MATEMÁTICA

PDE | GESTAR II

PROGRAMA GESTÃO
DA APRENDIZAGEM ESCOLAR

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA NA ALIMENTAÇÃO E NOS IMPOSTOS – TP1

GESTAR II

PDE | GESTAR II

PROGRAMA GESTÃO
DA APRENDIZAGEM ESCOLAR

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA NA ALIMENTAÇÃO E NOS IMPOSTOS

TP1

CADERNO DE TEORIA E PRÁTICA

Presidência da República
Ministério da Educação
Secretaria Executiva
Secretaria de Educação Básica

PROGRAMA GESTÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR GESTAR II

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS/SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA

CADERNO DE TEORIA E PRÁTICA 1

MATEMÁTICA NA ALIMENTAÇÃO E NOS IMPOSTOS

Diretoria de Políticas de Formação, Materiais Didáticos e de Tecnologias para a Educação Básica
Coordenação Geral de Formação de Professores

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II

Matemática

Organizador
Cristiano Alberto Muniz

Autores
Ana Lúcia Braz Dias - TP2, TP3 e TP5
Doutora em Matemática
Universidade de Indiana

Celso de Oliveira Faria - TP2, TP4, TP5, AAA1, AAA2 e AAA3
Mestre em Educação
Universidade Federal de Goiás/UFG

Cristiano Alberto Muniz - TP1 e TP4
Doutor em Ciência da Educação
Universidade Paris XIII
Professor Adjunto - Educação Matemática
Universidade de Brasília/UnB

Nilza Eigenheer Bertoni - TP1, TP3, TP4, TP5 e TP6
Mestre em Matemática
Universidade de Brasília/UnB

Regina da Silva Pina Neves - AAA4, AAA5 e AAA6
Mestre em Educação
Universidade de Brasília/UnB

Sinval Braga de Freitas - TP6
Mestre em Matemática
Universidade de Brasília/UnB

Guias e Manuais

Autores
Elciene de Oliveira Diniz Barbosa
Especialização em Língua Portuguesa
Universidade Salgado de Oliveira/UNIVERSO

Lúcia Helena Cavasin Zabotto Pulino
Doutora em Filosofia
Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP
Professora Adjunta - Instituto de Psicologia
Universidade de Brasília/UnB

Paola Maluceli Lins
Mestre em Lingüística
Universidade Federal de Pernambuco/UFPE

Ilustrações
Francisco Régis e Tatiana Rivoire

DISTRIBUIÇÃO
SEB - Secretaria de Educação Básica
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, 5o Andar, Sala 500
CEP: 70047-900 - Brasília-DF - Brasil

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 - TP1: matemática na alimentação e nos impostos. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

228 p.: il.

1. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar. 2. Matemática. 3. Formação de Professores. I. Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.

CDU 371.13

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

PROGRAMA GESTÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR GESTAR II

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS/SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA

CADERNO DE TEORIA E PRÁTICA 1

MATEMÁTICA NA ALIMENTAÇÃO E NOS IMPOSTOS

BRASÍLIA
2008

Sumário

PARTE II

PARTE III

Apresentação

Caro Professor, cara Professora:

Ao iniciar este módulo é importante que você tenha uma visão mais ampla da proposta de Matemática, como estão estruturados os módulos em unidades e estes em seções. É necessário, caro professor, que você vá se situando, momento a momento, nos diferentes estágios e circunstâncias da proposta.

Primeiro reconhecimento que você fará é que a matemática se apresenta na proposta impregnada em diferentes aspectos da vida real e em situações significativas. Um segundo reconhecimento imediato é da provocação do desenvolvimento dessa visão de matemática junto aos seus alunos.

Este trabalho foi elaborado, com carinho e muita dedicação, pensando em você, nos seus interesses, nas suas necessidades e nas suas dúvidas e facilidades. A idéia central que conduziu a produção da equipe foi, a todo momento, que tipo de proposta levar a você que possa ser de real valor para ajudá-lo a melhor desenvolver seu trabalho pedagógico em matemática nas séries finais do ensino fundamental.

Sem dúvida, trata-se de uma proposta muito abrangente quando vemos que se destina a professores de diferentes regiões do nosso Brasil. Por isso, foi importante nossa vivência com formação de professores, nos mais diferentes espaços geográficos, para que a proposta se aproxime o máximo possível dos seus interesses e necessidades.

Pensar na qualidade do trabalho pedagógico em sala de aula em Matemática requereu num duplo pensamento: de um lado, no próprio fazer matemático do professor, ou seja, o quanto de matemática e que tipo de matemática precisamos saber para desenvolvermos um bom trabalho; de outro lado, no fazer pedagógico, do como trabalhar a matemática com nossos alunos.

Essa preocupação fez com que a proposta fosse estruturada a partir de três eixos:

– Conhecimentos matemáticos: um convite ao "fazer matemático".

– Conhecimentos de Educação Matemática: um convite à leituras, reflexões e discussões acerca do tema.

– Transposição Didática, que implica conhecimentos para a sala de aula.

Cada caderno será composto de 4 unidades, sendo que em cada unidade você encontrará conhecimentos relacionados aos três eixos.

Os **conhecimentos matemáticos para você**, professor do GESTAR, serão desenvolvidos em dois momentos:

A – Na seção 1 de cada unidade, ao vivenciar a resolução de uma situação-problema como uma estratégia para mobilizar conhecimentos matemáticos já conhecidos ou buscar outros que emergem naturalmente no contexto.

B – Na seção 2, pela construção de conhecimentos matemáticos em ação, na qual, a partir da situação-problema da seção 1, procuraremos buscar e elaborar procedimentos e conceitos matemáticos envolvidos.

Os **conhecimentos matemáticos para os alunos** serão desenvolvidos na seção 3. Educar envolve muito mais que preparar uma boa aula, estruturar atividades e apresentar um conteúdo de forma organizada. Você, professor, precisa estar "afiado" também em outros aspectos da Educação Matemática: o "contrato didático", as novas dimensões do currículo, o papel das interações dos alunos entre si e com o professor em sua aprendizagem...

São estes assuntos que compõem o segundo eixo de estruturamento dos módulos de matemática do GESTAR, o eixo "**Conhecimentos de Educação Matemática**", e sobre os quais vamos conversar em dois espaços:

A – No Texto de Referência que aparece ao final de cada unidade e

B – Em pequenos textos que podem surgir nas seções 2 e 3, que aparecem em quadros com o título "Aprendendo sobre Educação Matemática".

Nestes dois espaços você vai encontrar estes assuntos sistematizados textualmente. Mas esperamos que você aprenda sobre educação matemática também na prática, ao longo de toda a unidade. Como se dará isto?

Ao iniciarmos cada Unidade com uma situação-problema, já estamos fazendo que você vivencie um novo modo de aprender matemática, a partir de situações do mundo real e que, para sua solução, requerem a busca e a construção de conhecimentos matemáticos. Essa busca e construção ocorrem, portanto, a partir de necessidades geradas por uma situação real, e não impostas dentro de uma concepção linear de currículo.

Ou seja, os módulos do GESTAR fazem uso de teorias de Educação Matemática para ajudá-lo a crescer em sua relação com a matemática e no modo como você a utiliza em sua vida. Vivendo, na prática, um processo de Educação Matemática, e aprendendo mais sobre essa área do conhecimento nos quadros e no Texto de Referência, você poderá entender e ajudar a construir a Educação Matemática de seus alunos.

Os conhecimentos relativos ao terceiro eixo de estruturação dos módulos, a **Transposição Didática**, aparecem sempre na seção 3. Ela visa a ajudá-lo a conhecer e produzir situações didáticas que facilitem o desenvolvimento, em sala de aula, de conhecimentos matemáticos vistos nas seções 1 e 2.

Portanto, as seções 1 e 2 são voltadas para o **seu** processo de Educação Matemática. A seção 3 procura ajudá-lo em um dos aspectos da Educação Matemática **de seus alunos**: o modo como você poderá fazer, em sala de aula, a Transposição Didática, dos conteúdos matemáticos que você trabalhou nas seções 1 e 2.

Nós quatro esperamos fielmente que este caderno provoque momentos de dúvidas, desafios, aventuras e, acima de tudo, alegria e satisfação diante da oportunidade de expandir seus limites realizando novas e interessantes aprendizagens. Um bom trabalho e até breve!

PARTE I

TEORIA E PRÁTICA 1

- Unidade 1
- Unidade 2
- Unidade 3
- Unidade 4

GESTAR TP1

GESTAR II

TP1 - Matemática

Vem, vamos embora, que esperar não é saber
Quem sabe faz a hora, não espera acontecer
Caminhando - Pra Não Dizer que Não Falei das Flores
Geraldo Vandré

Caro professor, cara professora:

Iniciar novos caminhos é sempre um bom momento em nossas vidas. Ainda mais se começamos a caminhada com vontade e disposição, esperando encontrar coisas e pessoas interessantes, que nos ajudarão a aumentarmos nosso conhecimento, modificarmos nossa visão do mundo e desenvolvermos nossas competências para um saber viver e uma atuação profissional melhores.

É sempre bom conhecermos, de antemão, a rota que vamos percorrer. No TP1, ela compreende quatro etapas: as Unidades 1, 2, 3 e 4, todas com temas relevantes para nosso viver no mundo atual.

As unidades são interligadas, duas a duas.

O tema central das duas primeiras é a questão da boa alimentação, condição essencial de vida e de saúde. A Unidade 1 aborda a alimentação dos animais, em geral. A Unidade 2 aborda a alimentação do ser humano.

Já as duas unidades seguintes tratam de impostos, algo de que nenhum cidadão escapa, você sabia disso? A unidade 3 gira em torno do Imposto de Renda; a Unidade 4, em torno de impostos em geral.

Cada uma delas inicia-se com uma situação-problema relacionada a esses temas. Isso não é estimulante? Partir de problemáticas importantes e usar a matemática para resolver situações-problema relacionadas, fazendo hipóteses, tentativas, remexendo em conhecimentos que já vimos e buscando outros.

Neste TP1, os conhecimentos envolvidos nas situações-problema e desenvolvidos nas Unidades são básicos para a matemática da 5ª à 8ª série ou 6º ao 9º ano.

Assim, nas Unidades 1 e 2 serão tratados medidas e decimais, áreas e volumes, razão, proporcionalidade, escalas, tabelas e gráficos e equações.

Nossa! Mas, se tanta coisa foi tratada nas duas primeiras unidades, talvez seja bom voltar a alguns deles e discuti-los mais pausadamente, concorda?

É o que acontece nas Unidades 3 e 4. Levaremos um tempão, na Unidade 3, esmiuçando o conceito de porcentagem, desenvolvendo aspectos novos relacionados a esse conceito. Depois, trataremos dos números racionais e irracionais, proporções e regra de três, razões de semelhança. Na Unidade 4, surgirão gráficos não cartesianos, números negativos e ângulos.

Ao final de cada Unidade, temos um presente para você. Procure um canto solitário e uma hora em que lhe dê vontade de pensar sem ninguém para atrapalhá-lo. Mergulhe no texto de Educação Matemática do final de cada unidade. Deixe seu pensamento ir e voltar do texto para a sua prática, muitas vezes.

Veja o nome de cada texto :

- Resolução de Problemas.
- Teoria dos Campos Conceituais.
- Currículo de Matemática em Rede.
- Transposição didática - O professor como construtor de conhecimento.

Não dá vontade de abrir logo o presente? Boa caminhada a você e a nós todos!

Unidade 1

Explorando conceitos matemáticos numa discussão sobre alimentação

Cristiano Alberto Muniz

Iniciando a nossa conversa

Vamos desenvolver nossas atividades a partir de um assunto de alta relevância: a necessidade de uma boa alimentação como condição essencial de vida e de saúde. Assim, você está recebendo um material cujo objetivo é harmonizar os conteúdos abordados neste caderno de Teoria e Prática (TP) e articular os temas escolhidos na construção das situações-problema e na transposição didática. Logo, as unidades iniciais deste TP estarão estruturadas em torno da temática ***alimentação.***

A primeira unidade será dedicada a situações que dizem respeito à alimentação dos animais em geral, e explora o quanto um animal come e o quanto precisaria comer para ter saúde, e explora situações nas quais a produção de alimentos torna-se um ramo de interesse tanto da economia como da ecologia.

Na segunda unidade, será explorado o tema "alimentação do ser humano", mais especificamente as necessidades nutricionais, assim como a carência de ferro no organismo decorrente de uma má alimentação. Assim, veremos que a qualidade da alimentação diz respeito não apenas à quantidade ingerida, mas também à qualidade dos alimentos, em especial seus nutrientes. Esse enfoque será trabalhado na unidade seguinte quando o tema da situação-problema será a qualidade da alimentação dos brasileiros.

É um assunto repleto de conhecimentos não só físicos e químicos, mas, como vimos acima, de conceitos matemáticos que nos possibilitam uma exploração de situações interessantes. Conceitos centrais que serão tratados nesse tema alimentação são equações, área e volume, tratamento de informações, medidas e decimais (comparação e operação). Esta unidade está organizada em três seções:

1. Resolução de situação-problema

Na resolução da situação-problema, a partir de um texto sobre a alimentação de alguns animais, poderemos refletir sobre a questão de proporcionalidade apoiado sobre diferentes formas de registro de informações matemáticas, em especial a linguagem dos gráficos.

Serão vitais conceitos matemáticos para a resolução da situação tais como a idéia de escala e, portanto, de razão. A situação-problema será um bom "gancho" para uma primeira exploração de conceitos de porcentagem que serão aprofundados em unidades posteriores.

2. Construção do conhecimento matemático em ação

A partir das provocações iniciadas na situação-problema, em especial envolvendo conceitos matemáticos ligados à noção de proporcionalidade, você terá uma importante oportunidade, professor, de revisitar alguns conceitos e alguns procedimentos, ou mesmo construir novos conhecimentos e sistematizar outros, os quais poderão, quem sabe, ajudar a conceber formas mais adequadas de resolver a situação-problema proposta na seção 1.

A partir dessa situação e do conteúdo central, teremos a oportunidade de mobilizar conceitos sobre medidas de comprimento, de superfície, de volume, de massa, de capacidade, de tempo, de ângulos, além da exploração de figuras espaciais. A exploração de organização de informações em tabelas e gráficos será uma constante ao longo da proposta desta unidade.

3. Transposição didática

Após suas próprias experiências e aventuras matemáticas propiciadas pelas atividades propostas nas seções 1 e 2, é hora de você, professor, pensar na sua prática de sala de aula: do que foi vivenciado, o que podemos levar para seus alunos, com as devidas adaptações?

Continuando a idéia de propor "atividades", como foi feito nas seções anteriores, continuaremos a convidá-lo a realizar "atividades", mas, agora, é diferente!!!! As atividades são propostas de ida à sala de aula, para experimentar tais aventuras matemáticas junto com os alunos, procurando observar e registrar os resultados para uma futura discussão com os demais professores colegas que também participam do GESTAR.

Do que foi vivenciado, o que podemos levar para seus alunos, com as devidas adaptações?

Nesta primeira unidade o convite será de levar para a sala de aula experiências envolvendo medidas, organizando as informações em tabelas e gráficos. A partir das informações obtidas, explorar a idéia de "valor médio". A exploração de fórmulas em situações significativas para os alunos será igualmente proposta.

A seção termina com um pequeno texto sobre a noção de estética que poderá ser levado aos alunos para discussão da temática.

Todas as unidades serão seguidas de um **Texto de Referência** que tem por objetivo focalizar as bases teóricas em Educação Matemática que dão sustentação ao trabalho e que merece leitura e reflexão do professor.

Caro professor, não deixe de ler o Texto de Referência, pois ele é muito importante na sua formação no campo da Educação Matemática, sendo produzido ou selecionado por nós pensando especialmente em você. Os textos trazem sínteses importantes que você só obteria lendo muitos e variados textos. O nosso texto dá a você uma primeira visão sobre temas de alta relevância para o ensino de matemática.

Nesta unidade o Texto de Referência trata da importância da resolução de situações-problema para a aprendizagem significativa da matemática.

Definindo o nosso percurso

Ao longo desta unidade, esperamos que você possa estar constituindo conhecimentos como:

1 – Com relação ao seu conhecimento de conteúdos matemáticos:

– Identificar os conceitos de volume, de medidas, de tratamento de informações, de números decimais, equações em que estes possam servir de base para a construção de procedimentos para tomada de decisões e resolução de situações-problema inseridos no contexto de *alimentação*.

2 – Com relação aos seus conhecimentos sobre Educação Matemática:

– Caracterizar situações-problema, campo conceitual, currículo em rede e o fazer matemático do aluno.

3 – Com relação à sua situação em sala de aula:

– Conhecer e produzir, com relação aos temas tratados, situações didáticas adequadas à série em que atua envolvendo medidas, tabelas, gráficos e médias, noção de ângulos e figuras geométricas.

Seção 1

Integrando a matemática ao mundo real: estudando proporcionalidade na alimentação dos animais

Objetivo da seção

Esperamos que ao longo desta seção você possa, resolvendo uma situação-problema, mobilizar e desenvolver conhecimentos relacionados a:

• Reconhecimento da matemática no mundo dos alimentos e da saúde: mobilizar conceitos de números decimais, área, volume, equações, porcentagem e medidas na resolução de situação-problema, permitindo o desenvolvimento de um pensamento crítico frente a situações envolvendo questões de alimentação e saúde.

• Reconhecimento da existência de um campo conceitual de números e proporções numa situação envolvendo o tema *alimentação*.

Veja o texto abaixo:

Os animais são curiosos pelas suas interessantes dietas e padrões de alimentação. Por exemplo, o urso pardo é um animal muito temido pelo seu tamanho e força, ainda que prefira comer frutas. E embora o urso polar possa comer quase 20% do peso do seu corpo durante uma refeição, ele pode fazer esta refeição de seis em seis dias. Veja a seguir algumas informações sobre a quantidade de comida que diferentes animais comem normalmente:

- *O urso polar macho pode pesar mais do que 680kg e poderá comer cerca de 68kg durante uma refeição de 30 minutos, isto significa que ele necessita em torno de 11kg diários, já que faz suas refeições a cada seis dias.*
- *Um morcego pesa cerca de 28g e poderá comer 28 gramas de comida por dia.*
- *A abelha rainha pesa cerca de 0,113 grama mas poderá comer cerca de 9 gramas de comida por dia quando está pondo ovos.*
- *Em média, um tigre pesa cerca de 227kg e pode comer cerca de 35kg de carne numa única refeição. Em compensação, os tigres esperam vários dias para atacar um animal e fazer uma nova refeição, então ele utiliza, em média, 6,4kg de comida para manter sua energia corporal.*
- *Em média uma hâmster fêmea pesa cerca de 100g e consome cerca de 11g de comida por dia.*
- *Um elefante normalmente pesa 4,1 toneladas e come cerca de 180kg de comida por dia.*
- *Em média um beija-flor pesa cerca de 3,1g e deve comer cerca de 10 minutos durante um dia. O beija-flor deverá consumir aproximadamente 2g de comida por dia.*

(Tradução livre – Animals as our Companions, Word's Largest Math, NCTM)

Resolução de situação-problema: proporcionalidade na alimentação dos animais

Você acredita nisto? Que uma abelha rainha pode comer mais que um elefante? Mais que um urso polar ou tigre? E mais, um morcego come mais do que um elefante, também.

É necessário analisar com cuidado, já que a abelha come mais do que o urso se estabelecermos uma relação entre o peso daquilo que come com o seu peso.

Atividade 1

Vamos analisar os dados construindo um gráfico de barras no qual uma das barras apresente o peso médio do animal (para cada um apresentado no texto) e a outra, a quantidade de comida de que ele precisa diariamente.

Ao fazer as representações você deve ter observado que, por estar trabalhando com animais de tamanhos tão diferentes, fica difícil apresentar num mesmo eixo de sistema de coordenadas o peso de todos os animais (por exemplo, o peso do elefante e o da abelha). Dessa forma, seria interessante agruparmos os animais maiores em um grupo e os menos pesados em outro grupo.

Animais maiores	Animais menores
Urso polar	Morcego
Tigre	Abelha rainha
Elefante	Hâmster
	Beija-flor

Com os animais separados em dois grupos, pode-se fazer uma representação gráfica em quilos e outra em gramas. Dessa forma, estaremos utilizando escalas diferentes.

Articulando conhecimentos

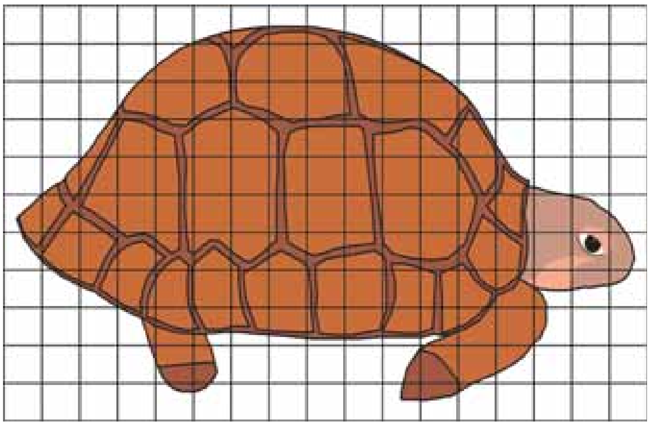
Escala: pode ser definida com uma razão entre dois números, dois valores ou medidas. A escala é dada por um número, indicando a relação entre os dois termos considerados, e desprovido de uma grandeza, sendo portanto um "número puro", indica "quantas vezes um está em relação ao outro". A escala é muito usada no desenho, como em reduções e ampliações, em croquis, plantas e mapas, muito útil em navegação e nas ciências de forma geral. Nas artes, na música, na culinária e no artesanato encontramos a presença da escala, apesar de muitas vezes as pessoas não tomarem consciência de tal presença e de sua importância.

A representação gráfica de escalas é uma constante no nosso dia-a-dia, ou seja, sobretudo nos mapas e em plantas, nos quais, por meio da definição de segmentos e sua medição, podemos encontrar a relação existente nas distâncias no desenho com as distâncias reais. Um uso mais complexo das escalas está presente nos gráficos, muito presente hoje nas mídias, sendo importante ao leitor crítico levar em conta as escalas utilizadas para que possa ter uma compreensão adequada do fenômeno representado graficamente.

Nos mapas antigos observa-se que as escalas utilizadas não respeitam as reais proporcionalidades das diferentes regiões, apresentando um desequilíbrio entre as dimensões. Esse desequilíbrio tem um forte cunho político, uma vez que a representação é influenciada mais pelas condições econômicas e políticas do que pelas de cunho geofísico.

A escala enquanto razão e sua representação gráfica será objeto de estudo ao longo deste programa do GESTAR.

Para uma melhor idéia de escala, caso tenha dúvidas sobre o seu conceito, meça com uma régua centimetrada (graduada em centímetros e em milímetros) o desenho da figura ao lado, e reproduza a tartaruga aumentando proporcionalmente três vezes suas dimensões. Assim, diríamos que a escala seria de 1:3, ou seja, cada centímetro do desenho abaixo representará 3 centímetros do seu desenho.



Atividade 2

Refaça a representação dos gráficos em escalas diferentes, apropriados a cada um deles.

Veja que o desenho em escalas diferentes nos permite melhor analisar os resultados e os dados. Observando os gráficos, comparando a quantidade de comida com o peso do animal, responda às perguntas:

1 – Qual animal come mais?

---

2 – Qual animal come menos?

---

3 – Dentre os animais menores, qual come mais? E menos?

---

4 – Dentre os animais maiores, qual come mais? E menos?

Você pode perceber que fazer essa análise em relação à representação gráfica não é ainda uma tarefa simples, pois a comparação deve ser feita observando-se a diferença entre o peso do animal e o quanto come. Então qual seria uma estratégia melhor para analisar os dados? Uma boa estratégia é usar uma mesma comparação válida para os animais, tal como comparar a diferença em relação a 100kg para os animais mais pesados e 100g para os animais menores.

Atenção!

Caro professor, esperamos que tenha notado que os dados da alimentação dos animais referem-se a doses diárias; porém, no caso do tigre, isso não é verdade, o que vai influenciar nas respostas. Caso não tenha prestado atenção a esse fato, volte à situação e verifique os dados de cada animal.

Claro que essa comparação poderia ser feita em relação a 1.000kg (ou 1.000g) ou 10kg (ou 10g). Isso vai depender do referencial que se queira. Compararemos em relação a 100, uma vez que na matemática já temos o conceito **porcentagem** que representa uma comparação em relação a 100.

Articulando conhecimentos

A porcentagem é um conceito que mostra uma razão e será objeto de estudo ao longo deste TP e em outras unidades dos demais Cadernos de Teoria e Prática.

Atividade 3

Vamos organizar os dados acima em uma tabela para podermos analisar melhor. Na primeira coluna, coloque o peso médio de cada animal; na segunda, o quanto de comida precisa aproximadamente por dia; na terceira coluna, tente fazer o cálculo mentalmente e registre. Na última coluna, use uma calculadora e calcule qual porcentagem representa um dia de alimentação a partir do seu peso.

Veja o primeiro exemplo:

ANIMAL	PESO MÉDIO	COMIDA/DIA	% ESTIMADO	PORCENTUAL
Urso polar	680kg	11kg	1,5%	$\frac{11}{680} \times 100 \cong 1,62$
Morcego				
Abelha rainha				
Tigre				
Hâmster				
Elefante				
Beija-flor				

Agora seria interessante fazermos um gráfico de coluna, no qual o eixo horizontal (das abscissas) registre os diferentes tipos de animais da tabela, e no eixo vertical (das ordenadas) sejam registradas as **porcentagens.** Para tanto, é importante que no eixo vertical o intervalo de valores (entre o máximo e o mínimo) possibilite que consideremos todos os valores percentuais encontrados na tabela anterior.

Atividade 4

Quanto de comida você come por dia em relação ao seu peso? Que tal você fazer uma estimativa do quanto você come?

Faça também a análise de seu estado de saúde relacionando a proporção entre o seu peso e a quantidade de comida consumida diariamente por você. Quanto à qualidade da nossa alimentação, isso será tema de discussão na Unidade 2 deste TP. Considerando essa razão entre o que você come e seu peso corporal, podemos dizer que você come proporcionalmente como um elefante, tigre, urso, hâmster, beija-flor, morcego ou abelha rainha?

Aprendendo sobre Educação Matemática

Caro professor, devemos perceber que as atividades iniciais desta Unidade nos levam a tratar de um conjunto de conceitos matemáticos que aparecem nas situações e no processo de resolução integrada, de tal modo que um conceito perpassa outro, com procedimento envolvendo mais do que uma única idéia matemática. Tal fato fica mais evidenciado ao vermos que, ao trabalharmos com proporções, acabamos por lidar com idéias de múltiplos, ordem de grandeza, razões, divisão, escalas, medidas, fracionamentos do inteiro e representações gráficas, dentre outros. Esses conceitos matemáticos coexistem em situações de proporcionalidade, todos eles articulados entre si. Essa coexistência entre os conceitos e as situações determina o que definimos como **campo conceitual**. Um campo conceitual é composto por um conjunto de conceitos que se entrelaçam de forma que um conceito delineia e implica outro. Um campo conceitual permite ao professor constatar de que forma e em que medida agir sobre um conceito (por exemplo, tratar o conceito proporção) implica agir sobre outros a ele conectados, como o de multiplicação.

Seção 2

Construção do conhecimento matemático em ação: explorações matemáticas no campo conceitual da proporção

Objetivo da seção

Esperamos que ao longo desta seção você possa:

- Revisitar seus conceitos de medidas, área, volume, média, gráficos, fórmulas e equações.
- Caracterizar campo conceitual.

A situação-problema proposta na seção anterior permitiu que você utilizasse vários conceitos e temas matemáticos. Assim a matemática foi utilizada como uma ferramenta para interpretar e resolver a situação.

A proposta deste curso é que os temas matemáticos sejam trabalhados em REDE. Assim os conteúdos não seguirão, a priori, a ordem curricular a que estamos acostumados.

Nesta segunda seção estaremos estudando mais profundamente alguns temas matemáticos que você utilizou para resolver a situação-problema. Alguns temas você, inclusive, deve trabalhar com seus alunos em sala de aula. Portanto, é o momento de rever conceitos, reforçar definições e, assim, poder até mesmo reformular algumas das suas práticas. Bom trabalho!

Ao final desta seção você deverá:

- ter estudado unidades de medidas de superfície e capacidade, observando suas relações e aplicabilidade;
- caracterizar a utilização mais adequada de alguns gráficos estatísticos para apresentação de resultados.

Atividade 5

O Brasil possui uma grande criação de bovinos. Um dos motivos para isso é, além de um clima e relevo altamente favoráveis, a existência de grandes áreas para formação de pastos. Segundo informações conseguidas na internet, um boi deve pesar de 400kg a 480kg para ser abatido, e em época de seca ele deve comer de 20kg a 25kg diários de uma mistura feita de cana-de-açúcar e uréia.

Analisando o peso máximo de 480kg e a alimentação diária de 25kg, quais dos animais analisados na atividade 1 comem proporcionalmente o que o boi consome por dia em relação ao seu peso?

Atividade 6

Falar sobre a alimentação de bovinos é uma questão séria, dado que esse é um tipo de carne que nós consumimos com muita freqüência. Por exemplo, você sabia que a doença denominada de "vaca louca" surgiu porque os criadores de bovinos começaram a usar restos de carne de bois na alimentação do gado?

O boi é um animal que tipicamente se alimenta de vegetais, é herbívoro. Para agilizar a sua engorda, os criadores acrescentam carne na dieta dos animais, proporcionando uma engorda mais rápida. Porém, por ser um animal não adaptado a esse tipo de alimentação, os bovinos começaram a apresentar algumas anomalias, como a doença da "vaca louca".

Por isso, todo cuidado na criação e confinamento dos animais é importantíssimo. Por exemplo, qual seria uma área ideal para o confinamento bovino para uma criação de 100 animais?

Intuitivamente, qual área você consideraria suficiente? Vamos pensar:

Qual área você acha que cada animal precisaria para seu bom desenvolvimento num processo de confinamento? Quanto de comprimento e largura você acha que o boi pode ter? Qual área ocuparia esse boi? Deveria existir uma área livre para eles deitarem? Mãos à obra! Faça os cálculos!

Veja algumas orientações sobre o confinamento de bovinos:

As instalações para confinamento de bovinos de corte devem ser bastante simples, funcionais, principalmente visando às dificuldades ainda existentes no Brasil para a prática, de modo que um investimento inicial alto, com instalações sofisticadas, colocaria em risco o sucesso do empreendimento. Ressalta-se aqui que, nem sempre, sofisticação se traduz em praticidade. Tem sido observado em determinadas regiões do país aproveitamento de galpões ociosos (em determinada época do ano) como local para beneficiamento de cereais, abrigo para animais etc., com bom resultado econômico para a finalidade proposta, de acordo com a região.

Dependendo do número e do tipo de animais, do regime de alimentação, do período do confinamento, existem diversos sistemas de confinamento, a céu aberto, parcialmente coberto, fechado ou curral coberto.

Sistema a Céu Aberto: Esse sistema consiste de instalações simples, nas quais os bebedouros e os cochos podem ser distribuídos ao longo das cercas ou dentro dos currais (no centro), dependendo do tamanho e da localização, a fim de facilitar o manejo da alimentação. A área próxima aos cochos e bebedouros deve ser revestida, de alguma forma, para impedir a formação de lama, o que dificulta o acesso dos animais.

A área necessária para esse sistema de confinamento é de $10m^2$ a $14m^2$ por animal. A prática ensina que não se deve encerrar mais que 150 a 200 animais por instalação ou piquete.

Sistema Parcialmente Coberto: As características desse sistema são as mesmas do curral a céu aberto, com exceção dos cochos para a alimentação, que são cobertos, e uma cobertura de cama para os animais, que pode ser próxima aos cochos. A cobertura do cocho deve ter pelo menos 3,5m de largura, com o objetivo de projetar uma proteção sobre o calçamento.

Sistema Fechado ou Curral Coberto: Nesse sistema, os animais são confinados no sentido restrito da palavra, ou seja, são colocados em pequenas áreas, limitando-se a se movimentar entre a procura de alimento e água. A área necessária para esse tipo de confinamento é de $4m^2$ por animal, com pé direito nas coberturas de 3,5m a 4 metros. A altura do cocho deve ser de 60cm a 70cm.

Observação: é denominado de "pé direito" a medida da altura interna de uma construção, ou seja, medindo por dentro do cômodo, a altura entre o piso e o teto. O termo é usado em engenharia, arquitetura e construção civil, e é muito comum no vocabulário dos mestres-de-obra, pedreiros etc.

Atividade 7

Os resultados encontrados neste texto estão compatíveis com a sua previsão? O levantamento que você fez está mais próximo de qual tipo de confinamento?

Um elemento interessante na formação de um confinamento é o cocho para que o animal possa comer ou beber água (apesar de que água seja muito restrita para animais em engorda). Se todos os cem animais fossem comer ao mesmo tempo, qual seria o comprimento necessário do cocho?

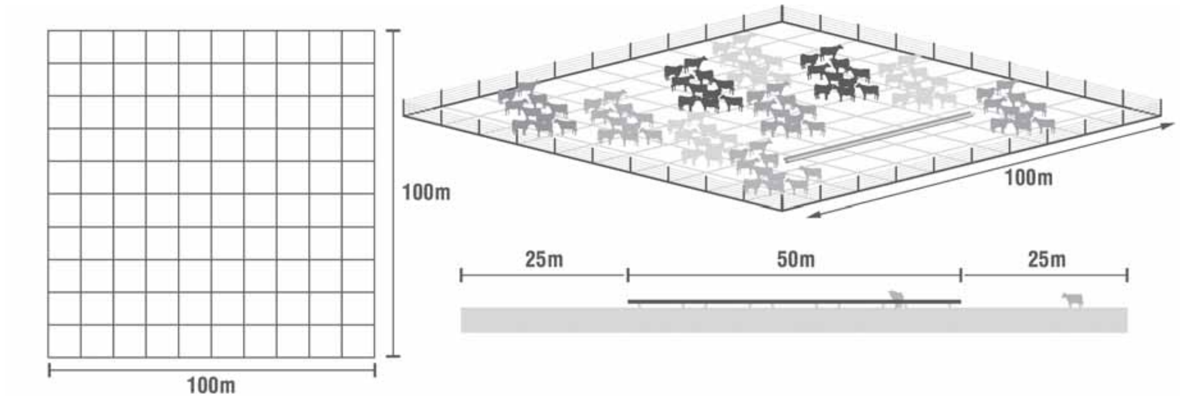
Atividade 8

Se cada animal em pé pode medir até 1m de largura, qual seria o comprimento necessário do cocho?

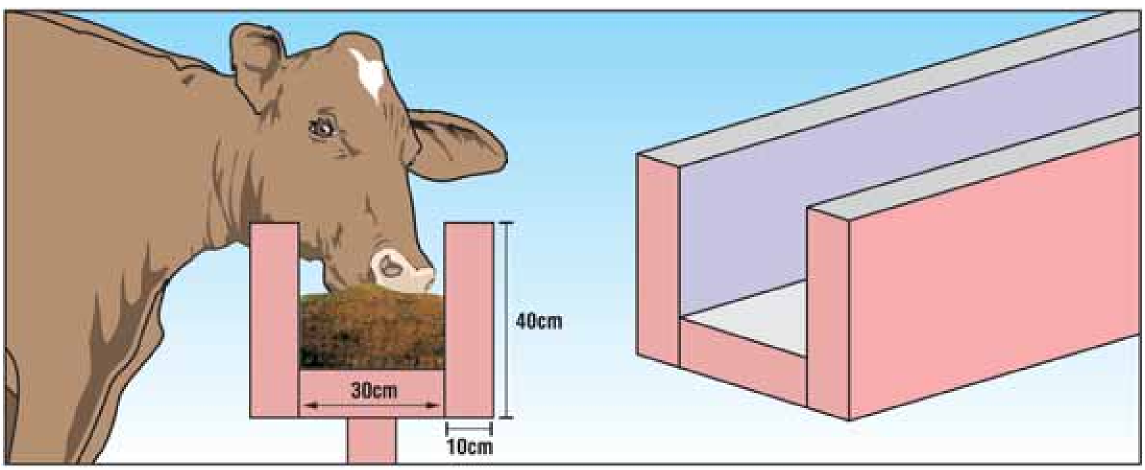
1m x 100 – seriam necessários 100m de cocho. Porém, se o cocho estiver interno ao curral, o animal pode usar os dois lados. Isto reduziria nosso cálculo pela metade, ou seja, 50m de cocho. Será que dentro da **área** de curral pensada acima, haveria espaço para esse cocho?

Para criar 100 bois em confinamento aberto com área mínima de 10m^2, então será necessário um curral de 1.000m^2.

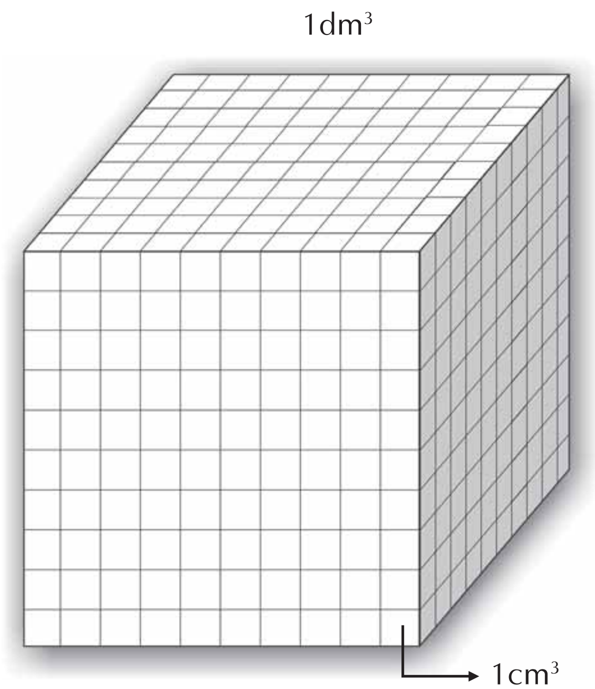
Se for construído um cocho de 50m de comprimento com uma área livre para locomoção do animal (veja figura), qual seria o comprimento mínimo para completar os 10.000m^2?



Ao construir esse cocho de 50m, qual será o seu volume total do interior, sabendo-se que a altura deva ser de 40cm? Vamos pensar em um cocho com as seguintes proporções:



O conceito do cálculo do volume é similar ao do **cálculo da área**. Enquanto o cálculo da área tem como objetivo saber quantos quadrados de 1m de lado cabem na superfície, calcular **o volume** significa determinar quantos cubos de 1m de aresta cabem no espaço. Veja a figura ao lado.



Tal atividade pode ser realizada com os blocos do material dourado montessoriano, lembrando que o grande cubo tem 10cm de aresta sendo, portanto, um exemplo de 1 decímetro cúbico, enquanto a unidade, ou seja, o pequeno cubo, tem 1cm de aresta, sendo, portanto, um exemplo de 1 centímetro cúbico.

Articulando conhecimentos

Lembre-se de que a área diz respeito a uma medida de um espaço bidimensional, representado por uma superfície, enquanto o volume diz respeito a um espaço tridimensional. Para determinarmos a área temos de ter conhecimento de duas dimensões, normalmente denominadas de "largura" e "comprimento". Para determinarmos o valor de um volume, necessitamos de três dimensões; além das presentes na superfície, temos de conhecer a "altura". Essas idéias serão exploradas em unidades posteriores e nos próximos TP e, em especial, naquele que tratará privilegiadamente dos espaços e das formas.

Para calcular o volume basta utilizar o conceito multiplicativo. Se na base cabem 5 quadrados de $1cm^2$ e na largura cabem 4, então na base cabem 20 quadrados. Se repetirmos esses 20 quadrados 5 vezes, já que cabem 5 quadrados na altura, completamos 100 quadrados. Logo, o volume total do dado é de $100cm^3$.

Um recado para sala de aula

Esse trabalho com a relação entre o cm^3 e o dm^3, assim como deste com o m^3, em sala de aula deve ser mais cauteloso. Devemos buscar propor vivências com embalagens de $1dm^3$, ou seja, uma caixa cúbica de 1dm de aresta, preenchendo-a com pequenos objetos de $1cm^3$ para o qual a unidade do material dourado montessoriano serve muito bem. A relação milesimal entre as duas unidades de volume deve ser descoberta pelos alunos ao tentarem estimar quantas unidades de $1cm^3$ são necessárias para preencher a totalidade do volume maior.

O mesmo deve ser feito na relação entre $1m^3$ e o dm^3. Para tanto, convidar os alunos a, em equipes, construírem em papelão um cubo de 1m de aresta, e depois estimar quantos dm^3 serão necessários para preenchê-lo, lembrando novamente do material dourado, no qual a unidade de milhar é um bom referencial para a visualização do dm^3.

Articulando conhecimentos

Veja: é importante que você, professor, entenda o conceito de volume, pois muitos alunos decoram como calculamos o volume sem compreender o seu porquê. Se entende esse raciocínio, o aluno pode usar o mesmo conceito para o cálculo de diversos volumes, inclusive de sólidos tais como: pirâmide, cone, cilindro etc.

Então, depois de compreender o conceito de volume, podemos calcular o volume do cocho multiplicando as suas dimensões. Faça o cálculo.

O volume do cocho é:__________

Atividade 9

Para o cocho que você determinou na atividade anterior, quanto de água é necessário para enchê-lo? Quantas caixas d'água de 1000l seriam necessárias para enchê-lo?

Você já deve saber que existe uma relação entre as medidas de volume que têm como unidade padrão o m^3 e as **medidas de capacidade** que têm como unidade padrão o litro. Existe uma relação direta entre as duas unidades: **o litro e a medida de volume expressa em dm^3**. Qual é essa relação? Como descobri-la e levar meus alunos a encontrar a correspondência entre o volume e a capacidade?

Articulando conhecimentos

Para comprovar isso, meça um 1 litro de areia ou serragem em uma garrafa ou em um medidor. Depois construa um cubo com cada aresta medindo 10cm de lado, ou seja, 1dm. Despeje a areia contida no litro no cubo. O que você vai observar? Que tal fazer essa atividade com os seus alunos?

A partir da descoberta realizada, outras relações podem ser estabelecidas; por exemplo, 1.000 litros equivalem a __________ m^3. Então, se uma caixa d'água tem um volume de 1.000 litros, ou seja, uma caixa d'água que seja um cubo de arestas iguais a 1m, quantas caixas cheias seriam necessárias para encher o cocho? ____________________

Articulando conhecimentos

O litro é uma **medida de capacidade** de um recipiente utilizada para medir quanto cabe, por exemplo, numa garrafa, piscina, caixa d'água, botijão de gás etc.

Então, para determinar o espaço interno de recipientes, podemos usar as medidas de capacidade e de volume.

Você pode perceber que uma das unidades mais presentes em nosso cotidiano é o mililitro (ml). Observe as embalagens de alimentos, de remédios, os produtos de higiene pessoal e os produtos de limpeza: como são indicadas as capacidades?

Atividade 10

Você conta com água encanada na sua casa? Se sim, pegue a conta de água da sua casa e vamos analisar. Se você mora em prédio, normalmente a conta de água é conjunta para todos os moradores. Peça essa fatura emprestada ao seu síndico para poder realizar essa atividade.

Se você não conta com água encanada, você pode pedir emprestada uma conta de um amigo ou conhecido.

Quanto custa cada litro de água que você utiliza na sua casa? Você sabe?

Como fazer para calcular matematicamente o consumo de água e o seu custo monetário mensal? Como fazê-lo? Caso não saiba, procure pesquisar junto aos colegas. Descreva as diferentes etapas necessárias do procedimento para se chegar ao valor da conta de água-esgoto.

O consumo de água é marcado pelo hidrômetro, que é instalado em todos os estabelecimentos comerciais e residenciais que dispõem de água encanada. O hidrômetro mede o volume de água em metros cúbicos. Assim que você puder, dê uma olhada no hidrômetro da sua casa ou no da sua escola.

Toda conta de água possui um campo com o registro de quantos m^3 de água são utilizados por mês. Procure o campo em que essa medida está registrada e faça a transformação em litros.

Resposta: ______________________

Encontre agora o valor da sua conta pelo seu consumo em litros/mês.

Resposta: ______________________

Quanto custa um banho que você toma? E o do seu filho, se você tiver? Você já pensou sobre isso?

Que tal descobrir quanto de água você gasta em um banho? Você tem alguma idéia de como pode fazer isso?

________	X	________	=	________
Água do chuveiro em 1 minuto		Tempo médio do seu banho		Volume de água usada em um banho

Calcule, agora, o custo do seu banho:

________	X	________	=	________
Volume de água usada em um banho		Custo/litro de água		Custo total do banho

Articulando conhecimentos

Professor veja a quantidade de temas matemáticos que você precisou para resolver essa atividade: área, volume, capacidade, relação entre unidades de volume e capacidade, e medidas de tempo e valores monetários. Veja como é possível, realmente, em uma situação simples, trabalhar tantos temas em rede. Dessa maneira não precisamos ficar preocupados sobre se esse tema é daquela série ou não. Assim, trabalhamos com um currículo em rede. Para finalizar a atividade, você poderá levantar algumas perguntas para seus alunos:

a) Quantas caixas d'água você usa por mês para tomar banho diariamente?

b) Se reduzir 1 minuto no seu banho, quanto posso economizar financeiramente por mês?

c) Considerados todos os membros da minha casa, quanto gastamos de banho por mês?

d) Para lavar as louças, quanto gastamos de água? (Faça o mesmo procedimento.)

Atividade 11

A alimentação dos bovinos deve seguir uma certa proporcionalidade para garantir a engorda e a sua saúde. Por exemplo, muitos criadores preferem usar na alimentação dos seus animais a cana-de-açúcar, pelo seu custo baixo. Porém, quando usada isoladamente, a cana não satisfaz o mínimo de proteína exigido para a saúde dos bovinos. Isso pode ser corrigido misturando-se uréia e sulfato de amônio. Essa mistura usada na alimentação dos animais tem baixo custo para os criadores.

Veja como é feita a mistura:

– Misture 9kg de uréia com 1kg de sulfato de amônia. Ensaque e guarde em local seco.

– Na primeira semana de adaptação do animal com o tipo de alimentação, proceda assim: misture 500g da mistura acima em 4 litros de água e despeje sobre 100kg de cana picada (que foi colocada no coxo de alimentação).

– Na segunda semana, misture 1kg da mistura nos mesmos 4 litros de água e despeje sobre 100kg de cana picada.

O consumo da mistura pelo bovino é livre mas, segundo estudos, o animal consome de 20kg a 25kg diários da alimentação.

Vamos determinar qual porcentagem representa cada ingrediente na mistura total. Depois, calcule quanto isso representa na alimentação do animal, considerando que ele consome 20kg diários da mistura. Para **organizar os dados**, elabore uma **tabela**:

Considere que na primeira fase são necessárias 500g da mistura para 100kg de cana-de-açúcar. Então, com os 10kg da mistura ensacada (segundo a receita), serão utilizados 2.000kg de cana-de-açúcar. Na segunda fase, é utilizado 1kg para 100kg de cana. Assim com os 10kg da mistura, serão necessários 1.000kg de cana.

Ingrediente	**Quantidade**		**Porcentagem**		**Quantidade diária**	
	1ª fase	2ª fase	1ª fase	2ª fase	1ª fase	2ª fase
Uréia	9kg		$\frac{9}{2010} \times 100 \approx 0{,}45\%$	$\frac{9}{1010} \times 100 = 0{,}89\%$	0,45% x 20 = 0,09 kg ou 90 g	0,89% x 20 = 0,178 kg ou 178 g
Sulfato de amônia	1kg					
Cana-de-açúcar	2.000kg	1.000kg				
Total	2.010kg	1.010kg				

Você pode ver que a tabela dá uma visão geral da alimentação do animal. Mas, assim apresentados, esses dados podem parecer complicados para um leigo e é possível que não se perceba, realmente, a situação. Por isso, na organização de dados é muito comum a sua apresentação em forma de gráfico . Assim, poderemos ter uma visão melhor e mais geral. O profissional poderá ter uma noção da dimensão que muitas vezes apenas os números não dão num primeiro momento.

Portanto, não é qualquer tipo de **representação gráfica** que poderá ser utilizada para análise. Isso vai depender da pergunta a que se deseja responder. Vamos ver algumas dessas possibilidades:

1. Se pretendemos analisar quanto representa cada ingrediente na alimentação total do animal:

Nesse caso, a interpretação que se deseja fazer está relacionada com o todo. Pretende-se ter uma análise visual em relação ao todo. O melhor a utilizar talvez seja o gráfico circular.

Vamos fazer esse gráfico para a alimentação na primeira fase do processo de mistura para a alimentação dos bois.

Sabe-se que uma volta completa em torno de um ponto representa 360º; então, se a uréia representa 0,45% da alimentação, 0,45% de 360º é igual a 1,62º, pois:

0,45% de 360° = 0,45/100 x 360° = 1,62°

Articulando conhecimentos

Para medir ângulos, assim como as medidas de tempo, utiliza-se a base sexagesimal, ou seja, 60. As razões históricas sobre tal opção encontram-se em textos sobre a história da geometria; sobre a construção histórica de ângulos, são encontradas no texto de Antônio José Lopes, "Um ângulo é mais do que duas semi-retas de mesma origem" (ver em http://www.tvebrasil.com.br/salto/gq/gqtxt3.htm). A idéia de ângulo pode estar associada à noção de inclinação, abertura, rota, desvio e mudança de direção, caminho, curvas, rotação, região compreendida entre duas retas concorrentes não colineares, entre outras idéias. A idéia de ângulo agudo é central na construção do conceito de ângulo.

Há uma forte associação da medida do ângulo com o círculo. A partir de uma sobreposição da origem do ângulo com o centro da circunferência, podemos dividir esta em partes iguais, utilizando cada região circular como unidade de medida para o ângulo. Alguns dos sistemas de medida de ângulos são aqueles que tomam por base:

- O grado: a circunferência é dividida em 400 partes.
- O radiano: a circunferência é dividida por arcos de mesmo comprimento que o seu raio.
- O grau: a circunferência é dividida em 360 partes.

O grado e o radiano (este segundo valendo aproximadamente 57°), apesar de pouco presentes em contextos culturais, são muito utilizados em matemática, sobretudo no campo da trigonometria (objeto de estudo escolar principalmente no ensino médio e no ensino superior). Já o sistema de medida de ângulos em graus é bem freqüente em situações mais usuais fora da escola.

A história diz que a opção pelo sistema tem por base duas razões principais:

- A sua associação ao movimento dos astros, em especial do planeta Terra, que definem movimentos circulares, e usados para as antigas navegações;
- o uso do sistema sexagesimal, base 60, utilizado por muitos povos antigos, como os egípcios, em função do grande número de divisores que ele possui. Se dividirmos a circunferência em 360 partes iguais, isso aumenta a possibilidade de encontrarmos divisões exatas.

Em função disso, mesmo havendo outros sistemas para medir ângulos, no ensino fundamental praticamente assume-se que a unidade de medida padrão de ângulo é o grau. Seus submúltiplos são: minutos e segundos.

Assim:

1 grau (1°) = 60 minutos

1 minuto (1′) = 60 segundos

Dessa forma, a mudança de unidade do ângulo é diferente da decimal. Enquanto na decimal você precisa de 10 unidades para passar para a unidade seguinte, nos submúltiplos dos ângulos, precisamos de **60** unidades para alcançarmos a unidade posterior.

Quando representamos 1,62°, veja que usamos depois da vírgula uma representação decimal. Se quiséssemos transformar para minutos e segundos, 1,62° seria representado assim: 1°37′12″. Vamos estudar essas transformações mais profundamente em unidades posteriores.

Para resolver esta atividade, a representação em decimal será suficiente.

Um recado para sala de aula

Procure junto aos seus alunos dividir o círculo em partes iguais, por exemplo: quatro partes, dez partes, doze partes, vintes partes e, por último, trinta e seis partes.

Você pode medir ângulos com essas partes, em especial explorando a utilização de medidas e construções utilizando:

- circunferência dividida em 4 partes: cada uma é denominada de ângulo reto;
- circunferência dividida em 36 partes: cada uma corresponde a 10°.

Isso permite aos alunos ter uma visão mais real das unidades. Quando chega a 10°, tendo-o em suas mãos, pode ter uma visão, antes mesmo de manipular o transferidor, do quanto corresponde a 1°.

Essas divisões podem ser associadas às frações, e permitem um trabalho curricularmente mais bem integrado.

