

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
ESCOLA DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS**

KARINA CRISTINA DOS SANTOS PAVARIN

**PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EM TEMPOS DA *ARITMÉTICA INTUITIVA*: UMA
ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS (1890-1930)**

**GUARULHOS - SP
2020**

KARINA CRISTINA DOS SANTOS PAVARIN

**PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EM TEMPOS DA *ARITMÉTICA INTUITIVA*: UMA
ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS (1890-1930)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência como requisito à obtenção de título de Mestre em Ciências pela UNIFESP, sob a orientação do Profa. Dra. Luciane de Fatima Bertini.

**GUARULHOS
2020**

Na qualidade de titular dos direitos autorais, em consonância com a Lei de direitos autorais nº 9610/98, autorizo a publicação livre e gratuita desse trabalho no Repositório Institucional da UNIFESP ou em outro meio eletrônico da instituição, sem qualquer ressarcimento dos direitos autorais para leitura, impressão e/ou download em meio eletrônico para fins de divulgação intelectual, desde que citada a fonte.

Pavarin, Karina Cristina dos Santos.

Problemas de aritmética em tempos da *Aritmética Intuitiva*: uma análise em livros didáticos (1890-1930)/ Karina Cristina dos Santos Pavarin– 2020. – 102 f.

Dissertação (Mestrado em Educação e Saúde). – Guarulhos : Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas.

Orientador: Luciane de Fatima Bertini

Problemas de aritmética em tempos da *Aritmética Intuitiva*: uma análise em livros didáticos (1890-1930)/ Arithmetic problems in times of *Intuitive Arithmetic*: an analysis in textbooks (1890-1930).

1. Livros didáticos. 2. Aritmética Intuitiva. 3. problemas de aritmética. 4. Instruir. 5. Aplicar. Assunto. I. Luciane de Fatima Bertini. II. Problemas de aritmética em tempos de Aritmética Intuitiva: uma análise em livros didáticos (1890-1930)

KARINA CRISTINA DOS SANTOS PAVARIN
PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EM TEMPOS DA *ARITMÉTICA INTUITIVA*: UMA
ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS (1890-1930)

Dissertação apresentada Programa de Pós
Graduação em Educação e Saúde na Infância e
na Adolescência como requisito parcial à
obtenção de título de Mestre em Ciências.

Aprovação: ____/____/_____

Prof^a, Dr^a. Orientadora Luciane de Fatima Bertini
Universidade Federal de São Paulo

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente
Universidade Federal de São Paulo

Prof^a. Dr^a. Ivanete Batista dos Santos
Universidade Federal de Sergipe

*Dedico esta dissertação a meus filhos, Davi e
Artur – o amor por vocês é o que me
impulsiona.
A meu esposo Rodrigo, pelo apoio e
compreensão nesta trajetória.
A meus pais, Harim e Silvana, e irmãs,
Gabrielle, Nátali e Rebeca, pelo apoio
contínuo e porque se fizeram presentes ao me
incentivar em cada escolha.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por me guiar em minhas escolhas, me dar força e colocar pessoas especiais em vida.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), pela oportunidade de aperfeiçoamento em meus estudos e pelo incentivo à pesquisa em nosso país. Quero agradecer especialmente à Prof.^a Dra. Luciane de Fatima Bertini, por acreditar em meu potencial, pela orientação no desenvolvimento da pesquisa e pelo apoio, fazendo esta caminhada, ainda que compromissada, mais leve, de tal maneira que as dificuldades que surgiram não foram empecilhos para a continuidade na pesquisa.

Sou grata aos participantes da banca de qualificação e defesa desta dissertação pela leitura atenta, orientação, questionamentos e sugestões para meu aprimoramento: Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente, Prof.^a Dra. Rosilda Moraes Prof.^a Dra. Ivanete Batista dos Santos e Prof.^a Dra. Nara Pinheiro. Aos dois primeiros agradeço além das contribuições dadas na banca, pois sempre se preocuparam em auxiliar nossas pesquisas com dedicação e responsabilidade, transmitindo a todos serenidade, contribuindo para nossa reflexão diária durante as discussões de textos e projetos no grupo de pesquisa.

Meu agradecimento à amiga e integrante do grupo de pesquisa (GHEMAT) Andréia Fernandes de Souza, que me incentivou a ingressar no curso de mestrado e buscar repostas às minhas inquietações na profissão docente. Aos meus colegas e amigos de Grupo de pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT - SP), meus sinceros agradecimentos, pela acolhida, incentivo, leituras e orientações a cada passo que trilhávamos juntos e pelas amizades que formamos que não ficaram apenas no ambiente profissional.

Agradeço aos amigos de profissão e pessoais, aos familiares, que me encorajaram a cada dificuldade, compreenderam as ausências e se fizeram presente com grandes incentivos.

Não posso deixar de mencionar meu esposo, Rodrigo Pavarin, que me incentivou a ingressar no mestrado e que nestes dois anos me apoiou, ficou acordado várias noites para me amparar, acompanhou-me em eventos de estudo e me auxiliou em tudo com nossos filhos, nossa razão de sempre buscar crescer profissional e pessoalmente.

Minha família, que sempre estão ao meu lado com uma palavra de conforto e orientação. Meu papai, Harim Gabriel dos Santos, meu exemplo de força e luta por dias melhores, por não me deixar desanimar na primeira dificuldade. Minha mamãe, Silvana de Fátima Aro dos Santos, que nos incentivou aos estudos e a não renunciar nossos sonhos para que os mesmos fossem

alcançados, que abdicou de seus sonhos muitas vezes, e hoje como avó é uma base importante para nossa família. Minhas irmãs, Gabrielle dos Santos, por me motivar a continuar a cada elogio, a cada questionamento; Nátali dos Santos, mesmo a quilômetros de distância, fez-se importante, deixando às vezes suas preocupações para me ligar e ouvir meus lamentos, dispondo-se a me ajudar no que eu precisasse; e Rebeca dos Santos, parceira nas adversidades.

[...]Por que os indivíduos não passaram a ser alfabetizados desde o momento em que se inventou a escrita? Porque isso representaria o compartilhamento do saber do poder e do poder do saber. A igualdade de chances se tornaria perigosa demais para os que quisessem mandar e ter quem lhes obedecesse.

[...].

(Luiz Carlos Cagliari)

RESUMO

Esta dissertação de mestrado é baseada na perspectiva da História cultural. Discute o uso de problemas de aritmética em tempos do método intuitivo. Assim, ao buscar trabalhos que contribuíssem para a compreensão desse momento, encontrou-se a tese de Oliveira (2017) que analisa, dentre documentos pedagógicos, livros didáticos e evidencia elementos de um novo saber, a *Aritmética Intuitiva*. Definiu-se então que, a partir de Oliveira (2017), examinar-se-ia os mesmos cinco livros didáticos destacados por ele, aprofundando a discussão sobre os problemas de aritmética. Para nortear a pesquisa, levantou-se a seguinte questão: Quais as finalidades de uso dos problemas na *Aritmética Intuitiva*? Para o desenvolvimento do estudo, utilizou-se as etapas metodológicas de pesquisa descritas por Valente (2018): *recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes*. Durante a etapa denominada *recompilação de experiências docentes*, usou-se a observação e a descrição, procedimentos de pesquisa citados por Burke (2016). Para realizá-las foi necessário um olhar minucioso em busca de aproximações e distanciamentos das obras. Identificou-se quatro finalidades: Explorar, Instruir, Aplicar e Verificar. Porém, na *Aritmética Intuitiva*, as finalidades Instruir e Aplicar formam uma díade, dialogam entre si e têm participação central na caracterização da *Aritmética Intuitiva*.

Palavras-chave: Livros didáticos; *Aritmética Intuitiva*; problemas de aritmética; instruir; aplicar.

ABSTRACT

This master's thesis is based on the perspective of cultural history. Discusses the use of arithmetic problems in times of the intuitive method. Thus, when looking for works that contributed to the understanding of that moment, Oliveira's thesis (2017) was found that analyzes, among pedagogical documents, textbooks and highlights elements of a new knowledge, Intuitive Arithmetic. It was then decided that, from Oliveira (2017), the same five textbooks highlighted by him would be examined, deepening the discussion on arithmetic problems. To guide the research, the following question was raised: What are the purposes of using arithmetic problems in Intuitive Arithmetic? For the development of the study, the methodological research steps described by Valente (2018) were used: recompilation of teaching experiences, comparative analysis of teachers' knowledge, systematization and use of knowledge as knowledge. During the stage called recompilation of teaching experiences, observation and description were used, research procedures cited by Burke (2016). To carry them out, it was necessary to have a thorough look in search of approximations and distances from the works. Four purposes were identified: Explore, Instruct, Apply and Verify. However, in Intuitive Arithmetic, the purposes of Instruct and Apply form a dyad, dialogue with each other and have a central role in the characterization of Intuitive Arithmetic.

Keywords: Textbooks; Intuitive Arithmetic; arithmetic problems; instruct; to apply.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Capa do livro "Arithmetica Escolar" 4º Caderno.....	33
Figura 2 – “Lição IV — Diminuir” e página em branco ao lado	35
Figura 3 – “Lição I — Numeração”	37
Figura 4 – “Lição IV — Numeração”	38
Figura 5 – “Lição V — Numeração”	38
Figura 6 – “Lição VI — Sommar”	39
Figura 7 – “Lição VII — Sommar”	40
Figura 8 – Capa do livro "Arithmetica Primaria"	41
Figura 9 – Prova	43
Figura 10 – Regra	43
Figura 11 – Problema com narrativa cotidiana.....	44
Figura 12 – Problema apenas com dados numéricos.....	44
Figura 13 – Problemas e exercícios abordando a subtração	45
Figura 14 – “Ensino Intuitivo da figura”	46
Figura 15 – “1.ª Lição de sommar”	47
Figura 16 – “8.ª Lição de sommar”	48
Figura 17 – “Lição sobre as quatro operações”	49
Figura 18 – Capa do livro "Serie graduada de matemática elementar"	50
Figura 19 – “Primeira lição”	54
Figura 20 – Exemplo	54
Figura 21 – “Os números um e dois”	55
Figura 22 – Representar os algarismos.....	55
Figura 23 – Problemas de aritmética	56
Figura 24 – História.....	56
Figura 25 – Uso do termo “história” para os problemas de aritmética.....	57
Figura 26 – “Revisão”	57
Figura 27 – Capa do livro "Arithmetica elementar"	58
Figura 28 – Índice do livro "Arithmetica Elementar"	60
Figura 29 – Citação de autores	61
Figura 30 – Frase sem identificação de autoria	61
Figura 31 – Nota ao professor	62
Figura 32 – Notas ao professor.....	62
Figura 33 – “Problemas” – “Pôr e tirar”	63
Figura 34 – Problemas com dados numéricos sem narrativas cotidianas.....	64

Figura 35 – Problemas de aritmética com narrativas cotidianas	64
Figura 36 – “Problemas”	65
Figura 37 – “VIII. O múltiplo - A multiplicação”	65
Figura 38- Ilustração que representa a trena	67
Figura 39- Ilustração que auxilia na resolução	67
Figura 40 – Capa do livro "Caderno de Problemas Arithmeticos"	68
Figura 41 – Diferença entre os tipos de problemas	70
Figura 42 – Problemas de aritmética abordando o trabalho	71
Figura 43 – Problema explicando um conceito	71
Figura 44 – Exemplo de problema	72
Figura 45 – Exemplo de problema de aritmética.....	72
Figura 46 – Exemplos de problemas de aritmética.....	73
Figura 47 – Problemas que dependem da pergunta anterior	73
Figura 48 – Exemplo de problemas de aritmética	75
Figura 49 – Exemplo de problema de aritmética.....	75
Figura 50- "Lições de sommar III"	81
Figura 51- "Lição de sommar IV"	81
Figura 52 -Ensino intuitivo da figura "sommar"	82
Figura 53- Ensino intuitivo da figura "diminuir"	83
Figura 54- Lições de subtrair (ilustração).....	84
Figura 55 - "Primeira lição" números um e dois	85
Figura 56 - "Diminuir" (finalidade de Explorar)	87
Figura 57 - "Os números um e dois" (finalidade de Explorar)	87
Figura 58 – “Lição IV — “Sommar” (finalidade de instruir).....	88
Figura 59 - “Lição de subtrair” (finalidade de instruir).....	88
Figura 60 – “Os números um e dois” (finalidade de instruir)	88
Figura 61 – “Lições II” e “IV” (finalidade de aplicar)	89
Figura 62 – Os números um e dois (finalidade de aplicar).....	90
Figura 63 – Problema nº 18 (finalidade de aplicar).....	90
Figura 64 – Problemas de aritmética (finalidade de verificar)	91

LISTA DE QUADRO

Quadro 1 – Obras que compõem o <i>corpus</i> documental da pesquisa.....	31
Quadro 2 - Finalidades apresentadas pelos problemas de aritmética	91

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1: OPÇÕES TEÓRICAS E METODOLÓGICAS	16
1.1 OS SABERES COMO OBJETO DE PESQUISA	16
1.2 LIVROS DIDÁTICOS COMO FONTE DE PESQUISA	19
1.3 OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NO ENSINO	22
CAPÍTULO 2: MÉTODO INTUITIVO E <i>ARITMÉTICA INTUITIVA</i>	24
2.1 MÉTODO INTUITIVO	24
2.2 O ENSINO DE ARITMÉTICA E <i>ARITMÉTICA INTUITIVA</i>	27
CAPÍTULO 3: RECOMPILAÇÃO DE EXPERIÊNCIAS DOCENTES: OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NAS PROPOSTAS DE ENSINO NOS LIVROS DIDÁTICOS	31
3.1 ARITHMETICA ESCOLAR – RAMON ROCA DORDAL (1891)	33
3.2 ARITHMETICA PRIMARIA – ANTONIO TRAJANO (1895)	41
3.3 SERIE GRADUADA DE MATEMÁTICA ELEMENTAR – RENÉ BARRETO (1912)	49
3.4 ARITHMETICA ELEMENTAR – GEORGE AUGUSTO BÜCHLER (1923)	58
3.5 CADERNO DE PROBLEMAS ARITHMETICOS – BENEDICTO MARIA TOLOSA (192?)	68
CAPÍTULO 4: ANÁLISE COMPARATIVA E SISTEMATIZAÇÃO DOS CONHECIMENTOS COMO SABERES: ENSINAR PELOS PROBLEMAS	76
4.1 <i>ARITMÉTICA INTUITIVA</i> E OS REFERENCIAIS TEÓRICOS METODOLÓGICOS	76
4.2 TRÊS FORMAS DISTINTAS DE ORGANIZAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS	78
4.3 USO DAS ILUSTRAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS EM TEMPOS DE <i>ARITMÉTICA INTUITIVA</i>	79
4.4 PROBLEMAS DE ARITMÉTICA: TIPOS E FINALIDADES	85
4.5 DIALOGANDO COM ORIENTAÇÕES QUE CIRCULARAM EM REVISTAS PEDAGÓGICAS	92
4.6 A PARTICIPAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NA <i>ARITMÉTICA INTUITIVA</i>	93
CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS	98

INTRODUÇÃO

Para fundamentar a justificativa sobre o interesse profissional e pessoal desta pesquisa menciono a trajetória histórica. Nascida em São Paulo, cursei todo o ensino básico em escolas públicas na Zona Leste de São Paulo. Com desejo de exercer a profissão na área de educação, ingresso no curso de Pedagogia após concluir o Ensino Médio, em 2007. Início em 2012 na carreira docente, que atualmente exerço como professora nos anos iniciais na rede pública do Estado de São Paulo e na Prefeitura de São Paulo.

Concomitante ao cargo de Professora da Educação Básica na alfabetização, realizo o curso de Licenciatura em Matemática, passo no concurso público e assumo o cargo de professora especialista em 2014. Junto a questionamentos já levantados sobre o papel e a formação do professor dos anos iniciais, novas interrogações nascem pela observação de dinâmicas dos professores de matemática. Essas inquietações compartilho com colegas de profissão, assim sou apresentada por uma colega de profissão e amiga ao GHEMAT – Grupo de pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil.

Em minha formação inicial, Pedagogia, apresento entusiasmo em pesquisar livros didáticos, trabalho então com livros da década de 90, vertente que pretendia ampliar. Participo do processo seletivo com a oportunidade de ingressar no curso de pós-graduação, mestrado, com o interesse em aprofundar a pesquisa iniciada no curso de graduação – analisar propostas no ensino da matemática em livros didáticos.

Em 2018, integro-me ao GHEMAT, criado em 2000, do qual participam pesquisadores em rede nacional de diversas Universidades. O projeto de pesquisa em desenvolvimento pelo GHEMAT, intitulado: “A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produções de um saber profissional, 1890 a 1990” (VALENTE, BERTINI, MORAIS, PINTO, 2017)¹, tem como interesse discutir os processos e dinâmicas de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática. Diversos subprojetos compõem a construção do amplo projeto supracitado, um deles é a pesquisa denominada “Os problemas de aritmética no ensino primário, 1890 a 1940”², desenvolvida por Luciane de Fatima Bertini³, que busca analisar os problemas de aritmética e sua veiculação em cadernos de alunos do ensino

¹ Projeto Temático com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

² Pesquisa financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ).

³ Orientadora desta pesquisa.

primário e do curso normal, manuais pedagógicos, programas de ensino, revistas pedagógicas e livros didáticos, a esse subprojeto esta pesquisa de mestrado está vinculada⁴.

Tendo como base o período envolvido no projeto de pesquisa de Bertini (2016), iniciamos o levantamento bibliográfico sobre o período do método intuitivo e livros didáticos; identificamos a pesquisa de Oliveira (2017), que contribui com elementos na caracterização da *Aritmética Intuitiva*. Encontramos também pesquisas de Bertini (2016b, 2018a, 2018b, 2018c, 2018d) e Costa (2010) desenvolvidas com as mesmas fontes, que assim auxiliaram durante a trajetória desta pesquisa.

Os resultados dos trabalhos de Bertini (2016a) apontam para a importância da compreensão do que são problemas e como são abordados. A autora afirma que as nomenclaturas usadas, os objetivos, os procedimentos de abordagem estão todos relacionados às vagas pedagógicas em circulação e discussão, dependendo do momento histórico.

A partir dessa perspectiva, para a presente pesquisa, assumimos o interesse em melhor explorar e caracterizar a presença dos problemas no ensino de matemática, considerando o período histórico no qual estiveram em circulação no Brasil as propostas do método intuitivo. Para isso, um dos trabalhos tomados como base foi a pesquisa intitulada “A Aritmética Escolar e o Método Intuitivo: Um novo saber para o curso primário (1870–1920)” (OLIVEIRA, 2017). Nela, o autor destaca elementos que caracterizam uma *Aritmética Intuitiva* como um novo saber e toma como fonte principal de sua pesquisa os livros didáticos.

Bertini (2018, p. 78), analisando livros deste mesmo período, concluiu que “os problemas também aparecem como uma forma utilizada pelos autores de trazer para a obra características do método intuitivo”. Então, parece-nos que a análise dos problemas pode nos ajudar na compreensão dos processos de ensino de matemática. Tal consideração nos levou a um questionamento inicial: Qual o papel dos problemas de aritmética na proposta do método intuitivo?, esta pergunta passou por alguns refinamentos quando ao realizarmos o levantamento bibliográfico encontramos o novo saber, *Aritmética Intuitiva*, e assumimos que existem diferentes tipos de problemas de aritmética e diversas finalidades de uso, com base nas pesquisas realizada por Bertini (2018a). Assim, temos a pergunta norteadora desta pesquisa: Quais as finalidades de uso dos problemas na *Aritmética Intuitiva*?

⁴ Os verbos na primeira pessoa do singular no início do texto foram uma escolha por se tratar de aspectos da formação e experiências profissionais desta pesquisadora, a partir deste momento usaremos a primeira pessoa do plural.

Definimos então que as fontes para realização desta pesquisa que aborda e aprofunda as discussões sobre os problemas de aritmética seriam os livros que, de acordo com Oliveira (2017), apresentam elementos da *Aritmética Intuitiva*, são cinco obras de diferentes autores.

Assim esta pesquisa tem como objetivo analisar as finalidades de uso dos problemas de aritmética na *Aritmética Intuitiva*. Esta dissertação está dividida em quatro capítulos. No primeiro, abordamos as referências teóricas e metodológicas, os caminhos da pesquisa, as justificativas da opção pelos livros didáticos e pelos problemas de aritmética. No capítulo dois, evidenciamos os temas do contexto da Aritmética, *Aritmética intuitiva* e método intuitivo. No terceiro capítulo, apresentamos as características encontrados nas obras, identificamos os tipos e finalidades dos problemas de aritmética expostos nos livros didáticos e a relação com o ensino e os temas abordados. Já no quarto e último capítulo, realizamos uma análise comparativa das propostas na busca por uma sistematização sobre a participação dos problemas de aritmética no ensino. Nas considerações finais, voltamos à questão de pesquisa apresentando as finalidades dos problemas de aritmética que desempenharam um papel central na caracterização de uma *Aritmética Intuitiva*.

CAPÍTULO 1: OPÇÕES TEÓRICAS E METODOLÓGICAS

Este capítulo apresenta as opções teóricas e metodológicas utilizadas nesta e nas demais pesquisas que participam do Projeto Temático ao qual este trabalho está vinculado.

A discussão que permeia o Projeto Temático envolve os saberes que constituem a profissão docente e o ensino da matemática com base na perspectiva da História cultural.

1.1 OS SABERES COMO OBJETO DE PESQUISA

A pesquisa aqui descrita tem como perspectiva a História cultural. De acordo com Chartier (1988, p. 16-17), “a história cultural, tal como a entendemos, tem por principal objeto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler. Uma tarefa desse tipo supõe vários caminhos”. Assim, o saber deve ser compreendido em seu espaço e tempo a partir de fontes por meio das quais é possível evidenciar características que circularam em determinado tempo, “os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado” (VALENTE, 2007, p. 31).

Nessa perspectiva, o Projeto Temático, como mencionado anteriormente, tem como objetivo a discussão dos saberes profissionais do professor que ensina matemática. Uma das obras de referência para discussão dos saberes profissionais é a organizada por Valente e Hofstetter, intitulada “Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores”.

Vale destacar a diferenciação entre os termos “saber” e “conhecimento” a partir desses referenciais. Conhecimento está “ligado à subjetividade, às experiências vividas pelos sujeitos, meios implícitos da ação, do raciocínio” (VALENTE, BERTINI, MORAIS, 2017, p. 57), o saber é diferente, pois é

fruto da sistematização, de caráter mais consensual, passível de generalização e objetivação, produto cultural historicamente institucionalizado cujo intento é a sistematização e organização de determinados conhecimentos com o fim de propiciar a sua comunicação. (VALENTE, BERTINI, MORAIS, 2017, p. 57).

Diante do exposto, esta pesquisa abarca a análise dos livros didáticos no sentido de evidenciar saberes dos profissionais que ensinam matemática nos primeiros anos escolares, saberes estes que envolvem o uso dos problemas no ensino de aritmética. O uso do termo

“saberes”, no plural, abrange o entendimento de que o saber do professor que ensina matemática não é constituído apenas do que ele conhece sobre a matemática. Para Hofstetter e Schneuwly (2017, p. 131-132), dois tipos de saberes são constitutivos da profissão docente: “os saberes a ensinar, ou seja, os saberes que são objetos do seu trabalho; e os saberes para ensinar, em outros termos os saberes que são as ferramentas do seu trabalho”.

Ao evidenciar os dois saberes, constata-se que os saberes do professor que ensina matemática não é constituído de uma única matemática, há a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*; a primeira, mais diretamente relacionada ao objeto de trabalho desse professor, à matemática, “a segunda, articulada à profissão docente” (BERTINI, MORAIS e VALENTE, 2017, p. 9).

Na busca de compreender processos e dinâmicas da constituição de saberes relacionados ao uso de problemas aritméticos, optamos pela utilização dos caminhos metodológicos baseados nas discussões de Burke (2016). O autor faz uma analogia dos procedimentos de pesquisa com o ato de cozinhar, aludindo que o pesquisador inicia sua pesquisa com as informações (alimentos crus), depois passa-as por procedimentos que as transformam em saber (alimento cozido). Burke (2016) expõe quatro estágios principais nesse processo: *coleta, análise, disseminação e utilização*. Esses estágios foram adaptados por Valente (2018) ao movimento de pesquisa do Projeto Temático mencionado no que tange a seus objetivos com relação aos saberes professorais.

Na caracterização dos processos, que levam experiências dos sujeitos a saberes reconhecidos como científicos, tem-se etapas na investigação, caracterizadas por determinados procedimentos. Por certo, os processos são históricos, mas é possível enunciá-los, tendo em conta as observações de Peter Burke sobre as suas mudanças de conteúdo ao longo do tempo. Assim, na apropriação dos estudos desse autor, aliando-se conhecimentos que já vêm sendo elaborados na execução do Projeto Temático mencionado anteriormente, é possível considerar etapas como: *recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes*. (VALENTE, 2018, p. 380).

O primeiro passo da pesquisa consiste na *recompilação de experiências docentes*. Essa etapa “envolve a seleção e separação de informações relatadas em revistas pedagógicas; organizadas em livros didáticos e manuais pedagógicos; [...]” (VALENTE, 2018, p. 380). Com a obtenção dessas informações, organiza-se um conjunto de conhecimentos que antes estavam dispersos e, para isso, é preciso iniciar com a coleta de informações, “a aquisição de

informações inclui ‘coletar’, no sentido literal de colher plantas para fins medicinais ou botânicos [...]” (BURKE, 2016, p. 75); os objetos ou informações coletadas são denominados como “dados crus”. Na presente pesquisa, essa coleta se deu no momento de definir as fontes e buscá-las, em outros termos, os livros, que foram definidos com base na pesquisa realizada por Oliveira (2017); para obter acesso às obras, utilizamos o Repositório de Conteúdo Digital⁵.

Com o material em mãos, foi preciso delimitar quais seriam os caminhos a serem trilhados. Para iniciar o processo de “cozimento”, toma-se como passo a observação e a descrição: “observar é mais do que apenas olhar. Seria como um olhar atento, uma prática entrecortada por ideias, quiçá teóricas” (BURKE, 2016, p. 76). A observação está, ainda, embasada em Bertini (2016b), que afirma: “a realização de um estudo histórico da presença dos problemas no ensino de aritmética envolve também a compreensão das finalidades com as quais estes são introduzidos nas propostas de ensino”. Portanto, o trabalho será de observar detalhes que possam auxiliar na compreensão da finalidade dos problemas.

Cada detalhe observado será descrito, “a descrição é muitas vezes contrastada com a análise, contudo uma descrição minuciosa do que foi observado é uma etapa indispensável do processo analítico” (BURKE, 2016, p. 89). Durante a observação e a descrição, informações sobre o trabalho docente, o método intuitivo e o ensino de problemas de aritmética são selecionadas; assim, o primeiro momento, a *recompilação de experiências docentes*, se realiza.

Com esses passos percorridos, segue-se para o segundo momento, a *análise comparativa dos conhecimentos dos docentes*. Para Burke (2016), a análise tem significados bem distintos, de acordo com a pesquisa e os direcionamentos tomados; para esta pesquisa, cabe a explicação dada de que “a análise histórica depende da síntese, a combinação de informações como peças de um quebra-cabeça com o objetivo de elaborar explicações de eventos e tendências” (BURKE, 2016, p. 88), em suma, a *análise comparativa dos conhecimentos dos docentes*, conforme Valente (2018, p. 381): “Tal seleção envolve um novo inventário, agora composto pela separação daquelas informações sobre experiências docentes que se mostram convergentes do ponto de vista da orientação para o trabalho do professor”. Nesta pesquisa, abordamos a análise das informações obtidas nos livros didáticos, tanto sobre conteúdos e a sequência das atividades que envolvem os problemas de aritmética quanto sobre as orientações direcionadas ao trabalho do professor.

⁵ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1772>>.

A última etapa se divide em dois procedimentos que são concomitantes, *sistematização* e *análise do uso dos conhecimentos como saberes*. Esse é o toque final do chefe de cozinha, o pesquisador seleciona os elementos que respondam à questão de pesquisa. Para Valente (2018, p. 381), “uma assepsia de elementos subjetivos e conjunturais dos consensos pedagógicos, de modo a que os conhecimentos possam ser vistos com caráter passível de generalização e de uso, isto é, como saber”. Nesta pesquisa, tal etapa envolve a análise dos livros didáticos já selecionados e a busca por possíveis generalizações sobre problemas de aritmética que possam contribuir na resposta às questões levantadas. Esses resultados são, segundo Burke (2016), a disseminação e utilização do conhecimento, ou seja, expressar as conclusões que podem ser colocadas como saberes docentes.

1.2 LIVROS DIDÁTICOS COMO FONTE DE PESQUISA

A escolha pelos livros enquanto documentos a serem constituídos como fonte de pesquisa foi motivada, pois por meio deles é possível o acesso a elementos que podem contribuir para compreensão dos métodos de ensino e da organização escolar e social. “Os livros escolares, sua produção e circulação e seus usos revelam aspectos de projetos políticos e sociais, de práticas e concepções pedagógicas, assim como do campo editorial” (PERES e MICHEL, 2018, p. 19).

O termo “livros didáticos” não era ainda utilizado no período estudado, algumas pesquisas abordam esses materiais como “livros impressos”. Ao buscar esses impressos que circularam transmitindo informações pedagógicas às escolas, encontramos nomenclaturas diferentes: cadernos, manuais, livros, compêndios, etc., que dependiam do período histórico e do seu uso. De acordo com Choppin (2004, p. 549), “na maioria das línguas, o ‘livro didático’ é designado de inúmeras maneiras, e nem sempre é possível explicitar as características específicas que podem estar relacionadas a cada uma das denominações”.

Diante da variedade de materiais com diferentes nomenclaturas, o presente estudo toma como fontes materiais impressos com indicação de atividades voltadas para desenvolvimento junto aos alunos, especificamente, para ensino de aritmética na escola primária. Alguns autores e editoras expõem de maneira clara qual opção de nomenclatura fizeram; outros, porém, não. Independentemente de estar explícita a nomenclatura escolhida por eles, para esta pesquisa opta-se pelo termo “livros didáticos”, considerando tais materiais impressos como expressão da relação educacional entre professor, aluno e saberes. Para Luke (1998, p. 64 apud PERES e

MICHEL, 2018, p. 22), “os livros didáticos são um meio especializado para a introdução ritual de crianças em valores de uma cultura e conhecimento”.

