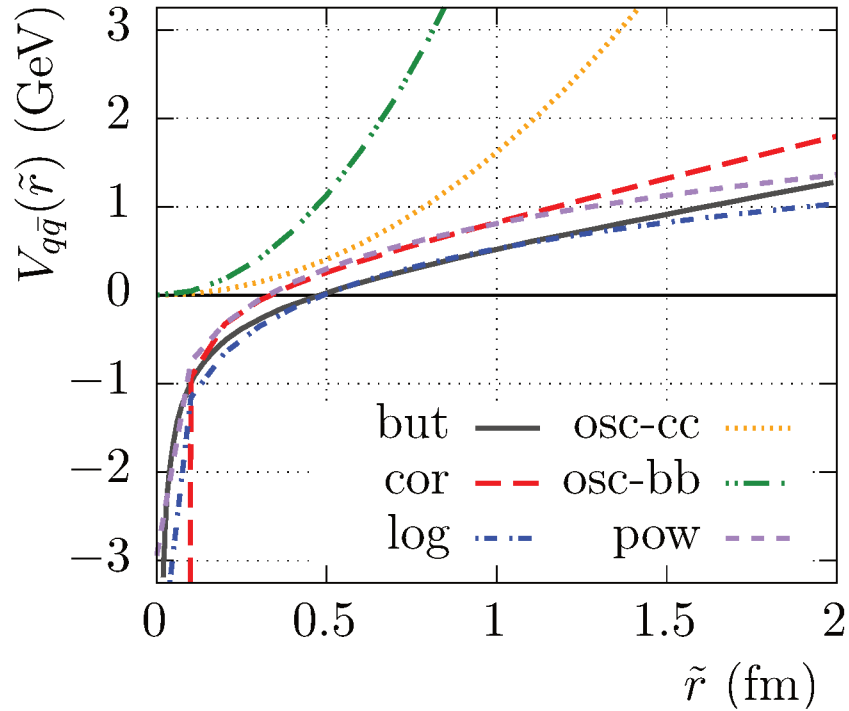


Figura 11 – Potenciais com dependência na distância entre os quarks  $\tilde{r}$ . O único potencial que varia com o tipo de par  $q\bar{q}$  é o do potencial harmônico, os demais possuem o mesmo comportamento para ambos  $c\bar{c}$  e  $b\bar{b}$ . Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Podemos fatorizar a função de onda em parte radial e angular, de forma usual,

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = \psi_{nl}(\tilde{r})Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.53)$$

para que possamos escrever a equação de Schrödinger, (2.51) e (2.52), como duas diferenciais independentes,

$$\frac{\partial^2}{\tilde{r}\partial\tilde{r}^2}(\tilde{r}\psi(\tilde{r})) + m_q(E - V(\tilde{r}))\psi(\tilde{r}) = \frac{l(l+1)}{\tilde{r}^2}\psi(\tilde{r}), \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial}{\text{sen}\theta\partial\theta} \left( \text{sen}\theta \frac{\partial Y}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\text{sen}^2\theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2} = -l(l+1)Y, \quad (2.55)$$

com  $l = 0$  representando o estado fundamental do méson e  $l = 1, 2, 3, \dots$  os estados excitados.

Neste trabalho estudamos os dois primeiros estados, tanto para o charmônio ( $J/\psi(1S, 2S)$ ), quanto para o bottomônio ( $\Upsilon(1S, 2S)$ ). Para os casos excitados a solução da equação de Schrödinger apresenta nós, ou seja, valores de  $\tilde{r}$  para os quais a função de onda do méson vetorial é nula, fato importante para o entendimento das seções de choque finais de cada potencial. A função de onda radial pode ser simplificada adotando

$$u(\tilde{r}) = \sqrt{4\pi}\tilde{r}\psi(\tilde{r}), \quad (2.56)$$

portanto,

$$\frac{\partial^2 u(\tilde{r})}{\partial \tilde{r}^2} = \left( m_q(V(\tilde{r}) - E) + \frac{l(l+1)}{\tilde{r}^2} \right) u(\tilde{r}), \quad (2.57)$$

na qual  $u(\tilde{r})$  satisfaz a seguinte normalização

$$\int_0^\infty |u(\tilde{r})|^2 d\tilde{r} = 1. \quad (2.58)$$

A equação (2.57) pode ser facilmente resolvida numericamente para cada caso. Nas figuras 12 e 13, mostramos o comportamento da parte radial da função de onda para cada um dos potenciais mostrados.

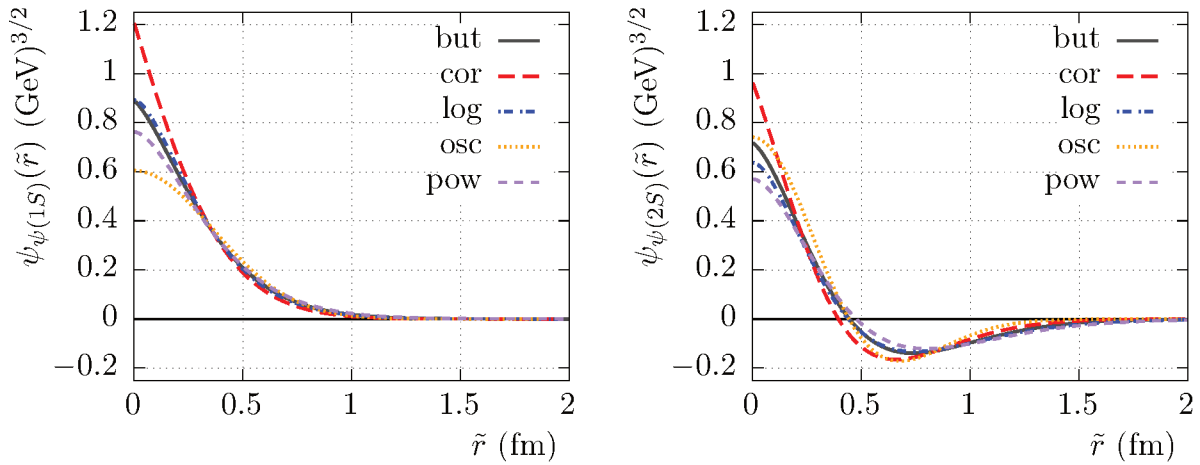


Figura 12 – Parte radial da função de onda  $\psi(\tilde{r})$  para  $J/\psi(1S)$  (painel da esquerda) e  $\psi(2S)$  (painel da direita) como solução de Schrödinger para os cinco potenciais  $c\bar{c}$  descritos acima. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor.

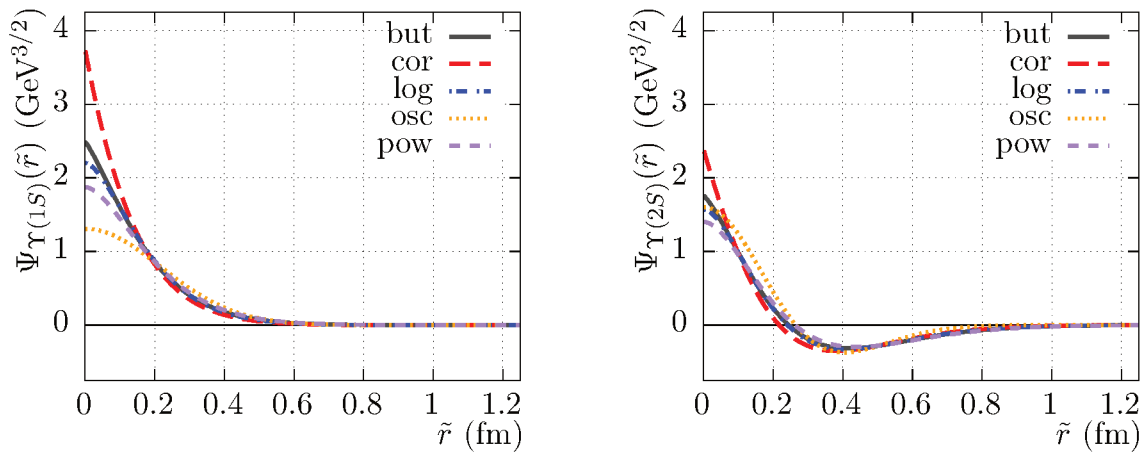


Figura 13 – Parte radial da função de onda  $\Upsilon(\tilde{r})$  para  $\Upsilon(1S)$  (painel da esquerda) e  $\Upsilon(2S)$  (painel da direita) como solução de Schrödinger para os cinco potenciais  $b\bar{b}$  descritos acima. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor.

Utilizando as equações (2.24) e (2.29) podemos calcular  $\Psi_V(\beta, p_T)$  no referencial de momento infinito a ser utilizado na equação de cálculo total da amplitude de espalhamento

(2.36). Seguem também os gráficos das Figs. 14 e 15 que mostram o comportamento e a dependência da função de onda com a fração de momento carregado pelo quark. Somente é mostrado nas figuras para os potenciais de Buchmüller-Tye e oscilador harmônico, uma vez que são os mais distintos. Todas as curvas para os cinco potenciais foram resolvidas numericamente, motivados por trabalhos relacionados (33).

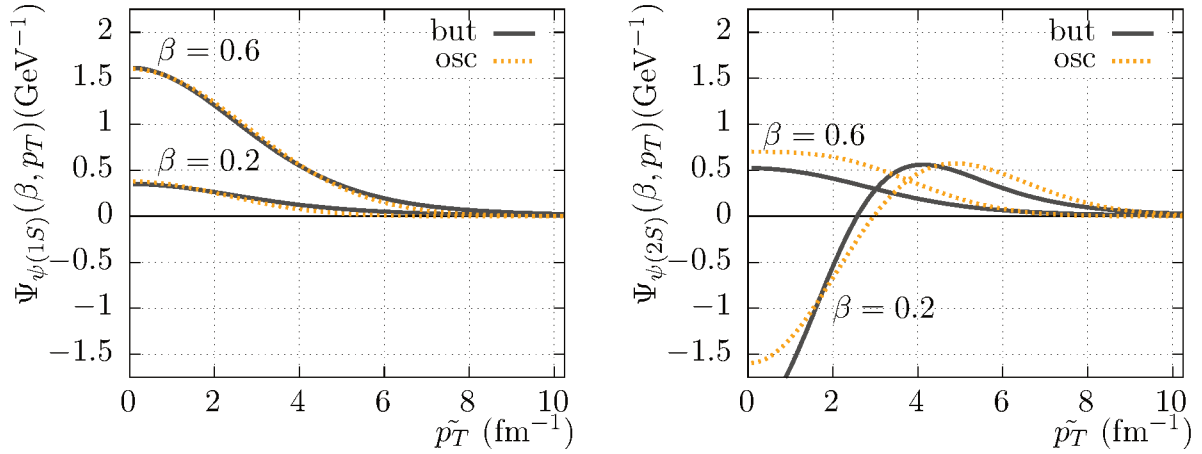


Figura 14 – Função de onda do méson dependente da fração de momento  $\beta$  carregada pelo quark para  $\psi(1S)$  ao painel da esquerda e  $\psi(2S)$  ao painel da direita, para os potenciais “but” e “osc”. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor.

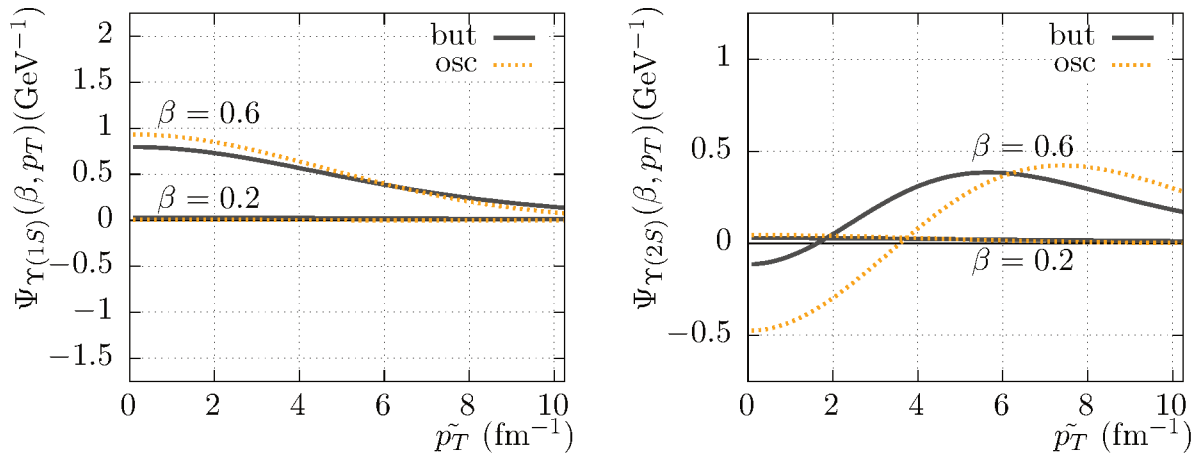


Figura 15 – Função de onda do méson dependente da fração de momento  $\beta$  carregada pelo quark para  $\Upsilon(1S)$  à esquerda e  $\Upsilon(2S)$  à direita, para os potenciais “but” e “osc”. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor.

## 2.6 CORREÇÃO DA PARTE REAL DA AMPLITUDE

Sabemos que a amplitude é dominada por sua parte imaginária, mas nesta seção adicionaremos a correção devida à parte real. O cálculo parte do fato de as amplitudes obedecerem à relação de dispersão integral (82) (uma vez que a mesma satisfaz  $s\sigma =$

$\text{Im}\mathcal{A}(s, 0)$ ),

$$\text{Re}\mathcal{A}(s) = \frac{2s^2}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} ds' \frac{1}{s'(s'^2 - s^2)} \text{Im}\mathcal{A}(s') \quad (2.59)$$

aqui,  $s = W^2$  e  $P$  é o valor principal de Cauchy, denotando que devemos tomar cuidado com a divergência explícita na integral. Em geral, adiciona-se na Eq. (2.59) uma constante de subtração, porém optamos por omití-la, seguindo trabalhos anteriores (83, 84). Podemos introduzir na integral o termo  $s^\alpha$  (multiplicando e dividindo), no qual  $\alpha$  é um parâmetro real e, integrando por partes obtemos

$$\begin{aligned} \text{Re}\mathcal{A}(s) &= \frac{2s^2}{\pi} \frac{1}{2ss'} \ln \left| \frac{s' - s}{s' + s} \right| \text{Im}\mathcal{A}(s') \Big|_{s_0}^{\infty} + \\ &+ \frac{2s^2}{\pi} \frac{1}{2s} \int_{s_0}^{\infty} ds' s'^{(\alpha-1)} \ln \left| \frac{s' - s}{s' + s} \right| \left( \frac{\alpha - 1}{s'} + \frac{d}{ds'} \right) \text{Im}\mathcal{A}(s')/s'^\alpha. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Levando em conta a região de altas energias ( $s \gg s_0$ ) fica evidente que o primeiro termo se anula. Para o segundo termo, iremos fazer a seguinte mudança de variável

$$\begin{aligned} s' &= e^{\xi'}, & ds' &= e^{\xi'} d\xi', \\ s &= e^{\xi}, & ds &= e^{\xi} d\xi, \end{aligned} \quad (2.61)$$

para que a integral possa ser colocada da seguinte forma

$$\text{Re}\mathcal{A}(s) = \frac{s}{\pi} \int_{\ln s_0}^{\infty} d\xi' e^{\xi'(\alpha-1)} \ln \coth \frac{|\xi - \xi'|}{2} \left( \alpha - 1 + \frac{d}{d\xi'} \right) \text{Im}\mathcal{A}(s')/s'^\alpha. \quad (2.62)$$

Vamos agora expandir  $\text{Im}\mathcal{A}(s')/s'^\alpha$  em potências de  $\xi' - \xi$ , e manipular o cálculo levando em conta o limite de altas energias ( $s_0 \rightarrow 0$ , portanto,  $\ln s_0 \rightarrow -\infty$ ), obtemos

$$\text{Re}\mathcal{A}(s) = s^\alpha \sum_n \frac{d^{(n)}}{d \ln s^{(n)}} (\text{Im}\mathcal{A}/s^\alpha) \frac{C_n}{n!}, \quad (2.63)$$

na qual  $C_n$  representa a integração na variável  $\xi'$

$$C_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' e^{(\xi' - \xi)(\alpha-1)} \ln \coth \frac{|\xi' - \xi|}{2} \left( \alpha - 1 + \frac{d}{d\xi'} \right) (\xi' - \xi)^n. \quad (2.64)$$

Denotando  $y = \xi' - \xi$  e integrando  $C_n$  por partes obtemos,

$$C_n = \frac{1}{\pi} \ln \coth \frac{1}{2} |y| e^{(\alpha-1)y} y^n \Big|_{-\infty}^{\infty} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{e^{(\alpha-1)y}}{\sinh y} y^n, \quad (2.65)$$

no qual deixa evidente, pelo segundo termo, que  $0 < \alpha < 2$  ou caso contrário a integral divergiria. O primeiro termo se anula neste caso. Após uma pequena manipulação chegamos na expressão que calcula a parte real da amplitude através de sua parte imaginária, também conhecida como relação analítica derivativa (DAR, sigla em inglês). A mesma possui esse nome pois relaciona analiticamente a parte real da amplitude com as derivadas com relação



à energia da parte imaginária da amplitude. Podemos então obter o termo dominante  $C_0$  e substituir na Eq. (2.63). Temos, com  $n = 0$ ,

$$\frac{\text{Re}\mathcal{A}(s)}{s^\alpha} = \tan\left[\frac{\pi}{2}\left(\alpha - 1 + \frac{d}{d\ln s}\right)\right] \frac{\text{Im}\mathcal{A}(s)}{s^\alpha}. \quad (2.66)$$

Esta relação é válida em geral para o espalhamento hadrônico (82), i. e.  $A_+ = A_{pp} + A_{p\bar{p}}$ , e como no nosso caso o limite é de altas energias, a mesma não precisa ser aplicada. O termo dominante da série da tangente se lê

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}(\alpha - 1)\right) \frac{\text{Im}\mathcal{A}(s)}{s^\alpha} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\alpha - 1)\right) \frac{d}{d\ln s} \left(\frac{\text{Im}\mathcal{A}(s)}{s^\alpha}\right). \quad (2.67)$$

A forma padrão encontrada na literatura e aplicada para espalhamentos hadrônicos corresponde à escolha de fixar  $\alpha = 1$  (83), que é chamada de forma convencional de DAR. Com esta consideração feita, obtemos a correção da parte real desejada para nossa amplitude de espalhamento,

$$\text{Re}\mathcal{A}(s) = \frac{\pi}{2} \frac{d\text{Im}\mathcal{A}(s)}{d\ln s}. \quad (2.68)$$

Portanto, a amplitude total corrigida é expressa como (50)

$$\mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W) = i \text{Im}\mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W) \left(1 - i \frac{\pi}{2} \frac{\partial \ln \text{Im}\mathcal{A}^{\gamma p \rightarrow Vp}(W)}{\partial \ln W^2}\right), \quad (2.69)$$

a qual mostra a sensibilidade da parte real corrigida com o regime de energia que nos encontramos. A figura 16 mostra a importância dessa correção para o cálculo final da amplitude de espalhamento do processo  $\gamma p \rightarrow J/\Psi p$ , no qual foi utilizado o potencial de Buchmüller-Tye bem como o modelo GBW. Para todos os demais potenciais e modelos de dipolo o comportamento é semelhante e nota-se a necessidade de correção, independente da região de energia em que o processo é computado.

