

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DO PARANÁ
COORDENAÇÃO PEDAGÓGICA GERAL

TRABALHO A SER APRESENTADO NO 2º SENPAR

II - SIMPÓSIO DE ENSINO DO PARANÁ
DE 16 A 22 DE DEZEMBRO DE 1973

**APRENDIZAGEM
DA MULTIPLICAÇÃO
ATRAVÉS
DO PRODUTO CARTESIANO**

ATIVIDADES DE 1ª A 4ª SÉRIE DO 1º GRAU

ELABORAÇÃO: PROFESSORA, HENRIETA DYMINSKI ARRUDA
COORDENADORA PEDAGÓGICA DE MATEMÁTICA DO I.E.P.

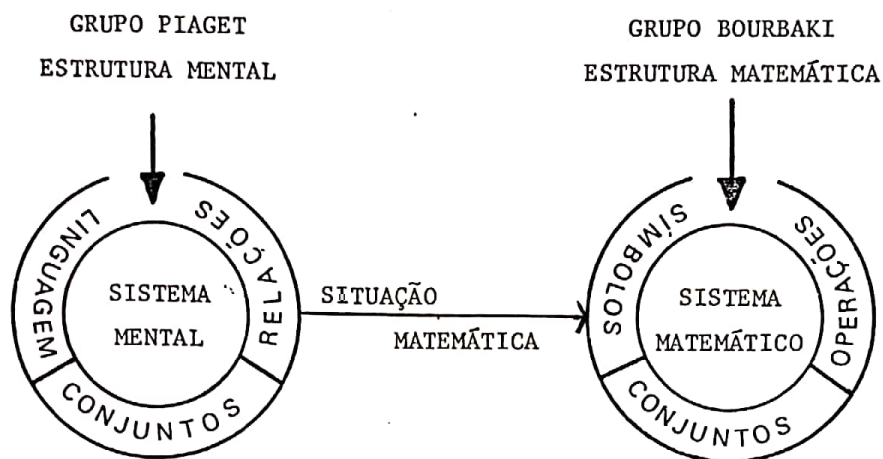
1973

S U M Á R I O

I	JUSTIFICATIVA	-----	1
II	INTRODUÇÃO	-----	3
III	DESENVOLVIMENTO	-----	7
	a) TRAJETÓRIA DE AÇÃO	-----	8
	b) ETAPAS DO TRABALHO	-----	9
	c) ATIVIDADES	-----	10
IV	CONCLUSÃO	-----	16
V	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	-----	19
VI	ANEXOS	-----	22

Trabalhos Elaborados por Alunos da 2ª. Série do 1º Grau

I JUSTIFICATIVA



A revelação do universo mente pelo Grupo Piaget pondo em evidência estruturas mentais que estão em correspondência com as estruturas matemáticas apresentadas pelo Grupo Bourbaki, exigiu dos pesquisadores educacionais, verdadeira reformulação do que de matemática se deveria ensinar às crianças.

Surgiram as preocupações do que as crianças têm condições de aprender, do que ensinar e de como ensinar.

II INTRODUÇÃO

Muitos professores preocupados com o "ensino" da tabuada nas séries iniciais do ensino de 1º grau, nos têm procurado perguntando:

- Como devo ensinar tabuada às crianças?
- No ensino moderno da matemática, é necessário que a criança memorize a tabuada?

Antes de responder a estas perguntas indagamos como tinham os professores trabalhado o conceito da multiplicação e em que situações de aprendizagem tinha sido ele empregado.

Com as respostas obtidas, pudemos constatar que esse conceito nunca era trabalhado e que na maioria das vezes a multiplicação era apresentada à criança, apenas como um de seus aspectos: a reunião de conjuntos equipotentes.

Em decorrência desse problema, resolvemos nos aprofundar no estudo da operação lógica, Produto Cartesiano, que fundamenta a operação aritmética, multiplicação, a fim de criar uma metodologia que atendesse às necessidades da fase operatória concreta em que se encontra a criança.

Experimentamos um método ativo de aprendizagem, usando as próprias crianças como um dos materiais concretos, passando depois para a utilização de material semi-concreto (figuras de flanelógrafo), de material semi-abstrato (desenhos) e, finalmente, de símbolos abstratos (numerais, letras, sinais, etc.).

Em todo o transcorrer de nosso trabalho, buscamos respostas a estas indagações:

- Como é possível iniciar a criança na aprendizagem do conceito da Multiplicação através do Produto Cartesiano?
- Quais as etapas pelas quais passa a aprendizagem desse conceito, desde a operação qualitativa (lógica), até a operação quantitativa (aritmética ou numérica)?

Partindo das afirmativas de Piaget de que:

a) "... a matemática é acima de tudo, ações exercidas sobre as coisas, e as próprias operações são também simples ações, mas bem coordenadas entre si e simplesmente imaginadas ao invés de serem executadas materialmente ..." (X, 67).

b) "... as operações lógicas só se constituem e adquirem suas estruturas de conjunto em função de um certo exercício, não somente verbal, mas sobretudo e essencialmente relacionado à ação sobre os objetos e à experimentação ..." (X, 67), procuramos nos apoiar nestas afirmativas durante o transcorrer de todo o nosso trabalho com as crianças.

Apoiamo-nos também em pesquisas psicológicas sobre o desenvolvimento das operações mentais e sobre a estruturação de noções matemáticas fundamentais e que nos forneceram dados que se revelaram decisivos em favor de métodos ativos de aprendizagem.