A análise dos materiais em determinado tempo e espaço é que permite uma caracterização mais específica do uso do livro; Oliveira (2016), por exemplo, conclui que o livro didático é um elemento formativo. Segundo Bittencourt (2008), além dos livros demonstrarem os conteúdos educacionais, é possível por meio deles compreender conhecimentos e técnicas utilizadas em uma determinada época.

Os livros fizeram parte da expansão da escola pública primária, não apenas para indicação do conteúdo escolar. Esse material prescrevia “o que e como deveriam ser ensinados os conteúdos escolares, uma vez que os materiais didáticos e os métodos utilizados, por exemplo, poderiam contribuir na construção dos cidadãos e da sociedade almejada” (PERES e MICHEL, 2018, p. 24). Não eram todos os livros e autores que ganhavam espaço na escola, o uso de determinado material, ou de determinado autor, “para além da competência dele e da qualidade da obra, era decorrência da aprovação da obra pelas autoridades públicas” (ARRIADA e NOGUEIRA, 2018, p. 69).

Ao pensarmos nesse material – o livro –, relacionamo-lo à imprensa e a Gutenberg⁶. Antes desse momento revolucionário, a cópia de texto já existia, “em meados da década de 1450, só era possível reproduzir um texto copiando-o à mão, de repente uma nova técnica, baseada nos tipos móveis e na prensa, transfigurou a relação com a cultura escolar” (CHARTIER, 1999, p. 7).

Contudo, a transformação não é tão absoluta como se diz: um livro manuscrito (sobretudo nos seus últimos séculos, XIV e XV) e um livro pós-Gutenberg baseiam-se nas mesmas estruturas fundamentais – as do códex. Tanto um como outro são objetos compostos de folhas dobradas um certo número de vezes, o que determina o formato do livro e a sucessão dos cadernos. Estes cadernos são montados, costurados uns aos outros e protegidos por uma encadernação. A distribuição do texto na superfície da página, os instrumentos que lhe permitem as identificações (paginação, numerações), os índices e os sumários: tudo isso existe desde a época do manuscrito. (CHARTIER, 1999, p. 7).

⁶ Johannes Gensfleisch zur Laden zum Gutenberg, ou simplesmente Johannes Gutenberg, que, desde o século XVI, é conhecido por proporcionar um marco, uma nova era – a máquina impressora. (BURKE, 2002)

Para Chartier (1999), não há um rompimento total, pois alguns textos ainda continuaram sendo copiados à mão, “o escrito copiado à mão sobreviveu por muito tempo à invenção de Gutenberg, até o século XVIII e mesmo o XIX. Para os textos proibidos, cuja existência devia permanecer secreta, a cópia manuscrita continuava sendo a regra” (CHARTIER, 1999, p. 9).

A análise de livros didáticos envolve, ainda, a observação de elementos pedagógicos. De acordo com Choppin (2004), para compreendermos as intenções pedagógicas, há elementos reveladores nas pesquisas com livros didáticos que vão além dos prefácios e merecem ser estudados com cuidado, “[...] como as notas de rodapé, os resumos, a formulação dos títulos e subtítulos, sumários [...]” (CHOPPIN, 2004, p. 559).

Percebemos que há semelhanças na formatação/organização dos livros, os copiados à mão ou pela prensa, assim como não podemos esquecer que as imagens, em algum momento, começam a fazer parte da composição dessas produções.

Ainda no Ocidente, a partir do fim do século XVI e início do XVII, a imagem inserida no livro está ligada à técnica da gravura em cobre. Vê-se então uma disjunção entre o texto e a imagem: para imprimir, de um lado, os caracteres tipográficos e, de outro, as gravuras em cobre, são necessárias prensas diferentes, duas oficinas, duas profissões e duas competências. É o que explica que, até o século XIX, a imagem esteja situada à margem do texto – o frontispício abrindo o livro, as pranchas fora do texto. (CHARTIER, 1999, p.10).

As imagens ficaram desprendidas do texto por um período, pois para que as imagens fizessem parte do livro, eram necessários profissionais e locais distintos, independente da natureza e uso desse impresso. A discussão do uso das imagens também será considerada⁷, afinal as orientações para o ensino dadas pelo método intuitivo envolvem ensinar por meio dos sentidos e de objetos que são expostos às crianças, e, quando não houver disponíveis os materiais necessários, “devem ser improvisados desenhos ou gravuras, meios auxiliares de que o método intuitivo pode lançar mão” (VALDEMARIN, 2004, p. 108). Ao analisar os livros que fazem parte desta pesquisa, foi possível observar quanto ao uso de imagens, se estão presentes e com qual finalidade são apresentadas.

Para esta pesquisa, durante o processo de análise dos livros, foi possível observar informações que norteiam o trabalho docente na vertente da *Aritmética Intuitiva*; cada detalhe observado permitiu contato com os movimentos nas propostas do ensino de aritmética e na

⁷ Como referência teórica, Frizzarini e Silva (2019).

inserção dos problemas. Nas sequências de atividades, foi possível perceber em que situações os problemas de aritmética são inseridos e como fazem parte do ensino de aritmética. Além de ter a atenção voltada aos problemas de aritmética, outros elementos, os citados por Choppin (2004), como prefácios, notas de rodapé, imagens, etc., podem nos dar subsídios para compreender com qual finalidade os problemas são inseridos nos livros em tempos de método intuitivo.

A pesquisa de Oliveira (2017) contribui com o projeto aqui descrito por caracterizar elementos da *Aritmética Intuitiva* e proporcionar a escolha das fontes, porém, ainda que destaque alguns elementos nos livros, o trabalho não apresentou aprofundamento nas discussões sobre os problemas de aritmética. Contudo Oliveira (2017) afirma que os problemas devem ser o ponto de partida para o ensino de aritmética em tempos de *Aritmética Intuitiva*⁸, deixando, dessa maneira, a porta aberta para essa questão.

1.3 OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NO ENSINO

A definição do termo “problemas de aritmética” não é simples e imediata, pois seu entendimento pode variar em cada momento histórico, pedagógico e para cada autor. Os problemas podem ser aplicados a diferentes conteúdos, porém nos ateremos aos problemas de aritmética no ensino primário⁹ que envolvem as quatro operações fundamentais.

O que é um problema, em uma aula de matemática, tem variadas interpretações nos diferentes momentos históricos e, da mesma forma, o objetivo com os quais são utilizados e os procedimentos de abordagem em sala de aula apresentam igualmente diferenças que estão relacionadas tanto às vagas pedagógicas presentes em cada período como com o objetivo do ensino. (BERTINI, 2016a, p. 3)

A esta pesquisa cabe analisar o papel dos problemas de aritmética presentes nos livros didáticos na caracterização da *Aritmética Intuitiva*.

Bertini (2018a) coloca-se a pesquisar também livros que circularam no mesmo marco temporal desta pesquisa e, além de constatar que os problemas de aritmética são uma forma de

⁸ *Aritmética intuitiva* abordada nesta pesquisa no capítulo 2.

⁹ Atualmente, intitulado Anos Iniciais.

trazer o método intuitivo ao ensino, afirma ao analisar as obras de Collaço (1888), Lacerda (1890) e Trajano (18--), que os problemas de aritmética são utilizados nas obras como: Introdução dos estudos, Ilustração ou Aplicação. Na Introdução dos estudos, os problemas são apresentados antes de regras e começam a inserir nas perguntas situações relacionadas à vida cotidiana. Os problemas também são expostos como Ilustração quando são explorados para exemplificar regras e procedimentos. E, por último, frequente em todas as obras analisadas, os problemas como Aplicação de regras e procedimentos já estudados.

Ainda sobre os problemas de aritmética no ensino, destaca-se a pesquisa de Souza (2018) que abordou os discursos sobre problemas de aritmética nas revistas de São Paulo (1890-1930), período que se adequa a este estudo. A pesquisadora se empenha em observar a abordagem dos problemas de aritmética nos artigos publicados nas revistas e conclui caracterizando cinco momentos referentes aos discursos sobre os problemas.

Os cinco momentos são de um movimento que se inicia sem a discussão sobre problemas, caracterizado por ela como *ausência como indício (1890-1896)*; posteriormente, alguns artigos abordam problemas e exercícios com o mesmo significado, então denominado, *problemas como sinônimo de exercícios (1897-1908)*; o terceiro movimento que se apresentou contra a pedagogia tradicional, *problemas como símbolo de modernidade pedagógica (1909-1922)*; um novo momento em que os problemas não são para ensinar as operações, os problemas são um dos conteúdos a ser ensinado, *aritmética para ensinar problemas (1920)*; o último discurso observado é o de que os conteúdos são organizados a partir da curiosidade e interesse dos alunos, *problemas a partir dos centros de interesse (1930)*.

Dos programas de ensino de São Paulo, cinco atendem ao marco temporal deste estudo, são decretos datados em 1894, 1905, 1918, 1921 e 1925. Eles apresentam os conteúdos a serem abordados para cada ano/série. O termo “problemas” está presente em todos os decretos e, na maioria das vezes, na forma “problemas e questões práticas”, relacionando, ao que parece, o que é prático com problemas cotidianos.

Não encontramos uma única definição para problemas aritméticos. O que podemos afirmar é que os problemas não são só apresentados com enunciados e interrogações a partir das quais os alunos devem chegar a um resultado esperado, também podem ser apresentados apenas com dados numéricos, pois isso depende da compreensão do autor e do período histórico. Ao ampliar a pesquisa, observamos como eles foram apresentados nos livros didáticos.

CAPÍTULO 2: MÉTODO INTUITIVO E *ARITMÉTICA INTUITIVA*

Este capítulo apresenta contextualizações sobre a educação, a escola e as propostas em circulação entre 1890 e 1930, o marco temporal deste trabalho, sem deixar de mencionar que o contexto político e social faz parte desse processo de mudanças no ensino.

Neste capítulo também são abordadas as características dos elementos trazidos por Oliveira (2017) de uma *Aritmética Intuitiva*. Esses elementos dialogam nesta pesquisa com os problemas de aritmética.

2.1 MÉTODO INTUITIVO

O método intuitivo circulou no Brasil no período entre o final século XIX e início do século XX. As discussões sobre ele ocorrem em um momento de transformação política, quando, em 15 de novembro de 1889, a monarquia dá lugar à república. Essa data é um marco, porém as discussões já estavam acontecendo tanto no âmbito político como no educacional. O interesse pelo povo nesse período tem a motivação no voto popular, as pessoas precisavam ser alfabetizadas para exercer sua participação política, como destaca Souza (1998, p. 27): “A exigência da alfabetização para a participação política (eleições diretas), tornava a difusão da instrução primária indispensável para a consolidação do regime republicano.”

A escola passava por mudanças em sua organização física, administrativa e pedagógica. Grupos escolares¹⁰ são constituídos, “pela primeira vez, surge a escola como um lugar, a exigência do edifício-escola como um aspecto imprescindível para o seu funcionamento, dotada de uma identidade” (SOUZA, 1998, p. 16), as classes são divididas por sexo e seguem o modo gradual, várias salas (os alunos são classificados para obter um ensino homogêneo) e vários professores. Estes deveriam ter domínio dos novos métodos de ensino e de todas as transformações que norteiam esse novo método, como bibliotecas, museus, laboratórios, oficinas, ginásios, pátios para recreios, auditórios, materiais novos e outros mobiliários. “Muitas das inovações introduzidas nessa época permanecem até hoje” (SOUZA, 1998, p. 17).

A Escola Modelo é criada para formar esse novo profissional. A mulher nessa função, professora, surge para atender o ensino na infância, “apesar da inegável necessidade do trabalho

¹⁰ Estratégia republicana de um novo modelo escolar: organizar escolas isoladas em determinados prédios, dividindo os alunos em diversas salas (por idade e sexo).

feminino na instrução pública, as autoridades do ensino tinham dúvida quanto à participação efetiva das mulheres nessa atividade” (SOUZA, 1998, p. 63); para esse papel profissional-professor, há a exigência da formação.

Ser professor, ser professora, tornava-se uma profissão especial que requeria uma dada formação, o que a distinguiu de outras profissões e dotava-a de especificidade. Para algumas mulheres, indubitavelmente significou uma nova maneira de ser no mundo e novas possibilidades de inserção social” (SOUZA, 1998, p. 69).

A formação desse profissional é um dos pontos abordados para reforma no ensino. “A renovação do ensino segundo a concepção dos reformadores da instrução pública no Estado de São Paulo estava calcada em dois pilares: a formação dos professores e a adoção do método intuitivo” (SOUZA, 1998, p. 158). Esse momento é considerado como pedagogia intuitiva, também conhecida como lições de coisas¹¹; esse período de discussão na educação é uma crítica ao método tradicional em que a memorização, o ato de decorar, tinha centralidade no ensino. No novo método, considera-se o contato com objetos ou suas representações por meio dos sentidos, para assim, sanar as dificuldades presentes no ensino.

Em meados do século XIX, o método intuitivo é entendido por seus propositores europeus e americanos como um instrumento pedagógico capaz de reverter a ineficiência no ensino escolar, que é assim pontuada: forma alunos com domínio insuficiente de leitura e escrita e com noções de cálculo insatisfatórias, principalmente pelo fato de alicerçar a aprendizagem exclusivamente na memória, priorizar a abstração, valorizar a repetição em detrimento da compreensão e impor conteúdos sem exame e discussão. (VALDEMARIN, 2004, p. 103).

O método intuitivo é apresentado como um novo momento capaz de auxiliar o ensino que, antes tradicional, preparava os alunos com ênfase na memorização, e essa não surtia o resultado esperado. O ensino tradicional envolvia a ideia de que a criança era um mini adulto, “uma época anterior à presença da Psicologia [...], *grosso modo*, é vigente a concepção de que a criança é um adulto em miniatura” (VALENTE, 2016, p. 12). O adulto em miniatura deveria aprender tudo que já foi aprendido pelo homem, mas de acordo com Valente (2016, p. 17), “a

¹¹ Lições de coisas – referência ao Manual didático “Primeiras lições de coisas”, de Norman Allison Calkins (1861), traduzido por Rui Barbosa.

psicologia nascente passa mais e mais a respaldar argumentos de que é necessário seguir o desenvolvimento da criança na sua ordem natural, para que o ensino possa ser eficiente”.

Um dos precursores desse movimento é Pestalozzi¹², que “queria descobrir as leis de acordo com as quais a criança se desenvolve. Segundo ele, essas leis são bem definidas como as do mundo físico. Afirmava que o organismo possui três aspectos básicos: intelectual, físico e moral” (SOËTARD, 2010, p. 39). Esses três aspectos, segundo Soëtard (2010), deveriam ser desenvolvidos interligados e são representados pela cabeça, pela mão e pelo coração. A cabeça é a capacidade de reflexão, de elaboração de conceitos e ideias; o coração é o homem em um mundo de experiências e vínculos com seus semelhantes; e assumido o ser, através das mãos, faz de si mesmo uma obra. Dessa maneira, pode-se compreender a obra como o resultado desse ser, a constituição do homem.

Nesse período os sentidos são considerados como parte do processo educativo, a criança tem seu próprio desenvolvimento, e assim ele deve ser seguido. Deve-se considerar também o que à criança já é conhecido. Em seus estudos, Pestalozzi, por exemplo, percebe que a criança, antes mesmo de vivenciar a escrita ou conhecer o que já se está convencionalmente posto ao homem como ensino formal, tem alguma informação do mundo que a cerca.

O método para obter bons resultados no processo educativo deveria partir do conhecido ao desconhecido; caminhar do concreto ao abstrato; acostumar a criança a fazer; não dizer à criança aquilo que ela pode descobrir por si mesma; seguir a ordem da natureza; dirigir a mente e os sentidos do particular ao geral, passando da visão intuitiva à compreensão geral, desenvolvendo nos educandos a capacidade de percepção e observação, mais do que a pura aquisição de conhecimentos. O método didático, para ele [Pestalozzi], consistia em partir da prática, por meio dos sentidos que deviam entrar em contato direto com os objetos, para chegar depois ao pensamento, às ideias. (SOËTARD, 2010, p. 35).

Para Pestalozzi, a pedagogia deveria estar “alicerçada na capacidade e no espírito de curiosidade da criança” (OLIVEIRA, 2015, p. 20), a criança deveria ter o contato com o que a cerca, relacionando-se com o mundo, atendendo seu desenvolvimento. “Essa forma de pensar o método de ensino, levou Pestalozzi a redefinir a concepção do *elementar*, ou seja, aquilo que primeiro deveria a criança aprender” (OLIVEIRA, 2015, p. 21), assim, *elementar* é algo que é

¹² Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), pedagogo suíço que sistematizou o método intuitivo (SOËTARD, 2010).

a base, o necessário que a criança aprendesse; o professor teve seu papel modificado, pois não mais ensinara a decorar o que já estava posto.

Os professores passam a ser orientados pelos livros para uso dos materiais, mas necessitam também conhecer mais sobre o método intuitivo e as estratégias para efetivar esse método no ensino. É possível encontrar essas informações no manual didático de Calkins – Primeiras lições de coisas.

No prólogo de sua obra, Calkins expõe os princípios fundamentais das lições de coisas, afirmando serem os sentidos o principal instrumento de aprendizagem, justificando assim o ensino pelo aspecto, pela intuição, pelo exercício reflexivo dos sentidos e pelo cultivo da capacidade de observação (VALDEMARIN, 2004, p. 119).

A capacidade de observação citada por Valdemarin (2004) acontece por meio dos sentidos e de objetos que, expostos às crianças, substituem o livro usado na memorização; no lugar deste, são usadas caixas para ensino de cores e formas, coleções, madeira, aro, etc. Não havendo disponíveis os materiais necessários, desenhos e figuras são uma forma de aproximar o método intuitivo das ações com as crianças.

Segundo Valdemarin (2004), pode-se sintetizar esse método como observar e trabalhar: “Observar significa progredir da percepção para a ideia, do concreto para o abstrato, [...]”, e trabalhar “consiste em fazer do ensino e da educação na infância uma oportunidade para a realização de atividades concretas, similares àquelas da vida adulta”. Observar e trabalhar é a aproximação dos três aspectos levantados por Pestalozzi – cabeça, mão e coração –, sendo a constituição do ser no mundo por meio de tudo que faz parte a seu redor.

2.2 O ENSINO DE ARITMÉTICA E *ARITMÉTICA INTUITIVA*

O método intuitivo tem suas contribuições direcionadas a todo o ensino. O “ensino do cálculo, essencialmente abstrato, tem como ponto de partida o manuseio de objetos para a aprendizagem dos números, podendo constituir-se, portanto, numa lição intuitiva” (VALDEMARIN, 2004, p. 109). O processo do ensino de aritmética para Pestalozzi é um “método de aprendizagem a partir dos sentidos, do concreto caminhando, posteriormente, para a representação abstrata (SOËTARD, 2010, p. 37).

Para o ensino da aritmética com as “coisas”, não eram mais necessárias nem as tabuadas, que foram substituídas pelas Cartas de Parker¹³, nem as sequências orientadas das operações: adição, subtração, multiplicação e divisão (VALENTE, 2016, p.19). Com auxílio das cartas de Parker, o professor trabalharia de forma simultânea as operações, e os problemas seriam formulados pelos professores abordando situações que despertassem a curiosidade da criança, “no âmbito da pedagogia intuitiva os professores deveriam formular problemas com elementos próximos das crianças, usando materiais e situações conhecidas de seus alunos” (VALENTE, 2016, p. 23).

A proposta anterior ao método intuitivo, a tradicional, era a de que tudo que já foi aprendido pelo homem deveria ser ensinado às crianças com teorias extensas, e posteriormente avaliado com questionários, exercícios. Um exemplo desse ensino está presente no livro de Felipe Nery Collaço (1888)¹⁴: “ao saber deste contexto metodológico dos compêndios, retomasse o folhear do compêndio de Collaço e percebe-se que entre perguntas (P) e respostas (R) os saberes aritméticos iam sendo expostos” (OLIVEIRA, 2017, p. 150), uma vez que o modo de resolver já deveria ter sido decorado. O ensino de aritmética tinha um percurso já estabelecido:

Apresentar definições iniciais, formular pequenos questionários que envolvam essas definições, exemplificar operações com um dado exercício, formular exercícios semelhantes, e em fase posterior, iniciar a criança-estudante na resolução de problemas que incluem conteúdos ministrados nas etapas vistas. (VALENTE, 2016, p.15).

Para Oliveira (2017), as mudanças no ensino de aritmética fazem com que estejam presentes elementos de um novo saber, a *Aritmética Intuitiva*. Em sua tese, o autor caracteriza a constituição de um novo saber a partir de livros escolares no período de 1870 a 1920. Sua pesquisa perpassa por diversos documentos pedagógicos da época do movimento do método intuitivo e se atenta aos livros, realizando um processo de triagem que inclui: identificar e selecionar os livros que circularam no período da pesquisa e delimitar, de acordo com os títulos selecionados e a possibilidade de acesso aos livros (alguns não foram possíveis encontrar), indicação da época para uso, circulação e reedições posteriormente. Dos livros analisados por ele, cinco ganham destaque em apresentar a reorganização no ensino da aritmética, a *Aritmética Intuitiva*:

¹³ Ver em Valente (2016).

¹⁴ Análise realizada pela autora desta pesquisa para apresentação interna no grupo de pesquisa.

- Arithmetica Escolar - Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios, de Ramon Roca Dordal (1891);
- Arithmetica Primaria, de Antonio Trajano (1895);
- Serie Graduada de matemática, de René Barreto (1912);
- Arithmetica Elementar, de George Augusto Büchler (1923);
- Caderno de Problemas Arithmeticos para o 2º anno preliminar de accordo com os programas officiaes, de Benedicto Maria Tolosa (192?).

Oliveira (2017) afirma que nessas obras é possível encontrar o novo movimento de ensino em circulação, uma vez que “[...] o ensino intuitivo da matéria configurou uma lógica de estruturação dos saberes, a qual não mantinha dependência nem correspondência com saberes de outros níveis” (OLIVEIRA, 2017, p. 244); é um saber destinado ao ensino da aritmética às crianças. Pestalozzi afirma que, considerando o desenvolvimento infantil, o método se estrutura de maneira a ensinar o que serviria de base às crianças para seu futuro, isto é, um saber próprio ao ensino primário.

Na pesquisa de Oliveira (2017), há a seguinte questão de pesquisa: “Como se caracteriza a *Aritmética Intuitiva* da escola primária a partir de livros escolares para uso do aluno durante o período da vaga intuitiva?” Para ele, a primeira evidência é que o livro poderia ser usado pelo professor e não exclusivamente pelo aluno. Com vistas a caracterizar a *Aritmética Intuitiva*, os livros foram analisados de acordo com aspectos didáticos, isto é, a organização e a apresentação dos conteúdos.

De acordo com Oliveira (2017), os conteúdos foram distribuídos nos livros didáticos seguindo duas maneiras: a forma sucessiva ou a forma simultânea, que, segundo Oscar Thompson, são a forma lógica ou a psicológica.

Ensinar Aritmética seguindo a ordem sucessiva dos conteúdos seria trabalhar de modo lógico – isto é, primeiro ensina-se a contar, depois somar, subtrair, multiplicar, dividir, e assim por diante. Diferente dessa proposta clássica, o ensino psicológico da Aritmética era aquele que fazia uso de objetos concretos e que trabalhava simultaneamente vários saberes. (OLIVEIRA, 2017, p. 191).

O método tradicional apresentava os conteúdos de forma sucessiva, ou seja, de forma lógica (sintética), com uma ordem gradual estabelecida que envolvia a busca por respostas a

partir do que foi decorado. Já com o método intuitivo, organizado de maneira simultânea, chamada de psicológica (analítica), “[...] os professores deveriam formular problemas com elementos próximos das crianças, usando materiais e situações conhecidas de seus alunos” (VALENTE, 2016, p. 23). Uma nova proposta de finalidade surge para uso dos problemas, pois, segundo (OLIVEIRA, 2017, p. 201), “o método intuitivo indicava que exercícios e problemas deveriam ser o ponto de arranque do ensino e não o ponto de chegada”.

No caso da Aritmética primária, a análise do material didático revelou a existência de duas formas de exposição dos saberes. Na primeira, os elementos da Aritmética primária estavam nas definições, regras e axiomas que eram os germes do estudo mais elevado da matéria, [...], a Aritmética escolar do nível primário era o preparo para Aritméticas mais complicadas [...]. Assim na segunda forma de exposição dos saberes, os elementos da Aritmética escolar passam a ser construídos através das sensações provocadas pelo contato dos sentidos com objetos materiais. (OLIVEIRA, 2017, p. 232).

Os conteúdos de alfabetização nesse período também eram estruturados de forma sintética, ou analítica; no ensino da aritmética não foi diferente. Para compreender a *Aritmética Intuitiva*, Oliveira (2017) organiza os elementos que caracterizam esse novo saber, elementos que puderam ser identificados nas obras por ele analisadas.

Constituída a partir de apropriações da internacionalização de um discurso pedagógico sobre o ensino intuitivo, a Aritmética intuitiva lida nos livros e cadernos didáticos teve seus saberes elementares sistematizados a partir de alguns princípios: a) cultivar a inteligência seguindo uma marcha de ensino que coloca o aluno em situações que o auxiliem na descoberta das regras; b) avançar sempre do conhecido para o desconhecido, do próximo ao distante, do simples ao complexo, do fácil ao difícil; c) recusar meios mecânicos que o levem a confiar mais na memorização em vez da inteligência; d) dinamizar o ensino de cada conteúdo para não retomar o hábito da rotina. (OLIVEIRA, 2017, p. 246).

Considerando os elementos da *Aritmética Intuitiva*, o interesse em compreender a participação dos problemas no processo de ensino, analisamos os livros didáticos observando as finalidades com que os problemas de aritmética foram expostos pelos autores, tendo em vista a afirmação de Oliveira (2017), que os problemas de aritmética não são mais nesse período o ponto de chegada.

CAPÍTULO 3: RECOMPILAÇÃO DE EXPERIÊNCIAS DOCENTES: OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NAS PROPOSTAS DE ENSINO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Este capítulo se refere ao primeiro momento da metodologia assumida na pesquisa. Já com a coleta dos documentos, passamos a realizar a *recompilação de experiências docentes*, com a observação e descrição dos livros didáticos analisados (Quadro 1).

Quadro 1 – Obras que compõem o *corpus* documental da pesquisa

Título	Autor	Ano	Estado de edição/ Circulação
Arithmetica Escolar – Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios	Ramon Roca Dordal	1891	SP
Arithmetica Primaria	Antonio Trajano	1895	RJ
Serie Graduada de matemática	René Barreto	1912	SP
Arithmetica Elementar	George Augusto Büchler	1923	SP/RJ
Caderno de Problemas Arithmeticos para o 2º anno preliminar de accordo com os programas officiaes	Benedicto Maria Tolosa	192?	SP

Fonte: Elaborado pela autora com base em Oliveira (2017).

Este capítulo apresenta aspectos gerais dos livros didáticos e dos autores responsáveis por cada um deles, levando em conta pesquisas já realizadas, e descreve de forma mais minuciosa a presença dos problemas de aritmética e elementos que rememore a *Aritmética Intuitiva*¹⁵.

Costa (2010), com objetivo de compreender as propostas de ensino do conceito dos números, também adotou como fonte livros didáticos, entre outros documentos. Dos livros que compõem o *corpus* documental desta pesquisa, somente o de Trajano (1895) não é analisado

¹⁵ Dentre esses elementos destacamos o uso de objetos e imagens. As imagens serão abordadas como ilustrações, pois são a representação do real no impresso, e como referencia teórica trazemos Frizzarini e Silva (2019).

por ele, e afirma que “a metodologia explícita nessas obras ao referenciar os números primeiramente na forma oral, para depois serem estudados na sua forma escrita (usando os algarismos) caracteriza e identifica as ideias de Pestalozzi nessas obras” (COSTA, 2010, p. 261). Assim, então, podemos compreender que Costa (2010) e Oliveira (2017) concordam que tais obras apresentam características do método intuitivo e que os livros publicados no final do século XIX e início do século XX pertencem à categoria da *Aritmética Intuitiva*, que será abordada com lente nos problemas de aritmética.

Vale destacar que ao mencionarmos o termo “problemas de aritmética” abordamos dois tipos diferentes nesse período pesquisado. Segundo Bertini (2018a, 2018c), as informações para resolver um problema de aritmética podem ser apresentadas de duas formas: somente com dados numéricos ou envolvendo narrativas da vida cotidiana. Isso acontece, porque, em um mesmo momento histórico, são possíveis diferentes entendimentos sobre o que são problemas de aritmética e sobre como e por que incluí-los nas propostas de ensino.

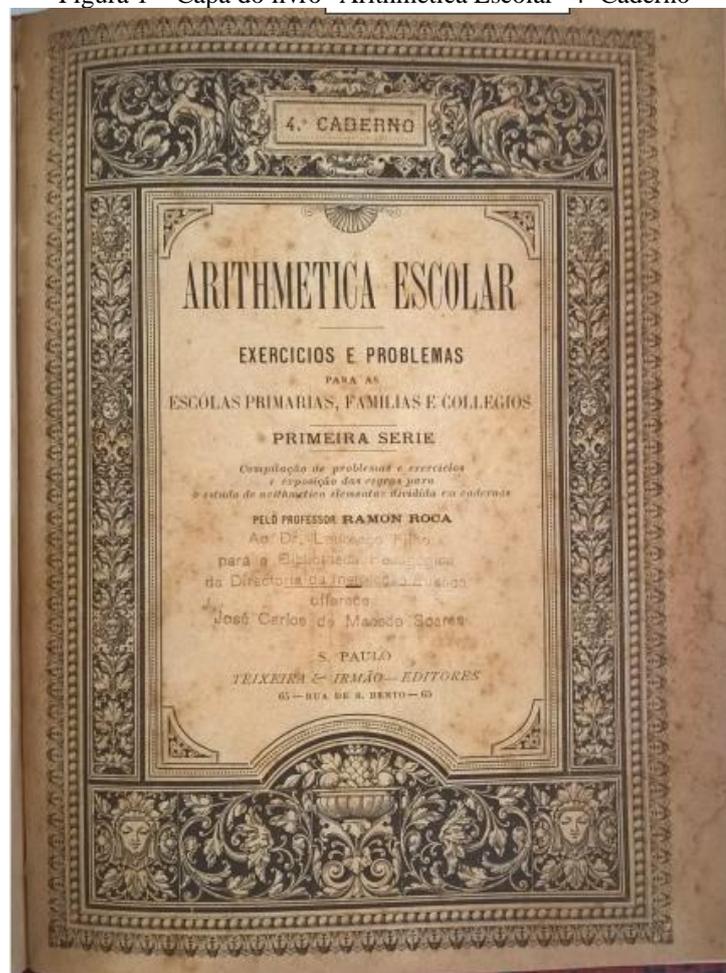
Ao descrevermos cada livro didático, é possível apresentar as duas tipologias de problemas de aritmética apresentadas por Bertini (2018a) e pela análise realizada inferir as finalidades a partir das quais participaram na marcha do ensino na *Aritmética Intuitiva*. Algumas fontes desta pesquisa já foram analisadas e constataram finalidades de uso dos problemas de aritmética, porém com lente na *Aritmética Intuitiva*, e análise nos livros didáticos, propomos uma nova categorização das finalidades, sendo: Explorar, Instruir, Aplicar e Verificar.

