1

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

MATEMÁTICA
Vol 1

Mat. 9.0

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ
CETEPAR

MATEMÁTICA

MÓDULO N° 9.0

NOÇÕES SOBRE CONJUNTOS

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

SENHOR ORIENTADOR DA APRENDIZAGEM!

O Módulo nº 9 de Matemática foi elaborado, tendo em vista a abordagem de dois conteúdos:

CONTEÚDO I - Noções sobre Conjuntos;

CONTEÚDO II - Aplicação, em classe, das noções aprendidas.

AVALIAÇÃO:

CONTEÚDO I -

A avaliação deste Conteúdo será feita pelo Pós-Teste. Se o cursista alcançar 80% de aproveitamento no Pós-Teste, poderá receber o Módulo nº 9.1. Não sendo aprovado, terá de reestudar o Conteúdo I e passar aos Procedimentos e Atividades - a Nível de Suporte. Sentindo-se seguro, depois disso, solicitará nova avaliação, e novo Pós-Teste lhe será, então, aplicado.

CONTEÚDO II -

A avaliação deste Conteúdo será feita pelo Orientador da Aprendizagem, nas visitas que fizer às classes dos cursistas. Para isso, verificará se foram aplicadas aos alunos as sugestões e procedimentos constantes no final deste Módulo.
Se não foram, ouvirá a justificativa do professor.

TÍTULO - NOÇÕES SOBRE CONJUNTO

I - ASSUNTO - CONJUNTO, ELEMENTO, ATRIBUTO, LINHA FECHADA, REGIÃO INTERIOR E EXTERIOR, SUBCONJUNTO, CONJUNTO UNIVERSO, CONJUNTO COMPLEMENTAR E RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA.

II - MATÉRIA - CIÊNCIAS

DISCIPLINA - MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS - NENHUM

IV - OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Evidenciar a necessidade constante de atualização de conhecimentos científicos, em virtude do rápido desenvolvimento dos trabalhos de pesquisa.

OBJETIVO TERMINAL

Conceituar termos técnicos, fatos ou idéias desenvolvidos pela programação, apresentando seus atributos e propriedades e elaborando glossário.

OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

Ao final deste Módulo, o cursista deverá ser capaz de:

1 - Reconhecer, intuitiva e prontamente, conjunto, elemento, atributo, linha fechada, região interior e exterior, subconjunto, conjunto complementar e relação de pertinência.

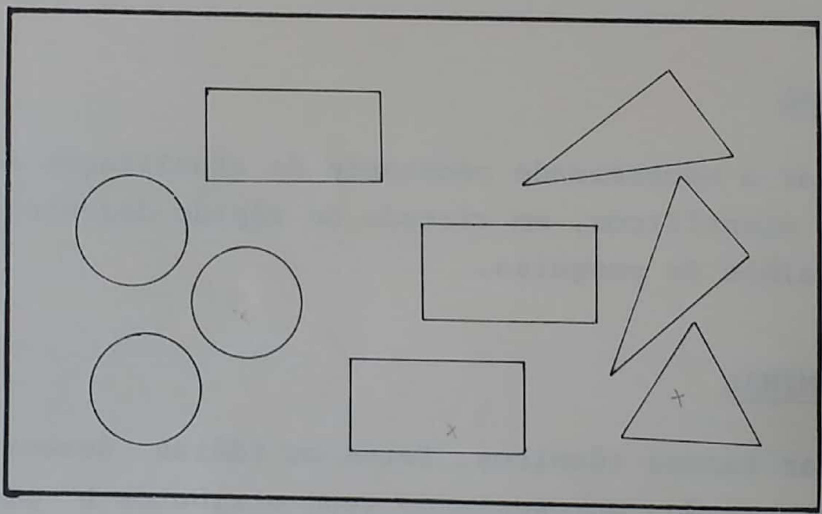
2 - Aplicar, em classe, as noções estudadas neste Módulo , para melhor compreendê-las e bem dominar o vocabulário correspondente.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção as questões deste Pré-Teste, e as responda com letra bem legível, escrevendo aquilo que tiver certeza. Não dê respostas se só tem o propósito de não deixar em branco quaisquer perguntas. Também não use borracha para resuras. Isso tudo observado, inicie, então, esta prova. E tenha boa sorte no seu trabalho!

1 - PENSE NUM ATRIBUTO PARA FORMAR UM SUBCONJUNTO NO CONJUNTO A BAIXO. ENLACE O SUBCONJUNTO E DÊ O ATRIBUTO ESCOLHIDO.

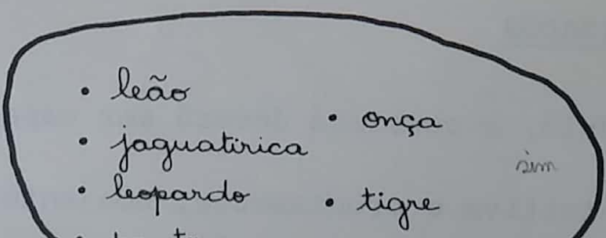
F



Atributo:

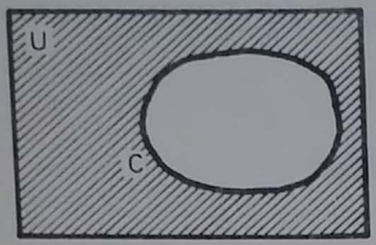
Ser ....

2 - S



Observe o conjunto acima e marque a resposta correta:
Gato "não pertence" a S.

[X] SIM [ ] NÃO

3. 

Conjunto Universo: xícara, pires, bule, manteigueira, leiteira, vassoura.

C 2 Conjunto de louças para café.

Vassoura

Que elemento irá ficar no conjunto complementar de C, isto é, na parte hachurada?

4. MARQUE 3 ELEMENTOS PARA O CONJUNTO DE CEREAIS:

aipim, trigo, arroz, centeio, batata

5. QUAL É O ELEMENTO DO CONJUNTO "matilha"? - Cães lobos

6. QUAL É O CONJUNTO UNIVERSO PARA ESTE(S) CONJUNTO(S) ABAIXO:

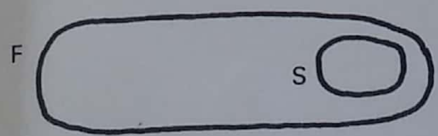
A = Conjunto de garfos.

B = Conjunto de facas.

C = Conjunto de colheres.

U = conjunto de talheres

7. NO DIAGRAMA ABAIXO:



F = Conjunto de frutas.

S = Subconjunto de abacaxis.

* HACHUREIE O SUBCONJUNTO.

---

* HACHUREIE do verbo hachurear (ver sinônimo no glossário).

8. FAÇA A REPRESENTAÇÃO, POR DIAGRAMAS, PARA ESTES CONJUNTOS:

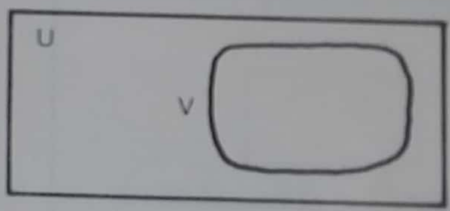
U = Utensílios de cozinha.

P = Conjunto de panelas.

9. U = Utensílios de cozinha.
COM ELEMENTOS DESTE UNIVERSO, FORME UM CONJUNTO DE VIOLÕES:

Resposta: conjunto vazio

10.



U = Alfabeto

V = Conjunto de vogais

ONDE VOCÊ COLOCARÁ AS CONSOANTES, NESTE DIAGRAMA?

<u>PRÉ-TESTE</u>

GABARITO

1 - Ser triângulo, ou ser retângulo, ou ser circular.

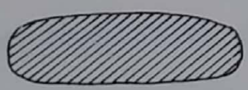
2 - SIM

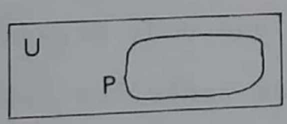
3 - Vassoura.

4 - Trigo, arroz, centeio.

5 - Cães ou lobos.

6 - U = Conjunto de talheres.

7 - S 

8 - 

9 - Conjunto vazio.

10 - Dentro do retângulo, mas fora do conjunto V.

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

NOÇÕES SOBRE CONJUNTOS

INTRODUÇÃO

Todas as crianças, da 1ª à 4ª série, devem, como você sabe, aprender por meio de atividades, isto é, fazendo alguma coisa, como tarefas, pesquisas ou experimentos. Assim sendo, é nosso propósito apresentar, neste trabalho, o estudo das primeiras noções matemáticas por esse meio, pois muitas dessas atividades você poderá pôr em prática em suas aulas, para dominar com precisão as noções novas e o vocabulário que lhes é conferido.

Conforme recomenda o novo ensino da Matemática, principiaremos pelas noções de conjuntos, relações, operações e propriedade das operações, assuntos que você estudará progressivamente, com vagar e segurança, nos trabalhos subseqüentes.

Em módulo posterior, revisaremos estas mesmas noções, ora transmitidas como atividades e com objetos, e as apresentaremos em linguagem matemática, usando, para isso, desenhos geométricos, sinais, palavras, letras, numerais, enfim, todas as representações gráficas chamadas símbolos.

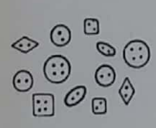
NOÇÕES DE ATRIBUTO, CONJUNTO, ELEMENTO, CONJUNTO UNIVERSO, CONJUNTO VAZIO, DIAGRAMA DE VENN.

MATERIAL - Uma caixa contendo botões grandes, pequenos, com dois furos, com quatro furos, coloridos, qualquer tipo de botão.

Atividade nº 1 -

Espalhe sobre a mesa os botões da caixa. Observe esses botões e veja em que são parecidos uns com os outros. Pensando numa semelhança entre eles, reúna-os ou por "ser pequeno", ou por "ser branco", ou por "ter dois furos". E tenha o cuidado de juntá-los todos, novamente, depois de cada exercício, como nos exemplos abaixo:

1º- Botões pequenos



2º- Botões Brancos

3º- Botões com 2 furos

- No primeiro exemplo, você separou os botões pelo tamanho, com a qualidade: "ser pequeno". Reuniu-os novamente aos demais.
- No segundo exemplo, separou-os pela cor, com a semelhança "ser branco", não importando a forma, o material, a quantidade de furos. Reunidos outra vez todos os botões,
- no terceiro exemplo, você os separou novamente, agora pela quantidade de furos, com o atributo: "ter dois furos".

"Ser pequeno", "ser branco" ou "ter dois furos", são nesses exemplos, a qualidade, a semelhança, o atributo escolhido para separar os botões. Qualidade, semelhança, atributo são palavras que têm a mesma significação.

Como você observou,

> ATRIBUTO É TUDO AQUILO QUE É PRÓPRIO DO OBJETO OU COISA: A COR (vermelha, verde, ou outra); A FORMA (redonda, quadrada, ou circular); a UTILIDADE - ("ser de costura", "ser de cozinha", "ser de banho"); O MATERIAL (de couro, vidro, louça, ou alumínio); O TAMANHO (grande, médio, pequeno); etc.

Quando o mesmo atributo se repete em vários objetos ou coisas, dizemos que se trata de atributo comum a todos eles.

Todos os objetos que tiverem um atributo comum, podem ficar juntos e assim formar um conjunto.

É intuitiva a noção de conjunto. Todos nós conhecemos coleções e lidamos com elas:

- coleções de selos,
- de chaveiros,
- de figurinhas,
- de cartões postais,
- de fotografias,
- de santinhos.

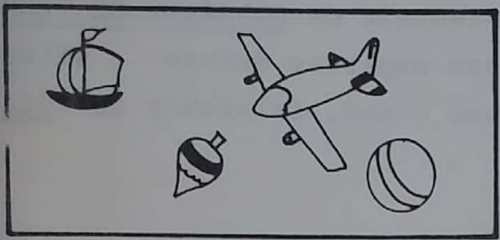
Há certos conjuntos, como de pessoas, animais, plantas, objetos, que tem o nome especial de coletivo. Exemplos:

- manada: conjunto de cavalos;
- cardume: conjunto de peixes;
- ramalhete: conjunto de flores;
- cafezal: conjunto de pés de café, etc.

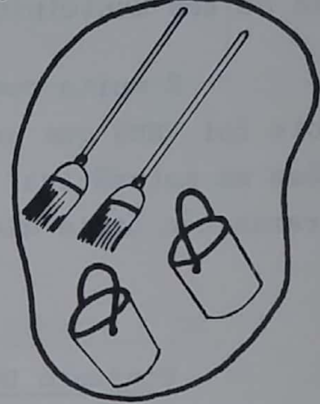
Da mesma forma, família, classe, população, regimento ou comunidade, são conjuntos. Porém as duas maneiras mais freqüentes de formar conjuntos são as de selecionar elementos pelos atributos comuns, ou pela utilidade.

Exemplos:

Atributo comum: "ser brinquedo".



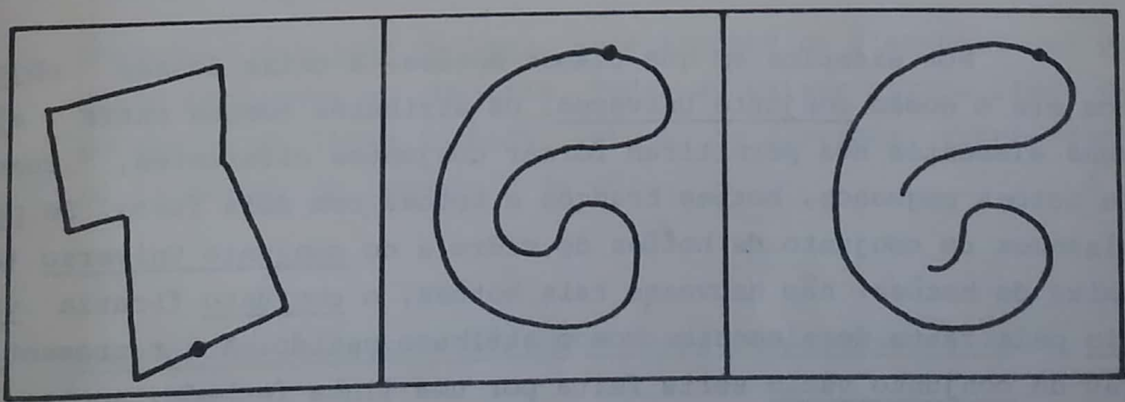
Utilidade: "utensílios de limpeza".



Para separar os elementos do conjunto, devemos cercá-los por meio de um aro ou barbante amarrado nas pontas; no desenho essa separação é feita por uma linha fechada. Assim, dizemos que os conjuntos são formados de elementos colocados dentro, ou no interior de uma linha fechada.

UMA LINHA É FECHADA QUANDO TERMINA NO PONTO ONDE FOI COMEÇADA.

Exemplos:



Uma linha fechada forma uma fronteira; separa a região interior da exterior. Você poderá comparar essa noção com a linha divisória do município onde mora. Dentro dessa linha ficam as terras do seu município, e fora dela, as dos municípios vizinhos.

É muito comum chamar a linha fechada de DIAGRAMA DE VENN pois foi VENN que usou esse recurso para explicar muitas situações em matemática. Durante todo o nosso curso, falaremos de diagramas,tão úteis eles nos são.

Conjunto Universo -

Para formarmos conjuntos precisamos determinar quais os elementos com os quais vamos trabalhar.

- se animais, que animais? todos os animais do mundo? uma coleção de bichos de plástico? os animais da nossa casa?
- se botões, que botões? todos os botões que existem no mundo? todos os existentes numa loja? todos os de uma caixa que temos em nossas mãos?

A esses elementos escolhidos chamamos conjunto Universo. Pensando nele, você descobrirá que podemos ter um conjunto Universo muito amplo, com muitos elementos, ou com poucos elementos.

Estando bem definidos os elementos do conjunto Universo com os quais vamos trabalhar, podemos formar os conjuntos que quisermos.

Nos exemplos em que usamos botões, a caixa desses objetos era o nosso conjunto Universo. Os atributos comuns entre alguns elementos nos permitiram formar conjuntos diferentes, como de botões pequenos, botões brancos e botões com dois furos. Se pedíssemos um conjunto de botões de vidro e no conjunto Universo (a caixa de botões) não houvesse tais botões, o conjunto ficaria vazio pela falta de elementos com o atributo pedido. A representação do conjunto vazio seria feita por uma linha fechada, apenas.

CONJUNTO UNIVERSO é a reunião de todos os elementos com os quais vamos trabalhar. Pode ser amplo ou não, mas com os elementos bem definidos.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO. NOÇÕES DE PERTINÊNCIA E DE SAGITAL

MATERIAL - Uma coleção de caixa de fósforos, formada de caixas grandes, pequenas, de várias marcas, vazias e cheias.

ATIVIDADE nº 2 -

Tendo a coleção de caixas de fósforos definida como nosso conjunto Universo, formemos com ela alguns conjuntos.

1º - Conjunto de caixas vazias.

Traçado o diagrama de Venn, selecionamos os elementos que poderão pertencer ao conjunto. Todas as caixas vazias irão para dentro da linha fechada, isto é, do diagrama, independente da marca, do tamanho e da cor.

2º - Conjunto de caixas de fósforos de marcas estrangeiras.

Como o nosso conjunto Universo não tem marcas estrangeiras , o conjunto dessas marcas ficará vazio.

3º - <u>Conjunto de caixas de fósforos pequenas</u>.

Para selecionarmos os elementos que deverão <u>pertencer</u> ao conjunto, temos de decidir até que tamanho vamos considerar pequenas as caixas. Estando o atributo bem definido, é fácil selecionar as que farão parte do conjunto, isto é, as que irão pertencer ao <u>conjunto</u>.

> <u>Pertencer</u> é o mesmo que <u>pertinência.</u> Em matemática, o sentido de pertencer é diferente do sentido "ser propriedade de" (ter dono). <u>Pertencer</u> a um conjunto significa "ser um de seus elementos". Assim sendo, podemos dizer que há uma <u>relação</u> entre o elemento e o conjunto. Relação essa que chamamos de <u>Relação de Pertinência</u>.

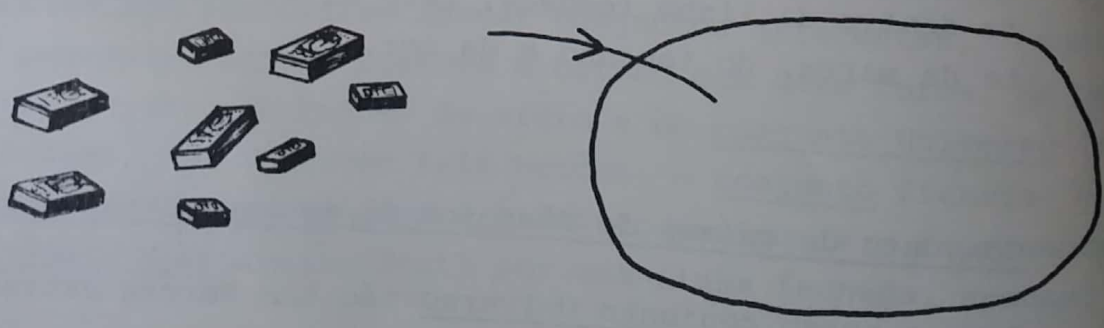
Agora, representemos com <u>desenhos</u> o conjunto Universo "caixas de fósforos".

Por meio de uma flecha como esta ⟶ você relacionará cada elemento que possa pertencer ao conjunto "caixas de fósforos pequenas".

COMPLETE O EXERCÍCIO:

Diagrama de Venn

Caixas de fósforos pequenas



A flecha acima indica o movimento de levar a caixa de fósforos para dentro do diagrama. Chamamos a essa flecha de <u>sagital</u>.

Nos exercícios de relacionar elemento a elemento, ou relacionar elemento a conjunto, usamos a sagital. Se o movimento for da esquerda para a direita, desenhamos a sagital deste modo $\longrightarrow$; se o movimento for da direita para a esquerda, desenhamos assim $\longleftarrow$

NOÇÕES DE SUBCONJUNTO, CONJUNTO COMPLEMENTAR E SIMBOLOGIA, EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO E DE INTERPRETAÇÃO GRÁFICA.

MATERIAL - Uma coleção de brinquedos de plástico, composta de bichinhos, flores, utensílios domésticos, móveis ou figuras representando estes objetos.

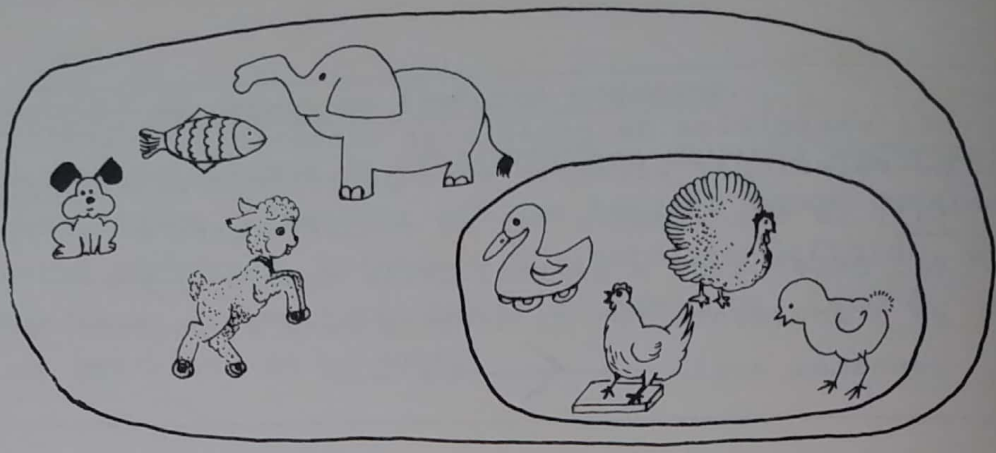
ATIVIDADE nº 3 -

Formemos com o material indicado alguns conjuntos.

1º - Faça um conjunto de animais.

Inicialmente, desenhe o diagrama e dentro deste, coloque os elementos. Observe algumas variedades que existam entre esses animais: ser grande ou pequeno; ser doméstico ou selvagem; ser de pelo, pena ou escama; ter chifre; número de pés, etc. Pensando num desses atributos, separe dentro do diagrama alguns elementos por uma linha fechada.

Digamos que você separou um pato, uma galinha, um peru e pintinhos. Esses animais são aves, portanto são uma parte do conjunto pedido. Está formado, assim, um subconjunto: animais de pena. O subconjunto tem, pois, um atributo a mais: "ser animal ... de pena".



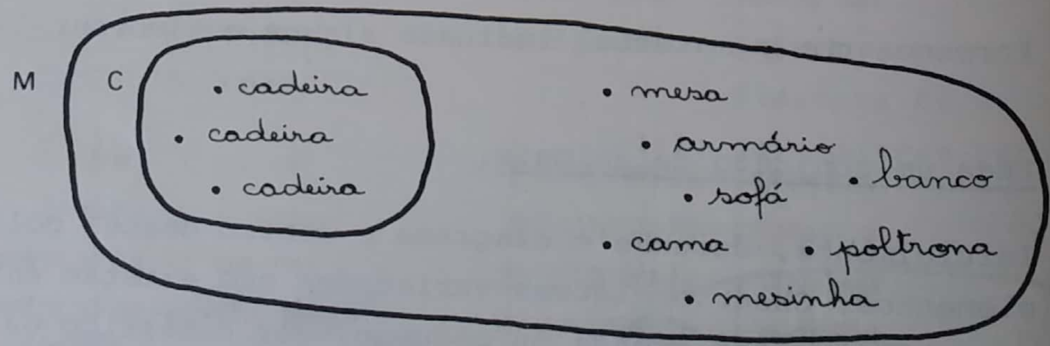
Obs.: Os animais que não têm o corpo coberto de penas ficam dentro do conjunto, porém fora do subconjunto.

2º - Faça um conjunto de móveis, retirando-os do conjunto Universo.

Desenhe o diagrama e dentro deste coloque os elementos. Observe-os bem e separe um subconjunto, enlaçando tais elementos.

Diga em que atributo pensou para formar o subconjunto. Foi um subconjunto de cadeiras? Foi de armários, de mesas, de cama, ou de mobília de quarto? Resposta: ....

O seu diagrama ficou assim?



SUBCONJUNTO é um conjunto que está contido em outro, isto é, cada elemento do subconjunto é também elemento do conjunto.

No desenho acima, todos os elementos que ficaram fora do conjunto M, isto é, do conjunto de móveis, formam o conjunto complementar.

Quando você formou, anteriormente, o conjunto A de animais, todos os animais foram retirados do conjunto Universo. O conjunto complementar, ou melhor, o complemento é o conjunto Universo, menos o conjunto de animais.

A seguir, veja representado por símbolos o que foi dito acima:

U → representa o conjunto Universo.

A → representa o conjunto de Animais.

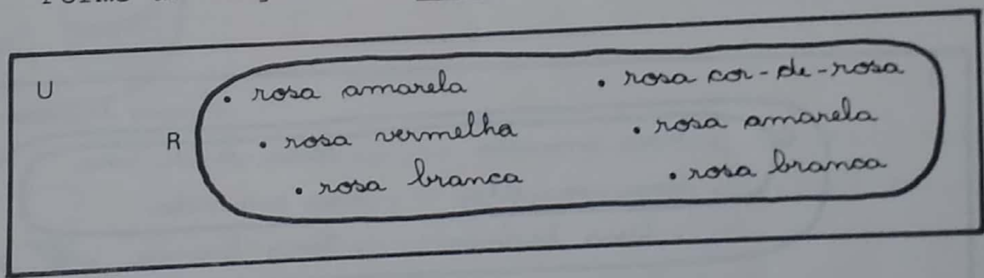
U - A = conjunto complementar.

> Cada vez que usamos um sinal, um desenho, uma letra ou uma palavra para lembrar alguma coisa em matemática, dizemos que estamos usando símbolos.

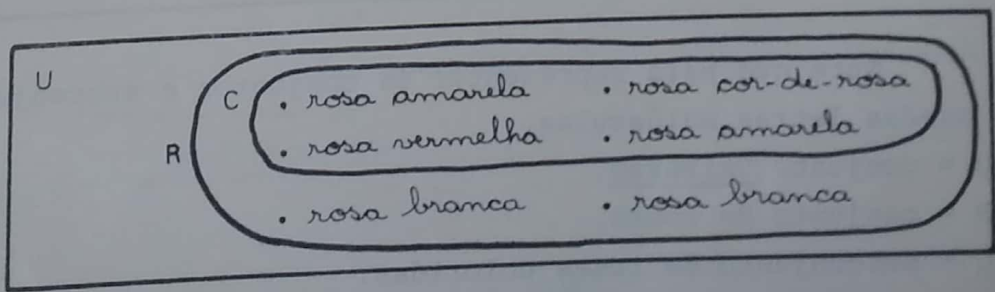
Passemos, agora, a outro exemplo:

Conjunto Universo (U): as flores de plástico. (Digamos que sejam rosas, dálias e cravos).

Forme um conjunto de rosas.

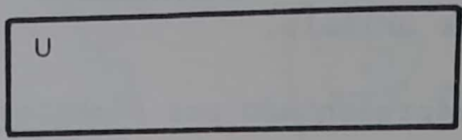


Forme um subconjunto com rosas coloridas.

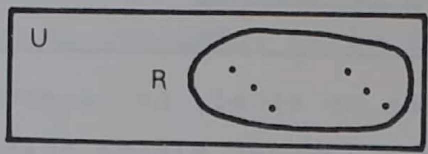


Note quanta simbologia aplicamos no exercício acima.

O retângulo representa o conjunto Universo. Por isso colocamos U no canto superior do retângulo.



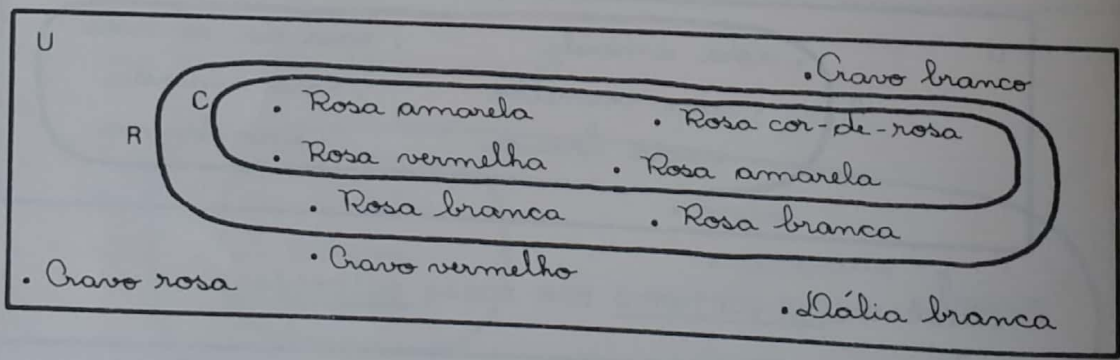
Espalhadas no retângulo poderiam ir todas as flores que constituem o nosso conjunto Universo, mas, como foi pedido apenas um conjunto de rosas, então desenhamos o diagrama para recebê-las.



R representa o conjunto de rosas. Os elementos (rosas) foram simbolizados por pontos.

As demais flores, se fossem pedidas, seriam representadas por pontos dentro do retângulo, mas fora do diagrama das rosas.

Na formação de um "subconjunto de rosas coloridas", como vemos, o símbolo C está representando este conjunto, e enlaçado dentro de R.



Note que para representar os conjuntos e subconjuntos foram usadas letras maiúsculas.

U = conjunto Universo.

R = conjunto de rosas.

C = subconjunto de rosas coloridas.

U - R = conjunto complementar de R (rosas).

(Dálias e cravos formam o complemento, isto é, completam o conjunto Universo quando se juntam às rosas).

Se você quiser, poderá também achar o complemento das rosas coloridas C, em relação ao conjunto de rosas R, e escrever:

R - C = rosas brancas.
(Rosas brancas é o complementar de rosas coloridas. Juntando rosas brancas e rosas coloridas, formamos, novamente, o conjunto R).

Passemos a fazer alguns exercícios de fixação.

Exercícios de fixação:

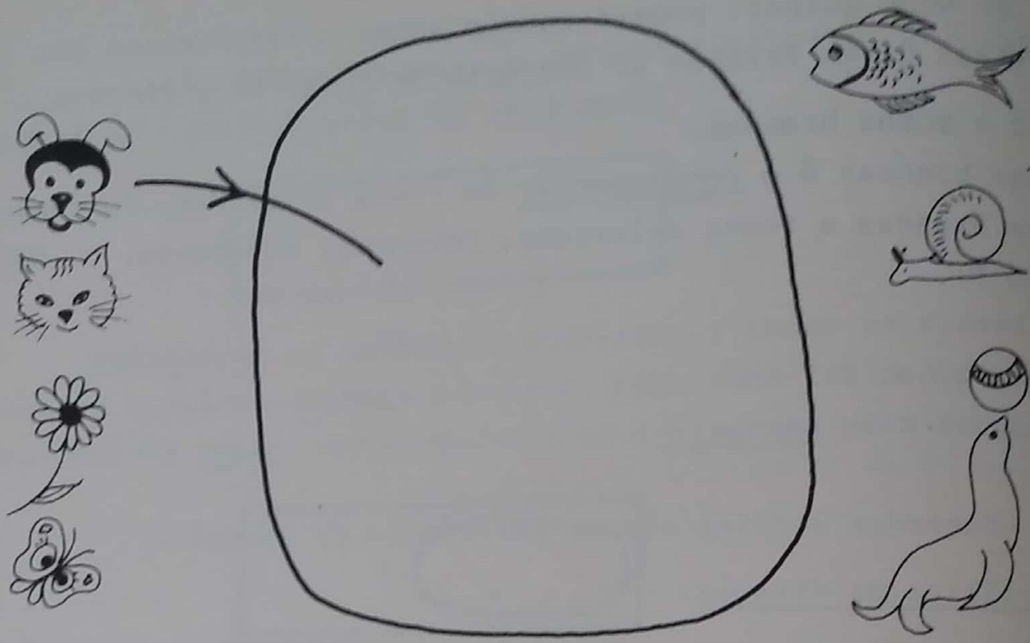
a) Escolha o nome para o conjunto ao lado: banda, instrumentos musicais, orquestra.
R.: ....

b) Denomine o conjunto com uma letra maiúscula, escrita junto ao diagrama.

c) Enlace um subconjunto: ....
(de violões ou de
....
(tambores)

d) Denomine o subconjunto com uma letra maiúscula: V ou T, junto ao diagrama do subconjunto.

e) Por que a cartola não entrou no conjunto?
R.: ....



f) No diagrama acima use a sagital para mostrar quais elementos po-
dem entrar no conjunto animal A.

g) Qual é o único elemento que não pode entrar no conjunto?
....

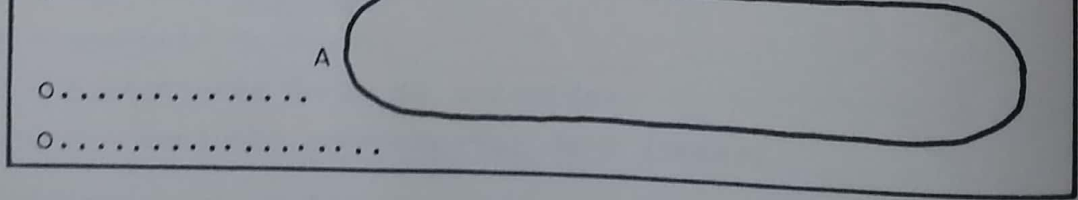
h) Por que a flor não pertence ao conjunto A ? ....
....

i) O conjunto Universo, do qual saiu esse conjunto de animais, po-
deria ser: ....
(Vertebrados - Seres vivos - Mamíferos)

j) Por que Vertebrados não serviria para conjunto Universo?
....

k) Por que Mamíferos não serviria para conjunto Universo?
....

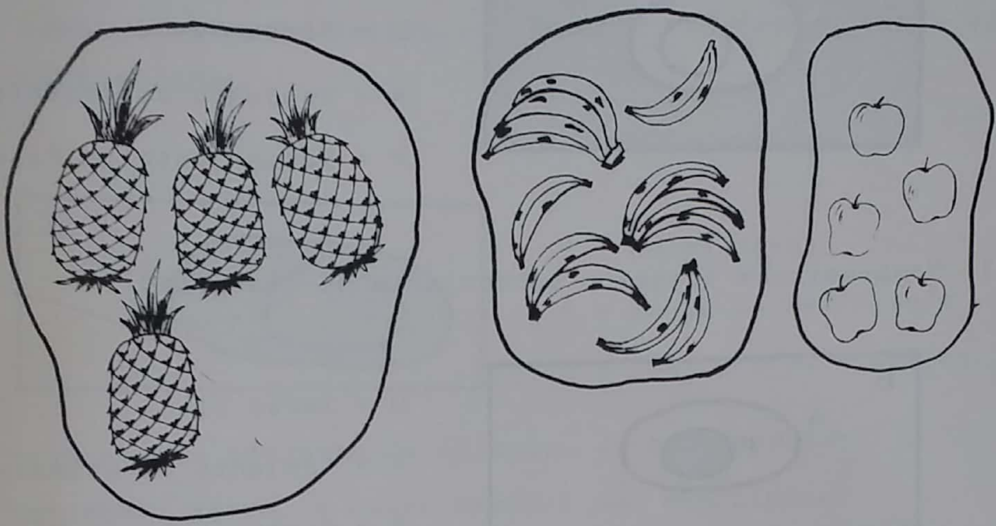
l)



Se o conjunto Universo, no desenho acima, é Seres Vivos, dê
dois elementos do conjunto complementar de Animais.
Lembre-se: U - A = complementar de Animais.

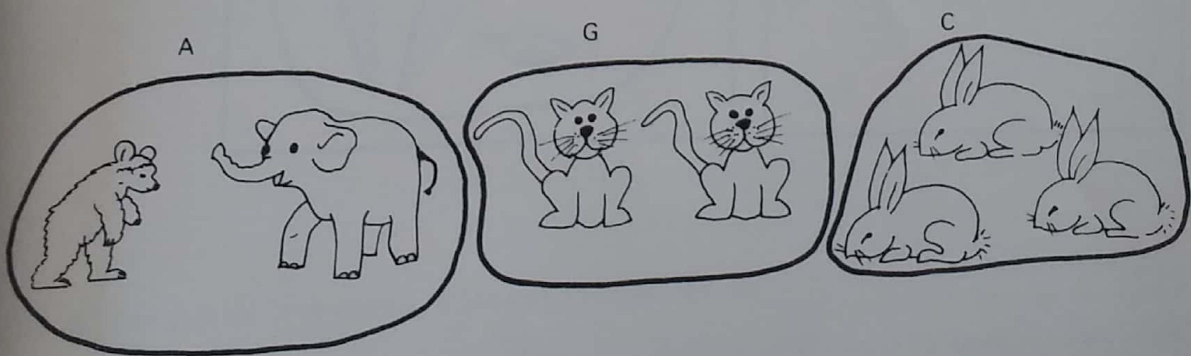
m) Qual o menor conjunto Universo que poderia conter os conjuntos abaixo? R.: ....

(Vegetais - Plantas - Frutas)



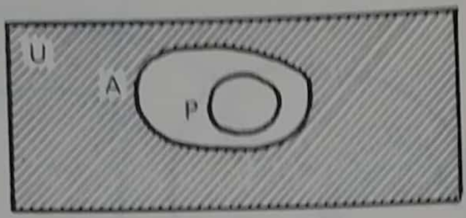
n) Todos os elementos dos conjuntos abaixo são Seres Vivos, são animais, são vertebrados, são mamíferos.

- Qual é o conjunto Universo mais amplo? R.: ....
- Qual é o conjunto Universo menor, capaz de conter os três conjuntos seguintes? R.: ....



Interpretação gráfica

Exercícios interpretados pelo sombreado nos diagramas.

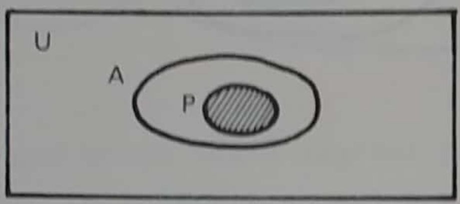
Exemplo: 

U = Seres Vivos

A = Conjunto de Animais

P = Subconjunto de Pássaros

1) Sombreei com traços o subconjunto de pássaros.

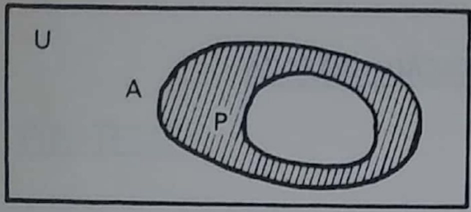


U = Seres Vivos

A = Conjunto de Animais

P = Subconjunto de Pássaros

2) Hachureei, isto é, sombreei o conjunto complementar de A, ou melhor, os Seres Vivos que não são Animais, mas Vegetais.

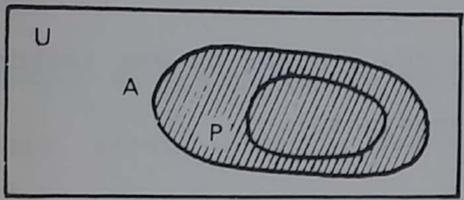


U = Seres Vivos

A = Conjunto de Animais

P = Conjunto de Pássaros

3) Sombreei o conjunto de animais, os quais não são pássaros.Na re- gião hachureada, ou sombreada, estão todos os mamíferos, aves (menos pássaros), peixes, batráquios, répteis e ainda todos os invertebrados.



U = Seres Vivos

A = Conjunto de Animais

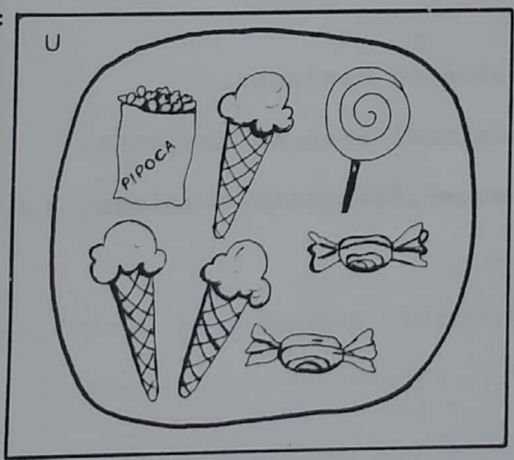
P = Conjunto de Pássaros

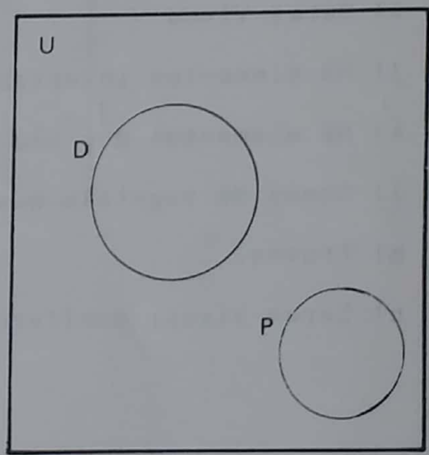
4) Hachureei o conjunto de Animais, de modo geral.

Passemos, agora, a outro exemplo com exercícios.

- Conjunto Universo: pipoca, sorvetes, pirulitos, bombons.

Exemplo:





5) O conjunto Universo é constituido de R:________________________
____
(doces - guloseimas - sobremesas)

6) D = conjunto de doces.
sombreie o conjunto de doces.

7) P = conjunto de pipocas.
Hachureie o conjunto de pipocas.

8) Que parte do conjunto Universo ficou no retângulo, fora dos dia- gramas D e P ? ____

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO E DE INTERPRETAÇÃO GRÁFICA

RESPOSTAS

Exercícios de Fixação:

a) Instrumentos musicais.

b) I (ou outra letra maiúscula).

c) Traçar uma linha fechada em torno dos violões ou dos tambores.

d) V ou T (conforme a escolha do subconjunto).

e) Porque não é instrumento musical.

f) Só não traça a sagital com a flor.

g) A flor.

h) Flor não é animal.

i) Seres Vivos

j) Há elementos invertebrados no conjunto.

k) Há elementos que não são mamíferos no conjunto.

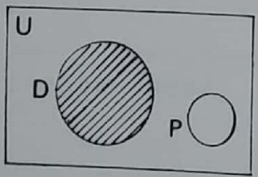
l) Nomes de vegetais quaisquer.(Vegetais + animais = Seres Vivos).

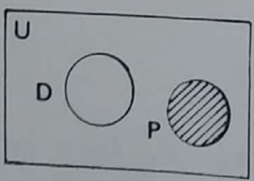
m) Frutas.

n) Seres vivos; mamíferos.

Exercícios de Interpretação Gráfica

5) Guloseimas.

6) 

7) 

8) Sorvetes.

VII - PÓS-TESTE

Antes de você se submeter ao presente Pós-Teste, recomendamos que primeiramente reveja os pontos principais deste Módulo e, em seguida, leia calmamente as ordens abaixo.

Agora, dê as respostas às questões formuladas.

Boa Sorte nesta sua prova!

1. MARQUE OS ELEMENTOS QUE PODEM PERTENCER AO CONJUNTO DE MÓVEIS:

   mesa, garfo, cadeira, banco, vassoura, armário.

2) O CONJUNTO UNIVERSO ABAIXO É DE AVES. DESENHE NELE UM CONJUNTO DE ELEFANTES:

3) QUAL É O ELEMENTO DO CONJUNTO CARDUME ?

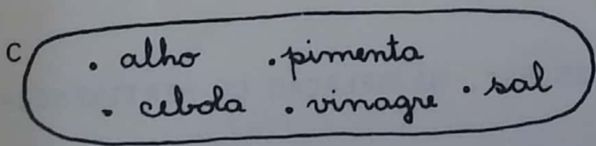
   RESPOSTA: ___________________________

4) Primavera, verão, outono, inverno.

   QUAL É O NOME PARA O CONJUNTO ACIMA ?

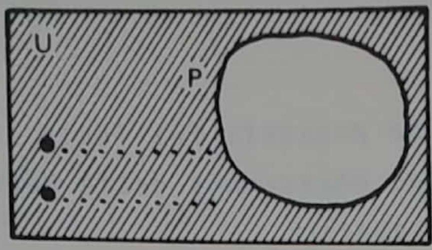
   RESPOSTA: ___________________________

5) DENOMINE O CONJUNTO:



Conjunto de: _________________________

6 -



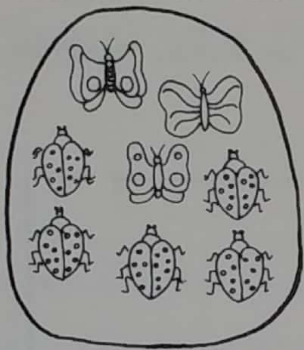
U = Aves.

P = Conjunto de pássaros.

MARQUE, ABAIXO, DOIS NOMES DE AVES QUE PERTENÇAM AO CONJUNTO COMPLEMENTAR DE PÁSSAROS:

Andorinha, peru, sabiá, galo, beija-flor.

7 - AQUI ESTÁ UM CONJUNTO DE INSETOS:



Enlace um subconjunto e denomine-o com uma letra maiúscula.

8 -

ESTE ANIMALZINHO PERTENCE AO CONJUNTO DE INSETOS ? POR QUE ?

----

9 - QUAL É O CONJUNTO UNIVERSO PARA OS CONJUNTOS SEGUINTES:

V = vasos, espelhos, folhagens

T = tapetes, quadros, cortinas

U = ...

10 - QUAL É O SENTIDO DE "PERTENCER", NA RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA ?

GABARITO - Pós Teste

MUNICÍPIO: ______________________________ data da correção: _________

CURSISTA: ____

Nº DO MÓDULO: ____________

RESPOSTAS

1. Mesa, cadeira, banco, armário.

2. Desenho de um diagrama sem elementos, isto é, vazio.

3. peixe.

4. Conjunto das Estações do Ano.

5. Conjunto de condimentos, de temperos.

6. Peru, galo.

7. Borboletas ou Joaninhas. Qualquer letra maiúscula.

8. Não, não é inseto.

9. U = Enfeites de casa (ou expressão semelhante).

10. "Ser elemento de" (ou expressão semelhante).

> *Se você acertou 80% deste Pós-Teste, poderá passar para o Módulo seguinte, mas aplicará os procedimentos e atividades - a nível de suporte - contidos neste mesmo módulo, para benificiar seus alunos.*

ORIENT. DA APRENDIZAGEM LOCAL

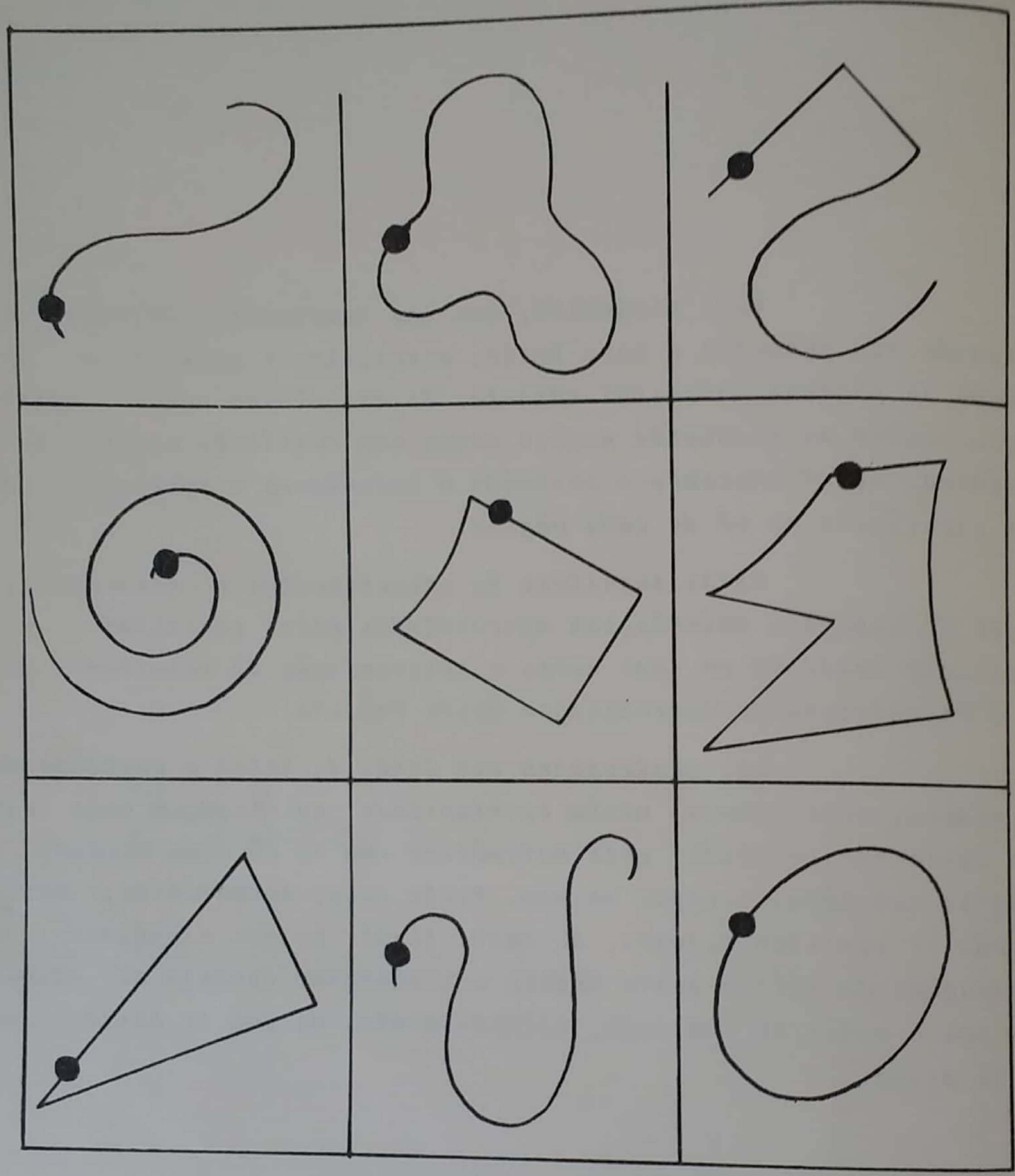
VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES, A NÍVEL DE SUPORTE

Você, professor, que irá reestudar o Objetivo nº 9 antes de seu submeter a novo teste, aconselhamos aplicar em seus alunos as páginas propostas adiante. Os exercícios nelas apresentados contêm as primeiras noções dadas num currículo moderno de Matemática. Ali destacamos o conteúdo e orientamos a aplicação desses exercícios ao pé de cada página.

Essas sugestões de procedimentos e atividades, a nível de suporte, deverão, ser aproveitadas pelos cursistas para aplicação imediata em suas aulas e apresentação do resultado obtido à Orientadora de Aprendizagem deste Projeto.

Aos professores que terão de reler o conteúdo deste módulo, solicitamos, nesta oportunidade, que refaçam seus estudos conscienciosamente, pois Matemática não se lê como novela; estuda-se com lápis e papel na mão. Feito isso, submetam-se, então, quando se sentirem seguros, ao teste final. Os que atenderam às instruções do início deste Módulo e realizaram conosco as atividades com o material indicado, estamos certos de que se sairão bem nessa prova.

PINTE O INTERIOR DAS LINHAS FECHADAS:

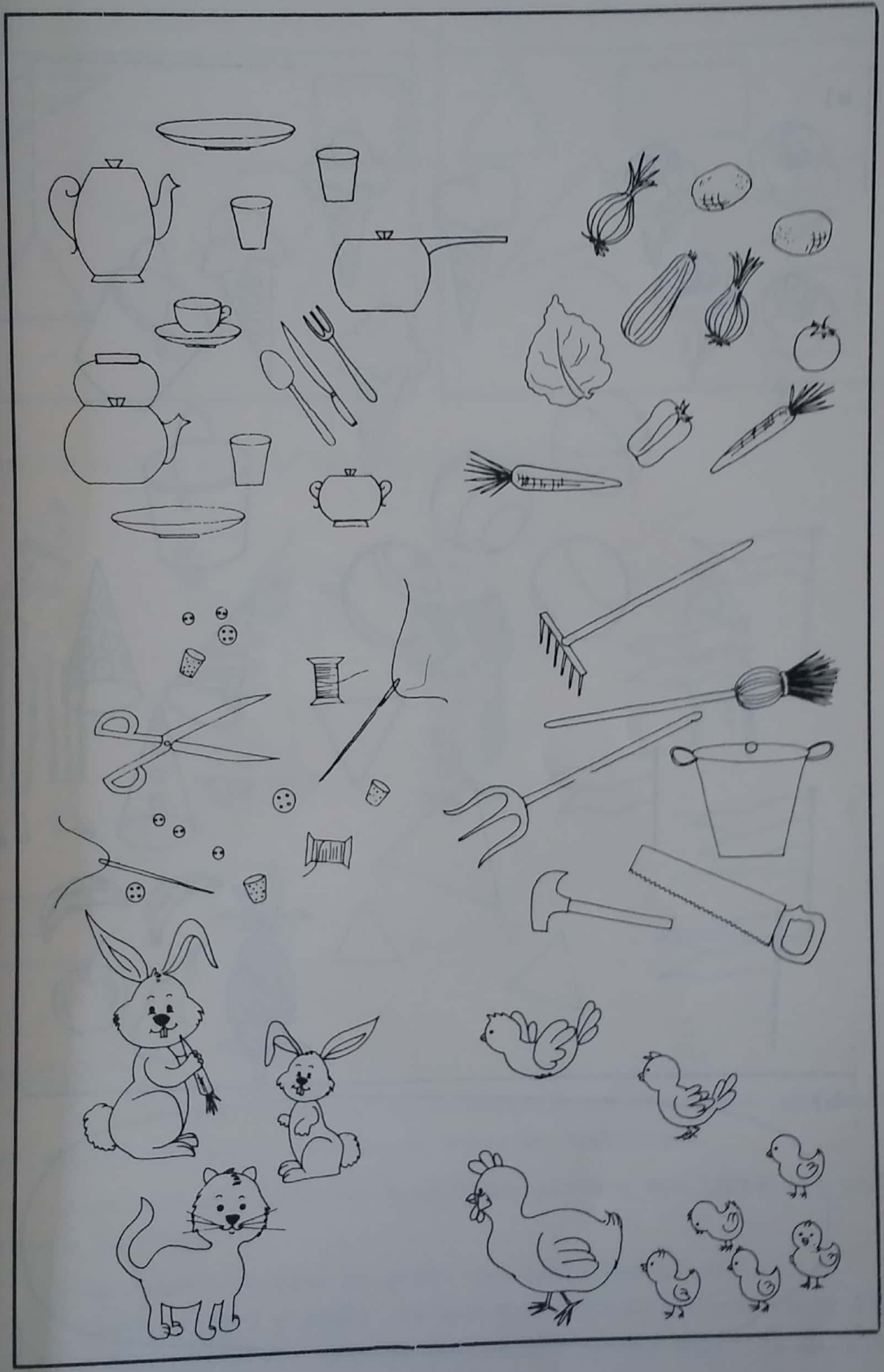


- Desenhar linhas semelhantes às da página, no pátio de recreio.

  Mandar os alunos se colocarem dentro daquelas que dividem o pátio em região interior e região exterior. Andarão por todo o interior, mas não sairão sem que pulem a fronteira.

- Marcar, com pedra, um ponto em cada linha do pátio. Partindo desse ponto, o aluno deverá andar, sempre em frente, sobre a linha. Se chegar ao ponto de partida, a linha é fechada.

FORME CONJUNTOS, DANDO-LHES UM NOME:

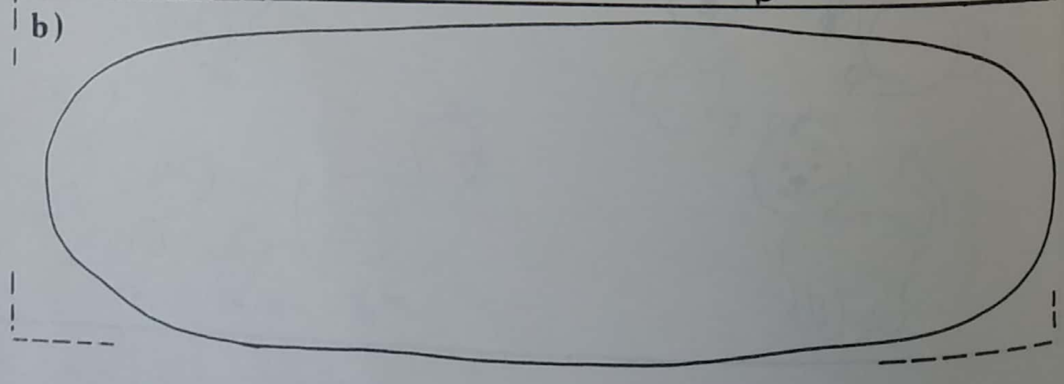


• Escrever (aluno ou professor), junto a cada diagrama traçado, a condição de pertinência de cada elemento ao conjunto.

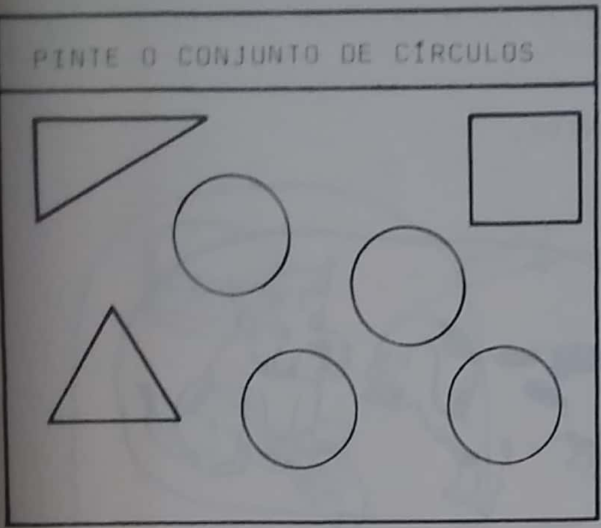
FORME CONJUNTOS:

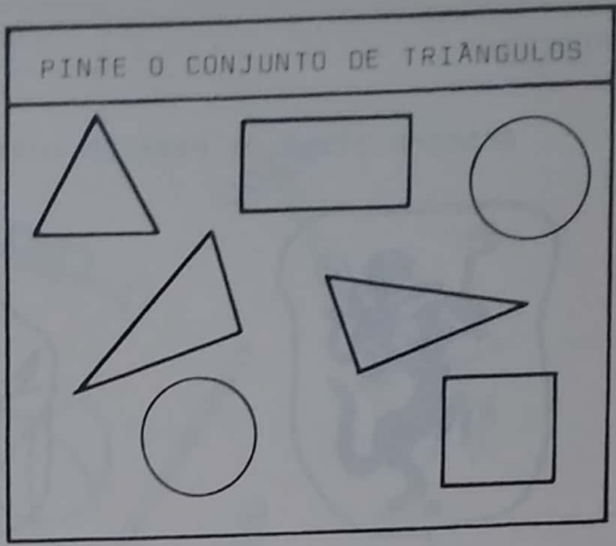
a)

b)

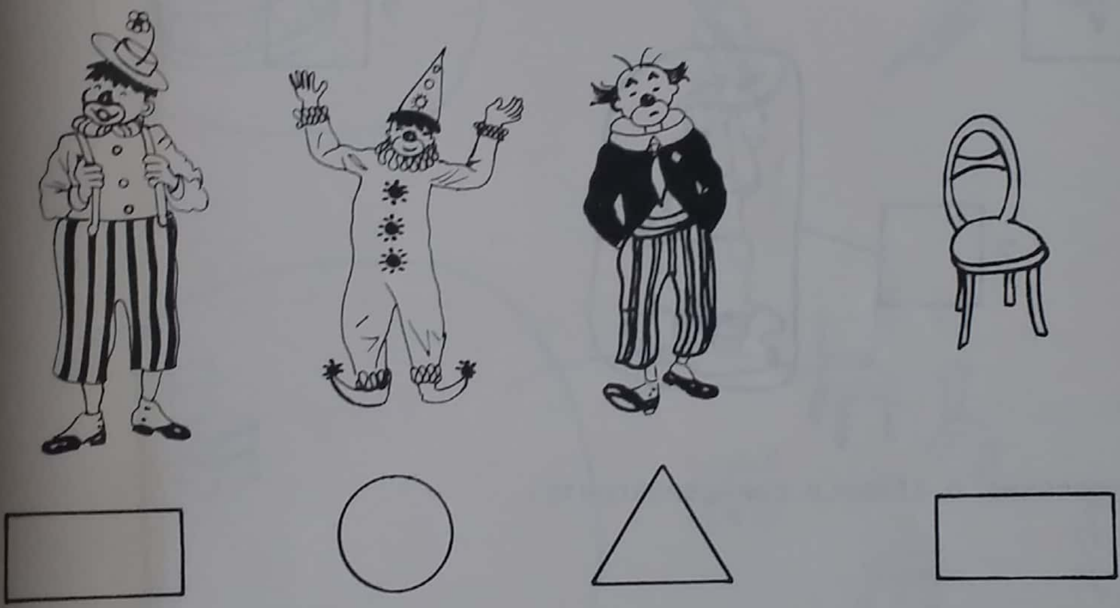


- Seguir a orientação da página anterior.
  Em b): Invente elementos para este conjunto. Desenhe-os.





MARQUE O PALHAÇO QUE IRÁ SENTAR-SE NA CADEIRA.



<u>SIMBOLOGIA</u>

As primeiras noções sobre símbolos devem ser dadas por meio de atividades. Exemplo: Brincar de feira de hortaliças.

Cada aluno desenha uma hortaliça, pinta-a com lápis de cor, e prega-a na blusa.

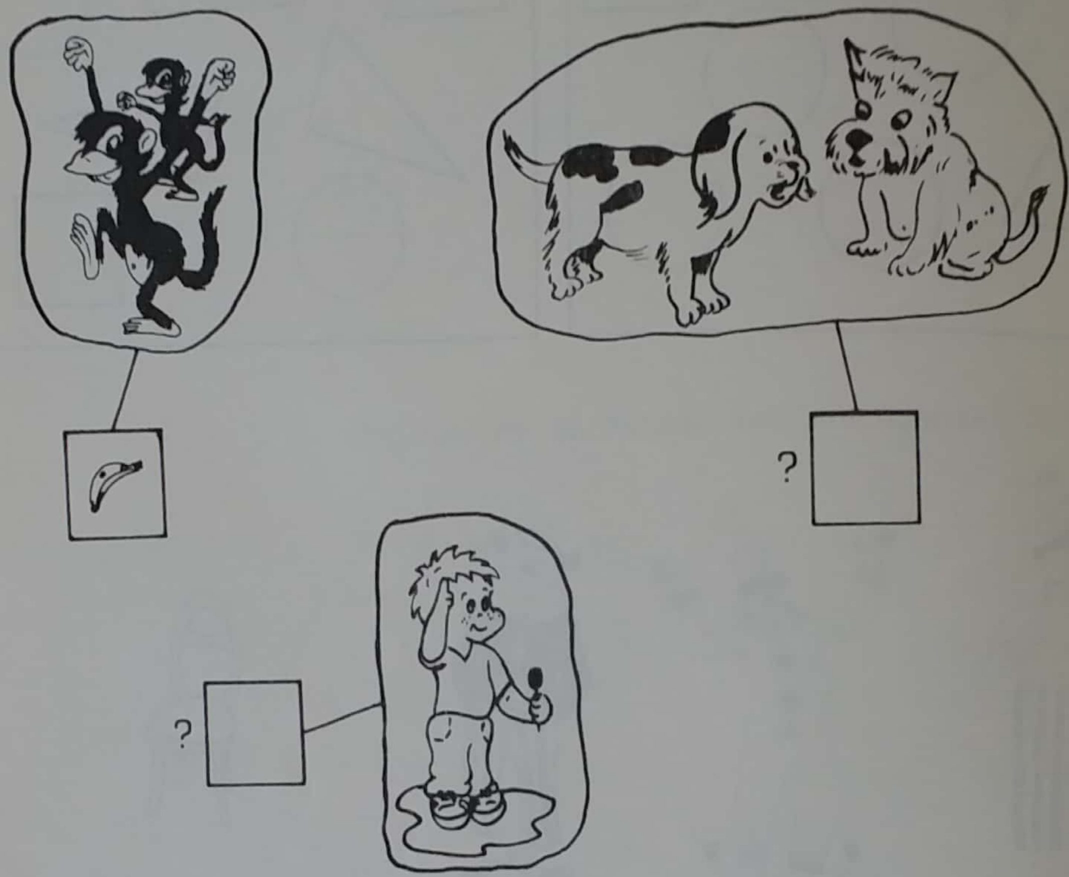
O professor desenha no pátio uma cesta bem grande e diz:

- Quero encher a minha cesta com as hortaliças que nos dão "as folhas como alimento"; ou, as hortaliças de cor amarela; ou, as hortaliças que comemos cruas; etc.

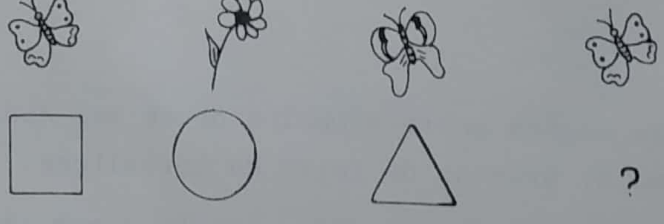
Os alunos que representam estas hortaliças correm para dentro da cesta.

MODELO:

. DESENHE SÍMBOLOS PARA OS CONJUNTOS:



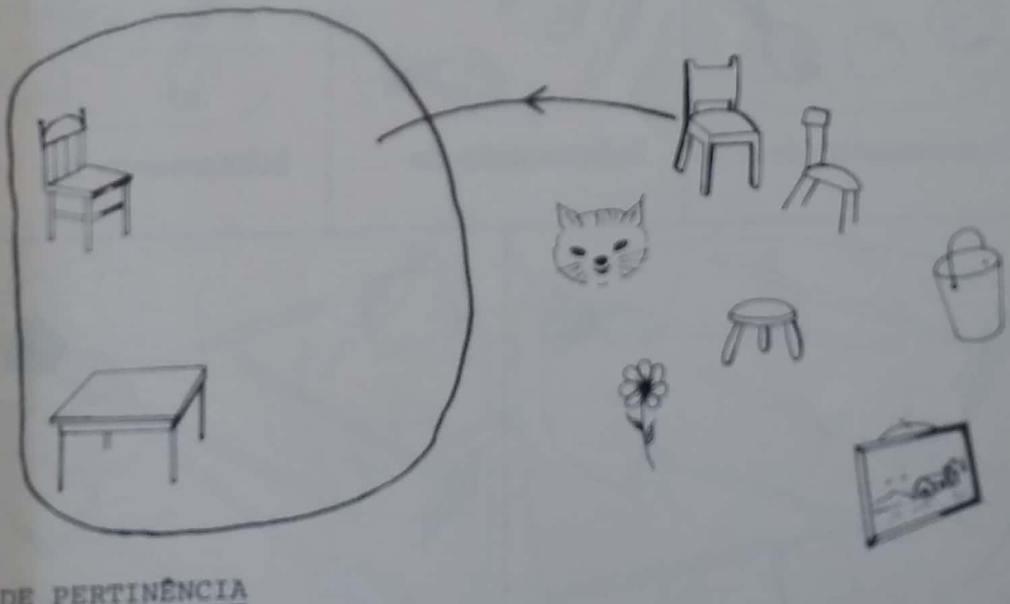
. DESENHE O SÍMBOLO CORRESPONDENTE:



SIMBOLOGIA

USO DE SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR ELEMENTOS.

QUE ELEMENTOS PERTENCEM AO CONJUNTO?



NOÇÃO DE PERTINÊNCIA

Uso da "sagital" para relacionar elementos a conjunto, representando a condição de pertinência.

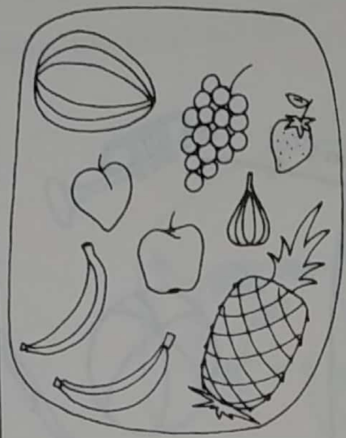
Observe que os elementos de fora do diagrama representam o conjunto Universo, embora não falemos no nome dele. Os elementos que não entram no conjunto formam o "conjunto complementar", que você já conhece.

Aos alunos é perguntado apenas: - Quais os elementos que pertencem ao conjunto? - Quais os elementos que não pertencem ao conjunto e por isso ficaram fora do diagrama?

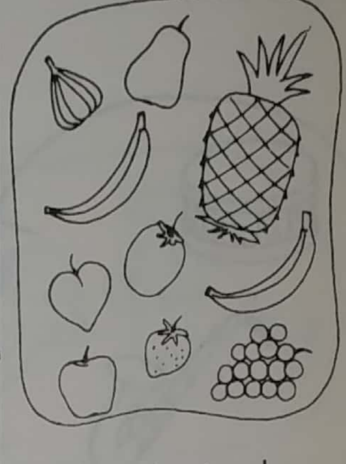
FORME SUBCONJUNTOS

modelo:

Subconjunto das bananas.

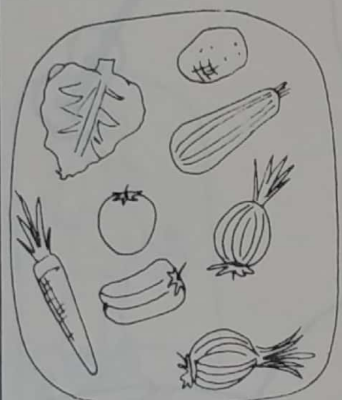


Subconjunto de frutas ....

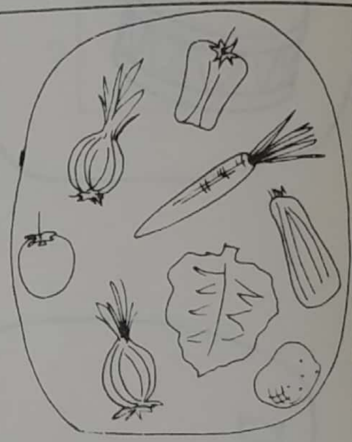


Subconjunto de ..
....

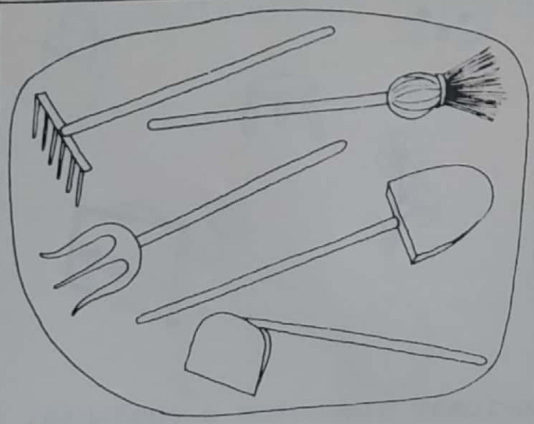
Subconjunto de ..
....



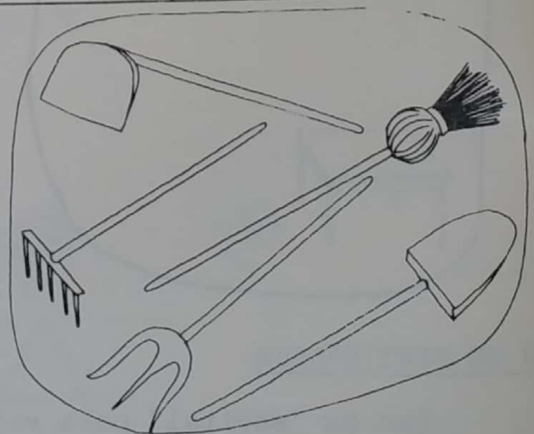
Subconjunto de ..
....



Subconjunto de ..
....



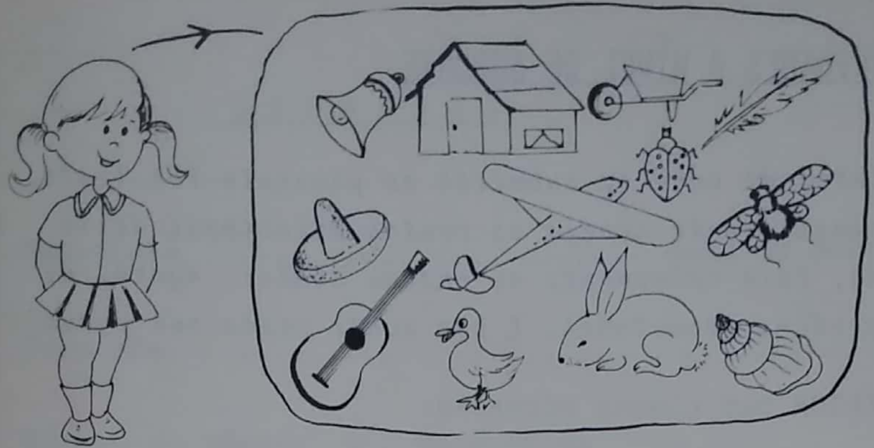
Subconjunto de ....
....



Subconjunto de ....
....

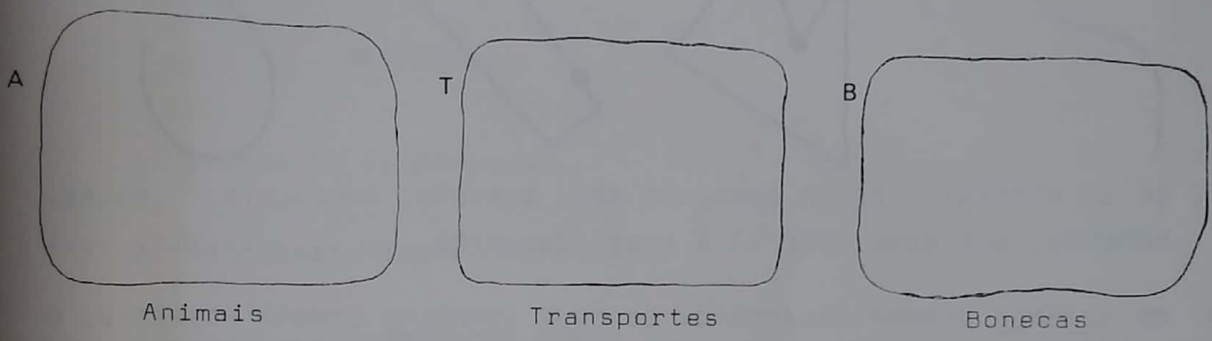
NOÇÃO DE SUBCONJUNTO

Mandar pintar as frutas e hortaliças com suas cores naturais. O aluno terá mais facilidade para variar os atributos dos elementos na formação dos subconjuntos.



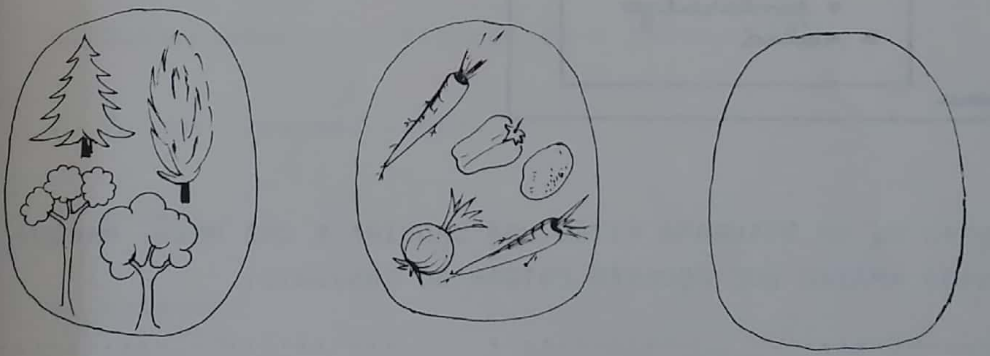
MARIA

Brinquedos de Maria



DÊ UM NOME A CADA CONJUNTO:

....



NOÇÃO DE CONJUNTO VAZIO

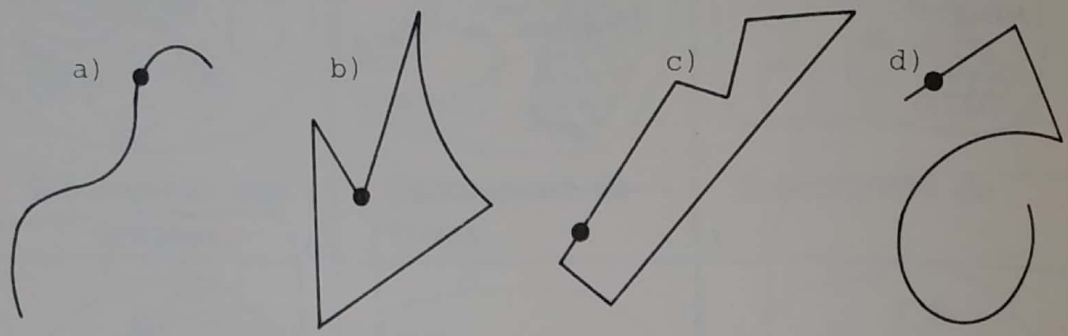
A noção de conjunto vazio deve seguir a orientação da página.

Se pedimos atributos que não existem nos elementos do conjunto Universo, o conjunto ficará vazio.

PÓS-TESTE - ATIVIDADES A NÍVEL DE SUPORTE

Antes de você se submeter ao presente Pós-Teste, recomendamos que primeiramente reveja os pontos principais deste Módulo e, em seguida, leia calmamente as ordens abaixo. Agora, dê as respostas às questões formuladas. E boa sorte nesta sua prova!

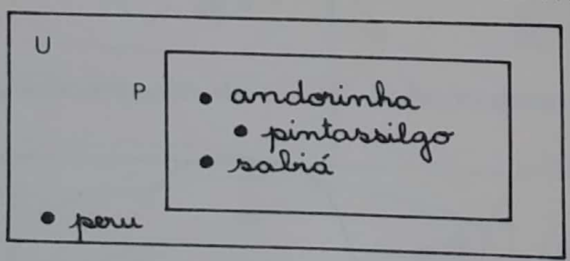
1. PINTE O INTERIOR DAS LINHAS FECHADAS:



2. SE OS ELEMENTOS DE UM CONJUNTO SÃO: SORVETE, CHOCOLATE, BALAS, BOMBONS, QUE NOME VOCÊ DÁ A ESSE CONJUNTO? ....

3. SE ALIANÇA LEMBRA CASAMENTO; SE CRUZ VERMELHA LEMBRA HOSPITAL, O QUE FAZ LEMBRAR O BRASIL? ....

4. QUE CONJUNTO UNIVERSO É REPRESENTADO ABAIXO?



R.: ....

5. SE DENTRO DE UM DIAGRAMA ESTÃO UMA CADEIRA E UMA MESA, MARQUE OS ELEMENTOS ABAIXO QUE PODERÃO ENTRAR NO CONJUNTO:

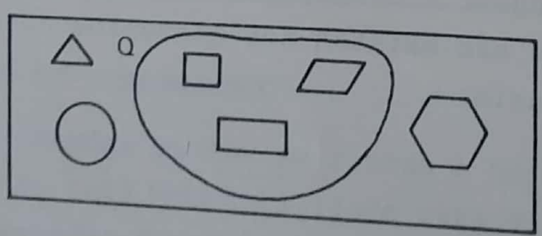
.... toalha

.... armário

.... sofá

.... pinheiro

6. NO CONJUNTO SEGUINTE DE FIGURAS GEOMÉTRICAS, QUAL É O SUBCONJUNTO QUE ESTÁ MARCADO?



Subconjunto de:

....