Como todas as noções matemáticas principiam de uma construção qualitativa (lógica) antes de adquirirem caráter quantitativo (numérico), muitas vezes a dificuldade de aprendizagem decorre da passagem demasiada rápida da estrutura qualitativa dos problemas, para a esquematização quantitativa ou numérica. E é justamente nesta passagem do qualitativo para o quantitativo que reside uma das dificuldades da matemática.

É necessário que todos os professores tomem conhecimento da formação psico-genética "natural" das operações lógico-matemáticas usadas espontaneamente pelas crianças, antes de avançarem num ensino que resulta em aprendizagem pouco ou quase nada satisfatória.

FAIXA ETÁRIA	Operações Lógico-Matemáticas Espontâneas
6 a 7 anos	- conservação de quantidades simples
7 a 8 anos	- conservação de comprimento, operações de reunião, intersecção e <u>produto cartesiano</u> .
9 a 10 anos	- conservação de peso
11 a 12 anos	- partição de conjuntos e conservação de volume físico.

- Se esta aprendizagem espontânea da criança for aproveitada pelo professor para introduzir noções matemáticas adequadas;

- Se a aprendizagem da matemática for adequada à faixa etária da criança;

- Se a matemática for retirada do quadro-negro e vivenciada pela criança;

- Se os conceitos matemáticos partirem sempre de situações concretas e familiares;

- Se as suas primeiras experiências matemáticas forem relacionadas com as que a criança já possui;

- Se os professores continuarem a relacionar a matemática com as experiências diárias, à medida que a criança progride na escola, então, o trabalho deverá ser planejado de forma que a criança tenha possibilidade de obter sucesso e a matemática tornar-se-á útil ao aluno e dele merecerá apreço, contribuindo para o desenvolvimento de seu raciocínio, muito superior ao desenvolvimento alcançado enquanto seu ensino permanecer verbal e gráfico.

III DESENVOLVIMENTO

Apresentamos a seguir, sugestões de atividades para a aprendizagem da multiplicação através do produto cartesiano, expressas numa trajetória de ação a ser trabalhada em turmas da 2a. série do 1º grau.

Em anexo, os trabalhos das crianças que viveram a experiência no Instituto de Educação do Paraná.

a) Trajetória de Ação - Matemática

"Aprendizagem da Multiplicação através do Produto Cartesiano

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDO	ESTRATÉGIAS	RECURSOS DIDÁTICOS	AVALIAÇÃO	PREVISÃO DE TEMPO
<p>Ao término do trabalho o aluno será capaz de reconhecer o Produto Cartesiano como a operação lógica que fundamenta a operação aritmética multiplicação, representando gráficos que comprovem esse reconhecimento e associando a operação multiplicação às situações sugeridas pelo Produto Cartesiano.</p>	<p>Produto Cartesiano - Operação Lógica. Representação Sagital e Cartesiana. Origem da operação aritmética - Multiplicação.</p>	<p>Participação ativa das crianças em todas as atividades. Dramatização das possibilidades de formarem pares ordenados. Trabalho em grupo. Trabalho individual em mini-quadro. Desenhos com os gráficos da representação sagital do Produto Cartesiano.</p>	<p>As próprias crianças. Fitas coloridas em 4 a 5 cores diferentes. Cordões p/enlaçar os conjuntos formados. Mini-quadro, giz, apagador. Figuras de flanelógrafo (saias e blusas, xícaras e pires, tipos de lanche, etc.).</p>	<p>Será feita através da observação do aluno e sua participação nas atividades da classe, interesses nos trabalhos de grupo e individuais, na criação de exemplos da operação em foco e na resolução de situações que se apresentarem em classe.</p>	<p>Aproximadamente 6 horas-aula.</p>

b) Etapas do Trabalho

- 1 - Identificação dos elementos dos conjuntos e número de elementos de cada um.
- 2 - Obtenção do Produto Cartesiano com material concreto e multiplicação correspondente.
- 3 - Variação das situações, trabalhando-se o conceito com outros tipos de materiais, usando-se por exemplo, vários tipos de lanches (bebidas e comestíveis) xícaras e pires de cores diferentes, figuras de flanelógrafo de saias e blusas coloridas, etc., a fim de que, ao trabalhar o conceito variando o material, a criança perceba que "algo está se repetindo" e este algo é justamente o conceito que está sendo integrado.