Essas finalidades não estão restritas aos “enunciados”, isto é, às perguntas expostas. Para compor as finalidades dos problemas de aritmética, foram necessárias observações minuciosas das características dos problemas de aritmética e de seu uso no processo de ensino.

Os problemas de aritmética categorizados com a finalidade de Explorar são aqueles expostos no início do conteúdo para o professor compreender o que as crianças já conhecem dentro do tema que será abordado. Os que têm a finalidade de instruir são aqueles que, no decorrer do tema, expressam algo do ensino, explicam um procedimento ou tema, ou podem ser retratados também como exemplos. Já a finalidade de aplicar é destinada aos problemas de aritmética a partir dos quais se deve colocar em prática o que foi ensinado. A última finalidade é a de verificar, são aqueles problemas nos quais a criança, a partir do que já foi estudado anteriormente, precisa escolher a operação para se chegar ao resultado.

3.1 ARITHMETICA ESCOLAR – RAMON ROCA DORDAL (1891)

Figura 1 – Capa do livro "Arithmetica Escolar" 4º Caderno



Fonte: Dordal, 1891d.

Em uma pesquisa realizada por Pasquin (2009), é possível encontrar informações referentes a Ramon Roca Dordal. Filho de D. Francisco Roca y Ardevol e D. B. Ramona Dordal, nasceu em 1 de março de 1854, em Barcelona (Espanha). Estudou História e Geografia na Escola San Isidro (Espanha) e mudou-se para o Brasil, aos 19 anos, indo para a cidade de Macaé - RJ, e trabalhou como desenhista da estrada de ferro que ligava os municípios fluminenses de Macaé e Campos. Durante dez anos, na cidade do Rio de Janeiro, também trabalhou como tipógrafo do Jornal do Commercio.

Em 1886, aos 32 anos, matriculou-se na Escola Normal de São Paulo; diplomado, foi nomeado para a 1.ª Cadeira de Itatiba – SP e foi, posteriormente, o 1.º diretor do Grupo Escolar

Cel. “Júlio César” nessa cidade. Lecionou na 2.^a Escola Modelo na cidade de São Paulo – SP, também chamada “Escola Modelo do Carmo”, e, em fevereiro de 1893, foi auxiliar de Alfredo Bresser. Permaneceu nessa escola durante dez anos. Exerceu o cargo de diretor do 1.^o Grupo Escolar do Braz, que passou a ser denominado Grupo Escolar “Roca Dordal” dois meses após a sua morte, conforme o Decreto de 02 de dezembro de 1938.

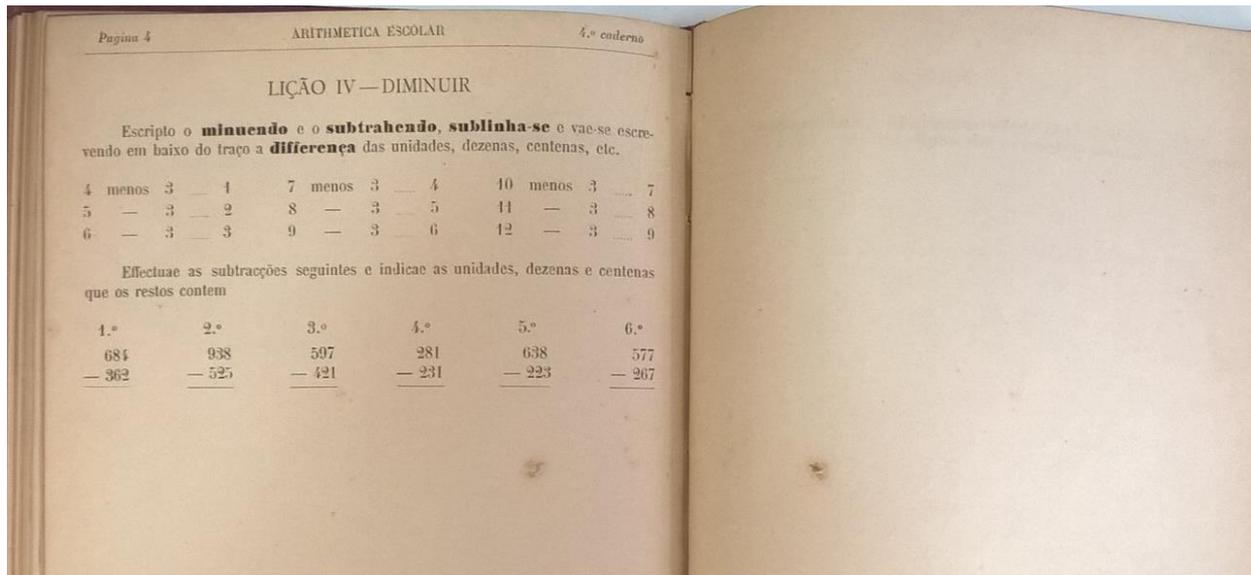
Dordal, em 1896, foi colaborador da “Revista Eschola Publica”, que circulou na cidade de São Paulo, e integrou, em 1902, o grupo de redatores oficiais da Revista de Ensino, da Associação do Professorado Público Paulista. Com essa intensa participação no magistério público paulista e tendo exercido diferentes cargos e funções referentes à instrução pública, em 1907, Dordal foi nomeado inspetor escolar na cidade de São Paulo até o ano de 1919, quando se aposentou. Ramon Roca Dordal faleceu em 19 de setembro de 1938, aos 84 anos de idade.

Os livros do professor Dordal, datados de 1891, editados por Teixeira & Irmão, de São Paulo, são intitulados “Arithmetica Escolar – exercícios e problemas para escolas primarias, famílias e collegios”. Há uma ênfase dada pelo autor ao mencionar exercícios e problemas no subtítulo da obra, que, além de ser destinada às escolas, poderia ao que parece ser utilizada pelas famílias para orientar as crianças. Os livros são destinados para uso na primeira série, e os conteúdos são distribuídos em seis cadernos, porém obtivemos acesso apenas aos quatro primeiros.¹⁶

Os temas das aulas estão distribuídos em 15 lições em cada livro, cada página leva o número da lição igual ao da página, ou seja, na página 1 está a Lição I; na página 2, a lição II e assim sucessivamente. Após cada lição, há uma página em branco disponível ao lado; o autor afirma que as lições podem ser “ampliadas” nessa página para que o aluno prossiga com interesse (cf. Figura 2): “a organização da obra, com uma página em branco após cada uma das lições, revela a intenção de que o professor adote este “método prático” ampliando as lições de modo a garantir o interesse dos alunos” (BERTINI, 2018, p. 75).

¹⁶ Arithmetica Escolar – Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios – 1^o caderno, 1891. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1774>>. Arithmetica Escolar – Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios – 2^o caderno, 1891. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1785>>. Arithmetica Escolar – Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios – 3^o caderno, 1891. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1786>>. Arithmetica Escolar – Exercícios e problemas para Escolas primarias, famílias e collegios – 4^o caderno, 1891. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1787>>.

Figura 2 – “Lição IV — Diminuir” e página em branco ao lado



Fonte: Dordal, 1891d, p. 4.

A página em branco é utilizada a critério do professor, que verifica a necessidade de, o que e como registrar o trabalho com o aluno; ela pode ser tanto para exemplificar a mesma situação estudada como algo a mais para aumentar a dificuldade.

Cada livro está organizado para determinados temas – 1.º Caderno: Numeração e soma; 2.º Caderno: Numeração e soma; 3.º Caderno: Numeração e soma; e 4.º Caderno: Numeração, diminuir, numeração romana.

Nos livros de Dordal (1891), são encontradas orientações aos professores em duas seções: “AOS SNRS PROFESSORES” no início da obra e “OBSERVAÇÕES” ao final.

Essas orientações fazem referência ao método intuitivo. O autor, na primeira delas, destaca a curiosidade infantil e o desejo de conhecer das crianças, “todo o ensino há de ser dado de modo que a natural curiosidade infantil seja aproveitada, evitando fadigar o alunno e esforçando-se para que ele não perca o desejo de conhecer” (DORDAL, 1891, s.p.).

Segundo Dordal (1891), o ensino de aritmética não deveria ser apenas para praticar uma determina regra de forma mecânica, para decorar uma teoria, o ensino de aritmética é para uso na vida cotidiana. Então indica-se iniciar pelos números, não com cópias escritas e leituras, mas sim em contato com objetos; após esse momento, intuitivo, dá-se o uso dos livros.

A arithmetica começará a ser ensinada logo que a creança entrar na escola, contando objectos até conhecer a formação dos números e sua representação graphica, continuando o estudo com auxilio d’esta primeira serie da Arithmetica Escolar, [...] (DORDAL, 1891.s.p.).

E nessas orientações há interesse e preocupação com o trabalho do professor, pois o autor menciona crer que com essa publicação da “Arithmetica Escolar” facilitaria o trabalho do professor que precisasse lecionar a diversos alunos da mesma forma e, assim, auxiliaria também em outro ponto, na falta de caderno. O autor afirma ainda como as lições serão abordadas: “[...] se apresente ao alunno uma serie de problemas e exercícius dispostos gradualmente e como applicação da theoria ministrada methodicamente” (DORDAL, 1891, s.p.).

Ao buscar o que seriam os problemas de aritmética, é possível inferir que eles têm a função de facilitar o trabalho do professor, pois o autor afirma que “as regras são dadas clara e resumidamente, sempre comprovadas com exemplos, e sua compreensão facilitada com exercícius e problemas a resolver” (DORDAL, 1891, s.p.). Não há na obra definições que possam nos elucidar a diferenciação entre os termos “exercícius” e “problemas”, porém elas são mencionadas pelo autor, como observa Bertini (2018):

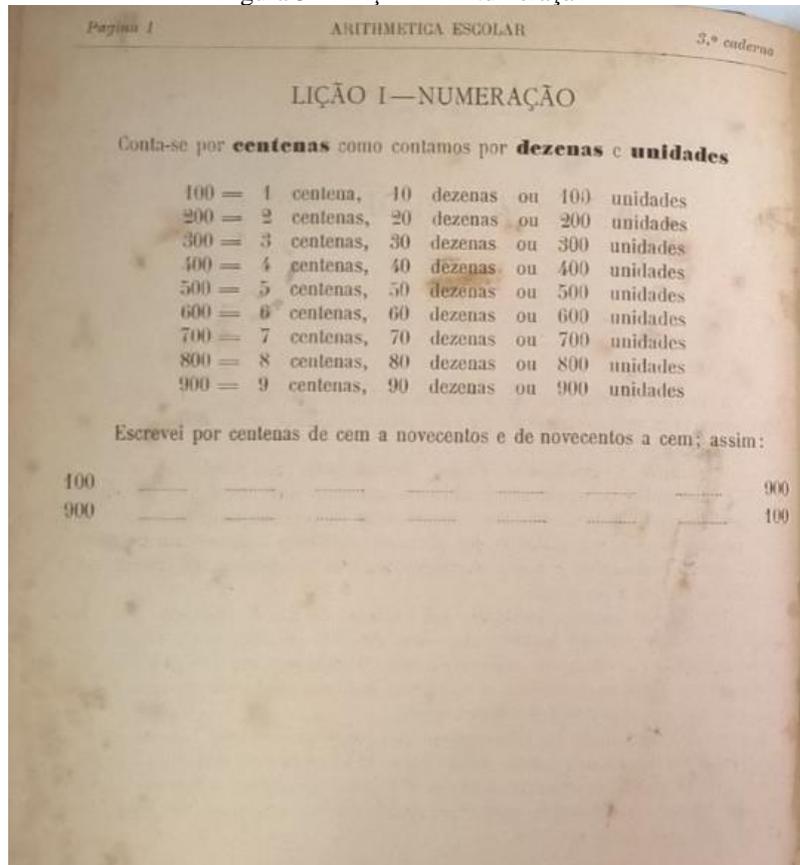
Roca Dordal (1891) afirma que sua obra é composta por regras, exercícius e problemas, no entanto, não apresenta uma definição do que é um problema e nas lições também não faz uma diferenciação específica de quais são os exercícius e quais os problemas. Na análise das propostas, pela ordem com que aparecem nas lições, é possível inferir que os problemas são apresentados após as regras e exercícius visando a sua aplicação, sendo apresentados em forma de pequenas narrativas que envolvem situações do cotidiano. (BERTINI, 2018, p. 74).

As lições seguem a sequência de uma tríade: um breve resumo da regra, lições com números e, em seguida, questões escritas com o objetivo de encontrar uma resolução por meio das quatro operações fundamentais. A observação feita na sequência dessa tríade permite afirmar que as regras deveriam ser dadas da forma mais simples e clara para que fosse de fácil entendimento. A lição iniciava com a numeração a ser estudada (explicando a regra), depois apresentava alguns exemplos e exercícius com os números que a regra abordou (escrita numérica, composição dos números utilizando as operações matemáticas, etc.) e terminava com questões que requeriam uma determinada resolução.

Para exemplificar melhor a sequência da tríade nos livros de Ramon Roca Dordal (1891), usaremos o livro enumerado como 3.º caderno, para, assim, explorar os problemas de aritmética na sequência do ensino de soma.

Podemos afirmar que o autor coloca inicialmente um pequeno texto instrutivo, as regras, explicações, em todo início de página/lição para orientar a criança e quem a for instruir; o texto tem um vocabulário claro, é pequeno e de fácil compreensão (Figura 3).

Figura 3 – “Lição I — Numeração”

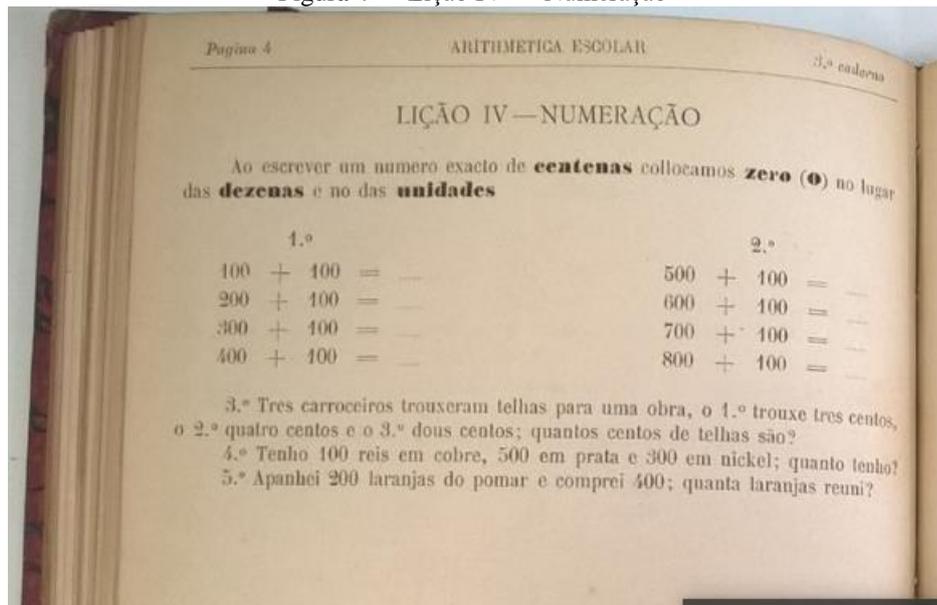


Fonte: Dordal, 1891c, p.1.

No exemplo apresentado na Figura 3, a abordagem é o ensino das centenas, a leitura e escrita das centenas podem ser indicadas como exercícios dessa lição. Nas duas lições seguintes, podemos perceber que se volta aos exercícios com centenas, acrescentando valores à ordem das unidades e das dezenas, formando a composição numérica por meio da indicação da operação de soma, como, por exemplo, $100 + 1$ e $100 + 10 + 1$.

A composição dos números passa a incluir centenas, dezenas e unidades e soma de centenas, assim como na lição IV (Figura 4). Nesta lição surge a primeira situação nesse livro que inclui questões cotidianas ou práticas, conforme mencionado nos programas de ensino.

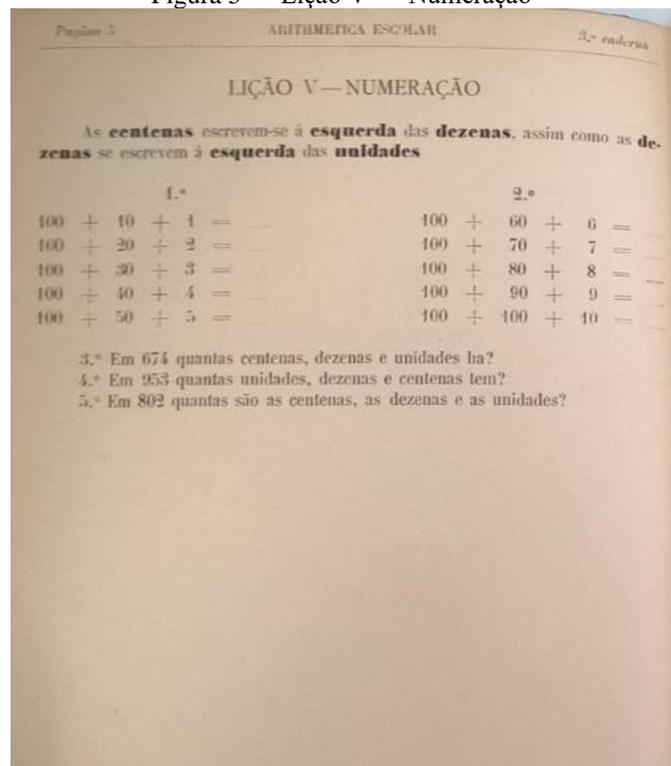
Figura 4 – “Lição IV — Numeração”



Fonte: Dordal, 1891c, p. 4.

Esses seriam considerados os problemas de aritmética? Podemos dizer que sim, pois nesse caso a criança teria a oportunidade de, por meio de uma situação escolar, realizar a operação matemática relacionada à vida, assim como foi indicado pelo autor quando descreve a organização do livro.

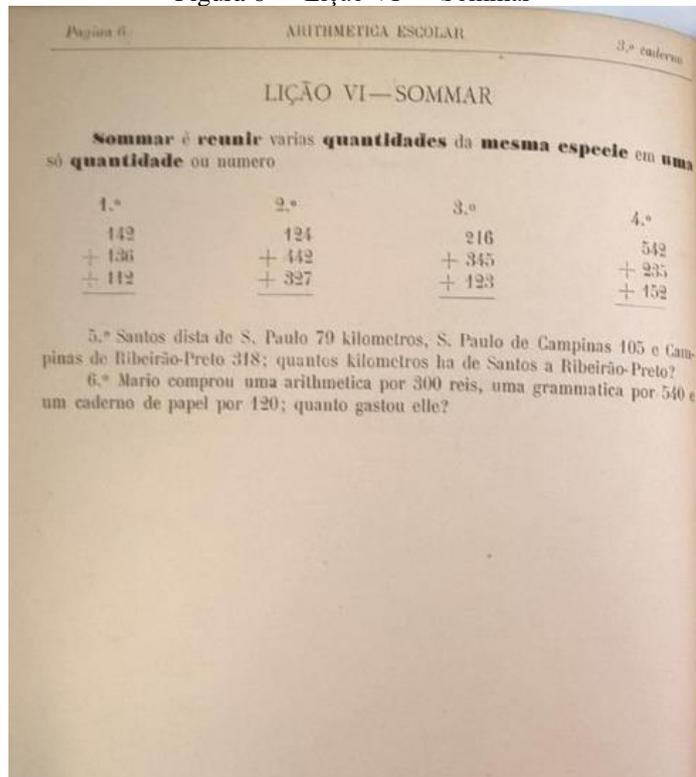
Figura 5 – “Lição V — Numeração”



Fonte: Dordal, 1891c, p. 5.

Na lição ilustrada na Figura 5, as questões não abordam situações cotidianas, mas apresentam uma pergunta, um problema de aritmética, para que se construa uma resolução. Na Figura 6, pode-se observar ainda outro tipo de problema de aritmética: narrativas, seja de situações cotidianas, ou que atendam temas escolares.

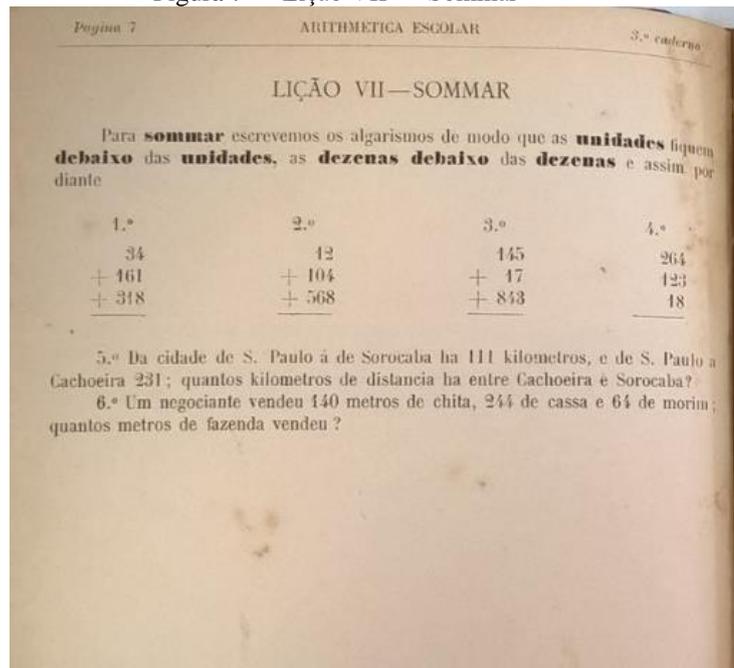
Figura 6 – “Lição VI — Sommar”



Fonte: Dordal, 1891c, p. 6.

A lição VI inicia nesse livro o tema da soma, segue com exemplos que já estabelecem a estrutura da operação matemática e ao final retoma com os problemas de aritmética, usando situações da vida cotidiana (distância em quilômetros) e apresentando a vida escolar em momento de compras de materiais escolares.

Figura 7 – “Lição VII — Sommar”



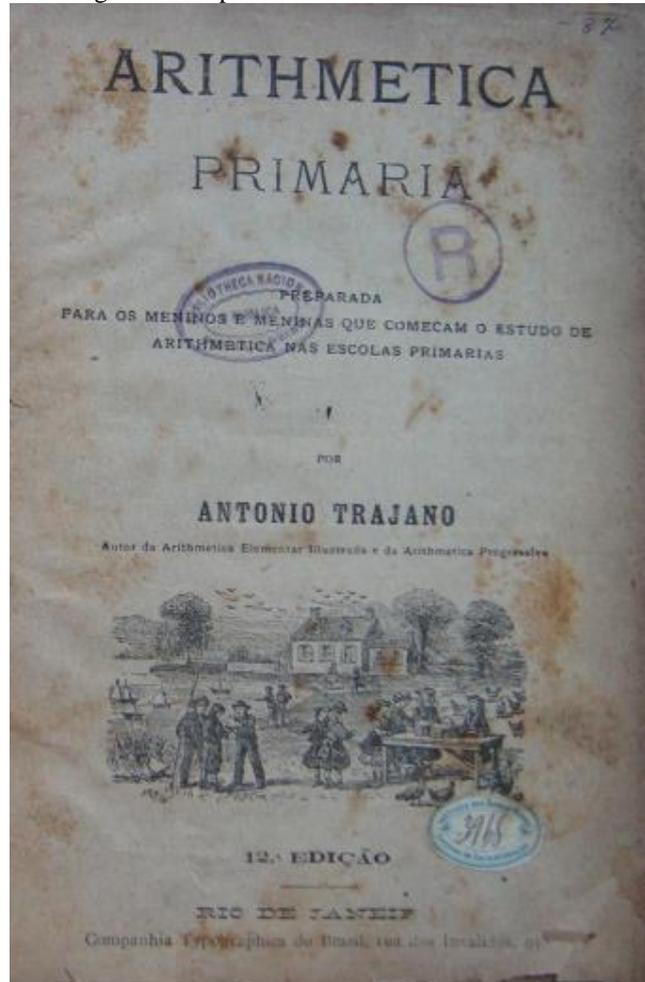
Fonte: Dordal, 1891c, p. 7.

Os problemas de aritmética presentes nos livros de Ramon Roca Dordal (1891) são de dois tipos: com dados numéricos e com narrativas cotidianas e escolares. As finalidades que se adequam à abordagem dos problemas de aritmética nesses livros didáticos são a de instruir e aplicar. Para instruir, o autor [Dodal] apresentou após as regras, exemplos, para contribuir na compreensão da regra abordada. Aplicar, nesses casos a criança não precisa identificar qual operação deve usar, ela usa a operação que está sendo trabalhada, abordando os mesmos números já aprendidos, colocando em prática o que foi ensinado por meio de questões que abordam a vida, a escola, relacionando-as com a matemática.

A abordagem de aplicar o que foi ensinado acontece ao final de cada lição, não ao final do tema abordado. Por exemplo, a cada situação de ensino da soma, os problemas de aritmética fazem parte do processo de ensino, dessa forma, além de aplicar, eles também têm a finalidade de instruir, participam do que está sendo ensinado. Oliveira (2017) não categoriza as finalidades dos problemas de aritmética, mas observa ao analisar os livros didáticos que “os exercícios vão deixando de lado essa função verificadora da aptidão da aprendizagem para servirem de dispositivo didático que assegura a aquisição implícita da regra” (OLIVEIRA, 2017, p. 165).

3.2 ARITHMETICA PRIMARIA – ANTONIO TRAJANO (1895)

Figura 8 – Capa do livro "Arithmetica Primaria"



Fonte: Trajano, 1895.

Antonio Bandeira Trajano nasceu em Portugal, em Vila Pouca de Aguiar, em 30 de agosto de 1843. Chegou ao Brasil aos 14 anos e foi naturalizado brasileiro. Em 1867, ingressou no seminário presbiteriano fundado no Rio de Janeiro e até 1870 ensinou geografia e aritmética nas escolas paroquianas. Casou-se com Olympia Bandeira Trajano em março de 1873, em Sorocaba – São Paulo; tiveram sete filhos.

Em 1876, Trajano se tornou o primeiro pastor nacional da Igreja Presbiteriana no Rio de Janeiro e, no ano seguinte, em 1877, retornou a São Paulo para ser professor de Matemática na escola Americana, fundada em 1870. Durante esse período como pastor e professor, Trajano se dedicou a elaborar livros de matemática para o ensino primário e secundário; obra de destaque premiada em exposição no Rio de Janeiro, em 1883, a “Aritmética elementar ilustrada” teve

136 edições, sendo a 1.^a edição em 1879, e a última em 1958. Antonio Trajano faleceu aos 78 anos, em 23 de dezembro de 1921.

A obra “Arithmetica Primaria”¹⁷, de Antonio Trajano, foi editada no Rio de Janeiro, sendo que a 12.^a edição tem data de 1895. O livro apresenta 64 páginas, das quais foram escolhidas para análise as 36 primeiras, pois são destinadas às quatro operações fundamentais. Nessas páginas há definições de alguns conceitos, como quantidade, unidades, números pares e ímpares, etc. Para esta pesquisa, selecionamos os subtítulos que abordam os temas *Sommar*, *diminuir*, *multiplicar* e *dividir*¹⁸.

Nesse livro as orientações aos professores estão presentes tanto na abertura, com um texto introdutório, quanto no decorrer da obra por meio de notas. Na introdução há uma crítica aos compêndios por terem poucos exemplos, exercícios ou problemas, explanando que a falta desses faz com que o ensino não seja atrativo. Para o autor, o ensino deve ir além das teorias, é preciso exercitar.

É também necessario que os professores reformem o systema de ensino, e que além da leccionação theorica exercitem convenientemente os seus discípulos na solução de exemplos e problemas variados, afim deles poderem mais tarde calcular com acerto os seus negócios. (TRAJANO, 1895, s.p.).

Para o autor, os exemplos e problemas variados auxiliam o aluno em seus cálculos na vida fora da escola, na vida cotidiana; “mais tarde, quando nas suas lidas e ocupações se veem na precisão de calcular, então reconhecem o seu *atrazo* e ignorância, e também como foi imprestável o ensino que receberam na escola” (TRAJANO, 1895, s.p.). Mais à frente, nesse mesmo texto, o autor faz nova crítica ao método de ensino que privilegia o decorar no ensino e pergunta: “e o que ficara sabendo o pobre *alunno*, com um estudo tão superficial?” (TRAJANO, 1895, s.p.).

As primeiras lições abordam definições e o tema *números*. Na página 10, com o título “operações fundamentais”, iniciam-se explicações que serão usadas nas próximas páginas. Podemos encontrar uma definição para “problemas de aritmética” junto a outras explicações:

¹⁷ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104083>>.

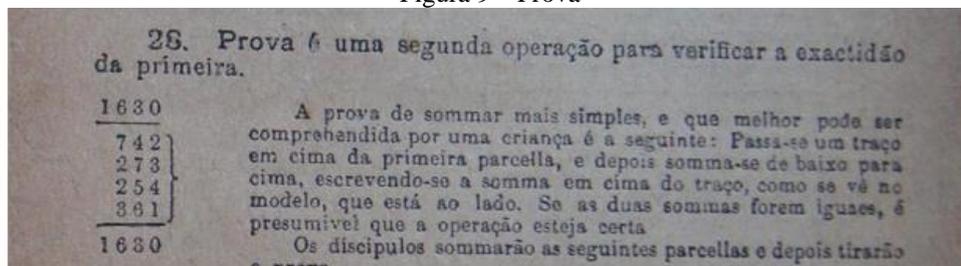
¹⁸ Conforme grafia da época exposta no livro.

“é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas, obtidas por meios de quantidades conhecidas” (TRAJANO, 1895, p. 10).