G A B A R I T O

Município .... data da correção.........

Cursista...

Número do Módulo 9 - Matemática

PÓS-TESTE (A NÍVEL DE SUPORTE)

RESPOSTAS

1. Linhas b, c, pintadas.
2. Gulodices; doces; merendas.
3. Bandeira ou Hino Nacional.
4. Aves ou Animais.
5. Armário, sofá.
6. Quadriláteros ou figuras de 4 lados.
7. Folhas, louças, vazio.
8. Avião.
9. Animais.
10. Corneta, tambor, gaita.

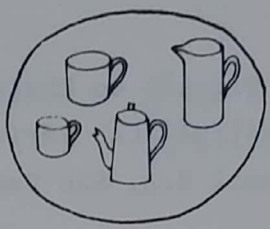
Se você acertou 80% deste Pós-Teste, poderá passar para o Módulo seguinte de Matemática.

____

ORIENT.DE APRENDIZAGEM LOCAL.

7. DÊ UM NOME A CADA CONJUNTO:

....

8. O ELEMENTO DO CONJUNTO ESQUADRILHA É ....

9. Conjunto de peixes;

Conjunto de pássaros;

Conjunto de elefantes;

QUAL É O CONJUNTO UNIVERSO CAPAZ DE CONTER OS TRÊS CONJUNTOS CI_ TADOS?..

10. MARQUE OS ELEMENTOS ABAIXO QUE PODEM PERTENCER AO CONJUNTO DE INSTRUMENTOS MUSICAIS:

....	....	....	....	....
corneta	tambor	espelho	gaita	cinzeiro

BIBLIOGRAFIA

- NEDEM (Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática). ENSINO MODERNO DA MATEMÁTICA. Série para o Ensino Fundamental. Editora Brasil S.A. São Paulo.-1967.

- MAESTRELLI, Therezinha P. OS NÚMEROS TAMBÉM FALAM. 1º Grau. Editora F.T.D. São Paulo.

- Várias obras editadas, recentemente, para o Ensino Fundamental sobre o Ensino Moderno da Matemática.

GLOSSÁRIO

A

ATRIBUTO ——— O que é próprio de um ser; qualidade atribuída ao sujeito.

C

CEREAL ——— Farináceo; colheita das searas; (mais usado no plural).

COMPLEMENTAR ——— Que serve de complemento, relativo a complemento; completar; concluir; rematar; terminar; apor complemento; regulamentar.

COMPLEMENTO ——— Aquilo que completa; ato de completar.

D

DIAGRAMA ——— Curva fechada para conter os elementos de um conjunto

F

FREQÜENTE ——— Amiudamente repetido; continuado ; assíduo.

H

HACHUREAR ——— (Do francês hachurer). Traçar hachuras em; produzir em um desenho os efeitos das hachuras; sombrear.

I

INVERTEBRADO ——— Animal que não tem vértebras.

M

MAMÍFEROS ——— Que tem mamas; classe de animais vertebrados, de corpo provido de pelos e com glândulas mamárias.

MATILHA ——— Grupo de cães de caça.

P

PERTINÊNCIA — Pertença; aquilo que concerne ao assunto. (Mat.) Relação entre o elemento e o conjunto.

S

SELECIONAR — Fazer seleção; escolher; separar; seletar.

SUBSEQÜENTE — Que subsegue; imediato; seguinte; ulterior.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

Revisto a
C.G.M.

MEC - DEF
SEEC - CETEPAR

PROJETO HAPRONT

9.1.

9.1

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

CIÊNCIAS - MATEMÁTICA

MÓDULO Nº 9.1

LINGUAGEM SIMBÓLICA

ELABORAÇÃO: CLELIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: LINGUAGEM SIMBÓLICA

I - ASSUNTO: Número e sistema de numeração decimal.

II - MATÉRIA: Ciências.

Disciplina: Matemática.

III - PRÉ-REQUISITOS: Noções sobre conjuntos.

IV - OBJETIVOS:

1. Objetivo geral:

Utilizar corretamente a simbologia Matemática.

2. Objetivo terminal:

Conhecer a formação do Número e do Sistema de Numeração Decimal.

3. Objetivos operacionalizados:

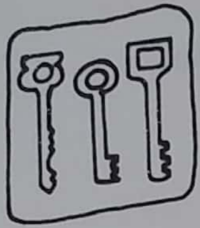
a) Reconhecer o Número Cardinal como propriedade de uma classe de equipotência.

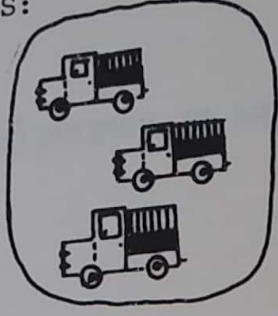
b) Reconhecer o Sistema de Numeração Decimal como forma abreviada e eficiente da representação de quantidades.

V - PRÉ-TESTE

Leia com muita atenção as perguntas aqui formuladas. Em seguida, dê calmamente as respostas pedidas e com disposição de levar a bom termo este teste inicial. Felicidades a você!

1. ESTABELEÇA A CORRESPONDÊNCIA "UM A UM" ENTRE OS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS SEGUINTES:





2. COMO SE CHAMAM OS CONJUNTOS ACIMA, LEVANDO-SE EM CONTA APENAS A SUA POTÊNCIA?

----

3. QUAL É A PRINCIPAL UNIDADE DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL?

----

4. QUANTAS UNIDADES SIMPLES SÃO 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 CONJUNTOS DE CENTENAS?

----

5. ESCREVA EM ALGARISMOS INDO-ARÁBICOS NO SISTEMA DECIMAL:

a) Trezentos e treze milhões e trezentas e três unidades.

----

b) Cinco bilhões, dois milhões, setecentos e quarenta mil unidades.

----

6. COMPONHA ESTES NÚMEROS:

a) 7 unidades de 6ª ordem; 4 unidades de 5ª ordem; 8 unidades de 3ª ordem; 3 unidades de 2ª ordem.

===

b) 6 unidades de 5ª ordem; 3 unidades de 3ª ordem.

===

7. a) QUANTAS DEZENAS HÁ EM 4 6 2 ?

===

b) QUANTAS CENTENAS HÁ EM 1 2 7 0 ?

===

8. COMO SE DEVE PROCEDER PARA LER UM NUMERAL COM MUITAS ORDENS?

===

===

===

===

===

9. USE OS SÍMBOLOS $>$, $<$, $=$, $\neq$ PARA RELACIONAR ESTES NUMERAIS:

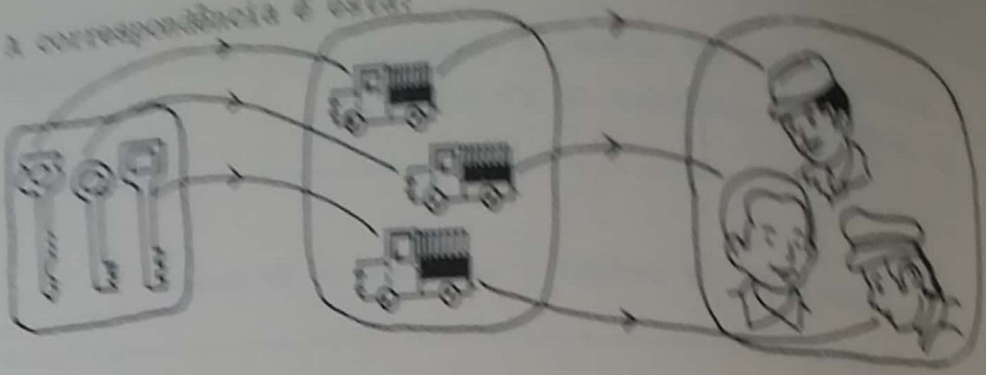
7 8   16 16   45 12

6 9   17 18

10. REPRESENTE O CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS NA RETA NUMERADA:

GABARITO - PRÉ-TESTE

1. A correspondência é esta:



2. Equipotentes.

3. Dezena.

4. Cem; duzentos; trezentos; quatrocentos; quinhentos; seiscentos; setecentos; oitocentos; novecentos.

5. a) 313.000.303;
   b) 5.002.740.000.

6. a) 740830;
   b) 60300.

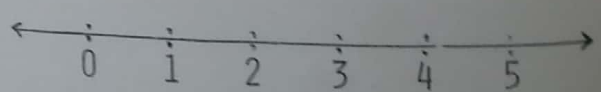
7. a) Há 46 dezenas.
   b) Há 12 centenas.

8. Divide-se o numeral em classes de três algarismos a partir da direita para a esquerda. Lê-se cada classe, a partir da maior, dando-se a denominação correspondente a cada uma (aceitar expressão análoga).

9. 7 < 8 (≠)   16 = 16   45 > 12 (≠)
   6 < 9 (≠)   17 < 18 (≠)

   (Aceitar o símbolo ≠ no lugar de > ou <).

10. Observar na representação da reta numerada:
    - Se há setas nas extremidades da reta.
    - Se os segmentos de reta, marcados pelo numerais, são do mesmo tamanho.
    - Se o zero foi marcado à esquerda da reta.
    - Se a cada algarismo corresponde um ponto na reta.



VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

NÚMERO E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

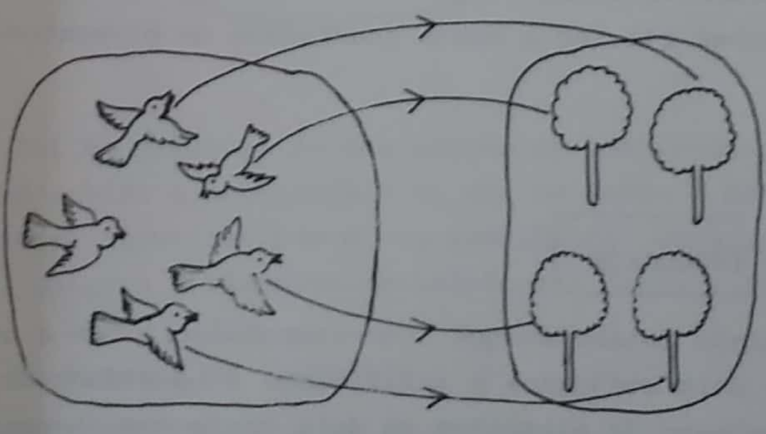
Da correspondência ao numeral

CORRESPONDÊNCIA

Citam os historiadores que os antigos pastores, sem conhecimento de um sistema de numeração, contavam as ovelhas de seus rebanhos fazendo corresponder a cada ovelha uma pedrinha. Assim, quando voltavam das pastagens, conferiam-nas para saber se estavam todas ou se alguma se extraviara. Se havia mais pedras que ovelhas, faltavam ovelhas; se havia o mesmo tanto de ovelhas e pedras, nenhuma ovelha se perdera. Contavam, como se vê, fazendo correspondência.

Corresponder, ou fazer correspondência, é, pois, uma das primeiras atividades para a compreensão do que é o número. Dizemos que, fazendo a correspondência "um a um" entre os elementos dos conjuntos, descobrimos onde há mais, onde há menos ou onde há o mesmo tanto de elementos.

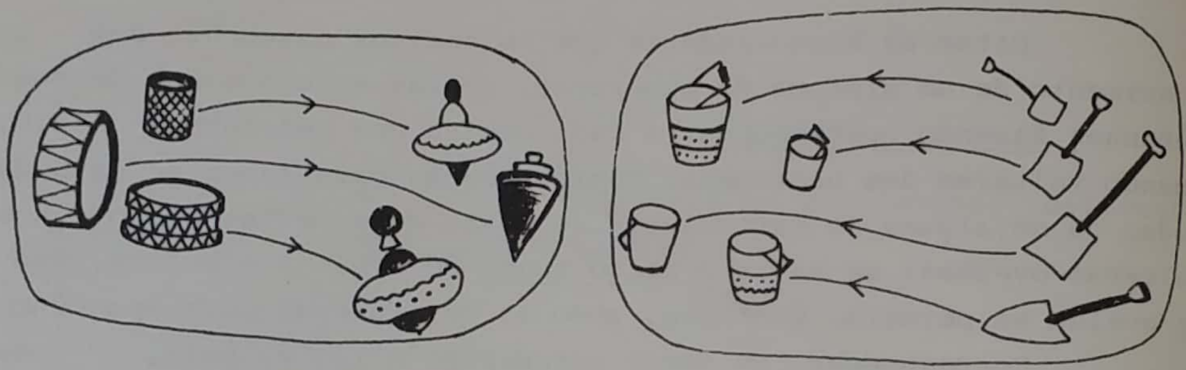
Nos conjuntos seguintes, por exemplo, fazendo entre os elementos a correspondência "um a um", pela sagital, descobrimos que há mais pássaros que árvores.



RELAÇÃO DE DESIGUALDADE

No exemplo dado, relacionados que foram os elementos, também chegamos à conclusão de havermos estabelecido uma relação de de sigualdade, já que estamos dando atenção à quantidade de elementos, não nos importando a natureza ou o tamanho dos mesmos. Tanto é assim que afirmamos: o conjunto de árvores é menor que o conjunto de pássaros ou o conjunto de pássaros é maior que o conjunto de árvores.

EQUIPOTÊNCIA

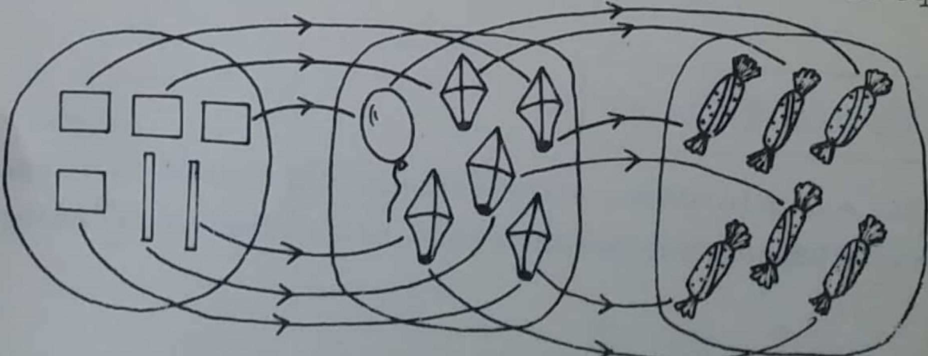


Feita a correspondência "um a um" entre os elementos dos conjuntos de tambores e piões, baldes e pás, resultou estabelecida a relação de igualdade: há tantos tambores quantos piões; há tantos baldes quantas pás. E, como há relação de igualdade, esses conjuntos são equipotentes.

Em matemática, chamamos potência de um conjunto à quantidade de elementos desse conjunto. E denominamos conjuntos equipotentes àqueles que têm a mesma quantidade de elementos.

RELAÇÃO DE IGUALDADE

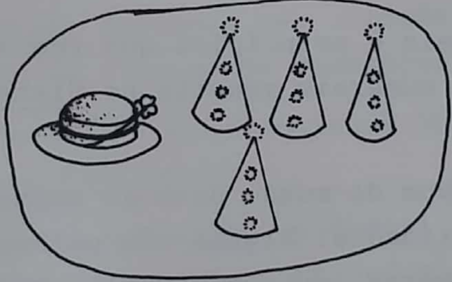
Quando estabelecemos a correspondência "um a um"entre os elementos de dois conjuntos e verificamos a igualdade da quantidade,ito é,do número de elementos de dois conjuntos,dizemos que a relação estabelecida é a de igualdade,e que os conjuntos são equipotentes



Feita a correspondência "um a um" entre os elementos dos três conjuntos acima, verificamos a igualdade do número de elementos nos conjuntos, igualdade que caracteriza os conjuntos equipotentes.

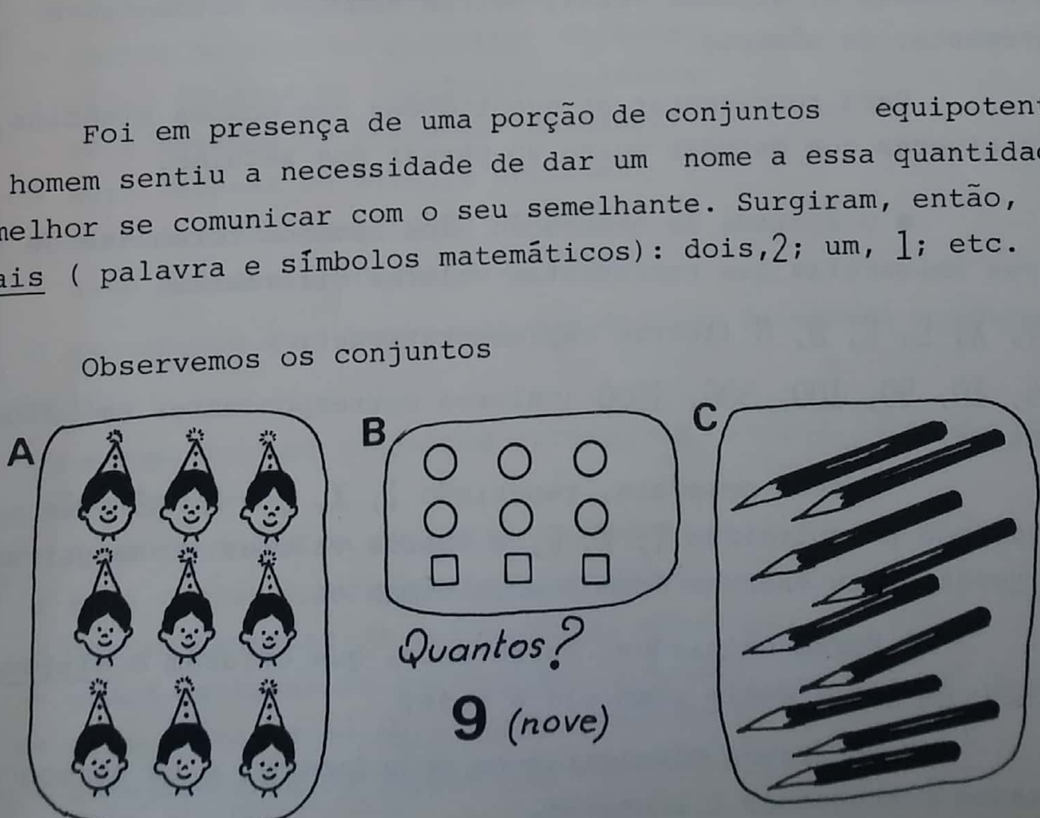
Pois bem, tambores e piões, baldes e pás, figuras geométricas, balões e bombons são, respectivamente, conjuntos equipotentes. Porém, se observarmos atentamente veremos que a quantidade de elementos nos conjuntos, em cada exemplo, é diferente: no 1º exemplo os conjuntos são menores, no 3º exemplo os conjuntos são maiores. Daí concluirmos que em cada exemplo há um número diferente de elementos.

DENOMINAÇÃO DE QUANTIDADE



Foi em presença de uma porção de conjuntos equipotentes que o homem sentiu a necessidade de dar um nome a essa quantidade, para melhor se comunicar com o seu semelhante. Surgiram, então, os numerais (palavra e símbolos matemáticos): dois, 2; um, 1; etc.

Observemos os conjuntos



Os conjuntos anteriores têm a propriedade de possuir a mesma potência. Diz-se, pois, que esses conjuntos têm o mesmo número cardinal, número este cujo símbolo é ≠, que se lê:"cardinal de".

Assim, no exemplo dado:

≠ A = 9; ≠ B = 9; ≠ C = 9.

Logo podemos escrever: ≠ A = ≠ B = ≠ C = 9

NUMERAIS

O número cardinal dos conjuntos equipotentes é o número natural.

Os símbolos criados para representar os números cardinais dos conjuntos são, no Sistema Decimal de Numeração: 0, 1 , 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Os numerais são, pois, os símbolos que representam a quantidade, o número.

O conjunto de leis e princípios que regulam a colocação dos algarismos para formar os numerais resulta no Sistema de Numeração Decimal.

Nem todos os povos do mundo usam as mesmas palavras e símbolos para denominar quantidades. Alguns têm palavras que correspondem às nossas e, algumas vezes, outros símbolos matemáticos para representar os números.

Para representar as quantidades com poucos símbolos, os homens tiveram que estudar muito ao passar dos séculos.

- O sistema de numeração dos romanos formou-se de algumas letras maiúsculas que representam valores diferentes:

I, V, X, L, C, D, M (letras representativas);

1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000 (valores correspondentes em algarismos arábicos)

Nestes numerais, repetindo I, X, C e M até três vezes, ou somando e subtraindo I, X, C, a outros valores, conseguiram escrever quantidades enormes com poucos símbolos.

- Foram os hindus, entretanto, que criaram o sistema de numeração decimal, assim como ele é hoje.

- Os árabes divulgaram-no pela Europa, e os nossos antepassados portugueses o adotaram.

Daí apenas os símbolos de 0 a 9 se chamarem de algarismos, palavra originária do nome de antigo chefe árabe chamado Al Karisme.

O ALGARISMO É CADA UM DOS SÍMBOLOS USADOS NA NUMERAÇÃO.

Diz-se, por exemplo, que o número 320 tem três algarismos. O conceito de algarismo nada tem a ver com o conceito de grandeza ou de número, servindo apenas como um elemento gráfico de representação. Por sua posição e seu valor relativo convencional, os algarismos representam números. Com a invenção do algarismo 0 (zero), que indica a ausência de unidades de uma ordem, venceram-se todas as dificuldades da representação dos números finitos.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

O sistema de numeração decimal, como o próprio nome indica, toma por base a contagem de dez em dez. Cada vez que juntamos uma unidade a nove outras, formamos uma unidade maior, a dezena, que é a principal unidade do sistema de numeração decimal.

Grupando os conjuntos de dezenas obtemos conjuntos sucessivos que recebem os seguintes nomes:

- duas dezenas ou vinte unidades;
- três dezenas ou trinta unidades;
- quatro dezenas ou quarenta unidades;
- cinco dezenas ou cinqüenta unidades;
- seis dezenas ou sessenta unidades;
- sete dezenas ou setenta unidades;
- oito dezenas ou oitenta unidades;
- nove dezenas ou noventa unidades.

O grupamento que compreende dez dezenas é chamado centena cem ou cento.

Do mesmo modo os conjuntos sucessivos obtidos juntando-se as centenas, denominam-se:

- duas centenas ou duzentas unidades;
- três centenas ou trezentas unidades;
- quatro centenas ou quatrocentas unidades;
- cinco centenas ou quinhentas unidades;
- seis centenas ou seiscentas unidades;
- sete centenas ou setecentas unidades;

- oito centenas ou oitocentas unidades;
- nove centenas ou novecentas unidades.

Ao conjunto de dez centenas denominou-se mil ou milhar.

Os conjuntos sucessivos obtidos daqui em diante não têm nomes especiais e lemos: unidades, dezenas e centenas de milhar; unidades, dezenas e centenas de milhões; etc.

Ao conjunto de mil milhões denominou-se bilhões; mil bilhões chamou-se trilhões; e assim por diante.

ORDENS E CLASSES

Observemos com atenção o gráfico seguinte:

Classes	4ª			3ª			2ª			1ª		
	Bilhões			Milhões			Milhar			Unidades Simples		
Ordens	12ª	11ª	10ª	9ª	8ª	7ª	6ª	5ª	4ª	3ª	2ª	1ª

O numeral é formado de ordens e classes.

Cada três ordens, como se vê no gráfico, forma uma classe. O número de classes é infinito para poder comportar o sistema de numeração decimal, cujo número de elementos é também infinito.

As primeiras classes têm nomes especiais:

- unidade simples;
- milhar;
- milhões;
- bilhões;
- e ainda trilhões;
- quatrilhões;
- quintilhões, etc.

LEITURA E ESCRITA

Com o auxílio do gráfico acima, podemos formar, ler e escrever quaisquer numerais. Se o numeral é menor que um milhar, lemos as centenas, as dezenas e as unidades e damos a denominação da 1ª classe -

unidade simples.

Exemplo: 3 4 6 lemos: trezentas e quarenta e seis (unidades simples).

Se o número tem várias classes, lemos classe por classe, da mesma forma que a primeira, porém a cada classe lida damos a denominação respectiva.

Exemplo: 135.245.670

Cento e trinta e cinco (milhões)

Duzentas e quarenta e cinco (mil)

Seiscentas e setenta (unidades).

Mesmo que o numeral tenha muitas ordens, a leitura é feita da mesma maneira, com as mesmas palavras, variando apenas o nome das classes.

Exemplo: 42670027003.

Para lermos este numeral é necessário dividi-lo em classes de três algarismos, a partir da direita para a esquerda.

Vejamos: 42.670.027.003

bilhões
milhões
milhares
unidades

Denominadas as classes, podemos ler o numeral. Lemos cada classe e damos a denominação correspondente: quarenta e dois bilhões, seiscentos e setenta milhões, vinte e sete mil, e três unidades.

OBJETIVAÇÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

MATERIAL

Para melhor compreender a formação do sistema de numeração, você, professor, deve fazer uma CAIXA LUGAR-VALOR (CLV) *com seis repartições e o seguinte material em papel xadrez:*

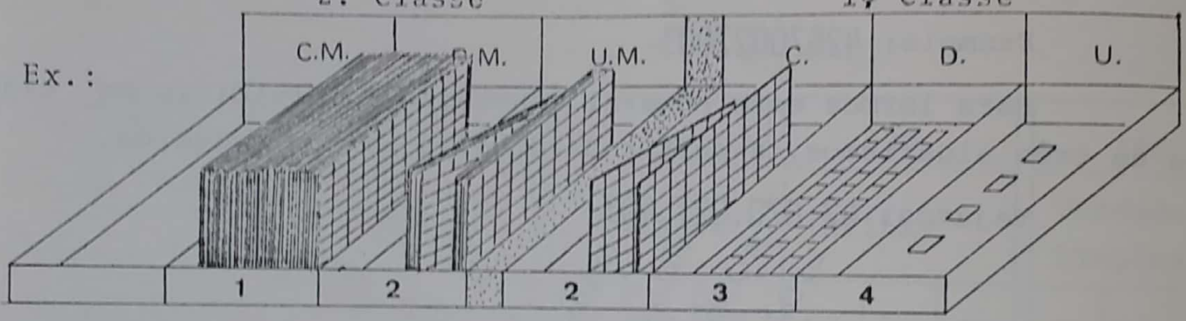
- 10 quadrinhos soltos;
- 10 tiras de 10 quadrinhos;
- 10 quadrados de 100 quadrinhos (10 x 10 quadrinhos);
- 10 tiras de 10 quadros de 100 quadrinhos;
- 1 quadrado grande de 100 x 100 quadrinhos.

O material em papel xadrez deve estar contido no interior de uma caixa, em envelopes com as várias unidades. Após manuseado precisa ser guardado juntamente com a CLV, uma vez que repetidamente será usado.

ATIVIDADES

Observe, agora, a disposição do material colocado na CLV da ilustração abaixo; depois, usando o seu próprio material, faça a mesma lição aí sugerida.

Ex.:



Se você teve o cuidado de recortar e colocar o seu material na CLV, note que fica mais compreensível e clara a leitura, a escrita, a composição e a decomposição do numeral 12.234.

Vejamos a decomposição desse numeral em suas ordens:

1ª ordem: unidades simples, 4 quadrinhos.

2ª ordem: dezenas, 3 tiras de 10 quadrinhos.

3ª ordem: centenas, 2 quadros de 100 quadrinhos.

4ª ordem: milhar, 2 tiras de 1.000 quadrinhos.

5ª ordem: dezena de milhar, 1 quadro de 10.000 quadrinhos.

Passemos à sua composição:

1 d.de m. + 2 unid.de milhar + 2 centenas + 3 dezenas + 4 unid.

12 unid.de milhar + 2 centenas + 3 dezenas + 4 unid.

122 centenas + 3 dezenas + 4 unid.

1.223 dezenas + 4 unid.

12.234 unid.

Observemos, agora, quantas centenas ou milhares ou dezenas há no numeral 12.234.

- Quantas centenas há?

Olhando o material, você vê claramente 122 centenas:

1 quadrado com 100 centenas + 20 centenas + 2 centenas.

- Quantos milhares há?

No material você vê as 12 unidades de milhar:

10.000 (o quadrado grande) + 2.000 (duas tiras de 1.000).

- Quantas dezenas há?

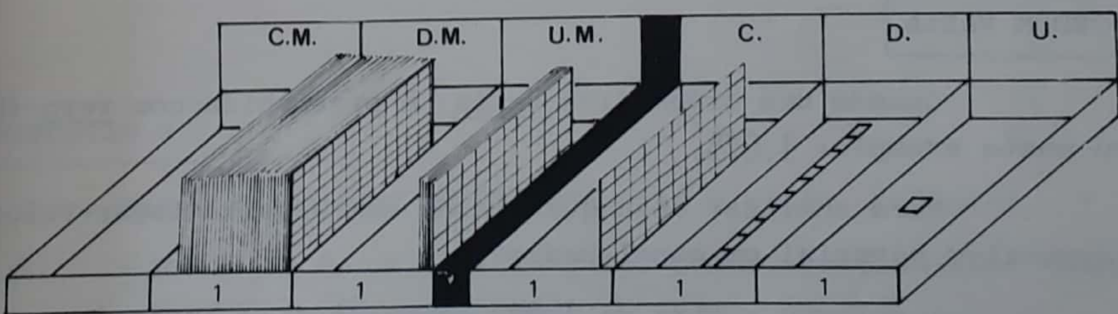
Analisando do mesmo modo, você vê a resposta clara e precisa.

Contudo, se o material não foi feito, torna-se difícil a você, professor, entender ou inteirar-se do que foi aqui discorrido, a não ser que já tenha essa vivência.

PRINCÍPIO QUE REGE O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Material: Caixa Lugar-Valor (CLV) e
-material em papel xadrez.

Atividade: Colocar na CLV o material correspondente a 11.111.



Observe, na figura acima, o seguinte:

1 dezena de milhar vale 10 unidades de milhar;

1 milhar vale 10 centenas;

1 centena vale 10 dezenas;

1 dezena vale 10 unidades.

Se você compreendeu o exercício, pode, então, conceber o princípio que rege o Sistema de Numeração Decimal:

> CADA UNIDADE À ESQUERDA DE OUTRA, VALE 10 VEZES MAIS DO QUE SE ESTIVESSE ESCRITA NO LUGAR DESSA OUTRA.

Por meio do exemplo seguinte, você pode entender, também, o valor que os algarismos tomam no numeral:

1 $\boxed{1}$ 1 1 1

Valor absoluto: 1

Valor relativo: 1.000

> VALOR ABSOLUTO é o valor próprio do algarismo, independente do lugar por ele ocupado em qualquer número escrito.
> VALOR RELATIVO é o valor que lhe é dado pela sua posição no numeral e que varia com essa posição.

No numeral 901, por exemplo, o algarismo 0 (zero) indica que este numeral não tem dezenas; o primeiro algarismo à esquerda tem por valor absoluto 9, e por valor relativo 900.

ORDEM VAZIA

Quando uma ordem fica vazia, é preenchida com zero (0), como neste exemplo: 1.075.

Para analisar essa quantidade com a Caixa Lugar-Valor e o respectivo material em papel xadrez,

- coloque a tira de 1.000 quadrinhos no lugar das unidades de milhar (4ª ordem);
- não ponha nada nas centenas (3ª ordem);
- coloque 7 tiras de dez no lugar das dezenas (2ª ordem);
- e 5 quadrinhos no lugar das unidades (1ª ordem).

A ordem das centenas, vazia, está representada por zero (0) no numeral 1.075 (um mil e setenta e cinco unidades).

Passemos a outros exemplos, servindo-nos do mesmo material já usado.

EXERCÍCIO 1

Análise do numeral 1.200 (mil e duzentas unidades).

- No lugar da unidade de milhar, coloque a tira de mil quadrinhos (4ª ordem);
- No das centenas, ponha dois quadros de cem quadrinhos (3ª ordem).
- Observe, agora, que dois lugares <u>vazios</u> são preenchidos por <u>zeros</u>: o das dezenas (2ª ordem), e o das unidades simples (1ª ordem).

EXERCÍCIO 2

Análise do numeral 1.001 (mil e uma unidades).

- No lugar da unidade de milhar, coloque a tira de mil quadrinhos;
- Não há centenas e nem dezenas, mas apenas 1 unidade simples;
- As centenas e dezenas são preenchidas com <u>zeros</u>;
- No lugar da unidade, coloque um quadrinho.

EXERCÍCIO 3

Exame do numeral 10.020 (dez mil e vinte unidades).

- No lugar da dezena de milhar coloque o quadrado grande de 100 x 100 quadrinhos;
- Não há unidade de milhar e nem centenas, mas sim duas dezenas;
- Também não há unidade simples.
- No lugar das dezenas, ponha duas tiras de 10 quadrinhos.

LEITURA DE NUMERAIS

Já tratamos anteriormente da leitura de numerais com objetivação. Sem a objetivação usada, ela também pode ser feita se observamos este esquema:

28.545 — vinte e oito mil, Quinhentas e quarenta e cinco unidades.

Diminuir estes espaços.

ou

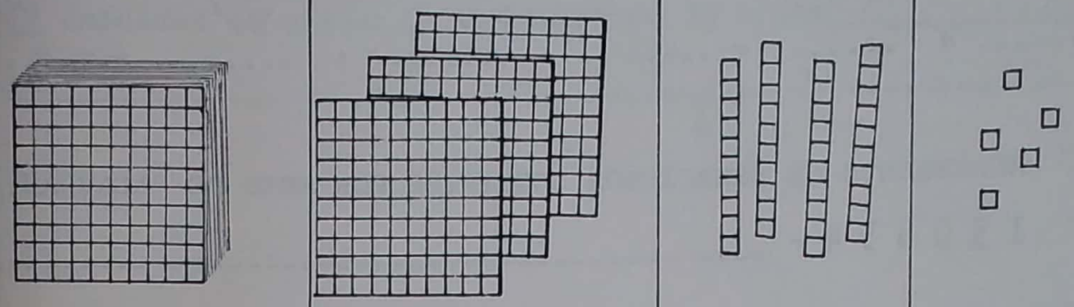
127.003.402 — Cento e vinte e sete milhões, Três mil, Quatrocentas e duas unidades.

O recurso acima não deixa de ser interessante para o mecanismo da leitura do numeral. Mas, para compreender quantas dezenas, centenas ou milhares há num numeral, é necessário entender como se formaram as unidades de cada ordem, e a objetivação da leitura de numerais facilita grandemente essa compreensão.

Não deixar este espaço!

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade



1000 + 300 + 40 + 5 = 1.345

1 milhar + 3 centenas + 4 dezenas + 5 unidades

ou

10 centenas + 30 dezenas + 40 unidades + 5 unidades

ou

100 dezenas + 300 unidades + 40 unidades + 5 unidades

ou

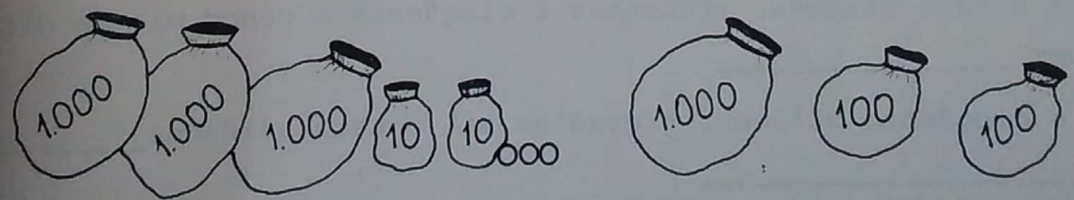
1000 unidades + 300 unidades + 40 unidades + 5 unidades

OBSERVE O MATERIAL ACIMA E COMPLETE O EXERCÍCIO:

(1 x 1000) + (3 x 100) + (4 x 10) + 5 =

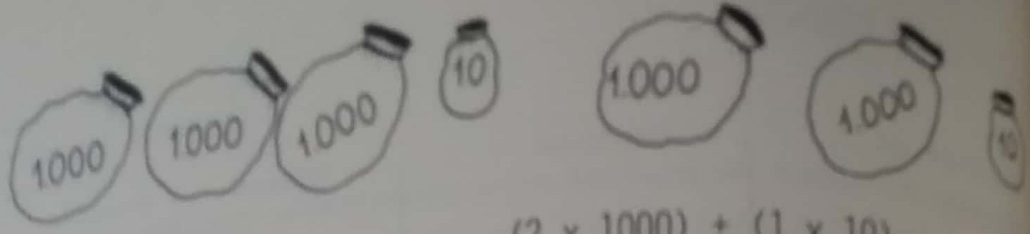
.... + ... + ...+.........= ....

COMPLETE:



(3 x 1000)+(2 x...) + 3 (1 x 1000) + (2 x 100)

3000 + ... +.... = 1000 + ... = ...



(3 x 1000) + (1 x 10)

.... + ... = ...

(2 x 1000) + (1 x 10)

.... + ... = ...

REPRESENTE OS EXERCÍCIOS SEGUINTES POR MEIO DE PALAVRAS.

1 3 0 5 3 4 - ____

____

2 0 0 7 0 6 - ____

____

4 0 0 2 3 0 5 - ____

____

6 8 0 7 0 0 2 - ____

____

2 0 8 0 0 7 0 4 - ____

____

1 0 0 1 0 0 1 - ____

____

REPRESENTE EM NUMERAIS:

- Quinze mil e duzentas unidades ____________________

- Vinte e cinco mil, quinhentas e quatro unidades ________

- Oitenta e sete milhões, trezentas e cinqüenta e cinco mil e oi unidades ________________.

- Cento e cinqüenta bilhões, trezentas mil e sete unidades ____ __________________________

- Oito bilhões, quarenta e seis milhões ____________________

- Noventa e nove bilhões, noventa e nove mil e noventa e nove uni dades ____________________________

COMPONHA OS NÚMEROS:

- 3 unidades de 5ª ordem, 4 unidades de 3ª ordem e 1 unidade de 1ª ordem____

- 12 unidades de milhar, 2 unidades de 3ª ordem___________________
____

Esta página será economizada diminuindo o espaço da página 16.

Observe o modelo e complete:

U.M.	C	D	U
2	3.	8	4

$(2 \times 1.000) + (3 \times 100) + (8 \times 10) + (4 \times 1)$

$2.000 + 300 + 80 + 4 = 2.384$

$$\begin{array}{r} 2.000 \\ 300 \\ 80 \\ +\quad 4 \\ \hline 2.384 \end{array}$$

U.M.	C	D	U

$(\ldots \times 1.000) + (\ldots \times 100) + (\ldots \times 10) + (\ldots \times 1)$

$\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$$\begin{array}{r} 3.000 \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ +\quad \ldots \\ \hline \ldots\ldots \end{array}$$

U.M.	C	D	U

$(\ldots \times \ldots\ldots)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots$

$$\begin{array}{r} 6.000 \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ +\quad \ldots \\ \hline \ldots\ldots \end{array}$$

Escreva os numerais formados de:

5 unidades de milhar, 4 centenas, 8 dezenas e 2 unidades.

U.M.	C	D	U

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ +\quad \ldots\ldots \\ \hline \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

8 unidades de milhar, 6 centenas, 2 dezenas e 5 unidades.

U.M.	C	D	U

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ +\quad \ldots\ldots \\ \hline \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

7 unidades de milhar, 5 centenas, 1 dezena, 0 unidades.

U.M.	C	D	U

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ +\quad \ldots\ldots \\ \hline \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Você pode pensar em:

2.000 como: 2 unidades de milhar 20 centenas 200 dezenas 2.000 unidades	3.000 como: ...... unidades de milhar ...... centenas ...... dezenas ...... unidades
8.000 como: ...... unidades de milhar ...... centenas ...... dezenas ...... unidades	6.000 como: ...... unidades de milhar ...... centenas ...... dezenas ...... unidades

2.500 como: 25 centenas 250 dezenas 2.500 unidades	4.700 como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades
7.900 como: ......centenas ...... dezenas ...... unidades	6.300 como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades

Invente outros exercícios semelhantes.
Você pode pensar em:

como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades	como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades
como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades	como: ...... centenas ...... dezenas ...... unidades

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - Respostas

Páginas 17 e 18

$(1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + 5 =$

$1000 + 300 + 40 + 5 = 1.345$

$(3 \times 1000) + (2 \times 10) + 3 =$

$3000 + 20 + 3 = 3.023$

$(1 \times 1000) + (2 \times 100) =$

$1000 + 200 = 1.200$

$(3 \times 1000) + (1 \times 10) =$

$3000 + 10 = 3.010$

$(2 \times 1000) + (1 \times 10) =$

$2000 + 10 = 2.010$

Página 18

REPRESENTE OS EXERCÍCIOS SEGUINTES POR MEIO DE PALAVRAS:

130.534 - Cento e trinta mil e quinhentas e trinta e quatro unidades.

200.706 - Duzentas mil, setecentas e seis unidades.

4.002.305 - Quatro milhões, duas mil, trezentas e cinco unidades.

6.807.002 - Seis milhões, oitocentas e sete mil e duas unidades.

20.800.704 - Vinte milhões, oitocentas mil, setecentas e quatro unidades.

1.001.001 - Um milhão, mil e uma unidades.

REPRESENTE EM NUMERAIS:

15.200

25.504

87.355.008

150.000.300.007

8.046.000.000

99.000.099.099

Página 19

COMPONHA OS NÚMEROS:

30.401

12.200

Página 20

OBSERVE O MODELO E COMPLETE:

Confira os numerais decompostos, depois de feito o exercício, com o total obtido na adição ao lado.

-Escreva os numerais formados de:

	5.000		8.000		7.000
	400		600		500
5.482	80	8.625	20	7.510	10
	2		5		0
	5.482		8.625		7.510

Página 21

VOCÊ PODE PENSAR EM:

3.000 como:	8.000 como:	6.000 como:
3 unidades de milhar	8 unidades de milhar	6 unidades de milhar
30 centenas	80 centenas	60 centenas
300 dezenas	800 dezenas	600 dezenas
3.000 unid.	8.000 unid.	6.000 unid.
4.700 como:	7.900 como:	6.300 como:
47 centenas	79 centenas	63 centenas
470 dezenas	790 dezenas	630 dezenas
4.700 unid.	7.900 unid.	6.300 unid.

INVENTE OUTROS EXERCÍCIOS SEMELHANTES.

Resposta: Corrija os exercícios inventados, observando as respostas dadas aos exercícios anteriores de "Você pode pensar em..."

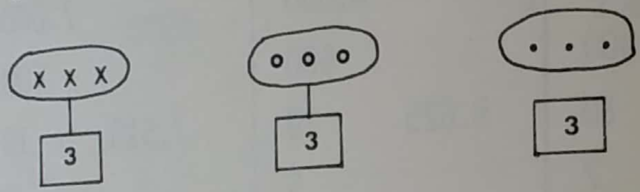
RELAÇÕES DE IGUALDADE, DESIGUALDADE E ORDEM

Já vimos no início desse módulo que, estabelecendo a correspondência entre os elementos de conjuntos equipotentes, chegamos à relação de igualdade.

RELAÇÃO DE IGUALDADE

A relação de igualdade também se estabelece com os numerais cardinais, isto é, com aqueles numerais que respondem à pergunta "quantos elementos há nos conjuntos".

Veja:



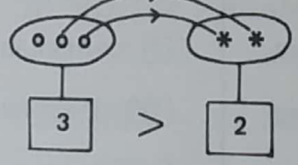
Observando a cardinalidade desses conjuntos equipotentes, podemos escrever:

$$3 = 3; \quad 12 = 12; \quad 10276 = 10276.$$

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE

Não só a relação de igualdade, mas também a de desigualdade é estabelecida por meio da correspondência "um a um".

Observe:



Nesta relação de desigualdade temos: três "maior que" dois, representada pelo símbolo $\boxed{>}$.

- Quando o primeiro numeral tem valor <u>maior que</u> o segundo, a relação de desigualdade chama-se "maior que" e é representada pelo símbolo >.
- Quando o primeiro tem valor <u>menor que</u> o segundo, o símbolo da relação "menor que" é este: $\boxed{<}$

Indiferentemente, usa-se ainda para "maior ou menor que" o símbolo $\neq$, que se lê: "diferente de".

Exemplos: $6 > 4$ (seis é <u>maior que</u> quatro);

$12 < 60$ (doze é <u>menor que</u> sessenta);

$15 \neq 9$ (quinze é <u>diferente de</u> nove).

RELAÇÃO DE ORDEM

Estabelecendo a relação de desigualdade entre vários numerais, podemos chegar à relação de ordem.

Exemplo:

$\boxed{12;\ 17;\ 8}$

$12 < 17$ $\quad$ $17 > 8$

$12 > 8$

$8 < 12 < 17$

$\boxed{12;\ 17;\ 8}$

$12 < 17$ $\quad$ $17 > 8$

$12 > 8$

$17 > 12 > 8$

SÉRIE DOS NÚMEROS NATURAIS

Na sucessão, na série dos números naturais, cada número, a partir do segundo, é consecutivo do anterior.

Exemplo:

$N = \{0,1,2,3,4, \ldots\}$ Lê-se: conjunto de números naturais.

O primeiro numeral da série é o 0 (zero). Então, a partir de 1, que é o segundo número, cada número é consecutivo do anterior.

0,1,2,3,4 ...

1 é consecutivo de 0 (zero), isto é, vem em seguida de 0 (zero), que é anterior ao 1;

2 é consecutivo de 1, isto é, vem em seguida de 1, que é anterior ao 2;

3 é consecutivo de 2, isto é, vem em seguida de 2, que é anterior ao 3; etc.

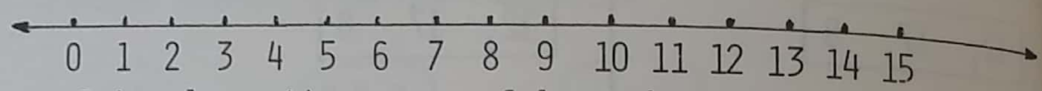
REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DA SÉRIE NUMÉRICA

A série numérica dos números naturais pode ser representada, geometricamente, numa reta r.

Nesta, escolhemos um <u>ponto</u> qualquer para representar o primeiro número da série, 0 (zero). Daí em diante, para a direita, traçamos <u>segmentos</u> de reta, <u>congruentes</u>, isto é, do mesmo tamanho.

Nesses pontos, fazemos corresponder a série natural dos números. Como a reta e a série numérica são infinitas, isto é, não têm fim, colocamos setas nas <u>extremidades</u> da reta para indicar a continuação da mesma.

Vejamos:



Antes de continuarmos a falar sobre a reta numerada, expliquemos o sentido das palavras:

- segmento,
- segmento congruente,
- ponto de origem e
- extremidade.

● <u>Segmento</u> significa pedaço, seção, parte ou subconjunto. Em geometria, qualquer parte, qualquer subconjunto de pontos consecutivos da reta chama-se segmento. No desenho acima, a reta tem muitos segmentos: de 0 a 1, de 0 a 3, de 1 a 3, de 0 a 5, etc.

● O segmento tem sempre um ponto em que ele começa, o <u>ponto de origem</u>; e um ponto onde termina, a <u>extremidade</u>.

● Na reta que traçamos, o segmento de 0 a 3 é <u>congruente</u>, vale dizer, tem o mesmo comprimento ou tamanho do segmento 3 a 6.

A origem do segmento 0 a 3 é o ponto 0; a extremidade é o ponto 3.

A origem do segmento 3 a 6 é o ponto 3; a extremidade é o ponto 6.

Dadas essas explicações, voltemos ao nosso asssunto.

Na reta numerada, podemos representar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Podemos demonstrar, entre outras coisas, relações de ordem, desigualdade e igualdade.

Agora faça você o seguinte: olhe a reta numerada que traçamos anteriormente e complete os exercícios da página seguinte.

colocando os símbolos: = ; ≠ ; > ; < .

8 ... 7 3 ... 6 3 ... 0

6 ... 9 0 ... 1 7 ... 2

Segmento de 0 a 2 .... Segmento de 2 a 4

Segmento de 3 a 4 .... Segmento de 5 a 6

Segmento de 3 a 4 .... Segmento de 5 a 7

No próximo módulo, estudaremos as operações de adição e subtração usando o conjunto dos números naturais.

Bem revisado o estudo do sistema de numeração será fácil compreender as reservas e os reagrupamentos; também não será difícil de entender as três idéias de subtração, nos problemas, porque em módulo anterior de Matemática já trabalhamos com a complementação de conjuntos.

Reestude os pontos em que você se sentiu embaraçada, revise os exercícios que errou e procure dominar os termos novos deste módulo, principalmente no tocante à parte da "representação geométrica da série numérica".

Cumpridas estas recomendações, você, por certo, se sairá bem no seu Pós-Teste.

VII - PÓS-TESTE

Leia calmamente as questões abaixo; em seguida dê as respostas às perguntas formuladas. E boa sorte nesta sua prova!

1 - ESCREVA OS NUMERAIS USANDO APENAS PALAVRAS:

a) 26.075.340 ____

____

b) 4.500.000.700 ____

____

2 - DÊ O VALOR RELATIVO E ABSOLUTO DO ALGARISMO, NOS NUMERAIS:

2 8. $\boxed{7}$ 5 0

Valor absoluto _________

Valor relativo _________

4 $\boxed{6}$ 0. 3 7 0

Valor absoluto _________

Valor relativo _________

3 - $\boxed{30.764}$ $\boxed{75.420}$ $\boxed{28.472}$

QUE ORDEM O ALGARISMO 7 OCUPA NOS NUMERAIS ACIMA?

_________________; _________________; _________________

4 - COMO SE DENOMINAM OS CONJUNTOS DE DEZENAS?

____

____

____

5 - COMPONHA OS NUMERAIS:

a) 7 milhares, 9 dezenas, e 5 unidades;

____

b) 3 dezenas de milhar, 5 centenas, 4 dezenas e 2 unidades.

____

6 - COMPLETE O ESQUEMA E FAÇA A DECOMPOSIÇÃO DO NUMERAL:

Classe_______ Classe das

____________ Unidades

...	...	...	...	D	U
	4	6	3	0	5

(4 x 10.000) + (6 x .....) + (... x ...) + (... x ...) + (... x ...)

___________ + _________ + ________ + ________ + ________=

= ________________________

7 - COMPLETE COM OS SÍMBOLOS > E < :

1275 ___ 3444 2.999 ___ 3000

4577 ___ 2978 1 345 ___ 1300

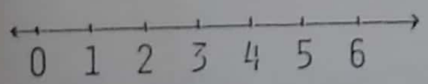
0 ___ 1

8 - O QUE DEVEMOS FAZER PARA LER UM NUMERAL COM MUITOS ALGARISMOS ?

____

____

____

9 - 

a) Como se chama a reta acima ?

____

b) Por que há flechas nas extremidades ?

____

c) Qual é o conjunto númerico que está representado na reta numerada ?

____

d) No segmento de reta de 0 a 4, como se chama o ponto 4 ?

____

10 - O QUE SÃO SEGMENTOS CONGRUENTES ?

____

____

NÚMERO E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

IDÉIA DE NUMERAÇÃO

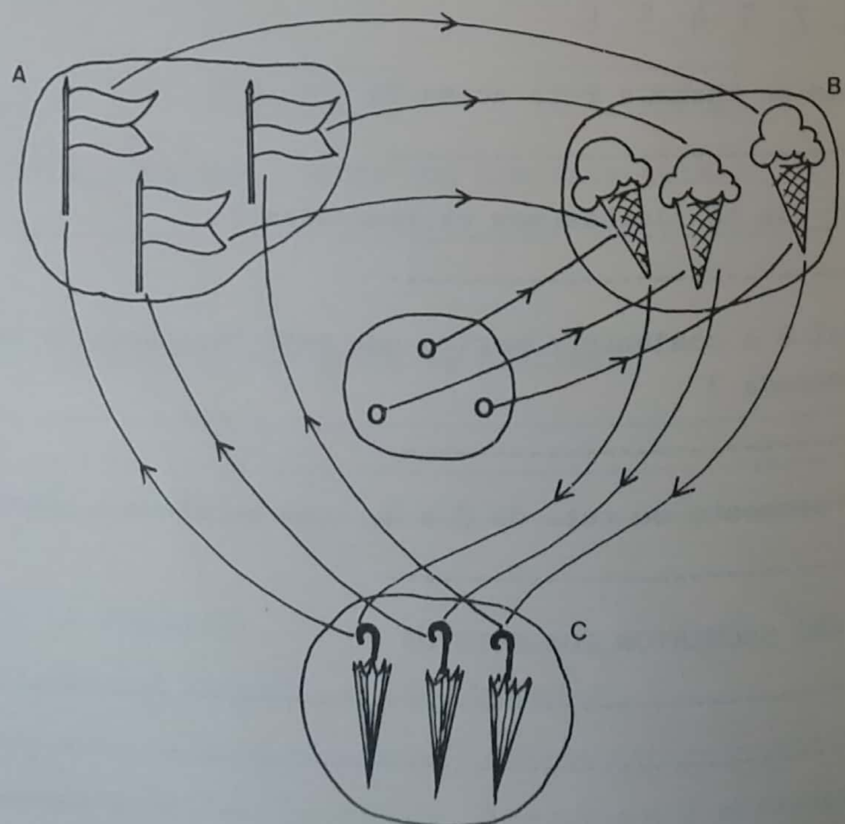
A idéia de número, da qual adveio a numeração e conseqüentemente os sistemas de numeração, surgiu, como você sabe, da correspondência "um a um" entre os elementos dos conjuntos.

Da correspondência "um a um" entre os elementos de dois ou mais conjuntos, resultaram, também, as relações de igualdade, desigualdade e ordem; na "relação de igualdade" os conjuntos são equipotentes, isto é, tem o mesmo número de elementos; na "relação de desigualdade", os conjuntos não são equipotentes; quanto à "relação de ordem" entre os conjuntos, chegamos a ela por meio da "relação de desigualdade".

RELAÇÕES

Tratemos dessas relações, servindo-nos dos exemplos que se seguem.

1) Equipotência



GABARITO - PÓS-TESTE

Município .... data da correção ....

Cursista ....

Número do Módulo ....

1 - a) Vinte e seis milhões, setenta e cinco mil e trezentas e quarenta unidades.

b) Quatro bilhões, quinhentos milhões e setecentas unidades.

2 - 2 8 $\boxed{7}$ 5 0

Valor absoluto: 7

Valor relativo: 700

4 $\boxed{6}$ 0. 3 7 0

Valor absoluto: 6

Valor relativo: 60.000

3 - $\boxed{30.764}$ $\boxed{75.420}$ $\boxed{28.472}$

3ª ordem ; 5ª ordem ; 2ª ordem

4 - Dez, vinte, trinta, quarenta, cinqüenta (cincoenta), sessenta, setenta, oitenta, noventa.

5 - a) 7.095

b) 30.542

6 - Classe dos milhares   Classe das unidades

C	D	U	C	D	U
	4	6	3	0	5

$(4 \times 10.000) + (6 \times 1.000) + (3 \times 100) + (0 \times 10) + (5 \times 1) =$

$40.000 + 6.000 + 300 + 0 + 5 =$

$= \underline{46.305}$

7 - 1275 < 3444 2999 < 3000

4577 > 2978 1345 > 1300

0 < 1

8 - Dividir o numeral em classes de três algarismos, da direita para a esquerda. Ler, classe por classe, a partir da classe de maior valor, dando a denominação correspondente a cada uma. (Aceitar resposta análoga).

9 - a) Reta numerada.

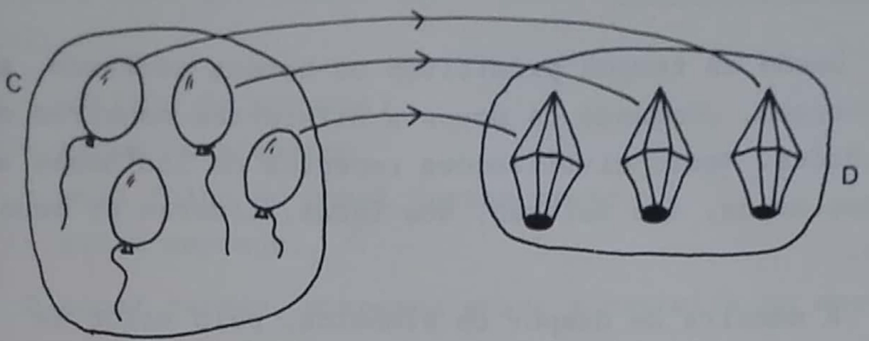
b) Para indicar que a reta é infinita, que não tem fim.

c) O conjunto dos números naturais.

d) Extremidade do segmento.

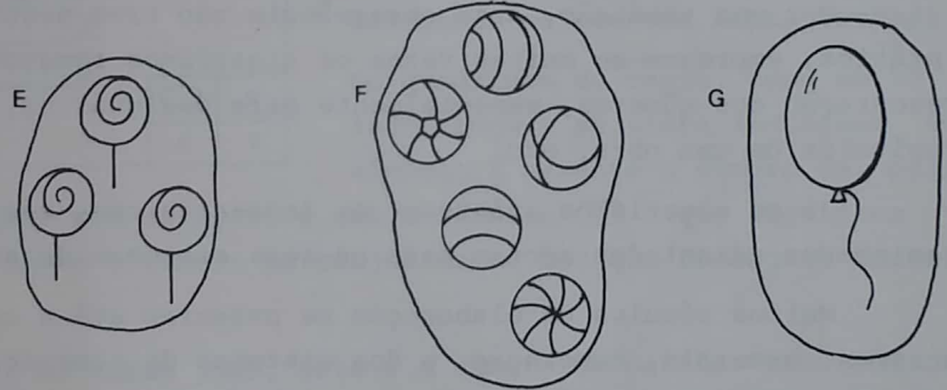
10 - São os segmentos (ou subconjuntos da reta) do mesmo tamanho ou comprimento.

2) Correspondência "um a um"



Neste exemplo, estabelecemos a "relação de desigualdade" entre os números de elementos de C e D.

3) "Relação de ordem" entre os números cardinais do conjunto:



$3 < 5 > 1$

Se $3 > 1$; $5 > 3$, então $5 > 3 > 1$

Observe, a seguir, o conjunto E:

-O número que responde à pergunta "quantos elementos há em E", é o número cardinal do conjunto E, isto é, 3.

-O conjunto G é conjunto unitário.

O número cardinal do conjunto unitário é 1.

O símbolo da cardinalidade é ≠≠ ;

≠≠ E = 3 ; lê-se: cardinal do conjunto E é igual a 3.

≠≠ G = 1 ; lê-se: cardinal do conjunto G é igual a 1.

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Desde os tempos primitivos os homens adotaram seus símbolos de contagem, chegando os povos a diferentes maneiras de anotar as quantidades. Mesmo civilizações recentes de indígenas americanos, como as dos maias, dos astecas, dos íncas, tiveram os seus meios de contar.

A maneira de dispor os símbolos, pelo valor da posição, só mais tarde é que veio dar um novo sentido ao modo de representar quantidades.

Atualmente, duas são as espécies mais conhecidas de numerais:

- indo-arábicos e
- romanos.

Por uma tradição, cuja observância não traz nenhuma vantagem prática, empregam-se muitas vezes os algarismos romanos para a representação dos números, especialmente para designar os séculos, os capítulos de uma obra, etc.

Já os algarismos arábicos, ou indo-arábicos, são os que as sociedades adiantadas adotam para os seus sistemas de numeração.

Muitos séculos de elaboração se passaram até a criação dos algarismos, numerais, numeração e dos sistemas de numeração, como conjuntos de regras de cada modo particular de enunciar ou representar os números.

Em todos os sistemas, um número determinado de unidades de uma ordem constitui a base do sistema.

No de numeração decimal a base é dez; assim, dez unidades simples formam uma dezena, dez dezenas formam uma centena, dez centenas formam uma unidade de milhar, etc.

Como o conhecimento do Sistema de Numeração Decimal é o nosso objetivo, passemos ao seu estudo no desdobramento dos capítulos subseqüentes.

CONTAGEM NA BASE DEZ

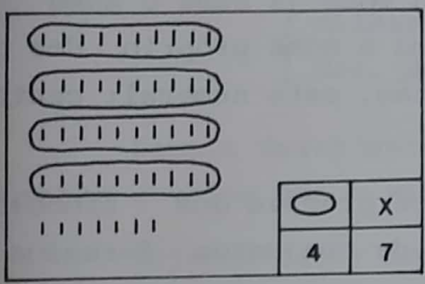
Neste capítulo, síntese do anterior, abordaremos os pontos principais da matéria dada. Para a aprendizagem do sistema de numeração decimal, num primeiro passo desenvolveremos a atividade que se segue, apresentada em forma de jogo: o "jogo do dez"

Para essa atividade, você, professor, precisa dispor deste material:

- palitos de sorvete;
- alças de elástico;
- meia folha de papel cartaz preto,
- giz e esponja.

O papel cartaz, disposto sobre a carteira ou mesa, irá servir de mini-quadro de giz.

Observe, agora, a regra do jogo.



Apanhe um punhado de palitos. Coloque palito por palito sobre o papel cartaz. Forme conjuntos de dez palitos, enlaçando-os com uma linha fechada.

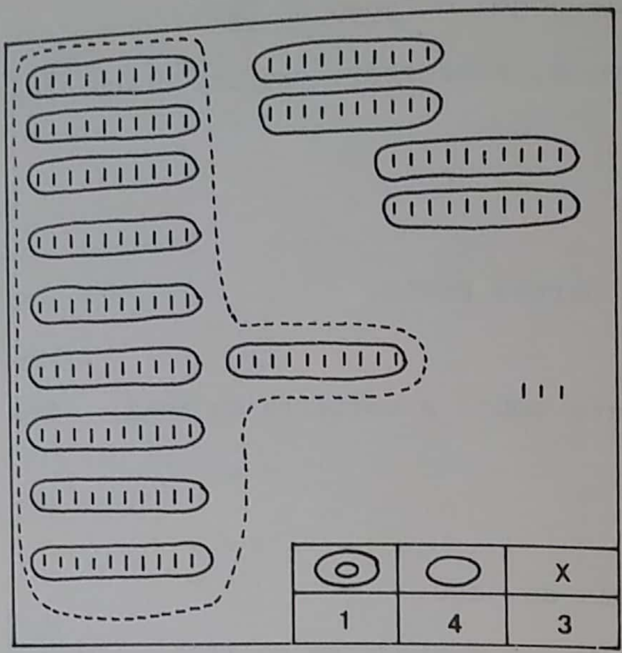
No quadrinho de canto, como se vê ao lado, faça a seguinte anotação: sob o símbolo X assente o número de palitos que ficaram sem enlaçar, e sob o símbolo ⬭ (que significa conjuntos) anote o número de conjuntos de dez que conseguiu formar.

No nosso jogo, sete é o número de palitos sem enlaçar e quatro o de conjuntos de dez. Como você já sabe os nomes dos conjuntos de dez, facilmente poderá ler o numeral: quatro conjuntos de dez = quarenta; logo, pode ler - quarenta e sete.

Esse mesmo "jogo do dez" pode ainda ser feito com uma quantidade maior de elementos.

Apanhe, digamos, três punhados de palitos de tamanho igual ao dos anteriores e o papel cartaz, agora com um quadrinho de canto formado de três lugares, para a anotação do resultado da contagem.

Coloque os palitos, um a um, sobre o papel cartaz. Forme conjuntos de dez e enlace cada um com giz branco. Formados dez conjuntos, enlace-os com giz de outra cor. Se ainda houver palitos, continue a formar conjuntos de dez, enlaçando cada um com giz branco, e cada dez conjuntos com giz de cor.



No quadrinho de canto, ano-
sob o símbolo ◎ (que sig-
fica conjunto de conjunto-
quantos conjuntos de dez co-
juntos foram formados e enla-
çados com giz de cor.

Sob o símbolo ⬭, assen-
o número de conjuntos de de-
que conseguiu formar; sob o
símbolo X anote o número d-
palitos que ficaram soltos.

No presente jogo, três é o nú-
mero de palitos sem enlaçar.

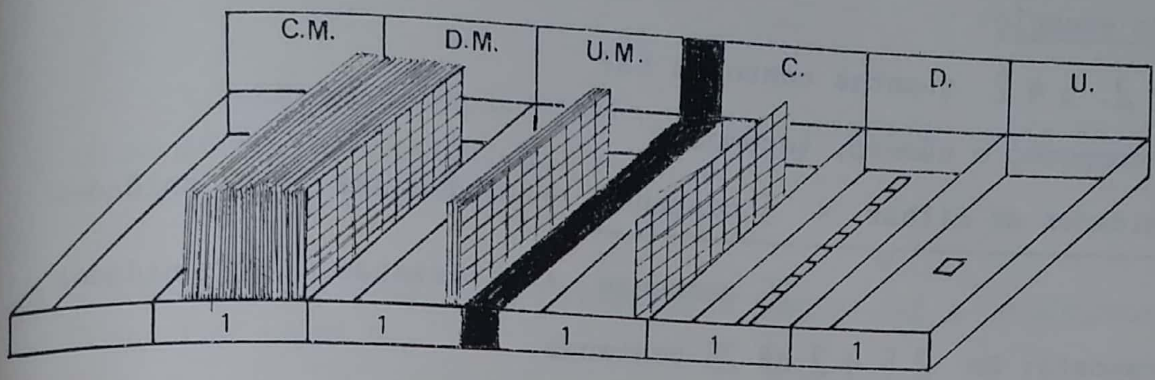
Como você já sabe o nome d- conjunto de cem palitos (cento), assim como o nome próprio dos qua- tro conjuntos de dez (quarenta), lerá, então, este numeral: cento e quarenta e três.

Ao contar, no "jogo do dez", você precisa dos símbolos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, para anotar o número de conjuntos formados e o número de elementos que ficaram sem enlaçar. Os algarismos à es- querda, no numeral, contam unidades cada vez maiores (conjuntos de dez, de cem, etc.).

USO DA CAIXA VALOR-LUGAR

Parece que não há motivo em se objetivar numerais, aqui, a professores que chegaram a escrever, ler, compor e decompor nume- rais com muitos algarismos. Entretanto, se a sua aprendizagem se fez sem esses experimentos da objetivação, não é certo que os ne- guem aos alunos, pelo fato de desconhecerem os benefícios de sua aplicação. É preciso, então, que aprendam a fazê-los para bem ensi- nar numerais e sentir os resultados desse trabalho, ao notar como os seus alunos se encaminham para descobrir, por exemplo, as rela- ções entre as ordens, ou entender o valor do zero no preenchimento das ordens vazias.

Pois bem, passemos a objetivar numerais, usando para isso a Caixa Valor-Lugar.



No exemplo acima você pode descobrir a relação decimal entre as ordens:

1 dezena = 10 unidades
1 centena = 10 dezenas
1 milhar = 10 centenas
1 dez. de m. = 10 milhares, etc.

Depois desse estudo da relação entre as ordens é fácil interpretar o valor que o algarismo tem no numeral.

Vejamos estes dois exemplos:

5 4 $\boxed{6}$ 2

Valor absoluto: o valor próprio do algarismo - 6.

Valor relativo: o valor que o algarismo representa pela posição que ocupa - 6 0.

5 $\boxed{4}$ 6 2

Valor absoluto: 4

Valor relativo: 400

Quando conhecemos bem a formação da numeração, não nos embaraçamos com perguntas como esta:

- Quantas dezenas há em 1 6 5 ?

Fazemos, pois, a decomposição do número e chegamos à resposta.

Vejamos. Em 1 6 5 há:

1 centena + 6 dezenas + 5 unidades.

$\underbrace{\text{10 dezenas + 6 dezenas}}_{\text{16 dezenas}}$ + 5 unidades.

16 dezenas + 5 unidades.

Resposta: em 1 6 5 há 1 6 dezenas.

Outro exemplo:

- Em 2.542 quantas centenas há?

Decompondo o número, teremos:

$\underbrace{2 \text{ unidades de milhar} + 5 \text{ centenas}} + 4 \text{ dezenas} + 2 \text{ unidades}$

25 centenas + 4 dezenas + 2 unidades

Resposta: Em 2542 há 25 centenas.

LEITURA E ESCRITA DE NUMERAIS

Para você treinar na escrita e leitura de números, passemos a alguns exercícios.

ESCREVA, NO QUADRO QUE SEGUE:

. Doze mil e quarenta e sete unidades.

. Treze milhões, cento e vinte mil e cinqüenta unidades.

. Oito bilhões, trezentos milhões, quarenta e sete mil e cinco unidades.

. Sete milhões, novecentas e cinqüenta mil e quatro unidades.

. Dois milhões, duas mil e quinhentas unidades.

CL. DOS BILHÕES		CL. DOS MILHÕES			CL. DO MILHARES			CL. DAS UNIDADES		
D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
						1	2			
			1	3						

IX - PÓS-TESTE - A NÍVEL DE SUPORTE

Leia com atenção as perguntas formuladas neste Pós-Teste, e responda-as calmamente. Boa sorte a você!

1 - QUE RELAÇÕES VOCÊ PODE ESTABELECER QUANDO FAZ A CORRESPONDÊNCIA "UM A UM" ?

----

2 - O QUE SÃO CONJUNTOS EQUIPOTENTES ?

----

3 - ESCREVA OS NUMERAIS ABAIXO, USANDO APENAS PALAVRAS:

a) 4.070.000.020 ------------------------------------

b) 16.001.080 --

4 - COMO SE DENOMINAM OS CONJUNTOS DE:

a) Seis dezenas: --
(palavras)

b) Quatro centenas: -----------------------------------

c) Seis centenas: -------------------------------------

d) Cinco dezenas: -------------------------------------

5 - QUE ORDEM OCUPA O ALGARISMO 5 NOS NUMERAIS SEGUINTES:

25.403 .....ordem.

50.030 .....ordem.

10.050 .....ordem.

ou --

6 - COMPONHA ESTES NUMERAIS:

a) 7 milhões 30 mil e 15 unidades.

---

b) 25 bilhões 4 milhões 300 mil e 7 unidades

---

7 - USE SÍMBOLOS PARA RELACIONAR ESTES NUMERAIS (> <):

a) 2 9 9 ... 3 0 0

c) 3 9 9 ... 3 9 8

b) 1 8 9 ... 2 2 2

d) 2 0 8 ... 2 1 0

e) 1 ... 0

8 - COMO SE REPRESENTA UMA ORDEM, NO NUMERAL, QUANDO FICA VAZIO O LUGAR NA CAIXA LUGAR-VALOR?

---

9 - DIGA QUAL É O VALOR ABSOLUTO E RELATIVO DO ALGARISMO 4, NESTES NUMERAIS:

a) 3 $\boxed{4}$ 0 7

Valor absoluto: ____________

Valor relativo: ____________

b) $\boxed{4}$ 2 6 7 0 5

Valor absoluto: ____________

Valor relativo: ____________

10- TRACE A RETA NUMERADA E REPRESENTE OS NÚMEROS NATURAIS.

---

a) Grife o segmento de reta: 2 a 5

b) Marque com uma seta a origem desse segmento.

GABARITO - PÓS-TESTE - Nível de Suporte

Município: ______________________ data da correção _________

Cursista: ____

Número do módulo: _______________

1 - Relações de igualdade e desigualdade.

2 - Conjuntos equipotentes são aqueles que têm o mesmo número de elementos, a mesma potência. (Ou expressão correspondente).

3 - a) Quatro bilhões, setenta mil e vinte unidades.

b) Dezesseis milhões, um mil e oitenta unidades

4 - a) sessenta;

b) quatrocentos;

c) seiscentos;

d) cinqüenta (cincoenta).

5 - 4ª ordem; 5ª ordem; 2ª ordem; ou
Unidade de milhar; dezena de milhar; dezena

6 - a) 7.030.015

b) 25.004.300.007

7 - a) 299 .<. 300

b) 189 .<. 222

c) 399 .>. 398

208 .<. 210

e) 1 .>. 0

8 - Representa-se essa ordem por 0 (zero).
(Ou expressão análoga).

9 - a) 3 $\boxed{4}$ 0 7

Valor absoluto: 4

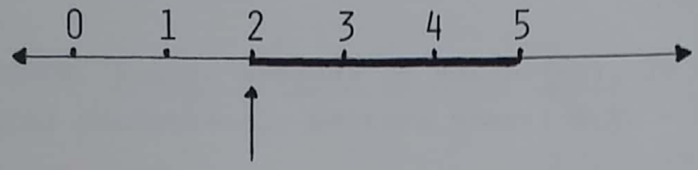
Valor relativo: 400

b) $\boxed{4}$ 2 6 7 0 5

Valor absoluto: 4

Valor relativo: 400.000

10-



XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

- DIB, Cláudio Z. e outros, *Atividades em Matemática*, 3ª e 4ª séries. Editora Primor - Rio de Janeiro, 1973.

- NEDEM, *Ensino Moderno da Matemática*, 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental. Editora Brasil S.A. - São Paulo - 1967.

- Qualquer livro de 5ª série, editado recentemente, dentro da Teoria de Conjuntos.

XII - GLOSSÁRIO

A

ADOTAR	Aceitar; usar.
ANALISAR	Examinar; investigar; esmiuçar.
ANÁLOGO	Semelhante; idêntico; conforme.
ANTEPASSADO	Antecessor; ascendente; avoengo.

C

CARACTERIZAR	Distingüir; particularizar; assinalar.
COMPLEMENTAÇÃO	Operação para achar o complemento.
COMPOR	Formar; ajustar; harmonizar; juntar.
COMPORTAR	Conter; encerrar em si; abranger em si.
CONCEBER	Compreender; entender; perceber; apreender.
CONCLUIR	Deduzir; inferir.
CONFERIR	Confrontar; comparar; cotejar.
CONSECUTIVO	Imediato; sucessivo; conseguinte; conseqüente.
CONVENCIONAL	Resultante de combinação, de ajuste, de acerto.

D

DENOMINAÇÃO Designação; nome.

DIVULGAR Tornar conhecido; propalar; tornar público.

E

EFICIENTE Eficaz; que produz resultado; que causa efeito.

EXTRAVIAR Sumir; perder-se; desencaminhar.

EXTREMIDADE Ponta; fim; limite.

G

GRÁFICO Representação; figura; gravura.

H

HINDU Indiano; natural ou habitante da Índia.

I

INTEIRAR Fazer ciente a; cientificar a; dar a conhecer a.

M

MANUSEAR Folhear; manejar; mover com a mão.

O

ORIGINÁRIO Descendente; natural; proveniente; oriundo.

P

PRINCÍPIO Diretriz; norma; regra; preceito.

PROPRIEDADE Qualidade do que é próprio; particularidade; qualidade própria; qualidade especial.

R

REGE	Regula; norteia; dá direção ou diretriz.
REPRESENTAR	Significar; figurar com símbolo; simbolizar.
RESERVAS	Reagrupamento de dez unidades de uma ordem em uma unidade de ordem imediatamente superior; "vai um", em Matemática.
REVISAR	Olhar de novo; rever; visar de novo; fazer segunda leitura.

S

SUBSEQÜENTE	Que se segue; seguinte; imediato.
SUCESSIVO	Em continuação; gradual; progressivo.
SUGERIR	Lembrar; advertir.

V

VIVÊNCIA	Experiência; conhecimento.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO **HAPRONT**

9.2

9.2

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto *"HAPRONT"*

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto *"HAPRONT"* (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

OPERANDO COM NUMEROS NATURAIS - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

MÓDULO Nº 9.2

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS

- ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO -

I - ASSUNTO: OPERAÇÃO ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO (N)

- Propriedades Estruturais -

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS: SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

IV - OBJETIVOS:

1 - OBJETIVO GERAL:

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2 - OBJETIVOS TERMINAIS:

Operar com números, resolvendo situações-problema e utilizando suas propriedades e técnicas operatórias com precisão.

3 - OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

a) Realizar, corretamente, adição e subtração no conjunto dos números naturais.

b) Identificar as propriedades estruturais da adição e aplicá-las.

V - PRÉ-TESTE

Leia com muita atenção as perguntas aqui feitas. Em seguida d calmamente, as respostas solicitadas, com disposição de levar a bom termo este teste inicial. Boa sorte a você!

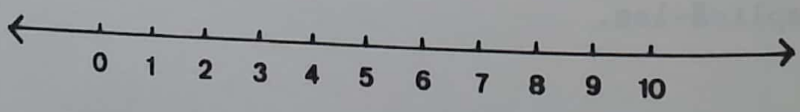
1 - COMO SE CHAMAM OS TERMOS DA ADIÇÃO? E OS TERMOS DA SUBTRAÇÃO?

2 - QUAL É A DIFERENÇA ENTRE SOMA E ADIÇÃO?

3 - O QUE É A PROPRIEDADE DO FECHAMENTO?

4 - COMO SE ACHA A SOMA DE 7 + 9 NA TÁBUA DA ADIÇÃO?

5 - DEMONSTRE A PROPRIEDADE COMUTATIVA: $4 + 3 = 3 + 4 = 7$, NA RETA NUMERADA.



6 - REPARTIR Cr$ 18.650,00 ENTRE 3 PESSOAS. A PRIMEIRA RECEBERÁ A QUANTIA DE Cr$ 4.580,00; A SEGUNDA, DE Cr$ 2.360,00 MAIS DO QUE A PRIMEIRA. QUANTO RECEBERÁ A TERCEIRA?

7 - COMO SE TIRA A PROVA DA SUBTRAÇÃO?

----

8 - QUAL É O NÚMERO QUE ADICIONADO A 358 RESULTA 12.570 ?

----

9 - EFETUE: $14 + \{8 - \left[(48 - 3) - (38 + 1 + 5)\right]\} - 1 =$

----

10 - EM QUE ANO COMPLETOU 62 ANOS UMA PESSOA QUE EM 1970 FEZ 75 ANOS ?

GABARITO DO PRÉ-TESTE

RESPOSTAS

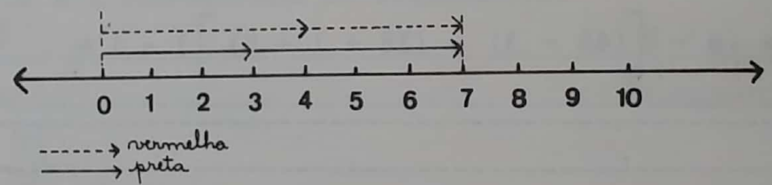
1 - Os termos da adição chamam-se: parcelas ou termos; soma ou to-
tal.
Os termos da subtração chamam-se: minuendo, subtraendo; resto,
excesso ou diferença.

2 - Soma é o nome do resultado da operação; adição é o nome da ope-
ração.

3 - É aquela que diz: os termos e o resultado da operação devem per-
tencer ao mesmo conjunto.

4 - Procura-se o ponto de intersecção, isto é, o ponto comum da co-
luna 7 com a linha 9.

5 -



6 - Cr$ 7.130,00.

7 - Tira-se a prova somando o subtraendo ao resto.

8 - É o número 12.212

9 - Efetue: $14 + \{8 - [45 - 44]\} - 1$

$14 + \{8 - 1\} - 1$

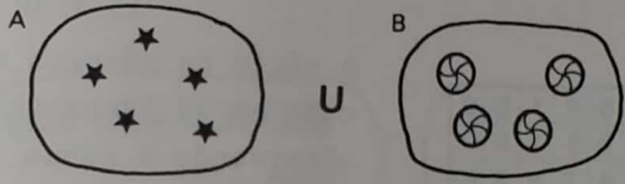
$14 + 7 - 1 = 20.$

10 - Em 1957.

OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS. OPERAÇÃO ADIÇÃO

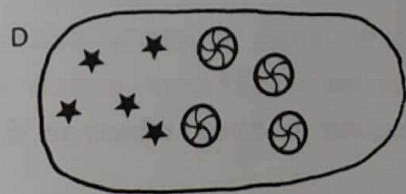
No presente módulo revisaremos as operações adição e subtração e trataremos das propriedades estruturais da adição. Entretanto, mostraremos, inicialmente, como objetivar a adição usando conjuntos disjuntos, isto é, aqueles cujos elementos são diferentes em cada conjunto.