Para mais idéias consulte o livro paradidático *Ângulos,* dos autores Imenes, Jakubo e Lellis, da Editora Atual.

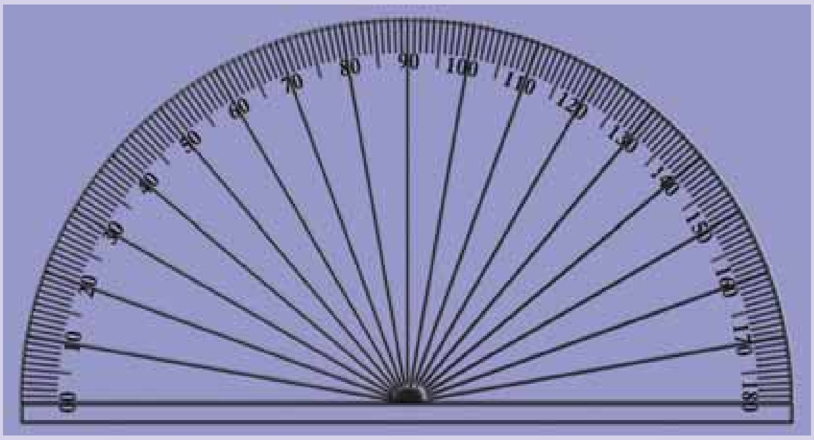
Calcule quantos graus representam o sulfato de amônio e a cana.

Sulfato de amônia: ____________________

Cana: ____________________

Utilizando o transferidor, faça a marcação dos pontos. Como a parte que representa a mistura (sulfato de amônia e uréia) é muito pequena, no **gráfico circular**, junte os dois valores:

O transferidor é o instrumento usado para medir ângulos. Você pode encontrá-lo em formatos de 360º e 180º.



Para medir um ângulo é preciso colocar o ponto central do transferidor no vértice de um dos lados do ângulo alinhado com o 0º.

Observe que no centro do transferidor há um ponto. Esse ponto é o centro do ângulo. Alinhe o zero do transferidor com o 0º marcado no círculo acima. Depois marque o ângulo na direção do aumento da contagem do transferidor.

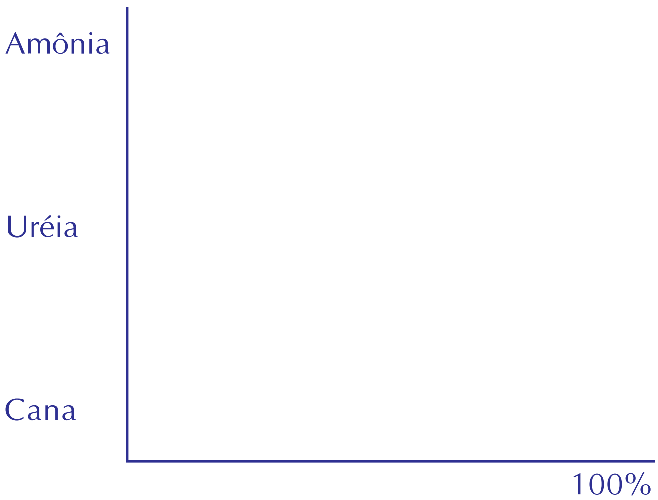
Com o gráfico pronto você pode ter uma noção melhor do que representa cada ingrediente na refeição do bovino.

2. Qual a relação que existe entre os ingredientes em cada estágio de preparação da alimentação dos bois?

Nesse caso a melhor representação gráfica a se utilizar será o gráfico de barras ou de colunas, pois torna mais fácil visualizar as relações.

O gráfico circular permite que você faça uma interpretação de cada parte (ou seja, quantidade de amônia, uréia e cana) em relação ao todo (toda a mistura). Por outro lado, o **gráfico de barras ou colunas** permite a você analisar cada parte em relação às outras partes.

Construa o gráfico de barras usando o referencial abaixo, com cores diferentes para cada estágio.



Sugestão: como a quantidade de uréia e sulfato é muito pequena em relação à quantidade de cana-de-açúcar, faça um outro gráfico apenas com as quantidades de uréia e de sulfato.

Observe que, no gráfico de barras ou colunas, para se determinar o total será preciso somar as partes.

Atividade 12

Os animais, na engorda, não podem ficar privados de alimentação. Os criadores devem estar sempre atentos à reposição da mistura. Um criador fez a seguinte anotação sobre a quantidade de alimentos colocada nos cochos durante uma semana:

DIA	QUANTIDADE (kg)
Domingo	980
Segunda-feira	1.050
Terça-feira	1.055
Quarta-feira	1.100
Quinta-feira	974
Sexta-feira	920
Sábado	1.021

Para poder interpretar esses dados, a representação gráfica pode nos auxiliar. Porém, o gráfico circular ou de barras não é conveniente nesse caso. Podemos usar o gráfico de linhas, em que no eixo horizontal dispomos os dias da semana e no eixo vertical, a quantidade de alimento seguindo uma **escala**.

Utilizando o gráfico feito, crie três questões que poderiam ser respondidas somente pela análise visual dos dados apresentados no gráfico. Bom trabalho!

Como você observou, nas atividades até aqui propostas tanto nesta seção como na seção da situação-problema, estão envolvidas noções importantes sobre a melhor utilização de gráficos. Os dados podem ser organizados sob diversas formas e cada uma delas tem um impacto diferente na imagem da informação apresentada. Além disso, cada uma estará mais de acordo com uma dada perspectiva ou adequada para um tipo de resposta que se pretende ter.

Você observou na situação-problema a importância do uso de diferentes escalas para apresentar os dados e quão importante foi essa adequação de escalas para a melhor compreensão dos dados. O uso adequado dos gráficos para o **tratamento de informações** é um item de grande importância no ensino de **estatística**.

Ainda podemos lançar mão de computadores que aumentam consideravelmente as possibilidades de interpretação e análise dos dados. Existem hoje programas, tais como o programa computacional Excel, que podem ser muito úteis para o tratamento das informações, permitindo a estruturação, o registro e as investigações dos dados mais rapidamente em várias categorias e, ainda, tornando possível organizar os dados numa grande diversidade de formas.

Aprendendo sobre Educação Matemática

Num **campo conceitual** os conceitos aparecem de forma integrada e articulada, e nas situações-problema os conceitos são, na verdade, elementos de um mesmo campo: uns dão vida e sentido aos outros. Se assumimos essa perspectiva teórica, que tem por base a Teoria dos Campos Conceituais do pesquisador francês Gérard Vergnaud, não podemos conceber a idéia de um currículo escolar de Matemática que trate dos conceitos de forma isolada, fragmentada, distantes uns dos outros. Dessa forma, uma concepção de currículo que contempla essa possibilidade de trabalhar os conceitos de forma integrada, sem destruir as conexões que os articulam, seria a de um **currículo em rede**, que, dentre outras características (que trataremos ao longo da formação), possibilita tratar do conhecimento numa visão mais integrada e holística, levando em conta que uma dada situação permite explorar uma multiplicidade de conceitos e procedimentos que se articulam entre si, permitindo ver o conhecimento matemático não como algo estanque e estático, mas conceber e representar o conhecimento como algo dinâmico, interativo e complexo, fazendo que o conhecimento trabalhado pela escola esteja mais próximo dos modelos da vida real.

Resumindo

Nesta seção você estudou temas relacionados a medidas e tratamento de informação.

Volume: O conceito do cálculo do volume é similar ao do cálculo da área. Enquanto o cálculo da área tem como objetivo saber quantos quadrados cabem na superfície, calcular o volume significa determinar quantos cubos cabem no sólido. Portanto, para determinar o volume de um paralelepípedo basta multiplicar as suas três dimensões.

Relação entre unidade de volume e capacidade: 1 litro equivale a $1dm^3$.

Tratamento de informação:

Vimos neste TP quatro tipos de representação gráfica para diferentes objetivos:

– para análise da parte com o todo: recomenda-se o gráfico circular;

– para análise da relação entre as partes: recomendam-se gráficos de barras ou colunas;

– para análise do crescimento ou diminuição em relação ao tempo: recomenda-se o gráfico de linhas.

Seção 3

Transposição didática: convidando os alunos a analisarem matematicamente sua saúde

Objetivo da seção

Com relação à sua atuação em sala de aula, você poderá conhecer, nesta seção:

- Como desenvolver junto aos seus alunos uma situação-problema que permita transferir para a sala de aula as vivências realizadas na resolução da situação proposta na seção 1.
- Como explorar uma fórmula matemática.
- Como coletar informações e organizá-las em tabelas.
- Como explorar a idéia de valor médio.

Que tal fazer as atividades 1 e 2 da seção 1 com os seus alunos? Amplie o texto, cole no mural da sua sala e não diga nada por alguns dias. Apenas tente ouvir os comentários dos alunos e procure incitá-los à discussão sobre o assunto. Depois leve o texto da atividade 1 e discuta questões relativas à organização dos dados para análise, à necessidade de usar uma escala e ao papel da porcentagem nessa interpretação.

Em seguida, peça para os alunos anotarem o quanto comem em média por dia. Peça que façam tal anotação durante uma semana, assim você pode introduzir o conceito de média.

Depois dos resultados em mão, faça a interpretação e peça que os alunos relacionem o quanto comem com os dados relativos aos animais.

Peça aos alunos para analisarem o quanto comem diariamente. Pode ser que, num determinado dia, um aluno tenha comido mais como um tigre, e, em outros, como um hâmster.

Atividade 13

Levar uma balança para a sala de aula e verificar o quanto pesa o que cada um come na merenda escolar quando ela é composta de arroz/feijão, e/ou macarrão e/ou legumes, mingau, angu etc. Fazer uma tabela por grupo de 6 alunos cada. Calcular o peso médio de quanto come cada aluno no grupo.

A partir do valor médio **do grupo, considerando as médias dos demais grupos, discutir uma forma de determinar quanto cada um come, em média, na turma.**

Determinada a média **da turma, explorar:**

- Cada aluno deve verificar se come mais ou menos que a média da turma.

• No grupo, construir estratégia para registrar "come 'x' a mais que a média ou come 'x' a menos que a média (o que pode ser o início para o uso dos sinais "positivo" e "negativo").

• Realizar uma análise das incidências tais como: os que estão com consumo abaixo da média são na sua maioria meninos ou meninas, os que estão com consumo acima da média em sua maioria são os mais altos e/ou mais gordos e/ou mais velhos?

Fazer uma **tabela** relacionando o peso de quanto come cada aluno com o peso de cada aluno. Discutir com os alunos (se possível construindo um gráfico relacionando massa de alimento x massa corporal) se podemos ou não estabelecer **relação de dependência entre essas variáveis**.

Fazer um levantamento de quanto pesam os pratos de merenda de alguns adultos presentes na escola, bem como de alguns professores e funcionários. Registrar em tabela e calcular quanto consome em média um adulto, buscando relacionar o quanto come um adulto em relação a:

• idade;

• sexo;

• peso;

• signo do zodíaco;

• natureza de trabalho que realiza na escola.

A idéia de correlação entre as variáveis pode ser aí explorada, por exemplo: o quanto uma pessoa come sofre influência do horóscopo? Quais são as variáveis que podem, aí, serem consideradas?

Usando a fórmula abaixo, "define" o "peso ideal", cada aluno deve fazer seu cálculo, e depois registrar em gráfico os resultados de toda a turma, identificando o índice médio da turma, os que estão bem abaixo e os que estão bem acima desse índice. Para tanto, fornecemos abaixo a fórmula e os significados dos índices por intervalos. Discuta com sua turma como se aplica essa fórmula e ressalte a necessidade de se realizar a medida da altura e do peso de cada um.

O Índice de Massa Corporal[1]

Esse índice pode ser obtido dividindo-se o peso corporal pelo quadrado da altura em metros. Por exemplo: uma pessoa que pese 67kg e meça 1,64m, tem um IMC de 24,9kg/m^2 (67 divididos pelo quadrado de 1,64).

$$\text{ÍNDICE DE MASSA CORPORAL} = \frac{\text{PESO em kg}}{[\text{ALTURA (em metros)}]^2}$$

1. Fonte: http://www.maxway.com.br/Emagrec2.htm

Articulando conhecimentos

A unidade kg/m^2 indica a quantidade de massa concentrada em uma dada superfície. Pode-se expressar como sendo "massa por superfície".

A aplicação dessa fórmula é um método eficaz e prático para se avaliar o grau de risco associado à obesidade. Os estudos populacionais mostram que o menor risco de mortalidade corresponde à faixa de IMC que vai dos $20kg/m^2$ aos $25kg/m^2$. Entre 25 e 30 já se observa um aumento do risco. Os pacientes que aí se situam são rotulados como "sobrepesados" ou "com excesso de peso". Entre 30 e 35, considera-se "obesidade leve", entre 35 e 40, "obesidade moderada", e acima de 40, "obesidade mórbida". Abaixo dos $20kg/m^2$ também se observam maiores índices de mortalidade, principalmente por doenças pulmonares e desnutrição. Estão nessa faixa, por exemplo, os portadores de anorexia nervosa (perda de apetite por problemas psicológicos). A faixa ideal, portanto, situa-se entre $20kg/m^2$ e $25kg/m^2$.

Analisar o comportamento desse gráfico em relação à variação do índice médio da turma, sobretudo discutindo o seu significado: na maioria dos casos na nossa turma estamos precisando ganhar ou perder peso? Por que esse fato está ocorrendo? Qual o significado sociocultural disso e o que fazer para mudar essa realidade no âmbito da nossa escola? Questionar se essa fórmula funcionaria bem para avaliar o desenvolvimento de jovens e crianças ou se é aplicável mais para o adulto.

Introduzir as variações desse índice de acordo com o desenvolvimento do indivíduo, conforme tabelas abaixo:

- o índice de massa corporal por faixas de risco;
- as tabelas de peso e altura.

Apesar de muito sujeitas a erros, as tabelas de peso e altura ainda são largamente utilizadas em todo o mundo para estimar-se o peso ideal. Elas são derivadas de dados obtidos por companhias de seguro americanas, que as desenvolveram a partir da observação de dados de mortalidade e longevidade de sua população segurada. Os pesos chamados de "ideais" são, na verdade, médias das faixas de peso ideal para cada grupo etário analisado. As tabelas abaixo mostram os pesos de referência para cada um desses grupos. Reparem que na tabela dos indivíduos mais idosos esses pesos já são bem mais altos.

Pesos de referência para adultos entre 20 e 55 anos

ALTURA (em metros)	PESO para homens (em kg)	PESO para mulheres(em kg)
1,47	-	51,7
1,50	-	52,8
1,52	-	53,9
1,55	-	55,3

ALTURA(em metros)	PESO para homens (em kg)	PESO para mulheres(em kg)
1,57	60,3	56,7
1,60	61,2	58,0
1,63	62,4	59,4
1,65	63,5	60,8
1,68	64,9	62,1
1,70	66,2	63,5
1,73	67,6	64,9
1,75	68,9	66,2
1,78	70,3	67,6
1,80	71,9	69,0
1,83	73,9	-
1,85	75,3	-
1,88	76,9	-
1,91	78,9	-

Cálculo de peso ideal para crianças e adolescentes

Articulando conhecimentos

Os métodos utilizados para o cálculo do peso ideal de adultos não são adequados para indivíduos em fase de crescimento. Nesses casos, o método mais prático é baseado na utilização de gráficos de peso e altura em função da idade, conforme é demonstrado na figura a seguir. Por exemplo, se uma menina apresenta uma altura de 1,45 metro e está pesando 53kg, para sua idade, de 10 anos e 9 meses, a estatura de 1,45 metro a coloca um pouco acima da linha média de crescimento, chamada de percentil 50. O ponto situado no percentil equivalente a esse na curva de peso seria o seu peso teórico ideal, correspondendo, no caso, a cerca de 38kg. Se dividirmos o peso atual pelo peso ideal e multiplicarmos esse resultado por 100, chegaremos ao percentual do peso da criança em relação ao peso ideal. Nesse exemplo teríamos 53 / 38 = aproximadamente 1,4 x 100 = 140; ou seja, essa menina estaria com 140% do seu peso ideal, ou com um excesso de 40%, ou 15kg.

Aproveitar para discutir a noção/conceito de índice enquanto razão. Observar que no momento em que comparamos nossa razão peso/altura com os índices que definem os intervalos de obesidade, acabamos por fazer uma proporcionalidade entre nosso estado físico com uma outra razão considerada como "ideal".

Discutir essa noção de estética e saúde com os alunos sobre a noção e valor social do tipo físico "bonito" ou "belo" de um jovem garoto ou garota, refletindo sobre sua coincidência ou não com o que é considerado como "bom" índice pela fórmula. Discutir a variação da noção de beleza física ao longo da história da humanidade e em diferentes culturas nos tempos atuais.

Articulando conhecimentos

Podemos agora voltar a discutir a relação entre a ingestão de alimentos, e, portanto, de energia, procurando estabelecer uma lógica entre energia absorvida e energia consumida como fator determinante, não apenas de saúde física, mas também de estética e beleza corporal. A beleza que encontramos na natureza é essencialmente traduzida por relações de proporcionalidade.

Podemos entender por que, segundo o grego Pitágoras (VI século AC) e seus seguidores, "toda coisa sendo número". Para os pitagóricos, o próprio Universo parecia regido pelas relações numéricas, que permitem ao homem ver toda a harmonia, equilíbrio e regularidade que rege toda criação divina. Essa harmonia era chamada de "música das esferas", harmonia silenciosa, a harmonia sendo "a unificação do diverso e colocação em concordância o discordante" ou ainda "ajustamento", " reunião", "acordo das partes com o todo".

As leis numéricas da harmonia, uma vez formuladas, serão generalizadas a todas as representações de tudo aquilo que consideramos belo. As ***proporções*** sendo, então, no sentido largo, relações entre números, significaria a busca de uma proporção "JUSTA". Na proporcionalidade matemática encontraríamos explicação e compreensão humanas para a harmonia do Universo, ou seja, de toda e qualquer criação divina.

Toda uma tradição artística das formas é também fundada sobre mesma idéia de harmonia (como é o caso da *simetria,* do grego *symmetria,* que significa JUSTA PROPORÇÃO). Conta-se, por exemplo, de Alberti (1404-1472), humanista e arquiteto italiano, que, dirigindo uma construção, teria dito: "a menor alteração desacordaria toda música"... e mais, que "as proporções pelas quais a harmonia dos sons toca nosso ouvido são exatamente as mesmas que agradam ao nosso espírito".

Da mesma maneira, a divisão de um segmento em "média" e "extrema razão" (conceitos matemáticos aplicados à engenharia e à arquitetura) permite, a partir dos termos extremos, constituir uma proporção qualificada pelo monge italiano Luca Pacioli (1445-1514) de **razão áurea,** magnificamente ilustrada por Leonardo da Vinci, na sua obra **Divina Proporção** (1509), contribuindo ao conhecimento desse apogeu da estética, pois essa razão conduz à definição do famoso número de ouro. Até nossos dias, a última notícia de um sistema de proporções (Le Modulor) é aquele do arquiteto Le Corbusier (1887-1965).

Friamente definida por Euclides no seu muito célebre ***V Livro dos Elementos, as proporções*** constituíram durante toda a Idade Média um corpo de saber autônomo e distinto da geometria e da aritmética. Levado até um grau de sutileza a qual nós mal imaginamos hoje. Mas, divinos ou musicais, uma vez colocadas como referência estética, em todos os tempos dominaram os espíritos dos artistas, tanto aqueles que quiseram a elas se conformar como aqueles que quiseram negá-las como contrário ao desenvolvimento, à fantasia de um mundo vivo.

Resumindo

No eixo de Educação Matemática, além da experiência de realizar atividades propostas na seção 1 junto com seus alunos e também explorar a atividade envolvendo medidas do corpo, você teve oportunidade de refletir, ler, sistematizar alguns aspectos sobre campo conceitual, currículo em rede e representação gráfica.

Nesse início do programa de Matemática do GESTAR, consideramos muito, muito mesmo, importante que você faça uma primeira leitura e reflexões sobre a importância da resolução de situações-problema para a aprendizagem matemática. Para tanto, preparamos especialmente para você um Texto de Referência, o qual esperamos que você leia com atenção e faça a atividade de reflexão que segue o texto. As atividades junto ao Texto de Referência têm por objetivo ajudá-lo na reflexão do tema.

Leituras sugeridas

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. 1996. disponível em: <http://www.paulofreire.org/proj/pec6par.htm>

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. Ática, 1991.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Normas para o Currículo* e a *avaliação em matemática escolar*. Associação de professores de Matemática de Portugal,1989.

IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande invenção*. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

IMENES, Luis Márcio. *Os números na história da civilização*. São Paulo: Scipione, 1993.

PERIÓDICOS:

BOLEMA - BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Departamento de Matemática – UNESP, 1989. p.178.

BOLETIM DO GEPEM. Rio de Janeiro: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – Universidade Santa Úrsula.

BOLETIM INFORMATIVO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <www.sbem.com.br>

CADERNOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. SBEM.

FOLHETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .Bahia:Univ. Estadual de Feira de Santana – NEMOC – Núcleo de Educação Matemática Omar Catunda – Dep. de Ciências Exatas.

NEWSLETTER UFPR – GPHM – Grupo de Pesquisa em História da Matemática – Dep. de Matemática. Curitiba.

PRO-POSIÇÕES. Campinas: 1993 v.4, n.1.

REVISTA DO GEEMPA: Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação. Porto Alegre.

RPM – REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. São Paulo: SBM.

TEMAS & DEBATES. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

ZETETIKÉ: Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas.

Bibliografia

IMENES, Luiz Inácio; JAKUBO, José; LELLIS, Marcelo. *Ângulos*. São Paulo: Atual, 1985.

LESTER, F. *O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de matemática?* A situação nos Estados Unidos. Em: FERNANDES, D.; BORRALHO, A.; AMARO, G. (org.) Resolução de Problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*.Rio de Janeiro: Interciência, 1978. disponível em: <http://www.maxway.com.br/Emagrec2.htm>

LOPES, Antônio José. *Um ângulo é mais do que duas semi-retas da mesma origem*. Disponível em: <http://www.tvebrasil.com.br/salto/gq/gqtxt3.htm>

Texto de referência

Resolução de problemas

Ana Lúcia Braz Dias

O grande objetivo da escola é preparar o aluno para resolver situações problemáticas que ele encontra em seu cotidiano e que encontrará em sua vida adulta. Espera-se que cada área da aprendizagem escolar contribua para este objetivo.

A matemática também pode contribuir para a resolução de situações problemáticas.

Por exemplo, é certo que os conhecimentos construídos sobre números e operações, sobre as formas, sobre medições, sobre a organização e a interpretação da informação quantitativa poderão ser necessários nesta tarefa.

Mas o que dizer da própria disposição para se resolver problemas, da capacidade de interpretar um problema, de examinar informações diversas e decidir quais são relevantes para a solução, de delinear estratégias de solução e de tomar decisões importantes ao longo do processo?

Ou sobre a capacidade argumentativa de defender uma idéia logicamente a partir de informação coletada da realidade e tratada matematicamente?

O ensino de matemática deveria ser capaz de levar os alunos a desenvolver estas habilidades. Afinal, ao longo dos séculos, para quê se tem desenvolvido a matemática, senão com o objetivo de resolver problemas e de defender idéias?

A linha de pesquisa e a proposta pedagógica denominada Resolução de Problemas, que teve muitos adeptos nos anos 90, popularizou o termo "resolver problemas" no ensino de matemática. Quase todo professor de matemática afirma usar a metodologia de resolução de problemas em sala de aula.

Mas é comum haver equívocos quanto ao que foi realmente o movimento de Resolução de Problemas e do que se tratava.

Neste texto, vamos discutir dois aspectos relacionados a esse tema.

– Primeiro, vamos discutir a Resolução de Problemas como foi preconizada nos anos 90;

– Depois, vamos comparar a proposta do GESTAR – que estaremos chamando de Resolução de Situações-Problema – com as várias vertentes da Resolução de Problema,

Resolução de problemas – uma linha de pesquisa e uma proposta pedagógica

Uma pergunta incial: O que é um problema? Nem sempre a palavra "problema" é utilizada com o mesmo sentido por diferentes pessoas. Até mesmo professores e educadores matemáticos apresentam definições diferentes.

Às vezes eles utilizam termos adicionais para ressaltar certas características do que está sendo considerado um problema:

– *“problemas abertos”* (com mais de uma resposta possível),

– *“problemas de dois ou mais passos”* (requerendo duas ou mais operações para sua solução),

– *“problemas realistas”* (contextualizados em situações reais),

– *“problemas não-rotineiros”,*

– *“problemas-processo”* (enfatizando que o real problema é encontrar o caminho da solução, e não a resposta),

– *“problemas-desafio”,*

– *“problemas mal-estruturados”* (que não contém em seu enunciado todas as informações necessárias para sua resolução).

Desse modo, as definições de “problema” na literatura especializada variam quanto a alguns fatores:

• Alguns autores consideram importante que os problemas admitam várias soluções ou que requeiram a tomada de decisão quanto a algumas de suas condições para que uma solução seja definida. Outros já aceitam chamar de problema aqueles para os quais haja resposta bem definida à qual o professor espera que os alunos cheguem.

• Para alguns educadores, os problemas propostos aos alunos devem ser contextualizados em situações reais. Outros admitem problemas puramente matemáticos.

Em nenhum destes casos, porém, a resolução de problemas se reduz à utilização ou à aplicação imediata de resultados apresentados em aula.

Entretanto, há pontos sobre os quais os autores concordam que devem se aplicar a todos os problemas.

Pontos que se aplicam a todos os problemas

• A solução não é evidente, nem o caminho para ela. O problema propõe um desafio ou leva a conflitos cognitivos. Em um problema não é possível tirar conclusões, descobrir imediatamente as operações a fazer ou dar soluções “de cara”. A pessoa que o resolve faz um esforço cognitivo para saber como proceder.

• Um problema requer um **processo** de resolução, que envolve mais de uma ação: várias operações, ou uma cadeia lógica de argumentos, ou vários procedimentos diferentes, como a organização dos dados, o desenho de diagramas, ou a tentativa de generalização de algo que se percebe ser válido para alguns casos particulares.

• Os obstáculos ou desafios colocados em um problema exigem uma reorganização dos conhecimentos anteriores, que levam a pessoa que o resolve a assimilações e adaptações em seus esquemas mentais – ou seja, a novas aprendizagens.

• O enunciado de um problema não induz nem o método, nem a solução (nada de questões intermediárias que “preparem o caminho”, nem palavras-chave como “junte”, “ao todo”).

A pessoa a quem o problema se apresenta deve percebê-lo como um dilema a ser resolvido e deve estar envolvido com sua resolução. É isto que faz o problema ser “problema dele”, faz com que ele se engaje em sua resolução, e não simplesmente o ignore, ou tente resolvê-lo sem convicção.

Problemas para uns e não para outros

Vemos que, dentro de um grupo de alunos, uma atividade pode ser um problema para alguns, enquanto que para outros essa mesma atividade pode não ser um problema. O fato de não constituir problema pode ocorrer porque:

– alguns alunos já têm em suas estruturas mentais o caminho de encontrar a resposta,

– outros podem não se incomodar com a presente falta de solução para a problemática.

E mesmo dentre aqueles para os quais uma situação é um problema, a forma na qual cada um interage com o problema varia, em função dos conhecimentos prévios que cada um tem, da imagem que cada um faz sobre sua própria capacidade em produzir uma solução, e ainda, o interesse e o significado que cada um atribui à experiência.

Uma analogia com uma situação fora da matemática: em um passeio a uma cachoeira desconhecida por todos do grupo da excursão, entrar em um ribeirão pode ser um problema tanto para aqueles que sabem nadar – mas que desconhecem as forças e direções da correnteza e a existência de rochedos naquele ribeirão em particular – como para aqueles que não sabem nadar.

Do mesmo modo que ocorre na vida, também com os problemas que apresentamos a nossos alunos em sala de aula os indivíduos apresentam diferentes conhecimentos prévios, fazendo que um mesmo problema se apresente de forma bem diferente de uma pessoa para outra.

Problemas versus exercícios

Muitos professores pensam que a realização de exercícios onde os alunos aplicam um conceito que acabaram de estudar se encaixa dentro da proposta pedagógica de resolução de problemas. Isto não é verdade.

Os professores que acham que “problemas” são sinônimos de “exercícios” propõem a realização de exercícios após suas exposições teóricas, para os alunos treinarem ou praticarem procedimentos anteriormente mostrados. As únicas ações exercidas pelos alunos neste tipo de atividade são a imitação, a repetição e, às vezes, a memorização.

O que é uma atividade de resolução de problemas?

Para que haja autêntica atividade de resolução de problemas, é necessário que haja:

• um “verdadeiro” problema, que satisfaça os pontos levantados;

• elaboração de estratégias de solução (e não a imitação de um exemplo);

• uma indefinição inicial, da parte de quem resolve o problema, quanto aos conhecimentos matemáticos que ele deverá mobilizar no processo de resolução;

• a validação da solução.

Pode envolver também:

• a idealização e realização de experiências;

• a construção de novos conhecimentos matemáticos;

• a atividade de socialização, com argumentação quanto a estratégias a serem tomadas e a justificativa de ações escolhidas.

O que é a metodologia de Resolução de Problemas?

Quando foram publicados os Parâmetros Curriculares Americanos, ao final dos anos 80, dizendo que a resolução de problemas deveria ser o principal objetivo do ensino de matemática, desencadeou-se um grande movimento em torno da Resolução de Problemas.

Houve várias interpretações diferentes em torno de como se incorporaria a resolução de problemas em sala de aula, dentro e fora dos Estados Unidos.

Surgiram basicamente três formas diferentes de se entender a resolução de problemas e seu papel no ensino de matemática[1]:

– ensinar **para** a resolução de problemas,

– ensinar **sobre** resolução de problemas e

– ensinar **via** resolução de problemas.

No ensino de matemática **para** a resolução de problemas, a meta final é que os alunos sejam capazes de resolver certos problemas, então o conteúdo matemático é ensinado para este fim.

No ensino **sobre** resolução de problemas, a forma como se procurou alcançar a meta de resolver problemas foi comentando com os alunos o processo de resolução de problemas: suas fases, estratégias comumente utilizadas, posturas que se deve ter para conseguir resolver problemas. Os professores que utilizam esta estratégia basearam-se muito no livro “A arte de resolver problemas”, de George Pòlya (1945/1973) (veja quadro).

Primeiro	**Compreensão do problema**
É preciso compreender o problema	Nesta fase, é importante indagar: qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? A condição imposta é suficiente, insuficiente, excessiva ou contraditória? Desenhar uma figura e adotar uma notação adequada também ajudam.

1 Schroeder, T. L. & Lester, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: Paul R. Trafton & Albert P. Shult (Orgs.). **New directions for elementary school mathematics – 1989 Yearbook**, p. 31-42. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

Segundo	Estabelecimento de um plano
Encontre a conexão entre os dados e a incógnita	Perguntas que ajudam: já viu esse problema antes, ou sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um teorema ou uma propriedade que poderia ser útil? Se você não consegue resolver o problema proposto, resolve primeiro algum problema correlacionado, ou uma mais específico, ou parte do problema: para isso, mantém apenas uma parte da condição. Verifica se você já utilizou todos os dados e a condição.
Terceiro	**Execução do plano**
Executa o seu plano	Nesta etapa, verifica se cada passo está correto.
Quarto	**Retrospectiva**
Examina a solução obtida	Verifica o resultado, o raciocínio feito. Vê se seria possível chegar ao resultado por um caminho diferente. Finalmente, vê se é possível utilizar o resultado, ou o método, para outros problemas

Ensinar **via** resolução de problemas significa considerar o problema como um elemento *disparador de um processo de construção do conhecimento matemático*. Ou seja, problemas visam contribuir na formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática. É a necessidade de resolver o problema que leva o aluno a se apropriar, sozinho ou coletivamente, dos instrumentos intelectuais necessários à construção de uma solução.

Isto não significa que o problema seja utilizado apenas como um ponto de partida motivador que gera a exposição dos conceitos necessários à sua solução.

A resolução do problema, nesta abordagem, é o próprio caminho ao longo do qual os conceitos vão sendo construídos. É na ação de resolver um problema particular que conhecimentos e procedimentos são elaborados.

A institucionalização destes conhecimentos (reconhecimento pelo grupo, generalização,) é que ocorre após a resolução do problema.

Quais têm sido as conclusões das pesquisas sobre Resolução de Problemas?

Após pesquisas sobre experiências de ensino de resolução de problemas, alguns pontos parecem claros[2]:

2 Lester, F. O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de matemática? A situação nos Estados Unidos. In: Domingos Fernandes, António Borralho e Gertrudes Amaro (Orgs.), **Resolução de Problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994.

• Para melhorar as suas capacidades de resolução os alunos devem resolver muitos problemas.

• As capacidades de resolução de problemas demandam tempo para se desenvolverem.

• A maioria dos alunos beneficia-se significativamente de um ensino planejado sistematicamente com base em resolução de problemas.

Ensinar os alunos **sobre** resolução de problemas, isto é, ensiná-los acerca de estratégias de resolução comumente usadas, fases de resolução de problemas – como por exemplo o modelo de quatro fases de resolução de problemas de Pólya – pode melhorar a sua competência, mas não atinge o ponto central do envolvimento do aluno na construção geral da resolução.

Que fatores interferem na competência de resolução de problemas?

Pesquisas com diferentes indivíduos em processo de resolução de problemas mostraram que o que faz uma pessoa ser competente em resolver problemas não é só o conjunto de seus conhecimentos.

É claro que os conhecimentos disponíveis para a pessoa que tenta resolver um problema influem bastante para o êxito na obtenção de uma solução. Eles incluem tanto os conhecimentos matemáticos quanto os conhecimentos extra-matemáticos relacionados ao problema. Conhecimentos de problemas parecidos e de estratégias de resolução de outros problemas também aumentam as chances de sucesso. Mas não basta só isso.

Durante a resolução de problemas, são mobilizados, além dos conhecimentos, habilidades de:

• criar estratégias para a solução do problema;

• monitoração do processo;

• atitudes e afetividade.

A criatividade na elaboração de estratégias é importante. Muitos alunos perdem tempo tentando selecionar a estratégia adequada para resolver o problema, dentre aquelas ensinadas pelo professor. Outros já se permitem criar, aparecendo com soluções surpreendentes.

A monitoração é aquela habilidade de prestar atenção ao próprio processo de resolução do problema e tomar decisões. Por exemplo:

• decidir quando já se trabalhou muito tempo por um caminho que parece não estar levando à solução, e que é hora de tentar outra estratégia;

• pensar sobre experiências passadas, o que se fez naquelas situações, e quais foram as conseqüências;

• selecionar as estratégias mais adequadas dentre aquelas que a pessoa conhece e detectar que mudanças precisam ser feitas.

Dentre os aspectos de atitudes e afetividade, mencionamos a disposição de investigar frente a desafios, a confiança na própria capacidade de resolver problemas, a motivação, o interesse e a iniciativa, todos determinantes no processo de resolução de problemas.

Como os Parâmetros Curriculares Nacionais entendem a Resolução de Problemas?

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática citam essa tendência como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Esse documento enfatiza que não podemos considerar como resolução de problemas os exercícios de aplicação e de repetição de procedimentos, nem devemos ver essa proposta como aplicação de conceitos ou forma de avaliar se os alunos aprenderam ou não um conceito ensinado.

Ao invés disso, o documento defende a resolução de problemas como meio de desenvolver habilidades e atitudes (por exemplo, a capacidade de mobilizar conhecimentos, de gerenciar informações, de fazer analogias, de argumentar, de justificar) e de elaborar novos conceitos matemáticos.

Ou seja, os conhecimentos e habilidades englobam conteúdo matemático e as atividades cognitivas próprias da resolução de problemas. O objetivo desloca-se da resposta do problema para o processo de resolução.

> "Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.
>
> Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar a importância do processo de resolução."
>
> (PCN de 5ª. a 8ª séries, 1998, p. 42)

a importância da resposta correta cede lugar a importância do processo de resolução

Nos PCN a resolução de problemas é o contexto tanto para a elaboração de novos conceitos matemáticos quanto para a adaptação de antigos esquemas mentais a novas situações. A concepção adotada sobre resolução de problemas é portanto a de *ensinar via resolução de problemas*.

Quanto às formas de aplicação da metodologia de resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais defendem que:

- um problema, e não a definição de um conceito, seja o ponto de partida da atividade matemática;
- o aluno seja estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos (que admitem diferentes respostas em função de certas condições);
- o aluno compare seus resultados com os de outros alunos.

A proposta do GESTAR: Resolução de Situações-Problema

Como já dissemos, há várias interpretações do que seja um problema e de como se deve estruturar o ensino em torno da resolução de problemas.

Nós do GESTAR acreditamos que resolver problemas é o principal motivo para a aprendizagem da matemática e também temos nossa própria interpretação de como se deve estruturar o ensino para que a aprendizagem seja significativa. Vamos nos referir à nossa proposta como Resolução de Situações-Problema, por acreditar que este termo reflita melhor o tipo de problemas utilizados por nós.

A resolução de situações-problema tem aspectos comuns com as atividades de resolução de problemas:

- Não considera como resolução de problemas os exercícios de aplicação e de repetição de procedimentos;

- As atividades dos alunos devem constituir para eles experiências significativas e com valor próprio, e não uma preparação para estudos posteriores;

- Requer envolvimento, empenho, autonomia e criatividade por parte do aluno;

- O problema deve propor verdadeiros desafios – os alunos não sabem a princípio que conhecimentos eles deverão mobilizar no processo de resolução;

- Pretende desenvolver habilidades e atitudes próprias da resolução de problemas, como a capacidade de gerenciar informações e de selecionar estratégias e conhecimentos para a resolução de uma situação problemática;

- O objetivo não está na resposta ao problema, mas no processo de resolução;

- Demanda a validação das soluções obtidas.

Tem também, no entanto, algumas características que a diferenciam de algumas outras atividades de resolução de problemas:

- O ponto de partida para toda atividade matemática é a colocação de uma situação-problema.

- As situações-problema são selecionadas por sua relevância para a vida daqueles a que elas são propostas e não pelos conteúdos matemáticos que elas podem envolver. A seleção com base em conteúdos, além de não ser uma meta, não seria possível, já que entre os problemas da vida real é muito difícil encontrar algum que envolva conceitos matemáticos de uma única parte da matemática.

- As situações-problema propostas devem ser problemas do mundo real.

- Como os problemas da realidade raramente emergem como questões bem formuladas, as situações-problema freqüentemente trazem informação insuficiente para a solução, demasiada informação ou informação desorganizada.

- Muitas vezes as situações-problema não têm resposta única, nem exigem um tipo único de solução. É necessário tomar decisões quanto aos aspectos do problema que se encontram em aberto ("mal-estruturados") e cada decisão tomada define um caminho diferente para uma solução.

- Na resolução de situações-problema são habilidades críticas:

- a identificação de informação ou de conteúdo relevante;

- a busca de informações;

- o estudo de várias hipóteses;

- a tomada de decisão com relação aos aspectos que estão em aberto, tornando-os definidos para fim da resolução;

- a identificação das suposições que devem ser feitas nas diferentes perspectivas que podem ser adotadas para a solução.

• Para resolver as situações-problema, os alunos usam conhecimentos que já têm, mas também constróem novos conhecimentos em ação.

• A atividade de socialização é prevista como forma de desenvolver habilidades de argumentação e justificativa na validação de soluções perante o grupo (no caso dos cadernos de Teoria e Prática, isso é feito durante as oficinas).

Veja exemplos de um problema rotineiro e de uma situação-problema[3]:

Problema tradicional

O pai do Marco tem um terreno retangular de 6m por 9m e resolveu cercá-lo com uma rede de arame, cujo metro custa R$37,00. Para fixá-la, vai precisar de 10 estacas a R$10,00 cada uma. Quer também colocar um portão de 1m de comprimento, cujo preço é R$570,00. Qual é o preço total desses materiais ?

Você pode reconhecer, nesse problema, as seguintes características:

• fornece todas as informações necessárias;

• não dá informações supérfluas;

• o aluno deve usar conceitos matemáticos;

• o aluno deve combinar os dados do problema por meio de operações conhecidas;

• a resposta ao problema é um único número.

Situação-problema

O pai do Marco tem um terreno retangular de 6m por 9m e resolveu cercá-lo com uma rede de arame, que necessita de estacas para fixação. Ele quer também colocar um portão. Procurando materiais, ele encontrou:

• rede de arame a R$37,00 o metro, que necessita de postes para fixação, colocados de 1,5m em 1,5m.

• rede de arame a R$51,00 o metro, que necessita de postes para fixação, colocados de 3m em 3m.

3 Bertoni, Nilza. Matemática II. Unidade 1 – Trilhando novos caminhos. Em Salgado, M.U.C. e Miranda, G.V. *Coleção Veredas. Módulo 2. Volume 1*, p.76 – 78. Belo Horizonte: Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, 2002.

• portão com 1m de comprimento, por R$570,00.

• portão com 1,5m de comprimento, por R$750,00.

• estacas, a R$10,00 cada uma.

• arame para amarrar a rede a cada estaca, a R$2,00 o metro. É necessário 1m de arame para amarrar as redes a cada estaca.

• tinta para pintura da casa, a R$40,00 o galão.

O pai do Marco quer saber o que deve comprar para fazer a cerca com o portão e gastar o mínimo possível.

Características da situação-problema:

• requer o estudo de várias hipóteses:

a) cerca mais barata com portão mais barato (porém mais estacas e mais arame);

b) cerca mais barata com portão mais caro (porém mais estacas e mais arame);

c) cerca mais cara e portão mais barato (porém menos estacas e menos arame);

d) cerca mais cara com portão mais caro (porém menos estacas e menos arame);

• requer estudo da colocação das estacas;

• requer decisões – o número de estacas numa lateral nem sempre dá exato. O que fazer: colocar uma estaca a mais ou uma a menos?

• pode haver respostas distintas, dependendo da opção proposta no item anterior;

• o problema tem dado supérfluo – o preço da tinta.

Vemos então que o que caracteriza uma situação-problema não é simplesmente a exigência de que ela esteja contextualizada no mundo real.

Um problema tradicional, ainda que use o contexto do mundo real, pode ser estruturado pelo professor fornecendo as informações já organizadas para sua solução (como aconteceu com o problema tradicional apresentado acima).

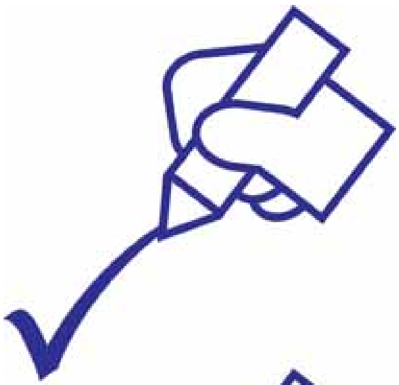
Atividades

1. Identifique, na situação proposta na seção 1 desta unidade, a presença ou não das características que definem uma situação-problema, apontadas no texto.

2. Analise nas situações propostas no livro didático que você adota, suas semelhanças com problemas e com situações-problema.

3. Faça uma síntese dos principais pontos a serem observados por você no momento de planejamento de situação matemática a ser trabalhada em sala de aula.

Soluções das atividades



Soluções das atividades

Atividade 8

Volume: 4.500.000cm³.

Atividade 9

1.000 litros equivalem a $1m^3$.

Seriam necessários 4,5 caixas d'água de $1m^3$ para encher o cocho.

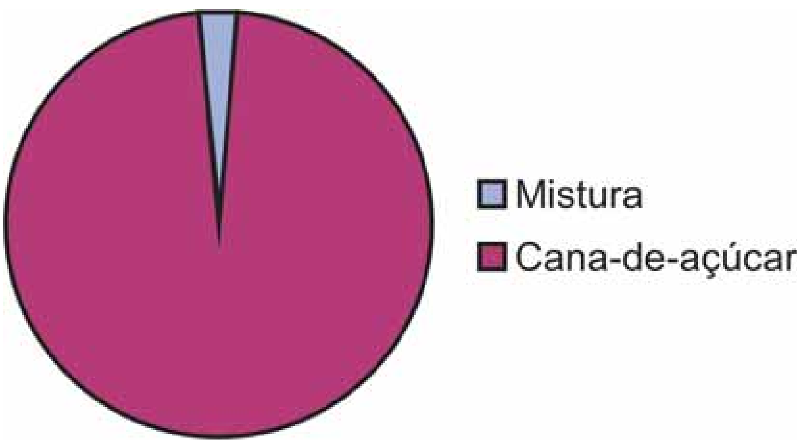
Atividade 11

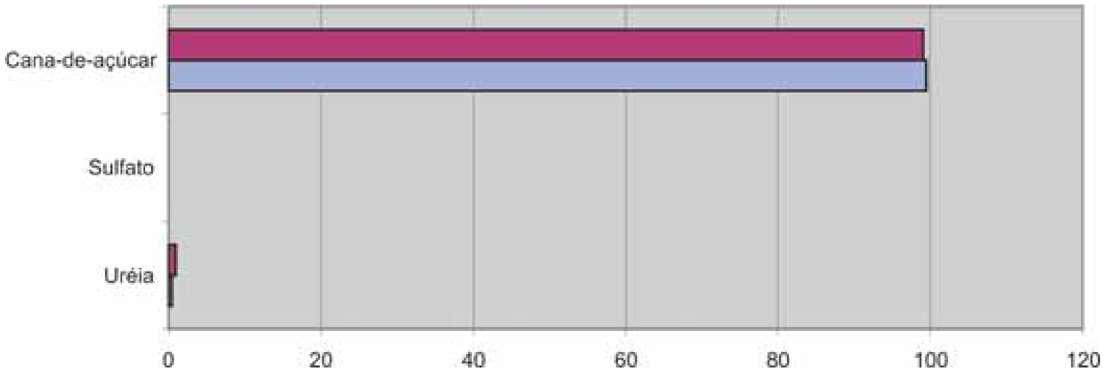
Ingrediente	Quantidade		Porcentagem		Quantidade diária	
	1ª fase	2ª fase	1ª fase	2ª fase	1ª fase	2ª fase
Uréia	9kg		$\frac{9}{2010} \times 100 \approx 0{,}45\%$	$\frac{9}{1010} \times 100 = 0{,}89\%$	0,45% x 20 = 0,09kg ou 90g	0,89% x 20 = 0,178kg ou 178g
Sulfato de amônia	1kg		$\frac{1}{2010} \times 100 \approx 0{,}05\%$	$\frac{1}{1010} \times 100 \approx 0{,}1\%$	0,05% x 20 = 0,01kg ou10g	0,1% X 20 = 0,02kg ou 20g
Cana-de-açúcar	2.000kg	1.000kg	$\frac{2000}{2010} \times 100 \approx 99{,}5\%$	$\frac{1000}{1010} \times 100 \approx 99{,}1\%$	99,5% x 20 = 19,9kg	99,01 x 20 = 19,802kg
Total	2.010kg	1.010kg				

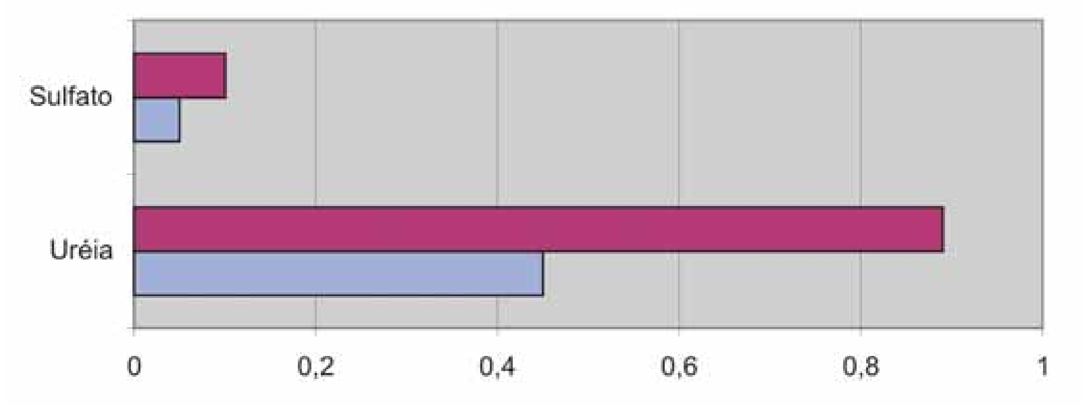
Sulfato de amônia: 0,18º

Cana-de-açúcar: 358,2º

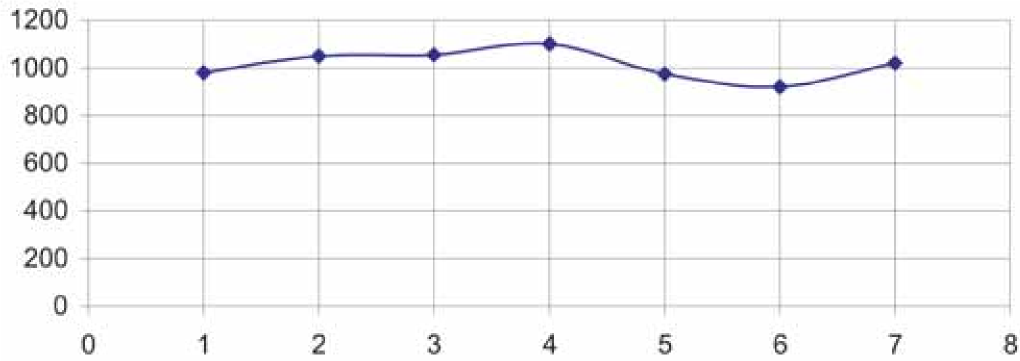
Gráfico circular:







Atividade 12



Unidade 2

Alimentação para a saúde

Cristiano Alberto Muniz

Iniciando a nossa conversa

Estamos desde a primeira unidade desenvolvendo nossas atividades a partir de um assunto de alta relevância: a necessidade de uma boa alimentação como condição essencial de vida e de saúde. Buscando uma articulação entre os temas escolhidos para a construção de situações-problema e conseqüente transposição didática, vamos ampliar o tema da alimentação para a questão da saúde humana, e, em especial, a preocupação de uma boa alimentação para nossas crianças e o desenvolvimento saudável de nossos alunos. Assim, essa unidade desse TP estará estruturada em torno da temática ***Alimentação para a saúde***.

Essa unidade será dedicada a situações que dizem respeito à alimentação e a importância de ingerirmos alimentos ricos em ferro evitando, assim, a incidência de anemia, um mal tão presente na sociedade brasileira. Assim, continua sendo explorado o tema "alimentação do ser humano", mais especificamente, as necessidades nutricionais assim como a carência de ferro no organismo decorrente de uma má alimentação.

Conceitos centrais que serão tratados nesse tema Alimentação são equações, área e volume, tratamento de informações, medidas e decimais (comparação e operação), e continuidade dos conteúdos da unidade anterior permitindo tanto um aprofundamento dos mesmos quanto uma maior sistematização.

Definindo o nosso percurso

Ao final da Unidade, esperamos que você possa:

1. Em relação ao seu conhecimento de conteúdos matemáticos:

   – Identificar os conceitos de volume, de medidas, de tratamento de informações, de números decimais e equações para que possam servir de base à construção de procedimentos para tomada de decisões e resolução de situações-problema inseridos no contexto de *Alimentação*.

2. Com relação aos seus conhecimentos sobre Educação Matemática:

   – Caracterizar situações-problema, currículo em rede e o fazer matemático do aluno.

3. Com relação à sua situação em sala de aula:

   – Conhecer e produzir, com relação aos temas tratados, situações didáticas adequadas à série em que atua.

Seção 1

Situação-problema “Alimentação versus carência alimentar: uma questão meramente biológica?”

Objetivo da seção

• Reconhecer a matemática no mundo dos alimentos e da saúde: mobilizar conceitos de números decimais, porcentagem e equações na resolução de situação-problema permitindo o desenvolvimento de um pensamento crítico frente a situações envolvendo questões de alimentação e saúde.

• Reconhecer a existência de um campo conceitual de números e proporções numa situação envolvendo alimentação e saúde.

Integrando a matemática ao mundo real

“O corpo de um atleta precisa de muito mais energia que o de uma recepcionista. Um operário de construção tem muito mais chance de ser magro que um executivo”, afirma a nutricionista paulista Flora Spolidoro, responsável pela criação da dieta do aventureiro dos oceanos, Amyr Klink (que busca atravessar sozinho os oceanos em pequena embarcação). Flora diz que dependendo do tipo de atividade que exerce, o organismo gasta mais ou menos energia.