A organização do livro segue uma sequência pelo ensino das quatro operações. Inicia com um título que apresenta o nome da operação a ser trabalhada, por exemplo, *somma*; logo em seguida é exposta uma ilustração com o subtítulo “Ensino intuitivo da figura”; abaixo dessa ilustração seguem algumas perguntas de aritmética; após as perguntas, seguem explicações e exemplos; e, ao final, é dada uma lista de problemas de aritmética.

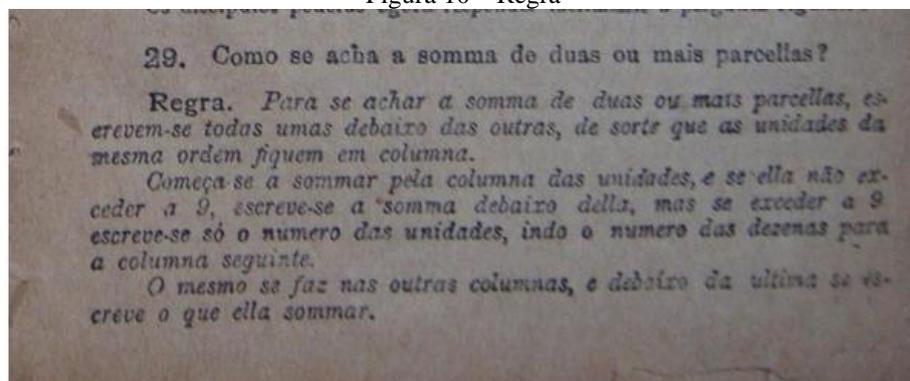
As explicações são sobre como realizar as operações e abordam dois tópicos: prova e regra. A prova é apresentada como uma possibilidade de verificação se a operação realizada está correta ou não, como descrito na Figura 9. O outro tópico é intitulado *regra*. Ele explica uma regra geral para ser usada sempre que surgirem perguntas parecidas com as anteriormente expostas (Figura 10).

Figura 9 – Prova



Fonte: Trajano, 1895, p. 15.

Figura 10 – Regra



Fonte: Trajano, 1895, p. 15.

Os problemas de aritmética ganham destaque na introdução do livro quando o autor menciona que eles são necessários aos alunos para que saibam calcular os “seus negócios” – portanto, ao que parece, seria importante saber calcular para o uso prático na vida. Os problemas de aritmética expostos são de dois tipos diferentes: com narrativas cotidianas que envolvem

compras, vendas, e situações comuns à vida ordinária (Figura 11), ou com perguntas abordando apenas dados numéricos (Figura 12).

Figura 11 – Problema com narrativa cotidiana

Um quadro com 9 estrelas. A solução é 9 estrelas.

****+***+**=*****

Fonte: Trajano, 1895, p.12.

Figura 12 – Problema apenas com dados numéricos

Problema. Qual é a somma de 275, 164, 82 e 806?

Centenas	Dezenas	Unidades
275	164	82
806		
<hr/>		
1327		

Solução. A somma da columna das unidades é 17; ora, 17 unidades contem 1 dezena e 7 unidades. Escreve-se 7 debaixo das unidades, e a dezena vai para a columna seguinte, que com ella somma 22; ora, 22 dezenas contem 2 centenas e 2 dezenas. Escreve-se 2 debaixo das dezenas e as 2 centenas vão para a columna seguinte, que somma 13 centenas. A somma das 4 parcelas é 1327.

Fonte: Trajano, 1895, p.14.

Os problemas de aritmética apenas com dados numéricos se diferenciam dos exercícios. Para ser um problema de aritmética, há uma pergunta a ser feita e ser respondida pelas crianças; já os exercícios são situações nas quais os dados numéricos são expostos na estrutura e na organização que se deve realizar, por exemplo, $20+25$.

Figura 13 – Problemas e exercícios abordando a subtração

— 19 —

38. Primeiro caso. Quando todas as casas do subtraendo são menores do que as casas correspondentes do minuendo, opera-se a subtração de cada casa, escrevendo o resto debaixo della.

Problema. De 756 tirando 324 quanto resta?

	Centenas	Dezenas	Unidades	
Minuendo	7	5	6	
Subtraendo	3	2	4	
Resto	4	3	2	

Solução. Escreve-se o subtraendo debaixo do minuendo, de sorte que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, etc., e embaixo passa-se um traço. Nas unidades, temos 6 menos 4 são 2; nas dezenas, temos 5 menos 2 são 3, e nas centenas, temos 7 menos 3 são 4. O resto é 432.

Nestes exercícios todas as casas do subtraendo são menores do que as casas correspondentes do minuendo.

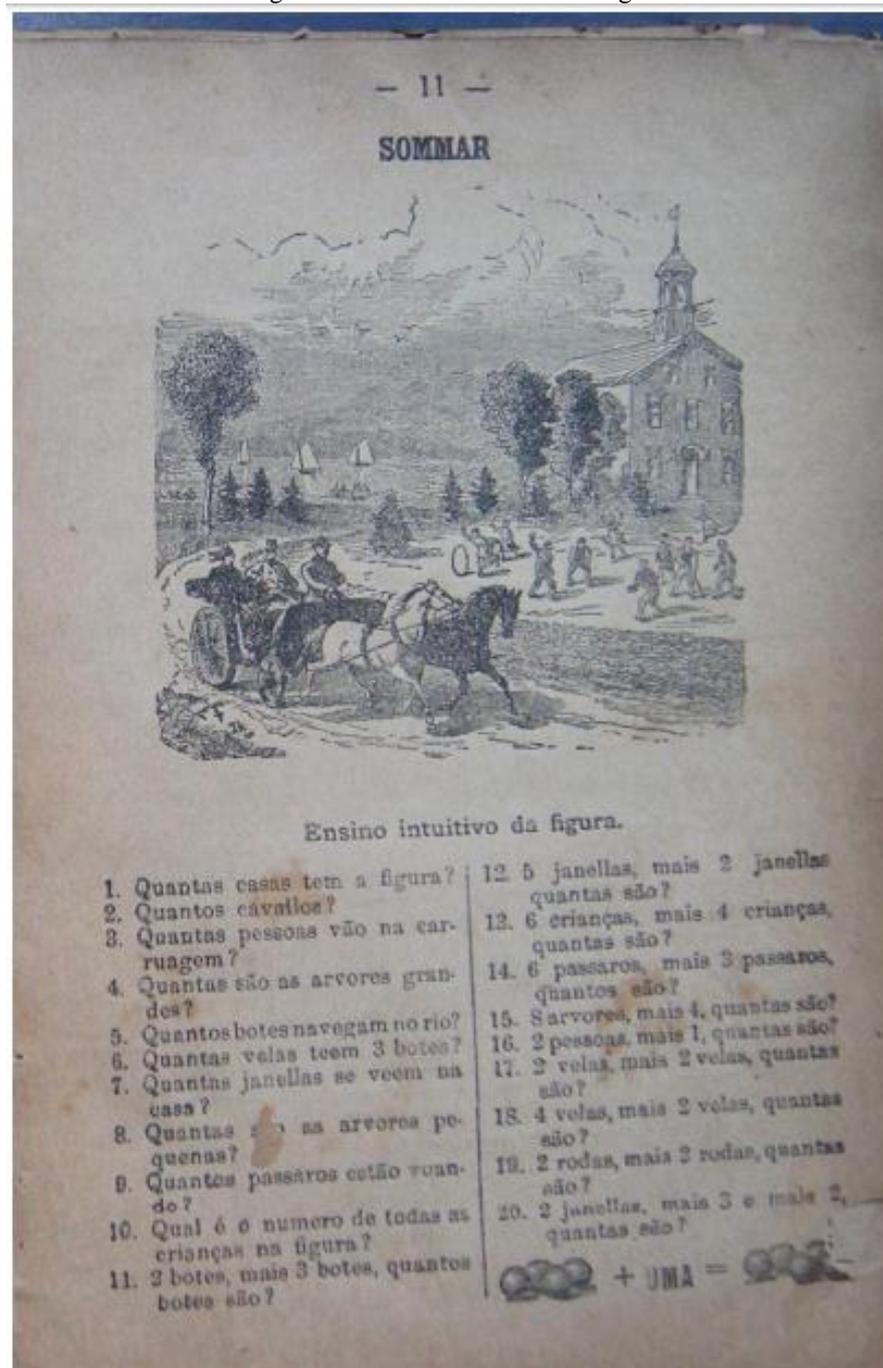
(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
32	36	48	286	456	732	9873
<u>11</u>	<u>15</u>	<u>21</u>	<u>172</u>	<u>312</u>	<u>611</u>	<u>5321</u>
21						
(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	
5386	9784	89456	79835	314589	23545	
<u>4015</u>	<u>351</u>	<u>24186</u>	<u>21703</u>	<u>2437</u>	<u>12434</u>	

Fonte: Trajano, 1895, p. 19.

Quando observamos a primeira sequência das operações matemáticas, a soma, não é perceptível o que afirmamos, que há diferença entre exercícios e problemas, tanto que, para Oliveira (2017), nessa obra problemas e exercícios são sinônimos. Porém quando observamos a subtração, a palavra *exercícios*, referindo-se aos dados numéricos já organizados, nos elucida essa diferenciação. Algo que podemos inferir é que, na abordagem exposta por Trajano (1895), problemas de aritmética são questões que fazem o leitor pensar na solução que deve usar, seja uma pergunta com dados numéricos, por exemplo, “Qual é o triplo de 10?”, seja com narrativas que abordam a vida cotidiana ou escolar, pois vale ressaltar que algumas perguntas abordam compra de materiais escolares (lápiz, livros, etc.).

Observada a diferenciação de exercícios e problemas de aritmética, e descritos os dois tipos de problemas de aritmética mencionados por Bertini (2018), cabe-nos ampliar a discussão para as finalidades. Oliveira (2017) não usa a nomenclatura “finalidade”, mas sim “tipos de problemas de aritmética” para apresentar como os problemas foram expostos pelo autor; ele [Oliveira] apresenta dois tipos diferentes: os iniciais – denominados por Bertini (2018a) como Introdução, pois por meio da exploração da figura se iniciaria o ensino de determinada operação – e os de aplicação. Esses mesmos problemas de aritmética foram intitulados por Trajano (1895) como “Ensino Intuitivo da figura” (Figura 14).

Figura 14 – “Ensino Intuitivo da figura”



Fonte: Trajano, 1895, p. 11.

O primeiro contato com os problemas de aritmética e com a operação matemática nesse livro é pelo uso de imagens. As narrativas em forma de perguntas usando a figura são a forma de Explorar o que já é possível que a criança responda ou não, assim nomeamos a primeira finalidade encontrada nessa obra.

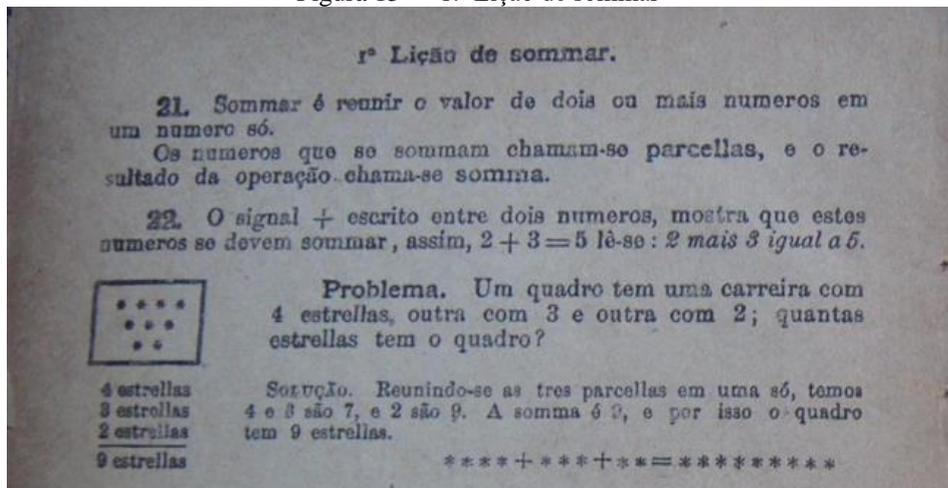
Os problemas de aritmética são expostos após a figura, e para respondê-los é necessário voltar à figura, observá-la, contar e calcular, mesmo que ainda não tenham sido introduzidas as

operações já estabelecidas convencionalmente, por exemplo: “Quantas casas tem a figura?” (TRAJANO, 1895, p. 11).

Para Oliveira (2017), as resoluções usadas nessas perguntas iniciais são denominadas “soluções analíticas”, pois não são respondidas por meio de regras e definições, e sim por meio da análise das ilustrações, assim apoiam ao ensino. Esses problemas de aritmética apresentados previamente para de maneira intuitiva serem respondidos são expostos com a finalidade de Explorar o que já é conhecido pelas crianças, tanto de suas vivências sobre a aritmética como também a fim de perceber a maneira que as crianças se organizam para resolver essas situações.

Após essas perguntas, explicações sobre a operação abordada e um problema de aritmética são apresentados expondo os procedimentos para se chegar a uma solução (Figura 15). Bertini (2018) os denominou como Ilustração, pois apresentam exemplos do procedimento; ampliamos, porém, essa discussão ao observar as informações anteriores e posteriores ao exemplo.

Figura 15 – “1.ª Lição de sommar”



Fonte: Trajano, 1895, p. 12.

Para explicar os procedimentos da operação de “soma”, próximo ao problema de aritmética há uma imagem ilustrativa da pergunta (estrelas), essa auxilia o ensino do tema exposto; logo abaixo, a mesma representação da ilustração, mas nesse caso, apresenta os dados numéricos um abaixo do outro, apresentando um modelo de resolução. Os problemas de aritmética são expostos depois das definições da operação estudada e da apresentação do sinal que representa tal operação (+). Esse momento da lição é de explicação, pois são expostos um modelo explicando como resolver a operação requerida e a solução em um pequeno texto, mostrando o procedimento que deve ser realizado para se chegar ao resultado. Assim, o

problema de aritmética é usado para explicar os procedimentos, e a finalidade usada nesses problemas de aritmética é a de instruir.

Após as explicações, uma lista com diversos problemas de aritmética é exibida para que se possa buscar a resposta correta, utilizando o que se aprendeu sobre aquela determina operação matemática. Por exemplo, se a soma foi abordada na lição, essa será a operação abordada nos problemas de aritmética presentes na lista, envolvendo nas perguntas situações da vida cotidiana (Figura 16).

Figura 16 – “8.ª Lição de sommar”



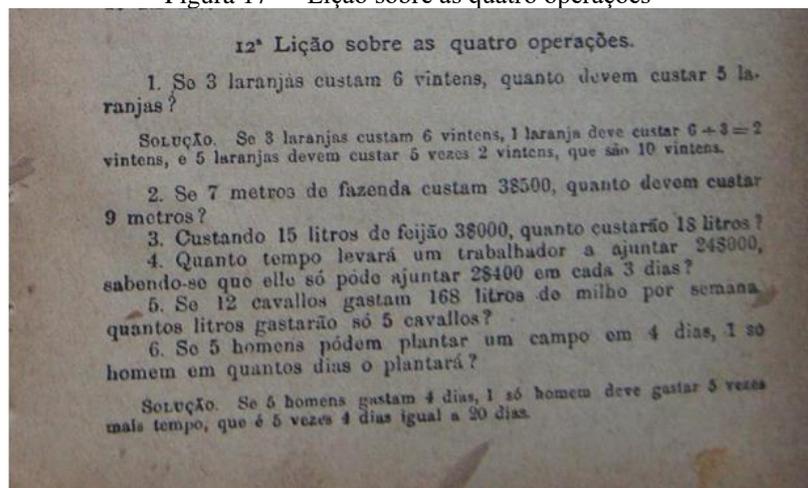
Fonte: Trajano, 1895, p. 16.

As listas de problemas de aritmética foram denominadas por Bertini (2018) como de aplicação, “com a finalidade de exercitar as aprendizagens, como possibilidade de aplicação

dos conceitos e procedimentos tratados” (BERTINI, 2018, p. 76). Porém observa-se neste estudo que existem na obra duas listas com finalidades diferentes.

Na lista exposta ao final da operação, o aluno exercita os procedimentos dos passos aprendidos com a finalidade de aplicar o que foi ensinado. A essa denominamos de aplicar, com referência à categoria já encontrada por Bertini (2018), e ampliamos, no entanto, para uma segunda lista, categorizando-a como verificar, uma vez que a lista contempla as quatro operações juntas, sem destaque para uma ou outra operação. Essa nova lista é apresentada com o subtítulo “Lição sobre as quatro operações” (Figura 17), e a criança deve verificar qual operação matemática se adequa a cada pergunta com a finalidade de verificar.

Figura 17 – “Lição sobre as quatro operações”

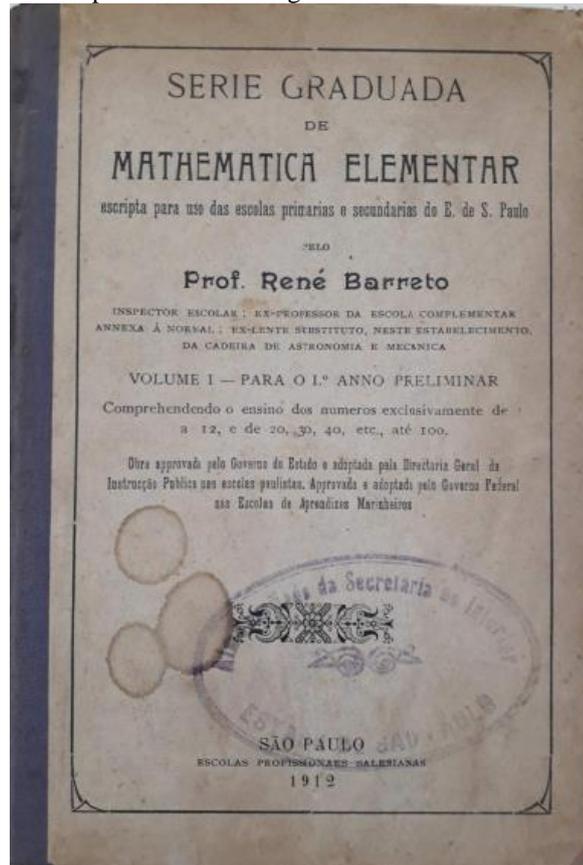


Fonte: Trajano, 1891, p. 35.

A descrição e observação dessa obra foi uma ampliação das categorias já resultantes de outras pesquisas, sendo que para Oliveira (2017) existiam duas categorias apenas e para Bertini (2018), três. Podemos aqui ampliar a categoria verificar e adequar as categorias já existentes de acordo com a finalidade encontrada.

3.3 SERIE GRADUADA DE MATEMÁTICA ELEMENTAR – RENÉ BARRETO (1912)

Figura 18 – Capa do livro "Serie graduada de matemática elementar"



Fonte: Barreto, 1912.

René Barreto nasceu em Campinas – SP, em 30 de julho de 1872. Filho do farmacêutico Antonio Jessuino de Oliveira e de Aristhéa Brazilianna de Lemos Barreto, e irmão mais novo de Arnaldo Barreto, seus primeiros estudos foram no Colégio Internacional, que seguia os mesmos princípios religiosos presbiterianos do Colégio Americano (antecessor do Colégio Mackenzie). Em 1895, formou-se na Escola Normal de São Paulo e logo se tornou professor da escola complementar. Faleceu em 16 de maio de 1916, aos 43 anos.

Na capa da obra aqui analisada, “Serie graduada de matemática elementar”¹⁹, o autor é identificado como inspetor escolar²⁰, ex-professor da escola complementar anexa à normal e ex-lente substituto da cadeira de Astronomia e Mecânica. O livro apresenta na capa a indicação para uso nas escolas primárias e secundárias do Estado de São Paulo. Possui 204 páginas,

¹⁹ Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/100346>>.

²⁰ Em uma pesquisa no diário oficial, em 1905 René Barreto já ocupava o cargo de inspetor escolar.

divididas em 19 lições, cada lição apresenta um título de acordo com o conteúdo a ser abordado. Antes de iniciar as lições, existem tópicos com orientações aos professores.

No início do livro, há um texto assinado por Oscar Thompson, que é, de fato, sua opinião sobre o exemplar, declarando não haver outra obra em português que atendesse aos critérios da ordem psicológica do desenvolvimento da ideia. Ainda segundo Thompson, Barreto realizou um estudo interessantíssimo sobre os números, e por julgá-la adequada, deu parecer favorável à aprovação do livro. E conforme o que se declara na capa, a obra foi aprovada e adotada pelos Governos do Estado de São Paulo e Federal.

No Prefacio e nos Conselhos aos Professores há um bom estudo do desenvolvimento do espirito da criança em relação aos números e da maneira psychologica do aparecimento destes, o que nos demonstra que, nos primeiros passos para o ensino da Arithmetica, deve este ser ministrado com factos numéricos dos quaes os alumnos já trazem de casa algum conhecimento. (BARRETO, 1912, s.p.).

Essa afirmação sobre o ensino de maneira psicológica faz parte das orientações do método intuitivo. René Barreto, na “Introdução” do livro, insere a indicação de que o exemplar é para “uso exclusivo do mestre” (BARRETO, 1912, p. 6); Oliveira (2017, p. 205) afirma que “a obra de René Barreto não é um compêndio propriamente dito. É um livro composto de modelos de lições que guiavam os professores primários”, e reitera que esse livro não foi criado para manuseio dos alunos, mas sim como um guia a ser seguido pelos professores, um passo a passo para se ensinar aritmética.

O livro não deveria ser utilizado logo no início do ano, pois as crianças não estariam alfabetizadas e seu uso não seria possível, “entretanto, deverão ser lhes mostradas ou desenhadas figuras que ilustrem o texto e se destinem á organização de exercícios e problemas” (BARRETO, 1912, p. 6).

No tópico “Conselhos aos Snrs. Professores”, o autor apresenta 16 orientações ao trabalho do professor, indicando o uso de objetos: tornos, varinhas, moedas, formas geométricas, etc. Para exercícios e problemas, ele menciona que “dentre as series de exercícios que aconselharei ao deante, chamo a atenção para aquella em que os alumnos são chamados a ilustrarem os problemas. Muito usual hoje nas escolas americanas e allemãs, – esse exercício auxilia o ensino do desenho” (BARRETO, 1912, p. 11), e completa que os exercícios de compra

e venda não deixam de ser interessantes. Ainda, quanto aos exercícios e problemas, no texto introdutório, René Barreto, ao criticar o ensino que vinha sendo usado, evidencia que não deveriam ser ensinadas fórmulas, chama-as de inúteis e completa afirmando que se deveria ensinar pelos problemas.

Não é mysterio para ninguém que acompanhe mais ou menos de perto o ensino daquelas disciplinas, em nossos estabelecimentos públicos ou particulares, quanto ele tem sido improficuo e tem estado longe de satisfazer a função pratica e, mais ainda, á função eminentemente educativa da mathematica. Pelo modo improprio por que se conduzia o ensino da mathematica em os primeiros anos escolares, em vez de desenvolver-se o raciocínio na creança, pela observação graduada e segura dos factos mathematicos, exercida no estudo de problemas posto ao alcance da compreensão dos alumnos. (BARRETO, 1912, p. 5).

Assim, ao observar o livro, é possível inferir que o ensino deveria partir dos problemas, e esses, ademais, serem orais, visto que as crianças ainda não estavam alfabetizadas.

No tópico “Conselhos aos Snrs. Professores”, os termos “exercícios” e “problemas” são utilizados como sinônimos, por exemplo, “as lições apresentadas servem apenas de modelo ou guia. O professor competente lhes acrescentará outros problemas de caracter semelhante” (BARRETO, 1912, p.10) e, em outro item dos mesmos conselhos, “no decurso dos exercícios e problemas, o professor deverá referir-se, mandando também traça-las na lousa, [...]” (BARRETO, 1912, p.11).

A sequência para o ensino proposta na obra não segue a ordenação das operações fundamentais, mas a ordenação de apresentação dos números, conforme mencionado anteriormente acerca do estudo sobre os números que o autor realizou para expor em sua obra. Para justificar a organização da obra de forma gradual, pela ordem dos números, ao final do livro, em “Observação Final”, há citações dos autores que mencionam o limite adotado para trabalhar com os números: Arnaldo Barreto, Francis Parker, Pascal, Pestalozzi. Para Parker, “o limite para o ensino dos números ás criancinhas não devem exceder de 10” (BARRETO, 1912, p. 203), assim Barreto (1912) menciona que os professores não devem exceder o que já está na proposta exposta na obra.

Na “Primeira Lição”, as informações iniciais são denominadas pelo autor como observação. Indica-se que as crianças retirem objetos, conforme uma determinada quantidade,

para observar o conhecimento sobre os números, menciona-se também que “feito esse exercício, durante algumas poucas lições, passar-se-há ao estudo graduado dos números” (BARRETO, 1912, p. 13), e ainda afirma-se que algumas crianças podem conhecer até o número 5 ou mais.

Durante as lições é possível encontrar o termo “exercício”, ao que parece, como sinônimo de “problemas”, não há uma separação ou definição dos termos. As lições são iniciadas com perguntas que levem a compreender o número, quantidade e operações matemáticas, porém sem mostrar procedimentos de resolução, já que o objetivo é a compreensão pela oralidade (vale lembrar que é um livro para uso do professor), pois os alunos não estão alfabetizados. O ensino dos números e das operações foram organizados para serem ministrados de forma simultânea, como no exemplo a seguir, que envolve o ensino do número e algumas operações possíveis:

Luiz, mostre-me três dedos; abra mais um dedo. Quem sabe dizer quantos dedos Luiz está mostrando?

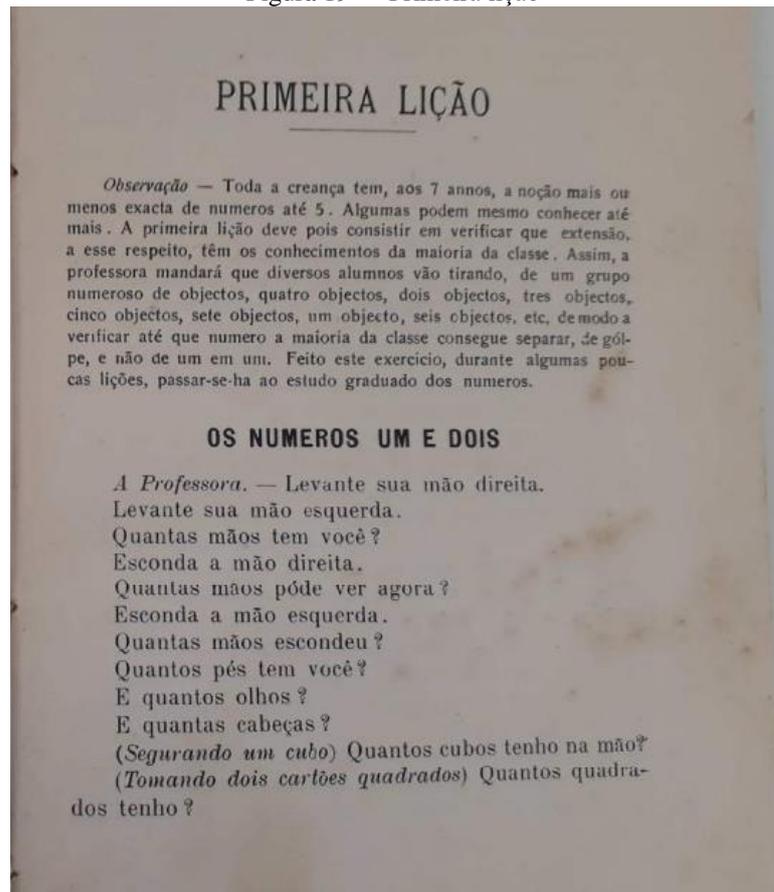
Laura, mostre-me agora tantas bolinhas quantos dedos o Luiz mostrou. Mostre-me igual número de círculos; de cubos; de quadrados; de triângulos, etc.

Vejo que Henrique tirou um dos seus quatro cubos: quantos você deixou? (BARRETO, 1912, p. 23).

Os problemas de aritmética apresentados no livro de Barreto (1912), como já mencionado em outros momentos neste estudo, são uma espécie de guia para o professor que irá lecionar às crianças não alfabetizadas. Porém os problemas são de características diferentes, isto é, tipos e finalidades diversas; percebemos, assim, que há dos dois tipos: com dados numéricos e, em maior quantidade, com narrativas cotidianas e escolares (formas geométricas, objetos escolares, etc.).

Em cada lição os primeiros problemas de aritmética são expostos explorando determinados números, com participação das crianças e utilizando partes do corpo que possibilitam explorar quantidades, ou situações cotidianas que possam auxiliar o professor a compreender o que sabem os alunos sobre aqueles números expostos. Esses problemas são explorados pela oralidade do professor em forma de narrativas (Figura 19).

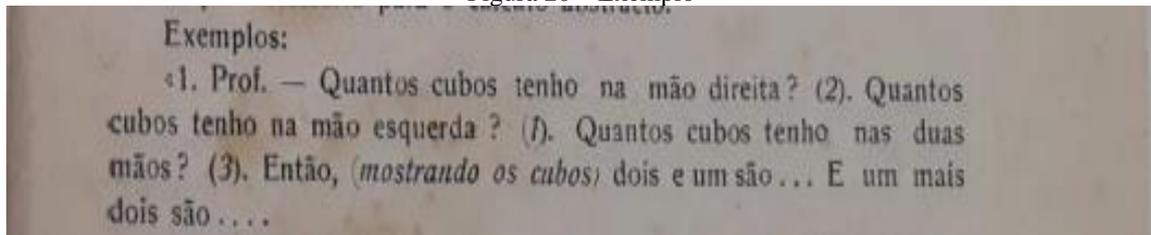
Figura 19 – “Primeira lição”



Fonte: Barreto, 1912, p. 13.

Outro exemplo de problema de aritmética com narrativa cotidiana é o apresentado na Figura 20. Neste podemos perceber que há uma abordagem a partir da quantidade de cubos que o professor tem nas mãos e depois uma nova pergunta abordando apenas os números.