Sejam os conjuntos: A, de estrelas e B, de bolas. Usando o símbolo da união (U) entre conjuntos, indicamos esta operação:



Conjunto A, união com B .

O resultado dessa operação união é a reunião de todos os elementos de A e B, isto é, o conjunto D.



A U B (conjunto A, união com conjunto B).

Se levarmos em conta o número cardinal de cada conjunto, podemos encontrar o número cardinal ao conjunto reunião.

A = 5   # B = 4   # C = 1   # D = 5 + 4 + 1 = 10

Fazendo a contagem dos elementos dos conjuntos, isto é, considerando apenas a cardinalidade dos conjuntos, efetuamos a adição, tendo o sinal "mais" (+) como indicativo dessa operação.

Isto posto, podemos definir a adição como a operação que tem por fim reunir em um só número todas as unidades contidas em vários outros.

Os números que devem ser adicionados denominam-se termos ou parcelas. E o resultado da operação adição chama-se soma ou total.

Aliás, é comum confundir soma com adição. Soma, como vimos, é o resultado da operação adição, e adição é a operação.

Tábua de adição

Com relação à rapidez nos cálculos, é indispensável conhecer de memória os totais dos dez primeiros números tomados dois a dois. A representação da adição desses dez primeiros números tomados dois a dois é feita na "Tábua da Adição".

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

A série de números de 0 a 9 é colocada na 1ª linha e na 1ª coluna. Observando a tábua já se vê como foi formada.

Para achar, por exemplo, a soma de 3 + 6, marcamos o ponto comum de cruzamento ou intersecção da coluna 3 e da linha 6.

A adição de quaisquer outros números é baseada no conhecimento dessa tábua.

Exemplo:

```
   1
   4 8   D U
         1 4
 + 7 6
 -----
     4
```

Os números, na adição, unem-se dois a dois. Vejamos nas dezenas:

```
   1
 + 4
  --
   5  ===>    5                 1
            + 7                48
             --                76
             12  ===>         ---
                              124
```

Rapidez nos cálculos

Passemos, a seguir, a exercícios de cálculos que visam dar maior desenvoltura na realização das operações.

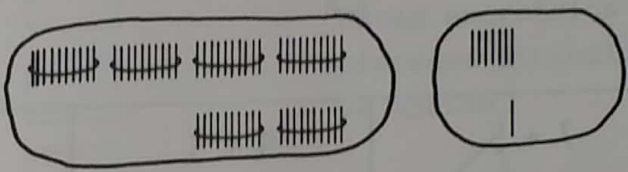
A - Se 4 e 3 são 7

14 e 3 são 17

24 e 3 são ......

B - A decomposição de numerais é, também, uma estratégia capaz de garantir velocidade nos cálculos. Exemplo:

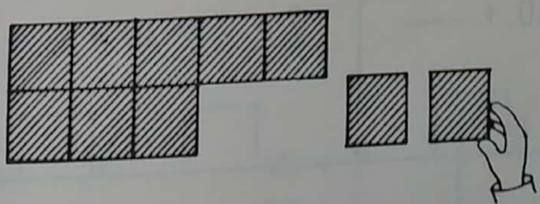
47 + 21



$$\left.\begin{array}{l}40 + 7 \\ 20 + 1\end{array}\right\rangle 60 + 8$$

C - O uso do material abaixo, para os pares de numerais que compõem o dez, é outro artifício de apoio à agilidade nos cálculos.

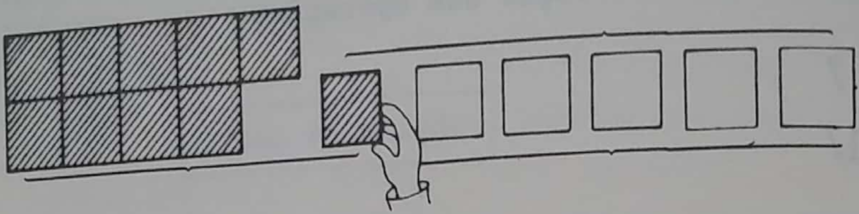
CALCULE



8 + 2	5 + 5
2 + 8	
7 + 3	9 + 1
3 + 7	1 + 9
6 + 4	10 + 0
4 + 6	0 + 10

NOTA: a linha de 5 quadrinhos é uma tira só; os quadrinhos da segunda linha são todos separados.

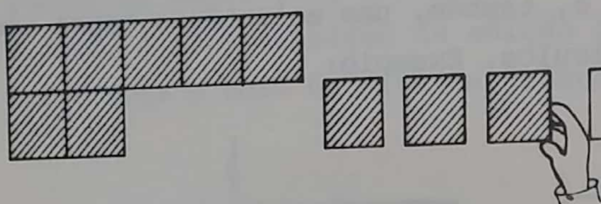
D - Completando o material anterior com mais uns quadrinhos branco, você poderá objetivar a adição de dois números com tal acima de dez. Chama-se a essa estratégia "adicionar com poio na dezena".



9 + 6

9 + 1 + ...

...... + ... = ...



7 + 6

...... + 3 + ...

10 + ... =

8 + 4 8 + 2 + 2 10 + ... =	7 + 5 7 + 3 + ... + ... = ...	9 + 3 9 + ... + ... 10 + ... = ...	6 + 6 ...... + ... + ... 10 + ... = ...

Reforço para o exercício anterior.

8 + 6 = 10 + ... ☐ .... ☐	8 + 7 = 10 + ... ☐ .... ☐	6 + 5 = 10 + ... ☐ .... ☐
6 + 9 = 10 + ... ☐ .... ☐	9 + 3 = 10 + ... ☐ .... ☐	7 + 7 = 10 + ... ☐ .... ☐

No módulo precedente, dissemos que sabendo bem a numeração teríamos meio caminho andado para a revisão das operações que ora estamos fazendo.

$20 + 30 = \square$

$40 + 50 = \square$

$60 + 50 = \square$

Estes exercícios de adição não passam de contagem das dezenas:
2 dezenas + 3 dezenas ......
4 dezenas + 5 dezenas ......
6 dezenas + 5 dezenas ......

$42 + 25 = \square$

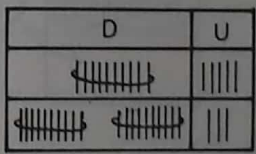
$37 + 21 = \square$

$62 + 16 = \square$

Estes exercícios também não oferecem dificuldades, como se vê abaixo.

15 + 23

$$\begin{array}{r} 10 + 5 \\ + \; 20 + 3 \\ \hline 30 + 8 \end{array}$$



D	U
1	5 +
2	3
----	----

15 + 23 = ----

42 + 25

$$\begin{array}{r} 40 + 2 \\ + \; 20 + 5 \\ \hline \end{array}$$

D	U

D	U
---	---

42 + 25=

37 + 21

$$\begin{array}{r} 30 + 7 \\ + \; 20 + 1 \\ \hline \end{array}$$

D	U

D	U
---	---

37 + 21=

Efetue mais estas adições em seu caderno e coloque aqui apenas os resultados:

85 + 13 = ...	32 + 26 = ...	72 + 16 = ...
74 + 21 = ...	13 + 45 = ...	81 + 27 = ...
67 + 32 = ...	23 + 36 = ...	64 + 23 = ...
28 + 61 = ...	42 + 37 = ...	33 + 66 = ...
57 + 42 = ...	35 + 54 = ...	46 + 23 = ...

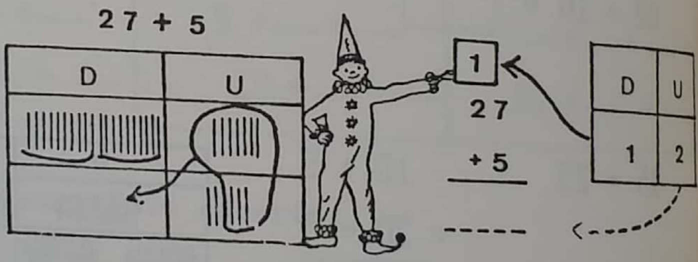
ADIÇÃO COM REAGRUPAMENTO

Tratemos, agora, da noção do "vai um", ou melhor, da compreensão do reagrupamento das unidades em dezenas, das dezenas em centenas, das centenas em milhar, e assim por diante.

Em $\boxed{27 + 5}$ temos: 7 + 5 = 12 ; 12 = 10 + 2 , o 10 é levado para a ordem das dezenas. Ali vale 1 (uma) dezena.

Vejamos como mostrar o reagrupamento no Cartaz Lugar-Valor:

20 + 7
\+ 5
......+ ...... = $\boxed{}$



No C.L.V. são colocadas 2 dezenas e 7 unidadese e, a seguir, mais 5 unidades. Juntando as 7 unidades a 5, temos 12 unidades, ou seja 1 dezena e 2 unidades. As unidades permanecem no "lugar" das unidades e a dezena formada é levada para o "lugar" das dezenas. O total 32 fica colocado corretamente no C.L.V. Paralelamente, efetua-se a operação com numerais.

Efetue as operações seguintes; use paralelamente o C.L.V.:-

35 + 48 = ...

30 + 5
+40 + 8
.. +.. = ...

D	U

D	U
3	5
4	8
+	.....

63 + 26 = ...

60 + 3
+20 + 6
.. +.. = ...

D	U

	D	U
	6	3
+	2	6
	.....	.....

Efetue estas adições:-

27 + 61 = ...   36 + 43 = ...   27 + 45 = ...
38 + 23 = ...   28 + 31 = ...   34 + 48 = ...
42 + 38 = ...   45 + 24 = ...   71 + 18 = ...

Agora, efetue mentalmente a adição 34 + 47, procedendo como no exemplo anterior.

Foi assim que você fez?

30 + 4
40 + 7   70 + 11 = 80 + 1 = 81

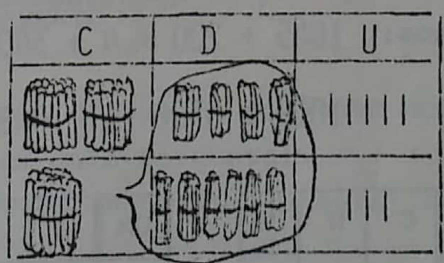
Efetue mentalmente mais estes exercícios:-

26 + 15 =   48 + 25 =   26 + 48 =
43 + 28 =   46 + 37 =   38 + 19 =

Se as parcelas forem formadas de numerais acima de centenas, procederemos do mesmo modo: unidade debaixo de unidade; dezena debaixo de dezena; centena debaixo de centena, etc.

Exemplo:- 245 + 163 =

1 0 0
2 0 0 + 40 + 5
+ 1 0 0 + 60 + 3
...... + ... + ...



	C	D	U
	1		
	2	4	5
+	1	6	3

Efetue as adições que seguem, usando o C.L.V. e os palitos enlaçados; assim você ganhará segurança para mostrar aos seus alunos o reagrupamento.

252 + 165 = ...   247 + 572 = ...   347 + 471 = ...
426 + 383 = ...   471 + 357 = ...   652 + 276 = ...

Caso as parcelas tenham número diferente de algarismos, agiremos do mesmo modo: unidade debaixo de unidade; dezena debaixo de dezena; centena debaixo de centena, etc.

Exemplo:

$$\begin{array}{rrrrl} & & & 10 & \\ & 200 & + 50 & + \boxed{6} & \\ + & & 90 & + \boxed{5} & \Big\} \; 11 \\ \hline & & & 1 & \end{array}$$

$256 + 95 =$

	C	D	U
+			

$$\begin{array}{rrrrl} & 100 & 10 & & \\ & 400 + & 70 & + \boxed{8} & \\ + & & 90 & + \boxed{8} & \Big\} \; 16 \\ \hline & & & + \; 6 & \end{array}$$

$478 + 98 =$

	C	D	U
+			

Efetue estes exercícios em seu caderno, e escreva aqui os resultados:

347 + 59 = ...	686 + 89 = ...
658 + 47 = ...	198 + 79 = ...
295 + 75 = ...	387 + 95 = ...

Colocando as parcelas de modo que as ordens se correspondam, podemos somar quaisquer quantidades.

Vejamos: $1045 + 200 + 4 + 3400 = 4649$

$1009 + 3368 + 4485 = 8862$

	UM	C	D	U
	1	0	4	5
		2	0	0
				4
	3	4	0	0
+	4	6	4	9

	UM	C	D	U	
	1	[1] 0	[2] 0	9	17
	3	3	6	8	
	4	4	8	5	
+	8	8	6	2	

$22 = 20 + 2$

2 dezenas +

2 unidades

ALGUNS USOS DA ADIÇÃO

a) Achar a quantidade de elementos em vários conjuntos.

b) Achar o preço de venda, somando o preço de custo e o quanto se quer ganhar na venda.

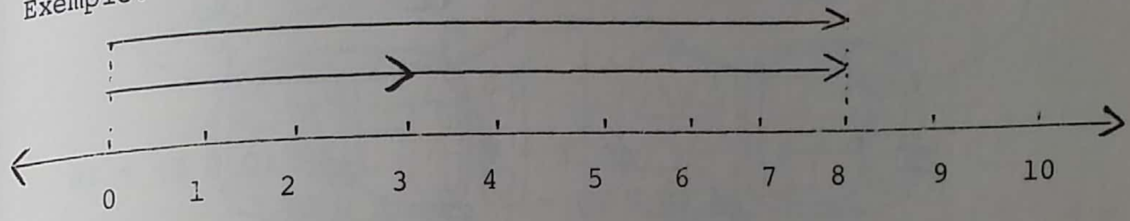
c) Fazer o balanço do caixa, isto é, a soma das notas de venda.

d) Fazer o levantamento das mercadorias existentes em lojas ou armazéns.

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DA ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Para representar a adição na reta numerada basta tomar segmentos consecutivos com o valor das parcelas.

Exemplo:- 3 + 5 = 8



A primeira parcela desta adição está representada pelo segmento de 3 unidades que tem origem no ponto zero (0), e extremidade no ponto 3. A segunda parcela está representada por um segmento de 5 unidades cuja origem é a extremidade do primeiro segmento, e cuja extremidade é o ponto 8. A soma é o valor do segmento que tem origem no ponto zero(0) e extremidade no ponto 8.

PROPRIEDADE DA ADIÇÃO

PROPRIEDADE DO FECHAMENTO

Como estamos estudando a adição no conjunto dos números naturais, podemos dirigir a você esta pergunta:

Se as parcelas são números naturais, o total será sempre um número natural?

Como você sabe, o conjunto dos números naturais é infinito. Nesse caso, a sua resposta à pergunta anterior é: sim.

A adição goza da "propriedade do fechamento" no conjunto dos números naturais.

Considerando dois conjuntos disjuntos A e B, tais que:

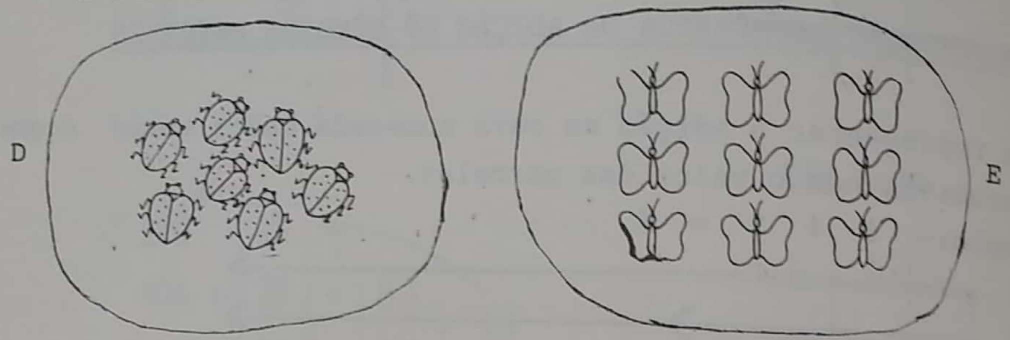
A = 3 e # B = 8 # (A U B) = 11 (Cardinal de A é igual a 3; cardinal de B é igual a 8; cardinal de A união com B é igual a 11).

3 + 8 = 11

$3 \in N$ $8 \in N$ $11 \in N$ (3 pertence ao conjunto de números naturais; 8 pertence ao conjunto de números naturais; 11 pertence ao conjunto de números naturais).

Ora, se os elementos que entram na operação e o resultado estão sempre no mesmo conjuntos, conclui-se que o conjunto é fechado para a operação. Nesse caso se verifica a PROPRIEDADE DE FECHAMENTO.

PROPRIEDADE COMUTATIVA



$\# D = 7$ $\quad \# E = 9 \quad \# (D \cup E) = 16$

$\# (D \cup E) = \# (E \cup D)$

ou $7 + 9 = 9 + 7$

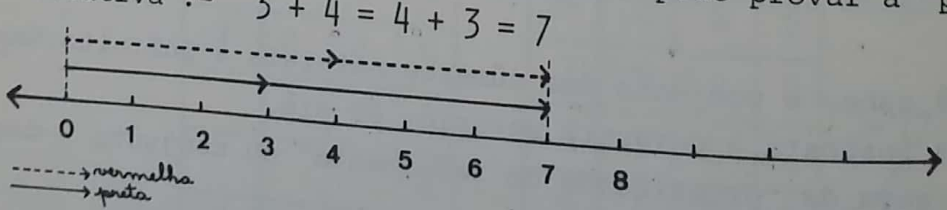
Perguntamos-lhe, agora: Cardinal do conjunto D, reunido ao cardinal do conjunto E é o mesmo que cardinal do conjunto E reunido ao cardinal do conjunto D? É evidente que sim.

Você deve estar lembrado dos conjuntos com elementos diferentes. Exemplo: laranjas numa cesta e maçãs em outra. Despejando as laranjas numa caixa e depois as maçãs obteremos um número de frutas. Acha você que o fato de colocarmos na caixa primeiro as maçãs e depois as laranjas alteraria o número total de frutas?

É claro que a resposta certa é: não.

Daí poder-se escrever: $7 + 9 = 9 + 7$ e afirmar-se que a adição goza da "propriedade comutativa".

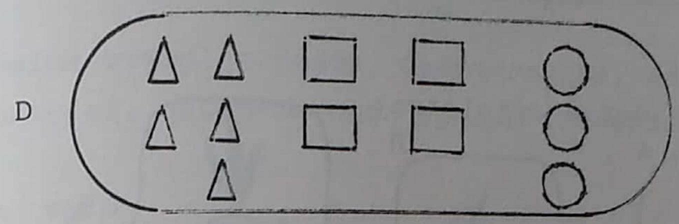
Na reta numerada seguinte, você pode provar a "propriedade comutativa":- $3 + 4 = 4 + 3 = 7$



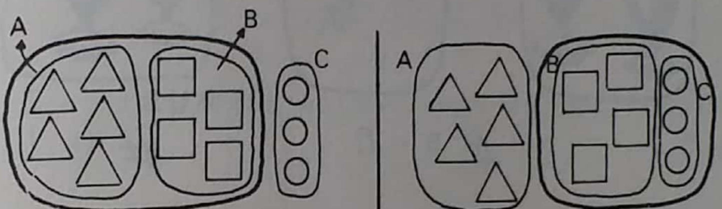
O segmento de reta 0 a 3 mais o segmento de reta 3 a 7 têm o mesmo comprimento que o segmento de reta 0 a 4 adicionado ao segmento de reta 4 a 7.

Concluí-se disso que "a adição de números naturais é comutativa porque a ordem das parcelas não altera a soma ou total".

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA



Quantos elementos há neste conjunto?



Paulo fez assim : $(5 + 4) + 3$	Sônia fez assim: $5 + (4 + 3)$
Ele pensou : $9 + 3 =$	Ela pensou : $5 + 7 =$

Representando simbòlicamente, temos:

(A U B) U C

(5 + 4) + 3

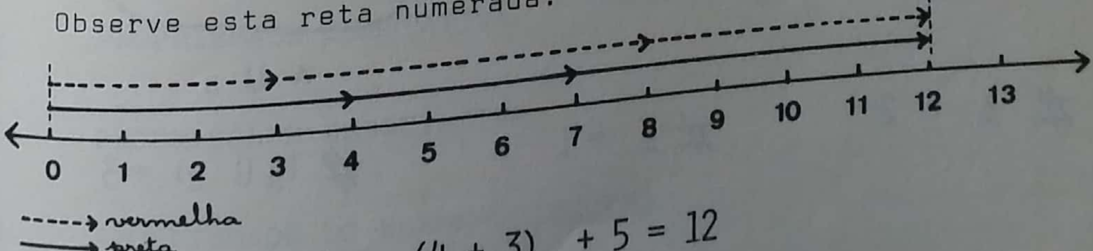
A U (B U C)

5 + (4 + 3)

Analisemos o desenho apresentado: Paulo começou a adição associando o primeiro numeral ao segundo. Sônia iniciou o exercício associando o segundo numeral ao terceiro. A primeira operação a efetuar está indicada entre parênteses.

Mostramos, assim, com conjuntos, que, associando duas parcelas, indiferentemente, para depois adicionar a outra parcela, temos sempre o mesmo total. Chama-se a essa característica da adição, "propriedade associativa".

Observe esta reta numerada:



Com linha cheia: $(4 + 3) + 5 = 12$

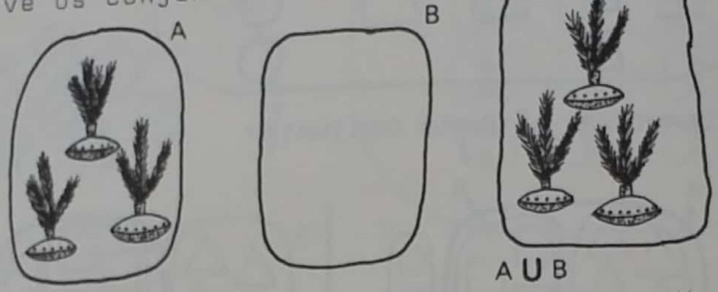
Com pontilhada: $4 + (3 + 5) = 12$

Percebeu que são os mesmos três numerais, tomados em ordem diferente, os que estão adicionados acima?

Confirmamos, assim, pela representação na reta numerada, a evidência da propriedade associativa na adição.

PROPRIEDADE DO ELEMENTO NEUTRO

Observe os conjuntos seguintes:



$\# \underline{A} = 3$ $\qquad \# \underline{B} = 0$ $\qquad \# (\underline{A} \cup \underline{B}) = 3$

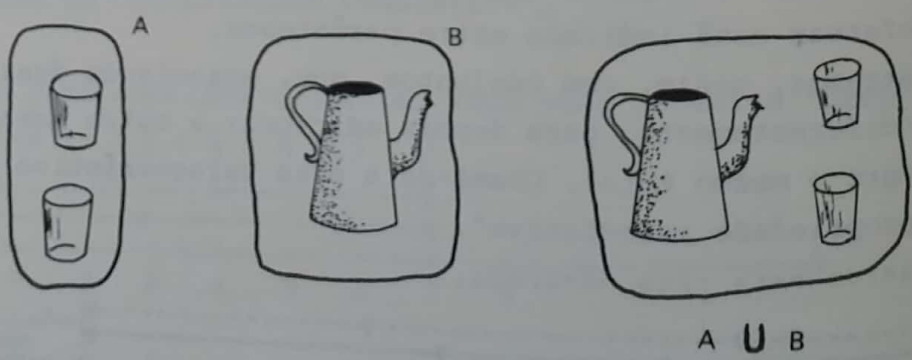
Lê-se: cardinal de A igual a 3;
cardinal de B igual a zero;
cardinal da união de A com B é igual a 3.

$3 + 0 = 3 \qquad\qquad 0 + 3 = 3$

ou $3 + 0 = 0 + 3 = 3$

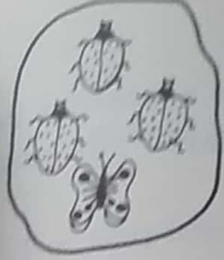
O zero adicionado a 3 não altera o valor desse numeral. Isso é uma outra peculiaridade da operação adição; chama-se "propriedade do elemento neutro". Zero é elemento neutro na adição de numeros naturais.

PROPRIEDADE DO "SUCESSOR DE"

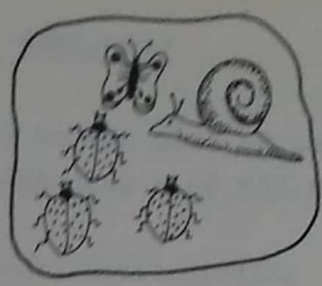


$\# \underline{A} = 2$ $\qquad \# \underline{B} = 1$ $\qquad \# (\underline{A} \cup \underline{B}) = 3$

D



E



D U E

$\# \underline{D} = 4$ $\# \underline{E} = 1$ $\# (\underline{D} \cup \underline{E}) = 5$

Pelos exemplos dados, deduz-se que, adicionando 1 (um) ao número natural, obtém-se como soma o "sucessor de".

$$\# A + \# B = \# (\underline{A} \cup \underline{B})$$

$$\# D + \# E = \# (\underline{D} \cup \underline{E})$$

Leia você a simbologia acima. Veja se fez corretamente esta leitura.

- cardinal de A mais cardinal de B é igual ao cardinal da união de A com B.
- cardinal de D mais cardinal de E é igual ao cardinal da união de D com E.

Em numerais, $2 + 1 = 3$ 3 é sucessor de 2

$4 + 1 = 5$ 5 é sucessor de 4

O número 1 (um), somado a qualquer número natural, dá o sucessor deste.

Para finalizar esta parte do nosso estudo recordemos que as propriedades da adição são cinco:

1. PROPRIEDADE DO FECHAMENTO.
2. PROPRIEDADE COMUTATIVA.
3. PROPRIEDADE ASSOCIATIVA.
4. PROPRIEDADE DO ELEMENTO NEUTRO.
5. PROPRIEDADE DO "SUCESSOR DE".

A - A casa de João custou Cr$ 12.000,00. Para ganhar a quantia de Cr$ 2.500,00 a mais na venda, por quanto ele deverá oferecê-la?

B - Uma datilógrafa já escreveu 305 páginas. Para completar seu serviço deverá datilografar ainda outras 79. De quantas páginas se compõe esse trabalho datilográfico?

C - José vendeu uma radiola por Cr$ 360,00 perdendo no negócio a quantia de Cr$ 80,00. Por quanto comprara a radiola?

D - A cidade do Rio de Janeiro foi fundada em 1565. Em que ano completou o 400º aniversário ou 4º centenário?

E - Vamos adicionar um número com três parcelas: a primeira é 457; a segunda tem 85 unidades mais que a primeira; a terceira parcela tem 50 unidades mais que a primeira. Qual é o total dessa adição?

F - Pedro coletou 270 garrafas num só dia. João conseguiu 3o garrafas mais que Pedro. Jorge conseguiu 20 garrafas mais que João. Quantas garrafas coletaram os três.

G - Um tanque pequeno recebe 28.600 litros de água de uma torneira e 17.500 litros de outra. Quantos litros de água recebe o tanque?

H - Um livreiro distribuiu: a 5 meninos 83 figurinhas; a 7 meninas 94 figurinhas; a 3 professoras 1.080 figurinhas. Quantas pessoas receberam figurinhas? Quantas figurinhas o livreiro distribuiu?

I - Um operário cavará um poço com 10 metros de profundidades. Pelo primeiro metro receberá Cr$ 20,00. Daí por diante, cada metro a mais sobe Cr$ 5,00. Quanto o operário irá ganhar?

J - Compõem o globo terrestre: Europa, Ásia, África, América e Oceânia. A população da Europa é destinada em 570 milhões de habitantes; a da Ásia, em 1.700 milhões; a da África, em 250 milhões de habitantes;a população da América é estimada em 400 milhões de habitantes e a da Oceânia, em 18 milhões. Qual é a população do globo?

A - Deverá oferecê-la por Cr$ 14.500,00.

B - Compõem-se de 384 páginas o trabalho datilográfico.

C - Comprou a radiola por Cr$ 440,00.

D - O Rio de Janeiro completou o 400º aniversário em 1965.

E - O total da adição é 1.506.

F - Os três meninos coletaram 890 garrafas.

G - O tanque recebeu 46.100 litros.

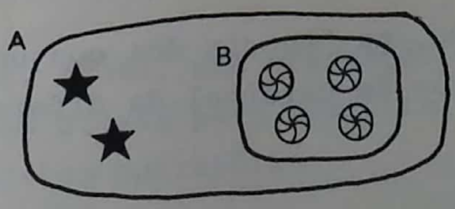
H - 15 pessoas receberam figurinhas; o livreiro distribuiu 1.257 figurinhas.

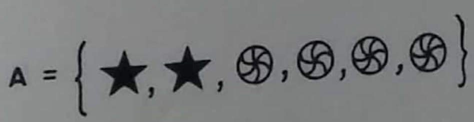
I - O operário irá ganhar Cr$ 425,00.

J - É de 2.938 milhões de habitantes a população do globo, ou melhor, 2.938.000.00 habitantes.

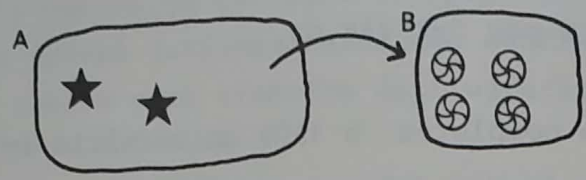
OPERAÇÃO SUBTRAÇÃO

Preliminarmente, recordemos " o caso da complementação de conjuntos " já estudado em módulo anterior.





O complemento do conjunto B são todos os elementos de A que não pertencem a B, isto é, são as estrelas, no nosso exemplo. Se do conjunto A tirarmos o conjunto B, o que resta é o complemento de B.



A - # B

A operação que permite achar a potência do " conjunto complementar" é a subtração. O sinal dessa operação é (-), que se lê: menos.

Se você pensar nos cardinais dos conjuntos acima, poderá escrever:

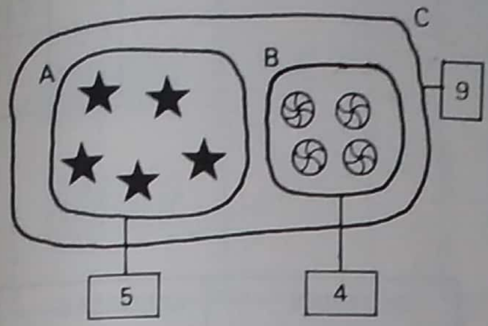
$$6 - 4 = 2$$

Os termos da operação subtração denominam-se: minuendo e subtraendo. Ao resultado chamamos resto, excesso ou diferença.

SUBTRAÇÃO é a operação que tem por finalmente, dados dois números numa certa ordem (o primeiro chamado minuendo e o segundo, subtraendo) achar um terceiro número (chamado resto ou excesso ou diferença), que somado com o segundo número resulta igual ao primeiro.

NOTA - A subtração, na "teoria dos conjuntos", corresponde à determinação do cardinal da diferença entre dois conjuntos.

Se você aprendeu Matemática com um bom professor, naturalmente deixou de estudar separadamente os fatos fundamentais da subtração; aprendeu-os como decorrência da adição.



A $\cup$ B = (Leia: conjunto A unido ao conjunto B resulta no C. Em numerais:

$5 + 4 = 9 \qquad 9 - 4 = 5$

$9 - 5 = 4$

(Leia: 5 + 4 = 9; se de 9 tirarmos 4 ... se de 9 tirarmos 5 ...) .

Sabendo que a subração é operação inversa da adição , podemos dizer:

OPERAÇÃO DIRETA (Fazer) — OPERAÇÃO INVERSA (Desfazer)

$5 + 4 = 9 \Longrightarrow 9 - 4 = 5$

$18 + 9 = 27 \Longrightarrow 27 - 9 = 18$

$135 + 201 = 336 \Longrightarrow 336 - 201 = 135$

GRADUAÇÃO DE DIFICULDADES

Mostremos, agora, uma graduação de dificuldades que comumente aplicamos em classe para facilitar a compreensão da subtração quanto à técnica operatória.

1. Operação direta

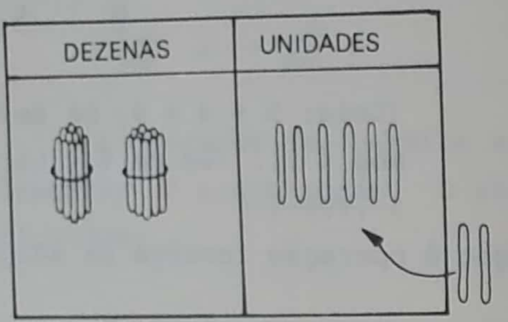
Operação inversa

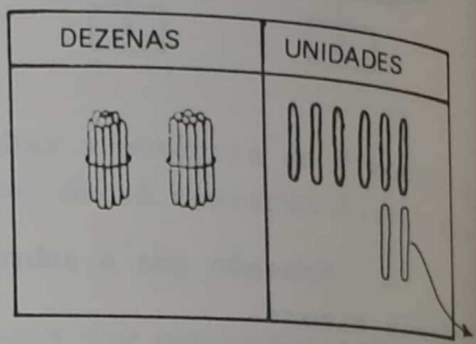
$26 + 2 = \boxed{}$

D	U	
2	6	....
+	2	+...
...	...	....

$26 - 2 = \boxed{}$

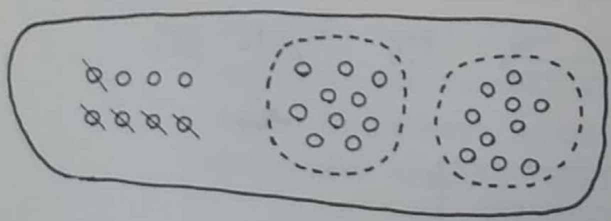
D	U	
2	6	...
-	2	...
....	...	...





2. Operações fáceis, sem reagrupamento.

O subtraendo é número de um algarismo.



$$\begin{array}{r} 20 + 8 \\ - \quad 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \qquad 28 - 5 \; \boxed{}$$

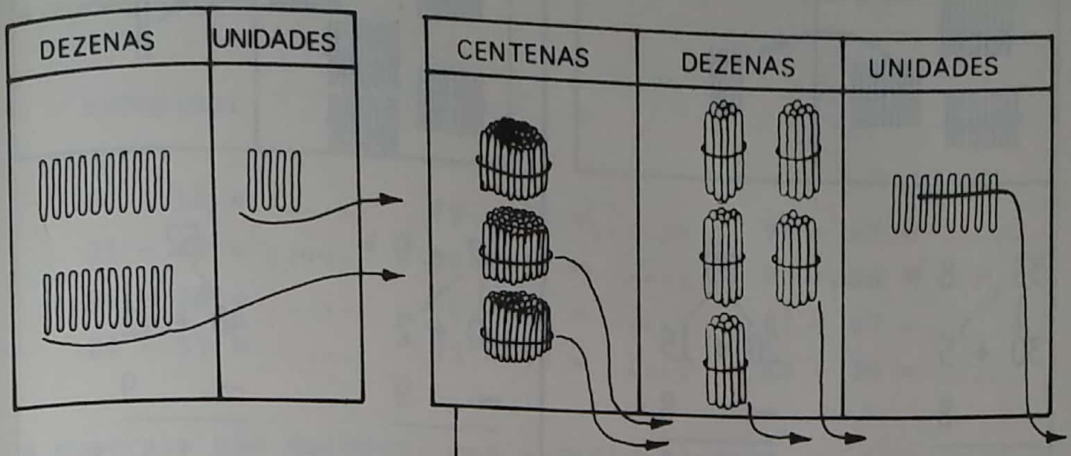
....+..   .....

$$\begin{array}{r} 37 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \qquad 37 - 7 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ - 9 \\ \hline \end{array} \qquad 59 - 9 = \boxed{}$$

A objetivação sempre acompanha os primeiros exercícios.

3. Os termos tem o mesmo número de algarismos no numeral. Não há reagrupamento.



24 - 14 = $\boxed{}$
20 + 4
-10 + 4
....+... = $\boxed{}$

D	U
2	4
- 1	4

358 - 226 = $\boxed{}$
300 + 50 =8
-200 + 20 =6
.....+....= $\boxed{}$

C	D	U
3 -2	5 2	6 6

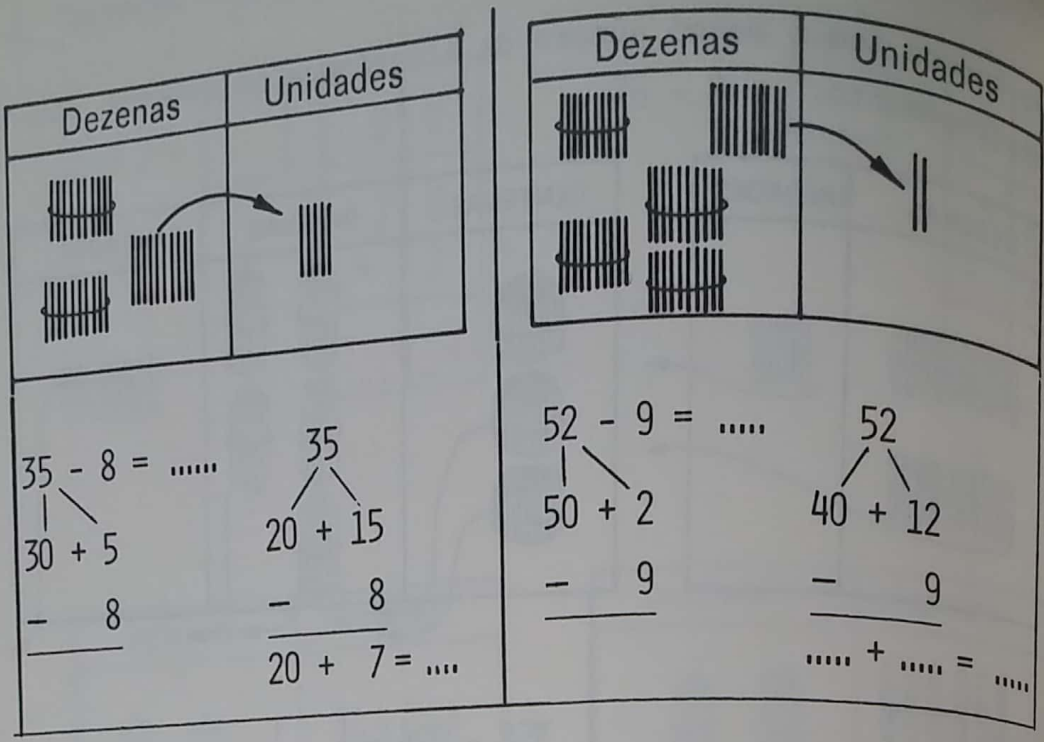
O programa da 1ª série só abrange até o primeiro exemplo anterior: numeração abaixo de cem, e sem reagrupamento. O segundo exemplo já é programa de 2ª série, porém é uma subtração que não apresenta dificuldades na resolução.

O Cartaz ou Caixa Lugar-Valor é um apoio excelente de concretização.

Como trabalhar com esse material na subtração?

Coloca-se o número de palitos expresso pelo minuendo na Caixa ou Cartaz. Retira-se dali o número de palitos expresso pelo subtraendo. As flechas indicam a retirada das unidades, dezenas e centenas do minuendo.

4. Para efetuar a subtração onde há necessidade de reagrupamento, usamos o Cartaz ou Caixa Lugar-Valor (CLV).



Observando o Cartaz Lugar-Valor com o número de palitos correspondentes ao minuendo, você vê que só poderá tirar 8 unidades se desenlaçar uma dezena para juntar esta a 5 unidades, perfazendo 15 unidades. Feito isso, efetuará, então, a operação.

Da mesma forma, procederá com o segundo exemplo.

Outros exemplos :

74 - 9 = ...	85 - 7 = ...	86 - 8 = ...
97 - 8 = ...	74 - 9 = ...	76 - 9 = ...
83 - 7 = ...	92 - 8 = ...	65 - 7 = ...

Efetue estas subtrações, usando o C.L.V. e os palitos enlaçados, pois assim o fazendo você ganhará segurança para demonstrar noções a seus alunos.

5. Nos exemplos seguintes não há novidades; apenas o minuendo e o subtraendo têm o mesmo número de algarismos.

61 — 37 = ...

60 + 1	50 + 11	61
— 30 + 7	— 30 + 7	— 37

72 — 45 = ...

70 + 2	60 + ...	72
— 40 + 5	— 40 + ...	— 45

Usando a decomposição em ambos os termos da subtração, tem-se oportunidade de compreender como se processa o reagrupamento para efetuar a subtração. Aos poucos vai-se levando o cálculo para a forma abreviada.

Exemplos:

36 - 18 = ...	45 - 37 = ...	96 - 69 = ...
75 - 49 = ...	86 - 47 = ...	93 - 86 = ...
96 - 38 = ...	76 - 39 = ...	81 - 47 = ...
84 - 57 = ...	73 - 48 = ...	62 - 39 = ...

6. Os numerais são maiores, mas a dificuldade é a mesma do exercício anterior.

Efetue:

$$\begin{array}{r} 200 + 40 + 8 \\ -100 + 30 + 9 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 + 30 + 18 \\ -100 + 30 + 9 \\ \hline 100 + 0 + 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 248 \\ -139 \\ \hline 109 \end{array}$$

NOTA: Use o C.L.V. e acompanhe o trabalho realizado com os numerais.

Exemplos:-

235 - 127 =	476 - 258 =
845 - 718 =	641 - 329 =

7. A dificuldade, agora, é maior. Há reagrupamento em duas ordens sucessivas: unidades e dezenas.

Treinemos um exercício preparatório para estes casos:

$$200 = 100 + 100 = 100 + 90 + 10$$

$$300 = 200 + 100 = 200 + 90 + 10$$

$$400 = 300 + 100 = 300 + 90 + 10$$

303 — 149 = ...

$$\begin{array}{r} 300 + 0 + 3 \\ -100 + 40 + 9 \\ \hline ?\quad ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} \boxed{200 + 90 + 13} \\ 300 + 0 + 3 \\ -100 + 40 + 9 \\ \hline \text{.....} + \text{....} + \text{...} = \text{......} \end{array}$$

Exemplos :

405 - 277 = ...   365 - 179 = ...   496 - 299 = ...
618 - 519 = ...   248 - 149 = ...   634 - 276 = ...

8. As subtrações apresentam zeros sucessivos no minuendo. Os exercícios preliminares do caso anterior são aplicados novamente nestas subtrações:

Efetue as subtrações :

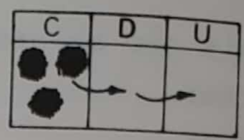
200 — 145 = ...

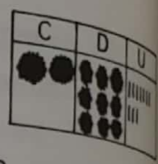
$$\begin{array}{r} 100 + 90 + 10 \\ 200 + \ \ 0 + \ \ 0 \\ -100 + 40 + \ \ 5 \\ \hline \end{array}$$

....+....+... =

$$\begin{array}{r} {}^{1}2\,{}^{9}0\,{}^{10}0 \\ -1\ 4\ 5 \\ \hline \end{array}$$

300 — 232 = ...





$$\begin{array}{r} 300 \\ -232 \\ \hline \end{array}$$

Se houver dúvidas, recomendamos voltar à Caixa ou Cartaz Lugar-Valor ou ao papel xadrez recortado.

É impotante que se compreenda exatamente o que está ocorrendo quando se efetua a operação. A velocidade é adquirida com o treino.

Efetue:

500 - 247 = ...   400 - 261 = ...   200 - 175 = ...
800 - 302 = ...   600 - 344 = ...   300 - 193 = ...
900 - 219 = ...   700 - 417 = ...   400 - 271 = ...

NOTA: Para subtrair com reagrupamento basta ler o algarismo que precisa de reagrupamento como recebendo 10 unidades da ordem imediatamente superior e diminuir uma unidade dessa ordem.

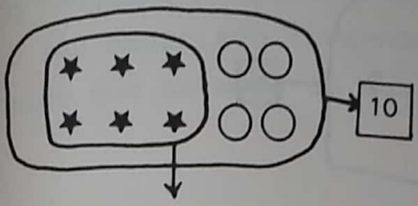
Para finalizar, efetue estes exercícios:-

302730 - 28365 = ...
497306 - 49187 = ...
234271 - 132574 = ...

PROVA

Para você saber se acertou a subtração, faça a prova.

Observe:-



$$10 - 6 = 4$$
$$10 - 4 = 6$$
$$4 + 6 = 10$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -6 \\ \hline 4 \end{array} \quad 10$$

Olhando estes exemplos tão simples, o aluno pode concluir sozinho que, somando o subtraendo ao resto, está tirando a prova da subtração.

Subtraendo + resto = minuendo.

Exemplo : de 1.347 vamos tirar 295.

$$\begin{array}{r} 1347 \\ -295 \\ \hline 1052 \end{array} \quad 1.347$$

Tirando a prova, temos certeza da exatidão do cálculo.

PRINCIPAIS USOS DA SUBTRAÇÃO

- conhecida a potência do conjunto e a do subconjunto, achar a potência do conjunto complementar.

- conhecida a potência do conjunto e a do conjunto complementar, descobrir a potência do subconjunto.

- conhecidas as potências de dois conjuntos, saber a diferença entre elas ou quanto a maior excede a menor.

IDÉIAS INERENTES AOS PROBLEMAS

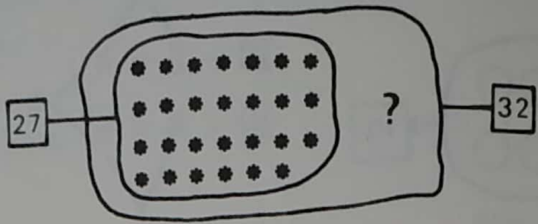
Há três idéias principais nos problemas de subtração:

- idéia subtrativa,
- idéia comparativa, e
- idéia aditiva.

A - Idéia subtrativa. O problema de idéia subtrativa, que não apresenta dificuldades, pede para achar o conjunto complementar retirado o subconjunto.

Exemplo: uma sala de aula completa tem 32 alunos. Feita a chamada, verificou-se que 27 alunos estavam presentes. Quantos alunos faltaram?

Faça o gráfico:



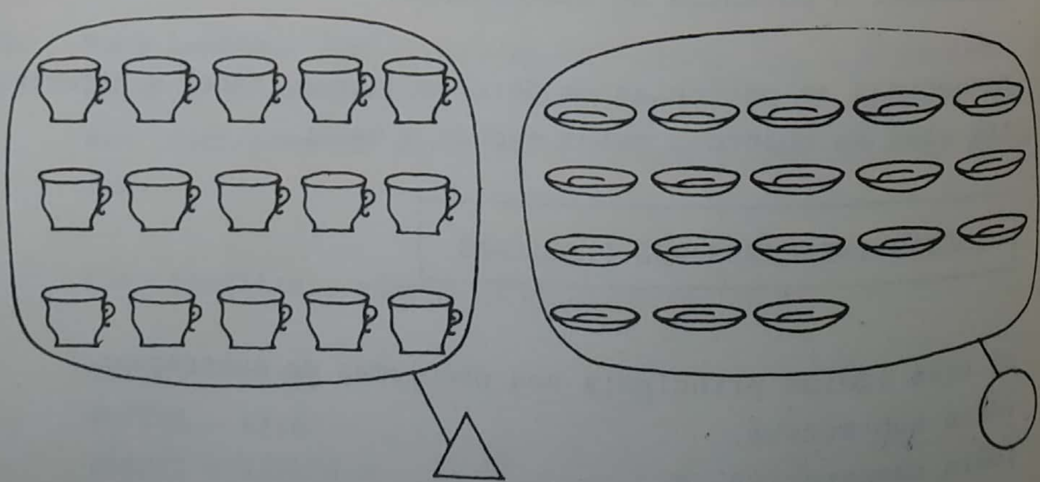
☐ = 32 - 27

☐ = ...

B - Idéia comparativa. O problema de idéia comparativa, em que são apresentados dois conjuntos, pede para encontrar a diferença de quantidades, de medidas, de quantias, de tempo, etc.

Exemplo: João tem um conjunto de xícaras e outro de pires. Pergunta-se: quantas xícaras há mais que pires?

Corresponda "um a um" os elementos dos dois conjuntos.



Enlace o subconjunto dos pires que receberam xícaras.

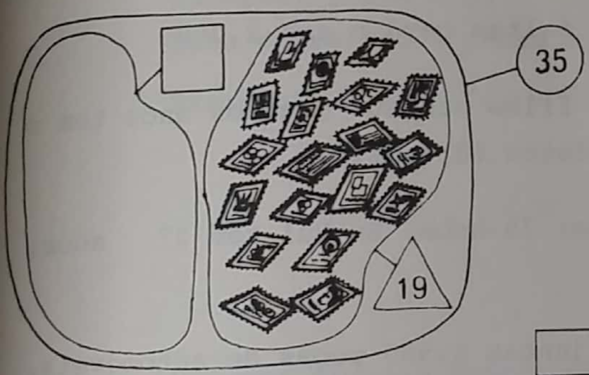
Quantos pires não receberam xícaras? __________

Olhando a correspondência e o subconjunto de pires enlaçado você deve concluir que estamos no primeiro caso da subtração: do conjunto maior, tirar o subconjunto. O que sobra, neste caso, é a diferença; é quanto o maior tem a mais que o menor.

C - Idéia aditiva. O problema de idéia aditiva, em que se conhece o conjunto complementar, pede para achar o subconjunto. Apenas o seu enunciado leva-nos a sentir o conjunto complementar como algo que se soma ao subconjunto.

PROBLEMAS

Paulo gosta de colecionar selos. Já possuía alguns e depois ganhou mais 19. Ficou, então, com 35. Quantos selos ele tinha antes?



Passando o enunciado para linguagem simbólica, temos a expressão:

$\square + 19 = 35$

Como já sabemos:

$\square + 19 = 35$ — $35 - 19 = \square$ / $35 - \square = 19$

O enunciado dá margem a uma expressão aditiva. Mas, como conhecemos a operação inversa, resolvemos a expressão usando a subtração. O relacionamento dos termos é um exercício bastante eficiente na resolução de problemas.

Assim sendo, $\square + 19 = 35$

$35 - 19 = \square$

$35 - 19 = 16$

Resposta: tinha 16 selos o colecionador.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1 - A soma de dois números é 375. Um deles é 49. Qual é o outro?

2 - Uma caixa de frutas pesa 85 quilogramas; vazia pesa 7 quilogramas. Qual é o peso das frutas da caixa?

3 - Um negociante vendeu 3.500 isqueiros numa semana. Quantos ainda restam para vender se o estoque era de 5.000 isqueiros?

4 - Uma pessoa devia Cr$ 2.740,00. Pagou Cr$ 975,00. Quanto ainda deve?

5 - O caminhão carregou 13 toneladas de carga. Já descarregou 8.540 quilogramas. Quantos quilogramas ainda restam no caminhão?

6 - Estamos em 1976. Quantos anos faltam para o ano 2.000?

7 - Um pai tinha 24 anos quando o filho nasceu. Quantos anos tem o filho agora, se o pai já completou 68 anos?

8 - Rui e José somaram suas idades: 75 anos. Se Rui tem 37 anos, qual é a idade de José?

9 - Duas fábricas confeccionaram juntas 1.580 peças de automóveis. Se uma fez 980 peças, quantas fez a outra fábrica?

10 - Na chácara de Marcos há 3.700 pés de café plantados. Este ano a geada matou 1.900 cafeeiros. Quantos pés de café se salvaram da geada?

11 - Uma escada tem 69 degraus e outra 45. Quantos degraus a mais tem a escada maior?

12 - O Pico de Roraima tem 2.640 metros. O Pico da Bandeira tem 2.890 metros. Quantos metros o Pico da Bandeira é mais alto que o Pico de Roraima?

13 - O rio Amazonas, o segundo do mundo em comprimento, mede 6.275 km de extensão. O rio São Francisco tem 3.160 km. Quantos quilômetros o rio Amazonas é maior que o rio São Francisco?

14 - Tenho dois livros: um com 475 páginas e outro com 790. Quantas páginas de diferença tem o maior?

15 - Uma pessoa ganha Cr$ 720,00 por mês; outra ganha a importância de Cr$ 685,00. Quanto a menos ganha a segunda pessoa?

Expressões

Chamamos de expressão a um conjunto de números ligados por sinais de operação.

Exemplo: $5 + 4 - 3$.

Esta expressão é chamada numérica ou aritmética.

Exemplo:
$$4 + 6 - (2 + 3)$$
$$4 + 6 - 5$$
$$10 - 5 = 5$$

Vejamos algumas expressões:

A. $7 + (8 + 6 - 4) + 12$

B. $(9 + 1) + (6 - 1) + (5 + 2 - 3)$

C. $3 + (9 - 3) + (7 + 2 - 3) - 1$

D. $4 + (7 + 3 - 9) - 5$

Para indicarmos o que fazer em primeiro lugar, usamos ( ) parênteses; o que fazer em segundo lugar, usamos [ ] colchetes; e o que fazer em terceiro lugar, usamos { } chaves.

A. $7 + [8 + (3 + 4)] - (5 - 4) =$

$7 + [8 + 7] - 1 =$

$7 + 15 - 1 = 21$

B. $15 + \{ \left[8 + (4 - 2) \right] + 7 \} - 22$

$15 + \{ \left[8 + 2 \right] + 7 \} - 22 =$

$15 + \{ 10 + 7 \} - 22 =$

$15 + 17 - 22 = 10$

C. $5 - \{ \left[3 + (5 - 2) \right] - 4 \} =$

$5 - \{ \left[3 + 3 \right] - 4 \} =$

$5 - \{ 6 - 4 \} =$

$5 - 2 = 3$

Se ainda precisar praticar, refaça os exercícios anteriores, mas sem olhá-los. Depois, tente efetuar as expressões seguintes:

E. $\{ (2 + 3 - 1) + \left[3 - (5 - 2) \right] \} - 4 =$

F. $\{ (3 - 1) + \left[4 - (3 + 5 - 6) \right] \} =$

RESPOSTAS AOS PROBLEMAS E EXPRESSÕES DAS PÁGINAS PRECEDENTES

Problemas:

1 - O outro número é 326.

2 - As frutas pesam 78 quilogramas.

3 - Restam 1.500 isqueiros para vender.

4 - Deve ainda Cr$ 1.765,00.

5 - Restam no caminhão 4.460 quilogramas.

6 - Faltam 24 anos para o ano 2.000.

7 - O filho tem 44 anos.

8 - José tem 38 anos.

9 - A outra fábrica confeccionou 600 peças.

10 - Salvaram-se 1.800 pés de café.

11 - A escada maior tem 24 degraus a mais.

12 - O Pico da Bandeira é 250 m mais alto que o Pico de Roraima.

13 - O rio Amazonas é maior que o rio São Francisco 3.115 km.

14 - O livro maior tem 315 páginas a mais.

15 - A segunda pessoa ganha Cr$ 35,00 menos.

Expressões:

A. 29

B. 19

C. 14

D. 0

E. 0

F. 4

VII - PÓS-TESTE

Leia com calma e atenção as questões abaixo e, em seguida, responda as perguntas feitas. Felicidades a você!

1 - OBSERVE E DIGA QUAL É A PROPRIEDADE QUE ESTÁ APLICADA NO EXERCÍCIO SEGUINTE:

$$12 + (48 + 20) = (12 + 48) + 20$$

Resposta: --

2 - PARA QUE SERVEM ESTES EXERCÍCIOS?

$$200 = 100 + 100 = 100 + 90 + 10$$

$$500 = 400 + 100 = 400 + 90 + 10$$

Resposta: --

----

3 - E OS EXERCÍCIOS ABAIXO, PARA QUE SERVEM?

$9 + 6$

$9 + 1 + 5$

$10 + 5 =$

Complete:

$8 + 7$

$8 + \ldots + \ldots$

$\ldots + \ldots = \ldots$

Resposta: --

----

4 - FAÇA A OBJETIVAÇÃO PARA $45 + 27$, USANDO O CARTAZ LUGAR-VALOR.

DEZENA	UNIDADE

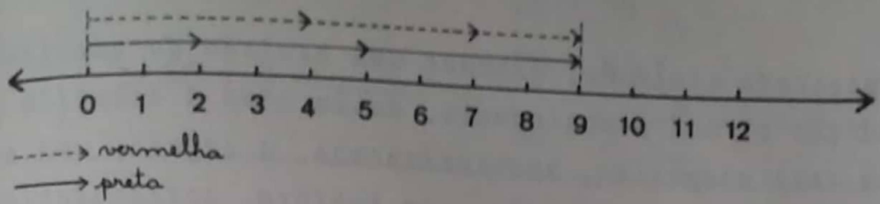
5 - QUE PROPRIEDADE ESTÁ SIMBOLIZADA AQUI ?

$25 + 3 = 28$; $25 \in N$; $3 \in N$; $28 \in N$

Resposta: --

----

6 - QUE PROPRIEDADE ESTÁ SENDO DEMONSTRADA NA RETA NUMERADA?



Resposta: ______________________________

7 - UMA FÁBRICA FEZ 2.003 PEÇAS PELA MANHÃ e 1.538 À TARDE. NO DIA SEGUINTE FEZ 2.304 PELA MANHÃ E 785 À TARDE.
EM QUE DIA ELA PRODUZIU MAIS: NO 1º OU NO 2º DIA?
E QUANTO PRODUZIU A MAIS?

Resposta: ______________________________
____

8 - SE, COM Cr\$ 50,00 VOCÊ PAGAR UMA DESPESA DE Cr\$ 37,50 E EU COM Cr\$ 20,00 PAGAR UMA DESPESA DE Cr\$ 9,50 , QUAL DE NÓS DOIS FICARÁ COM O TROCO MAIOR? E QUANTO A MAIS?

Resposta: ______________________________

9 - RESOLVA: $[18 + (3 + 3 - 5)] - \{27 - [3 + (8 - 2)]\} =$

10 - RESOLVA: $\{[(8 - 4 + 3) + 6 - (3 + 4 - 2)] + 1\} - 9 =$

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

No presente capítulo, faremos uma revisão do que foi tratado sobre adição e suas propriedades, assim como a respeito de subtração. Com esse propósito, apresentaremos, a seguir, uma série de perguntas, cujas respostas serão, com certeza, satisfatoriamente dadas por você, desde que releia o capítulo VI.

1 - AO JUNTAR, NUM SÓ CONJUNTO, OS ELEMENTOS DE DOIS OU TRÊS CONJUNTOS, VOCÊ FEZ A OPERAÇÃO ______________________.

2 - LEVANDO EM CONTA OS CARDINAIS DESSES CONJUNTOS, VOCÊ ACHARÁ O CARDINAL DO CONJUNTO REUNIÃO. COMO SE CHAMA ESSA OPERAÇÃO?
R.:______________________.

3 - COMO VOCÊ DEFINE A OPERAÇÃO ADIÇÃO ? - R.: ________________
____
____

4 - COMO SE CHAMAM OS TERMOS DA ADIÇÃO ? - R.: ________________
____

Complete:

$$\begin{array}{r l} 128 & - \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \\ +31 & - \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \\ \hline 159 & - \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \end{array}$$

5 - QUAL É A DIFERENÇA ENTRE SOMA E ADIÇÃO? - R.: _______________
____

6 - COMO SE ACHA A SOMA DE 5 + 6 NA TÁBUA OPERATÓRIA DA ADIÇÃO?
R.: ____
____

7 - COMPLETE:

5 + 3 = 8	7 + 6 = 13
15 + 3 = ...	17 + 6 = ...
25 + 3 = ...	27 + 6 = ...

8 - SIGA O MODELO NESTAS ADIÇÕES, COMPLETANDO AS OPERAÇÕES:

48 + 21

40 + 8
20 + 1 > 60 + 9 = ...

29 + 35

20 + 9
30 + 5 > ------------------

47 + 15

40 + 7
......+...... > ------------

68 + 24

......+......
......+...... > ------------------

9 - SIGA O MODELO E COMPLETE:

9 + 6

9 + 1 + 5

10 + 5 = 15

7 + 8

......+.....+......

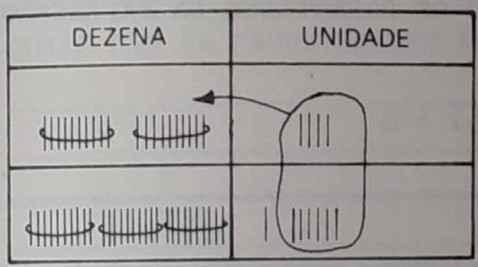
........+........

8 + 5

......+.....+......

........+........

10 - EFETUE, EM NUMERAIS, O QUE ESTÁ REPRESENTADO NO CLV:



\+ ----------

\+ ----------
----

11 - EFETUE A ADIÇÃO SEGUINTE, COLOCANDO AS PARCELAS NO QUADRO AO LADO:

2075 + 300 + 2000 + 29 = ----------

UM	C	D	U

12 - DIGA QUAL FOI A PROPRIEDADE APLICADA NESTA ADIÇÃO:

7 + 4 = 4 + 7 = 11

R.: --

13 - DIGA QUAL É A PROPRIEDADE QUE ESTÁ SENDO ANALISADA NO EXEMPLO SEGUINTE:

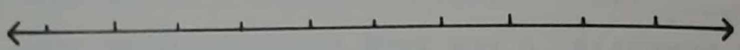
$3 \in N \qquad 7 \in N \qquad 3 + 7 = 10 \qquad 10 \in N$

R.:

14 - ESCREVA, EM LINGUAGEM CORRENTE, O QUE ESTÁ REPRESENTADO ABAIXO:

$\# D = 7 \qquad \# E = 9 \qquad \# (\underline{D} \cup \underline{E}) = \# (\underline{E} \cup \underline{D})$

15 - PROVE, NA RETA NUMERADA, QUE $5 + 2 = 2 + 5$.



16 - DIGA QUE PROPRIEDADE DA ADIÇÃO OS PARÊNTESES DA EXPRESSÃO ABAIXO ESTÃO INDICANDO:

$$4 + (5 + 6) = (4 + 5) + 6$$

R.:

17 - LEIA, E DEPOIS ESCREVA COM PALAVRAS, ESTAS EXPRESSÕES:

$$(\# A + \# B) + \# C = \# A + (\# B + \# C)$$

R.:

18 - DIGA QUAL É A PROPRIEDADE DA ADIÇÃO QUE ESTÁ APLICADA NESTE EXERCÍCIO:

$\# A = 3 \qquad \# B = 0 \qquad \# (\underline{A} \cup \underline{B}) = 3$

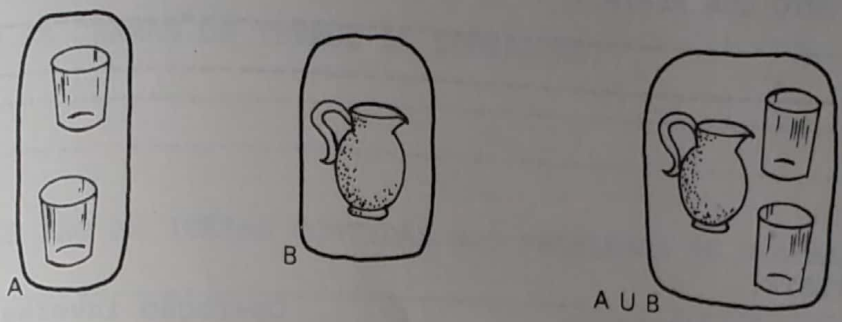
$3 + 0 = 3$

R.:

19 - LEIA O QUE SE REPRESENTOU SIMBOLICAMENTE NA QUESTÃO 18 E ESCREVA, ABAIXO, COM PALAVRAS:

R.:

20 - REPRESENTE, SIMBOLICAMENTE, A PROPRIEDADE DO "SUCESSOR DE":



21 - QUAIS SÃO AS PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DA ADIÇÃO?

22 - ESCREVA A DEFINIÇÃO DE SUBTRAÇÃO.

23 - COMO SE TIRA A PROVA DA SUBTRAÇÃO ?

24 - QUE IDÉIA ESTÁ ENVOLVIDA NESTE PROBLEMA DE SUBTRAÇÃO ?
- JOSÉ TEM 15 BALAS DE CHOCOLATE E JOÃO TEM 32. QUANTAS BA-
LAS JOÃO TEM MAIS QUE JOSÉ ?

----

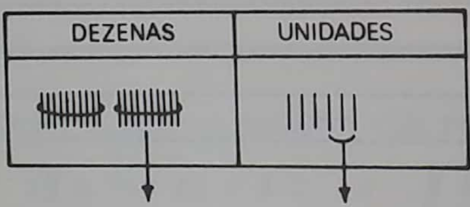
25 - SE DE UM CONJUNTO RETIRAMOS UM SUBCONJUNTO, QUAL É O NOME DO
CONJUNTO QUE RESTA ?

----

26 - COMPLETE:

Operação direta	Operação inversa
45 + 20 = 62	-----------------
65 + 15 = -----	-----------------
25 + 12 = -----	-----------------

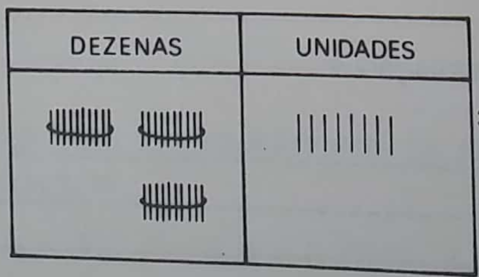
27 - EFETUE EM NUMERAIS:



...... - ...... = ...

\- ----------
----

28 - REPRESENTE NO CLV A SUBTRAÇÃO INDICADA ABAIXO:



38 - 19

RESPOSTA

CARTAZ LUGAR-VALOR

DEZENAS	UNIDADES

----

29 - EFETUE:

4005 - 2709 =

85050 - 19700 =

930763 - 680491 =

30 - COMO SE CHAMAM OS TERMOS DA SUBTRAÇÃO?

---

31 - QUAIS SÃO AS IDÉIAS CONTIDAS NOS PROBLEMAS DE SUBTRAÇÃO?

---

32 - RESOLVA ESTAS EXPRESSÕES:

$\{213 - [(14+7) - (11-3)]\} =$

$\{(8+5) - [6 - (10-9)]\} =$

33 - JÚLIO COMPROU UMA RADIOLA POR Cr$ 1.250,00. GASTOU EM DISCOS Cr$ 450,00. QUAL FOI A SUA DESPESA TOTAL?

34 - SE RUI DER A JOSÉ Cr$ 50,00 AMBOS FICARÃO COM A MESMA QUANTIA. SE JOSÉ DER A RUI Cr$ 50,00 JOSÉ FICARÁ SEM NADA. QUANTO POSSUI CADA UM?

35 - QUAL É O NÚMERO QUE ADICIONADO A 18.345 RESULTARÁ 18.001.003?

RESPOSTAS ÀS QUESTÕES APRESENTADAS NO CAPÍTULO VIII DE PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE.

Conforme as soluções que se seguem com as anteriormente dadas por você aos quesitos sobre adição, suas propriedades e subtração.

1 - União ou Reunião.

2 - Adição.

3 - Adição é a operação que tem por fim reunir em um só número todas as unidades contidas em vários outros.

4 - Os termos da adição chamam-se: parcela, soma ou total.

$$\begin{array}{rl} 128 & \text{- parcela} \\ +\ 31 & \text{- parcela} \\ \hline 159 & \text{- soma ou total.} \end{array}$$

5 - É a seguinte a diferença entre soma e adição: soma é o resultado da operação e adição é a operação.

6 - Acha-se a soma de 5 + 6 na tábua operatória da adição procurando o ponto comum ou de intersecção da coluna 5 e da linha 6. (Vale expressão análoga.)

7 - Completamento:

5 + 3 = 8	7 + 6 = 13
15 + 3 = 18	17 + 6 = 23
25 + 3 = 28	27 + 6 = 33

8 - Completamento:

40 + 8 20 + 1 > 60 + 9 = 69	20 + 9 30 + 5 > 50 + 14 = 64
40 + 7 10 + 5 > 50 + 12 = 62	60 + 8 20 + 4 > 80 + 12

9 - Completamento, conforme modelo:

9 + 6	7 + 8	8 + 5
9 + 1 + 5	7 + 3 + 5	8 + 2 + 3
10 + 5 = 15	10 + 5 = 15	10 + 3 = 13

10 - Adição representada no CLV:

$$\begin{array}{lr} 20 + 4 & \overset{1}{2}4 \\ 30 + 7 & +\,37 \\ \hline & 61 \end{array}$$

11 - Adição efetuada no quadro:

	UM	C	D	U
	2	0	7	5
		3	0	0
	2	0	0	0
+			2	9
	4	4	0	4

12 - Foi aplicada a propriedade comutativa nesta adição:

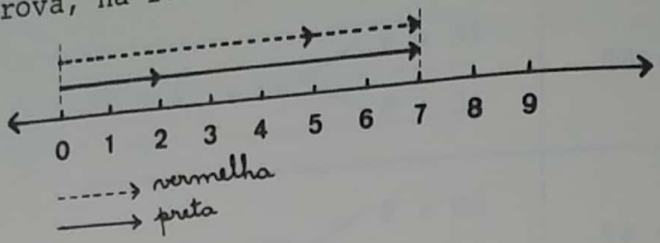
7 + 4 = 4 + 7 = 11

13 - No exemplo dado, está sendo analisada a propriedade do fechamento. Os termos e a resposta da operação estão no mesmo conjunto.

14 - Linguagem corrente da representação :

Cardinal de D é igual a sete; cardinal de E é igual a nove; cardinal de D união a E é igual a cardinal de E união a D.

15 - Prova, na reta numerada:



16 - Estão indicando a propriedade associativa da adição.

17 - Cardinal de A mais cardinal de B somado com o cardinal de C é igual a cardinal de A adicionado à soma de cardinal de B mais cardinal de C.

18 - Propriedade do elemento neutro.

19 - Cardinal de A é igual a três;
Cardinal de B é igual a zero;
Cardinal de A união com B é igual a três;
Três mais zero é igual a três.

20 - Representação simbólica:
$\# A = 2$
$\# B = 1$
$\# (A \cup B) = 3$

21 - Propriedades estruturais da adição:
. Propriedade do Fechamento.
. Propriedade Comutativa.
. Propriedade Associativa.
. Propriedade do Elemento Neutro.
. Propriedade do "Sucessor de".

22 - Subtração é a operação que tem por finalidade, dados dois números numa certa ordem (o primeiro chamado minuendo e o segundo, subtraendo), achar um terceiro número (chamado resto ou excesso ou diferença) que somado com o segundo número resulta igual ao primeiro.

23 - Tira-se a prova da subtração somando o minuendo ao resto. O total encontrado deve ser igual ao minuendo.

24 - No problema apresentado está envolvida a "idéia comparativa".

25 - Resta o conjunto complementar.

26 - Completamento:

Operação direta:

$42 + 20 = 62$

$65 + 15 = 80$

$25 + 12 = 37$

Operação inversa:

$62 - 20 = 42$

$80 - 15 = 65$

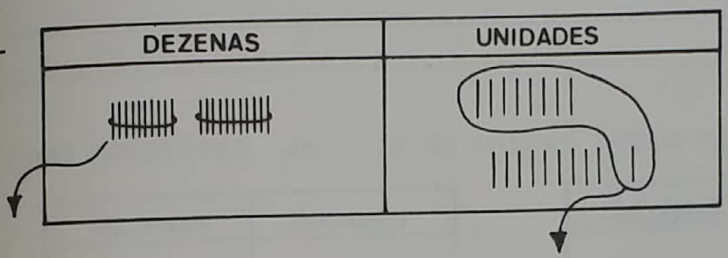
$37 - 12 = 25$

27 - Efetuada em numerais:

$26 - 13 = 13$

$$\begin{array}{r} 26 \\ -\ 13 \\ \hline 13 \end{array}$$

28 -



$$\begin{array}{r} {}^{2}\cancel{3}\,{}^{18}8 \\ -\ 1\ 9 \\ \hline 1\ 9 \end{array}$$

29 - Operações efetuadas:

$$\begin{array}{r} {}^{3}\cancel{4}\,{}^{9}\cancel{0}\,{}^{9}\cancel{0}\,{}^{15}5 \\ -\ 2\ 7\ 0\ 9 \\ \hline 1\ 2\ 9\ 6 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} {}^{7}\cancel{8}\,{}^{14}\cancel{5}\,{}^{10}0\ 5\ 0 \\ -\ 1\ 9\ 7\ 0\ 0 \\ \hline 6\ 5\ 3\ 5\ 0 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} {}^{8}\cancel{9}\,{}^{13}3\ 0\ {}^{6}\cancel{7}\,{}^{16}6\ 3 \\ -\ 6\ 8\ 0\ 4\ 9\ 1 \\ \hline 2\ 5\ 0\ 2\ 7\ 2 \end{array}$$

30 - Os termos da subtração chamam-se: minuendo, subtraendo e resto ou excesso ou diferença.

31 - Idéias contidas nos problemas de subtração:

. idéia subtrativa;

. idéia comparativa;

. idéia aditiva.

32 - Resolução de expressões:

$\{213 - [(14 + 7) - (11 - 3)]\} =$

$\{213 - [21 - 8]\} =$

$\{213 - 13\} = 200$

$\{(8 + 5) - [6 - (10 - 9)]\} =$

$\{13 - [6 - 1]\} =$

$\{13 - 5\} = 8$

33 - Resposta: sua despesa total foi: Cr$ 1.700,00.

34 - Resposta: Rui tem Cr$ 150,00; José tem Cr$ 50,00.
Em numerais: Cr$ 50,00 de Rui mais Cr$ 50,00 de José fazem Cr$ 100,00. Rui tem, então, Cr$ 100,00 + Cr$ 50,00 que deu a José.

35 - O número é 17.982.658.

$$
\begin{array}{r}
{}^{7}\;{}^{9}\;{}^{9}\;{}^{10}\;{}^{9}\;{}^{9}\;{}^{13} \\
18001003 \\
-\quad 18345 \\
\hline
17982658
\end{array}
$$

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com calma e atenção as questões formuladas nesta prova. Em seguida, dê as respostas solicitadas com o propósito de acertá-las. Cremos que você se sairá bem neste trabalho. Boa sorte!

1 - QUAIS SÃO AS PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DA ADIÇÃO ?

2 - COMO OBJETIVAR 46 - 19 NO CARTAZ LUGAR-VALOR ?

DEZENAS	UNIDADES

$\longrightarrow$

DEZENAS	UNIDADES

ENLACE OS 19 PALITOS E FAÇA A INDICAÇÃO COM A SAGITAL.

3 - INDIQUE, COM PARÊNTESES, A PROPRIEDADE ASSOCIATIVA:

Exemplo: $4 + 7 + 6 = 4 + 7 + 6$

4 - QUE IDÉIAS ESTÃO IMPLÍCITAS NOS PROBLEMAS DE SUBTRAÇÃO ?

5 - UM SENHOR COMPROU UMA CASA POR Cr$ 82.000,00. GASTOU A IMPORTÂNCIA DE Cr$ 21.000,00 EM CONSERTOS. QUER NEGOCIÁ-LA PARA LUCRAR Cr$ 25.000,00 NA TRANSAÇÃO. POR QUANTO DEVE VENDÊ-LA ?

6 - QUAL É O NÚMERO QUE TEM 785 UNIDADES MAIS QUE 97?

7 - RESOLVA: $\{(32 - 11 - 5) + [(14 - 6 + 2) - (8 - 6 + 3)]\} =$

8 - REPRESENTE NA RETA NUMERADA: $(5 + 2) = (2 + 5)$.

9 - FAÇA A DECOMPOSIÇÃO DO MINUENDO PARA PODER INICIAR A SUBTRAÇÃO 303 - 149. EFETUE A SUBTRAÇÃO.

10 - EFETUE: 28 + 30 405 + 396 =

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTINE, Charles H.D. *Métodos Modernos para o Ensino da Matemática* (Multiple Methods of Teaching Mathematics In The Elementary School). 1ª ed. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A., 1970.

NEDEM - *Ensino Moderno da Matemática*. 1º Vol. - 1ª ed. Editora do Brasil, São Paulo, 1967.

Ensino Moderno da Matemática. 2º e 3º Vol. - Ensino Fundamental Comum. 1ª ed. Editora do Brasil, São Paulo, 1975.

Livros de 5ª série, Ensino Fundamental. Qualquer um, dentro da Teoria de Conjuntos, e recentemente editado.

XII - GLOSSÁRIO

A

ARTIFÍCIO ——— A arte de; meio de realização; maneira figurada de fazer algo; habilidade; tática.

C

CONFECCIONAR ——— Fabricar; fazer; executar; preparar.

CONFRONTAR ——— Comparar uma coisa com outra; conferir; examinar simultaneamente para conhecer as semelhanças, as diferenças ou relações.

D

DESENVOLTURA ——— Desembaraço; agilidade; presteza; rapidez.

E

ESTRATÉGIA ——— Meios empregados para sair-se de qualquer coisa; estratagema; tática; processo de realização; artifício.

F

FORMULAR ——— Expressar; manifestar; dizer; articular; redigir segundo as fórmulas; fazer.

I

INERENTE — Unido; ligado; inseparável; contido.

INTERSECÇÃO — Ponto de cruzamento; ponto de encontro; ponto comum a duas linhas que se cruzam.

O

OCORRER — Acontecer; suceder.

P

PECULIARIDADE — Particularidade; propriedade; qualidade de peculiar; característica; qualidade especial.

PRECEDENTE — Que vem ou fica antes; anterior; que precede; antecedente; posto antes; anteposto.

Q

QUESITO — Ponto em questão sobre que se pede a opinião de alguém; pergunta; indagação; interrogação, item.

S

SEGMENTO — Secção; divisão; a parte; porção; repartição; "Segmento de reta A B é o conjunto dos pontos A e B e todos os pontos compreendidos entre A e B".

T

TERMO — final; término; fim: levou a bom termo o seu encargo; Pl. Os elementos ou unidades relacionados entre si em virtude de uma correspondência lógica ou matemática; ex.: os extremos e os meios de uma proporção; os números envolvidos numa operação.

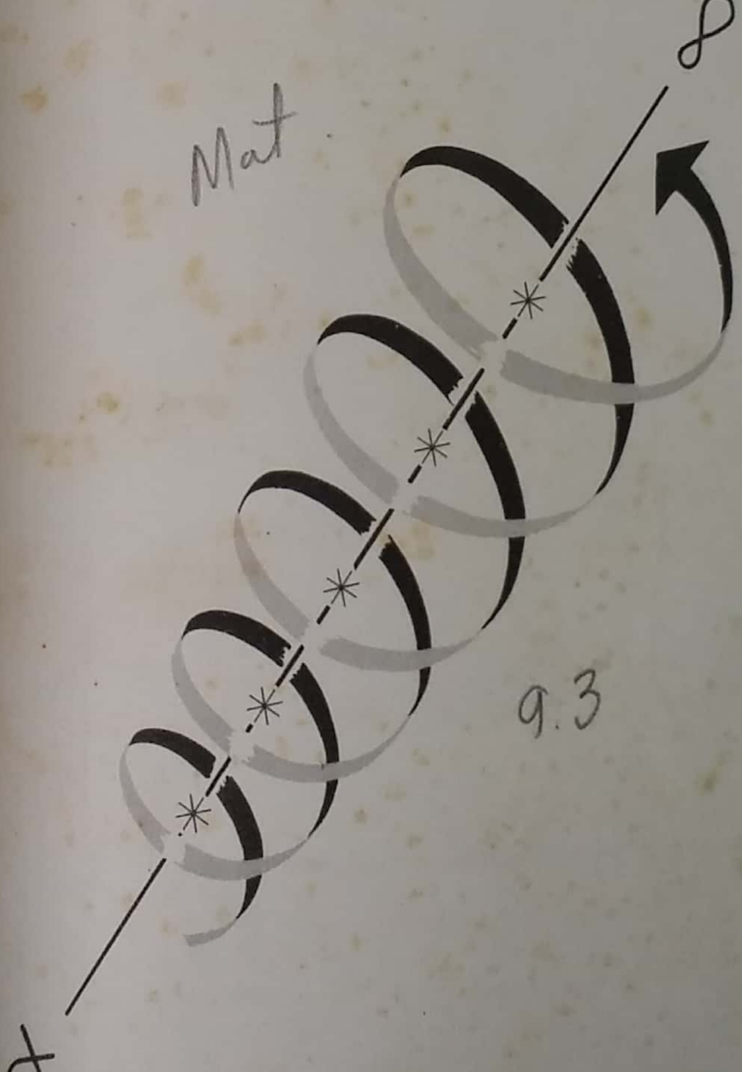
PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

Waldemar

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

Mat



9.3

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "*HAPRONT*"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste; procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores-cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "*HAPRONT*" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS - MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

MÓDULO Nº 9.3

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS
- MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO -

I - ASSUNTO: OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO
- PROPRIEDADES ESTRUTURAIS -

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS: OPERAÇÃO ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS.