Uma vez que a correção para adicionar a parte real da amplitude de espalhamento é somente sensível à energia de centro de massa  $W^2$ , esta pode ser feita alternativamente na seção de choque do dipolo  $\sigma_{q\bar{q}}$ , já que somente ela é dependente da energia de centro de massa da colisão, por meio da variável de Bjorken. Temos, equivalentemente à Eq. (2.69):

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) \Rightarrow \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \left(1 - i \frac{\pi}{2} \frac{\partial \ln \sigma_{q\bar{q}}(x, r)}{\partial \ln 1/x}\right). \quad (2.70)$$

Para os cálculos numéricos das seções de choque deste capítulo optamos por utilizar a Eq. (2.70).

## 2.7 DISCUSSÃO E RESULTADOS NUMÉRICOS DO CAPÍTULO

Nos voltaremos agora para os resultados numéricos da seção de choque total da fotoprodução  $\gamma p \rightarrow Vp$ , para  $V = \psi(nS)$ ,  $\Upsilon(nS)$ , com  $n = 1, 2$ . Na Figura 17, apresentamos

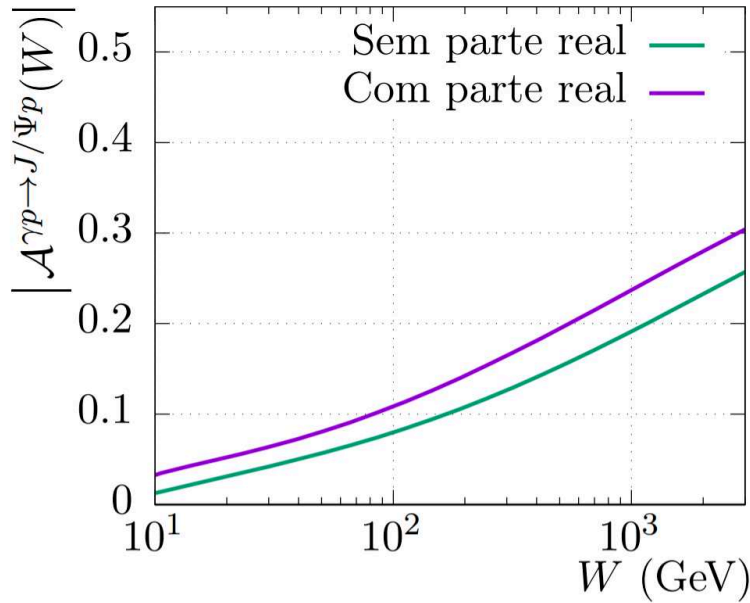


Figura 16 – Comparação das amplitudes com e sem a correção da parte real. O valor total da amplitude aumenta em mais de 20% em quase todo o regime de energia de centro de massa. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

os resultados para o modelo de dipolo de  $\psi(1S)$ , enquanto na Figura 18, para  $\psi(2S)$ . As seções de choque são em função da energia de centro de massa da colisão de  $\gamma p$ ,  $W$ . Nos gráficos utilizamos os cinco modelos de potenciais apresentados ao longo do capítulo. Notamos que para a fotoprodução de charmônio ambas parametrizações para a seção de choque do dipolo com o próton, GBW e KST, apresentadas anteriormente, fornecem resultados bastante semelhantes, portanto escolhemos o modelo GBW para mostrar, para finalidade de apresentação. Nossos resultados são comparados com os dados obtidos de H1 (20), ZEUS (21), ALICE (85), LHCb (86) e Fermilab (87, 88, 89). Tais resultados mostram que os diferentes modelos de potenciais fornecem uma boa descrição para os dados de  $\psi(1S)$  e  $\psi(2S)$  em todo o regime de energia.

Em outra análise, comparamos os resultados para a seção de choque total da fotoprodução ao utilizarmos as parametrizações originais do modelo GBW (23) com parametrizações mais recentes incluindo quarks pesados (25). Notamos que a diferença entre os resultados para as diferentes parametrizações é bastante baixo, e, de forma inesperada, os resultados para o grupo mais antigo de parametrizações GBW é mais bem sucedido para a descrição dos dados para altos valores de energia  $W$ .

Nas Figuras 19 e 20, mostramos os resultados numéricos para a seção de choque total da fotoprodução de  $\Upsilon(nS)$ , com  $n = 1, 2$ . As seções de choque são em função da energia de centro de massa da colisão  $W$ . Da mesma forma que antes, empregamos os cinco modelos de potenciais apresentados neste trabalho. Os resultados para o estado fundamental são comparados com os dados já obtidos de CMS (90), H1 (20) e LHCb (86). Para o bottomônio, utilizamos o modelo de dipolo KST, uma vez que o mesmo produz,

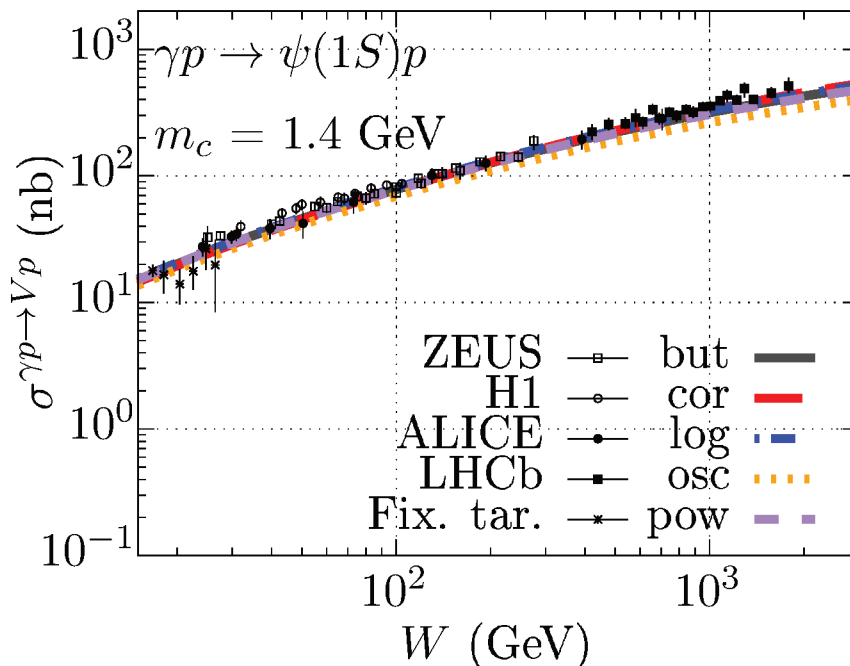


Figura 17 – Seção de choque da fotoprodução  $\gamma p \rightarrow \psi(1S)p$  exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão  $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo GBW. Os resultados são comparados aos resultados experimentais de H1 (20), ZEUS (21), ALICE (85) e LHCb (86), bem como os experimentos de alvo fixo do Fermilab (87, 88, 89). Fonte: Figura elaborada pelo autor.

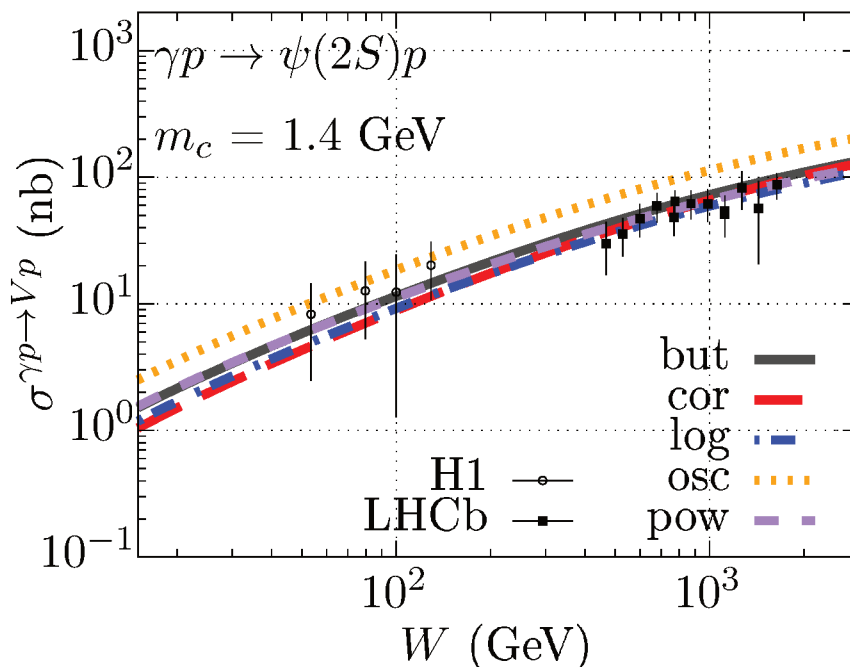


Figura 18 – Seção de choque da fotoprodução  $\gamma p \rightarrow \psi(2S)p$  exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão  $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo GBW. Os resultados são comparados aos resultados experimentais das colaborações de H1 (20) e LHCb (86). Fonte: Figura elaborada pelo autor.

junto dos modelos de potenciais, resultados mais satisfatórios na descrição do seu estado fundamental  $\Upsilon(1S)$ .

Uma inspeção mais detalhada das Figuras 19 e 20 revela as seções de choque dos estados fundamentais e excitados vai a zero para baixas energias de colisão. No caso do potencial de oscilador harmônico, o resultado para  $\Upsilon(1S)$  é cerca de 22% maior que de  $\Upsilon(2S)$  em  $W = 1000$  GeV, sendo a menor diferença entre os estados fundamentais e excitados produzidos. Este fato se dá pela similaridade das funções de onda para pequenos valores da distância entre os quarks  $r$  (Figura 13). Uma vez que a principal contribuição para seção de choque da fotoprodução é para regiões de pequeno  $r$ , conforme visto nas funções de onda dos mésons, este efeito se torna particularmente importante para os estados de  $\Upsilon$ , e menos para o caso de fotoprodução de  $\psi(1S, 2S)$ . As formas das funções de onda dos mésons vetoriais definem o tamanho das discrepâncias encontradas para cada um dos potenciais em relação aos demais. No caso de fotoprodução exclusiva com o próton alvo, estas discrepâncias, quando comparadas aos dados, se tornam importante para os estados de  $\psi(2S)$  e  $\Upsilon(1S)$ , e menos para  $J/\Psi$ .

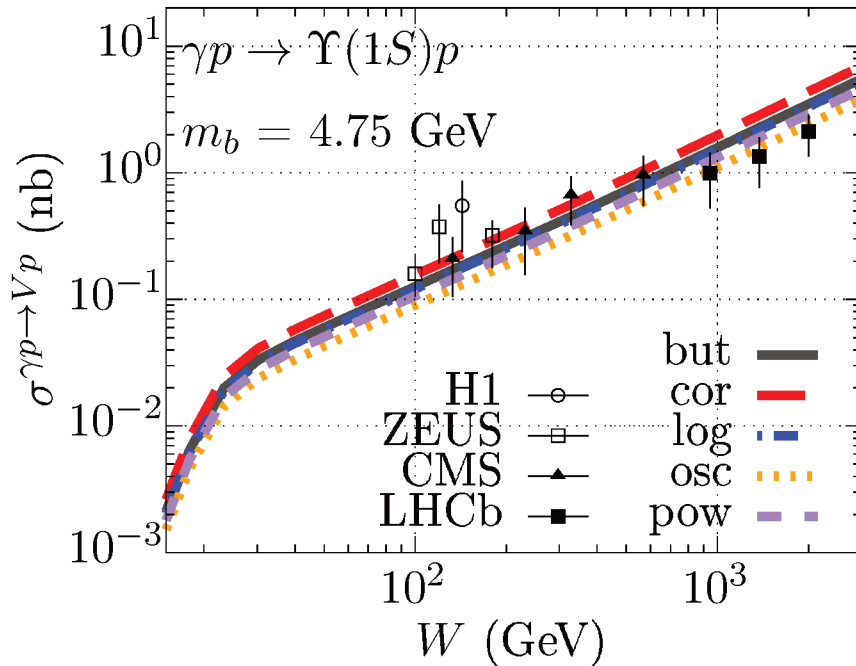


Figura 19 – Seção de choque da fotoprodução  $\gamma p \rightarrow \Upsilon(1S)p$  exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão  $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo KST. Os resultados são comparados aos resultados experimentais das colaborações de CMS (90), H1 (20) e LHCb (86). Fonte: Figura elaborada pelo autor.

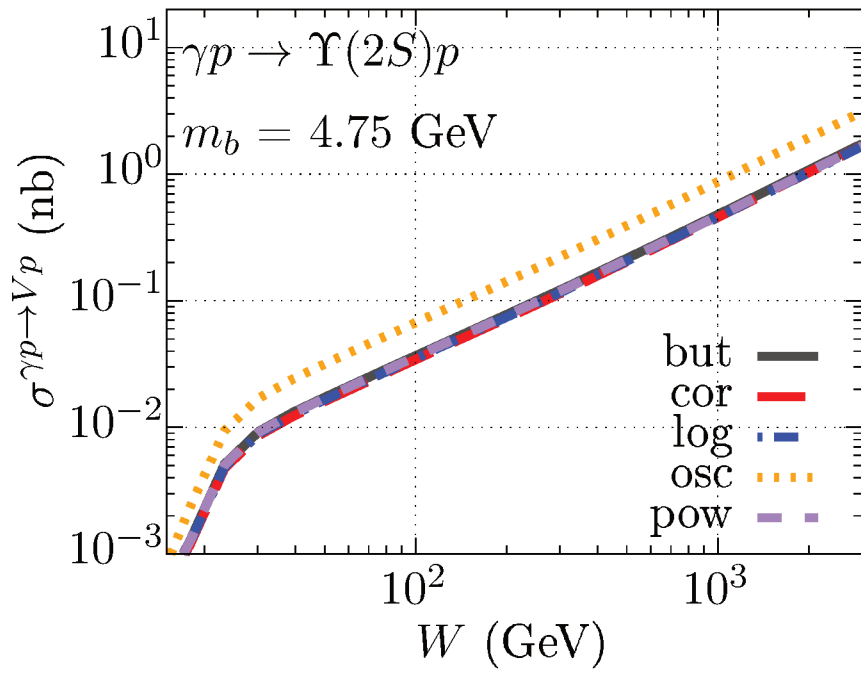


Figura 20 – Predição teórica para a seção de choque da fotoprodução  $\gamma p \rightarrow \Upsilon(2S)p$  exclusiva com relação à energia de centro de massa da colisão  $W$ . Para essa predição foi utilizado o modelo de dipolo KST. Fonte: Figura elaborada pelo autor.



### 3 FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM UMA COLISÃO ULTRA-PERIFÉRICA DE DOIS NÚCLEOS

Neste capítulo estudaremos a fotoprodução de mésons vetoriais em colisões ultraperiféricas de dois núcleos de chumbo (Pb,  $Z = 82$  e  $A = 208$ ). A principal diferença entre o caso nuclear e o caso estudado no capítulo anterior, onde somente prótons interagem, é a inclusão de diversos núcleons alvos que podem interagir com o dipolo produzido a partir da flutuação do fóton. Desta maneira, duas produções são de fundamental importância para o entendimento, o caso em que o núcleo alvo permanece no seu estado inicial antes e depois da colisão (produção coerente) e aquele em que o mesmo altera seu estado final (produção incoerente). Um número expressivo de trabalhos na literatura procuram um tratamento detalhado para o caso incoerente, e.g. Refs. (91, 92, 93, 94). No entanto uma descrição simultânea da produção coerente em conjunto com a incoerente, a partir de uma mesma estrutura teórica, permanece um problema em aberto na literatura.

Alguns fenômenos nucleares, como o sombreamento de glúons no interior nuclear e o comprimento de coerência finita, serão apresentados e terão um relevante papel no cálculo final das seções de choque. Ao final do capítulo, apresentaremos os resultados obtidos comparando com os recentes dados obtidos para a produção coerente e incoerente de  $J/\Psi(1S, 2S)$ , bem como previsões de  $\Upsilon(1S, 2S)$  para futuros experimentos. A obtenção destas seções de choque é o principal resultado deste estudo.

#### 3.1 CINEMÁTICA

A forma tradicionalmente usada para estudar a cinemática de uma partícula em colisões relativísticas é através de sua variável de rapidez longitudinal,  $y$ . Para tal, escolhemos um eixo de direção (usualmente a direção do eixo da colisão) como eixo  $z$ , então, a energia e o momento da partícula podem ser descritos da seguinte maneira (95)

$$E = m_T \cosh y, \quad p_x, \quad p_y, \quad p_z = m_T \sinh y, \quad (3.1)$$

na qual  $m_T$  é chamada de massa transversal da partícula, definida como

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_x^2 + p_y^2} \quad (3.2)$$

e a rapidez  $y$  para tal processo é

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (3.3)$$

Comparando o resultado anterior com um outro referencial, devemos aplicar um boost com velocidade  $\beta$  ao longo do eixo  $z$ . Para tal análise, usaremos as relações da relatividade restrita entre as energias e os momentos nos diferentes referenciais. Para tal boost teremos

$$\begin{aligned} E' &= \gamma(E - \beta p_z), \\ p_z' &= \gamma(p_z - \beta E). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Essa transformação relaciona as principais quantidades de ambos os referenciais; chamamos de  $S$  o original e de  $S'$  o que sofreu o boost. Portanto, a rapidez no referencial  $S'$  será

$$\begin{aligned} y' &= \ln \left[ \frac{\gamma(1-\beta)(E+p_z)}{\gamma(1+\beta)(E-p_z)} \right] \\ &= y + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \\ &= y - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dos resultados acima, observamos que sobre uma transformação de Lorentz do referencial original  $S$  para o referencial  $S'$ , a rapidez  $y'$  da partícula se transforma por uma simples subtração

$$y' = y - y_\beta, \quad (3.6)$$

sendo que  $y_\beta$  é

$$y_\beta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right). \quad (3.7)$$

Tal resultado é de extrema utilidade, uma vez que o formato de uma seção de choque diferencial em  $y$ ,  $d\sigma/dy$ , é invariante sobre translações com relação ao eixo  $z$ . Nas próximas seções obteremos uma seção de choque diferencial em rapidez no caso de colisões ultraperiféricas de dois átomos de chumbo, na qual relacionamos a energia do fóton que interagirá com um dos núcleos para formação de um estado final na forma de um méson vetorial.

### 3.2 FATORIZAÇÃO E O MÉTODO DE WEIZSÄCKER-WILLIAMS

O método de Weizsäcker-Williams (37, 38) fundamenta-se em reinterpretar a interação entre dois íons relativísticos distantes como a interação de um fluxo de fótons, emitidos por um dos íons, com a seção de choque específica da fotoprodução do processo fóton-íon. Neste trabalho nos concentraremos no caso em que tais íons são dois núcleos de Chumbo (Pb).

#### Fatorização

Devemos, primeiramente, realizar a fatorização da seção de choque diferencial na rapidez, de modo que cada aspecto do cálculo seja mais compreensível. Partimos de

$$\frac{d\sigma_{AA \rightarrow AVX}}{dy} = \omega \frac{dN_\gamma}{d\omega} \sigma_{\gamma A \rightarrow VX}(\omega), \quad (3.8)$$

na qual  $\omega dN_\gamma/d\omega$  é o fluxo de fótons virtuais e  $\sigma_{\gamma A \rightarrow VX}(\omega)$  é a seção de choque para a fotoprodução do méson no núcleo. Por outro lado, a rapidez  $y$  no referencial de centro de



massa da colisão de um méson  $V$  está relacionada com a energia do fóton,  $\omega$ , por meio da equação (48)

$$y = \ln \left( \frac{2\omega}{M_V} \right), \quad (3.9)$$

no caso da fração de momento transferido aos glúons do núcleo alvo ser ínfima. Aqui,  $M_V$  é a massa do estado hadrônico produzido no referencial do centro de massa da colisão.

Levando em conta que qualquer um dos núcleos pode ser a fonte dos fótons devemos adicionar um termo em (3.8) para a fotoprodução total

$$\frac{d\sigma_{\gamma A \rightarrow VX}}{dy} = \omega \frac{dN_\gamma}{d\omega} \sigma_{\gamma A \rightarrow VX}(\omega) + (y \rightarrow -y), \quad (3.10)$$

na qual soma-se à seção de choque diferencial total o caso em que o fóton é provido pelo núcleo vindo no sentido oposto, com rapidez negativa. Por conta de (3.9) podemos redefinir a variável de Bjorken a ser utilizada nas seções de choque no caso nuclear, da seguinte forma,

$$x = \frac{M_V e^{-y}}{\sqrt{s_{NN}}}, \quad (3.11)$$

na qual  $\sqrt{s_{NN}}$  é a energia de centro de massa da colisão núcleon-núcleon. Podemos reescrever a equação (3.10) decompondo a seção de choque do fóton com o núcleo em termos de uma nova integração no parâmetro de impacto  $\vec{b}'$ . Teremos,

$$\frac{d\sigma^{AA \rightarrow AVX}}{dy} = \int d^2b \int d^2b' \omega \frac{dN_\gamma(\omega, \vec{b}_\gamma)}{d\omega d^2b_\gamma} \frac{d\sigma^{\gamma A \rightarrow VX}(\omega, \vec{b}')}{d^2b'} + (\omega(y) \rightarrow \omega(-y)), \quad (3.12)$$

na qual

$$\vec{b}_\gamma = \vec{b}' - \vec{b}. \quad (3.13)$$

A Fig. 21 mostra a relação entre os parâmetros de impacto  $\vec{b}$ ,  $\vec{b}'$  e  $\vec{b}_\gamma$ . O requisito para que a colisão seja ultraperiférica é que o parâmetro  $b$  seja maior que a soma dos raios dos núcleos, ou seja,  $b \geq 2R_A$ .

### Método de Weizsäcker-Williams

Devemos agora calcular o fluxo de fótons num ponto qualquer do espaço. Para tal, partimos da análise provinda da Fig. 22. Através da relatividade restrita somos capazes de relacionar os campos produzidos pela partícula de carga  $q$  (no nosso caso o núcleo de chumbo) em ambos referenciais (96),

$$\begin{aligned} E_1 &= E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b_\gamma^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \\ E_2 &= \gamma E'_2 = \frac{\gamma q b_\gamma}{(b_\gamma^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \\ E_3 &= \gamma \beta E'_2 = \beta E_2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

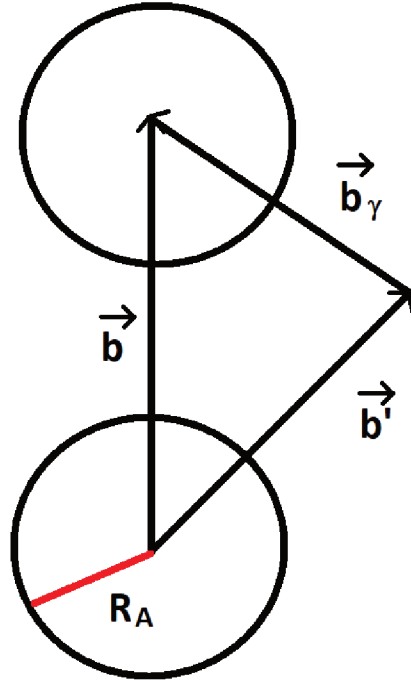


Figura 21 – Parâmetros de impacto da colisão ultraperiférica vistos no plano transversal. A figura mostra as relações entre os parâmetros de impacto  $\vec{b}$  e  $\vec{b}'$ . O requisito para que a colisão seja ultraperiférica é  $|\vec{b}| \geq 2R_A$ . Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Para determinar o espectro de frequência  $d^3N_\gamma/(d\omega d^2\vec{b}_\gamma)(\omega, b_\gamma)$ , relacionado com a distribuição de energia por unidade de área e por intervalo unitário de frequência dos campos elétricos, devemos partir da Eletrodinâmica clássica (97),

$$\frac{d^3N}{d\omega d^2\vec{b}_\gamma}(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{2\pi} |E(\omega, \vec{b}_\gamma)|^2, \quad (3.15)$$

com  $E(\omega, \vec{b}_\gamma)$  sendo a transformada de Fourier do campo elétrico,

$$E(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t, \vec{b}_\gamma) e^{i\omega t} dt. \quad (3.16)$$

Desta forma, o campo eletromagnético produzido pela carga  $q$  em movimento torna-se equivalente à superposição das radiações dos campos  $E_1$  e  $E_2$ .

O espectro de frequência por unidade de área e por intervalo de frequência  $d^3N_1/(d\omega d^2\vec{b}_\gamma)$  do campo  $E_2$ , veja Fig. 22, é dado por

$$\frac{d^3N_1}{d\omega d^2\vec{b}_\gamma}(\omega, b_\gamma) = \frac{1}{2\pi} |E_2(\omega, \vec{b}_\gamma)|^2,$$

em que, utilizando a equação para  $E_2$  em (3.14),

$$E_2(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q\gamma b_\gamma}{(b_\gamma^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} e^{i\omega t} dt. \quad (3.17)$$

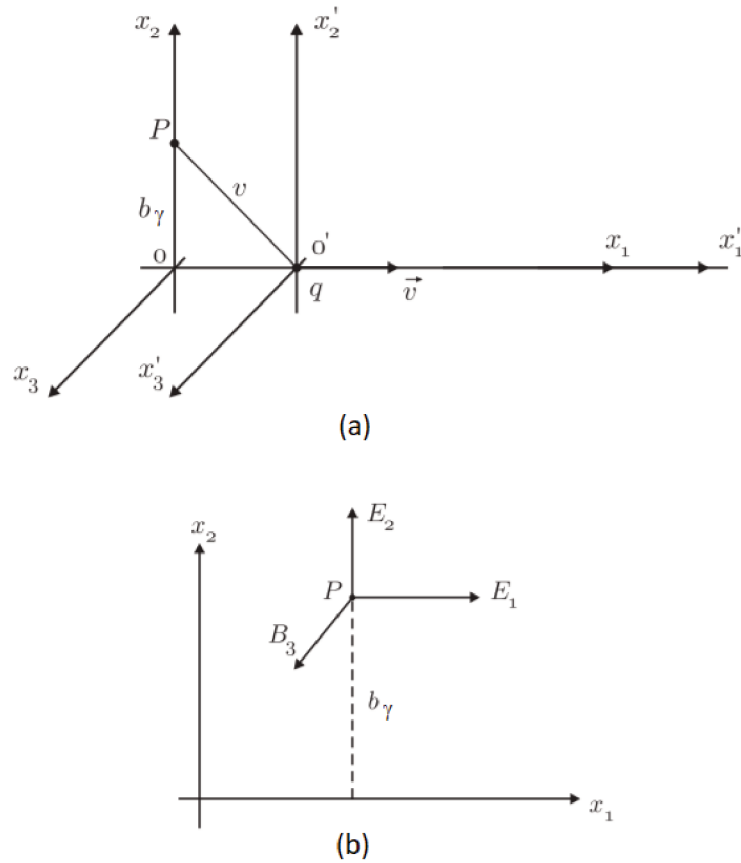


Figura 22 – A figura mostra as componentes do campo eletromagnético produzido por uma partícula com carga  $q$ , que se move uniformemente ao longo do eixo- $x_1$ , num ponto  $P$  qualquer do espaço, distante  $b_\gamma$  do eixo  $x_1$ . Figura adaptada da referência (96).

Se definirmos  $\chi = \gamma vt/b_\gamma$ , teremos

$$E_2(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{vb_\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega b_\gamma \chi / \gamma v}}{(1 + \chi^{3/2})} d\chi, \quad (3.18)$$

que se trata de uma função de Bessel modificada de segunda ordem,  $K_1$ , tratada no Apêndice B. Teremos, então

$$E_2(\omega, \vec{b}_\gamma) = \sqrt{2/\pi} \frac{q}{bv} \left[ \frac{\omega b_\gamma}{\gamma v} K_1 \left( \frac{\omega b_\gamma}{\gamma v} \right) \right].$$

De forma análoga, podemos obter o espectro de frequência por unidade de área e por intervalo de frequência  $d^3 N_2 / (d\omega d^2 \vec{b}_\gamma)$  para o campo  $E_1$ ,

$$\frac{d^3 N_2}{d\omega d^2 \vec{b}_\gamma}(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{2\pi} |E_1(\omega, \vec{b}_\gamma)|^2, \quad (3.19)$$

com  $\chi = \gamma vt/b_\gamma$ , de (3.14), obtemos

$$E_1(\omega, \vec{b}_\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{\gamma b_\gamma v} \int_{-\infty}^{\infty} \chi \frac{e^{i\omega b_\gamma \chi / \gamma v}}{(1 + \chi^{3/2})} d\chi, \quad (3.20)$$

que nada mais é que uma função de Bessel modificada de segunda ordem,  $K_0$ , portanto teremos

$$E_1(\omega, \vec{b}_\gamma) = -\frac{iq}{\gamma b_\gamma v} \sqrt{2/\pi} \left[ \frac{\omega b_\gamma}{\gamma v} K_0 \left( \frac{\omega b_\gamma}{\gamma v} \right) \right]. \quad (3.21)$$

Combinando os fluxos de fótons para os campos  $E_1$  e  $E_2$  teremos o espectro de frequência total para o processo no ponto P

$$\frac{d^3 N}{d\omega d^2 \vec{b}_\gamma}(\omega, \vec{b}_\gamma) = \left[ \frac{d^3 N_1}{d\omega d^2 \vec{b}_\gamma}(\omega, b_\gamma) + \frac{d^3 N_2}{d\omega d^2 \vec{b}_\gamma}(\omega, b_\gamma) \right],$$

ou, sabendo que em colisões em altas energias  $v \approx c = 1$ , chegamos na forma padrão do fluxo de fótons de Weizsäcker-Williams

$$\frac{d^3 N}{d\omega d^2 \vec{b}_\gamma}(\omega, \vec{b}_\gamma) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{b_\gamma^2} \left( \frac{\omega b_\gamma}{\gamma} \right)^2 \left[ \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \left( \frac{\omega b_\gamma}{\gamma} \right) + K_1^2 \left( \frac{\omega b_\gamma}{\gamma} \right) \right], \quad (3.22)$$

sabendo que, para colisões relativísticas, o fator de Lorentz para o próton alvo dentro do núcleo será  $\gamma = \sqrt{s_{NN}}/2m_p$ , com massa do próton  $m_p = 0.938\text{GeV}$ . Para energias típicas do LHC, o fator de Lorentz é muito maior do que 1 (e.g., colisão  $pPb$  com energia 8.16 TeV (98),  $\gamma_{Pb} \approx 4350$ ).

### 3.3 FOTOPRODUÇÃO COERENTE E INCOERENTE

Vamos analisar dois casos distintos de fotoprodução nuclear: o caso do espalhamento coerente e o caso do espalhamento incoerente. Na Fig. 23 vemos que o núcleo pode permanecer no mesmo estado ou altera-se para o estado  $A^*$  após a colisão. Estes processos são chamados de produção coerente e incoerente, respectivamente. Os processos de produção acima explicados são computados considerando que o comprimento de coerência (100) do méson criado seja muito maior do que o raio do núcleo,

$$l_c = \frac{2\nu}{M_V^2} = \frac{\sqrt{s_{NN}} e^y}{m_p M_V} \gg R_A, \quad (3.23)$$

no qual  $\nu$  é a energia do fóton no referencial de repouso do núcleo, tornando a amplitude de probabilidade que o méson atravessasse o meio nuclear muito alta. Podemos relacionar a energia do fóton no referencial de centro de massa da colisão com a energia no referencial de repouso do núcleo alvo através do fator de Lorentz,  $\nu = \gamma\omega$ . O comprimento de coerência pode ser interpretado como a distância em que o fóton flutua em um par  $q\bar{q}$ , conforme ilustrado na Figura 24.

Na teoria de espalhamento nuclear proposta por Gribov a diferença de fase para o espalhamento de diferentes núcleons presentes no núcleo é aditiva (101), ou seja,

$$\delta_A(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) = \sum_{i=1}^A \delta_N(\vec{b}, \vec{s}_i), \quad (3.24)$$

na qual  $\vec{s}_i$  é a coordenada do núcleon.

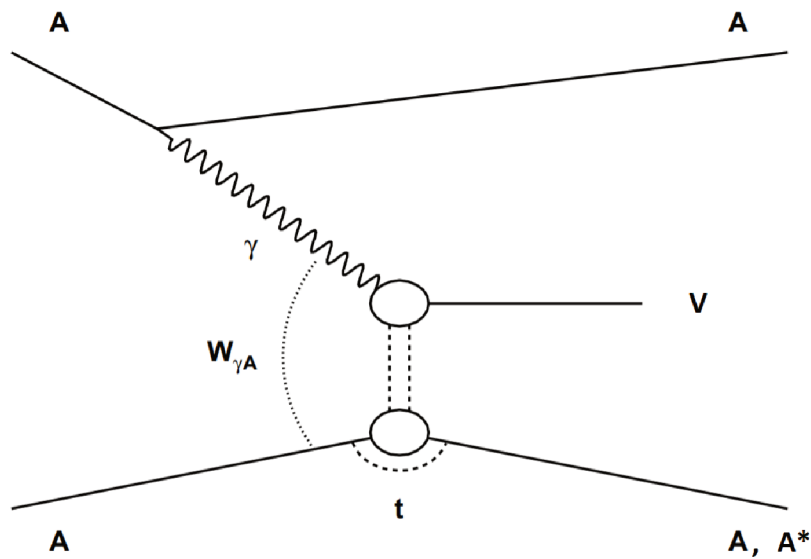


Figura 23 – Fotoprodução nuclear de um méson V em uma colisão ultraperiférica AA. O estado final do núcleo alvo A permanece o mesmo para o caso coerente, enquanto altera-se para um estado arbitrário A\* no caso incoerente. Figura adaptada da referência (99).

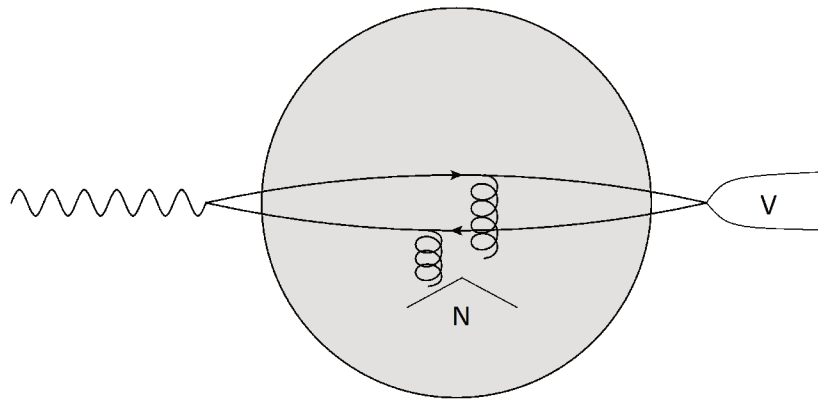


Figura 24 – Espalhamento do dipolo no meio nuclear. Para os regimes de altas energias o comprimento de coerência do méson criado é muito maior que o raio do núcleo. O par interage com um núcleon N no interior do núcleo. Diagrama feito com auxílio de JaxoDraw (46).

### Relações elementares e dominância de mésons

No que se segue do estudo, utilizaremos a simplificação através da dominância dos mésons no espalhamento hadrônico no íon alvo. Na qual podemos relacionar a amplitude total da fotoprodução no íon alvo,  $\Gamma_N^{\gamma V}(\vec{b})$ , com a amplitude de espalhamento do méson

com o alvo,  $\Gamma_N^V(\vec{b})$ , através de

$$\Gamma_N^{\gamma V}(\vec{b}) = \Psi_\gamma(\vec{r}, \beta) \Gamma_N^V(\vec{b}) \Psi_V(\vec{r}, \beta), \quad (3.25)$$

uma vez que para regimes de altas energias se assume que a produção do par  $q\bar{q}$  acontece muito antes da interação com o alvo. Em outras palavras, a interação do fóton com o alvo é dominada pela interação do méson criado com o alvo. A Eq. (3.25) mostra explicitamente a diferença entre as amplitudes  $\Gamma_N^{\gamma V}$  e  $\Gamma_N^V$ .

Também usaremos as relações para processos de espalhamentos elementares de hádrons em um alvo (102)

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{VN} &= \sigma_{in}^{VN} + \sigma_{el}^{VN} = 2 \int d^2b \text{Re} \Gamma_N^V(\vec{b}), \\ \sigma_{el}^{VN} &= \int d^2b |\Gamma_N^V(\vec{b})|^2. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Através das equações acima somos capazes de relacionar a seção de choque total do espalhamento hadrônico com sua parte elástica ou inelástica. As mesmas relações são válidas também para as amplitudes no caso de espalhamento nuclear, ou seja, quando  $N \rightarrow A$ .

Por construção da teoria, fica evidente que podemos relacionar a seção de choque elástica descrita em (3.26) com a seção de choque da fotoprodução do par com um núcleon (2.10), descrita no capítulo anterior

$$\sigma(\gamma N \rightarrow VN) = |\langle \Psi_\gamma(\vec{r}, \beta) | \Psi_V(\vec{r}, \beta) \rangle|^2 \int d^2b |\Gamma_N^V(\vec{b})|^2. \quad (3.27)$$

Desta forma, utilizando a Eq. (2.16), percebe-se que

$$\sigma_{el}^{VN} = \frac{\sigma_{q\bar{q}}^2}{16\pi B}. \quad (3.28)$$

Considerando a dominância do méson nas interações com os núcleons, no que se segue do estudo apresentaremos as seções de choque coerente e incoerente do hádron passando pelo meio nuclear, necessárias para a obtenção da seção de choque final de fotoprodução (3.12).

### Seção de choque coerente

As seções de choque coerente (ou elástica) e total de um méson passando por um núcleo A podem ser obtidas a partir da teoria de Glauber (103),

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{VA \rightarrow VA} &= 2 \int d^2b \text{Re} \langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}) | 0 \rangle \\ \sigma_{el}^{VA \rightarrow VA} &= \int d^2b \left| \langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}) | 0 \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (3.29)$$

na qual  $\Gamma_A^V(\vec{b})$  é a amplitude de espalhamento do par  $q\bar{q}$  no meio nuclear, e  $\langle 0 | \Gamma_A^V | 0 \rangle$  significa que o estado fundamental do núcleo permanece o mesmo antes e depois da colisão (condição necessária para que o processo seja coerente).

A amplitude de espalhamento do hádron no meio nuclear,  $\Gamma_A^V(\vec{b})$ , pode ser descrita por meio de (104, 105)

$$\Gamma_A^V(\vec{b}; \vec{s}_i, z_i) = e^{iq_L z_i} \left\{ 1 - \prod_j^A \left[ 1 - \frac{1}{A} \Gamma_N^V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right\}, \quad (3.30)$$

na qual  $\{\vec{s}_i, z_i\}$  denotam as coordenadas espaciais do núcleon alvo  $N_i$ , com  $z_i$  sendo a componente longitudinal. O termo  $\Gamma_N^V$  descreve a amplitude da colisão elástica do méson com um núcleon. Um detalhamento da construção dos operadores se encontra em (36). O momento longitudinal  $q_L$ , que aparece no fator de fase da amplitude, é definido como a diferença entre os momentos do fóton e do méson criado no espalhamento, portanto

$$q_L = p_\gamma - p_V = \frac{Q^2 + M_V^2}{2\nu}. \quad (3.31)$$

Nota-se, portanto, que o comprimento de coerência (3.23) é o inverso de  $q_L$ . Para o regime de altas energias,  $q_L \rightarrow 0$ , o fator de fase em (3.30) vai para 1.

Para altas energias, a amplitude (3.30) pode ser escrita da seguinte forma, sem o fator de fase,

$$\Gamma_A^V(\vec{b}, \vec{s}_i) = \left\{ 1 - \prod_j^A \left[ 1 - \frac{1}{A} \Gamma_N^V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right\}. \quad (3.32)$$

Além disso, seguindo as Refs. (105, 106, 107), descrevemos o estado fundamental do núcleo  $|0\rangle$  como um produto de funções de onda de partículas únicas, que podem ser totalmente descritas pela densidade nuclear, e são normalizadas para A. Portanto, teremos de (105)

$$\langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}; \vec{s}_i, z_i) | 0 \rangle = 1 - \left[ 1 - \frac{1}{A} \int d^2s \Gamma_N^V(s) \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_A(\vec{b} - \vec{s}, z) \right]^A, \quad (3.33)$$

em que

$$\rho_A(\vec{b}, z) = \int \prod_j^A d^3r_j |\Psi_A(\vec{r}_i)|^2 \quad (3.34)$$

é a densidade de núcleons para um núcleo. A relação entre as funções de onda  $\Psi_A$  e o estado fundamental  $|0\rangle$  do núcleo se encontra em (106, 108). A forma da densidade nuclear será apresentada numa outra subseção após a conclusão dos cálculos de produção coerente e incoerente.

Portanto, a seção de choque coerente total, para núcleos de grande A, terá a forma

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{VA \rightarrow VA} &= 2 \int d^2b \operatorname{Re} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{1}{A} \int d^2s \Gamma_N^V(s) \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_A(\vec{b} - \vec{s}, z) \right]^A \right\} \\ &\approx 2 \int d^2b \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma_{tot}^{VN} T_A(b) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

na qual  $T_A(b) = \int d^2b \rho_A(b, z)$  é chamada de função de espessura do núcleo. Para que a última equação fosse obtida levamos em conta que  $|\vec{b} - \vec{s}| < R_A/2$ , portanto, a função de espessura se comporta de maneira relativamente constante,  $T_A(\vec{b} - \vec{s}) \approx T_A(\vec{b})$ , uma vez que se supõe que a densidade nuclear seja mais ou menos constante.

A seção de choque elástica para o espalhamento coerente do méson no núcleo será, de acordo com a Eq. (3.35),

$$\sigma_{el}^{VA \rightarrow VA} = \int d^2b \left| 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma_{tot}^{VN} T_A(b) \right] \right|^2 . \quad (3.36)$$

### Seção de choque incoerente

Se o núcleo se excita sem a produção de uma nova partícula, i.e., ele rompe seus núcleons ou o núcleo se fragmenta, tal processo,  $\gamma A \rightarrow VA^*$ , é chamado de espalhamento incoerente. Para a seção de choque incoerente teremos

$$\sigma^{VA \rightarrow VA^*} = \int d^2b \left| \langle f | \Gamma_A^V(\vec{b}) | 0 \rangle \right|^2 , \quad (3.37)$$

na qual  $\langle f |$  é um estado final arbitrário do núcleo, diferente do inicial. Podemos reescrever de forma mais conveniente a última equação com relação ao caso incoerente, uma vez que

$$\left| \langle f | \Gamma_A^V(\vec{b}) | 0 \rangle \right|^2 = \langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}) | f \rangle \langle f | \Gamma_A^{V\dagger}(\vec{b}) | 0 \rangle , \quad (3.38)$$

e utilizando a relação de completeza

$$\sum_{f \neq 0} |f\rangle \langle f| = 1 - |0\rangle \langle 0| , \quad (3.39)$$

alteramos (3.37) da seguinte forma

$$\sigma^{VA \rightarrow VA^*} = \int d^2b \left[ \langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}) \Gamma_A^{V\dagger}(\vec{b}) | 0 \rangle - |\langle 0 | \Gamma_A^V(\vec{b}) | 0 \rangle|^2 \right] . \quad (3.40)$$

Fica evidente que o segundo termo do cálculo da seção de choque incoerente é a subtração da parte coerente do espalhamento total.

Realizando a álgebra descrita pelas amplitudes  $\Gamma_A^V(\vec{b}) \Gamma_A^{V\dagger}(\vec{b})$  e  $\Gamma_A^V(\vec{b})$ , bem como utilizando as relações elementares descritas na Eq. (3.26), obtemos

$$\begin{aligned} \sigma^{VA \rightarrow VA^*} &= \int d^2b \left[ e^{-(\sigma_{tot}^{VN} - \sigma_{el}^{VN}) T_A(b)} - e^{-\sigma_{tot}^{VN} T_A(b)} \right] \\ &= \int d^2b e^{-\sigma_{tot}^{VN} T_A(b)} \left[ e^{\sigma_{el}^{VN} T_A(b)} - 1 \right] \\ &\approx \int d^2b \sigma_{el}^{VN} T_A(b) e^{-\sigma_{tot}^{VN} T_A(b)} . \end{aligned} \quad (3.41)$$

Acima expandimos a exponencial que contém o termo elástico do espalhamento do méson com o núcleon, uma vez que é esperado que a seção de choque elástica do méson com o núcleon seja pequena (105). Podemos utilizar a Eq. (3.28) para a descrição da seção de choque elástica do méson com o núcleon.

Alternativamente aos cálculos já apresentados, especialmente no caso incoerente, nas Refs. (16, 109), apresenta-se uma forma de calcular as seções de choque, não por meio de uma distribuição de núcleons parametrizada, e sim pelo sorteio de diversas configurações de núcleons no interior nuclear, na qual é tomado a média das possíveis flutuações no estado e posição dos núcleons. Tal método não será empregado aqui neste trabalho, porém torna-se bastante interessante para futuros projetos.



### Correção de Gribov

O modelo de Glauber é uma aproximação de canal simples, portanto, não contém a possibilidade de excitações difrativas que levem o hádron projétil a estados intermediários, como no caso ilustrado na Fig 25. Para incluir a correção de Gribov devemos substituir nas equações (3.36) e (3.41) a seção de choque total do méson com o núcleon alvo ( $\sigma_{tot}^{VN}$ ) pela seção de choque do dipolo  $\sigma_{q\bar{q}}$ . Tal aproximação é também conhecida como *frozen dipoles* e foi desenvolvida e melhor explorada nas Refs. (110, 106), respectivamente.

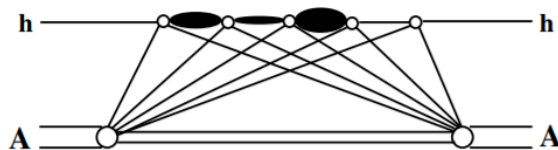


Figura 25 – Excitações difrativas do hádron projétil no meio nuclear para estados intermediários. O autoestado de interação do hádron com o núcleon alvo é o próprio dipolo ao invés de um hádron  $V$  fixo, como no modelo de Glauber. Fonte: Figura tirada da referência (106).

Ao final desta substituição na seção de choque do hádron com o núcleo  $\sigma^{VA \rightarrow VX}$  podemos chegar, por meio da dominância de mésons, nas expressões para as seções de choque de fotoprodução coerente e incoerente  $\sigma^{\gamma A \rightarrow VX}$  e então substituir na Eq. (3.12). A forma usualmente encontrada na literatura para ambas é

$$\begin{aligned} \sigma^{\gamma A \rightarrow VA^*} &= \int d^2b \frac{T_A(b)}{16\pi B} \left| \int d\beta d^2r \Psi_V^\dagger \Psi_\gamma \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_{q\bar{q}}(x, r)T_A(b)\right) \right|^2, \\ \sigma^{\gamma A \rightarrow VA} &= \int d^2b \left| \int d\beta d^2r \Psi_V^\dagger \Psi_\gamma \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_{q\bar{q}}(x, r)T_A(b)\right)\right] \right|^2, \end{aligned} \quad (3.42)$$

nas quais  $\Psi_V = \Psi_V(\vec{r}, \beta)$  e  $\Psi_\gamma = \Psi_\gamma(\vec{r}, \beta)$ . Vale ressaltar que a correção da parte real da seção de choque do dipolo, mostrada na Eq. (2.70) do capítulo anterior, também é considerada nos cálculos para a seção de choque nuclear da seguinte maneira:

$$\sigma_{q\bar{q}}(x) \Rightarrow \sigma_{q\bar{q}}(x) \left(1 - \frac{i\pi}{2} \frac{\partial \ln \sigma_{q\bar{q}}}{\partial \ln(1/x)}\right). \quad (3.43)$$

Uma vez que os fótons possuem baixa virtualidade,  $Q^2 \approx 0$ , somente a polarização transversal contribuirá para a seção de choque total, da mesma forma que foi apresentado no capítulo anterior.

### Função de espessura do núcleo

Para a função de espessura apresentada em (3.35), temos as seguintes considerações

$$T_A(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho_A(b, z), \quad \frac{1}{A} \int d^2b T_A(b) = 1, \quad (3.44)$$

na qual  $\rho_A(b, z)$  é a densidade nuclear em termos do parâmetro de impacto  $b$  e da coordenada longitudinal  $z$ . Neste trabalho utilizamos a densidade nuclear parametrizada pelas distribuições de Wood-Saxon para núcleos pesados. Temos de (111)

$$\rho_A(b, z) = \frac{N_A}{1 + \exp\left[\frac{r(b, z) - c}{\delta}\right]}, \quad r(b, z) = \sqrt{b^2 + z^2}, \quad (3.45)$$

aqui,  $r$  é a distância até o centro do núcleo,  $N_A$  é um termo de normalização geral, e os parâmetros  $c = 6.62$  fm e  $\delta = 0.546$  fm para o chumbo (Pb) são extraídos de (112).

Vale ressaltar o sucesso das distribuições de Wood-Saxon para as colisões de núcleos pesados, como o aqui estudado. Porém, o mesmo sucesso não é obtido quando os núcleos estudados são menores, para tais colisões outros tipos de distribuições são sugeridas.

### 3.4 COMPRIMENTO DE COÊRENCIA

Uma das correções necessárias ao cálculo final da seção de choque nuclear para a produção coerente e incoerente do méson é o chamado efeito de comprimento de coerência finito (45). O cálculo das seções de choques (3.42) produzidas na seção anterior se refere especificamente ao caso em que o estado final possui um comprimento de coerência muito alto ( $l_c \gg R_A$ ) e pode ser usado somente nos regimes de  $W > 30$  GeV, onde  $W = \sqrt{s}$  é a energia de centro de massa do dipolo com o núcleon. A correção para produção do méson em baixas energias deve ser feita de forma semelhante à seção anterior. Para tal, parte-se novamente da teoria de Glauber do espalhamento do méson a partir do ponto de criação do dipolo no meio nuclear, só que agora o fator de fase em (3.30) não pode ser desprezado.

O cálculo é levemente mais complexo comparado ao feito anteriormente, sendo desenvolvido em (113, 39). Para adicionar o efeito de comprimento de coerência finita para baixas energias ao cálculo, altera-se as seções de choques totais, através de uma multiplicação por fatores de forma

$$\begin{aligned} \sigma^{\gamma A \rightarrow VA^*}(W^2) &\Rightarrow \sigma^{\gamma A \rightarrow VA^*}(W^2) F^{inc}(W^2, l_c), \\ \sigma^{\gamma A \rightarrow VA}(W^2) &\Rightarrow \sigma^{\gamma A \rightarrow VA}(W^2) F^{coh}(W^2, l_c), \end{aligned} \quad (3.46)$$

nas quais

$$F^{inc}(W^2, l_c) = \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_A(b, z) \left| F_1(W^2, b, z) - F_2(W^2, b, z, l_c) \right|^2 / \left( \dots \right) \Big|_{l_c \rightarrow \infty}, \quad (3.47)$$

para o fator de forma no caso incoerente, e

$$F^{coh}(W^2, l_c) = \int d^2b \left| \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_A(b, z) F_1(W^2, b, z) e^{iz/l_c} \right|^2 / \left( \dots \right) \Big|_{l_c \rightarrow \infty}. \quad (3.48)$$

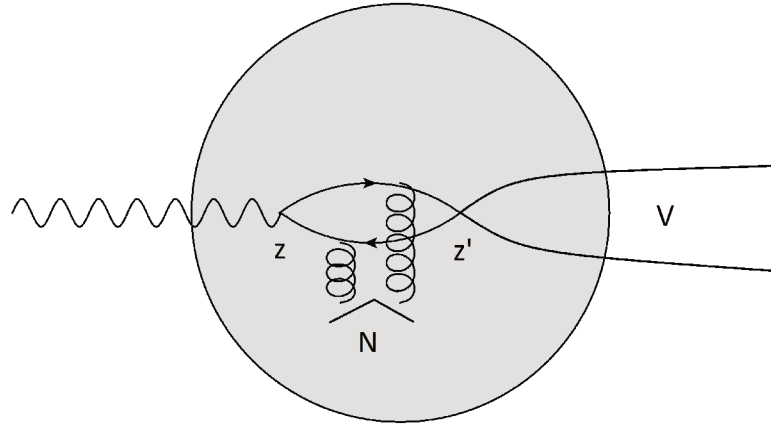


Figura 26 – Comprimento de coerência finita. O méson criado no interior do núcleo em  $z'$ , no regime de baixas energias, pode interagir com o restante do núcleo. Diagrama feito com o auxílio do JaxoDraw (46).

para o fator de forma no caso coerente. Em ambas (3.47) e (3.48) utiliza-se a seguinte definição para  $F_1$  e  $F_2$ ,

$$F_1(W^2, b, z) = \exp\left(-\frac{1}{2}\hat{\sigma}_{VN}(W^2) \int_z^\infty dz' \rho_A(b, z')\right), \quad (3.49)$$

$$F_2(W^2, b, z, l_c) = \frac{1}{2}\hat{\sigma}_{VN}(W^2) \int_{-\infty}^z dz' \rho_A(b, z') F_1(W^2, b, z') e^{i(z'-z)/l_c}. \quad (3.50)$$

Nas quais  $\hat{\sigma}_{VN}(W^2)$  é a seção de choque do méson com o núcleon alvo, esse termo será determinado a seguir.

### Seção de choque do méson com o próton

Para o cálculo da amplitude de espalhamento do méson com o próton, figura 27, faremos um procedimento semelhante ao do capítulo anterior, porém agora, o estado inicial é a própria função de onda do méson vetorial

$$\mathcal{A}^{Vp \rightarrow Vp}(x, Q^2) = \sum_{(\mu, \bar{\mu})} \langle \Psi_V^{*(\mu, \bar{\mu})}(p_T, \beta) | \sigma_{q\bar{q}}(x, r) | \Psi_V^{(\mu, \bar{\mu})}(q_T, \beta) \rangle \quad (3.51)$$

na qual faremos a soma sobre todos os spins  $\mu$  do par  $q\bar{q}$ . Devemos realizar um cálculo do tipo

$$\sum_{(\mu, \bar{\mu})} \hat{U}^{*(\mu, \bar{\mu})}(\beta, p_T) \hat{U}^{(\mu, \bar{\mu})}(\beta, q_T), \quad (3.52)$$

na qual  $q_T$  e  $p_T$  representam os momentos transversais do méson antes e depois do espalhamento com o próton, respectivamente. Para seções de choque do tipo de GBW e KST, que possuem formas semelhantes à  $(1 - e^{r^2/r_0^2})$ , utilizando os cálculos realizados na

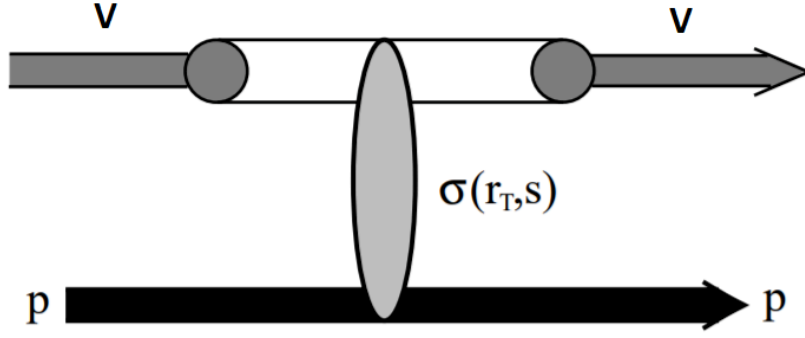


Figura 27 – Seção de choque do méson com o próton. A partir do ponto em que o méson é criado no interior do núcleo o mesmo pode interagir com o restante do núcleons presentes. Efeito especialmente importante para baixas energias de colisão. Figura adaptada de (50).

Ref. (50), obtemos

$$\mathcal{A}^{Vp \rightarrow Vp} = \sigma_0 \left[ 1 - \pi r_0^2 \int_0^1 d\beta \int_0^\infty dp_T \int_0^\infty dq_T W(\beta, p_T) W(\beta, q_T) V(\beta, p_T, q_T) \right], \quad (3.53)$$

na qual,

$$W(\beta, p_T) = p_T \psi(\beta, p_T) e^{-r_0^2 p_T^2 / 4} \left[ (M_1^2(p_T) + p_T^2) (M_2^2(p_T) + p_T^2) \right]^{-1/2}, \quad (3.54)$$

e

$$V(\beta, p_T, q_T) = M_1(p_T) M_1(q_T) M_2(p_T) M_2(q_T) I_0(v) + [M_1(p_T) M_2(q_T) + M_1(q_T) M_2(p_T)] p_T q_T I_1(v) + p_T^2 q_T^2 I_2(v), \quad (3.55)$$

com as seguintes definições

$$M_1(p_T) = m_q + m_T \sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}}, \quad (3.56)$$

$$M_2(p_T) = m_q + m_T \sqrt{\frac{1-\beta}{\beta}}, \quad (3.57)$$

$$v = \frac{1}{2} r_0^2 p_T q_T. \quad (3.58)$$

Aqui,  $\Psi(\beta, p_T)$  é a função de onda do méson no cone de luz, encontrada no capítulo anterior,  $m_T^2 = m_q^2 + p_T^2$  e  $I_{0,1,2}(v)$  são funções de Bessel de primeiro tipo com argumento imaginário. Para cada um dos modelos de dipolo fenomenológicos, GBW e KST, os parâmetros de saturação  $r_0$  devem ser os utilizados na seção 2.4.

Para o cálculo final dos fatores de forma devemos calcular a seção de choque do méson com o núcleon e substituir nas equações (3.49) e (3.50). Para ambos  $F_{coh}$  e  $F_{inc}$

calculamos somente para  $J/\Psi(1S)$ , mostrados na Fig. 28. Os gráficos foram feitos para o potencial logarítmico para fins de ilustração, uma vez que os resultados para todos os demais potenciais são muito próximos deste. As formas, como esperado, tendem para 1 quando a energia vai para valores altíssimos. No caso de baixas energias, temos dois comportamentos distintos para o fator de forma nos casos coerente e incoerente.

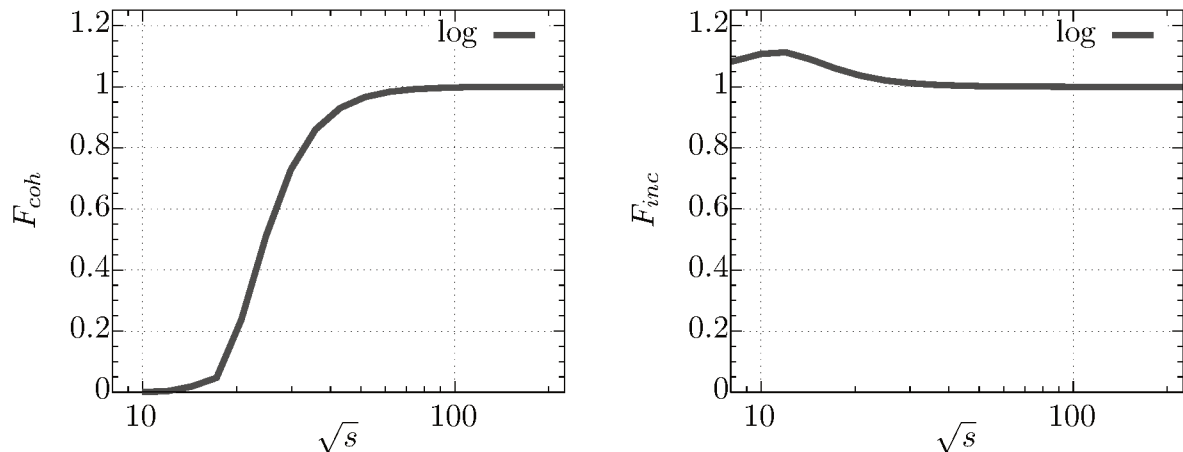


Figura 28 – Fatores de forma coerente ( $F_{coh}$ ) e incoerente ( $F_{inc}$ ). Percebe-se que para altas energias os fatores de forma não modificam a seção de choque do dipolo com o núcleo. Fonte: Figuras elaboradas pelo autor.

Para baixas energias,  $l_c \rightarrow 0$ , para o fator coerente a oscilação do fator de fase se torna muito significativa, fazendo com que a integral no espaço da coordenada longitudinal  $z$  de  $F_{coh}$  vá para zero. Já no caso do fator de forma incoerente  $F_{inc}$ , a oscilação do fator de fase fica restrita apenas à  $F_2$ , portanto observa-se um pico para baixas energias. Tal efeito será importante nas regiões de altas rapidezes, apresentadas nos gráficos ao final do capítulo.

Uma vez que a amplitude de espalhamento é fortemente dependente de qual par  $q\bar{q}$  é produzido, podemos concluir que no caso da produção de  $b\bar{b}$  os fatores de forma atingirão mais rapidamente a normalização, já que a seção de choque do méson  $\Upsilon$  com o próton é muito maior do que a obtida para  $J/\Psi$ .

### 3.5 SOMBREAMENTO DE GLÚONS

O fenômeno nuclear de sombreamento de glúons (114) é esperado uma vez que a densidade de glúons dentro dos núcleos em regimes de altas energias ( $x \ll 1$ ) deve ser suprimida, comparada ao de um núcleon livre, devido à interferências. Idealmente, as interferências a serem adicionadas seriam os diagramas mostrados na Fig. 29, porém, como não há acesso às variáveis dinâmicas do espalhamento do dipolo com o núcleo (a seção de choque para tal é fenomenológica) interpretamos a supressão como uma mudança de densidade de glúons do núcleo estudado com relação à densidade de um próton (39).

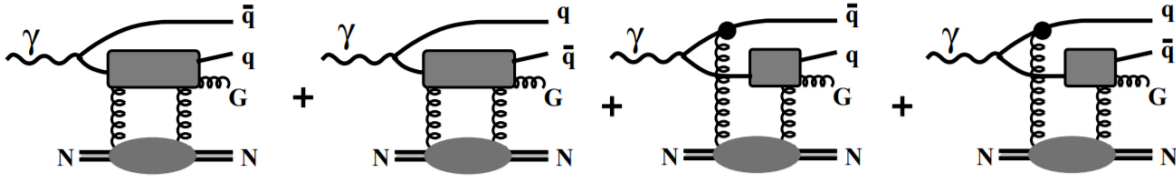


Figura 29 – Diagramas para a inclusão do sombreamento de glúons. Figura adaptada a partir da Figura 4 de (24).

Sabendo que o termo dominante da seção de choque do dipolo obtida pelos modelos fenomenológicos de saturação é proporcional à distribuição de glúons  $g$  do próton, temos

$$\sigma_{q\bar{q}} \approx \frac{r^2}{4} Q^2(x) \propto g_p(x, \mu^2), \quad (3.59)$$

sendo  $\mu$  uma escala de fatorização ajustada à ordem da função de distribuição de pártons utilizada. Para obter a nova distribuição de glúons no caso nuclear, utilizaremos as distribuições de pártons obtidas fenomenologicamente em (43),

$$\frac{\sigma_{q\bar{q}}^A}{\sigma_{q\bar{q}}} \approx \frac{xg_A(x, \mu^2)}{Axg_N(x, \mu^2)} \equiv R_g(x, \mu^2). \quad (3.60)$$

Portanto, nossa seção de choque do dipolo com o núcleon alvo será reescalada da seguinte forma

$$\sigma_{q\bar{q}} \Rightarrow \sigma_{q\bar{q}} R_g(x, \mu^2). \quad (3.61)$$

Para o cálculo final foi considerado a escala de fatorização  $\mu = M_V/2$ , seguindo os trabalhos de (115, 116). A figura a seguir mostra o comportamento de  $R_g(x, \mu^2)$  para diferentes regiões de  $x$ .

As funções de distribuições de pártons acima utilizadas obedecem a equação de evolução na escala de fatorização DGLAP (Dokshitzer-Gribov(40), Lipatov(41) e Altarelli-Parisi (42)). Uma vez que somente a evolução de  $\mu^2$  pode ser determinada perturbativamente, evolui-se as PDFs encontradas fenomenologicamente para obtermos as correções em ordem seguinte à dominante. A DGLAP possui a seguinte forma,

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} g(x, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_i f_{qi}(y, \mu^2) P_{gq}^{(1)} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, \mu^2) P_{gg}^{(1)} \left( \frac{x}{y} \right) \right], \quad (3.62)$$

para a qual as matrizes  $P^{(1)}$  denotam as probabilidades de desdobramentos de glúons e quarks (117).

Apesar de utilizarmos os modelos GBW e KST com sombreamento de glúons, ao longo do tempo diferentes modelos para a descrição do dipolo passando pelo meio nuclear foram propostos, entre os quais podemos destacar o modelo BK (61, 62), GLR (63) e AGL (64, 65). Tais modelos incorporam a evolução na escala de fatorização e possuem regimes próprios de validade e uso.

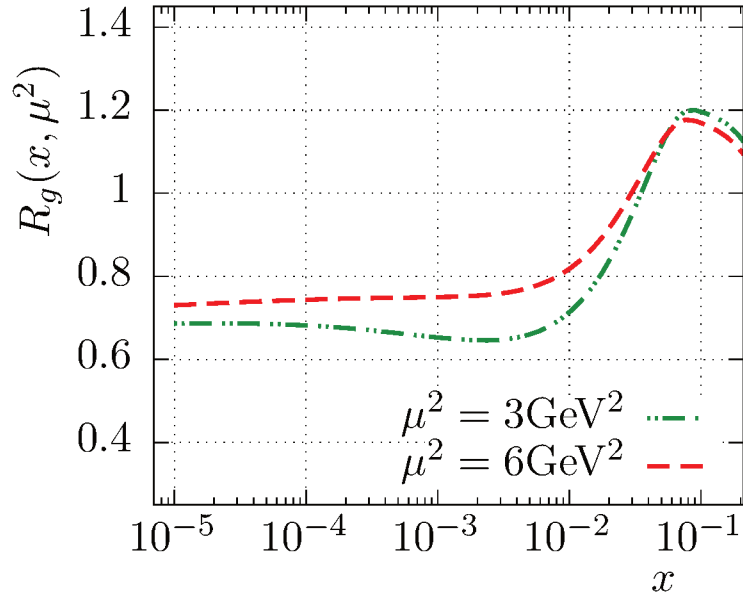


Figura 30 – Distribuição de glúons do núcleo em relação ao do próton. As PDFs utilizadas são EPPS16(43) para Pb e CT14 (44) para o próton, ambas incluindo correções em ordem seguinte à dominante. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Para o formalismo de dipolos fenomenológicos no caso do próton, efeitos como o sombreamento de glúons já foram levados em conta, de forma com que o uso de um novo fator de supressão  $R_g$  possa ser uma dupla contagem de efeitos, tornando o mesmo redundante. Porém, ao contrário do caso do próton, no meio nuclear o dipolo pode interagir com os demais glúons presentes no núcleo, além daqueles presentes no núcleon alvo, efeito este não levado em conta nos modelos de saturação utilizados para o caso do próton. Portanto, assim como outros trabalhos que indicam a necessidade deste fator (118), decidimos por utilizá-lo. Um gráfico ao final do capítulo mostra a importância dos efeitos nucleares para a descrição dos dados.

### 3.6 DISCUSSÃO E RESULTADOS NUMÉRICOS DO CAPÍTULO

Com o formalismo apresentado anteriormente, obtemos as seções de choque de relevância para a fotoprodução de mésons vetoriais em colisões ultraperiféricas de chumbo-chumbo nos níveis de energia do LHC. Todos os gráficos para as seções de choque diferenciais foram gerados para valores positivos de rapidez, uma vez que qualquer um dos núcleos de chumbo podem atuar como núcleo alvo ou como emissor de fótons.

Na Fig. 31 é mostrada a seção de choque para a fotoprodução coerente de  $J/\Psi(1S)$  e  $\psi(2S)$  para 2.76 TeV como funções da rapidez da colisão,  $y$ . No gráfico utilizamos os cinco modelos de potenciais descritos no capítulo anterior e o modelo de dipolo GBW. Comparamos os resultados obtidos com os dados do CMS (119) e ALICE (85, 120) para  $J/\Psi$  e ALICE (121) para  $\psi(2S)$ . É possível notar que nossos cálculos teóricos descrevem

bem o estado fundamental com qualquer dos potenciais mostrados. No entanto, para o estado excitado, o único potencial que se encontra na barra de erro é o oscilador harmônico.

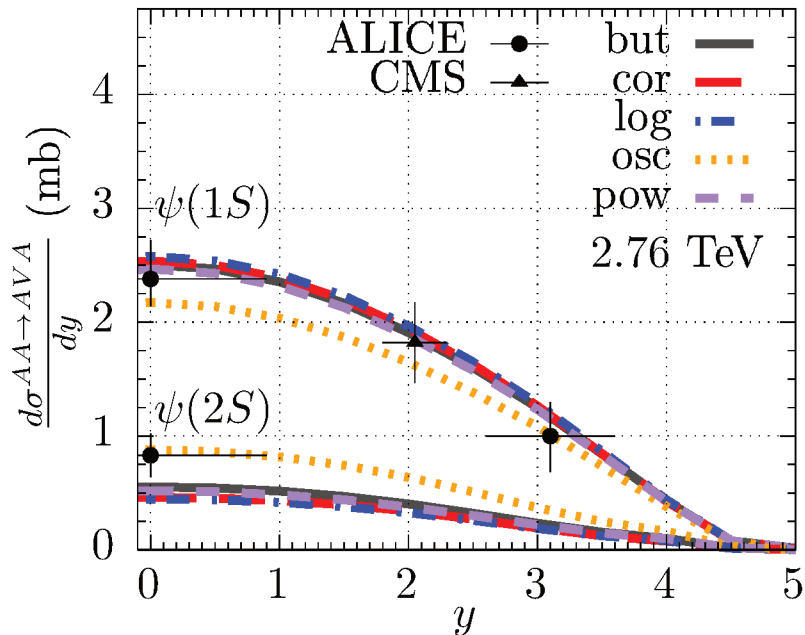


Figura 31 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de  $\psi(1S, 2S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. Os resultados para 2.76 TeV são comparados com os dados obtidos das colaborações do CMS (119), e do ALICE (85, 120, 121). Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Na Figura 32 comparamos os resultados obtidos para as seções de choque coerentes em função da rapidez, para energia de colisão de 5.02 TeV. Os resultados dos potenciais são comparados com os dados de ALICE (122) e com dados preliminares do LHCb (123). Neste caso, nossos cálculos estão de acordo com os dados de LHCb, enquanto subestimam os dados de ALICE. Importante ressaltar que, de fato, existe uma tensão significativa entre os dois conjuntos de dados apresentados, situação esta que pode revelar uma diferença importante na análise de dados entre os dois colisores.

Na Figura 33, apresentamos nossos resultados para a fotoprodução coerente de  $\Upsilon(1S)$  para 5.02 TeV. Os cinco potenciais foram calculados com o modelo de dipolo KST, utilizado também no capítulo anterior para a fotoprodução de bottomônio. Como pode-se ver, existe uma maior discrepância entre cada um dos potenciais. Esta é uma consequência direta das formas das funções de onda de  $\Upsilon(1S)$ , que se encontram mais próximas do nó da função de onda do fóton que se desdobra em quark-antiquark. Essa diferença se acentua nas regiões de pequenas rapidez, região na qual o efeito de comprimento de coerência é basicamente nulo. A Figura 34, da fotoprodução do estado excitado  $\Upsilon(2S)$ , não mostra o mesmo comportamento de discrepância, já que os potenciais estão de maior acordo, exceto o de oscilador harmônico, que dá valores maiores para a seção de choque em 5.02 TeV.

Para o caso de fotoprodução incoerente de  $J/\Psi$ , a Figura 35 mostra as seções



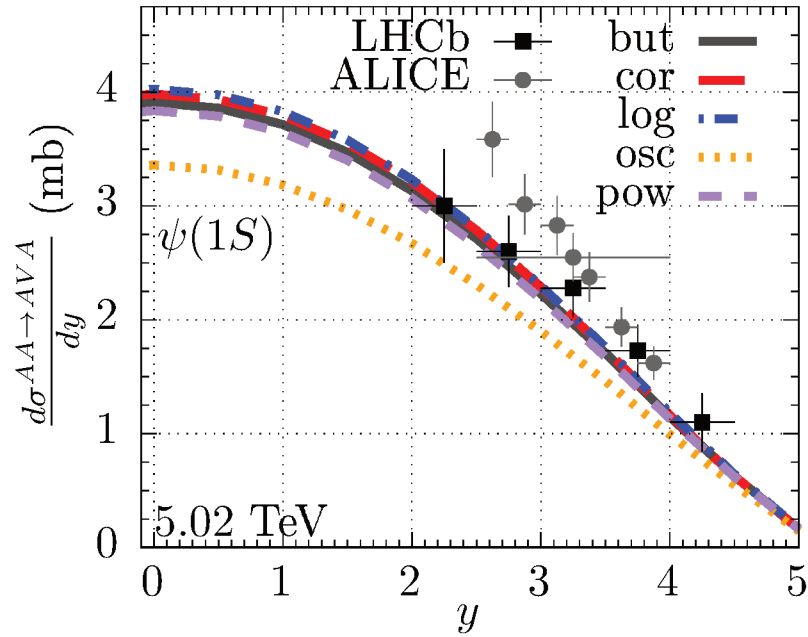


Figura 32 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de  $\psi(1S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. Os resultados obtidos para 5.02 TeV são comparados com os dados obtidos pelo ALICE (122) e com os novos dados preliminares do LHCb (123). Fonte: Figura elaborada pelo autor.

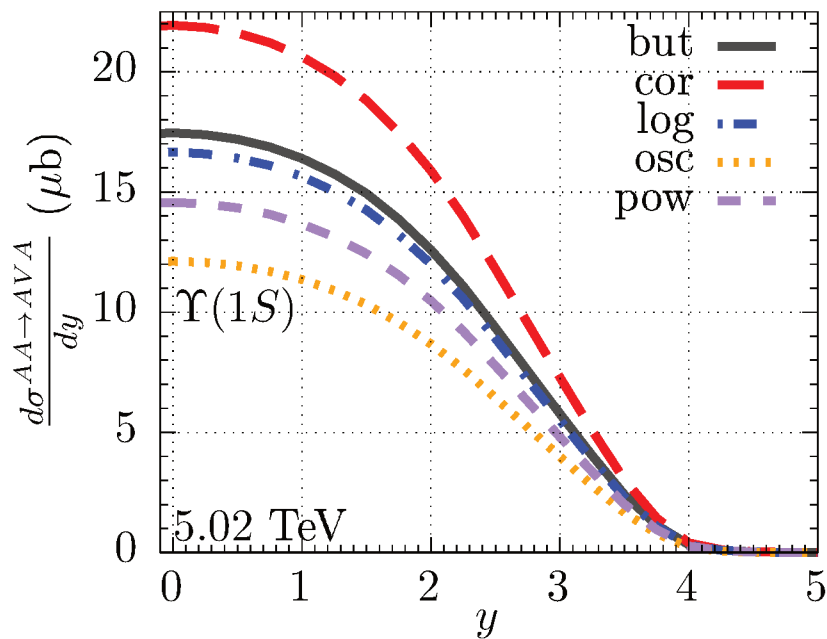


Figura 33 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de  $\Upsilon(1S)$ , usando o modelo de dipolo KST. A predição foi feita para 5.02 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

de choque para os cinco potenciais. O cálculo teórico, com modelo de dipolo GBW, é comparado com o único dado experimental de ALICE (120), em 2.76 TeV. Como pode ser visto, os resultados obtidos com o formalismo proposto não descrevem o dado, isto significa

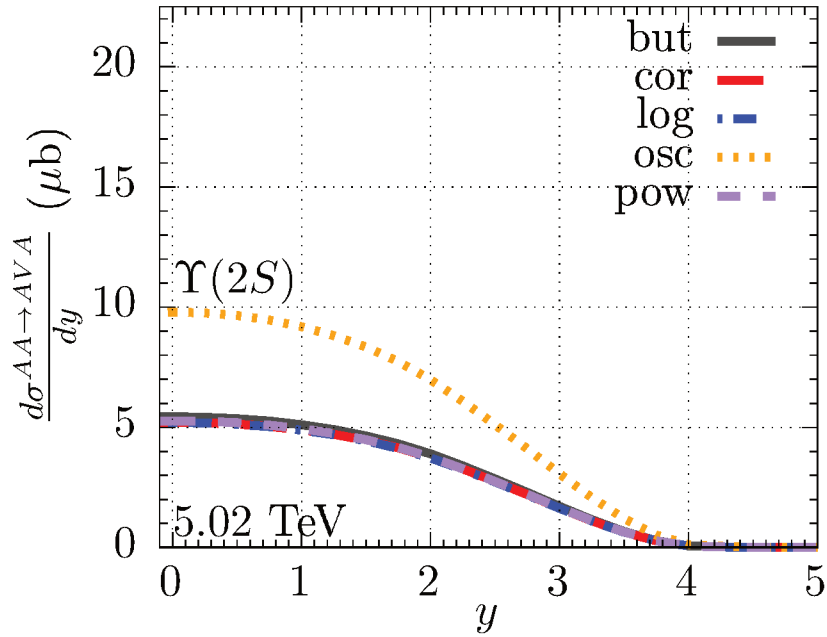


Figura 34 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução coerente de  $\Upsilon(2S)$ , usando o modelo de dipolo KST. A predição foi feita para 5.02 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

que uma análise futura sobre a teoria de espalhamento no caso incoerente é altamente necessária. Por completude, adicionamos as demais predições teóricas para a fotoprodução incoerente de  $\psi(2S)$  (Figura 36). As Figuras 37 e 38 mostram as predições teóricas para a fotoprodução de  $\Upsilon(1S)$  e  $\Upsilon(2S)$ , respectivamente. Ambas foram produzidas para uma energia de colisão 5.02 TeV e com o modelo de dipolo KST. Como é possível ser visto, para altos valores de rapidez, as seções de choque incoerentes apresentam picos devidos aos efeitos de comprimento de coerência finita, calculados anteriormente.

Por fim, é apresentada a Figura 39 para mostrar a importância das correções de comprimento de coerência finita e sombreado de glúons para a seção de choque diferencial no caso nuclear. No entanto, ainda há uma questão sobre a possibilidade de haver uma contagem dupla de efeitos entre a função de espessura nuclear e o sombreado de glúons (124).

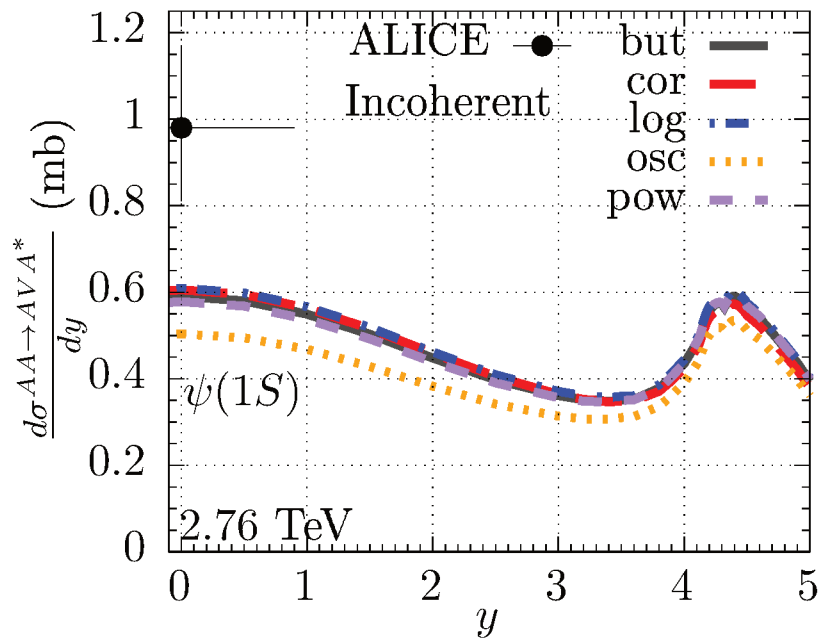


Figura 35 – Seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de  $\psi(1S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. Os resultados obtidos são comparados com o dado de ALICE (120) para 2.76 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

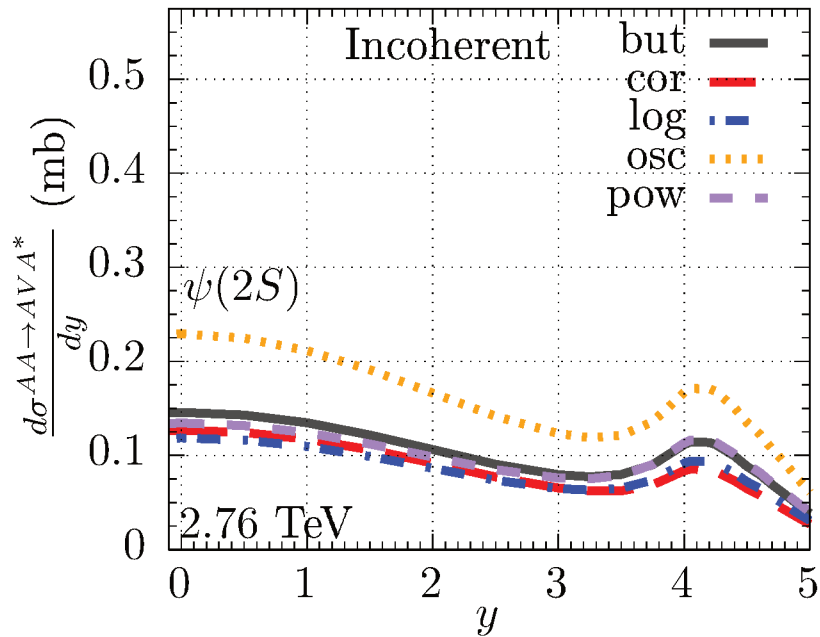


Figura 36 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de  $\psi(2S)$ , usando o modelo de dipolo GBW. A predição foi feita para 2.76 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

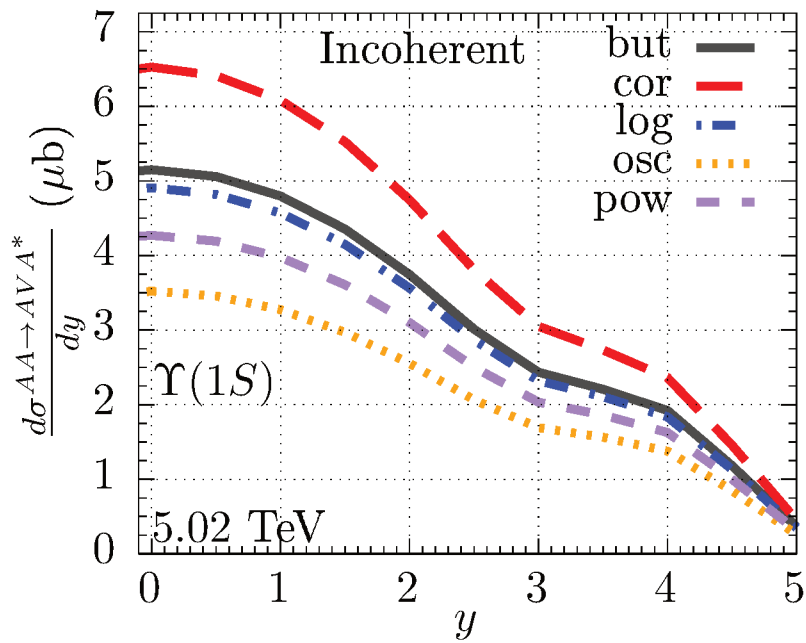


Figura 37 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de  $\Upsilon(1S)$ , usando o modelo de dipolo KST. A predição foi feita para 5.02 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

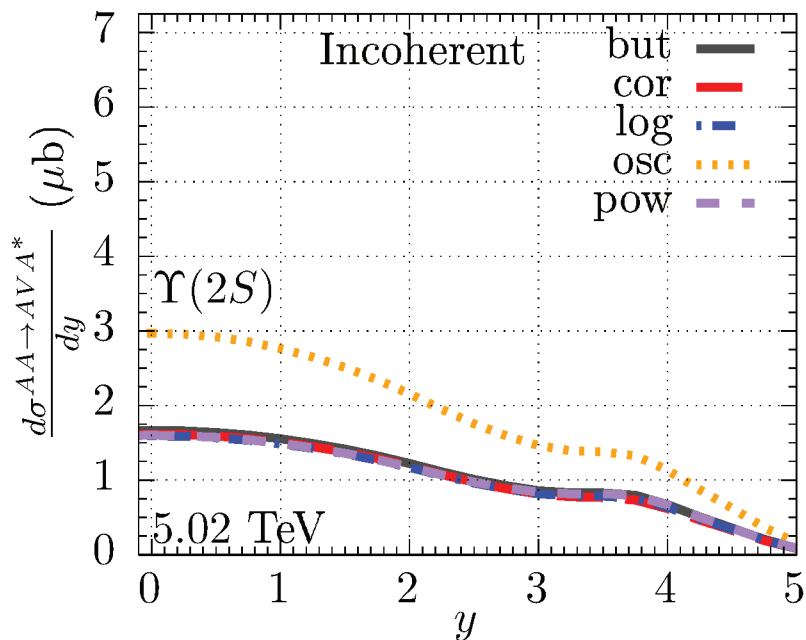


Figura 38 – Predição para a seção de choque diferencial na rapidez para a fotoprodução incoerente de  $\Upsilon(2S)$ , usando o modelo de dipolo KST. A predição foi feita para 5.02 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.

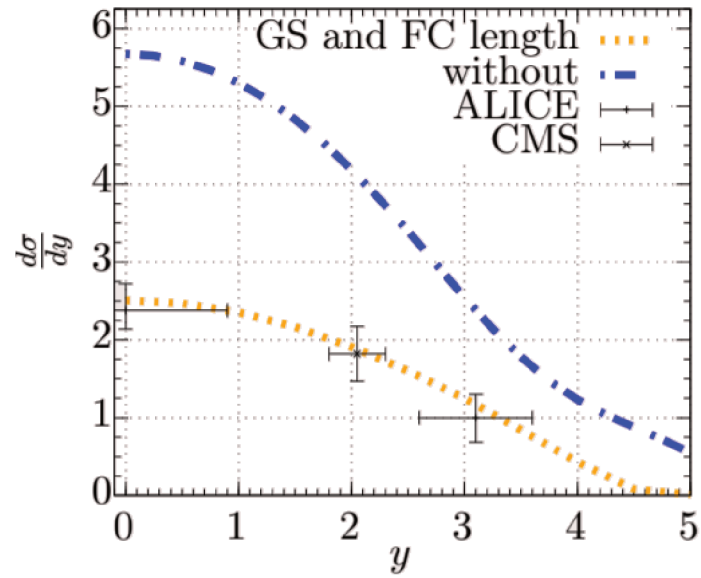


Figura 39 – Comparação da seção de choque diferencial em  $y$  para a fotoprodução nuclear coerente de  $J/\Psi$  com e sem a inclusão dos efeitos de sombreamento de glúons (GS) e de comprimento de coerência finita (FC). As curvas foram feitas para o potencial BUT e com o modelo de dipolo GBW para 2.76 TeV. Fonte: Figura elaborada pelo autor.



## 4 CONCLUSÃO

Com a ideia de descrever os dados de fotoprodução de mésons vetoriais pesados disponíveis na literatura, conseguimos a partir dos modelos de potenciais e de efeitos de spin (rotação de Melosh) descrever todos os dados experimentais para a fotoprodução de  $J/\Psi(1S)$ ,  $\psi(2S)$  e  $\Upsilon(1S)$  com o uso dos modelos de dipolos GBW e KST no qual o alvo é um próton, conforme discutido na seção de resultados numéricos do capítulo 2.

A obtenção, a partir da equação de Schrödinger e dos modelos de potenciais entre os quarks, das funções de onda dos mésons vetoriais pesados se mostrou uma boa solução para a descrição da fotoprodução exclusiva de seus estados fundamentais e excitados. Também fizemos previsões para a fotoprodução de  $\Upsilon(2S)$  em colisões ultraperiféricas de dois prótons, para futuras medições.

Depois de estabelecermos um bom entendimento para a fotoprodução em colisões ultraperiféricas pp, partimos para uma colisão entre dois núcleos, tendo em vista os recentes dados provindos de aceleradores para colisões PbPb, sem descrição teórica completa que seja satisfatória. Para tanto, foram apresentados dois casos distintos de fotoprodução nuclear, o caso em que o núcleo permanece intacto (coerente) e quando se excita ou se quebra (incoerente), descritos pela teoria de espalhamento de Glauber-Gribov, uma vez que para altas energias se tem a dominância do espalhamento hadrônico no meio nuclear descrita pelo par quark-antiquark.

Outros dois fenômenos de fundamental importância são adicionados ao estudo: o sombreamento de glúons no meio nuclear e o comprimento de coerência finita. Cada um possui relevância em diferentes regiões de energia e são de grande importância para a descrição teórica de  $J/\Psi(1S)$  e  $\psi(2S)$ . O primeiro, principalmente na região de altas energias (rapidez central), já o segundo para baixas energias (rapidez alta). Também produzimos previsões para os casos coerente e incoerente de  $\Upsilon(1S)$  e  $\Upsilon(2S)$ , para futuras medições.

Considerando a fotoprodução coerente de  $J/\Psi(1S)$ , quando o núcleo alvo interage com o fóton, conseguimos um bom acordo entre a teoria desenvolvida e os dados de ALICE e CMS para PbPb UPCs, com energia de centro de massa da colisão 2.76 TeV. Já para a mesma energia de colisão, somente o potencial de oscilador harmônico foi capaz de descrever  $\psi(2S)$ . Para energias maiores, especificamente 5.02 TeV, nossa descrição é consistente com os dados do LHCb, estando um pouco abaixo dos dados obtidos do colisor ALICE. Também produzimos previsões para a fotoprodução de  $\Upsilon(1S)$  e  $\Upsilon(2S)$ , a fim de um maior entendimento futuro, quando dados novos forem obtidos.

Para o caso incoerente, fazemos as previsões para os mesmos estados dos mésons já citados. Comparando o resultado teórico com o único dado experimental de  $J/\Psi(1S)$ , obtido por ALICE, vemos que o cálculo teórico não é compatível com o dado. Não obstante, decidimos mostrar essa discordância de qualquer forma, uma vez que na própria literatura

já é sabida a dificuldade para a descrição do caso incoerente, caso este mais complexo que a fotoprodução coerente, uma vez que o núcleo alvo pode se quebrar (ou excitar) e tornar a dinâmica do processo muito mais complicada. Assim, mostramos qual a melhor descrição capaz de ser obtida usando a teoria de Glauber-Gribov para espalhamento no meio nuclear.

Como conclusão final, reiteramos a possibilidade da descrição do caso coerente com o tratamento teórico neste trabalho empregado. Com relação ao caso incoerente, vemos a necessidade de um maior desenvolvimento teórico, bem como a disponibilidade de mais dados para comparação. Os resultados obtidos deste trabalho podem ser vistos no artigo já publicado (125).

Tendo em vista o trabalho desenvolvido até o presente momento, diversos projetos de pesquisa são capazes de serem explorados no futuro.

### **Perspectivas Futuras**

Em relação a fotoprodução de mésons leves, é necessário uma maior compreensão acerca da interação entre o quark e o anti-quark constituintes, uma vez que para tais mésons são esperadas contribuições relativísticas importantes ao buscar a função de onda. Como ponto de partida para este projeto estudaremos o méson  $\rho$ , que se destaca pela quantidade de dados já gerados pelos diversos aceleradores.

Recentemente estudamos a dependência com o momento transferido ao quadrado (126), a fim de obter uma descrição mais precisa dos dados experimentais para altos regimes de  $t$ . Neste trabalho, também utilizamos modelos de dipolos teóricos, os quais permitem uma discussão mais rica acerca da estrutura interna de prótons e núcleos.

Tendo em vista a construção do futuro colisor de elétrons e íons (EIC, *Electron Ion Collider*) e seus potenciais dados (127), podemos explorar a descrição teórica da fotoprodução de mésons em seus regimes de energias (20 a 90 GeV para núcleos pesados). Tal movimento tem por fim estabelecer uma teoria capaz de descrever simultaneamente as fotoproduções coerentes e incoerentes.

Outra importante característica do EIC é a possibilidade de analisar colisões com feixes de partículas polarizadas, a fim de examinar com maiores detalhes a correlação entre o spin dos íons com o mar de quarks e glúons que os constituem.



## REFERÊNCIAS

- 1 TEXAMPLE: Standard model of physics. <<https://example.net/tikz/examples/model-physics/>>. Acessado: 2020-08-28. Citado na página 16.
  
- 2 POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 30, p. 1346–1349, Jun 1973. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1346>>. Citado na página 16.
  
- 3 GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 30, p. 1343–1346, Jun 1973. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1343>>. Citado na página 16.
  
- 4 SMILGA, A. *Lectures on Quantum Chromodynamics*. WORLD SCIENTIFIC, 2001. Disponível em: <<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/4443>>. Citado na página 16.
  
- 5 WILSON, K. G. Confinement of quarks. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 10, p. 2445–2459, Oct 1974. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.2445>>. Citado na página 16.
  
- 6 DAS, A. *Field Theory: A Path integral approach*. 2nd. ed. WORLD SCIENTIFIC, 2006. Disponível em: <<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/6145>>. Citado na página 17.
  
- 7 COLLINS, J. C. *Renormalization: An Introduction to Renormalization, the Renormalization Group and the Operator-Product Expansion*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1984. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics). Citado na página 17.
  
- 8 BALTZ, A. et al. The physics of ultraperipheral collisions at the lhc. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 458, n. 1-3, p. 1–171, Mar 2008. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2007.12.001>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
  
- 9 PICH, A. Quantum chromodynamics. In: *1994 European School of High-energy Physics*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 157–207. Citado na página 18.
  
- 10 REGGE, T. Introduction to complex orbital momenta. *Nuovo Cimento*, v. 14, p. 951, 1959. Citado na página 18.
  
- 11 GRIBOV, V. *The theory of complex angular momenta: Gribov lectures on theoretical physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. (Cambridge Monographs on

Mathematical Physics). ISBN 978-0-521-03703-7, 978-0-521-81834-6, 978-0-511-05504-1. Citado na página 18.

12 DONNACHIE, S.; DOSCH, H. G.; NACHTMANN, O.; LANDSHOFF, P. *Pomeron physics and QCD*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. v. 19. ISBN 978-0-511-06050-2, 978-0-521-78039-1, 978-0-521-67570-3. Citado na página 18.

13 FORSHAW, J. R.; ROSS, D. *Quantum chromodynamics and the pomeron*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. v. 9. ISBN 978-0-511-89326-1, 978-0-521-56880-7. Citado na página 18.

14 BRAMBILLA, N. et al. Heavy Quarkonium: Progress, Puzzles, and Opportunities. *European Physical Journal*, C71, p. 1534, 2011. Citado na página 18.

15 IVANOV, I.; NIKOLAEV, N.; SAVIN, A. Diffractive vector meson production at HERA: From soft to hard QCD. *Phys. Part. Nucl.*, v. 37, p. 1–85, 2006. Citado na página 18.

16 TOLL, T.; ULLRICH, T. Exclusive diffractive processes in electron-ion collisions. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 87, p. 024913, Feb 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.87.024913>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 54.

17 AARON, F. D. et al. Combined measurement and qcd analysis of the inclusive e p scattering cross sections at hera. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 2010, n. 1, Jan 2010. ISSN 1029-8479. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/JHEP01\(2010\)109](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP01(2010)109)>. Citado na página 18.

18 KOWALSKI, H.; TEANEY, D. Impact parameter dipole saturation model. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 68, p. 114005, Dec 2003. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.68.114005>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 27.

19 ELASTIC J/Ψ production at HERA. *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, v. 46, n. 3, p. 585–603, Apr 2006. ISSN 1434-6052. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s2006-02519-5>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 23.

20 ALEXA, C. et al. Elastic and Proton-Dissociative Photoproduction of J/psi Mesons at HERA. *European Physical Journal*, C73, n. 6, p. 2466, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 18, 23, 40, 41 e 42.

- 21 CHEKANOV, S. et al. Exclusive photoproduction of  $J/\Psi$  mesons at HERA. *European Physical Journal*, C24, p. 345–360, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 18, 23, 40 e 41.
- 22 CHEKANOV, S. et al. Exclusive electroproduction of  $j/\psi$  mesons at hera. *Nuclear Physics B*, Elsevier BV, v. 695, n. 1-2, p. 3–37, Sep 2004. ISSN 0550-3213. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2004.06.034>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 23.
- 23 GOLEC-BIERNAT, K. J.; WUSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^{*2}$  and its implications on diffraction. *Physical Review*, D59, p. 014017, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 18, 28 e 40.
- 24 KOPELIOVICH, B.; SCHÄFER, A.; TARASOV, A. Nonperturbative effects in gluon radiation and photoproduction of quark pairs. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 62, p. 054022, Aug 2000. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.62.054022>>. Citado 3 vezes nas páginas 18, 29 e 60.
- 25 GOLEC-BIERNAT, K.; SAPETA, S. Saturation model of dis: an update. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 2018, n. 3, Mar 2018. ISSN 1029-8479. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03\(2018\)102](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03(2018)102)>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 40.
- 26 BLÜMLEIN, J. The theory of deeply inelastic scattering. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier BV, v. 69, p. 28–84, Mar 2013. ISSN 0146-6410. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.pnpnp.2012.09.006>>. Citado na página 19.
- 27 BJORKEN, J. D.; KOGUT, J. B.; SOPER, D. E. Quantum electrodynamics at infinite momentum: Scattering from an external field. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 3, p. 1382–1399, Mar 1971. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.3.1382>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.
- 28 KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. V.; JOHNSON, M. B. Nuclear effects in the drell-yan process at very high energies. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 67, p. 014903, Jan 2003. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.67.014903>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.
- 29 BUCHMULLER, W.; TYE, S. H. H. Quarkonia and Quantum Chromodynamics. *Physical Review*, D24, p. 132, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 33.

- 30 EICHTEN, E.; GOTTFRIED, K.; KINOSHITA, T.; LANE, K. D.; YAN, T.-M. Charmonium: The Model. *Physical Review*, D17, p. 3090, 1978. [Erratum: *Physical Review* D21,313(1980)]. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 33.
- 31 EICHTEN, E.; GOTTFRIED, K.; KINOSHITA, T.; LANE, K. D.; YAN, T.-M. Charmonium: Comparison with Experiment. *Physical Review*, D21, p. 203, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 33.
- 32 WEIGERT, H. Evolution at small  $x(bj)$ : The Color glass condensate. *Prog. Part. Nuclear Physics.*, v. 55, p. 461–565, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 19, 27 e 33.
- 33 CEPILA, J.; NEMCHIK, J.; KRELINA, M.; PASECHNIK, R. Theoretical uncertainties in exclusive electroproduction of S-wave heavy quarkonia. *European Physical Journal*, C79, n. 6, p. 495, 2019. Citado 6 vezes nas páginas 19, 24, 25, 32, 34 e 37.
- 34 MARTIN, A. A FIT of Upsilon and Charmonium Spectra. *Physics Letters*, v. 93B, p. 338–342, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 34.
- 35 KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. *Quantum Chromodynamics at High Energy*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. (Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology). Citado na página 20.
- 36 NIKOLAEV, N. N. Inelastic corrections to diffraction scattering of high energy particles by nuclei. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, v. 54, p. 434, 1981. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.54,814(1981)]. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 53.
- 37 VON WEIZSACKER, C. F. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Zeitschrift für Physik*, v. 88, p. 612–625, 1934. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 46.
- 38 WILLIAMS, E. J. Nature of the high-energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Physical Review*, v. 45, p. 729–730, 1934. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 46.
- 39 IVANOV, Yu. P.; KOPELIOVICH, B. Z.; TARASOV, A. V.; HÜFNER, J. Electroproduction of charmonia off nuclei. *Physical Review*, C66, p. 024903, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 20, 56 e 59.
- 40 DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and  $e^+ e^-$  Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, v. 46, p. 641–653, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 60.

- 41 GRIBOV, V.; LIPATOV, L. Deep inelastic e p scattering in perturbation theory. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, v. 15, p. 438–450, 1972. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 60.
- 42 ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nuclear Physics. B*, v. 126, p. 298–318, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 60.
- 43 ESKOLA, K. J.; PAAKKINEN, P.; PAUKKUNEN, H.; SALGADO, C. A. EPPS16: Nuclear parton distributions with LHC data. *European Physical Journal, C77*, n. 3, p. 163, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 20, 60 e 61.
- 44 DULAT, S. et al. New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 93, p. 033006, Feb 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.93.033006>>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 61.
- 45 IVANOV, Y. P.; KOPELIOVICH, B. Z.; TARASOV, A. V.; HUFNER, J. Electroproduction of charmonia off protons and nuclei. *AIP Conf. Proc.*, v. 660, n. 1, p. 283–295, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 56.
- 46 BINOSI, D.; COLLINS, J.; KAUFHOLD, C.; THEUSSL, L. Jaxodraw: A graphical user interface for drawing feynman diagrams. version 2.0 release notes. *Computer Physics Communications*, Elsevier BV, v. 180, n. 9, p. 1709–1715, Sep 2009. ISSN 0010-4655. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2009.02.020>>. Citado 4 vezes nas páginas 22, 27, 51 e 57.
- 47 RYSKIN, M.; ROBERTS, R.; MARTIN, A. D.; LEVIN, E. Diffractive  $J/\Psi$  photoproduction as a probe of the gluon density. *Zeitschrift für Physik C*, v. 76, p. 231–239, 1997. Citado na página 21.
- 48 MARTIN, S. *Fotoprodução de mésons vetoriais pesados em colisões ultraperiferais e periferais*. Tese (Doutorado) — UFRGS, 2018. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/188419>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 47.
- 49 IVANOV, I. P.; NIKOLAEV, N. N.; SAVIN, A. A. Diffractive vector meson production at hermes: From soft to hard qcd. *Physics of Particles and Nuclei*, Pleiades Publishing Ltd, v. 37, n. 1, p. 1–85, Jan 2006. ISSN 1063-7796. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063779606010011>>. Citado na página 22.
- 50 HUFNER, J.; IVANOV, Yu. P.; KOPELIOVICH, B. Z.; TARASOV, A. V. Photoproduction of charmonia and total charmonium proton cross-sections. *Physical Review, D62*, p. 094022, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 23, 25, 31, 32, 39 e 58.

- 51 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An Introduction to quantum field theory*. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995. ISBN 978-0-201-50397-5. Citado na página 23.
- 52 FORSHAW, J. R.; SANDAPEN, R.; SHAW, G. Color dipoles and rho, phi electroproduction. *Physical Review D*, v. 69, p. 094013, 2004. Citado na página 23.
- 53 BLOCK, M. M.; CAHN, R. N. High-energy  $p\bar{p}$  and pp forward elastic scattering and total cross sections. *Reviews of Modern Physics*, American Physical Society, v. 57, p. 563–598, Apr 1985. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.57.563>>. Citado na página 23.
- 54 COLLINS, P. *An Introduction to Regge Theory and High-Energy Physics*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2009. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics). ISBN 978-0-521-11035-8. Citado na página 23.
- 55 REGGE, T. Bound states, shadow states and Mandelstam representation. *Nuovo Cimento*, v. 18, p. 947–956, 1960. Citado na página 23.
- 56 NEMCHIK, J.; NIKOLAEV, N. N.; PREDAZZI, E.; ZAKHAROV, B. G.; ZOLLER, V. R. The diffraction cone for exclusive vector meson production in deep inelastic scattering. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, Pleiades Publishing Ltd, v. 86, n. 6, p. 1054–1073, Jun 1998. ISSN 1090-6509. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/1.558573>>. Citado na página 24.
- 57 KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at her a within the dipole picture. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 74, n. 7, Oct 2006. ISSN 1550-2368. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.74.074016>>. Citado na página 25.
- 58 LOKAJICEK, M. V.; KUNDRAT, V.; PROCHAZKA, J. *Elastic hadron scattering and optical theorem*. 2014. Citado na página 25.
- 59 JALILIAN-MARIAN, J.; KOVCHEGOV, Y. V. Saturation physics and deuteron-Gold collisions at RHIC. *Prog. Part. Nuclear Physics.*, v. 56, p. 104–231, 2006. Citado na página 27.
- 60 GELIS, F.; IANCU, E.; JALILIAN-MARIAN, J.; VENUGOPALAN, R. The Color Glass Condensate. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, v. 60, p. 463–489, 2010. Citado na página 27.
- 61 BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nuclear Physics B*, v. 463, n. 1, p. 99 – 157, 1996. ISSN 0550-3213. Disponível em:

<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321395006389>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 60.

62 KOVCHEGOV, Y. V. Unitarization of the bflk pomeron on a nucleus. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 61, p. 074018, Mar 2000. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.61.074018>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 60.

63 GRIBOV, L.; LEVIN, E.; RYSKIN, M. Semihard processes in qcd. *Physics Reports*, v. 100, n. 1, p. 1 – 150, 1983. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157383900224>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 60.

64 AYALA, A.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Qcd evolution of the gluon density in a nucleus. *Nuclear Physics B*, v. 493, n. 1, p. 305 – 353, 1997. ISSN 0550-3213. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321397000023>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 60.

65 AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nuclear Physics B*, v. 511, n. 1, p. 355 – 395, 1998. ISSN 0550-3213. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321397007372>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 60.

66 REZAEIAN, A. H.; SCHMIDT, I. Impact-parameter dependent color glass condensate dipole model and new combined hermes data. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 88, p. 074016, Oct 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.88.074016>>. Citado na página 27.

67 SHUVAEV, A. G.; GOLEC-BIERNAT, K. J.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Off-diagonal distributions fixed by diagonal partons at small  $x$  and  $\xi$ . *Physical Review D*, American Physical Society, v. 60, p. 014015, Jun 1999. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.60.014015>>. Citado na página 27.

68 MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G.; TEUBNER, T.  $Q^2$  dependence of diffractive vector meson electroproduction. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 62, p. 014022, Jun 2000. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.62.014022>>. Citado na página 27.

69 FLETT, C. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G.; TEUBNER, T. *Very low  $x$  gluon density determined by LHCb exclusive  $J/\Psi$  data*. 2020. Citado na página 27.

70 AMENDOLIA, S. R. et al. A Measurement of the Pion Charge Radius. *Physics Letters*, v. 146B, p. 116–120, 1984. Citado na página 29.

71 KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J. Heavy flavor production off protons and in a nuclear environment. *Lecture Notes in Physics*, v. 647, p. 305–365, 2004. Citado na página 29.

72 DRELL, S. D.; YAN, T.-M. Connection of elastic electromagnetic nucleon form factors at large  $Q^2$  and deep inelastic structure functions near threshold. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 24, p. 181–186, Jan 1970. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.24.181>>. Citado na página 29.

73 WEST, G. B. Phenomenological model for the electromagnetic structure of the proton. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 24, p. 1206–1209, May 1970. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.24.1206>>. Citado na página 29.

74 BRODSKY, S. J.; FARRAR, G. R. Scaling laws at large transverse momentum. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 31, p. 1153–1156, Oct 1973. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.31.1153>>. Citado na página 29.

75 KOPELIOVICH, B. Z.; NEMCHIK, J.; SCHÄFER, A.; TARASOV, A. V. Cronin effect in hadron production off nuclei. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 88, p. 232303, May 2002. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.232303>>. Citado na página 30.

76 RAUFEISEN, J.; PENG, J.-C.; NAYAK, G. C. Parton model versus color dipole formulation of the drell-yan process. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 66, p. 034024, Aug 2002. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.034024>>. Citado na página 30.

77 KUTAK, K.; KWIECINSKI, J. Screening effects in the ultrahigh-energy neutrino interactions. *European Physical Journal*, C29, p. 521, 2003. Citado na página 30.

78 TERENCEV, M. V. On the Structure of Wave Functions of Mesons as Bound States of Relativistic Quarks. *Soviet Journal of Nuclear Physics.*, v. 24, p. 106, 1976. [Yad. Fiz.24,207(1976)]. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

79 KOPELIOVICH, B. Z.; LEVIN, E.; SCHMIDT, I.; SIDDIKOV, M. Lorentz-boosted description of a heavy quarkonium. *Physical Review*, D92, n. 3, p. 034023, 2015. Citado na página 31.

80 MELOSH, H. J. Quarks: Currents and constituents. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 9, p. 1095–1112, Feb 1974. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.9.1095>>. Citado na página 31.



- 81 BARIK, N.; JENA, S. Fine-hyperfine splittings of quarkonium levels in an effective power-law potential. *Physics Letters B*, v. 97, n. 2, p. 265 – 268, 1980. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269380905985>>. Citado na página 34.
- 82 FAGUNDES, D. A.; MENON, M. J.; SILVA, P. V. R. G. Leading components in forward elastic hadron scattering: Derivative dispersion relations and asymptotic uniqueness. *International Journal of Modern Physics A*, v. 32, n. 32, p. 1750184, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/S0217751X17501846>>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.
- 83 BRONZAN, J.; KANE, G. L.; SUKHATME, U. P. Obtaining Real Parts of Scattering Amplitudes Directly from Cross-Section Data Using Derivative Analyticity Relations. *Physics Letters B*, v. 49, p. 272–276, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- 84 AVILA, R.; LUNA, E.; MENON, M. High-energy proton proton forward scattering and derivative analyticity relations. *Brazilian Journal of Physics*, v. 31, p. 567–576, 2001. Citado na página 38.
- 85 ABELEV, B. et al. Coherent  $J/\psi$  photoproduction in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. *Physics Letters*, B718, p. 1273–1283, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 40, 41, 61 e 62.
- 86 AAIJ, R. et al. Central exclusive production of  $J/\Psi$  and  $\psi(2S)$  mesons in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 10, p. 167, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 42.
- 87 FRABETTI, P. L. et al. A Measurement of elastic  $J/\Psi$  photoproduction cross-section at fermilab E687. *Physics Letters*, B316, p. 197–206, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- 88 DENBY, B. H. et al. Inelastic and Elastic Photoproduction of  $J/\psi$  (3097). *Physical Review Letters*, v. 52, p. 795–798, 1984. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- 89 BINKLEY, M. E. et al.  $J/\Psi$  Photoproduction from 60-GeV/c to 300-GeV/c. *Physical Review Letters*, v. 48, p. 73, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- 90 SIRUNYAN, A. M. et al. Measurement of exclusive  $\Upsilon$  photoproduction from protons in pPb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV. *European Physical Journal*, C79, n. 3, p. 277, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.
- 91 GAY DUCATI, M. B.; KOPP, F.; MACHADO, M. V. T. Coherent and incoherent upsilon production in ultraperipheral collisions at the large hadron collider. *Physical*

- Review D*, American Physical Society, v. 96, p. 054001, Sep 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.96.054001>>. Citado na página 45.
- 92 GAY DUCATI, M. B.; KOPP, F.; MACHADO, M. V. T.; MARTINS, S. Photoproduction of upsilon states in ultraperipheral collisions at the cern large hadron collider within the color dipole approach. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 94, p. 094023, Nov 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.094023>>. Citado na página 45.
- 93 MÄNTYSAARI, H.; SCHENKE, B. Probing subnucleon scale fluctuations in ultraperipheral heavy ion collisions. *Physics Letters B*, Elsevier BV, v. 772, p. 832–838, Sep 2017. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2017.07.063>>. Citado na página 45.
- 94 GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; MOREIRA, B. D.; NAVARRA, F. S.; SANTOS, G. S. d. Color dipole predictions for the exclusive vector meson photoproduction in  $pp$ ,  $pPb$ , and  $pPbPb$  collisions at run 2 lhc energies. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 96, p. 094027, Nov 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.96.094027>>. Citado na página 45.
- 95 SAHOO, R. *Relativistic Kinematics*. 2016. Citado na página 45.
- 96 CARUSO, F. Sobre o método de Weizsäcker-Williams e suas primeiras aplicações. *CBPF-MO- 001/09*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 49.
- 97 JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 3rd ed.. ed. New York, NY: Wiley, 1999. ISBN 9780471309321. Disponível em: <<http://cdsweb.cern.ch/record/490457>>. Citado na página 48.
- 98 AABOUD, M. et al. Measurement of prompt photon production in  $\sqrt{s}=8.16$  tev  $p+p$  collisions with atlas. *Physics Letters B*, Elsevier BV, v. 796, p. 230–252, Sep 2019. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2019.07.031>>. Citado na página 50.
- 99 CEPILA, J.; CONTRERAS, J. G.; KRELINA, M. Coherent and incoherent  $j/\psi$  photonuclear production in an energy-dependent hot-spot model. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 97, p. 024901, Feb 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.97.024901>>. Citado na página 51.
- 100 KOPELIOVICH, B. Z.; ZAKHAROV, B. G. Quantum effects and color transparency in charmonium photoproduction on nuclei. *Physical Review*, D44, p. 3466–3472, 1991. Citado na página 50.

- 101 GRIBOV, V. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, v. 29, p. 483–487, 1969. Citado na página 50.
- 102 BAUER, T.; SPITAL, R.; YENNIE, D.; PIPKIN, F. The Hadronic Properties of the Photon in High-Energy Interactions. *Reviews of Modern Physics*, v. 50, p. 261, 1978. [Erratum: *Rev.Mod.Phys.* 51, 407 (1979)]. Citado na página 52.
- 103 GLAUBER, R. J. Theory of high energy hadron-nucleus collisions. In: DEVONS, S. (Ed.). *High-Energy Physics and Nuclear Structure*. Boston, MA: Springer US, 1970. p. 207–264. ISBN 978-1-4684-1827-9. Citado na página 52.
- 104 GLAUBER, R. J. Cross-sections in deuterium at high-energies. *Physical Review*, v. 100, p. 242–248, 1955. Citado na página 53.
- 105 HUFNER, J.; KOPELIOVICH, B.; NEMCHIK, J. Glauber multiple scattering theory for the photoproduction of vector mesons off nuclei and the role of the coherence length. *Physics Letters B*, v. 383, p. 362–366, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.
- 106 KOPELIOVICH, B. Gribov inelastic shadowing in the dipole representation. *Gribov-85 Memorial Volume: Exploring Quantum Field Theory*, WORLD SCIENTIFIC, Sep 2016. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1142/9789813141704\\_0021](http://dx.doi.org/10.1142/9789813141704_0021)>. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 55.
- 107 DEGLI ATTI, C. C.; KOPELIOVICH, B. Z.; MEZZETTI, C. B.; POTASHNIKOVA, I. K.; SCHMIDT, I. Number of collisions in the glauber model and beyond. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 84, p. 025205, Aug 2011. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.84.025205>>. Citado na página 53.
- 108 GLAUBER, R. J.; MATTHIAE, G. High-energy scattering of protons by nuclei. *Nuclear Physics.*, B21, p. 135–157, 1970. Citado na página 53.
- 109 TOLL, T.; ULLRICH, T. The dipole model monte carlo generator sartre 1. *Computer Physics Communications*, Elsevier BV, v. 185, n. 6, p. 1835–1853, Jun 2014. ISSN 0010-4655. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2014.03.010>>. Citado na página 54.
- 110 KOPELIOVICH, B. Z.; POTASHNIKOVA, I. K.; SCHMIDT, I. Large rapidity gap processes in proton-nucleus collisions. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 73, p. 034901, Mar 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.73.034901>>. Citado na página 55.

- 111 WOODS, R. D.; SAXON, D. S. Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering. *Physical Review*, American Physical Society, v. 95, p. 577–578, Jul 1954. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.95.577>>. Citado na página 56.
- 112 EUTENEUER, H.; FRIEDRICH, J.; VOGLER, N. The Charge Distribution Differences of Bi-209, Pb-208, Pb-207, Pb-206, Pb-204 and Tl-205, Tl-203 Investigated by Elastic electron Scattering and Muonic x-Ray Data. *Nuclear Physics.*, A298, p. 452–476, 1978. Citado na página 56.
- 113 HUFNER, J.; KOPELIOVICH, B.; ZAMOLODCHIKOV, A. B. Inelastic  $J/\Psi$  photoproduction off nuclei: Gluon enhancement or double color exchange? *Zeitschrift für Physik*, A357, p. 113–120, 1997. Citado na página 56.
- 114 KOPELIOVICH, B. Gluon shadowing in heavy flavor production off nuclei. *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, v. 710, n. 1-2, p. 180–217, Nov 2002. ISSN 0375-9474. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474\(02\)01124-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474(02)01124-7)>. Citado na página 59.
- 115 RYSKIN, M. Diffractive  $J/\Psi$  electroproduction in LLA QCD. *Zeitschrift für Physik C*, v. 57, p. 89–92, 1993. Citado na página 60.
- 116 GUZEY, V.; KRYSHEN, E.; ZHALOV, M. Coherent photoproduction of vector mesons in ultraperipheral heavy ion collisions: Update for run 2 at the cern large hadron collider. *Physical Review C*, American Physical Society, v. 93, p. 055206, May 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.93.055206>>. Citado na página 60.
- 117 FURMANSKI, W.; PETRONZIO, R. Lepton - Hadron Processes Beyond Leading Order in Quantum Chromodynamics. *Zeitschrift für Physik C*, v. 11, p. 293, 1982. Citado na página 60.
- 118 GAY DUCATI, M. B.; GRIEP, M. T.; MACHADO, M. V. T. Diffractive photoproduction of radially excited  $\psi(2S)$  mesons in photon-Pomeron reactions in PbPb collisions at the CERN LHC. *Physical Review*, C88, p. 014910, 2013. Citado na página 61.
- 119 KHACHATRYAN, V. et al. Coherent  $J/\psi$  photoproduction in ultra-peripheral PbPb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV with the CMS experiment. *Physics Letters*, B772, p. 489–511, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- 120 ABBAS, E. et al. Charmonium and  $e^+e^-$  pair photoproduction at mid-rapidity in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=2.76$  TeV. *European Physical Journal*, C73, n. 11, p. 2617, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 61, 62, 63 e 65.

- 121 ADAM, J. et al. Coherent  $\psi(2S)$  photo-production in ultra-peripheral Pb Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. *Physics Letters*, B751, p. 358–370, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- 122 ACHARYA, S. et al. Coherent  $J/\psi$  photoproduction at forward rapidity in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV. *Physics Letters*, B798, p. 134926, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.
- 123 BURSCHE, A. Study of coherent  $J/\psi$  production in lead-lead collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5$  TeV with the LHCb experiment. *Nuclear Physics.*, A982, p. 247–250, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.
- 124 ARMESTO, N. A simple model for nuclear structure functions at small x in the dipole picture. *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, v. 26, n. 1, p. 35–43, Nov 2002. ISSN 1434-6052. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10052-002-1021-z>>. Citado na página 64.
- 125 HENKELS, C.; DE OLIVEIRA, E. G.; PASECHNIK, R.; TREBIEN, H. Exclusive photoproduction of excited quarkonia in ultraperipheral collisions. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 102, p. 014024, Jul 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.014024>>. Citado na página 70.
- 126 HENKELS, C.; DE OLIVEIRA, E. G.; PASECHNIK, R.; TREBIEN, H. Momentum transfer squared dependence of exclusive quarkonia photoproduction in upcs. 2020. Citado na página 70.
- 127 ACCARDI, A. et al. *Electron Ion Collider: The Next QCD Frontier - Understanding the glue that binds us all*. 2014. Citado na página 70.
- 128 SUDAKOV, V. Vertex parts at very high-energies in quantum electrodynamics. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, v. 3, p. 65–71, 1956. Citado na página 85.
- 129 TEMME, N. Special functions: An introduction to the classical functions of mathematical physics. In: . [S.l.: s.n.], 1996. Citado na página 87.



## APÊNDICE A – VARIÁVEIS NO CONE DE LUZ

Dado o tensor métrico de Minkowski

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1),$$

o quadrivector contravariante  $A^\mu$  é escrito, na forma cartesiana, da seguinte forma

$$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3) = (A^0, \vec{A}_T, A^3) = (A^0, \vec{A}).$$

Por meio das variáveis de Sudakov (128) podemos definir  $A^\pm$  no cone de luz como

$$A^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^0 \pm A^3).$$

Dependendo do autor, o fator de  $1/\sqrt{2}$  é omitido. O quadrivector pode ser reescrito da seguinte forma

$$A^\mu = (A^+, A^-, \vec{A}_T),$$

portanto o quadrado do mesmo será

$$A^2 = (A^0)^2 - \vec{A}^2 = 2A^+A^- - \vec{A}_T^2.$$

O quadrimomento ao quadrado do fóton no cone de luz pode ser escrito por meio de

$$\begin{aligned} q^2 = -Q^2 &= (q^0)^2 - (q^3)^2 \\ &= (q^0 + q^3)(q^0 - q^3) \\ &= 2q^+q^-. \end{aligned}$$

A última equação nos permite reescrever o quadrimomento do fóton no cone de luz,

$$q = \left( q^+, \frac{-Q^2}{2q^+}, \vec{q}_T \right).$$

A quantidade  $Q^2$  é chamada de virtualidade do fóton.

No caso do par  $q\bar{q}$ , definimos como  $k^+ = \beta q^+$  a fração de momento carregado pelo quark e  $k'^+ = (1 - \beta)q^+$  pelo anti-quark. Podemos então reescrever os quadrimomentos  $k$  e  $k'$ ,

$$\begin{aligned} k &= \left( \beta q^+, \frac{m_T^2}{2\beta q^+}, \vec{p}_T \right), \\ k' &= \left( (1 - \beta)q^+, \frac{m_T^2}{2(1 - \beta)q^+}, -\vec{p}_T \right). \end{aligned}$$

A massa invariante do par será, portanto

$$\begin{aligned} M^2 &= (k + k')^2 \\ &= \frac{m_T^2}{\beta(1 - \beta)}, \end{aligned}$$

com  $m_T^2 = m_q^2 + p_T^2$ . Podemos também escrever a energia associada ao par,

$$\begin{aligned} E_{\text{par}} &= k^0 + k'^0 \\ &= \frac{[k^+ + k'^+ + k^- + k'^-]}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ + \frac{m_T^2}{2\beta(1-\beta)q^+} \right) \end{aligned}$$

De forma análoga, para o fóton teremos

$$E_\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right).$$

Os vetores polarização são definidos, na notação  $(+, -, \perp)$  e  $\lambda \pm 1$ , como

$$\begin{aligned} \epsilon_L &= \left( \frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{q^+}, \vec{0} \right) \\ \epsilon_T^\lambda &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 0, \vec{\epsilon}_T^\lambda), \quad \vec{\epsilon}_T^\lambda = (1, i\lambda). \end{aligned}$$

No cálculo da função de onda de um fóton polarizado transversalmente, soma-se as contribuições vindas de  $\lambda = \pm 1$ .



## APÊNDICE B – INTEGRAL DE BESSEL

A integral que aparece no cálculo do fator de fluxo de fótons de Weizsäcker-Williams é do seguinte tipo

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{i\alpha x}}{(1+x^2)^{3/2}},$$

com  $\alpha = \omega b/(\gamma v)$ . Expandindo a exponencial em termos da fórmula de Euler, teremos

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\cos(\alpha x)}{(1+x^2)^{3/2}} + i \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin(\alpha x)}{(1+x^2)^{3/2}},$$

na qual a segunda integral é nula, uma vez que é integrada em todo o espaço e se trata de uma função ímpar. Para a primeira, podemos escrevê-la como

$$I = 2 \int_0^{\infty} dx \frac{\cos(\alpha x)}{(1+x^2)^{3/2}}$$

uma vez que é par. Sabemos que (129)

$$K_{\nu}(\alpha z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2z}{\alpha}\right)^{\nu} \Gamma(1/2 + \nu) \int_0^{\infty} (t^2 + z^2)^{-(1/2+\nu)} \cos(\alpha t) dt$$

é uma função de Bessel modificada de ordem  $\nu$ . Para  $z = 1$  e  $\nu = 1$  (e como  $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$ ) obtemos

$$K_1(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} dt \frac{\cos(\alpha t)}{(t^2 + 1)^{3/2}},$$

ou, finalmente,

$$\alpha K_1(\alpha) = \frac{I}{2},$$

resultando, em termos de  $\alpha = \omega b/(\gamma v)$ , em

$$I = 2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) K_1 \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right).$$

Adotando um procedimento similar, somos capazes de obter a segunda integral que aparece no cálculo em termos da função de Bessel de ordem 0,  $K_0$ .