Figura 20 – Exemplo

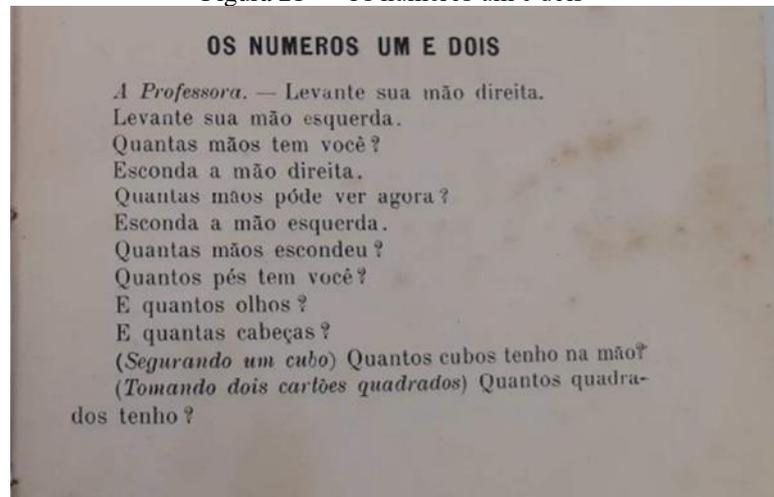


Fonte: Barreto, 1912, p. 21.

Nesse exemplo os problemas de aritmética com dados numéricos são expostos após o ensino intuitivo, o concreto, portanto, uma proposta representativa da transição do concreto ao abstrato.

Na obra analisada de Barreto (1912), encontramos quatro finalidades ao descrever e observar os problemas de aritmética – Explorar, Instruir, Aplicar e Verificar; mas essas finalidades não estão segmentadas, uma para cada problema de aritmética, podemos encontrar problemas que atendem duas ou mais finalidades.

Figura 21 – “Os números um e dois”

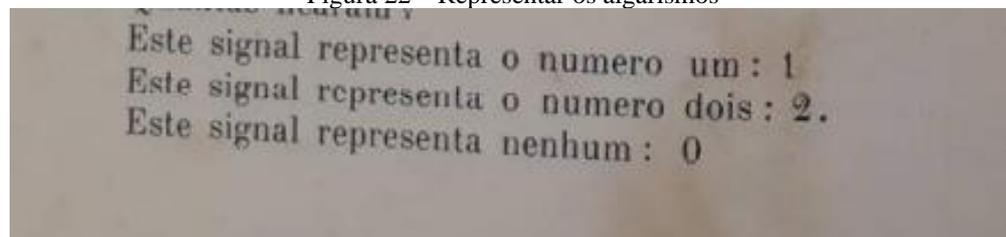


Fonte: Barreto, 1912, p. 13.

Nesse exemplo algumas perguntas são para atender o que está escrito no tópico que dialoga com os professores, “Observação final”, que explica que algumas crianças podem já conhecer alguns números e quantidades. Esses problemas de aritmética procuram o que a criança já conhece, são categorizados, pois, na finalidade de Explorar.

A próxima finalidade apresentada é de instruir, que muitas vezes é exposta em conjunto com a finalidade de aplicar. Observando o uso dessas finalidades juntas, podemos perceber que ao mesmo tempo que se ensina um elemento na lição – instruir –, ela também é usada para aplicar o que foi ensinado. Os problemas de aritmética, nessa obra, participam do processo de ensino sempre com a indicação da oralidade.

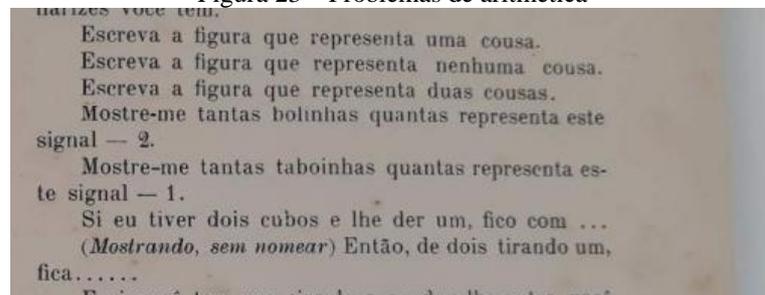
Figura 22 – Representar os algarismos



Fonte: Barreto, 1912, p. 14.

Na figura 22, a instrução está isolada, essa explicação e representação do algarismo é uma instrução para os problemas de aritmética seguintes (Figura 23), que estão adequados à finalidade de aplicar.

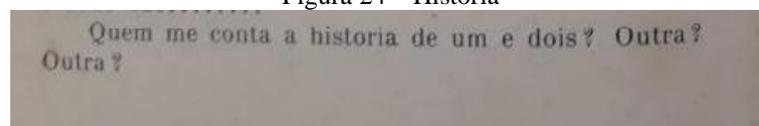
Figura 23 – Problemas de aritmética



Fonte: Barreto, 1912, p.15.

Quando é solicitado que a criança escreva na lousa a figura que representa o número, é para aplicar o que foi ensinado anteriormente. Depois, conforme indicação do método intuitivo, mostra-se a quantidade com objetos, e abaixo um único problema de aritmética aplica o que se está abordando (os números) e instrui como essa operação fica na forma concreta (usando cubos) e na forma abstrata (dois tirando um fica...). Para compreendermos que as duas finalidades dialogam, foi necessária uma observação da sequência e do desenvolvimento das atividades no decorrer da obra e não apenas de um único problema de aritmética.

Figura 24 – História

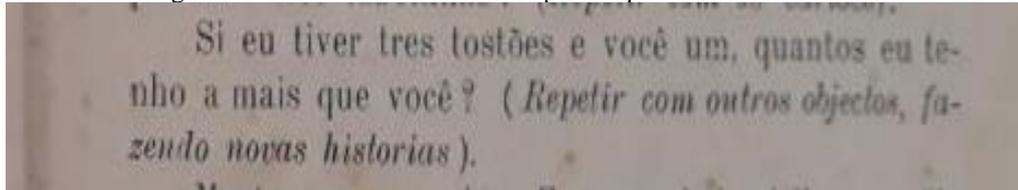


Fonte: Barreto, 1912, p. 18.

Contar uma história parecida com a que já foi abordada é uma maneira de aplicar o que está sendo ensinado. O termo “história” é usado para que situações cotidianas e da escola sejam exploradas e exercitadas no quadro negro²¹ ou oralmente com as crianças (Figura 25).

²¹ Termo usado à época para se referir ao recurso material usado pelo professor, atualmente denomina-se lousa.

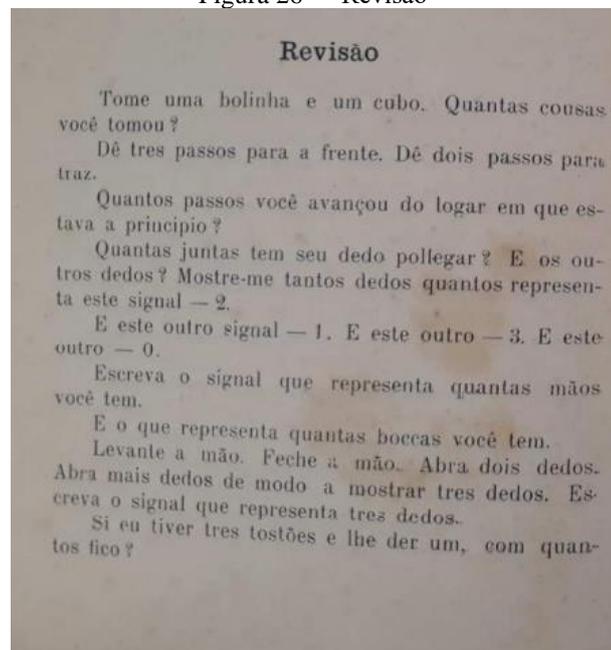
Figura 25 – Uso do termo “história” para os problemas de aritmética



Fonte: Barreto, 1912, p.19.

Um outro tópico surge em algumas lições intitulado “revisão”. Podemos inferir que os problemas de aritmética presentes nesse tópico são para verificar o ensino, pois retomam problemas anteriores.

Figura 26 – “Revisão”



Fonte: Barreto, 1912, p. 20.

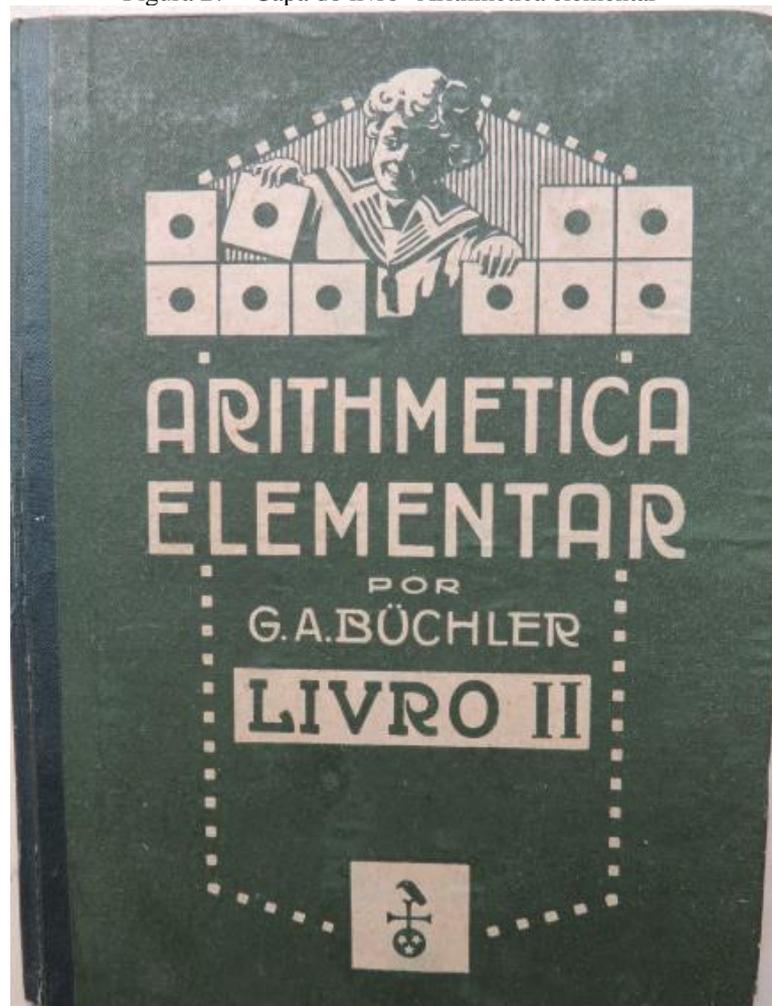
Os problemas de aritmética abordando situações da vida escolar são em diversos momentos explorados com o uso do quadro negro, de partes do corpo (mãos, dedos, orelhas, boca) para explicar os números, e utilizam também formas geométricas, linhas, etc., evidenciando a grande variedade de situações nas quais podemos incluir a matemática antes mesmo de apresentar a forma escrita à criança, e, ademais, que os problemas podem ser iniciados pela forma oral, despertando o interesse das crianças e sua participação no ensino.

Nessa obra percebemos características que evidenciam a *Aritmética Intuitiva*, pois faz-se uso da oralidade para que os não alfabetizados manipulem objetos e percebam quantidades em formas, objetos e imagens.. É possível observar momentos em que as crianças são incentivadas a desenhar mãos, objetos, traços para que com esse apoio compreendam o que está

sendo ensinado, “com essas mudanças, contar e calcular deixariam de ser saberes teorizados por regras e definições, passando a ser saberes elaborados pela prática do diálogo sobre objetos que fazem parte do cotidiano da criança’ (OLIVEIRA, 2017. p. 206).

3.4 ARITHMETICA ELEMENTAR – GEORGE AUGUSTO BÜCHLER (1923)

Figura 27 – Capa do livro "Arithmetica elementar"



Fonte: Büchler, 1923.

Georg August Büchler, autor do livro “Arithmetica Elementar”²², é de origem germânica, nascido em 21 de maio de 1884, em Steinbach (Hessen), onde se formou na escola primária e

²² Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7075>>.

secundária. Em 1903, ingressou no Seminário de Formação de Professores – “Cabe mencionar que, no século XIX, em muitos estados germânicos, havia instituições que visavam à formação de professores para as escolas de ensino primário, denominadas Seminário de Formação de Professores [Lehrerseminar]” (DYNNIKOV, 2016, p. 3).

Chega ao Brasil em 1905, adapta seu nome para George Augusto Büchler e por um convite inicia seu trabalho na Escola Alemã, em Blumenau, lecionando aritmética e língua inglesa. Mais à frente, em 1907, assume também a disciplina de português, exercendo sua função até 1917, quando foi afastado por causa da 1ª Guerra Mundial, indo trabalhar no comércio até 1920. Com a reabertura da escola, volta a seu cargo de professor; e nesse período se dedica a estudar matemática e a produzir livros.

Oscilando de um lugar para outro, às vezes com emprego, outras não, os professores afastados de suas funções procuraram alternativas de sobrevivência. No caso de Büchler, os livros didáticos que escreveu, e começou a editar a partir de 1919, foram possivelmente a saída encontrada para manter-se, no país, vivendo com alguma dignidade. (DYNNIKOV, 2016, p. 4).

De 1930 a 1935, foi diretor da Escola Alemã de Florianópolis – SC; em 1937, foi transferido para a Escola Secundária, “quando as escolas de imigrantes foram nacionalizadas, em 1938, ele foi para São Paulo, onde começou a dirigir o curso secundário da Escola Comercial de São Paulo, onde ficou até 1942”. (DYNNIKOV, 2016, p. 4). O ano de seu falecimento foi 1962.

A “Arithmetica Elementar”, com edição em São Paulo datada de 1923, possui 164 páginas. No Índice (Figura 28), é possível observar que algumas operações são ensinadas simultaneamente, então, nesta pesquisa, foram selecionadas para descrição as páginas que apresentassem os títulos com as quatro operações fundamentais, denominadas: “adição, subtração, multiplicação e divisão”.

Figura 28 – Índice do livro "Arithmetica Elementar"

INDICE		
N.º	LIÇÃO	Pag.
I	Numeração falada e escripta	1
II	Pôr e tirar	12
III	Passagem das dezenas — Adição — Complemento — Excesso	18
IV	Passagem das dezenas — Adição (cont.)	25
V	Adição e Multiplicação	32
VI	Passagem das dezenas — Subtracção (medição)	41
VII	Passagem das dezenas — Subtracção (cont.) — tra- balho corporal, manual — trabalho mental	52
VIII	O multiplo — a multiplicação	63
IX	Divisão	74
X	Revisão	85
XI	Multiplicação (vantagens)	92
XII	Calculos abreviados e Multiplicação (cont.)	99
XIII	Medição	106
XIV	Mil — cem mil — Multiplicação por 10, 100, 1000	115
XV	A troca de valores (subtrahir por addição)	128
XVI	Numeros ordinaes — O tempo, a data — Alga- rismos romanos	136
XVII	Partes do inteiro	144
XVIII	Divisão com resto	153
XIX	Divisão — Fracção	157
XX	Milhão	161

Fonte: Büchler, 1923, s.p.

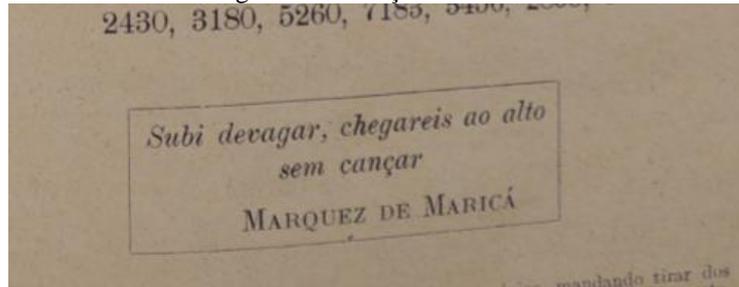
O livro apresenta uma página intitulada “Prefacio”, na qual o autor critica o método tradicional, pois esse apresentava os conteúdos por meio de teorias extensas para que as crianças decorassem. Ele afirma que o novo método por ele proposto, no qual a criança participa do ensino analisando, sintetizando o que é proposto, mesmo que seja mais moroso que o tradicional, traz inúmeras vantagens para a vida adulta: “Bem sei que esse processo é mais moroso que o tradicional; em compensação, porém, traz vantagens innumeras que a criança poderá desfructar quando homem. *Instruir e educar pela vida para a vida*” (BÜCHLER, 1923, s.p., itálico do autor).

No prefácio alguns pontos demonstram que o objetivo da obra é aproximar acontecimentos da vida às operações e que a criança esteja inserida nisso, sendo também necessário que saiba reconhecer a operação adequada para cada cálculo solicitado, “é capacita-la a escolher a operação que convém ao caso, não por assim o exigir uma regrinha decorada, e sim pelo conhecimento perfeito dos factos” (BÜCHLER, 1923, s.p.).

Com essas observações defende-se que a criança deveria ser preparada para situações cotidianas que iriam requerer conhecimentos de aritmética, em outros termos, que reconhecesse e escolhesse qual operação usar, que aproximasse do cotidiano e não apenas que decorasse o “como fazer”.

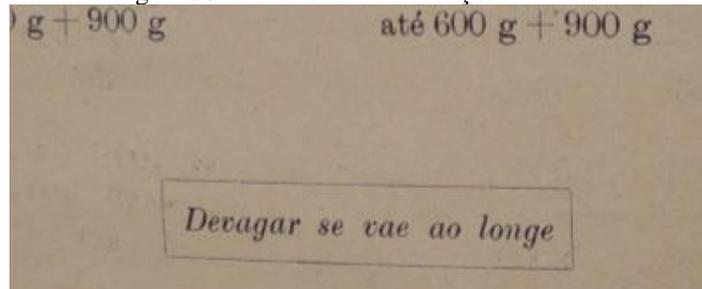
Além do prefácio apresentado no início do livro, é possível encontrar no decorrer das páginas algumas notas com citação de autores identificados e frases sem identificação. Parece-nos que o objetivo dessas notas é o de motivação aos estudos (Figuras 29 e 30).

Figura 29 – Citação de autores



Fonte: Büchler, 1923, p.17.

Figura 30 – Frase sem identificação de autoria

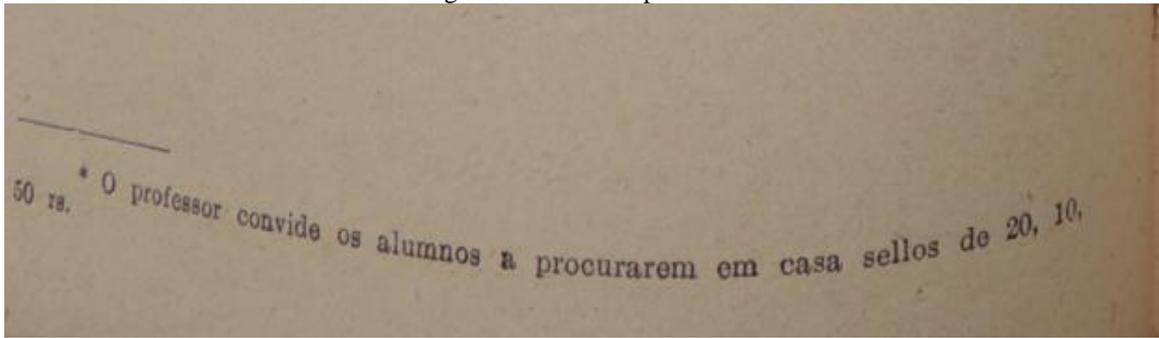


Fonte: Büchler, 1923, p. 24.

Essas frases estão presentes em todo o livro em páginas diversas, as identificadas são todas do mesmo autor, Marquez de Maricá.

O segundo tipo de notas utilizadas no decorrer do livro tem característica diferente, surge ao final da página, com letras menores (Figuras 31 e 32), com orientações para o desenvolvimento do trabalho docente.

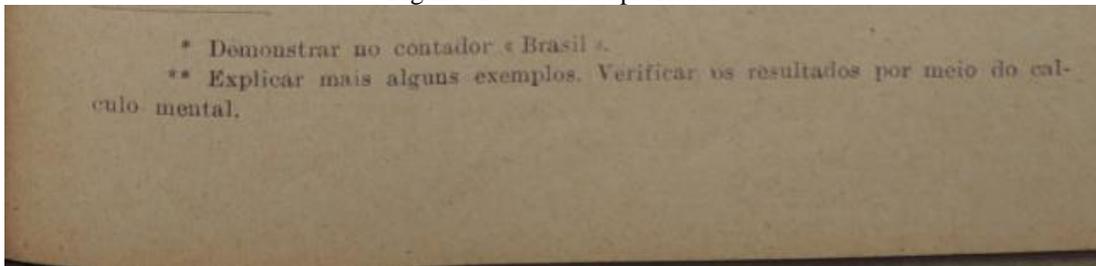
Figura 31 – Nota ao professor



Fonte: Büchler, 1923, p. 40.

Algumas dicas ao professor são para que a atividade seja realizada no pátio a fim de realizar medições, ou para que seja utilizado algum material na realização das atividades, como, por exemplo, selos (Figura 31).

Figura 32 – Notas ao professor



Fonte: Büchler, 1923, p. 59.

Uma das sugestões é para o uso do contador. Em algumas situações, indica-se que o professor coloque as quantidades no contador, em outros momentos, pede-se que a criança faça isso.

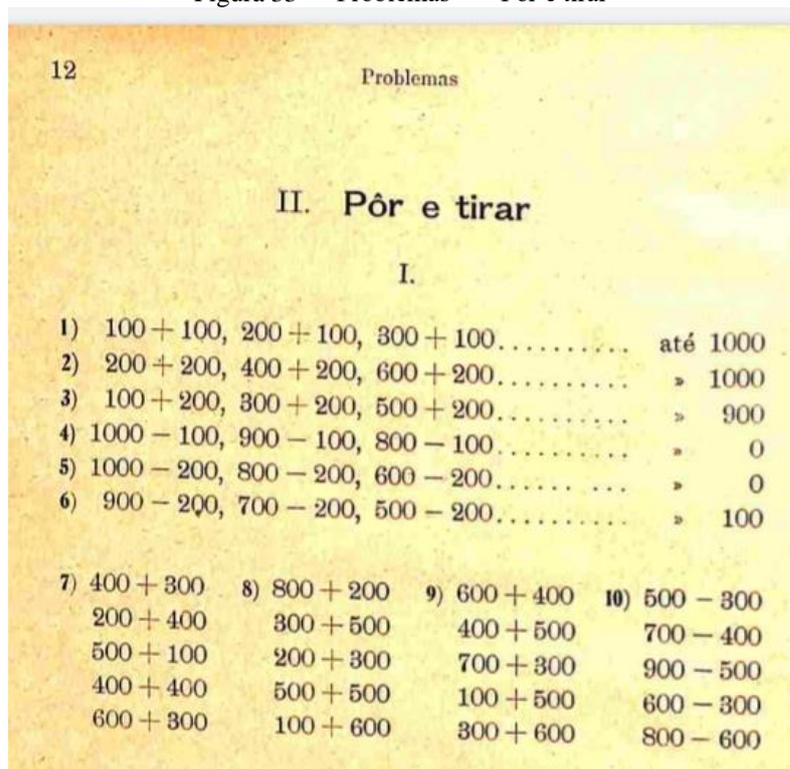
O termo “exercícios” não aparece com tanta frequência nas páginas, e não encontramos uma definição ou diferenciação dada entre exercícios e problemas. O termo “exercícios” é utilizado em uma das situações (intitulada “Da adição para a multiplicação”), como, por exemplo, “Diga os numeros da serie de 20 (70,50,...)”, levando-nos a considerar que exercícios são lições que abordam recitar, escrever, dizer uma sequência numérica.

Já o termo “problemas” aparece em várias passagens como título da página ou da lição. Ao observar as páginas que explicam os conteúdos, encontramos problemas de aritmética

durante a abordagem do tema, por exemplo, em “O múltiplo – A multiplicação”²³; consideramos esses, portanto, problemas de aritmética ainda que não estejam especificados na página.

Estão presentes dois tipos diferentes de problemas de aritmética: os que apresentam apenas dados numéricos (seja na estrutura com números um abaixo do outro, ou com perguntas) e os que expõem situações cotidianas. O Capítulo II, intitulado “Pôr e tirar”, tem em seu cabeçalho o termo “problemas” e apresenta propostas para composição ou decomposição de números (Figura 33).

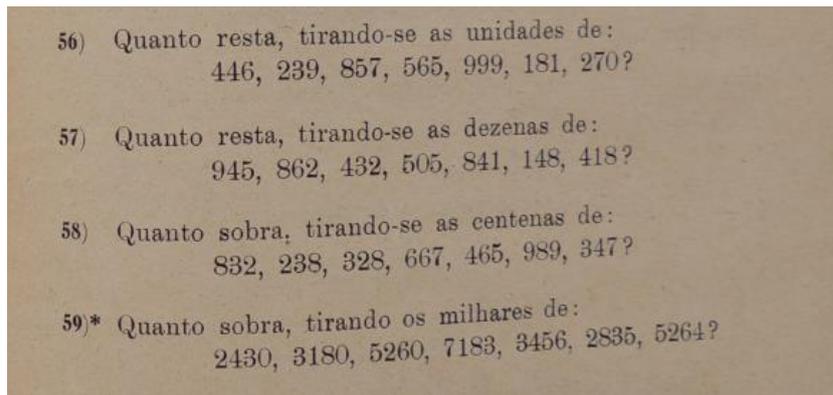
Figura 33 – “Problemas” – “Pôr e tirar”



Fonte: Büchler, 1923, p. 12.

²³ Esse mesmo tema e exemplo de problema de aritmética são abordados nas páginas seguintes desta descrição mostrando a finalidade desses problemas de aritmética.

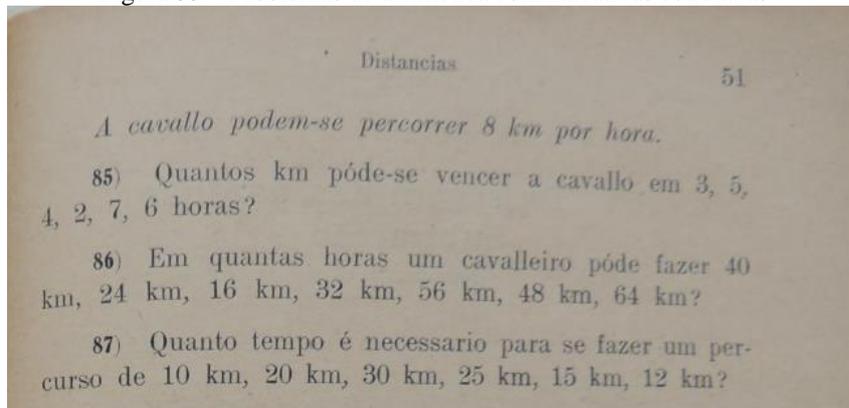
Figura 34 – Problemas com dados numéricos sem narrativas cotidianas



Fonte: Büchler, 1923, p. 17.

Os problemas de aritmética das Figuras 33 e 34 são expostos com dados numéricos. O que os diferencia é que, no primeiro caso, os dados numéricos são expostos sem pergunta; já no segundo, há uma pergunta ao leitor que não envolve situações de vida cotidianas, mas requer de quem irá resolver uma leitura não apenas de números.

Figura 35 – Problemas de aritmética com narrativas cotidianas

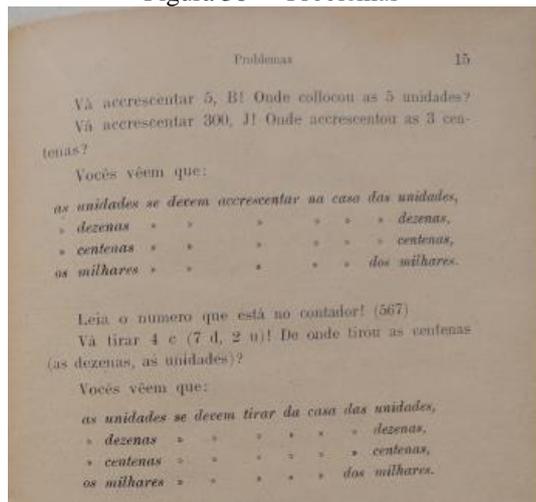


Fonte: Büchler, 1923, p. 51.

Os problemas de aritmética com narrativas cotidianas envolvem trabalho, distância, medidas, compras, vendas, etc. Dentre os problemas analisados no livro de Büchler (1923), há uma quantidade mais elevada de problemas de aritmética que envolvem o ensino usando unicamente dados numéricos, seja para leitura, escrita, uso do contador, compor e decompor números, valores monetários, compras e vendas, entre outros.

Nos capítulos V e VII, intitulados, respectivamente, “adição e multiplicação” e “Passagem das dezenas–subtração (continuação)”, os textos introdutórios abordam a vida escolar nas explicações das operações, contudo seguem as características dos demais capítulos; os problemas de aritmética surgem para executar o que foi explicado.

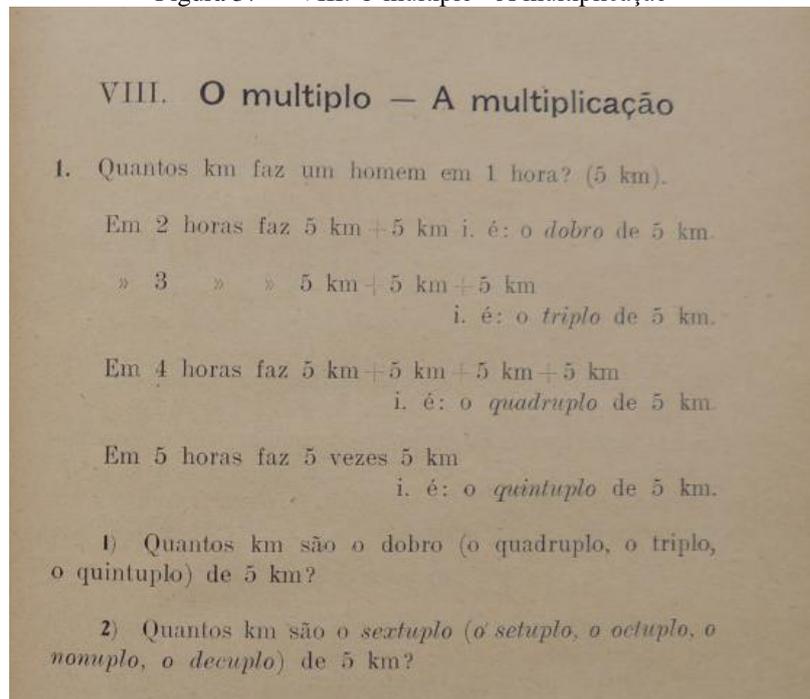
Figura 36 – “Problemas”



Fonte: Büchler, 1923, p. 15.