IV - OBJETIVOS:

1. OBJETIVO GERAL:

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2. OBJETIVO TERMINAL:

Operar com números, resolvendo situações-problema e utilizando suas propriedades e técnicas operatórias com precisão.

3. OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS:

a) Operar corretamente multiplicação e divisão no conjunto dos números naturais.

b) Reconhecer e aplicar as propriedades estruturais da multiplicação.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção as questões deste Pré-Teste e as resp
da com letra bem legível, escrevendo aquilo que tiver certez
Não dê respostas impensadas se só tem o propósito de não
xar em branco quaisquer perguntas. Também não use borracha
ra rasuras. Isso tudo observado, inicie, então, esta prova,
tenha boa sorte no seu trabalho.

1 - EFETUE: 9 765 x 7 =

2 - OPERE: 49 091 ÷ 7 =

3 - EFETUE: 306 x 86 =

4 - OPERE: 20 416 ÷ 29 =

5 - RESOLVA: $20 + \left[15 - (6 \div 3 \times 4) \right] - 48 \div 6 =$

6 - COMPREI 3 SACAS DE CAFÉ DE 60 Kg POR Cr$ 4 500,00.
QUANTO PAGUEI POR QUILOGRAMA?

7 - JOÃO FOI AO CORREIO E REGISTROU 35 PACOTES, USANDO 3 SELOS DE Cr$ 2,00 EM CADA UM. QUANTO GASTOU ?

8 - UM NEGOCIANTE VENDEU SEU ESTOQUE DE 6 432 SACAS DE CEREAIS EM TRÊS VEZES. NA SEGUNDA VENDEU O DOBRO DE SACAS QUE HAVIA VENDIDO NA PRIMEIRA, E NA TERCEIRA VEZ VENDEU O TRIPLO DO QUE HAVIA VENDIDO NA PRIMEIRA.
QUANTAS SACAS VENDEU NAS TRÊS VEZES?

9 - DIGA QUE PROPRIEDADE ESTÁ APLICADA AQUI:

$$3 \times (4 + 2) = 12 + 6 = 18$$

----

10 - A DIVISÃO GOZA DA "PROPRIEDADE DO FECHAMENTO"? EXEMPLIFIQUE.

GABARITO DO PRÉ-TESTE

1 - 68 355

2 - 7 013

3 - 26 316

4 - 704

5 - 19

6 - Cr$ 25,00 o quilograma.

7 - Cr$ 210,00

8 - 1ª = 1.072; 2ª = 2.144; 3ª = 3.216

9 - Propriedade Distributiva da multiplicação, em relação à adição.

10 - Não.
Exemplo nosso: $8 \div 9 = \frac{8}{9}$ $8 \in N$; $9 \in N$; $\frac{8}{9} \notin N$
Os termos pertencem a N; a resposta não pertence ao conjunto N.

NOTA: Os numerais podem ser outros, contanto que a divisão não seja exata.

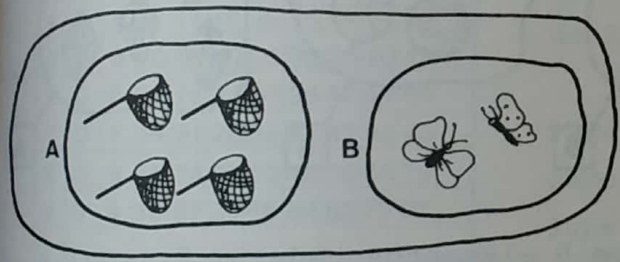
VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS - OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO

No presente estudo, revisaremos as operações multiplicação e divisão, assim como trataremos das suas propriedades estruturais.

No módulo anterior, vimos que se pode objetivar a adição desenhando conjuntos disjuntos, isto é, conjuntos com elementos diferentes. Aprendemos que, fazendo-se a contagem de todos os elementos do primeiro conjunto e mais todos os elementos do segundo conjunto, obtém-se a soma ou total. Vimos, também, na objetivação da subtração, que, retirando-se um subconjunto do conjunto, fica-se com o conjunto complementar.

OPERAÇÃO UNIÃO — Operação com conjuntos.

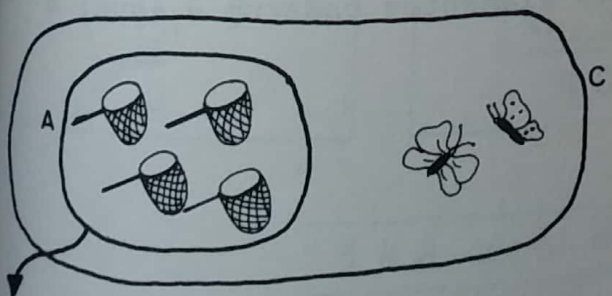


A ⋃ B = C

OPERAÇÃO ADIÇÃO — Operação com numerais.

A = 4   # B = 2   # C = 6   4 + 2 = 6

OPERAÇÃO DIFERENÇA — Operação com conjuntos.



Retirando-se o subconjunto A, resta o complementar de A, em relação a C.

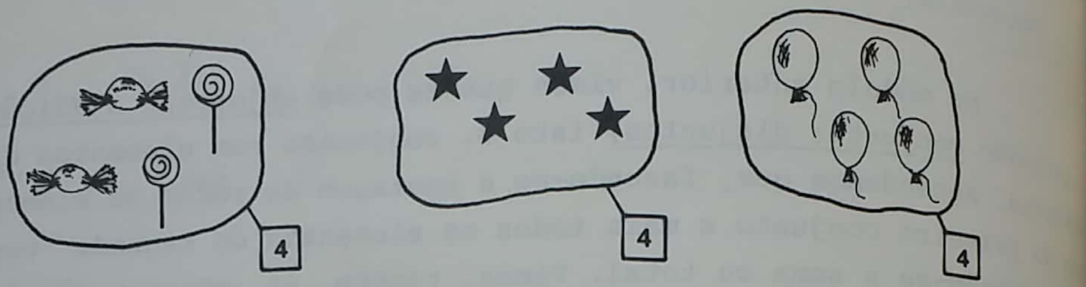
OPERAÇÃO SUBTRAÇÃO — Operação com numerais.

6 - 4 = 2

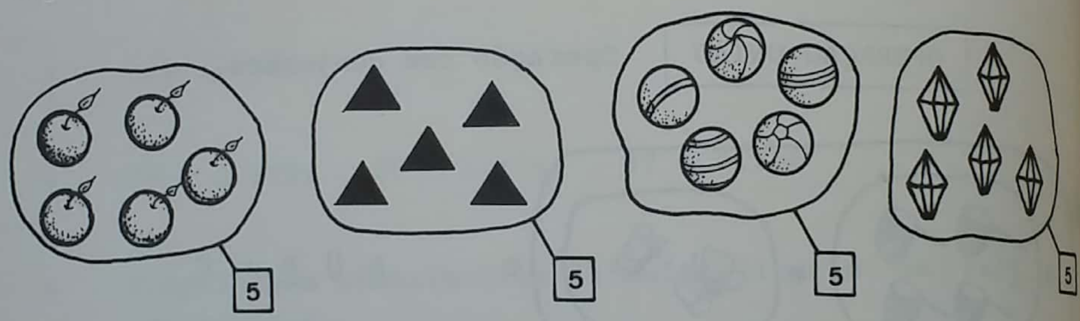
A = 6   # B = 4

Assim como objetivamos a adição e a subtração com a união e complementação de conjuntos, mostraremos, em módulos posteriores, a operação produto-cartesiano que objetiva a multiplicação. Por enquanto examinaremos a multiplicação como a operação que conta conjuntos equipotentes.

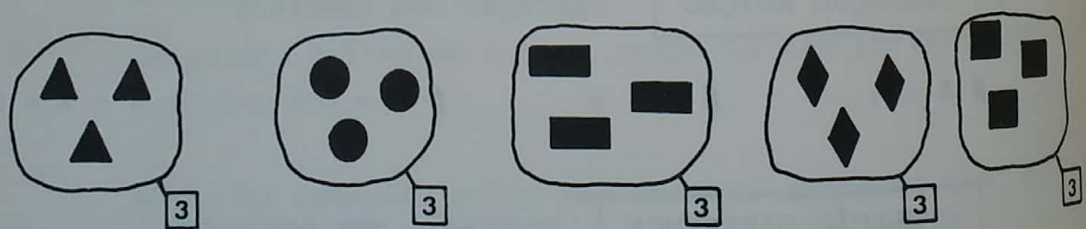
Exemplo:



$3 \times 4 = 12 \rightarrow$ 3 conjuntos com 4 elementos cada um é igual a um conjunto de 12 elementos.



$4 \times 5 = 20 \rightarrow$ 4 conjuntos com 5 elementos cada um é igual a um conjunto de 20 elementos.



$5 \times 3 = 15 \rightarrow$ 5 conjuntos com 3 elementos cada um é igual a um conujnto de 15 elementos.

Repetindo: $3 \times 4 = 12$

$4 \times 5 = 20$

$5 \times 3 = 15$

O primeiro numeral é o contador de conjuntos; o segundo é o cardinal dos conjuntos equipotentes. O sinal da operação multiplicação é $\boxed{\times}$, que se lê: "multiplicado por". Os números a multiplicar denominam-se fatores. O resultado da operação chama-se produto.

Tábua de multiplicação

Para operar é indispensável que se conheça de memória todos os produtos dos dez primeiros números, tomados dois a dois. A representação da multiplicação desses dez primeiros números, tomados dois a dois, é feita na "tábua de multiplicação".

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

A série de números naturais de 0 a 9 foi colocada na 1ª linha e na 1ª coluna.

Os produtos são encontrados na intersecção, quer dizer, no encontro de linhas e colunas.

Para achar o produto de 4 x 5, marcamos o ponto de intersecção da coluna 4 com a linha 5.

A multiplicação de quaisquer outros números é baseada no conhecimento dessa tábua.

Exemplo:

a)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 4} \\ 34\boxed{8} \\ \times\ \ \boxed{5} \\ \hline 0 \end{array} \qquad 5 \times 8$$

b)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,4} \\ 3\boxed{4}8 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 40 \end{array} \qquad 5 \times 4$$

c)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2} \\ \boxed{3}48 \\ 5 \\ \hline 1740 \end{array} \qquad 5 \times 3$$

$$\boxed{348 \times 5 = 1740}$$

Para memorizar todos esses produtos, é necessário o seguinte:

- objetivar a operação para facilitar a compreensão;
- graduar as dificuldades;
- adotar estratégias para vencer as dificuldades;
- representar geometricamente a multiplicação.

<u>NOTA</u>: quando se conhece a operação produto-cartesiano, inicia-se a objetivação usando a formação dos pares dos elementos entre elementos de dois conjuntos. Ex.: Com 3 saias e 2 blusas quantas possibilidades há para formar trajes?

1. OBJETIVAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO

a) Contar fichas, botões ou chapinhas de garrafa, em linhas e colunas.

Exemplo:

- Com 4 fichas:

● ● ● ●

1 linha
4 colunas

$1 \times 4 = 4$

● ●
● ●

2 linhas
2 colunas

$2 \times 2 = 4$

●
●
●
●

4 linhas
1 coluna

$4 \times 1 = 4$

- Com 5 fichas:

● ● ● ● ●

1 linha
5 colunas

$1 \times 5 =$

●
●
●
●
●

5 linhas
1 coluna

$5 \times 1 =$

- Com 6 fichas:

● ● ● ● ● ●

1 linha
6 colunas

$1 \times 6 =$

● ● ●
● ● ●

2 linhas
3 colunas

$2 \times 3 =$

● ●
● ●
● ●

3 linhas
2 colunas

$3 \times 2 =$

●
●
●
●
●
●

6 linhas
1 coluna

$6 \times 1 =$

Anotar todas as descobertas do dia e procurar repeti-las de memória.

b) Organizar fichas com recortes em linhas e colunas. Representar em numerais como os recortes são vistos dispostos nas fichas.

0 0 0 0 0 0 0 0	$2 \times 4 = 8$

1ª posição

0 0 0 0 0 0 0 0	$4 \times 2 = 8$

2ª posição

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$3 \times 4 = 12$

1ª posição

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$4 \times 3 = 12$

2ª posição

2. GRADUAÇÃO DE DIFICULDADES

Para vencer as dificuldades, passo a passo, há que se observar o produto, isto é, o resultado da operação multiplicação. Vencidas todas as dificuldades até o produto 12, por exemplo, passa-se ao produto 18. Neste caso, de 12 a 18 (13 não está na tábua da multiplicação) encontra-se:

$\boxed{14 = 2 \times 7 \text{ e } 7 \times 2}$

$\boxed{15 = 3 \times 5 \text{ e } 5 \times 3}$

$\boxed{16 = 4 \times 4 \text{ e } 2 \times 8 \text{ e } 8 \times 2}$

$\boxed{17 \text{ (Não está na tábua da multiplicação)}}$

$\boxed{18 = 3 \times 6 \text{ e } 6 \times 3 \text{ e } 2 \times 9 \text{ e } 9 \times 2}$

Vencida essa etapa de dificuldades, marca-se outra: produtos de 18 a 25.

19 (Não está na tábua da multiplicação)

20 = 4 x 5 e 5 x 4

21 = 3 x 7 e 7 x 3

22 e 23 (Não estão na tábua da multiplicação)

24 = 3 x 8 e 8 x 3 e 6 x 4 e 4 x 6

25 = 5 x 5

Em cada uma dessas etapas, reforça-se o número de exercícios onde houver maior dificuldade. Não se deve passar para etapa superior sem que a maioria da classe saiba de memória os produtos da etapa em estudo.

Se você examinar toda a tábua da multiplicação, verá que de 25 a 36, por exemplo, serão encontrados os produtos:

26 (Não está na tábua da multiplicação)

27 = 3 x 9 e 9 x 3

28 = 4 x 7 e 7 x 4

29 (Não está na tábua da multiplicação)

30 = 5 x 6 e 6 x 5

31 (Não está na tábua da multiplicação)

32 = 4 x 8 e 8 x 4

33 e 34 (Não estão na tábua da multiplicação)

35 = 5 x 7 e 7 x 5

36 = 4 x 9 e 9 x 4

De 36 a 54 teremos:

37 . 38 . 39 . 40 . 41 (Não estão na tábua)

42 = 6 x 7 e 7 x 6

43 e 44 (Não estão na tábua)

45 = 5 x 9 e 9 x 5

46 e 47 (Não estão na tábua)

48 = 6 x 8 e 8 x 6

49 = 7 x 7

50 . 51 . 52 . 53 (Não estão na tábua)

54 = 6 x 9 e 9 x 6

E, por último, de 55 a 81 só encontraremos:

55 (Não está na tábua da multiplicação)

56 = 7 x 8 e 8 x 7

57 . 58 . 59 . 60 . 61 . 62 (Não estão na tábua)

63 = 7 x 9 e 9 x 7

64 = 8 x 8

65 . 66 . 67 . 68 . 69 . 70 . 71 (Não estão na tábua)

72 = 8 x 9 e 9 x 8

73 . 74 . 75 . 76 . 77 . 78 . 79 . 80 (Não estão na tábua)

81 = 9 x 9

A aplicação da propriedade comutativa aos fatores (8 x 9 e 9 x 8), diminui pela metade o que temos de fixar de memória.

3. ESTRATÉGIAS PARA O DOMÍNIO DE DIFICULDADES

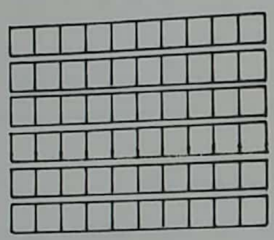
Onde houver um fator 9 (nove), ensinamos, como apoio, pensar em dezenas.

Lembra-se, professor, do material de papel quadricul
Apanhe as tiras de dez e as disponha como nos desenhos seguint

Por exemplo:

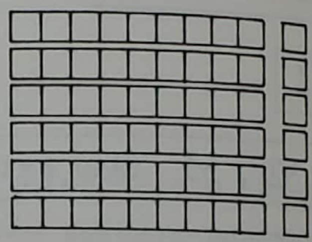
6 tiras de 10 quadradinhos.

Disposição das tiras



6 x 10 ou 10 x 6 = ____

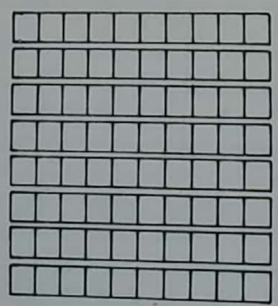
Corte o último quadradinho de cada ra



9 x 6 ou 6 x 9 = 60 - 6 = 54

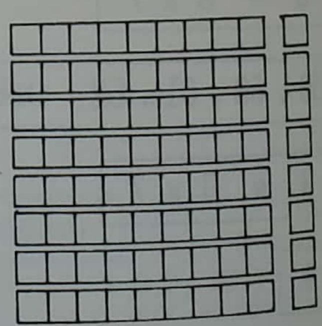
8 tiras de dezenas.

Disposição das tiras



8 x 10 ou 10 x 8 = ____

Corte o último quadradinho de cada tira



8 x 9 ou 9 x 8 = 80 - 8 = ____

* Observar os produtos do 5 e os fatores pares ou ímpares.

Pares

5 x
- 2 =
- 4 =
- 6 =
- 8 =

Ímpares

5 x
- 3 =
- 5 =
- 7 =
- 9 =

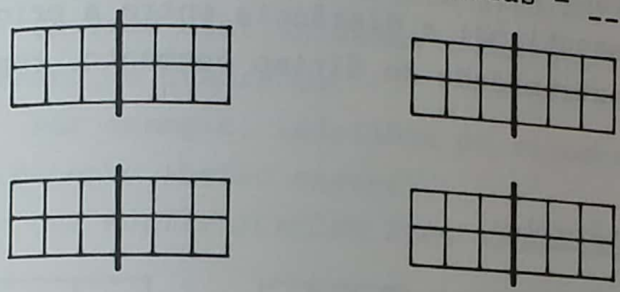
2 x 5 = 1 dezena
4 x 5 = --- dezenas
6 x 5 = --- dezenas
8 x 5 = --- dezenas

3 x 5 = dezena + 1/2 dezena
5 x 5 = --- dezenas + 1/2 dezena
7 x 5 = --- dezenas + 1/2 dezena
9 x 5 = --- dezenas + 1/2 dezena

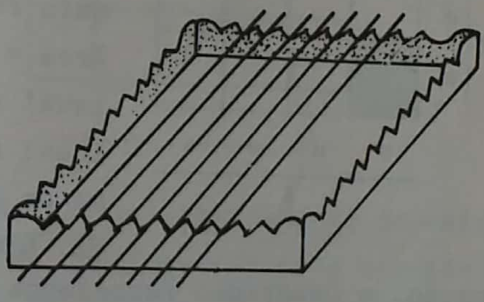
Basear o estudo dos produtos do fator 6 na contagem em dúzias:

1 dúzia = 2 x 6 = 12
2 dúzias = __ x 6 = 24

3 dúzias = --- x 6 = 36
4 dúzias = --- x 6 = 48



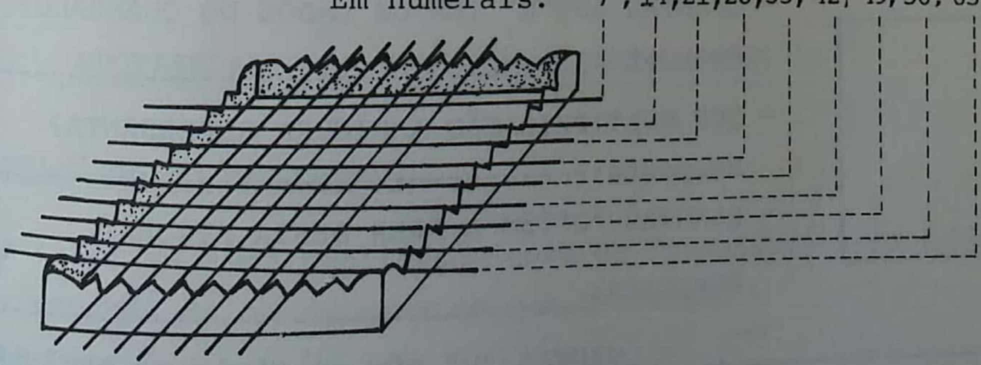
Contar em série, usando o dispositivo sobre o qual se colocam varetas.



Exemplo: sete varetas serão dispostas sobre um suporte, como se vê no desenho ao lado. Em cruzamento com estas, outras serão postas. Cada vareta colocada cruzando, cortará as primeiras em sete pontos.

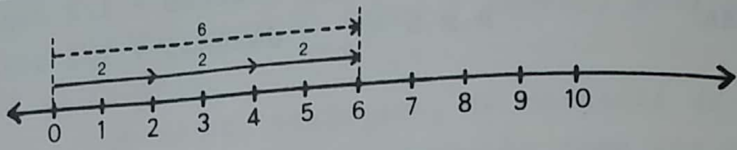
A contagem será feita, então, de sete em sete.

Em numerais: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63



4. REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA

a) Representação na reta numerada:



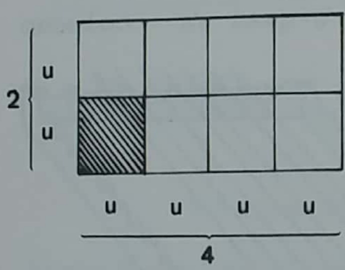
------ vermelha
______ preta

$$3 \times 2 =$$

Na reta numerada estão marcados 3 segmentos congruentes (do mesmo tamanho) consecutivos; a distância entre a origem do primeiro segmento e a extremidade do último segmento, representa o produto de 3 x 2.

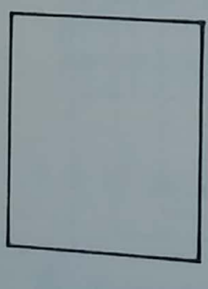
b) Representação no retângulo:

Representar no retângulo 2 x 4.



Nota: Como usamos, no desenho ao lado, 1 cm para unidade (u), obtivemos a área do retângulo representado.
Área = 2 cm x 4 cm = 8 cm^2 (Leia: Área é igual a 2 cm multiplicados por 4 cm que é igual a 8 cm quadrados.) O 2 colocado acima de cm indica o quadrado com essa medida. Com as crianças no ensino da multiplicação, o quadrinho representa a unidade "U"

Agora, use a sua régua e, num papel à parte, refaça esse mesmo exercício. Isto é, recorte em cartolina um cm^2 (centímetro quadrado) e com ele meça as figuras abaixo. Em seguida, dê as respostas pedidas.



- QUANTAS AS "U" TÊM OS LADOS DO QUADRADO?
  Resposta:______________________________
- QUE MULTIPLICAÇÃO A FIGURA REPRESENTA?
  Resposta:______________________________
- QUANTAS "U"TÊM A ÁREA DESTA FIGURA?
  Resposta:______________________________

- QUANTAS "U" TÊM OS LADOS DO RETÂNGULO?
  Respostas:______________________________
- QUE MULTIPLICAÇÃO A FIGURA REPRESENTA?
  Resposta:______________________________
- QUANTAS "U" TÊM A ÁREA DESTA FIGURA?
  Resposta:______________________________

Se você usar o decímetro (dm) como unidade, terá decímetros quadrados (dm^2) como resposta.

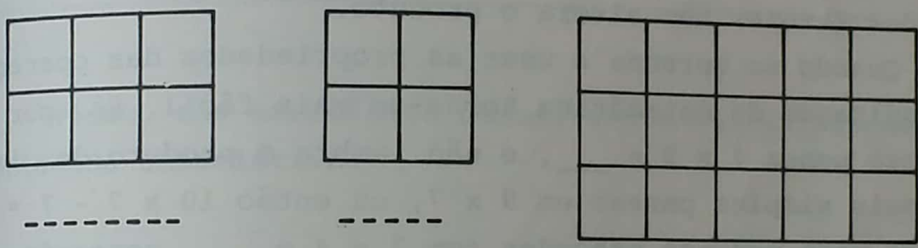
Apanhe uma cartolina e corte um quadrado com um decímetro (1 dm) de lado. Como um decímetro é igual a dez centímetros (1 dm = 10 cm), o seu quadrado de um decímetro (1 dm) de lado equivale a cem centímetros quadrados (100 cm^2).

Agora, experimente quantas vezes esse decímetro quadrado (dm^2) cabe na capa do seu módulo. Note que cabe 6 vezes, mas não exatamente. Isto é, a capa e cada uma das folhas do módulo têm pouco mais de seis decímetros quadrados (6 dm^2) de área.

Se você usar unidades tomadas ao acaso, terá as respostas em número de quadrados.

Por exemplo, ladrilhos de revestir paredes (material esse que o desenho abaixo sugere).

QUE MULTIPLICAÇÕES ELES ESTÃO REPRESENTANDO?



-------- ----- -------------

Como você notou, ao tratarmos da representação da multiplicação no retângulo, servimo-nos da oportunidade para mostrar um pouco do estudo de Área, no sistema de medidas. Esse assunto abordaremos detalhadamente módulos adiante, quando tratarmos do Sistema Métrico Decimal.

PROPRIEDADES DA OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO

1. Propriedade do Fechamento.

Para saber se a multiplicação goza da "propriedade do fechamento", proceda da mesma maneira que na adição.

Exemplo: $3 \times 5 = 15$

$3 \in N$ $\quad 5 \in N$ $\quad 15 \in N$

Os fatores 3 e 5 pertencem aos números naturais. O produto 15 pertence aos números naturais. Logo, a multiplicação goza da propriedade do fechamento.

2. Propriedade Comutativa.

Quando você usa a ficha com elementos em linhas e colunas, está objetivando a propriedade comutativa.

5 conjuntos x 2 elementos = = _____ elementos.

$5 \times 2 = 10$

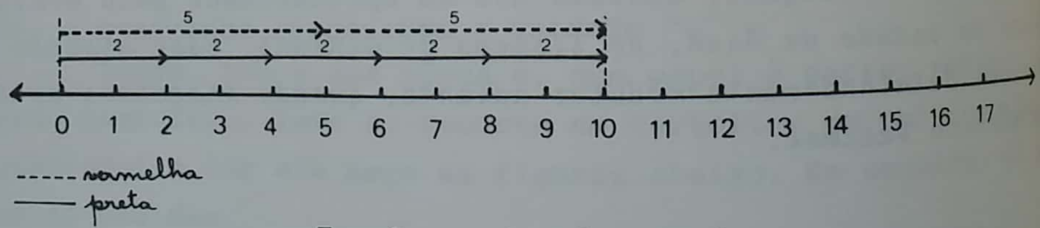
2 conjuntos x 5 elementos = = _____ elementos.

$2 \times 5 = 10$

Na multiplicação como na adição, a ordem dos termos não altera o resultado da operação. Portanto, na multiplicação a ordem dos fatores não altera o produto.

Quando se aprende a usar as propriedades das operações, a aprendizagem da matemática torna-se mais fácil. Se, por exemplo, você pensa 7 x 9 = ___, e não lembra o produto de imediato, é mais simples pensar em 9 x 7, ou então 10 x 7 - 7 = ___. Do mesmo modo pode-se proceder com 7 x 4 = ___, pensando em 4 x 7 = (ou 14 + 14).

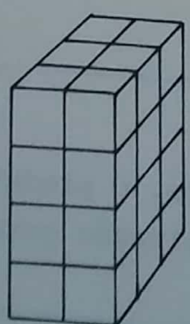
Na reta numerada prova-se também que a multiplicação goza da propriedade comutativa. Vejamos:



$$5 \times 2 = 2 \times 5 = 10$$

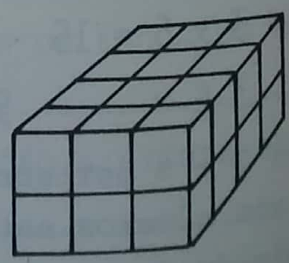
3. Propriedade Associativa.

Para se objetivar a "propriedade associativa" da multiplicação usa-se o cálculo do volume.



$(4 \times 2) \times 3 =$

$8 \quad \times 3 = 24$



$4 \times (2 \times 3)$

$4 \times 6 = 24$

Efetue e compare os produtos:

$(2 \times 3) \times 1 =$ ____ ou $2 \times (3 \times 1) =$ ____

$(1 \times 4) \times 2 =$ ____ ou $1 \times (4 \times 2) =$ ____

$(2 \times 5) \times 3 =$ ____ ou $2 \times (5 \times 3) =$ ____

Vamos encontrar o produto de duas maneiras?

$3 \times 2 \times 4 = \left\langle \begin{array}{l} 6 \times 4 = \_\_\_\_ \\ 3 \times 8 = \_\_\_\_ \end{array} \right.$

$2 \times 5 \times 3 = \left\langle \begin{array}{l} 10 \times 3 = \_\_\_\_ \\ \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \end{array} \right.$

$6 \times 2 \times 1 = \left\langle \begin{array}{l} 12 \times 1 = \_\_\_\_ \\ \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \end{array} \right.$

$2 \times 3 \times 0 = \left\langle \begin{array}{l} \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \\ \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \end{array} \right.$

$4 \times 3 \times 2 = \left\langle \begin{array}{l} \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \\ \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \end{array} \right.$

$6 \times 1 \times 4 = \left\langle \begin{array}{l} \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \\ \_\_\_ \times \_\_\_ = \_\_\_ \end{array} \right.$

Vimos, nos exercícios dados, que a multiplicação goza da propriedade associativa.

4. <u>Propriedade do elemento neutro</u>.

O número natural 1, multiplicado por qualquer outro número natural, não altera o valor deste.

$5 \times 1 = 5$ $\quad$ $56 \times 1 = 56$ $\quad$ $671 \times 1 = 671$

Assim sendo, dizemos que a multiplicação de números naturais tem "elemento neutro", o 1.

5. <u>Propriedade do Elemento Absorvente</u> (Elemento nulo).

Tendo 4 conjuntos vazios, representamos assim essa quantidade:

$\# A = 0$; $\# B = 0$; $\# C = 0$; $\# D = 0$; $4 \times 0 = 0$

Qualquer número natural multiplicado por zero (0) dá um produto igual a zero (0).

Exemplo: $12 \times 0 = 0$; $171 \times 0 = 0$

6. <u>Propriedade Distributiva</u> da multiplicação em relação à adição.

Exemplifiquemos: $(4 + 3) \times 2$.

De duas maneiras resolvemos esta expressão numérica. Vejamos:

$(4 + 3) \times 2 = 7 \times 2 = 14$	$(4 + 3) \times 2 = (4 \times 2) + (3 \times 2) = 8 + 6 = 14$
$2 \times (4 + 3) = 2 \times 7 \times 14$	$2 \times (4 + 3) = (2 \times 4) + (2 \times 3) = 8 + 6 = 14$

O fator 2, à direita e à esquerda, se <u>distribui</u> nas duas parcelas; daí afirmarmos que a multiplicação é distributiva em relação à adição de números naturais.

COMPLETE A TÁBUA E OS EXERCÍCIOS ABAIXO:

Coluna ↓ MULTIPLICAÇÃO

Linha →

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

COMPLETAR NA TÁBUA:

a) A linha e a coluna do 0.

b) A linha e a coluna do 1.

c) A linha e a coluna do 2.

d) A linha e a coluna do 3.

Observe os produtos e complete:

a) O produto de qualquer número por 0 (zero) é ___.

b) O produto de qualquer número por ___ é o próprio número.

c) Multiplicar um número por ___ é o mesmo que achar o seu dobro.

d) Multiplicar um número por ___ é o mesmo que achar o seu triplo.

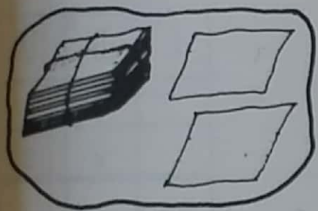
e) A linha e a coluna do 4.

e) Multiplicar um número por ---- é o mesmo que achar o seu quádruplo.

MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS

1. PROBLEMA.

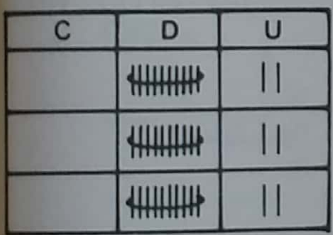
Um professor comprou, para o fichário da sua classe, fichas de três cores. De cada cor comprou uma dezena e mais duas fichas. Ao todo comprou ______ fichas.



10 + 2
x 3
--- + --- = ---

C	D	U
	1	2
	x	3

Observe a mesma operação no Cartaz Lugar-Valor (CLV).



10 + 2
x 3
--- + --- = ---

12
x3

Passemos a mais uns exemplos:

<table>
<tr>
<td>2 x 14 = ____
10 + 4
x 2
= ____</td>
<td>D U
1 4
x 2</td>
<td>3 x 31 = ___
__ + __
x 3
= ___</td>
<td>D U
3 1
x 3</td>
<td>3 x 32 = ___
__ + __
x
= ___</td>
<td>D U
3 2
x 3</td>
</tr>
<tr>
<td>4 x 22 = ____
20 + 2
x 4
= ____</td>
<td>D U
2 2
x 4</td>
<td>4 x 20 = ___
__ + __
x
= ___</td>
<td>D U
2 0
x 4</td>
<td>3 x 23 = ___
__ + __

=</td>
<td>D U
2 3
x 3</td>
</tr>
</table>

Represente a operação no Cartaz Lugar-Valor (CLV).

$2 \times 14 =$ ----

Dezena	Unidade
	IIII
	IIII

$4 \times 20 =$ ----

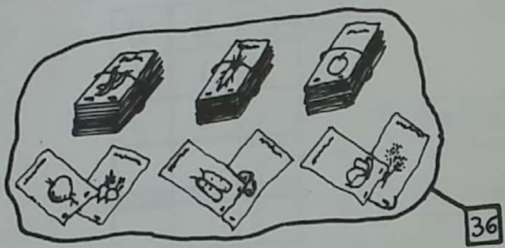
Dezena	Unidade

$3 \times 23 =$ ---

Dezena	Unidade

2. PROBLEMA

Um horticultor comprou envelopes de sementes e separou-os em três conjuntos equipotentes. Cada conjunto ficou com três maços de dez envelopes e mais seis envelopes avulsos. Quantos envelopes comprou ao todo?

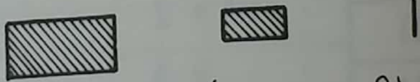


$$\begin{array}{r} 30 \;+\; 6 \\ \times \quad 3 \end{array}$$

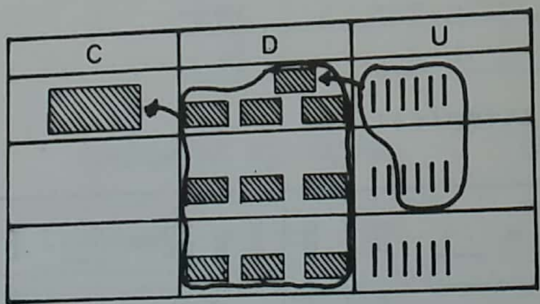
C	D	U
	3	6
	x	3

Atenção: "vai um" de reserva.

Observe a mesma operação no Cartaz Lugar-Valor (CLV).



SIMBOLOGIA. Centena Dezena Unidade



$$\begin{array}{r} 30 \;+\; 6 \\ \times \quad 3 \\ \hline 90 \;+\; 18 = 108 \end{array}$$

EFETUE: (Atenção às reservas)

$4 \times 26 =$

$$\begin{array}{r} 20 + 6 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

C	D	U
	2	6
x		4

$3 \times 47 =$

$$\begin{array}{r} 40 + 7 \\ \times \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

C	D	U
	4	7
x		3

$4 \times 68 =$

--- + ---

x ---

C	D	U

$4 \times 79 =$

--- + ---

x ---

C	D	U

3. PROBLEMA

Um cesteiro fez 346 peneiras num mês. Vendendo cada uma a seis cruzeiros, quanto arrecadou?

6 x 346 =

300 + 40 + 6

x 6

___ + ___ + ___

UM	C	D	U

Resposta: Arrecadou Cr$ _______________

<u>Efetue:</u>

6 x 507 =

____ + ___ + ___

x 6

UM	C	D	U

7 x 649 =

___ + ___ + ___

x 7

UM	C	D	U

8 x 304 =

___ + ___ + ___

x 8

UM	C	D	U

9 x 768 =

___ + ___ + ___

x 9

UM	C	D	U

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

1. $$\begin{array}{r} 10 + 2 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 30 + 6 = 36 \end{array}$$

C	D	U
	1	2
x		3
	3	6

Ao todo, comprou 36 fichas.

$2 \times 14 = 28$

$$\begin{array}{r} 10 + 4 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 20 + 8 = 28 \end{array}$$

D	U
1	4
x 2	2
2	8

$3 \times 31 = 93$

$$\begin{array}{r} 30 + 1 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 90 + 3 = 93 \end{array}$$

D	U
3	1
x	3
9	3

$3 \times 32 = 96$

$$\begin{array}{r} 30 + 2 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 90 + 6 = 96 \end{array}$$

D	U
3	2
x	3
9	6

$4 \times 22 = 88$

$$\begin{array}{r} 20 + 2 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 80 + 8 = 88 \end{array}$$

D	U
2	2
x	4
8	8

$4 \times 20 = 80$

$$\begin{array}{r} 20 + 0 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 80 + 0 = 80 \end{array}$$

D	U
2	0
x	4
8	0

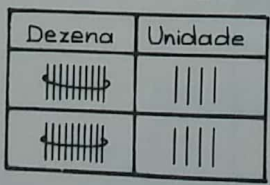
$3 \times 23 = 69$

$$\begin{array}{r} 20 + 3 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 60 + 9 = 69 \end{array}$$

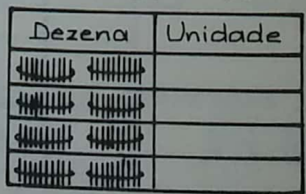
D	U
2	3
x	3
6	9

Representação na Caixa Lugar-Valor (CLV).

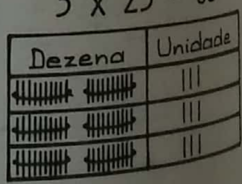
$2 \times 14 = 28$



$4 \times 20 = 80$



$3 \times 23 = 69$



$8 \times 304 = 2.432$

$$\begin{array}{r} 300 + 0 + 4 \\ \times \quad 8 \\ \hline 2.400 + 0 + 32 = 2.432 \end{array}$$

UM	C	D	U
	3	0	4
	x		8
2	4	3	2

$9 \times 768 = 6.912$

$$\begin{array}{r} 700 + 60 + 8 \\ \times \quad 9 \\ \hline 6.300 + 540 + 72 = 6.912 \end{array}$$

UM	C	D	U
	7	6	8
	x		9
6	9	1	2

MULTIPLICAÇÃO POR NUMERAL ACIMA DE DEZ

Para iniciar a multiplicação por numeral acima de dez, valemo-nos da propriedade distributiva.

Observe:

13×25

$(10 + 3) \times 25$

$250 + 75 = 325$

a)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 1\boxed{3} \\ \hline \boxed{75} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ \boxed{1}3 \\ \hline 75 \\ \boxed{250} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 13 \\ \hline 75 \\ 250 \\ \hline 325 \end{array}$$

COMPLETE:

12×38

$(10 + 2) \times 38$

380 + ___ = ____

a)

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times\ 1\boxed{2} \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times\ \boxed{1}2 \\ \hline \\ \boxed{} \\ \hline \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times\ 12 \\ \hline \\ \\ \hline \end{array}$$

Quando multiplicamos por dez, o produto termina em zero. Se transformarmos o dez em uma dezena, as operações ficarão assim:

14 x 29

a) (10 + 4) x 29

b) (1 d + 4 u) x 29

a) $\begin{array}{r} \boxed{2\ 9} \\ \times\ 1\ \boxed{4} \\ \hline 1\ 1\ 6 \end{array}$ a) $\begin{array}{r} \boxed{2\ 9} \\ \times\ \boxed{1}\ 4 \\ \hline 1\ 1\ 6 \\ 2\ 9\ 0 \\ \hline 4\ 0\ 6 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} D\ U \\ 2\ 9 \\ \times\ 1\ 4 \\ \hline 1\ 1\ 6 \\ 2\ 9 \Longleftarrow \\ \hline 4\ 0\ 6 \end{array}$

O lugar vago na unidade, assinalado com a seta, é o lugar do zero (0), quando multiplicamos por dez (10), como em a. Mas multiplicando por uma dezena, o produto será vinte e nove (29) dezenas; não terá zero no lugar das unidades, como em b.

Outro exemplo:

23 x 45

a) (20 + 3) x 45

b) (2 d + 3 u) x 45

a) $\begin{array}{r} \boxed{4\ 5} \\ \times\ 2\ \boxed{3} \\ \hline 1\ 3\ 5 \end{array}$ a) $\begin{array}{r} \boxed{4\ 5} \\ \times\ \boxed{2}\ 3 \\ \hline 1\ 3\ 5 \\ 9\ 0\ 0 \\ \hline 1.0\ 3\ 5 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 4\ 5 \\ \times\ 2\ 3 \\ \hline 1\ 3\ 5 \\ 9\ 0 \Longleftarrow \\ \hline 1.0\ 3\ 5 \end{array}$

Se você tiver que multiplicar por centenas, o mesmo ocorrerá:

345 x 424 = 146.280

$\begin{array}{r} C\ D\ U \\ 4\ 2\ 4 \\ \times\ 3\ 4\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 2\ 0 \\ 1\ 6\ 9\ 6\ \end{array}$ $\begin{array}{r} C\ D\ U \\ 4\ 2\ 4 \\ \times\ 3\ 4\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 2\ 0 \\ 1\ 6\ 9\ 6\ \Longleftarrow \\ 1\ 2\ 7\ 2\ \Longleftarrow \\ \hline 1\ 4\ 6.2\ 8\ 0 \end{array}$

Havendo ordens preenchidas com zeros, é desnecessário multiplicar essas ordens, pois, segundo a propriedade absorvente da multiplicação, o fator zero anula qualquer produto.

Exemplo: $\begin{array}{r} 4\ 2\ 7 \\ \times\ 3\ 0\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 3\ 5 \\ 0\ 0\ 0\ \\ 1\ 2\ 8\ 1\ \\ \hline 1\ 3\ 0.2\ 3\ 5 \end{array}$ $\Longrightarrow$ $\begin{array}{r} 4\ 2\ 7 \\ \times\ 3\ 0\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 3\ 5 \\ 1\ 2\ 8\ 1\ \\ \hline 1\ 3\ 0.2\ 3\ 5 \end{array}$

Não se deve perder tempo multiplicando por zero. Observe os exemplos seguintes:

345 x 200 =

```
   3 4 5
x  2|0 0
---------
6 9.0 0 0
```

132 x 400 =

```
   1 3 2
x  4|0 0
---------
9 2.8 0 0
```

Multiplicar 345 por 200 é o mesmo que multiplicar por 2 e depois por 100, pois, como você sabe, para multiplicar por 10, 100, 1.000, etc., é só acrescentar os zeros.

Observe:

```
     4 5|
x     1|0 0 0
-------------
   4 5.0 0 0
```

```
  6 0 8|
x     1|0 0
-----------
  6 0.8 0 0
```

PASSEMOS A ALGUNS EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO.

EFETUE:

28 x 14 = ________

305 x 28 = ________

175 x 60 = ________

805 x 709 = ________

678 x 800 = ________

409 x 709 = ________

708 x 100 = ________

300 x 456 = _____

9.408 x 709 = _____

28 x 1.000 = _____

Verificação e respostas dos exercícios de fixação:

2 8 x 1 4 1 1 2 2 8 3 9 2	8 0 5 x 7|0 9 7 2 4 5 5 6 3 5 5 7 0.7 4 5	4 5 6 x 3|0 0 1 3 6.8 0 0
3 0 5 x 2 8 2 4 4 0 6 1 0 8.5 4 0	6 7 8 x 8|0 0 5 4 2.4 0 0	9.4 0 8 x 7|0 9 8 4 6 7 2 6 5 8 4 6 6.6 7 0.2 7 2
1 7 5 x 6|0 1 0.5 0 0	4 0 9 x 7|0 9 3 6 8 1 2 8 6 3 2 8 9.9 8 1	28 x 1.000 = 28.000 708 x 100 = 70.800

Usos da multiplicação:

1º - Encontrar um número tantas vezes maior que outro.

2º - Calcular o valor de várias unidades ou vários objetos, sabendo-se o valor de uma unidade ou de um objeto.

3º - Calcular a área e o volume.

PROBLEMAS.

1. Qual é o número 18 vezes maior que 27 ?

2. Uma igrejinha tem 17 bancos. Em cada banco se acomodam 12 pessoas. Quantas pessoas sentadas cabem na igreja ?

3. Um operário deverá lavar os vidros de 36 janelas de um edifício. Cobrando Cr$ 5,00 por janela, quanto ele irá ganhar?

4. A velocidade do som é de 20.400 metros por minuto. Que espaço percorrerá em 30 minutos?

5. A luz percorre 300.000 quilômetros por segundo. Quantos quilômetros percorre por minuto?

6. A Terra é 49 vezes maior que a Lua; o Sol é 1.400.000 vezes maior que a Terra. Quantas vezes o Sol é maior que a Lua?

7. Um fazendeiro vendeu 35 sacas de batatas de 60 kg e ainda lhe restaram 500 kg. Quantos quilogramas de batatas ele tinha?

8. Comprei 3 cadernos a Cr$ 1,80 cada um; 1 régua a Cr$ 2,20 e uma borracha a Cr$ 1,20. Qual foi a minha despesa? Dei Cr$ 50,00; quanto recebi de troco?

9. Comprei uma dúzia de lenços por Cr$ 55,20. Para lucrar Cr$ 1,20 em cada lenço, por quanto venderei a dúzia?

10. Comprei 6 cadeiras a Cr$ 35,50 cada uma; paguei Cr$ 25,00 pelo transporte das mesmas. Quanto me custaram essas cadeiras?

11. Dei Cr$ 100,00 para pagar 5 kg de charque. Custou Cr$ 18,50 o quilograma dessa mercadoria. Quanto recebi de troco?

12. Um agricultor colheu 408 sacos de cebola de 45 kg cada saco, e mais 358 sacos de trigo, de 60 kg cada um. Qual é o peso da mercadoria armazenada?

13. Um cafeicultor colheu 3.507 sacas de café em coco de 40 kg cada saca. Vendeu 30 toneladas. Que quantidade ainda lhe resta?

14. Um comerciante vendeu 350 sacas de café a Cr$ 15,00 o quilograma. Sabendo-se que cada saca continha 40 kg, quanto ganhou na venda?

15. Um avicultor vendeu 250 kg de franco a Cr$ 12,00 o kg. Quanto recebeu nessa venda?

EXPRESSÕES NUMÉRICAS.

1. $8 \times 5 + (3 + 4) \times 5 =$

2. $5 + 3 \times (5 + 4) =$

3. $5 \times \left[20 - (3 + 7)\right] + 2 \times (4 + 7) =$

4. $50 - \left[3 \times 5 + 4 \times 3 - (5 + 4)\right] =$

5. $6 \times 5 + 4 \times 3 \times 6 - 7 \times 2 + 3 \times 5 =$

6. $5 + \{7 - \left[(5 - 3) + (4 - 1)\right] + 3\} =$

PROBLEMAS - RESPOSTAS

1. 18 x 27 = 486
R.: O número é 486.

2. 12 x 17 = 204.
R.: Caberiam 204 pessoas sentadas.

3. Cr$ 5,00 x 36 = Cr$ 180,00.
R.: Irá ganhar Cr$ 180,00.

4. 30 x 20.400 = 612.000.
R. em 30 min. o som percorrerá 612.000 m.

5. 60 x 300.000 = 18.000.000.
R. A luz percorre em 1 min. 18.000,000 m.

6. 49 x 1.400.000 = 68.600.000.
R.: O sol é 68.600.000 vezes maior que a lua.

7. 60 x 35 = 2.100.
2.100 + 500 = 2.600.
R.: O fazendeiro tinha 2.600 kg de batata.

8. (3 x 1,80) + 1,20 + 2,20 = 8,80
50,00 - 8,80 = 41,20.
R.: Recebi Cr$ 41,20 de troco.

9. 12 x 1,20 = 14,40

55,20 + 14,40 = 69,60.

R.: Venderei por Cr$ 69,60 a dúzia de lenços.

10. 6 x 35,50 = 238,00

213,00 + 25,50 = 238,00

R.: As cadeiras custaram Cr$ 238,00.

11. 5 x 18,50 = 92,50

100,00 - 92,50 = 7,50

R.: Recebi Cr$ 7,50 de troco.

12. 45 x 408 + 60 x 358 =

18.360 + 21.480 = 39.840

R.: O peso da mercadoria armazenada é de 39.840 kg.

13. (40 x 3.507) - 30.000 = 110.280

R.: Resta-lhe 110.280 kg de café em coco.

14. 40 kg x 350 = 14.000 kg

15,00 x 14.000 = 210.000,00

R.: Ganhou Cr$ 210.000,00 na venda.

15. 12,00 x 250 = 3.000,00

R.: Recebeu Cr$ 3.000,00.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS - RESPOSTAS

1. 8 x 5 + (3 + 4) x 5 =

40 + 7 x 5 =

40 + 35 = 75.

2. 5 + 3 x (5 + 4) =

5 + 3 x 9 =

5 + 27 = 32.

3. $5 \times [20 - (3 + 7)] + 2 \times (4 + 7) =$

$5 \times [20 - 10] + 2 \times 11 =$

$5 \times 10 + 22 =$

$50 + 22 = 72$

4. $50 - [3 \times 5 + 4 \times 3 - (5 + 4)] =$

$50 - [15 + 12 - 9] =$

$50 - [27 - 9] =$

$50 - 18 = 32$

5. $6 \times 5 + 4 \times 3 \times 6 - 7 \times 2 + 3 \times 5 =$

$30 + 72 - 14 + 15 =$

$117 - 14 = 103$

6. $5 + \{7 - [2 + 3] + 3\} =$

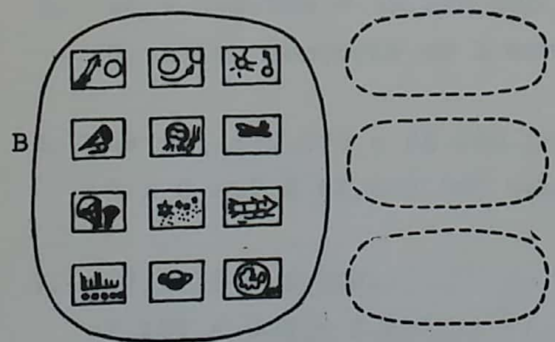
$5 + \{7 - 5 + 3\} =$

$5 + 5 = 10$

OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS - OPERAÇÃO DIVISÃO

A operação que reparte todos os elementos de um conjunto em subconjuntos equipotentes, de modo que cada subconjunto receba a mesma quantidade e a maior possível, chama-se divisão exata.

Exemplo: Repartir um conjunto de 12 figurinhas entre 3 meninos.



Distribuindo as figurinhas de uma a uma, verifica-se que cada criança recebe quatro figurinhas.

Os elementos do conjunto B foram distribuídos em 3 subconjuntos equipotentes. O cardinal do conjunto B foi dividido pelo número cardinal de subconjuntos (3). E indica-se:

$\underbrace{12 \div 3}_{\text{termos}} = 4 \Longrightarrow$ quociente

O primeiro termo da divisão é chamado <u>dividendo</u>; o segundo, <u>divisor</u>. O resultado da operação divisão chama-se <u>quociente</u>. A divisão acima é exata porque nenhum elemento sobrou no conjunto <u>B</u>.

A divisão não é comutativa, por isso a ordem dos seus termos deve ser observada.

Exemplo: $15 \div 3 \neq 3 \div 15$

Em $15 \div 3 = 5 \Longleftrightarrow 5 \times 3 = 15$

A divisão é operação inversa da multiplicação e apresenta a relação seguinte:

Quociente x Divisor = Dividendo $(q \times d = D)$.

Para calcular o quociente de uma divisão, usamos o conhecimento adquirido na multiplicação. Exemplos:

$18 \div 6 = 3$, porque $3 \times 6 = 18$

$27 \div 9 = 3$, porque $3 \times 9 = 27$

$42 \div 6 = 7$, porque $7 \times 6 = 42$

A divisão não é uma operação fechada em relação ao conjunto dos números naturais. Quando dividimos 9 laranjas entre duas crianças, sobra 1 laranja. Neste caso, a relação é:

Quociente x Divisor + Resto = Dividendo $(q \times d + r = D)$.

$$4 \times 2 + 1 = 9.$$

Adiante, quando usarmos o "conjunto dos números fracionários", você verá: $9 \div 2 = 4\ 1/2$. Lê-se: 9 dividido por 2 é igual a 4 e 1/2. A divisão é exata, mas já não estamos mais no conjunto dos números naturais.

Para bem se compreender a divisão, é preciso observar os números que ficam entre os números da "tábua da multiplicação".

Por exemplo: nos produtos do 5, na tábua da multiplicação, temos: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Dividindo cada produto por 5, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \cline{2-2} -10 & 2 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \cline{2-2} -15 & 3 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \cline{2-2} -20 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Mas, de 5 a 10 temos divisões inexatas. Vejamos:

$$\begin{array}{r|l} 6 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 4 & \end{array}$$

Os restos das divisões por 5 são: 1, 2, 3, 4.

PROCESSO LONGO

Você conhece o processo que aplicamos até agora nas divisões?

Chama-se "processo longo". Ele facilita a compreensão do cálculo e a significação de cada um dos termos da divisão. Por esse motivo, garante, numa classe, aprendizagem a um maior número de crianças. O professor dramatiza a operação e acompanha as ações efetuadas com a representação numérica.

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 11 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{-10} & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Temos 11 laranjas para dividir em 5 subconjuntos equipotentes. Distribuídas as 11 laranjas pelos 5 subconjuntos, couberam 2 laranjas em cada subconjunto. Assentamos o 2 debaixo do 5, na chave. Dizemos: 2 x 5 = 10. Colocamos este produto sob o 11, no dividendo. Subtraindo o produto 10 de 11, encontramos o resto 1.

Veja agora:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{-10} & 2 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{-10} & 2 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 14 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{-10} & 2 \\ 4 & \end{array}$$

Os números que ficam entre um produto e outro, quando são dividendos, dão divisões inexatas. De 18 a 24, por exemplo, ficam: 19, 20, 21, 22, 23.

$$\begin{array}{r|l} 19 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{-18} & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{-18} & 3 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 21 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{-18} & 3 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 22 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{-18} & 3 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 23 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{-18} & 3 \\ 5 & \end{array}$$

Os restos da divisão por 6 são: 1, 2, 3, 4 e 5.

NUNCA PODE SOBRAR RESTO IGUAL OU MAIOR QUE O DIVISOR, POIS NESSE CASO CABERÁ MAIS UMA "UNIDADE" NO QUOCIENTE.

PROVA DA DIVISÃO

Para verificar a operação feita, usa-se a operação inversa.

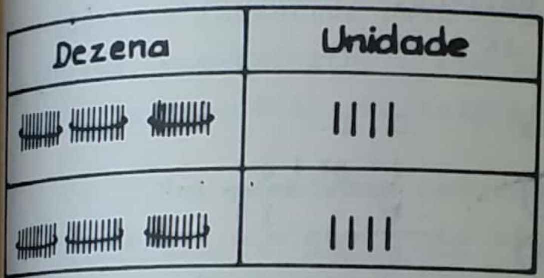
Exemplo:

```
 45 |_6
-42   7
  3
```

Prova: $q \times d + r = D$

$7 \times 6 + 3 = 45$

Se os dividendos forem acima de 50, passa-se a objetivar com a Caixa Lugar-Valor (CLV).




```
 6' 8' |_2
-6       3 4
 0  8
    8
    0
```

Na divisão feita, foram seguidos estes passos:

a) Divisão das dezenas.

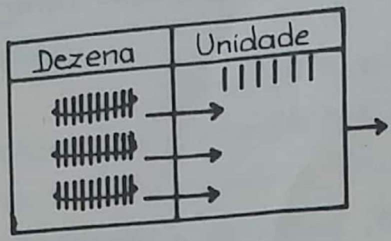
```
 D  U
 6' 8' |_2
-6       3
 0
```

b) Divisão das unidades, baixando-as junto ao resto, antes da operação.

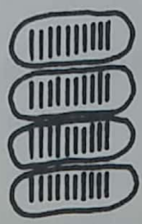
```
 D  U
 6' 8' |_2
-6       3 4
 0  8
 -  8
    0
```

Outro exemplo:

Marina juntou 76 conchas na praia e quer repartir em pacotes com iguais quantidades. Como procederá?



a) Pacotes



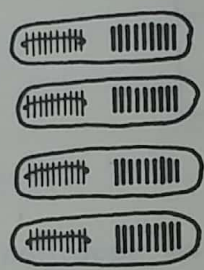
```
 D  U
 7' 6 |_4_
-4      1
 3
```

Uma (1) dezena em cada pacote.

3 dezenas de resto = 30 palitos.

30 palitos + 6 palitos = 36 palitos.

b) Pacotes



```
 D  U
 7' 6' |_4_
-4       19
 3  6
-3  6
    0
```

Resposta: 19 conchas em cada pacote.

Agora é sua vez, professor. Apanhe o seu Cartaz Lugar-Valor e palitos. E observe os passos da divisão:

- divida as dezenas;
- transforme o resto de dezenas em unidades;
- não se esqueça de juntar as unidades que já tinha;
- divida as unidades.

RESOLVA:		
72 ÷ 3 = ------ D|U 7 2 |_3_	85 ÷ 5 = ---- D|U 8 5 |_5_	96 ÷ 6 = ---- D|U 9 6 |_6_

75 ÷ 5 = ------ D U 7 5 |_5_	54 ÷ 3 = ------ D U 5 4 |_3_	96 ÷ 6 = ------ D U 9 6 |_6_

Observação: na aplicação destas operações a crianças, deve haver um incentivo para tornar os exercícios mais atraentes. O problema, por exemplo, é uma forma de jogo em que o educando é desafiado a encontrar uma resposta.

Nos problemas seguintes é aplicada a idéia repartitiva : os <u>dividendos</u> e o <u>quociente</u> são da mesma natureza. Se você repartir laranjas, o quociente é laranja; se repartir batatas, o quociente é batata, etc.

Paulo vai colocar fichas coloridas em pacotes:
74 fichas verdes em dois pacotes;
96 fichas vermelhas em 5 pacotes;
56 fichas azuis em 4 pacotes;
65 fichas amarelas em 5 pacotes;
84 fichas pretas em 7 pacotes;
91 fichas roxas em 7 pacotes.

Quantas fichas há em cada pacote?

MODELO:

```
 D|U
 7|4  |_2___
-6|     3|7
--       D|U
 1|4
-1|4
--
  0
```

Leia: 7 dezenas ÷ 2 = 3 dezenas;
sobra 1 dezena.
E 14 unidades ÷ 2 = 7 unidades.

Resposta: 37 fichas verdes em cada pacote.

DIVISÃO COM DIVISOR ACIMA DE DEZ

Para dividir com divisor acima de dez, há duas etapas a vencer.

1ª Etapa

A que se realiza com a experiência tida com a divisão até 9; o cálculo do quociente depende apenas do conhecimento sobre os dividendos e divisores que dão divisão exata e os casos de "resto". Exemplos: 15 ÷ 5 = 3; 16 ÷ 5, 17 ÷ 5, 18 ÷ 5, 19 ÷ 5 também dão 3 no quociente, embora deixem resto.

Ex.: a)

```
 15.9' |5.3
-15 9   3
    0
```

Em a, dizemos 15 ÷ 5 = 3 e esse é o quociente correto.

b)

```
 19.1' |5.3
-15 9   3
  3 2
```

Em b, dizemos: 19 ÷ 5 = 3 e esse é também o quociente correto.

c)

```
 46.8'0'0' |6.5
-455        720
  13.0
 -13 0
     0
```

Em c, dizemos: 46 ÷ 6 = 7 e esse é o 1º algarismo do numeral que vai expressar o quociente; 13 ÷ 6 = 2 e este é o 2º algarismo do numeral; 0 ÷ 6 = 0 (terceiro algarismo).

2ª Etapa

Na segunda etapa os quocientes estimados como anteriormente não são os corretos e há necessidade de refazer o cálculo.

Ex.: a)

```
16.4' |2.3
```

Em a, dizemos: 16 ÷ 2 = 8. Mas 8 x 23 = 184 e não temos tanto no dividendo. Isso mostra que devemos tomar um número menor no quociente.

7 x 23 = 161 e descobrimos que 7 é o quociente correto para 164 ÷ 23.

b) 7.9' | 1.7

Em b, dizemos: 7 ÷ 1 = 7 e veremos que ...... 7 x 17 = 119; tentamos 5 x 17 = 85 e ainda temos de refazer a operação colocando 4 no quociente.

Em casos como este, sugerimos o arredondamento do divisor para a dezena imediata, se o algarismo das unidades for 7, 8 ou 9.

Ex.: 189 | 29 (30)   681 | 38 (40)   412 | 17 (20)

1ª Etapa: Cálculo fácil do quociente.

1º Passo

- Comentário: quociente fácil de calcular.
- Divisões exatas.
- Objetivo: ensinar a dividir o número de dezenas do divisor como recurso para achar o quociente.

Ex.: 9.6' | 3.2   Dizer: procurar quantos 32 há em 96. É o mesmo que perguntar quantas 3 dezenas há em 9 dezenas.

18.6' | 6.2   Procurar quantos 62 há em 186 é o mesmo que perguntar quantas 6 dezenas há em 18 dezenas.

Cálculos graduados - 1º Passo.

Efetue no seu caderno os cálculos abaixo:

39 ÷ 13;	42 ÷ 21;	26 ÷ 13;	148 ÷ 74;	189 ÷ 21;	183 ÷ 61;
64 ÷ 32;	69 ÷ 23;	48 ÷ 24;	186 ÷ 62;	216 ÷ 72;	255 ÷ 51;
24 ÷ 24;	36 ÷ 12;	42 ÷ 42;	219 ÷ 73;	324 ÷ 81;	276 ÷ 92;
63 ÷ 21;	82 ÷ 41;	93 ÷ 31;	248 ÷ 31;	144 ÷ 72;	246 ÷ 41.

3.9' | 1.3
-3 9   3
0

4.2' | 2.1
-4 2   2
0

2.6' | 13
-2 6   2
0

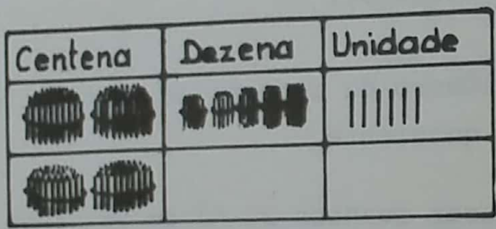
14.8' | 7.4
-14 8   2
0

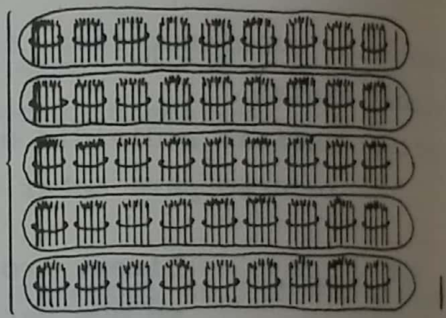
18.9' | 2.1
-18 9   9
0

2º Passo

- Comentário: cálculo fácil do quociente.
- Divisões inexatas.
- Objetivo: analisar o resto para se certificar se o cálculo do quociente está correto. "Na divisão o resto é sempre menor que o divisor".
- Material: fichas ou palitos enlaçados em centenas e dezenas. Cartaz Lugar-Valor (CLV).

<u>1º Problema</u> - Como propaganda, uma livraria mandou distribuir igualmente, entre os alunos de uma escola, 456 envelopes com figurinhas de coleção. Quantos envelopes couberam a cada aluno? Sobrou algum?





C	P	U
4	5.	6'
- 4	5	5
0	0	1

D	U
9.	1
5	

Soltar o elástico das centenas transformando-as em 40 dezenas.

Juntar as 5 dezenas às 40 e dizer: procurar quantas 9 dezenas há em 45 dezenas é o mesmo que procurar quantos 91 há em 456.

Conferir o trabalho com a operação realizada.

Cálculos graduados - 2º Passo:

67 ÷ 32; 64 ÷ 21; 74 ÷ 32; 37 ÷ 12; 85 ÷ 41; 98 ÷ 32;

45 ÷ 21; 59 ÷ 39; 67 ÷ 33; 29 ÷ 24; 89 ÷ 22; 95 ÷ 31;

129 ÷ 42; 137 ÷ 62; 188 ÷ 92; 154 ÷ 71; 195 ÷ 61; 218 ÷ 72;

```
6.7' | 3.2       6.4' | 2.1      7.4' | 3.2      13.7' | 6.2      21.8' | 7.2
-6 4   2         -6 3   3        -6 4   2        -12 4   2        -21 6   3
   3                1               1 0             1 3               2
```

3º Passo

- Comentário: divisões com simplificação de cálculo.
- "Multiplicando ou dividindo ambos os termos da divisão pelo mesmo número o quociente não se altera".

Observe:

```
6.4' | 3.2'        { 64 x 3 = 192        19.2' | 9.6
-0 4   2           { 32 x 3 =  96        -19 2   2
   0                                         0
                   { 64 ÷ 2 =  32
                   { 32 ÷ 2 =  16         3.2' | 1.6
                                          -3 2   2
                                             0
```

Nos casos abaixo, vamos dividir ambos os termos por 10.
Objetivo: levar ao cálculo abreviado, quando possível.

EFETUE:

```
90 | 30        60 | 30        140 | 70        200 | 40
```

Corte um zero no dividendo e outro no divisor. Efetue depois as divisões e compare os resultados com os obtidos acima.

```
90 | 30        60 | 30        140 | 70        200 | 40
```

Repare o que acontece nos exercícios abaixo, quando há resto.

```
8ø | 7ø
1    1
```

8	0

8 dezenas + 0 unidades

O resto é de 1 dezena. Uma dezena ou dez unidades.

Cálculos graduados - 3º Passo:

350 ÷ 50; 700 ÷ 80; 810 ÷ 90; 550 ÷ 60; 280 ÷ 30; 490 ÷ 70.

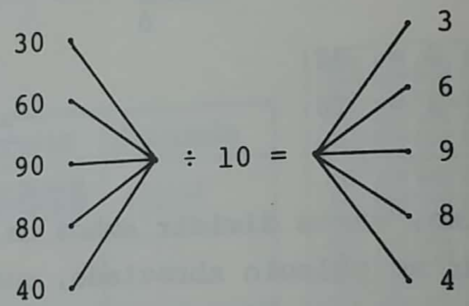
Efetue os cálculos no seu caderno.

```
 350 |_50        700 |_80
-35    7        -64    8
  0               6
```

<u>1ª observação</u>. Casos em que o divisor é 10.

EFETUE AS DIVISÕES SEGUINTES, CONFORME A ORIENTAÇÃO ANTERIOR:

30 |_10   60 |_10   90 |_10   80 |_10   40 |_10



COMPLETE: Para dividir por 10 um número terminado em zero, basta _______________ o zero final do dividendo.

Faça as divisões, sem efetuar a operação:

20 ÷ 10; 70 ÷ 10; 120 ÷ 10; 170 ÷ 10; 20 ÷ 10 = 2;

50 ÷ 10; 10 ÷ 10; 150 ÷ 10; 220 ÷ 10; 70 ÷ 10 = ___

<u>2ª observação</u>. Não basta o divisor terminar em zero; para se poder simplificar o cálculo, o dividendo precisa ter zero final.

Exemplo:

6.3' |_3.0   10.9' |_3.0   10.9' |_6.0   60.6' |_7.0

4º Passo

- Comentário: os quocientes serão numerais de 2 e 3 algarismos. Iniciamos aqui a operação da divisão propriamente dita. Escolher o primeiro dividendo parcial, no dividendo, para iniciar a operação. Comparar com as divisões dominadas, quando o divisor era número menor que dez.

- Objetivo: mostrar o desenvolvimento do cálculo da divisão, em operações relativamente fáceis.

Avaliar o número de algarismos que terá o quociente, antes de iniciar a operação.

Por exemplo: 299 ÷ 13.

COMPLETE:

```
C D U
2.9'9  |1.3
-2 6    2|
   3    D|U
```

Se 29 dezenas é o 1º dividendo parcial, ele dará um algarismo no quociente e o 2º dividendo dará o segundo. O quociente terá dezenas e unidades.

586 ÷ 11;	588 ÷ 21;	484 ÷ 44;	299 ÷ 13;	1.657 ÷ 31;
1.138 ÷ 31;	2.336 ÷ 71;	1.759 ÷ 72;	2.396 ÷ 73;	4.098 ÷ 92;
2.369 ÷ 81;	2.099 ÷ 63;	2.696 ÷ 62;	6.998 ÷ 71;	2.998 ÷ 93.

```
58'6' |11       1 1.3'8' |3.1      2 3.6'9 |8.1
-55    53       - 9 3     3 6
  3 6             2 0.8
 -3 3            -1 8 6
    3               2 2
```

5º Passo

- Comentário: pela primeira vez vão aparecer as reservas na multiplicação do quociente pelo divisor. É o caso do "vai um". Isto não ocorre nas divisões quando o divisor é um número até 9. Como a operação multiplicação é feita mentalmente e assentada debaixo do dividendo é preciso muita atenção para não esquecer as reservas.

De início, as divisões são exatas para que você veri[fique] que seu próprio trabalho quando encontrar restos.

Cálculos graduados - 5º Passo.

Exatas:		Inexatas e exatas:
132 ÷ 44;	238 ÷ 34;	816 ÷ 34;
324 ÷ 54;	576 ÷ 64;	2.082 ÷ 73;
672 ÷ 84;	738 ÷ 82;	1.020 ÷ 77;
729 ÷ 81;	432 ÷ 72.	1.726 ÷ 42;
		47.700 ÷ 75.

```
  8.1'6' |3.4
 - 6 8    2 4
   1 3.6
  - 1 3 6
        0
```

```
  13.2' |4.4'     23.8' |3.4      32.4' |5.4      20.8'2' |7.[...]
 - 13 2   3      - 23 8   7      - 32 4   6      - 14 6    2[...]
      0               0               0            6 2.2
                                                  - 5 8 4
                                                      3 8
```

2ª Etapa: Cálculo difícil do quociente

6º Passo

Nos primeiros casos apresentados no 6º Passo, o cálcul[o] do quociente, se baseado no conhecimento anterior, é consegui[do] na segunda tentativa.

Ex.: 6.0' |1.2 — $6 \div 1 = 6$. Mas $6 \times 12 = 72$ e não temos ta[n]to no dividendo; 5 é o quociente corret[o] (2ª tentativa).

SUGESTÕES DE TRABALHO PARA VENCER AS DIFICULDADES DE CÁLCULO DO QUOCIENTE

a) CALCULE OS QUOCIENTES:

2.0' |1.2 — Você vai experimentar 2 ou 1 ?
Por que não dá 2 ?

3.1' |1.2 — Você vai experimentar 3 ou 2 ?
Por que não dá 3 ?

b) COLOQUE DIVIDENDOS NESTAS OPERAÇÕES:

---- |12	---- |12	---- |12	---- |16
0 2	5 3	6 2	0 3

c) COMPLETE AS OPERAÇÕES:

190 |38	190 |---	---- |38
0 ---	0 5	0 5
288 |38	288 |---	---- |38
0 ---	0 6	0 6

d) EFETUE: 6.5' |1.5

COMPLETE: Dividindo 65 por 15 achamos _______ para quociente e _______ para resto.

Quociente x divisor + resto = _______.

e) QUANTOS ALGARISMOS TERÁ O NUMERAL DO QUOCIENTE DE CADA UMA DESTAS DIVISÕES? COLOQUE A RESPOSTA NOS PARÊNTESES:

( ) 243 ÷ 19 ( ) 1.428 ÷ 28 ( ) 7.432 ÷ 31

( ) 5.423 ÷ 35 ( ) 4.572 ÷ 22 ( ) 1.542 ÷ 12

( ) 765 ÷ 85 ( ) 542 ÷ 16 ( ) 345 ÷ 92

f) QUAL O DIVIDENDO? QUAL O QUOCIENTE?

$$\begin{array}{r|l} \text{-----} & 42 \\ \hline 0 & 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 41.5' & 4.2 \\ \hline & \text{---} \end{array}$$

Para calcular o quociente pensamos em 41 ÷ 4 = 10.

Mas na divisão anterior vimos que, para dar 10 no quociente, o dividendo precisa ser, no mínimo, 420. Como o dividendo é quase 420, o quociente será quase 10, isto é, 9.

EXERCÍCIOS:

COM UMA CRUZ DENTRO DOS PARÊNTESES, MARQUE AS DIVISÕES QUE DERÃO 9 NO QUOCIENTE:

( ) 248 ÷ 25	( ) 348 ÷ 62	( ) 145 ÷ 32
( ) 100 ÷ 16	( ) 272 ÷ 12	( ) 645 ÷ 48
( ) 410 ÷ 42	( ) 645 ÷ 65	( ) 972 ÷ 98
( ) 356 ÷ 36	( ) 777 ÷ 78	( ) 366 ÷ 37
( ) 725 ÷ 73	( ) 342 ÷ 35	( ) 744 ÷ 75
( ) 247 ÷ 25	( ) 278 ÷ 28	( ) 879 ÷ 88

g) NOS CASOS EM QUE, NO DIVISOR, O ALGARISMO DA ORDEM DAS UNIDADES FOR MAIOR QUE 5, USAR O ARREDONDAMENTO PARA A DEZENA IMEDIATAMENTE SUPERIOR.

Ex.: $\begin{array}{r|l} 11.3' & 1.9 \\ \hline \end{array}$

Nesta operação você terá de tentar várias vezes para achar o quociente correto.

$\begin{array}{r|l} & (20) \\ 11.3' & 1.9 \\ \hline \end{array}$

Evite maior trabalho calculando o quociente com o divisor 20.

11.3' | 1.9
5

11 ÷ 2 = 5 que é o quociente correto.

Assim, raramente você precisará uma segunda tentativa para o cálculo do quociente.

Cálculos graduados - 6º Passo.

Estudo do cálculo do quociente (1 algarismo no numeral do quociente). Cálculo relativamente fácil.

21 ÷ 12;	22 ÷ 14;
61 ÷ 31;	80 ÷ 41;
91 ÷ 32;	82 ÷ 43;
64 ÷ 39;	85 ÷ 49;
122 ÷ 37;	420 ÷ 61;
543 ÷ 66;	490 ÷ 76;
661 ÷ 84;	738 ÷ 95.

21 | 12
\- 12   1
9

6.1' | 3.1
\- 3 1   1
3 0

9.1' | 3.2
\- 6 4   2
2 7

Cálculo mais difícil do quociente: (use recursos para facilitar o cálculo):

69 ÷ 17;	92 ÷ 13;
110 ÷ 28;	279 ÷ 36;
131 ÷ 27;	278 ÷ 39;
481 ÷ 69;	400 ÷ 58;
180 ÷ 28;	370 ÷ 47;

6.9' | 1.7
\- 6 8   4
1

11.0' | 2.8
\- 8 4   3
2 6

MARQUE AS DIVISÕES QUE DARÃO 9 NO QUOCIENTE:

106 ÷ 11;	109 ÷ 11;	108 ÷ 12;
407 ÷ 42;	405 ÷ 43;	306 ÷ 34;
602 ÷ 66;	701 ÷ 73;	903 ÷ 95.

Divisões com quocientes acima de dez:

762 ÷ 12; 2.114 ÷ 73; 4.225 ÷ 65; 24.941 ÷ 37.

7º Passo

- Comentário: Temos aqui divisões que apresentam zeros no quociente, quer final, quer intercalado, e constituem apenas recapitulação de matéria já dominada na divisão por número menor que dez.

Cálculo graduado:

31.992 ÷ 68; 65.531 ÷ 84; 46.800 ÷ 65; 16.300 ÷ 65;

33.600 ÷ 40; 20.000 ÷ 45; 43.417 ÷ 62; 44.102 ÷ 21.

Usos da divisão:

- Repartir um todo em partes iguais.
- Procurar quantas vezes um número contém o outro.

PROBLEMAS

1. Sabendo-se que o som se propaga a 340 m por segundo, quanto tempo se leva para ouvir a detonação de um canhão disparado a uma distância de 4.080 m. ?

2. Uma roda em 12 horas dá 18.000 voltas. Quantas voltas dá por hora?

3. Um trem corre 45 km por hora. Quantas horas levará para percorrer 360 km ?

4. Um fazendeiro vai ensacar, em sacos de 60 kg, 3.420 kg de arroz. Quantas sacas conseguirá?

5. Uma caixa com meio cento de maçãs custa Cr$ 100,00. Qual é o preço de cada maçã?

Problemas sobre as quatro operações:

1. A soma de dois números é 32. O número maior é o triplo do menor. Quais são esses números?

Pense: se o número maior é três vezes o menor, é porque há quatro partes iguais.

Menor ⟹ $\square$ (não se conhece).

Maior ⟹ $\square$ $\square$ $\square$ (o triplo).

A soma dos números é: $\square + \square + \square + \square = 32$

Se quatro vezes valem: $4 \times \square = 32$

Só um vale: $\square = 32 \div 4$

$\square = 8$

Resposta:

O número menor = 8

O número maior = 8 + 8 + 8 = 24

Verificação: 8 + 24 = 32.

2. Dois meninos compraram 69 figurinhas. O segundo menino tem figurinhas mais que o primeiro. Quanto tem cada um?

1º menino $\Longrightarrow$ $\square$ (não sabemos quantas são).

2º menino $\Longrightarrow$ $\square$ + 13 (13 mais que o primeiro).

Os dois juntos têm: $\square + \square + 13 = 69$

As duas partes iguais valem: $\square + \square = 69 - 13$

ou $2 \times \square = 56$

Uma só parte vale: $\Longrightarrow$ $\square = 56 \div 2$

ou $\Longrightarrow$ $\square = 28$

Resposta:

1º menino $\Longrightarrow$ 28

2º menino $\Longrightarrow$ $28 + 13 = 41$

Verificação $\Longrightarrow$ $28 + 41 = 69$

3. Três (3) crianças dividiram 23 chocolates. A segunda cria ficou com 3 chocolates mais que a primeira; a terceira cri ça ficou com 2 chocolates mais que a segunda. Com quanto cou cada uma?

1ª criança: $\square$ (não sabemos com quantos ficou).

2ª criança: $\square$ + 3 (3 mais que a primeira).

