



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA

# Estimação de ângulo de chegada em arranjos de antenas: comparação e implementação em tempo real

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade Federal  
de Santa Catarina como requisito para obtenção do grau de Bacharel  
em Engenharia Elétrica

Pedro Lemos

Orientador: Márcio H. Costa

Florianópolis, 2020.



PEDRO LEMOS

**ESTIMAÇÃO DE ÂNGULO DE  
CHEGADA EM ARRANJOS DE  
ANTENAS: COMPARAÇÃO E  
IMPLEMENTAÇÃO EM TEMPO REAL**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado à Universidade Federal  
de Santa Catarina como requisito  
para obtenção do grau de Bacharel  
em Engenharia Elétrica. Orienta-  
dor: Márcio H. Costa

**FLORIANÓPOLIS  
2020**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Lemos, Pedro  
Estimação de ângulo de chegada em arranjos de antenas:  
comparação e implementação em tempo real / Pedro Lemos ;  
orientador, Márcio Holsbach Costa, 2020.  
49 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,  
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Direção de chegada. Arranjos  
de antenas. Desvanecimento.. I. Holsbach Costa, Márcio.  
II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em  
Engenharia Elétrica. III. Título.

Pedro Lemos

**Estimação de ângulo de chegada em arranjos de antenas: comparação e implementação em tempo real**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Engenharia Elétrica” e aceito, em sua forma final, pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 17 de dezembro de 2020.

Documento assinado digitalmente  
 Jean Vianei Leite  
Data: 20/01/2021 10:09:01-0300  
CPF: 003.474.909-80

---

Prof. Jean Vianei Leite, Dr.  
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**

Documento assinado digitalmente  
 Márcio Holsbach Costa  
Data: 14/01/2021 17:32:56-0300  
CPF: 572.370.680-53

---

Prof. Márcio H. Costa, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

Documento assinado digitalmente  
 Richard Demo Souza  
Data: 14/01/2021 16:34:09-0300  
CPF: 004.267.379-89

---

Prof. Richard Demo Souza, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Documento assinado digitalmente  
 Walter Pereira Carpes Júnior  
Data: 14/01/2021 19:03:20-0300  
CPF: 572.566.599-20

---

Prof. Walter Pereira Carpes Júnior, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina



*Dedicado a Deus, cujo nome é Jeová (Salmos 83:18)*



## **Agradecimentos**

Agradeço principalmente ao meu Deus, Jeová, a quem devo minha existência.

Também agradeço aos meus pais pela minha criação e por me ensinar, através de palavras e ações, padrões elevados de moral.

Agradeço também ao meu orientador Márcio Holsbach Costa, não só pelos valiosos ensinamentos em sala de aula, mas também por ter me guiado, com muita paciência e atenção, até a conclusão deste trabalho.

Aos professores Richard Demo Souza e Walter Pereira Carpes Júnior, agradeço pelos conhecimentos transmitidos em sala de aula que tiveram relação direta com este trabalho e pela forma habilidosa e atenciosa com que ensinaram.

Por fim agradeço aos meus colegas da Khomp, Wilian Zanatta e Heriberto Brill Nonemacher. O apoio destes foi fundamental na produção deste trabalho e sem eles não seria possível.



## RESUMO

Este trabalho trata da implementação e comparação de desempenho entre duas técnicas de estimação de ângulo de chegada para arranjos de antenas em ambientes interiores. As técnicas MUSIC e ESPRIT são avaliadas através de um modelo de canal sem fio que leva em consideração o efeito da propagação através de multipercursos e são implementadas em tempo real com o auxílio de transceptores *Bluetooth*. Simulações computacionais indicam que para situações com forte influência de multipercurso o método ESPRIT apresenta um desempenho superior ao método MUSIC. Experimentos em ambientes interiores com um arranjo de antenas retangular uniforme corroboram as simulações.

**Palavras-chave:** Direção de chegada. Arranjos de antenas. Desvanecimento.



---

## Lista de Figuras

---

1.1	Estimativa da posição usando triangulação . . . . .	2
2.1	Defasagem entre cada elemento em um arranjo do tipo ULA	6
2.2	Pacote <i>Bluetooth</i> para estimativa de DoA . . . . .	7
2.3	Geometria de um arranjo URA . . . . .	13
2.4	Sub-arranjo $S_1$ para determinar $\psi_x$ . . . . .	20
2.5	Sub-arranjo $S_2$ para determinar $\psi_y$ . . . . .	21
2.6	Sub-arranjos $S_1$ e $S_2$ para determinar $\psi_x$ e $\psi_y$ . . . . .	22
2.7	Rádio e arranjo de antenas . . . . .	23
2.8	Transmissor . . . . .	25
3.1	Comunicação entre receptor e computador pessoal . . . . .	27
3.2	Ambiente de desenvolvimento do SoC <i>Bluetooth</i> . . . . .	28
3.3	<i>Visual Studio Code</i> . Ambiente de desenvolvimento de aplicações C/C++ . . . . .	31
3.4	Interface gráfica para visualização do ângulo de chegada . . . . .	32
4.1	Sistema de aquisição de medidas . . . . .	34
4.2	Vista superior do ambiente . . . . .	35
4.3	Medidas de RSSI, em dBm . . . . .	36
4.4	Histograma (preto) e função de Rice $p(h)$ ajustada (vermelho)	36

5.1	Diagrama de blocos da simulação . . . . .	40
5.2	RMSE em função de $K$ : (A) MUSIC; (B) ESPRIT . . . . .	41
5.3	Experimento para estimativas de DoA . . . . .	42
5.4	RMSE dos experimentos vs RMSE simulada . . . . .	44

---

# Conteúdo

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos . . . . .	3
1.1.1	Objetivos gerais . . . . .	3
1.1.2	Objetivos específicos . . . . .	3
1.2	Organização do trabalho . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Fundamentos</b>	<b>5</b>
2.1	Arranjos de antenas e direção de chegada . . . . .	5
2.2	Modelo dos sinais e canal sem fio . . . . .	6
2.2.1	Sinal transmitido e sinal recebido . . . . .	7
2.2.2	Canal sem fio . . . . .	8
2.2.3	Sinal recebido no arranjo de antenas . . . . .	12
2.3	Metódos para estimativa de DoA . . . . .	14
2.3.1	MUSIC . . . . .	15
2.3.2	ESPRIT . . . . .	15
2.4	Materiais . . . . .	21
2.4.1	Receptor . . . . .	21
2.4.2	Transmissor . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Implementação</b>	<b>27</b>
3.1	Transmissor e Receptor . . . . .	28

---

3.2	Comunicação entre receptor e plataforma de processamento	29
3.3	Implementação dos métodos em tempo real . . . . .	30
3.4	Implementação da interface gráfica . . . . .	30
3.4.1	Demonstração . . . . .	31
3.5	Aspectos práticos . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Identificação do <i>Fading</i></b>	<b>33</b>
4.1	Fundamentação . . . . .	33
4.2	Sistema de aquisição . . . . .	34
4.3	Resultados . . . . .	34
4.4	Faixa de valores do parâmetro $K$ . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Resultados e discussão</b>	<b>39</b>
5.1	Simulação . . . . .	39
5.2	Experimentos . . . . .	41
5.2.1	Metodologia do experimento . . . . .	41
5.2.2	Intervalos de confiança . . . . .	42
5.3	Discussão . . . . .	43
<b>6</b>	<b>Conclusão e trabalhos futuros</b>	<b>45</b>
6.1	Conclusões . . . . .	45
6.2	Trabalhos futuros . . . . .	46
	<b>Bibliografia</b>	<b>47</b>

# CAPÍTULO 1

---

## Introdução

---

Com o avanço das tecnologias de comunicação sem fio foi possível vislumbrar a oportunidade de oferecer soluções de localização em ambientes fechados utilizando transceptores sem fio em posições conhecidas. Com o uso de tais tecnologias é possível localizar pessoas e objetos em tempo real. Técnicas de localização em tempo real encontram aplicações em automação industrial, logística, segurança, serviços médicos e varejo [1]. Até mesmo fabricantes de *smartphones* estão buscando dotar seus dispositivos com esta capacidade [2]. Para diversas aplicações de localização, os sistemas de posicionamento global (*global positioning system* - GPS) são uma boa solução [3]. No entanto, os sistemas de GPS atuais não oferecem medidas de posição em ambientes fechados (*indoor*) com alta precisão, isto é, precisão próxima ou menor que o equivalente à área de um círculo com raio de 1 metro [4]. Em cenários *indoor* são necessárias técnicas alternativas para obter tal precisão. Com o mesmo princípio de funcionamento do GPS é possível posicionar antenas de referência em um determinado local e estimar a distância do alvo a ser localizado em relação a cada antena com base em um pulso de referência [5]. Esta solução oferece alta precisão mas possui um custo elevado e seus transceptores, em geral, apresentam alto consumo

de energia [6]. Uma alternativa a esta técnica é posicionar arranjos de antenas, também chamados de âncoras, em lugares pré-determinados e medir o ângulo do alvo em relação a cada âncora. O alvo a ser localizado envia um sinal de referência e a âncora estima a direção de chegada deste sinal com base na defasagem do sinal recebido em cada antena de seu arranjo de antenas. Com as medidas de ângulo de cada âncora é possível estimar a posição do alvo, conforme mostrado na Figura 1.1. Técnicas para estimação de direção de chegada (*direction of arrival - DoA*) em ambientes *indoor* são o objeto de estudo deste trabalho. O desafio de um cenário como este, em comparação com ambientes abertos (*outdoor*), é que reflexões do sinal transmitido, decorrentes de múltiplos percursos, incidem no arranjo de antenas, distorcendo a estimativa da sua posição. Este trabalho apresenta um estudo baseado em simulações de um canal sem fio em um ambiente *indoor*, levando em conta o efeito dos multipercursos. Adicionalmente, dois métodos para estimação de DoA, o *Multiple Signal Classification - MUSIC* e o *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques - ESPRIT* [7], são implementados em um sistema microprocessado de tempo real, mostrando a viabilidade de sua realização. Por fim, são realizadas comparações. Os parâmetros usados nas simulações foram obtidos experimentalmente utilizando o sistema implementado.

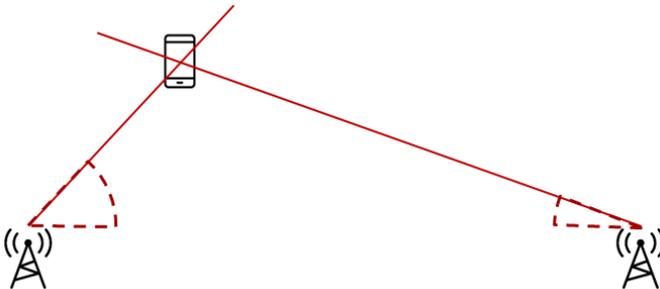


Figura 1.1: Estimativa da posição usando triangulação [8]

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivos gerais

O objetivo geral deste trabalho é a implementação e comparação de desempenho entre técnicas de processamento de sinais para a estimação de ângulo de chegada em arranjos de antenas.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- Modelar a influência do efeito de multipercurso, em ambientes fechados, na detecção de DoA
- Implementar as técnicas MUSIC e ESPRIT em um ambiente de simulação numérica
- Implementar as técnicas MUSIC e ESPRIT em um sistema real para estimação de direção de chegada
- Verificar o efeito de multipercurso em ambientes fechados no desempenho dos métodos sob análise

## 1.2 Organização do trabalho

O trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2, os fundamentos teóricos para a estimação de DoA são explicados, assim como o modelo matemático do canal sem fio que considera o efeito do multipercurso. Também são apresentados os materiais utilizados no trabalho.

No Capítulo 3 são apresentados detalhes da implementação dos métodos de detecção de DoA em tempo real.

No Capítulo 4, a metodologia e os experimentos para determinar parâmetros reais de *fading* são descritos.

Em seguida, no Capítulo 5, os resultados das simulações e dos experimentos são apresentados e discutidos.

Finalmente, no Capítulo 6, conclusões sobre o desempenho dos métodos e a influência do efeito do multipercurso nas medidas são apresentadas.



# CAPÍTULO 2

---

## Fundamentos

---

Neste capítulo conceitos básicos sobre DoA são apresentados e exemplificados através de casos simples. Adicionalmente, são apresentados modelos para os sinais e para a representação do canal sem fio. Considerações e hipóteses sobre os modelos estatísticos do ruído e do efeito do multipercurso (*fading*) também são discutidas. Em seguida, os métodos MUSIC e ESPRIT são apresentados para o caso de um arranjo retangular uniforme (URA), com 16 elementos, tendo 4 linhas e 4 colunas. Por fim, são descritos os materiais utilizados neste trabalho.

Ao longo deste capítulo variáveis escalares serão representadas por letras minúsculas em itálico, constantes por letras maiúsculas em itálico, vetores por letras minúsculas em negrito e matrizes por letras maiúsculas em negrito.

### **2.1 Arranjos de antenas e direção de chegada**

O princípio básico das técnicas de estimação de direção de chegada tem sua origem no estudo dos arranjos de antenas. Para simplificar, considere o caso em que uma onda eletromagnética incide sobre um arranjo de antenas com elementos dispostos de maneira linear e uniforme.

Este arranjo é também chamado de arranjo linear uniforme (*Uniform Linear Array - ULA*) [7, Cap. 2], sendo ilustrado na Figura 2.1. Supondo que o transmissor está suficientemente distante do arranjo de antenas podemos considerar que as frentes de onda incidentes são paralelas. Esta hipótese é conhecida como campo distante ou *far-field* e, como veremos adiante [9, Cap. 4], é aceitável no contexto deste trabalho. Neste caso, cada elemento do arranjo observa o mesmo sinal com uma defasagem que depende apenas da distância entre os elementos, da velocidade de propagação da onda no meio em questão e da direção de chegada. Conhecendo a geometria do arranjo e a velocidade de propagação da onda é possível determinar a direção de chegada com base na defasagem de cada elemento.

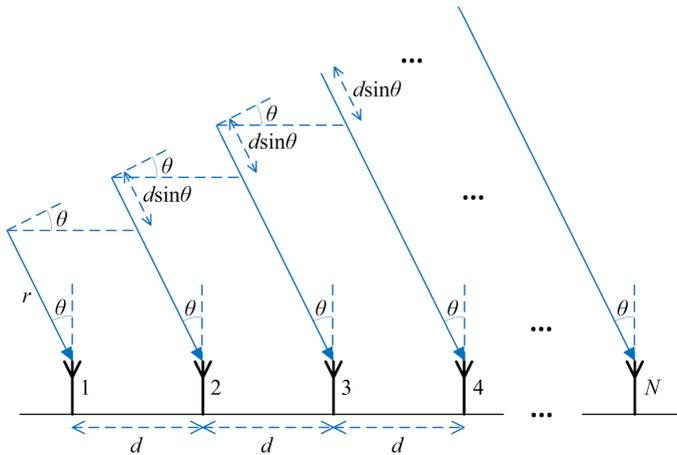


Figura 2.1: Defasagem entre cada elemento em um arranjo do tipo ULA

## 2.2 Modelo dos sinais e canal sem fio

Os modelos do sinal e canal são representações matemáticas dessas entidades. No caso do sinal enviado pelo transmissor, representamos por uma função que depende do tempo e cujos valores assumidos podem pertencer ao conjunto dos números reais ou complexos. O canal é representado por um sistema linear. Além disso, a resposta ao impulso desse sistema varia em função do tempo e das condições do canal. As próximas seções abordam a construção desses modelos.

Antes de prosseguir com a apresentação do modelo dos sinais, lembramos que o cenário analisado aborda o caso de um enlace de comunicação que usa o padrão *Bluetooth* 5.1, que determina um pacote (ou sequência) de bits específico para uma estimativa de DoA. O padrão determina que deve ser enviada uma sequência de bits que permita que o receptor identifique os sinais oriundos de transmissores *Bluetooth* 5.1 e no instante após a transmissão do último bit (ou seja, concatenado a esta sequência) o transmissor deve enviar um sinal senoidal cuja frequência é igual à frequência da portadora utilizada somada de 250 kHz. Isto é, se  $f_c$  é a frequência da portadora utilizada, a frequência  $f$  da senoide transmitida é  $f = f_c + f_b$ , em que  $f_b = 250 \times 10^3$ . Este sinal pode ser visto como uma extensão do pacote que deve ser usado para estimar o DoA e também é chamado de *Constant Tone Extension* ou CTE. O pacote de bits é apresentado graficamente na Figura 2.2.



Figura 2.2: Pacote *Bluetooth* para estimativa de DoA [10]

Note que apenas o CTE, ou seja, o sinal senoidal que compõe a última porção do pacote, é utilizado pelo receptor para estimar a direção de chegada do sinal.

### 2.2.1 Sinal transmitido e sinal recebido

Sendo assim, o modelo dos sinais será definido assumindo que **o sinal transmitido é senoidal**, conforme especificado no padrão *Bluetooth* 5.1. O sinal transmitido pode ser escrito como

$$s(t) = \cos 2\pi ft, \quad (2.1)$$

em que  $f$  é a frequência do sinal transmitido. Sinais transmitidos são sempre reais. No entanto, o sinal transmitido  $s(t)$  também pode ser representado por um sinal equivalente  $\tilde{s}(t)$ , chamado de *equivalente banda base* de  $s(t)$ . No caso geral, este sinal é complexo. Dizemos que

$\tilde{s}(t)$  é o equivalente banda base de  $s(t)$  se existe a seguinte relação:

$$s(t) = \text{Re}\{\tilde{s}(t)e^{j2\pi f_c t}\}, \quad (2.2)$$

em que  $f_c$  é a frequência da portadora do sinal transmitido. Sendo assim, o equivalente banda base  $\tilde{s}(t)$  é dado por

$$\tilde{s}(t) = e^{j2\pi f_b t} = e^{j2\pi 250 \times 10^3 t}, \quad (2.3)$$

já que

$$f = f_c + f_b. \quad (2.4)$$

Assumindo que durante as estimativas de ângulo de chegada o canal sem fio pode ser representado por um sistema linear invariante no tempo, o sinal recebido pode ser representado por

$$r(t) = h(t) \otimes s(t) + \eta(t), \quad (2.5)$$

em que  $s(t)$  representa o sinal transmitido,  $h(t)$  a resposta ao impulso do sistema que representa o canal sem fio,  $\eta(t)$  ruído gaussiano no receptor e  $\otimes$  o operador de convolução.

### 2.2.2 Canal sem fio

O modelo do canal sem fio, representado por  $h(t)$ , deve considerar diversos fatores, entre eles os seguintes:

- **Efeito *doppler*:** Se o alvo a ser localizado estiver em movimento em relação ao arranjo de antenas, a frequência do sinal recebido é alterada e, com isso, a diferença de fase entre as antenas do arranjo é alterada [11, Cap. 5].
- **Multipercurso:** Em ambientes fechados, o sinal que incide no arranjo de antenas possui componentes refletidas, além da componente de visada direta. A soma das diferentes reflexões com o sinal de linha de visada distorce a diferença de fase entre as antenas e altera o valor real da medida [11, Cap. 5].
- **Bloqueio da linha de visada:** No pior dos casos o transmissor e o receptor não possuem linha de visada direta e, portanto, a medida de ângulo é pouco acurada.

- **Polarização das antenas:** Se a polarização do sinal incidente no arranjo de antenas<sup>1</sup> e a polarização das antenas receptoras forem ortogonais o sinal recebido é nulo. Em casos reais, a orientação espacial da antena transmissora é variável e, portanto, a polarização do sinal transmitido, em relação à antena receptora, também varia. Este problema pode ser resolvido se usarmos uma antena receptora com polarização circular e uma antena transmissora com polarização linear [9, Cap. 2].

Com exceção da polarização das antenas, na prática, os outros fatores estão em constante mudança. Um sinal senoidal transmitido através de um canal sem fio experimenta, portanto, variações aleatórias na sua amplitude e fase. Sendo assim, precisamos de modelos estatísticos para representar essas variações [12, Cap. 2, Sec. 2.7]. Então, o sinal recebido pode ser modelado da seguinte forma

$$r(t) = \alpha|h|s(t - (\Delta t + \Delta t')) + \eta(t) \quad (2.6)$$

em que  $\alpha$  e  $\Delta t$  representam, respectivamente, a atenuação e o atraso causados pela propagação, e  $|h|$  e  $\Delta t'$  representam, respectivamente, a variação instantânea da amplitude e fase do sinal recebido. No caso geral,  $|h|$  e  $\Delta t'$  são funções do tempo. Conforme já citado, no entanto, estamos assumindo que o intervalo de tempo em que amostramos o sinal recebido é suficientemente pequeno para considerar que  $|h|$  e  $\Delta t'$  são constantes neste período. Sendo assim,  $|h|$  e  $\Delta t'$  são variáveis aleatórias cujas realizações são observadas a cada estimativa de DoA. A variável aleatória  $|h|$  também é chamada na literatura de desvanecimento (em inglês, *fading*) [11, Cap. 4]. Estamos interessados em encontrar uma distribuição de probabilidades para  $|h|$  e para  $\Delta t'$  e uma representação para o canal que resulte em um sinal recebido da forma dada em (2.6).

Entre as distribuições tipicamente usadas para modelar  $|h|$  estão as distribuições de Rayleigh e Rice [11, Cap. 5]. A distribuição de Rayleigh é apropriada quando não existe linha de visada direta entre transmissor e receptor [11, Cap. 5] e a sua forma é dada por (2.7),

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.7)$$

---

<sup>1</sup>A polarização de uma onda eletromagnética é dada pela direção do vetor campo elétrico. A polarização de uma antena é a direção do campo elétrico produzido por ela.

É interessante notar que se uma variável aleatória complexa tem a forma

$$h = x + jy, \quad (2.8)$$

caso  $x$  e  $y$  sejam variáveis aleatórias gaussianas independentes entre si, com média zero e variância  $\sigma^2$  então  $|h| = \sqrt{x^2 + y^2}$  tem distribuição de Rayleigh.

A distribuição de Rice, no entanto, é um modelo mais apropriado para  $|h|$  quando existe linha de visada direta entre transmissor e receptor [11, Cap. 5]. Assim como a função de Rayleigh, se uma variável aleatória  $h$  é escrita da forma

$$h = A + x + jy, \quad (2.9)$$

em que  $x$  e  $y$  são gaussianas e independentes, com média zero e mesma variância  $\sigma^2$  e  $A$  é um número real constante, então a função densidade de probabilidade do módulo de  $h$ ,  $|h|$ , tem distribuição de Rice e é dada por (2.10):

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{(r^2+A^2)}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right), \quad (2.10)$$

em que,  $I_0$  é a função de Bessel de primeiro tipo de ordem zero. Note que podemos interpretar o termo constante  $A$  da equação (2.9) como sendo a raiz quadrada da potência do sinal de linha de visada direta e o termo  $x + jy$  como a parcela referente aos sinais refletidos. Esta interpretação é interessante no contexto deste trabalho porque podemos enxergar  $A^2$  como a potência do sinal na direção de chegada real, que desejamos estimar, e  $\mathbb{E}\{x^2 + y^2\}$  como a potência dos multi-percursos, que degradam a estimativa de DoA. Além disso, fazendo  $K = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ , a equação (2.10) pode ser reescrita como (2.11),

$$p(r) = 2r(K+1)I_0(2r\sqrt{K(K+1)})e^{-K-(K+1)r^2}, \quad (2.11)$$

e, sendo assim,  $K$  é um parâmetro que representa a razão entre a potência do sinal de linha de visada direta e a potência dos multi-percursos e caracteriza completamente a distribuição. No modelo de canal adotado neste trabalho, vamos considerar que  $|h|$  tem distribuição de Rice.

A resposta em frequência de  $h(t)$  está centrada em torno da frequência da portadora do sinal transmitido. Assim como o sinal transmitido

e recebido, é mais conveniente representar  $h(t)$  pelo seu equivalente banda base [12, Ap. A]. Então, o equivalente banda base do sinal recebido é

$$\tilde{r}(t) = \tilde{h}(t) \otimes \tilde{s}(t) + \tilde{\eta}(t), \quad (2.12)$$

em que  $\tilde{h}(t)$  é o equivalente banda base de  $h(t)$ . Então,  $\tilde{h}(t)$  é escrito como

$$\tilde{h}(t) = \underbrace{\alpha \delta(t - \Delta t) e^{-j2\pi f_c \Delta t}}_{\text{Atenuação e atraso}} \underbrace{(h_{LoS} + h_{NLoS})}_{\text{fading}}, \quad (2.13)$$

em que  $h_{LoS} = A$  e  $h_{NLoS} = x + jy$ , como em (2.9). Definindo

$$h = h_{LoS} + h_{NLoS}, \quad (2.14)$$

o sinal  $\tilde{s}(t)$  convoluído com  $\tilde{h}(t)$  fica

$$\tilde{s}(t) \otimes \tilde{h}(t) = \alpha h e^{j2\pi f_b(t - \Delta t)} e^{-j2\pi f_c \Delta t}. \quad (2.15)$$

Note que o termo  $e^{-j2\pi f_c \Delta t}$  está associado ao atraso da portadora do sinal recebido e que  $h$  é um número complexo. Sendo assim, o sinal recebido, em banda passante, considerando ruído interferente no receptor fica

$$r(t) = \text{Re}\{\tilde{s}(t) \otimes \tilde{h}(t) e^{j2\pi f_c t}\} + \eta(t), \quad (2.16)$$

então, podemos ver que

$$r(t) = \alpha |h| \cos(2\pi f(t - \Delta t) + \phi) + n(t), \quad (2.17)$$

em que  $\phi = 2\pi f \Delta t'$  representa as variações aleatórias na fase do sinal recebido e  $|h|$  as variações instantâneas na sua amplitude como consequência do *fading*. Podemos ver então que (2.17) é consistente com (2.6). Por fim, o sinal recebido, em banda base, fica

$$\tilde{r}(t) = \alpha h e^{j2\pi f_b(t - \Delta t)} e^{-j2\pi f_c \Delta t} + \tilde{\eta}(t), \quad (2.18)$$

e o sinal  $\tilde{r}(t)$  amostrado a uma taxa  $f_s$  tem a forma

$$\tilde{r}[n] = \alpha h e^{j2\pi f_b(\frac{n - \Delta n}{f_s})} e^{-j2\pi f_c \frac{\Delta n}{f_s}} + \tilde{\eta}[n] \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Sinal recebido no arranjo de antenas

Como já comentado no início deste capítulo, o arranjo de antenas introduz uma defasagem do sinal recebido entre cada elemento adjacente. Usaremos o equivalente banda base do sinal recebido,  $\tilde{r}[n]$ , para representar o vetor de sinais cujas entradas são os sinais recebidos em cada antena do arranjo.

Se fixarmos uma antena como sendo a referência de fase, o  $i$ -ésimo elemento do arranjo possui uma defasagem que pode ser representada por uma exponencial complexa  $e^{j\psi_i}$ . A direção de chegada pode ser definida por um valor de azimute  $\theta$  e elevação  $\phi$ . Em geral  $\psi_i$  é uma função de  $\theta$  e  $\phi$ . Podemos definir então o **vetor direção do arranjo**, também chamado de *array manifold vector* [7, Cap. 4], como

$$\mathbf{v}(\theta, \phi) = [e^{j\psi_1}, e^{j\psi_2}, \dots, e^{j\psi_N}]^T. \quad (2.20)$$

Os elementos deste vetor são funções da geometria do arranjo e da direção do sinal recebido. Para o arranjo ULA mostrado na Figura 2.1 o  $i$ -ésimo elemento do seu vetor direção é dado por

$$e^{j\psi_i(\theta)} = e^{\frac{j(i-1)2\pi ds \sin\theta}{\lambda}} \quad (2.21)$$

onde  $d$  é a distância entre os elementos do arranjo linear uniforme e  $\lambda$  é o comprimento de onda do sinal recebido. Note que no caso de um arranjo ULA o vetor direção não depende do ângulo de elevação. Além disso, se o arranjo ULA tiver 4 elementos,  $\mathbf{v}(\theta, \phi)$  é um vetor com dimensão  $(4 \times 1)$ . No caso geral,  $\mathbf{v}(\theta, \phi)$  tem dimensão  $(N \times 1)$ , em que  $N$  é o número de antenas do arranjo.

Para um arranjo do tipo URA (do inglês, *Uniform Rectangular Array*), ilustrado na Figura 2.3, com distância  $d$  única entre elementos adjacentes, ou seja  $d_x = d_y = d$ , e  $N = M_x M_y$  elementos, em que  $M_x$  é o número de elementos na direção  $x$  e  $M_y$  é o número de elementos na direção  $y$  tem-se que

$$\mathbf{v}_x = [1, e^{j\psi_x}, \dots, e^{j(M_x-1)\psi_x}] \quad (2.22)$$

e

$$\mathbf{v}_y = [1, e^{j\psi_y}, \dots, e^{j(M_y-1)\psi_y}], \quad (2.23)$$

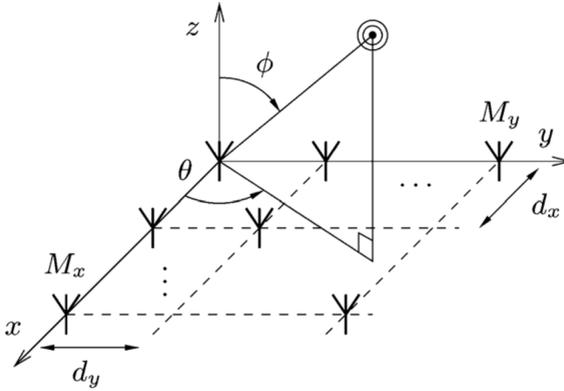


Figura 2.3: Geometria de um arranjo URA [13]

com

$$\psi_x = kd \cos \theta \sin \phi \quad (2.24)$$

e

$$\psi_y = kd \sin \theta \sin \phi, \quad (2.25)$$

em que  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  e o vetor direção é dado por

$$\mathbf{v}(\theta, \phi) = \mathbf{v}_y \otimes \mathbf{v}_x, \quad (2.26)$$

em que  $\otimes$  representa o produto de Kronecker.

Por fim, podemos definir o vetor coluna  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$  cujas entradas são os sinais recebidos em cada antena. A dimensão deste vetor é  $(N \times 1)$ , sendo igual à do vetor direção  $\mathbf{v}(\theta, \phi)$ . Antes de escrever  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ , vamos reescrever o sinal recebido em banda base como a soma de duas componentes, uma referente à linha de visada direta (LoS), cuja direção desejamos estimar, e outra referente aos multipercursos (NLoS). Para tornar a expressão final mais concisa, a partir da equação (2.19) definimos

$$\tilde{s}[n]' = \alpha e^{j2\pi f_b (\frac{n-\Delta n}{f_s})} e^{-j2\pi f_c \frac{\Delta n}{f_s}}, \quad (2.27)$$

e sendo assim, a equação (2.19) também pode ser escrita como

$$\tilde{\mathbf{r}}[n] = h_{LoS} \tilde{s}[n]' + h_{NLoS} \tilde{s}[n]' + \tilde{\eta}[n]. \quad (2.28)$$

Como o sinal de linha de visada direta (LoS) tem uma direção de chegada diferente do sinal refletido (NLoS), cada termo deve ser multiplicado pelo vetor direção  $\mathbf{v}(\theta, \phi)$  em uma direção diferente. Assim,  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$  fica:

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = h_{LoS} \tilde{s}[n]' \mathbf{v}(\theta, \phi) + h_{NLoS} \tilde{s}[n]' \mathbf{v}(\theta_{NLoS}, \phi_{NLoS}) + \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n], \quad (2.29)$$

em que  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$  é um vetor coluna cujas entradas representam ruído interferente em cada antena.

### 2.3 Métodos para estimativa de DoA

Os métodos MUSIC e ESPRIT usam a matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$  do vetor de sinais  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$  e o vetor direção  $\mathbf{v}(\theta, \phi)$  do arranjo para determinar a DoA. Portanto, para os dois métodos, o primeiro passo é determinar a matriz de autocorrelação de  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ . A matriz de autocorrelação é definida como

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{x}}[n]\tilde{\mathbf{x}}^H[n]\}, \quad (2.30)$$

em que  $\tilde{\mathbf{x}}^H[n]$  representa o complexo conjugado transposto do vetor  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ . Na prática, no entanto, a matriz de autocorrelação é estimada a partir de amostras do vetor  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ . Supondo que para cada estimativa de DoA são utilizadas  $L$  amostras de  $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ , definimos então a matriz  $\mathbf{X}$  em que a  $i$ -ésima linha é formada pelas amostras do sinal recebido na  $i$ -ésima antena. Isto é, o termo na  $i$ -ésima linha e  $k$ -ésima coluna,  $x_{i,k}$ , representa a  $k$ -ésima amostra do sinal recebido na  $i$ -ésima antena. Então,  $\mathbf{X}$  tem dimensões  $(N \times L)$ . Sendo assim, a estimativa  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$  da matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$  é:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} \approx \mathbf{R}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{L}(\mathbf{X}\mathbf{X}^H). \quad (2.31)$$

Assumindo que o vetor  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$  em (2.29) tem componentes  $\tilde{\eta}_i[n]$  ortogonais entre si e, além disso, qualquer elemento  $\tilde{\eta}_i[n]$  é ortogonal ao sinal  $\tilde{r}[n]$ , isto é

$$\mathbb{E}\{(\tilde{r}[n] - \mu_{\tilde{r}})(\tilde{\eta}_i[n] - \mu_{\tilde{\eta}})\} = 0, \quad (2.32)$$

em que  $\mu_{\tilde{r}} = \mathbb{E}\{\tilde{r}[n]\}$  e  $\mu_{\tilde{\eta}} = \mathbb{E}\{\tilde{\eta}_i[n]\}$ , a matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$  é diagonalizável. Se  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$  é diagonalizável, então ela pode ser escrita na forma [14, Cap.

7]:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{PDP}^{-1}, \quad (2.33)$$

em que  $\mathbf{D}$  é uma matriz diagonal de dimensão  $(N \times N)$  cujos elementos não-nulos são os  $N$  autovalores da matriz  $\mathbf{R}_x$ ,  $\mathbf{P}$  é uma matriz quadrada de dimensão  $(N \times N)$  cujas colunas são autovetores de  $\mathbf{R}_x$  e  $\mathbf{P}^{-1}$  é a matriz inversa de  $\mathbf{P}$ .

### 2.3.1 MUSIC

Com as hipóteses já descritas é possível mostrar que  $N - 1$  autovetores de  $\mathbf{R}_x$  estão associados ao ruído e apenas um autovetor está associado ao sinal  $\tilde{r}[n]$ . Além disso, esses  $N - 1$  autovetores são ortogonais ao vetor  $\mathbf{v}(\theta_{DoA}, \phi_{DoA})$ , ou seja, ao vetor direção associado à direção de chegada  $(\theta_{DoA}, \phi_{DoA})$  [7, Cap. 9]. Assim, escolhemos os  $N - 1$  autovetores associados ao ruído e montamos a matriz  $\mathbf{P}_N$ , de dimensão  $(N \times N - 1)$ , cujas colunas são esses autovetores. Para escolher os autovetores associados ao ruído, ordenamos os autovalores da matriz  $\mathbf{D}$  em ordem crescente e escolhemos os autovetores associados aos  $N - 1$  menores autovalores de  $\mathbf{D}$ . Por fim, definimos a função  $Q(\theta, \phi)$  [7, Sec. 9.3.2],

$$Q(\theta, \phi) = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\theta, \phi) \mathbf{P}_N \mathbf{P}_N^H \mathbf{v}(\theta, \phi)}. \quad (2.34)$$

Variando  $\theta$  e  $\phi$  a função  $Q$  atinge seu valor máximo na direção de chegada. Então, escolhemos a direção que maximiza  $Q$  como a estimativa de DoA.

### 2.3.2 ESPRIT

Com a mesma decomposição da matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}_x$  usada no método MUSIC, escolhemos o autovetor associado ao sinal  $\tilde{r}[n]$  e definimos um vetor coluna  $\mathbf{e}_s$ , de dimensão  $(N \times 1)$ , como sendo este autovetor. Além disso, definiremos duas matrizes,  $\mathbf{J}_{s_1}$  e  $\mathbf{J}_{s_2}$ , que chamaremos de *matrizes de seleção*, de dimensões  $(N_1 \times N)$  e  $(N_2 \times N)$  respectivamente, em que  $N_1$  e  $N_2$  dependem da nossa escolha, conforme será explicado na próxima seção. O algoritmo ESPRIT explora o fato de que, se escolhermos  $\mathbf{J}_{s_1}$  e  $\mathbf{J}_{s_2}$  de forma conveniente, e fizermos

$$\mathbf{e}_{s_1} = \mathbf{J}_{s_1} \mathbf{e}_s \quad (2.35)$$

e

$$\mathbf{e}_{\mathbf{s}_2} = \mathbf{J}_{\mathbf{s}_2} \mathbf{e}_{\mathbf{s}} \quad (2.36)$$

existe uma relação entre  $\mathbf{e}_{\mathbf{s}_1}$  e  $\mathbf{e}_{\mathbf{s}_2}$  e o fator  $e^{j\psi_x}$ , com  $\psi_x$  definido em (2.24) [7, Cap. 9]. A relação entre  $\mathbf{e}_{\mathbf{s}_1}$ ,  $\mathbf{e}_{\mathbf{s}_2}$ ,  $\psi_x$  é dada por

$$e^{j\psi_x} = [\mathbf{e}_{\mathbf{s}_1}^H \mathbf{e}_{\mathbf{s}_1}]^{-1} \mathbf{e}_{\mathbf{s}_1}^H \mathbf{e}_{\mathbf{s}_2} \quad (2.37)$$

Encontrando apenas  $\psi_x$  não é possível fazer uma estimativa de DoA porque  $\psi_x$  é uma função do azimute  $\theta$  e da elevação  $\phi$ . No entanto, com uma outra escolha para as matrizes de seleção  $\mathbf{J}_{\mathbf{s}_1}$  e  $\mathbf{J}_{\mathbf{s}_2}$  podemos encontrar  $\psi_y$  e aí então determinar um valor único de DoA.

### Escolha das matrizes de seleção

Para facilitar a visualização, vamos expandir o vetor direção  $\mathbf{v}$  do arranjo URA-16 como um vetor coluna. A partir da equação (2.26) podemos expandir o vetor direção  $\mathbf{v}$  como:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\psi_y} \\ e^{2j\psi_y} \\ e^{3j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} \\ e^{j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{3j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} \\ e^{2j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{3j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} \\ e^{3j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} e^{3j\psi_y} \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Note que a linha  $i$  de  $\mathbf{v}$  corresponde ao defasamento introduzido pelo  $i$ -ésimo elemento do arranjo.

Agora, para escolher as matrizes de seleção que permitem determinar  $e^{j\psi_x}$  dividimos o arranjo de antenas em dois subarranjos e denotamos por  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  o vetor direção correspondente à cada subarranjo, de dimensão  $(N_1 \times 1)$  e  $(N_2 \times N)$ , em que  $N_1$  e  $N_2$  é o número de antenas do primeiro subarranjo e do segundo subarranjo, respectivamente. Neste caso, se  $\mathbf{v}$  é o vetor direção do arranjo,  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  são expressos como

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{J}_{s_1} \mathbf{v} \quad (2.39)$$

e

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{J}_{s_2} \mathbf{v}. \quad (2.40)$$

Então, escolhemos  $\mathbf{J}_{\mathbf{s}_1}$  e  $\mathbf{J}_{\mathbf{s}_2}$  de tal forma que

$$\mathbf{v}_2 = e^{j\psi_x} \mathbf{v}_1. \quad (2.41)$$

Vamos definir então a matriz de seleção para o caso de um arranjo retangular uniforme  $4 \times 4$  que satisfaz a equação (2.41). Note que, se selecionarmos os primeiros 12 elementos do arranjo de antenas, o vetor direção deste subarranjo fica

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\psi_y} \\ e^{2j\psi_y} \\ e^{3j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} \\ e^{j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{3j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} \\ e^{2j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{3j\psi_y} \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

Se então, selecionarmos os 12 últimos elementos do arranjo, o vetor

direção deste subarranjo fica

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} e^{j\psi_x} \\ e^{j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{j\psi_x} e^{3j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} \\ e^{2j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{2j\psi_x} e^{3j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} \\ e^{3j\psi_x} e^{j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} e^{2j\psi_y} \\ e^{3j\psi_x} e^{3j\psi_y} \end{bmatrix}, \quad (2.43)$$

Portanto, com esta escolha de subarranjo, temos que

$$\mathbf{v}_2 = e^{j\psi_x} \mathbf{v}_1. \quad (2.44)$$

O subarranjo  $S_1$  correspondente ao vetor direção  $\mathbf{v}_1$  é mostrado na Figura 2.4. Já o subarranjo  $S_2$  é mostrado na Figura 2.5 e corresponde aos 12 últimos elementos do arranjo de antenas. Note que existem elementos comuns entre os dois subarranjos.

Agora podemos definir as matrizes de seleção  $\mathbf{J}_{S_1}$  e  $\mathbf{J}_{S_2}$ . Como  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  tem dimensões  $(12 \times 1)$  e  $\mathbf{v}$   $(16 \times 1)$  então as matrizes de seleção devem ter dimensão  $(12 \times 16)$  e satisfazer as equações (2.39) e (2.40). Então,  $\mathbf{J}_{S_1}$  é definida como

$$\mathbf{J}_{S_1} = [\mathbf{I} \mid \mathbf{0}] \quad (2.45)$$

e  $\mathbf{J}_{S_2}$  como

$$\mathbf{J}_{S_2} = [\mathbf{0} \mid \mathbf{I}] \quad (2.46)$$

em que  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade com dimensão  $(12 \times 12)$  e  $\mathbf{0}$  uma matriz nula com dimensão  $(12 \times 4)$ .

Para determinar  $e^{j\psi_y}$  o mesmo procedimento é aplicado, mas a es-



Figura 2.4: Sub-arranjo  $S_1$  para determinar  $\psi_x$

colha do subarranjo deve ser tal que as matrizes de seleção satisfaçam a equação

$$\mathbf{v}_2 = e^{j\psi_y} \mathbf{v}_1 \quad (2.47)$$

Para isto, basta escolher o subarranjo mostrado na Figura 2.6.

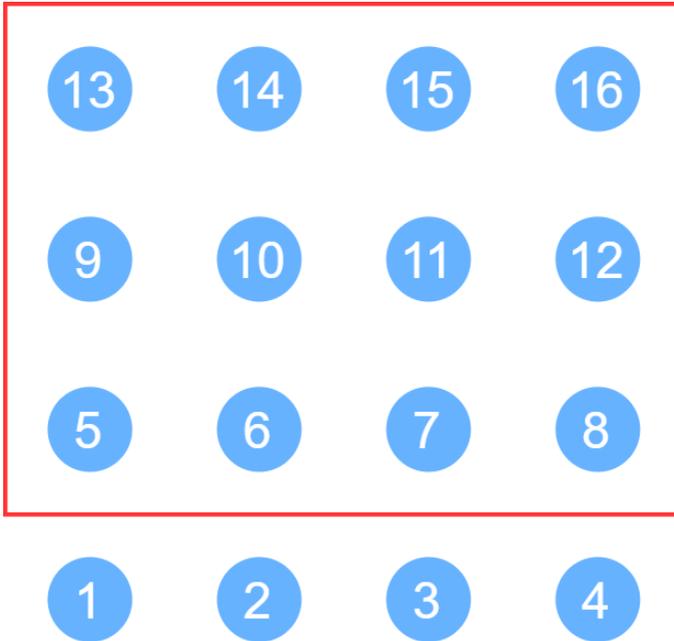


Figura 2.5: Sub-arranjo  $S_2$  para determinar  $\psi_y$

Por fim, tendo determinado  $\mathbf{J}_{s_1}$  e  $\mathbf{J}_{s_2}$  para os dois casos ( $\psi_x$  e  $\psi_y$ ), basta encontrar os autovetores da matriz  $\mathbf{R}_x$ , escolher o autovetor  $\mathbf{e}_s$  correspondente ao sinal  $r[n]$ , usar as equações (2.35) e (2.36) para determinar  $\mathbf{e}_{s1}$  e  $\mathbf{e}_{s2}$  e aplicá-los em (2.37) para determinar  $\psi_x$ . Repetese o procedimento para  $\mathbf{J}_{s_1}$  e  $\mathbf{J}_{s_2}$  correspondentes a  $\psi_y$  e determina-se a direção de chegada.

## 2.4 Materiais

Nesta seção, descrevemos os materiais utilizados com detalhes. Mais especificamente, são apresentadas as características principais do transmissor e receptor utilizados no enlace de comunicação.

### 2.4.1 Receptor

As medidas de potência foram coletadas com o kit de desenvolvimento de aplicações *wireless* do fabricante **Silicon Labs** (WSTK) [15],

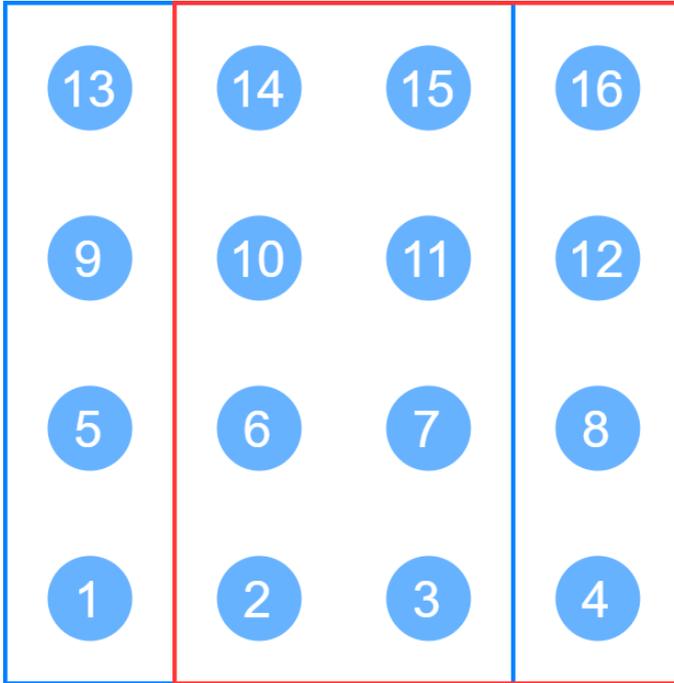


Figura 2.6: Sub-arranjos  $S_1$  e  $S_2$  para determinar  $\psi_x$  e  $\psi_y$

com uma placa de rádio contendo um *System on a Chip* (SoC) *Bluetooth* ligado a um arranjo retangular uniforme de antenas [16]. Cada elemento do arranjo de antenas é construído de forma a ter polarização circular, o que elimina o problema de termos polarizações ortogonais entre o sinal recebido e a antena receptora. A placa contendo o rádio e o arranjo de antenas é mostrada na Figura 2.7.

As características principais da placa são:

- **SoC *Bluetooth*:** EFR32BG13P
- **Microcontrolador integrado:** ARM Cortex-M4
- **Faixa de frequências:** 2,4 - 2,5 GHz
- **Tipo do arranjo:** Retangular uniforme  $4 \times 4$
- **Número de antenas:** 16



Figura 2.7: Rádio e arranjo de antenas [17]

- **Distância entre elementos:** 40 mm
- **Polarização dos elementos:** Circular
- **Encapsulamento do *chip*:** QFN48 7x7 mm
- **Sensibilidade de recepção do rádio:** -94,8 dBm
- **Memória RAM:** 64 kB
- **Memória *flash* de programa:** 512 kB

Este kit de desenvolvimento foi projetado para acelerar o desenvolvimento de aplicações de DoA que utilizam a tecnologia *Bluetooth*. Neste trabalho, a aplicação deste *chip* é voltada para sistemas de estimação de DoA. No entanto, este SoC (EFR32BG13P) pode ser usado em diversas aplicações, entre elas [18]:

- **Redes de Sensores IoT:** Nos modos de baixa energia o SoC drena correntes menores que  $10 \mu\text{A}$ , sendo ideal para aplicações em redes de sensores sem fio alimentados a bateria.

- **Saúde e bem estar:** Dispositivos vestíveis, mais conhecidos como *wearables*, voltados para bem estar, também podem se beneficiar deste SoC. Como exemplo, alguns relógios inteligentes monitoram batimentos cardíacos, qualidade do sono, distância percorrida e estimativas de posicionamento global. Em uma aplicação *wearable*, o EFR32BG13P pode atuar como *chip* principal, interagindo com os sensores, controlando módulos de GNSS e proporcionando acesso *Bluetooth* ao dispositivo.

Além dessas aplicações, por possuir um microcontrolador integrado (ARM Cortex-M4) com diversos periféricos, o SoC pode ser útil mesmo em aplicações embarcadas que não necessitem conectividade sem fio. Entre os periféricos acessíveis ao microcontrolador, integrados no mesmo *chip*, estão [18]:

- 31 pinos configuráveis como entrada/saída
- Interface para sensores capacitivos
- 3 periféricos de USART, suportando comunicação UART, SPI e I2S
- 2 periféricos de I2C
- Conversor analógico-digital com frequência de amostragem de 1MHz e 12 bits de quantização
- 3 Amplificadores operacionais com configurações variáveis

### 2.4.2 Transmissor

Como transmissor foi utilizado o kit **SLWRB4100A** [19] do mesmo fabricante Silicon Labs. O kit contém o mesmo rádio utilizado no receptor (EFR32BG13P) mas possui apenas uma antena e tem capacidade para transmitir com uma potência de até 10.5dBm. Uma representação gráfica do transmissor é mostrada na Figura 2.8



Figura 2.8: Transmissor [20]



# CAPÍTULO 3

---

## Implementação

---

Neste capítulo apresentamos detalhes da implementação dos métodos em tempo real e também os aspectos práticos na implementação de sistemas de localização baseados em DoA. O sistema completo desde a transmissão até o resultado da estimativa de DoA está representado na Figura 3.1.

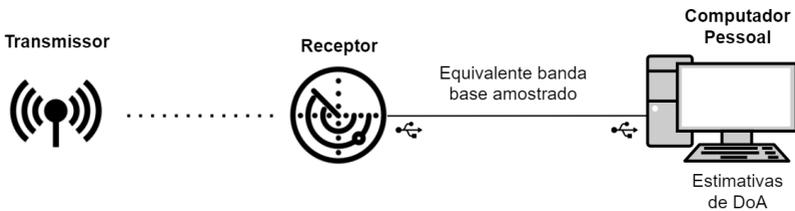


Figura 3.1: Comunicação entre receptor e computador pessoal

Cada componente na Figura 3.1 representa um bloco do sistema de detecção de DoA. A seguir, vamos descrever os detalhes de implementação de cada bloco. Entre os tópicos abordados estão: ambientes de desenvolvimento, plataformas programadas e linguagens de programação utilizadas.

### 3.1 Transmissor e Receptor

Como o *chip* transmissor e receptor são iguais, a plataforma de programação é a mesma. O SoC *Bluetooth* utilizado (descrito no Capítulo 2) possui um microcontrolador ARM Cortex-M4 e é programado em linguagem C.

O transmissor foi programado para enviar pacotes de DoA periodicamente, em um intervalo de **50 ms** entre cada pacote, e, para entrar em modo de baixo consumo de energia no intervalo entre a transmissão de um pacote e outro. Além disso, o transmissor foi programado para transmitir em toda a faixa de frequências do padrão *Bluetooth*, mas os pacotes transmitidos poderiam ter sido limitados a apenas uma porção da faixa de frequências disponível.

O receptor foi programado para tratar apenas os sinais recebidos de transmissores enviando pacotes *Bluetooth* para estimativa de DoA. Assim como o transmissor, o receptor foi programado para receber pacotes em toda a faixa de frequências disponível para o padrão *Bluetooth*.

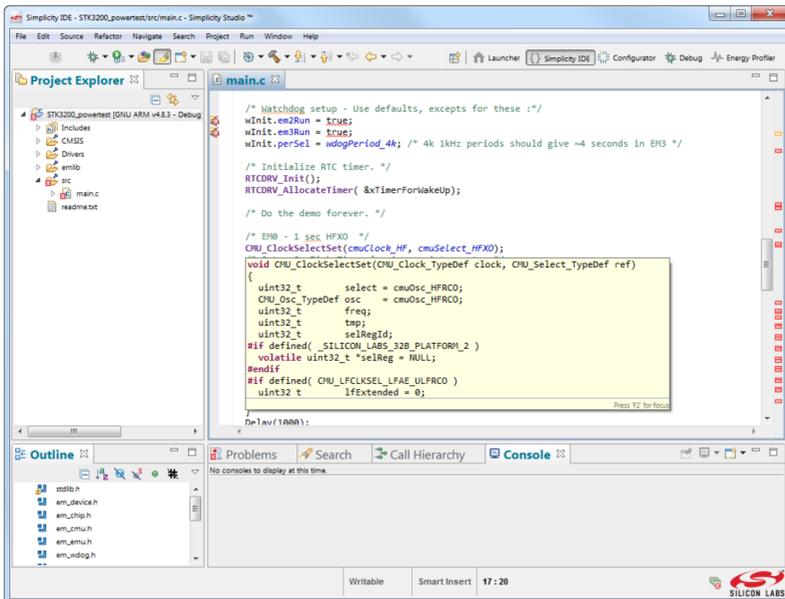


Figura 3.2: Ambiente de desenvolvimento do SoC *Bluetooth* [21]

Transmissor e receptor foram programados utilizando o ambiente de desenvolvimento *Simplicity Studio* [22], desenvolvido pelo mesmo fabricante do SoC. O ambiente conta com diversos recursos que auxiliam e aceleram consideravelmente o desenvolvimento de aplicações *Bluetooth*. Entre estes recursos estão:

- **Modo *Debug***: Permite depurar o código, definir pontos de parada, examinar memória, variáveis e registradores.
- ***Energy Profiler***: Interface gráfica que permite visualizar o consumo de energia do *chip* em tempo real. É ideal para otimização de aplicações alimentadas por bateria.

Uma imagem do ambiente de desenvolvimento do SoC é mostrada na Figura 3.2.

## 3.2 Comunicação entre receptor e plataforma de processamento

Conforme descrito no Capítulo 2, o receptor é responsável pela aquisição e amostragem dos sinais recebidos em cada antena, a partir dos quais é feita a estimativa de DoA. Como o receptor possui um microcontrolador, ele pode ser programado para fazer as estimativas de DoA [16]. No entanto, existem duas desvantagens em realizar as estimativas de DoA no próprio *chip* receptor. A primeira delas diz respeito ao **tempo de processamento**. Se desejamos estimar, em tempo real, a direção de um transmissor que envia um pacote para estimativa de DoA a cada  $T$  segundos, o tempo de processamento de um pacote deve ser de no máximo  $T$  segundos. Além disso, se o tempo de processamento de uma estimativa é muito próximo de  $T$  segundos, não é possível estimar o DoA de mais de um transmissor ao mesmo tempo.

A segunda desvantagem diz respeito à **linguagem de programação**. Quando trabalhamos com microcontroladores é muito mais fácil desenvolver nossa aplicação a partir de uma aplicação (*software*) de exemplo, ao invés de começar do zero. Em geral, as aplicações (*softwares*) de exemplo para o *chip* receptor, fornecidas pelo fabricante, são escritas em linguagem C. No entanto, os métodos de estimativa de DoA utilizados neste trabalho exigem operações e decomposições de matrizes

complexas, entre elas: multiplicação, divisão, transposição e decomposição em autovalores. Embora existam, as bibliotecas de álgebra linear em C geralmente tem recursos limitados. Por esses motivos, foi decidido implementar os métodos em um computador pessoal com sistema operacional *Windows*.

Sendo assim, foi necessário desenvolver uma aplicação comunicando o *chip* receptor com o computador pessoal. A partir de uma aplicação de exemplo fornecida pelo fabricante foi uma desenvolvida aplicação que realiza a comunicação entre receptor e computador pessoal. Trata-se de comunicação serial a uma taxa de bits de 115 kbps.

### 3.3 Implementação dos métodos em tempo real

Para implementação dos métodos em tempo real, foi escolhida a linguagem C++. Conforme citado na seção anterior, a implementação dos métodos exige um trabalho intensivo com matrizes. Esta linguagem é adequada para trabalhar com matrizes e possui diversas bibliotecas de álgebra linear, entre elas a biblioteca *Eigen* [23], utilizada neste trabalho. Como ambiente de desenvolvimento foi utilizado o Visual Studio Code [24]. A vantagem de utilizar este editor de texto é que ele possui diversas extensões que auxiliam no desenvolvimento de *software*. Para o desenvolvimento de aplicações em C/C++, por exemplo, o Visual Studio Code possui um conjunto de recursos que corrigem erros de sintaxe e fornece avisos antes mesmo da compilação da aplicação. Além disso, possui recursos para depuração avançada do código e acesso a um terminal de linha de comando. Isto permite que a aplicação seja escrita, depurada, compilada e testada no mesmo ambiente. Uma imagem do ambiente de desenvolvimento é mostrada na Figura 3.3.

### 3.4 Implementação da interface gráfica

Tendo implementado os métodos, o resultado pôde ser validado executando a aplicação e visualizando o resultado em uma interface de linha de comando. No entanto, para visualizar a direção de chegada, foi desenvolvida uma aplicação em linguagem *Python* que executa a aplicação de estimativa de DoA e usa sua saída para animar uma interface gráfica. Esta janela se trata de uma bússola com uma agulha

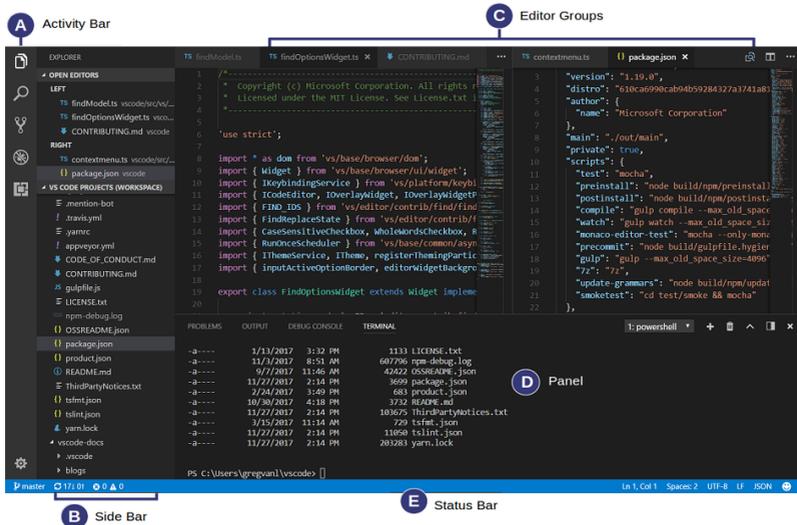


Figura 3.3: *Visual Studio Code*. Ambiente de desenvolvimento de aplicações C/C++ [25]

que aponta para a direção de chegada e pode ser visualizada na Figura 3.4.

### 3.4.1 Demonstração

Uma demonstração do sistema operando em tempo real pode ser vista pesquisando por "**Demonstração DoA URA-16 - UFSC - Pedro Lemos**" em <https://www.youtube.com/> ou no endereço: <https://www.youtube.com/watch?v=UVsRHF6p69I>

## 3.5 Aspectos práticos

A motivação principal deste trabalho é realizar a estimação de DoA para localização em ambientes *indoor*. Uma aplicação comercialmente viável de localização *indoor* deve levar em conta os seguintes aspectos.

- **Tempo de duração da bateria do transmissor.** Em geral, em uma aplicação de localização baseada em DoA, o transmissor é alimentado por uma bateria. É desejável que a bateria do



UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE SANTA CATARINA

Demonstração  
DoA

Arranjo URA-16

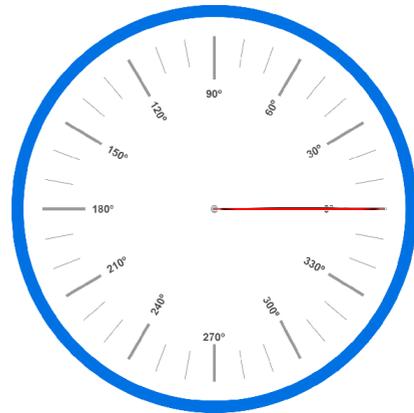


Figura 3.4: Interface gráfica para visualização do ângulo de chegada

transmissor dure um determinado tempo (que depende do tipo de aplicação) antes de precisar ser trocada ou recarregada. Por isso, é importante que o rádio transmissor tenha adequado rendimento e a potência do sinal transmitido seja a menor possível. Além disso, o *software* do transmissor deve ser feito de forma a otimizar o uso de energia.

- **Número de transmissores simultâneos.** Seria interessante conseguir rastrear diversos transmissores simultaneamente. Contudo, isso não é possível porquê o rádio só consegue escutar um número máximo de transmissores dentro de uma janela de tempo e também porque a presença de muitos transmissores em um certo ambiente aumenta a probabilidade de colisão entre os pacotes. Por conta disso, os *softwares* do transmissor e receptor devem ser feitos de forma a otimizar os recursos do canal. Em geral, isso exige um conhecimento profundo dos recursos do rádio e do protocolo de comunicação utilizado.

# CAPÍTULO 4

---

## Identificação do *Fading*

---

Com o modelo matemático do canal, apresentado no Capítulo 2, foram realizados experimentos para determinar parâmetros representativos de situações reais. Como o cenário estudado neste trabalho é o ambiente *indoor*, um ambiente de escritório foi utilizado para coletar dados e extrair parâmetros de desvanecimento. A seguir, o experimento é descrito e, a partir dos dados coletados, é estimado o parâmetro  $K$  da distribuição de Rice utilizada no modelo do canal sem fio.

### 4.1 Fundamentação

No Capítulo 2 a variação instantânea da amplitude (*fading*) do sinal recebido, assumido senoidal, foi representada por  $|h|$ . Sendo assim,  $|h|^2$  representa a variação instantânea da potência média do sinal recebido [12]. Matematicamente

$$P_r = |h|^2 \overline{P_r}, \quad (4.1)$$

em que  $P_r$  é a potência instantânea recebida,  $\overline{P_r}$  é a potência média recebida. Então, para determinar um histograma de  $|h|$  coletam-se medidas de potência, estima-se a potência média com base nessas amostras

e utiliza-se a equação (4.2).

$$|h| = \sqrt{\frac{P_r}{P_t}} \quad (4.2)$$

Como já comentado, a distribuição escolhida para modelar o canal sem fio é a distribuição de Rice. Portanto, uma vez obtido o histograma de  $h$  basta achar o valor de  $K$  para a equação (2.11) que se encaixe melhor neste histograma.

## 4.2 Sistema de aquisição

Para caracterizar o *fading*, experimentalmente, posicionamos o transmissor a uma certa distância do receptor. Em seguida, coletamos as medidas de potência recebidas através de um *software* em um computador pessoal que se comunica com o receptor por meio de uma porta USB, e utilizamos estas medidas para estimar o *fading*. Todos os experimentos foram realizados em um ambiente fechado e a faixa de valores do parâmetro  $K$ , que caracteriza a distribuição de Rice, foi determinada coletando medidas em diferentes condições de enlace transmissor-receptor. Uma representação do sistema de aquisição é apresentada na Figura 4.1.

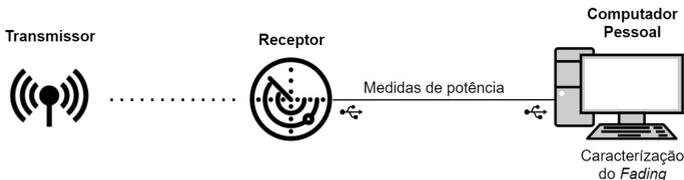


Figura 4.1: Sistema de aquisição de medidas

## 4.3 Resultados

Para coletar as amostras, usamos como medida de potência o *indicador de força de sinal recebido* (RSSI - *Received Signal Strength Indicator*). As medidas de RSSI foram realizadas com o receptor já descrito. O arranjo de antenas foi posicionado a **2,5 m de altura** e o transmissor a cerca de **1 m de altura** a uma **distância de 3 m** entre ambos,

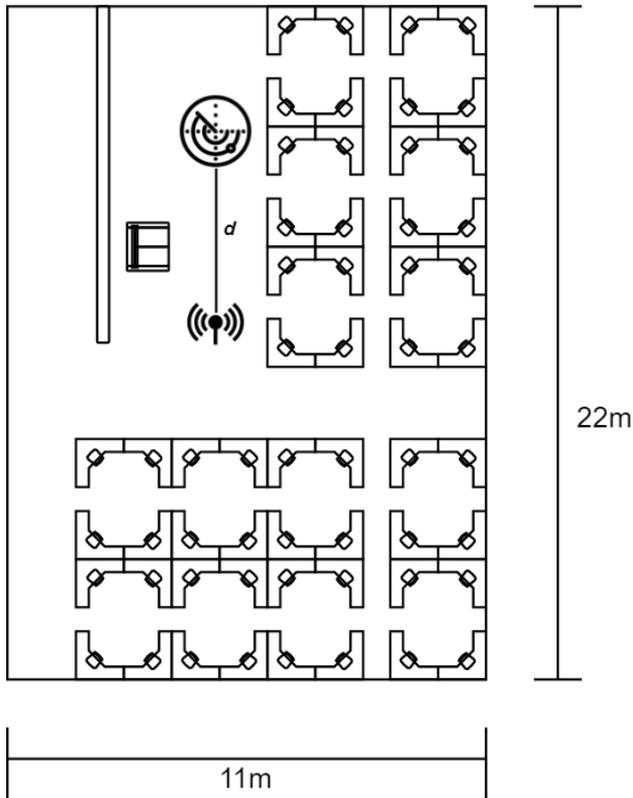


Figura 4.2: Vista superior do ambiente

em um ambiente *indoor* (escritório), com dimensões de **11 m**  $\times$  **22 m**, como o representado na Figura 4.2, com linha de visada direta entre transmissor e receptor. O ambiente em que o experimento foi conduzido trata-se de um escritório com mesas e computadores pessoais.

Os pacotes foram adquiridos a uma taxa de **10 Hz**, com duração de cerca de **1.5 ms por pacote**. Através da aquisição **1000** amostras de RSSI, determinou-se o *fading* através de um ajuste da distribuição de Rice sobre o histograma. A sequência das 1000 medidas de *RSSI*, em dBm, é mostrada na Figura 4.3.

Com auxílio da ferramenta de ajuste de distribuição do MATLAB, *dfittool*, usamos os valores das medidas de  $|h|$  para traçar o histograma e determinar o valor de  $K$ , na função de Rice, mais adequado ao his-

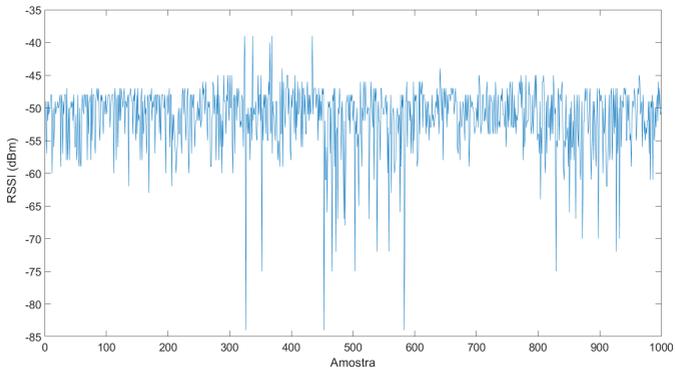


Figura 4.3: Medidas de RSSI, em dBm

tograma. O valor encontrado foi  $K = 1,479$ . O resultado é mostrado na Figura 4.4.

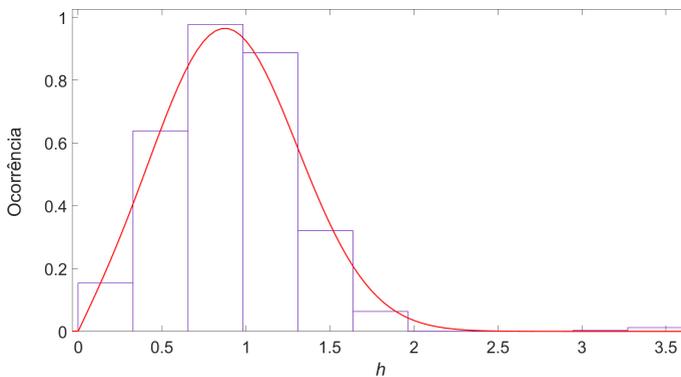


Figura 4.4: Histograma (preto) e função de Rice  $p(h)$  ajustada (vermelho)

#### 4.4 Faixa de valores do parâmetro $K$

Os valores de  $K$  variam em função das condições do enlace de comunicação. Em diferentes momentos e ambientes, temos valores diferentes para  $K$ . Para conhecermos a variação de  $K$  para diferentes condições

de canal, o experimento foi repetido em outras posições e assim conseguimos determinar um intervalo de valores para  $K$ . O tamanho dos enlaces (distância  $d$  entre transmissor e receptor, representado na Figura 4.2) variou entre **2 e 10 m** e foi realizado em diferentes momentos do dia, no mesmo ambiente de escritório. A faixa de valores estimada para  $K$  foi de **1,45 a 13,83**. A Tabela 4.1 apresenta as medidas de  $K$  para diferentes distâncias.

Tabela 4.1: Tabela de medidas de fading em diferentes distâncias

$d$ [m]	$K$
1,5	13,83
3	1,48
4,05	2,02
6,81	1,45



---

## Resultados e discussão

---

Além da implementação do sistema de estimação de DoA, foram realizadas simulações e experimentos com o objetivo de validar o modelo de canal apresentado no Capítulo 2 para o cenário *indoor*. Para isso, foram realizadas simulações comparando o desempenho dos dois métodos de estimativa de DoA. Adicionalmente, foram realizados experimentos reais estimando e comparando o desempenho dos dois métodos. Por fim, foi discutida a relação entre resultados simulados e reais.

### 5.1 Simulação

O objetivo da simulação é gerar um sinal recebido conforme o modelo apresentado no Capítulo 2 e comparar o desempenho dos dois métodos de estimativa de DoA para o mesmo sinal recebido. Embora tenha sido usado um arranjo URA-16, que permite estimar não apenas o azimute da direção de chegada mas também a sua elevação, foi escolhido utilizar apenas as medidas de azimute como medida de comparação. Mais especificamente, o objetivo é gerar realizações de *fading*, sintetizar o sinal recebido com o efeito do *fading*, estimar o DoA com os dois métodos para cada realização de *fading* e por fim estimar a raiz quadrada do erro

quadrático médio (RMSE - *Root Mean Square Error*) das estimativas de azimute, para cada método.

Seja  $\theta_i$  com  $i = 1, 2, \dots, L$ , uma sequência de estimativas de azimute, onde  $L$  é o número de estimativas realizadas, e  $\mu_\theta$  o azimute real. A RMSE pode ser estimada como

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\theta_i - \mu_\theta)^2}. \quad (5.1)$$

No caso de uma simulação, o azimute real  $\mu_\theta$  é conhecido. No caso dos experimentos, no entanto,  $\mu_\theta$  deve ser estimado. Neste caso,  $\mu_\theta$  pode ser estimado como

$$\hat{\mu}_\theta = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \theta_i \quad (5.2)$$

e a RMSE com as medidas experimentais pode ser estimada a partir da equação (5.1), utilizando  $\hat{\mu}_\theta$  como estimativa de  $\mu_\theta$ .

Na Figura 5.1 é apresentado um diagrama de blocos que mostra como o vetor de sinais recebidos (Eq. (2.29)) foi gerado na simulação.

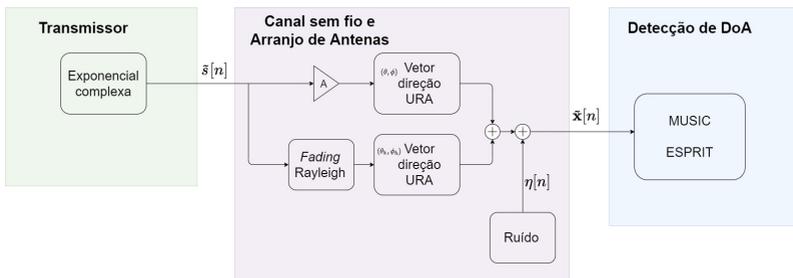


Figura 5.1: Diagrama de blocos da simulação

O resultado das simulações com o modelo definido é mostrado na Figura 5.2. Nesta simulação foram utilizadas 16000 estimativas de DoA e o intervalo para os valores de  $K$ ,  $[1, 10]$ , foi dividido em 30 partes iguais. O DoA foi fixado em  $30^\circ$  de azimute e  $30^\circ$  de elevação. Para condições de *fading* menos severo o MUSIC menor RMSE, mas com pouca diferença. Contudo, em condições de *fading* severo o ESPRIT apresenta um resultado consideravelmente superior (menor RMSE) ao MUSIC, chegando a mais de 10 graus de diferença.

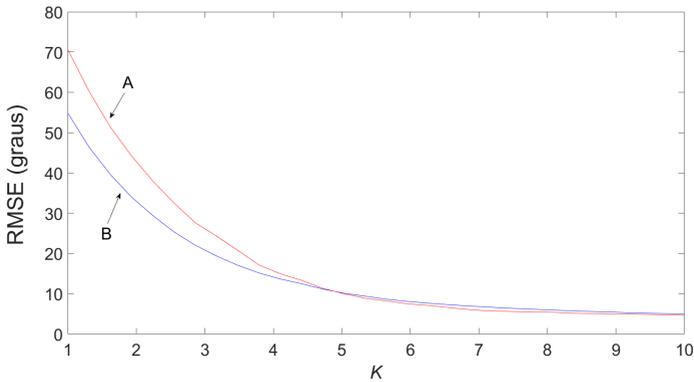


Figura 5.2: RMSE em função de  $K$ : (A) MUSIC; (B) ESPRIT

## 5.2 Experimentos

Para validar os resultados obtidos com a simulação numérica, foram conduzidos experimentos em ambientes *indoor*. Para a realização dos experimentos foi utilizado um transmissor alimentado a bateria, um receptor e um computador pessoal. O transmissor e receptor são os kits de desenvolvimento apresentados no Capítulo 2. Mais especificamente, o receptor consiste do SoC *Bluetooth* EFR32BG13P conectado a um arranjo URA-16 [17] e o transmissor consiste do mesmo *chip* EFR32BG13P em uma placa com uma única antena integrada [20].

### 5.2.1 Metodologia do experimento

Para cada experimento foram coletados 8000 pacotes de DoA e, a partir das medidas de *RSSI* destes pacotes, o parâmetro  $K$  foi estimado. Para cada experimento, estimamos o valor de  $K$  e o descartamos se a variância do erro de estimativa de  $K$  for maior que 1% em comparação com seu valor. As estimativas de DoA foram feitas em um computador pessoal, os sinais foram recebidos do rádio receptor e tratados na forma de sinal equivalente banda base amostrado. Junto com as amostras do sinal, as medidas de *RSSI* para cada estimativa de DoA também são armazenadas. O experimento é muito semelhante ao realizado na identificação do *fading* (Capítulo 4), com a diferença de que, neste caso, estamos interessados não apenas em estimar o parâmetro  $K$  para

o *fading* mas também em realizar estimativas de DoA. O diagrama de blocos do experimento é representado na Figura 5.3.

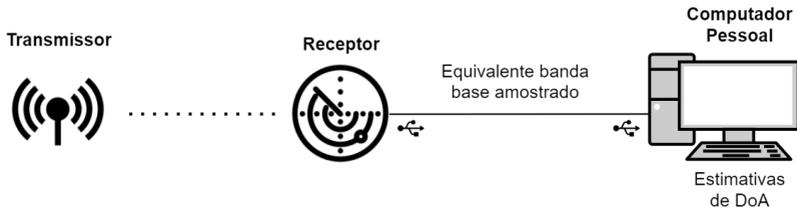


Figura 5.3: Experimento para estimativas de DoA

Devido à dificuldade de reproduzir valores de  $K$  específicos no experimento real, conseguimos apenas algumas estimativas de RMSE em condições de *fading* severo, moderado e baixo ( $K$  crescente). Além disso, devido à grande dificuldade de realizar dois experimentos que resultem em um mesmo  $K$ , reunimos valores de  $K$  próximos e os consideramos como uma medida equivalente. Neste trabalho, reunir, significa associar à conjuntos de valores de  $K$  um único valor. O valor associado ao conjunto é a sua média e os valores do conjunto distam de no máximo 10% do valor médio.

Os valores de  $K$  e RMSE estimados para cada experimento, sem reunir valores de  $K$  próximos, são mostrados na Tabela 5.1.

A Figura 5.4 mostrando o resultado dos experimentos, reunindo valores de  $K$  próximos em uma medida equivalente, em conjunto com os resultados simulados.

### 5.2.2 Intervalos de confiança

O resultado dos experimentos deu evidências de que o modelo utilizado pode ser adequado para a análise de sistemas de estimação de DoA na presença de *fading*. Contudo, para termos certeza de que os resultados apoiam as simulações, precisaríamos fornecer intervalos de confiança para as estimativas de RMSE. Por termos poucos experimentos não é possível determinar se os intervalos de confiança para as medidas de RMSE são disjuntos.

Tabela 5.1: Tabela de comparação MUSIC vs ESPRIT

$K$	RMSE	
	ESPRIT	MUSIC
0,95	30,90	43,11
1,01	29,56	45,06
1,12	29,36	35,99
1,31	28,71	38,82
1,34	32,65	45,79
1,35	23,41	32,17
2,56	25,67	34,16
2,88	29,24	40,49
4,05	8,76	6,44
4,17	9,55	5,51
5,17	6,89	5,17
5,75	9,78	6,54
6,33	7,45	4,91
6,96	6,70	8,01
10,81	9,18	8,98
11,34	9,33	8,18

### 5.3 Discussão

A comparação entre os resultados simulados e experimentais mostrados dá evidências de que o modelo de canal utilizado pode ser adequado para ambientes *indoor*. Na Figura 5.4 é possível notar uma correlação entre valores de  $K$  e o resultado da RMSE. Ainda que não tenhamos estimado os intervalos de confiança, observamos uma tendência de queda na RMSE com o aumento de  $K$ , o que fornece uma evidência experimental de que, em condições de *fading* severo, a estimativa de DoA é degradada, conforme previsto teoricamente. Além disso, os resultados dão evidências de que o método ESPRIT pode ter um desempenho melhor que o MUSIC em condições de *fading* severo.

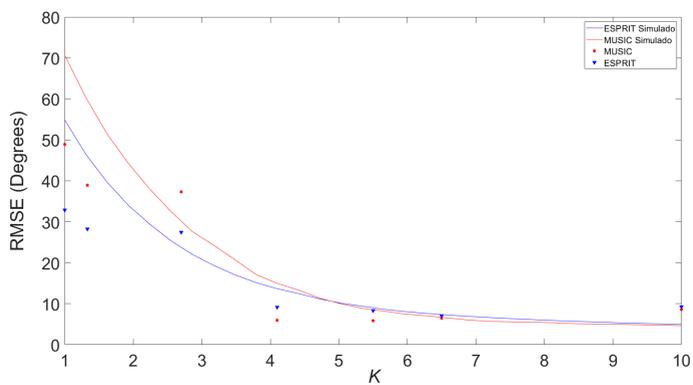


Figura 5.4: RMSE dos experimentos vs RMSE simulada

# CAPÍTULO 6

---

## Conclusão e trabalhos futuros

---

Nesta seção apresentamos as conclusões do trabalho e discutimos os resultados obtidos em ambiente de simulação numérica e com experimentos. Além disso, discutimos possíveis trabalhos futuros que complementam e aprofundam o trabalho realizado.

### 6.1 Conclusões

Neste trabalho apresentou-se uma implementação de um sistema para estimação de direção de chegada. Foi apresentado um modelo matemático para o problema, contendo expressões matemáticas para o sinal transmitido, recebido e para o canal sem fio, com a inclusão do efeito do *fading*, caracterizado em um ambiente real. Também foram apresentados e implementados dois métodos de estimação de direção de chegada, a saber, ESPRIT e MUSIC. Por fim, simulações e resultados experimentais reais foram obtidos, indicando que apesar de um desempenho aproximado o método ESPRIT possui um erro menor em condições de *fading* severo.

## 6.2 Trabalhos futuros

Sobre os trabalhos futuros, existem diversos aspectos neste trabalho que ainda podem ser investigados. Um possível trabalho seria o de ampliar os experimentos de forma a verificar se existe uma diferença estatisticamente significativa de desempenho entre os dois métodos em condições de alto *fading* e se o modelo de canal proposto é uma aproximação adequada da realidade. Além disso, o modelo de canal proposto faz hipóteses sobre a covariância do *fading* entre o arranjo de antenas, algo que não pôde ser determinado pois o *fading* foi estimado a partir de medidas de *RSSI* de uma única antena. Esta hipótese poderia ser verificada estimando a matriz a covariância do *fading* entre as antenas, a partir de medidas de *RSSI* de todas as antenas, para cada pacote.

Outro aspecto que pode ser investigado é no que diz respeito a melhorar os métodos de estimação de ângulo para mitigar o efeito de multipercurso. Por exemplo, já existem soluções propostas com simulações promissoras [26], porém não implementadas em sistemas reais, e este pode ser um ponto de partida para o desenvolvimento de um sistema real de estimação de ângulo robusto ao efeito das reflexões do sinal transmitido.

---

## Bibliografia

---

- [1] Quupa Indoor Positioning. <https://quuppa.com/applications/use-cases/>.
- [2] Apple Indoor Positioning. <https://locatify.com/blog/what-is-the-new-apple-u1-chip-and-why-is-it-important/>.
- [3] GPS Applications. <https://www.gps.gov/applications/>.
- [4] GPS Accuracy. <https://www.gps.gov/systems/gps/performance/accuracy/>.
- [5] Ultra Wide Band Technology. <https://www.decawave.com/technology1/>.
- [6] Indoor positioning technologies. <https://quuppa.com/how-to-compare-different-rtls-technologies/>.
- [7] Harry L. Van Trees. *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. John Wiley Sons, Inc., 2002.
- [8] Texas Instruments BOOSTXL-AoA. [https://dev.ti.com/tirex/explore/node?node=AHYhhuDNTaRXzk0lah0lvA\\_pTTHBmu\\_\\_LATEST](https://dev.ti.com/tirex/explore/node?node=AHYhhuDNTaRXzk0lah0lvA_pTTHBmu__LATEST).

- [9] Constantine A. Balanis. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley Sons, Inc., 1997.
- [10] Bluetooth Direction Finding. [https://www.bluetooth.com/wp-content/uploads/Files/developer/1903\\_RDF\\_Technical\\_Overview\\_FINAL.pdf](https://www.bluetooth.com/wp-content/uploads/Files/developer/1903_RDF_Technical_Overview_FINAL.pdf).
- [11] Theodore S. Rappaport. *Wireless communications: principles and practice*. Prentice-Hall, Inc., 2002.
- [12] Andre Goldsmith. *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [13] A. M. Zoubir P. Heidenreich and M. Rubsamen. Joint 2-D DOA Estimation and Phase Calibration for Uniform Rectangular Arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing* vol. 60, no. 9, pp. 4683-4693, 2012.
- [14] Marco Cabral e Paulo Goldfeld. *Curso de Álgebra Linear*. 2012.
- [15] Silabs EFR32 Wireless Starter Kit. <https://www.silabs.com/products/development-tools/wireless/bluetooth/blue-gecko-bluetooth-low-energy-soc-starter-kit>.
- [16] Silabs EFR32BG13P SoC. <https://www.silabs.com/wireless/bluetooth/efr32bg13-series-1-socs/device/efr32bg13p733f512gm48>.
- [17] EFR32BG13P Direction Finding Array. <https://www.silabs.com/products/wireless/learning-center/bluetooth/bluetooth-direction-finding>.
- [18] EFR32BG13 datasheet. <https://www.silabs.com/documents/public/data-sheets/efr32bg13-datasheet.pdf>.
- [19] Silicon Labs SLWRB4100A. <https://www.silabs.com/development-tools/wireless/bluetooth/slwrb4100a-efr32bg1-bluetooth-radio-board>.
- [20] EFR32BG1 Kit. <https://www.silabs.com/development-tools/wireless/bluetooth/slwrb4100a-efr32bg1-bluetooth-radio-board>.

- 
- [21] Simplicity Studio IDE User's Guide. <https://www.silabs.com/documents/public/application-notes/AN0822-simplicity-studio-user-guide.pdf>.
- [22] Simplicity Studio IDE. <https://www.silabs.com/developers/simplicity-studio>.
- [23] Eigen Library. [http://eigen.tuxfamily.org/index.php?title=Main\\_Page](http://eigen.tuxfamily.org/index.php?title=Main_Page).
- [24] Visual Studio Code. <https://code.visualstudio.com/>.
- [25] Visual Studio Code User Interface. <https://code.visualstudio.com/docs/getstarted/userinterface>.
- [26] Ding J Liu A Li L Zhao L, Xu J. Direction-of-arrival estimation of multipath signals using independent component analysis and compressive sensing. *PLoS ONE* 12(7): e0181838. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0181838>, 2017.