Os problemas de aritmética presentes nas Figuras 35 e 36 são expostos com a mesma finalidade que pesquisamos e abordamos nesta dissertação, a de instruir.

Figura 37 – “VIII. O múltiplo - A multiplicação”



Fonte: Büchler, 1923, p. 63.

Os textos com explicações de conteúdo ou perguntas que abordam o cotidiano explicando o tema ou o procedimento para resolver tal questão são denominados nesta pesquisa de “instruir”, pois a finalidade é orientar sobre determinado assunto. Na Figura 37, a pergunta é a base para seguir nas explicações seguintes. Após toda a explicação, as duas questões seguintes

são de outra finalidade, aplicar; para achar a resposta o aluno tem como apoio os exemplos e explicações já apresentados.

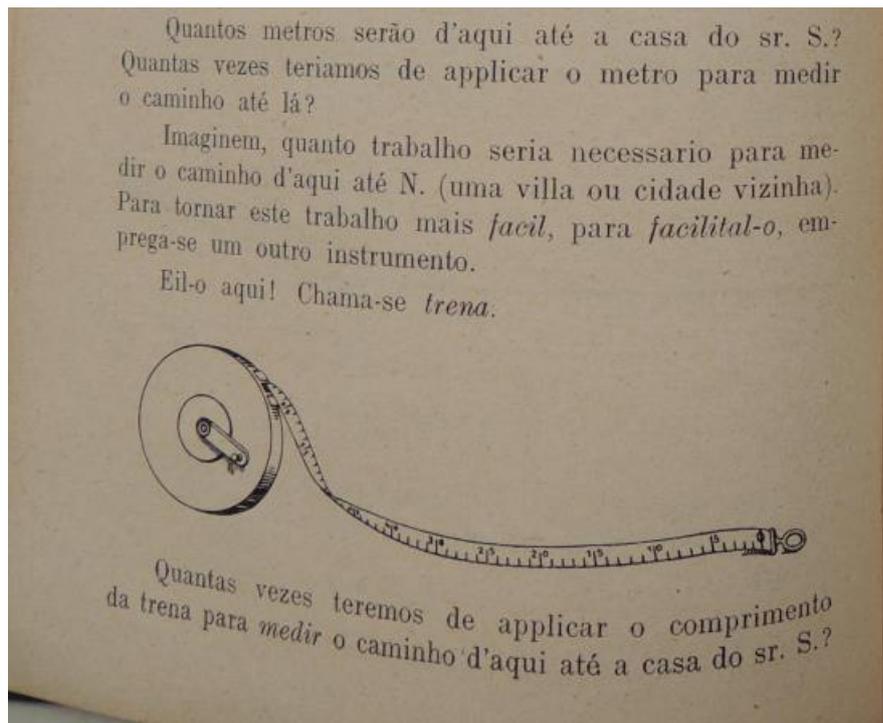
Um dos elementos da *Aritmética Intuitiva* é o contato com objetos e figuras, “cultivar a inteligência seguindo uma marcha de ensino que coloca o aluno em situações que o auxiliem na descoberta das regras” (OLIVEIRA, 2017, p. 246). Contudo, sua participação tem papel de destaque não somente para descobrir regras, mas também por seu uso como uma das estratégias diferentes para o ensino. Esse elemento é também encontrado no capítulo VI – que aborda medidas e distâncias – no qual a orientação presente na nota de rodapé sugere que os alunos sejam levados ao pátio para caminhar, medir e perceber distâncias. Além dessa, há ainda orientações ao uso do contador, a juntar selos, etc.

O uso de problemas que abordam questões do cotidiano (compra, venda, salário, etc.) foi identificado por Oliveira (2017) como uma das características da *Aritmética Intuitiva* ao analisar esse mesmo livro: “Tratava-se de uma proposta de ensino da Aritmética que trazia explícita ou implicitamente a ideia de que os alunos fossem aptos a resolverem seus problemas do cotidiano fora da escola e que também resolvessem os problemas aritméticos na sala de aula” (OLIVEIRA, 2017, p. 227).

Não obstante que devia ser um desafio à criança descobrir o que e como fazer – qual operação realizar –, os problemas de aritmética apresentados não são um momento de escolha autônoma da operação matemática a ser usada, pois eles estão baseados em explicações, em conteúdos anteriormente abordados. Os problemas de aritmética, ainda que com tipos e finalidades diferentes, são, em sua maioria, usados para instruir e aplicar um tema ensinado.

Nessa obra observamos o uso de imagens em duas situações distintas, representando objetos e com informações que auxiliam na resolução do problema.

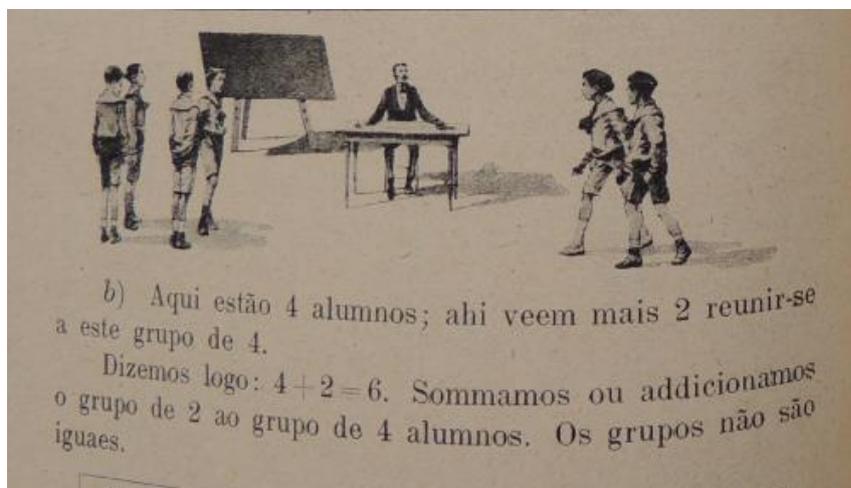
Figura 38- Ilustração que representa a trena



Fonte: Büchler, 1923, p. 48.

A ilustração da trena representa o objeto que pode ser usado para medir, Figura 38, para chegar ao resultado final essa representação não auxilia para responder à pergunta existente no livro didático, como ocorre na Figura seguinte.

Figura 39- Ilustração que auxilia na resolução

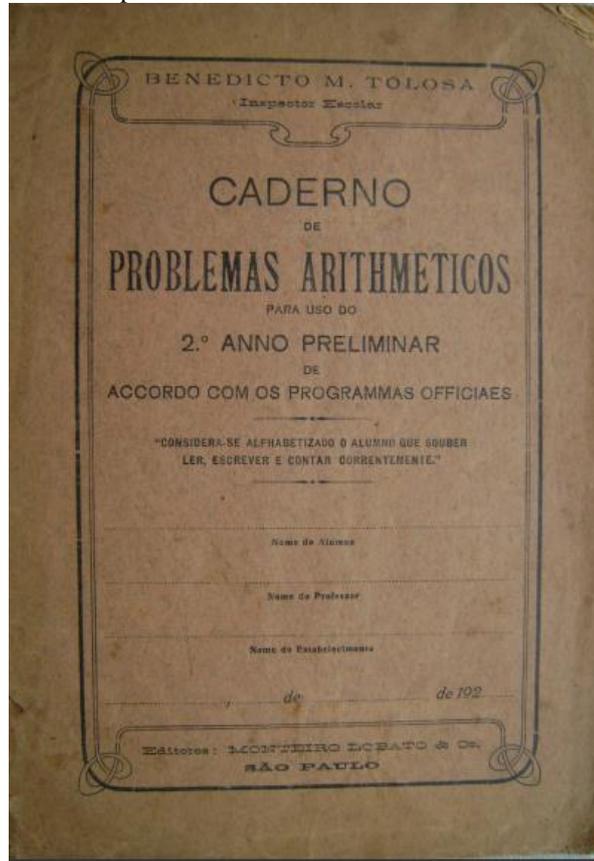


Fonte: Büchler, 1923, p. 88.

A ilustração acima é um apoio ao ensino, representa exatamente o que está sendo narrado; dessa forma, é possível à criança encontrar a resposta ao contar usando os números escritos ou a própria imagem. Esta, portanto, auxilia para que se compreenda a explicação.

3.5 CADERNO DE PROBLEMAS ARITHMETICOS – BENEDICTO MARIA TOLOSA (192?)

Figura 40 – Capa do livro "Caderno de Problemas Arithmeticos"



Fonte: Tolosa, 192-.

O autor desse livro²⁴, Benedicto Maria Tolosa, nasceu em São Paulo, no final do século XIX, casou-se com Garibaldina Pinheiro Machado Caldeira Tolosa, professora, e teve com ela dois filhos. Formou-se pela Escola Normal de São Paulo, em 1891. Dois anos depois, em 1893, participou, com Oscar Thompson e Antonio Rodrigues Alves, da elaboração do Programa de ensino das escolas preliminares, oficialmente adotado em 1894. No período de 1893 a 1897, a revista pedagógica “A Eschola Publica” foi vinculada em São Paulo, e Tolosa participou como diretor da mesma.

Benedicto Maria Tolosa fundou dois grupos escolares: em Botucatu –SP, aproximadamente em 1895, o Grupo escolar Dr. Cardoso de Almeida, e, em 1900, o Grupo

²⁴ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/168796>>.

escolar Dr. Augusto Reis, em São Manuel – SP, tendo sido o primeiro diretor deste último estabelecimento.

De 1908 a 1912, Tolosa foi redator efetivo das Comissões de Redação da Revista de Ensino e, a convite de Oscar Thompson, foi inspetor escolar até 1929, quando se aposentou.

Compreende-se que a publicação e uso do livro ocorre no período novecentista, na década de 20, uma vez que na capa a data não apresenta o algarismo da unidade (192-). Ainda na capa, a obra é identificada como um caderno de problemas para uso do 2º ano preliminar, e em acordo com os programas oficiais. De acordo com Oliveira (2017, p. 230), “Tolosa pensou em um caderno para cada ano escolar, já que o programa de 1921 estabelecia dois anos de escolarização para o curso primário”. A obra possui 46 páginas, nas quais estão distribuídos 426 problemas.

As primeiras páginas do livro são estruturadas em dois tópicos, “Aos distintos colegas” e “observações geraes”, nos quais se menciona os conteúdos do programa vigente e destaca-se que, embora seja determinado o conhecimento das quatro operações com números inteiros e decimais, deve-se desenvolver o raciocínio dos alunos, sendo este o motivo da elaboração do caderno de problemas. Esclarece-se também nessas páginas que o uso desse caderno pressupõe que os alunos já tenham a base do 1.º ano. Orienta-se ao professor que os problemas devem ser trabalhados e não ensinados. “Nunca ensinar, mas trabalhar com os alunos. Estes não serão compelidos ao trabalho, mas a ele estimulados e solicitados pelo exemplo do professor” (TOLOSA, 192?, s.p.), ou seja, não seria transmitir, transferir o conteúdo ao aluno, a proposta é o trabalho conjunto entre professor e alunos.

Segue a orientação ao professor: “Nunca resolver um problema qualquer, antes da classe ter primeiro testado a sua solução; só depois desta é que o professor irá ao quadro-negro, para que a classe compare com o que fez com seu trabalho” (TOLOSA, 192?, s.p.). A orientação para que se deixe a classe trabalhar está relacionada à importância de se tentar uma resolução e somente depois verificar a exatidão da solução.

Ao final do livro, há um tópico denominado “Direções geraes para uso do Caderno de Problemas Arithmeticos do 2º anno primario”, com orientações sobre como o professor deveria trabalhar suas aulas, um passo a passo. Primeiramente, o professor deveria iniciar com trabalho mental, oral e por fim escrito. Para avançar à questão seguinte, todos deveriam tentar a solução, porém se todos, ou alguns, conseguissem chegar à solução, que o professor passasse à questão seguinte; pois caso alguns alunos não tivessem conseguido, o professor deveria marcar qual foi a questão e noutro dia retornar a ela até que todos a concluíssem.

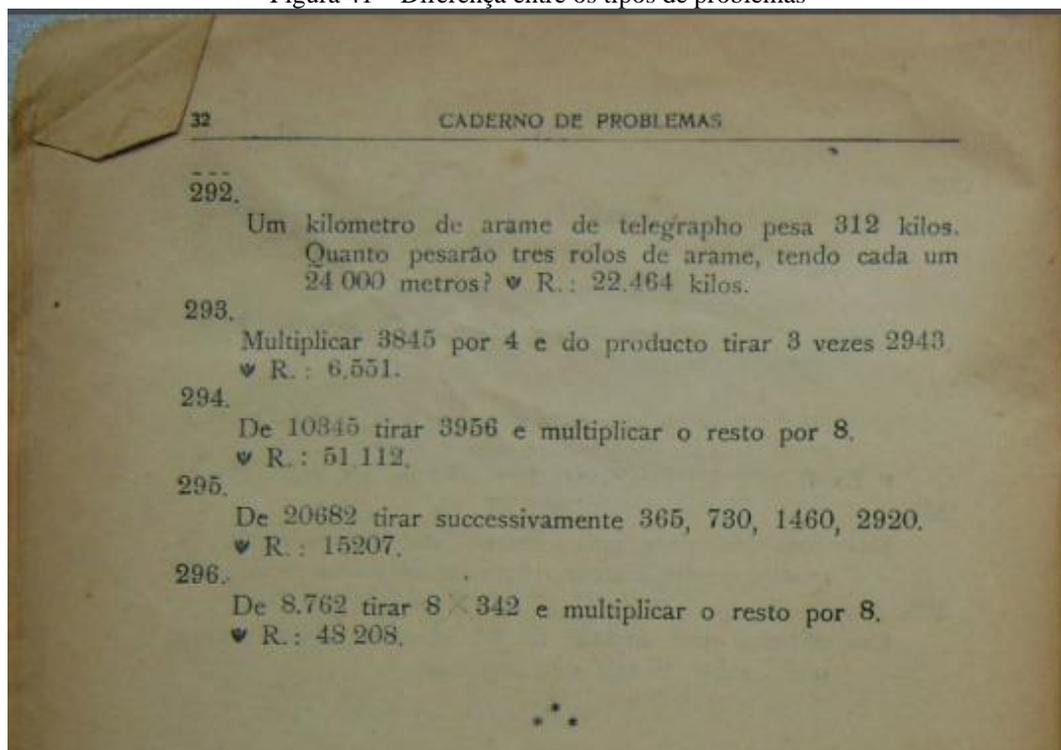
A descrição na capa traz como título da obra “Caderno de problemas”. Ao todo são apresentadas 426 perguntas, porém não com as mesmas características. As propostas têm foco

nas quatro operações fundamentais, abordando também leituras e escritas numéricas, noção de fração, pesos e medidas, entre outros conteúdos. O ensino é organizado de forma simultânea, não há separação das operações de aritmética, como observa Oliveira (2017):

Em termos de cálculos, adição e subtração eram trabalhadas simultaneamente. Assim como a multiplicação e a divisão. A ideia era sempre trabalhar com o cálculo nas diferentes combinações e, com isso, formando a ideia de que um número resulta da composição e decomposição de outros números. A nova Aritmética ia se constituindo assim: com uma proposta de ensino simultâneo de vários saberes numa mesma lição. (OLIVEIRA, 2017, p. 235).

O livro todo é constituído por problemas de aritmética, mas não são de um único tipo e finalidade, eles apresentam características diferentes. Nessa obra há problemas de aritmética dos dois tipos já mencionados: somente com dados numéricos e os que apresentam narrativas com situações cotidianas.

Figura 41 – Diferença entre os tipos de problemas



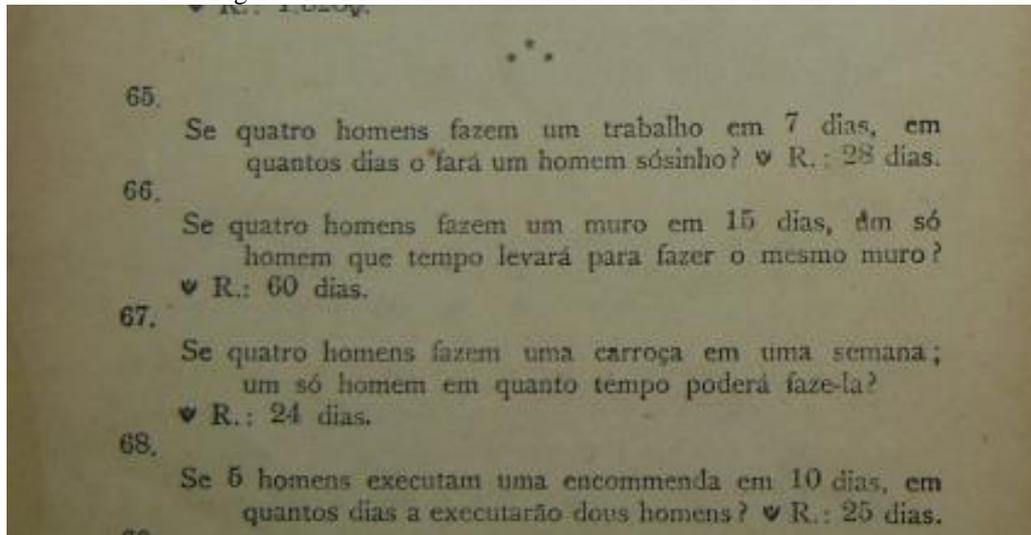
Fonte: Tolosa, 192?, p.32.

No problema de aritmética de número 292, podemos perceber uma pergunta com narrativa do cotidiano. É dada uma situação que pode ser vivenciada pelo ser humano, e assim

encontra-se um resultado; em sequência, nos problemas 293, 294, 295 e 296, exercita-se apenas com dados numéricos.

As perguntas com narrativas, em sua maioria, abordam questões financeiras, compra e venda, construção e mão de obra de trabalho (Figura 42); são poucas as que usam narrativas da vida escolar ou infantil (brincadeiras, materiais escolares, etc.).

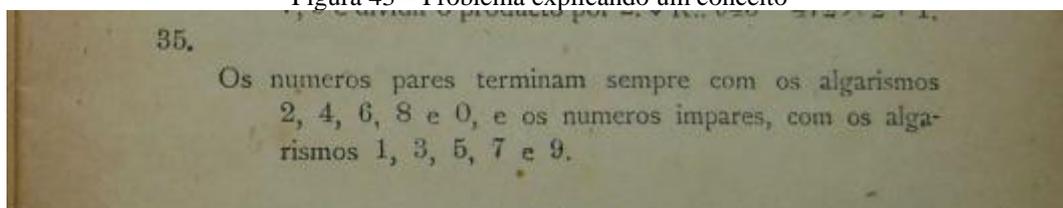
Figura 42 – Problemas de aritmética abordando o trabalho



Fonte: Tolosa, 192?, p. 8.

Nesse livro encontramos duas finalidades nos tipos de problemas de aritmética: instruir e aplicar. Alguns problemas apresentam ou explicam um conteúdo, um conceito, a esses inferimos que sua finalidade é instruir (Figura 43). Outros são para aplicar, exercitar o que foi ensinado, seja com dados numéricos apenas, seja com narrativas da vida cotidiana (compras, vendas, distância, etc.) ou narrativas que abordam algo próximo às crianças e à escola (materiais escolares, etc.). Os problemas, no entanto, não são apresentados nessa ordem, pois o autor norteia o ensino com os números, as operações fundamentais surgem durante as abordagens e explicações.

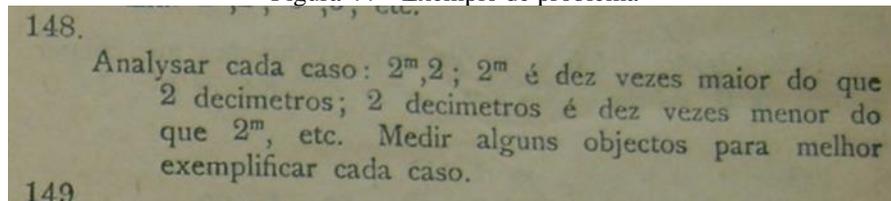
Figura 43 – Problema explicando um conceito



Fonte: Tolosa, 192?, p. 5.

No que tange à finalidade de instruir, esses problemas de aritmética também são expostos apresentando um modelo de como realizá-los, ou ainda, como observamos nessa obra, com uma abordagem diferente na qual a criança, por meio dos problemas de aritmética, é convidada a fazer algumas explorações que a levariam à observação de alguns procedimentos; em outros termos, os procedimentos não estão dados como um passo a passo, a criança é que deve chegar a eles (Figuras 44 e 45).

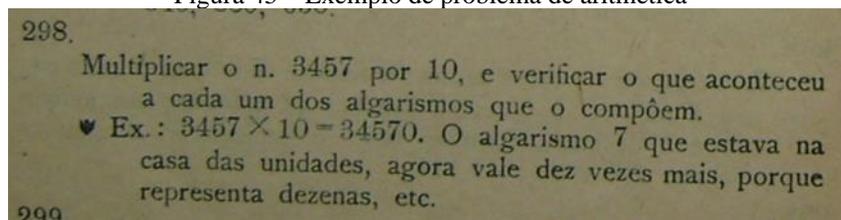
Figura 44 – Exemplo de problema



Fonte: Tolosa, 192?, p. 17.

No problema de aritmética 148 da figura acima, podemos observar que a criança irá medir e chegar a um resultado adequado. Já no problema 298 (Figura abaixo), observamos que também é uma explicação sobre a sequência da tabuada, ainda assim, explicando um procedimento.

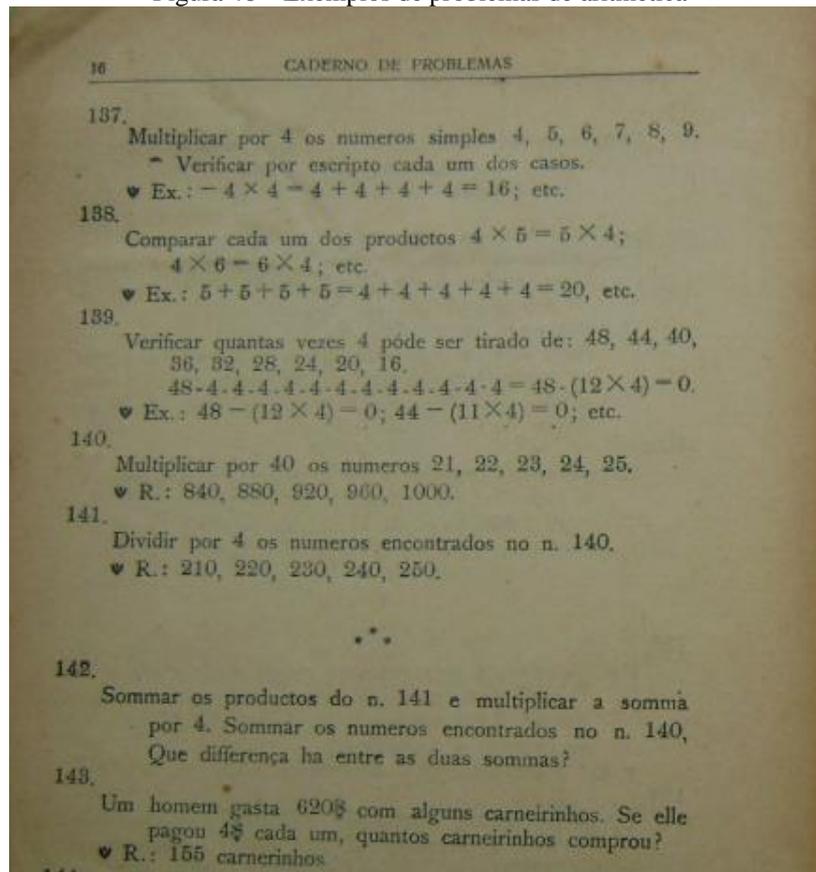
Figura 45 – Exemplo de problema de aritmética



Fonte: Tolosa, 192?, p. 32.

Conforme já mencionado, além da finalidade de instruir, nessa obra encontramos a finalidade de aplicar. Os problemas de aritmética categorizados nesta finalidade são aqueles que, na mesma obra, já passaram pela categoria de instruir, assim sendo, o conteúdo já foi ensinado.

Figura 46 – Exemplos de problemas de aritmética

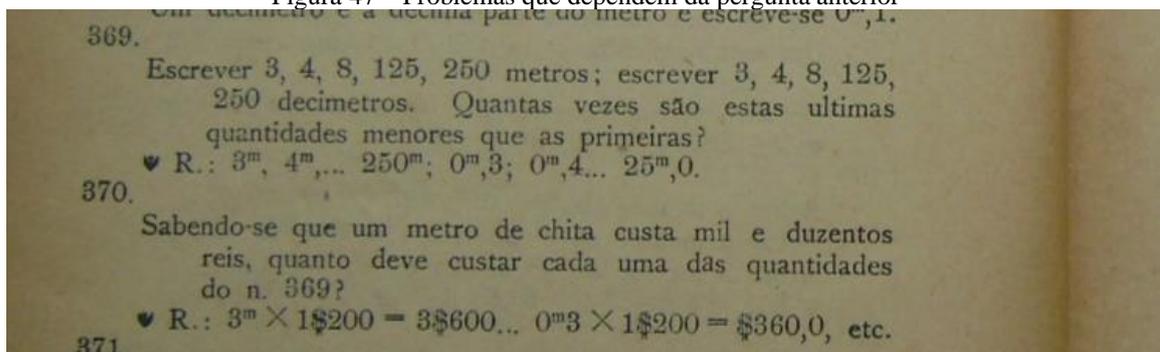


Fonte: Tolosa, 192?, p. 16.

Os exemplos expostos na Figura acima nos permitem observar essa relação entre instruir e aplicar, pois para resolver a pergunta 143, isto é, efetuar a divisão requerida (por 4), é necessário que a criança passe pelas perguntas anteriores da mesma página e compreenda multiplicação e divisão por 4

A proposta do autor é que os problemas sejam trabalhados na sequência em que são apresentados, porque em algumas situações um problema depende do anterior para ser respondido (Figura 47).

Figura 47 – Problemas que dependem da pergunta anterior



Fonte: Tolosa, 192?, p. 40.

Os exemplos acima, questões 369 e 370, ilustram essa característica, uma vez que a questão 370 necessita das informações obtidas na precedente para ser resolvida. Há no livro outros problemas com essa mesma característica.

Observa-se também que esse livro foi elaborado com objetivo de ser utilizado por alunos, pois na capa há espaço para identificação do aluno e a obra está organizada em forma de caderno.

Os problemas deveriam ser desenvolvidos seguindo a sequência apresentada no livro, sem uma marcação gradual de operações (somar, subtrair, multiplicar e depois dividir), e o ensino seria de forma simultânea, conforme as indicações do método intuitivo.

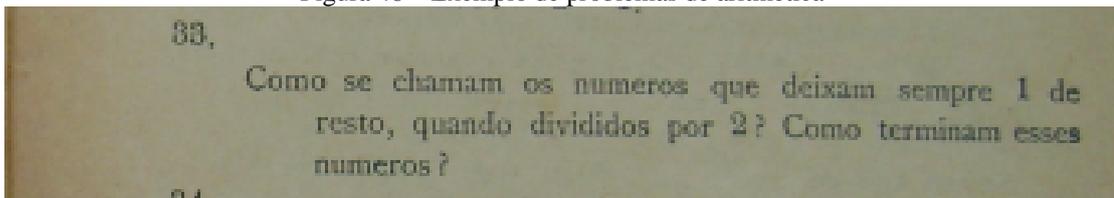
Nessa obra de Tolosa (192?), apresentamos as finalidades de instruir e aplicar, que não estão separadas, seguem uma marcha do ensino, se complementam. Mesmo na finalidade de instruir, constatamos abordagens diferentes, pois além de apresentarem conceitos, também instruem por meio dos verbos somar, subtrair, multiplicar e dividir, ou por meio dos sinais das operações, ou ainda pela exploração da pergunta, permitindo que a criança chegue ao resultado.

Não se ensinavam regras ou fórmulas para resolver os problemas. Cada situação era dada à criança para que ela resolvesse com seus próprios conhecimentos. Para resolver as situações da própria vida comum a criança tinha que raciocinar. Tornava-se assim indispensável a máxima de que para desenvolver o raciocínio tinha-se que ter uma questão a resolver. As Aritméticas de Büchler e os cadernos de Tolosa sublinharam que os problemas deveriam ser reais tanto na situação abordada quanto nos dados numéricos. (OLIVEIRA, 2017, p. 235).

Instruir e aplicar o ensino de aritmética por meio dos problemas de aritmética permite a aproximação de situações reais, conforme mencionado por Oliveira (2017). Assim é possível inferir que se ensinava por meio de problemas.

Não descartamos que Tolosa (192?) também tenha exposto os problemas de aritmética com a finalidade de Explorar (Figura 48) e Verificar (Figura 49), porém, conforme observado na análise da obra de Barreto (1912), as finalidades não ficam segmentadas. Assim, prevalece o diálogo entre Instruir e Aplicar.

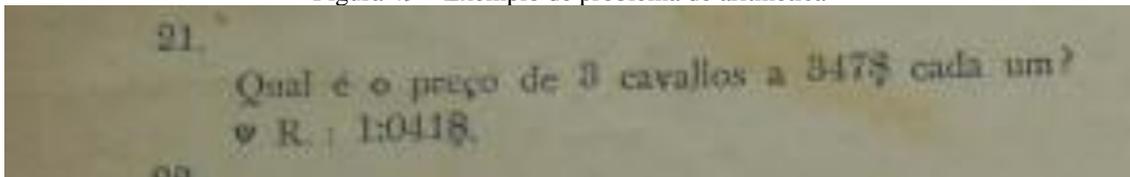
Figura 48 – Exemplo de problemas de aritmética



Fonte: Tolosa, 192?, p. 5.

O exemplo acima apresenta uma pergunta que pode ser feita à criança para compreender o que ela já conhece sobre o tema, assim esse problema de aritmética corresponde à finalidade de Explorar.

Figura 49 – Exemplo de problema de aritmética



Fonte: Tolosa, 192?, p. 4.

Esse exemplo, no entanto, apresenta outra finalidade, a de verificar, pois nele a criança escolhe qual operação realizar.

CAPÍTULO 4: ANÁLISE COMPARATIVA E SISTEMATIZAÇÃO DOS CONHECIMENTOS COMO SABERES: ENSINAR PELOS PROBLEMAS

Este capítulo envolve a análise comparativa das experiências docentes identificadas nas obras estudadas e o movimento de sistematização dos conhecimentos como saberes – dinâmicas relacionadas ao processo de cozimento do alimento, como na analogia feita por Burke (2016) – para explicar que neste momento o pesquisador expõe o que encontrou na pesquisa, mas o faz de modo que ela possa ser sistematizada e objetivada. Esta etapa é a transformação das informações coletadas em saber, conforme abordado anteriormente na base teórica metodológica.

4.1 ARITMÉTICA INTUITIVA E OS REFERENCIAIS TEÓRICOS METODOLÓGICOS

Na *Aritmética Intuitiva*, quatro elementos foram mencionados por Oliveira (2017),

- a) cultivar a inteligência seguindo uma marcha de ensino que coloca o aluno em situações que o auxiliem na descoberta das regras; b) avançar sempre do conhecido para o desconhecido, do próximo ao distante, do simples ao complexo, do fácil ao difícil; c) recusar meios mecânicos que o levem a confiar mais na memorização em vez da inteligência; d) dinamizar o ensino de cada conteúdo para não retomar o hábito da rotina. (OLIVEIRA, 2017, p. 246).

O primeiro e segundo elementos destacam o próprio aluno como descobridor das regras, avançando do conhecido ao desconhecido. É possível inferir que os problemas de aritmética presentes nos livros analisados participaram do ensino e da caracterização da *Aritmética Intuitiva*, “fruto da modernidade educacional, recriada a partir do método intuitivo” (VALENTE, 2019, p. 60).

Valente (2019) expõe que a pesquisa de Oliveira (2017) ainda deixa questões a serem respondidas para a caracterização da *Aritmética Intuitiva*: “Que novos conteúdos surgem na aritmética intuitiva? Que conteúdos deixam de ser ensinados na modernidade educacional?”

Como se estabelece uma nova graduação para o ensino da aritmética intuitiva?” (VALENTE, 2019, p. 61). Essas questões podem ser relacionadas com as discussões desta pesquisa referentes aos problemas de aritmética.

Oliveira (2017) não utilizou os conceitos de *matemática a ensinar* e *para ensinar* em suas análises, apesar disso, Valente identificou nos resultados “uma primeira e excelente aproximação a uma *matemática a ensinar* em tempos da vaga intuitiva” (VALENTE, 2019, p. 64). Na análise dos livros didáticos, aquele identificou variadas propostas de organização da aritmética, sejam sintéticas, sejam analíticas.

Para nos aproximarmos um pouco mais das perguntas que, de acordo com Valente (2019), ainda precisam de respostas na caracterização da *Aritmética Intuitiva* e da *matemática a ensinar* e da *matemática para ensinar*, é preciso “extrair padrões que indiquem a constituição de um saber escolar, em termos de uma organização em meio a essas diferentes propostas didáticas” (VALENTE, 2019, p. 64). A fim de encontrar esses padrões relacionados aos problemas de aritmética, analisamos as obras já mencionadas e apresentamos os resultados a seguir.

Nos prefácios, notas de orientações, diálogos, informações aos professores, textos esses que receberam nomenclaturas diversas, encontramos referências que dão indícios sobre o método intuitivo, esses textos auxiliavam com indicações de como desenvolver o trabalho. A linguagem nos conteúdos e as indicações na capa, ou nas observações deixadas pelos autores, evidenciam que nesse período esses livros podiam ser manuseados tanto por alunos como por professores.

Para acompanhar a marcha do ensino que compõe esse novo saber, destaca-se o uso de materiais, objetos e imagens para se ensinar aritmética, passando do concreto ao abstrato. Nas obras analisadas, quando o ensino está voltado aos números e às quantidades, os materiais e as imagens são recursos usados para auxiliar no ensino e atender à necessidade do momento, a transição do ensino tradicional para o ensino intuitivo.

Após observar os aspectos gerais e a relação com a *Aritmética Intuitiva*, apresentemos aproximações e distanciamentos entre as obras analisadas. Cada livro apresenta uma organização diferente, contudo é possível perceber que há entre todos eles um objetivo comum: colocar o novo método em circulação. Cada autor estruturou o trabalho segundo suas compreensões tanto sobre as discussões que estão em circulação sobre o novo método quanto em relação ao uso dos problemas de aritmética em seus materiais.

Um dos aspectos a serem observados se relaciona com a autoria das propostas, que também foi um dos pontos observado por Souza (2018) ao analisar revistas pedagógicas,

Havia interesse na hegemonia de determinados discursos, principalmente quando se verifica que a maior parte dos autores eram pessoas que representavam, direta ou indiretamente, o governo, pois elas trabalhavam como professores, diretores, inspetores de ensino, entre outros. (SOUZA, 2018, p. 75).

Nos livros didáticos analisados, todos os autores estavam de certa maneira relacionados à educação, todos foram professores. René Barreto e Benedicto Maria Tolosa são brasileiros. Mesmo não sendo nascidos aqui, Ramon Roca Dordal e Antonio Trajano tiveram sua formação nessa profissão no Brasil. O único que não se formou no Brasil, e sim onde nasceu, na Germânia, foi George Augusto Büchler.

Ao afirmarmos que cada autor organizou sua obra de acordo com suas apropriações, buscamos as participações deles na educação e em quais funções atuavam em datas próximas às publicações das obras. Como diretor do grupo escolar, encontramos Dordal (1891), que também exerceu a função de professor, e depois, já em 1896, foi trabalhar na Revista Eschola Publica. Como inspetor escolar, desde 1905, Barreto (1912), que também foi professor da escola complementar, e Tolosa (192-), que além de inspetor escolar trabalhou em revista pedagógica e ajudou na elaboração de programas de ensino. Como professores, Trajano (1895), que também foi pastor na Igreja Presbiteriana, e Büchler (1923), que além de ser professor atuou no comércio quando foi afastado por conta da guerra. Entender as funções exercidas pelos autores é uma maneira de inferirmos como hipótese que as ideias defendidas por eles circularam em seus espaços de atuação: escolas primárias, secundárias, revistas pedagógicas, etc.

A seguir apresentamos as comparações das obras no que diz respeito à estrutura e organização dos temas abordados, uso de imagens e apresentação dos problemas de aritmética.

4.2 TRÊS FORMAS DISTINTAS DE ORGANIZAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Com relação à organização das obras, podemos constatar três formas distintas: os livros organizados com predominância de exposição de problemas de aritmética, os livros organizados pelo ensino dos números e os livros organizados pelo ensino das operações.

Dois livros didáticos são organizados apenas com problemas de aritmética em forma de perguntas: Barreto (1912) e Tolosa (192-). A diferença está na abordagem de cada um, visto que Barreto (1912) elabora sua obra para crianças que ainda não se alfabetizaram, nela, portanto, é presente o uso de materiais, formas geométrica e contagem de partes do corpo (cabeça, mãos, etc.); já Tolosa (192-) elabora sua obra para que a criança tenha a vivência de

responder a perguntas próximas à vida cotidiana. Ambos os autores nos fazem compreender que a organização da obra também se enquadra na segunda característica, ensino pelos números, ou seja, esses livros são organizados na ordem crescente dos números: primeiro o número 1, depois o 2, e assim sucessivamente.

Nesta segunda característica de organização, incluímos também os livros de Dordal (1891), observamos, porém, que este apresenta informações em pequenos textos para auxiliar na abordagem; já as obras dos outros dois autores, no mesmo modo de organizar, não apresentam textos.

Trajano (1895) e Büchler (1923) apresentam seus livros didáticos organizados pelas operações, que é a terceira característica. Enquanto o primeiro autor apresenta as operações de forma segmentada – soma, subtração, multiplicação e por último divisão –, o segundo aborda algumas operações simultaneamente dentro de uma mesma situação (multiplicação e adição).

Dordal (1891) e Tolosa (192-), além de adotarem a mesma nomenclatura para suas obras, “caderno”, evidenciam na capa uma menção aos problemas de aritmética. Ambos indicam que o uso desses livros didáticos se fará com crianças que já compreenderam o ensino dos números por meio dos sentidos.

Já o livro didático de Barreto (1912) é indicado para ser usado com crianças que ainda não estão alfabetizadas, como já mencionado, e apresenta indicações que se referem ao uso dos sentidos e das coisas, assim como as características do método intuitivo.

4.3 USO DAS ILUSTRAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS EM TEMPOS DE *ARITMÉTICA INTUITIVA*

Durante as discussões sobre o método intuitivo e *Aritmética Intuitiva*, pudemos compreender a necessidade de uso de objetos e imagens para representar o que seria ensinado, alguns autores mencionaram as imagens também com nomenclaturas como figuras. A proposta de uso de objetos e imagens por vezes, ganham a forma de ilustrações nos livros didáticos, como referencia teórica que abarca a temática trazemos Frizzarini e Silva (2019).

Segundo Frizzarini e Silva (2019) as ilustrações podem ser categorizadas em tipos e finalidades, assim como observado nos problemas de aritmética. As autoras classificaram as ilustrações em dez tipos: fotografia, desenho, croqui, esquema, gráfico, organograma, tabela, quadro, texto auxiliar e outros, e categorizaram as finalidades em: função Explicativa, função Decorativa, função Informativa e função Motivacionale/ou contextual, porém existem subcategorias.

Na categoria Explicativa, três subcategorias são mencionadas. A primeira é a Explicativa descritiva que “tem como intuito ‘mostrar’ um objeto como ele é” (FRIZZARINI, SILVA, 2019, p. 55), a observação feita é que muitas das vezes esse objeto é difícil explicar verbalmente. A segunda é Explicativa funcional, “explica como as diferentes partes de um objeto são organizadas ou os diferentes elementos de um mecanismo funcionam” (FRIZZARINI, SILVA, 2019, p. 56), a terceira subcategoria é Explicativa lógico-matemática, “representa todo o tipo de ilustração utilizada para explicar a compreensão verbal de um elemento matemático, seja no uso de curvas e gráficos, na apresentação de conjuntos de regras específicas de um raciocínio ou um plano um conjunto de dados numéricos” (FRIZZARINI, SILVA, 2019, p. 59), essa categoria aponta uma ilustração que poderia não ser percebida como tal, é aquela que apresenta um esquema da “conta montada” que expõe como o aluno deverá relizar a operação.

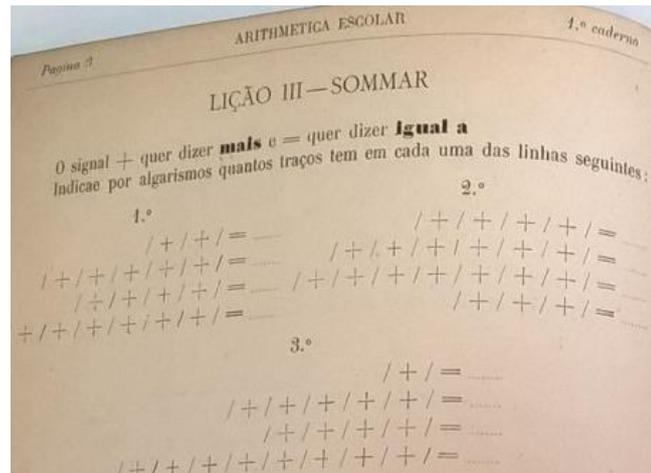
Já a categoria denominada função decorativa não há subcategorias, sua definição aponta que essas ilustração são para embelezar o livro, não apresentam relação com o texto ou tema abordado. Na categoria função Informativa há quatro subcategorias, que Frizzarini e Silva (2019) abordam segundo as referencias de Peraya e Nyssen (1995). A primeira denominada informação co- construída, “participa globalmente do senso global do texto principal ao qual a ilustração se insere” (FRIZZARINI, SILVA, 2019, p. 61). Na segunda e terceira subcategoria as ilustrações fornecem informações que não estão no texto principal, assim, a categoria se difere sendo, informação principal, para aquela que as informações estão presentes na ilustração, e a terceira é nomeada como informação secundária, pois o texto é compreensível sem os elementos que estão na ilustração. E a última subcategoria, informação bibliográfica, apresenta uma citação ou referencial bibliográfico.

A categoria denominada função Motivacional e/ou contextual são ilustrações que atraem a atenção do leitor, essas tem relação com o tema do texto principal, mas sem informações que auxiliem na compreensão. Nas situações dos problemas de aritmética, as ilustrações são representação da narrativa, porém não apoiam para chegar a um resultado.

A seguir apresentamos elementos que evidenciam as finalidades de uso da ilustração nos problemas de aritmética dialogando com as finalidades de uso dos problemas de aritmética para assim compreendermos o papel dos problemas de aritmética na marcha do ensino de aritmética.

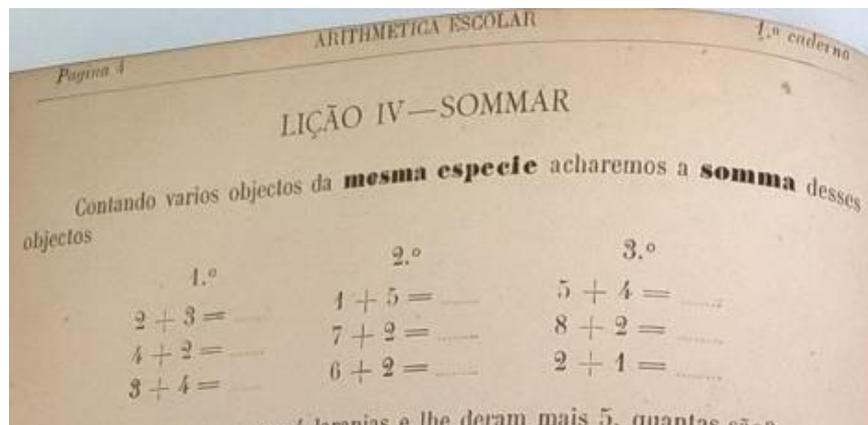
No livro didático de Dordal (1891) identificamos o uso de ilustrações nos problemas de aritmética que categorizamos com as finalidade de instruir e aplicar. O autor expõe as ilustrações após as explicações, exemplificando os procedimentos para realização da operação matemática.

Figura 50- "Lições de sommar III"



Fonte: Dordal, 1895a, p.3.

Figura 51- "Lição de sommar IV"



Fonte: Dordal, 1891a, p. 4.

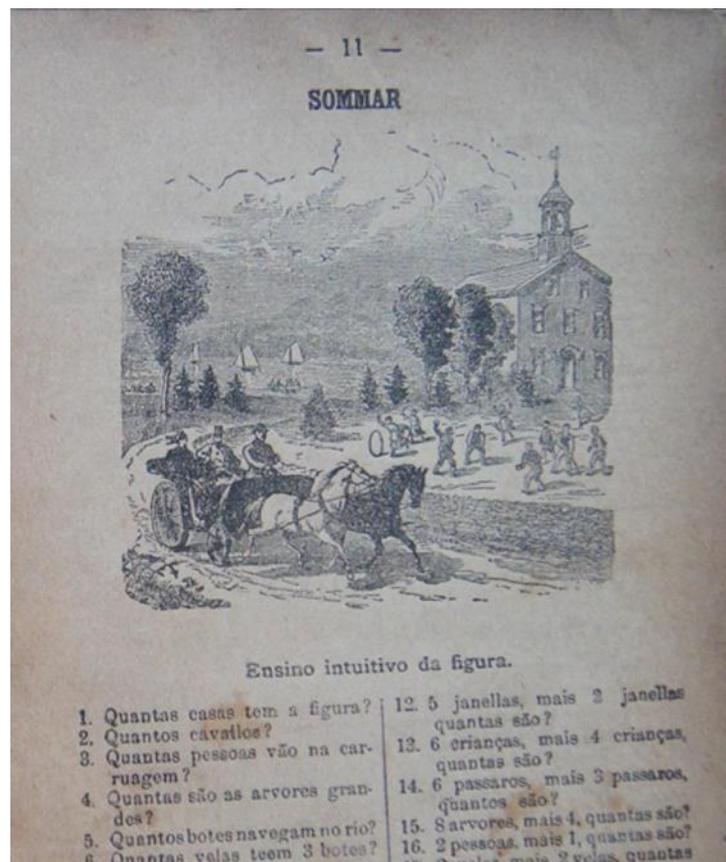
Na lição III a representação gráfica dos números está em traços, já na lição IV, continuação do tema abordado, soma, os exemplos já são apresentados com os algarismos.

Ao analisar essas ilustrações, inferimos que se adequam a finalidade, Explicativa lógico-matemática, pois “são utilizadas para explicar a compreensão verbal de um elemento matemático” (FRIZZARINI, SILVA, 2019, p. 58). Para ensinar a operação da soma, o autor complementa a explicação com traços e algarismos, apresentando os procedimentos e o tema, aproximando-se do método que estava em circulação, o intuitivo.

Na obra de Trajano (1895), podemos observar o uso de ilustrações em diversas páginas, mas a análise de ilustrações para esta pesquisa ocorreu com as que tinham relação com os problemas de aritmética, e assim, identificamos ilustrações com as finalidades, Explicativa lógico-matemática, função Informativa (Informação principal e Informação co-construída), e a função Motivacional/ou contextual, para diferenciá-las apresentaremos a seguir alguns exemplos.

Como já mencionado, o autor expõe uma ilustração ao iniciar a abordagem do tema (as operações), por ele intitulado, “ensino intuitivo da figura”, logo abaixo alguns problemas de aritmética são colocados a ser resolvidos. Durante a análise categorizamos esses problemas com a finalidade de Explorar, pois por elas o professor conseguiria compreender o que a criança já conhecia sobre a tema e como ela consegue resolver a operação de aritmética citada na pergunta, mas ao analisarmos a relação da ilustração com os problemas e aprofundarmos com as definições de Frizzarini e Silva (2019) concluímos que uma mesma ilustração pode ter finalidades diferentes, dependendo da narrativa manifestada nos problemas.

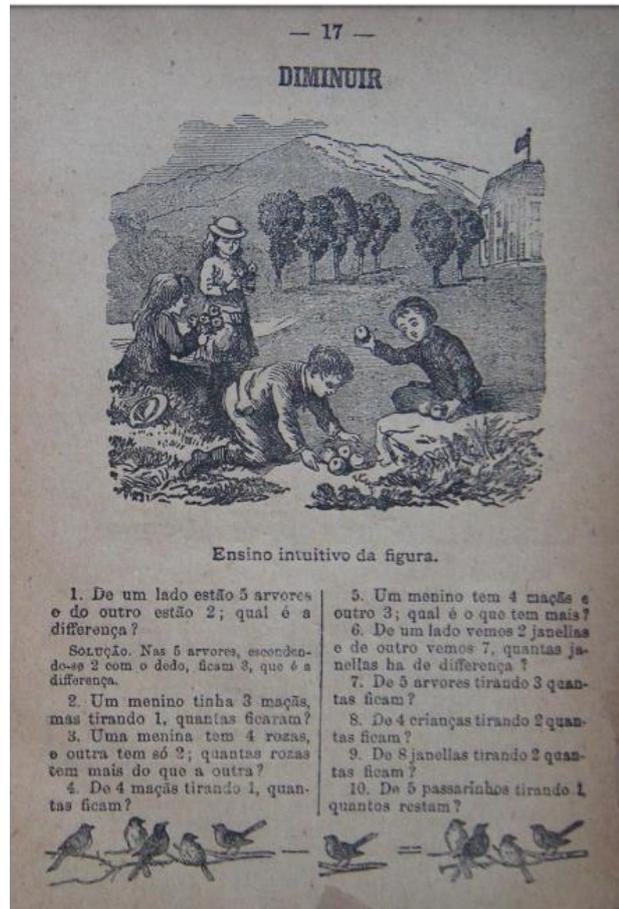
Figura 52 -Ensino intuitivo da figura "sommenar"



Fonte: Trajano, 1895, p. 11.

Na figura acima observamos que alguns problemas de aritmética (numerados de 1 a 10) as informações necessárias para resolução estão fixadas na ilustração, então para resolução desses problemas de aritmética a ilustração é indispensável, na categorização de Frizzarini e Silva (2019) essa característica de uso das ilustrações está presente na função Informativa como Informação principal “a ilustração fornece informações que não se encontram no texto principal” (Frizzarini, Silva, 2019, p. 61). Já no ensino de “diminuir” observamos diferenças, mesmo que o autor tenha colocado o mesmo título para figura “ensino intuitivo da figura”.

Figura 53- Ensino intuitivo da figura "diminuir"



Fonte: Trajano, 1895, p. 17.

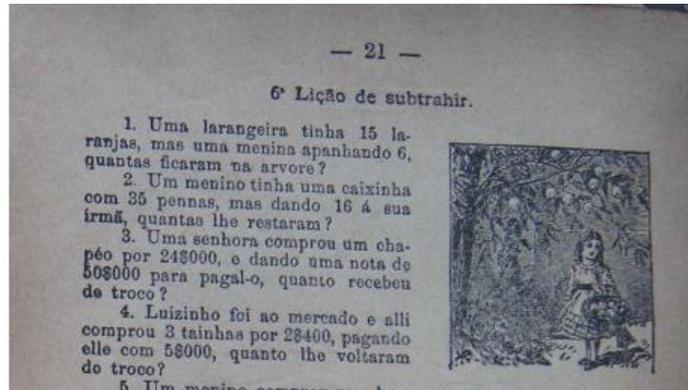
Na figura 53 (acima) temos a ilustração principal, que inicia a abordagem do tema (diminuir) e temos ao final da página, a representação da operação matemática com a ilustração de passarinhos. Desenvolvermos a finalidade de uso de cada uma.

Abaixo da ilustração principal há os problemas de aritmética, correlacionando-os com as ilustrações vamos abarcando a categorização realizada por Fizzarini e Silva (2019). Observando que em todas as perguntas há os dados necessários para resolução, a categoria que se aproxima é denominada de Informativa co construída, pois as informações necessárias para resolução do problemas estão tanto nas ilustrações como nas perguntas, podemos acrescentar que essa categoria permite na matemática que um auxilie o outro, ilustração e narrativa se completam.

Já a ilustração dos passarinhos ao final da página podemos incluir na categoria Explicativa lógico-matemática, pois pode já dar início a explicação da regra e auxiliar na resolução de um determinado problema, nesse caso, a quantidade e a operação matemática exposta no problema de aritmética número 10 é o mesmo da ilustração.

Neste livro analisado há ilustrações que se adequam a Função Motivacional e/ou contextual, são ilustrações que atarem o leitor, porém Frizzarini e Silva (2019) fazem um alerta a essa função, pois pode conduzir a criança a responder pelo que está sendo atraída e não pelas informações objeto do ensino. Assim, pode levar ao erro. Na figura 54 a ilustração é categorizada na função Motivacional.

Figura 54- Lições de subtrair (ilustração)



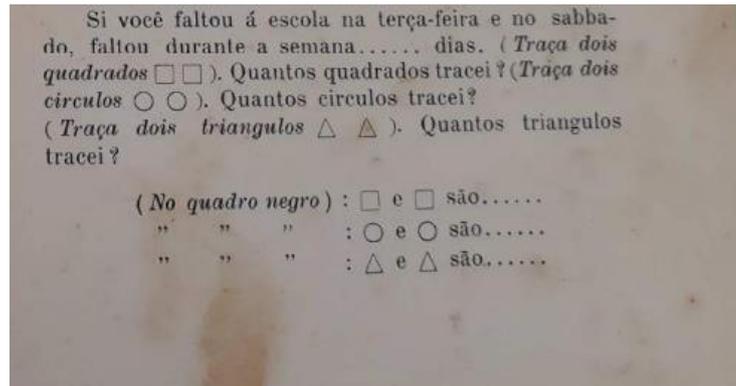
Fonte: Trajano, 1895, p.21.

Nesse recorte acima apresentado, a ilustração está relacionada ao primeiro problema de aritmética, que expõe como narrativa o pé de laranjeira e o representa na ilustração ao lado, porém não é possível que a ilustração auxilie na resolução.

Na obra de Trajano (1895) constatamos que o autor faz uso das ilustrações durante o processo de ensino, pois em todas as finalidades de uso dos problemas de aritmética, há ilustrações que acompanham a dinâmica, ensino pela *Aritmética Intuitiva*.

No livro didático de Barreto (1912) constatamos orientações aos professores para uso de diferentes objetos para o ensino dos números, ou seja, a *Aritmética Intuitiva*, e que ao usarem os livros essas orientações continuam ao solicitar que as crianças levantassem a mão solicitada ou a quantidade dedos, ou pegando a quantidade de objetos e formas geométricas. A ilustração é usada pelo autor em dois momentos diferentes, no primeiro a criança representa no quadro-negro o que foi oralizado, explicado, outra situação é a ilustração de formas geométricas usadas para representar quantidade, assim, a finalidade de uso da ilustração é explicação lógico-matemática, é a representação da regra matemática.

Figura 55 - "Primeira lição" números um e dois



Fonte: Barreto, 1912, p. 15.

Barreto (1912) expõe na primeira lição explicações e problemas de aritmética abordando os números um e dois, e usa a ilustração em formas geométricas para representar a quantidade. A ilustração é usada como apoio para representar a proposta do método intuitivo, que envolve ensinar pelo sentido, pelas coisas.

No livro didático de Büchler (1923) constatamos o uso de ilustrações em três categorias: a primeira é Explicativa lógico-matemática, pois ao instruir o ensino de aritmética o autor expõe os procedimentos e regras em forma de esquema (estrutura), a segunda é função Instrutiva co-construída, (cf. Figura 39), neste exemplo há informações tanto na ilustração quanto no texto principal, e assim, a ilustração pode auxiliar na resolução do problemas de aritmética, a terceira categoria é a Motivacional, tem relação com o texto mas não tem papel fundamental na resolução (cf. Figura 38).

Na obra de Tolosa (192-) observamos o uso de uma única categoria, Explicativa lógico-matemática, pois o autor expõe os esquemas das operações matemática representando o que é explicado verbalmente para ensinar aritmética.

4.4 PROBLEMAS DE ARITMÉTICA: TIPOS E FINALIDADES

Para compreendermos como os problemas de aritmética participam da marcha do ensino, analisamos os tipos de problemas, observando características semelhantes do que seria abordado como problema de aritmética por cada autor, tendo como referência pesquisas realizadas por Bertini (2016a, 2016b, 2018a, 2018b, 2018c) que destacam a existência de dois tipos de problemas de aritmética: somente com dados numéricos e com narrativas cotidianas. Os problemas somente com dados numéricos são expostos de duas formas; em alguns casos, exercícios e problemas como sinônimos, em outros os problemas de aritmética, ainda que

abordem apenas dados numéricos, são expostos como perguntas. Nos problemas com narrativas cotidianas, são apresentadas situações da vida ordinária: compras, vendas, valores financeiros, distâncias, situações escolares, etc.

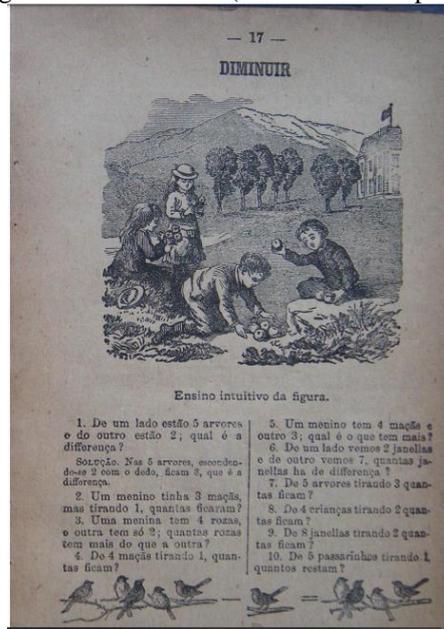
Encontramos os dois tipos de problemas de aritmética em todos os livros didáticos analisados. Dordal (1891) e Büchler (1923) apresentam os números estruturados um abaixo do outro sem diferenciar se são problemas ou não, ou qual a diferença de estarem expostos nessa estrutura; o primeiro autor não coloca o título “problemas” nas lições, já o segundo indica o título com essa nomenclatura. Trajano (1895) expõe também os números para resolução sem perguntas, mas diferencia-os como “exercícios”. Como já mencionado, as duas outras obras, Barreto (1912) e Tolosa (192-), apresentam apenas perguntas que abordam tanto o primeiro tipo de problema de aritmética, com dados numéricos, como o segundo, com narrativas cotidianas.

A análise de como os problemas participaram da caracterização de uma *Aritmética Intuitiva* envolveu, ainda, a exploração das finalidades com as quais os problemas de aritmética foram utilizados em cada obra, ou seja, qual a intenção, o objetivo de apresentar os problemas de aritmética nos livros didáticos no processo de ensino.

A partir das análises, os problemas de aritmética foram categorizados em quatro finalidades: Explorar, Instruir, Aplicar e Verificar. Os problemas de aritmética apresentados em perguntas prévias têm a finalidade de Explorar, pois propiciam ao professor reconhecer as crianças que já compreendem determinado conteúdo, seja porque já ensinaram a operação a ser realizada, seja pelo contato com as situações expostas. Dos cinco livros didáticos analisados, encontramos essa primeira finalidade em três: Trajano (1895), Barreto (1912) e Tolosa (192-).

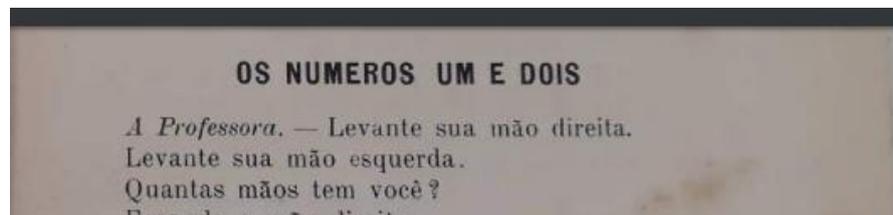
Trajano (1895) apresenta os problemas de aritmética com essa finalidade por meio de perguntas após uma ilustração; para respondê-las, é preciso que a criança volte à representação ilustrativa, observe-a, conte e responda conforme o que já conhece. O autor expõe as finalidades separadamente, sendo, portanto, possível perceber cada uma delas (Figura 56). Já Barreto (1912) e Tolosa (1923), antes de iniciar a abordagem do tema, também expõem perguntas que exploram o conhecimento de cada criança, no entanto, não o fazem de modo tão evidente e segmentado quanto Trajano. Nessas obras, ao contrário daquela, as perguntas de verificar se alternam com as das outras três finalidades (Figura 57).

Figura 56 - "Diminuir" (finalidade de Explorar)



Fonte: Trajano, 1895, p. 17.

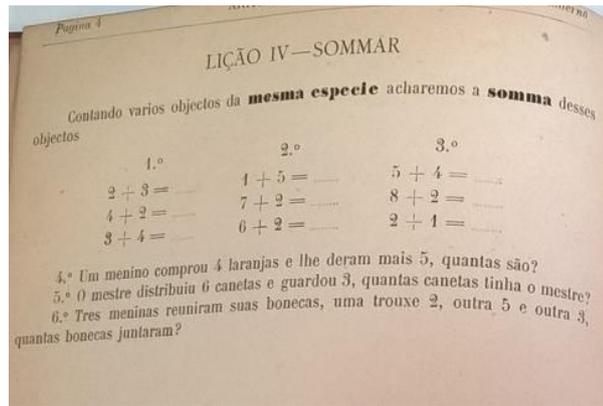
Figura 57 - "Os números um e dois" (finalidade de Explorar)



Fonte: Barreto, 1912, p. 13.

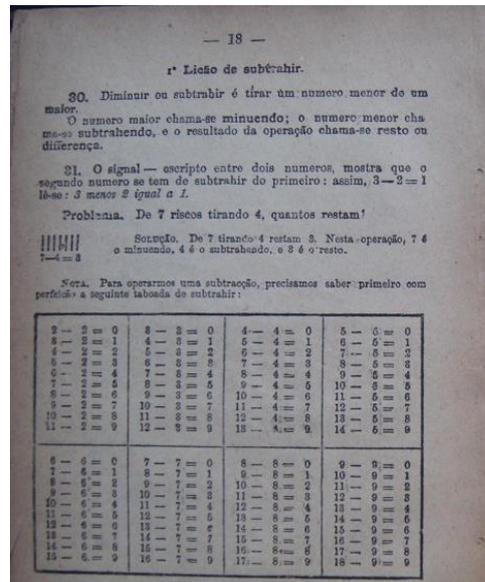
Já nos problemas de aritmética que explicam, exemplificam um procedimento ou tema, a finalidade é instruir. Esses são expostos em forma de um texto explicativo ou diretamente como pergunta. Dordal (1891) apresenta a finalidade de instruir juntamente ao texto explicativo na estrutura da lição, como um exemplo. Trajano (1895) e Büchler (1923) mostram exemplos, explicitam que estão a instruir à resolução. Já Barreto (1912) e Tolosa (1923-) expõem como perguntas o que será ensinado, intercaladamente com os demais problemas de aritmética.

Figura 58 – “Lição IV — “Sommar” (finalidade de instruir)



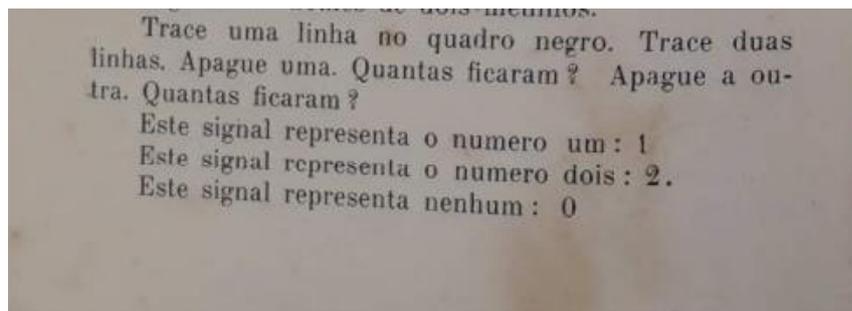
Fonte: Dordal, 1891a, p. 1.

Figura 59 - “Lição de subtrair” (finalidade de instruir)



Fonte: Trajano, 1895, p. 18.

Figura 60 – “Os números um e dois” (finalidade de instruir)



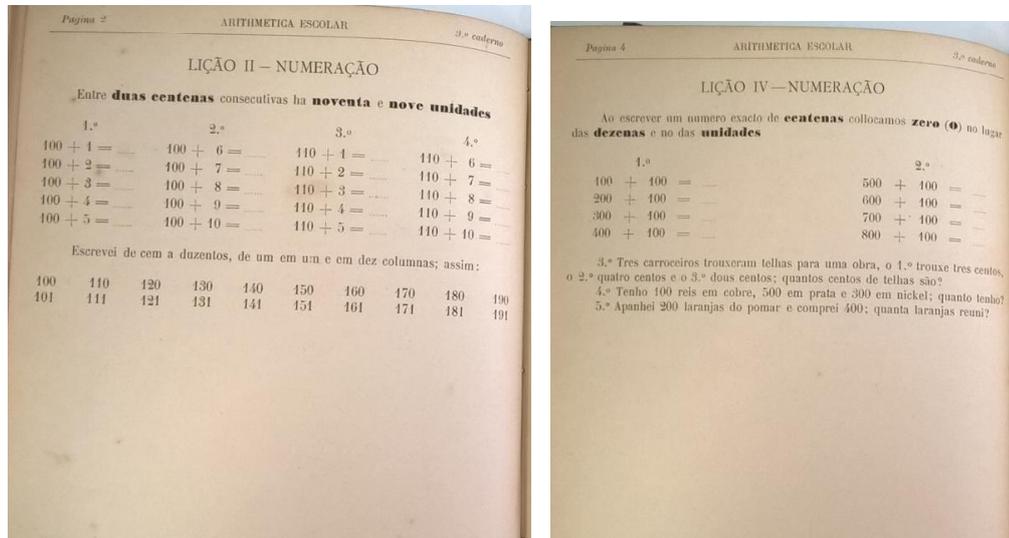
Fonte: Barreto (1912), p. 14.

Nesse exemplo da obra de Barreto (1912), podemos perceber a diferença entre as finalidades instruir e aplicar. Quando o professor solicita à criança que vá ao quadro, registre o traço e depois apague, instrui a operação de subtrair, está ensinando determinada operação e

resolução (lembrando que são crianças não alfabetizadas, então, apagar seria uma opção de mostrar concretamente a subtração).

Aplicar o que foi ensinado é quando a criança realiza por si só o que aprendeu, esta é a terceira finalidade. Dessa forma pode-se exercitar, colocar em prática o que foi abordado na instrução. Esses problemas são expostos tanto com dados numéricos quanto com narrativas. Tomaremos ainda os exemplos apresentados com a finalidade de Instruir (Figuras 58, 59 e 60) para confrontarmos-los com a finalidade de aplicar. Dordal (1891) – na Figura 61, por exemplo –, Trajano (1895) e Büchler (1923) apresentam os problemas de aritmética de aplicar de forma mais segmentada, já Barreto (1912) e Tolosa (192-) os expõem de modo intercalado com as demais perguntas.

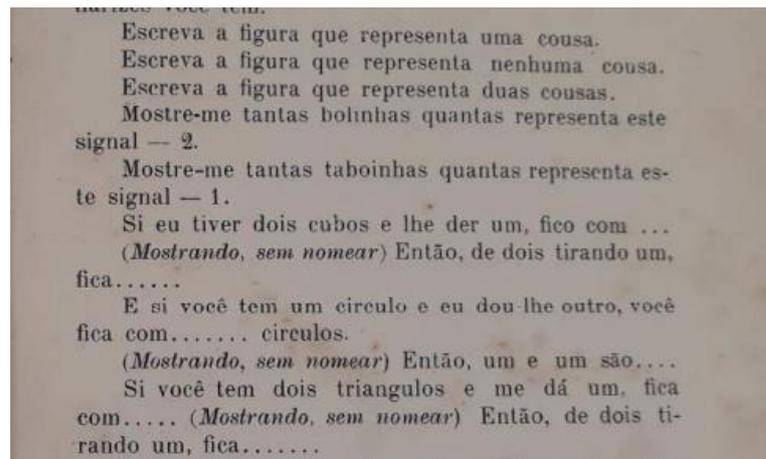
Figura 61 – “Lições II” e “IV” (finalidade de aplicar)



Fonte: Dordal, 1891c, p. 2 e 4.

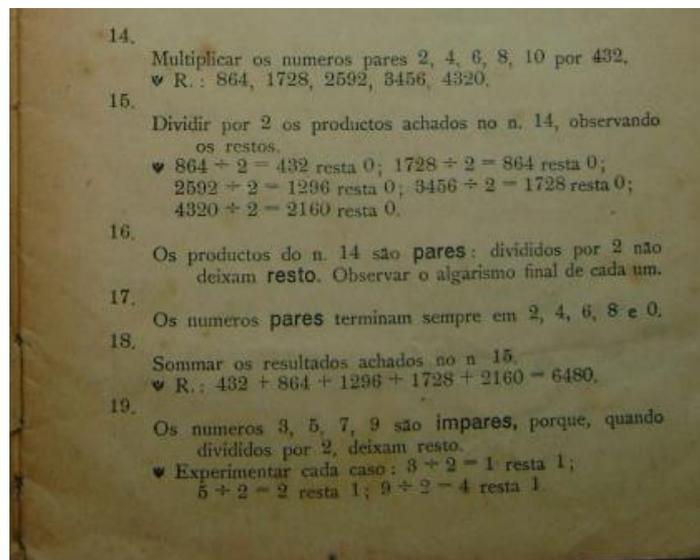
Com os exemplos apresentados da obra de Dordal (1891), podemos perceber que após a primeira lição ter instruído sobre as centenas (cf. Figura 3), as lições seguintes servem para aplicar o que foi ensinado, seja somente com dados numéricos, seja com perguntas. Assim percebemos também na obra de Barreto (1912) – após instrução, a criança deve realizar o que foi ensinado (Figura 62).

Figura 62 – Os números um e dois (finalidade de aplicar)



Fonte: Barreto, 1912, p. 15.

Figura 63 – Problema nº 18 (finalidade de aplicar)



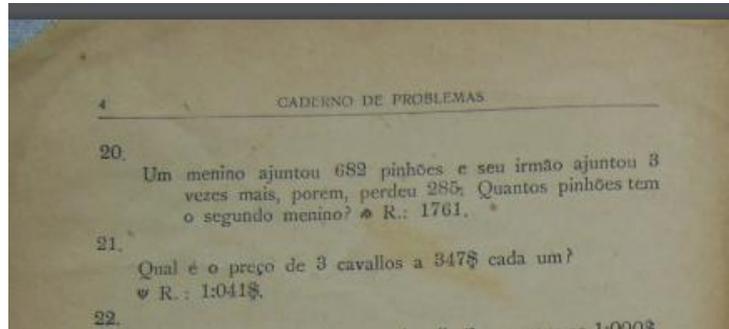
Fonte: Tolosa, 192-, p. 3.

Nesse exemplo da Figura 63, podemos perceber que a soma na pergunta de nº18 é uma aplicação – o professor pedirá que a criança some, executando o que foi ensinado. Diferentemente de quando é um problema para verificar o que foi ensinado.

Verificar é a última finalidade apresentada nesta pesquisa. Incluímos nesta categoria os problemas de aritmética cuja solução exige que a criança escolha a operação a ser realizada. Apenas nos livros didáticos de Trajano (1895) e Tolosa (192-) é que encontramos esta finalidade. Trajano (1895) apresenta toda sua obra segmentada, assim a lista de problemas de aritmética exposta por ele ao final da lição representa a finalidade de verificar (cf. Figura 16); já em Tolosa (192-), esses problemas se misturam, pois não estão separados por títulos ou com textos, porém percebemos que, para aplicar, as perguntas apresentam palavras-chave que

indicam a operação, e, para a finalidade de verificar, a criança escolhe qual operação utilizar (Figura 64).

Figura 64 – Problemas de aritmética (finalidade de verificar)



Fonte: Tolosa, 192-, p. 4.

O quadro a seguir expõe as finalidades encontradas em cada livro didático (Quadro 2).

Quadro 2 - Finalidades apresentadas pelos problemas de aritmética

Ano/Autor	Explorar	Instruir	Aplicar	Verificar
1891 / Dordal	-	X	X	-
1895 / Trajano	X	X	X	X
1912 / Barreto	X	X	X	-
1923 / Büchler	-	X	X	-
192? / Tolosa	X	X	X	X

Fonte: Elaborado pela autora.

Todos os livros didáticos analisados nesta pesquisa que caracteriza elementos da *Aritmética Intuitiva* apresentaram os problemas de aritmética com as finalidades de instruir e aplicar o que foi ensinado. Estas formam uma díade – instruir e aplicar são finalidades interligadas que dependem uma da outra na dinâmica do ensino. No método tradicional, nos compêndios e na transição para o método intuitivo, os problemas de aritmética já eram utilizados, porém com finalidade diferente, pois no momento pedagógico em que a memorização era necessária, a finalidade era verificar operações e procedimentos memorizados, decorados.

Mesmo que possamos afirmar essa transformação, que os problemas de aritmética passam a ser apresentados com as finalidade de instruir e aplicar, não o são da mesma maneira, existem aproximações e distanciamentos que dialogam entre si para que possamos expor um padrão no ensino da aritmética a partir dos problemas na caracterização da *Aritmética Intuitiva*.

4.5 DIALOGANDO COM ORIENTAÇÕES QUE CIRCULARAM EM REVISTAS PEDAGÓGICAS

Na pesquisa de Souza (2018), há uma linha do tempo apresentando os discursos presentes nas revistas pedagógicas com a qual podemos dialogar e comparar com as finalidades presentes nos livros didáticos analisados.

Segundo Souza (2018), o primeiro discurso, período de 1890-1896, é categorizado pela ausência como indício. Nas revistas não há abordagem sobre problemas de aritmética, tampouco ainda haviam sido discutidas as mudanças nas finalidades referentes ao novo método. Dois livros didáticos são desse período – Dordal (1891) e Trajano (1895) –, e neles os problemas já estão expostos. Nos livros de Dordal (1891), percebe-se que ainda não está definido o que são problemas e seu uso, assim, ao que parece, problemas de aritmética complementam a abordagem do tema junto com os exercícios e exemplos. Nas revistas pedagógicas essa discussão surge somente em um momento posterior (1897-1908).

Trajano (1895) é um livro baseado nas discussões que circulam nos Estados Unidos. Conforme observa Oliveira (2017), possivelmente por essa apropriação é que ele é o primeiro nesse período da *Aritmética Intuitiva* que aborda as quatro finalidades, e a apresentação de cada finalidade é exposta de forma clara e segmentada.

Barreto (1912) tem uma abordagem diferente dos demais livros didáticos participantes desta análise, relaciona-se com o discurso identificado por Souza (2018) como modernidade pedagógica (1909-1922). A obra é destinada para uso oral, pois as crianças não estão alfabetizadas, e desde o início, na abordagem dos números, as operações estão prese

ntes, mas de modo intuitivo – usa-se objetos, formas geométricas, representações no quadro, partes do corpo (mãos, dedos, etc.) são nomeadas e numeradas.

O discurso da modernidade pedagógica também foi observado em outras obras analisadas, como em Büchler (1923) e Tolosa (192?). O livro didático de Büchler (1923) apresenta textos explicativos mais extensos que os demais, e os problemas de aritmética são expostos após a apresentação desses textos. Já a obra de Tolosa (192?) se diferencia por apresentar em forma de problemas de aritmética as explicações e as perguntas para aplicar o conteúdo, isto é, ensinando aritmética pelos problemas. Isso nos permite compreender que, nas revistas, o discurso abordando as mudanças do novo método sobre os problemas de aritmética só teve início quando já estava presente nos livros didáticos.

Podemos inferir que o discurso da modernidade pedagógica, observado por Souza (2018), em revistas pedagógicas do período de 1909 a 1922 já é perceptível nos livros didáticos

pertencentes a esta pesquisa, pois os problemas de aritmética são usados com novas finalidades: instruir e aplicar.

O discurso seguinte apresentado por Souza (2018) foi o da aritmética para ensinar problemas (ano de 1920). Nos livros didáticos, dá-se o contrário, o movimento presente era que a aritmética era ensinada pelos problemas, não apenas nesse período do discurso, mas em todo o marco da *Aritmética Intuitiva*.

A afirmação da aritmética ser ensinada pelos problemas se dá com a constatação, após análise das obras, de que os problemas de aritmética ganham um novo espaço na marcha do ensino, pois passam a ser usados com estas duas finalidades: instruir e aplicar, que se tornam a abordagem central no movimento do ensino.

4.6 A PARTICIPAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NA *ARITMÉTICA INTUITIVA*

Para ampliarmos as discussões, retomamos as perguntas: “Que novos conteúdos surgem na aritmética intuitiva? Que conteúdos deixam de ser ensinados na modernidade educacional? Como se estabelece uma nova graduação para o ensino da aritmética intuitiva?” (VALENTE, 2019, p. 61).

Ao relacionamos essas perguntas aos problemas de aritmética, podemos inferir que eles não são uma novidade, não é nesse período que se começa a utilizá-los, uma vez que já estavam presentes no ensino. Porém sua graduação se estabelece com uma nova abordagem, ocupam um novo espaço com novas finalidades: instruir e aplicar. Além dos problemas de aritmética serem expostos de maneira que o cotidiano fizesse parte da escola para a formação, a preparação para o futuro, com o intuito de que os alunos soubessem usar a aritmética na vida, os problemas de aritmética sofrem uma transformação quando não são usados apenas para checar um tema, mas sim para instruir e aplicar.

O padrão encontrado a ser sistematizado como saber é que os problemas de aritmética são para ensinar aritmética. Há uma articulação entre a *matemática a ensinar*, o objeto de trabalho, “uma matéria escolar é objeto de trabalho de professores que conduzem o seu ensino.” (VALENTE, 2019, p. 62), com a *matemática para ensinar*, “para que o ensino dessa matéria ocorra, há saberes que os professores deverão possuir de modo a poder exercer o seu ofício, ensinar tal matéria.” (VALENTE, 2019, p. 62). Portanto, para se ensinar aritmética em tempos de *Aritmética Intuitiva*, os professores deveriam usar os problemas de aritmética, que passam a

ser apresentados nos livros didáticos para instruir e aplicar. Esses problemas são uma das ferramentas para o ensino, porém uma fermenta central, já que a marcha do ensino é estabelecida a partir de sua utilização com essas novas finalidades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os capítulos desta dissertação proporcionaram um contato descritivo e de comparação para que pudéssemos acompanhar o desdobramento de cada observação realizada, de cada passo trilhado: as referências teóricas e metodológicas, a escolha das fontes (livros didáticos), as descrições das obras e as observações realizadas sobre a organização do ensino e os problemas de aritmética.

Esta dissertação de mestrado assumiu a questão norteadora: “Qual a participação dos problemas de aritmética na caracterização da *Aritmética Intuitiva*?” Mas apenas esta pergunta não foi suficiente para analisarmos os livros didáticos, assim uma segunda pergunta integrou esta pesquisa: Qual a finalidade dos problemas de aritmética nos livros didáticos em tempos da *Aritmética Intuitiva*?

A segunda pergunta apresentada foi essencial, pois por ela foi possível extrairmos aproximações e distanciamentos das características das obras sobre a organização dos livros, seus autores e informações sobre o momento pedagógico. Possibilitou também percebermos, nos livros didáticos, padrões sobre o método intuitivo e principalmente relacioná-los aos problemas de aritmética.

Assim a conjuntura de informações foi sistematizada e permitiu destacar relações entre a *matemática a ensinar* e a *para ensinar*: A primeira, ou seja, a *matemática a ensinar*, não é apenas definida pela apresentação dos conteúdos pela ordem da matemática acadêmica, a matemática a ser ensinada é caracterizada pela participação dos problemas de aritmética na marcha do ensino. A segunda, a *matemática para ensinar*, não é definida com os professores sabendo as operações e resolvendo os problemas, eles precisam saber como propor e abordar os problemas de aritmética como um dos elementos centrais no ensino. Precisam saber como ensinar a aritmética a partir destes problemas, pois na *Aritmética intuitiva* os problemas de aritmética passam a ser uma das ferramentas para se ensinar a matéria.

O ensino de aritmética e o uso dos problemas estavam presentes nos programas de ensino; assim, o saber escolar dialoga com a pergunta sobre as finalidades dos problemas de aritmética, pois encontramos um padrão de finalidades; esses se apresentavam nos livros didáticos com duas finalidades: instruir e aplicar. Os problemas de aritmética para instruir eram expostos para explicar o tema ou exemplificar as operações e resoluções; já a finalidade de aplicar complementava a de instruir e colocava em prática o que fora ensinado. Essas finalidades são

a díade central na caracterização da *Aritmética Intuitiva*, assim sendo, a dinâmica do ensino dá-se pelos problemas de aritmética.

Cabe então responder à pergunta principal sobre a participação dos problemas de aritmética na caracterização da *Aritmética Intuitiva*. Esses problemas, no período do método tradicional, eram usados para verificar se o que foi ensinado de aritmética havia sido decorado; esta é a transformação, na *Aritmética Intuitiva*, os problemas de aritmética ocupam um novo espaço na marcha do ensino, participam ativamente, desempenhando o papel de ensinar aritmética.

Nessa transformação nas finalidades de uso dos problemas de aritmética, outro aspecto é observado nas situações das narrativas (nas perguntas dos problemas de aritmética): ocorre uma mudança nas narrativas escolhidas, que passam a incluir situações cotidianas e escolares, compras, vendas, materiais didáticos, etc., aproximando, dessa forma, a aritmética da vivência cotidiana.

Temos também ao abordar o papel dos problemas de aritmética, os elementos e características da *Aritmética Intuitiva*, o uso das imagens/ilustrações, essas com funções diferentes nos usos com problemas de aritmética. Entretanto as finalidades proporcionam observar o ensino da aritmética de maneira que possamos compreender mudanças na marcha do ensino. As ilustrações são relevantes nesse momento do ensino, e por estarem presentes nos problemas auxiliam na dinâmica do ensino da aritmética.

Temos as indicações de que o ensino dos números e operações se iniciava do concreto, com a exploração de materiais e objetos, e logo partia para o abstrato, para as estruturas já convencionais de resolução, dá-se já a passagem do concreto ao abstrato. Em Barreto (1912), obra que é indicada para uso antes da alfabetização, percebemos que todo o livro é pautado em resoluções orais e concretas.

As ilustrações categorizadas na finalidade Explicativa logico-matemática, dialogam com as finalidades dos problemas de aritmética de instruir e aplicar, pois juntos [ilustrações e teoria] possibilitam o ensino da aritmética pela representação das coisas – referencia no método intuitivo-com as regras e estruturas das operações fundamentais. Da mesma maneira, observamos a considerável participação das finalidades das ilustrações denominadas Informativa co - construída e Informativa Principal, pois essas auxiliaram o ensino da aritmética pelos problemas ao poderem ser usadas como referencial, nestas ilustrações informações relevantes para a resolução dos problemas foram encontradas, tanto para iniciar o tema (Explorar), como para ensinar (Instruir) e colocar em prática (Aplicar). As ilustrações

motivacionais e/ou contextuais proporcionaram a aproximação do método intuitivo ao ensino de aritmética, em razão de representar o tema da narrativa, e mesmo assim não interferir na resolução, o texto (problemas de aritmética) se tornam atrativos despertando o interesse da criança.

Podemos concluir, portanto, que os problemas de aritmética fazem parte do ensino de aritmética e são um dos saberes escolares que participam da caracterização da *Aritmética Intuitiva*. Isso pode ser observado na análise realizada nos livros didáticos, pois categorizamos as finalidades de uso dos problemas de aritmética e percebemos que a organização do ensino de aritmética se dá por meio da tríade, instruir e aplicar, caracterizando um ensino de aritmética por meio dos problemas, e as ilustrações são uma ferramenta para ensinar aritmética, dialogando com a tríade auxiliando na dinâmica do ensino, assim as mudanças são perceptíveis nas propostas de como ensinar de aritmética, seja nas narrativas como nas resoluções dos problemas de aritmética.

REFERÊNCIAS

- ARRIADA, E.; NOGUEIRA, G. M. **Produção e circulação de livros didáticos no Rio Grande do Sul nos séculos XIX e XX**. In: PERES, E.; RAMIL, C. A. (Org). 1.ed. Curitiba: Appris, 2018, p. 51-80.
- BARRETO, R. **Serie Graduada de matemática** Vol.1, 1912. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/100346>. Acesso em: 10 fev. 2020.
- BERTINI, L. F. **Os problemas de aritmética no ensino primário, 1890-1940**. 2016a.
- BERTINI, L. F. Problemas arithmeticos nos livros escolares brasileiros do final do século XIX. **3º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática**. 2016b.
- BERTINI, L. F. Problemas de aritmética na escola primária no final do século XIX: Aplicação, Ilustração ou Introdução dos estudos? **JIEEM**. v.11, n.1, p. 72-79, 2018a.
- BERTINI, L. F. O que devem saber os professores sobre o uso de problemas nas aulas de aritmética? Uma leitura dos prefácios de manuais pedagógicos (1890-1940). **4º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática**. 2018b.
- BERTINI, L.F. Valente, W. R. (Org.). **Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018c.
- BITTENCOURT, C. **Livro didático e saber escolar (1810-1910)**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.
- BUCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar** - livro III, 2a. Edição, 1923. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7077>. Acesso em: 10 fev. 2020.
- BURKE, P. **O que é história do conhecimento**. São Paulo: Editora Unesp. 2016.
- BURKE, P. Problemas causados por Gutenberg: a explosão da informação nos primórdios da Europa moderna. **Estud. Av.**, vol.16, n.44. São Paulo. Jan./Abr. 2002. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-40142002000100010&script=sci_arttext&tlng=pt. > Acesso em 12/05/2020.
- DYNNIKOV, C. S. Büchler **Anais do XIV Seminário Temático**. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/340935499_GEORG_AUGUST_BUCHLER_um_a_depto_do_ensino_intuitivo_no_Brasil.
- CHARTIER, R.; tradução Reginaldo de Moraes. **A aventura do livro: do leitor ao navegador**. 2.ed. São Paulo: Editora UNESP/Imprensa Oficial do Estado. 1999.
- CHARTIER, R. **A história cultural entre práticas e representações**. Trad. de Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difusão Editora, 1988.
- CHOPPIN, A. História Dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set/dez., 2004.

COSTA, D. A. **A Aritmética Escolar no ensino primário brasileiro: 1890-1946.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo–PUC.2010. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1792>. Acesso em: 10 fev. 2020.

COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. (Orgs.) **Saberes matemáticos no curso primário: o que, como e por que ensinar?** 1ª.ed.-São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

DORDAL, R.R. **Arithmetica Escolar - Exercícios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios** - 1o. caderno.1891. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1774>. Acesso em: 10 fev. 2020.

DORDAL, R. R. **Arithmetica Escolar - Exercícios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios** - 2o. caderno.1891. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1785>. Acesso em: 10 fev. 2020.

DORDAL, R. R. **Arithmetica Escolar - Exercícios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios** - 4o. caderno. 1891. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1787>. Acesso em: 10 fev. 2020.

DORDAL, R. R. **Arithmetica Escolar - Exercícios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios** - 3o. caderno. 1891. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/1786>. Acesso em: 10 fev. 2020.

FRIZZARINI, C. R. B.; SILVA, M. C. L. **As ilustrações em manuais escolares: uma análise histórica.** 1ª ed.-São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Orgs.). **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores.** 1ª ed.-São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

MENDES, I. A.; VALENTE, W. R. (Org). **A matemática dos manuais escolares: curso primário, 1870-1970.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

OLIVEIRA, M. A. **Método.** In: Wagner Rodrigues Valente (Org.). Cadernos de trabalho. Vol. 4. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2015.

OLIVEIRA, M. A. **A aritmética escolar e o método intuitivo: Um novo saber para o curso primário (1870 – 1920).** Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência). Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP. 2017. Disponível em: <http://repositorio.unsp.br/handle/11600/50818>. Acesso em: 10 fev. 2020.

OLIVEIRA, M. A. Livro Didático: um material escolar do aluno no estudo da Aritmética? O contexto do curso primário paulista (início do séc. XX). In: XVI Seminário Temático – Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970): Sobre o que tratam os Manuais Escolares? **Anais do XVI Seminário Temático.** Natal, 2016. Disponível em: https://xivseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2016/05/OLIVEIRA_T2_vf.pdf. Acesso em 18/05/2020.

OLIVEIRA, M. A. Antonio Brandeira Trajano e a renovação pedagógica lida em livros escolares: ensinar aritmética de modo intuitivo (final do século XIX). **Revista História da**

Educação (Online), 2019, v. 23. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/heduc/v23/2236-3459-heduc-23-e79977.pdf>.

PERES, E.; MICHEL, C. **Produção e circulação de livros didáticos no Rio Grande do Sul nos séculos XIX e XX**. In: PERES, Eliane; RAMIL, Chris Azevedo. (Org). 1.ed. Curitiba: Appris, 2018, p. 19-50.

SOËTARD, M. **Johan Pestalozzi**. Tradução. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

SOUZA, A. F. Saberes para ensinar problemas: uma análise dos artigos da Revista de Educação (São Paulo, 1933-1943). **Com a Palavra, O Professor**, 4(8), p. 170-183. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.23864/cpp.v4i1.310>.

SOUZA, R. F. **Templos de Civilização: A implantação da Escola Primária Graduada no Estado de São Paulo (1890-1910)**. São Paulo: Fundação Editora da Unesp, 1998.

SOUZA, A. F. Discursos sobre os problemas aritméticos (São Paulo, 1890-1930). **Revista Educação Matemática em foco**. V. 7, n.1. (2018). Disponível em: <http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/3903/2425> acessado em 27/06/2020.

TOLOSA, B. M. **Caderno de Problemas Arithmeticos para o 2º ano preliminar de accordo com os programmas officiaes**, 192?. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/168796>. Acesso em: 10 fev. 2020.

TRAJANO, A. **Arithmetica Primaria**. 12ª edição. 1895. Disponível: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104083>. Acesso em: 10 fev. 2020.

VALDEMARIN, V. T. **Estudando as lições de coisas: análise dos fundamentos filosóficos do Método de Ensino Intuitivo**. Campinas-SP: Autores Associados, 2004.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S. Os saberes profissionais do Professor de Matemática: contribuições da história da educação matemática. **Revista de investigação e divulgação em Educação Matemática**, Juiz de Fora, v. 1, n. 1, p. 51-64, jul./dez. 2017.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: investigações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V2.2, p. 28-49, UFSC: 2007.

VALENTE, W. R.(Org). **A aritmética nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

VALENTE, W. R. Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v.20, n. 3, p. 377-385, maio/jun. 2018.

VALENTE, W. R. A ARITMÉTICA INTUITIVA COMO UMA MATEMÁTICA A ENSINAR, 1870-1920. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n .61, p. 54-66, jan./mar. 2019.