3ª criança: $\square$ + 3 + 2 (2 mais que a segunda).

As 3 juntas têm: $\square + \square + 3 + \square + 3 + 2 = 23$

$\square + \square + \square = 23 - 3 - 3 - 2$

Se três valem: $3 \times \square = 15$

Um só vale: $\square = 15 \div 3$

$\square = 5$

Resposta:

1ª criança: 5

2ª criança: $5 + 3 = 8$

3ª criança: $5 + 3 + 2 = 10$.

Verificação: As três juntas: $5 + 8 + 10 = 23$.

4. A soma de dois números é 366 e a sua diferença é 86. Quais são esses números?

Observe a subtração:

$\square \Longrightarrow$ Minuendo

$- \square \Longrightarrow$ Subtraendo

$86 \Longrightarrow$ Diferença

A diferença diz quanto o minuendo é maior que o subtraendo. Daí concluirmos:

O menor $\Longrightarrow \square$

O maior $\Longrightarrow \square + 86$

A soma deles: $\square + \square + 86 = 366$

$$2 \times \square = 366 - 86$$

$$2 \times \square = 280$$

$$\square = 280 \div 2$$

$$\square = 140$$

<u>Resposta</u>:

O menor: 140

O maior: $140 + 86 = 226$

Verificação: $140 + 226 = 366$

5. A soma de dois números consecutivos é 51. Quais são esses números?

1º número $\Longrightarrow \square$ (não se conhece).

2º número $\Longrightarrow \square + 1$ (consecutivo do 1º).

A soma dos dois é: $\square + \square + 1 = 51$

$$\square + \square = 51 - 1$$

ou: $2 \times \square = 50$

$$\square = 50 \div 2$$

$$\square = 25$$

<u>Resposta</u>:

O 1º número: 25

O 2º número: $25 + 1 = 26$

Verificação: $25 + 26 = 51$

6. Lúcia, Sílvia e Joaninha, somadas as suas idades, têm 82 anos. Sílvia é 4 anos mais velha que Lúcia. Joaninha tem 3 anos mais que Lúcia. Qual é a idade de cada uma?

Lúcia: $\square$ (não se conhece a sua idade).

Sílvia: $\square + 4$

Joaninha: $\square + 3$

Somando as três idades: $\square + \square + 4 + \square + 3 = 82$

$$\square + \square + \square = 82 - 4 - 3$$

$$3 \times \square = 75$$

$$\square = 75 \div 3$$

$$\square = 25$$

Resposta:

Lúcia = 25

Sílvia = 25 + 4 = 29

Joaninha = 25 + 3 = 28

Verificação = 25 + 29 + 28 = 82.

7. Três (3) caixas pesam juntas 48 quilos. A segunda pesa o dobro da primeira. E a terceira pesa o triplo da primeira. Qual é o peso de cada uma?

1ª caixa $\Longrightarrow$ $\square$ (não se conhece o seu peso).

2ª caixa $\Longrightarrow$ $\square$ $\square$ (o dobro da primeira).

3ª caixa $\Longrightarrow$ $\square$ $\square$ $\square$ (o triplo da primeira).

As três caixas pesam: $\square + \square + \square + \square + \square + \square = 48.$

Se 6 pesam $\Longrightarrow$ $6 \times \square = 48$

Uma (1) pesa $\Longrightarrow$ $\square = 48 \div 6$

$$\square = 8$$

Resposta:

1ª caixa: 8 kg

2ª caixa: 8 + 8 = 16 kg

3ª caixa: 8 + 8 + 8 = 24 kg

Verificação: 8 + 16 + 24 = 48 kg.

8. José comprou 1 (uma) galinha e 3 patos por Cr$ 93,00. Se comprasse 3 galinhas e 3 patos teria que pagar a quantia de .... Cr$ 129,00. Quanto custa cada ave?

Observe: 1 galinha + 3 patos = Cr$ 93,00
3 galinhas + 3 patos = Cr$ 129,00

por que José pagaria mais na segunda vez? Qual foi a diferença na quantidade de aves? Você notou que na segunda vez há duas (2) galinhas a mais? E que a diferença entre as duas quantias (Cr$ 93,00 e Cr$ 129,00) é o preço das duas (2) galinhas?

Cr$ 129,00 - Cr$ 93,00 = Cr$ 36,00
2 galinhas = Cr$ 36,00
1 galinha = Cr$ 36,00 ÷ 2
1 galinha = Cr$ 18,00

1 galinha + 3 patos = Cr$ 93,00
Cr$ 18,00 + 3 patos = Cr$ 93,00
3 patos = Cr$ 93,00 - Cr$ 18,00
3 patos = Cr$ 75,00
1 pato = Cr0 75,00 ÷ 3
1 pato = Cr$ 25,00

Resposta:

1 galinha = Cr$ 18,00
1 pato = Cr$ 25,00

Verificação:

1 galinha + 3 patos = Cr$ 93,00
Cr$ 18,00 + Cr$ 75,00 = Cr$ 93,00

9. Num Parque de Diversões, cada vez que Carlos acertava no tiro ao alvo ganhava Cr$ 2,00; e cada vez que errava pagava ..... Cr$ 1,50. Deu 10 tiros e recebeu Cr$ 13,00. Quantas vezes acertou e quantas vezes errou o alvo?

Observe: se Carlos acertasse 10 vezes teria recebido Cr$ 20,00. Como teve erros, só recebeu Cr$ 13,00.
Cr$ 20,00 - Cr$ 13,00 = Cr$ 7,00. Diferença: Cr$ 7,00.
A cada erro deixava de ganhar Cr$ 2,00 tendo ainda de pagar Cr$ 1,50. Logo, cada erro significava-lhe uma perda de Cr$ 3,50.

Na diferença Cr$ 7,00 estão contidos 2 erros.

Veja: Cr$ 7,00 ÷ Cr$ 3,50 = 2.

<u>Verificação</u>: 10 acertos = 10 x Cr$ 2,00 = Cr$ 20,00
2 erros = 2 x Cr$ 3,50 = Cr$ 7,00
Diferença ⟶ Cr$ 13,00

10. Se José desse a Rui Cr$ 50,00 ambos ficariam com quantias iguais. Se Rui desse a José Cr$ 50,00 Rui ficaria sem nada. Quanto possui cada um?

O próprio enunciado do problema diz que Rui tem a quantia de Cr$ 50,00. Se Rui recebesse mais Cr$ 50,00 de José, os dois ficariam com quantias iguais (Cr$ 100,00 cada um). Daí é fácil perceber que José tem Cr$ 150,00.

Esse é o tipo de problema que traz a solução no próprio enunciado. Deve ser lido com paciência e atenção e anotada a sua resolução.

EXERCÍCIOS A SEREM EFETUADOS

1. A soma de dois números é 96. O maior é o triplo do menor. Quais são esses números?

2. Sócios numa plantação, dois agricultores dividiram entre si a colheita de 2.500 sacas de trigo. O segundo recebeu 300 sacas mais que o primeiro. Quantas sacas couberam a cada um?

3. Três criadores de gado venderam 300 bois. O segundo tinha 50 bois mais que o primeiro. O terceiro possuía 20 bois mais que o segundo. Quantos bois tinham os três juntos?

4. O quociente de uma divisão exata por 15 é 23. Qual é o dividendo dessa operação?

5. A soma de 3 números consecutivos é 120. Quais são esses números?

6. Um avicultor comprou galinhas e coelhos num total de 48 cabeças e 130 pés. Quantas galinhas e coelhos comprou?

7. Pedro quer distribuir mudas de pinho a certo número de pessoas. Dando 5 mudas a cada uma, sobram 12 mudas. Dando 8, faltam-lhe 6 mudas. Quantas mudas há para distribuir e quantas são as pessoas?

8. A soma de dois números é 392. O quociente entre eles é 13. Quais são esses números?

9. Curitiba dista 400 km de São Paulo. Um ônibus, correndo em média 50 km, em quanto tempo fará esse percurso?

10. Antônio recebeu Cr$ 805,00 por 23 dias de trabalho. Quanto ganhou por dia?

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Um numeral colocado, sem sinal de operação, antes de parênteses ( ), chaves { } ou colchetes [ ], quer significar "multiplicado por".

Exemplo: 4 + 7 (2 + 3), que se lê: 4 mais 7 vezes (2 + 3).

Havendo nas expressões numéricas os símbolos { }, [ ], ( ), é preciso observar ainda a ordem nas operações, efetuando:

1º - as operações entre parênteses;

2º - as operações entre colchetes;

3º - as operações entre chaves.

Não havendo esses sinais, deve-se operar:

1º - as multiplicações e divisões;

2º - as adições e subtrações.

Para melhor fixação dessas observações feitas, passemos aos exercícios seguintes, tendo já resolvida a primeira expressão.

1. $\left[36 \div 2 \times (3 \times 3 \times 5)\right] \div \{27 - \left[3 + (8 - 4 \div 2)\right]\} =$

Tirando os parênteses, resulta:

$\left[36 \div 2 \times 18\right] \div \{27 - \left[3 + 6\right]\} =$

Tirando os colchetes, temos:

$324 \div \{27 - 9\} =$

Tirando as chaves, vem:

$324 \div 18 = 18$

Agora, observe no exemplo dado, as sagitais indicando a ordem das operações.

2. $\left[3 \times 2 \times (1 + 3 \times 8)\right] \div \left[25 \times 3\ (17 - 3 \times 5)\right] =$

3. $\left[18 + 7\ (28 - 12 \div 6) - 48 \div 6\right] \div (28 - 4 \times 5) =$

4. $\{\left[5 + (3 + 15 \div 5) \times 3\right] \times 2 - (19 - 7) \div 6\} =$

5. $\{130 - 2\left[24 - 6\ (10 - 2 \times 3)\right]\} =$

NOTA : Neste módulo, a graduação de dificuldades apli-
ã multiplicação e ã divisão ē a mesma adotada para as crianças.
Já os problemas, ligados aos interesses e conhecimentos dos
tos, são aqui apresentados ao __nível dos cursistas__.

Em sua classe, você poderá aproveitar a aprendizagem
multiplicação e divisão aqui oferecida.

Nos módulos de didática, posteriores a este, as dificul-
des em problemas serão postas ã altura do desenvolvimento e inte-
se do aluno, objetivadas as operações com material didático.

EXERCÍCIOS DE DIVISÃO - RESPOSTAS

__Página 36__:

$72 \div 3 = 24$ $72 \div 4 = 18$ $54 \div 3 = 18$

__Página 37__:

$85 \div 5 = 17$ $75 \div 5 = 15$ $96 \div 6 = 16$

__Página 39__:

1º Passo - DA DIVISÃO COM DIVISOR ACIMA DE DEZ.

3	2	2	2	9	3
2	2	2	3	3	5
1	3	1	3	4	3
3	2	3	8	2	6

__Página 40__:

2º Passo - DIVISÕES COM RESTO

2, r.3	3, r.1	2, r.10	3, r.1	2, r.3	3, r.
2, r.3	1, r.20	2, r.1	1, r.5	4, r.1	3, r.
3, r.3	2, r.13	2, r.6	2, r.12	3, r.12	3, r.

Página 42:

3º Passo

$20 \div 10 = 2$ $\quad$ $70 \div 10 = 7$ $\quad$ $120 \div 10 = 12$ $\quad$ $170 \div 10 = 17$

$50 \div 10 = 5$ $\quad$ $10 \div 10 = 1$ $\quad$ $150 \div 10 = 15$ $\quad$ $220 \div 10 = 22$

$63 \div 30 = 2$, r.3

$109 \div 30 = 3$, r.19

$109 \div 60 = 1$, r.49

$606 \div 70 = 8$, r.46

Página 43:

4º Passo

53, r.3	28, r.0	11, r.0	23, r.0	53, r.14
36, r.22	32, r.64	24, r.31	32, r.60	44, r.50
29, r.20	33, r.20	43, r.30	98, r.40	32, r.22

Página 44:

5º Passo

Exatas		Exatas e Inexatas
3	7	24
6	9	28, r.38
8	9	13, r.19
9	6	41, r.4
		636

Página 45:

6º Passo

b) Colocar dividendos nas operações:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 12 \\ \hline -24 & 2 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 41 & 12 \\ \hline -36 & 3 \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 12 \\ \hline -24 & 2 \\ 6 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 16 \\ \hline -48 & 3 \\ 0 & \end{array}$$

c) Completar as operações:

```
 190 |38        ... Idem          ... Idem
-190   5
   0

 288 |38        ... Idem          ... Idem
-288   6
   0
```

d) Efetuar e completar:

Dividindo 65 por 15 achamos 4 para quociente e 5 para resto.

Quociente x divisor + resto = dividendo.

Página 46:

e) Quantos algarismos terá o numeral do quociente?

(2)	(2)	(3)
(3)	(3)	(3)
(1)	(2)	(1)

f) Qual é o dividendo? R.: 420.

Qual é o quociente? R.: 9.

Exercícios. Marcar os quocientes 9 dentro dos parênteses:

(x)	( )	( )
( )	( )	( )
(x)	(x)	(x)
(x)	(x)	(x)
(x)	(x)	(x)
(x)	(x)	(x)

Página 47:

Cálculos Graduados - 6º Passo.

1 algarismo no numeral do quociente.

1, r.9	1, r.8
1, r.30	1, r.39
2, r.27	1, r.39
1, r.25	1, r.36
3, r.11	6, r.54
8, r.15	6, r.34
7, r.73	7, r.73

Página 47:

Cálculo mais difícil do quociente.

4, r.1	7, r.1
3, r.26	7, r.27
4, r.23	7, r.5
6, r.67	6, r.52
6, r.12	7, r.41

Marque as divisões que darão 9 no quociente:
Todas darão 9 no quociente.

Página 48:

Divisões com quocientes acima de dez.

63, r.6	28, r.70	65, r.0	674, r.

Cálculo graduado:

470, r.32	780, r.11	720, r.0	250, r.50
840, r.0	444, r.20	700, r.17	2.100, r.2

PROBLEMAS - RESPOSTAS:

1. 4.080 ÷ 340 = 12 R.: 12 segundos.
2. 18.000 ÷ 12 = 1.500 R.: 1.500 voltas por hora.
3. 360 ÷ 45 = 8 R.: Percorrerá em 8 horas.
4. 3.420 ÷ 60 = 57 R.: Conseguirá 57 sacas.
5. 100,00 ÷ 50 = 2,00 R.: Cr$ 2,00 cada maçã.

Página 54:

EXERCÍCIOS A SEREM EFETUADOS:

1. 4 x ☐ = 96 R.: O menor é 24
☐ = 96 ÷ 4 = 24 O maior é 72

2. 2 x ☐ + 300 = 2.500 R.: O 1º = 1.100 sacas
☐ = 1.100 O 2º = 1.400 sacas.

3. ☐; ☐+50; ☐ + 50 + 20 R.: O 1º = 60 bois
3 x ☐ + 120 = 300 O 2º = 110 bois
☐ = 180 ÷ 3 = 60 O 3º = 130 bois

Página 55:

4\. Resposta: 345.

5\. $\square$; $\square + 1$; $\square + 1 + 1$

$3 \times \square + 3 = 120$

$\square = 117 \div 3 = 39$

R.: O 1º número é 39.
O 2º número é 40.
O 3º número é 41.

6\. 48 cabeças = 48 animais.

$2 \times 48 = 96$; $130 - 96 = 34$

Em 34 pés há 17 pares de patas dos 17 coelhos.

De $48 - 17 = 31$ galinhas.

R.: 17 coelhos.
31 galinhas.

7\. Para dar mais 3 mudas:

$12 + 6 = 18$ mudas

$18 \div 3 = 6$ pessoas

$6 \times 5 + 12 = 42$ mudas.

R.: São 6 pessoas e 42 mudas.

8\. Dividendo = $13 \times \square$

divisor = $\square$

$13 \times \square + \square = 392$

$14 \times \square = 392$

$\square = 392 \div 14 = 28$

R.: dividendo: $13 \times 28 = 364$
divisor : 28

9\. Resposta: 8 horas.

10\. Resposta: Cr$ 35,00 por dia.

Página 57:

EXPRESSÕES NUMÉRICAS:

1\. Já solucionada.

2\. $[3 \times 2 \times 25] \div [25 \times 3 \times 2] =$

$150 \div 150 = 1$

3. $\left[18 + 7 \times 26 - 8\right] \div (28 - 20) =$

$\left[18 + 182 - 8\right] \div 8 =$

$192 \div 8 = 24$

4. $\{\left[5 + (3 + 3) \times 3\right] \times 2 - 12 \div 6\} =$

$\{\left[5 + 6 \times 3\right] \times 2 - 2\} =$

$\{23 \times 2 - 2\} = 44$

5. $\{130 - 2\left[24 - 6\ (10 - 6)\right]\} =$

$\{130 - 2\left[24 - 24\right]\} =$

$\{130 - 0\} = 130$

VII - PÓS-TESTE

Antes de você se submeter ao presente Pós-Teste, recomendamos que primeiramente reveja os pontos principais deste módulo e, em seguida, leia com calma e atenção as questões a seguir. Isso feito, dê as respostas cabíveis.
Boa sorte nesta sua prova!

1 - EFETUE: 4.890 x 8 =

2 - OPERE: 1.881 ÷ 19 =

3 - EFETUE: 975 x 408 =

4 - OPERE: 5.037 ÷ 73 =

5 - RESOLVA: $\left[3 \times (7 - 5) \times (1 + 3 \times 8)\right] =$

6 - DIGA QUE PROPRIEDADE ESTÁ APLICADA NESTA MULTIPLICAÇÃO:

$$(4 \times 5) = 4 \times (5 \times 8)$$
$$20 \times 8 = 4 \times 10$$
$$160 = 160$$

---

7 - A DIVISÃO GOZA DA "PROPRIEDADE ASSOCIATIVA"? EXEMPLIFIQUE.

8 - PAULA DEU 5 BALAS A CADA ALUNO E FICOU COM 12 BALAS. SE TIVESSE DADO 8 A CADA UM, FALTARIAM 6 BALAS. QUANTAS ERAM AS BALAS E OS ALUNOS ?

9 - A SOMA DE DOIS NÚMEROS É 48. UM DELES É O TRIPLO DO OUTRO. QUE NÚMEROS SÃO ELES ?

10 - ANTÔNIO E JOSÉ TÊM AO TODO 100 LIVROS. SE ANTÔNIO DER 25 LIVROS A JOSÉ AMBOS FICARÃO COM QUANTIDADES IGUAIS. QUANTOS LIVROS TEM CADA UM ?

MULTIPLICAÇÃO

Como você já domina, certamente, a idéia de multiplica e conhece a tábua de multiplicação, assim como as propriedades dessa operação, principiemos esta parte pela revisão das multipli cações por numeral de um só algarismo.

Nas multiplicações por numeral de um só algarismo, há os seguintes cuidados a serem observados:

a) não esquecer as reservas;

b) não esquecer que os produtos de zero são zeros.

Exemplo: 6.704 x 9

```
  6.704
 x    9
 ------
 60.336
```

Nas multiplicações acima de dez, deve-se atender à pro priedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Exemplo: 25 x 4.685

$(20 + 5) \times 4.685$

```
      4 6 8 5
         x 2 5
  -------------
    2 3 4 2 5  ⟹  produto das unidades
    9 3 7 0    ⟹  produto das dezenas
  -------------
  1 1 7.1 2 5  ⟹  adição dos produtos parciais
```

Outro exemplo: 407 x 345

```
        3 4 5
      x 4 0 7
  -----------
      2 4 1 5  ⟹  produto das unidades
  1 3 8 0      ⟹  produto das centenas
  -----------
  1 4 0.4 1 5     zero dezenas não se deve multipli
                  car.
```

Quando existem zeros finais no segundo produto parcial é preciso multiplicar o algarismo de valor significativo e acres centar os zeros finais.

Exemplo: 7.345 x 200

```
      7.3 4 5
    x   2 0 0
  -----------
  1.4 6 9.0 0 0
```

produto das centenas

dois zeros finais.

A multiplicação de centenas se anota a partir das centenas; a esse produto seguem-se os zeros finais.

Pois bem, tomados os cuidados que assinalamos, você poderá efetuar quaisquer multiplicações sem maiores dificuldades.

Agora, refaça os exercícios e problemas apresentados; use os livros adotados para bem treinar; e leia com atenção os problemas e exercícios solucionados para assim eliminar as suas dúvidas.

DIVISÃO

Compreendendo a divisão como sendo a operação que reparte uma quantidade ou quantia em partes iguais, ou como sendo a operação que diz quantas vezes um número está contido no outro, você estará preparado para resolver os problemas que envolvem essa operação.

O cálculo da divisão é, como apresentamos e demonstramos, claramente compreensível quando a operação é feita com objetos e numerais, paralelamente.

O conhecimento do Sistema de Numeração é, também, fator importante para a compreensão dos reagrupamentos.

Como seria ocioso reescrever aqui todos os passos já apresentados no estudo da divisão, aconselhamos a você, que terá de enfrentar novo teste, o reestudo dos mesmos, com vistas a um total domínio da operação. Também sugerimos que verifique os seus pontos fracos no Pós-Teste e cuide de reforçar o estudo do que lhe é obscuro ainda.

Observações de importância na divisão.

No estudo da divisão, consideramos de importância o conhecimento dos itens que seguem.

1º - Saber quantos algarismos terá o quociente, pois muitas vezes são esquecidos os zeros.

Exemplo:

(a)

```
  5 2'6'5' |1 3
 -5 2       4 5
    0 6 5
   -  6 5
        0
```

(b)

```
  5 2'6'5' |1 3
 -5 2       4 0 5
    0 6 5
```

É muito freqüente o tipo de erro verificado em (a). Se analisarmos o dividendo, três algarismos serão notados no quociente: 52' 6' 5'.

2º - Não esquecer de examinar os restos, pois estes devem ser menores que o divisor.

Exemplo:

```
  5 5'6' |1 3
 -3 9     3 1 2
  1 6  ⟹
 -1 3
    3 6
   -2 6
    1 0
```

O resto 16 não pode ser aceito. A operação deve ser refeita acrescentando-se mais 1 ao 3 colocado no quociente.

Se analisarmos o dividendo, acharemos esse tipo de erro; o dividendo 55' 6' diz que o quociente tem dois algarismos.

3º - Nas divisões em que o divisor é formado de poucas dezenas e muitas unidades, não esquecer a aproximação para a dezena imediata.

```
                 (2 0)
Exemplo:  1 6.0' |1.8       16 ÷ 2 = 8
         -1 4 4   8
            1 6
```

Algumas vezes é necessário refazer o cálculo; nessas oportunidades, procede-se, então, com segurança.

```
                 (2 0)
Exemplo:  1 7.5' |18
         -1 4 4   8         17 ÷ 2 = 8
            3 1 ⟹ O resto não pode ser maior que o divisor.
```

```
 1 7.5' | 1 8
-1 6 2    9
   1 3
```

Na segunda vez se tem certeza de que o quociente está correto.

4º - Algumas vezes há dúvidas quanto ao quociente, isto é, se ele é maior ou menor que dez.

Exemplo: 1 8.9' | 1.9'

```
C D
1 8 | 1
     1 8
```

Experimentar o quociente 10 e comparar o produto com o dividendo.

Exemplo:

```
1 8 9 | 1 9
        1 0
```

Não se tem 190 no dividendo. Logo, o divisor é menor que 10. Se o quociente é <u>quase</u> 10, pode-se afirmar que é 9.

```
 1 8 9 | 1 9
-1 7 1    9
   1 8
```

<u>ALGUMAS CONSIDERAÇÕES OPORTUNAS</u>

Concluindo, chamamos a sua atenção, professor, para o seguinte:

- *Releia cuidadosamente esses pontos mais delicados da operação nas explicações contidas no Capítulo VI deste módulo.*
- *Efetue, além dos exercícios dados como tarefa, outros de diferentes livros adotados no ensino fundamental.*
- *Leia obras de matemática que tragam exercícios solucionados . Sem olhar, refaça esses exercícios, para conferi-los em seguida.*
- *E não esqueça: de tudo o que você aqui estudou, os exercícios são o meio de fixação por excelência.*

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com calma e atenção as questões abaixo. Em seguida, dê as respostas às perguntas formuladas.
E boa sorte nesta sua prova!

1 - EFETUE: 45 508 x 9 =

2 - OPERE: 764 808 ÷ 8 =

3 - EFETUE: 7 098 x 67 =

4 - OPERE: 409 934 ÷ 94 =

5 - QUAIS SÃO AS PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO?

----

6 - NUMA DIVISÃO TEMOS: DIVISOR IGUAL A 19, QUOCIENTE IGUAL A 7 E O RESTO IGUAL A 5. ACHE O DIVIDENDO.

7 - RESOLVA: $\left[9 + 2 \times (4 \times 9 \div 3)\right] \div (9 \div 3) =$

8 - MARIA MULTIPLICOU CERTO NÚMERO POR 72 E RESULTOU 1.080. QUE NÚMERO ELA MULTIPLICOU POR 72 ?

9 - COMO SE CHAMAM OS TERMOS DA DIVISÃO?

----

10 - A SOMA DE DOIS NÚMEROS É IGUAL A 36 E UM DELES TEM 4 UNIDADES A MAIS QUE O OUTRO. QUE NÚMEROS SÃO ELES ?

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1 - AUGUSTINE, Charles D'. *Métodos Modernos para o Ensino de Matemática*. Ao Livro Técnico S/A. Rio de Janeiro, 1970.

2 - BARBOSA, Ruy Madsen. *Metodologia e Complementos para Professores Primários*. Livraria Nobel S/A. São Paulo, 1966.

3 - DIENES-GOLDING. *Primeiros Passos em Matemática, "Conjuntos, Números e Potências"*. Editora Herder. São Paulo, 1969.

4 - FERNANDES, Ary & Outros. *Matemática*, 5. Companhia Editora Nacional. São Paulo, 1974.

5 - NEDEM - *Ensino Moderno da Matemática*, 2º e 3º volumes do 1º Grau. Editora do Brasil S/A. São Paulo, 1976.

Ensino Moderno da Matemática, volume 1º da Série Ginasial. Editora do Brasil S/A. São Paulo, 1974.

XII - GLOSSÁRIO

A

ÁREA ——— É a medida de uma superfície, que pode ser limitada, como no caso de uma figura geométrica, ou ilimitada, porém finita, como no caso da superfície da esfera. (Achar a área de uma superfície é determinar a sua relação com outra superfície tomada como unidade, e que é o quadrado que tem por lado a unidade de comprimento.)

AVICULTOR — Criador de aves; pessoa que se dedica à avicultura ou criação de aves; criador e comerciante de aves.

E

EFETUAR —— Operar; executar; fazer; realizar.

ELIMINAR —— Suprimir; cortar; excluir; por de lado; por fora; anular; extinguir.

I

INVERSA — Contrária; invertida; proposição de termos invertidos. Operação inversa: operação que desfaz a outra.

M

MEMORIZAR — Guardar de memória; decorar; ter de cor; ter de memória.

O

OBSCURO — Difícil de entender; pouco claro; confuso; incompreensível.

OCIOSO — Desnecessário; cansativo; dispensável; que é demais. (É ocioso repetir o assunto; é desnecessário dizer novamente a mesma coisa.)

P

PROCEDER — Agir; fazer; executar; comportar-se; prosseguir.

R

RETÂNGULO — Paralelogramo que tem todos os lados iguais dois a dois. Quadrilátero cujos ângulos são retos. A área é igual ao produto do valor da base pelo valor da altura, ou seja, ao produto dos valores de dois lados concorrentes.

S

SUGERIR — Dar sugestão; opinar; dar opinião; fazer lembrar.

V

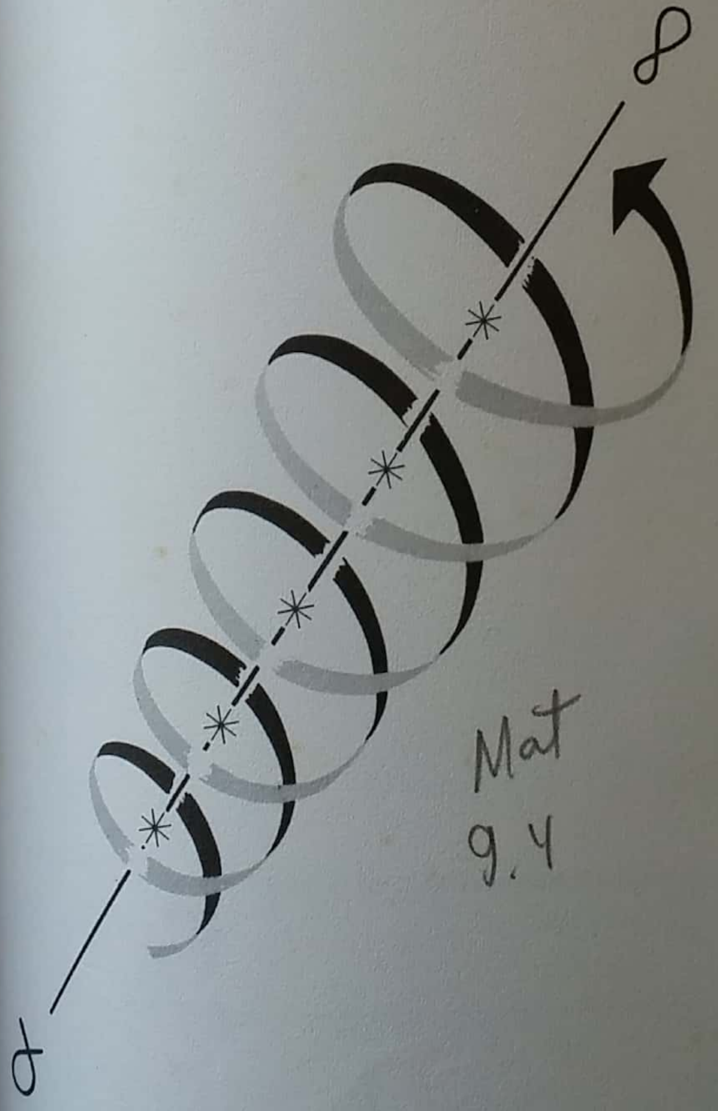
VOLUME — É o número que exprime a medida do espaço ocupado por um corpo.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

Waldemar 5

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT



Mat
9.4

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

OPERANDO COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

MÓDULO Nº 9.4

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO : OPERANDO COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

I - ASSUNTO : CONHECIMENTO DO CONJUNTO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS ;OPERAÇÕES ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS.

II - MATÉRIA : CIÊNCIAS

DISCIPLINA : MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS : OPERAÇÕES EM N.

IV - OBJETIVOS :

1 - OBJETIVO GERAL

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2 - OBJETIVO TERMINAL

Operar com números Fracionários, resolvendo situações- problema e utilizando suas propriedades e técnicas operatórias com precisão.

3 - OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

a) Realizar corretamente as quatros operações fundamentais no conjunto dos Números Fracionários.

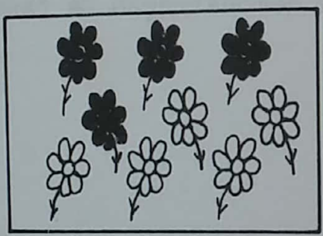
b) Resolver problemas e expressões numéricas que envolvam operações no conjunto dos Números Fracionários.

V - PRÉ - TESTE

Leia com atenção as questões deste Pré-Teste e as resp[...] com letra bem legível, escrevendo aquilo de que tiver certeza. N[...] respostas impensadas se só tem o propósito de não deixar em br[...] quaisquer perguntas. Também não use borracha para rasuras. Isso [...] observado, inicie, então, esta prova. E tenha bom êxito no seu t[...]lho !

1. O QUE É UMA UNIDADE FRACIONÁRIA ?

----

2. 

Estão pintados _________ elementos em

Fração :- ____________________.

3. ESTABELEÇA A "RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA" ENTRE OS NÚMEROS FRACI[...]RIOS E NÚMEROS MISTOS ABAIXO :

$$\frac{19}{4} \Longleftrightarrow \qquad\qquad \frac{21}{6} \Longleftrightarrow$$

4. CONSTRUA A "CLASSE DE EQUIVALÊNCIA" DE $\frac{1}{3}$.

5. EFETUE :-

$$2\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \qquad\qquad \frac{2}{3} - \frac{1}{4} =$$

6. EFETUE : $2\frac{1}{3} \times 4 =$ $3\frac{1}{5} + \frac{8}{10} =$

7. SE $\frac{1}{3}$ DE $39 = ...$ | $\frac{2}{5}$ DE Cr\$ 250,00 =

ENTÃO $\frac{2}{3}$ DE $39 = ...$ | $\frac{3}{5}$ DE Cr\$ 250,00 =

$\frac{3}{3}$ DE $39 = ...$

8. MÁRIO DISPÔS 84 CARTÕES POSTAIS EM TRÊS ÁLBUNS. NO PRIMEIRO ÁLBUM COLOCOU $\frac{1}{6}$ DE CARTÕES; NO SEGUNDO, $\frac{1}{3}$; NO TERCEIRO, OS POSTAIS RESTANTES. QUANTOS CARTÕES POSTAIS DISPÔS EM CADA ÁLBUM ?

9. CLARICE GASTOU Cr\$ 600,00 E AINDA LHE SOBROU $\frac{1}{5}$ DO DINHEIRO QUE TINHA. QUANTO POSSUÍA INICIALMENTE ?

10. EFETUE :- $\left(\frac{2}{3} + 5\right) : \left(4 - \frac{1}{3}\right) =$

1. Chama-se Unidade Fracionária a cada uma das partes congruentes que a unidade for dividida. (Ou expressão análoga).

2. Estão pintados 4 elementos em 9 . Fração: 4/9.

3. $4\frac{3}{4}$; $3\frac{3}{6}$ ou $3\frac{1}{2}$

4. $\frac{1}{3} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18} \ldots\right\}$

5. $2\frac{3}{8}$; $\frac{5}{12}$

6. $\frac{28}{3}$ ou $9\frac{1}{3}$; $\frac{4}{1}$ ou 4

7. Se $\frac{1}{3}$ de 39 = 13

então $\frac{2}{3}$ de 39 = 26

$\frac{3}{3}$ de 39 = 39

$\frac{2}{5}$ de Cr$ 250,00 = Cr$ 100,00

$\frac{3}{5}$ de Cr$ 250,00 = Cr$ 150,00

8. Álbuns : 1º, 14 postais; 2º, 28 ; 3º álbum, 42 postais

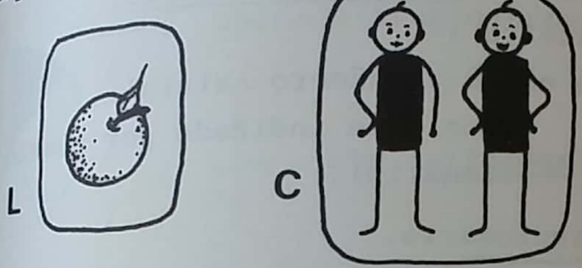
9. Possuía, inicialmente, Cr$ 750,00

10. $\frac{17}{11}$ ou $1\frac{6}{11}$

NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Quando tratamos da Divisão, em módulo anterior, vimos que o número fracionário foi criado para representar divisão de números naturais cujo resultado não é número natural.

Exemplo:- Repartir uma laranja entre duas crianças.



- No conjunto N essa operação é impossível; não nos oferece resposta.

- Já, no conjunto dos números fracionários (F), a operação divisão é possível.

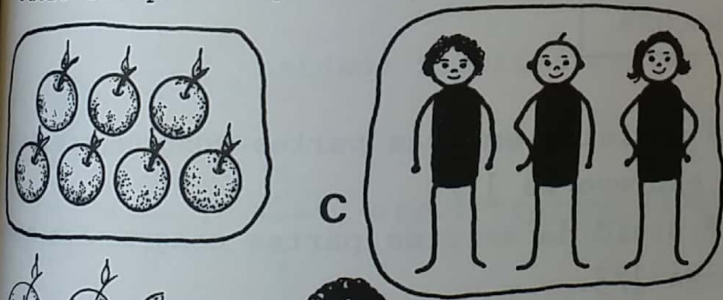
$\# L = 1$ $\quad \# C = 2$

$1 \div 2 = ?$

$1 \div 2 = 1/2$

$1 \in F \quad 2 \in F \quad 1/2 \in F$

Outro exemplo: Repartir 7 laranjas entre 3 crianças.

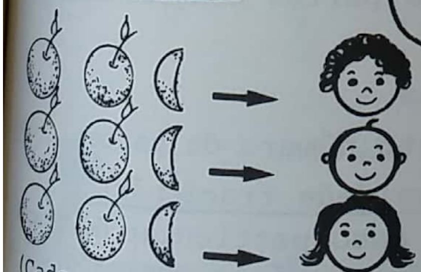


$\# L = 7 \quad \# C = 3$

$7 \div 3 = 7/3$

ou

$7 \div 3 = 2\,1/3$

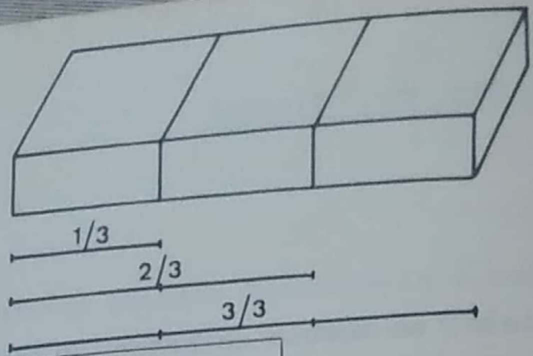


(Cada criança recebe 2 laranjas, mais um terço (1/3)).

UNIDADE FRACIONÁRIA

As partes da divisão das unidades (laranjas, chocolate, figuras geométricas, etc) devem ter a mesma forma e o mesmo tamanho, quer dizer, devem ser congruentes.

Dividido um tablete de chocolate em 3 partes congruentes (da mesma forma e mesmo tamanho), tem-se em cada uma dessas partes uma unidade fracionária. Escreve-se : 1/3; e lê-se : um terço.



No numeral 1/3, o 1 é o ... rador, e o 3 é o denomi...

O 1 e o 3 são os termos ... representação do número ... cionário.

NÚMERO FRACIONÁRIO

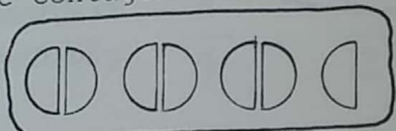
O número que indica a quantidade de unidades fracionárias ... madas para avaliar uma fração chama-se <u>número fracionário</u>.

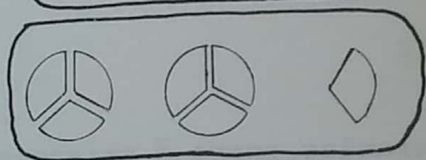
Um número fracionário indica :-

a) Uma divisão em que o quociente não é um número natural;

Exemplo : $7 \div 3 = 7/3$ (quociente indicado por número ... cionário).

b) Que a unidade de contagem é fracionária.

Exemplo:  7/2 ; unidade fracionária ...

 7/3 ; unidade fracionária ...

UNIDADES FRACIONÁRIAS E FRAÇÕES

Quando a unidade é dividida em duas partes congruentes, ... parte se chama "<u>um meio</u>". E escreve-se 1/2.

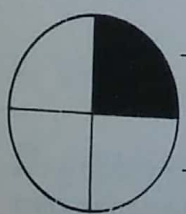
Quando a unidade é dividida em três partes congruentes, ... parte é <u>um terço</u>. E escreve-se 1/3.

1/2 e 1/3 são unidades fracionárias.

Quando a unidade é dividida em certo número de partes ... gruentes, cada uma dessas partes é chamada <u>unidade fracionária</u>.

A unidade fracionária é, pois, um caso particular de fra...

Observe, em cada caso, a unidade fracionária correspon... e algumas frações.



$\frac{1}{4}$: unidade fracionária; lê-se: <u>um quarto</u>.

$\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$: <u>frações</u> ; lê-se: dois quartos três quartos.

$\frac{1}{5}$: unidade fracionária (um quinto).

$\frac{2}{5}$: fração (dois quintos).

$\frac{1}{6}$: unidade fracionária (um sexto).

$\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$: frações (dois sextos, etc.).

$\frac{1}{7}$: unidade fracionária (um sétimo.).

$\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$ etc.: frações (dois sétimos, etc.).

$\frac{1}{8}$: unidade fracionária (um oitavo).

$\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, etc.: frações (dois oitavos, etc.).

$\frac{1}{9}$: unidade fracionária (um nono).

$\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, etc.: frações (dois nonos, etc.).

$\frac{1}{10}$: unidade fracionária decimal (um décimo).

$\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, etc.: frações decimais (dois décimos, etc.).

Qualquer número fracionário, ou unidade fracionária com denominador acima de dez, lê-se :

$\frac{1}{11}$, um sobre onze, ou onze avos.

$\frac{2}{12}$, dois sobre doze; ou dois doze avos.

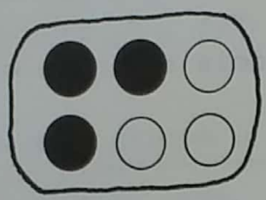
$\frac{2}{15}$, dois sobre quinze; dois quinze avos.

Apenas os denominadores 10, 100, 1.000, etc., são chamados: décimos, centésimos, milésimos, etc.

FRAÇÃO DE CONJUNTO

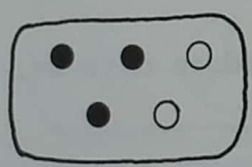
Pode-se também calcular uma fração de um conjunto.

Por exemplo :



- Estão pintados 3 elementos em 6.

Fração:- $\frac{3}{6}$ 3 → elementos pintados
6 → elementos do conjunto.

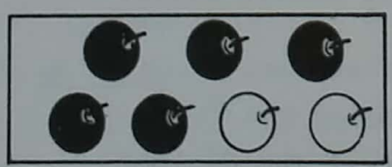


- Estão pintados 3 elementos em 5.

Fração:- $\frac{3}{5}$ 3 → elementos pintados.
5 → elementos do conjunto.

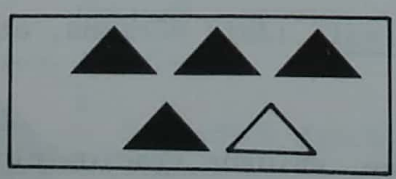
EXERCÍCIO Nº 1

A) COMPLETE:-



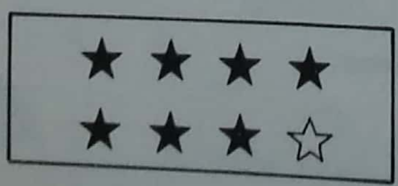
1 - Estão pintados....elementos em....

Fração: —



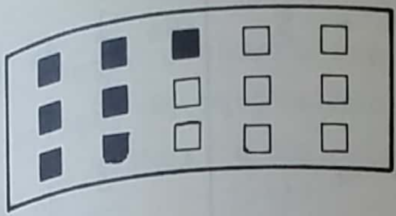
2 - Estão pintados....elementos em....

Fração: —



3 - Estão pintados....elementos em....

Fração: —

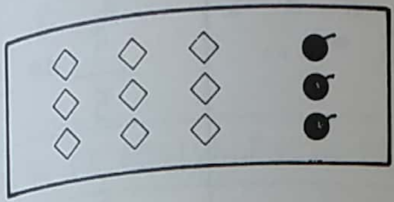


4 - Estão pintados....elementos em .....

Fração: ___

___

___



5 - Estão pintados....elementos em .....

Fração: ___

___

___

B) LEIA E ESCREVA OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS SEGUINTES:-

$\frac{3}{6}$ ---------------------------; $\frac{5}{8}$ -----------------------------------;

$\frac{7}{9}$ ---------------------------; $\frac{8}{11}$ -----------------------------------;

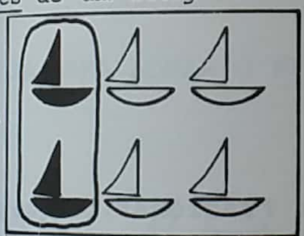
$\frac{7}{15}$ ---------------------------; $\frac{9}{12}$ -----------------------------------;

EXERCÍCIO Nº 2

Da mesma maneira que calculamos fração de um conjunto, também o fazemos calculando a fração correspondente a subconjuntos equipotentes de um conjunto.

1)

A

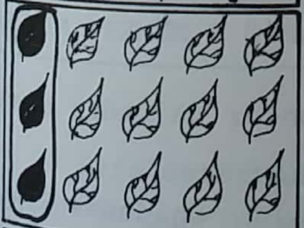


Um terço (1/3) do número de elementos de A está pintado.Pinte,você, mais dois terços (2/3).Quantos terços ficaram pintados?____________________

B

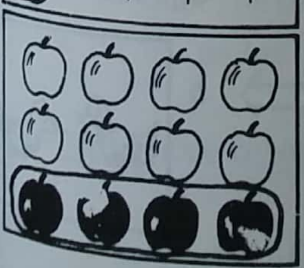
Um quarto (1/4) do número de elementos de B está pintado. Agora, pinte mais (1/4). Quantos quartos ficaram pintados?________________________

C



Um quinto (1/5) do número de elementos de C está pintado. Pinte,agora, mais (2/5). Quantos quintos ficaram pintados?________________________

D



Um terço (1/3) do número de elementos de D está pintado. Pinte,então, mais (1/3). Quantos terços ficaram pintados?________________________

2 - OBSERVE OS CONJUNTOS ANTERIORES E OS COMPLETE :-

Se $\frac{1}{3}$ de 6 = 2

então $\frac{2}{3}$ de 6 =...

ou $\frac{3}{3}$ de 6 =...

Se $\frac{1}{4}$ de 12 = 3

$\frac{2}{4}$ de 12 = ...

$\frac{3}{4}$ de 12 = ...

$\frac{4}{4}$ de 12 = ...

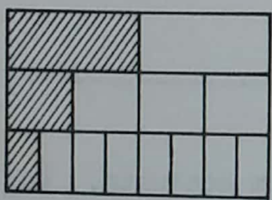
Se $\frac{1}{5}$ de 15 =...

$\frac{2}{5}$ de 15 =...

$\frac{4}{5}$ de 15 =...

$\frac{5}{5}$ de 15 =...

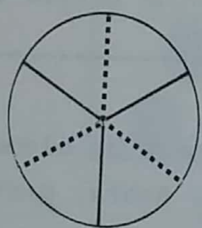
RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS



$\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{4}$ | $\frac{2}{4} \Leftrightarrow \frac{4}{8}$ | $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{8}$

$\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{2}{8}$ | $\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{8}$ |

$\frac{1}{8}$



$\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{6}$

$\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{6}$

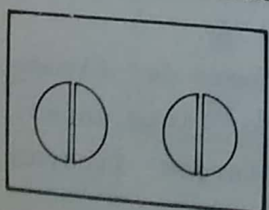
$\frac{3}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2}$

Os números fracionários que representam a mesma porção ou fração do todo são chamados equivalentes.

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMERO FRACIONÁRIO E NÚMERO NATURAL

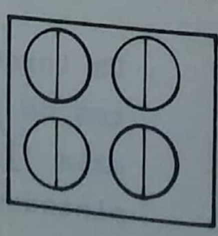
Os conjuntos, como já vimos, podem conter unidades simples e unidades fracionárias.

Unidades Fracionárias.



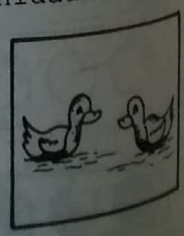
$\frac{4}{2} \Leftrightarrow 2$

Unidades Fracionárias



$\frac{8}{2} \Leftrightarrow 4$

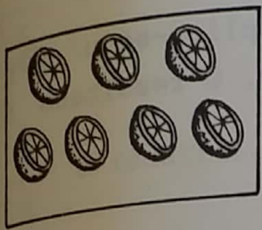
Unidades Simples



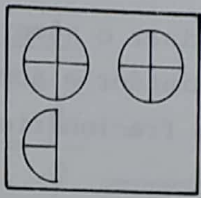
Entre o número fracionário e um número natural, dizemos que há uma relação de equivalência quando o numerador é múltiplo do denominador, ou melhor, é um produto do denominador.

$\frac{4}{2} \notin N \quad 2 \in N \;;\; \frac{8}{2} \notin N \quad 4 \in N$

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMERO FRACIONÁRIO E NÚMERO MISTO



$\frac{7}{2} \Longleftrightarrow 3\ \frac{1}{2}$



$\frac{10}{4} \Longleftrightarrow 2\ \frac{2}{4}$

Cada duas meias laranjas corresponde a uma laranja. Logo:-

$\frac{7}{2} \Longleftrightarrow 3$ laranjas e $\frac{1}{2}$.

Cada quatro quartos corresponde a 1. Logo: $\frac{10}{4}$ corresponde a 2 inteiros e $\frac{2}{4}$.

REGRAS PRÁTICAS

1. REGRA PARA ACHAR O NÚMERO MISTO EQUIVALENTE AO NÚMERO FRACIONÁRIO DADO.

Exemplo:- $\frac{13}{4} \Longleftrightarrow 3\ \frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

4 → denominador
3 → número natural
1 → numerador

$\frac{22}{5} \Longleftrightarrow 4\ \frac{2}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 22 & 5 \\ \hline 2 & 4 \end{array}$$

5 → denominador
4 → número natural
2 → numerador

Para determinar o número misto, divide-se o numerador pelo denominador. O quociente é um número natural; o resto da divisão é a quantidade de unidades fracionárias.

2. REGRA PARA ACHAR O NÚMERO FRACIONÁRIO EQUIVALENTE AO NÚMERO MISTO DADO.

Exemplo: $3\ \frac{1}{2} =$ Como a unidade fracionária é $\frac{1}{2}$, 3 unidades simples transformam-se em $\frac{6}{2}$; com mais $\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$$\frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

ou mais abreviadamente :

$$3 \times \frac{1}{2} + = \frac{7}{2} \quad (3X2+1) \rightarrow \text{numerador}$$

Para determinar o <u>número fracionário</u>, multiplica-se o número natural pelo denominador e soma-se com o numerador. O resultado é o numerador do número fracionário equivalente.

<u>EXERCÍCIO Nº 3</u>

A) ACHAR O NÚMERO NATURAL EQUIVALENTE A CADA UM DESTES NÚMEROS FRACIONÁRIOS:-

a) $\frac{24}{6} \Longleftrightarrow$ ----------

c) $\frac{9}{1} \Longleftrightarrow$ ---------

e) $\frac{21}{7}$ --

b) $\frac{10}{5} \Longleftrightarrow$ ----------

d) $\frac{0}{5} \Longleftrightarrow$ ---------

f) $\frac{12}{12}$ --

B) REPRESENTAR CADA FRAÇÃO POR UM NÚMERO MISTO EQUIVALENTE:-

a) $\frac{8}{3}$

c) $\frac{5}{3}$

e) $\frac{17}{3}$

b) $\frac{12}{7}$

d) $\frac{9}{5}$

f) $\frac{10}{3}$

C) TRANSFORMAR O NÚMERO MISTO EM FRAÇÃO :-

a) $3\ \frac{1}{2}$

c) $1\ \frac{2}{3}$

e) $3\ \frac{4}{7}$

b) $2\ \frac{1}{3}$

d) $1\ \frac{4}{5}$

f) $6\ \frac{4}{9}$

SIMPLIFICAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Observando os números fracionários, vamos separá-los em <u>redutíveis</u> e <u>irredutíveis</u>.

São <u>redutíveis</u> quando podemos simplificar os seus termos.

$\frac{4}{6}$ (Ambos os termos são divisíveis por 2). $\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$ é redutível (Há divisor comum aos dois números). $\frac{2}{3}$ é irredutível.

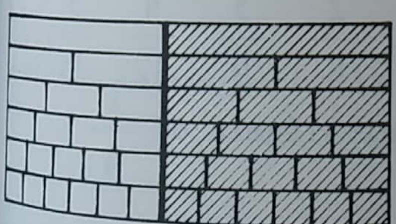
$\frac{4}{8}$ é redutível ——— $\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$ ——— $\frac{1}{2}$ é irredutível.

$\frac{3}{9}$ é redutível ——— $\frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3}$ ——— $\frac{1}{3}$ é irredutível.

$\frac{6}{12}$ é redutível ——— $\frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$ (Ainda é redutível; ambos os termos são divisíveis por 3)

$\frac{3}{6}$ é redutível ——— $\frac{3 \div 3}{6 \div 3}$ $\frac{1}{2}$ ——— $\frac{1}{2}$ é irredutível.

CLASSE DE EQUIVALÊNCIA



1/2
2/4
3/6
4/8
5/10
6/12

$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \ldots\right\}$

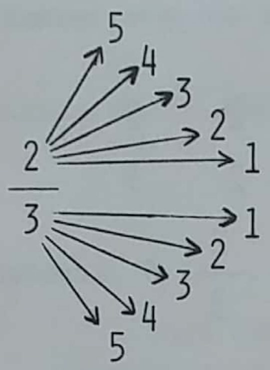
Como você viu, há infinitas frações numa classe de equivalência. Cada uma delas é equivalente à que foi escolhida como ponto de partida; no caso 1/2.

Para formar uma classe de equivalência, deve-se partir de uma fração irredutível.

Exemplo :- $\frac{2}{3}$ multiplicando por 1, 2, 3, 4... ambos os termos da fração, formamos a classe de equivalência.

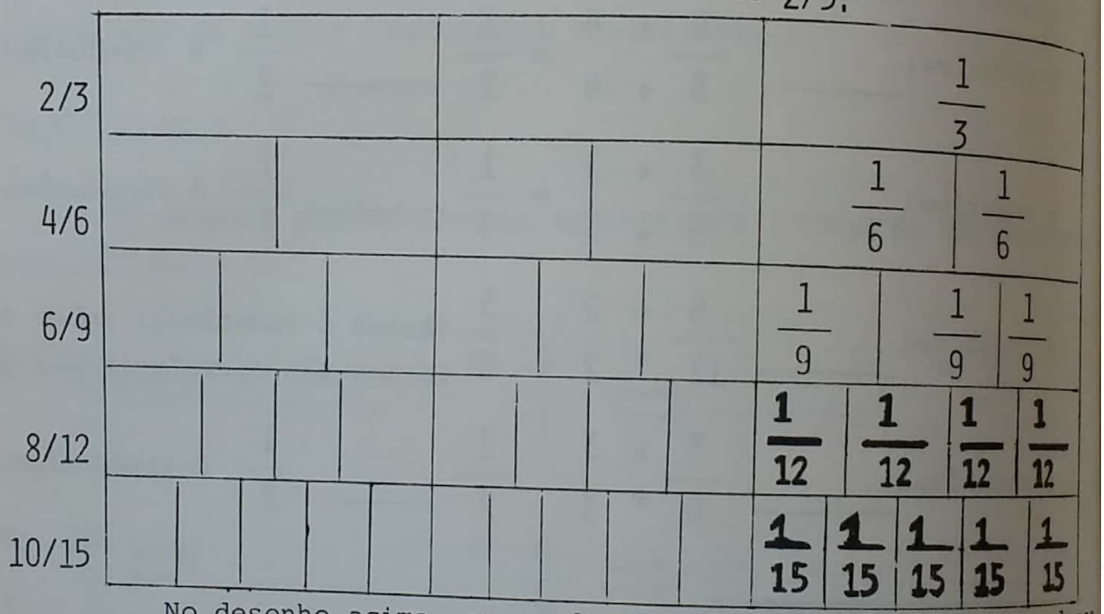
PROPRIEDADE DO NÚMERO FRACIONÁRIO

Multiplicando ou dividindo ambos os termos de um número fra-cionário por um mesmo número natural, diferente de zero (0), obtém-se um número fracionário equivalente.



$$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots \right\}$$

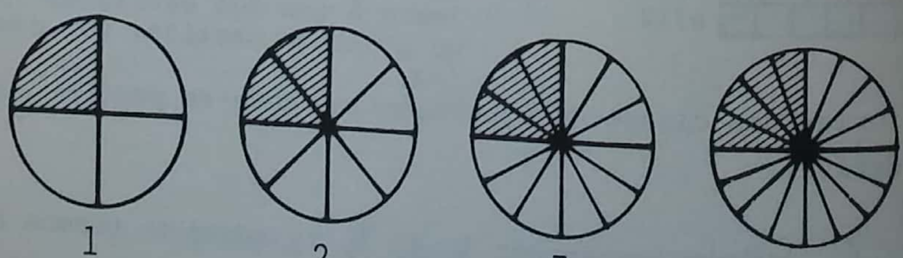
Pinte, no quadro abaixo, as frações correspondentes à classe de equivalência de 2/3.



No desenho acima, os quadros em branco representam a classe de equivalência de $\frac{1}{3}$. Observe:

$$\frac{1}{3} \Longleftrightarrow \left\{ \frac{1}{3} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{4}{12} \quad \frac{5}{15} \ldots \right\}$$

Observe, a seguir, a classe de equivalência de $\frac{1}{4}$:



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{16}$

$$\frac{1}{4} \Longleftrightarrow \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16} \ldots \right\}$$

EXERCÍCIO Nº 4

A) Simplificar ou reduzir à expressão mais simples os seguintes números fracionários :-

$$\frac{4}{8} \Leftrightarrow \text{------} \ \frac{6}{10} \Leftrightarrow \text{------} \ \frac{9}{12} \Leftrightarrow \text{------} \ \frac{4}{16} \Leftrightarrow \text{------} \ \frac{5}{15} \Leftrightarrow \text{--}$$

B) Riscar os números fracionários irredutíveis :-

$$\frac{2}{3}, \ \frac{5}{7}, \ \frac{3}{5}, \ \frac{7}{14}, \ \frac{5}{10}, \ \frac{3}{9}, \ \frac{7}{9}, \ \frac{6}{8}, \ \frac{5}{15}, \ \frac{9}{11}$$

C) Completar :-

a) Para achar um número fracionário equivalente multiplica-se ou divide-se ambos os termos da fração por ------------------------------

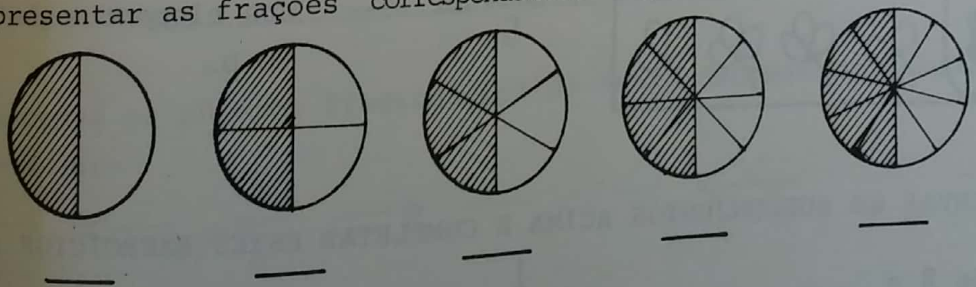
----

b) A classe de equivalência de $\frac{1}{5} \Leftrightarrow \left\{ \frac{1}{5}, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_ . \right\}$

c) A classe de equivalência de $\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left\{ \frac{3}{4}, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_ . \right\}$

d) A classe de equivalência de $\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left\{ \frac{2}{3}, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_, \ \_\_ . \right\}$

e) Representar as frações correspondentes à parte hachureada :



COMPLETAR :-

f) Cada vez que você tomar uma fração irredutível e multiplicar ambos os termos pela série dos números naturais, excluindo o zero, ficará formada uma classe de ------------------------------------

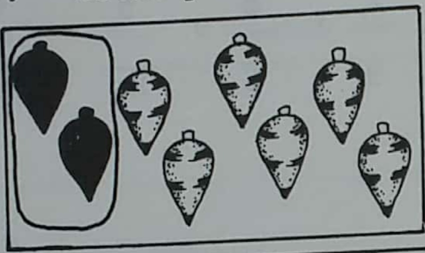
EXEMPLO :- $\frac{2}{5} \Leftrightarrow \left\{ \text{—}, \text{—}, \text{—}, \text{—}, \text{—} \ldots \right\}$

EQUIVALÊNCIA ENTRE SUBCONJUNTOS EQUIPOTENTES E O NÚMERO DE ELEMENTOS DO CONJUNTO

Para compreensão da equivalência, você usará os desenhos abaixo:-

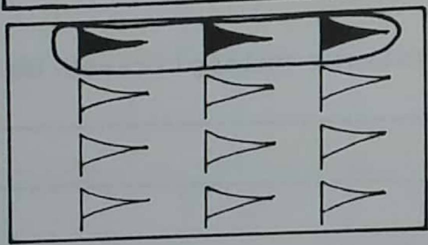
Ex.: Estão pintados :

A



$\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$ dos elementos do conjunto A.

B

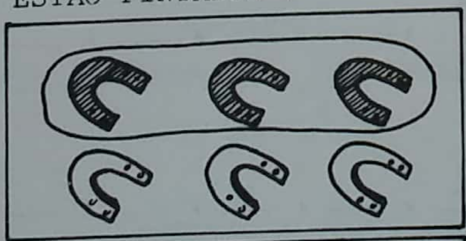


$\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{12}$ dos elementos do conjunto B.

EXERCÍCIO Nº 5

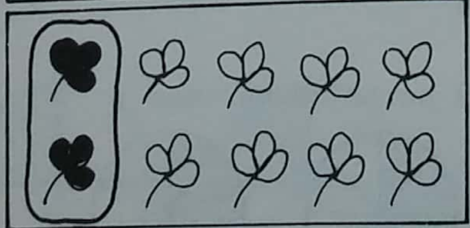
A) ESTÃO PINTADOS :-

C



$\frac{1}{2}$ ou — dos elementos do conjunto C.

D



$\frac{1}{5}$ ou — dos elementos do conjunto D.

B) OBSERVAR OS SUBCONJUNTOS ACIMA E COMPLETAR ESTES EXERCÍCIOS :-

a) $\frac{1}{4}$ de 8 = ...

b) $\frac{2}{8}$ de 8 = ...

f) $\frac{1}{4}$ de 12 = ...

g) $\frac{3}{4}$ de 12 = ...

l) $\frac{1}{5}$ de 10...

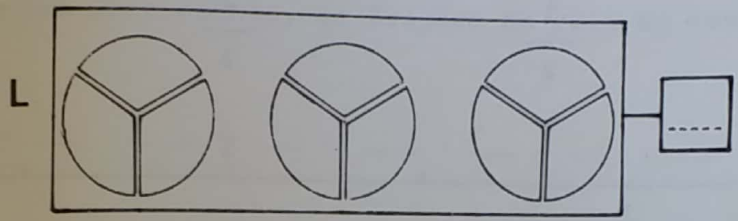
m) $\frac{2}{10}$ de 10...

c) $\frac{2}{4}$ de 8 = ... h) $\frac{4}{4}$ de 12 = ... n) $\frac{3}{5}$ de 10 = ...

d) $\frac{5}{8}$ de 8 = ... i) $\frac{3}{12}$ de 12 = ... o) $\frac{5}{10}$ de 10 = ...

e) $\frac{8}{8}$ de 8 = ... j) $\frac{5}{12}$ de 12 = ... p) $\frac{10}{10}$ de 10 = ...

EXERCÍCIO Nº 6



A) Pintar cada $\frac{3}{3}$ do disco de uma cor.

B) Qual é o # de L se a unidade de contagem for $\frac{1}{3}$?--------------

C) Complete a contagem das unidades fracionárias de L :

$\frac{1}{3}$, ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ .

D) Risque os numerais acima que representam frações menores que a unidade simples.

E) Copie dos numerais do desenho dado os que equivalem aos numerais 1, 2, 3.

Resposta:____ .

F) Copie, agora, os numerais que representam frações maiores que a unidade simples.

Resposta:____

G) Escreva os números fracionários de mesmo denominador, mais proximos de:-

— ⟵ $\frac{6}{6}$ ⟶ —   — ⟵ $\frac{7}{7}$ ⟶ —

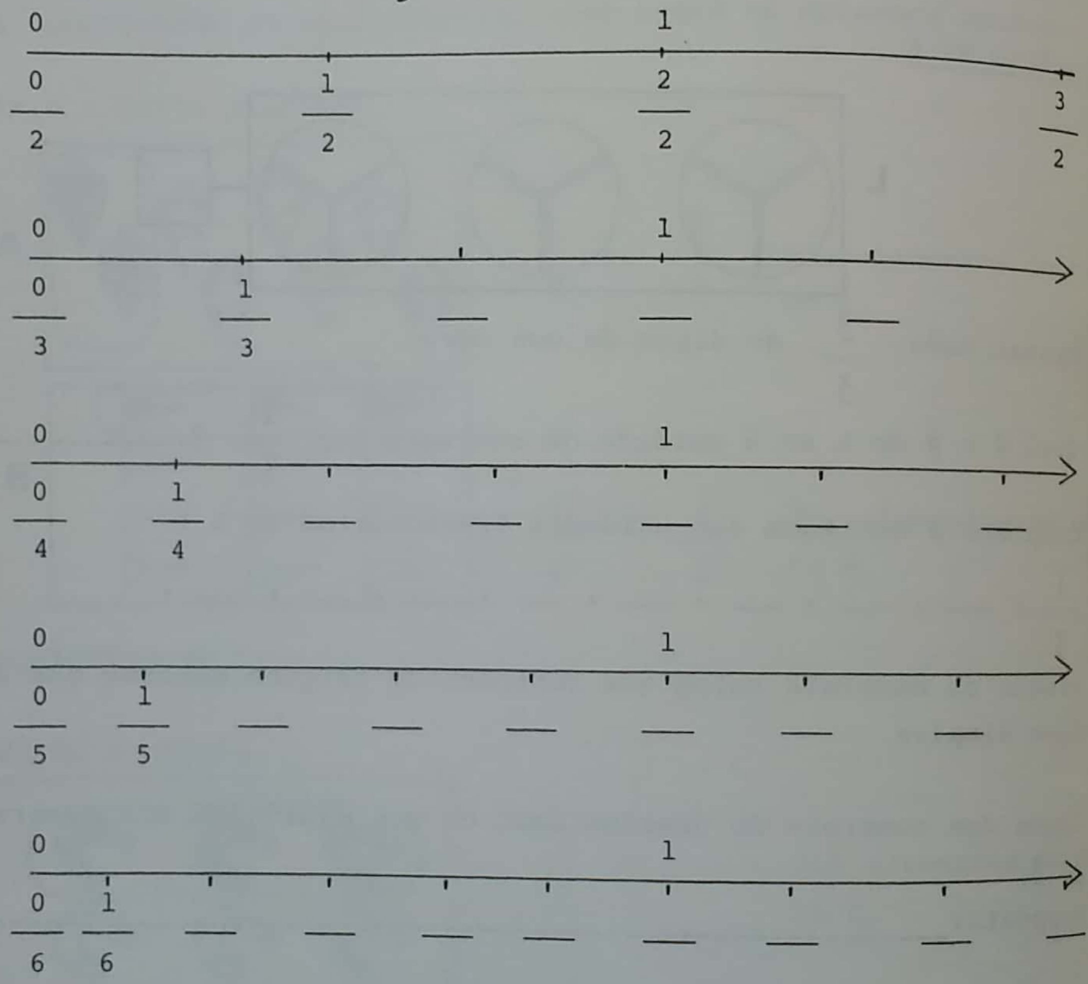
— ⟵ $\frac{4}{4}$ ⟶ —   — ⟵ $\frac{3}{3}$ ⟶ —

$$\_\_ \longleftarrow \frac{12}{12} \longrightarrow \_\_ \qquad \_\_ \longleftarrow \frac{10}{10} \longrightarrow \_\_$$

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE ENTRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

EXERCÍCIO Nº 7

A) Complete, com numerais, os pontos marcados nas retas :-



B) Observe a reta e complete com os sinais > ou < :-

a) $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{2} \quad \frac{1}{2}$ i) $\frac{1}{6} \quad \frac{1}{3}$ n) $\frac{9}{6} \quad \frac{4}{4}$

b) $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}$ f) $\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3}$ j) $\frac{2}{5} \quad \frac{2}{4}$ o) $\frac{1}{2} \quad \frac{5}{5}$

c) $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$ g) $\frac{2}{4} \quad \frac{1}{4}$ l) $\frac{8}{6} \quad \frac{7}{6}$ p) $\frac{5}{4} \quad \frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ h) $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{5}$ m) $\frac{6}{5}$ $\frac{2}{5}$ q) $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{5}$

RELAÇÃO DE ORDEM ENTRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

A) - Copie em ordem crescente, as frações da reta dividida em quintos:-

___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ .

B) - Copie em ordem decrescente, as frações da reta em sextos:-

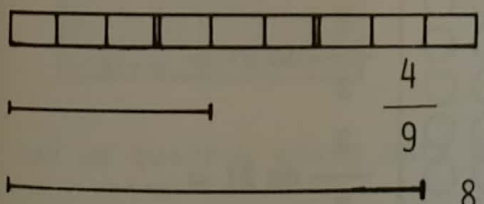
___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ , ___ .

PROPRIEDADE DO NÚMERO FRACIONÁRIO

A esta altura você já observou bem o que acontece a uma fração quando multiplicamos ou dividimos ambos os termos por um mesmo número.

Pois bem, veja agora o que acontece se você só multiplicar o numerador.

Seja o número fracionário $\frac{4}{9}$. Multiplicando o numerador por 2 , temos : $\frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{9}$

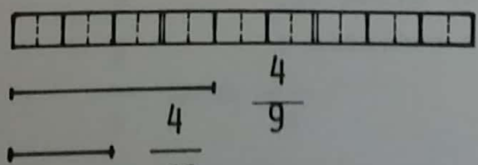


$\frac{4}{9}$

$\frac{8}{9}$

Podemos ver que $\frac{8}{9}$ é o dobro de $\frac{4}{9}$

Voltemos ao número fracionário $\frac{4}{9}$. Multiplicando o denominador por 2, resulta : $\frac{4}{9 \times 2} = \frac{4}{18}$



$\frac{4}{9}$

$\frac{4}{18}$

Digitalizado com CamScanner

Observando o desenho da outra página, chegamos à conclu-

seguinte:-

$\frac{4}{18}$ é a metade de $\frac{4}{9}$.

Isto posto, vimos que, multiplicando o numerador por número, estamos multiplicando a fração por esse número.

$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{3} \times 3 = \frac{3}{3} \Longleftrightarrow 1.$ O valor aumentou.

$\frac{4}{5}$ é o dobro de $\frac{2}{5}$ $\qquad$ 1 é o triplo de $\frac{1}{3}$

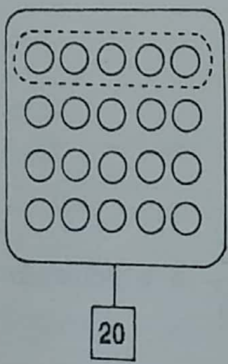
Deduzimos também que , multiplicando o denominador por número, estamos dividindo a fração por esse número.

$\frac{1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{8}$ é a metade de $\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{6}$ é a metade de $\frac{1}{3}$

EXERCÍCIO Nº 8

A)

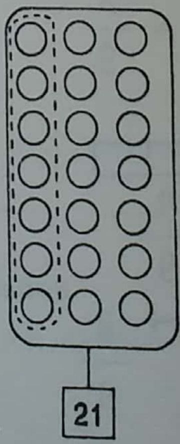


$\frac{1}{4}$ de 20 = ...

$\frac{2}{4}$ de 20 = ...

$\frac{3}{4}$ de 20 = ...

$\frac{4}{4}$ de 20 = ...



$\frac{1}{3}$ de 21 = ...

$\frac{2}{3}$ de 21 = ...

$\frac{3}{3}$ de 21 = ...

B) Observe os conjuntos acima para resolver estes problemas.

Gláucio tinha 20 bolas de gude. Perdeu $\frac{1}{4}$ delas. Quantas bolas tem ainda ?

Em numerais :

Resposta: --

José comprou 21 figuras para ilustrar um trabalho. Usou apenas $\frac{2}{3}$ delas. Quantas figuras ele não utilizou ?

Em numerais:

Resposta:____

Maria comprou 20 bombons. $\frac{3}{4}$ deles eram de licor. Quantos não eram de licor ?

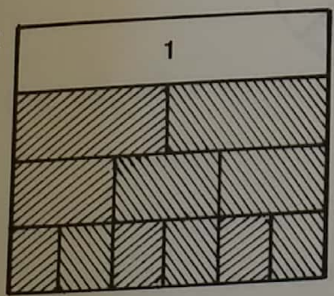
Em numerais:

Resposta:____

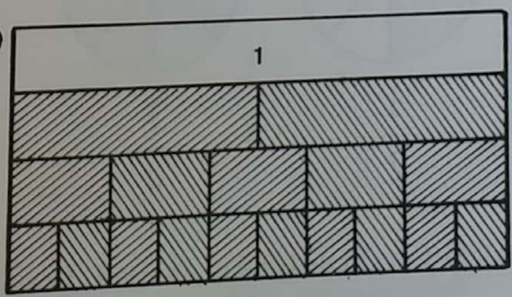
<u>EXERCÍCIO Nº 9</u>

A) COMPLETE :-

C



D



Use os quadros acima para completar as equivalências :-

$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{6}$	$\frac{5}{5} \Longleftrightarrow \ldots\ldots$	$\frac{1}{5} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{10}$
$\frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{6}$	$\frac{10}{10} \Longleftrightarrow \ldots\ldots$	$\frac{3}{5} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{10}$
$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{6}$	$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{10}$	$\frac{4}{5} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{10}$

B) PROBLEMAS

Ana distribuiu assim sua coleção de 36 decalcoplásticos :-

$\frac{1}{3}$ a Maria:	$\frac{1}{2}$ a Marcos:	o resto a José

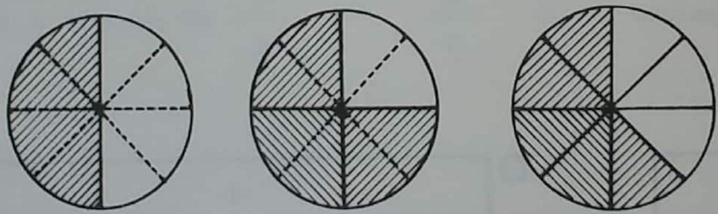
Quantos decalcoplásticos recebeu :
Maria:____________ ; Marcos:___________; e José:____

Marcos distribuiu seus 84 peixinhos em 3 aquários :-

$\frac{1}{6}$ no 1º aquário:	$\frac{1}{3}$ no 2º aquário:	os demais no 3º aquário:

Há ______ peixinhos no 1º aquário, _______ no 2º aquário e____ no 3º aquário.

REDUÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS À MESMA UNIDADE FRACIONÁRIA, ISTO É, AO MENOR DENOMINADOR COMUM.



$\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{5}{8}$

As unidades fracionárias das frações acima são:

$$\frac{1}{2} \,, \ \frac{1}{4} \ \text{e} \ \frac{1}{8}$$

Pela representação das figuras geométricas, divididas em partes congruentes, percebe-se que:-

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{8} \ ; \ \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{8}$$

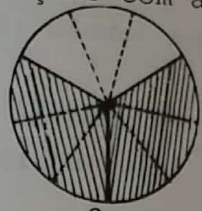
e que a última figura já está dividida em oitavos : $\frac{5}{8}$.

Logo,

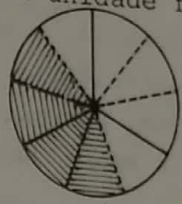
$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{8}$ são equivalentes, respectivamente a $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{5}{8}$

Como se vê, é claro que, já tendo calculado equivalência (de $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; e muitas outras), você está apto a transformar frações com esses denominadores em frações homogêneas, isto é, frações com a mesma unidade fracionária.

Outro exemplo :-



$\frac{2}{3}$



$\frac{4}{9}$

. A unidade fracionária de $\frac{2}{3}$ é $\frac{1}{3}$;

. A unidade fracionária de $\frac{4}{9}$ é $\frac{1}{9}$.

Como se nota na gravura, $\frac{1}{3}$ equivale a $\frac{3}{9}$.

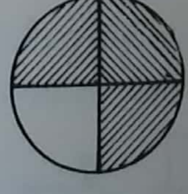
Logo,

$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{6}{9}$, $\frac{6}{9}$ e $\frac{4}{9}$ são as frações procuradas.

Mais um exemplo :-

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}$

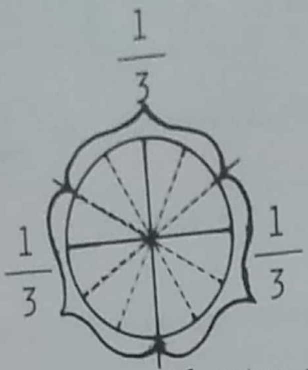


$\frac{3}{4}$

Observando as figuras, você conclui que $\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{2}{4}$

Para achar a equivalência das unidades fracionárias $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, pense num número que contém 3 e 4 ao mesmo tempo. Doze(12) divide-se

exatamente por 3 e 4. Então, $\frac{1}{12}$ é a unidade fracionária que es-
tabelece as equivalências.



$$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{6}{12} \; ; \; \frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{8}{12} \; ; \; \frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{9}{12}$$

Há outra maneira para reduzir números fracionários à mesma unidade fracionária, e que você também já conhece - é consultar as classes de equivalência.

Sejam, por exemplo, os números fracionários $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ para reduzir à mesma unidade fracionária.

$$\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \boxed{\frac{8}{12}}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \boxed{\frac{16}{24}}, \frac{18}{27}, \frac{20}{30}, \ldots \right\}$$

$$\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left\{ \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \boxed{\frac{9}{12}}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \boxed{\frac{18}{24}}, \frac{21}{28}, \frac{24}{32}, \frac{27}{36}, \frac{30}{40}, \ldots \right\}$$

<u>OBSERVE</u> : dois números fracionários com os mesmos denominadores nas duas classes de equivalência:-

$$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{8}{12} \Longleftrightarrow \frac{16}{24} \qquad \frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{9}{12} \Longleftrightarrow \frac{18}{24}$$

O que se quer são os menores números fracionários equivalentes.

Logo,

$$\frac{8}{12} \text{ e } \frac{9}{12}.$$

<u>Um outro exemplo</u> : $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$. A classe de equivalência desses números é :

$$\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \boxed{\frac{6}{24}}, \frac{7}{28}, \frac{8}{32}, \frac{9}{36}, \frac{10}{40}, \ldots \right\}$$

$$\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \boxed{\frac{4}{12}}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18}, \frac{7}{21}, \boxed{\frac{8}{24}}, \frac{9}{27}, \frac{10}{30}, \ldots \right\}$$

Os números fracionários homogêneos são :-

$$\frac{3}{12} \text{ e } \frac{4}{12} \;;\; \frac{6}{24} \text{ e } \frac{8}{24}$$

Os menores números fracionários homogêneos são :-

$$\frac{3}{12} \text{ e } \frac{4}{12}$$

Como só adicionamos e subtraímos frações homogêneas, você aquilatará o valor desse cálculo para as duas operações fundamentais.

Aconselhamos a reserva de duas páginas de seu caderno para reunir ali as classes de equivalência a serem construídas.

Assim, elas serão consultadas mais prática e comodamente.

REGRA PRÁTICA PARA O CÁLCULO DO MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Para reduzir, por exemplo, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{15}$, ao menor denominador comum, acha-se o menor múltiplo comum entre os denominadores 6 e 15.