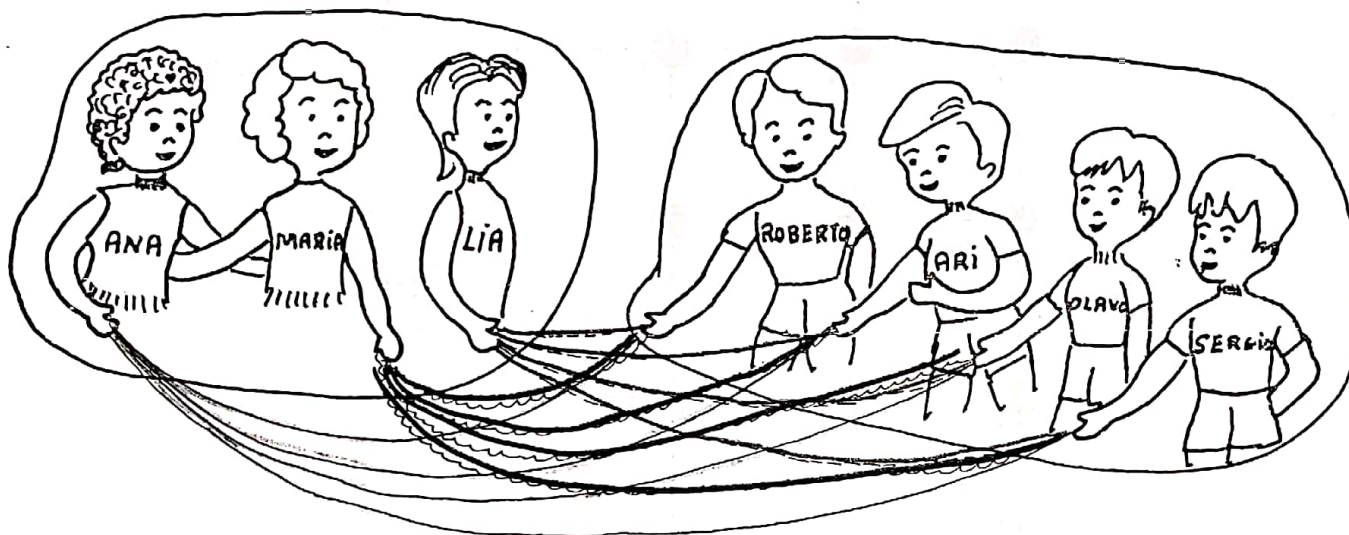
c) Atividades

Exemplo da Representação Sagital do Produto Cartesiano

1) Situação dramatizada em classe pelos alunos.

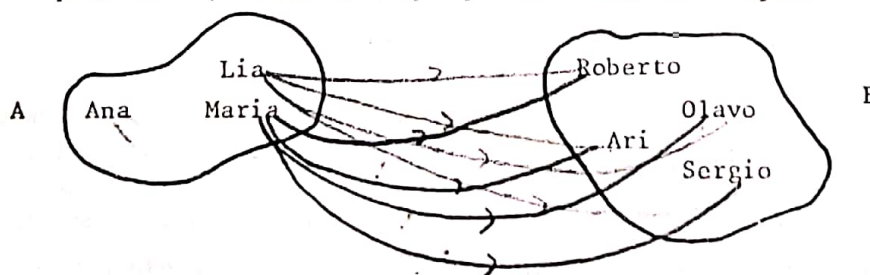
Formar o produto cartesiano dos conjuntos A e B, Criar na classe uma situação em que entre a necessidade de formar pares com meninas e meninos.

Poderá surgir a seguinte situação:



$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (Lia, Roberto); (Lia, Ari); (Lia, Olavo); (Lia, Sergio); \\ (Maria, Roberto); (Maria, Ari); (Maria, Olavo); \\ (Maria, S\acute{e}rgio); (Ana, Roberto); (Ana, Ari); (Ana, Olavo); \\ (Ana, S\acute{e}rgio) \end{array} \right\}.$$

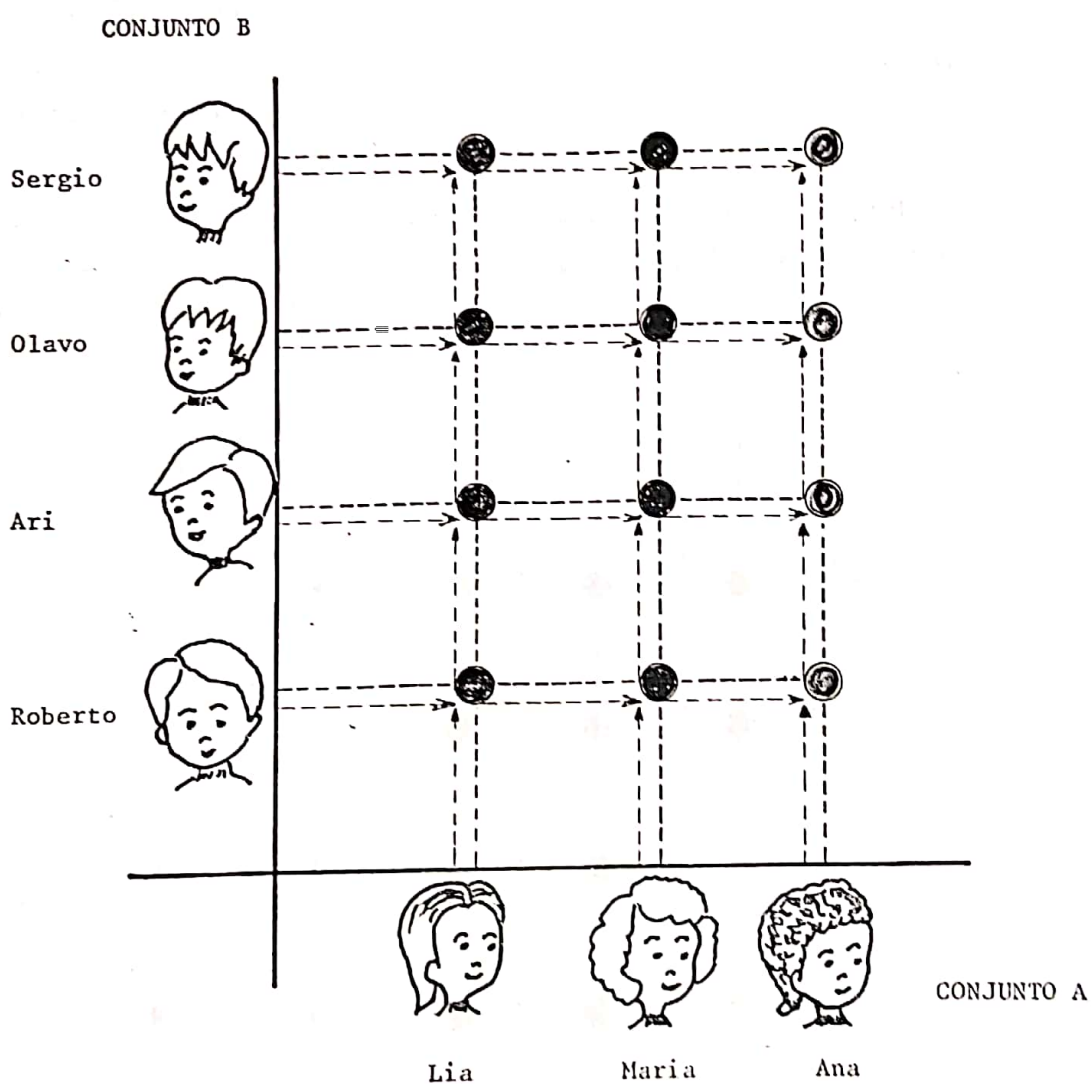
2) A situação dramatizada, será transcrita no quadro-negro, pela professora, ao mesmo tempo que se desenrola a ação.



Representação Cartesiana do Produto Cartesiano

$$A = \{Lia, Maria, Ana\}$$

$$B = \{Roberto, Ari, Olavo, Sergio\}$$



1). Dramatização com as crianças

$$A = \{Lia, Maria, Ana\}$$

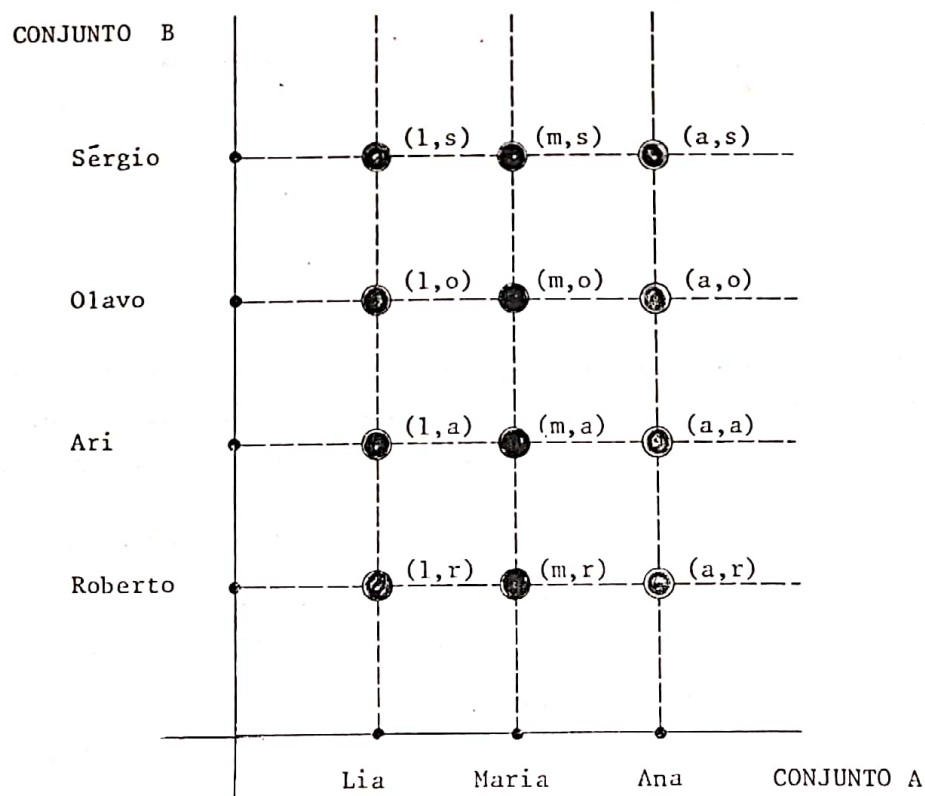
$$B = \{Roberto, Ari, Olavo, Sergio\}$$

Traçar com giz, no chão da sala, as coordenadas cartesianas. Os elementos do conjunto A colocam-se na linha horizontal e os elementos do conjunto B na linha vertical (ver desenho).

O primeiro elemento do conjunto A (Lia) desloca-se de sua posição no sentido vertical até encontrar-se com o primeiro elemento do conjunto B, formando o par (l, r). No ponto de encontro, intersecção das linhas horizontal e vertical, coloca-se um círculo de cartolina e os elementos voltam à sua posição inicial. Proceder da mesma forma com os outros elementos do conjunto B, formando os pares: (l, a); (l, o); (l, s).

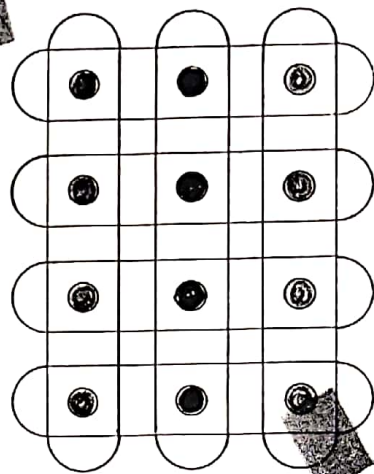
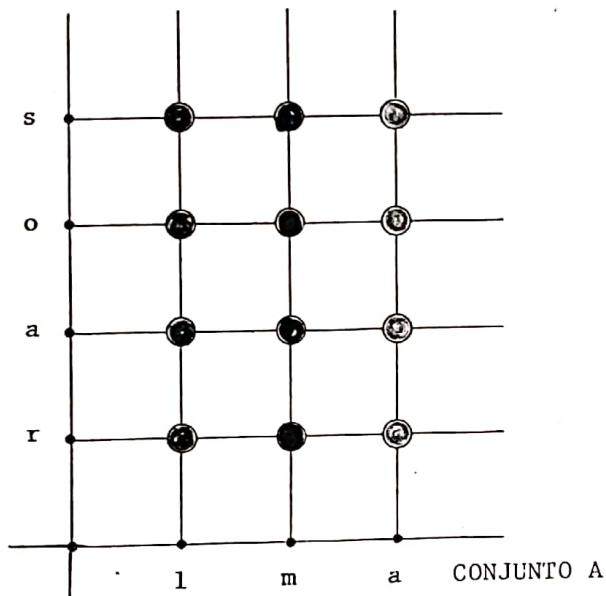
Depois, o segundo elemento de A, (Maria), procede da mesma forma, e o terceiro elemento idem.

Quando todas as possibilidades de formar par tiverem sido combinadas, repetir novamente essa atividade, só que agora, o professor irá traçar no quadro-negro a situação surgida, paralelamente à ação desenvolvida. Exemplo:



$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (1,r); (1,a); (1,o); (1,s); (m,r); (m,a); (m,o); (m,s); (a,r); \\ (a,a); (a,o); (a,s) \end{array} \right\}$$

CONJUNTO B



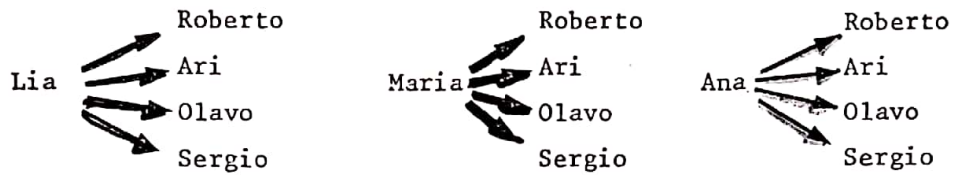
$$3 \times 4 = 12$$

Essas mesmas atividades podem ser dadas, mudando-se apenas o material concreto com que se vai trabalhar, e as situações. Surgirão então, os mais diferentes fatos da multiplicação.

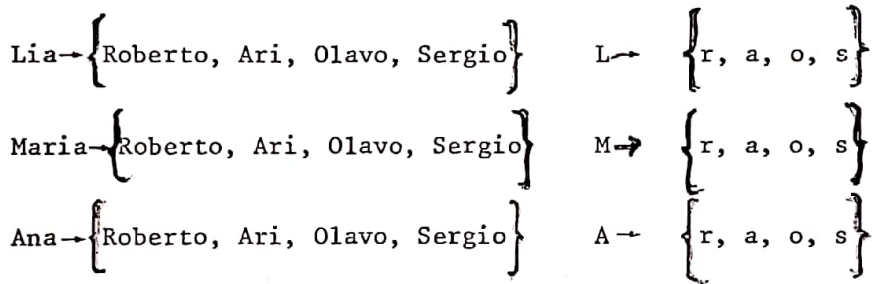
Nunca é demais lembrar que:

- para o Produto Cartesiano, operação lógica importa saber quais os pares ordenados que foram formados;
- para a Multiplicação, operação aritmética, importa saber quantos pares foram formados.

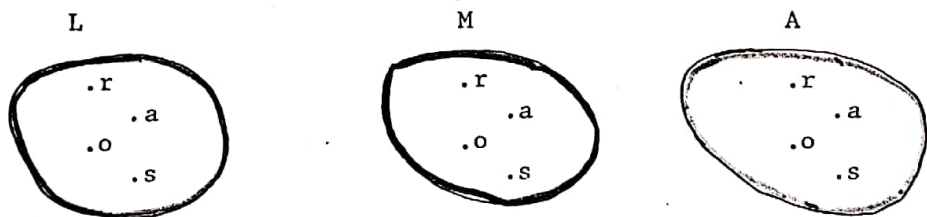
3) Observação dos pares formados por cada um dos elementos do conjunto A com transcrição no quadro-negro, utilizando-se giz de cor.



4)



5)



3 x 4

O primeiro fator da multiplicação é o "contador de conjuntos".

O segundo fator da multiplicação é o "contador de elementos de cada conjunto".

IV

CONCLUSÃO

IV CONCLUSÃO

Após o estudo efetuado sobre o Produto Cartesiano e das experiências realizadas com as crianças do 2º ano do 1º grau, com pleno sucesso, só temos a recomendar aos professores, que utilizem métodos ativos de aprendizagem durante o transcorrer do ensino de 1º grau.

O desenvolvimento do pensamento lógico e a vivência do método científico (Lei 5692/71 - Objetivos da Área de Ciências), devem fundamentar todas as etapas do processo ensino/aprendizagem.

Através da investigação, experimentação e descoberta, os conceitos devem ser trabalhados, utilizando-se material concreto, desenvolvendo e enriquecendo esses mesmos conceitos, ininterruptamente, no decorrer de todo o ensino de 1º grau.

O objetivo do professor deve ser o de tornar a matemática intelectualmente eficiente, desenvolvendo cada vez mais as capacidades dedutivas das crianças, que não devem "receber um ensino" mas, "aprender adquirindo o resultado de conhecimento" por seu próprio esforço por tentativas e erros, como faz o aprendiz em relação a seu futuro ofício.

Para ensinar matemática, não basta apenas o conhecimento da mesma. A preocupação do professor deve ser a de saber como se processam e como se constroem efetivamente no pensamento da criança, as noções matemáticas e como se desenvolve a inteligência matemática espontânea.

Todo aluno normal é capaz de um bom raciocínio matemático, desde que se apele para sua atividade e se consiga assim, remover as inibições afetivas que lhe conferem com bastante frequência um sentimento de inferioridade em relação a essa matéria.

O professor deve abandonar o ensino verbal, dirigido frontalmente à classe toda. Uma boa parte dos trabalhos deverá ser executada pelas próprias crianças, trabalhando em grupos e mesmo individualmente, apoiado sempre em material concreto adequado às noções que se queira integrar sob a orientação atenta do professor.

Não é possível a um professor de formação tradicional, passar a esse enfoque de matemática sem um reexame de si mesmo, donde resulte mudança de atitude e de mentalidade.

A melhoria do processo ensino / aprendizagem começa no pensamento do professor.

A "prontidão" do professor para aprender e para mudar é tão importante como a "prontidão" da criança para aprender.

Quanto às crianças, estas, apresentam fundamental interesse na descoberta das novidades do mundo que as rodeia e se a matemática for apresentada de maneira adequada, os resultados serão muito melhores do que se ensinada pela forma segundo a qual a maioria de nós aprendeu.

Curitiba, 14.11.73

HENRIETA D. ARRUDA

Henrieta D. Arruda

Reprodução total ou parcial deste trabalho mediante expressa autorização da autora.

7.º TRIMESTRE	Reconhecimento a <u>JURADA</u>
COLEÇÃO DE EXERCÍCIOS	<u>HENRIETA D. ARRUDA</u>
Oficial Maior	
1954 BONFICO	<u>18 DEZ de 1975</u>
ALBERTO CHERPINSKI	
Esc.	

v

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- V REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
- I CASTRUCCI, Benedito
Elementos da Teoria de Conjuntos
G.E.E.M. - Série Professor nº
Editora L.P.M. - 1965
- II CUNHA, Versiani, M.A.
Didática Fundamentada na Teoria de Piaget
Edit. Forense - Rio de Janeiro - 1973
- III DIENES, Z.P.
Aprendizagem Moderna da Matemática
Edit. Zahar - Rio de Janeiro - 1970
- IV DIENES, Z. P. & Goldnig
Conjuntos, Número e Potência
Edit. Herder - São Paulo - 1969
- V DIENES, Z. P.
Comprendre la Mathématique
O.C.D.L. Paris - 1965
- VI DIENES, Z. P.
A Matemática Moderna no Ensino Primário
Edit. Fundo de Cultura - Brasil - Portugal - 1965
- VII MORSE, William C. & Wingo, Max G.
Leituras de Psicologia Educacional
Cia. Edit. Nacional - S. Paulo - 1968

- VIII MONTEIRO, L. H. Jaci e Outros
Matemática - Curso Moderno I - 2º ciclo
Cia. Editora Nacional - Brasil - 1970
- IX N.E.D.E.M. - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática
Ensino Moderno da Matemática
Edit. do Brasil - S. Paulo - Volumes I e II - Ensino de 1º Grau
- X PETRONIA, Mary
Que é Matemática Moderna?
Edit. ao Livro Técnico S.A. - Rio de Janeiro - 1971
- XI PIAGET, Jean
Para onde vai a Educação?
Edit. Livraria José Olímpio - Unesco
Rio de Janeiro, 1973
- XII PIAGET, Jean
Aos Estudos de Psicologia
Edit. Forense - Rio de Janeiro - 1969
- XII RAGAM, William R.
Currículo Primário Moderno
Edit. Globo - Porto Alegre - 1970
- XIV RÉVUS, André
Matemática Moderna, Matemática Viva
Cap. II - O futuro - Pag. 57 a 70
Edit. Fundo de Cultura - Rio de Janeiro - 1969

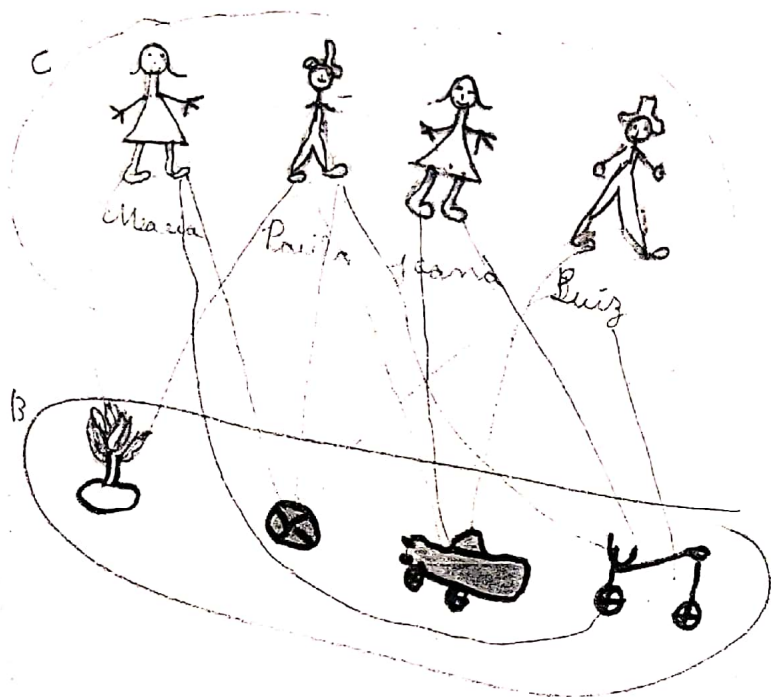
VI

ANEXOS

VI ANEXOS

Trabalhos efetuados por crianças da 2a. série do 1º grau do Instituto de Educação do Paraná.

Instituto de Educação Superior 2º ano
 Pluma Ima Regina Amello Lima 9
 matemática Discurso cartesiano -
 escrita 10 de novembro de 1973.



Maria → peteca
 → bola
 → carro
 → bicicleta

Paula → peteca
 → bola
 → carro
 → bicicleta

Luiz → peteca
 → bola
 → carro
 → bicicleta

Joana → peteca
 → bola
 → carro
 → bicicleta

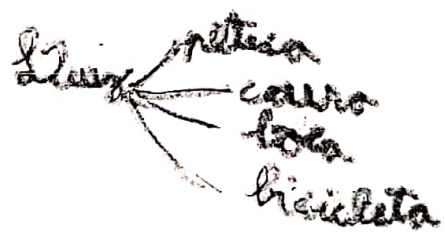
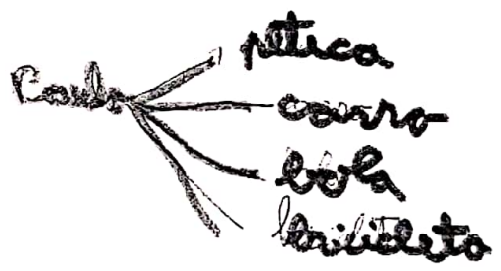
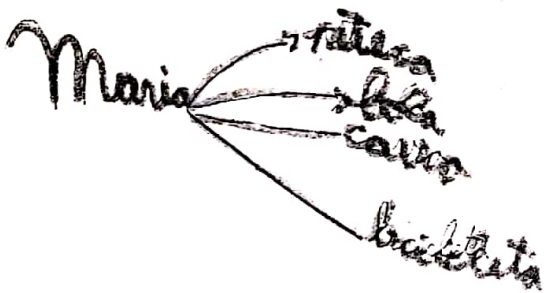


exercício 1.5

B



C



m



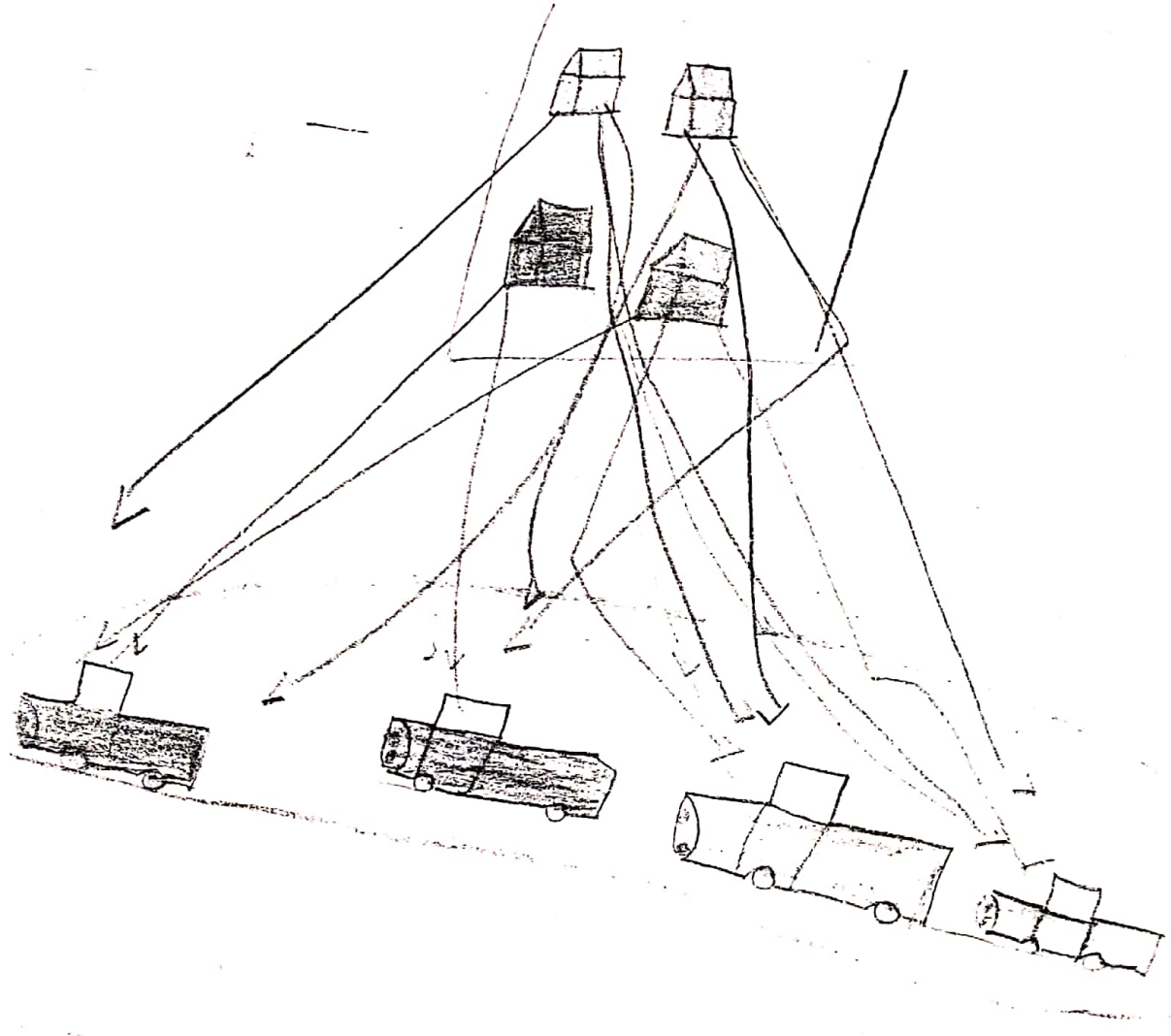
γ



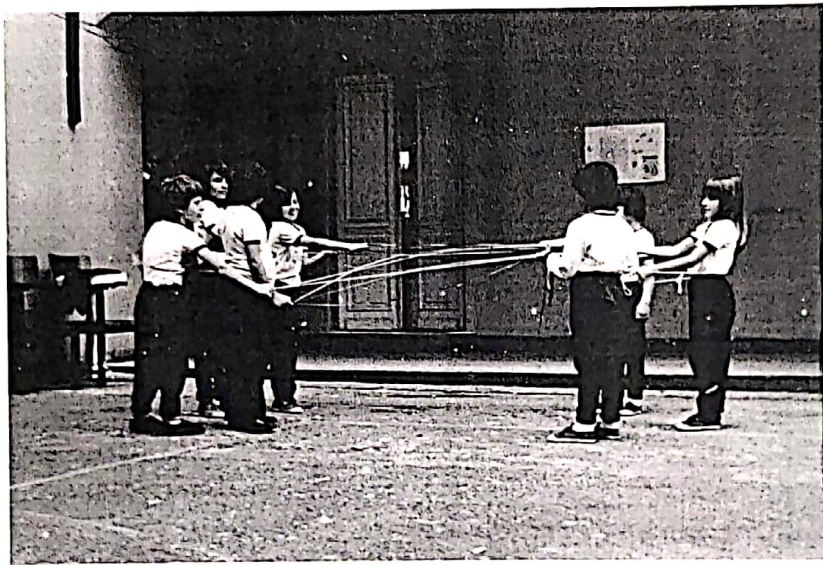
$4 \times 4 = 16$

matemática. Problemas contemporáneos - Luis ~~Alvarez~~

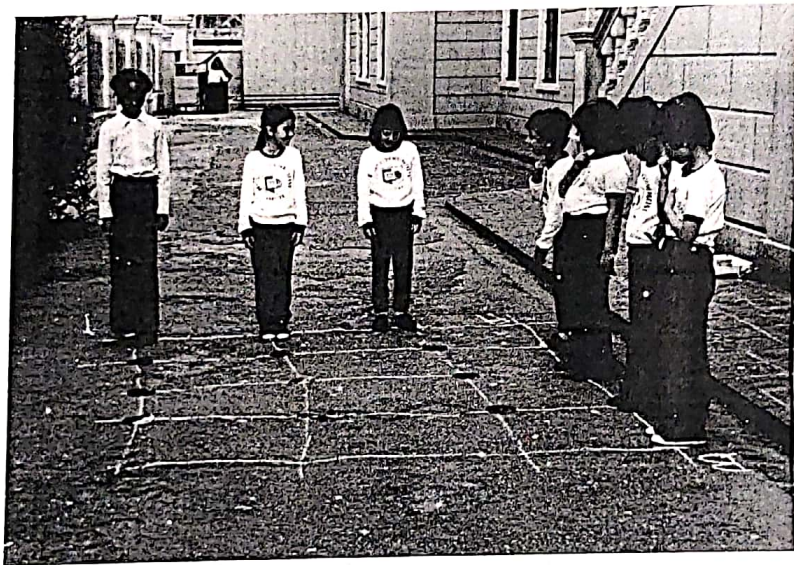
Escrito el día 13 de noviembre de 1913.



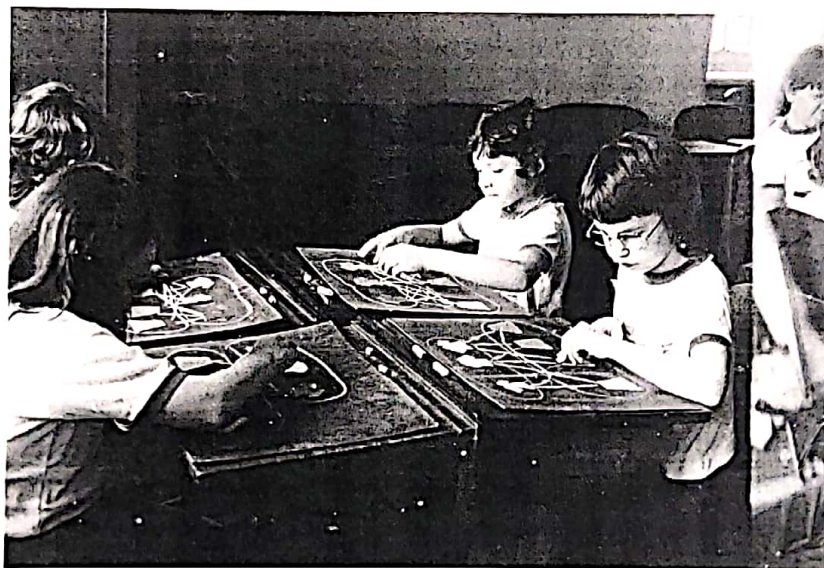
$$4 \times 4 = 16$$



NOV . 73



NOV 73



NOV . 73