Assim, segundo esta nutricionista, em entrevista concedida a revista “Superinteressante” (publicada no nº 6, junho de 1993), tudo que o corpo humano ingere é tratado por ele, indistintamente, como alimento. Um organismo plenamente desenvolvido utiliza esse alimento como matéria-prima para regenerar boa parte das células e para gerar energia que o conserva vivo. Em repouso absoluto, ele tem a potência de uma lâmpada: consome 100 watts de energia, o correspondente a 2100 quilogramas por dia. Cerca de 20% dessa energia é utilizada pela musculatura esquelética, 5% pelo coração, 19% pelo cérebro, 10% pelos rins e 27% pelo fígado e pelo baço. Assim vemos que a alimentação é vital para a vida, seja para os esportistas seja o homem comum, pois a qualidade de nossas vidas depende daquilo que comemos. Um dos fenômenos que indica carência alimentar é o índice de prevalência de anemia, ou em outros termos, a falta de ferro no organismo. Esse índice serve não apenas para avaliação da saúde de um indivíduo, mas também, de um dado grupo ou de uma comunidade. Esse índice pode dizer muito mais do que sobre a simples quantidade de alimento ingerido por um sujeito ou uma comunidade: ele diz respeito essencialmente sobre a qualidade da alimentação. Esse fato vai ser importante nas nossas discussões assim como no desenvolvimento de nossas atividades.

Por trás do apetite normal que faz barrigas roncarem, existe uma fome oculta. Ameaçadora, ela compromete a saúde de mais da metade do planeta. Sem deixar praticamente nenhum rastro, a anemia se instalou na sociedade e é responsável por uma geração de crianças, adolescentes e adultos apáticos, fracos e com rendimento escolar e no trabalho cada vez menor.

"É uma doença que não mata nem chama a atenção. Mas é perigosa e deletéria para o indivíduo e para o desenvolvimento social do país" avisa a consultora de nutrição da Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS), Leonor Pacheco. Pesquisas comprovam a perda intelectual que ocorre em anêmicos. O Fundo das Nações Unidas para a Infância (Unicef) provou que bebês e crianças com anemia perdem nove pontos do Coeficiente de Inteligência (QI).

Quando falamos em má alimentação, pensamos logo em falta de alimentos, o que pode não corresponder à realidade, pois uma alimentação inadequada implica considerarmos as proporções de nutrientes ingeridos e sua relação com as necessidades de cada um. Por falar em "proporção", discutir sobre alimentação será uma oportunidade impar para tratar de conceitos matemáticos importantes no ensino fundamental, não somente o conceito de proporção, mas também das medidas, dos decimais e do tratamento de informações.

A anemia cresce independente da classe social. Amostras de sangue de 1.256 crianças de 0 a 5 anos de idade da cidade de São Paulo demonstraram que 46,9% sofriam de anemia.

A solução para o problema de falta na alimentação de ferro foi a de enriquecer certos produtos com o nutriente. A preferência é por produtos consumidos em larga escala no país. No Brasil, as soluções começam a ser pensadas agora. (Texto baseado na reportagem de Daniela Guima, "Falta ferro à mesa" publicada em 30 de março de 2002, pelo Correio Braziliense, página 08 do primeiro caderno.)

Nesse contexto da problemática da anemia, analise o quadro de incidência da falta de ferro na população brasileira. Ainda não foi realizada uma pesquisa nacional no Brasil sobre a incidência da falta de ferro na população. Porém, alguns estudos isolados em estados revelam a face do problema. Conheça os resultados das principais pesquisas:

PESQUISAS BRASILERIAS

CIDADE	IDADE	AMOSTRA	PREVALÊNCIA DE ANEMIA
Porto Velho (RO)	2 a 5 anos (1990)	279	38,4%
Maceió (AL)	6 a 10 anos (2000)	454	25,4%
Sergipe	0 a 5 anos (1998)	720	31,4%
Pernambuco	0 a 5 anos (1997)	780	46,7%
Salvador (BA)	0 a 5 anos (1996)	606	46,4%
Paraíba	0 a 5 anos (1992)	1.287	36,4%
Piauí	mães 14-49 anos (1991)	809	26,2%
São Paulo (SP)	0 a 5 anos (1995/6)	1.256	46,9%
Porto Alegre (RS)	0 a 3 anos (1997)	557	47,8%
Criciúma (SC)	0 a 3 anos (1996)	476	54,0%

Atividade 1

Discuta e construa uma argumentação sobre a afirmação abaixo:

"Observa-se que as cidades de Criciúma-SC, Porto Alegre-RS e São Paulo-SP têm, nessa ordem, os maiores índices de prevalência de anemia. Isso significa que nessas cidades a população tem maiores dificuldades econômicas para fazer frente às necessidades alimentares de suas crianças."

Professor, sem dúvida essas cidades estão longe de estarem nas regiões mais pobres do nosso país. Ao contrário: estão nas regiões de maior produção agrícola e industrial do Brasil e com maior *renda per capita,* o que é um dos índices de riqueza. Então não podemos atribuir ao fator econômico o alto índice de anemia nessa região.

Articulando conhecimentos

Renda per capita: corresponde ao quociente entre o produto interno bruto de uma região pelo número de habitantes.

Um relatório da Unicef divulgado em 1998 define bem as causas desse problema de saúde pública: "A abundância e disponibilidade de tipos errados de alimentos, consumidos sem moderação e na forma de dietas mal equilibradas, atuam como vilões nesse processo: alimentos nutricionalmente deficientes, como refrigerantes, batatas fritas, doces, e refeições rápidas, dificultam o consumo de produtos benéficos".

Isso indica que a prevalência de ferro do organismo é também uma questão cultural, ou seja, diz respeito aos hábitos alimentares de um indivíduo e de um grupo. Isso implica que a educação alimentar dada em casa, na escola e na sociedade é um fator importante que vem definir o consumo de alimentos ricos em ferro.

Atividade 2

Situando-se na tabela abaixo, ou seja, observando as categorias contidas na primeira coluna e a quantidade de ferro, em miligrama por cada categoria, considerando seu sexo e idade, construa a proposta de três cardápios diferentes, de forma que:

- Cada cardápio tenha três produtos diferentes.
- Você irá comer o peso de meio quilo (ou o mais próximo possível disso).
- Você ingerirá a quantidade mínima diária de ferro nessa refeição.
- Procure fazer uma combinação adequada na combinação dos alimentos pensando no sabor.

ALIMENTE-SE DIREITO	
RECOMENDAÇÃO DIÁRIA DE INGESTÃO DE FERRO	
Crianças até 10 anos	10mg
Homens entre 11 e 18 anos	12mg
Homens a partir de 19 anos	10mg
Mulheres entre 11 e 50 anos	15mg
Mulheres a partir de 51 anos	10mg
Mulheres grávidas	30mg
Mulheres lactantes	15mg
ALIMENTOS RICOS EM FERRO	
Alimento	**Quantidade por 100g**
Carne de boi magra	3,20mg
Feijão preto	4,30mg
Feijão roxinho	3,30mg
Feijão verde	1,40mg
Alface	1,10mg
Brócolis	1,30mg
Agrião	2,60mg
Couve	2,20mg

Aprendendo sobre Educação Matemática

Sem dúvida, a composição deste cardápio exigiu a mobilização de várias noções envolvendo comparações e operações de decimais. Também foi mobilizada a noção de proporcionalidade, uma vez que a quantidade de ferro depende da massa de alimento ingerida. Essa é mais uma oportunidade de observar como os diferentes conceitos matemáticos aparecem de forma integrada em situações significativas, devendo o professor aproveitar dessas situações para trabalhar o conteúdo matemático de forma mais integrada e dinâmica, rumo à constituição de **um currículo em rede**.

Atividade 3

Consultando a tabela de recomendação de ingestão diária de ferro, podemos calcular quanto de ferro um homem deve ter ingerido até completar os 30 anos de idade. Para isso, caro professor, defina a expressão que nos forneça esse valor, lembrando que a tabela informa o consumo diário e que queremos saber o consumo ao longo dos anos de vida.

Faixa etária	Ingestão diária	Qtde de anos no período	Qtde de dias no período	mg* de ferro por ano
Até 10 anos	10	10 anos	3.650 dias	10 x 3.650 =36.500mg
11 a 15 anos	12			
19 a 30 anos	10			
TOTAL				

(*) mg = massa expressa em miligramas, ou seja, milésima parte do grama.

Atividade 4

Calcule quanto em quilograma esse homem deve comer minimamente de cada um dos alimentos abaixo, supondo ser a única fonte de consumo de ferro (ou seja, o indivíduo não consome nenhuma outra fonte de ferro em suas refeições), para que não seja acometido de anemia (baseando-se na tabela "Alimente-se direito" da atividade 2):

Feijão roxinho:

Alface:

Couve:

Seção 2

Construção do conhecimento matemático em ação: números e álgebra

Objetivo da seção

Vamos agora estudar um pouco mais sobre os temas que você utilizou para resolver a situação-problema. O **objetivo** desta seção é de aprofundar nos seguintes temas:

- Relação entre números inteiros, fracionários e decimais.
- Números decimais: significados e operações.
- Conceitos básicos de equações do primeiro grau e algumas maneiras de propor a sua solução.

Atividade 5

Na situação-problema desta Unidade você utilizou números inteiros, fracionários e decimais. Propomos, então, que trabalhemos um pouco sobre os vários sistemas de numeração.

Por exemplo, se o retângulo abaixo representa uma fração de 4/5, desenhe logo abaixo o que represente 4/10, 3/4, 8/10, 90% e 75%.

4/5 = 

4/10

3/4

8/10

90%

75%

Sem dúvida, a resolução desse problema poderá ser feita de várias formas. Aqui vamos apresentar uma das formas.

Encontrar o 4/10 parece fácil, porque 4/10 = 2/5. Se 4/5 é representado pela figura inicial, então 2/5 é a metade da figura inicial.

4/5 = 

4/10 = 

Para determinarmos os 3/4 sugerimos que encontre o que representa 1/5 e, a partir daí, encontre o todo, ou seja, 5/5. Com o inteiro completado, divida o inteiro em 4 partes e tome 3.

4/5 = 

2/5 ou 4/10 = 

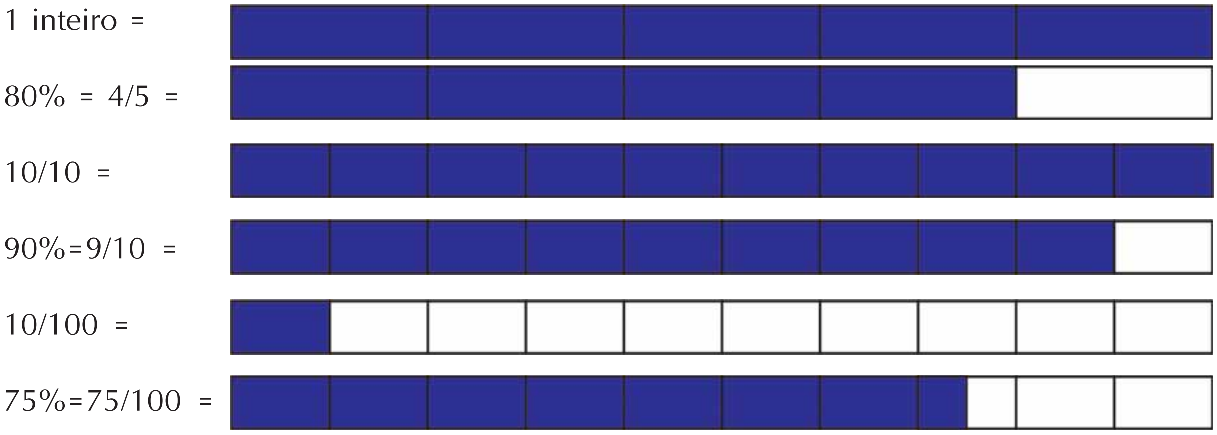
1/5 = 

5/5 = 

4/4 = 

3/4 = 

Já 8/10 parece tarefa fácil, já que 8/10 é equivalente a 4/5. Mas, mesmo assim vamos dividir o inteiro em 10 partes, o que será útil para determinarmos 90%. Para encontramos os 75%, vamos dividir o inteiro em 100 partes e tomar 75.



Você deve ter observado as relações que apareceram. Por exemplo: 75% é equivalente a 3/4 e 4/5 é equivalente a 80%.

Agora tente fazer o cálculo mentalmente. Sem o uso de representações gráficas.

Sabendo que 2/5 é 12, quanto é:

3/5?

1/6?

1/10?

10%?

5%?

95%?

Assim, podemos ver as várias formas com que os números podem ser representados, sendo cada forma mais conveniente para um tipo de representação do que outra.

Existem momentos em que uma fração é mais utilizada do que **a porcentagem.** Por exemplo: nos livros de receita usa-se: "1/2 de um copo de leite e não 50% de um copo de leite".

Ao receber um desconto numa loja é mais fácil a vendedora dizer que o desconto é de 10% sobre o valor do produto do que 1/10 ou 0,1.

Quando você está no caixa de um mercado é comum a vendedora pedir 25 centavos para completar o troco do que 25% de um real ou 25/100 de real.

Então a utilização adequada de um sistema de numeração vai depender da sua aplicabilidade, por isto é importante que você trabalhe com as interpretações múltiplas dos números.

Aprendendo sobre Educação Matemática

A aprendizagem matemática é vinculada à **aprendizagem de diferentes representações de um mesmo conceito**, e saber transitar entre essas diferentes representações sinaliza para uma aprendizagem real. Nesse sentido, a teoria de Douady insiste na importância de que uma dada situação matemática seja tratada em diferentes quadros, em especial, na aritmética, no algébrico e no geométrico. Assim, o professor não deve se contentar com a resolução de uma situação-problema em apenas um quadro (no algébrico, por exemplo), mas deve buscar com seus alunos **a construção de diferentes formas de soluções em mais de um quadro** (no geométrico, por exemplo), procurando evidenciar com seus alunos a existência de uma forte e importante articulação entre os processos presentes nos diferentes quadros. Essa é, por certo, uma postura que contribuirá para a construção, na escola, de uma concepção de matemática menos fragmentária e mais articulada e dinâmica .

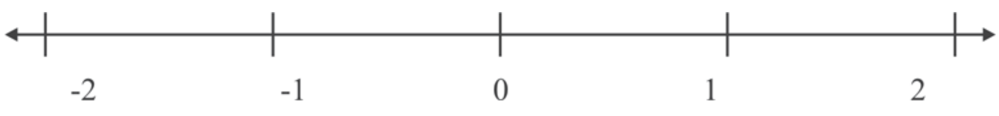
Para maior conhecimento desta teoria procure ler o texto de referência "A flexibilização da aprendizagem matemática – Representação e Teoria de Quadros", unidade 6.

Atividade 6

Os números decimais estão sempre presentes no nosso dia-a-dia. Vamos analisar um pouco mais sobre esta **forma de representação numérica**.

Escreva na segunda coluna um número inteiro que esteja mais próximo do número da primeira coluna, depois os represente na **reta numérica**.

Número	Inteiro mais próximo
2,01	2
1,71	
1,501	
-1,2999	
-0,049998	
0,095	



Para pensar quem é o maior número ou quem está mais próximo, você pode ter usado o seguinte raciocínio:

2,01 está entre 2 e 3. $2{,}01 = \frac{201}{100}$ então vamos transformar o 2 e 3 para uma fração de denominador 100, assim $2 = \frac{200}{100}$ e $3 = \frac{300}{100}$. Com o mesmo denominador, é possível analisar os números. Logo, 201 está mais próximo de 200 do que de 300.

É importante, professor, que você mostre para os seus alunos essa explicação antes de estipular qualquer regra. Sugerimos que você deixe que seus alunos façam alguns exemplos com frações, para que, a partir daí, eles possam criar alguma regra.

Se desejarmos colocar em ordem crescente os números 0,6; 0,61 e 0,625, então podemos pensar nos números como: 600, 610 e 625 quando já compreendemos que estes são os numeradores de uma **fração** com denominador 1.000. E que depois de os transformar para o mesmo denominador basta nos dedicarmos a estudar o numerador.

Articulando conhecimentos

Entretanto, é necessário observarmos que o número decimal guarda as mesmas propriedades dos números naturais uma vez que se encontram na mesma base, ou seja, na base dez. Estando no sistema decimal, os procedimentos de comparação, adição e subtração entre decimais possuem forte conexão com os desenvolvidos previamente com os números naturais. A escola deve buscar valorizar iniciativas dos alunos em expandir tais procedimentos já aplicados em situações envolvendo dinheiro ou medidas, pois nelas os alunos já se utilizam de procedimentos ditos "espontâneos" mas que permanecem válidos para as situações com as demais formas de números decimais.

A descoberta pelo aluno de que ainda permanece a propriedade fundamental do sistema decimal (em que a quantidade DEZ de uma ordem forma um número de ordem imediatamente superior como quando manipula cédulas e moedas) permitirá tanto ampliar os algoritmos até então válidos como permitirá ao aluno desenvolver e propor formas de realizar as operações aditivas com os decimais.

Essas formas não somente ocorrem graças a essa compreensão, como os procedimentos operatórios revelam de que forma o aluno compreende a noção de número decimal.

O trabalho entre os números decimais e as frações sempre é altamente salutar, mas não devemos nos esquecer da importância sociocultural da aprendizagem dos decimais, uma vez que, em situações comuns do cotidiano, como no comércio, no trabalho, nos esportes, nos meios de comunicação, os decimais são infinitamente mais presentes, aplicados e úteis do que as frações.

Atividade 7

Voltando à tabela dos números de anemia, responda às seguintes perguntas:

a) Qual é o total, percentualmente, dos índices de anemia da região Nordeste?

b) Podemos dizer que o índice de anemia de Criciúma é o dobro dos índices do Piauí?

Um recado para sala de aula

Você, professor, quando estiver na sala de aula pode criar várias outras perguntas interessantes para motivar seus alunos ao cálculo com **números decimais** a partir dessa situação-problema. Assim, vamos pensar um pouco na forma como são feitas as operações com decimais que, normalmente, são apresentadas aos alunos de uma forma mecânica.

Adição e subtração

Vamos calcular: 5,5 + 2,61. Como o nosso interesse é compreender como é feito este cálculo, vamos transformar para frações esses números.

$$5{,}5 = \frac{55}{10} \text{ e } 2{,}61 = \frac{261}{100}$$

Somar 5,5 com 2,61 é a mesma coisa que:

$$\frac{55}{10} + \frac{261}{100}$$

Reduzindo ao mesmo denominador:

$$\frac{550}{100} + \frac{261}{100} = \frac{811}{100} = 8{,}11$$

O mesmo procedimento podemos adotar para a subtração.

Multiplicação de decimais

Vamos determinar o produto de 0,58 e 9,1, para isso vamos também transformá-los em frações para ver o que acontece.

$$0{,}58 \times 9{,}1 = \frac{58}{100} \times \frac{91}{10} = \frac{5278}{1000} = 5{,}278$$

O que foi feito? Quando fazemos a operação no mesmo algoritmo utilizado com os números naturais, o que devemos acrescentar é a relação entre os decimais, ou seja,

Décimo de décimo = centésimo
Décimo de centésimo = milésimo
Centésimo de décimo = milésimo
Décimo de milésimo = déci-milésimo.

Assim os procedimentos adotados para a multiplicação dos naturais são ainda válidos para a obtenção de produto entre décimos, observando as relações acima.

Ao fazer o cálculo como exposto abaixo como você explicaria um número em centésimos multiplicado por um número com décimos se transformar em milésimo?

$$\begin{array}{r} 0{,}58 \\ \times \quad 9{,}1 \\ \hline 5{,}278 \end{array}$$

Você já deve ter ouvido e usado inúmeras vezes a explicação de que se o número 0,58 tem duas casas decimais e 9,1 tem apenas uma, no resultado haverá 3 casas decimais, porque 2 casas + 1casa = 3 casas.

Na verdade, a contagem de casas significa o produto de um centésimo ($\frac{1}{100}$) por um décimo ($\frac{1}{10}$). O que você acha de, em vez de explicar para os alunos apenas a contagem da casa, usar a seguinte explicação: produto de centésimos e décimos é igual a milésimos?

As demonstrações acima apenas confirmam que existe uma articulação conceitual e procedimental da adição, subtração e multiplicação de números decimais com o sistema de numeração decimal. Isso pode ser facilmente visto, por exemplo, na adição, subtração e para alguns casos da multiplicação com **valores monetários**.

Por exemplo, quando fazemos a operação R$2,45 + R$3,71 devemos adicionar os centavos de real e os décimos de real de cada valor. Quando adicionamos os 4 com 7 décimos de real, ao completarmos 10 décimos completamos um real. Veja então como a operação é feita: centavos com centavos, décimos de real com décimos de real.

Mesmo raciocínio utilizamos para os números decimais. Devemos somar décimos com décimos, centésimos com centésimos etc.

Talvez em sala de aula a demonstração utilizando o exemplo monetário possa ser mais útil e significativa do que a explicação com frações.

Divisão de decimais

A divisão por decimais é um conteúdo no qual os alunos encontram maior dificuldade. O cálculo, normalmente, é feito mecanicamente sem a compreensão do seu significado matemático.

Vamos ver duas formas de compreender a divisão de decimais, fazendo o calculo: $6{,}345 \div 2{,}35$

$$6{,}345 \div 2{,}35 = \frac{6345}{1.000} \div \frac{235}{100}$$

A divisão será melhor realizada se reduzimos as duas frações ao mesmo denominador.

$$6{,}345 \div 2{,}35 = \frac{6.345}{1.000} \div \frac{2.350}{1.000} = \frac{6.345}{1.000} \div \frac{1.000}{2.350} = \frac{6.345}{2.350}$$

Então, o cálculo $6{,}345 \div 2{,}35$ é o mesmo que podemos fazer entre $6.345 \div 2.350$. Outra forma seria fazer a simples transformação:

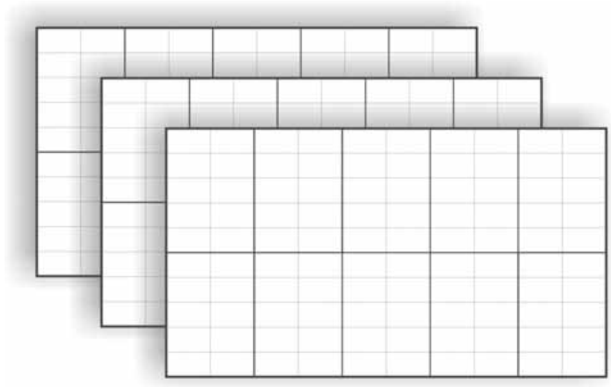
$$6{,}345 \div 2{,}35 = \frac{6{,}345}{2{,}35} = \frac{6{,}345 \times 1.000}{2{,}35 \times 1.000} = \frac{6.345}{2.350}$$

Observando os dois exemplos, escreva uma regra para a divisão de decimais e justifique.

Um recado para sala de aula

Um procedimento que vale a pena experimentar junto aos alunos para a idéia de multiplicação de decimais com o primeiro fator menor que um é o de tomar uma tira de papel como sendo o inteiro, tendo esse inteiro marcas que o dividem em dez partes iguais, e cada décimo, por sua vez, divisões em decimais.

Por exemplo, fazer 0,2 x 0,3 deve significar "pegar 2 décimos de 3 décimos". Assim, peguemos 0,3. Se quisermos dois décimos dos 0,3, empilhamos e cortando dois décimos destes.

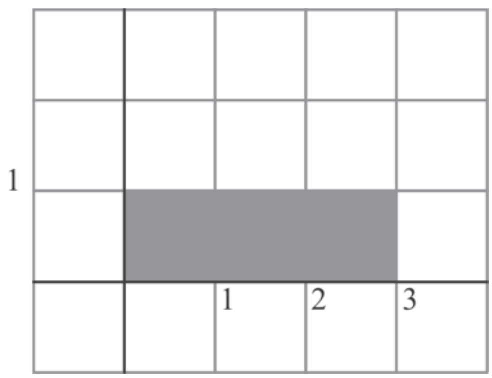


A cada corte, teremos 1 décimo de 0,3, ou seja, 3 centésimos. Com dois cortes teremos 0,03 + 0,03, totalizando 6 centésimos.

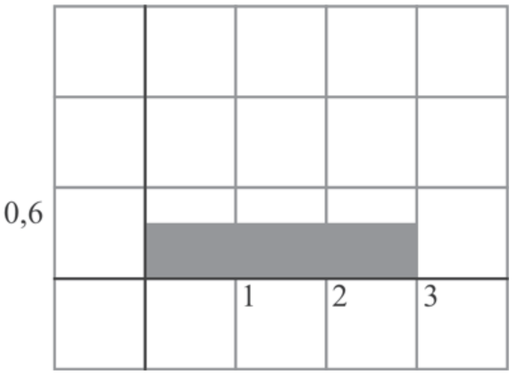
Atividade 8

É muito comum alunos, e até mesmo adultos, não compreenderem o motivo pelo qual a multiplicação de números decimais pode resultar em algo menor do que os fatores iniciais, ainda mais quando se considera que a **multiplicação pode significar a soma de parcelas iguais**. No mesmo sentido, ficam atordoados quando a divisão de dois números decimais apresenta um resultado maior que o inicial. Como isso pode acontecer se estamos dividindo?

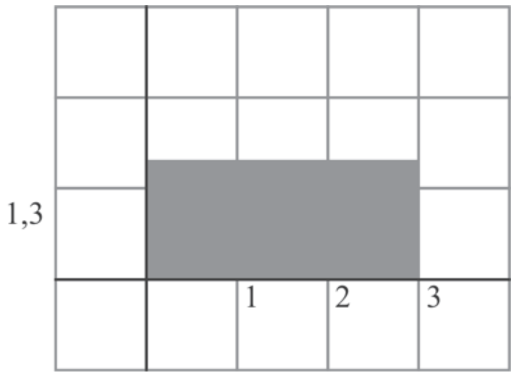
Vamos procurar responder a algumas destas perguntas. Pensemos numa área representada no plano cartesiano pelo retângulo de base 3 e altura 1:



Área da figura é 1 x 3 = 3



Área da figura é 0,6 x 3 = 1,8



Área da figura é 1,3 x 3 = 3,9

Observando os gráficos, é fácil perceber que a área do retângulo de dimensões 3 e x é menor quando x for menor que 1 e maior quando x for maior que 1. Portanto, esta verificação pode nos mostrar que o resultado de uma multiplicação nem sempre é um número maior (multiplicando 3 por um número menor que 1 resulta um produto que é menor que 3).

Quanto à divisão que envolve números decimais cujo resultado pode ser maior do que o número inicial, vamos pensar na seguinte situação.

Normalmente quando chegamos de uma compra no supermercado que fazemos mensalmente devemos dividir, por exemplo, a carne em pequenas porções para não precisar descongelar toda a carne quando for precisar de apenas uma pequena parte.

Então se compramos 3kg de carne e desejamos fazer pacotes de 1kg, o cálculo é fácil: serão 3 pacotes de 1kg cada.

$$\mathbf{3 \div 1 = 3}$$

Se desejamos dividir em pacotes de 250g quantos pacotes de carne serão feitos?

Portanto, a divisão indica que o número de pacotes (12) é maior que o número inicial (3 quilos), já que são necessários quatro 0,25 para completar um inteiro. Então se uma divisão for feita por um número menor que 1, o seu resultado será maior.

Atividade 9

Na situação-problema você poderia ter utilizado equações para resolver a questão proposta na atividade 4. O uso de letras em matemática, algo que fazemos hoje com tranqüilidade, a história nos mostra que nem sempre foi assim.

Articulando conhecimentos

História da Álgebra

Ao longo de seu curso de primeiro ou segundo graus, você deve ter resolvido várias expressões algébricas. Lembra-se? Você provavelmente teve que passar por listas inteiras de exercícios com enunciados exclusivamente simbólicos, sem nenhum vocábulo.

Para que a álgebra chegasse a este estágio, ela passou por três etapas de desenvolvimento:

1) o primitivo, ou retórico, em que tudo era completamente escrito em palavras;

2) o estágio intermediário, sincopado, em que eram adotadas algumas abreviações;

3) o estágio simbólico ou atual, em que se usam exclusivamente símbolos matemáticos.

Esta classificação do registro do pensamento algébrico em três estágios nos permite uma compreensão do sentido evolutivo de sua história, mas isto não significa que não se possa, atualmente, expressar um pensamento algébrico simples de forma retórica ou sincopada, se isto facilitar a comunicação.

A fase retórica

O pensamento algébrico já foi demonstrado por povos antigos, como os babilônios e os egípcios. No entanto, eles registravam seus problemas de álgebra e suas soluções inteiramente com palavras. Veja, por exemplo, este problema babilônico encontrado no tablete de argila nº AO8862, encontrado em escavações na área da Assíria:

Comprimento largura. Eu multipliquei comprimento e largura, portanto encontrando a área. Então eu somei à área o excesso de comprimento comparado à largura: 3,3 (isto é, o 183 foi o resultado encontrado). Além disso, eu somei comprimento e largura: 27. Quero que me digas o comprimento, a largura e a área.

Dados: 27 e 183 as somas

Resultados: a) Comprimento = 15; Largura = 12; Área = 180;
b) Comprimento = 14; Largura = 13; Área = 182.

Não parece um daqueles problemas encontrados em livros de Matemática, onde se espera que o aluno substitua comprimento, área e largura por letras, por exemplo, x, y e z, monte uma equação e resolva o problema?

Imagine a dificuldade que ele encontraria para escrever a expressão $(ax+b)(cx+d)(ex+f)$.

A álgebra sincopada

O estágio seguinte é o da álgebra sincopada, que constitui uma forma mista de representação na qual se usam alguns símbolos, muitas abreviações, e palavras. Diofante de Alexandria foi o primeiro autor a fazer uso sistemático de abreviações nos problemas e nas operações com números.

Diofante representava um número desconhecido, que chamamos uma incógnita, por um símbolo que lembra a letra grega s e usava também símbolos para representar potências específicas de números. O quadrado era D^g, o cubo era K^g, a quarta potência, que ele chamava "quadrado-quadrado", era D^gD e a sexta potência, ou "cubo-cubo", era K^gK. Pela notação de Diofante fica claro que ele conhecia as regras para combinação de expoentes que conhecemos hoje ($x^m \times x^n = x^{m+n}$). Ele tinha até nomes especiais para as potências negativas. Só que sua notação ainda não deixava tão evidente, como é para nós hoje, as tais relações entre expoentes.

A notação sincopada tornou-se comum na Europa renascentista. Na notação de Regiomontanus (1436-1476), por exemplo, a expressão:

5 m Radice de 21, ecce valor rei

significava:

$$5 - \sqrt{21} = x$$

As letras vinham sendo usadas para **representar quantidades desconhecidas** (incógnitas) ou para **generalizar números**.

Outro matemático muito importante para o desenvolvimento da álgebra foi Viète (1540- 1603), que propôs a utilização sistemática do cálculo literal para tratar de forma geral um tipo de problema. Tomemos um exemplo simples:

1. A área de um retângulo na qual as dimensões são 3m e 4m é $3 \times 4m^2$.

2. A área de um retângulo é o produto de sua largura pelo seu comprimento.

3. A= L x C.

Resolvemos, segundo Viète, inicialmente um problema particular, para em seguida exprimir uma regra dando a solução do problema geral correspondente, condensando, enfim, isso por uma fórmula algébrica.

Viète fez o primeiro passo em direção à criação de uma linguagem matemática, tendo de um lado os símbolos (a utilização de letra em álgebra) e de outra parte o emprego dos mesmos.

(Tradução livre da internet: http://math93.free.fr/viete.htm)

Mas a álgebra na forma como temos expressada hoje por letras (principalmente o uso do x para representar valores desconhecidos) só foi sistematizada pelo matemático e filósofo René Descartes. Foi ele que sugeriu o uso das últimas letras do alfabeto para os valores desconhecidos de uma equação e as primeiras letras para os valores conhecidos.

Pesquise um pouco mais sobre as contribuições de René Descartes para o desenvolvimento da álgebra.

Claro que esta é uma história sistematizada e resumida, houve vários matemáticos que foram importantes para a formação da álgebra como temos hoje.

A solução de uma **equação** pode ser feita a partir de algumas interpretações matemáticas.

Apesar de os professores optarem por procedimentos únicos para a resolução das equações, é importante saber e trabalhar com os alunos as múltiplas possibilidades de resolver equação.

A maioria dos procedimentos são, no fundo, calcados nos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade. Esses princípios podem ser ilustrados por uma balança.

Quando existe um equilíbrio, ou seja, uma igualdade, entre os dois membros de uma sentença matemática, somando ou subtraindo o mesmo valor de ambos membros, a igualdade não se altera.

Vejamos dois exemplos:

120 + 50 = 170, ou então, 2x (120 + 50) = 2 x 170

240 +100 = 340.

Essa propriedade acaba por se constituir em forte ferramenta para o desenvolvimento de procedimentos algébricos. Iremos a seguir mostrar apenas dois destes, ressaltando desde o início que o processo utilizado escondendo-se um dos termos é apenas um recurso didático que busca decompor uma situação complexa em estrutura mais simples. É um recurso de grande limitação em termos de resolução de equações mais complexas, mas que pode muito contribuir para o início do aprendizado da resolução de equações.

Iniciemos com situações bem simples.

Uma das formas de interpretar uma equação e sua resolução é utilizando a aritmética que, no fundo, utiliza-se dos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade.

Sabe-se que 2 + 5 = 7, logo:

a) 2 = 7 - 5 ou

b) 7 - 2 = 5.

Por quê? Apliquemos o princípio aditivo:

$2 + 5 = 7 \rightarrow 2 + 5 - 5 = 7 - 5 \rightarrow 2 + 0 = 7 - 5 \rightarrow 2 = 7 - 5$

Observando uma equação temos que:

$x + 5 = 7$, então

$x = 7 – 5$, se utilizarmos o item a.

Ao resolver $2 + x = -4$, podemos usar o item b:

$-4 - 2 = x$

Dessa forma podemos resolver várias equações utilizando a generalização de regras da aritmética.

Ainda:

Se $4 \times 3 = 12$, então:

c) $3 = \dfrac{12}{4}$ ou

d) $4 = \dfrac{12}{3}$

Assim na equação $4x = 12$, podemos escrever segundo c: $x = \dfrac{12}{4}$

Ou se tivermos a expressão na forma de d: $4 = \dfrac{x}{3}$, então $x = 4 . 3$

Assim, resolver uma equação significa reescrevê-la na forma de uma expressão que isole a **incógnita** em um dos membros.

Resolva a equação a seguir usando as generalizações acima. Justifique cada passo seu.

$$2x + \frac{1}{5} = \frac{3x}{5}$$

Atividade 10

Uma forma de encaminhar a resolução de equações é esconder o valor que se deseja conhecer. Para isto você pode usar os dedos para esconder o valor que deseja. É um recurso que, como já dissemos, é altamente limitado em termos da variedade de equações para os quais podemos aplicar o recurso. Mas pode ajudar a visualização do aluno das diferentes etapas de resolução que, para início de aprendizagem, pode ser interessante.

Vamos pensar um pouco na solução da equação abaixo:

$$\frac{3x}{5} + 2 = -4$$

? + 2 = -4

Tampe com um dedo a parte $\dfrac{3x}{5}$, então: qual número somado com +2 tem como resposta –4?

Refletindo sobre a operação com inteiro, você deve ter encontrado –6.

$$\frac{3x}{5} = -6$$

Tampe agora o numerador da fração e responda à pergunta: qual número dividido por 5 é igual a –6.

$$\frac{?}{5} = -6$$

De mesma forma, você encontra -30.

$3x$ = -30

Usa-se a mesma estratégia para descobrir qual o número multiplicado por 3 é -30. Finalmente, x = -10.

Esse método, apesar de eficiente, não pode ser utilizado para a resolução de todo tipo de equação, mas pode ser muito útil para que os alunos compreendam o significado da incógnita. Mas é necessário pensar se essa técnica sempre funciona. Será, por exemplo, num caso onde aparecem variáveis em ambos os membros da igualdade é viável a aplicação desse recurso. Entretanto, para início da aprendizagem da resolução da equação, o recurso nos parece eficaz sobretudo no que se refere à construção do significado da resolução de uma equação: encontrar o valor para o qual, substituindo na variável, obtemos uma sentença matemática fechada verdadeira.

Resolva a equação abaixo utilizando esse método:

$$\frac{2}{5}(x + 0{,}2) = 0{,}4$$

Atividade 11

O livro de al-Khowarizmi intitulado "Al-jabr" trazia algumas regras para a resolução de equações algébricas. Era parecido com um livro de receita que tinha como objetivo ajudar na solução desse tipo de equações.

Alguns professores e livros didáticos apresentam a equivalência de equações a partir do exemplo da balança de dois pratos, uma vez que ao utilizar tal balança o aluno pode conseguir resolver as equações de forma mais intuitiva.

O segundo processo apela diretamente para o processo ilustrado pela balança onde exploramos as propriedades fundamentais presentes na resolução de uma igualdade. Com isso, podemos lançar mão desse fato para auxiliar no processo de isolamento da variável em um dos membros da igualdade.

Vamos, então, aplicar esse mesmo conceito na equação abaixo:

x+ 5 = 8

Se desejamos isolar o "x" devemos tirar o 5. Fazemos isto anulando-o, ou seja, acrescentado o "-5" nos dois membros da equação.

$x + 5 - 5 = 8 - 5$

$x = 3$

Vejamos outro exemplo:

$2x = 10$

Para isolarmos o x, devemos reduzi-lo a 1, dividindo por 2. Como a divisão foi feita no primeiro membro o mesmo deve ser feito no segundo.

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$x = 5$

O mesmo, fazemos no exemplo seguinte:

$$\frac{x}{5} = 4$$

$$5 \times \frac{x}{5} = 4 \times 5$$

$$x = 20$$

Resolva a equação seguinte usando a equivalência. Escreva os termos nos dois membros. Não tenha pressa. O importante é você ter clareza sobre a equivalência.

$4 + 3x = -11$

Um recado para sala de aula

Vale a pena levar um balança de dois pratos para a sala de aula quando for introduzir o assunto “resolução de equações”. Porém, a utilização da balança fica difícil quando tratamos de números negativos e algumas situações com decimais.

Também vale a pena trabalhar com os alunos a solução escrevendo nos dois membros o termo a ser cancelado. Depois vá reduzindo os passos à medida que eles forem percebendo as regularidades do método.

Atividade 12

Em um papiro egípcio escrito em torno de 1.600 a.C. encontraram-se alguns exemplos de equações e suas soluções. Um método utilizado por eles é o que hoje denominamos de “falsa posição”. Nesse tipo de solução utiliza-se um valor desconhecido para a incógnita e calcula-se o valor da expressão para aquele valor. Como normalmente esse valor não resolve a equação, determina-se o seu fator de proporcionalidade e encontra-se o seu valor verdadeiro. Veja a solução da equação a seguir:

Vamos resolver a equação $x+\frac{1}{4}x=15$. Para começar vamos escolher uma solução por tentativa. Como x está sendo dividido por 4, vamos escolher um múltiplo de 4 (digamos 8), assim o primeiro membro fica determinado $8+\frac{1}{4}\times 8=10$

Entretanto o x que satisfaz a equação tem como resultado 15. Fazendo a proporção:

$$\frac{x}{\text{valor de } x \text{ da tentativa}}=\frac{\text{o valor verdadeiro da equação}}{\text{valor encontrado pela tentativa}}$$

Para o nosso problema temos que: $\frac{x}{8}=\frac{15}{10}$

Então, x = 12.

O método da falsa posição também pode ser usado para a resolução de equações quadráticas. Mas vamos deixar para conhecê-la oportunamente.

É interessante apresentar este tipo de solução para os alunos como uma curiosidade.

Agora é sua vez de tentar, resolver a equação a seguir pelo método da falsa posição:

$$x+\frac{2}{3}x=20$$

Resumindo

Adição e subtração entre dois números decimais**: deve ser feita obedecendo ao mesmo raciocínio feito pelos números inteiros. Deve-se somar décimos com décimos, centésimos com centésimos e assim por diante.**

Multiplicação de números decimais: O produto de dois números decimais terá o número de casas decimais definido pela soma do número de casas decimais de cada fator.

Divisão de decimais: deve-se igualar o número de casas decimais e fazer o cálculo como se não tivesse casas decimais.

Observações importantes com números decimais:

• Quando a divisão envolve números decimais o resultado pode ser menor do que o número inicial.

• Se uma divisão for feita por um número menor que 1, o seu resultado será maior que o dividendo.

• Para saber se um número é maior ou menor, iguale o número de casas decimais e depois interprete os números como se não fossem decimais.

Equações do primeiro grau: Existem algumas formas para resolver equações:

• Ocultamento do termo com a incógnita. (Atividade 10)

• Igualdade ou equivalência dos dois membros podendo utilizar a balança de dois pratos. (Atividade 11)

Método da falsa posição. (Atividade 12)

Seção 3

Transposição didática: pesquisando o consumo de ferro na nossa alimentação

Objetivo da seção

• Transpor a proposta de atividade da seção 1 para a sala de aula realizando-a com os alunos.

• Possibilitar aos alunos uma visão mais crítica sobre uma certa realidade graças à aquisição de novos conceitos matemáticos.

• Observar, registrar e documentar o processo de transposição didática.

Levar para a sala de aula o tema “alimentação” como gerador de situações matemáticas é também permitir uma discussão mais ampla abordando questões sociais, econômicas, educativo-culturais e, sobretudo, políticas e éticas.

Portanto, mais que estar mobilizando conceitos e procedimentos matemáticos ligados às medidas, porcentagens, médias, gráficos, fórmulas e equações, o tema gerador da situação-problema permite dar um sentido ao **conteúdo matemático como ferramenta de interpretação de determinado fenômeno** que é ao mesmo tempo biológico, cultural e econômico, muito ligado à questão da fome, da carência alimentar e, portanto, das noções de saúde e de qualidade de vida.

Nesta perspectiva, a transposição didática deve levar em conta que a proposta tenta permitir essa articulação entre objetos matemáticos e contextos significativos. Vamos nessa seção propor uma expansão da atividade desenvolvida numa situação-problema, a ser realizada numa turma de 5ª ou 6ª séries.

Articulando conhecimentos

A questão da aprendizagem e do ensino da matemática implica um confronto tendo, por um lado, o saber acumulado dessa ciência, cujo conhecimento requer um alto grau de abstração lógica e conceitual e, por outro, tendo a construção de estruturas de pensamento pela criança e pelo jovem que não podem assimilar esse conhecimento científico, inadequado tanto às suas necessidades quanto às suas capacidades cognitivas. A escola, não podendo trabalhar a matemática tal qual é tratada na universidade, requer do professor uma transformação do saber, adequando aos interesses e necessidades do aluno, transformação essa denominada de **transposição didática**.

Para saber mais, visite o Texto de Referência sobre este tema.

Atividade 13

Inicialmente promova junto aos alunos uma ***pesquisa de prevalência de anemia*** em sua região. Para tanto muitas podem ser as fontes de investigação, tais como posto médico, hospital, imprensa local, arquivos públicos, Secretaria de Saúde, entrevista com o médico comunitário, dentre outros.

A ***pesquisa de prevalência de anemia*** deve ser realizada após uma discussão com a turma sobre a importância da alimentação sobre a saúde. É importante um levantamento prévio sobre as possíveis fontes de informações, estimulando os alunos a recorrerem aos organismos ligados à prefeitura e ao Estado. Igualmente importante é a discussão acerca da natureza dos dados a serem coletados, podendo ser tanto de ordem quantitativa como de ordem qualitativa. Um trabalho fundamental a ser conduzido pelo professor é a confrontação das diferentes naturezas de informações coletadas pelos alunos.

É fundamental que o objetivo esteja claro entre os alunos antes da ida a campo, ou seja, que a intenção é buscar informações sobre a freqüência de anemia na sua região e que os dados serão organizados por idade, sexo, local de habitação, nível socioeconômico, dentre outras categorias. Portanto, não apenas as fontes de informações e a forma de coleta das informações quantitativas são importantes, mas também as estratégias de organização destes dados são altamente relevantes para permitir a realização de uma análise do fenômeno que favoreça exploração didática.

Uma primeira aproximação da exploração matemática dos alunos decorre da exploração dos componentes de produtos alimentícios extraídos da *informação nutricional* (cuja presença é obrigatória nas embalagens dos produtos). Solicitar a identificação dos componentes presentes nos produtos com atenção especial na presença ou ausência de ferro como componente do produto. Essa já seria uma primeira forma de organização das informações obtidas entre produtos (os que têm e os que não têm ferro em sua composição).

Os produtos selecionados em função da existência de ferro no seu componente podem, por sua vez, ser classificados pelo *índice* de concentração. Por exemplo, tomemos dois produtos que apresentam ferro em suas composições:

• Alimento achocolatado em pó : 2,2mg em 25g de produto, ou seja, aproximadamente duas colheres de sopa.

• Flocos de milho pré-cozido: 0,5mg em 50g de produto, ou seja, aproximadamente 1/2 xícara.

A observação da presença de ferro nesses produtos (apenas exemplos) abre muitas possibilidades de exploração matemática, sobretudo em termos das medidas e suas proporções. Comparar e classificar a riqueza de presença de ferro tem muitas implicações lógico-matemáticas:

• Considerar que a concentração é indicada em diferentes quantidades de produto (25g para o achocolatado e 50g para os flocos de milho).

• Considerar a quantidade média de ingestão diária: consumimos maior quantidade absoluta de achocolatado ou de flocos de milho por dia?

• Considerar o custo do produto em relação à realidade sociocultural que viabilize a aquisição e consumo do produto: presença do produto na compra familiar.

Os hábitos alimentares e costumes culturais da região que podem definir o altíssimo consumo ou sua ausência: freqüência de consumo do produto.

Atividade 14

Faça uma análise sobre quais conteúdos matemáticos estarão presentes e serão explorados por você, professor, preenchendo o seguinte quadro:

Objetivos da atividade	Conceitos matemáticos explorados na atividade

Atividade 15

Utilizando o resultado da investigação realizada pelos alunos, proponha aos alunos a elaboração de cardápios buscando otimizar a presença de ferro na alimentação oferecida pela escola. A questão da relação entre oferta e período de tempo tem que ser aí considerada, uma vez que a repetição de pratos tem que respeitar uma certa periodicidade, caso contrário, corre-se o risco de tornar um alimento rico em ferro em um candidato à rejeição por parte de todos (comer com muita freqüência uma mesma coisa, num curto espaço de tempo); O trabalho aliado ao calendário, em especial ao calendário escolar, e a discussão acerca de custos devem estar aí presentes.

Atividade 16

Na mesma perspectiva, pode-se realizar um estudo da presença do ferro em pratos típicos do Brasil.

Leve ao conhecimento dos seus alunos as informações contidas no quadro “Alimente-se direito” com a recomendação diária de ingestão de ferro nas diversas faixas etárias.

Esses dados podem ser enriquecidos a partir de uma pesquisa (que poderia envolver o professor de Ciências) na investigação de produtos naturais tais como leite, ovos, carnes, legumes, verduras e frutas, quanto à presença de ferro nos mesmos.

Fazendo uma correspondência entre essas recomendações de ingestão diária com o resultado da pesquisa sobre a presença de ferro em diversos produtos alimentícios, descobrir:

• Quanto deveríamos consumir destes produtos, combinando-os da melhor forma possível, para ingerirmos a dose mínima diária de ferro?

• Cada membro da família (o aluno considerará sua própria família) deve consumir quanto desses produtos diariamente, considerando suas idades?

• Investigando os preços desses produtos no comércio local e a quantidade necessária para toda família do aluno durante todo um mês: quanto isso pesa no orçamento familiar?

• Que tipo de alterações deveriam ser feitas na merenda escolar para que a escola pudesse garantir essa ingestão mínima diária?

Caro professor, procurando observar de que forma os conceitos matemáticos surgiram nas atividades propostas, propomos abaixo uma atividade objetivando um olhar crítico para as mesmas procurando quando e como esses conceitos se fazem presentes.

Atividade 17

Considerando os conteúdos matemáticos abaixo, de que forma eles são explorados nas diferentes atividades propostas? Para cada questão diga em que atividade o conceito se fez presente (e de que forma).

Números decimais:

Medidas:

Razão:

Proporção:

Tratamento da informação:

Médias:

Atividade 18

Em cada item acima, reflita sobre as dificuldades (no caso de tê-las indentificado) para:

- Os alunos realizarem as atividades.
- O professor planejar e desenvolver as atividades com seus alunos.
- O professor sistematizar os conteúdos.
- O professor avaliar as necessidades dos alunos na superação de suas dificuldades.
- O professor conceber um replanejamento para superação das dificuldades.

Agora, distanciando-se do tema alimentação, e relembrando as atividades propostas na seção "Construção do conhecimento matemático em ação", pense em pelo menos três outros *temas transversais* que possibilitariam a mobilização destes e de outros conteúdos matemáticos.

Leituras sugeridas

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. 1996. Disponível em: <http://www.paulofreire.org/proj/pec6par.htm>

MALBA TAHAN. *Antologia da matemática*: histórias, fantasias, biografias, lendas, paradoxos, curiosidades.... Saraiva, 1967.

LINS, Romulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997. p.176.

STRUIK, D. J. *Por que estudar história da matemática?* Em: GAMA, Ruy. História da técnica e da tecnologia. São Paulo: Queiroz – edUSP, 19 . p. 191-214.

PERIÓDICOS:

BOLEMA - BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Departamento de Matemática – UNESP, 1989. p.178.

BOLETIM DO GEPEM. Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro.

BOLETIM INFORMATIVO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <www.sbem.com.br>

CADERNOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. SBEM.

FOLHETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA . Univ. Estadual de Feira de Santana – NEMOC – Núcleo de Educação Matemática Omar Catunda – Dep. de Ciências Exatas. Bahia.

NEWSLETTER. CURITIBA, PR: UFPR – GPHM – Grupo de Pesquisa em História da Matemática – Dep. de Matemática.

PRO-POSIÇÕES. Campinas: v.4, n.1, mar. 1993.

REVISTA DO GEEMPA. Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação. Porto Alegre.

RPM – REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. São Paulo: SBM.

TEMAS & DEBATES. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

ZETETIKÉ. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas.

Bibliografia

<http://math93.free.fr/viete.htm>

Texto de referência

Teoria dos campos conceituais

Gerard Vergnaud - CNRS e Université René Descartes

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja, em si uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por "conhecimentos", tanto as habilidades quanto as informações expressas. As idéias de filiação e ruptura também alcançam as aprendizagens do adulto, mas estas ocorrem sob condições mais ligadas aos hábitos e formas de pensamento adquiridas, do que ao desenvolvimento da estrutura física. Os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo ocorrem, na criança e no adolescente, sempre em conjunto.

A teoria dos campos conceituais não é específica da Matemática, embora inicialmente tenha sido elaborada para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número – espaço e da álgebra.

Conceitos e esquemas

Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Esse processo de elaboração pragmática é essencial para a psicologia e para a didática, como também, aliás, para a história das ciências. Falar em elaboração pragmática não significa abstrair a natureza dos problemas para os quais um conceito novo oferece resposta – tais problemas tanto podem ser teóricos, como práticos. Também não exclui a análise do papel da linguagem e do simbolismo na conceitualização. Esse papel é muito importante.Simplesmente, se pretendemos dimensionar concretamente a função adaptativa do conhecimento, devemos preservar um lugar central para as formas que ela assume na ação do sujeito. O conhecimento racional é operatório ou não.

Podem-se distinguir:

1) Classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;

2) Classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

O conceito de "esquema" interessa às duas classes de situações, mas não funciona do mesmo modo nos dois casos. No primeiro caso, observam-se, para uma mesma classe de situações, comportamentos amplamente automatizados, organizados por um só esquema; no segundo caso, observa-se a sucessiva utilização de vários esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a solução desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados. Este processo é necessariamente acompanhado por descobertas.

Chamamos "esquema" a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Tomemos um primeiro exemplo no campo da motricidade: o esquema que organiza o movimento do corpo do atleta no instante do salto em altura representa um impressionante conjunto de conhecimentos espaciais e mecânicos.Ainda que o comportamento do saltador sofra determinadas variações, a análise de suas sucessivas tentativas apresenta numerosos elementos comuns.Entenda-se que estes elementos comuns envolvem o decurso de tempo da mobilização dos músculos que contribuem para garantir a eficiência das diferentes fases do movimento. Essa organização perceptivo-motora pressupõe, portanto, categorias de ordem espacial, temporal e mecânica (orientações no espaço, distância mínima, sucessão e duração, força, aceleração e velocidade...). Bem como conhecimentos-em-ação que poderiam assumir a forma de teoremas geométricos e mecânicos, se explicitados. Essa explicitação, aliás, é uma das abordagens do treinamento e da análise do movimento.Favorecida pelas técnicas de vídeo e pela competência profissional dos treinadores, ela é, ainda assim, muito fragmentária.

As próprias competências matemáticas são sustentadas por esquemas organizadores do comportamento. Vejamos alguns exemplos elementares:

• O esquema da enumeração de uma pequena coleção por uma criança de cinco anos, por mais que varie de forma (contar bombons, pratos à mesa, pessoas sentadas espalhadas no jardim etc.), não deixa de abranger uma organização invariante, essencial para o funcionamento do esquema: coordenação dos movimentos dos olhos e gestos dos dedos e das mãos em relação à posição dos objetos, enunciação coordenada da série numérica, cardinalização do conjunto enumerado por destaque tonal ou pela repetição da última palavra-número pronunciada: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete...sete!

• O esquema da resolução de equações da forma $ax + b = c$ atinge rapidamente um alto grau de disponibilidade e confiabilidade entre alunos de sexta séries, iniciantes em álgebra, quando a, b, c, têm valores numéricos positivos e $b < c$ (o que não ocorre quando alguns dos parâmetros a, b, c e c-b **são negativos**). A seqüência dos registros escritos produzidos pelos alunos mostra claramente uma organização invariante, apoiada ao mesmo tempo em hábitos adquiridos e em teoremas do tipo:

"mantém-se a igualdade subtraindo b dos dois lados";

"mantém-se a igualdade dividindo por a dos dois lados".

O funcionamento cognitivo dos alunos envolve operações que se automatizam progressivamente (trocar o sinal quando se troca o membro, isolar x de um lado da igualdade) e decisões conscientes que permitem perceber os valores particulares das variáveis de situação. A confiabilidade do esquema para o sujeito baseia-se, em última análise, no conhecimento que ele possui, explícito ou implícito, das relações entre o algoritmo e as características do problema a resolver.

A automatização, evidentemente, é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação. Para uma classe de situações dadas, contudo, uma série de decisões conscientes também pode ser objeto de uma organização invariante. A automatização, aliás, não impede que o sujeito conserve o controle das condições sob as quais tal operação é ou não apropriada. Tomemos, por exemplo, o algoritmo da adição em numeração decimal; sua execução é amplamente automatizada pela maior parte das crianças no fim da escola primária. As crianças, contudo, são capazes de gerar uma série de ações diferentes em função das características da situação: reserva ou não, zero intercalar ou não, decimal ou não. Enfim todos os nossos comportamentos abrangem uma parte de automatismo e outra de decisão consciente.

Percebe-se também com esses exemplos que os algoritmos são esquemas, ou ainda que os esquemas são objetos do mesmo tipo lógico que os algoritmos. Falta-lhes eventualmente efetividade, ou seja, a capacidade de chegar a bom termo após um número finito de passos. Os esquemas são, em geral, eficazes, mas sempre efetivos.Quando a criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência a leva a mudar de esquema, ou seja, modificar o esquema. Podemos dizer, como Piaget que os esquemas estão no processo de adaptação das estruturas cognitivas; assimilação e acomodação.

Retomemos o exemplo do algoritmo da adição de números inteiros. Ele é comumente apresentado como um conjunto de regras:

• começar pela coluna das unidades, primeira à direita;

• continuar pela coluna das dezenas, depois a das centenas etc.;

• calcular a soma dos números em cada coluna. Se a soma dos números de uma coluna é inferior a dez, inscrever esta soma na linha total (linha de baixo). Se for igual ou superior a dez, escrever apenas o algarismo das unidades desta soma e reservar o das dezenas, levando-o ao alto da coluna situada imediatamente à esquerda, para somá-lo aos demais dessa coluna;

• e assim sucessivamente, caminhando da direita para a esquerda, até acabarem as colunas.

Explicitar tais regras é difícil, quase impossível, para as crianças, mesmo que sejam capazes de executar a série das operações. Sempre há muito de implícito nos esquemas.

Por outro lado, deve-se observar que, sem a numeração de posição e a conceitualização a ela associada (decomposição polinomial dos números), o esquema algoritmo não pode funcionar. Percebe-se isto entre os alunos mal-sucedidos, que não sabem conciliar informações recebidas em termos de dezenas, centenas, milhares. Um esquema apóia-se sempre em uma conceitualização implícita. Consideremos os erros dos alunos nas operações de subtração. Percebe-se que os mais freqüentes (omitir o recurso, subtrair o número menor do maior em cada coluna independentemente de sua posição embaixo ou em cima) se prendem a uma conceitualização insuficiente da notação decimal. Pode, por certo, haver malogros na execução automatizada de um esquema, mas não são esses malogros que explicam os erros principais.

No caso da enumeração, podem facilmente identificar-se duas idéias matemáticas indispensáveis ao funcionamento do esquema: as da bijeção e do cardinal, sem as quais, sem dúvida, não há comportamento de enumeração possível. É, aliás, nesses dois pontos que se observam os erros. Algumas crianças não conseguem "cardinalizar", ou seja, identificar o último número-palavra pronunciado como representante da medida do conjunto inteiro. Outros (eventualmente os mesmos) omitem elementos, ou contam duas vezes o mesmo elemento. Similarmente, não existe álgebra verdadeiramente operatória sem o reconhecimento dos teoremas relativos à conservação da igualdade. Estes não são os únicos elementos cognitivos úteis, mas são decisivos.

Designam-se pelas expressões "conceito-em-ação" e "teorema-em-ação" os conhecimentos contidos nos esquemas. Pode-se também designá-los pela expressão mais global "invariantes operatórias".

Tal como definimos, o conceito de esquema se aplica facilmente à primeira categoria de situações citadas anteriormente – para as quais o sujeito dispõe das competências necessárias – e menos à segunda categoria, em que o sujeito hesita e tenta várias abordagens.

No entanto, a observação dos alunos em situação de resolução de um problema, bem como a análise de suas hesitações e erros, mostram que o comportamento em situação aberta é também estruturado em esquemas. Tomam-se estes no vasto repertório dos esquemas disponíveis, especialmente entre os ligados às classes de situações que pareçam ter afinidade com a situação tratada no presente.Simplesmente, como essa afinidade é parcial e eventualmente ilusória, os esquemas são apenas esboçados, e as tentativas geralmente interrompidas antes de chegar a um resultado. Muitos esquemas podem ser sucessivamente evocados, ou mesmo simultaneamente, em uma situação nova para o sujeito (ou por ele considerada nova). A título de ilustração, cite-se o caso de uma situação em que um grupo de crianças de quinta série teve que comparar o volume de um objeto sólido cheio, como o de um recipiente (situação nova para eles). O primeiro esquema mobilizado foi o da comparação das alturas, como se tratasse de comparar a quantidade de suco de laranja em dois jarros do mesmo formato. Essa ação de comparar os níveis não leva a qualquer conclusão. O segundo esquema observado foi o da imersão (parcial) do objeto cheio no recipiente. Evidentemente, como o recipiente também já estava cheio, a água transbordou. A conclusão do aluno foi de que o objeto cheio era maior! Só depois, com a aplicação de outras ações mais operatórias chegou-se a um procedimento verdadeiramente "decisório", que possibilitou a solução. Diversos esquemas, aparentados, mas não pertinentes, tinham sido tentados antes que surgissem as soluções.

Esse exemplo ilustra a idéia de que o funcionamento cognitivo de um sujeito ou de um grupo de sujeitos em uma situação dada baseia-se no repertório dos esquemas disponíveis formados anteriormente, de cada um dos sujeitos individualmente. As crianças descobrem, em situação, novos aspectos e, ao mesmo tempo, eventuais novos esquemas. Já que os comportamentos em situações se baseiam no repertório inicial dos esquemas disponíveis, não se pode teorizar adequadamente sobre o funcionamento cognitivo criando um impasse ao desenvolvimento cognitivo. A teoria dos campos conceituais dirige-se a este problema crítico.

Existem vários exemplos de esquemas na aprendizagem da Matemática. Cada esquema se relaciona a uma classe de situações com características bem definidas. Ele pode, contudo, ser aplicado por um sujeito individual a uma classe mais restrita do que aquela à qual poderia ser aplicado eficazmente.Coloca-se, então, um problema de extensão do esquema a uma classe mais ampla: pode-se agora falar em deslocamento, generalização, transferência ou descontextualização. Não se pode esperar que tal processo intervenha sem que sejam reconhecidas pelo sujeito analogias e parentescos (semelhanças em certos critérios, diferenças em outros) entre a classe de situações em que o esquema já é operatório para o sujeito e em relação às novas situações a vencer. O reconhecimento de invariantes é, pois, a chave da generalização do esquema.

Um esquema também pode, todavia, ser aplicado por um sujeito individual a uma classe mais ampla. Ele se torna, então, imperfeito, e o sujeito deve restringir-lhe o alcance, decompondo-o em elementos distintos suscetíveis de serem recompostos de forma diversa para as diferentes subclasses de situações, eventualmente acrescentando elementos cognitivos suplementares. Notam-se aí procedimentos de restrição e de acomodação. Se, por exemplo, é preciso contar várias centenas de elementos de um conjunto, o esquema de enumeração deve ser enriquecido por procedimentos de reagrupamento, enumerações parciais, adições; ou, como no exemplo da álgebra, se os valores de a, b e c fogem às condições vistas anteriormente (c – b negativo, por exemplo), a solução de equações do tipo $ax + b = c$ vai exigir importantes adaptações do esquema inicial.

Na solução dos problemas da aritmética dita elementar, as crianças enfrentam muitas dificuldades conceituais. É, pois, em termos de esquemas que se deve analisar a escolha das boas operações e dos bons dados para resolver um problema em que existam várias possibilidades de opção. A tomada de informação na leitura do enunciado, a tomada de informações físicas (medidas, por exemplo), a busca de informações em documentos (livro escolar, quadro estatísticos etc.), a combinação adequada destas informações para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, em geral obedecem a esquemas, sobretudo entre alunos que dominam tais situações. Para os outros alunos, trata-se de resolver o problema, pois as situações em jogo ainda não são triviais para eles. Os procedimentos heurísticos são, todavia, esquemas não efetivos, como os algoritmos, e nem sempre eficazes.

O esquema totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações específica, é portanto um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática. Nem sempre é reconhecido como tal. Por outro lado, carece de análise. Mesmo percebendo facilmente que um esquema é composto de regras de ação e de antecipações, visto que gera uma série de ações para se atingir um objetivo, nem sempre se reconhece que ele é também composto, de modo essencial, por invariantes operatórias (conceitos-em-ação e conhecimentos-em-ação) e por inferências. As inferências são indispensáveis ao funcionamento do esquema em cada situação em particular, *hic et nunc*: de fato, como já vimos, um esquema não é um estereótipo e, sim, uma função temporalizada de argumentos, que permite gerar diferentes seqüências de ações e tomadas de informações, em função dos valores das variáveis de situação. Um esquema é sempre um universal, porque está associado a uma classe, e porque essa classe geralmente não é definida.

Em resumo, a operacionalidade de um conceito deve ser provada através de situações variadas. O pesquisador deve analisar uma grande variedade de comportamentos e esquemas para compreender em que consiste do ponto de vista cognitivo, este ou aquele conceito. Por exemplo, o conceito de relação só é entendido através de uma diversidade de problemas práticos e teóricos; o mesmo em se tratando dos conceitos de função ou de número.Cada um desses conceitos comporta, de fato, várias propriedades, cuja pertinência é variável de acordo com as situações a tratar. Algumas podem ser logo compreendidas, outras, mais tarde, no decurso da aprendizagem. Uma abordagem psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos leva-nos a considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação. A definição pragmática de um conceito recorre, portanto, ao conjunto das situações que constituem a referência de suas diversas propriedades, e ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações.

No entanto a ação operatória não é a totalidade da conceitualização do real; longe disso. Não se discute a veracidade ou falsidade de um enunciado totalmente implícito.Não se identificam os aspectos do real aos quais se deve prestar atenção sem ajuda das palavras, enunciados, símbolos e sinais. O emprego de significantes explícitos é indispensável à conceitualização.

Isto é o que leva a considerar um conceito como uma trinca de conjuntos:

C = (S, I, Y)

S – conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência).

I – conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado).

Y – conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante).

Estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito, no decurso da aprendizagem ou quando de sua utilização, é necessariamente considerar esses três planos ao mesmo tempo.Geralmente não há bijeção entre significantes e significados, nem entre invariantes e situações.

Campos conceituais

Consideremos, primeiramente, um campo conceitual como um conjunto de situações. Por exemplo: para o campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que requerem uma adição, uma subtração, ou uma combinação destas operações; para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que requerem uma multiplicação, uma divisão, ou uma combinação destas operações. A primeira vantagem dessa abordagem pelas situações é permitir a produção de uma classificação baseada na análise de tarefas cognitivas e dos procedimentos que possam ser adotados em cada um deles.

O conceito de situação não tem aqui o sentido de situação didática, mas o de tarefa. A idéia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas. A primeira vantagem dessa abordagem pelas situações é permitir a produção de uma classificação baseada na análise de tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser adotados em cada um deles.

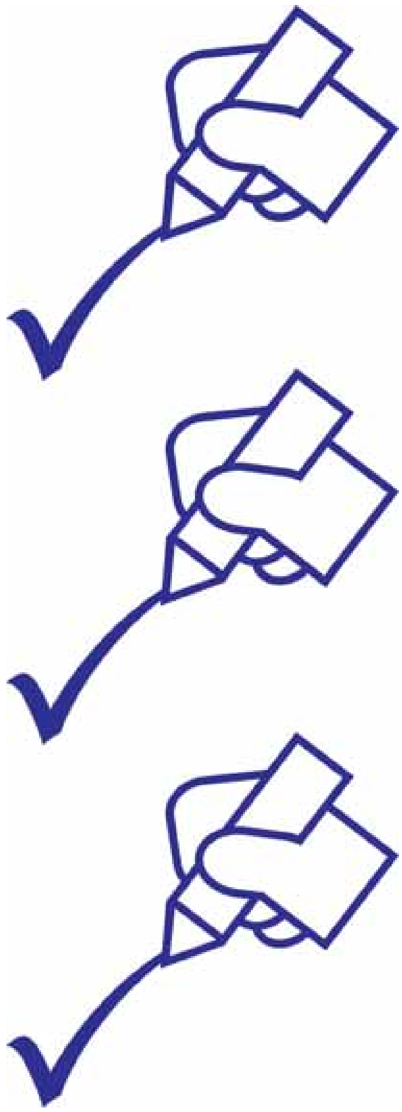
Alguns pesquisadores privilegiam, nessa análise, modelos de complexidade dependentes, seja da lingüística, seja das teorias do tratamento da informação. A teoria dos campos conceituais, ao contrário, privilegia modelos que atribuem papel essencial aos conceitos matemáticos em si mesmos. É claro que a forma dos enunciados e o número de elementos em jogo são fatores pertinentes da complexidade, mas seu papel é secundário.

A lógica também não é um quadro suficientemente operatório para esclarecer a complexidade relativa das tarefas e subtarefas, dos procedimentos e das representações simbólicas. Ela é muito redutora, situando no mesmo plano objetos matemáticos que, embora eventualmente incluídos no mesmo padrão lógico (predicado de primeira ordem,classe de funções propsicionais de certo tipo, lei de composição…) não geram os mesmos problemas de conceitualização . Relativamente a uma psicologia cognitiva centrada nas estruturas lógicas, como a de Piaget, a teoria dos campos conceituais surge, sobretudo, como uma psicologia dos conceitos, mesmo quando o termo "estruturas" intervém na própria designação do campo conceitual considerado: estruturas aditivas, estruturas multiplicativas. De fato, se a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações, podemos também identificar uma segunda, a dos conceitos e dos teoremas.

Bibliografia

VERGNAUD, G. (1990). La Théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des mathématiques.

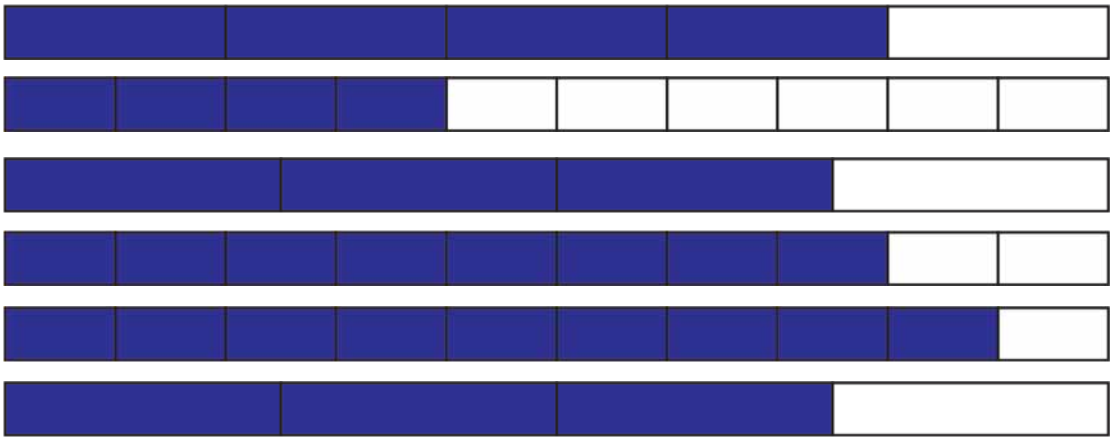
Soluções das atividades



Soluções das atividades

Atividade 5

4/5 =
4/10 =
3/4 =
8/10 =
90% =
75% =



3/5 = 18
1/6 = 5
1/10 = 3
10% = 3
5% = 1,5
95% = 28,5

Atividade 6

Número	Inteiro mais próximo
2,01	2
1,71	2
1,501	2
-1,2999	-1
-0,049998	0
0,095	0

Atividade 7

a) 212,5%

b) Índice de anemia de Criciúma é quase o dobro do de Piauí. Porém não é exatamente o dobro.

Atividade 9

$$2x+\frac{1}{5}=\frac{3x}{5}$$

$$\frac{3x}{5}-2x=\frac{1}{5}$$

$$\frac{3x-10x}{5}=\frac{1}{5}$$

$$3x-10x=5\times\frac{1}{5}$$

$$-7x=1$$

$$x=\frac{1}{-7}$$

$$x=-\frac{1}{7}$$

1) a + b = c então c – a = b

2) Reduzimos ao mesmo denominador o primeiro membro.

3) a ÷ b = c então a = b x c

4) Adicionamos o primeiro membro.

5) Mesmo procedimento no passo 3.

Atividade 10

$$\frac{2}{5}(x+0{,}2)=0{,}4$$

$$\frac{2}{5}(x+\frac{2}{10})=\frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{5}\ ?=\frac{2}{5}$$

$$?=1$$

$$x+\frac{2}{10}=1$$

$$?+\frac{1}{5}=1$$

$$?=\frac{4}{5}$$

$$x=\frac{4}{5}$$

Atividade 11

$4 + 3x = -11$
$4 - 4 + 3x = -11 - 4$
$3x = -15$

$$\frac{3x}{3}=-\frac{15}{3}$$

$$x=-5$$

Atividade 12

$x + \frac{2}{3}x = 20$, vamos colocar como falsa posição o número 6 que é múltiplo de 3.

$$6 + \frac{2}{3} \times 6 = 20$$

$$10 = 20$$

Então:

$$\frac{x}{6} = \frac{20}{10}$$

$$10x = 120$$

$$x = 12$$

Unidade 3

Imposto de Renda e Porcentagem

Nilza Eigenheer Bertoni

Iniciando a nossa conversa

Seguindo a mesma organização das outras unidades, esta também será composta por três seções:

– Resolução de uma situação-problema

– Conhecimento matemático em ação

– Transposição didática

A seção 1, que introduz a Matemática integrada ao mundo real e articula-se a uma situação-problema, versará sobre o Imposto de Renda.

A seção 2, que explora conteúdos matemáticos introduzidos na situação-problema, desenvolverá, com maior ênfase, o tema Porcentagem. Articulado a ele, vão aparecer, entre outras, algumas questões como números racionais e irracionais, proporções e regra de três, razões de semelhança etc.

A seção 3, destinada à transposição didática, apresentará uma situação-problema adequada aos alunos, relacionada a impostos e porcentagens; sugestões para ações no cotidiano escolar e para um projeto a ser desenvolvido pelos alunos e trabalhado em sala de aula.

Como as demais unidades, esta também incluirá um texto de referência, desenvolvendo o tema Currículo em Rede.

Nós, da equipe, gostaríamos muito que vocês se envolvessem conosco neste trabalho – com pique, entusiasmo, seriedade, aprofundamento, e fizessem anotações sobre o que pode ser melhorado.

Definindo o nosso percurso

Ao longo desta Unidade, esperamos que você possa:

1– Com relação ao seu conhecimento de conteúdos matemáticos:

– vivenciar a resolução de uma situação-problema relacionada a porcentagem;

– estabelecer conexões entre esse conceito e outros relacionados: número racional e irracional, razão, proporção.

Esses conhecimentos serão desenvolvidos nas seções 1 e 2.

2 - Com relação aos seus conhecimentos sobre Educação Matemática:

– rever a importância das situações-problema no ensino-aprendizagem da Matemática (seção 1);

– repensar o significado de transposição didática (seção 3);

– caracterizar o fazer matemático do aluno (seção 3);

– refletir sobre aprendizagem ativa (seção 3);

– compreender o conceito de currículo em rede (Texto de Referência).

3 – Com relação à sua atuação em sala de aula:

– conhecer e produzir, com relação aos temas tratados, situações didáticas adequadas à série em que atua.

Esse objetivo será tratado na seção 3.

Seção 1

Resolução de situação-problema: o conceito de porcentagem relacionado ao Imposto de Renda

Objetivo da seção

• Resolver uma situação-problema.

• Reconhecer no mundo real, identificar e ressignificar os conceitos de porcentagem, razão, proporção.

Um recado inicial

Apesar de estarmos distantes, queremos manter um diálogo interativo com você - queremos que, assim como nós vamos dizer e fazer coisas, você também esteja ativo, pensando, anotando dúvidas e idéias, resolvendo as atividades. Desse modo seu diálogo com o Formador e com seus colegas, nas oficinas, será muito mais rico.

Encare isso com prazer – segundo De Masi, em <u>O ócio criativo</u>, "o lazer deve impregnar o trabalho e a criação".

Lápis e papel à mão! Fique aceso e curta, como nós!

Integrando a matemática ao mundo real

Ajustando as contas anuais com o Leão

Todos os anos, até março ou abril, muitos brasileiros têm uma obrigação não muito agradável a cumprir. Por todo lado que se vá, encontramos pessoas falando sobre esse assunto, perguntando uma à outra: você já fez o seu? Ou então gente falando: Ai, tenho que fazer o meu...

Você já sabe do que estamos falando: é do famoso Imposto de Renda. É a hora de se fazerem os ajustes com a Receita Federal – calcular de quanto deve ser a contribuição relativa ao ano que passou e comparar o que efetivamente foi pago com o resultado desse cálculo.

Pode ocorrer de se ter ultrapassado o que se devia e, nesse caso, haverá uma diferença a receber. Mas também pode ocorrer de não se ter pago o que se devia e aí o jeito é pagar o que falta.

Entre os professores é comum haver essa preocupação?

Você e seus colegas costumam fazer a declaração de Imposto de Renda anual?

Afinal, quem é obrigado a declarar o Imposto de Renda da Pessoa Física?

Até 2001, o Imposto de Renda devia ser pago por todos os brasileiros cuja renda mensal fosse igual ou superior a R$900,00. Houve uma mudança em 2002, sendo que a renda mensal mínima para declaração de Imposto de Renda passou a 1058,00 (sobre isso falaremos na situação-problema).

Mas não confunda renda mínima com salário. Estão sujeitos a pagamento de Imposto de Renda não só o trabalho assalariado, mas também aplicações financeiras, venda de bem móvel ou imóvel, aplicação em bolsa de valores, rendimento de aluguéis e, de modo mais geral, rendas e proventos de qualquer natureza. Em conjunto, eles formam a renda mensal da pessoa.

Esse imposto foi instituído por um decreto-lei no ano de 1943[1], e sofreu várias alterações após essa data. Mudanças nas regras para o cálculo do Imposto de Renda devem ser feitas periodicamente, garantindo que as pessoas continuem a pagar de um modo coerente com o que ganham. Se as taxas permanecem as mesmas por longos anos, e a inflação sobe ou o poder aquisitivo nesse período decai, as pessoas acabam tendo que pagar mais do que podem. Uma mudança desse tipo foi muito discutida em anos recentes, e a situação-problema fala sobre as alterações propostas. Entre outros pontos, discutia-se que a taxa de 15% era excessivamente alta para salários de até R$900,00 reais mensais, enquanto a taxa de 27,5% seria baixa para grandes rendas.

1 Decreto-Lei nº 5.844, de 23/09/1943, denominado "Dispõe sobre a cobrança e fiscalização do Imposto de Renda".

Finalmente, em maio de 2002, foi assinada a lei que altera as regras para o cálculo do Imposto de Renda de Pessoa Física.

Essa alteração declara isentas as pessoas que ganham até R$1.058,00 mensais; impõe também que, a partir desse salário, até R$2.115,00, a taxa para o cálculo do imposto a pagar seja de 15%. Desse modo, a taxa de 15% passou a valer para salários um pouco maiores, atendendo nesse ponto ao que se pretendia. Para salários maiores do que R$2.115,00, a taxa é de 27,5%. Nessa questão, há dois pontos a considerar: por um lado, essa taxa passou a valer a partir de um patamar mais alto de salários (na lei anterior, ela já valia a partir de R$1.800,00) e isso favoreceu parte da classe média. Por outro lado, ela permanece a mesma qualquer que seja o valor atingido pela renda, não atendendo ao ponto que considerava essa taxa baixa para grandes rendas.

Além de isenção, algo a receber?

Há um ponto interessante em mudanças pretendidas para o Imposto de Renda. Existem estudos jurídicos que consideram que a isenção, até certo patamar, não basta. Seria necessário, visando a maior justiça social, o que tem sido chamado *imposto negativo*. Ele consistiria em uma importância a ser paga ao cidadão de mais de 25 anos, quando sua renda mensal estivesse abaixo de uma renda mínima garantida por lei. Nesse caso, ele receberia 30% dessa diferença.

Situação-problema: Mudanças no salário... e no Imposto de Renda

Aprendendo sobre Educação Matemática – Situação-problema

No Texto de Referência da Unidade 1 foi tratado o tema “Situação-problema”. Para destacar a importância de tais situações no ensino e na aprendizagem da Matemática, lembramos aqui o que afirma o educador matemático português João Pedro da Ponte*: “o ensino da Matemática focado exclusivamente nesta disciplina não garante o desenvolvimento da capacidade da sua utilização no quadro das situações concretas. E é um fato bem conhecido que os alunos têm extremas dificuldades em usar o pouco que sabem nas situações mais simples. O domínio da Matemática e a capacidade de fazer dela uma adequada utilização são competências distintas - se consideramos ambas importantes, temos de dar atenção às duas no processo de ensino-aprendizagem”.

* Ponte, J. P. (1992). Matemática e realidade: Uma relação didáctica essencial. Actas do ProfMat 92 (13-24). Lisboa: APM

No Brasil, a maioria dos professores do ensino básico fica isenta de fazer a declaração do Imposto de Renda, se não tiver outras rendas além do seu salário.

Você acha que um salário justo para o professor deveria atingir a renda mínima exigida para a declaração do Imposto de Renda? Todavia, nesse caso, você teria também que pagar mais imposto. Será que ainda assim valeria a pena? Na oficina após esta Unidade, você poderá discutir essa questão.

Atualmente há programas de computador que fazem todos os cálculos do Imposto de Renda de uma pessoa, bastando que ela lance seus dados nos lugares apropriados.

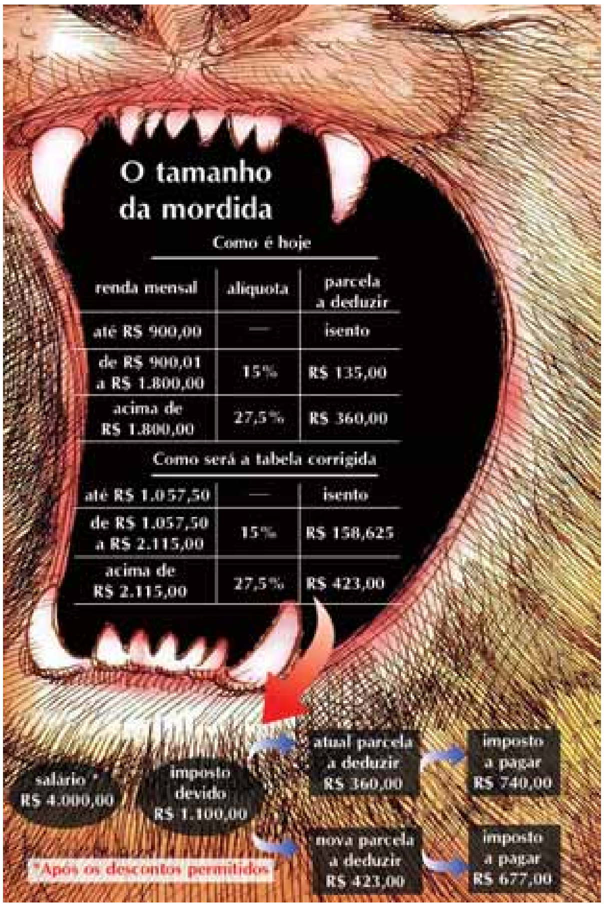
Mas é sempre interessante que as pessoas tenham idéias dos itens sobre os quais se paga imposto, das deduções a que se tem direito e acompanhem discussões que tratam de mudanças periódicas nesse imposto. Isso faz parte da formação do cidadão e da luta do professor por um salário melhor.

Nossa situação-problema inicial, nesta Unidade, é uma questão que foi proposta no primeiro vestibular parcial de matemática de 2002 da Universidade de Brasília, destinado a alunos que terminaram o 1º ano do ensino médio. Ela envolve apenas conteúdos do ensino fundamental. Leia com atenção.

Na tabela aparecem três colunas: da renda mensal, da alíquota e da parcela a deduzir. Leia mais sobre isso.

A aliquota é o mesmo que a porcentagem a ser paga ao governo, calculada sobre a soma das rendas mensais. Ela varia conforme a faixa da renda mensal.

A parcela a deduzir é um valor a ser descontado do cálculo da porcentagem. Esse valor é apresentado no manual para o cálculo do Imposto de Renda do ano. Quem sugere as regras, calculando as porcentagens a serem aplicadas e as parcelas a deduzir, são os tributaristas (profissionais especializados em tributos ou impostos) do governo (regras que depois devem ser aprovadas pelo governo). A função da parcela a deduzir é tornar gradativas as passagens entre os valores a pagar, de uma faixa a outra. Se elas não existissem, uma pessoa que está no final de uma faixa e outra no início da faixa seguinte pagariam valores muito diferentes. A parcela a deduzir evita isso.



renda mensal	alíquota	parcela a deduzir
até R$ 900,00	—	isento
de R$ 900,01 a R$ 1.800,00	15%	R$ 135,00
acima de R$ 1.800,00	27,5%	R$ 360,00
Como será a tabela corrigida		
até R$ 1.057,50	—	isento
de R$ 1.057,50 a R$ 2.115,00	15%	R$ 158,625
acima de R$ 2.115,00	27,5%	R$ 423,00

http://www.istoe.com.br. Acesso em 20/12/2001 (com adaptações).

Amansaram o Leão

O governo e os parlamentares brasileiros fecharam acordo para corrigir em 17,5% a tabela progressiva para o cálculo do Imposto de Renda (IR) para as pessoas físicas. Por estar congelada desde 1996, essa tabela contribuiu para os recordes de arrecadação – de janeiro a novembro de 2001, entraram R$178 bilhões, sendo que 20% desse total foram pagos por pessoas físicas – e, claro, tirou poder aquisitivo, principalmente da classe média assalariada.

Na prática, a correção significará mais dinheiro no bolso de cerca de 4,5 milhões de pessoas que pagam mensalmente o IR via tabela progressiva. As tabelas da figura ao lado apresentam a forma atual de cálculo do IR e a nova sistemática com o reajuste aprovado na Câmara dos Deputados, que entrará em vigor em 2002. O exemplo mostrado na figura – salário de R$4.000,00 (rendimento tributável) – elucida a forma de utilização das tabelas para o cálculo do imposto.

Com base no texto 1 e considerando que o rendimento tributável de um indivíduo é o valor de renda utilizado para o cálculo do IR, julgue os itens seguintes:

1. Do total arrecadado com o IR de janeiro a novembro de 2001, mais de 140 bilhões de reais não são oriundos do pagamento efetuado por pessoas físicas.

2. No exemplo comparativo referente ao salário de R$4.000,00 esquematizado na figura. O IR a ser pago na nova sistemática aprovado na Câmara será 17,5% inferior ao de sistemática anterior.

3. Na tabela vigente em 2001, um contribuinte com uma renda tributável mensal de R$1.800,00 pagava R$135,00 de IR.

4. Existe um valor do rendimento tributável a partir do qual o contribuinte pagará mais imposto de renda na nova sistemática do que na anterior.

Atividade 1

Você deve procurar resolver os quatro itens propostos na questão do vestibular. Se não conseguir terminar algum deles, deixe seu rascunho mostrando como você tentou, até que ponto foi, e prossiga na leitura da unidade.

Atividade 2

Na verdade, um valor chama atenção no texto: é a questão dos 17,5%. Pense e responda:

a) A que valores foi ou será aplicada essa porcentagem?

b) Dê dois valores da tabela sobre os quais foi aplicada a porcentagem de 17,5% e os dois valores resultantes, que também constam na tabela.

c) Essa porcentagem de 17,5 acarreta aumento ou redução nos ítens a que foi aplicada?

Atividade 3

Nas atividades 1 e 2 há um total de 7 itens.

a) Marque quantos desses itens você fez e acha que acertou:

b) Expresse isso em porcentagem sobre o total de itens:

Seção 2

Construção do conhecimento matemático em ação: porcentagem

Objetivo da seção

• Identificar o conceito de porcentagem, estabelecendo conexões entre ele e outros relacionados: razão, número racional e irracional, proporção, regra de três.

• Identificar aspectos relevantes na construção de um conceito matemático.

Revendo seus conceitos: Porcentagem

A questão do vestibular mencionou o termo *porcentagem* várias vezes.

Provavelmente você sabe que x% de uma quantidade significa x centésimos dessa quantidade.

Desse modo, o item 1) da questão do vestibular pode ser resolvido sem dificuldade. Mas atenção: o texto fala na arrecadação de 178 bilhões e diz que 20% desse total foram pagos por pessoas físicas. O item quer saber se a arrecadação que não veio das pessoas físicas é maior que 140 bilhões. Se você não havia feito antes, faça agora esse item.

Para fazer a próxima atividade, será útil você saber o sentido do termo *fração*.

Lembrete

Estamos usando o termo fração no sentido de um número racional p/q, com p e q sendo *números naturais*, q $\neq$ 0 (de modo geral, um número racional é aquele que pode ser posto na forma p/q, p e q *números inteiros*, q $\neq$ 0).

Para testar seus conhecimentos sobre porcentagem, faça a próxima atividade.

Atividade 4

Imagine que você encontra a seguinte questão em um concurso:

Assumindo que "Porcentagem é uma fração de denominador 100", analise as situações abaixo e assinale aquelas em que os números envolvidos representam porcentagens:

( ) 1. O IR a ser pago na nova sistemática aprovada na Câmara será 17,5% inferior ao da sistemática anterior.

(   ) 2. Compare as frações 67/100 e 58/100.

(   ) 3. A porcentagem de aumento da gasolina foi de 0,132.

(   ) 4. O novo terreno terá uma área $\sqrt{2}/100$ maior que a anterior.

a) Faça o que foi pedido no concurso: assinale os itens que você considera corretos.

b) Contrariando o que a maioria dos candidatos havia feito, o gabarito do concurso foi: “Apenas a situação 2 deve ser assinalada”. Especialistas que resolveram a prova deram a seguinte solução:

1. 17,5% não é uma porcentagem pois não é uma fração de denominador 100.

2. As frações 67/100 e 58/100 são porcentagens, pois têm denominador 100.

3. 0,132 não é uma porcentagem, pois não é uma fração de denominador 100.

4. $\sqrt{2}/100$ *não é uma porcentagem, pois não é uma fração.*

A questão para você é: você concorda com o gabarito ou discorda dos especialistas? Se você não concorda, quais são os seus argumentos?

Atividade 5

a) Encontre em um livro didático alguma afirmação ou definição referente à porcentagem.

b) Veja esta afirmação: “Um registro em que aparece o símbolo % é equivalente a uma fração de denominador 100”. Você acha que está correta? Justifique.

O que é realmente uma porcentagem?

É comum ouvirmos expressões como: “Resolvi 100 por cento da prova!” “Acertei 50 por cento das questões ...” Elas nos dão uma idéia de quanto da prova foi resolvida, ou de quanto das questões foram acertadas.

Veja as fotografias:

No primeiro caso, você diria: 100 por cento lotado !

Já no segundo, você daria alguns palpites: Mais de 50 por cento das cadeiras vazias! O público preencheu talvez 30 ou 40 por cento do estádio...

Esse é um primeiro significado de porcentagem: ela nos dá a porção do todo que está sendo considerada.

Essa porção do todo refere-se sempre a quantos centésimos do todo estão sendo considerados. Nos exemplos acima, apareceram 100, 50, 30 e 40 centésimos, que podem ser escritos 100%, 50%, 30% e 40%.

Nesses caso, a quantidade de centésimos tomada é um número natural, e as porcentagens são representadas por frações com denominador 100, como 50/100.

Vamos entender melhor essa questão dos centésimos.

Para achar 30% da capacidade do estádio de futebol, um modo é você dividir a capacidade total por 100 (obtendo um centésimo) e depois multiplicar por 30. Ou, se você conhece uma interpretação correta para a multiplicação de frações, basta você fazer (30/100) x (capacidade total). Leia sobre isso no quadro a seguir.

Articulando conhecimentos 1

O efeito da multiplicação de frações (ou fração como operador)

Um fato básico e importante na multiplicação de frações é que ela nos fornece quanto vale uma fração de um número natural, ou quanto vale uma fração de outra.

Assim:

(2/5) x 650 = 1300/5 = 260, que corresponde a 2 quintos de 650.

(1/2) x (1/4) = 1/8, que corresponde à metade de 1 quarto.

Uma conseqüência é que, para sabermos quanto valem, por exemplo, 5/12 de 1500, basta fazer a multiplicação de um pelo outro.

Esse fato é válido também para números reais, e fica mais evidente quando um deles está na forma de quociente. Por exemplo:

$\sqrt{2}/100 \times A = \sqrt{2}/100$ de A

Porcentagem relacionada a certa quantidade em 100

Os centésimos que aparecem nas porcentagens podem ser vistos de outro modo. Veja isso na atividade seguinte.

Atividade 6

O estádio está com 30% de seus lugares ocupados. Imagine que se faça o seguinte: separamos o estádio todo em partes, cada uma com capacidade para 100 pessoas.

Quantas pessoas devemos chamar para cada parte dessas, de modo a distribuir igualmente todos os presentes?

Responda e mostre como foi seu raciocínio, descrevendo qual foi a linha do seu pensamento, as imagens mentais que você utilizou etc.

Aposto que você respondeu 30. Mas, e a justificativa? Há muitos modos... Antes de olhar a resposta, experimente usar seu raciocínio e sua capacidade de dar uma explicação clara a seus alunos.

Sua resposta pode ter sido por uma regra de três (como a que apresentamos no Caderno de Respostas).

Mas vamos pensar no que ocorre no estádio em uma concepção mais geométrica. Primeiro, vamos ver um caso particular:

Digamos que o estádio tem capacidade para 50.000 e 30% estão ocupados, isto é, são 15.000 pessoas presentes.

Se você dividir o estádio em setores com 100 lugares, obterá 500 setores.

Você terá que distribuir as 15.000 pessoas por esses 500 setores: $15.000 \div 500 = 30$. Ou seja: se 30% estão ocupados, serão 30 pessoas em cada 100 lugares.

Para sua reflexão:

Para você, existe alguma diferença entre as situações de as 15.000 pessoas estarem lotando 150 setores e a de estarem igualmente distribuídas entre 500 setores? Qual seria?

Em resumo: 30% de uma quantidade = 30 centésimos do total de unidades = 30 em cada 100 unidades

Pois é. Por meio de um exemplo, fica claro. Mas, em matemática, fica sempre uma dúvida: o que vale para um caso valerá para todos os casos possíveis?

Vamos construir uma justificativa geral. Veja que podemos generalizar progressivamente o raciocínio feito:

O que fizemos	**Generalizando a capacidade do estádio**
Digamos que o estádio tem capacidade para 50.000 e 30% estão ocupados, isto é, são 15.000 pessoas presentes. Se você dividir o estádio em setores com 100 lugares, obterá 500 setores.	Digamos que o estádio tem capacidade T e 30% estão ocupados, isto é, são $\frac{30}{100}$xT pessoas presentes.Se você dividir o estádio em setores com 100 lugares, obterá $\frac{T}{100}$ setores.
Você terá que distribuir as 15.000 pessoas por esses 500 setores: 15.000 ÷ 500 = 30. Ou seja: se 30% estão ocupados, serão 30 pessoas em cada 100 lugares.	Você terá que distribuir as $\frac{30}{100}$xT pessoas por esses $\frac{T}{100}$ setores: $\frac{30}{100}$xT÷ $\frac{T}{100}$ =30.

Se você substituir 30 por um número n, vai generalizar a porcentagem de ocupação e terá a justificativa geral.

Para espairecer, veja um desafio relacionado a essa questão:

> Um preso, condenado à prisão perpétua, teve sua pena reduzida em 50%.
>
> As autoridades ficaram perplexas: como calcular o tempo que ele ainda deveria permanecer preso? Como poderiam saber quanto tempo ele ainda teria de vida, para poder reduzir sua permanência na prisão em metade desse tempo?

Um tempinho para você pensar... Daqui a pouco virá a resposta. Se você ainda tiver fôlego, veja de outro jeito a história de 30% corresponder a 30 em cada 100:

30 em 100 é o mesmo que 60 em 200, ou 90 em 300 ...

Falando de outro modo:

Uma distribuição igualitária de 30 em 100 é o mesmo que 2x30 em 2x100, ou 3x30 em 3x100, ou nx30 em nx100.

Vamos rever o quadro apresentado, no qual sintetizamos o que foi desenvolvido:

> 30% de uma quantidade = 30 centésimos do total de unidades = 30 em cada 100 unidades

A partir dele, já temos dois caminhos para o cálculo de x% de certa quantidade:

1 – Determinar quanto vale x centésimos da quantidade.

2 – Verificar qual foi a variação em 100 unidades.

Articulando conhecimentos 2

Porcentagem e proporção

Essa segunda interpretação da porcentagem (quantos em cem) articula-se naturalmente com o conceito de proporções.

Quando estabelecemos uma relação percentual entre dois valores de grandezas, estamos imaginando que ambas variam proporcionalmente. Isso ocorreu com as grandezas número de pessoas e número de lugares no estádio.

Veja as proporções:

$$\frac{15.000}{50.000} = \frac{30}{100} = \frac{60}{200} = \frac{90}{300} = \ldots \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{valores da grandeza quantidade de pessoas} \\ \leftarrow \text{valores da grandeza quantidade de lugares} \end{array}$$

Repare que os quocientes entre os valores da primeira grandeza e os valores correspondentes da segunda grandeza são constantes. Isso caracteriza uma variação proporcional direta entre essas grandezas.

Não significa porém que, quando temos 15.000 pessoas no estádio, teremos sempre 30 pessoas em 100 lugares quaisquer. Mas significa que podemos distribuir as pessoas de modo a ter 30 em cada 100 lugares.

O último parágrafo do quadro nos dá a resposta sobre a questão do preso.

Se ele vai ter uma redução de 50% da pena, isso corresponde a 50 dias em cada 100 que teria que ficar; ou poderia ser 25 em cada 50; ou 5 em cada 10; ou 1 em cada 2, ou 1/2 em cada dia … Foi isso que resolveram: 12h por dia preso, 12 horas solto; mais uma vez mostrando que 50% é igual a 50 em 100 ou 0,5 em 1.

O número que expressa a parte do todo indicada por uma porcentagem - qual é sua natureza?

Vamos voltar a pensar nas atividades 4b e 5b, aquelas que procuravam saber de que tipo é o número associado a uma porcentagem. Isto é, transformando x% em um número que expresse a parte do todo que está sendo considerada, esse número:

- É uma fração?
- Tem sempre denominador 100?
- Ou é de outro tipo?

Para refletir e tirar suas próprias conclusões, veja alguns exemplos:

Exemplo 1

No caso de 30% da capacidade do estádio, a porcentagem corresponde a 30/100 dessa capacidade. Nesse caso, o número é uma fração de denominador 100.

Exemplo 2

Você já sabe que x% de Q significa x/100 de Q. Assim, 17,5% de uma quantia significa 17,5/100 dessa quantia. Ou, escrito de outra forma, 175/1.000 da quantia.

Repare que, nesse caso, o número que expressa a porcentagem é uma fração, com denominador 1.000. Com denominador 100, não seria fração, porque o numerador não seria um número natural. *(Veja que isto lhe dá uma dica para responder à questão 5b. Reveja o que você respondeu lá.)*

Aproveitando o assunto: se uma quantidade aumentar em 64/1.000 ***do seu valor***, qual será a porcentagem de aumento? Sem problema: 64/1.000 = 6,4/100. A porcentagem de aumento foi de 6,4%.

Esses dois exemplos começam a nos dizer algo sobre o número que expressa a porcentagem.

O número que expressa uma porcentagem de x%:

- é uma fração decimal com denominador 100, se x for um número natural;
- é uma fração decimal com denominador potência de 10 maior que 100 se x for um número decimal com uma quantidade finita de casas decimais.

Repare que, no primeiro caso, poderemos ter uma fração com denominador 10. Por exemplo: 10% = 10/100 = 1/10.

Articulando conhecimentos 3

Fração decimal

É aquela cujo denominador é uma potência de 10, ou que seja equivalente a uma fração com denominador desse tipo. Para que isso ocorra, é necessário que, na forma irredutível, seu denominador não admita fatores diferentes de 2 ou 5. Tais frações são chamadas *frações decimais*.

Exemplo: 3/20 (20 = 2^2 x 5) é equivalente a 15/100 (o denominador é potência de 10).

Porém 7/30 não é fração decimal (30 = 2 x **3** x 5 $\rightarrow$ 3 é um fator diferente de 2 e de 5). Não é equivalente a nenhuma fração com denominador potência de 10.

Sintetizando:

Frações decimais: o denominador não admite fatores diferentes de 2 ou 5 $\rightarrow$ a fração pode ser escrita com denominador potência de 10.

Mas será que uma porcentagem será sempre expressa por uma fração de denominador 100, ou, de forma mais geral, por uma fração decimal? Ou será que, às vezes, x% pode significar uma fração não decimal? Ou até um número que não é fração (não racional)?

Continue lendo e refletindo sobre essas questões nas próximas atividades.

Atividade 7

Em 2002 o salário mínimo aumentou de R$180,00 para R$200,00. Resolva:

a) Qual foi a porcentagem de aumento?

b) Essa porcentagem é uma fração? Seu denominador é uma potência de 10?

Então, fez a atividade? Se você encontrou 100/9 ou 11,111...%, acertou. O aumento foi ligeiramente maior que 10%. Olhando esses números, você pode dizer que é uma fração decimal?

Não. Embora seja uma fração, 100/9 não é uma fração decimal, pois *não* pode ser escrita numa forma com denominador potência de 10 (outra justificativa é que, colocada na forma irredutível, apresenta um denominador que contém fatores diferentes de 2 e de 5). Concluindo, encontramos uma porcentagem dada por um número *que não é uma fração decimal*, e você poderá acrescentar isso ao quadro:

O número que expressa uma porcentagem de x%:

– é uma fração decimal com denominador 100, se x for um número natural;

– é uma fração decimal com denominador potência de 10 maior que 100, se x for um número decimal com um número finito de casas decimais;

– pode ser uma fração não decimal.

Articulando conhecimentos 4

Representação decimal de uma fração

Você deve pensar em uma fração p/q como representando p partes de um todo que foi dividido em q partes iguais e também como o resultado da divisão de uma quantidade p em q partes iguais. Veja uma explicação contextualizada para esse fato dada por Tropfke (1980), em sua História da Matemática Elementar:

"A tarefa de dividir k objetos em n partes (por exemplo dividir 7 pães por 10 pessoas) apareceu, na prática, antes de qualquer costume escrito. Talvez se tenha inicialmente dividido cada um dos objetos em 10 partes – desse modo obtinha-se a "fração tronco" 1/10, que podia ser considerada, de certo modo, como uma nova unidade, e então reunia-se 7 dessas novas unidades. A fração geral 7/10 é assim, por um lado, entendida como o resultado da divisão $7 \div 10$; por outro, como reunião de 7 unidades (iguais a) 1/10".

Desse modo, vê-se que a divisão de um número p por um número q ($\neq 0$) resulta em p/q.

Por outro lado, podemos efetuar a divisão $p \div q$ usando a representação decimal, obtendo como resultado um número que pode ter uma parte inteira e uma parte decimal. Como os resultados de uma mesma divisão devem ser iguais, poderemos igualar o quociente decimal à fração p/q. Essa divisão nos dá, portanto, a representação decimal de p/q.

Mas, o que ocorre na divisão de dois naturais ? Ela pode ser exata e teremos um número finito de casas decimais após a vírgula. Ou ela pode ter um resto não nulo, em um processo interminável. Como os restos possíveis vão de 1 a 9, em certo momento haverá repetição. Acrescentando o zero para continuar a divisão, aparecem dígitos no quociente que já apareceram antes, formando um ciclo de algarismos repetidos – o período.

Sintetizando – só há duas formas para a representação decimal de uma fração:

exata	**infinita periódica**
(quantidade finita de casas decimais)	**(quantidade infinita de casas decimais, com período)**

Atividade 8

Em um quadrado de área $2m^2$, o lado foi aumentado em 2cm. Qual a porcentagem de aumento do lado? E da área?

Observação:

Na resolução dessa questão, aparece o número $\sqrt{2}$, que não deve ser substituído por um valor decimal, que é só aproximado. Deixe na forma de raiz, inclusive na resposta.

Você já resolveu a atividade 8? É muito importante que você a resolva. Imagine que está trabalhando em um grupo e que todos estão empenhados em fazer essa atividade. E você, vai ficar parado? Uma sugestão: no lado, que vale $\sqrt{2}$m, o aumento foi de 0,02m. Qual seria o aumento em 100m? (Calcule rapidinho.)

A partir dos resultados obtidos, temos duas novas questões:

Primeira questão com base na atividade 8:

Como interpretar o número que representa a porcentagem de aumento do lado?

Se você teve cuidado no cálculo, deve ter obtido que essa porcentagem foi de $\sqrt{2}$%, dada pelo número $\sqrt{2}/100$. Você acha que é uma fração? Reveja o conceito de fração: é um número do tipo a/b, em que a e b são números naturais, e b é diferente de zero. O número $\sqrt{2}/100$ não se apresenta nessa forma nem pode ser escrito em tal forma. O denominador (100) é um número natural, mas o numerador ($\sqrt{2}$) não é um número natural.

Na verdade, esse é um número irracional, e podemos acrescentar mais uma frase ao quadro que estamos construindo, com base nos exemplos e atividades:

O número que expressa uma porcentagem de x%:

- é uma fração com denominador 100, se x for um número natural;
- é uma fração com denominador potência de 10, se x for um número decimal com um número finito de casas decimais;
- pode ser uma fração não decimal;
- pode ser um número irracional.

Ou seja, concluímos que, embora x% seja o mesmo que $x/100$ (e isso nos baste para resolvermos a maioria dos problemas), para identificar a natureza desse número precisamos conhecer x. Portanto:

Livros que afirmam que *x% é equivalente a uma fração de denominador 100* estão errados.

Articulando conhecimentos 5

Porcentagens negativas

Até aqui, só tratamos de porcentagens positivas. Mas elas poderiam ser dadas também por números inteiros negativos, por números racionais negativos e por números irracionais negativos. Por exemplo, se um preço diminui, podemos dizer que houve uma variação percentual negativa.

Articulando conhecimentos 6

Número irracional

Números irracionais são os números reais que não são racionais, isto é, não podem ser postos na forma p/q. Quanto à representação decimal, não podem ser finitos nem infinitos periódicos. Existe uma prova matemática de que $\sqrt{2}$ não pode ser posto na forma p/q. Também é possível apresentar diretamente números irracionais por meio de representações decimais que não são finitas nem periódicas. Veja abaixo:

0,12112111211112..........

Seguindo o padrão, esse número é infinito e sem período, portanto irracional.

Não é correto concluir que um número é irracional pelo fato de não apresentar período nas casas decimais que se consegue determinar. É possivel um número apresentar uma quantidade enorme de casas decimais sem período, e depois o período aparecer.

Segunda questão baseada na atividade 8:

Como interpretar o número que expressa a porcentagem de aumento da área?

Agora repare na natureza do número que dá a porcentagem de aumento da área:

- o aumento da área foi de $(0{,}02+2\sqrt{2})\%$, o que corresponde a $(0{,}02+2\sqrt{2})/100$ da área inicial. Esse não é um número racional.

Refletindo sobre a construção de um conceito matemático

Reparou no caminho que percorremos? Ele começou na atividade 4, em que se questionava se a expressão “porcentagem é uma fração de denominador 100” estaria correta, e foi até a atividade 8. Pelo caminho, fomos colhendo contra-exemplos, refletindo, ampliando nosso modo de ver o conceito de porcentagem.

É um caminho que leva à construção e internalização de um conceito matemático.

Partimos de uma interrogação inicial – porcentagem é isso? – e logo tratamos de ver se todos os casos estão de acordo com aquela concepção inicial, ou se há alguma situação que não se encaixa (algum contra-exemplo).

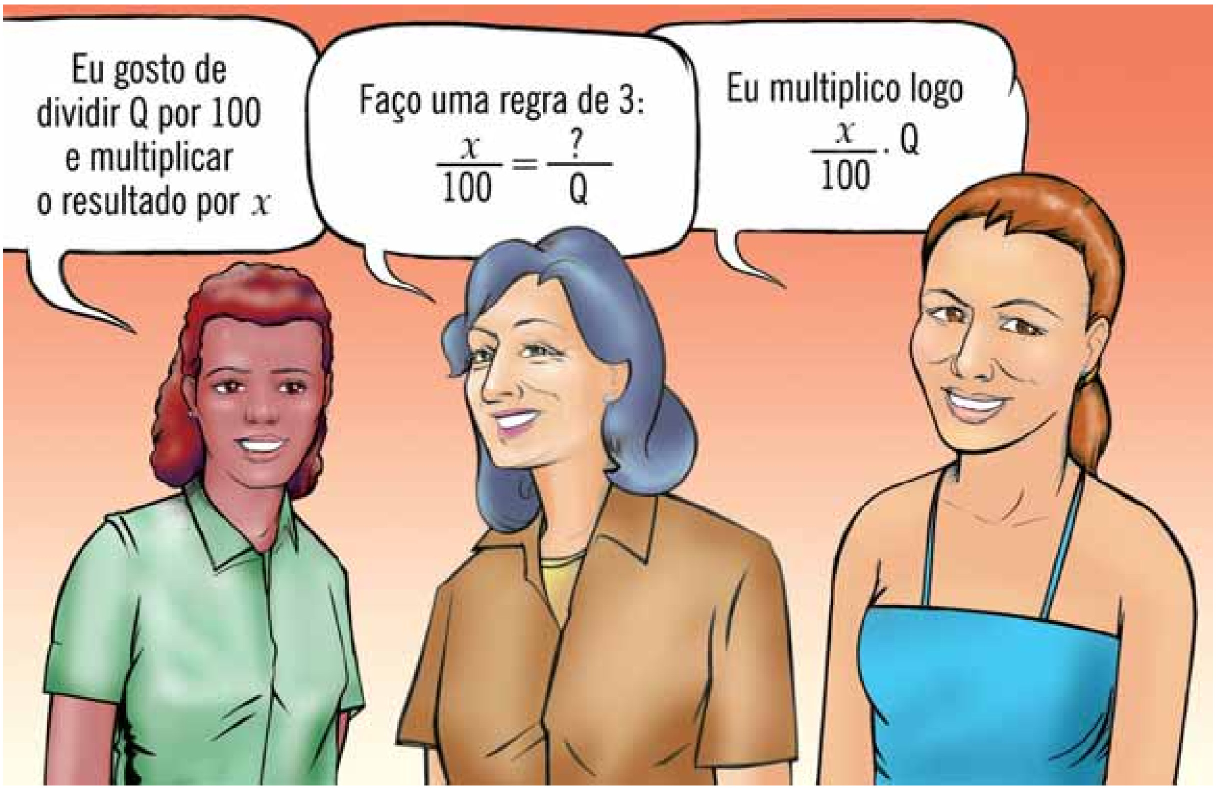
Em nosso caso, os contra-exemplos foram mostrando que porcentagem nem sempre era uma fração de denominador 100, nem sempre era uma fração decimal (denominador potência de 10) e nem sempre era uma fração.

Esse caminho levou a uma série de refinamentos sobre porcentagem, tornando esse conceito mais complexo e confiável.

Construindo estratégias e procedimentos para o cálculo de porcentagens

Você pode construir procedimentos próprios para determinação da porcentagem. Não é necessário memorizar modos de calcular. As regras acabam se tornando tão numerosas que nos confundem. Mas se nos apoiamos em nosso entendimento mais profundo dos conceitos, teremos sempre condições de encontrar um caminho para nossos cálculos. E acabaremos chegando a alguns procedimentos operatórios padronizados que podem ser usados.

Seria legal se estivéssemos juntos e cada um pudesse dizer como gosta de calcular x% de uma quantidade Q. Poderia surgir:



E aí? Será que as três obterão resultados iguais? Teste você mesmo, na próxima atividade.

Atividade 9

Calcule, dos três modos sugeridos, quanto dá 9,5% de 250 reais.

Veja a lógica matemática dos três processos:

1º) É o próprio conceito de x centésimos – divide-se o total por 100 e toma-se x vezes esse valor.

2º) Como já vimos, x% significa x em 100, mas quanto isso representa em Q? Para isso, ela fez uma regra de três: 9,5 em 100 é igual a quanto em 250?

Por trás da regra de três, está o conceito de proporção, que envolve a igualdade de duas razões. Veja o quadro.

Articulando conhecimentos 7

Regra de três e proporção

A igualdade de duas razões, ou de dois quocientes, implica uma proporção: as quantidades expressas nos numeradores são proporcionais às quantidades expressas nos denominadores. Como, numa igualdade entre razões, vale a propriedade do *produto em cruz*, tendo-se três valores em uma igualdade desse tipo, poderemos determinar o quarto: Se $\frac{3}{5,5} = \frac{x}{22}$ então $3 \times 22 = 5,5 \times x$ e portanto $x = 12$. Veja, no final da unidade, porque vale o produto em cruz.

3º) Pelo terceiro processo, fazemos $\frac{9,5}{100} \times 250 = \frac{95}{1.000} \times 250$.

Qual a lógica desse procedimento ? Na verdade, devíamos calcular $\frac{9,5}{100}$ de 250.

Mas você sabe que, *para sabermos quanto vale uma fração de uma quantidade, basta multiplicar a fração por essa quantidade* (isso é algo que os alunos devem saber bem).

Mas será que não apareceria mais nenhuma idéia, sobre o cálculo de porcentagens? (Pode ser que você já esteja tendo outra...).

Você saberia calcular mentalmente 9,5% de 250?

10% é bem simples de calcular... Para ter 9,5%, é só subtrair 0,5% desse valor... será que é fácil esse cálculo mental? Veja: 0,5% é metade de 1% ...Agora é com você. Termine o cálculo!

Vá pegar sua calculadora

Como será que vamos digitar para calcular essa porcentagem? Se você já sabe, muito bem. Se não sabe, pode tentar... algo como a seguir.

Ligo a calculadora, apertando o botão ON/CE. Aparece 0. no visor.

Eu vou tentar as teclas [9,5] [%] [250] [=]

Droga! Sabe o que apareceu? Nem conto, faça você mesmo na sua e veja.

Apago o visor, apertando ON/CE de novo.

Nova tentativa: [%] [9,5] [250] [=]

Ainda não funcionou! Mas não desisto:

[250] [%] [9,5] [=]

Droga de novo! Não apareceu o resultado desejado.

Deve ser necessário uma nova tecla na jogada. Vou tentar [x]

[250] [x] [9,5] [%]

FUNCIONOU!!! Nem precisei apertar o igual. Quando apertei [%] , já apareceu. E se eu apertasse igual no fim?

$\boxed{250}$ $\boxed{\text{x}}$ $\boxed{9{,}5}$ $\boxed{\%}$ $\boxed{=}$

Atrapalhou de novo! Apareceu 5.937,5! Pensando bem, esse número é o resultado de 250 x 23,75. A calculadora multiplicou o valor inicial 250 pelo valor encontrado.

E se eu tentar $\boxed{9{,}5}$ $\boxed{\text{x}}$ $\boxed{250}$ $\boxed{\%}$

Também funcionou!!!

Então é isso: Se queremos saber quanto vale x% de uma quantidade Q, multiplicamos (na calculadora) Q por x (ou x por Q) e apertamos %. E nada mais.

Repare porque os dois processos são válidos: calcular x% de Q (x/100 x Q) é o mesmo que calcular Q% de x (Q/100 x x).

Atividade 10

a) Responda:

a_1) Como a calculadora interpreta o símbolo % ao final de uma multiplicação?

a_2) Tente justificar os resultados incorretos que surgiram no visor da calculadora.

b) Calcule, usando a calculadora:

b_1) 12% de um salário de 524 reais.

b_2) O salário após um aumento de 12%.

b_3) O salário após uma redução de 12%.

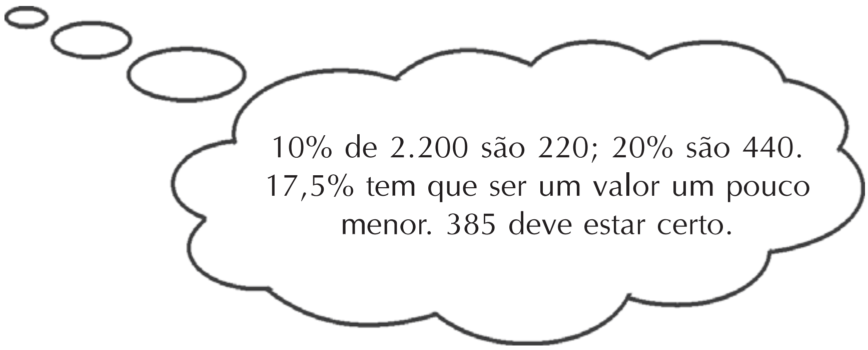
Uso de frações no cálculo mental de porcentagens

Eu já ia mudar de assunto quando me lembrei de mais uma possibilidade para o cálculo de porcentagem, que é bem útil quando a porcentagem é uma fração equivalente a outra mais simples. Vamos lá:

- 10% de Q = 10/100 de Q = 1/10 de Q → é só dividir Q por 10.
- 5% de Q = Metade de 10% de Q → é só dividir Q por 10 e o resultado por 2.
- 25% de Q = 25/100 de Q = 1/4 de Q → é só dividir Q por 4.
- 75% de Q = 75/100 de Q = 3/4 de Q → é só dividir Q por 4 e multiplicar por 3.
- 30% de Q =30/100 de Q = 3/10 de Q → é só dividir Q por 10 e multiplicar por 3.
- 17,5% de 2.200 = (10% + 7% + 0,5%) de 2.200 =

10% →	220
7% = 7 x 1% = 7 x 22 =	154
0,5% = metade de 1% =	11
	385

Faça uma comprovação mental:



Mais sobre porcentagem e cálculo mental

Atividade 11

Em uma sala, havia 99 mulheres e 1 homem (a porcentagem de mulheres era de 99%) . Quantas mulheres devem sair para se reduzir essa porcentagem a 98%?

Faça uma estimativa:

Você acha que deverão sair: Menos que 5 mulheres
De 6 a 10 mulheres
Mais que 10 mulheres

Pensando a respeito para resolver a atividade:

Uma porcentagem de 98% significa 98/100 ou 49/50 do valor ao qual se refere. Portanto, para se ter essa porcentagem, algumas possibilidades serão: 1) ficar com 98 mulheres em 100 participantes ou 2) 49 mulheres em 50 participantes. A primeira hipótese não é possível – se uma mulher sair (para ficarem 98) o total de participantes será 99, e não 100. Já no outro caso, se saírem 50 mulheres (para ficarem 49), o total de participantes será 50, o que confere com a redução da porcentagem. Essa é a solução: devem sair 50 mulheres, para que a porcentagem fique reduzida a 98%.

Você acertou em sua estimativa? Seu palpite foi de que deviam sair mais do que 10 mulheres?

Resolvendo a atividade de outro modo:

O resultado que obtivemos pensando e desenvolvendo de modo natural pode ser comprovado de inúmeras maneiras. Chamando de x o número de mulheres que devem sair, o problema impõe que a razão entre o número de mulheres restantes (99-x) e o número total de pessoas que ficam (100-x) seja igual a 98 em 100 (para dar a porcentagem de 98%):

$$\frac{99 - x}{100 - x} = \frac{98}{100} \quad \text{ou} \quad 9.900 - 100x = 9.800 - 98x, \text{ portanto } 100 = 2x \text{ e } x = 50$$

Você estranhou o resultado do problema das 99 mulheres e de um homem?

Não foi muita mulher que saiu, para abaixar apenas 1% na porcentagem das mulheres?

O ponto chave do entendimento é que houve alteração na quantidade total a que as porcentagens se referiam. No início, a porcentagem era com relação a 100 pessoas. Depois, com a saída de x mulheres, a porcentagem seria com relação a 100-x pessoas. Isso muda muito!

Veja como seria um problema parecido, em que o todo de referência não muda:

Atividade 12

Em uma sala onde havia 99 mulheres e 1 homem, houve duas votações. Na primeira, o homem e todas as mulheres votaram (elas representaram 99% das pessoas presentes). Na segunda votação, quantas devem se abster, para que a porcentagem dos votos das mulheres caia a 98% das pessoas presentes?

Porcentagem e fator multiplicativo no cálculo do resultado de um aumento ou redução percentual

Muitas vezes estamos interessados não em saber quanto uma porcentagem representa de uma quantidade, mas em saber como ficará essa quantidade após ter esse aumento percentual.

Casos de salário são sempre interessantes.

Exemplos:

1 - Se um salário de R$1.400,00 tiver um aumento de 12%, qual será o novo salário?

Vamos lembrar uma das muitas maneiras de fazer esse cálculo. Pode-se fazer em duas etapas:

a) Calcular 12% do salário

b) Somar esse valor ao salário

$$12\% \text{ de } 1.400,00 = \frac{12}{100} \times 1.400,00 = 0,12 \times 1400,00 = 168,00$$

Novo salário: 1.400,00 + 168,00 = 1.568,00

Mas será que seria possível fazer em uma só etapa ? Observe:

$$\text{Novo salário} = 1.400,00 + \frac{12}{100} \times 1.400,00 = 1.400,00\,(1 + \frac{12}{100}) = 1.400,00\,(1,12)$$

O resultado é 1.568,00.

Ou seja:

> Para sabermos como fica uma quantidade após um aumento de 12%, basta multiplicá-la por 1,12.

Veja outro exemplo, que é uma variação dessa situação:

2 - Se um salário de R$1.400,00 tiver um aumento de 7,2%, qual será o novo salário?

$$\text{Novo salário: } 1.400,00 \times (1 + \frac{7,2}{100}) = 1.400,00 \times (1 + \frac{72}{1000}) = 1.400,00 \times (1,072)$$

Ou seja, fazendo apenas a multiplicação por 1,072 (fator multiplicativo) pudemos calcular o resultado do salário após o aumento.

Do mesmo modo que calculamos o resultado de um aumento percentual por meio de um fator multiplicativo, podemos calcular o resultado de uma redução percentual.

3 - Se um salário de R$1.400,00 tiver uma redução de 12%, qual será o novo salário?

Seu cálculo mental já deve estar avançando...

10% são 140

Abaixa para 1.260.

2% = 2 x 14 = 28

Abaixa para ... (Em vez de tirar 28,

tiro 30 e somo 2). Fica 1.232.

Mas, como é sempre bom saber que em matemática muitos caminhos podem dar certo, aprenda a calcular pelo fator multiplicativo:

Novo salário $= 1.400{,}00 - \frac{12}{100} \times 1.400{,}00 = 1.400{,}00 \times (1 - \frac{12}{100}) = 1.400{,}00 \times (1 - 0{,}12) =$

$= 1.400{,}00 \times (0{,}88) = 1.232{,}00.$

Ou seja:

Para sabermos como fica uma quantia após uma redução de 12%, basta multiplicá-la por 1 – 0,12 = 0,88.

Novamente, podemos ter uma variação dessa situação:

4 - Se um salário de R$1.400,00 tiver uma redução de 0,2%, qual será o novo salário?

Novo salário: $1.400{,}00 \times (1 - \frac{0{,}2}{100}) = 1.400{,}00 \times (1 - \frac{2}{1000}) = 1.400{,}00 \times (1 - 0{,}002) =$

$= 1.400{,}00 \times (0{,}998) =$

Mentalmente, seria até mais fácil:

1% vale 14 reais

2% são 28 reais.

0,2% são 2,80.

Subtraio 3 e somo 20 centavos:

1.400 – 3 = 1.397

1.397 + 20 centavos = 1.397,20

Atividade 13

Numere a segunda coluna de acordo com a primeira, associando cada situação com o fator multiplicativo correspondente (podem sobrar itens).

1 – Aumento de 2%	( ) 0,75
2 – Aumento de 5,5%	( ) 1,055
3 – Diminuição de 25%	( ) 0,945
4 – Diminuição de 5,5%	( )1,02
	( ) 1,55

Resumindo

Nesta seção, você revisou conteúdos já vistos e avançou em outros não vistos, entre os quais estavam:

- o conceito de porcentagem;
- o fato de a porcentagem referir-se, em geral, a uma razão (e não a uma fração);
- a caracterização de fração decimal (tem denominador potências de 10 ou, na forma irredutível, o denominador não tem fatores diferentes de 2 ou 5);
- a identificação de fração não decimal (na forma irredutível, o denominador tem algum fator diferente de 2 e 5) com sua representação decimal periódica;
- o fato de existirem razões (quocientes) que não são frações;
- o efeito de multiplicar-se uma fração ou uma razão por um número ou por outra fração/razão;
- razões e proporções;
- fração vista como parte do todo ou como um quociente (e qual a lógica disso);
- o fato de fração poder ser escrita na forma p/q, com p e q números racionais, $q \neq 0$, ou na forma decimal finita, ou na forma decimal infinita periódica;
- existência de números que não podem ser escritos nessas formas, e portanto não são frações.

Além disso, encontrou diversos processos para cálculos de porcentagens:

- por regra de três;
- com uso de fatores multiplicativos;
- por cálculo mental;
- com uso da calculadora.

Seção 3

Transposição didática: impostos e porcentagens

Objetivo da seção

Esperamos que, ao longo desta seção, você possa:

• Conhecer e produzir, com relação aos temas tratados nas seções 1 e 2, situações didáticas adequadas à série em que atua, envolvendo:

– Porcentagens de impostos que aparecem em notas fiscais.

– Projetos de coleta de dados de preços e comparação entre imposto pago no preço promocional e sobre o preço normal.

– Uso de dados encontrados em jornais e revistas para elaboração de questões variadas relativas a porcentagem.

• Repensar o significado de transposição didática.

• Caracterizar o fazer matemático do aluno.

• Refletir sobre aprendizagem ativa.

Você deve estar pensando em como planejar suas aulas, aproveitando o que viu aqui. Para isso, é importante que você reflita antes sobre o que significou para você esse aprendizado. Só após isso você poderá decidir se ele será válido também para seus alunos, se necessita de adaptações etc. Vamos propor algumas questões para ajudá-lo nessa reflexão.

Atividade 14

a) Você reviu o conceito de porcentagem no contexto de uma situação-problema.

Você considera que houve uma "ressignificação" do conceito que você tinha anteriormente? Ou seja, você conseguiu perceber algo, em relação às porcentagens, que antes não percebia? A compreensão foi aprofundada?

b) Alguns dos fatores que podem ter levado a uma ressignificação são:

• A inserção do conceito em uma situação real.

• O fato de a resposta não ser imediata.

- A apresentação de aspectos que desestabilizaram suas concepções anteriores.
- A apresentação de aspectos e procedimentos diversificados a respeito do conceito.

Em quais desses pontos você havia pensado?

c) Se a atividade não se constituiu em avanço ou desafio para você, por que você acha que isso aconteceu?

Aprendendo sobre Educação Matemática – Transposição didática

Refletindo sobre o que foi feito nesta Unidade, você deve perceber que já houve uma reelaboração do conhecimento matemático. Os textos matemáticos que você estudou na seção 2 fizeram uma adaptação do saber puro e sistematizado para um conhecimento mais dinâmico e adaptado à vida real. Esse processo já se constitui em uma primeira transformação do saber matemático, visando à sua aprendizagem, e constitui, por isso, o que se chama de transposição didática.

É necessário a realização de um processo análogo sobre os conhecimentos a serem adquiridos pelos alunos. Dessa reelaboração ou transposição didática estaremos tratando na seção 3.

Para fazer a transposição didática, é importante considerar:

- Que situações-problema podem se constituir em desafio para os alunos?
- Como julgar, nessas situações: a relevância, o grau de motivação do aluno em resolvê-las, a abrangência dos conceitos envolvidos, a capacidade das mesmas em propiciar questões e mesmo respostas variadas?
- Quais os vários aspectos do conceito matemático envolvido que se fazem necessários em outras situações e contextos?
- Quais as relações entre esses vários aspectos?

Quais conhecimentos seus alunos já possuem a respeito? É preciso garantir que a situação não seja simples demais nem tão complexa a ponto de ser desanimadora.

Os pontos que você levantou nos itens a), b) e c) da atividade 14 podem ajudá-lo a prever quais seriam algumas reações dos alunos quando se depararem com uma proposta similar a esta que apresentamos e também poderiam motivar seus alunos (e você mesmo) a procurar ultrapassar alguns pontos menos adequados que você detectou. Você deve avaliar se vale a pena trabalhar o conceito de porcentagem em uma situação-problema, deve procurar tornar esse conceito significativo ou mesmo ressignificá-lo para as séries mais adiantadas, estudar fatores que podem levar a essa ressignificação e pensar em modos alternativos de trabalhar, caso ache adequado.

Nesta seção, você encontrará algumas situações e idéias para seu trabalho em sala de aula e será instigado a formular outras.

Um exemplo de situação-problema adequada à sala de aula

Além do IRPF - Imposto de Renda da Pessoa Física, existem outras formas de contribuição fiscal. Por exemplo, ao comprar alimentos, vestuário, equipamentos, medicamentos, livros, ou ainda, ao pagar serviços como diversão (entrada de um circo, parque ou cinema), transporte (passagem do ônibus), há incidência de impostos tais como ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços), IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados), dentre outros.

Ao consultar uma nota fiscal (documento obrigatório a cada transação comercial), podemos constatar o quanto é pago em impostos pela compra ou prestação de serviço. A emissão da nota fiscal é a garantia de que os cofres públicos receberão os recursos para investir em educação, saúde, saneamento, segurança, cultura, etc. Essa forma de arrecadação das contribuições acontece não apenas no Brasil, mas na grande maioria dos países.

Em muitos países os turistas têm direito à devolução dos impostos pagos, bastando apresentar as notas fiscais em locais pré-determinados. Isso baseia-se na idéia de que os impostos são pagos pelos cidadãos do país e devem reverter em benefícios para eles. Embora os turistas usufruam de alguns desses benefícios (como cidades limpas, transportes organizados etc), isso ocorre por pouco tempo e os governos desses países consideram que os turistas não têm que pagar por isso. Na verdade, gastando nesses países, os turistas já contribuem para seu desenvolvimento.

Situação-problema para os alunos

Vamos tomar como exemplo a seguinte nota fiscal, emitida no Brasil, de compra de equipamentos domésticos:

NOBEL MÓVEIS LTDA.

Móveis Residenciais
Móveis p/ Escritório
Cortinas - Tapetes
Armários Modulados
Fabricação Própria

MATRIZ: Gama-DF CEP 72.445-010 QI 1 Lts. 1100/1140 - Tel: 556-1418

Dados Adicionais

Nota Fiscal Mod. 1-A Nº 12625

[X] Saída [ ] Entrada

QI 1 - Lotes 1100/1140 Tels: 556-0483 e 556-1418 - Gama - D. Federal
CGC 00 106 039/0001-98
CF/DF 07 310 998/001-30
Natureza da Operação: 5.11

1.a VIA
DESTINATÁRIO / REMETENTE
Data Limite para Emissão 02 / 07 / 99

Destinatário/Remetente

Nome / Razão Social		CGC / CPF	
Endereço	Bairro / Distrito	CEP	
Município	Fone/Fax	UF	Insc. Estadual

Data da Emissão 13.10.98
Data da Saída / Entrada
Hora da Saída

FATURA

Dados do Produto

Código Produto	DESCRIÇÃO DOS PRODUTOS	CLASSIF. FISCAL - ICMS	Situação Tributária	Unid.	Quant.	Valor Unitário	Valor Total	Alíquotas ICMS	Alíquotas IPI	Valor do IPI
	SOFA GIBRALTAR 03 LUG.	9401 610100		PÇ	01		1.018,00			
	SOFA GIBRALTAR 02 LUG.	9401 610100		PÇ	01		832,00			
							1.850,00			
		Desconto	....	....	....	....	669,09			
							1.180,91	12	10	118,09

Cálculo do Imposto

Base de Cálculo do ICMS 1.180,91	Valor do ICMS 141,71	Base de Cálculo ICMS Substituição	Valor do ICMS Substituição	V. Total dos Produtos 1.180,91
Valor do Frete	Valor do Seguro	Outras Despesas Acessórias	Valor Total do IPI 118,09	V. Total da Nota 1.299,00

Transportador/Volumes Transportados

Nome / Razão Social NOBEL MÓVEIS LTDA	Frete por conta 1 - Emitente 2 - Destinatário 01		Placa do Veículo	UF	CGC / CPF
Endereço O MESMO	Município BRASÍLIA			UF DF	Insc. Estadual
Quantidade 02	Espécie PC.	Marca	Número	Peso Bruto	Peso Líquido

DADOS ADICIONAIS
O código da classificação fiscal indicado e o vigente em 31.12.95

N.o DE CONTROLE DO FORMULÁRIO
221430

Leve cópias da nota para seus alunos, que devem estar distribuídos em grupos, e peça que resolvam as questões a), b) e c) que serão propostas. Percorra os grupos, observe as idéias e estratégias que criam. Se algo sair errado e eles não perceberem, não diga que está errado. Faça uma pergunta que os leve a repensarem o que foi feito.

a) Na nota fiscal vemos que sobre a quantia de R$1.180,91 será pago um valor de R$141,71 de ICMS, ou seja, Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços. Determine a porcentagem de imposto cobrado.

b) Vemos também que, sobre a mesma quantia, foi pago um valor de R$118,09 de IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados). Qual a porcentagem cobrada de IPI?

c) O valor total da nota corresponde a uma compra com desconto de R$669,09. Qual seria o valor do imposto a pagar sem o desconto? Você pode concluir que quando se dá um desconto, paga-se também menos imposto?

Para responderem às questões a, b e c, os alunos devem ter tempo para pensar, tentar, errar, levantar hipóteses, criar estratégias, argumentar, representar seus procedimentos na forma oral, manipulativa e escrita.

Você deve estar reparando que, mais do que dar ênfase à apresentação da matemática pelo professor, estamos dando ênfase ao *fazer matemático* do aluno. Mas, o que seria isso? Leia o quadro.

Aprendendo sobre Educação Matemática – O fazer matemático do aluno

O "fazer matemático" no espaço escolar deve ter um significado bem mais amplo do que o simples decorar definições e regras de procedimentos (as regrinhas mágicas).

O fazer matemático do aluno, visto no contexto de resolução de situações com significado, tem que incluir uma ação efetiva do aluno na busca de soluções de reais desafios. Esse fazer deve significar o lançar-se em uma grande aventura de tentativas, de erros, de levantamento de hipóteses, de criação de estratégias, de argumentação, de capacidade de representação oral, manipulativa e escrita de seus procedimentos.

As formas de agir dos alunos, também chamadas "esquemas de ação", traduzidas por procedimentos, são parte essencial do seu fazer matemático na escola. O professor não deveria apressar-se em mostrar "como faz" ou "como deveria fazer", pois é importante no ensino da matemática a capacidade do professor em observar e fazer revelar os procedimentos mais espontâneos apresentados pelos alunos na resolução da situação. Aí revela-se a parte mais importante e rica do fazer matemático na escola, parte que por vezes é excluída do processo em função da pressa que temos em chegar em certos resultados, de modo único.

Isso nos lembra Piaget em seu livro Epistemologia Genética*, quando fala da epistemologia da matemática** ao afirmar que grande parte da produção cognitiva da criança no processo de resolução de problema tem fortes semelhanças com o trabalho do matemático. Cabe-nos refletir sobre o que a escola tem feito com esse potencial. Nesse mesmo sentido, temos a afirmação da pesquisadora francesa Stella Baruk: "toda criança que nasce é um ser matemático. Se, quando cresce, vem a não saber ou não gostar de matemática é porque não soubemos trabalhar esse ser".

*** Epistemologia Genética**

O termo aparece com freqüência nos discursos e textos da área das ciências humanas, em especial na educação, sendo relevante para o profissional que tem a aprendizagem como objeto de trabalho.

Epistemologia refere-se ao conhecimento e aos processos pelos quais ele é produzido. *Genética* refere-se à gênese ou às origens, aos processos mais embrionários e evolutivos, tendo a ver com os aspectos históricos de um determinado fenômeno.

Assim, o termo "epistemologia genética" refere-se aos processos evolutivos pelos quais são constituídos os conhecimentos. É um termo muito utilizado por Jean Piaget em seus trabalhos, sendo título de uma importante obra que trata de uma discussão teórica sobre a construção do conhecimento, em especial, do conhecimento matemático. No campo da epistemologia genética, Piaget estudou o desenvolvimento das estruturas mentais das crianças, buscando compreender os processos da inteligência humana. Seus estudos tiveram na aprendizagem de conceitos matemáticos, tais como número, noção de espaço, tempo e causalidade, o centro de suas investigações científicas.

**** Epistemologia da Matemática**

A epistemologia da matemática diz respeito aos processos pelos quais se constitui o conhecimento matemático. Podemos conceber duas perspectivas diferentes para a epistemologia da matemática e das demais ciências: a evolução desse conhecimento na humanidade e no indivíduo.

Na primeira perspectiva, chamada *epistemologia filogenética* (filo refere-se à espécie), busca-se compreender como a humanidade, ao longo de sua evolução cultural, vem construindo e reconstruindo o conhecimento matemático. Estuda-se como o homem, buscando resolver situações-problema, construiu ferramentas que foram agregadas às suas estruturas mentais, tais como as idéias de número, medida, proporção, simetria etc. A epistemologia das ciências tem mostrado como grandes impasses e dificuldades encontradas pelo homem ao longo da história têm servido para promover o avanço do conhecimento.

Na segunda perspectiva, chamada *epistemologia ontogenética* (onto refere-se ao ser individual), busca-se compreender como se desenvolvem os processos cognitivos (ligados à inteligência) desde a fase de bebê até a terceira idade. Piaget, que estudava esses processos, considerava-se um "epistemólogo". Trabalhar com a aprendizagem requer essa compreensão da forma como se estrutura o pensamento do indivíduo, desde a infância até a idade adulta, e, portanto, o professor precisa questionar e refletir sobre a relação mútua entre a aprendizagem e o desenvolvimento humano.

Nesse campo, a escola tem um duplo papel: favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos, respeitando e fomentando os processos de estruturação da inteligência, e também dar acesso aos alunos aos processos históricos pelos quais o homem, nos diferentes contextos de tempo e cultura, construiu o seu conhecimento.

Articular o desenvolvimento do aluno com o desenvolvimento do homem ao longo da história da civilização é uma possibilidade na educação matemática. Assim, epistemologicamente falando, podemos associar as primeiras formas de contar ou operar utilizadas por uma criança com as formas primitivas de quantificações usadas na pré-história.

A partir da situação-problema sugerida para os alunos, várias outras questões podem ser tratadas, relacionadas aos Temas Transversais dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais). Por exemplo, uma discussão sobre o item c): *os cofres públicos ganham ou perdem no momento em que o comerciante concede um desconto?* Por um lado, há uma perda de recolhimento de impostos. Mas será que os descontos não vão estimular as vendas e portanto arrecadar mais? Há vantagens ou desvantagens para a população quando o comércio concede descontos aos seus clientes?

Projeto a partir da situação-problema

A questão que levantamos pode gerar um projeto, a ser desenvolvido na rua, em casa, na escola:

Peça aos alunos que façam uma coleta de folhetos de propaganda (distribuídos em lojas e supermercados ou como encartes em jornais) em que são indicados valores com e sem desconto de cada mercadoria.

a. Cada grupo fica responsável por certa classe de produtos e calcula quanto de impostos seria recolhido sobre os valores com e sem o desconto.

b. Imaginando que 1.000 clientes comprassem tais produtos (1 unidade, 1kg, 1l) no preço da promoção, quanto o comerciante pagará a menos de ICMS?

Atividade 15

Elabore outra exploração possível envolvendo porcentagens por meio de uma situação-problema.

Ações no cotidiano escolar

Além da situação-problema e do projeto proposto, outras ações devem se inserir, de modo natural, no cotidiano escolar. Porcentagens estão associadas a muitas situações da vida.

Selecionar uma lista de dados em revistas e jornais e acrescentar questões para serem resolvidas pode gerar uma boa atividade em grupos. As questões devem envolver diferentes usos da porcentagem. Os alunos devem ser estimulados a pensar em grupo e a resolver de diferentes modos, os quais devem ser coletivizados. Nessas questões, pode ser pedido:

• O cálculo de x% sobre um total T (x e T são dados)

• Dados dois valores, saber em quanto por cento o primeiro deve ser aumentado para dar o segundo; saber em quanto por cento o segundo deve ser reduzido para dar o primeiro (porcentagem de aumento e redução). Exemplos:

Se um televisor de R$480,00 entrou em oferta por R$444,00, qual foi a porcentagem de redução?

Se um televisor de R$480,00 passou a ser vendido por R$504,00, qual foi a porcentagem de aumento?

• Dado um valor T e um aumento A havido sobre T, saber de quantos por cento foi o aumento. Idem para redução havida. Exemplo:

Um aparelho de som no valor de R$180,00 teve um aumento de R$27,00. Qual foi a porcentagem de aumento?

• Relacionar porcentagem com *certa quantidade em 100*. Exemplos:

Em uma escola, 62% dos alunos são meninas.

Assinale a alternativa correta:

(   ) Em todas as classes dessa escola, 62% dos alunos são meninas.

(   ) Agrupando-se as salas de modo que dê 100 alunos, 62 serão meninas.

(   ) É possível distribuir os alunos em um número exato de grupos de 100, cada um com 62 meninas. Isto é, a razão entre o número de meninas em cada grupo e o total do grupo será igual a 62/100.

( ) É possível distribuir os alunos em certo número de grupos de 100 com 62 meninas em cada um; se houver uma quantidade restante com y alunos sendo x meninas, a razão x/y será igual a 62/100.

• Calcular percentual sobre percentual. Exemplo:

Se um preço x teve um aumento de 8%, e alguns meses depois o novo preço foi reajustado em 6%, qual foi o percentual final de aumento sobre x?
Um modo de pensar é:

$$x \rightarrow x + \frac{8}{100}x \rightarrow \left(x + \frac{8}{100}x\right) + \frac{6}{100}\left(x + \frac{8}{100}x\right) = x + \frac{8}{100}x + \frac{6}{100}x + \frac{48}{10.000}x = x + \frac{14,48}{100}$$

O aumento percentual total foi de 14,48%.

Outro modo de calcular:

$x \rightarrow 1,08x \rightarrow 1,06 \times 1,08x = 1,1448x$

O aumento foi de $\frac{1.448}{10.000} = \frac{14,48}{100}$

• Sabendo que uma quantidade Q desconhecida teve uma diminuição quantitativa conhecida, e sabendo-se o percentual de Q restante, calcular Q. Veja o exemplo na atividade 16.

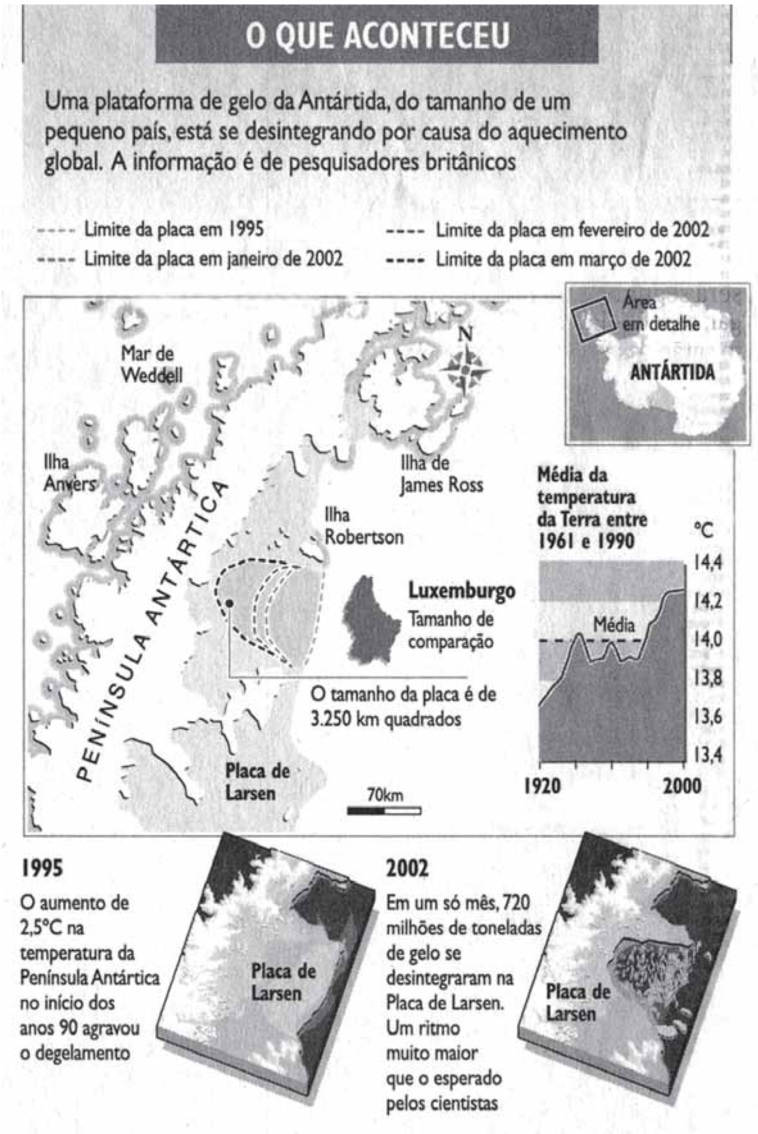
Atividade 16

Observe atentamente o mapa a seguir. A Península Antártica é a faixa branca que tem esse nome escrito, mais a faixa cinza à direita dessa faixa, que corresponde à uma massa de gelo, denominada plataforma Larsen B, localizada na parte leste da Península Antártica. Essa plataforma era uma massa compacta de gelo e por ela chegaram missões científicas em veículos pesados. As linhas pontilhadas indicam como parte dessa massa de gelo tem desaparecido ao longo dos últimos anos.

Lembrete

O nome do continente é Antártida.

O nome da grande península no pólo Sul é Antártica.



Devido ao aquecimento da Terra, em menos de 2 meses, uma área de 3.250km^2, equivalente a 720 milhões de toneladas de gelo, partiu-se em milhares de icebergs, que ficaram à deriva e vão se derretendo aos poucos.

Nos últimos 5 anos essa plataforma perdeu 5,7 mil km^2 e sua área atual representa apenas 40% da extensão de origem. (Correio Braziliense, 20/03/2002)

Questões que podem ser propostas:

a) 5,7 mil km^2 é maior ou menor que 3.250km^2?

b) Qual era a extensão original da plataforma ?

Ou seja, chamando a extensão original de Q e sabendo-se que houve uma perda de 5,7 mil km^2, tendo sobrado 40% de Q, pergunta-se quanto valia Q?

Aprendendo sobre Educação Matemática – Aprendizagem ativa

Uma aprendizagem ativa supõe que os alunos envolvam-se, em pensamento e atividades, nos temas que estão sendo tratados. Cuidado! A aprendizagem ativa não se limita a algumas perguntas que o professor faz à classe antes de começar a discursar, nem se constitui numa atividade que se “faz” após uma explicação do professor. Ela está diretamente relacionada com o fazer matemático do aluno.

Distribua as atividades e situações-problema aos grupos e deixe-os trabalharem, manifestarem suas hipóteses e suas dúvidas.

Percorra os grupos e não se esqueça de que há várias maneiras de fazer os cálculos, como regra de três, multiplicação de uma fração ou uma razão por certo valor, uso de fatores decimais etc. Observe se esses ou outros procedimentos interessantes surgem nas soluções. Peça a dois representantes de cada grupo que apresentem e expliquem as soluções. Ao final das apresentações, você terá oportunidade de fazer boas revisões sobre os itens do RESUMINDO da seção 2.

Para saber mais – A representação fracionária de um número decimal

Você aprendeu a passar da forma fracionária para a forma decimal de uma fração, no quadro Articulando conhecimentos 4. Mas como seria o contrário: passar da forma decimal para a forma fracionária ?

Se você partir de uma representação decimal *finita* ou *exata* de uma fração, isso será fácil:

$$12{,}859 = 12 + \frac{859}{1.000} = 12\,\frac{859}{1.000}$$

Se você tiver uma representação decimal *infinita periódica*, será um pouco mais complicado passá-la para a forma fracionária, pois para entender isso precisará usar equações. Apenas para dar uma idéia:

1) Imagine que você quer saber a forma fracionária de 0,77777... Como você não conhece essa fração, pode chamá-la de x:

$x = 0{,}7777\ldots$ (1)

Podemos fazer muitas mudanças nessa equação, de modo que as novas equações terão ainda a mesma solução x. Algum matemático descobriu que uma mudança útil para descobrir a forma fracionária é multiplicar a equação por 10:

$10x = 7{,}777\ldots$ (2)

Descobriu também que, em seguida, devemos subtrair a equação (1) da equação (2):

Temos $9x = 7$, e podemos concluir que $x = 7/9$.

Será verdade? Faça a divisão de 7 por 9 (pode ser na calculadora) e comprove o resultado.

2) Se a representação decimal tiver um período com 2 algarismos, multiplique por 100 e faça de modo parecido ao anterior. Para descobrir a representação fracionária de 0,383838... , faça $x = 0{,}\ 383838\ldots$ Portanto:

$100\ x = 38,\ 383838\ldots$

$100x - x = 38{,}383838\ldots - 0{,}3838\ldots$

$99x = 38$

$x = 38/99$. Novamente, faça a divisão e comprove!

Se a representação decimal tiver uma parte não periódica após a vírgula, devemos proceder em duas etapas. Primeiro, multiplicar por uma potência de 10 tal que a parte inteira do número resultante englobe a parte não periódica. Por exemplo, $x = 5{,}12343434\ldots$ deve ser multiplicado por 100, obtendo-se $100x = 512{,}343434\ldots$

Depois, pensamos nesse número como $512 + 0{,}3434\ldots = 512 + \frac{34}{99}$.

Fazendo-se os cálculos (na forma fracionária) e dividindo-se o resultado por 100, obtemos a forma fracionária do número dado.

Mas lembre-se: um número decimal infinito e sem período não pode ser escrito na forma fracionária, pois trata-se de um número irracional.

Resumindo

Nesta seção, você teve a oportunidade de:

- Conhecer e produzir situações didáticas adequadas à série em que atua, envolvendo:
  - Porcentagens de impostos que aparecem em notas fiscais.
  - Projetos de coleta de preços e comparação entre imposto pago no preço promocional e imposto pago sobre o preço normal.
  - Uso de dados encontrados em jornais e revistas para elaboração de questões variadas relativas a porcentagem.
  - Relação com preservação ambiental – perda de massa de gelo polar por elevação da temperatura terrestre.
- Repensar o significado de transposição didática.
- Caracterizar o fazer matemático do aluno.
- Refletir sobre aprendizagem ativa.

Leituras sugeridas

TINOCO, L. A. A. (coord.). *Razões e Proporções***.** Instituto de Matemática/UFRJ – Projeto Fundão – SPEC/PADCT/CAPES. Rio de Janeiro, 1997.

O livro originou-se de uma apostila do Projeto Fundão, voltado para a formação de professores em serviço. Introduz de modo claro os conceitos de razão e proporção, explora a Propriedade Fundamental das Proporções e traz aplicações à resolução de problemas. Trabalha com grandezas diretamente e inversamente proporcionais, explora a divisão de um todo em partes diretamente e inversamente proporcionais, e apresenta problemas de proporcionalidade envolvendo três grandezas, explorando, para isso, regras de três simples e composta.

O livro articula o tema trabalhado a representações gráficas e a questões geométricas, como semelhança e o Teorema de Tales. Encontram-se no livro muitas atividades, bastante úteis à compreensão dos conceitos envolvidos e adequadas para a sala de aula.

IMENES, L.M.; JAKUBO, J.; LELLIS, M. *Proporções***.** Coleção Para que serve Matemática? São Paulo: Atual, 1992.

O livro é formado de pequenos textos relacionados ao tema proporções, atraentes e de leitura agradável. Eles abordam várias respostas à questão: para que servem as proporções? Além de vários exemplos do mundo real que usam o conceito de proporção, o professor terá oportunidade de clarear seu entendimento sobre proporções diretas e inversas e sobre a questão da divisão proporcional de lucros e despesa.

Trata-se de um livro curto, paradidático, com atividades úteis para o professor e para o aluno.

Bibliografia

BERTONI, N.E. *Frações*: da forma fracionária à decimal - A lógica do processo. In: *Revista do Professor de Matemática*, 34. Rio de Janeiro: SBM, 1997. p. 9-13.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática (5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998. p.148.

PIAGET, Jean. *Epistemologia Genética*; trad. Nathanael C. Caixeiro. São Paulo: Abril Cultural. 1983.

TROPFKE, J. *Geschichte der Elementarmathematik* (Volume 1). Berlin, New York: de Gruyter, 1980.

Texto de referência

Currículo de matemática em rede

Cristiano Alberto Muniz

Na proposta da matemática do GESTAR de 5ª a 8ª séries, são pontos chaves na construção do conhecimento matemático:

- resolução de situação-problema,
- exploração do conhecimento em ação,
- significação da matemática em situações de contextos da realidade do professor,
- concepção de situação didática como atividade meio da aprendizagem matemática, tendo por objetivo maior do ensino a capacitação do aluno em resolver situações matemáticas fora do contexto escolar.

Isto imprime novas concepções acerca da produção do conhecimento matemático, numa visão mais dinâmica do processo construído, seja pelo aluno, seja pela civilização ao longo de sua história.

Os campos conceituais e o currículo em rede

Esta nova visão sobre o conhecimento matemático leva em consideração a complexidade do movimento, das lógicas, das relações e dos conceitos presentes na atividade matemática quando esta se realiza em contextos mais amplos que os das situações-didáticas.

Nesta concepção de conhecimento matemático, um suporte teórico importante é a noção dos *campos conceituais*. Esta importância diz respeito à inadequação da fragmentação do conhecimento matemático. Vergnaud, autor da Teoria dos Campos Conceituais[1], sustenta em sua tese que:

> Cada conceito matemático deve ser considerado como participante de um campo conceitual, que agrupa, dá sentido e dinamicidade a cada conceito definindo o campo.O conjunto de conceitos interconectados constitui o que denominamos de campo conceitual.

Desse modo, o estudo de um conceito matemático nos obriga a considerar as múltiplas relações deste com os demais conceitos pertencentes a um mesmo campo epistemológico[2].

1 Maior explicitação da teoria dos campos conceituais pode ser encontrada no texto de referência sobre "Conceitos em Ação"

2 Epistemológico diz respeito à construção de conhecimento, ligado à teoria das ciências com seus métodos e fundamentos lógicos acerca do processo de produção, validação e difusão do conhecimento.

Tal enfoque aproxima-se, necessariamente, de uma visão curricular diferente daquela caracterizada pela fragmentação do conhecimento e de uma alocação linear dos conteúdos, um atrás do outro, como corrente de pré-requisitos cujos elos são impossíveis de serem rompidos: para mobilizar o conteúdo de um elo desta corrente linear, os elos anteriormentes posicionados devem ter sido trabalhados e aprendidos.

Pontos essenciais na concepção de currículo em rede

Buscamos no GESTAR uma concepção de aprendizagem da matemática e de seu ensino que leve em conta a integração entre os vários elementos internos da matemática (seus objetos, suas representações e teoremas) assim como da matemática com outras áreas do conhecimento humano. Essa concepção está fundada na idéia de currículo em rede, caracterizado por:

• Cada conteúdo, ou nó da rede, articula-se com os demais, via uma sucessão de cruzamentos e amarrações.

• Cada nó, ou seja, cada conteúdo, é para o educador uma porta de entrada que dá possibilidades de acesso a outros a este conectado.

• Para atingir um nó, que representa um conteúdo a ser trabalhado, muitos são os caminhos possíveis. O caminho mais curto nem sempre é o melhor para a aprendizagem.

• Ao "puxar" um ponto, ou seja, ao agir sobre um conteúdo, os demais também mexem, sendo uns mais e outros menos, dependendo tanto da proximidade epistemeológica (articulação conceitual entre eles) quanto do tipo de conexão conceitual que existe entre eles.

• A forma como "pegamos" ou "dobramos" a rede pode fazer com que pontos que estariam inicialmente distantes, possam conceitualmente vir a se encontrarem próximos.

Essa concepção de currículo em rede no ensino da matemática ganha força e forma a partir sobretudo de novas maneiras de se considerar as possibilidades de organização curricular e de prática pedagógica propagadas no meio da educação matemática, e mais recentemente, nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Alguns dos elementos que contribuem para a construção do currículo em rede e ajudam na construção de um currículo mais dinâmico e menos fragmentário são:

• Temas transversais: são contextos mais amplos que a própria matemática, de interesse sociocultural da comunidade escolar nos quais a matemática pode ser inserida como instrumento de leitura e de transformação da realidade.

• Pedagogia de projetos: ações pedagógicas de previsão de transformação de uma realidade local onde a matemática pode formecer ferramentas para a ação reflexiva e pragmática.

• Modelagem no ensino: tradução de uma dada realidade num modelo matemático. Implica na construção de uma outra realidade, essa abstrata, cujo modelo pode servir de manipulação pelo aluno. De certa forma, agir sobre o modelo deve significar agir sobre a realidade. O modelo se aproxima do ideal quanto mais os resultados produzidos no modelo abstrato implicarem resultados análogos na realidade.

O que faz com que concebamos um currículo em rede?

A fragmentação dos conteúdos, a linearidade em forma de pré-requisitos, a não-transposição de conhecimentos de uma situação para outra (os conhecimentos são ilhados, não favorecendo a transposição de saberes), o conhecimento construído em contextos que não permitem ao aluno ver a possibilidade de sua aplicação na realidade (o conhecimento é de tal forma esfacelado e desconfigurado, que o aluno não sabe como reordená-lo, reorganizá-lo, reintegrá-lo a situações reais) e o ensino da matemática como disciplina formal são alguns dos problemas citados até o presente momento que impulsionam educadores matemática, como D'Ambrósio e Machado, a proporem uma educação matemática mais articulada, dinâmica, mais significativa em relação aos contextos culturais.

O que se busca num currículo em rede?

Essa visão fragmentada do conhecimento é negada nos últimos tempos em outras áreas do conhecimento, onde se propõe novos paradigmas sustentados em idéias de interação, relação, integração, conexão, interligação, teia e rede, tais como nos aponta Pires[3]:

- Interdisciplinaridade na Pedagogia
- Analogia na Ciência
- Sistêmica da vida na Biologia
- Teia na Física
- Inteligências múltiplas na Psicologia
- Conhecimento em rede na Comunicação
- Hipertexto na Tecnologia da Informação
- Teias de aprendizagem na Educação

Esses termos revelam que a busca por nova abordagem da constituição do conhecimento não é uma exclusividade da educação matemática, mas, ao contrário, a nossa preocupação enquadra-se num contexto de inquietação sobre o significado de conhecimento no mundo atual, em uma perspectiva mais ampla.

> Ainda não sabemos como as mudanças radicais influenciando a Arte, Literatura, Matemática, Filosofia, Teoria Política, Ciência e Teologia [...] afetarão a educação e o currículo [...] acredito que vai surgir um novo senso de ordem educacional, assim como novas relações entre professores e alunos, culminando em um novo conceito de currículo. O sistema de ordenamento linear, seqüencial, facilmente quantificável que domina a Educação, atualmente - que se centra em inícios claros e fins definidos

3 Tese de doutorado pela USP sob orientação de Nilson José Machado.

– pode dar lugar a um sistema ou rede mais complexo, pluralista e impredizível. Tal rede complexa, como a própria vida, estará sempre em transição, em processo. Uma rede em processo é uma rede transformativa, continuamente emergente – indo além da estabilidade para aproveitar os poderes criativos inerentes à instabilidade. *(Doll, Jr. W.E.* ***Currículo: uma perspectiva pós-moderna.*** *Porto Alegre: Artes Médicas, 1997, p 19.*

O que se busca é por vezes a ruptura com as fronteiras das disciplinas, permitindo uma maior e melhor navegação entre diferentes objetos de conhecimento, sobretudo vendo a complexidade das situações-problema que a realidade nos impõe, que não podem ser resolvidas exclusivamente por uma área de conhecimento. A competência em resolver situações-problema é associada à capacidade do aluno em navegar entre diferentes áreas de conhecimento estabelecendo conexões entre elas.

Para dar conta da complexidade da realidade[4], não será com modelos excessivamente simplificados que a escola poderá formar indivíduos aptos para a vida.

O professor como elemento importante na construção de um currículo em rede

A construção de um currículo em rede só é possível a partir de uma nova postura do professor diante do conhecimento. Enquanto o professor tiver uma visão fragmentada do conhecimento matemático dividido de forma absoluta em álgebra, geometria, análise, topologia etc., pouca contribuição ele poderá dar para essa construção.

A construção de um currículo em rede requer que o professor aceite a possibilidade de realizar um trabalho pedagógico não linear, que não se baseie na lógica do currículo fundado em disciplinas. É vital que o professor busque promover as interconexões entre os conceitos e procedimentos matemáticos presentes no processo de resolução de situação-problema, e esse é um objetivo importante na nossa formação no GESTAR.

A construção de um currículo de matemática em rede requer um trabalho coletivo de todos os envolvidos no projeto pedagógico da escola e na construção do currículo. Somente na construção de um novo projeto pedagógico da escola é que o professor poderá sentir-se apoiado na busca de uma construção de novas formas de estruturação do conhecimento.

Caso o professor não conceba, de forma integrada, a idéia da matemática com suas subáreas, seus campos, seus objetos, não podemos pensar na sua participação na construção de um currículo em rede.

4 Ver em Edgar Morin a Teoria da Complexidade.

Um nova visão curricular: a perspectiva de rede

A proposta de trabalhar o ensino de matemática a partir da concepção do currículo em rede é inovadora, sobretudo porque apela novos paradigmas acerca tanto da matemática quanto de sua aprendizagem e de seu ensino. Tanto que o tema foi estudado na tese de doutorado da pesquisadora e educadora matemática da PUC-SP, professora Célia Maria Carolino Pires[5]. Alguns pontos importantes apontados por Pires que contribuem para nossa reflexão acerca do currículo em rede são:

• "A escola não pode, desse modo, deixar de considerar que compreender é apreender significados. Mais que isso, deve levar em conta que aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos. Ou seja, os significados constituem feixes de relações. Essas relações articulam-se em teias, em redes, construídas socialmente e individualmente, e estão em permanente estado de atualização. Enfim, seja em nível individual ou social, a idéia de conhecer assemelha-se à de enredar.

Outra discussão importante refere-se ao fato de que, ao propiciar a cada pessoa a possibilidade de desenvolver capacidades como a de estabelecer conexões entre diferentes contextos de significação, a de transferir relações de um feixe a outro, a de desenvolver novos significados, a escola estaria contribuindo para o desenvolvimento da inteligência" (página 140).

• "(...) a análise de uma situação-problema leva o aluno a tecer uma rede em que podem ser observados os princípios que a caracterizam, ou seja, de metamorfose (quando se reconstróem/renegociam elementos do problema), de heterogeneidade (muitos elementos de características diferentes integram um problema – texto, interpretação, representações etc.), de multiplicidade (cada elemento pode se revelar composto por toda uma nova rede), de exterioridade (quando se vai buscar elementos novos fora do próprio campo matemático ou em outros campos da Matemática) etc." (p. 166 e 167).

• "Um desenho curricular deve ser composto por uma pluralidade de pontos, ligados entre si por uma pluralidade de ramificações/caminhos, em que nenhum ponto (ou caminho) seja privilegiado em relação a outro, nem univocamente subordinado a qualquer um. Os caminhos percorridos, embora lineares, não devem ser vistos como os únicos possíveis; um percurso pode incluir tantos pontos quantos desejarmos e, em particular, todos os pontos da rede. Então, não existe um caminho logicamente necessário e, eventualmente, o mais curto pode ser mais difícil e menos interessante que outro mais longo. Escolhidos alguns temas (nós), não importa quais, os primeiros fios começam a ser puxados, dando início a percursos ditados pelas significações numa ampliação de eixos temáticos. Com isso, há condições de se fazer com que o estudo de qualquer conteúdo seja significativo para o aluno e não justificado apenas pela sua qualidade de pré-requisito para o estudo de outro conteúdo. Esse procedimento abre perspectivas para a abordagem interdisciplinar, pois na medida em que cada professor busca relações de cada tema com outros assuntos – estejam eles no interior de sua disciplina ou fora dele – ela muito provavelmente ocorrerá" (p. 195-196).

5 Tese de doutorado em Educação "Currículos de Matemática e Movimentos de Reforma" Universidade de São Paulo.

Resolução de situação-problema e o currículo em rede

A resolução de situação-problema é um bom exercício e início na experimentação do professor de novas dinâmicas de relações entre os conteúdos matemáticos. Na situação-problema os objetos e conceitos matemáticos aparecem sob uma lógica não adequada ao currículo tradicional e fundado nas disciplinas.

Lançar-se no contexto da resolução de situação-problema é uma porta de entrada interessante para uma ressignificação do currículo de matemática, que nos leva a perceber o quanto é artificial a fragmentação curricular imposta pela escola.

Na conclusão de sua tese, Pires acentua a importância da resolução de situação-problema da construção de uma proposta curricular em rede, distanciando de uma concepção linear na organização do conhecimento matemático:

(...) "a resolução de problemas surge como estratégia de grande importância e a pesquisa nessa área deve ser cada vez mais incentivada. Os princípios de funcionamento de rede nos mostram que, sendo seus nós e caminhos heterogêneos – isto é, as relações ora de natureza lógica, ora de natureza causal, correlacional –, em termos curriculares, as analogias e metáforas devem ser usadas com mais freqüência nas práticas docentes e incorporadas aos procedimentos metodológicos" (página 198).

Whitehead[6] destaca a importância da experiência e a conexão da atividade matemática com a realidade, ao escrever que:

"Não ensine assuntos demais... aquilo que você ensinar, ensine cuidadosamente .. faça com que as idéias introduzidas na educação de uma criança sejam poucas e importantes, e faça com que elas sejam lançadas em todas as combinações possíveis" (página158).

Whitehead acreditava que a abstração matemática estava historicamente (e erroneamente) associada a proposições universais separadas das experiências dos sentidos. Para ele, as abstrações matemáticas transmitem o poder de criar, de tornar concreta uma infinidade de possibilidades. A experiência não é veículo para nos ajudar a compreender a realidade separada de nós mesmos ... A experiência é a realidade de nossa existência.

Como reflexão final, deixamos as idéias de Doll acerca do currículo em rede:

"Nessa estrutura, os métodos tradicionais de avaliação tornam-se irrelevantes; a autoridade deixa de ser um "fora de" externo e passa a ser um "aqui" comunal e dialógico. [...] Finalmente, o currículo não será visto como uma "pista de corridas" [...] e sim como uma passagem de transformação pessoal" (1997, página 20).

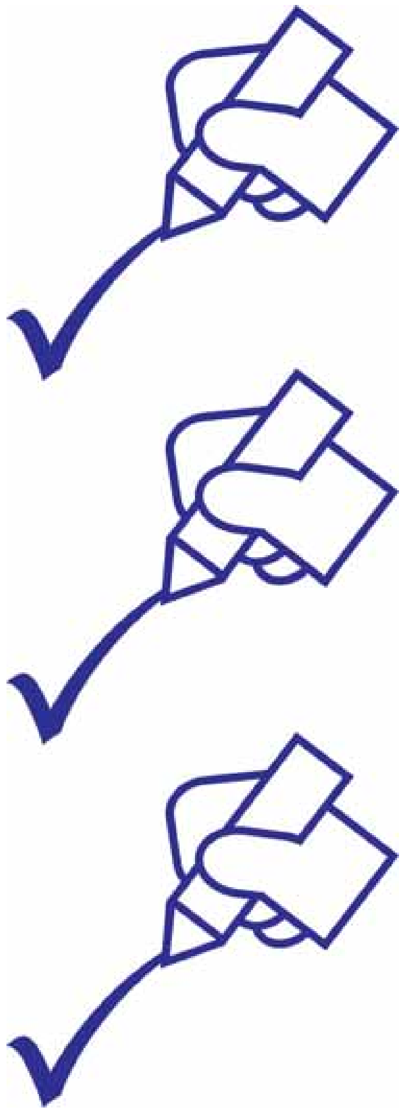
6 Inglês, foi um excelente matemático e um filósofo provocativo. Foi professor das Universidades de Cambridge (Inglaterra) e de Harvard 5 (Estados Unidos).

Atividades

1. Escolha uma das situações-problema proposta neste TP. Identifique os diferentes conceitos matemáticos nele mobilizados. Reflita sobre as articulações entre esses conceitos durante o processo de resolução. Tente fazer um esquema (chamado também de mapa conceitual) representando as interações entre os diferentes conceitos.

2. Analise a proposta curricular de Matemática de sua escola e busque verificar a existência de alguma tentativa de se constituir o currículo de Matemática na forma de rede.

Soluções das atividades



Soluções das atividades

Atividade 1

Arrecadação de janeiro a novembro de 2001: 178 bilhões
20% desse total: 20/100 de 178 = 35,6 bilhões pagos por pessoas físicas.
178 – 35,6= 142,4 bilhões pagos pelas pessoas não físicas. Como essa quantia é maior do que 140 bilhões, o item deve ser julgado CORRETO.

Redução havida: 740,00 – 677,00 = 63,00
Um modo de resolver:17,5% de 740,00 = 17,5/100 de 740,00 = 17,5 x 7,40 = 129,50.
A redução havida (63,00) foi menor do que 17,5%.

Outra solução: 63,00 corresponde a quantos % de 740,00?

$$63{,}00 = \frac{x}{100} \times 740{,}00 \rightarrow x = 6.300{,}00 \div 740{,}00 = 630 \div 74 = 8{,}51$$

Ou seja, a redução foi de apenas 8,51%. O item está errado.
No caso de um salário de R$1.800,00, a tabela fornece a alíquota de 15% e a parcela a deduzir de R$135,00. Ou o candidato já sabe calcular o Imposto de Renda ou pode calcular observando o exemplo abaixo da tabela:
15% de 1.800,00 = 270,00, menos 135,00 dará 135,00. O item está correto.

Os que recebiam de 900 a 1.057,51 pagavam antes e não pagam na nova.
1057,51: Antiga: 15/100 x 1.057,51 – 135,00
Nova: 15/100 x 1.057,51 – 158,625 → O valor diminui.
1800,00: Antiga: 15/100 x 1.800,00 – 135,00
Nova: 15/100 x 1.800,00 – 158,625 → O valor diminui.
2115,00: Antiga: 27,5/100 x 2.115,00 – 360,00 = 221,625
Nova: 15/100 x 2.115,00 – 158,625 = 158,625. → O valor diminui.
Haveria um valor x tal que 27,5/100 de x – 423,00 > 27,5/100 de x – 360?
Ou: – 423,00 > – 360? Isso nunca ocorre. O item 4 está errado.

Atividade 2

a) A porcentagem de 17,5% foi aplicada aos limites das faixas da tabela progressiva antiga para o cálculo do Imposto de Renda.

b) Veja dois valores aos quais foi aplicada essa porcentagem (poderiam ser outros)

LIMITES	
Tabela antiga	**Tabela nova**
Até 900,00	Até 900,00 + (17,5% de 900,00) = 1.057,50
Acima de 1.800	Acima de (1.800+17,5% de 1800) = 2.115

c) 17,5% foi uma porcentagem de aumento nos limites das faixas, que acarretou diminuição no Imposto de Renda a ser pago.

A resposta correta é: Depende. Sobre as faixas, significa aumento; sobre o imposto, significa diminuição.

Atividade 3

Resposta pessoal.

Atividade 4

Resposta pessoal. Assumindo que porcentagem é uma fração de denominador 100, os especialistas estavam corretos. Mas, na verdade, a questão está mal formulada, pois essa afirmação é falsa.

Lendo o desenvolvimento da Unidade após a atividade, você poderá concluir se sua opinião estava correta ou não.

Atividade 5

a) Resposta pessoal.

b) De acordo com o que você viu no exemplo 2, não podemos dizer que essa afirmação é matematicamente correta, pois há casos em que ela não vale.

Atividade 6

Pode-se pensar: 30/100 de T (total) em T corresponde a quanto em 100?

$$\frac{\frac{30}{100} \times T}{T} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{30}{100} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 30$$

Atividade 7

Pelo quadro Resumindo, temos dois modos de calcular:

1) 20 corresponde a quantos centésimos de 180?

$$20 = \frac{x}{100} \times 180 \rightarrow 2000 = 180x \rightarrow x = \frac{2000}{180} \rightarrow x = 11{,}111$$

2) 20 reais em 180 reais corresponde a quantos reais em 100 reais?

$$\frac{20}{180} = \frac{x}{100} \rightarrow 180x = 2000 \rightarrow x = \frac{200}{18} = \frac{100}{9} = 11{,}111$$

Ambos caminhos nos mostram que a porcentagem vale (100/9)% =11,1111...%.

Atividade 8

a) Porcentagem de aumento do lado

É preciso atenção nesse cálculo. O lado aumentou de 2cm=0,02m= $\frac{2}{100}$ m

Isso poderia dar a impressão de que a porcentagem de aumento do lado foi de 2%. Cuidado! *Porcentagem significa a variação em 100 unidades às quais o todo se refere*. Se estamos lidando com metros, é a variação em 100m. Veja:

Se o aumento no lado (que vale $\sqrt{2}$m) foi de 2cm (0,02m), qual seria o aumento em 100 m? Podemos achar a porcentagem por uma proporcionalidade. Ou seja:

$$\frac{0{,}02}{\sqrt{2}} = \frac{x}{100} \rightarrow x\sqrt{2} = 2 \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}} \rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \rightarrow$$ o aumento do lado

foi de $\sqrt{2}$%.

Outro modo de calcular seria vendo quantos centésimos do todo o aumento representa:

$$0{,}02 = \frac{x}{100} \times \sqrt{2} \rightarrow 2 = x\sqrt{2} \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

b) Porcentagem de aumento da área

A área inicial vale 2m². Após o aumento do lado a área fica:

$(\sqrt{2} + 0{,}02)^2 = 2 + 0{,}0004 + 2(\sqrt{2} \times 0{,}02)$

Aumento (absoluto) da área (ou diferença entre as duas áreas): $0{,}0004 + 0{,}04\sqrt{2}$.

Aumento percentual da área:

$$\frac{\text{Aumento da área}}{\text{Área inicial}} = \frac{0{,}0004 + 0{,}04\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{100}$$

Multiplicando em cruz a última igualdade temos:

$(0{,}0004 + 0{,}04\sqrt{2}) \times 100 = 2x$. Logo $0{,}04 + 4\sqrt{2} = 2x$ e portanto
$x = 0{,}02 + 2\sqrt{2}$

Outra maneira de calcular seria procurando responder à pergunta: *o aumento da área corresponde a quantos centésimos do seu valor?*

$$\underbrace{0{,}0004 + 0{,}04\sqrt{2}}_{\text{aumento da área}} = \frac{?}{100} \times \underbrace{2}_{\text{valor da área}}$$

Multiplicando os dois membros por 100, temos: $0{,}04 + 4\sqrt{2} = ? \times 2$

Dividindo ambos os membros por 2, obteremos que a porcentagem de aumento da área foi de $(2\sqrt{2} + 0{,}02)$%.

Atividade 9

1º) $250 \div 100 = 2{,}5$; $9{,}5 \times 2{,}5 = 23{,}75$

2º) $$\frac{9{,}5}{100} = \frac{y}{250} \rightarrow y = \frac{9{,}5 \times 250}{100} = 23{,}75$$

3º) $$\frac{9{,}5}{100} \times 250 = \frac{9{,}5 \times 250}{100} = 23{,}75$$

Atividade 10

a_1) Como uma ordem para dividir por 100.

a_2) Justificativas possíveis:

– Teclando [9,5] [%] [250] [=]

Após as duas primeiras teclas aparece 0; teclando-se 250 e = permanece no visor 250. Significa que a calculadora não atribui qualquer significado a um número seguido de %, por isso ela limpa o visor.

– Teclando [%] 9,5 [250] [=]

Teclando %, nada aparece no visor, significando que a calculadora não atribui significado a esse símbolo isoladamente. Teclando-se 9,5 e depois 250 ela forma o número 9,5250; teclando-se o = ela simplifica esse número para 9,525.

– Teclando [250] [%] [9,5] [=]

Após as duas primeiras teclas aparece 0 (a calculadora limpa o visor pois não atribui qualquer significado a um número seguido de %); teclando-se 9,5 e = permanece no visor o 9,5.

b) Calcule, usando a calculadora:

b_1) 12% de 524

524 x 12 % (aparece 62,88 no visor).

[5] [2] [4] [x] [1] [2] [%]

ou

[1] [2] [x] [5] [2] [4] [%]

b_2) Devemos somar 524 ao resultado obtido em a). Você deve ter tentado isso de várias maneiras. Em algumas calculadoras, basta fazer:

[5] [2] [4] [x] [1] [2] [%]

e, após surgir 62,88 no visor, teclar [+] [=]

Aparecerá no visor o total 586,88.

Você pode também usar a memória da calculadora. Para isso, logo após aparecer 62,88 no visor, digite M+ e limpe o visor. Para somar 524, tecle esse valor e depois M+ (ele também vai para a memória da calculadora). Limpe o visor. Tecle MRC (ou MR, dependendo da calculadora). Pronto - a calculadora fará uma soma algébrica dos valores positivos ou negativos armazenados e lhe dá a resposta: 586,88.

Resumindo: Para calcular 524 mais um aumento de 12% (usando memória):

[5] [2] [4] [x] [1] [2] [%] [M+] [C] [5] [2] [4] [M+] [C] [MRC]

Usamos C para indicar a tecla que limpa o visor (Pode ser ON/CE, CLR, etc.).

A operação é comutativa: você poderá digitar 524, colocá-lo na memória, limpar; depois começar o cálculo de 12% de 524, colocá-lo na memória e limpar. Ao final, clique MR para obter o total.

b_3) Pelo modo mais fácil:

$\boxed{5}\ \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{x}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{\%}\ \boxed{M-}\ \boxed{C}\ \boxed{5}\ \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{M+}\ \boxed{C}\ \boxed{MRC}$

Usamos C para indicar a tecla que limpa o visor (Pode ser ON/CE, CLR, etc.).

Repare que você usou M- porque queria que o valor 62,88 fosse armazenado com sinal negativo.

MRC também pode ser usado para apagar a memória da calculadora: clique e fique apertando até desaparecer o M do visor.

Atividade 11

Resposta no texto.

Atividade 12

Basta que uma mulher se abstenha na 2ª votação. Teremos 98 votos femininos em 100 pessoas presentes.

Atividade 13

(3) (2) (4) (1) ( )

Atividade 14

Resposta pessoal.

Situação-problema para os alunos

a) $\frac{141{,}71}{1.180{,}91} = \frac{x}{100} \longrightarrow x \approx 12\%$

b) 118,09 representa 10% de 1.180,91

c) Valores dos impostos sem desconto:

ICMS: 12% de 1.850,00 = 0,12x1.850,00 = 222,00

IPI: 10% de 1.850,00 = 185,00

Sim, quando se obtém um desconto, paga-se também menos imposto.

Atividade 15

Resposta pessoal.

Atividade 16

a) 5,7 mil = 5.700,00 > 3.250

b) Q - 5,7 mil = (40/100) Q
100Q - 570 mil = 40Q
100Q - 570.000 = 40Q
60Q = 570.000
Q = 9.500km²

Unidade 4

Impostos, gráficos, números negativos

Nilza Eigenheer Bertoni

Iniciando a nossa conversa

Olá! Como vão os estudos?

Você já sabe que, em cada Unidade dos módulos, nossa intenção é discutir assuntos integrando situações-problema, conteúdos matemáticos específicos, conteúdos de educação matemática e propostas de situações para a sala de aula. Esperamos que isso possa gerar muita reflexão e troca de idéias entre vocês.

O tema desta unidade propicia o desenvolvimento do conhecimento matemático integrado a vários outros: a matemática dos muitos impostos e taxas pagos pelo cidadão brasileiro, o crescimento da carga tributária em dez anos, o pagamento de impostos indiretos e a má organização dos contribuintes.

A situação-problema da seção 1, que na unidade anterior abordou o Imposto de Renda, nesta unidade tratará dos diversos impostos pagos por uma pessoa, em nosso país. Se, na unidade anterior, o tema da situação-problema não atingia diretamente muitos professores (por estarem isentos daquele imposto), o tema desta unidade atinge todos indistintamente. Você ficará surpreso de ver a quantidade de impostos que paga, até sem saber. Esse tema vai gerar reflexões sobre a possibilidade de se fazerem certas economias e sobre uma participação maior nas campanhas contra aumento de taxas e impostos.

A situação-problema ensejará o desenvolvimento, na seção 2, de gráficos não cartesianos, que nos permitirão avaliar melhor o impacto dos impostos em nosso orçamento. Outros conhecimentos matemáticos aparecerão naturalmente – números negativos, ângulos – formando entre si uma rede interconectada.

Na seção 3, que trata de idéias para o desenvolvimento dos conteúdos junto aos alunos, vamos entrar no terreno do que tem sido chamado educação tributária, relevante na formação do cidadão. Os alunos não precisam saber muitas leis e regras, mas podem e devem saber fatos do cotidiano nos quais podem interferir.

Por fim, o texto de referência sobre educação matemática abordará o tema transposição didática. Você poderá saber melhor porque esse é o título geral da terceira seção de todas as unidades.

Definindo o nosso percurso

Ao longo desta unidade, esperamos que você possa:

1 – Com relação aos seus conhecimentos matemáticos:

- Resolver uma situação-problema relacionada à economia de gastos em situações da vida cotidiana (seção 1).

- Apresentar dados em tabelas e gráficos não cartesianos, estabelecendo conexões entre eles e conceitos relacionados: proporções, números negativos, traçado de ângulos. Esses conteúdos serão desenvolvidos na seção 2.

2 – Com relação aos seus conhecimentos sobre educação matemática:

- Identificar vantagens da aprendizagem de *conhecimentos em ação e integrados*, desenvolvendo a proposta curricular de forma mais solta e flexível (seções 2 e 3).

- Rever o papel de variadas representações na exploração de um conceito matemático – a teoria do *Jogo de Quadros* em educação matemática (seção 3).

- Compreender o conceito de transposição didática, desenvolvido no texto de referência.

3 – Do ponto de vista de sua atuação em sala de aula, integrando a teoria e a prática em educação matemática:

- Conhecer e produzir situações didáticas, envolvendo gráficos, números negativos, proporções e traçado de ângulos, adequadas à série em que atua.

- Compreender a educação matemática integrada à formação global do aluno, em particular à educação tributária.

Esses conhecimentos serão desenvolvidos na seção 3.

Seção 1

Resolução de situação-problema: Impostos e carga tributária – Cálculos e Porcentagens

Objetivo da seção

• Identificar taxas pagas pelo cidadão de nosso país aos governos federal, estadual e municipal e construir tabelas para sua apresentação.

• Mobilizar conhecimentos e habilidades para resolver uma situação-problema.

Lápis e papel à mão e bastante disposição! Se ela estiver faltando, levante-se, faça um alongamento dos membros e da coluna, vá respirar ar puro, tome água, suco ou café e volte tinindo, para participar de um trabalho criativo que o nosso grupo idealizou e realizou para você. Muitas surpresas o esperam! Sucesso!

Integrando a matemática ao mundo real – A carga tributária do brasileiro

Na Unidade anterior, você viu a questão do IRPF (Imposto de Renda de Pessoa Física), do ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços) e do IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados). Serão eles os únicos impostos pagos por você e sua família, ou haverá outros?

Na verdade, esses impostos fazem parte do que é chamada a carga tributária do cidadão – impostos que são pagos aos governos federal, estadual e municipal. Como veremos, há muito mais impostos além desses três.

Na maioria das vezes, o cidadão não sabe exatamente em que situações está pagando impostos e como os cálculos desses impostos são feitos. Por exemplo: ao comprar em supermercados, farmácias e lojas, está pagando imposto? Quanto? Paga mais ao comprar arroz ou ao comprar cigarro? Às vezes, mesmo sabendo da existência do imposto, não confere se ele está sendo cobrado corretamente. Ocorre ainda de o cidadão desconhecer os direitos que adquire por meio de determinado pagamento e, por isso, não reclamá-los. É o caso do seguro obrigatório para veículos, sem o qual eles não podem ser licenciados. Esse seguro garante uma indenização a qualquer pessoa vítima de um acidente de trânsito, seja motorista, passageiro ou pedestre. Em inúmeros casos, por desconhecer o que o seguro garante, ou os locais e prazos para fazer a solicitação, a vítima deixa de receber a indenização.

Nos últimos tempos, vários assuntos sobre impostos têm sido veiculados na mídia. Entre os temas bastante discutidos estão o aumento da arrecadação tributária, os impostos indiretos, a bitributação e a necessidade de uma reforma tributária. Exemplos de impostos indiretos são o IPI e o ICMS, que você paga, por exemplo, ao comprar mercadorias. Mais recentemente, a necessidade de os contribuintes organizarem-se em associações e participarem ativamente das mesmas tem sido discutida. São organizações nas quais os contribuintes se organizam para contestar judicialmente questões ligadas à tributação e defender a implantação de leis mais justas relacionadas ao assunto.

Situação-problema

Introdução ao problema

A professora Selma percebeu que seu salário não estava dando para os gastos mensais que estava acostumada a fazer. Trabalhando dois períodos e com filhos pequenos, estava muito difícil conseguir aumentar sua renda. O jeito foi cortar gastos, mas, mesmo após isso, o salário continuou insuficiente.

Ela não queria admitir mas percebeu que o cigarro, além de fazer mal à saúde, pesava bastante no orçamento. Comparado com o gasto mensal de pão, o de cigarro ganhava longe. *Por que será que cigarro é tão caro? Será que o Brasil precisa importar fumo?* – pensou ela. Um colega da escola deu-lhe uma *dica: é por causa do imposto,* disse ele. Isso foi suficiente para a professora Selma começar a pensar se não daria para ela economizar em impostos, mas legalmente, sem sonegação. Ela começou a ler, pesquisar, perguntar e a descobrir quanto pagava de impostos. Mas o problema dela era saber se haveria possibilidade de economizar nesses impostos, e de quanto poderia ser essa economia.

Para entender bem as informações que ela colheu ao longo de algumas semanas, você deverá fazer, na atividade abaixo, um cálculo semelhante ao que a professora Selma fez, voltado, entretanto, para seus próprios gastos com impostos. Será uma atividade longa pois, afinal, corresponde ao que ela precisou de quase um mês para fazer. Por outro lado, as coisas estarão mais fáceis para você, que poderá aproveitar os resultados da pesquisa sobre impostos feita pela professora, entrando com seus próprios gastos. Após a atividade, contudo, virá a situação-problema: a partir do seu orçamento doméstico e dos impostos que você paga, saber em quais deles você poderá economizar, e quanto.

Atividade 1

Prepare-se: esta será uma longa atividade. Isso ocorre com freqüência, quando queremos ir a fundo na matemática presente em nossa vida. A tarefa é a seguinte: você deverá fazer um levantamento sobre os impostos e taxas que você e sua família pagam obrigatoriamente, todo ano, seja ao município, ao estado ou à Federação, seguindo as informações que a professora Selma conseguiu.

Calcular o montante dos gastos com taxas e impostos não é tarefa rápida nem simples. A professora Selma lembrou-se ou ficou sabendo desses impostos aos poucos, foi agrupando-os e calculando os gastos que tinha com cada um deles. Como ela, nós dividimos essa atividade em várias etapas (cinco ao todo), agrupando em cada uma alguns impostos.

Os tributos cobrados no Brasil dividem-se em: Impostos, Taxas, Contribuições Parafiscais, Contribuições de Melhoria e Empréstimos Compulsórios. Como exemplos de taxas, que podem ser cobradas pelos governos federal, estadual e municipal, temos a Taxa de Conservação e Limpeza, Taxa de Coleta de Lixo, Taxa de Iluminação Pública, Taxa de Emissão de Documentos, Taxa de Alvará etc. As Contribuições Parafiscais ou Especiais são cobradas principalmente pelo governo federal. Entre outras, temos: INSS, FGTS, PIS/PASEP, CPMF, COFINS, CONTRIBUIÇÃO SINDICAL.

Os primeiros impostos lembrados pela professora, além do Imposto de Renda, foram o IPTU e o IPVA. Além disso, ela lembrou-se do INSS, que é a contribuição previdenciária obrigatória paga por servidores titulares de cargos efetivos da União, dos estados, do Distrito Federal e dos municípios. Você começará sua lista por eles. Para saber mais sobre cada um, leia os lembretes após a tabela.

Etapa 1 - Cálculo do que foi pago de IRPF, INSS, IPTU e IPVA

Construa uma tabela indicando esses tributos e quanto você pagou de cada um deles.

Se ficou isento, marque R$0,00 no IRPF. Se teve que declarar, pegue sua declaração de Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF), os carnês de IPTU e de IPVA seu ou de seu marido. No do IPTU, veja se consta Taxa de Limpeza Urbana - TLP; no do IPVA, considere também o DPVAT (ambos estão explicados nos lembretes). Na declaração do IR, não procure o valor final (Imposto Devido ou Imposto a Restituir), mas procure o valor do Imposto a Pagar. Esse é o valor que você efetivamente pagou, ao longo do ano, e complementou depois, ou teve restituição, se já havia pago um valor maior. Agora preencha a tabela:

Impostos e taxas pagos	Mensal	Anual
Imposto de Renda (nada, se for isento ou valor do Imposto a Pagar na declaração)	-	
INSS	-	
IPTU (total do ano)	-	
TLP		
IPVA	-	
DPVAT (Seguro obrigatório)	-	

Lembrete

IPTU significa *Imposto Predial e Territorial Urbano*. É um imposto municipal, pago anualmente pelos proprietários de casas, prédios ou terrenos. Se o imóvel está alugado, cabe ao inquilino pagar esse imposto. Portanto, se você paga aluguel, pagou também o IPTU.

Se você olhar seu carnê de pagamento do IPTU, conforme o município em que você mora, verá que ele tem o nome IPTU/TLP. Nesse caso, além do IPTU, aparece um valor correspondente à TLP – Taxa de Limpeza Urbana.

Lembrete

IPVA significa *Imposto sobre Propriedade de Veículo Automotor*. É um imposto estadual, cobrado anualmente, pago por todas as pessoas que possuem carro, moto, aeronave ou embarcação.

Esses proprietários têm mais uma taxa: o Seguro Obrigatório (sem o que o veículo não será licenciado), cuja sigla é DPVAT, que significa *Danos Causados por Veículos Automotores*. Ele garante uma indenização a qualquer pessoa vítima de um acidente de trânsito, seja motorista, passageiro ou pedestre.

Lembrete

A contribuição para o INSS – Instituto Nacional do Seguro Social – vem todo mês descontado do seu salário. Esse seguro cobre auxílio-doença, auxílio-acidente, salário-maternidade, salário-família, aposentadoria. Ele corresponde a 11% do salário bruto. Some os valores mensais descontados e acrescente uma linha na tabela para ela.

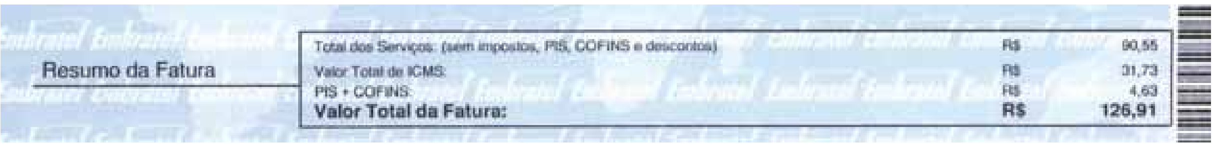
E aí? Será que se acabaram os impostos?

Etapa 2 – Impostos nas contas de luz e telefone

Você deverá lançar, na tabela que você iniciou, os impostos que você paga junto com as tarifas de luz e telefone. Vá com calma, leia antes os comentários a seguir.

Será que você pensa, como ocorria com a professora Selma, que essas contas incluem apenas o consumo de energia e o tempo gasto ao telefone, incluindo quando muito uma taxa de assinatura básica? Pois está enganado. Nessas contas, estão escondidos vários impostos: no caso do telefone, ocorrem tanto na operadora nacional quanto na regional. Veja os exemplos a seguir, que vão ajudá-lo a calcular seus impostos pagos:

Na conta da Embratel (21) aparece o Resumo da Fatura:

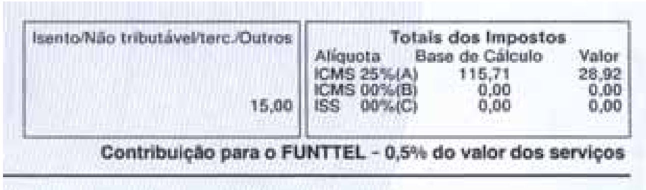


Resumo da Fatura

Total dos Serviços: (sem impostos, PIS, COFINS e descontos)	R$	90,55
Valor Total de ICMS:	R$	31,73
PIS + COFINS:	R$	4,63
Valor Total da Fatura:	**R$**	**126,91**

O valor do ICMS corresponde a 35,04% do total dos serviços e o do PIS+COFINS a 5,11%.

Na conta da BrasilTelecom (14), temos:



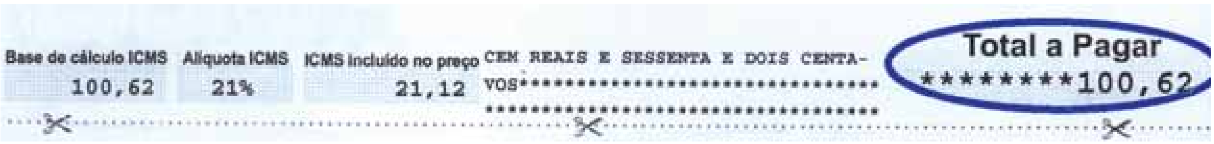
Isento/Não tributável/terc./Outros 15,00

Totais dos Impostos

Alíquota	Base de Cálculo	Valor
ICMS 25%(A)	115,71	28,92
ICMS 00%(B)	0,00	0,00
ISS 00%(C)	0,00	0,00

Contribuição para o FUNTTEL - 0,5% do valor dos serviços

Veja agora a conta de luz. Em Brasília, por exemplo, na conta da CEB (Companhia Energética de Brasília), consta:



Base de cálculo ICMS	Alíquota ICMS	ICMS incluído no preço		Total a Pagar
100,62	21%	21,12	CEM REAIS E SESSENTA E DOIS CENTAVOS************************************	********100,62

É bom saber que nem todo mundo paga ICMS sobre a conta de luz. Veja:
Cliente residencial, com consumo mensal de até 50kwh – isento
162 *Cliente residencial, com consumo mensal entre 51kwh e 200kwh – 12%*
Cliente residencial, com consumo mensal acima de 200kwh – 25%

A fatura inclui também uma Contribuição de I. Pública.

Veja o nome por extenso de alguns impostos que apareceram. Deixaremos para depois a explicação do que é o ICMS (que apareceu nas três contas) e de quanto você paga por ele, pois esse imposto vai incidir também em outras despesas.

PIS – Programa de Integração Social

COFINS – Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social

FUNTTEL – Fundo para o Desenvolvimento Tecnológico das Telecomunicações

Agora você pode começar a anotar os seus dados para fazer a etapa 2 desta atividade. Pegue suas contas de telefone (da operadora nacional e da operadora regional) e de luz do mês.

Observe se aparecem nelas PIS, COFINS e FUNTTEL. Fixe a atenção inicialmente no PIS e COFINS. Anote o valor pago no mês (em cada conta telefônica) e multiplique cada um por 12 para obter o valor aproximado anual. Some os dois totais, pois serão marcados juntos. Reserve uma linha na sua tabela para o total desses dois impostos nas contas telefônicas. Procure também o PIS e COFINS na conta de água, multiplique por 12 e lance na tabela. Faça o mesmo para o FUNTTEL – lançando seu total em outra linha. Finalmente, anote a Contribuição de Iluminação Pública mensal e multiplique por 12.

Acrescente à sua tabela os dados obtidos com relação a essas três contribuições.

Impostos e taxas	Mensal	Anual
PIS + COFINS:		
Telefone		
Luz		
FUNTTEL (telefone)		
Contribuição de I. Pública		

Etapa 3 – O ICMS, o IPI e o ISS.

– Lançar na tabela os impostos pagos do ICMS, do IPI e do ISS (após as instruções a seguir).

Veja primeiro o que são esses impostos (dois deles apareceram na situação-problema para os alunos na Unidade anterior) e saiba como calculá-los.

O ICMS

Este imposto tem um nome comprido: *Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação* (ufa!...). O pior é que a mordida dele é do mesmo tamanho do nome. Sabe em que ocasiões você paga ICMS? Quando paga suas contas de luz e telefone, quando faz compras no comércio ele aparece. Ele varia conforme o produto e conforme o estado brasileiro onde estamos. Na maioria dos casos, esse imposto não aparece explicitamente, porque já está embutido no preço dos produtos. Entretanto, para certos alimentos básicos, como o arroz e o feijão, o ICMS cobrado é de 7%. Para produtos considerados supérfluos, como cosméticos e perfumes, é de 25%. Mas os campeões nessa lista são os cigarros e as bebidas destiladas, para os quais você pode calcular uma média de 50% de imposto. No Estado de São Paulo, para a maioria dos produtos, corresponde ao percentual de 18%, mas atinge 85% para cigarros, 80% para bebidas destiladas e 70% para cerveja. Outros itens em que o imposto é grande são os refrigerantes. Nos estados das regiões Sul e Sudeste, o ICMS é, na maioria dos casos, de 12%; nos estados das regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste e no Estado do Espírito Santo é de 7%. Não há como fugir dele: como dissemos, no preço que você paga esse imposto já está embutido. O comerciante deve repassá-lo ao governo estadual, mas, se não houver nota ou cupom fiscal comprovando a venda, o comerciante embolsa esse imposto. Para muitos estados, o ICMS é a maior fonte de recursos financeiros.

Se você pedisse e guardasse as notas fiscais de tudo que compra, poderia calcular o que pagou de ICMS. Mas tente fazer uma estimativa: quanto você gasta no mês em supermercado, papelaria, lojas, shopping, gasolina etc.? Não incluir gastos com cigarros, bebidas, cosméticos, perfumes e eletrodomésticos. Multiplique cada um por 12 meses. Suponha que obteve R$4.800,00 nas compras gerais. Nesse total, está incluída a porcentagem mais usual sobre mercadorias do seu estado (7 por cento, para os estados das regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste).

Todavia, como você pode saber qual o imposto aí incluído? Para isso, precisará saber qual teria sido o preço das suas compras anuais, sem o ICMS, e fazer a diferença entre ele e o preço realmente pago, que dará o valor do imposto.

E para achar o valor das compras anuais sem o imposto, você usará seus conhecimentos de porcentagem. Chamamos esse valor de x e lembramos que ele foi acrescido de 7%, para dar o total gasto.

$$x + \frac{7}{100}x = 4.800,00$$

$$x + 0,07\,x = 4.800,00$$

$$x(1 + 0,07) = 4.800,00$$

$$x(1,07) = 4.800,00 \rightarrow x = 4.800,00 \div 1,07 \rightarrow x \approx 4.486,00$$

Se esse era o preço das compras sem o imposto, você pagou de ICMS:
4.800,00 – 4.486,00 = 314,00.

> Em resumo: divida o total de suas despesas anuais por 1,07 e calcule a diferença entre o valor obtido e o total pago.

– Faça uma lista separada para cigarros, bebidas, cosméticos e perfumes, somando a despesa anual em cada um desses itens. Lembre-se de que, entre os cosméticos, estão incluídos algodão, cotonete, absorvente higiênico, aparelho de barbear, artigos de maquiagem, creme dental, desodorante, fralda descartável, esmalte, perfume, sabonete, xampu, escova de dentes etc.

Para cigarros e bebidas, calcule 40% de imposto (divida o total gasto por 1,4 e veja a diferença entre esse valor e o total gasto).

Para cosméticos e perfumes, faça uma estimativa dos gastos e faça um cálculo análogo. Como você pode pôr uma média de 15% de imposto, divida o total de suas despesas anuais por 1,15 e calcule a diferença entre esse quociente e o total pago.

Para eletrodomésticos, olhe na nota fiscal – ela traz o valor do ICMS pago.

> Mas não se esqueça de que esse foi apenas o valor que você conseguiu calcular do ICMS pago por você, que, na realidade, foi bem maior, porque você colocou apenas as compras das quais se lembrou.

Para o ICMS, abra pelo menos seis linhas na sua tabela: duas para as contas de luz e telefone, uma para as de mercadorias gerais compradas, outra para as de supérfluos e outra para as de eletrodomésticos. Se você é um felizardo que comprou um carro 0 km, olhe também quanto pagou desse imposto.

Acrescente à sua tabela mais essa parte.

Impostos e taxas	Mensal	Anual
ICMS:		
Luz		
Telefone		
Compras gerais		
Cigarros e bebidas		

Cosméticos e perfumes		
Eletrodomésticos		
Carro 0km		

O IPI

Quando você compra produtos industrializados, paga também, além do ICMS, o IPI – Imposto sobre Produtos Industrializados. Ele incide sobre alimentos industrializados (como enlatados, leite, óleo, açúcar, sal, café, chá, bebidas e refrigerantes), sabão, produtos de limpeza, tecidos, calçados, móveis, brinquedos, livros, jornais, revistas, plásticos, papel, cortiça, óculos, filmes fotográficos, relógios, louças e vidros, remédios, instrumentos musicais, eletrodomésticos, veículos, armas e outros. Sempre que você compra essas coisas, paga o IPI, embutido no preço ou explícito.

É bem complicado calcular quanto se paga de IPI. Os índices percentuais sobre os produtos variam muito, de 5% a mais que 50%, e, na maioria das vezes, ficam embutidos nos preços. Para calculá-lo por baixo, você teria que listar suas despesas anuais com os itens do quadro anterior e, tomando por base uma média de 10% de IPI, calcular esse imposto por meio da diferença:

Total anual gasto nos itens do quadro anterior – (Total pago $\div$ 1,10)

Como a lista é difícil de fazer, você pode optar por incluí-la ou não em sua tabela, conforme seu grau de exigência na avaliação dos seus impostos.

E lá vem outro imposto também embutido e que acaba sendo difícil de calcular: o ISS – Imposto sobre Serviços.

ISS – Imposto sobre Serviços

Ele está incluso, entre outros, nos preços pagos a profissionais liberais, escolas, hotéis, Correios, diversões públicas, bingos, hospitais, clínicas e laboratórios, planos de saúde, transporte.

Para calcular quanto pagou de ISS, faça uma estimativa dos seus gastos anuais nesses itens e, tomando por base que aí estão incluídos 5% de ISS, faça aquele cálculo que você já conhece: divida o total estimado por 1,05 e calcule a diferença entre o valor obtido e o total pago. Isso é o que você pagou de ISS (3º item da etapa 3, que também deverá ser lançado em sua tabela).

Correspondente à 3ª etapa de construção da sua tabela, acrescente:

Impostos e taxas	Mensal	Anual
ICMS:		
Luz		
Telefone		
Compras gerais		
Cigarros e bebidas		

Cosméticos e perfumes		
Eletrodomésticos		
IPI		
ISS		

Esses três últimos impostos que comentamos – o ICMS, o IPI e o ISS – sãm impostos incidentes sobre mercadorias e serviços. Quem paga ao governo são os industriais, os comerciantes, os prestadores de serviços, que repassam esse impacto tributário para o cliente.

Etapa 4 – A conta de água

Calcule impostos e taxas incluídos na conta de água – PIS, COFINS, ICMS, o que você achar. Acrescente-os à sua tabela.

Será que nessa conta aparece mais algum imposto? Parece que não, mas, em alguns estados, lá aparece algo diferente: a tarifa esgoto. No Distrito Federal, por exemplo, você paga o seu consumo de água e depois paga para mandá-la embora. A tarifa esgoto custa o mesmo tanto que o consumo de água. Olhe na sua conta de água e veja se há essa tarifa. Em caso positivo, acrescente essa despesa na sua lista Se você mora em apartamento, pergunte ao síndico sobre impostos e tarifas que aparecem na conta de água e divida o total anual pago pelo prédio pelo número de apartamentos.

Impostos e taxas	Mensal	Anual
Água (soma dos impostos)		
Tarifa esgoto		

Etapa 5 – A discutida CPMF e o IOF

Acrescente à sua tabela seus pagamentos referentes à CPMF e ao IOF, depois de ler o texto a seguir.

Você já está achando que não falta mais nada? Aí é que vem uma contribuição muito discutida – a CPMF, ou *Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira*, cujo nome completo é *Contribuição Provisória sobre Movimentação ou Transmissão de Valores e de Créditos e Direitos de Natureza Financeira*.

Ela incide toda vez que você movimenta sua conta bancária. Para fazer compras, pagar contas, pagar médicos e dentistas, para abastecer o carro, pagar ônibus ou outros transportes, você precisa fazer saques, dar cheques, pagar em caixas bancários. E aí paga CPMF. Veja – você paga uma taxa para poder pagar outras coisas que já têm impostos embutidos. Por isso se diz que CPMF é uma bitributação – é imposto sobre imposto, ou *efeito cascata*.

Para calcular a CPMF, você tem dois caminhos possíveis:

- nos extratos das suas contas bancárias, constam os débitos de CPMF. Some-os;
- pense em quanto depositam do seu salário mensal. Você gasta-o todo ou sobra um pouco? Como a taxa de CPMF é de 0,38%, sobre sua movimentação bancária, ela acaba incidindo sobre a parte do salário que você gasta (em cheques, saques, transferências,

pagamentos etc.). Aplique 0,38% sobre a parte gasta e leve para a tabela (de acordo com o que você sabe sobre porcentagem, basta multiplicar a parte gasta por 0,0038).

Pronto. Você já pode fazer o primeiro item da etapa 5 desta atividade lançando o valor encontrado em uma linha para CPMF, em sua tabela .

Por fim (ufa!) verifique se você fez alguma operação financeira, sobre a qual incide o IOF – Imposto sobre Operações Financeiras. Por exemplo: operações de crédito realizadas por instituições financeiras, operações de câmbio, operações de seguro realizadas por seguradoras, operações relativas a títulos e valores imobiliários, operações com ouro.

Atenção!

Quando utilizamos nosso limite de cheque especial, considera-se o financiamento do saldo devedor em nossa conta corrente como nova operação de crédito. Neste caso, o cálculo do IOF será apurado pelo somatório dos saldos devedores diários.

Atualmente, os juros vigentes para as operações de crédito, são de 0,0411% ao dia, para pessoas físicas. Para transferências de recursos para o exterior por meio de cartões de crédito, são de 2%. O IOF incide também sobre prêmios obtidos de seguros. A base de cálculo do IOF é o valor dos prêmios pagos de acordo com as seguintes porcentagens:

Seguro de vida ou similares	2%
Seguro de acidentes pessoais e do trabalho	2%
Outras operações de seguros	7%

Atenção!

Nas operações de financiamento de imóvel, realizadas por agentes do Sistema Financeiro da Habitação, em que a contratação de seguro é obrigatória, a alíquota do IOF fica reduzida à zero.

Então, faça mais uma pesquisa. Verifique com cuidado se realizou alguma operação na qual pagou IOF. Olhe com cuidado seu cheque especial. Ultrapassou o limite? Procure ver quanto pagou de IOF, ao longo do ano, e complete sua tabela, finalizando o segundo item da etapa 5. Ao final, veja a página seguinte, sua tabela ficará assim, mas com os impostos já lançados.

Impostos e taxas pagos	**Mensal**		**Anual**	
	R$	**%**	**R$**	**%**
1 - Imposto de Renda (valor do Imposto a Pagar na declaração)				
2 - INSS				
3 - IPTU (total do ano)				
4 - TLP				
5 - IPVA				
6 - DPVAT (Seguro obrigatório)				
7 - PIS + COFINS + FUNTEL Telefone Luz				
8 - Contribuição de Iluminação Pública				
Subtotal				
9 - ICMS: Luz Telefone Compras gerais Cigarros e bebidas Cosméticos e perfumes Eletrodomésticos Carro 0km				
Subtotal				
10 - Água (total dos impostos)				
11 - ISS				
12 - CPMF				
13 - IOF				
Subtotal				
TOTAL				

E então? Está meio assustado com os resultados? Em um artigo de Jander Ramon, publicado no jornal O Estado de São Paulo de 11/03/2003, encontramos a informação de que o trabalhador brasileiro é o segundo do mundo a sofrer maior carga tributária sobre salários, atrás apenas do dinamarquês. A informação consta do estudo "Radiografia da Tributação no Brasil", elaborado pelo Instituto Brasileiro de Planejamento Tributário (IBPT). http://www.estado.estadao.com.br/jornal/03/03/13/news164.html

Essa notícia é particularmente alarmante pelo fato de, na mesma época, ter sido divulgado que o Brasil estava na 54ª posição entre países, quanto aos benefícios sociais recebidos pelo cidadão.

Atividade 2

Compare o total de impostos pagos no ano com o seu salário bruto anual. Verifique que porcentagem o total de impostos representa no salário total do ano.

Situação-problema

Como dissemos, após uma longa atividade seria apresentada uma situação-problema. Vamos lá:

Você também deve estar interessado em diminuir seus gastos, e um meio para isso é reduzir os impostos que paga. Use a tabela construída com os seus dados na atividade 1, para fazer um planejamento de redução no gasto com impostos. Mencione impostos em que isso pode ser feito (no seu caso), como essa redução seria feita (no que você economizaria, que produtos deixaria de comprar etc.) e calcule de quanto poderia ser a redução.

Seção 2

Construção do conhecimento matemático em ação: representação de dados em gráficos de barras e circulares. Números negativos e traçado de ângulos

Objetivo da seção

- Construir gráficos a partir de dados de uma tabela, identificando gráficos não cartesianos, estabelecendo conexões entre eles e outros conceitos relacionados: proporções, números negativos, traçado de ângulos.
- Ressignificar e compreender a lógica de operações com números inteiros.
- Construir ângulos com auxílio do transferidor.

O que fazer com os dados da tabela construída

Você tem uma série de dados numéricos na tabela construída na seção 1. Já deu para assustar, ante a quantidade de impostos que você paga? E olhe que essa foi uma avaliação por baixo. Podemos ter esquecido alguns impostos, principalmente municipais, que variam muito de uma cidade a outra. Além disso, você fez uma estimativa aproximada. Pode não ter achado várias notas de compras. O IPI varia tanto de produto para produto que nem sabemos o que pagamos embutido nos preços.

Assim mesmo, esses dados podem nos informar bastante, dar uma idéia melhor sobre o que está acontecendo, se os colocarmos na forma de gráficos.

Lembrete

Você conhece gráficos não cartesianos: de barras, colunas, pictográficos (que se utilizam de figuras simbólicas), circulares (também chamados gráficos-pizza, ou de setores). Lembre-se:

Gráficos cartesianos – os que usam dois eixos com escalas e um sistema de coordenadas.

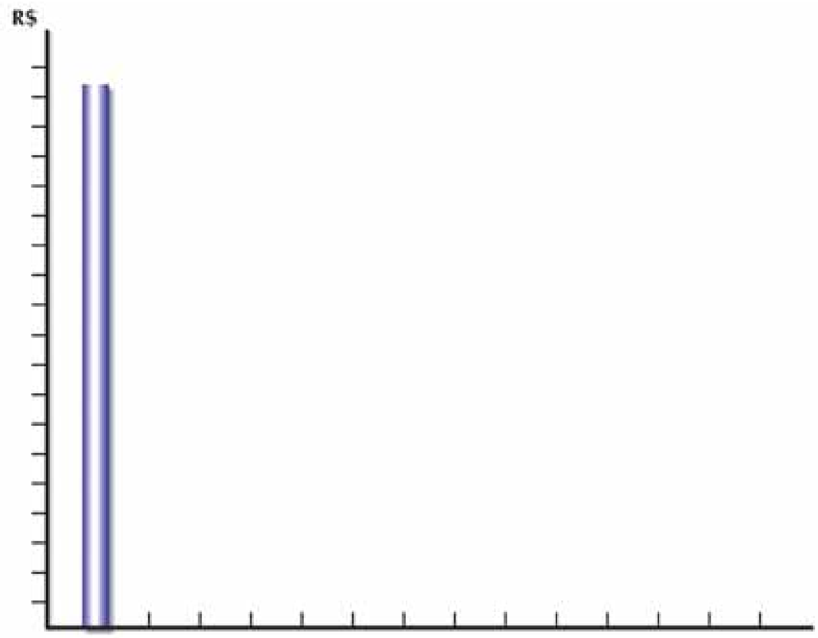
Gráficos não cartesianos – os que não têm essas características.

Nesta seção, veremos alguns gráficos não cartesianos.

Construindo um gráfico de colunas

Você pode começar traçando duas semi-retas perpendiculares. No eixo horizontal, marque pontos equidistantes para colocar cada um dos impostos: IR, INSS, IPTU, TLP, IPVA, DPVAT, PIS + CONFINS, FUNTTEL, ICMS, ISS, TARIFA ESGOTO, CPMF, IOF. Veja qual foi o menor e o maior valor anual pago, com relação a esses itens. Para o eixo vertical, encontre uma escala de marcação de valores que contemple esses valores. Por exemplo, se esses valores foram R$25,00 e R$370,00, é bom você marcar de 20 em 20, até 380. Serão 19 intervalos. Se você marcar meio centímetro para cada intervalo, o eixo vertical ficará com 9,5cm. Se as diferenças forem maiores, marque os intervalos menores – 3mm, 2mm ou até 1mm.

Para cada imposto, faça uma coluna cuja altura seja igual ao valor pago pelo imposto, medido na escala vertical. No exemplo, a 1ª coluna, que é a do IR, tem altura correspondente a R$370,00.



Atividade 3

a) Do modo como foi indicado, faça seu gráfico de colunas para os impostos que você pagou no ano passado.

b) Quais os três maiores impostos ou taxas pagos?

c) Quais os três menores impostos ou taxas pagos?

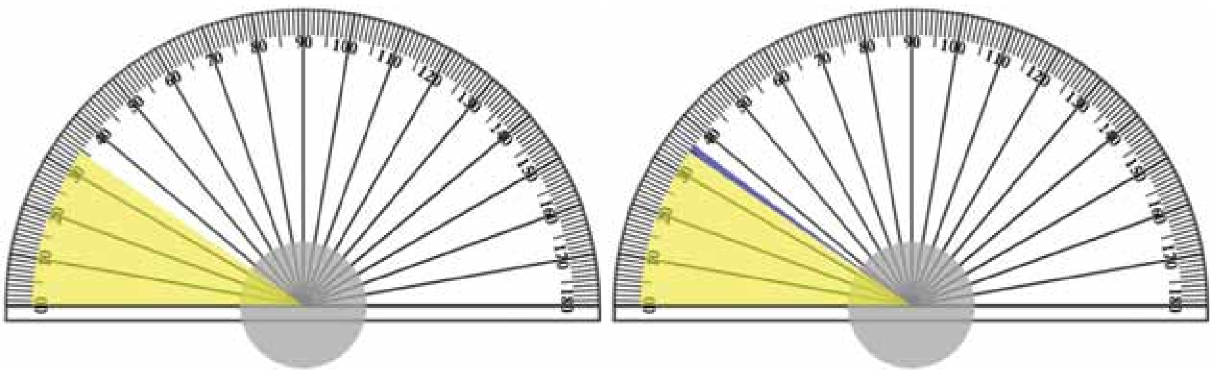
Construindo um gráfico circular ou de setores

Vamos pensar também em fazer um gráfico circular para representar os valores da tabela da atividade 1. A idéia é representar seu salário anual pelo círculo todo (360°). Seu salário anual, e portanto o círculo, ficará dividido em 14 fatias (setores) desiguais: 13 para os impostos da tabela e a outra fatia para "outras despesas" (que serão anuais) e correspondem ao que sobra do seu salário, depois de pagos os impostos. O tamanho de cada fatia será determinado pelo ângulo central do círculo. Para achar esse ângulo, é só pensar que deve haver uma proporção: se 360° correspondem a um salário anual conhecido, descubra qual ângulo corresponde a determinado imposto. No nosso exemplo, vamos imaginar que o salário era de R$1.200,00 (R$15.600,00 anuais), que o IR foi de R$1.500,00 e o menor imposto pago foi de R$86,00. Veja as proporções dadas pelas igualdades de duas razões que aparecem a seguir (como falta um termo, cada uma é chamada *regra de três:* três termos são conhecidos e procura-se o quarto).

$$\frac{360^\circ}{15.600} = \frac{x^\circ}{1.500} \qquad\qquad \frac{360^\circ}{15.600} = \frac{y^\circ}{86}$$

Calculando, você terá $x \approx 34{,}6^\circ$ e $y \approx 1{,}98^\circ \approx 2^\circ$

Para fazer um gráfico circular devemos marcar esses ângulos em um círculo. Para isso você pode usar o transferidor, como já foi feito na Unidade 1 deste TP. Pegue o transferidor e apoie sua linha horizontal sobre o diâmetro horizontal do círculo, com a marca 0 sobre o centro do círculo. Veja como marcar esses ângulos no círculo.



Para marcar o segundo ângulo, de 2°, você aumentou 2° ao valor do primeiro.

Desse modo, pouco a pouco, você vai colocando todas as fatias dos impostos pagos dentro do círculo do seu salário anual. A parte que sobrar é o que restou do salário depois de pagos os impostos.

Observe também quais são as fatias mais largas, correspondentes aos maiores impostos.

Atividade 4

a) Construa um gráfico de setores (ou gráfico circular, ou gráfico-pizza), conforme indicado, tendo seu próprio salário anual para representar o círculo e os valores que você pagou de cada imposto para representar setores do círculo.

b) Expresse o valor de cada imposto pago, bem como o que sobrou do salário anual em termos de porcentagem do salário anual. Verifique se a soma das porcentagens dá 100%.

Outra coisa que é bom saber é: quais impostos vão para o governo federal, quais vão para o governo estadual e quais vão para os municípios. Veja:

Impostos federais	Impostos estaduais	Impostos municipais
IR	ICMS	IPTU
INSS	IPVA	TLP
COFINS + PIS		ISS
CPMF		TARIFA ESGOTO
IPI		IMPOSTO DE TURISMO
IOF		PEDÁGIO
CPMF		

Atividade 5

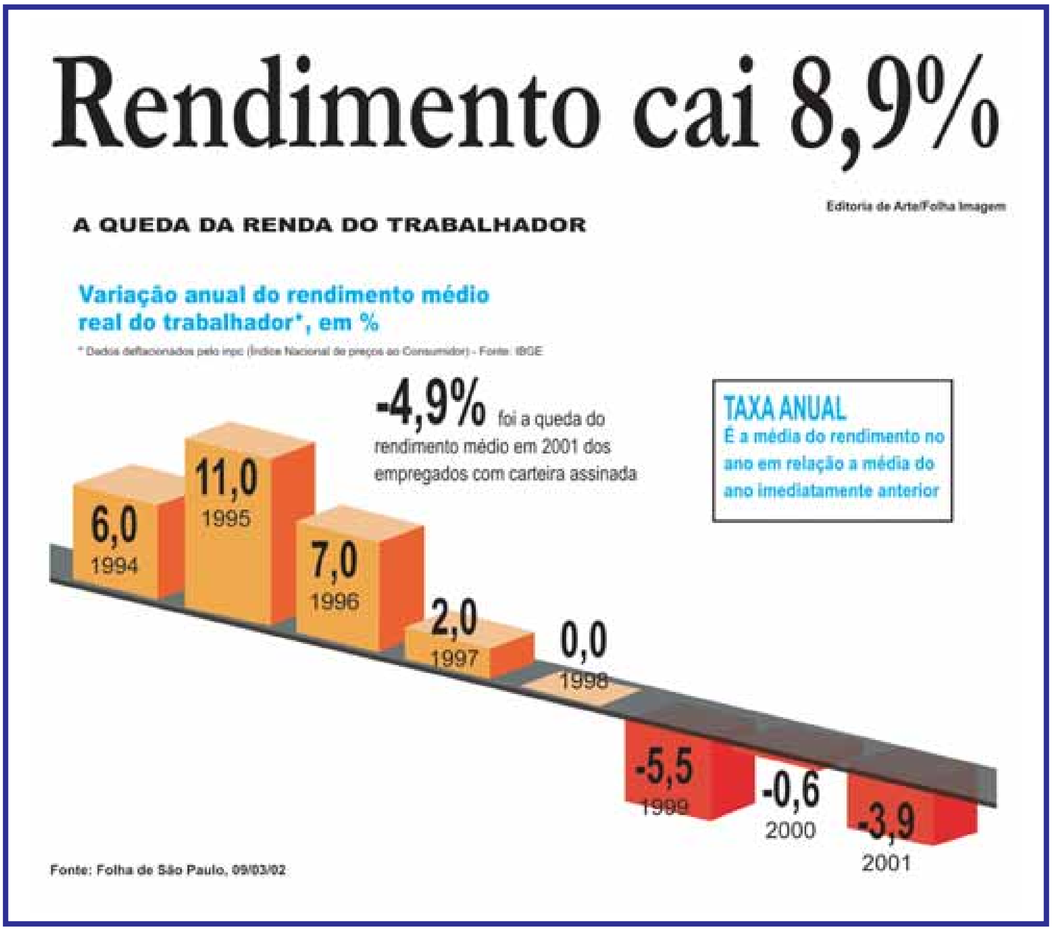
a) Some separadamente seus impostos federais, estaduais e municipais. Faça um gráfico de três colunas, uma para cada subtotal.

b) Qual governo leva a maior parte dos seus impostos? E a menor?

É comum os municípios estabelecerem taxas sobre os mais variados serviços. Algumas são contestadas na Justiça, principalmente por meio da Ordem dos Advogados (OAB), e podem ser julgadas pelo Tribunal de Justiça e virem a ser declaradas ilegais. No Distrito Federal, foi suspensa por liminar da Justiça e aguarda julgamento a Taxa de Fiscalização, Prevenção e Extinção de Incêndio. Mas muitas taxas permanecem e incidem sobre pessoas físicas ou jurídicas, como: responsáveis por feiras, exposições, barracas e estandes, bancas de revistas, circos; inspeção sanitária (cobrada de açougues, cantinas, restaurantes, depósitos de alimentos e de bebidas, clínicas, hospitais, casas de espetáculo e diversões); quem explora transporte de passageiros; quem promove propaganda em lugares públicos; taxa de fiscalização de obras em áreas particulares. Procure saber, na prefeitura do seu município, algumas das taxas cobradas.

Um gráfico de blocos tridimensional

Os impostos têm subido, os preços têm subido, mas os salários estão estáveis ou, para muitos que não têm trabalho fixo, estão decrescendo. A ilustração a seguir, um gráfico inovador e criativo, mostra de quanto variaram, em porcentagem, os salários médios dos trabalhadores brasileiros, de 1994 a 2001.



Podemos ver que, em 1994, houve um aumento percentual de 6% nesse salário médio; e esse aumento foi ainda maior em 1995: 11%; o aumento não foi tão grande em 1996, mas ainda foi significativo:7%; já em 1997 houve um aumento de apenas 2%. Em 1998 o salário médio permaneceu estável, sua variação foi de 0%. Em 1999, porém, houve uma queda no rendimento médio, em 5,5 por cento. Isso é indicado, no gráfico, por uma variação negativa, em um bloco abaixo da reta horizontal. Após essa queda em 1999, o salário médio continuou baixando, mas a variação foi pequena, em 2000: 0,6%. Em 2001 continua a haver diminuição do salário médio dos trabalhadores brasileiros, dessa vez em 3,9%.

Atividade 6

a) Considerando em conjunto os anos de 1994 a 1998, qual foi a variação total do salário médio dos trabalhadores brasileiros, em porcentagem?

b) Considerando os anos de 1999 a 2001, qual foi a variação total do salário médio dos trabalhadores brasileiros, em porcentagem?

c) Considere separadamente as variações dos itens a) e b) e diga se cada uma foi de aumento ou de diminuição.

Saber interpretar gráficos é um conhecimento importante. Você terá oportunidade de refletir sobre o gráfico anterior e interpretá-lo na próxima atividade. O gráfico anterior mostrou apenas as *variações* sofridas pelo salário médio, de 1994 a 2002. Mas, e se você quisesse acompanhar o tamanho do salário médio, nesses anos?

Atividade 7

Faça um gráfico de blocos ou de colunas, apoiados sobre uma reta horizontal. Represente o salário médio inicial de 1993 (que não é informado no jornal) por uma coluna (ou um bloco) de altura arbitrária, sem indicar seu valor. A partir daí, represente como ficaria esse salário médio nos anos seguintes, após as variações sofridas de acordo com o gráfico anterior.

Gráficos de colunas ou circulares? Vantagens e desvantagens

Você viu como gráficos circulares são adequados para descrever porcentagens de um todo: o círculo representa o todo e para cada porcentagem determinamos um ângulo correspondente, até preencher o círculo. Entretanto, não há como representar neles valores negativos. Nos gráficos de coluna os valores negativos ficam bem visíveis, abaixo do eixo horizontal. Entretanto, veja uma desvantagem: ao representarmos porcentagens por colunas com os valores das mesmas, não fica visível que a soma das colunas parciais daria uma coluna correspondente ao total. Apesar disso, gráficos de colunas também podem ser usados na representação de porcentagens.

Vamos voltar a pensar sobre a atividade 6. Provavelmente, no item b) você somou os valores 5,5 , 0,6 e 3,9. No item c), você deve ter respondido que essa variação foi de diminuição. Ou seja, para somar valores negativos, você somou como se fossem positivos e a interpretação dada foi equivalente a atribuir sinal negativo ao resultado. É o que estamos chamando de aquisição de conhecimento *em ação*.

Um recado para sala de aula

Compare a forma como foi introduzida a soma de números inteiros, vinculada a uma situação do contexto social que induziu uma ação operatória natural. É um exemplo, portanto, do que chamamos *conhecimento em ação*. É bem diferente do que fazem muitos livros didáticos, que começam dando uma regra, em termos bem matemáticos, do tipo:

"Para somar números negativos somamos seus valores absolutos e atribuímos sinal negativo ao resultado".

Na maioria das vezes, nem explicam as razões da regra, e fazem que os alunos as apliquem em exercícios matemáticos, sem contextualização que as torne mais claras. Desse modo, o conhecimento matemático fica impositivo, sem compreensão e sem significado, e o aluno deve incorporá-lo ao acervo da memória, para poder usá-lo em outra ocasião. Do modo como propomos, o aluno constrói naturalmente os procedimentos e atribui significado ao que faz. Em outra situação, não terá problema em proceder de modo análogo.

Atividade 8

a) Consulte um livro didático de 6ª série e verifique como ele introduz a soma de números negativos. Cite título, autor, editora e ano de publicação. Transcreva o trecho correspondente, e analise se a proposta do autor é semelhante ou não à que apresentamos, mostrando semelhanças e diferenças.

b) Para você, qual proposta é mais eficaz para a aprendizagem? Por quê?

c) Agora responda: qual delas você acha mais fácil de desenvolver em sala de aula? Por quê?

d) Para o aluno, qual proposta é mais fácil de ser assimilada: a do conhecimento em ação ou a da regra? Por quê?

A multiplicação de dois números negativos

É provável que você já se tenha questionado sobre a razão de outras *regras de sinais* nas operações com os números negativos. Por exemplo, sobre o fato de o produto de dois números negativos dar um número positivo.

Atividade 9

a) Você já encontrou em algum livro didático uma explicação lógica para essa regra? Caso tenha encontrado, copie a explicação, citando o título, o autor, a editora e o ano de publicação.

b) Você considera que a explicação encontrada é clara para os alunos ?

c) Você tem outro modo de explicar esse fato aos seus alunos? Se não tem, pense em um, usando a sua criatividade e os seus conhecimentos matemáticos.

Procurando um significado para a multiplicação de dois números negativos

Talvez um bom início para resolver essa questão seja refletir sobre a interpretação da multiplicação de dois números negativos.

Lembremos que em uma multiplicação, mesmo entre números positivos, os dois números a serem multiplicados não têm significados iguais, como ocorre com as parcelas de uma soma.

Na multiplicação de dois números naturais, o primeiro fator indica quantas vezes o segundo deve ser adicionado. O resultado da adição é o produto dos dois.

A mesma interpretação aplica-se quando o primeiro fator é um número natural e o segundo, um número negativo:

3 x (-2) pode ser visto como o resultado da adição de três parcelas iguais a (-2), isto é:

(-2) + (-2) + (-2), igual a -6.

Entretanto, que interpretação dar quando o primeiro fator é negativo? Por analogia e coerência matemática, podemos dizer que ele indica quantas vezes o segundo deve ser subtraído, ou retirado.

Uma abordagem financeira

Agora pense um pouco: se valores negativos são retirados ou desaparecem (por exemplo, no caso de dívidas serem perdoadas) então sua situação financeira melhora, certo? Veja um exemplo simulado:

Saldos e parcelas a receber: 205,00 + 55,00 + 20,00 = 280,00

Dívidas: 40,00 + 60,00 + 60,00 + 60,00 + 60,00 = 280,00

No fundo, você está zerado. Tudo que você tem ou receberá já está comprometido. Veja a tabela:

	Créditos	Débitos	Saldo
	205,00	40,00	
	55,00	60,00	
	20,00	60,00	
		60,00	
		60,00	
Totais	280,00	280,00	0,00

Entretanto, suponha que uma liminar da Justiça impediu a prefeitura de cobrar-lhe as quatro parcelas de 60,00. Como fica sua situação agora?

	Créditos	Débitos	Saldo
	205,00	40,00	
	55,00		
	20,00		
Totais	280,00	40,00	240,00

Será coincidência? Você estava sem nada e agora tem R$240,00 para gastar, exatamente o valor de 4 parcelas de R$60,00. Será que retirar quatro dívidas de R$60,00 corresponde a somar R$240,00? Ou seja:

Será que (-4) x (-60,00) = 240,00?

Uma abordagem matemática

Ao ampliar o conjunto dos números naturais para o conjunto dos números inteiros, os matemáticos procuravam definir as novas operações (positivos com negativos e negativos com negativos) de modo coerente com as operações que já existiam e *conservando as propriedades que valiam para essas operações com números naturais*. Desse modo, foram descobrindo como definir as operações entre os números inteiros, pela exigência da validade de certas propriedades, como a distributividade e a comutatividade.

Lembrete

Propriedade distributiva: para três números naturais quaisquer a, b e c vale ax(b+c) = axb + axc

Propriedade comutativa da multiplicação: para dois números naturais quaisquer a e b vale axb = bxa

Essas propriedades eram tão úteis para os cálculos que os matemáticos quiseram mantê-las para os números inteiros, racionais e reais.

1) Mantendo para os números inteiros a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição os matemáticos sabiam que deviam ter:
3 x [4 + (-4)] = 3 x 0 = 0 (A)

Por outro lado, impondo a distributividade, obtinham:
3 x [4 + (-4)] = 3 x 4 + 3 x (-4) = 12 + 3 x (-4) (B)

De (A) e (B) concluíam que 12 + 3 x (-4) = 0, ou seja, que a soma de 12 com 3 x (-4) dá zero.

Então pensavam: qual o número que somado a 12 dá 0? *Só pode ser: –12*. Concluíam que 3 x (-4) = -12.

Isso confirmava uma outra idéia dos matemáticos, a de que deviam ter:
3 x (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12.

Desse modo, para a e b números naturais, sabiam que a x -b = -(a x b).

2) Mantendo para os números inteiros a propriedade comutativa da multiplicação

Do mesmo modo, impondo que a multiplicação nos inteiros fosse comutativa, obtinham: $-b \times a = a \times -b = -(b \times a)$.

Faltava ainda saber quanto deveria valer o produto de dois inteiros negativos. Veja como fizeram isso, impondo novamente a distributividade:

Partindo de um exemplo numérico: $-4 \times (-3+3) = -4 \times 0 = 0$ e impondo que valesse a distributividade:

$$0 = (-4) \times (-3 + 3) = (-4) \times (-3) + (-4) \times 3 = (-4) \times (-3) + (-12)$$

Como o único número que somado a -12 e dá 0 é 12, concluíam que $(-4) \times (-3)$ devia valer 12.

Na seção 3 você poderá ver outros modos de evidenciar, para os alunos, que o produto de dois números negativos dá um número positivo.

Interpretando o sinal de outros produtos – Sintetizando o que fizemos

Pela abordagem matemática, foi possível chegar ao sinal do produto $(-3)x(-4)$. Para isso, inferimos antes o resultado do produto $3x(-4)$ e de $(-4) \times 3$ (usando a comutatividade).

A abordagem financeira interpretou o resultado de $(-3)x(-4)$ diretamente, sem passar pelos outros produtos. Contudo, seria possível dar também a eles uma interpretação financeira. Por exemplo:

$3 \times (-4)$ pode ser visto descrevendo a existência de 3 dívidas de 4 cada uma, o que corresponderia a uma dívida total de 12, descrita por -12. Ou seja: $3 \times (-4) = -12$.

Já (-4) x3 pode ser visto como a retirada de 4 parcelas positivas de 3 (créditos), o que corresponde à retirada de 12 no total, equivalente, portanto, a um débito de 12. Ou seja: (-4) x3 = -12.

Resumindo

Nesta seção, os conteúdos de Matemática trabalhados foram:

Gráficos não cartesianos:

- *Gráficos de colunas (planos) ou de blocos (tridimensionais).*

- *Gráficos circulares e sua construção (proporções, medidas de ângulos, uso do transferidor).*

- *Vantagens e desvantagens do gráfico de colunas e do gráfico circular.*

Números inteiros:

- a lógica dos sinais atribuídos aos resultados de operações com números inteiros (sob os pontos de vista matemático e financeiro).

Seção 3

Transposição didática: gráficos de barras e circulares, traçado de ângulos e números negativos

Objetivo da seção

• Conhecer e produzir situações didáticas envolvendo gráficos, números negativos, proporções e traçado de ângulos, adequadas à série em que atua.

• Compreender a educação matemática integrada à formação global do aluno, em particular à educação tributária.

• Identificar vantagens da aprendizagem de *conhecimentos em ação* e *integrados*, desenvolvendo a proposta curricular de forma mais solta e flexível.

• Rever, no caso específico da aprendizagem dos números inteiros, uma aplicação da teoria do *Jogo de Quadros* em educação matemática.

Nesta seção, o texto principal é sobre trabalhos que podem ser desenvolvidos em sala de aula a respeito de gráficos não cartesianos e números inteiros. Dentre esses trabalhos, aparecerão adaptações para os alunos do que foi trabalhado na seção anterior, sugestões de uma nova situação-problema etc.

Veja, antes disso, algumas questões consideradas relevantes pela nossa proposta e que, por isso, devem ser levadas em conta no planejamento de atividades em sala de aula.

Aprendendo sobre Educação Matemática
Conhecimento como processo em ação, significativo e integrado

• Você acha que seu compromisso deve ser cumprir *todo o programa* ou proporcionar a aquisição de conhecimentos pelos alunos de uma forma significativa?

Conhecimentos que surgem em situações significativas e que mobilizam ações mentais do aluno têm mais chance de poderem ser recuperados pelo aluno a qualquer hora.

Um exemplo: ao lembrar-se de situações do contexto real que conduzem naturalmente à soma de números negativos, ou de positivos com negativos (como foi o caso do gráfico sobre o salário médio dos brasileiros ao longo dos anos) e ao lembrar-se de como foi seu raciocínio, ou suas ações mentais, frente aos problemas levantados, o aluno conseguirá entender, de modo natural, como se opera com esse tipo de números.

• Ao contrário da aprendizagem significativa e que mobiliza ações mentais próprias do aluno, a aprendizagem reduzida à aquisição de um grande número de regras não possibilita ao aluno nem a manutenção nem o resgate mental do conhecimento adquirido, quando se faz necessário. Ao esquecer uma regra, o aluno não tem caminhos lógicos para sua recuperação.

Veja que isso é o que ocorre, muitas vezes, no ensino tradicional: enfatizando a memorização de regras, o aluno não vivencia uma aprendizagem significativa, na qual a situação apresentada faz sentido para ele e lhe possibilita elaborar ações ou modos naturais de pensar e operar ante a mesma. Ao invés disso, ele reproduz apenas o que o professor disse para ele fazer.

- Integrar os conhecimentos matemáticos entre si para a solução de um problema, tornando-os significativos e lógicos para os alunos, produz uma aprendizagem matemática mais consistente – os conhecimentos matemáticos, em vez de ficarem fragmentados, vão se relacionando entre si. Não importa que, propondo situações-problema mais amplas, seja necessário ao professor adiantar tópicos ainda não vistos.

Um exemplo: ao introduzir situações que levam a gráficos circulares, pode ser que o aluno não tenha aprendido a fazer correspondência entre porcentagens de um todo e ângulos de um círculo, ou não saiba ainda fazer uso do transferidor. Aprender esses fatos no contexto de uma situação-problema, integrando-os e percebendo as relações entre eles, ajudará a compreender esses conhecimentos de um modo mais aprofundado.

Nesta seção, vamos destacar alguns pontos a respeito de gráficos e números negativos que têm sido pouco contempladas nos livros didáticos. Ao considerar nossas sugestões na elaboração do seu planejamento de aulas, esperamos que você tenha em mente os pontos que salientamos acima sobre conhecimento como processo em ação, significativo e integrado.

O fato de esses pontos terem sido abordados, nesta Unidade, de modo mais significativo no contexto do mundo real e mais lógico do ponto de vista matemático torna possível sua adaptação para uso a partir da 5ª série. A partir da 6ª série, não apresentam restrição. Não se prenda ao fato de você não estar ainda desenvolvendo números negativos, nem tampouco ao fato de a construção de ângulos não constar do programa da série.

Gráficos circulares e traçado de ângulos

Nessa parte, o professor deve estimular os alunos a trazerem para a sala de aula as situações matemáticas presentes no contexto de vida. Esse material deverá ser organizado em sala de aula, possibilitando aos alunos uma análise dos mesmos, tirando daí conclusões e inferindo conceitos matemáticos.

Embora seja comum os livros didáticos trazerem exemplos interessantes, baseados em dados da realidade, observa-se que, nos gráficos de colunas, quase nunca aparecem colunas correspondentes a valores negativos e, nos gráficos circulares (de setores ou gráficos-pizza), raramente é trabalhada a determinação dos ângulos e seu desenho no círculo, com transferidor ou compasso.

Será que você entendeu bem a construção feita com transferidor, entre as atividades 3 e 4? Verifique, fazendo-a você mesmo. Procure papel, lápis, régua e transferidor para realizar a próxima atividade. Não tem? Empreste ou compre e volte amanhã. O desafio da atividade é importante e está à sua espera.

Lembrete no dedo: providenciar transferidor!

Uma situação-problema adequada aos alunos

Constatar o uso que fazem do próprio tempo é importante para a formação dos alunos.

a) Peça a eles que reflitam, façam seus cálculos e preencham com cuidado a tabela a seguir:

Atividades diárias	Tempo gasto
Sono	
Estudo (na escola, outros cursos, em casa)	
Atividades físicas (malhação, esporte, jogos etc.)	
Lazer (TV, papos, namoro etc.)	
Trabalho fora ou dentro de casa (arrumar a cama, ajudar nas tarefas da casa, outros serviços)	
Tempo restante	

b) Depois desafie-os a representar num círculo que representa o dia todo (24 horas ou 1.440 minutos) a parte correspondente a cada uma das atividades. Os círculos devem ser grandes e não devem ter todos o mesmo raio, pois isso não importa. Se dois alunos querem comparar os tempos que gastaram em certa tarefa, deverão comparar os ângulos correspondentes, e isso não depende do comprimento escolhido para representar os seus lados. Embora cada aluno deva fazer seu próprio gráfico, eles podem formar grupos para discutir os problemas que surgem. Eles precisarão de proporções para saber o valor dos ângulos e saberem desenhá-los.

Deixe-os agir sozinhos. À medida que vão fazendo cálculos, sugira que marquem os valores dos ângulos que acharam na tabela. Por exemplo:

Atividade	Tempo	Ângulo
Sono	7h = 420min	105°

$$\frac{420}{1440} = \frac{x}{360} \qquad x = 105^\circ$$

Se não estão acostumados ao uso do transferidor, talvez façam certa estimativa para os ângulos. Para um desenho mais exato, sugira o uso do transferidor. Deixe-os tentar o seu uso (adolescentes são muito investigativos). Percorrendo a sala, faça observações sobre a posição do transferidor, o uso das escalas etc.

c) Os membros do grupo devem comparar entre si como é a divisão do tempo do dia para cada um. O professor também pode pedir que verifiquem qual o aluno da classe: que mais dorme, que mais estuda, que mais trabalha, que tem mais lazer, que mais pratica atividades físicas.

Ao final, pode ser proposta uma pesquisa em grupos: cada grupo pode escolher o tema da pesquisa, de modo que seja possível apresentar o seu resultado num gráfico circular, a ser desenhado num cartaz. O cartaz deve apresentar também uma tabela com os itens pesquisados, os valores encontrados na pesquisa e os valores correspondentes dos ângulos.

Gráficos de barras e números negativos

Você viu, na seção 2, como gráficos com colunas correspondentes a valores negativos podem auxiliar na construção do significado desses números e no entendimento das operações entre eles.

Atividade 10

Procure, em livros didáticos, jornais ou revistas, exemplo de uma situação interessante para seus alunos que apresente um gráfico de colunas, das quais algumas têm valores negativos. Proponha perguntas que os façam operar com esses números de modo natural, seguindo seu próprio raciocínio.

Na seção 2, trabalhamos a multiplicação de números inteiros por uma abordagem financeira e por outra matemática (porém não imposta e decorada). Contudo, existem ainda outros caminhos para o desenvolvimento desse tópico.

Uma abordagem por observação de padrões

Observe a tabela:

Multiplicar por 2	3	2	1	0	-1	-2
Resultados	6	4	2	0		

A tabela nos diz que 3 x 2 = 6; 2 x 2 = 4; 1 x 2 = 2; 0 x 2 = 0.

Observando os números da segunda linha, você percebe que eles seguem um padrão. Que padrão é esse? Seguindo-o, você pode imaginar qual será o próximo número dessa linha, mesmo sem olhar para os valores da primeira. O próximo número deve ser -2, porque os números da segunda linha diminuem de 2 unidades cada vez que mudam de coluna, e 0 - 2 = - 2. Do mesmo modo, você conclui que o último número deve ser - 4. Isso lhe permite escrever:

(-1) x 2 = -2 e

(-2) x 2 = -4.

Outras tabelas permitem inferir os resultados de outras multiplicações. Veja as sugestões apresentadas nos PCN de 5ª a 8ª séries, no capítulo Orientações didáticas para terceiro e quarto ciclos, na parte chamada Números Inteiros.

Uma abordagem por processos de cálculo não convencionais

Vamos tentar fazer a operação:

0 - 2 x (-3) ou, *de 0, tirar 2 vezes –3*:

$$\begin{array}{rl} & 0 \\ - & 2 \times (-3) \end{array}$$

Como podemos fazer isso, se não dispomos de nenhum -3 para ser retirado? Podemos usar um artifício, escrevendo 0 (zero) de outra maneira:

$$\begin{array}{rl} & 0 + 3 \cancel{-3} + 3 \cancel{-3} \\ - & 2 \times -3 \end{array}$$

Retirando duas vezes a quantidade -3, sobram → 0 + 3 + 3 = 6

Portanto, 0 - 2 x -3 = - 2 x -3 = 6.

Cálculos como esses nos permitem obter naturalmente muitos resultados envolvendo operações com números negativos, sem uso de regra alguma.

Aprendendo sobre Educação Matemática
Aplicando a *Teoria dos Quadros*

Você reparou que as operações entre números inteiros foram trabalhadas e explicadas em diferentes representações (ou quadros, como você aprendeu na Unidade 2 do TP1): financeira, matemática, por observação de padrões e por cálculos alternativos? Trata-se de um exemplo concreto de como explorar um conceito em diferentes *quadros*. Como já salientamos, isso aumenta o entendimento conceitual dos alunos e atende às diferenças de cognição e de compreensão entre eles, pois cada aluno compreende melhor um conceito sob certa abordagem.

Antes de terminar esta Unidade, apresentaremos trechos de textos relativos à quantidade de impostos pagos pelos brasileiros e à má-organização dos contribuintes, no sentido de fraca mobilização ante projetos de novos impostos. São textos que têm a ver com a educação do cidadão e, portanto, com a educação escolar, ligados ao que se chama *educação tributária*. Esse conhecimento, embora vise principalmente ao adulto contribuinte, é adequado também à preparação do jovem para a cidadania. Nessa perspectiva, você poderá dialogar com os alunos sobre esses textos e sobre alguns itens da situação-problema construída na seção 1.

Veja como o conhecimento de alguns dos itens pode influir no comportamento atual do jovem:

1 – Vimos que, para consumo elétrico mensal inferior a 200kwh, o imposto sobre o total baixa de 25% para 12%. Saber isso pode mobilizar o jovem a procurar não desperdiçar energia elétrica. Afinal, não é apenas o preço de alguns quilowatts-hora a menos, mas também uma redução significativa do imposto incidente. O professor pode solicitar que tragam uma conta de luz em que o consumo ficou um pouco abaixo de 200kwh e outra em que ultrapassou um pouco esse limite, e analisar a diferença dos totais a pagar em ambas.

2 – Vimos também que, para cada tanto de água que se gasta, será paga a água e mais outra quantia igual pelo seu escoamento. Na verdade, a economia de cada litro de água será contada em dobro. A conscientização desse fato também pode motivar

o jovem a consumir apenas a quantidade necessária de água. Também os que moram em apartamentos devem pensar a respeito: afinal, o preço total será rateado entre todos os moradores.

3 – Se os pais usam o crédito concedido pelo banco em suas contas bancárias, eles pagarão imposto (IOF), além de juros. Esse conhecimento pode tornar mais comedidas as demandas de consumo do jovem.

Trechos de textos

1 – Brasil é recordista em impostos indiretos – Denise Neumann. *(Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99)*

"A carga tributária no Brasil recai de forma bastante desigual sobre os contribuintes. Dez entre dez assalariados que recolhem Imposto de Renda são unânimes em afirmar que pagam muito imposto.

Um olhar detalhado sobre a participação de cada tributo no bolo total e a comparação dos dados brasileiros com outras economias mostram que o contribuinte pessoa física paga relativamente pouco imposto direto no Brasil [...] O problema está nos impostos indiretos embutidos nos preços dos produtos e serviços. O Brasil é um dos campeões em cobrança de impostos sobre a produção.

[...]

A carga tributária no Brasil incide de forma perversa sobre a produção e circulação de bens e serviços, apostam os economistas. Quase a metade da arrecadação [...] provém de recolhimento de ICMS, IPI, Cofins e Pis/Pasep [...] O consumidor paga estes impostos e como o valor do tributo acaba embutido no preço da mercadoria, o pobre e o rico recolhem, indiretamente, o mesmo imposto,[...]

Outro recorde brasileiro é a tributação sobre operações financeiras. Em muitos países esta modalidade de tributo nem existe [...] Nesta conta entram principalmente CPMF e IOF, que juntos permitiram uma arrecadação superior a R$11 bilhões no ano passado."

2 – Carga tributária cresceu 50% em 10 anos – Denise Neumann e Márcia de Chiara. *(Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99)*

"O peso dos impostos no dia-a-dia das empresas e dos cidadãos cresceu quase 50% – em porcentagem do Produto Interno Bruto (PIB) – nos últimos dez anos, sem a contrapartida da melhoria dos serviços básicos de educação, saúde, segurança pública, entre outros. Em 1988, a parcela de renda da sociedade transferida para os cofres públicos correspondia a 20,01% do PIB. No ano passado, já consideradas as tributações indiretas – como multas de trânsito, pedágios, Contribuição Provisória sobre a Movimentação Financeira (CPMF), taxas de limpeza pública etc. – a carga tributária já estava em 28,5% do PIB, segundo números da Secretaria da Receita Federal (SRF).

[...]

Proporcionalmente, entre 1988 e 1999, quem mais avançou sobre o bolso do contribuinte foram as prefeituras. A carga tributária municipal dobrou neste período. Em 1988, as prefeituras arrecadavam o equivalente a 0,62% do PIB. Hoje esta arrecadação já está em 1,21%, A parcela do governo federal cresceu de 14,93% para 19,10% do PIB e a carga dos governos estaduais saiu de 4,48% para 7,53% do PIB."

3 – http://jovempan.uol.com.br/jpam/

"A carga tributária brasileira aumentou em quase 300% de 1986 para cá. A maior parte desse aumento ocorreu nos chamados tributos cumulativos, com a incidência em cascata, como o PIS, a Cofins e a CPMF, que já era um absurdo e agora aumentou de 0,30% para 0,38%. São tributos que se escondem nos preços dos produtos.

[...]

As empresas e os consumidores pagam, em média, 40% de impostos nos produtos que comercializam e adquirem no Brasil. Aqui, os impostos incidem em cascata e nisso se somam a CPMF, o PIS e a Cofins [...]"

4 – Contribuintes ainda estão mal-organizados – Márcia de Chiara. *(Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99)"*

"Enquanto as associações de consumidores lesados ou insatisfeitos proliferam dia a dia [...] os órgãos de defesa dos direitos do contribuinte ainda são incipientes no Brasil. Isso não ocorre em outros países, como Estados Unidos, Canadá e Inglaterra, por exemplo, nos quais é comum associações de contribuintes (taxpayer), que se organizam para contestar judicialmente questões ligadas à tributação.

[...]

Não é por falta de demanda que entidades de defesa do contribuinte não têm a mesma atuação de órgãos de defesa do consumidor. Só na Internet existem 46.711 páginas que tratam da questão tributária. O site do Movimento Nacional de Defesa do Contribuinte já recebeu 4.661 visitas desde o início da sua operação.

[...]

Contribuinte – "No ano passado, eu paguei mais impostos ao governo do que gastei com as minhas três filhas", diz o advogado tributarista Raul Haidar. Na sua análise, os motivos que, em qualquer sociedade, levam o cidadão a pagar impostos para manter o Estado, como garantir justiça e segurança pública, hoje no Brasil são precariamente cumpridos".

Resumindo

– *Sugestões para coleta pessoal de dados pelos alunos e apresentação em tabelas e gráficos circulares ou de barras.*

– *Análise e conclusões a partir do material organizado (inferência de conceitos e processos matemáticos).*

– *A interpretação de valores negativos, em gráfico de colunas.*

– *A construção cuidadosa dos gráficos de setores, usando-se proporções e traçado de ângulos.*

– *Novas interpretações para o sinal do produto nos números inteiros.*

– *Considerações sobre a aquisição do conhecimento como processo significativo e integrado.*

– *Uma iniciação dos alunos à educação tributária.*

– *Um exemplo de uso da Teoria dos Quadros no ensino e na aprendizagem dos números negativos.*

Leituras sugeridas

LOPES, Maria Laura Mousinho Leite. (org.). *Tratamento da Informação*. Rio de Janeiro: UFRJ/Instituto de Matemática/Projeto Fundão, 1998.

O livro inclui atividades destinadas a todo o ensino básico – das séries iniciais ao ensino médio, que foram aplicadas em salas de aula. Traz comentários sobre essas aplicações e as dificuldades apresentadas pelos alunos.

IMENES, Luís Márcio; JAKUBO, José; e LELLIS, Marcelo. *Ângulos*. Coleção Pra que serve Matemática? São Paulo: Atual, 1992.

Trata-se de um livro paradidático, útil ao professor e ao aluno. É um texto curto, que oferece atividades, sugestões e idéias criativas para a exploração do tema Ângulos, de forma leve e prazerosa.

IMENES, Luís Márcio; JAKUBO, José; e LELLIS, Marcelo. *Números Negativos*. Coleção Pra que serve Matemática? São Paulo: Atual, 1992.

Este também é um livro paradidático, curto, nos moldes do anterior, tratando do tema Números Negativos. O professor pode contar com ele como auxílio às suas aulas. Ou então sugerir sua leitura aos alunos e depois organizar uma atividade de relatos e comentários.

Bibliografia

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática – 5ª a 8ª série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FREMONT, Herbert . *Teaching Secondary Mathematics through applications*. 2.ed. Boston: Prindle, Weber & Schmidt, 1979. p. 342.

LINDQUIST, Mary Montgomery e SHULTE, Albert P. (org). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p. 308.

OYAMA, Thaís. *O predador*. In: Revista VEJA, 176. Ano 35, n.34, p. 76-82.

NEUMANN, Denise. *Brasil é recordista em impostos indiretos*. In: Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99.

_____ .*Carga tributária cresceu 50% em 10 anos*. In: Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99.

DE CHIARA, Márcia. *Contribuintes ainda estão mal-organizados*. In: Jornal O Estado de São Paulo, 14/03/99.

Sites Utilizados

<http://www.fiema.org.br/iof.asp>

<http://www.bandeirante.com.br/dúvida10.htm>

<http://www.fazenda.sp.gov.br/oquee/oq_icms.asp>

<http://www.defenda-se.int.br/cgi-j...>

<http://www.bol.com.br/serviços/imposto/ipva-taq.html>

<http://www.estado.estadao.com.br/edicao/pano/99/03/13/eco809.html>

<http://www.estado.estadao.com.br/edicao/pano/99/03/13/eco799.html>

<http://www.estado.estadao.com.br/edicao/pano/99/03/13/eco803.html>

<http://jovempan.uol.com.br/jpam/>

<http://www.tributarista.org.br/content/estudos/reforma.html>

<http://www.estado.estadao.com.br/jornal/03/03/13/news164.html>

Texto de referência

Transposição Didática: O professor como construtor de conhecimento

Cristiano Alberto Muniz

Matemática: como conhecimento científico e como objeto de ensino

Comumente, considera-se a Matemática como um corpo de conhecimentos produzido ao longo da história da humanidade, na busca de resolução de problemas. Esta idéia nos remete aos grandes nomes na história da matemática, aos grandes desafios dessa ciência, aos seus métodos axiomáticos, discussões acerca da dedução e da indução, das provas e demonstrações.

Esse é o "fazer matemático" produzido por matemáticos em centros de excelência de produção científica ou individualmente, em especial por grandes nomes como o de Galois, Pitágoras, Bháskara. O desenvolvimento do conhecimento da matemática tem um papel inegável no desenvolvimento da humanidade.

Entretanto, ao construirmos a escola, ao nos colocarmos como professor, tendo a aprendizagem como meta e finalidade de nossa atuação profissional, não podemos conceber a idéia de transmitir aos nossos alunos esse conhecimento científico (saber) tal como ele é trabalhado em âmbito científico.

A questão da aprendizagem e do ensino da matemática implica em reflexão, por um lado, sobre o saber acumulado dessa ciência, cujo conhecimento requer um alto grau de abstração lógica e conceitual e, por outro, sobre a construção de estruturas de pensamento pela criança e pelo jovem, que não podem assimilar esse conhecimento científico, inadequado tanto às suas necessidades quanto às suas capacidades cognitivas.

A escola, não podendo trabalhar a matemática tal qual é tratada em níveis superiores, requer dos responsáveis e envolvidos no processo escolar uma transformação desse saber matemático, que cabe também ao professor, adequando-o aos interesses e necessidades do aluno. Essa transformação é denominada de **transposição didática**.

A transposição aparece como um elemento de ligação entre o conhecimento científico da matemática e a matemática que o aluno, no seu nível de desenvolvimento psicológico, é capaz de aprender e de produzir.

Transposição: reconstruindo um saber para uma transmissão fora da academia e para os não cientistas

A idéia de transposição extrapola o muro da escola e o seu currículo.

De modo geral, podemos conceber a idéia de transposição a partir da necessidade de maior divulgação dos conceitos científicos, junto àqueles que não produzem ciências. Pretende-se fazer chegar a eles conhecimentos relevantes, que não podem ser adquiridos apenas pela intuição ou senso comum. Tal preocupação está presente não só entre os professores, na escola, mas também entre os divulgadores científicos, que escrevem publicações destinadas a pessoas sem formação acadêmica ou com formação em outras áreas de conhecimento. Isso requer uma segunda produção do conhecimento, fazendo com que ele seja mais acessível, sem, no entanto, deixar de ser fiel à sua essência.

Transposição de saber e transposição de conhecimento

Em um sentido geral, temos dois tipos de transposição:

Um primeiro tipo refere-se à transposição das próprias experiências, de um indivíduo a outro. A essa comunicação ou troca, denominamos de *transposição de conhecimento,* no sentido de transposição da bagagem intelectual e cultural de um indivíduo ou aluno a outro, daquilo que ele produz e assimila do seu meio, por meio de suas experiências significativas.

A assimilação é sempre acompanhada de transposição, em especial quando a aprendizagem é mediada por outra pessoa, sobretudo, mediada pelo professor. Isso porque, quando assimilamos algo novo, fazemos sempre uma reelaboração desse conhecimento. Ou seja, aquilo que é transferido de um sujeito para outro é transformado pelo receptor por meio de suas interpretações e adaptações no seu conjunto de conceitos.

Quando concebemos o aluno como produtor de conhecimento, devemos considerar essa reconstrução do conhecimento feita por ele. O objeto de conhecimento assimilado nunca é imagem fiel do objeto tal qual encontra-se na sua origem.

Exemplos dessa recriação são encontrados no cotidiano escolar, sendo muitas vezes confundidos com erros.

Certo aluno sabia escrever corretamente os números na seqüência de 1 a 10.

A professora trabalhou a noção do zero e pediu à classe que escrevessem os números, do 0 ao 10.

O aluno escreveu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10. Indagado porque não escrevera o 0 inicial, ele respondeu que não era necessário, pois o zero já estava lá, no final.

Neste caso, a razão do erro pode estar no modo como a tarefa foi proposta: *escreva os números de 0 a 10*. A lógica do aluno foi*: se o 0 já estava contemplado no 10, por que escrevê-lo?* Um modo mais claro seria pedir que o aluno indicasse o número de bolas contidas em 11 caixas, a primeira vazia, as seguintes com uma, duas, três bolas etc.

Um aluno, aprendendo sobre números inteiros, apareceu com essa notação: 3 + -5. A professora falou que estava errado. Entretanto, esse foi o modo encontrado pelo aluno para distinguir algo que ele percebera: que nas operações entre inteiros, existe o sinal da operação e o sinal próprio do número. O modo usual seria escrever 3 + (-5), que os livros se apressam em colocar como 3 - 5, omitindo qualquer explicação.

Um segundo tipo de transposição refere-se ao *conhecimento ou saber científico*, que é o conhecimento de uma sociedade, validado por uma coletividade, em especial pela academia científica, ao ser transformado ou adaptado para amplos setores da população.

Baseado no texto de Luiz Carlos Pais[1], vemos três tipos de transposição de saber, variando conforme o saber envolvido (texto adaptado):

1 Prof°. Dr. Luiz Carlos Pais publicou um capítulo intitulado "Transposição Didática" na obra **Educação Matemática, uma introdução**, sob sua própria direção, editado pela EDUC-PUC-SITUAÇÃO-PROBLEMA, em 1999.

Se o conjunto das transformações sofridas pelo saber for visto num processo mais amplo, então a transposição didática poderá ser analisada a partir de três tipos de saberes, que correpondem a uma fase inicial desse saber e suas transformações:

• **científico -** que é um saber normalmente desenvolvido nas universidades ou institutos de pesquisa. O seu reconhecimento e a defesa de seus valores são particularmente sustentados por uma cultura científica.

• **saber a ensinar -** para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar é necessário um trabalho didático efetivo, a fim de proceder uma reformulação visando à prática educativa, obtendo-se o que é definido como **saber a ensinar**. Esse saber é ligado a uma forma de didática que serve para apresentar o saber ao aluno. Ele envolve redescoberta do saber e está quase sempre presente nos livros didáticos, nos programas e outros materiais de apoio.

• **saber ensinado -** o processo de ensino resulta no **saber ensinado**. Para o professor, é aquele registrado em seu plano de aula e que não necessariamente coincide com aquela intensão prevista nos objetivos programados para o saber a ensinar. Por outro lado, não há nenhuma garantia de que, em nível individual, o resultado da aprendizagem corresponda exatamente ao conteúdo pretensamente ensinado.

Finalmente, lembramos que o **saber científico** é validado pelos paradigmas internos a cada ciência e o saber ensinado está mais diretamente sob o controle de um **contrato didático**[2] que rege as relações entre professor, aluno e saber.

Em Benedito A. da Silva[3] encontramos (texto adaptado):

A relação professor-aluno está subordinada a muitas regras e convenções que funcionam como se fossem cláusulas de um contrato. Esse conjunto de regras, que quase nunca é explícito, normatiza as relações professor-alunos-conhecimentos e é denominado de **contrato didático**.

No ensino de Matemática, o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas e passando exercícios aos alunos [...] O aluno, por seu lado, cumpre seu contrato se ele bem ou mal compreende a aula dada e consegue resolver, corretamente ou não, os exercícios.

Transposição: um objeto de estudo da didática – quando educadores e o professor constróem um novo conhecimento

Como já vimos, em parte, no texto adaptado de Pais, a transposição didática ocorre em vários níveis.

No início, do nível de produção científica original para o nível de conhecimentos desenvolvidos na universidade, pois os alunos de um curso superior não aprendem as teorias nos livros originais onde primeiro elas apareceram, embora isso possa ocorrer em

2 Contrato Didático é um termo criado por Guy Brousseau do qual nos trataremos no Texto de Referência da segunda unidade do TP3.

3 Prof°. Dr. Benedito Antonio da Silva, publicou um capítulo intitulado "Contrato Didático" na obra **Educação Matemática, uma introdução**, editado pela EDUC-PUC de São Paulo, em 1999.

nível de pós-graduação. Quem define esse nível de adaptação são os autores de livro para o ensino superior.

Também há uma transposição quando, a partir do corpo de conhecimentos de uma ciência, os educadores destacam os conteúdos que farão parte de uma proposta curricular nacional para o Ensino Básico. Embora haja uma tendência de conservadorismo nessas propostas, mudanças ocorrem de vez em quando. No caso da Matemática, mudanças curriculares significativas ocorreram por ocasião do Movimento de Matemática Moderna no Ensino e por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

São propostas que definem não só novos conteúdos, mas também novas metodologias. O currículo escolar não deve ser uma lista dos saberes matemáticos a serem assimilados pelos alunos ao longo de um período escolar, mas deve transparecer os caminhos para a transformação desses conteúdos por meio da transposição didática, a ser feita pela equipe pedagógica e pelo próprio professor.

A partir de uma proposta nacional, são feitas transposições na elaboração das propostas estaduais e, depois, nas dos municípios e escolas.

Também os autores de livros didáticos para o Ensino Básico fazem uma transposição. Com base nos conteúdos propostos em nível nacional ou regional, eles devem transpor os conteúdos, do modo como são ensinados nas universidades, para outras formas mais adaptadas à cognição e ao interesse dos alunos, crianças e jovens.

Por fim, o professor, conhecendo a proposta nacional, a estadual e a da sua escola, tendo ou não um livro didático como apoio, deverá realizar uma priorização dos conteúdos, uma reformulação das maneiras de apresentá-los e a elaboração de metodologias adequadas, fazendo uma transposição daquelas propostas e do livro para a realidade de sua região, de sua escola e dos seus alunos.

Neste texto, vamos dar ênfase à transposição a ser efetuada pelo professor.

Transposição revelando os saberes e concepções do professor de matemática

Ao recriar o saber matemático, produzindo o saber didático, o professor é influenciado por suas próprias concepções acerca do que é matemática. As transposições didáticas, presentes ou ausentes no processo pedagógico, são frutos das próprias concepções do professor sobre o fazer matemática dos alunos e também da escola como espaço de construção de conhecimento.

A transposição é, portanto, uma reveladora das crenças e concepções do professor em relação à Matemática e ao seu trabalho pedagógico. Ou seja, a atuação do professor no ensino de Matemática é uma conseqüência do modo como vê a Matemática, modo esse construído ao longo de suas experiências de aluno, de formação profissional e de exercício da profissão.

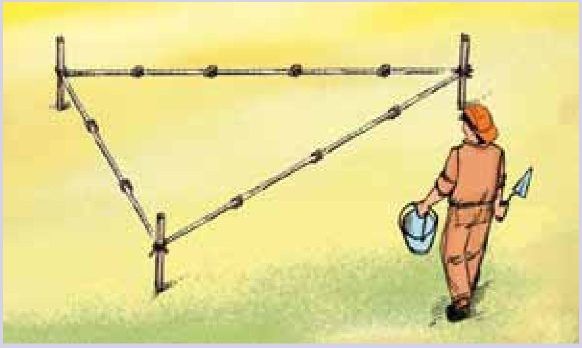
Esses modos de ver a Matemática podem ser variados e opostos.

O professor pode vê-la como uma ciência fechada e hermética produzida por alguns gênios, difícil de ser desvendada, ou, de modo oposto, pode reconhecer que grande parte dessa ciência foi construída pelos homens, a partir das necessidades de suas vivências. Nesse sentido, vale lembrar o que ocorreu com conhecimentos geométricos. Muito antes de Euclides construir a Geometria, os artesãos e trabalhadores egípcios detinham muitos conhecimentos práticos a esse respeito.

Quando queriam construir um ângulo reto, que é muito necessário em construções, os construtores e mestres de obra de antigamente faziam o seguinte. Eles tomavam uma corda, na qual faziam nós igualmente espaçados.

Depois faziam com a corda um triângulo, dobrando e deixando 3, 4 e 5 espaços em cada lado.

Eles sabiam que o triângulo assim construído tinha um ângulo reto.



Talvez esse conhecimento fosse só baseado na experiência, e eles nem mesmo reparassem que $3^2 + 4^2 = 5^2$. Na verdade, sempre que temos três números a, b e c satisfazendo $a^2 + b^2 = c^2$, então o triângulo construído com lados de medidas a, b e c é retângulo, o que foi formalizado, mais tarde, por Pitágoras...

Também é possível que o professor veja a Matemática como uma ciência que tem forma única, ou, em uma visão oposta, como uma ciência que pode ter múltiplas formas.

Em geral, os livros didáticos apresentam um único processo para realizar cada operação. Muitas vezes, o professor entende que esse é o único processo existente e que todos os alunos devem fazer desse modo.

Entretanto, os processos apresentados nos livros para a soma, subtração, multiplicação e divisão de números naturais, datam do início do século passado. Durante muitos séculos, os homens fizeram os mais variados procedimentos para obter resultados de operações, e, ainda hoje, eles apresentam variações entre países. Se o aluno constrói um procedimento diferente, isso evidencia que ele compreende e atribui significado ao que está fazendo, o que deve ser estimulado. Veja alguns processos diferenciados para o algoritmo da soma:

$$\begin{array}{rl} 12 & \\ 23 & + \\ 45 & \\ \hline 10 & \\ 70 & \\ \hline 80 & \end{array}$$

O aluno soma as unidades, soma as dezenas e depois junta tudo.

$$\begin{array}{rl} 261 & \\ 598 & + \\ 714 & \\ \hline 13 & \\ 16 & \\ 14 & \\ \hline 1573 & \end{array}$$

Esse processo é útil em somas de muitas parcelas. Os resultados das somas das unidades, das dezenas etc. são registrados separadamente.

$$\begin{array}{rl} 261 & \\ 598 & + \\ 714 & \\ \hline 14 & \\ 16 & \\ 13 & \\ \hline 1573 & \end{array}$$

Neste processo, a soma começa pelas centenas.

A Matemática também pode ser vista como uma ciência feita só de abstrações mentais ou, ao contrário, uma ciência integrada às atividades humanas.

Também pode haver diferenças na visão do professor sobre as finalidades do ensino de Matemática, por exemplo, preparar o aluno para saber calcular e aplicar fórmulas, ou formar o homem que pensa e raciocina.

Como conseqüência, um olhar atento ao livro didático é necessário: quais são as concepções e crenças do seu autor? O livro apresenta a matemática articulada ao contexto sócio-cultural ou desenvolve os conteúdos desvinculados da realidade? Apresenta sempre um modo único de resolver ou apresenta várias soluções? Recomenda que o professor deixe o aluno pensar, antes de dar logo o modo de resolver?

Dependendo do que encontrar no livro, a transposição demandará um grau maior ou menor de envolvimento e criatividade, por parte do professor.

No caso da proposta do GESTAR, há mais um ponto relevante que requer do professor uma ação de transposição didática. Sendo essa proposta fundada na resolução de situações-problema, é necessário que ele planeje suas ações em sala de aula de acordo com a proposta, refletindo sobre quais situações ele deve propor aos alunos, como deve conduzir o processo de resolução, que tipo de informação vai fornecer se os alunos precisarem de algum conhecimento que ainda não estudaram, como conduzirá o processo de discussão, validação e registro das soluções encontradas. Situações-problema são momentos ricos para os alunos buscarem conhecimentos que já têm e perceberem que outros lhes faltam. Nesse interrelacionamento de conhecimentos é que se constrói um currículo em rede.

Há professores que nem tentam realizar as transposições didáticas, e isso já revela muito sobre sua postura frente à Matemática, ao conhecimento do aluno e à sua função enquanto professor.

A escola tem que ser um espaço de aprendizagem também para o professor, buscando criar oportunidades de discussão e experimentação de melhores formas de realização da transposição didática do saber matemático.

Competências necessárias ao professor ao planejar a transposição didática

Uma primeira competência do professor de matemática é relacionar-se bem com a matemática, conhecer e refletir sobre seus conteúdos, entender as relações entre eles e perceber a relevância dessa ciência no mundo real.

Saber o conteúdo é apenas o início de um longo processo.O professor deve ainda saber transformar esse objeto de ensino, adequando-o à situação de aprendizagem. Isso requer que o professor domine também saberes da psicologia, pedagogia e didática específica.

Produzir esse processo adaptativo do saber, para torná-lo acessível ao aluno, é uma produção de conhecimento de alto valor social e cultural, do qual o professor, a escola e a sociedade não podem abrir mão. Ela indica o nível que a atuação profissional do professor pode atingir.

Não existe uma metodologia pronta e acabada, à espera do professor, para ser aplicada aos alunos: cada aluno é um aluno, cada sala é uma sala, cada situação é uma situação bem particular e singular, exigindo constantemente do professor um permanente processo de recriação e readaptação do processo de transposição didática.

Ao fazê-lo, o professor está produzindo um conhecimento que não é matemático tal qual concebido na academia, mas é um conhecimento adaptado ao processo de aprendizagem. Esse conhecimento permitirá ao aluno ter, gradativamente, acesso aos aspectos e conceitos da matemática mais presentes na sócio-cultura, expressos em uma linguagem acessível, sem perder, contudo, a fidelidade às idéias científicas que sustentam esses conceitos.

Em cada unidade dos módulos do GESTAR, o professor encontrará uma seção de Transposição Didática, que o ajudará na transposição dos conteúdos desenvolvidos nos módulos para um saber a ser desenvolvido em sala de aula. Mais do que aproveitar essas idéias, será importante que o professor planeje e construa, ele próprio, essa transposição, esforçando-se por registrar, tanto quanto possível, todas as etapas realizadas – a reflexão sobre a relevância dos conteúdos, o planejamento, o desenvolvimento em sala de aula, as dificuldades encontradas, o envolvimento e as soluções dos alunos, as intervenções que foram necessárias.

Transposição Didática: um compromisso do professor de Matemática com o aluno e com a ciência

Um pé lá, outro cá, diria o ditado popular. Com um pé no saber matemático, apresentado nas propostas curriculares e nos livros didáticos, o compromisso do professor, enquanto educador, é refletir sobre esses conteúdos, priorizando-os de acordo com sua realidade, e produzir um novo conhecimento, em termo de metodologias, para garantir que seus alunos tenham acesso ao saber. Entretanto, ele não pode nem negligenciar o processo de construção de conhecimento pelo aluno, valorizando em demasia a matemática enquanto um conjunto pronto de conhecimentos, e nem descaracterizar a produção matemática desenvolvida ao longo dos séculos.

Há necessidade de planejar com cuidado a transposição didática, tendo clareza sobre o que realmente é um fato matemático que deve ser transformado em objeto de ensino. Cabe ainda reconhecer quando um objeto de ensino não é objeto matemático, mas uma criação didática para facilitar a transposição didática.

Também a metodologia usada requer cuidados. Em um processo em que há pouca clareza na distinção entre conteúdo como um objeto de ensino, que merece ser estudado, aprofundado e relacionado, e conteúdo como ferramenta didática, ou seja, um meio auxiliar de promover aprendizagem, acabamos por constatar a presença desses últimos, os instrumentos, como se fossem objetos matemáticos, tais como o Tangran, Mosaicos, Material Dourado, entre outros. Muitas vezes eles se tornam um fim em si mesmos, sendo confundidos com os próprios objetos de ensino, isto é, conceitos matemáticos. Nesses casos, o trabalho com eles não garante a aquisição de conceitos. Isso denota um desconhecimento do professor da própria didática matemática e de sua própria área de atuação. O estudo da Didática da Matemática é uma forma de levar o professor a uma maior compreensão acerca das melhores formas de realização da transposição didática.

A articulação necessária e desejável entre o conhecimento científico e o cultural na transposição da matemática

Nessa transposição, o conhecimento matemático científico (muito distante da compreensão do aluno) e o conhecimento matemático cultural (muito próximo da realidade e do cotidiano do aluno) devem se articular. Se de um lado o saber matemático consiste na busca de uma generalização, o professor deve buscar contextualizar, em situações de significado para o aluno, esse saber matemático. Voltando ao texto de Pais[4], vemos:

> *Na realidade, quando se fala de competência técnica, o trabalho do professor envolve um importante desafio que consiste em realizar uma atividade que é, num certo sentido, inversa daquela do pesquisador.*
>
> *Pois, enquanto o matemático elimina as condições contextuais de sua pesquisa e busca níveis mais amplos de abstração e generalidade, o professor de matemática, ao contrário, deve recontextualizar o conteúdo, tentando relacioná-lo a uma situação que seja mais significativa para o aluno.*
>
> *Todavia, o contexto reconstituído nunca é o mesmo daquele em que o saber foi elaborado, pois, no meio científico, prevalece uma realidade totalmente distinta daquela da escola. Enquanto para o pesquisador o saber é o objeto principal de sua atividade; na prática escolar o conhecimento é um instrumento educacional que tem natureza própria. São essas diferenças que fazem com que, em sala de aula, prevaleça sempre a existência de uma* ***situação didática*** *(grifo nosso) com toda sua especificidade pedagógica.*
>
> *É evidente que o trabalho intelectual do aluno não é diretamente comparável com o trabalho do matemático ou do professor de matemática. Mesmo assim, essas atividades guardam entre si algumas correlações cuja análise é de interesse para a educação matemática. O aluno deve ser sempre estimulado a realizar um trabalho em direção à uma "iniciação científica". Nesse sentido, a atitude intelectual do aluno, diante de um problema, deveria ser semelhante ao trabalho do matemático diante de sua pesquisa. Aprender a valorizar sempre o espírito de investigação. Esse é um dos objetivos maiores da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito permanente de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. Não se trata evidentemente de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo (p. 28-29) .*

Atividades

a) Escolha um conteúdo matemático (o de funções, por exemplo), e reflita sobre as diferenças entre esse conteúdo trabalhado nos seus cursos na universidade e o trabalho de transposição realizado por você, buscando favorecer seu aprendizado pelos seus alunos.

b) Escolha um conteúdo matemático trabalhado por você mais recentemente, e identifique os diferentes tipos de saberes: o saber científico, o saber a ensinar, o saber ensinado. Para tanto, apóie-se no seu planejamento, no livro didático, instrumentos de avaliação elaborado e aplicado por você, ou outros instrumentos que julgar convenientes.

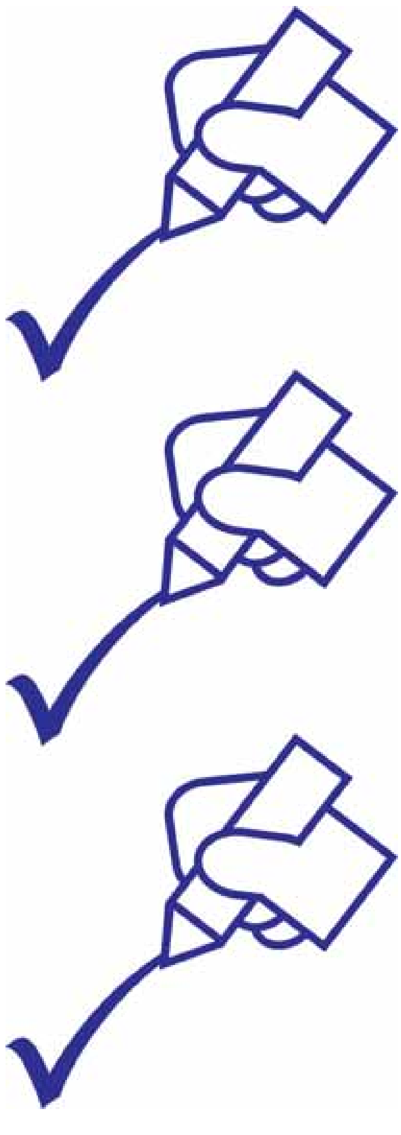
c) Para você, refletindo sobre sua prática educativa, em que sentido podemos afirmar que "o professor constrói um novo conhecimento matemático"?

d) Você vê a sua escola, a partir de seu trabalho pedagógico, como um espaço de produção de conhecimento matemático? Por quê?

---

4 Profº. Dr. Luiz Carlos Pais publicou um capítulo intitulado "Transposição Didática" na obra **Educação Matemática, uma introdução**, sob sua própria direção, editado pela EDUC-PUC-SITUAÇÃO-PROBLEMA, em 1999.

Soluções das atividades



Soluções das atividades

Atividade 1

Resposta pessoal.

Atividade 2

Resposta pessoal.

No caso de um salário bruto anual de R$15.600,00 e um total de impostos igual a R$1.750,00, teremos:

- $\frac{1.750}{15.600} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 11,21$

- Mental

10% de 15.600	=	1.560
1% de 15.600	=	156
		1.716
0,25% de 15.600	=	39
11,25% de 15.600	=	1.755

1.750 correspondem aproximadamente a 11,25% de 15.600

Situação-problema

Podem ser feitas economias, por exemplo:

- No ICMS da conta de luz

Se você gasta mais do que 200kwh ao mês, tente reduzir seu consumo a esse limite. O ICMS pago cairá de 25% a 12%. Em sua tabela geral (atividade 1), na linha correspondente a Luz, você pode reduzir o valor à metade.

Anote a economia ______________________________

- no ICMS das contas telefônicas

As porcentagens cobradas para o ICMS são elevadas:
25% para a Brasil Telecom (14)
35% para a Embratel (21)
No mínimo, são 25% de impostos sobre a conta, todo mês.

Para reduzi-lo, seria necessário reduzir o valor da conta. Isso pode ser feito fazendo interurbanos apenas nos horários de tarifa reduzida, evitando chamadas para telefone celular e diminuindo as ligações locais (compare o número de pulsos de cada mês).

Fazendo uma estimativa da economia:

Consulte novamente a tabela do ICMS (atividade 1), na linha correspondente a Telefone. Esse valor representa 25% = 1/4 do seu gasto básico anual com telefone. Multiplique-o por 4. Planeje uma redução nesse total e divida o novo valor reduzido por 4, para saber qual seria o valor do ICMS. Fazendo a diferença, você poderá calcular de quanto ele seria reduzido.

Anote a economia ____

(Haveria também reduções, menores, nos impostos PIS, Cofins e Funttel)

- No ICMS das mercadorias compradas

Na linha da tabela correspondente a cigarros, cosméticos e perfumes, multiplique o valor por 4, pois o ICMS para eles é de 25%. Esse é o gasto básico que você teve nesses itens, sem imposto. Planeje uma redução nesse total e divida o novo valor reduzido por 4, para saber qual seria o valor do ICMS. Fazendo a diferença, você poderá calcular de quanto ele seria reduzido.

Anote a economia ____

Economia total (em impostos)

(Investigamos apenas alguns itens da tabela. Cada pessoa deve investigar os itens em que poderia fazer economia).

Atividade 3

Resposta pessoal.

Atividade 4

Resposta pessoal.

Atividade 5

Resposta pessoal.

Atividade 6

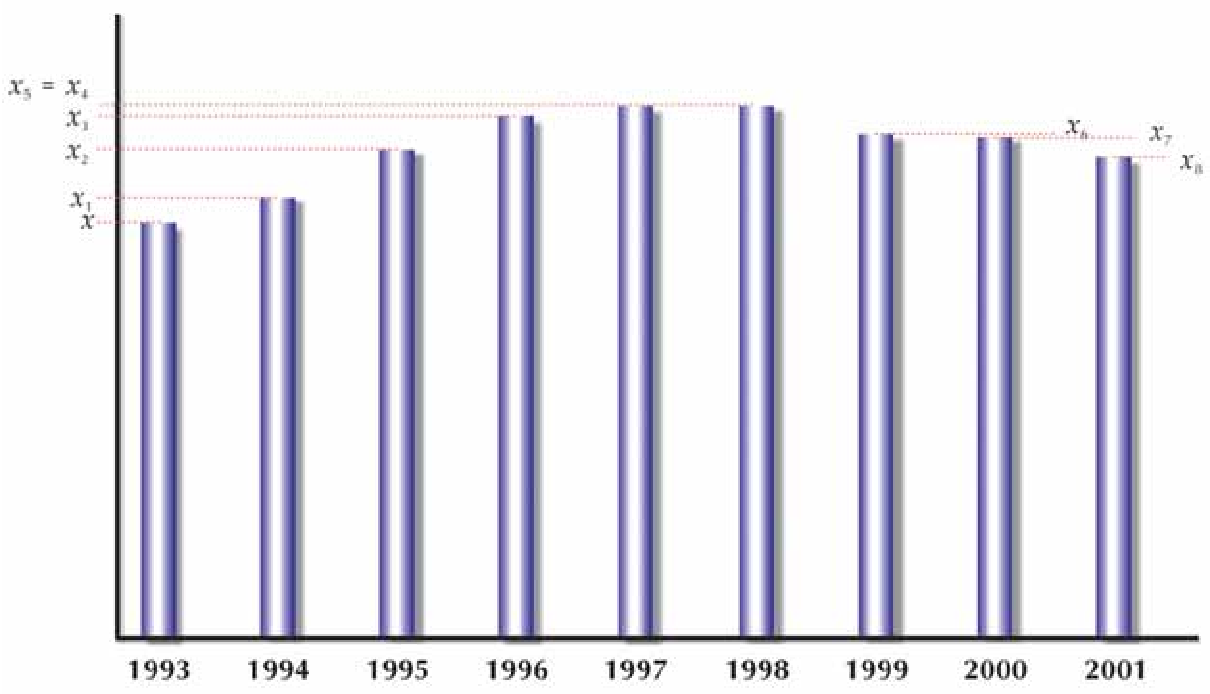
a) 6 + 11 + 7 + 2 = 26

b) 5,5 + 0,6 + 3,9 = 10. O sinal deve ser negativo: -10.

Ou: -5,5 – 0,6 – 3,9 = -10

c) No item a, a variação foi de aumento. No item b), de diminuição.

Atividade 7



$x_1 = x + 6\%\ x$

$x_2 = x_1 + 11\%\ x_1$

$x_3 = x_2 + 7\ \%\ x_2$

$x_4 = x_5 = x_3 + 2\%\ x_3$

$x_6 = x_5 - 5{,}5\%\ x_5$

$x_7 = x_6 - 0{,}6\%\ x_6$

$x_8 = x_7 - 3{,}9\%\ x_7$

Atividade 8

a)Resposta pessoal. Você deverá apresentar objetivamente pontos de semelhança e diferença, por exemplo sobre a contextualização que levou à definição ou regra; se ficaram claras as razões de se calcular daquela maneira etc.

b) Resposta pessoal. Você deverá apresentar objetivamente pontos que atestam a eficácia de uma ou outra proposta.

c) Resposta pessoal. Temos encontrado alguns professores que, honestamente, afirmam que pela regra é mais fácil de ensinar, porque é mais rápido, mais direto.

d) Resposta pessoal. Temos encontrado professores que acham que pela regra os alunos *assimilam* mais. Outros ficam em dúvida – dizem que os alunos não se lembram quase das regras, quando aprendem por elas; mas não sabem se aprenderiam mais pelo *conhecimento em ação*, contextualizado. Sua resposta deve expressar realmente seu pensamento a respeito.

Atividade 9

Resposta pessoal.

Atividade 10

Resposta pessoal.

PARTE II

TEORIA E PRÁTICA 1

Socializando o seu conhecimento e experiências de sala de aula

Socializando o seu conhecimento e experiências de sala de aula – unidade 2

Este momento final tem por objetivo:

• Rever e sintetizar por escrito as principais idéias tratadas na unidade;

• Refletir sobre os desafios propostos na transposição didática, registrando-as por escrito;

• Elaborar uma produção escrita a ser entregue ao Formador na próxima oficina, contendo produções dos seus alunos.

Para tanto, três tarefas devem ser preparadas para serem levadas à oficina e socializadas entre os colegas:

Tarefa 1

Uma síntese por escrito dos principais conceitos matemáticos trabalhados na Unidade. Esse documento será destinado a seu uso pessoal durante a oficina.

Tarefa 2

Uma listagem contendo: a) o ponto mais interessante, e b) duas das maiores dificuldades encontradas na realização do trabalho da proposta de transposição com seus alunos. Esse documento será um apoio seu para discussão da transposição didática na oficina. Esta lista é de seu uso pessoal para servir de apoio na socialização das experiências realizadas.

Tarefa 3

Esta tarefa é composta por três produções:

a) Aplique a pelo menos uma turma de alunos a atividade 13. Você pode fazer as adaptações que julgar necessárias para o bom êxito da atividade atendendo às necessidades do grupo.

b) Para criar uma memória de sua produção, para seu próprio uso no futuro, a começar pela oficina: organize, registre e catalogue em uma pasta (ou coisa similar) as produções mais significativas de alguns de seus alunos.

c) Procure escrever com suas próprias palavras aproximadamente 10 linhas sobre a importância dessa atividade para a aprendizagem matemática de seus alunos; comente fatos ocorridos em sala de aula e outros observados na produção dos alunos. **Esse material deve ser entregue ao seu Formador ao final da oficina.**

Socializando o seu conhecimento e experiências de sala de aula – unidade 3

Como já foi exposto, esta parte consta de três itens:

- Rever e sintetizar por escrito as principais idéias tratadas na Unidade.
- Refletir sobre os desafios propostos na Transposição Didática, registrando-os por escrito.
- Elaborar uma produção escrita a ser entregue ao Formador na próxima oficina, contendo produções dos seus alunos.

Para tanto, você deverá preparar as três tarefas a seguir, para serem levadas à oficina e socializadas entre os colegas:

Tarefa 1

Faça uma síntese por escrito dos principais conceitos trabalhados na Unidade. Este documento será destinado a seu uso pessoal durante a oficina.

Tarefa 2

Organize uma lista contendo: a) o ponto mais interessante e b) duas das maiores dificuldades encontradas na realização do trabalho da proposta de transposição com seus alunos. Esse documento será um apoio seu para participação na oficina no que se refere à parte da transposição didática.

Tarefa 3

a) Aplique aos alunos o que foi proposto em *Situação-problema para os alunos*, partes a, b e c.

b) Organize, registre e catalogue em uma pasta as produções mais significativas de alguns de seus alunos, obtidas na aplicação.

c) Escreva aproximadamente 10 linhas sobre a importância dessa atividade para a aprendizagem matemática de seus alunos; comente fatos ocorridos em sala e outros observados na produção dos alunos.

Ao final da oficina, entregue ao seu Formador o material dos itens b) e c).

PARTE III

TEORIA E PRÁTICA 1

SESSÃO COLETIVA

Sessão Coletiva 1
Unidade 1

Parte A (110 minutos)

O trabalho proposto na primeira unidade envolvendo *ALIMENTAÇÃO* buscou mobilizar conceitos matemáticos importantes no Ensino Fundamental, tais como números decimais, medidas de massa e superfície, razão e proporção, porcentagens, representações gráficas com construção e interpretação de tabelas e gráficos, noção de média e escalas.

A situação-problema apela essencialmente para a noção de proporcionalidade em vários aspectos: ao comparar a quantidade de alimento consumido com seu peso, assim como envolve a noção de escala e o cálculo de porcentagens, dentre outras.

As atividades concernentes à seção 2, *Construção do conhecimento em ação,* permite uma «revisitação» de conceitos matemáticos que, por vezes, podem nos ajudar a encontrar uma boa solução para a situação-problema proposta na seção 1. Nesta segunda seção constatamos a presença da exploração de idéias e procedimentos envolvendo área, massa, proporcionalidade, volume e sua relação com medidas de capacidade, transformação de unidades lineares (metros e litros) e não lineares (superfície e volume).

Reunido em grupos de 4 professores cada, realizaremos uma discussão sobre os diferentes procedimentos desenvolvidos, assim como as maiores dificuldades para a realização das atividades inerentes à resolução da situação-problema. Mas antes, realizaremos uma atividade presente no TP e proposta para os alunos. Agora é nossa vez de colocarmos em prática nossos conhecimentos e realizar as discussões.

Atividade 1

(20 minutos) Sem uso da calculadora, cada participante deve calcular seu Índice de Massa Corporal dada pela fórmula, como vimos no TP1:

Este índice pode ser obtido dividindo-se o peso corporal pelo quadrado da altura em metros. Por exemplo: uma pessoa que pese 67kg e meça 1,64m, tem um IMC de 24,9kg/m^2,(67 dividido pelo quadrado de 1,64).

$$\text{ÍNDICE DE MASSA CORPORAL} = \frac{\text{PESO (em kg)}}{[\text{ALTURA (em metros)}]^2}$$

Cada qual deve encontrar a faixa na qual se encontra:

ÍNDICE	RESULTADO
Abaixo de 20	Abaixo do ideal
Entre 20 e 25	PESO IDEAL
Entre 26 e 30	Acima do ideal
Entre 31 e 35	Obesidade leve
Entre 36 e 40	Obesidade moderada
Acima de 40	Obeso

Cada grupo deve descobrir o índice médio do grupo, verificar quem está acima ou abaixo da média, e se o grupo, como um todo, está em boa forma física ou não. Afinal, esta oficina vai demandar muita energia: bom para quem está em forma, e melhor ainda para os grupos que precisam melhorar seus índices. Descobrir quanto cada um deve ganhar/perder para ficar com o IMC igual ao do grupo:

Atividade 2

Discussão livre (15 minutos) no pequeno grupo trocando diferentes interpretações possíveis da situação-problema e estratégias de resolução utilizadas pelos diferentes integrantes do grupo. Faça o registro das estratégias consideradas mais interessantes e criativas, escrevendo-as numa folha grande fornecida pelo formador, analisando e discutindo as principais diferenças entre esses procedimentos. Escolha um relator do grupo que apresentará (com ajuda dos demais membros) os procedimentos utilizados e suas curiosidades e diferenças observadas pela sua equipe.

Atividade 3

Cada relator expõe oralmente o cartaz com os procedimentos mais interessantes abrindo espaço para discussão com os demais participantes (30 minutos) procurando centrar a discussão nas produções diferentes daquelas habitualmente por nós utilizadas em sala de aula, assim como presentes nas soluções propostas, e, em especial, nas dificuldades com conceitos matemáticos constatadas nas buscas de soluções.

Atividade 4

Retomando os pequenos grupos, discutir (15 minutos) em cada equipe qual foi a maior dificuldade na resolução entre as muitas atividades propostas na seção 2 do TP1. Sem dúvida no grupo deverá aparecer mais de uma dificuldade, mas o grupo deverá, sem perda de tempo, optar por apenas uma e buscar compreender as razões dessas dificuldades. Lembremos que uma dúvida não escolhida pelo grupo, poderá ser escolhida por outro grupo, assim, sendo ainda objeto de discussão na próxima atividade.

Atividade 5

Socializar as dificuldades no grande grupo (30 minutos), de acordo com os pontos apresentados pelos grupos. A discussão deve ser no sentido de buscar compreender as possíveis causas das dificuldades apresentadas no conteúdo matemático e possíveis formas de suas superações. Ao longo das discussões, um relator previamente escolhido deverá registrar no quadro as principais conclusões do grupo.

Parte B (90 minutos)

Esse momento é destinado a uma discussão acerca das experiências realizadas com os alunos a partir das atividades propostas na seção de Transposição Didática. Poderão ser debatidas tanto dificuldades de ordem metodológicas, ou seja, no fazer pedagógico, como de ordem matemática, ou seja, dificuldades matemáticas de nossos alunos.

Essa seção 3 propõe inicialmente realizar com seus alunos as atividades 1 e 2 da seção, deixando por um tempo a informação *«Alunos descobrem que uma abelha come mais que um elefante»*. Você fez o solicitado? De que forma? Quais as reações dos alunos diante dessa informação?

Atividade 6

Em grupo, faça um quadro num cartaz com as seguintes informações:

Atividades

- Estratégias didáticas utilizadas
- Conteúdos matemáticos envolvidos
- Dificuldades de ordem matemática apresentadas pelos alunos
- Dificuldades de ordem didática, (aqueles pontos que não o deixou satisfeito quanto os resultados)
- Resultados: produtos tirados da atividade como painéis, seminários, construções etc.
- Pesar quanto cada um come
- Calcular a média entre os pesos
- Construção e análise da tabela
- Utilizar a fórmula de índice de massa corporal

Atividade 7

No grande grupo, apresentando os painéis, realizar uma discussão sobre as produções de cada grupo, buscando destacar os pontos comuns entre os diferentes grupos. (60 minutos)

Parte C (30 minutos)

Esse momento tem por objetivo introduzir o professor na temática e no conteúdo matemático a serem tratados na próxima unidade deste caderno de Teoria e Prática.

Para tanto, divida a turma em grupos de 4 professores cada e solicite que discutam a veracidade ou falsidade das afirmações a seguir, a partir da análise das informações do quadro abaixo:

PESQUISAS BRASILERIAS			
CIDADE	**IDADE**	**AMOSTRA**	**PREVALÊNCIA DE ANEMIA**
Porto Velho (RO)	2 a 5 anos (1990)	279	38,4%
Maceió (AL)	6 a 10 anos (2000)	454	25,4%
Sergipe	0 a 5 anos (1998)	720	31,4%
Pernambuco	0 a 5 anos (1997)	780	46,7%
Salvador (BA)	0 a 5 anos (1996)	606	46,4%
Paraíba	0 a 5 anos (1992)	1.287	36,4%
Piauí	mães 14-49 anos (1991)	809	26,2%
São Paulo (SP)	0 a 5 anos (1995/6)	1.256	46,9%
Porto Alegre (RS)	0 a 3 anos (1997)	557	47,8%
Criciúma (SC)	0 a 3 anos (1996)	476	54,0%

A cada item, os professores devem, em grupo, tomar uma posição se a afirmativa é falsa ou verdadeira, sempre buscando justificar sua posição :

• A dimensão da amostra considerada na pesquisa é de acordo com a dimensão da população real de cada estado.

• O estado de Sergipe possui um número de crianças com carência de ferro bem maior do que o estado de Alagoas.

• Há um maior índice de carência de ferro em crianças em São Paulo do que em Salvador.

• Criciuma possui o maior número de crianças entre 0 e 3 anos de idade com carência de ferro do que as demais regiões consideradas no estudo.

• Da amostra considerada, aproximadamente 325 crianças possuem uma alimentação considera rica em ferro.

Caro professor, as discussões e dúvidas apresentadas ao longo da realização da atividade 7 serão tratadas na unidade 2 deste TP1. Portanto, vamos retornar para casa e para a escola buscando, com carinho, atenção e energia, ler e fazer as atividades que propomos a seguir. Em breve, nos encontraremos novamente na oficina após a unidade 3 e antecedendo a unidade 4.

Sessão Coletiva 2
Unidade 3

Parte A

Mesmo que você esteja isento da declaração do Imposto de Renda, aqui na oficina você terá oportunidade de simular um salário maior e calcular o Imposto de Renda que você teria que pagar. Caso declare, a atividade vai lhe interessar desde já. De qualquer modo, é um conhecimento importante para o cidadão e útil para você ajudar familiares e amigos nessa tarefa. Além disso, esperamos que você realmente tenha um projeto e lute para atingir um melhor salário. Você deverá fazer sua declaração pela tabela nova. Verifique se um melhor salário seria vantajoso, mesmo pagando mais imposto.

Atividade 1

Olhe, na situação-problema da Unidade 3, a tabela nova e imagine que o seu salário bruto (sem descontos) é de R$1.058,50 mensais. Calcule por partes, ou blocos, quanto seria seu Imposto de Renda, conforme indicações abaixo.

a) 1º BLOCO – RENDIMENTOS

Marque seus rendimentos tributáveis, isso é, sobre os quais incide imposto. Para isso, multiplique seu salário bruto assumido (R$1.058,50) por 13, acrescente 1/3 de um salário (das férias). Se tiver mais do que uma fonte pagadora, inclua o salário de todas.

Total dos rendimentos: ____________________

b) 2º BLOCO – DEDUÇÕES

Marque agora o que é possível deduzir, usando seus dados pessoais reais (mesmo que sejam aproximados).

b1) Contribuições à Previdência oficial (INSS)

Calcule 11% de 13 salários: ____________________

b2) Dependentes: ____________________

(Para a declaração feita no início de 2002, a dedução de cada dependente foi de R$1.080,00.)

b3) Despesas com instrução: ____________________

(Some os gastos pessoais e de seus dependentes feitos com instrução – o limite, para cada um, é de R$1.700,00.)

b4) Despesas médicas: ____________________

(Some as despesas pagas a médicos, dentistas, clínicas e laboratórios, suas e de seus dependentes.)

b5) Pensão judicial: ____________________

(Se você paga alguma, inclua o total anual.)

Total do 2º bloco: ____________________

c) 3º BLOCO – CÁLCULO DO IMPOSTO DEVIDO

A 1ª coisa a fazer é calcular a diferença entre o total do 1º bloco e o total do 2º bloco, que será chamada Base de Cálculo:

c1) Base de Cálculo: ____________________

c2) Cálculo do imposto devido: ____________________

Observe novamente a tabela nova para o cálculo do imposto:

Renda mensal (bruta)	Alíquota	Parcela a deduzir
Até R$1.057,50	–	Isento
De R$1.057,51 a R$2.115,00	15%	R$158,625
Acima de R$2.115,00	27,5%	R$423,00

Estamos supondo que sua renda mensal cai na segunda faixa. Portanto, calcule **15% da Base de Cálculo**. Desses 15%, deduza R$158,625. Pronto, esse será o Imposto devido.

Cálculo do Imposto devido: $\frac{15}{100}$ x (Base de cálculo) – 158,625

Imposto devido: ____________________

d) 4º BLOCO – VERIFICAR O IMPOSTO JÁ PAGO

Aqui deve-se marcar o total dos seus impostos já pagos, isto é, retidos na fonte ou pagos de outra maneira.

Você deve calcular quanto seria retido, no caso de receber um salário de R$1.058,00. Nesse caso, você teria um desconto mensal de 15% do seu salário, isto é

$\frac{15}{100}$ x 1.058,00 = ____________________

Multiplique o resultado obtido por 13 (desconto nos 13 meses de salário): ____________________ (esse seria o seu imposto já pago).

e) 5º BLOCO – FAZER O AJUSTE (QUANTO SOBRA OU QUANTO FALTA)

Agora está na hora de ver se você teria pago mais do que devia e portanto teria restituição ou se ainda lhe faltaria pagar algo.

Se o imposto pago (item d) é maior que o imposto devido (item c2), faça a diferença. Esse seria o seu IMPOSTO A RESTITUIR. Marque-o a seguir:

Imposto a restituir: ____________________

Se o imposto pago (item d) é menor que o imposto devido (item c2), faça a diferença. Esse seria o seu IMPOSTO A PAGAR (além do que já tivesse pago mensalmente). Marque-o a seguir:

Imposto a pagar: ____________________

Discussão coletiva

1 – Repare que sua renda mensal poderia ser de até R$1.057,50 e você continuaria isento do Imposto de Renda. Supondo que fosse de R$1.058,50, você já teria que pagar o imposto que calculou. Qual salário seria mais vantajoso?

2 – Com relação ao texto desta unidade, comente alguns pontos que chamaram sua atenção, a respeito de frações e de porcentagem.

E aí? Foi meio pesada essa Parte A? Mas "formar-se para a cidadania" não pode ficar só nas intenções, implica aprender sobre o que um cidadão deve saber. Entretanto, anime-se: a Parte B será bem recreativa.

Parte B

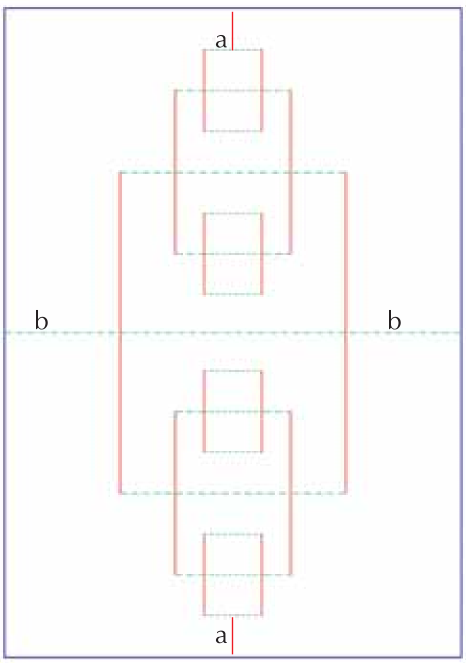
Transposição Didática

Leiam em conjunto:

A atividade que apresentaremos envolve geometria, arte, recortes, pintura, frações e porcentagem. Com paciência, você poderá confeccionar aqui e com seus alunos um cartão para mensagens ou um objeto decorativo. E explorar a matemática associada a ele.

Atividade 2

(Adaptada do texto *Descobrindo a magia dos fractais com cortes de papel,* publicado na revista Educação e Matemática, da Associação de Professores de Matemática de Portugal, nº 55, nov/dez de 99.)



2a) Veja o modelo no anexo A.

- Recorte a moldura da figura;

- pinte os quatro retângulos menores de uma mesma cor;

- pinte os dois retângulos médios de outra cor (só a parte que fica fora dos retângulos menores, já pintados);

- pinte o retângulo central, maior, de outra cor (apenas a parte que fica fora do que já foi pintado).

2b) Todos os cortes serão feitos apenas na direção vertical da folha (direção da lateral maior). Para fazer os primeiros cortes, dobre a folha e corte nos dois traços que aparecem, conforme a ilustração 1.

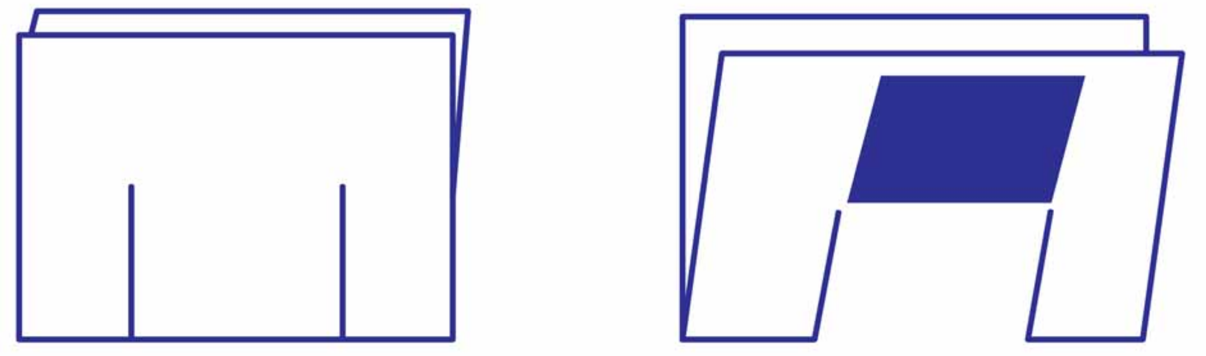
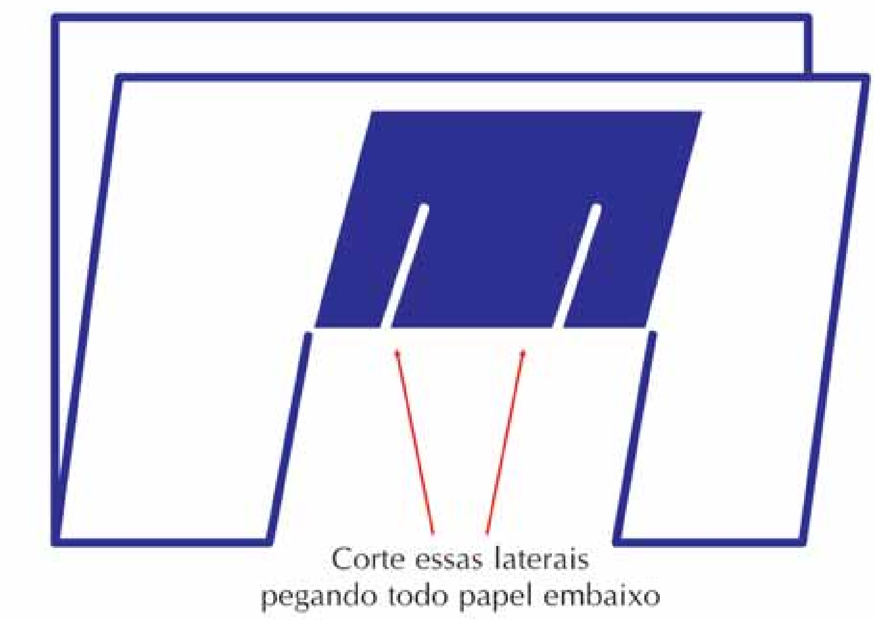


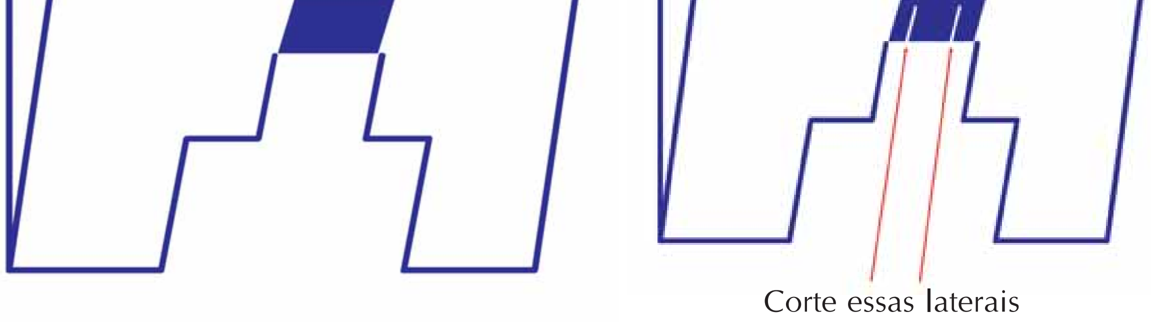
Ilustração 1

Fonte: Educação e Matemática no 55, Nov/Dez 99

Para fazer os próximos cortes, dobre a folha como acima (a dobra divide ao meio as laterais dos retângulos médios).



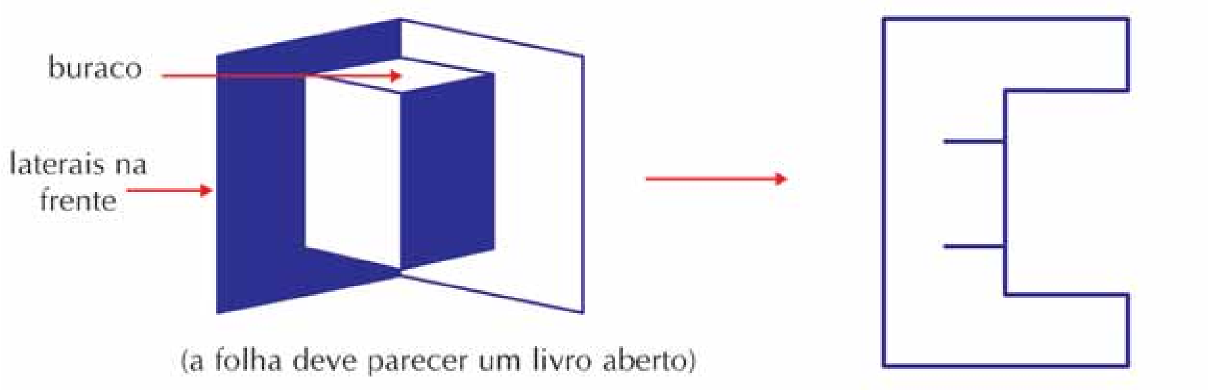
Faça o mesmo para os retângulos pequenos: primeiro os que estão no topo (como mostra a figura) dobre a folha dividindo cada um ao meio e corte as laterais. Depois faça o mesmo para os dois retângulos pequenos centrais.



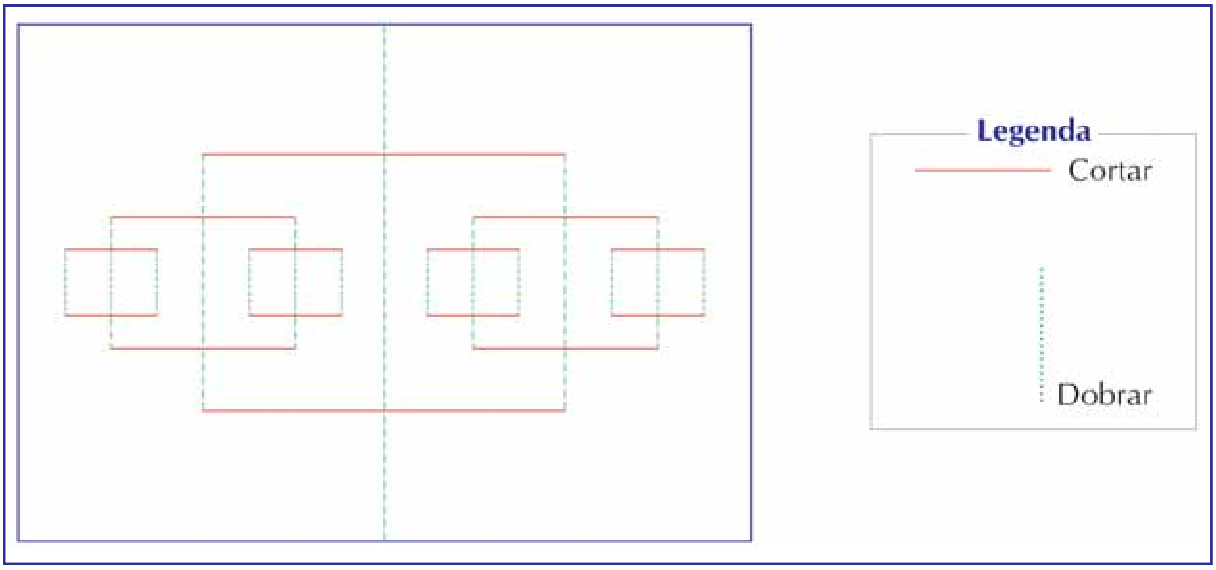
De agora em diante, você deve trabalhar com a folha na posição horizontal.

2c) Faça as dobras. Um jeito prático de dobrar é o seguinte:

Vinque a folha no meio, formando aproximadamente um ângulo reto, e puxe o retângulo maior de modo que fique saliente. Feche a folha com o retângulo puxado e vinque bem:

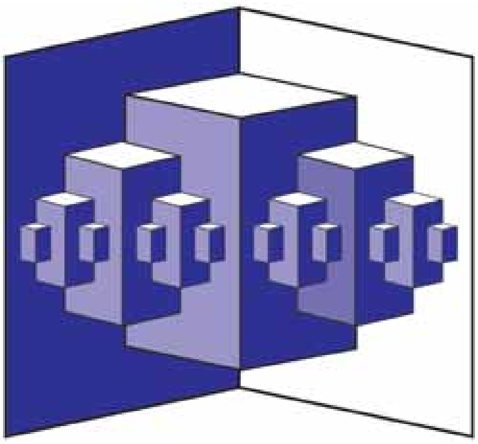


Abra um pouco a folha vincada e puxe cada retângulo médio, de modo que fiquem salientes. Feche a folha e vinque bem.



Faça o mesmo procedimento para os quatro retângulos menores: abra um pouco a folha vincada, puxe os retângulos menores e torne a vincar.

O seu cartão está pronto. Repare que, ao abri-lo um pouco, os retângulos ficam salientes. Veja o modelo pronto (um pouco mais complicado do que o que você fez) e use sua habilidade manual!



Fonte: Mesma anterior

Gostou do efeito?

Para melhorar o efeito, você pode fazer uma capa: use uma folha de papel do mesmo tamanho que a folha inicial (será melhor se for cartolina). Cole-a por fora, como se fosse capa. Cuidado: cole nela apenas as partes planas do seu trabalho (não as salientes).

A geometria e a arte já apareceram. Mas, onde estão as frações e a porcentagem? Vamos lá.

Um fabricante desses cartões queria saber qual a área saliente, isto é a área ocupada pelos retângulos. Chame de A a área da folha inicial. Não é preciso trabalhar com suas medidas.

2d) Fazendo somas, calcule a fração da folha que ficou saliente (pintada). Escreva essa fração nas formas fracionária e decimal.

2e) Reveja o processo de construção do modelo e pense: se você quisesse fazer mais uma etapa, quantos novos retângulos apareceriam? Qual seria a nova área pintada, em decimais?

Uma informação: fazendo vários outros cortes e aumentando a parte saliente, você conseguiria ver que a área saliente aproxima-se de 0,3333..... = 1/3.

Aprendendo sobre fractais

Repare que, no modelo do cartão, o padrão pode se repetir indefinidamente, sempre nas mesmas proporções. Dizemos que o padrão apresenta auto-similaridade. Figuras geométricas com essa característica são chamadas fractais. Existem fractais planos e não planos (isso pode ser informado aos seus alunos).

Parte C

Conversando sobre a próxima unidade

Atividade 3

Leiam em conjunto e respondam oralmente. Veja o que disse a professora Lídia:

a) Você acha que existem famílias que pagam apenas os impostos citados pela professora Lídia? Procurem lembrar-se de impostos pagos pela sua família.

Aguarde o próximo capítulo, digo, Unidade, e veja, na situação-problema que será apresentada na seção 1, as respostas a essas questões ameaçadoras ao seu bolso.

b) Você concorda que a professora Lídia não tenha pago Imposto de Renda? Justifique sua resposta.

A atividade anterior preparou para o que você verá na seção 1 da próxima Unidade. Veja o que haverá nas demais seções.

A seção 2 abordará, na próxima Unidade, gráficos e números negativos. Em particular, vamos explorar gráficos de setores.

c) Você já pensou em como ensinar seus alunos a construírem esses gráficos corretamente? Com cálculos e transferidor? (Pode ir pedindo para os alunos providenciarem um, porque terão oportunidade de usá-lo.)

Como mencionamos, vamos chegar aos *números negativos*.

d) Você tem alguma dificuldade em desenvolver esse tópico ?

Algumas propostas fazem os alunos *engolirem* certas regras de operação entre esses números, ou dão algumas explicações não convincentes. Nossa intenção é ultrapassar essas inadequações, tomando como ponto de partida um exemplo do contexto social, um gráfico de colunas, que apresenta valores negativos, aproveitaremos a ocasião para inferir de modo natural operações entre esses números.

Há um provérbio inglês que pode ser traduzido mais ou menos assim:

> Menos vezes menos dá mais
> As razões para isso
> Só o bom Deus
> Sabe quais

e) E você, acha que é possível dar um sentido à temida multiplicação de dois negativos, que resulta em um valor positivo?

Portanto, não perca no próximo capítulo – desculpe, Unidade – conhecer as razões pelas quais menos por menos dá mais.

ANEXOS

Anexo A