- Conjunto dos múltiplos de 6 : $\{6, 12, 18, 24, \boxed{30}, 36, 42, 48, 54, \boxed{60} \ldots\}$
- Conjunto dos múltiplos de 15: $\{15, \boxed{30}, 45, \boxed{60}, 75, 90, 105, 120 \ldots\}$

- Marca-se com os quadrinhos os múltiplos comuns a 6 e 15 .
- Toma-se o menor deles, isto é, m.m.c. (6,15) = 30 que se lê: menor múltiplo comum (m.m.c.) a 6 e 15 é igual a 30.
- Em seguida, multiplica-se cada numerador pelo quociente da divisão do menor múltiplo comum (m.m.c.) pelo denominador correspondente.

$$\frac{2}{6} \Longleftrightarrow \frac{(30 \div 6)\ 2}{30} = \frac{10}{30}$$

$$\frac{3}{15} \Longleftrightarrow \frac{(30 \div 15)\ 3}{30} = \frac{6}{30} .$$

Outro exemplo : $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

$$m.3 = \{3,6,9,\boxed{12},15,18,21,\boxed{24}\ldots\}$$

$$m.4 = \{4,8,\boxed{12},16,20,\boxed{24},28\ \ldots\}$$

m.m.c. =

$$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{(12 \div 3)\ 2}{12} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{(12 \div 4)\ 3}{12} = \frac{9}{12}$$

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE ENTRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Para comparar dois números fracionários é preciso redu- los à mesma unidade fracionária ou ao mesmo denominador comum.

Para indicar o número fracionário maior ou menor, usa-se simbologia.

No exemplo $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$,qual é o maior número fracionário

Consultando as duas classes de equivalência, resulta :-

$$\frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{10}{15};\ \frac{3}{5} \Longleftrightarrow \frac{9}{15} \quad \frac{10}{15};\ \frac{9}{15} \text{ ou } \frac{2}{3}\ \frac{3}{5}$$

RELAÇÃO DE ORDEM NO CONJUNTO DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS .

Se os números fracionários <u>são homogêneos</u>, basta comparar numeradores.

Comparar, por exemplo, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, ordenando- os do menor para o maior valor.

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{7}{5}$$

Se os números fracionários <u>não são homogêneos</u>, temos que reduzi-los ao mesmo denominador.

Exemplo :- $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$

Consultando as classes de equivalência, ou aplicando a regra prática, transformamos os números fracionários dados em números fracionários homogêneos.

Aplicando a regra prática :-

$$\left.\begin{array}{l} m.\ 2 = \{2,4,6,8,10,\boxed{12},14,16,18,20,22,\boxed{24},26\ \ldots\} \\ m.\ 3 = \{3,6,9,\boxed{12},15,18,21,\boxed{24},27,30,33,36\ \ldots\} \\ m.\ 4 = \{4,8,\boxed{12},16,20,\boxed{24},28,32,36\ \ldots\} \end{array}\right\}\ \text{m.m.c.} = 12$$

$$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{(12 \div 2)\ 1}{12}\ ; \quad \frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{(12 \div 3)\ 2}{12}\ ; \quad \frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{(12 \div 4)\ 3}{12}$$

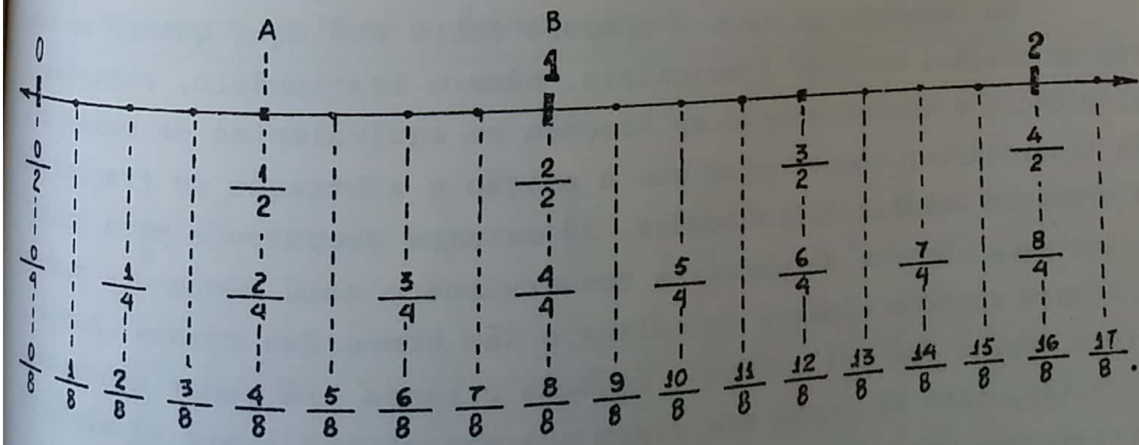
$$\frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{6}{12}\ ; \quad \frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{8}{12}\ ; \quad \frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Assim como os números naturais são representados na reta numerada, os números fracionários também o são.

Observe:



$$A = \left\{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{8} \cdots\right\} \qquad B = \left\{\frac{2}{2} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{8}{8} \cdot \ldots\right\}$$

- Observe o ponto A.
  - A este ponto da reta corresponde o conjunto de frações equivalentes a $\frac{1}{2}$.
  - Todos os numerais que representam <u>um meio</u> serão escritos neste ponto da reta.

- Olhe, agora, o ponto B.
  - A este ponto da reta corresponde o conjunto de frações equivalentes a 1.
  - Todos os numerais que representam uma unidade simples serão escritos neste ponto da reta.

Cada conjunto de frações equivalentes representa um número ⟶ o NÚMERO RACIONAL.

Quando trabalhamos no conjunto N, cada número natural é um ponto <u>na</u> reta.

Quando trabalhamos com Números Racionais, cada conjunto de frações equivalentes é um ponto da reta.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

"O ensino de adição e subtração de frações deve ser feito paralelamente para que a criança possa perceber os princípios fundamentais que informam estes dois processos e a relação que guardam entre si.

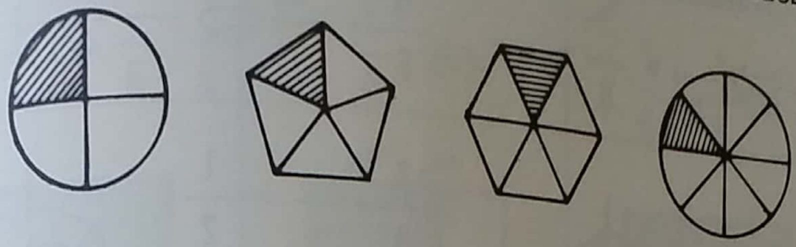
Tradicionalmente, o ensino era feito separadamente e cada processo subdividido em "casos específicos", que eram ensinados, um por um, por meio de exercícios mecânicos. Esta forma de conduzir a aprendizagem dificulta a percepção de princípios gerais". (*)

Se levarmos em conta o preparo feito até aqui quanto ao conceito de fração, unidade fracionária, número fracionário, relações, equivalência e transformação de frações em equivalentes de mesma unidade fracionária, vamos notar que a adição e subtração de frações não nos oferecem maiores dificuldades. Já estamos preparados para sentir que juntamos números de partes e conservamos o nome comum das partes, que sempre somamos números de coisas e não nomes das coisas. Assim, feito o ensino com tal cuidado, nenhuma criança irá somar denominadores. Aliás, isto se torna bem claro nos exercícios orais (à vista de material) que precedem os exercícios escritos.

(*) Rizza Araújo Porto - Frações na Escola Elementar - Página 155. Editora do Professor Ltda, Belo Horizonte, M.G. - 1965.

COMO ADICIONAR E SUBTRAIR NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Observe as figuras para completar os exercícios abaixo :-



EXERCÍCIO Nº 10

Para adicionar números fracionários é preciso que eles sejam homogêneos, isto é, tenham o mesmo denominador.

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} =$ $\qquad$ $\frac{3}{4} + \_\_ = \frac{4}{4}$ $\qquad$ $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} =$

$\frac{2}{5} + \frac{0}{5} =$ $\qquad$ $\frac{1}{6} + \_\_ = \frac{6}{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$

$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$ $\qquad$ $\frac{5}{8} + \_\_ = \frac{8}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{5} - \frac{0}{5} =$

Para adicionar ou subtrair números fracionários de mesma unidade fracionária, somam-se ou subtraem - se os numeradores e conservam-se os mesmos denominadores.

b) $\frac{1}{6} + \_\_ = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{8} - \frac{1}{4} =$ $\qquad$ $\frac{3}{4} + \_\_ = \_\_$ $\qquad$ 1

$\frac{1}{4} + \_\_ = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$ $\qquad$ $\frac{5}{6} + \_\_ = \_\_$ $\qquad$ 1

$\frac{3}{8} + \_\_ = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$ $\qquad$ $\frac{5}{8} + \_\_ = \_\_$ $\qquad$ 1

c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} \Leftrightarrow \frac{\quad}{4} + \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{}$ $\qquad$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\quad}{} - \frac{\quad}{} =$

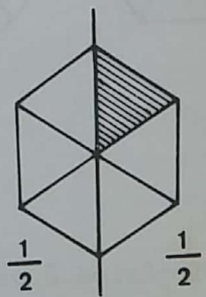
$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} \Leftrightarrow \frac{\quad}{6} + \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\quad}{} - \frac{\quad}{} =$

$\frac{2}{8} + \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{\quad}{8} + \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{}$ $\qquad$ $\frac{6}{8} - \frac{2}{4} \Leftrightarrow \frac{\quad}{} - \frac{\quad}{} =$

d) $\frac{1}{6} + \frac{\quad}{} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

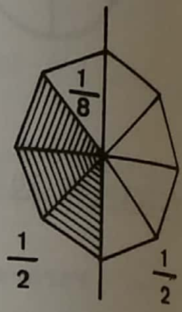
$\frac{3}{6} \qquad \frac{1}{2}$



$\frac{3}{8} + \frac{\quad}{} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

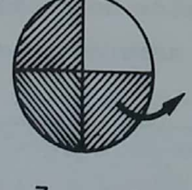
$\frac{4}{8} \qquad \frac{1}{2}$



Para adicionar ou subtrair números fracionários de unidades fracionárias diferentes, transformam - se os números fracionários em equivalentes de mesma unidade fracionária; em seguida, somam-se ou subtraem-se os numeradores e conservam - se os mesmos denominadores.

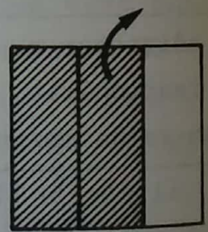
EXERCÍCIO Nº 11

A-

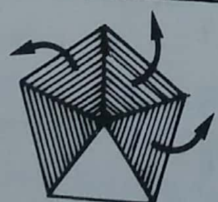


$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$

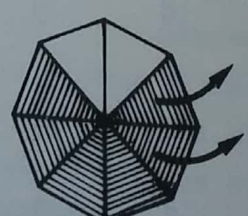
$\frac{2}{2} - \frac{1}{2} =$



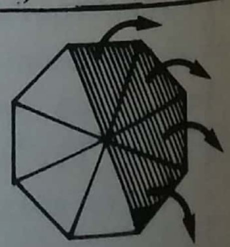
$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$



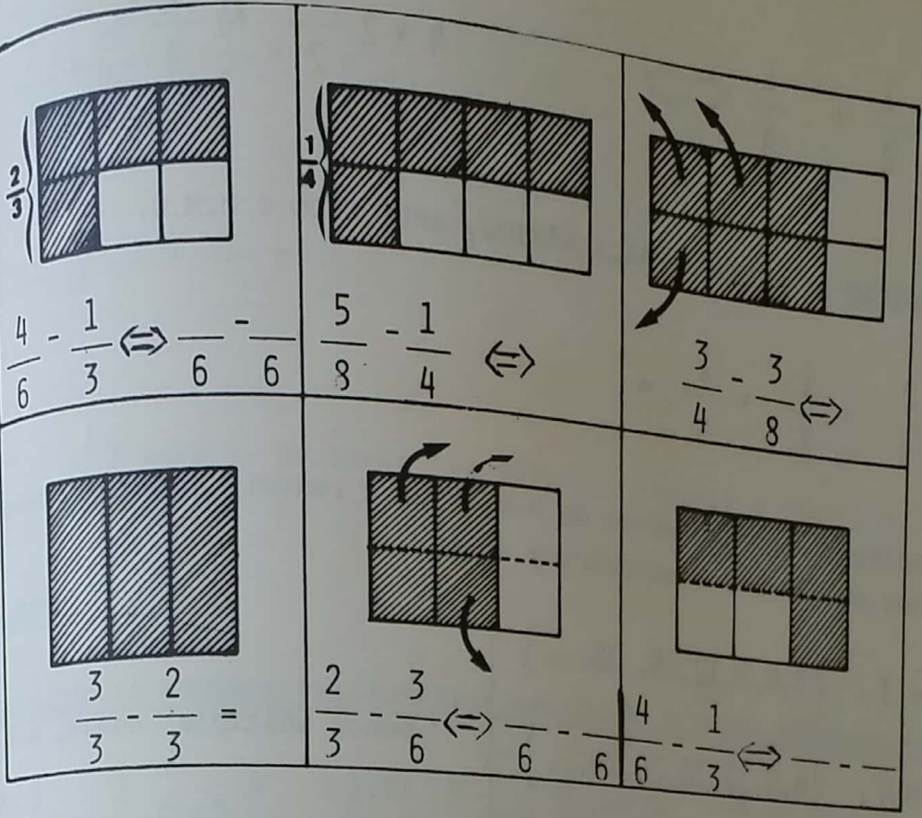
$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$



$\frac{6}{8} - \frac{2}{8} =$



$\frac{4}{8} - \frac{4}{8} =$



B - Observe e complete :-

a)

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} \Longleftrightarrow 2 + 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 3\frac{2}{2} \Longleftrightarrow 4$$

$$1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} \Longleftrightarrow 1 + 2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) =$$

b)

$$\begin{array}{r} 2\frac{1}{2} \\ +1\frac{1}{2} \\ \hline 3\frac{2}{2} \end{array} \text{ ou } 4 \qquad\qquad \begin{array}{r} 1\frac{1}{4} \\ +2\frac{1}{2} \end{array} \Longleftrightarrow \begin{array}{r} 1\frac{1}{4} \\ +2\frac{2}{4} \\ \hline 3\frac{3}{4} \end{array}$$

EXERCÍCIO Nº 12

A - RESOLVA A SEU GOSTO :-

$$1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \qquad\qquad 3 + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Longleftrightarrow$$

$$2\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Longleftrightarrow 4 + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

B - ADIÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS, APLICANDO O M.M.C.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

- Aplique o conhecimento do m.m.c. para reduzir ao mesmo denominador os números fracionários acima.

$$\left.\begin{array}{l} m\,3 = \{3,6,9,\underline{12},15,\ 18\ldots\} \\ m\,4 = \{4,8,\underline{12},16,20,24\ldots\} \\ m\,2 = \{2,4,6,8,10,\underline{12},14\ldots\} \end{array}\right\}$$

menor múltiplo comum, m.m.c.= 12.

$$\frac{(12 \div 3)\ 2}{12} + \frac{(12 \div 2)\ 1}{12} + \frac{(12 \div 4)\ 1}{12} = \frac{8}{12} + \frac{6}{12} + \frac{3}{12} = \frac{17}{12} \Leftrightarrow 1\frac{5}{12}$$

b) $\frac{2}{6} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} =$

$$\frac{(12 \div 6)\ 2}{12} + \frac{(12 \div 3)\ 1}{12} + \frac{(12 \div 4)\ 3}{12} =$$

$$\frac{4}{12} + \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} \Longleftrightarrow 1\frac{5}{12}$$

$m\,6 = \{6,\underline{12},18,30\ \ldots\}$

$m\,3 = \{3,6,9,\underline{12},15,18\ldots\}$

$m\,4 = \{4,8,\underline{12},16,20,24,\ \ldots\}$

c) $\frac{2}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{8} =$

$$\frac{(24 \div 4)\ 2}{24} + \frac{(24 \div 3)\ 2}{24} + \frac{(24 \div 8)\ 3}{24} =$$

— + — + — = -------------

$m\,4 = \{4,8,12,16,20,\underline{24}\ \ldots\}$

$m\,3 = \{3,6,9,12,15,18,21,\underline{24}\ldots\}$

$m\,8 = \{8,16,\underline{24},32,40\ \ldots\}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{2} =$

$\frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} =$

(Nota :- Se ainda tem dúvidas, observe o item b)

EXERCÍCIO Nº 13

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS, APLICANDO O MENOR MÚLTIPLO COMUM

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \Longleftrightarrow \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \Longleftrightarrow \frac{1}{2}$

$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \Longleftrightarrow \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

$\frac{7}{8} - \frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{24} - \frac{\quad}{24}$

b) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{15} - \frac{\quad}{15}$

$\frac{7}{9} - \frac{2}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

c) $2 - \frac{1}{6} \Longleftrightarrow \frac{12}{6} - \frac{1}{6}$

$3 - \frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

$3 - \frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

d) $4 - \frac{7}{10} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

$5 - \frac{1}{4} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

$7 - \frac{3}{10} \Longleftrightarrow \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS MISTOS, APLICANDO A REGRA PRÁTICA NA TRANSFORMAÇÃO DO NÚMERO MISTO EM NÚMERO FRACIONÁRIO.

e) $5\,\frac{3}{4} - 2\,\frac{1}{4} \Longleftrightarrow \frac{23}{4} - \frac{9}{4} = \frac{14}{4}$

$5\,\frac{3}{4}\ + \ = \frac{23}{4}$

x

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{11}{3} - \frac{5}{5} = \frac{44}{12} - \frac{15}{12} = \frac{29}{12} \quad 2\frac{5}{12}$$

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{17}{4} - \frac{5}{2} = \frac{\quad}{4} - \frac{\quad}{4} =$$

f) $$2 - \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{1} - \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{10}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$1 - \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{7}{7} - \frac{2}{7} =$$

$$10 - 1\frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{10}{1} - \frac{7}{5} \text{ --- } \frac{50}{5} - \frac{7}{5} =$$

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS.

1. PROPRIEDADE DO FECHAMENTO.

Pelos exercícios efetuados, você pode verificar que a soma de dois ou mais números fracionários e também um número fracionário.

Logo, a adição de números fracionários goza da propriedade do fechamento.

Exemplos:-

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{6}{15} + \frac{10}{15} = \frac{16}{15} \quad 1\frac{1}{15}$$

$$3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = 3 + 2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 5 + \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) = 5\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{5} \in F \; ; \; \frac{2}{3} \in F \; ; \; 1\frac{1}{15} \in F$$

$$3\frac{1}{2} \in F \; ; \; 2\frac{1}{3} \in F \; ; \; 5\frac{5}{6} \in F$$

2. PROPRIEDADE COMUTATIVA.

A adição de números fracionários goza da propriedade comutativa, pois a ordem das parcelas não altera o total.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{16}{15}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$$

3. PROPRIEDADE ASSOCIATIVA.

Na adição de números fracionários podem-se substituir duas ou mais parcelas pela sua soma, sem alterar o resultado. A adição de números fracionários goza, pois, da propriedade associativa.

$$\frac{3}{7} + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7}\right) = \frac{6}{7}$$

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right) + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{7} + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right) + \frac{2}{7}$$

4. PROPRIEDADE DO ELEMENTO NEUTRO.

O zero somado a um número fracionário não altera o valor desse número. A adição de números fracionários goza, portanto, da propriedade do elemento neutro.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5} + \frac{0}{5} = \frac{3}{5} \\[2ex] \frac{0}{5} + \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \end{array}\right\} \frac{3}{5} + \frac{0}{5} = \frac{0}{5} + \frac{3}{5}$$

EXERCÍCIO Nº 14

PROBLEMAS DE APLICAÇÃO :-

1. Um avicultor fez a seguinte anotação da produção diária de ovos de sua granja: 1º aviário, 8 dúzias $\frac{3}{4}$; 2º aviário, 6 dúzias e $\frac{1}{6}$; 3º aviário, 7 dúzias. Quantos ovos ele recolheu nesse dia ?

Resposta:____________________________________

a) Você pode somar os inteiros separados das frações.

b) Pode ainda reduzir o número misto em fracionário, para em seguida fazer as adições.

a) $8 + 6 + 7 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right) =$

b) $\frac{35}{4} + \frac{37}{6} + \frac{7}{1} =$

2. Uma vasilha contém $12\frac{1}{2}$ litros de leite e outra, $14\frac{1}{4}$ litros de leite. Ao todo são________________

3. De um tonel de $36\frac{1}{2}$ litros de vinho foram retirados 25 litros e $\frac{3}{4}$

Quanto resta de vinho no tonel ?

Resposta:____________________________________

4. Para fazer conservas, Tia Táta usa $\frac{1}{2}$ litro de água fervida adicionada a $\frac{1}{2}$ litro de vinagre. Em cada 3 vasilhas de vidro ela gasta 1 litro dessa mistura. Para 1 dúzia de vasilhas, quantos litros de vinagre gastará ?

Resposta : --

5. De uma folha de cartolina foram cortados dois pedaços. O primeiro media $\frac{1}{3}$ da folha e o segundo, $\frac{1}{2}$. Quanto sobrou da cartolina ?

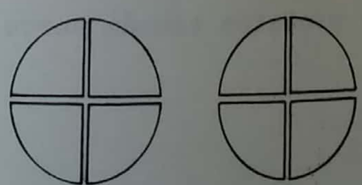
Resposta : --

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Para você bem compreender a multiplicação de números fracionários, apresentamos, a seguir, quatro etapas de aprendizagem.

1ª) - Tomar várias vezes uma fração.

$8 \times \frac{1}{4}$

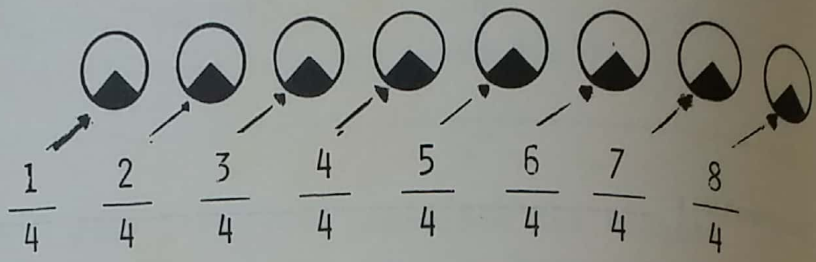


$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} \\ \times\ 8 \\ \hline \frac{8}{4} \end{array} \Longleftrightarrow 2$$

2º) - Tomar uma fração de cada unidade simples.

$$\frac{1}{4} \times 8 = \qquad \left(\text{ou } \frac{1}{4} \text{ de } 8 \right)$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times \frac{1}{4} \\ \hline \frac{8}{4} \end{array} \Longleftrightarrow 2$$

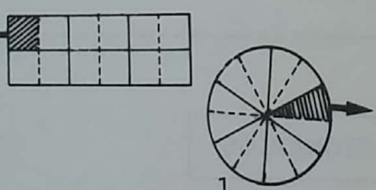


3º) - Tomar uma fração de uma fração.

Nesta etapa ocorre um fato novo: o produto é menor que os termos implicados na operação.

Exemplo:- $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$ (ou $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$)

$\frac{1}{12}$



$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$ = $\frac{1}{12}$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{6} \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{12} \end{array}$$

(tomar a metade de $\frac{1}{6}$)

Quando se analisam estes casos, objetivamente, compreende-se porque o produto é menor.

Uma seqüência de produtos também serve de explicação para este conceito novo.

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$$

$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (elemento neutro:fator 1)

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \\ \times\ \frac{1}{3} \\ \hline \frac{1}{6} \end{array}$$

$\frac{1}{3} \xrightarrow{} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

4º) - Multiplicar números mistos.

a) $3 \times 2\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} 2\frac{1}{4} \\ \times\ 3 \\ \hline 6\frac{3}{4} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{r} 2 + \frac{1}{4} \\ \times\ 3 \\ \hline 6 + \frac{3}{4} \end{array}$$

(Vale a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição).

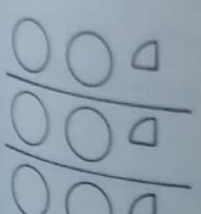
b) $5\frac{1}{3} \times 2 \Longleftrightarrow (5 + \frac{1}{3})\ 2 =$ (Vale a propriedade distributiva à direita e à esquerda).

$10 + \frac{2}{3} = 10\frac{2}{3}$

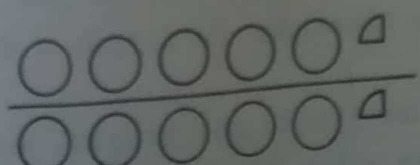
Objetivando:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times\ 5 + \frac{1}{3} \\ \hline 10 + \frac{2}{3} \end{array}$$

a)

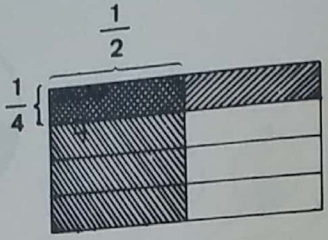


b)



Quando se quer objetivar fração de fração ou mesmo as demais etapas, usa-se a representação geométrica da multiplicação, isto é, o produto cartesiano.

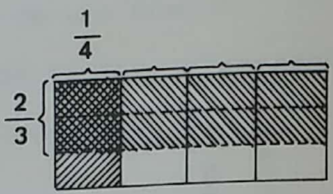
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



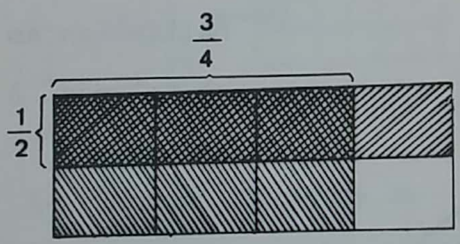
A superfície que recebeu dois traços, isto é, que ficou na intersecção, representa o produto.

OUTROS EXEMPLOS :-

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$$

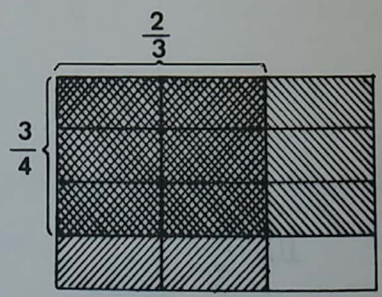


$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$



Algumas observações oportunas.

- Para multiplicar unidades simples por frações, basta multiplicar a unidade pelo numerador da fração e dar o mesmo denominador.

- Para multiplicar fração por fração, multiplicam-se os numeradores e denominadores entre si.

- Para os números mistos aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Ou transforma-se o número misto em fracionário, para depois efetuar a multiplicação.

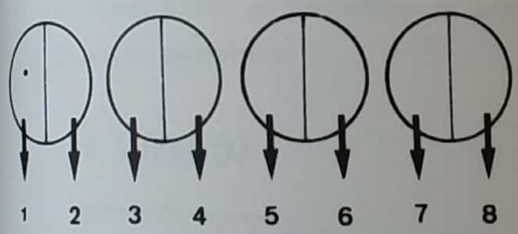
DIVISÃO DE NÚMERO FRACIONÁRIO

Você já deve ter percebido que os princípios que regem as operações com números naturais são os mesmos para os números fracionários. Assim, vemos a divisão como :

- o caminho mais curto de subtrações sucessivas (é o número de vezes que o divisor está contido no dividendo) ;
- a repartição de uma quantidade, ou de unidades simples ou fracionárias, em partes congruentes ;
- a operação inversa da multiplicação.
- Subtrações Sucessivas.

Exemplos:-

a) $4 \div \frac{1}{2}$ (quantas vezes podemos tirar $\frac{1}{2}$ de 4 ?)



$4 : \frac{1}{2} = 8$

(há oito (8) metades em 4 unidades simples).

$4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$

$3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$

$3 - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2$

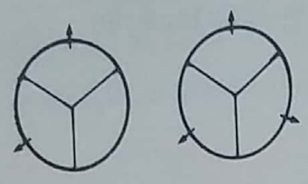
$2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

b) Quantas vezes podemos tirar $\frac{1}{3}$ de 2 ?



$2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ $\quad 1\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 1$ $\quad \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$ $\quad 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$

Repartição de uma Quantidade ou de Unidades Simples ou fracionárias em partes Congruentes.

Exemplo:-

a) $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$

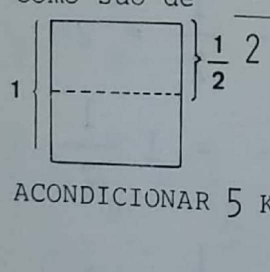
$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$

Operação inversa.

ACONDICIONAR 30 KG DE FEIJÃO EM PACOTES DE 1/2 KG.
QUANTOS PACOTES VOCÊ TERÁ ?

Se os pacotes fossem de 1 Kg, seriam 30 pacotes.

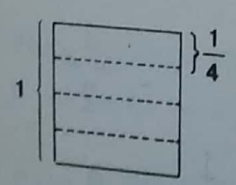
Como são de $\frac{1}{2}$ Kg serão $30 \times 2 = 60$ pacotes.



$30 \div \frac{1}{2} \Longleftrightarrow 30 \times 2$

ACONDICIONAR 5 KG DE REQUEIJÃO EM PACOTES DE $\frac{1}{4}$ DE KG.

Se os pacotes fossem de 1 Kg, seriam 5 pacotes. Como são $\frac{1}{4}$ de Kg, serão $5 \times 4 = 20$ pacotes.



$5 \div \frac{1}{4} \Longleftrightarrow 5 \times 4 = 20$

(Lembre-se que

- o inverso de $\frac{1}{4}$ é $\frac{4}{1}$;
- o inverso de $\frac{1}{2}$ é $\frac{2}{1}$.

Qualquer número natural pode ser escrito em forma fracionária, com o denominador 1.

- O numerador de uma fração corresponde a um dividendo;
- O denominador corresponde a um divisor.

REGRA PRÁTICA

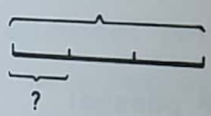
Para dividir números fracionários, multiplica-se o primeiro número, pelo inverso do segundo.

Ex:- $3 : \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = \frac{12}{1} = 12$

Problemas Solucionados com o Auxílio de Gráfico.

1. Um operário contratou um serviço por Cr$ 3.600,00. Completou 1/3 do trabalho e recebeu a importância correspondente ao que fez. Quanto recebeu ?

Cr$ 3.600,00



$\frac{3}{3} \longrightarrow$ Cr$ 3.600,00

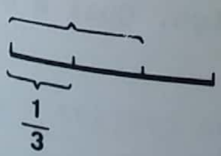
$\frac{1}{3} \xrightarrow{3600\ :3}$ Cr$ 1.200,00

A fração 1/3 determina o gráfico em terços.

RESPOSTA :- Receberá Cr$ 1.200,00

2. Se 2/3 de um total de caixas pesam 600 kg, quanto pesam juntas todas as caixas ?

600



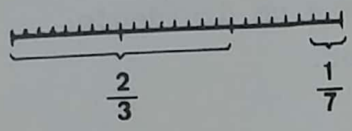
$\frac{2}{3} \longrightarrow$ 600 kg

$\frac{1}{3} \xrightarrow{600 \div 2}$ 300 kg

$\frac{3}{3} \xrightarrow{300\ :3}$ 900 kg

A fração 2/3 determina
O gráfico em terços.
Resposta :- As caixas pesam 900 kg.

3. Um barril com 42 litros de vinho deve ser repartido entre 3 pes
soas . A primeira receberá 2/3 do vinho; a segunda, 1/7 e a ter
ceira, o restante. Quantos litros receberá cada pessoa ?



$$\left.\begin{array}{l} 1^{a} \longrightarrow \dfrac{2}{3} \\[2ex] 2^{a} \longrightarrow \dfrac{1}{7} \end{array}\right\} \text{m.m.c.} = 21 \qquad \begin{array}{l} 1^{a} \rightarrow \dfrac{14}{21} \\[2ex] 2^{a} \rightarrow \dfrac{3}{21} \end{array}$$

$$3^{a} \longrightarrow 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{7} \right) \rightarrow \frac{21}{21} - \frac{17}{21} = \frac{4}{21}$$

$$\frac{21}{21} \longrightarrow 42 \text{ litros}$$

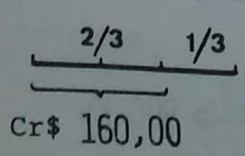
$$\boxed{\frac{1}{21} \xrightarrow{42\ :21} 2 \text{ litros}}$$

$\frac{14}{21} \xrightarrow{2 \times 14} 28$ litros (1ª pessoa)

$\frac{3}{21} \xrightarrow{2 \times 3} 6$ litros (2ª pessoa)

$\frac{4}{21} \xrightarrow{2 \times 4} 8$ litros (3ª pessoa)

4. José recebeu Cr$ 160,00 por 2/3 de um serviço. Qual é o valor
total desse serviço ?



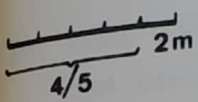
$\frac{2}{3} \longrightarrow$ Cr$ 160,00

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{160 :2} 80,00$$

$$\frac{3}{3} \xrightarrow{3 \times 80} 240,00$$

Obs: Conhecendo-se o valor de uma fração, procura-se o valor da unidade fracionária e, a seguir, o valor do todo.

5. Maria comprou uma peça de renda. Gastou 4/5 da peça e ainda lhe sobraram 2 metros. Quantos metros tinha a peça de renda ?



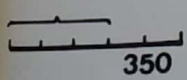
$$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} \longrightarrow 2 \text{ m}$$

$$\frac{5}{5} \xrightarrow{2 \times 5} 2 \times 5 = 10 \text{ m.}$$

Obs: Se Maria gastou 4/5 e a peça tinha 5/5 , o valor da unidade fracionária era 1/5 $\longrightarrow$ 2 metros.

6. Um automóvel percorreu,num dia, 3/5 do trajeto a fazer. Ainda há 350 km a percorrer. Qual é a distância total do trajeto ?



$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \longrightarrow 350 \text{ km}$$

$$\frac{1}{5} \xrightarrow{350 \div 2} 175 \text{ km}$$

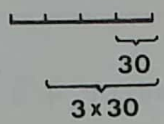
$$\frac{5}{5} \xrightarrow{170 \times 5} 875 \text{ km}$$

RESPOSTA: O trajeto tem 875 km.

Obs: O gráfico é feito em função do número fracionário 3/5, envolvido no problema. Se se trata de quintos, a unidade é igual a 5/5 .

7. A exigência de freqüência em aulas de matemática é de 3/4 . Havendo 120 aulas, quantas você precisa frequentar para passar de ano?

$\frac{3}{4}$ de 120



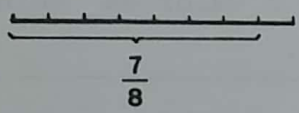
$\frac{4}{4} \longrightarrow 120$

$\frac{1}{4} \xrightarrow{120 \,:\, 4} 30$

$\frac{3}{4} \xrightarrow{3 \times 30} 90$

RESPOSTA:- 90 aulas.

8. O leite da vaca contém 7/8 de água. Qual é a fração restante para os outros elementos componentes da água ?



$\frac{8}{8} \longrightarrow$ é o todo.

$$\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

RESPOSTA:- 1/8 para os outros elementos.

9. Qual é o número que multiplicado por 1/5 dá 7 3/4 ?

$\frac{1}{5}$ do número $= 7\ \frac{3}{4}$

$\frac{1}{5} \longrightarrow \frac{31}{4}$

$\frac{5}{5} \longrightarrow \frac{155}{4}$

Você poderia aplicar outro raciocínio - o de estruturas, por exemplo.

$\square \times \frac{1}{5} = 7\ \frac{3}{4}$

$\frac{\square}{5} = \frac{31}{4}$

RESPOSTA:- $38\frac{3}{4}$

$$\square = \frac{31 \times 5}{4}$$

$$\square = \frac{155}{4} \text{ ou } 38\frac{3}{4}$$

> Obs: Para isolar $\square$ no 1º membro, deixar de dividir por 5, no 2º membro, multiplicar por 5, já que o 1º membro ficou 5 vezes maior.

10. Dona Odete gastou Cr$ 900,00 e ainda lhe resta $1/4$ do dinheiro que tinha. Quanto possuía inicialmente?

Cr$ 900,00

A fração $1/4$ determina o gráfico em quartos.

$$\frac{3}{4} \longrightarrow \text{Cr\$ } 900{,}00$$

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{900\ :\ 3} \text{Cr\$ } 300{,}00$$

$$\frac{4}{4} \xrightarrow{4\ \times\ 300} \text{Cr\$ } 1.200{,}00$$

RESPOSTA:- Dona Odete possuía Cr$ 1.200,00.

ALGUNS ESCLARECIMENTOS NECESSÁRIOS

Há problemas que são ligados diretamente ao conceito das operações. Neste caso, você deve proceder como se trabalhasse com números naturais.

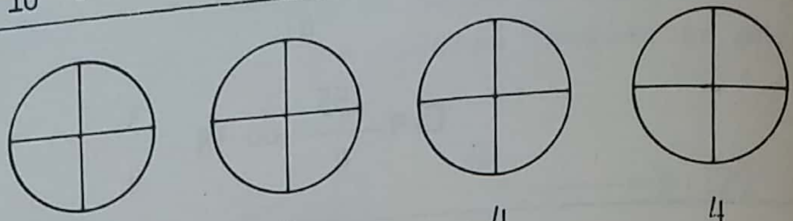
Ex.: Quantas vezes $1/4$ está contido, exatamente, em 4 ?

$\frac{1}{4}$ é o divisor ———— 4 é o dividendo.

$$4 : \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4 \times \frac{4}{1} = 16$$

RESPOSTA:- $1/4$ está contido 16 vezes em 4.

Obs: O quociente é maior que 4 porque você tem como divisor uma fração. 16 é o número de vezes que 1/4 cabe em 4 unidades.



$$\frac{4}{4} \qquad \frac{4}{4} \qquad \frac{4}{4} \qquad \frac{4}{4} \qquad \frac{16}{4}$$

Outros problemas poderão ser resolvidos por estruturas já conhecidas suas.

Ex:- A metade de um número mais seus 2/3 é igual a 14.

Qual é esse número ?

O número que não se conhece :- $\square$

$$\frac{\square}{2} + \frac{2\square}{3} = 14$$

$$\frac{2}{3} \text{ de } \square \Longleftrightarrow \frac{2\square}{3}$$

Lembre-se: "de" é X (multiplicação).

$$2\square \Longleftrightarrow 2 \times \square$$

$$\frac{3\square}{6} + \frac{4\square}{6} = \frac{84}{6}$$

$$\frac{7\square}{\cancel{6}} = \frac{84}{\cancel{6}}$$

Simplificação: Cortar os 6 ; não dividir ambos os termos por 6.

$$\square = 84 \div 7$$

$$\square = 12$$

Verificação:

$$\frac{\square}{2} \Longleftrightarrow 6$$

$$\frac{2\square}{3} \Longleftrightarrow 8$$

$$6 + 8 = 14$$

RESPOSTA :- O número é 12.

O raciocínio, nestes problemas, decorre do que já se aprendeu sobre as quatro operações com números naturais. O que mudou foi apenas o numeral.

ADIÇÃO:- Reunir é uma adição.

SUBTRAÇÃO :- Separar parte de uma quantidade; achar quanto falta para um todo; comparar duas quantidades, são situações resolvidas por uma subtração.

MULTIPLICAÇÃO :- Tomar algumas vezes uma quantidade, mesmo que seja uma fração de outra, é multiplicar.

DIVISÃO :- Repartir em partes congruentes; procurar quantas vezes uma quantidade, mesmo que fracionária, está contida em outra; subtrair sucessivamente uma quantidade de outra; tudo é dividir.

Expressões Numéricas Fracionárias

CALCULE:

1. $(5 + \frac{2}{3}) \times \frac{3}{17}$ $\quad (5 + \frac{2}{3}$ ou $5\frac{2}{3})$

$$5\frac{2}{3} \times \frac{3}{17} =$$

$$\frac{\cancel{17}^{\,1}}{\cancel{3}_{\,1}} \times \frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{17}_{\,1}} = 1$$

Simplificando os fatores do numerador e denominador, temos :- 17 e 17 por 17 ; 3 e 3 por 3.

RESPOSTA:- 1

2. $(4 - \frac{5}{8}) \times \frac{2}{9}$ $\quad (\frac{4}{1}$ ou $\frac{32}{8})$

$$(\frac{32}{8} - \frac{5}{8}) \times \frac{2}{9} =$$

Resolver o que está entre parênteses. Simplificando, temos: 27 e 9 por 9 ; 8 e 2 por 2 .

$$\frac{\cancel{27}^{3}}{\cancel{8}_{4}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}_{1}} = \frac{3}{4}$$

RESPOSTA:- $\frac{3}{4}$

3. $(3 + \frac{4}{5}) \div \frac{2}{3}$ $\quad (3 + \frac{4}{5}$ ou $3\frac{4}{5}$ ou $\frac{19}{5})$

$$\frac{19}{5} \div \frac{2}{3} =$$ Aplicar o conhecimento da operação inversa.

$$\frac{19}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{57}{10}$$ Extrair os inteiros de $\frac{57}{10}$.

RESPOSTA:- $\frac{57}{10}$ ou $5\frac{7}{10}$

4 $$\left[(3 + \frac{2}{3}) \times \frac{4}{11} + 3 \div \frac{1}{2}\right] \times \frac{3}{22} + 5 =$$ (Calcular o que está entre parênteses).

$$\left[3\frac{2}{3} \times \frac{4}{11} + \frac{3}{1} \times \frac{2}{1}\right] \times \frac{3}{22} + 5 =$$ (Aplicar o conhecimento de operação inversa).

$$\left[\frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{11}_{1}} + \frac{6}{1}\right] \times \frac{3}{22} + 5 =$$ (Simplificando, temos:- 11 e 11 por 11; 4 e 2 por 2)

$$\left[\frac{2}{1} + \frac{6}{1}\right] \times \frac{3}{22} + 5 =$$

$$\frac{8}{1} \times \frac{3}{22} + 5 = \frac{24}{22} + \frac{110}{22} = \frac{134}{22} = 6\frac{2}{22} \text{ ou } 6\frac{1}{11}$$

$$\frac{24}{22} + \frac{5}{1} =$$

$$\frac{3 \times \frac{2}{5} + 1}{2 - \frac{3}{4} \div 2} =$$

<u>Multiplicar</u> e dividir em primeiro lugar.

$$\frac{\frac{6}{5} + \frac{5}{5}}{\frac{2}{1} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}} =$$

Escrever os números naturais em forma fracionária. Dar-lhes 1 para denominador. Aplicar a operação inversa na divisão.

$$\frac{\frac{11}{5}}{\frac{2}{1} - \frac{3}{8}} =$$

$$\frac{\frac{11}{5}}{\frac{16}{8} - \frac{3}{8}} = \qquad \frac{\frac{11}{5}}{\frac{13}{8}} = \frac{11}{5} \div \frac{13}{8} \Leftrightarrow \frac{11}{5} \times \frac{8}{13} = \frac{88}{65}$$

<u>Nota</u>: O traço que separa as duas expressões quer dizer dividir. É como se você efetuasse separadamente:-

$3 \times \frac{2}{5} + 1$ e $2 - \frac{3}{4} \div 2$. O primeiro resultado você divide pelo segundo : $\frac{11}{5} \div \frac{13}{8}$.

Olhe e efetue outras expressões semelhantes, extraídas de livros modernos de matemática.

<u>EXERCÍCIO Nº 15</u>

<u>PROBLEMAS</u>

RESOLVA OS PROBLEMAS QUE SE SEGUEM.

1. José depositou no Banco do Brasil 2/5 do seu ordenado. Sabendo

que o depósito foi de Cr$ 1.000,00, calcule o ordenado de José.

RESPOSTA: ____________________

2. Um viajante fez 3/5 de sua viagem e ainda tem que percorrer 600 km. Qual é o percurso total dessa viagem?

RESPOSTA: ____________________

3. Uma pessoa respira 17 vezes por minuto, inspirando 5/7 de litros de ar. Quantos litros de ar passam pelos seus pulmões em 1 minuto ?

RESPOSTA: ____________________

4. O café, depois de torrado, perde 1/5 do seu peso anterior. A que peso se reduzirão $6\frac{2}{5}$ kg de grãos de café, após a torrefação ?

RESPOSTA: ____________________

5. Uma aula, no Curso Colegial, tem a duração de 50 minutos. Que fração da hora representa uma aula ?

RESPOSTA: ____________________

6. Uma herança de Cr$ 70.000 é distribuída a 3 herdeiros. O primeiro recebe 1/2 ; o segundo, 1/5 ; e o último, o restante. Quanto recebe cada um ?

RESPOSTA: --

7. A parte corresponde a 4/7 de uma caixa contém 100 laranjas. Quantas contém a caixa toda ?

RESPOSTA: --

8. Uma camioneta deve transportar para o mercado 539 sacas de café, em dois dias. No primeiro dia leva 4/7 dessa carga. Quantas sacas transportará no segundo dia ?

RESPOSTA: --

9. Uma bola, cada vez que cai e bate no solo, pula 2/3 da altura de onde caiu. Se você soltá-la a 12 metros do chão, que alturas ela atingirá no primeiro e no segundo pulos ?

RESPOSTA: --

10. Marcos pagou 3/4 de sua dívida e ainda ficou devendo a importância de Cr$ 2.400,00. Quanto ele devia ?

RESPOSTA: --

Expressões Numéricas Fracionárias

EFETUE AS EXPRESSÕES ABAIXO :-

1. $\left(4 - \frac{5}{8}\right) \times \frac{2}{9} =$

2. $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) =$

3. $\left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{8}\right] \times \frac{2}{7} =$

4. $3 \times \frac{2}{5} + 1 =$

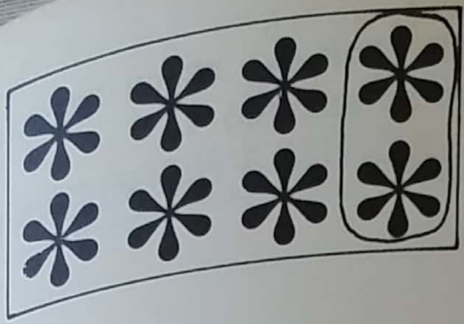
5. $\left[\left(3 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{4}{11} + 3 \div \frac{1}{2}\right] =$

VII - PÓS - TESTE

Leia com calma a atenção as questões propostas abaixo. Em seguida, dê as respostas às perguntas feitas. E tenha bom êxito nesta prova.

1. RISQUE OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS QUE REPRESENTAM UNIDADES FRACIONÁRIAS.

$\frac{2}{5}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{9}$

2. 

$\frac{1}{4}$ OU $\frac{\quad}{\quad}$ DOS ELEMENTOS ESTÃO ENLAÇADOS.

3. ESTABELEÇA A RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS ABAIXO E NÚMEROS NATURAIS.

$$\frac{12}{6} \Leftrightarrow \qquad\qquad \frac{15}{3} \Leftrightarrow$$

4. CONSTRUA A CLASSE DE EQUIVALÊNCIA DE $\frac{2}{5}$

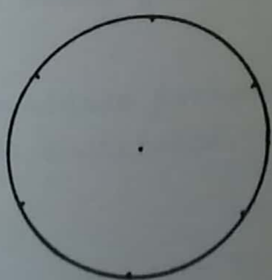
5. REDUZA OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS AO MESMO DENOMINADOR.

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12};$$

6. $2\frac{1}{7} \times 14 =$ $\qquad$ $3 \div \frac{9}{5} =$

7. SE JOSÉ GASTOU $\frac{3}{5}$ DO DINHEIRO QUE TINHA E AINDA LHE RESTA CR$ 180,00. QUANTO POSSUÍA ANTES DE TER GASTO ?

8. DEMONSTRE QUE $\frac{2}{6}$ E $\frac{1}{3}$ SÃO EQUIVALENTES, FAZENDO DIVISÕES NO CÍRCULO ABAIXO:



9. UM OPERÁRIO RECEBEU CR\$ 2.500,00 POR $\frac{5}{7}$ DE UM TRABALHO QUE EXECUTOU. QUAL É O PREÇO TOTAL DESSE SERVIÇO ?

RESOLVA :-

10. $\left(2 - \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{1}{3} + 1 \right)$

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Como não nos é dado examinar o seu Pós-Teste para sentirmos mais de perto suas dificuldades no aprendizado do que ora lhe transmitimos, cabe a você remover tais impasses, restando-nos aconselhar-lhe a refazer, cuidadosamente, exercícios e problemas dados, assim como a revisar o que não pôde alcançar.

Neste capítulo, procuraremos oferecer um reexame da matéria em questão, ressaltando os seus passos principais, a fim de propiciar a você melhores esclarecimentos sobre pontos que ainda lhe são obscuros.

De sua parte, esperamos todo o empenho no reestudo deste módulo, o que por certo você fará, com o objetivo e consciência de quem efetivamente deseja ampliar seus conhecimentos.

Você, possivelmente, deve ter compreendido que:

- o Número Fracinário permite-nos calcular partes do todo e partes de conjuntos ;
- o Número Fracionário ajuda-nos a calcular problemas de situações reais, quando lidamos com partes congruentes de unidades ou conjuntos;
- as relações de desigualdade, igualdade, equivalência e ordem são também estabelecidas entre os Números Fracionários;
- por meio de relação de equivalência se formam as classes de equivalência;
- por meio das classes de equivalência são resolvidas as situações de simplificação, redução do mesmo denominador, adição e subtração e Números Fracionários não homogêneos;
- a relação de desigualdade permite-nos chegar à relação de ordem, apontando a fração maior ou menor e leva-nos à relação de igualdade quando há a mesma quantidade em ambos os Números Fracionários;
- o conceito de igualdade permanece o mesmo: O Número Fracionário é igual se, além da quantidade, a unidade de contagem for a mesma .

Adição. Propriedades

Os Números Fracionários, na adição, gozam da Propriedade do Fechamento ?

Vejamos : $\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{11}{4}$

$\frac{1}{2} \in F$; $2\frac{1}{4} \in F$; $\frac{11}{4} \in F$

Se as parcelas e a soma pertencem ao mesmo conjunto (F) é porque a operação goza da "propriedade do fechamento".

Examinemos as demais propriedades.

Propriedade Comutativa.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

Como a ordem em que as parcelas são adicionadas não afeta o total, a operação goza da "propriedade comutativa".

Propriedade Associativa.

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{13}{12}$$

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$$

Como parcelas foram associadas em ordem diferentes e o total permaneceu o mesmo, a operação goza da "propriedade associativa".

Propriedade do Elemento Neutro.

$\frac{1}{5} + \frac{0}{5} = \frac{1}{5}$; $\frac{0}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

Como existe um elemento que entra na operação e não lhe altera o resultado, então há um "elemento neutro" na adição do Números Fracionários.

Propriedade do Fechamento

Na multiplicação, a "propriedade do fechamento" é válida:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3} \in F ; \frac{1}{4} \in F ; \frac{1}{6} \in F$$

Os fatores e o produto pertencem ao mesmo conjunto; logo,a multiplicação goza da "Propriedade do fechamento".

Propriedade Comutativa

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} ; \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

" A ordem dos fatores não altera o produto", logo,a multiplicação goza da"propriedade comutativa".

Propriedade Associativa.

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{24} \quad \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

Se a ordem de associar os fatores é indiferente e se obtém o mesmo produto, a "propriedade associativa" existe na multiplicação dos números fracionários.

Elemento Neutro.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

O "elemento neutro" também existe na multiplicação, e é o mesmo da multiplicação de números naturais :

$1 = \frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3} \ldots \quad 1$, definido pela classe de equivalência

Elemento Absorvente.

$$\frac{2}{3} \times \frac{0}{5} = \frac{0}{15} \Leftrightarrow 0$$

Também existe o "elemento absorvente" zero (0), escrito em forma fracionária, como o 1.

Propriedade Distributiva da multiplicação em relação à adição:

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \Longleftrightarrow \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \Longleftrightarrow \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \Longleftrightarrow \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

Como você vê, as propriedades acima podem ser aplicadas, quando necessárias, no cálculo com Números Fracionários.

OPERAÇÕES ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Para adicionar e subtrair Números Fracionários é necessário que eles sejam homogêneos.

Exemplo: $\frac{0}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$; $\frac{5}{3} - \frac{3}{3} = \frac{2}{3}$

Se os números fracionários não forem homogêneos é preciso buscar frações equivalentes com o mesmo denominador.

Redução ao mesmo denominador.

Quando se observa os desenhos geométricos e quadros de equivalência, é bem fácil trocar as frações dadas pelas suas equivalentes principalmente se os denominadores são da mesma classe de equivalência.

Exemplo:

a) $\frac{\quad}{2}$, $\frac{\quad}{4}$, $\frac{\quad}{8}$;

b) $\frac{\quad}{3}$, $\frac{\quad}{6}$;

c) $\frac{\quad}{3}$, $\frac{\quad}{9}$;

d) $\frac{\quad}{3}$, $\frac{\quad}{6}$, $\frac{\quad}{12}$;

e) $\frac{\quad}{3}$, $\frac{\quad}{4}$, $\frac{\quad}{12}$;

f) $\frac{\quad}{5}$, $\frac{\quad}{10}$;

g) $\frac{\quad}{2}$, $\frac{\quad}{5}$, $\frac{\quad}{10}$.

Releia atentamente o capítulo de "Redução de Números Fracionários à mesma Unidade Fracionária", isto é, ao "Menos Denominador Comum", à página 25 , e refaça os exercícios.

Se você faz a coleção de Classes de Equivalência, consulte-as,

Alguns conselhos práticos para reduzir frações ao mesmo denominador:

a) Olhe os denominadores; procure o número maior. Veja se ele contém os outros. Nessse caso, o denominador comum será esse número.

Exemplo = $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} =$

- O número maior ? 18
- 18 é multiplo de 9 e 3 ? Sim.
- Então 18 é o m.m.c.

Outro exemplo: $\frac{3}{12} + \frac{5}{4} + \frac{2}{3} =$

- O número maior ? 12
- 12 é múltiplo de 4 e 3 ? Sim.
- Então 12 é o m.m.c.

b) E no caso de o número não ser múltiplo de todos os denominadores ?

Exemplo : $\frac{3}{10} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$

- O número maior ? 10
- 10 é múltiplo de 5 ? Sim.
- 10 é múltiplo de 3 ? Não.
- Então o m.m.c. é $10 \times 3 = 30$

Outro exemplo: $\frac{2}{6} + \frac{4}{12} + \frac{3}{2} + \frac{9}{5} =$

- O número maior ? 12

- 12 é múltiplo de 2 e 6 ? Sim .

- 12 é múltiplo de 5 ? Não .

- Então o m.m.c. é $12 \times 5 = 60$

Mais um exemplo: $\frac{1}{3} + \frac{4}{8} + \frac{2}{4} =$

- O número maior ? 8

- 8 é múltiplo de 4 ? Sim .

- 8 é múltiplo de 3 ? Não .

- Então o m.m.c. é $8 \times 3 = 24$

Ainda outro exemplo : $\frac{3}{4} + \frac{4}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$

- O número maior ? 12 .

- 12 é múltiplo de 4 e 3 ? Sim .

- 12 é múltiplo de 9 ? Não, mas 9 é feito de 3×3 e 12 é feito de 3×4 ;logo, 3 é fator comum entre 12 e 9.

- Então o m.m.c. é $12 \times 3 = 36$

O 3 que entrou para multiplicar 12 é o segundo fator 3 do 9. Observe:

$$\begin{aligned} 12 &= \boxed{3} \times 4 \\ 9 &= \boxed{3} \times 3 \\ 36 &= 3 \times 3 \times 4 \end{aligned}$$

36 tem os fatores de 9 e os fatores de 12.

c) Os denominadores são formados de fatores completamente diferentes.

Exemplo: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

- O número maior ? 5.

- 5 é múltiplo de 3 ? Não.

- 5 é múltiplo de 4 ? Não.

- Então o m.m.c. é $5 \times 3 \times 4 = 60$

Outro Exemplo: $\dfrac{2}{7} + \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{3}$

- O número maior ? 7

- 7 é múltiplo de 5 ? Não.

- 7 é múçtiplo de 3 ? Não.

- Então o m.m.c. é $7 \times 5 \times 3 = 105$

Se os fatores são todos diferentes, então o m.m.c. é o produto de todos.

Observações oportunas.

Refaça os exercícios, os problemas e as expressões numéricas deste módulo, conferindo-os com as nossas respostas.

Em livros modernos de matemática, destinados a professores, escolha, estude e efetue exercícios ali já resolvidos. Neles leia e procure compreender, de preferência, os assuntos que ainda não sejam do seu domínio.

Nos cálculos onde aparecem equivalência, represente-as pelo símbolo próprio $\Longleftrightarrow$.

Você aprendeu que há equivalência entre:

- um número fracionário e um número natural;
- um número fracionário e um número misto;
- um número fracionário e outro.

Na resolução de $2\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{6}$, observe:

$$2\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{7}{3} + \frac{2}{6}$$ (número misto $\Longleftrightarrow$ fração)

$$\frac{7}{3} + \frac{2}{6} \Longleftrightarrow \frac{14}{6} + \frac{2}{6}$$ (número fracionário $\Longleftrightarrow$ número fracionário)

$$\frac{14}{6} + \frac{2}{6} = \frac{16}{6}$$ (a relação é de igualdade)

$$\frac{16}{6} \Longleftrightarrow 2\,\frac{4}{6} \qquad \text{(número fracionário} \Longleftrightarrow \text{número misto)}$$

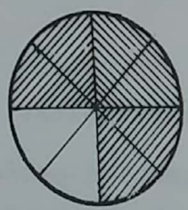
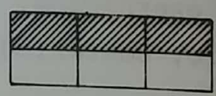
$$2\,\boxed{\frac{4}{6}} \Longleftrightarrow 2\,\boxed{\frac{2}{3}} \qquad \text{(número fracionário} \Longleftrightarrow \text{número fracionário}$$

IX - PÓS - TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com calma e atenção as questões propostas neste teste e, em seguida, dê as respostas solicitadas. Cremos que você se sairá bem nesta prova. Boa sorte !

1. DIGA O QUE SÃO NÚMEROS FRACIONÁRIOS HOMOGÊNEOS.

----

2.  $\frac{6}{8} \Longleftrightarrow$ —  $\frac{1}{2} \Longleftrightarrow$ —

3. Estabeleça a Relação de Equivalência entre os Números Fracionários e Números Naturais. Dê dois exemplos.

4. Construa a Classe de Equivalência de $\frac{2}{5}$

5. Efetue : $2\,\frac{1}{5} + 3 =$ $\qquad$ $4 - 1\,\frac{2}{3} =$

6. Efetue : $5\,\frac{1}{7} \times 4\,\frac{2}{3}$ $\qquad$ $2\,\frac{1}{5} \div 3\,\frac{1}{7}$

7. Bernardo já fez $\frac{4}{5}$ do trajeto de sua viagem, faltando-lhe percorrer ainda 350 km. Qual é o percurso total dessa viagem ?

Resposta: ____________________

8. Reduza a Números Fracionários homogêneos os Números Fracionários seguintes :

$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{1}{6}$

9. De Cr\$1.200,00 dei $\frac{3}{4}$ para pagar uma dívida. Quanto restou dessa quantia ?

Resposta: ____________________

10. Efetue :

$$\left(2 + \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \div \frac{1}{3}$$

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTINE, Charles H.D' - Métodos Modernos para Ensino da Matemática (Multiple Methods of Teaching Mathematics in the Elementary School) 1º ed. Rio de Janeiro - Ao livro Técnico SA. - 1970.

GRUEMA - Grupo de Matemática Atualizada. "Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau": 4, por Lucila Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman. São Paulo, Editora Nacional - 1975.

NEDEM - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática - "Ensino Moderno da Matemática" 2º Vol. Ensino de 1º Grau - 1º ed. Editora do Brasil - São Paulo - 1975

"Ensino Moderno da Matemárica" - 3º e 4º Vol. Ensino de 1º Grau - 1º ed. Editora do Brasil - São Paulo - 1975.

PORTO, Rizza Araujo - "Frações na Escola Elementar". Editora do Professor Ltda. - Belo Horizonte - 1965

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO Nº 1

A) Complete:

1 - Estão pintados 5 elementos em 7.

Fração $\dfrac{5}{7}$ 5 elementos pintados / 7 elementos do conjunto

2 - Estão pintados 4 elementos em 5.

Fração $\dfrac{4}{5}$ 4 elementos pintados / 5 elementos do conjunto

3 - Estão pintados 7 elementos em 8.

Fração de $\dfrac{7}{8}$ 7 elementos pintados / 8 elemetos do conjunto

4 - Estão pintados 7 elementos em 15.

Fração $\dfrac{7}{15}$ 7 elementos pintados / 15 elemetos do conjunto

5 - Estão pintados 3 elementos em 12

Fração $\dfrac{3}{12}$ $\dfrac{\text{elementos pintados}}{\text{elementos do conjunto}}$

B) Leia e escreva :

$\dfrac{3}{6}$ três sextos ; $\dfrac{5}{8}$ cinco oitavos ; $\dfrac{7}{9}$ sete nonos.

$\dfrac{8}{11}$ oito onze avos ; $\dfrac{7}{15}$ sete quinze avos $\dfrac{9}{12}$ nove doze avos

EXERCÍCIO Nº 2

1 - A $\longrightarrow \dfrac{3}{3}$ B $\longrightarrow \dfrac{2}{4}$ C $\longrightarrow \dfrac{3}{5}$ D $\longrightarrow \dfrac{2}{3}$

2 - Observe os conjuntos e complete:

2	3	3	
4	6	6	
6	9	12	
	12	15	

EXERCÍCIO Nº 3

A) a) 4 c) 9 e) 3

b) 2 d) 0 f) 1

B) a) $2\dfrac{2}{3}$ c) $1\dfrac{2}{5}$ e) $5\dfrac{2}{3}$

b) $1\dfrac{5}{7}$ d) $1\dfrac{4}{5}$ f) $3\dfrac{1}{3}$

C) a) $\dfrac{7}{2}$ c) $\dfrac{5}{3}$ e) $\dfrac{25}{7}$

b) $\dfrac{7}{3}$ d) $\dfrac{9}{5}$ f) $\dfrac{58}{9}$

EXERCÍCIO Nº 4

A) $\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{3}{5}$; $\dfrac{3}{4}$; $\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{1}{3}$

B) $\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{3}}$, $\dfrac{\cancel{5}}{\cancel{7}}$, $\dfrac{\cancel{3}}{\cancel{5}}$, $\dfrac{7}{14}$, $\dfrac{5}{10}$, $\dfrac{3}{9}$, $\dfrac{\cancel{7}}{9}$, $\dfrac{6}{8}$, $\dfrac{5}{15}$, $\dfrac{\cancel{9}}{11}$

C) COMPLETAR :

a) ... um mesmo número.

b) $\frac{1}{5} \Leftrightarrow \left\{ \frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25} \ldots \right\}$

c) $\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left\{ \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20} \ldots \right\}$

d) $\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15} \ldots \right\}$

e) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{5}{10}$

f) ... equivalência.

$\frac{2}{5} \Leftrightarrow \left\{ \frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}, \frac{10}{25} \ldots \right\}$

EXERCÍCIO Nº 5

A) ESTÃO PINTADOS

C ______________ ... ou $\frac{3}{6}$

D ______________ ... ou $\frac{2}{10}$

B) COMPLETAR ESTES EXERCÍCIOS:

a - 2

b - 2

c - 4

d - 5

e - 8

f - 3

g - 9

h 12

i - 3

j - 5

l - 2

m - 2

n - 6

o - 5

p - 10

EXERCÍCIO Nº 6

a) Cada disco pintado de uma cor.

$$L = \frac{9}{3}$$

b) #

c) e d) $\cancel{\frac{1}{3}}, \cancel{\frac{2}{3}}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{3}$

e) $\frac{3}{3} \Leftrightarrow 1$; $\frac{6}{3} \Leftrightarrow 2$; $\frac{9}{3} \Leftrightarrow 3$

f) Numerais maiores que 1 : $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{3},$

g) Numerais mais próximos de...

$\frac{5}{6}, \ldots, \frac{7}{6}$ $\qquad$ $\frac{6}{7}, \ldots, \frac{8}{7}$

$\frac{3}{4}, \ldots, \frac{5}{4}$ $\qquad$ $\frac{2}{3}, \ldots, \frac{4}{3}$

$\frac{11}{12}, \ldots, \frac{13}{12}$ $\qquad$ $\frac{9}{10}, \ldots, \frac{11}{10}$

EXERCÍCIO Nº 7

A) Numerais na reta :

Verifique se $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}$ caíram na mesma coluna debaixo do ponto 1.

B) $>$ ou $<$

a)... $>$ ... $\quad$ e)... $>$ ... $\quad$ i)... $<$ ... $\quad$ n)... $>$ ...

b)... $>$ ... $\quad$ f)... $<$ ... $\quad$ j)... $<$ ... $\quad$ o)... $<$ ...

c)... $>$ ... $\quad$ g)... $>$ ... $\quad$ l)... $>$ ... $\quad$ p)... $>$ ...

d)... $>$ ... $\quad$ h)... $<$ ... $\quad$ m)... $>$ ... $\quad$ q)... $<$ ...

EXERCÍCIO Nº 8

A)

5	7
10	14
15	21
20	

B) Observe os conjuntos para resolver os problemas.

1º Problema : $20 - (\frac{1}{4}$ de $20) = 15$ Tem 15 bolas de gude.

2º Problema : $21 - (\frac{2}{3}$ de $21) = 7$ Não usou 7 figuras.

3º Problema : $20 - (\frac{3}{4}$ de $20) = 5$ Eram 5 bombons sem licor

EXERCÍCIO Nº 9

A)

$\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{5}{5} \Leftrightarrow 1$ $\qquad$ $\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{10}$

$\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{6}$ $\qquad$ $\frac{10}{10} \Leftrightarrow 1$ $\qquad$ $\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{6}{10}$

$\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{5}{10}$ $\qquad$ $\frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{8}{10}$

B) 1º Problema :

Maria : 12 decalcoplásticos; Marcos, 18; José, 6.

2º Problema :

1º aquário, 14 peixes; 2º, 28; 3º, 42 peixes.

EXERCÍCIO Nº 10

a)

$\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{4}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{8}$

$\frac{2}{5}$ $\qquad$ $\frac{6}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{4}$

$\frac{5}{6}$ $\qquad$ $\frac{8}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{4}$ $\frac{4}{4} \Leftrightarrow 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{6} \Leftrightarrow 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{8}{8} \Leftrightarrow 1$

c) $\frac{4}{4}$ $\frac{1}{6}$

$\frac{4}{6}$ $\frac{2}{6}$

$\frac{8}{8}$ $\frac{2}{8}$

EXERCÍCIO Nº 11

A) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{8}$

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{8}$

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$

B) Propriedade Comutativa.

Adição

☒ Sim ☐ Não

Subtração

☐ Sim ☒ Não

EXERCÍCIO Nº 12

A) RESOLVA:

a) $4\ \dfrac{1}{4}$; b) $4\ \dfrac{3}{4}$

c) $2\ \dfrac{3}{4}$; d) 7

B) CONTINUAÇÃO DE C

$$\frac{12}{24} + \frac{16}{24} + \frac{9}{24} = \frac{37}{24} \Longleftrightarrow 1\ \frac{13}{24}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{2} \Longleftrightarrow \frac{(20 \div 4)1}{20} + \frac{(20 \div 5)2}{20} + \frac{(20 \div 2)\ 3}{20} =$$

$$\frac{5}{20} + \frac{8}{20} + \frac{30}{20} = \frac{43}{20} \Longleftrightarrow 2\ \frac{3}{20}$$

EXERCÍCIO Nº 13

a) $\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{12}$

$\dfrac{13}{24}$

b) $\dfrac{7}{15}$

$\dfrac{4}{9}$

$\dfrac{3}{14}$

c) $\dfrac{11}{6}$

$2\ \dfrac{2}{3}$

$2\ \dfrac{1}{2}$

d) $3\ \dfrac{3}{10}$

$4\ \dfrac{3}{4}$

$6\ \dfrac{7}{10}$

e) $3\ \dfrac{1}{2}$

$2\ \dfrac{5}{12}$

$1\ \dfrac{3}{4}$

f) $1\ \dfrac{2}{5}$

$\dfrac{5}{7}$

$8\ \dfrac{3}{5}$

EXERCÍCIO Nº 14

Problemas: 1. $21 \dfrac{11}{12}$ dúzias de ovos, ou 21 dz. e 11 ovos.

2. $26 \dfrac{3}{4}$ litros de leite.

3. Restam $10 \dfrac{3}{4}$ litros

4. Gasta 2 litros de vinagre.

5. Sobrou $\dfrac{1}{6}$ da folha.

EXERCÍCIO Nº 15

Problemas: 1. Cr$2.500,00

2. São 1.500 km

3. $12 \dfrac{5}{7}$ litros por minuto

4. $5 \dfrac{3}{25}$ kg.

5. $\dfrac{50}{60}$ ou $\dfrac{5}{6}$ da hora

6. 1º, Cr$ 35.000,00
   2º, Cr$ 14.000,00
   3º Cr$ 21.000,00

7. 1/7 ⟶ 25 ; 7/7 ⟶ 25 x 7 = 175

8. 1/7 ⟶ 77 sacas ; 3/7 ⟶ 231 sacas

9. 1º pulo ⟶ 8m; 2º ⟶ $5 \dfrac{1}{3}$ m

10. Cr$9.600,00

EXPRESSÕES NUMÉRICAS FRACIONÁRIAS

1. 3/4

2. 11/15

3. 5/28

4. $2 \frac{1}{5}$

5. $7 \frac{1}{3}$

XII - GLOSSÁRIO

A

ACONDICIONAR	embrulhar; empacotar; ensacar; arrumar; dispor; preservar.
AMPLIAR	tornar amplo; alargar; estender; desenvolver; aumentar; dilatar.
APTO	capaz; hábil; preparado; idôneo; conveniente. Antônimo: não apto; incapaz; inábil. A palavra "inapto", que às vezes se ouve, é bárbara. No sentido intelectual, o antônimo de "apto" é "Inepto".
AQUÁRIO	Vaso de vidro com água para criar peixes; depósito de água para conservar ou criar peixes ou plantas aquáticas.
AQUILATAR	Apurar; determinar; estimar; aferir; apreciar; determinar o quilate ou número de quilates de; avaliar.
AVIÁRIO	Viveiro de aves.

D

DECALCOPLÁSTICO — desenho ou figuras estampados em material plástico para serem colados ou decalcados em papel; parede; vidro.

DEDUZIR — chegar a uma conclusão; concluir;inferir; diminuir; subtrair; abater; tirar.

E

ETAPA — fase; passo; passagem; período;parte; jornada.

I

IMPASSE — obstáculo; embaraço; dificuldade; caso de difícil solução; beco sem saída.

INSPIRAR — aspirar; absorver por inalação;inalar;sorver; tragar; despertar idéias.

P

PASSO — passagem; etapa;fase; trecho;episódio;ato de avançar ou recuar um pé, para andar.

PROPICIAR — Tornar propício; favorável; oportuno; proporcionar; oferecer.

R

RESSALTAR — tornar saliente; dar relevo; relevar; dar destaque; destacar; dar vulto a; avultar; fazer sobressair.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

9,5

9,5

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

OPERANDO COM NÚMEROS DECIMAIS

MÓDULO Nº 9.5

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: OPERANDO COM NÚMEROS DECIMAIS

I - ASSUNTO: CONHECIMENTOS DO CONJUNTO F SOBRE NÚMEROS DECIMAIS. AS QUATRO OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS. EXPRESSÕES E PROBLEMAS.

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III - PRÉ - REQUISITOS: OPERAÇÕES COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS.

IV - OBJETIVOS:

1 - OBJETIVO GERAL:

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2 - OBJETIVO TERMINAL:

Operar com Números Decimais, resolvendo situações - problema e utilizando suas propriedades e técnicas operatórias com precisão.

3 - OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS:

Ao final deste módulo o cursista deverá ser capaz de:

a - realizar corretamente as quatro operações com Números Decimais;

b - resolver problemas e expressões numéricas que envolvam operações no conjunto dos Números Decimais.

V - PRÉ - TESTE

Pelo presente Pré-Teste você mesmo irá verificar como estão os seus conhecimentos.

Leia com calma e atenção as questões aqui propostas e responda-as com letra bem legível, escrevendo aquilo que tiver certeza. Isso observado, inicie, então, esta prova. E tenha boa sorte no seu trabalho!

1 - COMPLETE: $1{,}25 = 1 + \frac{2}{} + \frac{}{}$

2 - COMPLETE COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS:

$0{,}025 \Leftrightarrow$; $0{,}777 \Leftrightarrow$.

3 - COMPLETE COM NÚMEROS DECIMAIS:

$\frac{1}{8} \Leftrightarrow$; $\frac{2}{25} \Leftrightarrow$

4 - COLOQUE EM ORDEM DECRESCENTE OS NÚMEROS DECIMAIS FINITOS:

0,746 ; 0,78 ; 0,990 ; 0,77

5 - COLOQUE OS SÍMBOLOS: $\Leftrightarrow$, > , < , = .

2,4 ---- 2,4; 10,8 ---- 9,7; 8,02 ---- 8,06

0,050 ---- 0,05; 7,20 ---- 7,2

6 - QUANTO É O DOBRO DE 0,3 MULTIPLICADO PELA METADE DE 0,8 ?

7 - CALCULE: $3{,}25 + 2{,}7 - 1{,}005 =$

8- EFETUE : 1,2 x 3,25 = 21,48 x 0,075 =

9- SE 0,1 DE Cr$75,00 SÃO:_______________________________________

ENTÃO 0,3 DE Cr$75,00 SÃO:_______________________________________

10- EFETUE: 4,75 ÷ 0,8 =

2,3 ÷ 1,2 =

GABARITO DO PRÉ - TESTE

1 - $1,25 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$

2 - $\frac{25}{1000} \Longleftrightarrow \frac{1}{40}$; $\frac{777}{1000}$

3 - 0,125 ; 0,08

4 - 0,990 ; 0,780 ; 0,770 ; 0,746

5 - $2,4 = 2,4$; $10,8 > 9,7$; $8,02 < 8,06$;

$0,050 \Longleftrightarrow 0,05$; $7,20 \Longleftrightarrow 7,2$

6 - 0,24

7 - 4,945

8 - $3,900 \Longleftrightarrow 3,9$; $1,61100 \Longleftrightarrow 1,611$

9 - Se ... são: Cr$7,50

então ... são Cr$22,50

10 - 5,9375 1,91666...

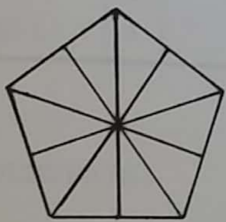
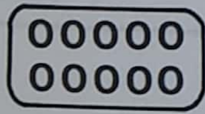
VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

NÚMERO DECIMAL FINITO

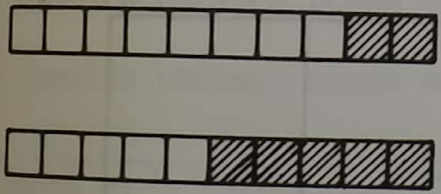
NÚMERO FRACIONÁRIO DECIMAL

Inicialmente, façamos, no presente capítulo, uma revisão sobre Número Fracionário Decimal, assunto esse já abordado em Módulo anterior.

EXERCÍCIO 1

A) PINTE $\frac{7}{10}$  PINTE $\frac{9}{10}$ 

B) Marcamos



Dizemos

-------------- Décimos

Em numerais:

$\frac{2}{10}$

$\frac{5}{10}$

C) LEMOS:

$\frac{3}{10}$ — ------------------------ $\frac{8}{10}$ — ------------------------

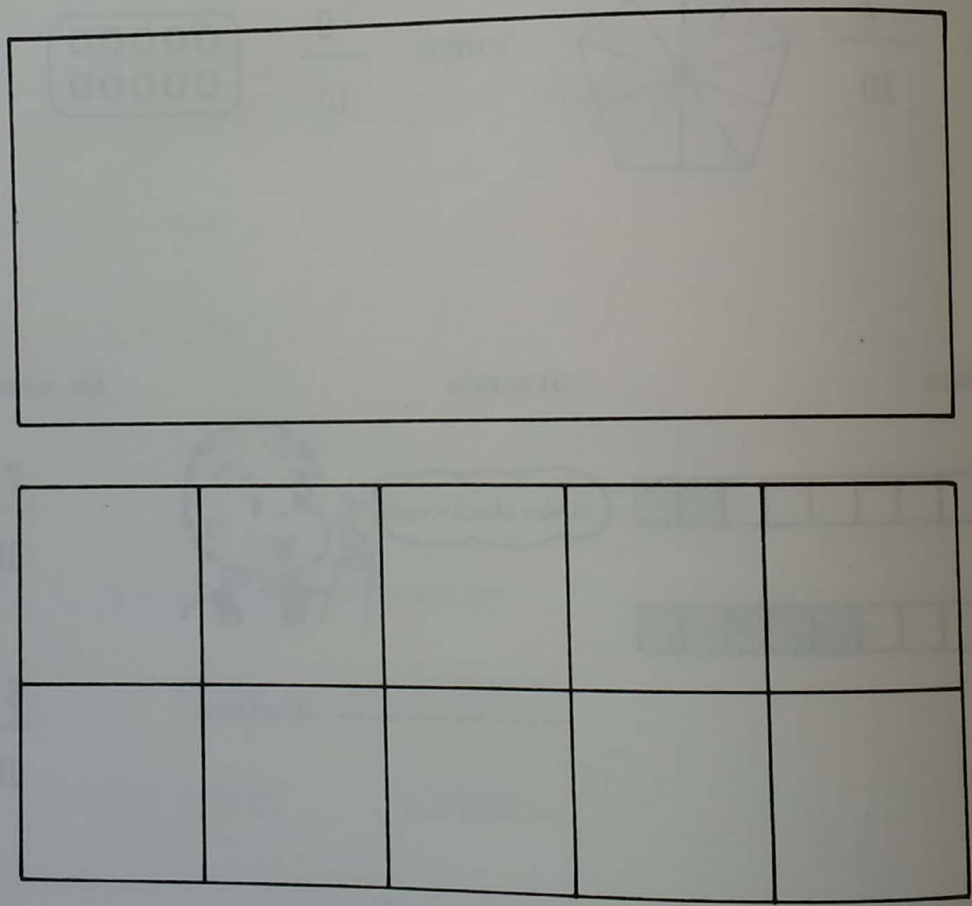
$\frac{7}{10}$ — ------------------------ $\frac{12}{10}$ — ------------------------

$\frac{350}{10}$ — ------------------------ $\frac{0}{10}$ — ------------------------

Quando se dá início, em classe, ao ensino de Números Decimais, é preciso revisar, preliminarmente o conhecimento de Fração e Número Decimal. E, tratando disso, principiar com o "Jogo do Dez", na Caixa Lugar-Valor (CLV), para se dar evidência ao uso das mesmas regras e princípios da Numeração Decimal.

Com recortes de retângulos, material que mostraremos a seguir, com a Caixa Lugar-Valor (CLV), com lápis de cor, tesoura e alças de elástico, a criança trabalhará colorindo, recortando, reagrupando e, paralelamente, registrando em numerais o que está sendo feito.

ATIVIDADES PARA O CONHECIMENTO DOS DÉCIMOS



O material acima, de fácil confecção, serve para objetivar décimos e ainda centésimos e milésimos, uma vez dividido em cem e mil partes congruentes. Chega-se, com ele, aos conceitos de décimos, centésimos, milésimos, relações de igualdade, desigualdade e equivalência entre as frações e números decimais.

Exemplo I

EXERCÍCIO 2

Z	Z	Z	A	A
V	V	V	V	

Pinte: Z azul; A amarelo; V verde.

RESPONDA USANDO NUMERAIS:

a) QUANTOS DÉCIMOS VOCÊ PINTOU DE AZUL?____________________________

b) QUANTOS DÉCIMOS VOCÊ PINTOU DE AMARELO?____________________________

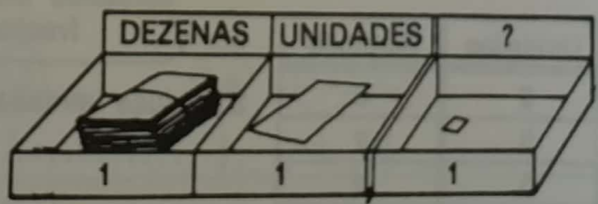
c) QUANTOS VOCÊ PINTOU DE VERDE ?____________________________

d) QUANTOS DÉCIMOS FORAM COLORIDOS?____________________________

e) QUANTOS DÉCIMOS CABEM EM UMA UNIDADE?____________________________

Exemplo II

EXERCÍCIO 3



JOGO DOS DÉCIMOS

a) QUE UNIDADE FRACIONÁRIA PODE ENTRAR NESTE JOGO?____________________

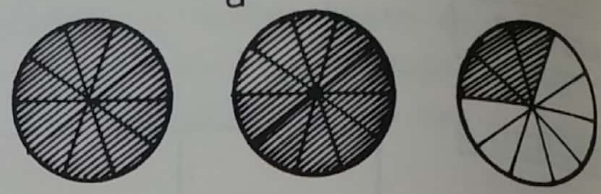
b) ATÉ QUANTOS DÉCIMOS VOCÊ COLOCARÁ NO LUGAR DESTINADO AOS DÉCIMOS?

____

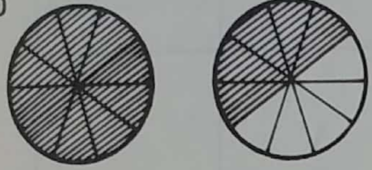
c) QUE QUANTIDADE ESTÁ REPRESENTADA NA CLV?____________________________

	Dezenas	Unidades	Décimos
a		2	3
b		.....	.....
c		.....	.....
d		.....	.....

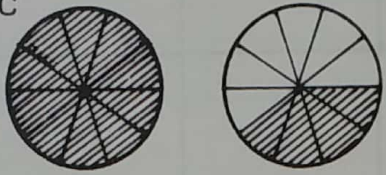
a



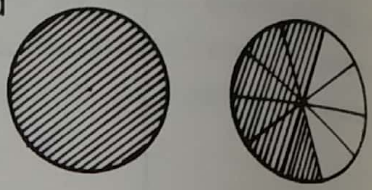
b



c



d



<u>Conclusões</u> -

Você pode representar as unidades fracionárias decimais, "décimos", à direita da unidade simples porque elas fazem parte do " Jogo do Dez ".

As mesmas regras e princípios da nossa Numeração Decimal regem os Números Decimais Finitos.

NÚMERO DECIMAL FINITO

Nos exercícios anteriores, representamos nos QUADROS LUGAR VALOR a escrita dos numerais; passemos, agora, à escrita decimal sem o auxílio dos Quadros, e à compreensão da necessidade da vírgula decimal.

Exemplo:

<u>EXERCÍCIO 4</u>

Dezenas	Unidades	Décimos
	2	5
	3	7
	0	2
1	1	9
	9	5

A vírgula decimal separa as unidades simples das unidades fracionárias.

2,5 (duas unidades e cinco décimos)

....

....

....

....

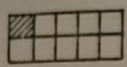
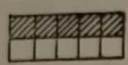
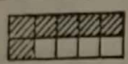
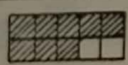
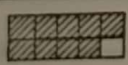
2,5 **3,7** **0,2** **11,9** **9,5**

Estes numerais representam números fracionários decimais.

Toda fração decimal, quando escrita sob a forma linear, constitui-se de duas partes, uma chamada inteira e outra decimal, separadas por uma vírgula; ao numeral assim formado chamamos de número decimal.

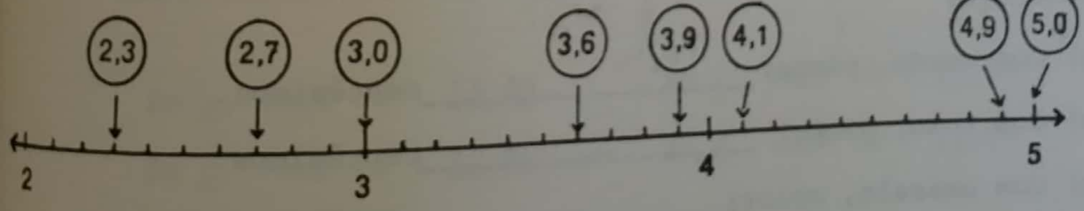
Na sala de aula, com retângulos pintados pelas crianças, você poderá organizar cartazes, como o do desenho abaixo, para deixá-los expostos enquanto é feita a fixação destas noções. Você dará os modelos e as recomendações sobre a disposição, correção dos termos, caligrafia, colorido, etc.

EXERCÍCIO 5

Você vê:	Você diz:	Você representa pelos numerais:	
	Um décimo	$\frac{1}{10}$	0,1
	------------	----------	---------
	------------	----------	---------
	------------	----------	---------
	------------	----------	---------

Na aprendizagem dos números decimais, outro recurso de grande valia é a representação geométrica desses números.

Na reta numerada, abaixo, estão representados alguns números decimais e sua equivalência com os números naturais.

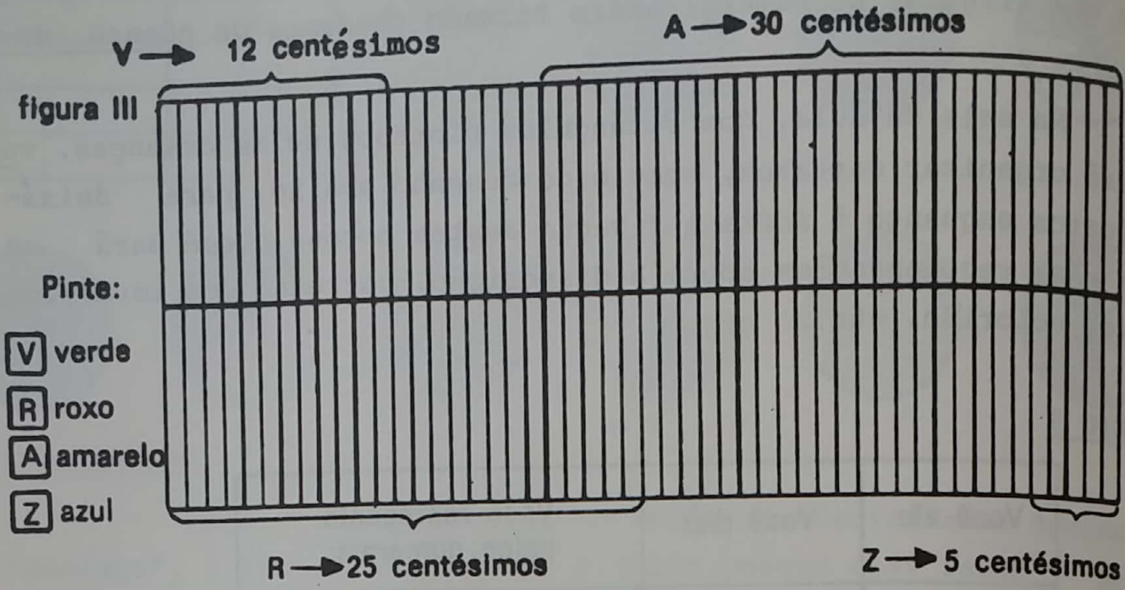


Cada número decimal corresponde a um ponto da reta.

ATIVIDADES PARA O CONHECIMENTO DOS CENTÉSIMOS

Só após dominada a noção dos décimos é que se deve passar para a dos centésimos.

EXERCÍCIO 6



A - RESPONDA:

a) - Em quantas partes congruentes está dividida a figura III?
Resposta:____

b) - Como se chama cada uma das partes congruentes em que ficou dividida a figura III?
Resposta:____

c) - Quantas unidades podemos formar com 100 centésimos?
Resposta:____

d) - Se tomarmos 2 unidades, quantos centésimos podemos ter?
Resposta:____

B - COMPLETE:

a) Com verde, pintei___________________centésimos.

b) Com roxo, pintei ___________________centésimos.

c) Com amarelo, colori_________________centésimos.

d) Com azul, colori____________________centésimos.

e) Com 10 centésimos, posso formar_____________________________

f) Com 10 décimos, posso formar________________________________

g) Com 100 centésimos, posso formar____________________________

EXERCÍCIO 7

A - JOGO DOS CENTÉSIMOS

a) Qual é a unidade fracionária que poderá continuar o "jogo dos décimos"?

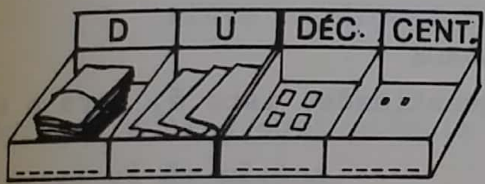
Resposta:____

b) Até quantas dessas unidades fracionárias podem ser colocadas à direita dos DÉCIMOS?

Resposta:____

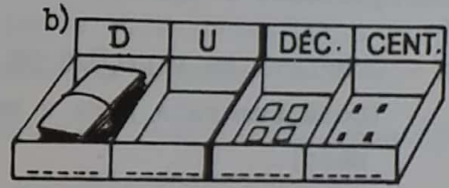
B - ESCREVA OS NUMERAIS CORRESPONDENTES ÀS QUANTIDADES DAS CAIXAS:

a)



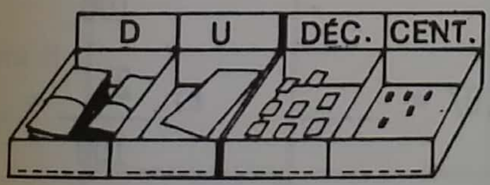
Leia______________________

b)



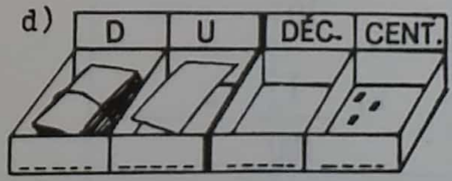
Leia______________________

c)



Leia______________________

d)



Leia______________________

Em a, você vê : 13,42 Em b, você vê : 10,44

Em c, você vê : 21,85 Em d, você vê : 11,03

Em sua classe, professor, com material pintado e recortado pelas crianças e a CLV, você poderá propor muitos exercícios.

Quanto aos exercícios, não se esqueça de apresentar situações onde apareçam as ordens que serão representadas pelo zero, pois elas evidenciarão o valor posicional dos algarismos.

LEITURA DE NÚMEROS DECIMAIS FINITOS

Na leitura de números decimais você deve observar o seguinte:

o Ler os números decimais ordem por ordem.

Ex.: 24,51 ⟶ Duas dezenas, quatro unidades, cinco décimos e um centésimos.

o Ler o número de unidades simples e o número de unidades fracionárias decimais.

Ex.: 24,51 ⟶ Vinte e quatro unidades simples e cinqüenta e um centésimos.

o Ler o número todo e dar a denominação decimal.

Ex.: 24,51 ⟶ Dois mil quatrocentos e cinqüenta e um centésimos.

EXERCÍCIO 8

Com o material em uso, estabeleça a relação de igualdade, desigualdade e equivalência entre números decimais.

A - COMPLETE AS RELAÇÕES DE IGUALDADE :

(Dois numerais para a mesma quantidade, isto é, para o mesmo número).

a) $\frac{3}{10} = 0,3$ c) 0,12 = ----- e) $\frac{5}{100}$ = --------

b) $\frac{1}{100}$ = ----- d) 0,07 = ----- f) $\frac{25}{100}$ = --------

B - COMPLETE AS RELAÇÕES DE DESIGUALDADE:

(Use os símbolos : > e <).

a) 0,6 ----- 0,66 c) 1,25 ----- 1,3 e) 1,9 ----- 2,0

b) 0,06 ----- 0,6 d) 2,1 ----- 2,0 f) 4,0 ----- 4,01

C- COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS COM OS NÚMEROS NATURAIS:

a) 6,0 ⟺ ----- c) 9,0 ⟺ ----- e) $\frac{40}{10}$ ⟺ -----

b) 2,0 ⟺ ----- d) 10,0 ⟺ ----- f) $\frac{60}{10}$ ⟺ -----

EXERCÍCIOS PARA A DEMOSNTRAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA.

Vamos trabalhar com décimos e centésimos ao mesmo tempo ?

a) - Pinte na figura II : 0,1 em verde
Pinte na figura III: a parte correspondente a 0,1 também em verde.

- Represente essa equivalência por numerais, nas linhas pontilhadas, ao pé da página.

b) - Pinte na figura II : 0,2 em azul.
Pinte na figura III: a parte correspondente a 0,2 também em azul.

- Represente essa equivalência por numerais, nas linhas pontilhadas, ao pé da página.

c) - Pinte na figura II : 0,4 em amarelo.
Pinte na figura III: a parte correspondente a 0,4 também em amarelo

D - Represente essa equivalência por numerais, nas linhas pontilhadas, ao pé da página.

figura II

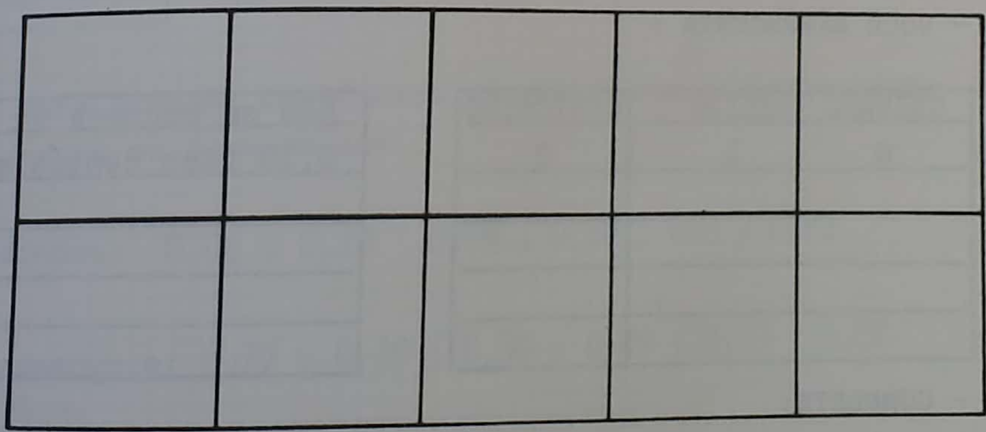


figura III

V ----- ⇔ -----

Z ----- ⇔ -----

A ----- ⇔ -----

EXERCÍCIO 9

A - COMPLETE COM OS SINAIS: = , > , <

a) 0,3 _____ 0,30

b) 0,20_____ 0,2

c) 0,40_____ 0,4

d) 0,5 _____ 3,20

e) 0,1 _____ 0,30

f) 0,2 _____ 0,10

g) 0,8 _____ 0,9

h) 0,20_____ 0,1

i) 0,30_____ 0,2

Nota: Você precisa variar, em classe, o material para o ensino dos centésimos, e, ao mesmo tempo, reforçar os exercícios de leitura, escrita e equivalência entre números decimais.

B - PINTE :

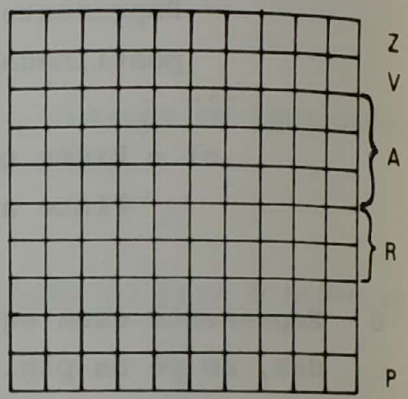
Z - Azul .... 10 centésimos

V - Vermelho .... 5 centésimos

A - Amarelo .... 30 centésimos

R - Roxo .... 12 centésimos

P - Preto .... 1 centésimo



C - VOCÊ REPRESENTA :

	UNIDADE	DÉCIMO	CENTÉSIMO
Z	0	1	0
V			
A			
R			
P			

Não se escueça da virgula
0,10 (dez centésimos)

D - COMPLETE:

12,05 ⟶ 12 unidades e cinco centésimos.

58,02 ⟶ ____________________

0,98 ⟶ ____________________

0,75 ⟶ ____________________

0,10 ⟶ ____________________

⟶ Dezesseis centésimos

⟶ Três unidades simples e trinta centésimos.

⟶ Doze unidades simples e três centésimos.

Quarenta e oito centésimos.

Dois centésimos.

Onze centésimos.

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE

Do mesmo modo que os números naturais, também os números decimais podem ser comparados ou ordenados.

Para comparar os números decimais é necessário reduzi-los à mesma unidade fracionária.

Ex.: 0,5 ; 0,49 ; 0,06 ; 0,1 ;0,72 ; 0,7

$\Longleftrightarrow$ 0,50 ; 0,49 ; 0,06 ; 010 ; 0,72 : 0,70

O maior destes números decimais é 0,72 e o menor, 0,06.

RELAÇÃO DE ORDEM

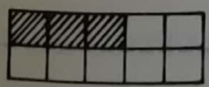
Para ordenar os números decimais acima, determinamos a ordem crescente ou decrescente.

Ordem crescente: 0,06 ; 0,10 ; 0,49 ; 0,50 ; 070 ; 0,72

Ordem decrescente: 0,72 ; 0,70 ; 0,50 ; 0,49 ; 0,10 ; 0,06

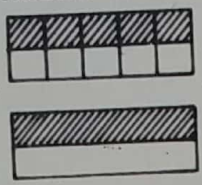
RELAÇÃO DE IGUALDADE

Na relação de igualdade, a fração é a mesma (a forma e o tamanho); só muda o numeral.

Ex.:  $\frac{3}{10} = 0,3$ (Dois numerais para a mesma quantidade, isto é, para o mesmo número).

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA

Na relação de equivalência, a quantidade é equivalente; a unidade fracionária é diferente.

Ex.:  $\frac{5}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{2}$

Nesta relação a quantidade é a mesma; a unidade fracionária é diferente.

$\frac{5}{10} \rightarrow$ A unidade fracionária é $\frac{1}{10}$

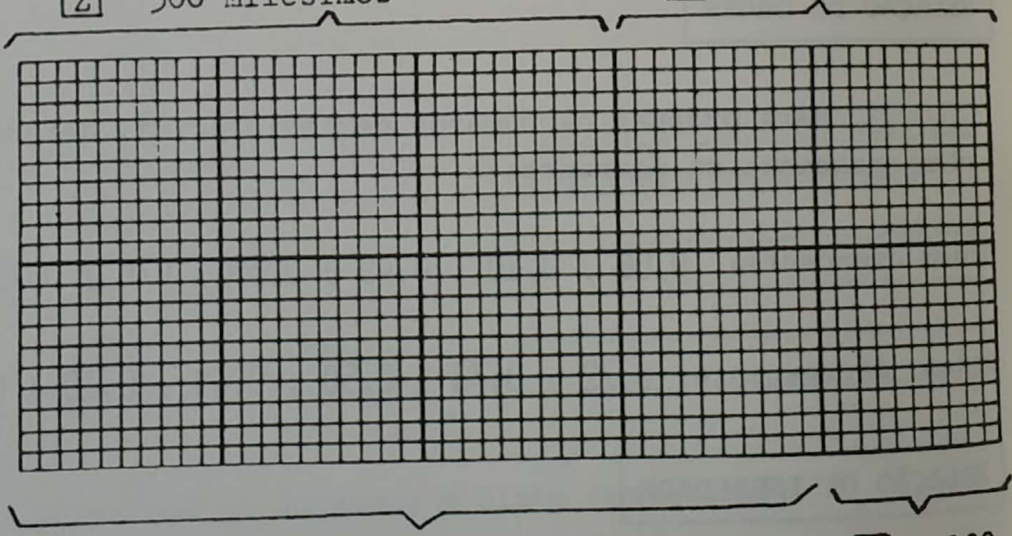
$\frac{1}{2} \rightarrow$ A unidade fracionária é $\frac{1}{2}$

ATIVIDADES PARA O CONHECIMENTO DOS MILÉSIMOS

EXERCÍCIO 10

A - PINTE:

Z 300 milésimos   A 200 milésimos



V 400 milésimos   R 100 milésimos

B - OBSERVE O QUE VOCÊ PINTOU E RESPONDA O SEGUINTE:

a) 300 milésimos equivalem a quantos décimos ?________________

E a quantos centésimos ?________________________________

b) 200 milésimos equivalem a quantos décimos ?________________

E a quantos centésimos ?________________________________

c) 400 milésimos equivalem a quantos décimos ?_______________

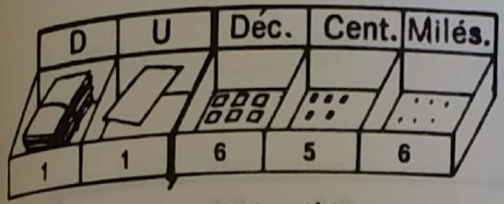
E a quantos centésimos ?________________________________

d) 100 milésimos equivalem a quantos décimos ?_______________

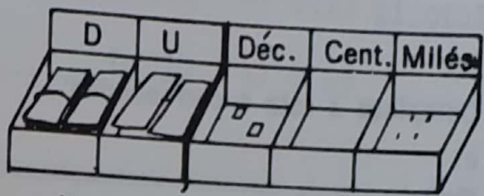
E a quantos centésimos ?________________________________

"JOGO DOS MILÉSIMOS"

C - ESCREVA OS NUMERAIS CORRESPONDENTES ÀS QUANTIDADES DAS CAIXAS.

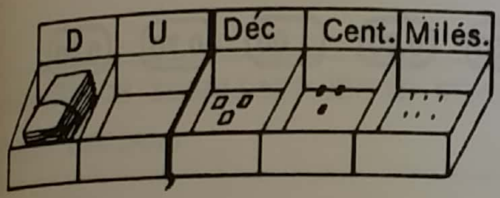


a)- 11 unidades e 656 milésimos



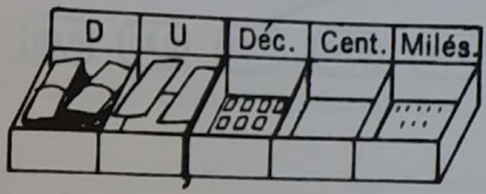
b)-________________________

____



c)-________________________

____



d)-________________________

____

OBS.: Recomendamos, mais uma vez, o uso do material pintado e recortado, com a CLV, para atividades de fixação do conhecimento de milésimos.

EXERCÍCIO 11

A - REPRESENTE COM PALAVRAS:

a) - 2,075 ____

b) - 0,850 ____

c) - 13,072 ____

d) - 6,975 ____

e) - 0,276 ____

f) - 2,002 ____

B - REPRESENTE EM NUMERAIS :

a) Quinze unidades e quinze milésimos______________________

b) Vinte unidades e duzentos milésimos______________________

c) Quatrocentos e vinte milésimos__________________________

d) Duas unidades e onze milésimos_______________________________

e) Sessenta milésimos____

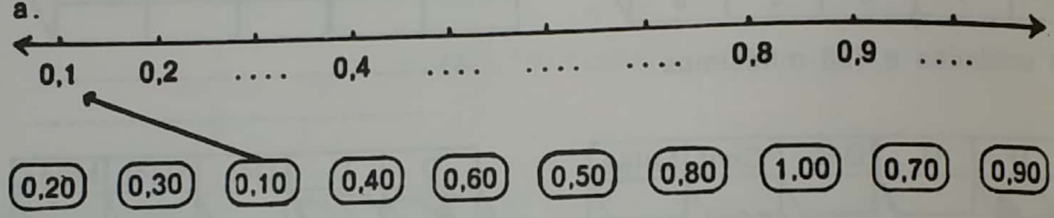
f) Três unidades e vinte milésimos______________________________

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE DÉCIMOS E CENTÉSIMOS, CENTÉSIMOS E MILÉSIMOS:

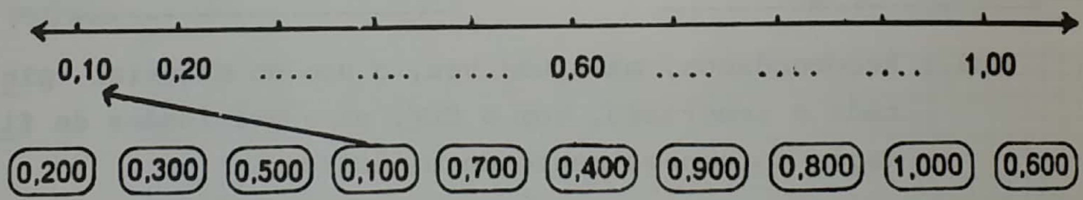
EXERCÍCIO 12

Complete a reta e corresponda:

a.



b.



Dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

Demonstremos, esse princípio da Numeração Decimal, asssim:

10 milésimos ⟶ 1 centésimo
10 centésimos ⟶ 1 décimo
10 décimos ⟶ 1 unidade
10 unidades ⟶ 1 dezena
10 dezenas ⟶ 1 centena
10 centenas ⟶ 1 milhar

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE E EQUIVALÊNCIA ENTRE OS NÚMEROS DECIMAIS FINITOS.

EXERCÍCIO 13

A - COMPLETE COM $\Longleftrightarrow$, $>$ ou $<$:

a) 0,30_______0,3 d) 0,30_______0,200 g) 0,8 _______0,135

b) 0,23_______0,2 e) 0,12_______0,100 h) 0,23 _______0,08

c) 0,02_______0,20 f) 0,21_______0,020 i) 0,65________0,7

OBS.: Recorde-se que, para comparar números decimais, é melhor igualar as casas decimais. Como você sabe, zeros à direita do número decimal não lhe altera o valor.

RELAÇÃO DE IGUALDADE ENTRE NÚMERO DECIMAL FINITO E NÚMERO FRACIONÁRIO DECIMAL

EXERCÍCIO 14

A - RELACIONE OS DOIS NUMERAIS QUE REPRESENTAM O MESMO NÚMERO:

0,05 $\dfrac{400}{1000}$ 0,320 $\dfrac{75}{100}$

0,400 $\dfrac{10}{1000}$ 0,025 $\dfrac{1}{1000}$

0,010 $\dfrac{5}{100}$ 0,75 $\dfrac{25}{1000}$

0,030 $\dfrac{30}{1000}$ 0,001 $\dfrac{320}{1000}$

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS E NÚMERO DECIMAL FINITO

a) - Dividindo o numerador do número fracionário pelo seu denominador, tem-se o número decimal equivalente.

Ex.: $\dfrac{19}{8} = 2{,}375$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{31}{4} = 7{,}75$

```
 19 |8                 31 |4
-16  2,375            -28  7,75
 --                    --
  30                    30
 -24                   -28
  --                    --
   60                    20
  -56                   -20
   --                    --
    40                    0
   -40
   --
     0
```

b) - Para você ter um Número Decimal Finito é necessário que o divisor seja formado só de fatores 2 e/ou 5 e que o dividendo não seja múltiplo do divisor.

$\dfrac{12}{5} = 2{,}4$

$\dfrac{38}{25} = 1{,}52$

$\dfrac{43}{4} = 10{,}75$

```
 12 |5         38 |25        43 |4
-10  2,4      -25  1,52     -4   10,75
 --            ---           --
  20           130           030
 -20          -125           -28
  --           ---            --
   0            50             20
               -50            -20
                --             --
                 0              0
```

c) - Todo número decimal finito é equivalente a um número fracionário irredutivel, cujo denominador é potêmcia de 2 ou 5.

Ex.: $0{,}09 = \dfrac{9}{100} = \dfrac{9}{4 \times 25}$

$0{,}027 = \dfrac{27}{1000} = \dfrac{27}{8 \times 125}$

$0{,}8 = \dfrac{8}{10} = \dfrac{8}{2 \times 5}$

d) - Potência é o produto de fatores iguais.

Ex.: $2^2 = 2 \times 2 = 4$ $\quad 5^2 = 5 \times 5 = 25$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $\quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$2^1 = 2$ $\quad 5^1 = 5$

Assim, 4 e a segunda potência de 2 ; 8 é a terceira potência de 2 ; 25 é a segunda potência de 5.

NÚMERO DECIMAL INFINITO

NOTA - É possível que você tenha conhecimento de NÚMERO DECIMAL INFINITO com a denominação anterior de Dízimas Periódicas simples e compostas. Se esse é o seu caso, pode continuar a calcular a geratriz como costumava fazê-lo, mas não deixe de reexaminar o assunto como ele é hoje tratado: por processo compreensível, mais direto, e terminologia moderna, presentes em todos os livros de matemática recentemente editados.

Alguns livros, por exemplo, apresentam o Número Decimal Infinito de maneira diferente: colocam um traço acima dos algarismos que formam o período. Veja: $0,7272\ldots = 0,\overline{72}$; $3,68484\ldots = 3,684$.

Há ainda outras maneiras de tratar o assunto. Sobre isso falaremos páginas adiante, no capítulo: Atividades de Enriquecimento".

NÚMERO DECIMAL INFINITO

Sejam os seguintes números fracionários: $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{1}{6}$.

Observe os denominadores: 3, 11, 6. Não são formados só de fatores 2, 5, ou 2 e 5.

Dividindo cada numerador pelo respectivo denominador, temos:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \hline 20 & 0,666... \\ 20 & \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 70 & 11 \\ \hline 40 & 0,636363... \\ 70 & \\ 40 & \\ 70 & \\ 40 & \\ 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 6 \\ \hline 40 & 0,1666... \\ 40 & \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

Como os restos se repetem indefinidamente, o quociente também se repete.

CONCLUSÕES:

a) TODO O NÚMERO DECIMAL, CUJA PARTE DECIMAL TEM ALGARISMOS QUE SE REPETEM INDEFINIDAMENTE, É CHAMADO NÚMERO DECIMAL INFINITO.

b) OS ALGARISMOS QUE SE REPETEM INDEFINIDAMENTE RECEBEM O NOME DE "PERÍODO".

Em 0,666... 6 é o "período" e tem um algarismo.

Em 0,636363...63 é o "período" e tem dois algarismos.

Em 0,1666... 6 é o "período" e tem um algarismo.

c) UM NÚMERO DECIMAL INFINITO É EQUIVALENTE A UMA SOMA INFINITA DE PARCELAS.

Ex.: $0,666... = \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000}$

$$0,636363... = \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{3}{10000} + ...$$

$$0,8333... = \frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{3}{10000} + ...$$

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMERO FRACIONÁRIO E NÚMERO DECIMAL INFINITO

Sejam os seguintes Números Fracionários:

1º caso $\frac{3}{9}$ $\frac{15}{99}$ $\frac{123}{999}$

Para transformar esses Números Fracionários em Números Decimais, divide-se o numerador pelo denominador.

```
30 |9            150 |99            1230 |999
30  0,333...     510  0,1515...     2310  0,123123...
 30               150                3120
  3                510                1230
                    15                 2310
                                        3120
                                         123
```

Os números Fracionários cujos denominadores são 9 ou 99, ou 999 são equivalentes a Números Decimais Infinitos que têm um, dois, três algarismos no "período".

Resultados: $\frac{3}{9} \Longleftrightarrow 0{,}333\ldots;\ \frac{15}{99} \Longleftrightarrow 0{,}151515\ldots;\ \frac{123}{999} \Longleftrightarrow 0{,}123123\ldots$

OBSERVE: Os numeradores são os algarismos do "período".
Os denominadores são tantos noves quantos são os algarismos do "período".

2º caso Sejam estas frações :

$\frac{8}{90} \Longleftrightarrow 0{,}088\ldots \qquad \frac{12}{990} \Longleftrightarrow 0{,}01212\ldots \qquad \frac{235}{900} \Longleftrightarrow 0{,}26111\ldots$

```
800 |90           1200 |990           2350 |900
800  0,0888...    2100  0,01212...    5500  0,26111...
 800               1200                1000
  80                2100                1000
                     120                 1000
                                          100
```

OBSERVAÇÃO:- Quando os algarismos do denominador são só 9 (nove) e 0 (zero), o número decimal infinito tem uma parte decimal entre a vírgula e o "período". O número de algarismos do "período" é igual ao número de <u>noves</u> no denominador. O número de algarismos, da parte decimal não períodica, depende do número de <u>zeros</u> no denominador.

$\frac{8}{90} \Longleftrightarrow 0{,}0888\ldots \qquad \frac{12}{990} \Longleftrightarrow 0{,}0\overline{12}12\ldots \qquad \frac{235}{900} \Longleftrightarrow 0{,}\underline{26}111\ldots$

Digitalizado com CamScanner

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMERO DECIMAL INFINITO E NÚMERO FRACIONÁRIO

É fácil concluir o que fazer quando temos o número decimal infinito e buscamos o número fracionário do qual ele veio (operação inversa).

1º caso :

$$0{,}888\ldots \Longleftrightarrow \frac{8}{9}$$

$$0{,}\overset{\frown}{32}3232\ldots \Longleftrightarrow \frac{32}{99}$$

$$0{,}\overline{428}428\ldots \Longleftrightarrow \frac{428}{999}$$

$$0{,}\overline{02}0202\ldots \Longleftrightarrow \frac{02}{99} \Longleftrightarrow \frac{2}{99}$$

$$0{,}\overset{\frown}{005}005\ldots \Longleftrightarrow \frac{005}{999} \Longleftrightarrow \frac{5}{999}$$

CONCLUSÃO: Todo número decimal infinito, em que o "período" começa logo após a vírgula, é equivalente a um número fracionário cujo numerador é o "período" e cujo denominador é formado de tantos <u>noves</u> quantos forem os algarismos do "período"

2º caso : O "período" não começa logo após a vírgula.

$$0{,}0888\ldots = 0{,}0 + 0{,}0888\ldots =$$

$$\boxed{0{,}0888\ldots \Longleftrightarrow \frac{8}{90}} \qquad \frac{0}{10} + \frac{08}{90} =$$

$$\frac{0}{90} + \frac{8}{90} = \frac{8}{90}$$

NOTA: Observe que os zeros no denominador dependem do número de casas decimais da parte não períodoca.

$$0{,}0121212\ldots = 0{,}0 + 0{,}01212\ldots = \frac{0}{10} + \frac{12}{990} =$$

$$\boxed{0{,}01212\ldots \Longleftrightarrow \frac{12}{990}} \quad \frac{0}{990} + \frac{12}{990} = \frac{12}{990}$$

$$0{,}05444\ldots = 0{,}05 + 0{,}00444\ldots = \frac{5}{100} + \frac{4}{900} =$$

$$\boxed{0{,}05444\ldots \Longleftrightarrow \frac{49}{900}} \quad \frac{45}{900} + \frac{4}{900} = \frac{49}{900}$$

CONCLUSÃO:- Todo número decimal infinito, em que o "período" não começa logo após a vírgula, é equivalente à soma de um número decimal finito com um número decimal infinito

Mais dois exemplos :

$$0{,}23777\ldots = 0{,}23 + 0{,}00777\ldots = \frac{23}{100} + \frac{7}{900} =$$

$$\boxed{0{,}23777\ldots \Longleftrightarrow \frac{214}{900}} \quad \frac{207}{900} + \frac{7}{900} = \frac{214}{900}$$

$$0{,}4525252\ldots = 0{,}4 + 0{,}05252\ldots \frac{4}{10} + \frac{52}{900} =$$

$$\boxed{0{,}45252\ldots \Longleftrightarrow \frac{448}{990}} \quad \frac{396}{990} + \frac{52}{990} = \frac{448}{990}$$

NÚMEROS DECIMAIS COM MUITAS CASAS DECIMAIS

NOTA: - Costuma-se objetivar e estudar bem as normas e regras dos Números Decimais até a terceira casa decimal. Mas, o Número Decimal pode ter muitas casas decimais.

- À 4ª casa decimal chamamos décimos milésimos.
- À 5ª , chamamos centésimos milésimos.
- À 6ª, milionesímos.

Depois temos:

- décimos milionésimos;
- centésimos milionésimos;
- bilionésimos;
- décimos bilionésimos;
- centésimos bilionésimos;
- trilionésimos, e assim por diante.

Um Número Decimal é, como o Número Fracionário, formado de unidades fracionárias.

Ex.: 0,54 ⟶ número decimal.
0,01 ⟶ unidade fracionária.
2,4 ⟶ número decimal.
0,1 ⟶ unidade fracionária.

Um Número Decimal Finito é, como um Número Fracionário, uma soma finita de parcelas.

Ex.: $0,2324 = 0,2 + 0,03 + 0,002 + 0,0004$
$0,754 = 0,7 + 0,05 + 0,004$

<u>CONCLUSÃO</u>: - Um Número Decimal Finito é equivalente a uma soma finita de parcelas.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS FINITOS

Para adicionar ou subtrair Números Decimais Finitos devemos reduzi-los à menor unidade decimal.

Exemplo: $0,72 + 1,8 + 2,756 =$

A menor unidade decimal entre esses numerais é milésimo.

a) $0,72 + 1,8 + 2,756 \Longleftrightarrow 0,720 + 1,800 + 2,756 = 5,276$

b) $0,435 - 0,265 = 0,170$

c) $0,4 - 0,275 \Longleftrightarrow 0,400 - 0,275 = 0,125$

CÁLCULOS :

a)
$$\begin{array}{r} 0,720 \\ +\ 1,800 \\ 2,756 \\ \hline 5,276 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 0,435 \\ -\ 0,265 \\ \hline 0,170 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 0,400 \\ -\ 0,275 \\ \hline 0,125 \end{array}$$

Se quiser, poderá passar todas as parcelas para Números Fracionários Decimais e depois efetuar as operações.

Veja:

$$1,7 + 0,65 - 2,2 \Longleftrightarrow \frac{17}{10} + \frac{65}{100} + \frac{22}{10} \Longleftrightarrow \frac{170}{100} + \frac{65}{100} - \frac{220}{100} =$$

$$\frac{235}{100} - \frac{220}{100} = \frac{15}{100}$$

EXERCÍCIO 15

A - EFETUE:

a) $0,5 + 3,2 + 4,7 + 0,8 =$

b) $7,2 + 0,349 + 1,25 =$

c) $3,25 + 1,005 - 2,7 =$

d) $5,45 - 8,25 + 17,7 =$

e) $0,2 - 1,34 + 5,472 =$

f) $\frac{3}{100} + 0,45 + \frac{7}{10}$

g) $\frac{9}{10} - \frac{3}{100} + 0,8 =$

h) $3,05 - \frac{156}{10} + 36,7 =$

OBSERVAÇÃO: - Nos exercícios d e e você precisa somar os termos positivos para depois subtrair o termo precedido do sinal de menos(-).

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS FINITOS

a) Multiplicação de Números Decimal Finito por 10, 100, 1000 ...

Observe :

$$1,35 \times 10 = \frac{135}{100} \times 10 = \frac{1350}{100} \Longleftrightarrow \frac{135}{10} = 13,5$$

$$4,2 \times 100 = \frac{42}{10} \times 100 = \frac{4200}{10} \Longleftrightarrow 420$$

$$3,42 \times 10 = \frac{343}{100} \times 10 = \frac{3430}{10} \Longleftrightarrow 343$$

CONCLUSÃO: - PARA MULTIPLICAR UM NÚMERO DECIMAL FINITO POR 10, 100, 1000 ..., BASTA DESLOCAR A VÍRGULA UMA, DUAS, TRÊS..., CASAS DECIMAIS PARA A DIREITA.

Observe:

1,35 x 10 = 13,5 ; : 13,5 é 10 vezes maior que 1,35.

4,2 x 100 = 420 ; 420 é 100 vezes maior que 4,2

Para demonstrar esta propriedade do Número Decimal, pode-se partir da multiplicação de um número natural por 10,100,1000.

Note a seqüência de exercícios para alunos de 4ª série do Ensino Fundamental.

Vamos recordar ?

3	x	10	=	30
3	x	100	=	300
3	x	1000	=	3000

5	x	10	=	50
5	x	100	=	500
5	x	1000	=	5000

O QUE ACONTECE QUANDO MULTIPLICAMOS UM NÚMERO POR 10, 100 e 1000 ?

R:--

Observe agora :

10	x	0,3	=	3,0	(trinta décimos ou três)
100	x	0,3	=	30,0	(trezentos décimos ou trinta)
1000	x	0,3	=	300,0	(três mil décimos ou trezentos)
10	x	0,5	=	5,0	(cinqüenta décimos ou cinco)
100	x	0,5	=	50,0	(quinhentos décimos ou cinqüenta)
1000	x	0,5	=	500,0	(cinco mil décimos ou quinhentos).

Observe a posição da vírgula nos produtos de 10,100,1000.

B - A VÍRGULA DESLOCA-SE:

1. "uma ordem" para a direita, quando multiplicamos o número decimal por________________________;
2. "duas ordens" para a direita, quando______________ o número decimal por_____________________;
3. "três ordens" para a direita, quando______________ o número decimal por_____________________;

C - EFETUE :

0,7 x 10 =

0,7 x 100 =

07 x 1000 =

0,2 x 10 =

0,2 x 100 =

0,2 x 1000 =

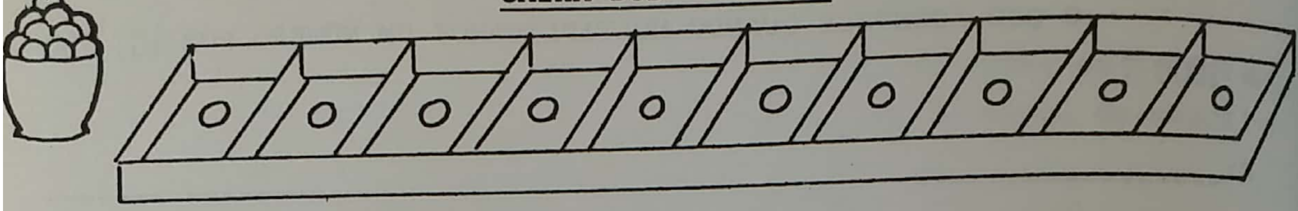
Para achar um número decimal de outro número decimal, devemos lembrar os cálculos com números fracionários :

1º - procurar o valor da unidade fracionária;

2º - buscar a fração do todo ou

3º - buscar o todo.

CAIXA DOS "DÉCIMOS"



Complete:

Um décimo (0,1) de 10 → 1
Dois décimos (0,2) de 10 →
Cinco décimos (0,5) de 10 →

Atenção! Coloque o número necessário de bolinhas na caixa para fazer os exercícios!

0,1 de 20 → ________ 0,1 de 40 → ________

0,2 de 20 → ________ 0,3 de 40 → ________

0,6 de 20 → ________ 0,7 de 40 → ________

0,1 de 50 → ________ 0,1 de 70 → ________

0,4 de 50 → ________ 0,5 de 70 → ________

0,8 de 50 → ________ 0,9 de 70 → ________

Para achar 0,1 (um décimo) de um todo, é só dividir este todo em______partes congruentes.

Então:

0,1 de 2.000 é__________; 0,1 de 500 é__________

0,1 de 300 é__________; 0,1 de 1.200 é__________

0,1 de 400 é__________; 0,1 de 600 é__________

Lembre-se:

$200\cancel{0} \;\underline{|\,1\cancel{0}\quad}$ logo , 2000 ÷ 10 = 200 .

$160\cancel{0} \;\underline{|\,1\cancel{0}\quad}$ logo , 1600 ÷ 10 = 160 .

b) Multiplicação de um Número Decimal Finito por outro.

Para compreensão da colocação da vírgula decimal no produto, efetua-se a seguinte atividade com o material de retângulos.

Tomar

$2 \times 0{,}1 = 0{,}2$ duas vezes 1 décimo = 2 décimos;

$1 \times 0{,}1 = 0{,}1$ uma vez 1 décimo = 1 décimo;

$0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$ 1 décimo de 1 décimo= 1 centésimo;

$0{,}01 \times 0{,}1 = 0{,}001$ 1 centésimo de 1 décimo= 1 milésimo.

OBSERVE : Nos produtos há a soma do número de casas decimais dos fatores.

Para multiplicar números decimais, procede-se como nos números naturais e separam-se as casas decimais no produto, a partir da direita para a esquerda.

Exemplo : $3{,}5 \times 0{,}4 = 1{,}40$ 1,4

$$\begin{array}{rl} 0{,}82 & \text{—— } 1 \\ & \text{—— } 2 \\ \times\ 0{,}2 & \text{—— } 3 \\ \hline 0{,}164 & \\ & \text{—— } 1 \\ & \text{—— } 2 \\ & \text{—— } 3 \end{array}$$

$0{,}82 \times 02 = 0{,}164$

Você também poderá efetuar as multiplicações passando os números decimais e frações decimais.

EX.: $\dfrac{3{,}5}{10} \times \dfrac{4}{10} = \dfrac{1\,40}{100} = 1{,}40 \Longleftrightarrow 1{,}4$

$\dfrac{82}{100} \times \dfrac{2}{10} = \dfrac{164}{1000} = 0{,}164$

DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS FINITOS

a) Divisão de Número Decimal Finito por 10, 100, 1000 ...

Observe: $23{,}5 \div 10$ e $14{,}7 \div 100$

$$\frac{235}{10} \div 10 \Longleftrightarrow \frac{235}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{235}{100} = 2{,}35$$

$$\frac{147}{10} \div 100 \Longleftrightarrow \frac{147}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{147}{1000} = 0{,}147$$

<u>CONCLUSÃO</u> - PARA DIVIDIR UM NÚMERO DECIMAL FINITO POR 10, 100,1000..., BASTA DESLOCAR A VÍRGULA PARA A ESQUERDA UMA, DUAS, TRÊS..., CASAS DECIMAIS. A DIVISÃO É OPERAÇÃO INVERSA DA MULTIPLICAÇÃO.

Outros Exemplos :

$0{,}3 \div 10 = 0{,}03$ — $0{,}03$ é 10 vezes menor que $0{,}3$

$0{,}1 \div 100 = 0{,}001$ — $0{,}001$ é 100 vezes menor que $0{,}1$.

b) <u>Divisão de Número Decimal Finito por um Número Natural</u>.

Exemplo: $14{,}8 \div 8 =$

$$\begin{array}{l|l} 14{,}8 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 1, \\ \cline{1-1} \ \ 6 & \end{array}$$

- Dividir as unidades e colocar a vírgula decimal.

$$\begin{array}{l|l} 14{,}8' & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 1{,}85 \\ \cline{1-1} \ \ 6\,8 & \\ -6\,4 & \\ \cline{1-1} \ \ \ \ 40 & \\ \ \ \ \ 40 & \\ \cline{1-1} \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

- Abaixar os décimos e dividi-los. Ainda há 4 décimos de resto. Como 4 décimos $\Longleftrightarrow$ 40 centésimos, daí a colocação de zero à direita do 4, terminando a divisão com 5 centésimos.

Outro Exemplo: $35{,}12 \div 25 =$

$$\begin{array}{l|l} 35{,}1'2 & 25 \\ \cline{2-2} -25 & 1{,}4048 \\ \cline{1-1} \ \ 101 & \\ -100 & \\ \cline{1-1} \ \ \ \ 120 & \\ \ \ -100 & \\ \cline{1-1} \ \ \ \ \ \ 200 & \\ \ \ \ \ -200 & \\ \cline{1-1} \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

- Dividir as unidades e colocar a vírgula decimal.
- Abaixar os décimos e dividí-los.
- Abaixar os centésimos : $12 \div 25$, zero no quociente. Como 12 centésimos $\Longleftrightarrow$ 120 milésimos, põe-se zero no resto e divide-se 120 por 25.
- Acrescentando zero ao resto, a divisão dará exata.

NOTA: - Resultam exatas as divisões quando os divisores são múltiplos só de 2 e 5.

c) Divisão de Número Decimal Finito por outro.

Há várias maneiras de efetuar essas divisões:

- transformar o divisor em número natural;
- igualar as casas decimais dos dois termos;
- operar como número natural e colocar a vírgula no quociente, de acordo com a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e divisor;
- transformar os números decimais em frações e efetuar a operação.

Transformação do divisor em número natural. Exemplo :

$3{,}28 \div 1{,}6$ $\qquad$ $32{,}8 \div 16$

Multiplicar dividendo e divisor por 10

32,8 é 10 vezes maior que 3,28

16 é 10 vezes maior que 1,6.

Como você vê, estamos diante do caso anterior: divisão por um número natural.

Outro exemplo : $0{,}55 \div 0{,}125 \Longleftrightarrow 550 \div 125$

$0{,}55 \times 10 = 5{,}5$

$0{,}55 \times 100 = 55$

$0{,}55 \times 1000 = 550$

$0{,}125 \times 10 = 1{,}25$

$0{,}125 \times 100 = 12{,}5$

$0{,}125 \times 1000 = 125$

$$\begin{array}{r|l} 550 & 125 \\ \cline{2-2} -500 & 4{,}4 \\ \cline{1-1} 500 & \\ -500 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Resto: $50 \Longleftrightarrow 50{,}0$

Verificação: $125 \times 4{,}4 = 550{,}0 \Longleftrightarrow 550$

NOTA: - A verificação, isto é, a prova da divisão é quase sempre necessária nas divisões com números decimais. Digamos que você, no exemplo acima, esquecesse de colocar a vírgula quando terminou a divisão de 550. Multiplicando 44 x 125 = 5.500, você iria corrigir o erro, revisando a operação.

Se você domina bem um dos processos referidos, não há necessidade de mudar sua maneira de calcular, mas sim de conhecê-los a todos para atender às crianças procedentes de outras salas de aula, que aprenderam a efetuar divisão por quaisquer daquelas maneiras.

Trataremos desses processos, páginas adiante, em "Atividades de Enriquecimento".

DIVISÃO APROXIMADA

Nem sempre é exata a divisão de dois números naturais. Quando há restos podemos calcular o quociente em décimos, centésimos, etc.

Exemplo: 14 ÷ 8

```
 1 4 |8
 - 8  1,
 ---
   6
```

- Colocada a vírgula para mostrar o fim da divisão dos números naturais, continua-se a operação pondo zero no resto: 6 ⟺ 6,0.

```
 1 4 |8
 - 8  1,75
 ---
   60
  -56
   --
    40
   -40
   ---
     0
```

- O segundo resto, que são 4 décimos ⟺ 40 centésimos.

14 ÷ 8 = 1,75

Você poderá aproximar uma divisão com décimo, centésimo e milésimo.

EXERCÍCIO 16

A - EFETUE:

a) 25,7 x 8 =

b) 21,48 x 0,57 =

c) 4,8 x 5,63 =

d) 3,45 x 10 =

e) 1,48 x 100 =

f) 1,0003 X 1000 =

g) (3,2 + 0,25) x 0,5 =

h) (1,2 + 3,45 - 2,6) x 0,2 =

i) 0,5 de 48 metros =

j) 0,25 de 5 metros =

l) 78,45 ÷ 10 =

m) 584,2 ÷ 100 =

n) 45,7 ÷ 1000 =

o) 18,48 ÷ 12 =

p) 32 ÷ 0,4 =

q) 0,126 ÷ 6 =

r) 6,552 ÷ 32 =

s) (0,75 - 0,05) ÷ 0,25 =

t) (2,16 - 4,8 + 3,44) ÷ 0,4 =

u) 15 ÷ 8 = (Aproximação a milésimos).

NOTA: - Quando operamos com números fracionários o que varia, repetimos, é o conjunto dos numerais com os quais operamos. O conceito das operações é sempre o mesmo:

- adição → reunião
- subtração → tirar, verificar quanto falta para, comparar;
- multiplicação → tomar uma quantidade várias vezes;
- divisão → repartir em partes iguais, procurar quan

tas vezes um número está contido em outro

EXERCÍCIO 17

1 - QUAL É A SOMA DE $\frac{9}{100}$ COM 2,3 ?

2 - QUAL É A DIFERENÇA ENTRE 8,62 e 345/100 ?

3 - QUAL É A METADE DE 1,2 ?

4 - QUAL É O TRIPLO DE 0,02 ?

5 - QUANTO FALTA A 2/10 para chegar a 0,95 ?

6 - QUAL É O PRODUTO DE 5/10 por 1,36 ?

7 - QUAL É O PRODUTO DO DOBRO DE 0,4 por 7/100 ?

8 - QUAL É O PRODUTO DA METADE DE 0,5 pelo triplo de 3/10 ?

9 - CONVERTER EM NÚMEROS DECIMAIS:

$\frac{3}{5} = \dots \qquad \frac{5}{11} = \dots \qquad \frac{13}{6} = \dots \qquad \frac{13}{125} = \dots$

10 - $0,\overline{345} + \overline{3,2} \times \frac{4,5}{0,5} =$

11 - $3,25 - 2,0\overline{1} =$

12 - $0,\overline{62} - 0,32 \times \frac{9}{16} =$

13 - ANTÔNIO COMPROU 0,1 DE UM ROLO DE CORDA CUJO PREÇO TOTAL ERA Cr$20,00. QUANTO PAGOU ?

14 - SE 0,1 de 90 é ______, ENTÃO 0,2 de 90 SÃO ________

15 - SE 1 METRO DA FAZENDA CUSTA CR$30,00

0,1 DO METRO (1 dm) CUSTA CR$__________.

E 0,7 DO METRO (7 dm) CUSTA CR$__________.

VII - PÓS - TESTE

Antes de você se submeter a este Pós-Teste, primeiramente reveja os pontos principais deste módulo e, em seguida, leia com calma e atenção as questões abaixo. Isso feito, dê as respostas cabíveis. E boa sorte nesta sua prova !

1 - DESLOCANDO A VÍRGULA DECIMAL TRÊS CASAS DECIMAIS PARA A ESQUERDA, O NÚMERO DECIMAL SE TORNA__________VEZES___________.

2 - TODO NÚMERO DECIMAL FINITO É EQUIVALENTE A UM NÚMERO FRACIONÁRIO IRREDUTIVEL CUJO DENOMINADOR É POTÊNCIA DE_______ E/OU ____________________.

3 - O NÚMERO FRACIONÁRIO CUJO DENOMINADOR É 99 É EQUIVALENTE A UM NÚMERO DECIMAL INFINITO QUE TEM NO PERÍODO_______________ ALGARISMOS.

4 - EFETUE : $3,45 + (0,07 \times 0,4) =$

5 - EFETUE : $2 - 1,25 \div 0,8 =$

6 - EFETUE : 0,2 ÷ 100 = -------- 4 ÷ 100 = ---------

1,54 ÷ 1000 = -------- 2 ÷ 10 = ---------

7 - JOSÉ DEVIA CR$7.200,00. PAGOU 0,3 DESSA DÍVIDA. QUANTO AINDA DE-
VE ?

8 - DÊ O NÚMERO FRACIONÁRIO EQUIVALENTE :

0,272727... $\Longleftrightarrow$ ____________ 0,03555 ... $\Longleftrightarrow$ ____________

9 - COMPLETE COM = , $\Longleftrightarrow$, > , < .

0,2 ... 0,199 0,9 ... 1 0,050 ... 0,05

1,3 ... 1,3 0,7 ... 0,70

10 - SE 0,7 DE UM SERVIÇO VALEM CR$4.900,00, QUAL É O VALOR DO SERVIÇO TODO ?

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Temos certeza, professor, de que a esta altura você já domina o conceito de Números Decimais, as relações entre as várias unidades de contagem do próprio número decimal, além de equivalência e desigualdade, pois os exercícios aqui oferecidos foram postos, propositadamente, a nível de 3ª e 4ª séries, não apenas para facilitar-lhe a compreensão da matéria, mas para serem aproveitados em sua própria sala de aula.

Em módulos anteriores, comentaremos sobre a aprendizagem da Numeração como fator essencial para a compreensão das operações fundamentais com Números Naturais. Agora, vamos verificar como a aprendizagem dos Números Naturais contribui para a de Número Decimais.

Comentemos, então. sobre como se refletiu na aprendizagem dos números Decimais tudo aquilo que se estudou sobre Numeração e sobre operações de Números Naturais.

Por exemplo :

a) Comparar 0,3 0,75 0,28 0,7285

Com diferentes unidades de contagem, a comparação fica mais difícil. Reduzindo os números decimais à mesma unidade (no caso abaixo, a milésimos) a comparação tornar-se fácil.

0,300 0,750 0,028 0,728

b) Para adicionar números decimais, aplicamos as mesmas regras e princípios de adição de números naturais : colocamos um numeral debaixo do outro, de modo que as ordens se correspondam. Somamos as unidades de cada ordem, reagrupando-as em unidades de ordens superiores, quando necessário.

Exemplo:

```
  1
 4,5 0
 0,7 8  > 0,15
 6,8 7
 -----
     5
```

```
 2 1
 4,5 0
 0,7 8    2,1 (21 décimos)
 6,8 7
 -----
12,1 5
```

Como vemos, é um cálculo semelhante e suas propriedades são as mesmas nos Números Fracionários e Números Naturais.

O hábito de reduzir à mesma unidade fracionária facilita a aprendizagem da subtração, pois a todo o momento precisamos reduzir ambos os termos á menor unidade decimal.

Exemplo : $4{,}2 - 2{,}975 \Longleftrightarrow 4{,}200 - 2{,}975 = 1{,}225$

$2 - 0{,}4772 \Longleftrightarrow 2{,}0000 - 0{,}4772 = 1{,}5228.$

$$\begin{array}{r} 4{,}200 \\ -2{,}975 \\ \hline 1{,}225 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}0000 \\ -0{,}4772 \\ \hline 1{,}5228 \end{array}$$

c) Do mesmo modo, na multiplicação opera-se como se fossem números naturais, separando-se no produto a soma do número de casas decimais dos dois fatores.

Ex.: $0{,}756 \times 0{,}04 = 0{,}03024$

$4 \times 0{,}74 = 2{,}96$

$$\begin{array}{r} 0{,}756 \\ \times\ 0{,}04 \\ \hline 0{,}03024 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}74 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 2{,}96 \end{array}$$

d) Na divisão, devido à variedade de processos, não nos é simples oferecer, neste passo, auxílio mais direto.

Já apresentamos um processo, páginas atrás. E a você, professor, que conhece outro, aconselhamos continuar operando como aprendeu, contanto que saiba todos, para poder orientar os alunos que, provindos de outras salas de aula, efetuam divisão por quaisquer daquelas maneiras.
(V. "Atividades de Enriquecimento").

e) Para bem entender o relacionamento dos termos da divisão, é interessante resolver uma operação aumentando ou diminuindo o dividendo ou o divisor, 10, 100, 1000 vezes.

Complete, colocando as respectivas casas decimais :

0,93 ÷ 3 = 0,31	1,2 ÷ 2 = 0,6
0,093 ÷ 3 = -----	0,12 ÷ 2 = -----
0,0093 ÷ 3 = -----	0,012 ÷ 2 = -----

0,93 ÷ 3 = 0,31	1,2 ÷ 2 = -----
0,93 ÷ 0,3 = -----	1,2 ÷ 0,2 = -----
0,93 ÷ 0,03 = -----	1,2 ÷ 0,02 = -----
0,93 ÷ 0,003 = -----	1,2 ÷ 0,002 = -----

f) Outra atividade interessante é operar o mesmo número em fração e número decimal.

$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$	0,2 x 0,3 = 0,06
$\frac{4}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{20}{100}$	0,4 x 0,5 = 0,20
$\frac{15}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{45}{100}$	1,5 x 0,3 = 0,45

g) Como explicar a divisão, aproximada, de número naturais.

Exemplo : 3 |6

-Se tivéssemos um conjunto de 3 objetos, seria impossível dividí-los em 6 conjuntos equipotentes.

3,0 |6

-Repartindo cada um dos 3 objetos em décimos, ficaríamos com 30 décimos. À esquerda, indicaríamos esses 30 décimos, escrevendo 3,0.

3,0 |6
-3 0 0,5
0

-Agora, podemos dividir 30 décimos por 6, achando o divisor 0,5

Digitalizado com CamScanner

Verificação : $6 \times 0,5 = 3,0$

Passemos a outro exemplo : $12 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 5 \\ \cline{2-2} -10 & 2 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Como proceder para dar uma resposta mais exata:

- você já sabe que podemos escrever um número natural em forma de décimos, centésimos, etc.

$$\begin{array}{r|l} 12,0 & 5 \\ \cline{2-2} 10 & 2,4 \\ \cline{1-1} 20 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

- inicie então, a divisão com o 12 escrito em forma de décimos; 12 dividido em décimos = 12,0 (cento e vinte décimos).

Nestes dois últimos exemplos você,certamente notou porque é necessário que a criança aprenda a ler o número decimal de todas as maneiras. Quando ela é treinada para isso, encontra os recursos para resolver situações como as apresentadas. Mesmo que se trata de criança de pouca iniciativa ou diligência, ela é capaz de compreender e aceitar o que lhe mostramos.

ALGUMAS RECOMENDAÇÕES NECESSÁRIAS.

Encerrando esta parte, recomendamos-lhe que:

- analise as provas que fez (Pré e Pós Teste);
- localize nessas provas as questões que não soube resolver;
- procure, neste módulo, os textos que tratam de tais questões;
- releia com atenção o conteúdo desses textos;
- refaça os cálculos e exercícios ali propostos;
- procure e confira com as suas, as respostas desses exercícios;
- use livros de matemática, de diferentes autores, que contenham exercícios resolvidos e refaça os cálculos até conseguir dominar o que lhe interessa aprender.

Com estas recomendações, fazemos votos de que os seus esforços resultem em pleno êxito.

IX - PÓS - TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com calma e atenção as questões propostas neste teste e, em seguida, dê as respostas solicitadas. Esperamos que você se saia bem nesta prova. Boa sorte !

1 - MARQUE O NÚMERO DECIMAL MAIOR.

0,01 0,0100 0,10 0,11

2 - COMPLETE A RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚMERO FREACIONÁRIO E NÚMERO DECIMAL INFINITO.

$\frac{35}{99} \Longleftrightarrow$; $\frac{8}{90} \Longleftrightarrow$

3 - O PRODUTO DE 1,25 POR 0,0 4 É________________________________

4 - EFETUE:

$15 + \frac{3}{10} + \frac{7}{1000} =$

5 - MÁRIDO PAGOU 0,1 DE SUA DÍVIDA NO MÊS PASSADO; 0,6, NESTE MÊS. DEVE AINDA CR$900,00. QUANTO DEVIA INICIALMANTE ?

6 - EFETUE :

$18,4 + 7,25 - 14,794 =$

7 - EFETUE :

$21,48 \times 0,575 =$; $15 \div 1,6 =$

8 - EFETUE :

$(8,125 - 7,9) \times 1,4 =$

9 - COMPLETE COM: $=$, $\Longleftrightarrow$, $>$, $<$.

0,6 __________ 0,66 ; 0,70__________ 0,7

$\frac{3}{10}$ __________ 0,3 ; 0,1 __________ 0,01

10 - EFETUE :

$0,748 + 0,4 + 30 =$ | $20 - 14,742 =$

X - ATIVIDADES DE ENRIQUECIMENTO

NÚMERO DECIMAL INFINITO

"O estudo dos Números Decimais Periódicos e a determinação de suas geratrizes têm especial destaque aqui, por serem indispensáveis à introdução dos Números Irracionais. (6ª série ginasial).

Entretanto, a determinação das geratrizes deve ser feita com justificativa e não apenas através do uso das regras que permitem determiná-las.

Exemplos:

Determine a geratriz da dízima 0,636363...

Não é suficiente que o professor diga : a geratriz é 63/99 porque a geratriz da dízima periódica simples é uma fração cujo numerador é o período e cujo denominador é formado de tantos 9 quantos são os algarismos que formam o período.

O importante é que o aluno possa chegar ao resultado através da seguinte demonstração:

$$\begin{array}{rcll} 100 & \times & 0{,}636363\ldots & = \ \ 63{,}6363\ldots \\ -\ 1 & \times & 0{,}636363\ldots & = -\ 0{,}6363\ldots \\ \hline 99 & \times & 0{,}636363\ldots & = \ \ 63 \\ & & 0{,}636363\ldots & = \ \ \dfrac{63}{99} \end{array}$$

63/99 é a geratriz procurada.

Análogo é o procedimento em relação às dízimas compostas.

"Texto extraído do "Manual de Orientação do 1º Grau - Matemática" - ps. 159/160 - Minas Gerais/1974".

Vejamos um exemplo do Número Decimal Infinito com uma parte não periódica e um período. Exemplo : 0,2444 ...

$$\begin{array}{rl} 100 \times 0{,}2444\ldots = & 24{,}44\ldots \text{(é preciso ir ao 1º período)} \\ -10 \times 0{,}2444\ldots = & 2{,}44\ldots \text{(é preciso abranger a parte não periódica)-} \\ \hline 90 \times 0{,}2444\ldots = & 22 \\ 0{,}2444\ldots = & \dfrac{22}{90} \end{array}$$

DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

"IGUALAR AS CASAS DECIMAIS E DIVIDIR COMO SE DIVIDEM OS NÚMEROS NATURAIS".

O processo que comumente chamamos de "igualar as casas decimais do dividendo e do divisor", é o que manda multiplicar dividendo e divisor por 10, 100, etc., de modo a transformá-lo em números naturais.

<u>Exemplo</u> : 1,24 ÷ 2,5 = 0,496

1,24 }
2,50 } Igualadas as casas decimais, cortam-se as vírgulas.

1 2 4 }
2 5 0 } Ambos os termos foram multiplicados por 100

```
 1 2. 4 | 2 5 0
        ---------
          0,
   ↓        ↓

 1 2 4 0 | 2 5 0
 1 0 0 0  ---------
 -------   0,496
   2 4.00
 - 2 2 50
 --------
     1 500
   - 1 500
   -------
         0
```

Outro exemplo : 3, 4 ÷ 0,002 = 1.700

3,4 0 0
0,0 0 2 — Igualadas as casas decimais, cortam-se as vírgulas.

3.4 0 0
2 — Ambos os termos foram multiplicados por 1000.

$$\begin{array}{r|l} 3.400 & 2 \\ \cline{2-2} -2 & 1700 \\ \cline{1-1} 14 & \\ -14 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

PARA DIVIDIR NÚMEROS DECIMAIS, MULTIPLICAM-SE O DIVIDENDO E O DIVISOR POR UMA MESMA POTÊNCIA DE 10, DE MODO QUE SEJAM TRANSFORMADOS EM NÚMEROS NATURAIS.

B) "PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DAS CASAS DECIMAIS DO QUOCIENTE ATRAVÉS DA DIFERENÇA ENTRE O NÚMERO DE CASAS DECIMAIS DO DIVIDENDO E DO DIVISOR".

Usando este processo, o professor deverá formar nos alunos os seguintes hábitos:

1 - Olhar os números decimais como se fossem números naturais, fazendo a abstração da vírgula. Veja se neste caso é possível iniciar a divisão.

Ex.: 1,26 |0,9 . Fazendo a abstração da vírgula, temos 126 ÷ 9 ; é possível iniciar-se a divisão.

2 - Verificar se o número de casas decimais do dividendo é maior ou igual ao número de casas decimais do divisor. Achar, então, a diferença entre esse número de casas decimais. Anotar essa subtração acima da conta armada, antes de iniciar a divisão.

Ex.: 1,26 |0,9 Anotar: 2 - 1 = 1 (2 é o número de casas decimais do dividendo; 1 é o número de casas decimais do divisor; 1 é o número de casas decimais que se irá encontrar no quociente).

Esses hábitos irão auxiliar o aluno, posteriormente, quando aparecerem casos em que haja necessidade de se colocar o zero ou zeros no dividendo. (ver, adiante, 4º e 5º casos na graduação de dificuldades).

Após esses cuidados, efetuar a divisão como se os números fossem naturais. Terminada a divisão (dos supostos números naturais), marcar no quociente o número de casas decimais determinadas, anotadas acima da conta. Isto posto, continuar-se-á a divisão, acrescentando-se zero aos restos, nos casos de divisões inexatas.

<u>Graduação de dificuldades</u>

Nos exercícios seguintes aparece a primeira dificuldade.

1º - DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS POR NÚMEROS NATURAIS.
(Divisões exatas).

2,4 ÷ 6 ; 2,7 ÷ 3 ;5,6 ÷ 8; 1,6 ÷ 4 ; 3,5 ÷ 5 ; 4,2 ÷ 7 ;

1,8 ÷ 2 ; 8,1 ÷ 9 ;4,8 ÷ 8, 6,3 ÷ 7 ; 5,4 ÷ 6 ; 0,8 ÷ 4 .

2º - DIVISÃO DE NÚMERO DECIMAL POR NÚMERO DECIMAL
(Divisões exatas).

2,04 ÷ 0,6 ;2,7 ÷ 0,3 ;5,6 ÷ 0,8 ;1,6 ÷ 0,4 ;3,5 ÷ 0,5 ;

4,2 ÷ 0,7 ;1,8 ÷ 0,2 ;8,1 ÷ 0,9 ;4,8 ÷ 0,8 ;6,3 ÷ 0,7 .

3º - AS MESMAS DIFICULDADES DOS CASOS ANTERIORES, ACRESCIDAS DA DIFICULDADE DE CONTINUAR O CÁLCULO COM OS RESTOS, APÓS A COLOCAÇÃO DA VÍRGULA DECIMAL NO QUOCIENTE:

2,5 ÷ 6 ;3,7 ÷ 6 ; 5,7 ÷ 8 ;1,8 ÷ 4 ;3,6 ÷ 5 ;4,3 ÷ 6 ;

0,7 ÷ 5 ;1,07 ÷ 6 ;1;25 ÷ 2 ;7,54 ÷ 9;52,24 ÷ 7;0,73÷ 8 .

4º - HÁ NECESSIDADE DE COLOCAR ZERO NO DIVIDENDO PARA PODER DIMINUIR AS CASAS DECIMAIS DO DIVISOR E ANOTAR A SUBTRAÇÃO DAS CASAS DECIMAIS.

5,4 ÷ 0,09 :6,3 ÷ 0,21 ;7,2 ÷ 0,08 ;24,5 ÷ 0,35 ;18,6 ÷ 0,62 ;

71,4 ÷ 1,02 ; 93,6 ÷ 0,18 ;869,4 ÷ 2,07 ; 122,5 ÷ 2,45 .

5º - APESAR DE SER POSSÍVEL A SUBTRAÇÃO ENTRE OS NÚMEROS DA PARTE DECIMAL DO DIVIDENDO E DO DIVISOR, HÁ NECESSIDADE DE COLOCAR O ZERO OU ZEROS NO DIVIDENDO, PARA QUE SEJA POSSÍVEL A DIVISÃO. SÓ ENTÃO ANOTAR A SUBTRAÇÃO DAS CASAS DECIMAIS.

2,1 ÷ 8,2 ;0,8 ÷ 0,9 ;0,4 ÷ 0,8 ;0,6 ÷ 0,8 ;0,42 ÷ 0,82 ;

0,24 ÷ 0,82 ;1,6 ÷ 2,4 ;4,2 ÷ 8,2 ;2,4 ÷ 2,8 ;2,6 ÷ 8,5 .

6º - DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS POR DECIMAIS:

Colocar, à direita do número natural, tantos zeros quanto forem as casas decimais do divisor, tornando possível a subtração que se faz antes do início da divisão. No dividendo, é preciso separar com uma vírgula o número natural da parte decimal representada por zeros.

45 ÷ 0,9 ;25 ÷ 0,5 ;26 ÷ 0,8 ;236 ÷ 0,4 ;45 ÷ 0,6 ;42 ÷ 0,7;

426 ÷ 0,3 ;25 ÷ 03 ;32 ÷ 0,6 ;765 ÷ 0,5 ;26 ÷ 0,5.

7º - DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS SENDO O QUOCIENTE UM NÚMERO DECIMAL.

Exemplo : 3 ÷ 2 ; 7 ÷ 16.

(já focalizados neste módulo).

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTINE, Charles H.D' - Métodos Modernos para o Ensino da Matemática (Multiple Methods of Teaching Mathematics in the Elementary School) 1 Ed.Rio de Janeiro - Ao Livro Técnico SA. - 1970).

GRUEMA - Grupo de Ensino de Matemática Atualizada - Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º grau: 4 por Lucila Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman - São Paulo - Ed. Nacional - 1975.

NEDEM - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática - Ensino Moderno da Matemática - 2º Vol - Ensino de 1º Grau - 1 Ed. Editora do Brasil - São Paulo - 1967.

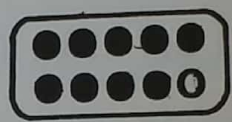
Ensino Moderno da Matemática. 3º e 4º Vol. Ensino 1º Grau - 1 Ed. Editora do Brasil - São Paulo - 1975.

PORTO, Rizza Araujo - Frações na Escola Elementar - Editora do Professor Ltda - Belo Horizonte - 1965.

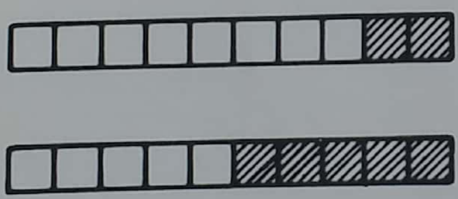
RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

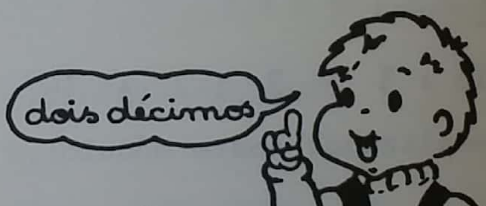
EXERCÍCIO 1 - Pag. nº 5

A)



B) Marcamos — Dizemos — Em numerais:





$\frac{2}{10}$

Cinco Décimos

$\frac{5}{10}$

C) Lemos:

três décimos ; oito décimos ; sete décimos;

doze décimos ; trezentos e cinqüenta décimos ; zero décimo.

EXERCÍCIO 2 - Pag. nº 7

a) Pintou de azul 0,3

b) Pintou de amarelo 0,2

c) Pintou de verde 0,4

d) Foram coloridos 0,9

e) Cabem em uma unidade 1,0 (leia 10 décimos).

EXERCÍCIO 3 - pag. nº 7

a) Os décimos.

b) Até 9 décimos.

c) 11,1 (onze unidades e um décimo).

	Dezenas	Unidades	Décimos
a		2	3
b		...1...	...5...
c		...1...	...4...
d		...1...	...6...

EXERCÍCIO 4 - pag. nº 8

2,5 (duas unidades e cinco décimos).

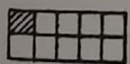
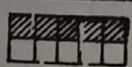
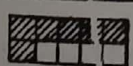
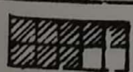
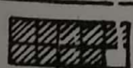
3,7 (três unidades e sete décimos)

0,2 (dois décimos)

1,9 (uma unidade e nove décimos)

9,5 (nove unidades e cinco décimos).

EXERCÍCIO 5 - Pag. nº 9

Você vê:	Você diz:	Você representa pelos numerais:	
	Um décimo	$\frac{1}{10}$	0,1
	CINCO DÉCIMOS	$\frac{5}{10}$	0,5
	SEIS DÉCIMOS	$\frac{6}{10}$	0,6
	OITO DÉCIMOS	$\frac{8}{10}$	0,8
	NOVE DÉCIMOS	$\frac{9}{10}$	0,9

EXERCÍCIO 6 - Pag. nº 10

A- a) cem

b) centésimo

c) uma

d) duzentos centésimos.

B - COMPLETE:

a) Com verde pintei 12 centésimos;

b) Com roxo, 25 centésimos;

c) Com amarelo, 30 centésimos;

d) Com azul, 5 centésimos;

e) Com 10 centésimos posso formar 1 décimo;

f) Com 10 décimos, uma unidade

g) Com 100 centésimos, uma unidade

EXERCÍCIO 7 - pag. nº 11

A - JOGO DOS CENTÉSIMOS

a) Qual é a unidade fracionária que poderá continuar o "jogo dos décimos ? Centésimo.

b) Até quantas dessas unidades fracionárias podem ser colocadas à direita dos DÉCIMOS ? Nove centésimos.

B - COLOQUE OS NUMERAIS CORRESPONDENTES ÀS QUANTIDADES DAS CAIXAS:

a) 13,42

Leia : Treze unidades e quarenta e dois centésimos.

b) 10,44

Leia : Dez unidades e quarenta e quatro centésimos.

c) 21,85

Leia : Vinte e uma unidades e oitenta e cinco centésimos.

d) 11,03

Leia : Onze unidades e três centésimos.

EXERCÍCIO 8 - pag. nº 12

A - RELAÇÃO DE IGUALDADE

a) $\frac{3}{10} = 0,3$

b) $\frac{1}{100} = 0,01$

c) $0,12 = \frac{12}{100}$

d) $0,07 = \frac{7}{100}$

e) $\frac{5}{100} = 0,05$

f) $\frac{25}{100} = 0,25$

B - RELAÇÃO DE DESIGUALDADE

a) $0,6 < 0,66$ c) $1,25 < 1,3$ e) $1,9 < 2,0$

b) $0,06 < 0,6$ d) $2,1 > 2,0$ f) $4,0 < 4,01$

C - EQUIVALÊNCIAS

a) $6,0 \Longleftrightarrow 6$ c) $9,0 \Longleftrightarrow 9$ e) $\frac{40}{10} \Longleftrightarrow 4$

b) $2,0 \Longleftrightarrow 2$ d) $10,0 \Longleftrightarrow 10$ f) $\frac{60}{10} \Longleftrightarrow 6$

D - EQUIVALÊNCIAS EM CORES NAS FIGURAS II e III

V	Z	A
$0,1 \Longleftrightarrow 0,10$	$0,2 \Longleftrightarrow 0,20$	$0,4 \Longleftrightarrow 0,40$

EXERCÍCIO 9 - pag. nº 14

A - COMPLETE COM OS SINAIS : $\Longleftrightarrow$, $>$, $<$.

a) $0,3 \Longleftrightarrow 0,30$ d) $0,5 < 3,20$ g) $0,8 < 0,9$

b) $0,20 \Longleftrightarrow 0,2$ e) $0,1 < 0,30$ h) $0,20 > 0,1$

c) $0,40 \Longleftrightarrow 0,4$ f) $0,2 > 0,10$ i) $0,30 > 0,2$

C - VOCÊ REPRESENTA :

Z - Azul $\longrightarrow$ 0,10 (dez centésimos)

V - Vermelho $\longrightarrow$ 0,05 (cinco centésimos)

A - Amarelo $\longrightarrow$ 0,30 (trinta centésimos)

R - Roxo $\longrightarrow$ 0,12 (doze centésimos)

P - Preto $\longrightarrow$ 0,01 (um centésimo)

D - COMPLETE :

12,05 $\longrightarrow$ 12 unidades e cinco centésimos.

58,02 $\longrightarrow$ 58 unidades e 2 centésimos.

0,98 ——————> 98 centésimos.

0,75 ——————> 75 centésimos.

0,10 ——————> 10 centésimos.

0,16 ——————> 16 entésimos.

3,30 ——————> 3 unidades simples e 30 centésimos.

12,03 ——————> 12 unidades simples e 3 centésimos.

0,48 ——————> 48 centésimos.

0,02 ——————> 2 centésimos.

0,11 ——————> 11 centésimos.

EXERCÍCIO 10 - pag. nº 16

B - OBSERVE O QUE VOCÊ PINTOU E RESPONDA O SEGUINTE:

a) 300 milésimos equivalem a quantos décimos ? 3 décimos.
E a quantos centésimos? 30 centésimos

b) 200 milésimos equivalem a quantos décimos? 2 décimos.
E a quantos centésimos ? 20 centésimos.

c) 400 milésimos equivalem a quantos décimos ? 4 décimos.
E a quantos centésimos? 40 centésimos.

d) 100 milésimos equivalem a quantos décimos ? 1 décimo.
E a quantos centésimos ? 10 centésimos.

C - NUMERAIS CORRESPONDENTES ÀS QUANTIDADES DAS CAIXAS :

a) 11 unidades 656 milésimos.

b) 22 unidades 204 milésimos.

c) 10 unidades 336 milésimos.

d) 22 unidades 708 milésimos.

EXERCÍCIO 11 - pág. nº 17

A - REPRESENTE COM PALAVRAS :

a) 2,075 - Duas unidades e setenta e cinco milésimos.

b) 0,850 - Oitocentos e cinqüenta milésimos.

c) 13,072- Treze unidades e setenta e dois milésimos.

d) 6,975 - Seis unidades novecentos e setenta e cinco milésimos.

e) 0,276 - Duzentos e setentea e seis milésimos.

f) 2,002 - Duas unidades e dois milésimos.

B - REPRESENTE EM NUMERAIS :

a) Quinze unidades e quinze milésimos ⟶ 15,015

b) Vinte unidades e duzentos milésimos ⟶ 20,200

c) Quatrocentos e vinte milésimos ⟶ 0,420

d) Duas unidades e onze milésimos ⟶ 2,011

e) Sessenta milésimos ⟶ 0,060

f) Três unidades e vinte milésimos ⟶ 3,020

EXERCÍCIO 12 - pág. nº 18

a)
Observar na reta.
b)

EXERCÍCIO 13 - pág. nº 19

A - COMPLETE COM $\Longleftrightarrow$, $>$, $<$.

a) $0,30 \Longleftrightarrow 0,3$

b) $0,23 > 0,2$

c) $0,02 < 0,20$

d) $0,30 > 0,200$

e) $0,12 > 0,100$

f) $0,21 > 0,20$

g) $0,8 > 0,135$

h) $0,23 > 0,08$

i) $0,65 < 0,7$

EXERCÍCIO 14 - pág. nº 19

A - RELACIONE OS DOIS NUMERAIS QUE REPRESENTAM O MESMO NÚMERO :

$0{,}05 \to \frac{5}{100}$

$0{,}400 \to \frac{400}{1000}$

$0{,}010 \to \frac{10}{1000}$

$0{,}030 \to \frac{30}{1000}$

$0{,}320 \to \frac{320}{1000}$

$0{,}025 \to \frac{25}{1000}$

$0{,}75 \to \frac{75}{100}$

$0{,}001 \to \frac{1}{1000}$

EXERCÍCIO 15 - pág. nº 27

A - EFETUE :

a) 9,2

b) 8,799

c) 1,555

d) 14,90

e) 4,332

f) $\frac{118}{100} = 1{,}18$

g) $\frac{167}{100} = 1{,}67$

h) 24,15

B -

1. 10
2. 100
3. 1000

C -

7	2
70	20
700	200

EXERCÍCIO 16 - pág. nº 34

a) 205,6

b) 12,2436

c) 27,024

d) 34,5

e) 148

f) 1000,3

g) 1,725

h) 0,410

i) 24

j) 1,25

l) 7,845

m) 5,842

n) 0,0457

o) 1,54

p) 80

q) 0,021

r) 0,20475

s) 2,8

t) 2

u) 1,875

EXERCÍCIO 17 - pág. nº 36

1. 2,39
2. 5,17
3. 0,6
4. 0,06
5. 0,75
6. 0,680
7. 0,056
8. 0,225
9. 0,6 ; 0,4545... ; 2,1666...; 0,104
10. $29\ \frac{345}{999} \Longleftrightarrow 29\ \frac{115}{333}$
11. $\frac{1115}{900} \Longleftrightarrow 1\ \frac{215}{900}$
12. $\frac{4418}{9900} \Longleftrightarrow \frac{2209}{4950}$
13. CR$ 2,00
14. 9 E 18
15. CR$ 3,00 E CR$ 21,00

XII - GLOSSÁRIO

A

ABORDAR — Explanar; tratar; expor; explicar; ventilar.

ANÁLOGO — Semelhante; idêntico; parecido.

C

CONFECÇÃO — Feitura; preparação; fabricação; aviamento.

D

DESLOCAR — Mudar de um para outro lugar; transferir; afastar; arredar.

DILIGÊNCIA	Atividade; agilidade; desembaraço; vivacidade; esperteza; zelo; cuidado; desvelo; atenção; investigação.

E

EVIDENCIAR	Destacar; tornar evidente; esclarecer.

F

FOCALIZAR	Por em foco, em evidência, em destaque;enfocar.

I

INICIATIVA	Atividade; diligência.

P

PRECEDER	Anteceder; estar antes de.
PROCEDER	Originar-se; derivar; ser oriundo de; descender; provir.
PROPOSITADO	Em que há propósito, intenção ou resolução prévia; feito de própósito."Propositado" é forma portuguesa correta, enquanto "proposital" é expressão vulgar mais corrente.

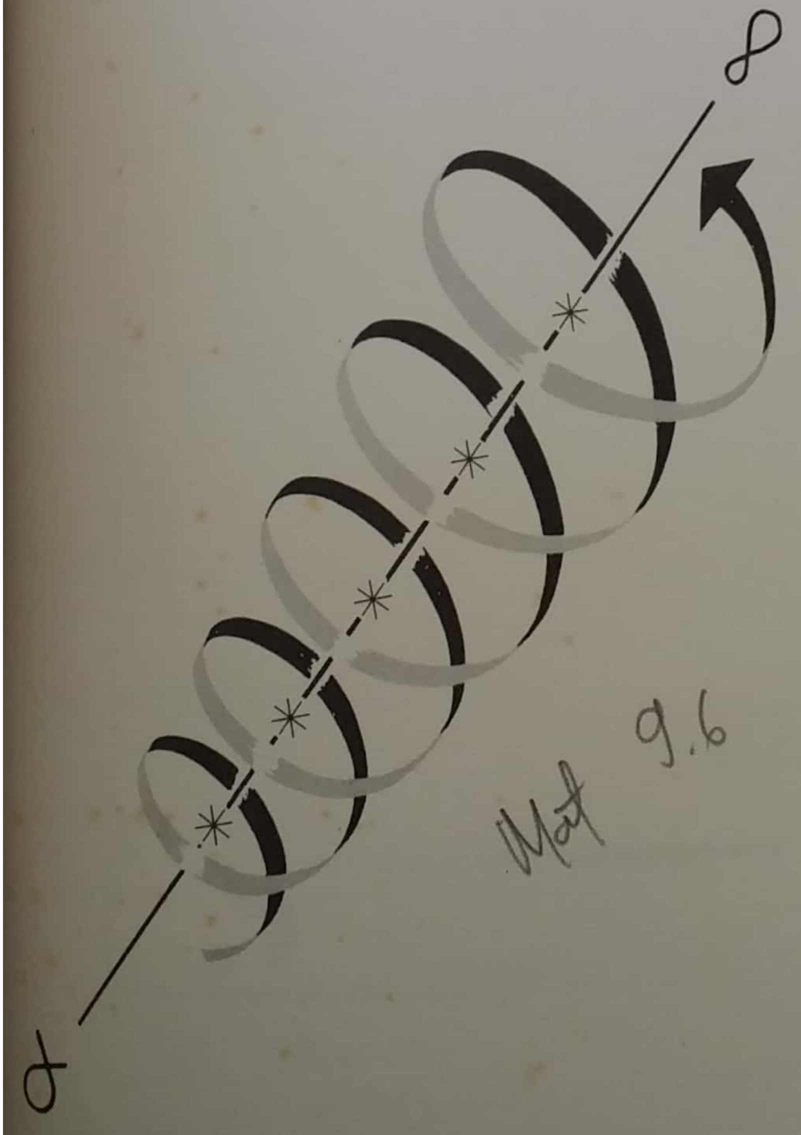
PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

MEC – DEF

SEEC – CETEPAR

Mat

PROJETO HAPRONT



Mat 9.6

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

CIÊNCIAS - MATEMÁTICA

MÓDULO N° 9.6

LINGUAGEM SIMBÓLICA

ELABORAÇÃO: CLELIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: LINGUAGEM SIMBÓLICA

I - ASSUNTO: CONJUNTO, ELEMENTO, ATRIBUTO, SUBCONJUNTO, CONJUNTO-UNIVERSO. RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA. RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS.

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITO: TER DOMINADO O MÓDULO 9.1

IV - OBJETIVOS:

1 - OBJETIVO GERAL:

Utilizar corretamente a simbologia matemática.

2 - OBJETIVO TERMINAL:

Traduzir relações expressas em forma simbólica para formas verbais e vice-versa, em exercícios orais ou escritos, relatórios, monografias, debates, trabalho em grupo, aulas e outros.

3 - OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS:

Ao final deste Módulo, o cursista deverá estar capacitado a:

1º) - Traduzir simbolicamente um conjunto, subconjunto, conjunto-universo e as relações de pertinência e inclusão.

2º) - Representar simbolicamente a relação existente entre dois conjuntos, tendo em vista os atributos comuns entre os elementos desses conjuntos.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção as questões deste Pré-Teste e as responda com letra bem legível, escrevendo aquilo que tiver certeza. Não dê respostas se só tem o propósito de não deixar em branco quaisquer perguntas. Também não use borracha para rasuras. Isso observado, inicie, então, esta prova. E seja feliz no seu trabalho.

A) REPRESENTE O QUE SE PEDE.

1. Represente os sinais de pontuação num conjunto expresso por compreensão.
2. Represente por enumeração o conjunto dos números naturais menores que 12 e maiores que 7.
3. Represente um subconjunto próprio do conjunto: {casas}.
4. Represente os símbolos da relação de exclusão.

B) PASSE PARA A LINGUAGEM CORRENTE O QUE ESTÁ EXPRESSO EM LINGUAGEM SIMBÓLICA.

5. Maçã $\in$ {frutas}
6. Pato $\notin$ {peixes}
7. {coelhos} $\subset$ {animais}
8. S = {visão, audição, gustação, olfação, tato}
9. E = {X / X é estado do Brasil}
10. A = {X $\in$ N / X é número par}

GABARITO - Pré-teste

A) 1. S = { X / X é sinal de pontuação.}

2. N = {8,9,10,11}

3. {casas pequenas} ou {casas de madeira} ou outros atributos.

4. $\not\ni$ e $\not\subset$, ou não contém e não está contido.

B) 5. Maçã pertence ao conjunto de frutas.

6. Pato não pertence ao conjunto de peixes.

7. O conjunto de coelhos está contido no conjunto de animais.

8. O conjunto dos sentidos é igual a visão, audição, etc.

9. O conjunto E é igual a X tal que X é estado do Brasil.

10. Conjunto A igual a X que pertence ao conjunto dos números naturais tal que X é número par.

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA E INCLUSÃO

INTRODUÇÃO

Por certo, professor, você deve estar lembrado que:

- o conjunto pode ser descrito como uma coleção de objetos, aos quais chamamos de elementos;

- existem certos conjuntos de animais, plantas, pessoas, objetos, etc., com o nome especial de coletivo: o cavalo é elemento do conjunto manada; o peixe é elemento do conjunto cardume;

- podemos também dizer que coleção, classe, equipe, grupo, sistema, família, coletividade, são conjuntos;

- os elementos do conjunto ou têm atributos comuns ou têm a mesma utilidade;

- há, ainda, conjuntos formados por um ato de vontade, como por exemplo: uma flor, uma formiga e um lápis, embora esta forma de organização de conjunto seja um tanto artificial;

- a notação do conjunto é: uma letra maiúscula qualquer representa o conjunto, e seus elementos são colocados entre chaves, como neste exemplo: A = {animais} F = { flores} , que se lê - conjunto A cujos elementos são animais e conjunto F cujos elementos são flores.

Feita esta rememoração, passemos, agora, ao estudo de Relações.

RELAÇÕES

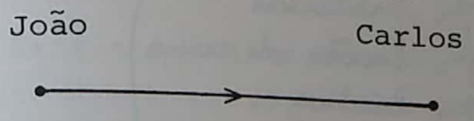
Partindo, por exemplo, das relações de parentesco, vejamos como representá-las graficamente.

Nas figuras da página seguinte, os elementos são representados por pontos e a relação entre os elementos é repre sentada por meio de uma flecha.

Exemplos:

1. João "é filho de" ...

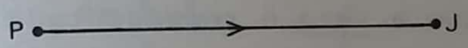
Representação gráfica:



Entre filho e pai existe uma relação de parentesco, que representamos por meio de uma flecha chamada sagital. Essa relação pode ser escrita simbolicamente, assim: filho R pai; e lida deste modo: existe uma relação entre filho e pai.

2. Pedro "é professor de" José.

Representação gráfica:



Lê-se: existe uma relação entre Pedro e José.
Representação simbólica:
Professor R aluno.
Lê-se: existe uma relação entre professor e aluno.

Procure outras relações para aumentar esta lista: "é amigo de", "é colega de", "é patrão de", "é dependente de", "é dono de", "está à direita de", etc.

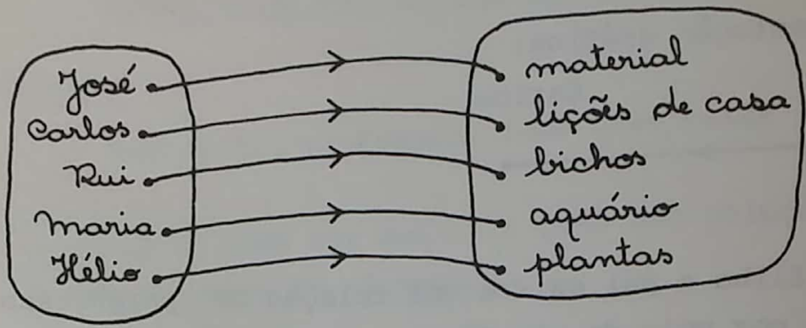
Existem conjuntos cujos elementos são apresentados seguindo uma determinada ordem; dizemos que entre seus elementos há uma relação de ordem: crianças colocadas pela altura,pelo peso, pela série que cursa; os dias da semana, as letras do alfabeto, etc.

Quando a relação é estabelecida entre os elementos de dois conjuntos, a representação pode ser sagital ou cartesiana.

REPRESENTAÇÃO SAGITAL

Cada um, por exemplo, dos alunos da fila será encarregado de uma tarefa.

Vejamos:



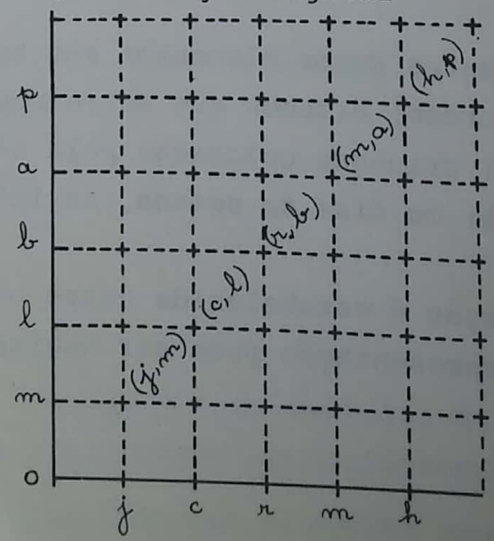
Lê-se: José é encarregado de distribuir e recolher o material; Carlos,de recolher os deveres, etc.

REPRESENTAÇÃO CARTESIANA

Já vimos que os elementos são representados graficamente por pontos; sabemos que a reta é representada por um conjunto de pontos, logo, os elementos de um conjunto podem ser representados por pontos de uma reta.

Tomando duas retas perpendiculares, uma horizontal e outra vertical, colocamos na horizontal os elementos do 1º conjunto, e, na vertical, os elementos do 2º conjunto. Marcamos os pontos em distâncias iguais, a partir do ponto de encontro (origem das duas retas) para a direita e para cima, colocando em ordem os elementos do 1º e do 2º conjunto. Dos pontos da horizontal, levantamos paralelas à vertical; dos pontos da vertical,tiramos paralelas à horizontal (usando linhas pontilhadas); no ponto de encontro, colocamos os pares que são indicados pelas sagitais na representação sagital

(o origem)



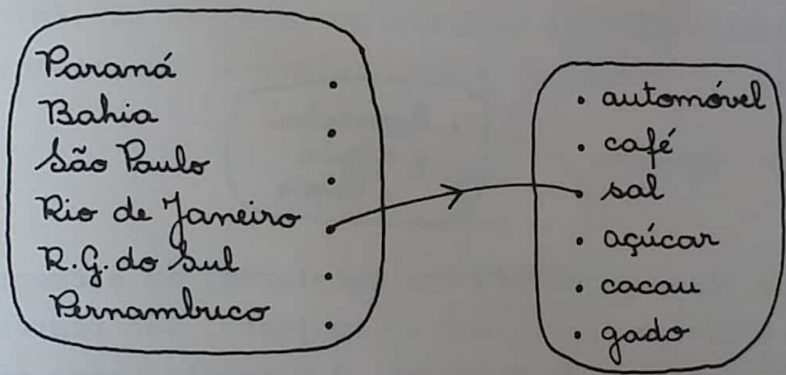
Conjunto de alunos = {j, c, r, m, h}

Conjunto de tarefas = {m, l, b, a, p}

Conjunto dos pares = {(j,m);(c,l);(a,b);(m,a);(h,p)}

Esta representação será muito usada na seqüência do nosso estudo. Assim sendo, é bom você treinar, passando a representação sagital, abaixo, para a representação cartesiana.

Complete:



Represente pelo gráfico cartesiano, a relação "é produtor de".

Às vezes, um elemento está em relação a vários.

Exemplo:

A = {esmeralda, onça, palmeira, gavião, seringueira,ferro }

B = {reino animal, reino vegetal, reino mineral}

Estabelecer "relações" entre dois conjuntos é uma atividade que pode ser usada para fixar os mais variados conteúdos: pessoas de renome e suas profissões; datas e fatos históricos; países e capitais; regiões e produção; rios e bacias, etc.

ELEMENTOS PERTENCENTES A UM CONJUNTO

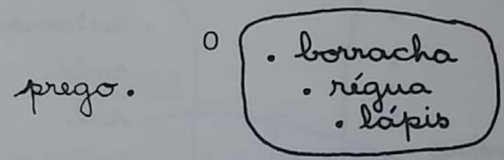
RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

Para sabermos se um elemento pertence ou não a um conjunto, é importante que o conjunto seja bem definido, isto é que a sua descrição seja clara e precisa, capacitando-nos a entender se dados objetos pertencem ou não ao conjunto, se há re lação entre os elementos e o conjunto - relação de pertinência.

Por exemplo: um conjunto de objetos escolares - se o objeto é usado na escola, se ele é "objeto escolar" então pode pertencer ao conjunto, caso contrário não pode pertencer ao conjunto.

> A relação entre o elemento e o conjunto chama-se "relação de pertinência". A relação de pertinência é representada pelo símbolo $\in$, que se lê: "pertence a". A não pertinência é representada pelo símbolo $\notin$, que se lê: "não pertence a".

O = {objetos escolares}



No conjunto de objetos escolares, os elementos régua, lápis, borracha, pertencem ao conjunto. São representados por pontos no interior do diagrama. O elemento <u>prego</u> não pertence ao conjunto, está desenhado no exterior da linha fechada.

Simbolicamente escrevemos:

O = {b,r,l,} Lê-se: conjunto O formado de objetos escolares,ou conjunto O formado de borracha, régua e lápis.

b $\in$ O ——— borracha "pertence" ao conjunto O.
l $\in$ O ——— lápis "pertence" ao conjunto O.
r $\in$ O ——— régua "pertence" ao conjunto O.
p $\notin$ O ——— prego "não pertence" ao conjunto O.

> Chama-se "relação de pertinência" às <u>condições</u> que um elemento deve satisfazer para fazer parte integrante do conjunto. Em matemática, essas condições tomam o nome de "condições de pertinência".

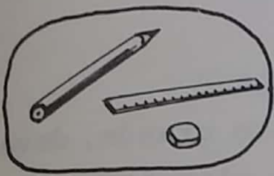
Vejamos outros exemplos:

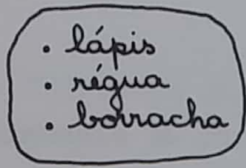
maçã $\in$ {frutas} - maçã pertence ao conjunto de frutas.
leão $\notin$ {frutas} - leão "não pertence" ao conjunto de frutas.
cão $\in$ {animais} - cão pertence ao conjunto de animais.
pão $\notin$ {doces } - pão "não pertence" ao conjunto de doces.

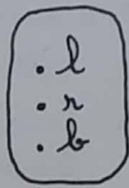
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Para simbolizar conjuntos, usamos letras maiúsculas, e, para os elementos, servimo-nos de vários recursos: figuras geométricas (diagramas) com desenhos, ou pontos representando os elementos.

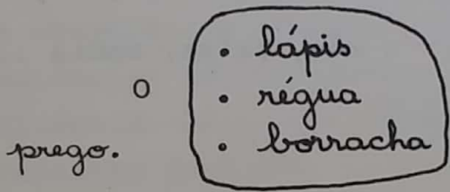
Exemplo:

O 

O 

O 

Quando um elemento <u>não pertence</u> ao conjunto é desenhado fora, ou o ponto é colocado no exterior do diagrama. No exemplo acima, se houvesse um elemento que não pertencesse ao conjunto (prego, por exemplo), seria representado fora do diagrama:

O 

Já vimos a notação do conjunto - a letra maiúscula representa o conjunto e os elementos são colocados entre chaves. Seja o conjunto acima: O = {objetos escolares} ou

O = {lápis,régua,borracha} .

Passemos ao estudo dessa representação - DE CONJUNTOS ENTRE CHAVES.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS ENTRE CHAVES

Quando os conjuntos têm poucos elementos, podemos representá-los enumerando-os todos.

Por exemplo: conjunto das partes do corpo humano ou conjunto de vogais:

P = { cabeça, tronco, membros }

V = { a, e, i, o, u }

Se pudermos enumerar todos os elementos do conjunto, diremos que o conjunto está definido por enumeração.

Quando o número de elementos é muito grande, deve-se abreviar a representação. Colocam-se os primeiros elementos, até que se perceba a condição de pertinência, e depois reticências.

Exemplos: F = { rosa, cravo, jasmim ...}

A = { cão, peixe, sabiá ... }

Lê-se: Conjunto de Flores - igual a rosa, cravo, jasmin, etc.

Conjunto de Animais - igual a cão, peixe, sabiá, etc.

Quando os elementos do conjunto são normalmente ordenados, colocam-se os primeiros elementos, reticências e o último elemento do conjunto.

Exemplo : A = { a, b, c ... z }

M = { janeiro, fevereiro, março ... dezembro}

Lê-se: Conjunto das Letras do Alfabeto - igual a a, b, c etc. z.

Conjunto dos Meses do Ano - igual a janeiro, fevereiro, março, etc. dezembro.

No caso de conjunto infinitos, colocam-se os primeiros elementos até se perceber a lei de formação do conjunto, e depois reticências.

Exemplo : P = { 2,3,5,7,11,13 ... }

M = { 2,4,8,10 ... }

Lê-se: Conjunto dos Números Primos - igual a 2,3,5,7,11, 13; etc.

Conjunto dos Múltiplos de Dois - igual a 2,4,8,10, etc.

Em todos esses casos, diz-se que o conjunto está representado por <u>extensão</u>.

Há casos em que só conhecemos os atributos dos elementos, mas não podemos enumerar os elementos, senão depois de uma pesquisa. Nessas circunstâncias representamos, então, o conjunto pela sua condição de pertinência. Seja, por exemplo, um conjunto como este: Conjunto de professores formados, na primeira turma do Instituto de Educação do Rio de Janeiro.

P = { X/X é professor da 1ª turma do I.E. do Rio de Janeiro } ; que se lê: conjunto P é igual a X "tal que" X é professor da 1ª turma do I.E. do Rio de Janeiro. (O símbolo da Lógica, / lê-se: "tal que").

Se o conjunto está definido por um atributo que caracteriza cada elemento do conjunto, diremos que está definido por <u>compreensão</u>.

A maioria dos conjuntos pode ser definida das três maneiras: por enumeração, extensão e compreensão. Vejamos, ainda, nestes exemplos:

- Conjunto das notas musicais -

N = { dó, ré, mi, fá, sol, lá, si }

N = { dó, ré, mi ... si }

N = { X / X é nota musical}

(Este último, lê-se: conjunto N é igual a X "tal que" X é nota musical).

Para você se familiarizar com a representação do conjunto por compreensão, eis alguns exemplos, com a respectiva leitura.

<u>Linguagem corrente</u>	<u>Linguagem matemática</u>
- Conjunto <u>A</u>, cujos elementos são vogais.	A = {a, e, i, o, u} A = {X / X é vogal}
- Conjunto <u>B</u>, cujos elementos são as partes da planta	B = {raiz, caule, folhas, flores, frutos} B = {X / X é parte da planta}
- Conjunto <u>C</u>, cujos elementos são os pontos cardeais	C = {norte, sul, leste, oeste } C = {X / X é ponto cardeal}
- Conjunto <u>D</u>, cujos elementos são as partes da cabeça	D = {crânio e face} D = {X / X é parte da cabeça }
- Conjunto <u>E</u>, cujos elementos são as virtudes teologais	E = {fé, esperança, caridade } E = {X / X é virtude teologal}

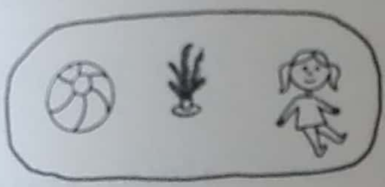
Se você trabalhar com numerais, é preciso esclarecer o conjunto Universo que vai usar. Usemos, nestes exercícios, só o conjunto dos numerais naturais (N).

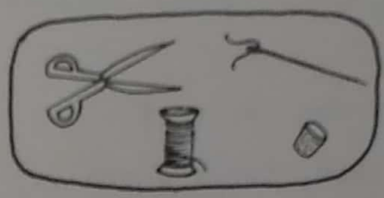
<u>Linguagem corrente</u>	
- Conjunto <u>A</u>, igual a números naturais menores que 4.	$A = \{0, 1, 2, 3\}$ $A = \{X \in N \mid X < 4\}$
- Conjunto <u>B</u>, formado dos números naturais múltiplos de 5.	$B = \{5, 10, 15 \ldots\}$ $B = \{X \in N \mid X$ é múltiplo de $5\}$
- Conjunto <u>C</u>, formado pelos números naturais maiores que 15.	$C = \{16, 17, 18 \ldots\}$ $C = \{X \in N \mid X > 15\}$

EXERCÍCIOS.

Façamos alguns exercícios de fixação.

1. Represente entre chaves, usando palavras ou letras, os conjuntos dados nos diagramas abaixo:

B 

C 

B = { .... C = { ....

2. Represente por enumeração o conjunto das quatro estações do ano.

E = { ....

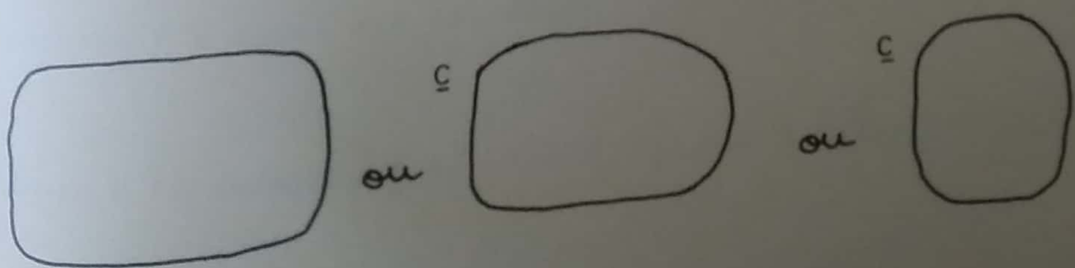
3. Represente por extensão o conjunto dos meses do ano.

M = { ....

4. Represente por compreensão o conjunto dos nomes dos alunos de sua classe.

A = { ....

5. Use diagramas de Venn para representar o conjunto das partes do corpo humano, com desenhos, palavras e letras.

C 

6. Diga como está definido o conjunto abaixo:

G = { substantivo, adjetivo, numerais ... interjeição }

7. Dê duas maneiras de ler o conjunto seguinte:

B = { verde, amarelo, azul, branco }

8. Leia o conjunto definido abaixo:

P = { X / X é parte da mão }

9. Complete com ∈ e ∉ :

A = {leão, tatu, cobra...}

macaco ....A

palmeira........A

rato............A

H = { couve, aipim, ervilha... }

nabo ....H

cenoura.....H

gato........H

10. Represente por extensão o conjunto seguinte, definido por compreensão:

S = { X / X é dia da semana }

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

1. B = {bola, peteca, boneca}; C={tesoura, dedal, carretel,agulha};
   B = {b,p,c} ; C= {t,d,c,a}

2. E = {primavera, verão, outono, inverno}

3. M = {janeiro, fevereiro, março ... dezembro }

4. A = {X / X é o nome de aluno da minha classe}

5. Desenho da cabeça, corpo e membros, dentro de uma linha fechada; cabeça, tronco e membros, no 2º diagrama; c,t,m, no 3º diagrama.

6. O conjunto G está definido por extensão.

7. Conjunto B das cores da Bandeira Nacional ou conjunto B é igual a verde, amarelo, azul e branco.

8. Conjunto P é igual a X tal que X é parte da mão.

9. Macaco $\in$ A; palmeira $\notin$ A; rato $\in$ A; nabo $\in$ H; cenoura $\in$ H: gato $\notin$ H.

10. S = {segunda-feira, terça-feira ... domingo }

Pelos conjuntos formados, você pode concluir que:

1. O elemento de um conjunto pode ser de qualquer natureza;

2. Quando os elementos forem escritos entre chaves, são separados por vírgula ou ponto e vírgula;

3. A ordem na qual são escritos os elementos não tem importância; só conservamos a ordem quando há um ordenamento natural; como nos casos de dias da semana, meses do ano, notas musicais;

4. Os nomes próprios são geralmente representados pela inicial minúscula quando representam elementos de um conjunto vazio.

5. Pode haver conjunto com um só elemento (conjunto unitário), assim como conjunto sem elementos (conjunto vazio), representado pelos símbolos $\emptyset$ e { };

6. Há conjuntos com muitos elementos e conjuntos com infinitos elementos; os primeiros, com elementos definidos e em tal número que não temos meios de contá-los; e os ultimos, como no caso dos números naturais, dos quais temos certeza de formar sempre mais um novo elemento, acrescentando ao último número mais uma unidade;

7. Há infinitos pontos no espaço, infinitas retas passando por um mesmo ponto, infinitos planos contendo uma mesma reta, ou infinitos multiplos de um número, etc.

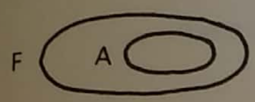
SUBCONJUNTO OU PARTES DO CONJUNTO

RELAÇÃO DE INCLUSÃO

Se num conjunto de objetos escolares separamos os que servem para escrever (lápis, caneta, lápis-de-cor, ou giz-de-cera) formamos um subconjunto; focalizamos, então, um segundo atributo que distinguiu uma parte do conjunto. Se separamos os elementos feitos de papel (caderno, livro ou cadernetas), formamos outro subconjunto. Se pedimos um atributo não existente entre os elementos do conjunto determinado, então o subconjunto é vazio. (Esta última noção, por sinal, é muito importante pois temos, não raras vezes, de trabalhar tantos conjuntos como subconjuntos vazios).

Podemos, num conjunto, separar vários subconjuntos; podemos focalizar um subconjunto como um novo conjunto e também denominá-lo por uma letra maiúscula.

Num conjunto de flores, por exemplo, focalizemos o subconjunto de flores amarelas. Sua representação no diagrama e entre chaves fica assim:



F = {flores}   A = {flores amarelas}

Como o segundo conjunto está contido no primeiro, podemos representar simbolicamente a <u>relação de inclusão</u>. Vejamos:

{flores} $\supset$ {flores amarelas}
F $\supset$ A

$\supset$ é símbolo da <u>inclusão</u> e quer dizer: contém.

Assim sendo, lemos acima: o <u>conjunto</u> de flores contêm o <u>conjunto</u> de flores amarelas.

Se focalizar primeiramente o conjunto A, representamos:-

{flores amarelas} $\subset$ {flores}
A $\subset$ F

$\subset$ é outro símbolo da <u>inclusão</u> e quer dizer: <u>está contido</u>.

Sendo assim, lemos acima: o conjunto de flores amarelas está contido no conjunto de flores:

Se não houver inclusão, como no exemplo seguinte, teremos esta representação:

{Animais} $\not\supset$ {Flores}
A $\not\supset$ F

$\not\supset$ é o símbolo da <u>exclusão</u> e significa: <u>não contém</u>.

Assim, lemos acima: conjunto de animais não contém o conjunto de flores.

Se focalizarmos primeiramente o conjunto de flores, representamos:

{flores} $\not\subset$ {animais}

F $\not\subset$ A

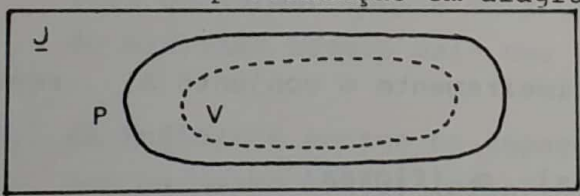
> $\not\subset$ é outro símbolo da exclusão e significa: não está contido.

Assim sendo, lemos acima: o conjunto de flores nãos está contido no conjunto de animais.

SUBCONJUNTO IMPRÓPRIO

O conjunto de pássaros nos dá oportunidade para formar, com seus elementos, muitos conjuntos: de andorinhas, condores, pombas, pássaros canoros e até com todos os pássaros. Nesse caso damos ao subconjunto o nome de subconjunto impróprio, uma vez que todos os elementos do subconjunto são também elementos do conjunto.

Representação em diagramas e por meio de símbolos:



U = {aves}

P = {pássaros}

V = {pássaros}

U é símbolo de conjunto-universo

Usando o símbolo da inclusão e igualdade, temos:

{pássaros} $\supseteq$ {pássaros}

E lemos: conjunto de pássaros contém ou é igual ao conjunto de pássaros.

Disso, podemos concluir que:

> SUBCONJUNTO é um conjunto que está contido em outro, isto é, cada elemento do subconjunto é também elemento do conjunto. O subconjunto está relacionado ao conjunto por meio de relação de inclusão.

CONJUNTO DAS PARTES DE UM CONJUNTO

Todos os subconjuntos que podem ser formados com os elementos de um conjunto chamam-se "Conjunto das partes de um Conjunto".

Exemplos:

1. Seja o conjunto das cores da bandeira da Argentina:
   C = {azul e branco}
   Que subconjuntos podemos formar com essas cores ?
   P (C) ={{azul e branco} ; {   } ; { a } ; { b } }
   Lemos: Conjunto das Partes do Conjunto C tem os seguintes subconjuntos: - azul e branco (subconjunto impróprio); subconjunto vazio; azul;branco.

2. Conjunto C = {fio, agulha, dedal}
   O Conjunto das Partes do Conjunto C é igual:
   P (C) = {{f,a,d }; { };{ f,a }; {f,d}; {a,d};{f};{a};
   { d}}.
   Vejamos:
   {f,a,d} e seu complemento, o conjunto vazio { };
   {f,a} e seu complemento, o conjunto {d } ;
   {f,d} e seu complemento { a } ;
   {d,a} e seu complemento { f } ;

Cada parte do Conjunto das Partes é o conjunto complementar de outra parte, em relação ao conjunto dado.

CONJUNTO UNIVERSO

Aos conjuntos muito amplos, com elementos com os quais podemos formar novos conjuntos, chamamos Conjunto-Universo.

O conjunto das flores pode conter o conjunto de rosas, o de cravos o de jasmins; ou ainda, o de flores perfumadas, flores vermelhas, amarelas, etc.

O conjunto de flores, no caso, é o conjunto-Universo em relação aos nele contidos.

Se além de conjuntos de flores considerarmos outros de plantas, o conjunto-Universo será o de "vegetais", que é mais amplo e comporta flores e outras plantas.

Vejamos alguns exemplos:

U = {insetos}

A = {abelhas} F ={formigas} M = {moscas}

U = {invertebrados}

F = {formigas} A ={aranhas} M = {minhocas}

U = {animais}

F ={formigas} P ={peixes} E = {elefantes}

CONJUNTO DE CONJUNTOS

Há ainda conjuntos que podem servir de elementos para outros conjuntos.

Por exemplo:

- um livro é um conjunto de folhas. Uma biblioteca é um conjunto de livros: o livro é elemento do conjunto biblioteca; a folha é elemento do conjunto livro, mas não é elemento da biblioteca.

- os palitos de fósforos são elementos do conjunto caixa;a caixa é elemento do conjunto pacote mas o palito não é elemento do conjunto pacote.

Há muitos outros exemplos, como

- dia, mês, ano;

- asa, avião, esquadrilha;

- leme, navio, esquadra;

- etc.

Antes de passarmos ao objetivo 2º, vamos fazer alguns exercícios de fixação.

1. COMPLETE COM O CONJUNTO-UNIVERSO CORRESPONDENTE:

{baleias } ⊂ {.................}

{verduras} ⊂ {.................}

{........} ⊃ {abelhas}

{........} ⊃ {cavalos}

2. COMPLETE COM OS SÍMBOLOS DA EXCLUSÃO: $\not\supset$ e $\not\subset$

{laranjas} ... {animais}

{papagaios} ... {plantas}

{flores} ... {minerais }

{mamíferos } ... {sapos }

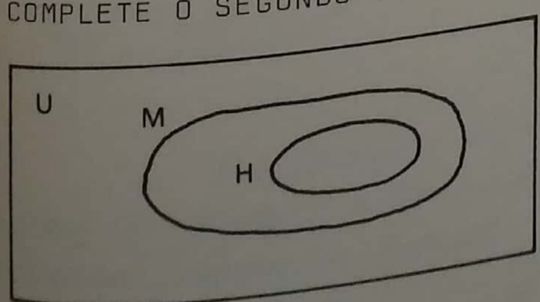
{vertebrados } ... {camarões }

3. COMPLETE COM O SÍMBOLO ADEQUADO:

{ cães } ... { cães pastores }

{ alunos da 3º série } { alunos da escola }

4 COMPLETE O SEGUNDO CONJUNTO DESTE DIAGRAMA:



U = { animais }

M = { mamíferos}

H = { ....}

U é conjunto-universo

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS DADOS

1. {baleias} $\subset$ {mamíferos}

   {verduras} $\subset$ {plantas ou vegetais}

   {insetos} $\supset$ {abelhas}

   {herbívoros} ou {mamíferos} ou {vertebrados} $\supset$ {cavalos}

2. {laranjas} $\not\subset$ {animais}

   {papagaios} $\not\subset$ {plantas}

   {flores} $\not\subset$ {minerais}

   {mamíferos} $\not\supset$ {sapos}

   {vertebrados} $\not\supset$ {camarões}

3. {cães} $\supset$ {cães pastores}

   {alunos da 3ª série} $\subset$ {alunos da escola}

4. homens ou outro mamífero.

RELAÇÃO ENTRE ELEMENTOS DE DOIS CONJUNTOS

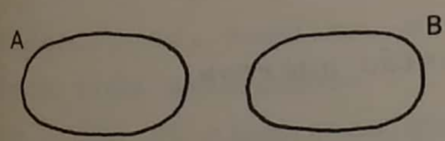
Num Universo dado podemos relacionar dois conjuntos, analisando os atributos dos elementos que os formam. Sejam os conjuntos A e B. Veremos que três casos ocorrerão:

1. os elementos de A não têm os atributos dos elementos de B, isto é, os elementos de B são outros elementos.

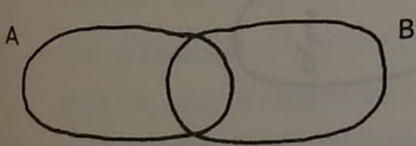
2. Alguns elementos de A e B têm atributos comuns, portanto, são elementos de A e B.

3. Todos os elementos de B têm os atributos dos elementos de A, assim, são também elementos de A.

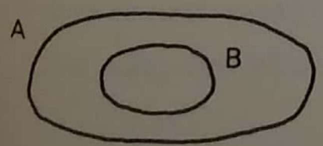
Analisados os elementos dos conjuntos, podemos, então, afirmar que são necessárias apenas três disposições de diagramas para conter todos os elementos dos dois conjuntos a relacionar.



- conjuntos disjuntos.

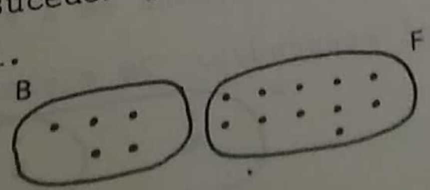


- conjuntos com elementos comuns.

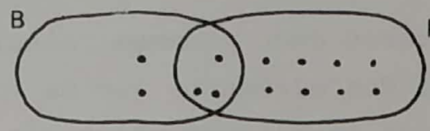


- inclusão de conjuntos (os elementos de B são também elementos de A).

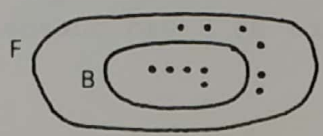
Por exemplo: se nossa escola tem um time de basquete e um time de futebol, poderá suceder que nenhum jogador de basquete seja também jogador de futebol.



Mas poderá ocorrer que alguns jodagores de basquete sejam também do time de futebol.



Ou, ainda, que todos os jogadores de basquete pertençam à equipe de futebol.



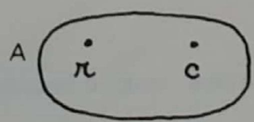
Passemos a outro exemplo: Temos dois vasos - A e B.

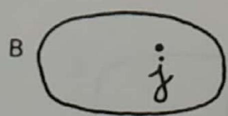
1. No primeiro vaso (A), colocamos rosas e cravos; no segundo vaso (B), colocamos jasmins.

   - *Que diagrama você usará para representar esta situação? O 1º, o 2º ou o 3º diagrama?*

   - *Há elementos comuns entre esses conjuntos? sim ou não ?*

   Se você respondeu: 1º e não, *então acertou.*

Observe: 



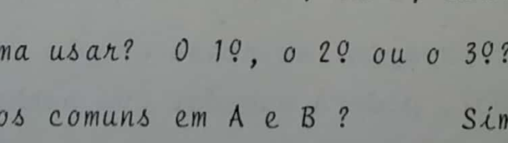
Estes conjuntos acima são disjuntos.

2. Em A colocamos rosas e cravos; em B, cravos e jasmins.

   - *Que diagrama usar? O 1º, o 2º ou o 3º?*

   - *Há elementos comuns em A e B ? Sim ou Não ?*

   Se você respondeu: 2º e sim, *acertou.*



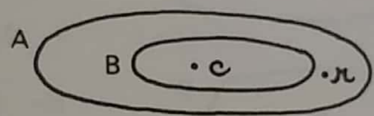
Note que dentro da linha fechada, ou conjunto A, há rosas e cravos; dentro da linha fechada, ou conjunto B, há cravos e jasmins, e no espaço compreendido entre as duas linhas fechadas, isto é, no cruzamento das linhas, há cravos - elemento comum aos dois conjuntos.

3. Em A, colocamos rosas e cravos; em B, cravos.

   - *Que diagrama usar ? O 1º, o 2º ou o 3º ?*

   - *Há elementos comuns aos dois conjuntos ?* *Sim ou não?*

   Se você respondeu: 3º e sim, *acertou.*



Há inclusão de B em A. No caso, simbolicamente representamos $A \supset B$ ou $B \subset A$. Todos os elementos de B são, também, elementos de A.

Concluindo, repetimos ainda: todas as vezes que formos classificar, separar, etc., elementos de dois conjuntos, encontraremos três situações:

1º - Não há elementos comuns ou mesmo não há atributos comuns entre os elementos dos dois conjuntos;

2º - Há alguns elementos comuns ou com atributos comuns entre os elementos dos dois conjuntos;

3º - Os elementos do segundo conjunto são, também, elementos do primeiro conjunto ou todos os elementos do segundo conjunto têm os atributos dos elementos do primeiro conjunto.

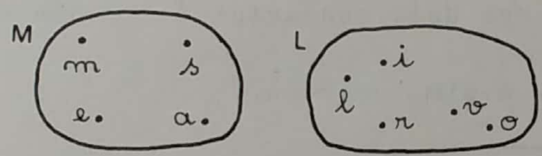
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Vejamos alguns desses exercícios.

1. Quando pensamos, por exemplo, nas letras da palavra mesa e da palavra livro, observamos que não há letras comuns nesses vocábulos.

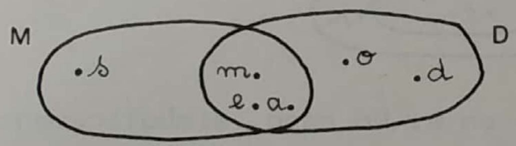
   Se comparamos as palavras mesa e moeda, notamos que algumas letras são comuns nesses vocábulos. Se pensamos em moeda e medo, percebemos que todas as letras da palavra medo são usadas na escrita da palavra moeda.

   Note os diagramas:



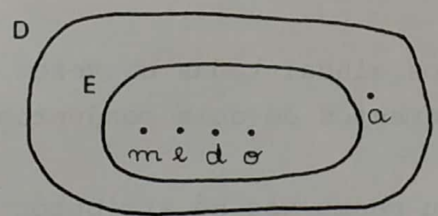
M = {m,e,s,a} L={l,i,v,r,o}

Conjuntos disjuntos.



M= {m,e,s,a} D={m,o,e,d,a}

Conjuntos com alguns elementos comuns.



D= {m,o,e,d,a} E= {m,e,d,o}

Inclusão de conjuntos; os elementos de E são os mesmos de D.

2. Para fixarmos bem esse conhecimento, tomemos novas palavras: arara e rato.

   A = Conjunto das letras do vocábulo arara.

   A = {a, r}

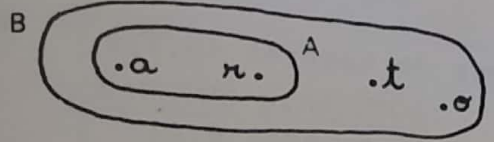
   B = Conjunto das letras do vocábulo rato.

   B = {r, a, t, o}

   Observando os elementos de A e B, você descobre que há dois elementos comuns a esses conjuntos, e ainda mais, que os elementos de A são também elementos de B, isto é, o conjunto A está contido no conjunto B.

Simbolizemos: B ⊃ A <=> A ⊂ B

O diagrama escolhido é o terceiro:



3. Tomemos, agora, os vocábulos: <u>menina</u> e <u>tomate</u>.

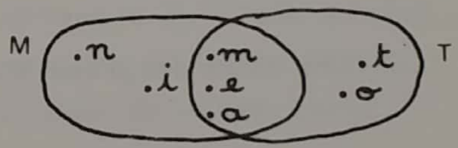
Os conjuntos das letras desses nomes são:

M = { ___, ___, ___, ___, ___ }

T = { ___, ___, ___, ___, ___ }

Os elementos comuns aos dois conjuntos são: { ___, ___, ___ }

O diagrama escolhido é o segundo



Observe que dentro da linha do primeiro conjunto estão as letras da palavra <u>menina</u>; dentro da linha do segundo conjunto estão as da palavra <u>tomate</u>; no meio do cruzamento dessas linhas estão os <u>elementos comuns</u> aos dois conjuntos {m, e, a} .

4. Vejamos, agora, uns exemplos com numerais.
Sejam os algarismos do numeral 2 3 6 4 3 e os algarismos do numeral 3 0 2 4 5 0:

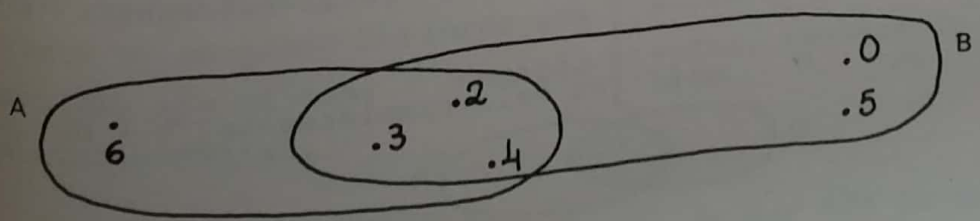
Algarismos do numeral 23643

A = { ___, ___, ___, ___ }

Algarismos do numeral 302450

B = { ___, ___, ___, ___, ___ }

Elementos comuns a <u>A</u> e <u>B</u> = { ___, ___, ___ }



5. Se tomarmos os numerais 40.716 e 6.017 e analisarmos os elementos do conjunto de algarismos de 40.716 e 6.017, encontramos:

Conjunto A = { algarismos do numeral 40.716 }

Conjunto B = { algarismos do numeral 6.017 }

Conjunto A = { —, —, —, —, — }

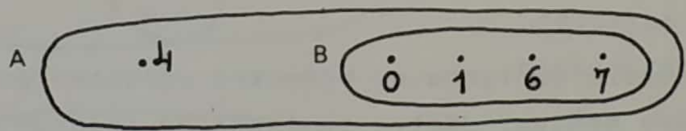
Conjunto B = { —, —, —, — }

Qual é o diagrama que contém todos os elementos de A e B ?

Como os elementos de B são, também, elementos de A, estamos em presença de uma relação de ....

$A \supset B$	$B \subset A$
A contém B	B está contido em A

Confira pelo diagrama abaixo:



Acertou ? Ótimo!

Veja, agora, o que irá acontecer se tomarmos os numerais 30.120 e 12.330 e procurarmos os conjuntos dos algarismos empregados na escrita dos números acima.

A = { —, —, —, — } B = { —, —, —, — }

Todos os elementos de A são também elementos de B ? Sim ou Não?

Lembra-se do subconjunto impróprio ? Então represente simbolicamente:

A ... B ou B .... A ou mais simplesmente A = B.

Cremos que você, professor, já poderá arranjar muitos exemplos para esses três casos de relacionamento de conjuntos.

- 1º Caso

CONJUNTOS DISJUNTOS:

{violinos}	{tambores}
{dálias}	{margaridas}
{peixes}	{mamíferos}
{aves}	{répteis}
{plantas}	{animais}

- 2º Caso

CONJUNTOS COM ELEMENTOS COMUNS:

{cavalos de corrida}	{cavalos pretos}
{flores amarelas}	{dálias}
{aves pernaltas}	{aves voadoras}
{crianças loiras}	{crianças de olhos azuis}
{sapatos pretos}	{sapatos de salto alto}
{blusas de lã}	{blusas de manga curta}

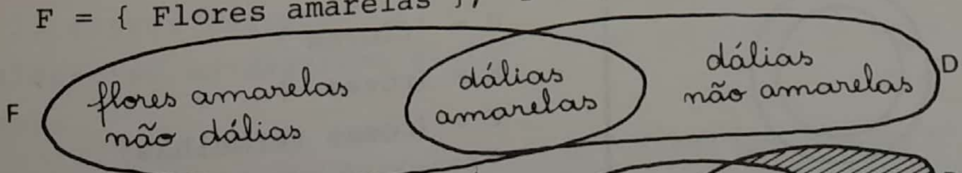
- 3º Caso

CONJUNTOS COM INCLUSÃO:

{instrumentos musicais}	{violinos}
{flores}	{dálias}
{letras da palavra momento}	{letras da palavra monte}
{algarismos do numeral 2 6 3 3 0}	{algarismos do numeral 2 3 0}

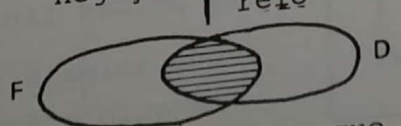
Quando analisamos os diagramas do 2º caso, notamos:

F = { Flores amarelas }; D = { dálias }



A parte hachureada é a negação do atributo do conjunto D-Flores amarelas, mas não dálias; negação do atributo-dálias.

A parte hachureada é a negação do atributo F - dálias, mas não amarelas; negação do atributo - amarelo



Parte em que ficam os elementos comuns ou que têm os mesmos elementos.

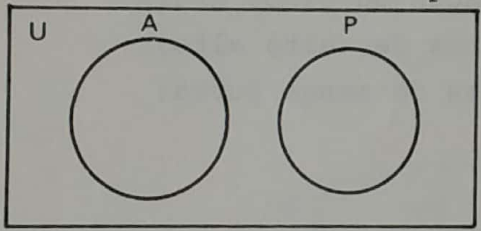
Você já deve ter percebido que temos três partes distintas nestes dois conjuntos:

- flores amarelas não dálias;
- dálias não amarelas;
- dálias e amarelas.

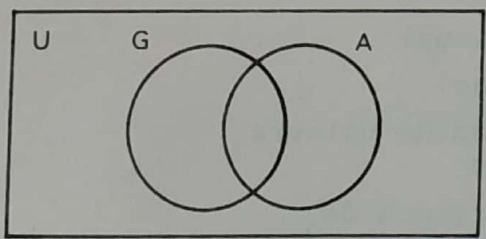
Os casos de conjunção (e) e negação (não) são estudados cuidadosamente quando o professor dispõe de material, como o chamado Blocos Lógicos. Nos jogos de conjunção, disjunção, etc., como nas operações com conjuntos, o uso desse material é muito eficiente, no desenvolvimento do raciocínio lógico de um modo geral.

Nos exemplos que demos de inclusão, isto é, o 3º tipo de diagrama, tornamos a insistir: o segundo conjunto está inteiramente contido no primeiro; a relação é "ser subconjunto de" e não "ser elemento de". "Ser elemento de" é uma "relação de pertinência". E "ser subconjunto de" é uma " relação de inclusão" (conjunto relacionado a conjunto).

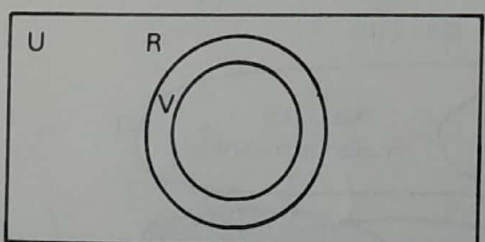
Atente para estes diagramas:



U = Universo = { animais}
A = { aves }
P = { peixes }

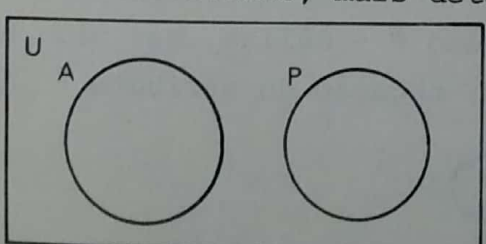


U = {rios do Brasil}
G = {rios com mais de 3.000 km. }
A = {rios da Bacia Amazônica }



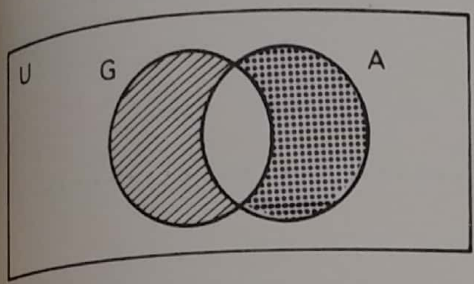
U = {flores }
R = {rosas }
V = {rosas vermelhas}

Observemos, mais detalhadamente, cada um destes diagramas:

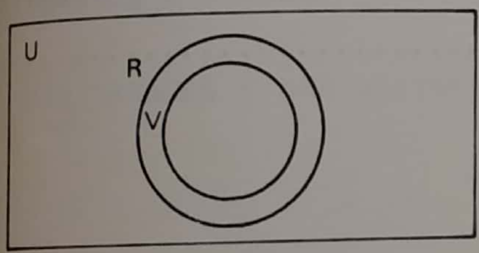


As aves ficarão dentro do círculo A.
Os peixes ficarão dentro do círculo P.
-Que animais ficarão no interior do retângulo e fora dos círculos ?

Pense: o Conjunto-Universo é Animais. Os animais dividem-se em: vertebrados e invertebrados. A classe dos vertebrados é composta de mamíferos, aves, peixes, batráquios e répteis. Se peixes e aves estão separados, então mamíferos, batráquios, répteis e invertebrados se localizam dentro do retângulo e fora dos círculos.



Na parte hachureada, ficarão os rios do Brasil com mais de 3000 Km, mas não da Bacia Amazônica. Na parte com pontinhos, ficarão os rios da Bacia Amazônica com menos de 3.000 Km. No espaço em que os dois círculos se interceptam, ficarão os rios da Bacia Amazônica com mais de 3.000 Km. Dentro do retângulo, porém fora dos círculos, ficarão os rios que são menores de 3.000 Km. e não pertencem à Bacia Amazônica, porém são todos do Brasil.



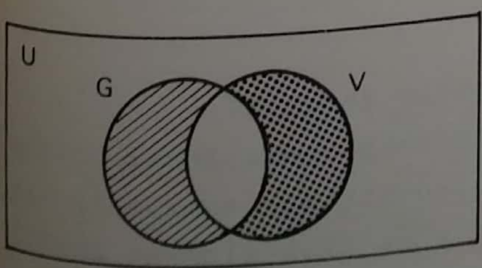
No espaço compreendido entre os dois círculos, estão as rosas não vermelhas.

No espaço fora dos círculos e dentro do retângulo, estão as flores que não são rosas.

RELAÇÃO ENTRE O 2º DIAGRAMA E UM QUADRO DE DUAS ENTRADAS

Tome 11 caixas grandes de fósforos, sendo 7 cheias e 4 vazias; 10 caixas pequenas de fósforos, sendo 7 vazias e 3 cheias. Procure colocá-las no diagrama abaixo, tendo em vista os dois conjuntos dados:

U {caixas de fósforos} V = { caixas vazias }



1- Quantas caixas ficaram em G hachureado?.......................

2- Quantas caixas ficaram em V com pontinhos? ....

3- Quantas caixas ficaram no espaço em branco? ....

Digitalizado com CamScanner

4- Quantas ficaram fora dos círculos mas dentro do retângulo?

....

5- Que caixas ficaram em G hachureado?

....

6. Que caixas ficaram em V pontilhado?

....

7. Que caixas ficaram no espaço em branco?

....

8. Que caixas ficaram fora dos círculos, mas dentro do retângulo?

....

Confronte as suas respostas.

1) 7

2) 7

3) 4

4) 3

5) GRANDES, NÃO VAZIAS, IMPLICA GRANDES E CHEIAS.

6) VAZIAS E NÃO GRANDES, IMPLICA EM VAZIAS E PEQUENAS.

7) GRANDES <u>E</u> VAZIAS

8) NÃO GRANDES <u>E</u> NÃO VAZIAS, IMPLICA EM PEQUENAS E CHEIAS.

Todo este exercício poderia ser feito por meio de um quadro de duas entradas. Veja e compare com o diagrama seguinte:

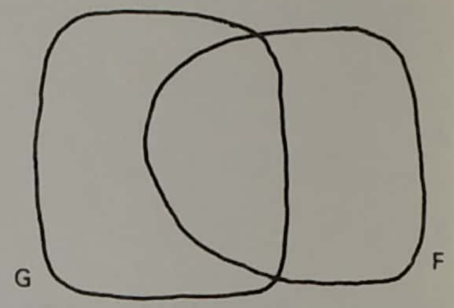
	G	NÃO GRANDES	
V	4	7	→ 11
NÃO VAZIAS	7	3	→ 10
	↓ 11	↓ 10	

Todas as vezes, professor, que examinar um Conjunto-Universo, focalizando dois conjuntos, e esses conjuntos apresentarem alguns elementos com atributos comuns, você poderá fazer o diagrama de linhas entrelaçadas ou o quadro de duas entradas, e obterá um exercício semelhante ao que fizemos.

Experimente fazê-lo, tomando botões com dois furos (alguns grandes e outros pequenos) e botões grandes.

U = {botões} G = {botões grandes} F = {botões com dois furos}

	G	NÃO GRANDES
F		
NÃO 2 FUROS		



VII - PÓS-TESTE

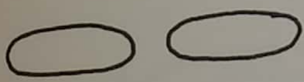
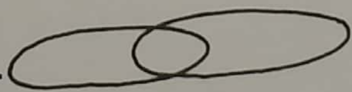
Antes de você se submeter ao presente Pós-teste, recomendamos que primeiramente reveja os pontos principais deste Módulo e em seguida leia, calmamente, as ordens abaixo. Agora, dê as respostas às questões formuladas. E boa sorte nesta sua prova!

1. Represente por enumeração o conjunto das cores da Bandeira Nacional.

2. Leia o conjunto P representado, abaixo, por compreensão:
   P = { X / X é Poder da União }

3. Represente por compreensão o conjunto dos Estados do Brasil.

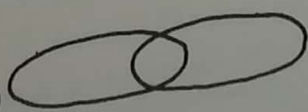
4. Escolha o diagrama para representar os dois conjuntos abaixo, e dê a denominação correspondente:
   F = { frutas amarelas } A ={ frutas ácidas }

a)  b)  c) 

5. Tendo 5 chapinhas prateadas (2 delas furadas) e 7 chapinhas coloridas (5 delas furadas); forme com elas 2 conjuntos:
   P = { chapinhas prateadas }
   F = { chapinhas furadas }
   Complete o quadro ao lado, com numerais.

	P	Não P
F		
Não F		

6. Forme os conjuntos com as letras das palavras aula e lua. Represente os dois conjuntos no diagrama correspondente.
   A = { } L = { }

a)  b)  c) 

7. Leia e escreva o que está representado simbolicamente em:
   { sapatos } $\not\subset$ { casas }

8. Qual é a relação expressa em linguagem simbólica em:

   $i \in \{ a, e, i, o, u \}$

9. Escreva em linguagem corrente o que está em linguagem simbólica:

   $\{ a, e, i, o, u \} \subseteq \{ \text{vogais} \}$

10. Escreva em linguagem simbólica: "O conjunto de pássaros está contido no conjunto aves."

GABARITO - PÓS TESTE - Nível de Suporte

MUNICÍPIO:................................ data da correção.........

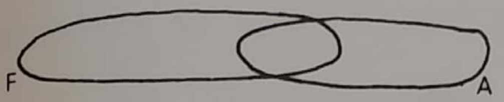
CURSISTA:...

NÚMERO DO MÓDULO:................

1. B = { verde, amarelo, azul e branco }
   { B ou C, ou outra letra maiúscula }

2. Conjunto P igual a X tal que X é Poder da União.

3. E = { X / x é um estado brasileiro }

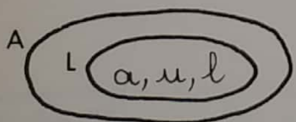
4. b) 

5.

	P	Não P	
F	2	5	→ 7
Não F	3	2	→ 5

7 + 5 > 12

6. A = { a,u,l }   L = { a,u,l }

   C) 

7. "Conjunto de sapatos" <u>não está contido</u> no "conjunto de casas".

8. Relação de pertinência.

9. O conjunto "a,e,i,o,u" está contido ou é igual ao "conjunto de vogais"

10. { pássaros } ⊂ { aves }

> *Se você conseguiu acertar 80% das questões, pode, então, passar para o Módulo seguinte.*
> *Se teve erros ou dúvidas, é aconselhavel que estude novamente o Módulo e faça o segundo Pós-teste.*

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

ESTUDO DIRIGIDO

RELAÇÕES

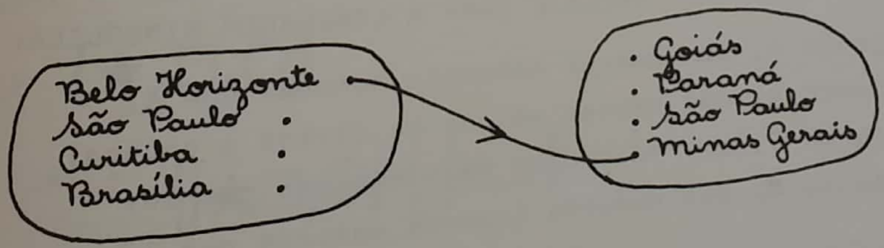
Complete:

1. NAS RELAÇÕES OS ELEMENTOS SÃO REPRESENTADOS POR .... E A RELAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS É REPRESENTADA PELA ....
Na relação "João é pai de Carlos", temos:

J .   C .

2. REPRESENTE A RELAÇÃO "É GENRO DE" E "É NORA DE", NO GRAFO ABAIXO:

3. FAÇA A REPRESENTAÇÃO CARTESIANA PARA A RELAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS DESTES CONJUNTOS.
A relação é "...................................."

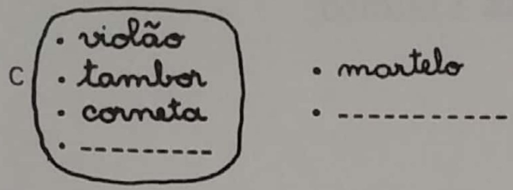


4. DIGA O QUE É RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA. ....
5. COMPLETE O EXERCÍCIO ABAIXO COM ∈ OU ∉

couve ... { frutas }
nabo ... { verduras }
rato ... { plantas }
leão ... { carnívoros }

lua ... { astros }
vitamina... { alimentos}
batata ... { frutas }
tigre ... { animais }

6. COMPLETE COM MAIS DOIS ELEMENTOS:



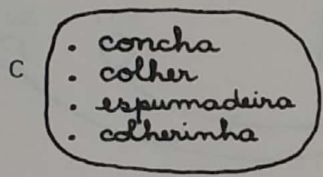
- Por que martelo está escrito fora do diagrama?

....

7. O QUE REPRESENTA A LETRA MAIÚSCULA JUNTO AO DIAGRAMA?

....

8. REPRESENTE O CONJUNTO ABAIXO, USANDO CHAVES:



....

9. QUAIS SÃO AS TRÊS MANEIRAS DE REPRESENTAR CONJUNTOS?

....

10. PASSE DA LINGUAGEM CORRENTE PARA A LINGUAGEM SIMBÓLICA:

Conjunto A, de números naturais menores que 5;
Conjunto C, das partes em que se divide a cabeça;
Conjunto D, dos múltiplos de 5 menores que 20;
Conjunto M, dos números ímpares maiores que 13.

....
....
....
....

11. A = { segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado e domingo }

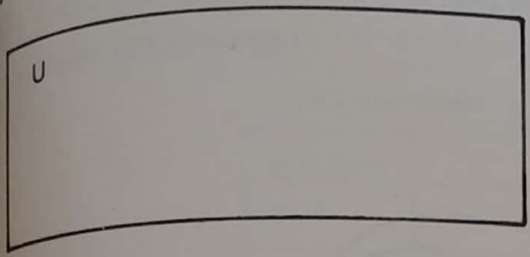
Passe para conjunto representado por extensão.

....

12. REPRESENTE O CONJUNTO DOS MÉDICOS, DE CURITIBA, POR COMPREENSÃO.

....

13. FORME UM SUBCONJUNTO NO CONJUNTO ABAIXO:



U = { órgãos dos sentidos }

{olhos,nariz,ouvidos,língua,tato}

- Faça um subconjunto M dos órgãos que estão situados na cabeça.
- Qual é o complementar do conjunto M?

....

14. COMPLETE COM $\subset$, $\supset$, $\not\subset$ ou $\not\supset$

A = { utensílios de cozinha }
B = { panelas }

C = { doces }
D = { verduras }

E = { animais }
F = { seres vivos }

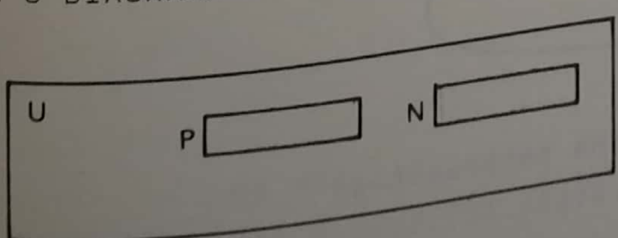
G = { vertebrados }
H = { insetos }

15. COMPLETE O "CONJUNTO DAS PARTES DO CONJUNTO A".

A = $\{\bigstar, \square, \bigcirc\}$

P (A) = $\{\{\bigstar, \square, \bigcirc\}; \{\ \}; \ldots\}$

16. OLHE O DIAGRAMA E DÊ NOME AO CONJUNTO UNIVERSO.



U= ....

P= pássaros.

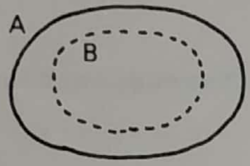
N= aves nadadoras.

17. O QUE É UM SUBCONJUNTO IMPRÓPRIO ?

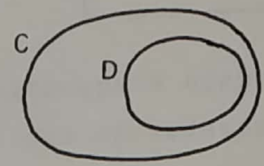
Resposta: ....

....

Marque o diagrama para subconjunto impróprio:



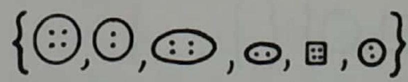
A = B



C > D

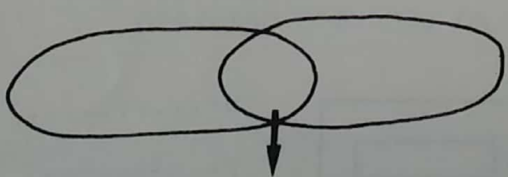
18. QUAIS SÃO OS DIAGRAMAS QUE USAMOS PARA REPRESENTAR CONJUNTOS DISJUNTOS?

19. QUAIS SÃO OS DIAGRAMAS QUE USAMOS PARA REPRESENTAR CONJUNTOS COM ALGUNS ELEMENTOS COMUNS?

20. SEJA O UNIVERSO: 

A = { botões grandes }

B = { botões com dois furos }



a) Que botões ficaram na intersecção?

....

b) Que botões ficaram em A, fora da intersecção?

....

c) Que botões ficaram em B, fora da intersecção?

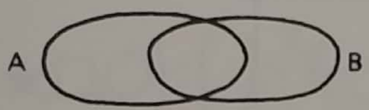
....

21. COLOQUE OS BOTÕES DO UNIVERSO DA PÁGINA ANTERIOR, NO QUADRO DE DUAS ENTRADAS:

botões	G	$\sim$ G
2 f		
$\sim$ 2 f		

..... > .....
.....

22. AINDA SOBRE O MESMO CONJUNTO DE BOTÕES, SOMBREIE O CONJUNTO COM PLEMENTAR DE B.



23. COPIE AQUI A DEFINIÇÃO DE PERTINÊNCIA.

....

....

....

....

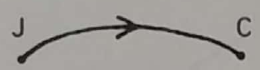
....

....

Se você se sentiu bem seguro, pode se submeter a novo Pós-teste. E boa sorte!

RESPOSTAS DO ESTUDO DIRIGIDO

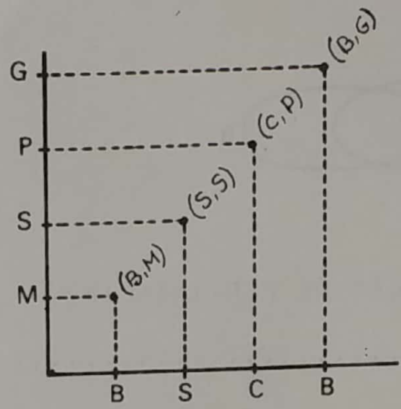
1. Pontos; sagital.



"é pai de"

2. Sagitais saindo de esposo para pais de esposa;
   Sagitais sainda da esposa para pais de esposo.

3. "É capital de"



4. É a que se estabelece entre o elemento e o conjunto.

5. couve $\notin$ { frutas }
   nabo $\in$ { verduras }
   rato $\notin$ { plantas }
   leão $\in$ { carnívoros }
   lua $\in$ { astros }
   vitaminas $\in$ { alimentos }
   batata $\notin$ { frutas }
   tigre $\in$ { animais}

6. (Um instrumento musical) e (não instrumento musical).
   Porque martelo não é instrumento musical.

7. A denominação do conjunto.

8. C = {concha, colher, espumadeira, colherinha }

9. Por enumeração, extensão e compreensão.

10. A = { 0,1,2,3,4 } ou A = {x $\in$ N/ x $<$ 5}

    C = { crânio e face }

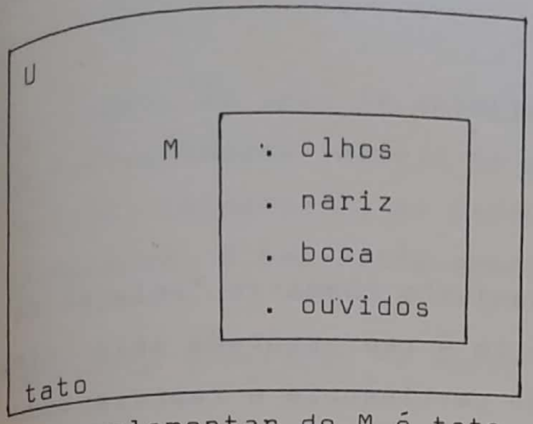
    D = { 5,10,15 } ou D = { x $\in$ N/x é múltiplo de 5 $<$ 20 }

    M = { 15,17,19...} ou M ={ x $\in$ N/x é ímpar $>$ 13 }

11. A = { segunda-feira, terça-feira ... domingo }

12. M = { x/x é médico em Curitiba }

13.



O complementar de M é tato.

14. A ⊃ B; C ⊄ D: E ⊂ F; G ⊅ H.

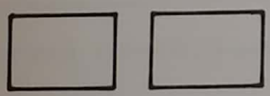
15. P (A) = {{★,□,○};{ };{★,□};{★,○};{□,○};{★};{○};{□}}

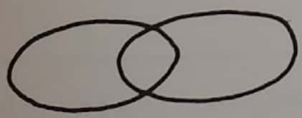
16. Conjunto Universo: Aves (ou expressão semelhante).

17. É o subconjunto que absorve todos os elementos do conjunto.

(absorve = é formado)

O diagrama é A = B

18.  os dois são separados.

19.  os dois são entrelaçados.

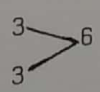
20. a) grandes e com 2 furos.

b) grandes e com 4 furos.

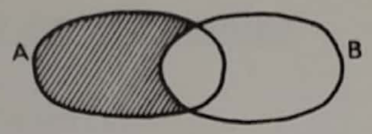
c) pequenos com 2 furos.

21.

BOTÕES	G	~ G
2 f	1	2
~ 2 f	2	1



22.



23. A relação entre o elemento e o conjunto chama-se "relação de pertinência". A relação de pertinência é representada pelo símbolo $\in$, que se lê: "pertence a". A não pertinência é representada pelo símbolo $\notin$ que se lê: "não pertence a".

IX - PÓS - TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Antes de você se submeter ao presente Pós-Teste, recomendamos que primeiramente reveja os pontos principais deste módulo e em seguida leia, calmamente, as ordens abaixo. Agora, responda às questões formuladas. E boa-sorte nesta sua prova.

1 - Represente a relação "é amigo de", usando sagitais.

____

2 - Complete com o símbolo $\in$ ou $\notin$.

caju..... {frutas}   lua ...... {astros}

couve.... {frutas}   batata.... {frutas}

3 - No conjunto abaixo:

A $\boxed{\text{sol lua estrela}}$ · foguete

Por que foguete está escrito fora do conjunto?

____

4 - Escreva simbolicamente:

- Conjunto A, de números naturais menores que 5

____

5 - Represente o conjunto A por extensão:

A = {dias da semana }

A = {

6 - Represente o conjunto D, partes do corpo humano, por enumeração.

D = {

7 - Complete com o símbolo: $\supset, \subset, \not\supset, \not\subset$:

A = {utensílios de cozinha}

B = {panelas}

A .... B

8 - Complete o "Conjunto das Partes do Conjunto A":

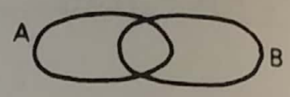
A = {★, ☾}

P(A) =

9 - Sombreie a resposta para complementar de A.

A = { rosas e jasmins }

B = { jasmins e cravos }



10 - Forme os conjuntos com as letras das palavras:

RUA e PURA

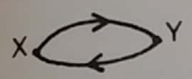
Coloque os conjuntos num diagrama.

GABARITO - PÓS TESTE - Nivel de Suporte

MUNICÍPIO:.......................... data da correção...........

CURSISTA:..

NÚMERO DO MÓDULO:............

1. 

(qualquer letras)

2. Caju ∈ { frutas }; couve ∉ {frutas }; lua ∈ {astros};
batata ∉ { frutas }~

3. Porque foguete não pertence ao conjunto de astros.

4. A = { 0, 1, 2, 3, 4 } ou A = { X E N / x < 5}

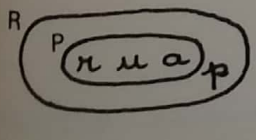
5. A = { segunda-feira, terça-feira, ... domingo}

6. D = { cabeça, tronco, membros }

7. A ⊃ B

8. P (A) = {{★, ☾}; { }; {★}; {☾}}

9. 

10. 

Se você conseguiu acertar 80% das questões, pode, então passar para o Módulo seguinte.

ORIENT. DE APRENDIZAGEM LOCAL

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

GRUEMA (Grupo de Ensino de Matemática Atualizada), *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau*, volume 4 e 5, Cia Editora Nacional.

NEDEM (Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática), *Ensino Moderno da Matemática*, volumes 4 e 5, Editora do Brasil S/A ., São Paulo, 1974.

Manual de Orientação, *Currículo de 1º grau*, *Matemática*, Estado de Minas Gerais, Minas Gráfica Editora Ltda.

ROXO, Maria Helena e NEVES, Maria Luiza do Carmo, *Didática Viva da Matemática no Curso Primário*, Editora Moderna Ltda, 1970.

XII - GLOSSÁRIO

A

ARTIFICIAL ——— adj. 2 gên. Produzido por, arte ou indústria; desnatural.

ASTRO ——— s.m. Designação comum a todos os corpos celestes.

C

CAPACITAR ——— v.t. Tornar capaz; convencer; habilitar; convencer.

CARACTERIZAR ——— v.t. Individualizar; distinguir; assinalar; pintar e trajar o ator para entrar em cena.

CONCLUIR ——— v.t. Terminar; acabar; deduzir; inferir.

CONJUNÇÃO ——— s.f. União; conjuntura; oportunidade; gram.: partícula que liga duas orações.

D

DENOMINAR ——— v.t.Nomear; por nome; designar

DETERMINADO ——— adj. Definido; resoluto; expedito.

DISJUNÇÃO ——— s.f. Separação; desunião;desconexão.

DISTINGUIR ——— v.t. Diferençar; separar; discriminar; divisar; avistar; perceber.

E

EFICIENTE ——— adj. 2 gên. Eficaz; agente de ação.

ENUMERAÇÃO ——— s.f. Citação em série; exposição ; narração; cálculo.

EXCLUSÃO ——— s.f. Afastamento; eliminação.

F

FOCALIZAR ——— v.t. Enfocar; pôr em foco, em evidência.

H

HACHUREAR ——— v.t. Traçar hachuras em; sombrear.

HERBÍVORO ——— adj. Que se alimenta de erva ou vegetais.

HORIZONTE ——— s.m. Círculo limitante do campo da nossa observação; fig.: espaço.

I

INCLUSÃO ——— s.f. Abrangimento; encerramento; envolvimento.

R

RACIOCÍNIO ——— s.m. Encadeamento de argumentos mediante o qual dois ou mais juízos dados nos permitem inferir outras, tirar conclusão; juízo.

RESPECTIVA ——— adj. Que diz respeito a cada um em particular; próprio.

S

SEQÜÊNCIA —— s.f. Seguimento; continuação; série.

SIMBOLOGIA —— s.f. Estudo referente aos símbolos.

V

VIRTUDES TEOLOGAIS —— Virtudes cristãs (fé, esperança e caridade).

$\in$ - pertence a

$\notin$ - não pertence a

$\subset$ - é subconjunto de; "está contido".

$\not\subset$ - não é subconjunto de; "não está contido".

$\cup$ - reunião.

$\cap$ - intersecção.

$\emptyset$ - conjunto vazio.

$\neq$ - diferente de.

$<$ - menor que.

$\leq$ - menor ou igual a.

$>$ - maior que.

$\geq$ - maior ou igual a.

$\mathbb{N}$ - conjunto dos números naturais: N= { 0, 1, 2 ... }

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado