PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO E ORIENTAÇÃO
SETOR DE TREINAMENTO E APERFEIÇOAMENTO

ELIANA DER AGOPIAN GUARDIA
MARIA AMÁBILE MANSUTTI
MARIA LÚCIA GALVÃO TRAVASSOS

Colaboração crítica : Sandra Lúcia Barbato

TÍTULO: PROJETO DE CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS, ATRAVÉS DE CURSO OPTATIVO - ENSINO DE 1º E 2º GRAU.

SUBTÍTULO: Matemática para Professores de 1ª a 4ª série do 1º Grau.

DO. Pj 005-1/82
Módulos 1 a 5

Introdução

Ensinar Matemática significa fazer com que os alunos compreendam e elaborem enunciados de um tipo particular. Estes são construídos através do domínio de um conjunto de símbolos, que resultam em um tipo de escrita obtida através da combinação de regras apreendidas intuitivamente ou por construção.

Cabe ao professor das séries iniciais do 1º Grau, explorar com os alunos, situações da vida real - concretas - e mostrar como elas podem ser formalizadas através dos símbolos que compõem o mundo matemático, isto é, ensinar as escritas convencionais e suas significações.

Tomemos duas situações para ilustrar os níveis intuitivo e formal - propriamente matemáticos - de algumas designações matemáticas.

a. O número 5 (cinco):

- para uma criança pode significar coleções de objetos quaisquer, os dedos de uma das mãos, o número de sua casa e outras coisas;

- para o matemático significa uma relação de equivalência que permite construir uma classe, isto é, um conjunto infinito de coleções equipotentes; uma relação de ordem na qual a classe representada por 5, é sucedida por uma outra representada por 5 + 1.

5

b. O sinal + (mais):

- para uma criança pode significar que deve-se "juntar" duas ou mais quantidades;

- para um matemático significa a operação adição que é definida por um conjunto de regras que nos permite escrever:

$$a + b = b + a$$
$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$0 + a = a + 0 = a$$

Através dessas situações pode-se notar que o significado intuitivo que se tem de uma designação matemática, sofre transformações, rupturas, ao passar para uma significação formal.

Ilustraremos tal fato, com mais um exemplo : para uma criança a noção - empírica - de dividir (:) está associada à idéia de repartir, fracionar, obter pedaços de mesmo tamanho ou coleções com a mesma quantidade. Tal noção choca-se, frontalmente, com a noção de dividir por 1/3, que é apresentada à criança como equivalente a multiplicar, triplicar, uma determinada quantidade.

O confronto entre o sentido intuitivo e as regras formais da operação significa, para a maioria dos alunos, uma grande dificuldade,muitas vezes não superada mesmo nas séries finais do 1º Grau.

Fazer os alunos chegarem à compreensão do significado da linguagem matemática é colocá-los diante de situações que lhes permitam transpor essas difi -

7

culdades. Situações que possibilitem, aos alunos, trabalhar com regras, saber o que elas significam e como se interrelacionam. Para tanto, o professor deve dispor de procedimentos metodológicos através dos quais possa apresentar situações - problemas familiares à criança - retiradas do mundo físico - e fazer com que elas as enunciem através de uma linguagem matemática, de tal forma que lhes permita encontrar a solução adequada.

Por outro lado, para que as técnicas metodológicas sejam eficientes, no sentido de ensinar o conteúdo matemático, é necessário que não sejam contraditórias com a teoria propriamente dita.

Nesse sentido, recomenda-se aos professores, que ensinam matemática nas séries iniciais do 1º Grau, conhecerem alguns aspectos teóricos que lhes possibilitam trabalhar com as noções intuitivas dos alunos, no sentido de fazer com que, através de um processo de construções cada vez mais elaborados, eles possam chegar a um nível de maior formalização de cada conceito.

Com o objetivo de oferecer aos professores informações de natureza teórica assim como metodológica, abordaremos cada assunto em duas partes: a primeira que chamaremos por - <u>alguns aspectos teóricos</u> e a segunda <u>sugestão de atividades</u>.

Essas informações serão apresentadas em 5 cadernos assim distribuídos.

Módulo 1 - Introdução
- Considerações sobre o curso

9

- Bibliografia

Mòdulo 2 - Número e Numeração

Módulo 3 - Números Naturais

Módulo 4 - Números Racionais

Modulo 5 - Exercícios para professores

Recomendamos, aos que tiverem interesse em aprofundar seus conhecimentos, a bibliografia apresentada neste caderno.

No **Módulo de nº 5** apresentamos uma ' sequência de exercícios, referentes aos assuntos dos cadernos 2, 3 e 4, para uso exclusivo dos professores.

Considerações sobre o curso

O presente curso destina-se a professores ' de Nível I. O conteúdo abordado, Conjunto dos Números Naturais e Conjunto dos Números Racionais,abrange a maior parte de programações do Nível I. A escolha desse conteúdo foi feita levando-se em consideração os seguintes aspectos:

- esse conteúdo é fundamental para a formalização ' dos futuros conceitos em Campos Numéricos;
- embora esse conteúdo seja desenvolvido durante a maior parte do tempo, é necessário um tratamento' pedagógico adequado, no sentido de formar nos alunos pré-requisitos indispensáveis:
  - esse conteúdo deve ser trabalhado de forma evolutiva nas séries iniciais, dando oportunidade'

para o aluno percebê-lo de forma global, atingindo maior grau de formalização nas séries finais.

Objetivos:

- analisar e avaliar a importância do tema Campos Numéricos, na programação das diferentes séries do Nível I;

- fundamentar teoricamente alguns conceitos referentes ao tema Campos Numéricos, bem como sugerir uma abordagem metodológica adequada à série em que são trabalhados;

- mostrar como os estudos, referentes ao tema Campos Numéricos, realizados em cada uma das séries vão se integrando, até completar-se na 6ª série, quando o conteúdo atinge maior formalização.

Conteúdo:

Módulo 2

A - Número
- Relação de Equivalência e Ordem
- Conjuntos Equipotentes
- Aspecto Ordinal e Cardinal
- Número Natural

B - Sistema de Numeração
- Agrupamentos
- Agrupamentos na Base dez
- Nomenclatura

Módulo 3

A - Conjunto dos Números Naturais
- Conceito
- Representação
- Operações
  - conceito
  - técnica operatória
  - cálculo mental

Módulo 4

A - Conjunto dos Números Racionais
- Conceito
- Representação Fracionária
- Representação Decimal
- Operações com Números Racionais

Módulo 5

- Exercícios referentes ao conteúdo dos módulos 2, 3 e 4.

Bibliografia

COLOMB, Jacques - Apprentissages Mathematiques à L'École Élementarie cicle Preparatoire - SERMAP - OCDL - Paris 1977.

IEZZI, Gelson e outros - Matemática 5ª à 8ª série do 1º Grau - Editora Atual - São Paulo 1981

NETTO, Scipione di Pierro - Pai Matemática 5ª a 8ª série do 1º Grau- Editora Saraiva - São Paulo 1979.

SUBSÍDIOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO GUIA CURRICULAR DE MATEMÁTICA - Álgebra para o 1º Grau - 1ª a 4ª séries - Secretaria do Estado da Educação - São Paulo - CENP 1977.

ZAGO, Antonio Pedro e Chnee, Ludmila - Matemática um ' Processo de Criação- "5ª à 8ª série do 1º Grau. - Editora Nacional - São Paulo 1979.

DAT/DEPLAN 12/Sandra
MARÇO DE 1982.

A3.10.3/9

37

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO E ORIENTAÇÃO
SETOR DE TREINAMENTO E APERFEIÇOAMENTO

ELIANA DER AGOPIAN GUARDIA
MARIA AMÁBILE MANSUTTI
MARIA LÚCIA GALVÃO TRAVASSOS

Colaboração crítica: Sandra Lúcia Barbato

TÍTULO PROJETO DE CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS, ATRAVÉS DE CURSO OPTATIVO - ENSINO DE 1º E 2º GRAUS

SUBTÍTULO Matemática para Professores de 1ª a 4ª s´rie do 1º Grau

DO. Pj 005-1/82
Módulo 2

1. NÚMERO

Um dos objetivos essenciais do ensino da Matemática, nas séries iniciais do 1º Grau, é o de fazer o aluno trabalhar sobre a noção de número natural.

O fato de os alunos saberem contar-"contagem mecânica"- e saberem utilizar os números' para denominarem coleções de objetos, não significa que eles saibam o que é um número - dominem o conceito.

Uma conduta pedagógica adequada consiste em permitir, aos alunos, construírem o conceito de número, partindo de atividades de enumeração, mas ultrapassando-as no sentido de fazer ' com que eles compreendam o aspecto ordinal e cardinal do número.

A noção de ordinal está implícita na ' "contagem mecânica"; a noção de cardinal será ' construída a partir das classes de coleções equipotentes. A união dessas duas noções é constatada pela criança, quando, através de diferentes' atividades, ela percebe que a cada coleção ou classe de coleções ela pode associar um elemento da "contagem mecânica". Dessa coincidência ' nasce a idéia de número natural.

1.1. ALGUNS ASPECTOS TEÓRICOS

RELAÇÃO.

Para compreender o conceito de relação é necessário compreender os conceitos de par ordenado e produto cartesiano.

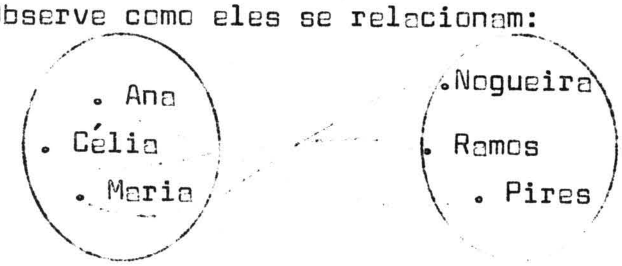
PAR ORDENADO.

Considere um conjunto A de nomes de pessoas e um conjunto B de sobrenomes.

A = Ana, Célia, Maria

B = Nogueira, Ramos, Pires

Observe como eles se relacionam:



Com os elementos desses dois conjuntos podemos formar os pares:

Ana Pires, Célia Ramos, Maria Nogueira

NOTAÇÃO DE PAR ORDENADO

(Ana, Pires) (Célia, Ramos) (Maria, Nogueira)

Escreve-se um elemento do conjunto A (conjunto de partida), comumente representado por X , ao lado de um elemento do conjunto B (conjunto de chegada), comumente representado por Y, entre parênteses e separados por vírgula.

Observe que:

(X , Y) = (Y , X) se X = Y.

PRODUTO CARTESIANO:

Considere os conjuntos:

A = { 1, 3, 5 }

B = { 0 , 2 }

Construindo todos os pares ordenados com os elementos de A e B teremos:

(1, 0), (1, 2), (3, 0), (3, 2), (5, 0), (5, 2)

Notação A X B

Lê-se A cartesiano B ou A por B.

Observe que:

- A X B ≠ B X A
- o número de elementos de A cartesiano B é o produto do número de elementos de A pelo número de elementos de B.

DIAGRAMA SAGITAL DO PRODUTO CARTESIANO

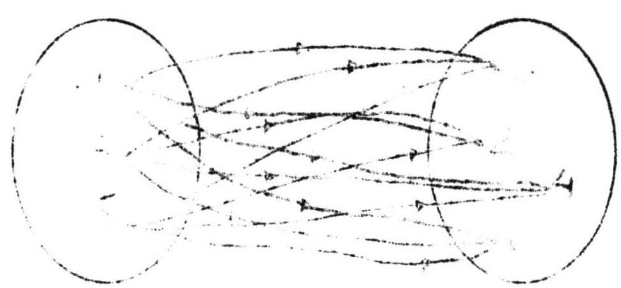
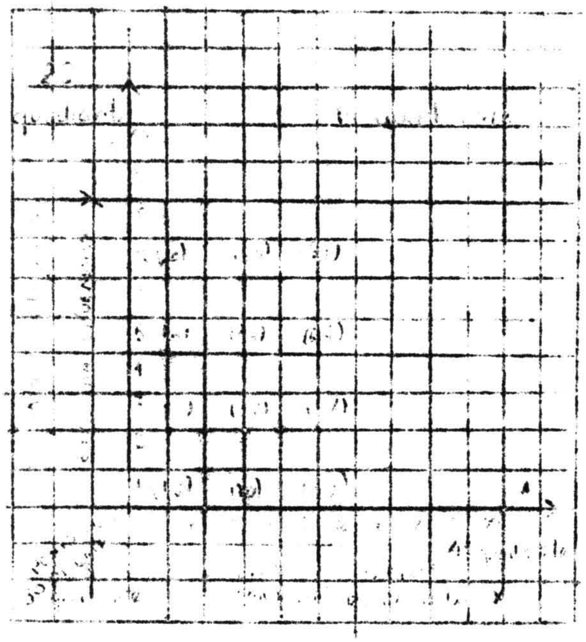


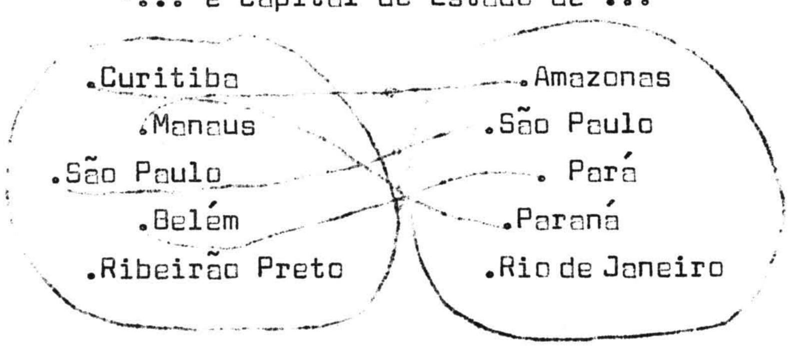
GRÁFICO DO PRODUTO CARTESIANO



DETERMINAÇÃO DE UMA RELAÇÃO

No diagrama abaixo estão traçadas flechas de A para B ligando os elementos que tornam verdadeira a sentença:

"... é capital do Estado de ..."



O conjunto formado por esses pares ordenados determinam uma relação de A em B que chamamos de conjunto R.

Uma relação é determinada por:

- uma sentença aberta com duas variáveis

Ex.: "... é capital do Estado de ..."

- um conjunto de partida A.
- um conjunto de chegada B.

A primeira variável deve ser preenchida com um elemento do conjunto de partida e a segunda variável com um elemento do conjunto de chegada, de modo a tornar a sentença verdadeira.

Uma relação é um subconjunto de um produto cartesiano por isso ela é representada tanto em diagrama sagital como em gráfico cartesiano.

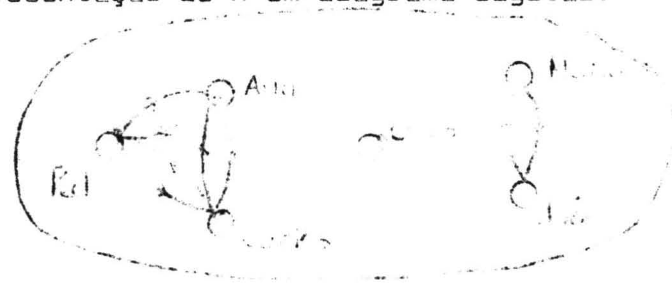
Chama-se relação R de A em B qualquer ' subconjunto de A X B.

Numa relação pode ocorrer que o conjunto de partida seja igual ao conjunto de chegada. Nesse caso R é uma relação de A em A.

R é subconjunto de A X A.

Ex.: "... tem a mesma idade que ..."

representação de R em diagrama sagital:

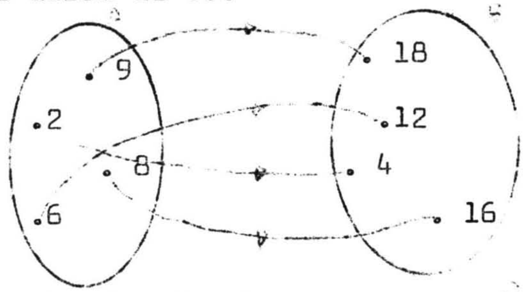


R = {(Ana, Ana), (Ana, Carlos), (Ana, Pedro), (Pedro, Pedro), (Pedro, Carlos), (Pedro, Ana), (Carlos, Carlos), (Carlos, Ana), (Carlos, Pedro), (Celso, Celso), (Maria, Maria), (Maria, João), (João, João), (João, Maria)}.

RELAÇÕES INVERSAS

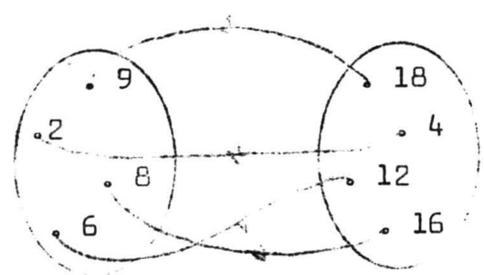
Observe o diagrama abaixo.

Nele estão traçadas flechas que representam a relação R de A em B definida por: "... é o dobro de ..."



R = {(2, 4), (9, 8), (8, 16), (6, 12)}

Invertendo o sentido das flexas acima teremos:



As flexas invertidas representam a relação inversa de R. que chamaremos de relação S.

R e S são relações inversas.

DIFERENTES TIPOS DE RELAÇÕES.

Considere a relação R "...tem a mesma idade que ..." apresentada no exemplo anterioe.

Note que:

1. Cada elemento de A está relacionado consigo mesmo.

Ex.: $\circlearrowleft$ Ana lê-se: "Ana tem a mesma idade que Ana"

Neste caso dizemos que R é uma relação reflexiva.

> Uma relação R em A é reflexiva se, e somente se, para todo X $\in$ A tem-se $(X, X) \in A$.

2. Existe uma flexa relacionando um elemento de A (X), com outro elemento de A (Y) e outra flecha relacionando Y com X.

Ex.: Maria $\rightleftarrows$ João

lê-se: "Maria tem a mesma idade que João". e "João tem a mesma idade que Maria".

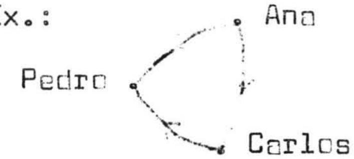
Neste caso dizemos que R é uma relação simétrica.

> Uma relação R em A é simétrica se, e somente se, para todo X, Y $\in$ A (X, Y) $\in$ R então (Y , X) $\in$ R.

3. Existe uma flecha relacionando:
- um elemento de A, no caso X, com outro elemento de A, no caso Y;
- um elemento de A, no caso X, com outro elemento de A, no caso Z.

Existe uma flexa relacionando A com Z.

Ex.:



lê-se:

"Ana tem a mesma idade que Carlos".

"Carlos tem a mesma idade que Pedro".

Logo,

"Ana tem a mesma idade que Pedro".

Neste caso dizemos que R é uma <u>relação transitiva</u>.

> Uma relação R em A é transitiva se, e somente se, para todo X, Y, Z $\in$ A, (X , Y) $\in$ R e (Y , Z) $\in$ R, então, (X , Y) $\in$ R.

RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA

Se uma relação R em um conjunto A tiver as propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva, então dizemos que R é uma relação de equivalência.

Uma relação de equivalência sobre um conjunto A dá origem a uma partição em A da qual resultam as classes de equivalência.

Seja R a relação

"... mora na mesma rua que ..."

RELAÇÃO ANTI-SIMÉTRICA

Considere a relação R "... é divisor de ..." no conjunto N (conjunto dos números naturais).

Neste caso a relação R é anti-simétrica

pois para qualquer valor que se atribua ao par ordenado (a , b) sendo a ≠ b nunca se verificará (a , b) ∈ R e (b , a) ∈ R.

Uma relação R em A é anti simétrica se, e somente se, para todo X, Y ∈ A, (X , Y) ∈ R e (Y , X) ∈ R se X = Y.

RELAÇÃO DE ORDEM

Se uma relação R em um conjunto A, tiver as propriedades reflexiva, anti-simétrica e transitiva então dizemos que R é uma relação de ordem em A.

CORRESPONDÊNCIA TERMO A TERMO - BIJEÇÃO E EQUIPOTÊNCIA.

A correspondência termo a termo está ligada à noção de bijeção.

Chama-se bijeção de A em B, uma relação que a todo elemento de A associa um, e um único elemento de B e que a todo elemento de B associa um único elemento de A.

Se existe uma bijeção entre os conjuntos A e B, dizemos que eles são conjuntos equipotentes. O que na prática é traduzido pelo fato de A e B terem o mesmo número de elementos.

Se A e B são conjuntos equipotentes podemos dizer que existe uma relação de equivalência entre eles.

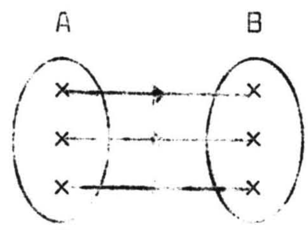
Essa relação é:

- reflexiva
- simétrica
- transitiva

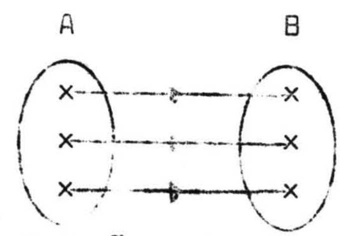
A noção de cardinal (nº de elementos) é definida por:

card de A = card de B se e somente se A é equipotente à B.

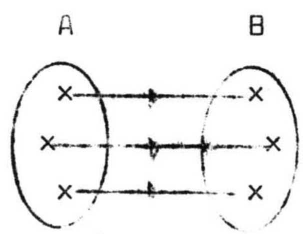
Esquematicamente:



Bijeção de A em B



Bijeção de B em A.



Correspondência termo a termo entre A e B ou entre B e A.

ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE ESSES CONCEITOS:

A correspondência termo a termo é um procedimento de comparação de conjuntos. Ela supõe' inicialmente uma correspondência manipulada que pode proceder-se de diferentes formas, para os alunos, tais como:

- conjuntos com menos de 6 elementos - percepção direta ou enumeração com o auxílio da sequência numérica memorizada mecânicamente;
- conjuntos entre 6 e 15 elementos - estabelece-se a correspondência (aproximação ou traços) de um elemento com outro elemento;
- conjuntos com mais que 15 elementos - estabelece-se a correspondência entre sub conjuntos equipotentes (correspondência entre agrupamentos com a mesma quantidade).

A correspondência entre conjuntos conduz os alunos a constituírem as classes de coleções equipotentes das quais surgirá a idéia de número natural - aspecto cardinal. Posteriormente, essa mesma comparação de coleções vai permitir a definição de uma ordem no conjunto das classes. (aspecto ordinal do número natural).

Como orientar um procedimento metodológico para trabalhar esses conceitos ?

- a "reflexividade" para os alunos aparece como constatação intuitiva de permanência dos seres matemáticos.
- a simetria e a não simetria deverão ser tratadas apenas a nível da linguagem espontânea, todas as vezes que são empregadas expressões tais como:

" A tem o mesmo nº de elementos que B " ou " B tem o mesmo nº de elementos que A ". Por outro lado , a relação:..."tem mais que..." deve ser objeto de um trabalho sistemático pois é a partir dela que vai-se definir a relação de ordem em N.
- a transitividade da equipotência deverá ser também sistemáticamente verificada através do procedimento da correspondência termo a termo, economizando-se algumas manipulações.

As atividades de correspondência termo a termo reportam-nos a um problema mais geral estudado exaustivamente, por Piaget - a conservação das quantidades descontínuas. Segundo ele essa aquisição começa a se ensinuar prossessivamente , no período pré-lógico da seguinte forma:
- próximo aos 7/8 anos - quantidades descontínuas
- entre 8/12 anos - quantidades contínuas.

Observando-se o trabalho de uma criança que compara, coleções de objetos, nota-se que em uma determinada idade, algumas das qualidades, tais como: cor, tipo de material, espaço ocupado, são privilegiadas, em detrimento de uma apreensão da quantidade de elementos (cardinal).

É bastante divulgada a experiência na qual se pede à criança para colocar, diante de uma fileira de botões, uma outra com a mesma quantidade. Ao modificar-se o aspecto de 1ª fileira (afastando-se os objetos, uns dos outros) a criança, por volta de 6 anos, dificilmente percebe que a equipotência continua. Segundo Piaget o início da conservação de quantidade é marcado pelo aparecimento da possibilidade de pensar que a operação, através da qual se modificou a 1ª fileira, pode ser realizada em sentido inverso - isto é, é reversível, e pode nos levar ao ponto de partida, quando as duas fileiras estavam na mesma disposição. Nas atividades de correspondência pretende-se que as crianças cheguem a perceber a equipotência entretanto, elas dependem de um pré-requisito que supõe a conservação de quantidades descontínuas. Essa passagem, de acordo com o autor, é uma etapa genética e não depende de aprendizagem.

As etapas pelas quais as crianças compreendem a noção de equipotência parecem ser:

1º - compreender a existência de unidades discretas de uma coleção;

2º - estabelecer correspondência com unidades de outra coleção;

3º - examinar essa correspondência expressando-a através da linguagem.

1.2. SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Sequências: exercícios com regras

a- Sequência de ruídos diferentes

Exemplos:

-bater 1 vez palma e 2 vezes sobre a mesa;

-bater 2 vezes palmas e 2 vezes sobre a mesa;

-bater 3 vezes palmas e 3 vezes sobre a mesa, etc...

pede-se que a criança reproduza várias vezes , cada uma das sequências, uma por vez.

b -Sequência de ruídos idênticos, com duração diferente:

-produzir sons com instrumentos musicais improvizados: côco, pandeiro, chocalho, etc...

c -Sequência de ruídos diferentes, com duração diferente.

d -Sequência de contas ou botões coloridos

-vermelho, azul, amarelo, vermelho...

-vermelho, vermelho, azul, vermelho...

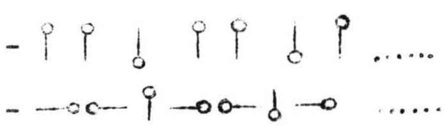
pedir para a criança continuar

e -Sequência

-amarelinha: pular 2, 1, 2, 1, 2, 1, etc...

- movimento de braços - levantar os braços bater duas vezes palmas em cima e uma vez com os braços abaixados.

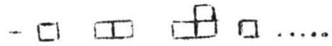
f -Sequência com palitos de fósforo



g -Sequências gráficas para completar:

- ⊥ T ⊥ T .....

- ⊔ ⊓ ⊔ ⊓.....

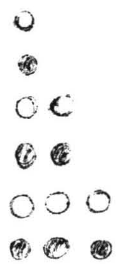
- 

h-Sequências gráficas para completar:

- 
- 
- 

i-Transposição de sequências gráficas

-  ... para:

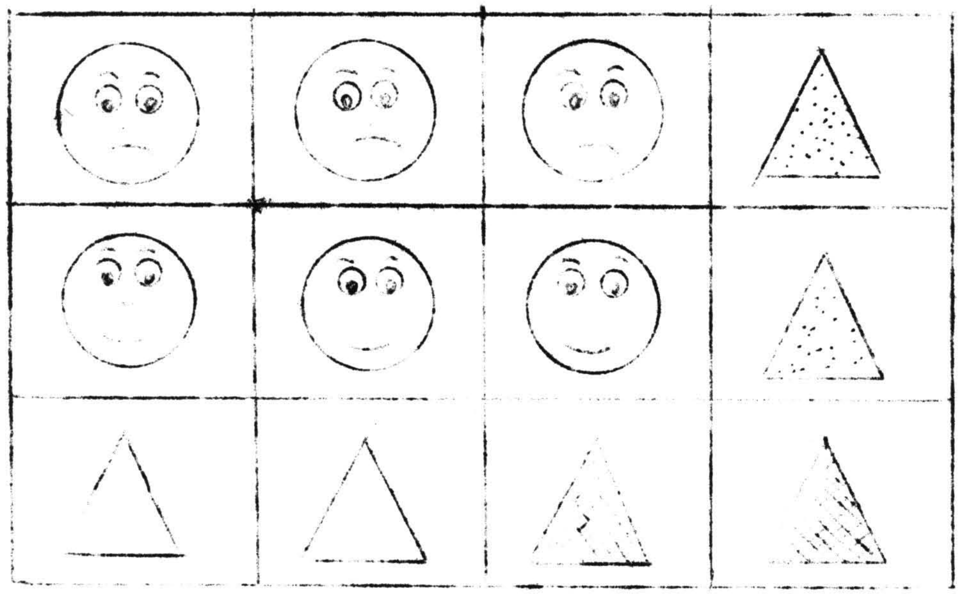


-  para: 

Obs.: É importante que as crianças criem, livre - mente, atividades de sequência de todos os tipos.

CLASSIFICAÇÃO E ORDEM

a) Entregar para cada aluno uma ficha mimeografada como a que segue.



Pedir para eles recortarem e montarem as diferentes figurinhas de palhaços. Eles poderão colorir como quiserem.

Dizer para eles arrumarem as figurinhas em envelopes. Deverão ficar no mesmo envelope figurinhas que tenham pelo menos uma coisa parecida.

Possibilidade de formar envelopes:

- três envelopes - pelos tipos de chapéis;
- dois envelopes - pelos tipos de caras.

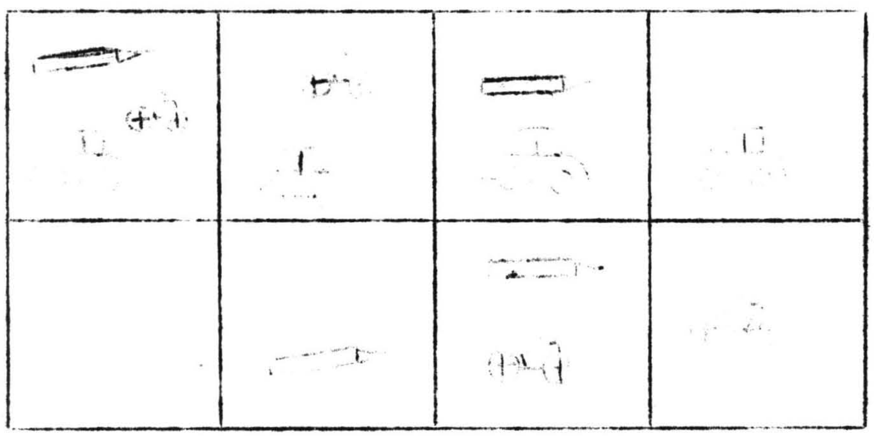
b) Atividade em grupo:

Pedir para os alunos trazerem recortes de revistas sobre animais, veículos, flores, alimentos, etc ...

Dar uma folha de papel para cada grupo. Eles deverão colar as figuras parecidas de tal forma que possam "batizar" dar um único nome para o cartaz que valha para todas as figuras que estão coladas.

c) Entregar para os alunos uma folha mimeografada da seguinte forma:

"Os Presentes"

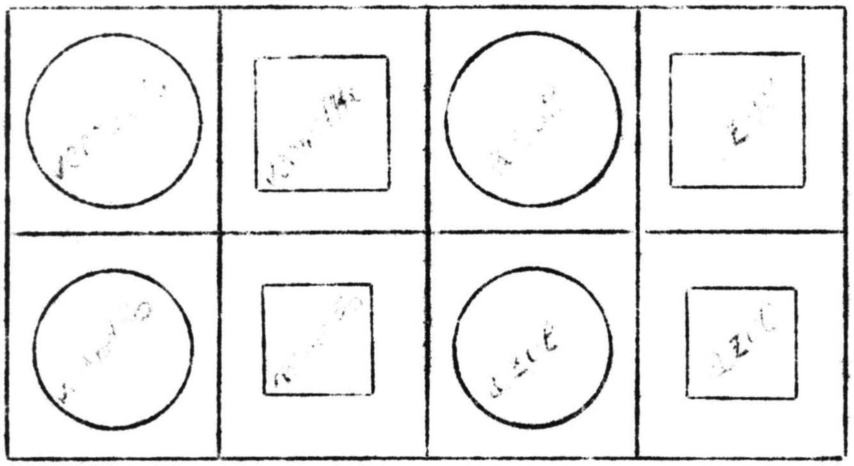


Pedir para as crianças colorirem como quiserem e em seguida recortarem formando figurinhas.

Arrumar as figurinhas segundo a ordem " do presente que" "...vale mais que..."

d) Utilizando o mesmo material da atividade anterior pedir para os alunos estabelecerem uma rela -

ção com o seguinte material:



pedir para os alunos pintarem nas cores indicadas e recortarem formando figurinhas.

A partir da relação estabelecida com o outro material, arrumar este material segundo a ordem: "...vale mais..."

Obs.: Observar os diferentes níveis de concretização.

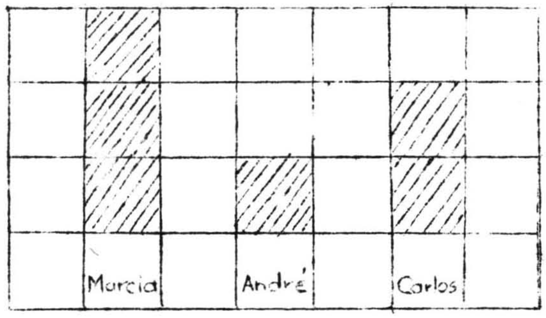
CORRESPONDÊNCIA

a) Fazer corresponder a cada espaço da caixa : um lápis, ou um ovo, ou uma garrafa etc...

b) Distribuir fichas azuis e vermelhas, para ' alunos diferentes e pedir que descubram uma maneira para verificar qual a cor da ficha' que existe em maior número, sem contar.

c) Fazer histogramas para grupos de alunos representando: número de animais de cada criança, número de irmãos de cada criança. Utilizar papel quadriculado de 1 cm:

Ex.: Animais das crianças deste grupo:



Obs.: Cada atividade deve ser explorada através do diálogo entre professor e alunos, sem que o primeiro tente fixar um vocabulário específico.

- Expressões que poderão ser utilizadas durante as explorações: "... tem mais que...", "...tem menos que...", "...tem tanto quanto..."

d) Comparar duas diferentes coleções de objetos.

Ex.: palitos e sementes, para verificar se têm a mesma quantidade ou quantidades diferentes.

Obs.: verificar a existência ou não da simetria.

e) Comparar três diferentes coleções de objetos.

Ex.: palitos, sementes e tampinhas para verificar se têm a mesma quantidade ou quantidades diferentes.

Obs.: verificar a existência ou não da transitividade.

f) Construir coleções com a mesma quantidade de elementos - coleções equipotentes.

g) Dar uma folha mimeografada com aproximadamente 20 desenhos de coelhos para um grupo e outra com aproximadamente 20 cenouras para outro grupo. Pedir para descobrirem se há mais cenouras ou coelhos, sem contar.

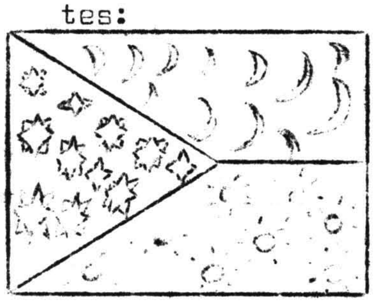
Obs.: O aluno poderá efetuar a comparação através de traço, cruz ou índice (números) ou ainda através de agrupamentos.

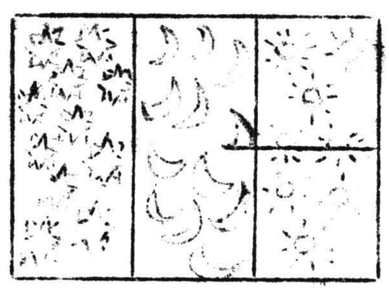
h) Fazer o exercício anterior com números diferentes só que agora o 1º grupo não poderá levar sua folha para conferir. Como poderá fazer ?

Obs.: necessidade de utilizar agrupamentos ou material intermediário.

i) Descobrir se há mais estrelas, luas ou sois.

Exercícios gráficos com disposições diferentes:

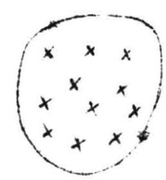




NÚMERO

a) reunir diferentes objetos: borracha, lápis, clips apontadores, em sacos plásticos, separando-os ' por tipos. Os sacos deverão ter diferentes quantidades de objetos.
   - ordenar os sacos colando-os com durex na borda da lousa.

b) O mesmo material da atividade anterior só que' agora formando alguns sacos com a mesma quantidade de objetos e outros com quantidades diferentes.
   - seguindo a ordem: "...tem tanto quanto...", colocar os sacos, com a mesma quantidade de objetos, dentro de uma mesma caixa.
   - ordenar as caixas;
   - descobrir uma maneira para designar (representar cada caixa).

   Ex.: designação do número onze 11 ou 

Obs.: Note-se que as atividades propostas não ' limitam o número de elementos das coleções. ' As quantidades propostas poderão ' acompanhar a contagem de rotina.

2. NUMERAÇÃO

O tema numeração trata do problema da escrita dos números. Para tanto deve-se organizar um sistema de sinais orais ou escritos que permita:

- escrever um nº de maneira única e cômoda usando um nº de sinais não muito grande para facilitar a memorização;
- o tamanho das escritas não deve ser difícil à sua leitura;
- comparar os números diretamente a partir de suas escritas;
- efetuar operações a partir de regras simples.

Abordaremos esse tema mostrando como o professor poderá levar o aluno a criar escritas com regras, a partir de atividades de agrupamentos e trocas - via clássica da construção da numeração.

Ex.: dada uma coleção de objetos, procurar-se-á escrever seu cardinal, utilizando regras de agrupamento e trocas sucessivas. Após, esta etapa, haverá uma segunda onde será proposto um trabalho sobre a sequência dos números.

2.1. ALGUNS ASPECTOS TEÓRICOS

Sistema de Numeração Decimal de Posição.

Antes da escrita do número, supõe-se que haja uma atividade de enumeração (contagem) organizada que leve a construir agrupamentos sucessivos. Construindo o agrupamento é possível contar' cada categoria (ordem) e transcrever com símbolos os resultados.

Assim, dizemos que os elementos de uma coleção são:

2 centenas, 3 dezenas e 8 unidades, e escrevemos em nosso sistema decimal 238 que lemos como: duzentos e trinta e oito.

Na escrita do número os coeficientes das potências das bases permanecem enquanto estes são representadas pela posição dos coeficientes. Ex : no nº 238

- 2, 3, 8 são os coeficientes;
- a base é dez;
- as potências são: 10^2, 10^1, 10^0 (de acordo com os coeficientes) então: $(2 \times 10^2) + (3 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$

BASES

A partir de algumas das características da numeração decimal, pode-se construir numerações em bases diferentes de dez. Trata-se de um artifício pedagógico, utilizado por muitos professores, para evidenciar a característica posicional de nossa numeração e permite que os alunos manipulem apenas as regras, uma vez que não podem escrever ou ler um ' número, imediatamente, pela intuição ou memorização. Por isso, trabalharão o número apenas através da construção e análise.

Se, por exemplo, trabalhamos com a base 3, três sinais serão necessários para representar ' qualquer número. Esses sinais poderão ser os algarismos (0, 1, 2), três letras ou três símbolos ' quaisquer.

Se pela decomposição encontramos:
- uma unidade
- dois agrupamentos de 3ª ordem

temos o nº 201 base três.

É possível encontrar rapidamente a escrita desse número na base 10.

$(2 \times 9) + (0 \times 3) + 1 = 19.$

Inversamente, é possível escrever, na base 3, um nº escrito na base 10.

Ex.: 49 unidades:

$49 = (16 \times 3) + 1 \longrightarrow 1$ é o algarismo ' da unidade.

$16 = (5 \times 3) + 1 \longrightarrow 1$ é o algarismo ' da 2ª ordem.

$5 = (1 \times 3) + 2 \longrightarrow 2$ é o algarismo ' da 3ª ordem.

$\longrightarrow 1$ é o algarismo ' da 4ª ordem.

89

de onde obtemos a decomposição

$49 = (1 \times 3^3) + (2 \times 3^2) + (1 \times 3) + 1$

que origina a escrita

12 11 base três

A técnica das divisões sucessivas é generalizável para qualquer transposição da base 10 para outras bases.

Assim sendo pode-se afirmar que em nosso sistema de numeração acontece:

- uma sucessão de divisões por um mesmo nº, que será o 10 (sistema decimal);
- uma escrita posicional, onde os restos sucessivos das divisões pela base, são escritos em uma ordem convencional, começa-se escrevendo o coeficiente da maior potência da base e assim sucessivamente da esquerda para a direita.

DECOMPOSIÇÃO

É comum adultos e crianças utilizarem a contagem oral da numeração, isto é uma sequência ordenada de palavras, que são memorizadas com certa facilidade pelas crianças. A enumeração consiste em associar a cada objeto de uma determinada coleção, um elemento da contagem de rotina. Esse procedimento, que consiste em separar a coleção em unidades distintas, depende apenas de uma boa memorização da contagem de rotina. Entretanto, este é um procedimento limitado para a real compreensão do sistema de numeração.

Uma outra solução consiste em compreender ' as regras que permitem, a partir de um nº finito de símbolos, construir por justaposição e repetição, ' uma sequência infinita de escritas. Através delas é possível descobrir qual é o "seguinte" dado qualquer número da sequência. Para se dominar este novo procedimento é preciso memorizar em nº finito de símbolos e regras de passagem, de uma escrita à fim de poder escrever toda uma sequência.

No nono sistema de numeração, os símbolos ' são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e a partir deles ' obtemos sequências das escritas dos nºs em um sistema posicional de numeração na base dez.

Embora os alunos adquiram, no decorrer de atividades de numeração, uma prática que os leva a' um bom desempenho, convém salientar alguns aspectos complexos das regras do sistema de numeração, que muitas vezes passam desapercebidas pelos professores.

Uma das dificuldades encontradas é em relação a numeração falada que obedece a regras diferentes daquelas da numeração escrita, mesmo que não nos demos conta desse fato.

Com efeito, tais anomalias podem se constituir em obstáculos a compreensão real dos alunos.

1º Caso

Escreve-se 21 e lê-se vinte e um.(acréscimo do e).

2º Caso

Escreve-se 2003 e lê-se dois mil e três (omissão da leitura da 3ª e 4ª ordem)

3º Caso

Os números maiores que 1000 na numeração falada são lidos na base 10 e na base 1000.

Exemplo:

36 702 594 lê-se:

- trinta e seis (como se não houvesse continuação) e em seguida milhões
- setecentos e dois mil
- quinhentos e noventa e quatro

que corresponde à decomposição.

$(36 \times 10^6) + (702 \times 10^3) + 594$ ou

$(36 \times 10^3)^2 + (702 \times 10^3) + 594$

mil aparece como uma nova base mas, utilizando-se sempre, da base 10 para escrever os coeficientes da potências de mil.

Este último caso traz como consequência, problemas na comparação oral de números com muitos algarismos. Enquanto a comparação oral entre os números com poucos algarismos se faz com recurso na contagem de rotina, a comparação entre números com muitos algarismos se faz pela comparação das potências da base e seus coeficientes. As dificuldades encontradas, pelos alunos, não se limitam a problemas de leitura ou escrita mas, tem a ver com o funcionamento das regras do código oral e do código escrito.

Se por um lado os professores trabalham o código escrito, por outro lado o código oral parece ser sempre pressuposto como adquirido apenas pela memorização do aluno.

É necessário conhecer a numeração falada não apenas como um simples exercício de leitura da numeração escrita mas como um sistema que tem regras próprias e que deve ser objeto de aprendizagem específica.

Durante o estudo da numeração, o professor deve verificar se os alunos estão dominando as regras da numeração de posição. Isto é mais importante do que a habilidade mecânica de escrever números. É com esse objetivo que sugerimos o estudo da numeração em diferentes bases, sem perder de vista que o fim último é a compreensão da base 10.

Um outro ponto a ser considerado, no estudo da numeração, é que embora as atividades de manipulação sejam importantes como pontos de apoio, é necessário que elas, depois de algum tempo, sejam substituídas por atividades que não requeiram objetos ou desenhos; estamos nos referindo ao trabalho das escritas que designam os números. Por outro lado, o professor poderá recorrer ao suporte concreto, no decorrer de todas as séries iniciais, sempre que isso for necessário.

Consideradas as observações comentadas até este ponto, conclui-se que o estudo da numeração levará a criança a distinguir o número escrito e o número oral e a auxiliará a construir a sequência ordenada dos números, aplicando a regra "juntar 1".

O trabalho descrito na parte 1 deste caderno - número - possibilita aos alunos construirem coleções equipotentes e a classificar essas coleções utilizando, em um primeiro momento, a correspondência termo a termo. A cada classe obtida poderá ser associada uma escrita que poderá ser:

- canônica ex: 2, 50, 106
- em forma de soma 4 + 2, 5 + 3 + 9

resultantes de atividades de enumeração de partições.

Em um segundo momento, as crianças constatam que podem classificar as coleções, comparando diretamente as escritas que designam o número de cada uma delas.

Essas escritas são chamadas aditivas ou somas uma vez que nelas aparece, ao menos, um sinal + (mais) excluindo-se os demais sinais das operações.

Utiliza-se a escrita aditiva para números onde se desconhece a escrita habitual. Por isso, esse recurso representa um procedimento simples que permite aos alunos designarem praticamente qualquer número.

O estudo das diferentes escritas de um mesmo número levará ao estudo da numeração, pois a classificação e o arranjo das mesmas implicarão em exercícios de igualdade e ordem no conjunto dos Números Naturais.

O sinal +, apresentado nas escritas, não tem característica operatória, representa apenas uma convenção que ocupa o lugar da vírgula: 5, 6, 7, 8 ou o lugar do e : 5 e 6 e 7 e 8.

A escrita 5 + 6 + 7 + 8 é um simples código e não a indicação de uma operação a ser efetuada . Através de atividades de transformação e redução de escritas os alunos chegarão à escrita mais curta do número.

No registro de escritas equivalentes pode-se introduzir o sinal = (igual).

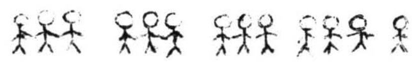
A necessidade de comparar muitas escritas poderá favorecer a técnica das trocas na tabela valor do lugar - ábaco - preparando dessa forma a disposição em colunas que será utilizada nas técnicas operatórias.

ATIVIDADES

Atividades para exercitar a regra das trocas

a) Segundo as regras agrupar de "dois em dois","três em três", tec.... dizer para as crianças formarem grupos que serão os vagões de trem. Para formar o trem serão necessários tantos vagões de acordo com a regra do jogo.

Ex.: grupo de 13 alunos

1º agrupamento em vagões 

2º agrupamentosem trens 

Obs.:fazer a mesma atividade variando a regra.

b) Jogo da fortuna.

Grupos com 4 alunos

Um ou dois dados

fichas de três cores diferentes - azul, laranja, vermelho em quantidades proporcionais a regra do jogo.

Regra do jogo: 3 fichas azuis vale 1 laranja
3 fichas laranjas vale 1 vermelha.

Cada aluno joga um ou dois dados e marca o nº de pontos com as fichas azuis sendo obrigado a fazer as trocas toda vez em que isso for possível.

No final comparando-se as fichas (já trocadas) pode-se saber quem é o vencedor e ordenar os ganhadores.

Obs.: essa mesma atividade poderá ser feita trocando-se a regra para 4, 5, 6, 10 etc.

- Na fase de sistematização dos agrupamentos na base 10, a atividade poderá ser feita substituindo-se as fichas por material dourado.

Após a atividade de ordenação os alunos poderão descobrir qual é a fortuna de todo o grupo, efetuando as trocas necessárias.

c) folha mimeografada com pontos.

regra 5 pontos dentro de uma cerca azul.

5 cercas azuis dentro de uma cerca laranja.

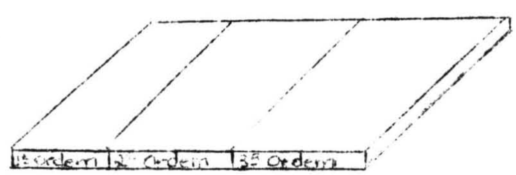
Ex.: Registro no ábaco

Fazer as cercas e registrar as quantidades no ábaco.

A partir de quantidades registradas no ábaco, fazer a representação com pontos.

Neste tipo de atividade é interessante, em cada caso, descobrir o número que vem antes e o número que vem depois.

d) fazer a caixa da numeração:



Trabalhar com as fichas, azul, vermelha, laranja propostas na atividade b;

- registrar quantidades utilizando as fichas e diferentes regras de trocas.

e) Atividades com material dourado.

Obs.: Uma adaptação desse material poderá ser feita em papel.

Para cada aluno poderão ser preparadas em 2 cm. Elas poderão ser coladas em cartolina ou papel grosso, e recortadas de forma a obter 1 centena, (1 quadrado de 20 por 20); 10 dezenas (retângulos de 2 por 20); e algumas unidades (quadrados de 2 por 2).

Esse material poderá ser guardado em envelope. Com ele poderão ser feitas várias atividades de sistematização da numeração decimal tais como:

- jogo da fortuna com um ou dois dados;
- representação de diferentes quantidades;
- atividades na caixa de numeração etc...

Desenhos: Audio-visual do DEPLAN.

107

DATILOGRAFIA, MONTAGEM E DISTRIBUIÇÃO
DEPLAN 12
SERVIÇOS GRÁFICOS - DEPLAN 1
Abril de 1982.

A3.1a3/9

309

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO E ORIENTAÇÃO
SETOR DE TREINAMENTO E APERFEIÇOAMENTO

ELIANA DER AGOPIAN GUARDIA
MARIA AMÁBILE MANSUTTI
MARIA LÚCIA GALVÃO TRAVASSOS

Colaboração crítica: Sandra Lúcia Barbato

TÍTULO: PROJETO DE CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS, ATRAVÉS DE CURSO OPTATIVO - ENSINO DE 1º E 2º GRAU.

SUBTÍTULO: Matemática para Professores de 1ª a 4ª série do 1º Grau.

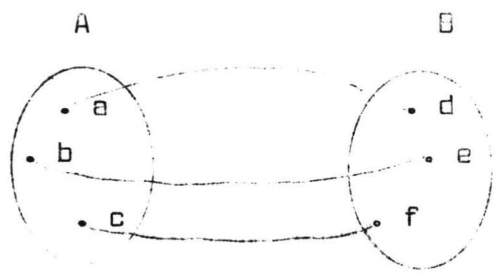
DO. Pj 005-1/82
Módulo 3

1. NÚMEROS NATURAIS

1.1. Alguns aspectos teóricos: O conjunto N.

Aos conjuntos, cujos elementos são números, chamamos conjuntos numéricos.

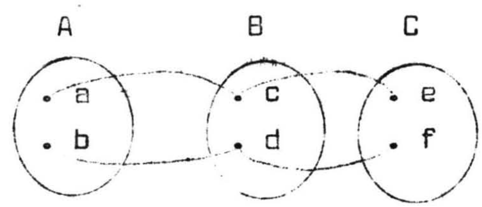
Observe os conjuntos A e B.



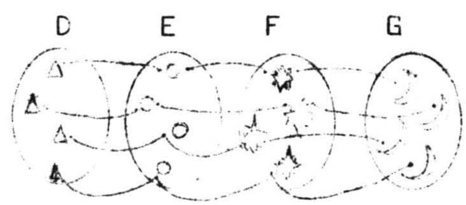
Entre os conjuntos A e B existe uma <u>correspondência biunívoca</u>.

Logo, A e B são conjuntos <u>equipotentes</u>.

Observe as sequências de conjuntos equipotentes:



Os conjuntos A, B e C são equipotentes: a eles está associado o cardinal dois.



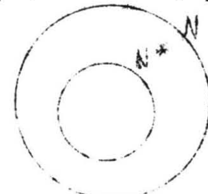
Os conjuntos D, E, F e G são equipotentes: a eles está associado o cardinal quatro.

$H = J = I = \emptyset$ — Os conjuntos H, I, J são equipotentes: a eles está associado o cardinal zero.

Da mesma forma:

a todos os conjuntos equipotentes a:	$\{\ \}$	$\{\square\}$	$\{\Delta, \square\}$	$\{\Delta, \square\ *\}$	$\{\Delta, \square *, \supset\}$
associamos número	0	1	2	3	4

Ao conjunto de todos esses números damos o nome de <u>Conjunto dos Números Naturais</u>, que se representa por N.



$N = \{0, 1, 2, 3, 4 \ldots.\}$

$N^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots.\}$

<u>Propriedades do Conjunto N.</u>

<u>- N é infinito.</u>

É sempre possível acrescentarmos um elemento a um dado conjunto, alterando-lhe o cardinal.

Esse processo pode refletir-se indefinidamente sendo representado no conjunto N pelas reticências finais:

$N = \{0, 1, 2, 3, \ldots., n, n+1 \ldots\}$

- N é ordenado pela relação:

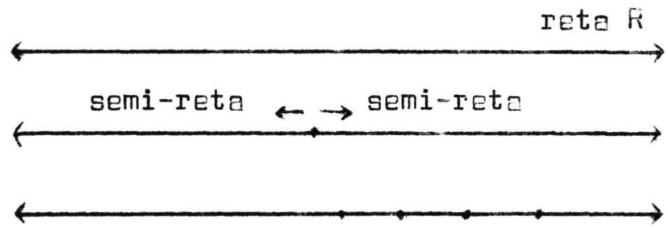
"a é menor ou igual a b" sendo a e b números naturais. Propriedades:

- reflexiva
- anti-simétrica se $5 \leqslant 6$ então $6 \geqslant 5$
- transitiva se $5 \leqslant 6$ então $5 \leqslant 7$ e $6 \leqslant 7$

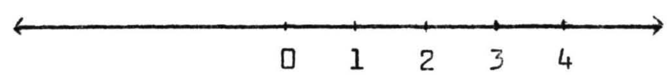
A representação geométrica do conjunto N.

Os números naturais podem ser representa- numa reta.

Observe:



A cada ponto da reta atribuiremos um número natural.



e assim sucessivamente:

obteremos a reta numérica de N. onde cada número natural é representado por um ponto da reta, que é chamado imagem geométrica do número.

Subconjuntos do conjunto N.

$N^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$ conjunto dos núneros naturais não nulos.

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10...\}$ conjunto dos números naturais ' que são pares.

$B = \{0, 5, 10, 15, 20,...\}$ conjunto dos números naturais ' que são múltiplos de 5.

Observação:

Em muitos exercícios de Matemática, os números naturais são representados por letras minúsculas.

1º exemplo:

- Se a letra X representa um número natural escrevemos : $X \in N$
- Se $X < 5$, podemos afirmar que X poderá representar os números 0, 1, 2, 3 ou 4. Por isso, chamá-lo-emos de conjunto A dos números menores que 5. Assim sendo escreveremos:

  $$A = \{ X \in N \mid X < 5 \}$$

  Lemos: X pertence a N tal que X menor que 5.

2º exemplo:

- X representa um número natural maior que 4 e me

...or que 9. Por isso, chamá-lo-emos de conjunto B.

$$B = \{X \in N \mid 4 < X < 9\}$$

Lemos: X pertence a N tal que X é maior que 4 e X é menor que 9.

Logo X poderá representar os números 5, 6, 7 ou 8.

3º exemplo:

- X representa um número natural maior ou igual a 3. Por isso, chamá-lo-emos de conjunto C.

$$C = \{X \in N \mid X \leq 3\}$$

Lemos: X pertence a N tal que X é menor ou igual a 3.

Logo, poderá representar os números 0, 1, 2 ou 3

OPERAÇÕES

Conceito de operação:

Estamos familiarizados com as operações de adição e multiplicação de números, união e intersecção de conjuntos. Essas operações são indicadas assim: $a + b = c$, $a \cdot b = d$, $A \cup B = C$, $A \cap B = D$.

Em cada situação, um elemento (c, d, C ou D) é atribuído a um par original de elementos. Isto é, em cada uma destas operações o que fazemos é associar a cada par de elementos (a e b, A e B) um terceiro elemento. Em outras palavras, existe uma função que atribui um elemento a cada par ordenado de elementos.

Mais precisamente, podemos definir:

Chama-se <u>operação f</u> definida sobre um conjunto A, uma função f do produto cartesiano A X A em A.

Portanto, uma operação f, definida sobre um conjunto A, faz corresponder a todo elemento (a,b) $\in$ A X A um <u>único</u> elemento c $\in$ A.

Note que, pode ser uma operação com dois termos <u>a</u> e <u>b</u>, elementos do conjunto A, f é uma <u>operação binária</u>, e como resultado <u>c</u> também é elemento de A, f é uma <u>operação interna</u>. Portanto, dizemos que uma operação f definida sobre um conjunto A é também uma <u>lei de composição interna</u>.

<u>Adição em N</u>

Reunir dois conjuntos A e B significa formar o conjunto A U B cujos elementos estão em A <u>ou</u> em B. Neste caso, realizamos a operação <u>união</u> (ou <u>reunião</u>) entre os conjuntos A e B.

Outra operação com conjuntos é a <u>intersecção</u>. Dados dois conjuntos A e B, obtemos o conjunto A $\cap$ B cujos elementos estão em A <u>e</u> em B.

Agora, vamos estudar algumas operações com <u>números</u> naturais. Inicialmente, veremos a <u>adição</u>.

<u>Exemplo</u>: Sejam os conjuntos

$A = \{b, c, d\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

Note que $A \cap B = \emptyset$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$

O conjunto de A tem três elementos, o conjunto B tem cinco elementos. O número de elementos de A U B é oito.

O número 8 é chamado soma de 3 e 5 e indica-se por $\boxed{3 + 5 = 8}$

Portanto, ao par ordenado de números naturais (3, 5) associamos o número natural 8.

Generalizando, temos que, a operação adição é aquela que ao par (a, b) de N X N associa um elemento c de N, de tal forma que a, b e c sejam os números de elementos de A, B e A U B, respectivamente e sendo A e B dois conjuntos disjuntos quaisquer (isto é, $A \cap B = \emptyset$)

Notação: Indicamos a adição por a + b = c, onde a e b são as parcelas, c é a soma e + (mais) o sinal da operação.

Propriedades da adição

Para todo número natural a, b e c, temos:

Comutativa: a + b = b + a

Associativa: (a + b) + c = a + (b + c)

Elemento Neutro: a + 0 = 0 + a = a

Observe que a adição é fechada em N; isto significa que a soma de dois números naturais quaisquer é sempre um número natural.

Multiplicação em N

Exemplo: Sejam os conjuntos

A = {b, c, d} com três elementos, e
B = {a, e} com dois elementos.

Efetuando o produto cartesiano de A por B, obtemos:

A X B = {(b, a), (c, a), (d, a), (b, e), (c, e), (d, e)} com seis elementos.

O número 6 é chamado produto de 3 e 2 e indica-se por 3 X 2 = 6.

Portanto, ao par ordenado de números naturais (3, 2) associamos o número natural 6.

Generalizando, temos que, a operação multiplicação é aquela que ao par (a, b) de N X N associa um elemento p de N, onde a, b e p são os números de elementos de A, B e A X B, respectivamente, sendo A e B conjuntos quaisquer.

Notação: Indicamos a multiplicação por a x b = p (ou a . b = p), onde a e b são os fatores, p é o produto e X (ou .), vezes, o sinal da operação.

Propriedades da multiplicação:

Para todo número natural a, b e c, temos:

Comutativa : a X b = b X a

Associativa : (a X b) X c = a X (b X c)

Elemento Neutro : a X 1 = 1 X a = a

<u>Distributiva em relação à adição:</u>

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$
$$e \ (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

<u>Distributiva em relação à subtração:</u>

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$
$$e \ (b - c) \times a = (b \times a) - (c \times a)$$

A multiplicação é fechada em N: o produto de dois números naturais quaisquer é sempre um número natural.

<u>Observação</u>: Para a operação de multiplicação, o zero é elemento <u>absorvente</u>, pois, para qualquer número <u>a</u> de N temos:

$a \times 0 = 0 \times a = 0$

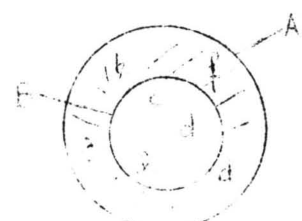
Analogamente, a título de ilustração , para a operação intersecção, o conjunto vazio é absorvente, pois $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$, qualquer que seja o conjunto A.

<u>Subtração em N:</u>

Seja o conjunto A = {b, c, d, f, g, h, j} e seja B um subconjunto de A, tal que B = {c, d, h} , o conjunto complementar de B, que designaremos por $\overline{B}$ é o conjunto de todos os elementos que pertencem a A mas que não pertencem a B.

$\overline{B}$ = {b, f, g, j}

Em diagrama, temos:



Observemos que: $\overline{B} \cap B = \emptyset$ e $\overline{B} \cup B = A$

O número de elementos de A é sete, o número de elementos de $\overline{B}$ é quatro, o nº de elem. de B é 3.

O número 4 é chamado diferença entre 7 e 3 e indica-se 7 - 3 = 4

Portanto, ao par ordenado (7, 3) de N X N associamos o número natural 4.

Se supusermos, agora, que o par seja (3,7), existe algum elemento de N ao qual podemos associá-lo ?

Evidentemente não.

Temos, então, que ver para que elementos (a, b) de N X N, existe $d \in N$, tal que a - b = d. Neste caso, consideraremos apenas os pares ordenados (a, b) para os quais <u>a</u> é maior ou igual a <u>b</u>, isto é $a \geqslant b$.

Podemos dizer, também, que a subtração é aquela que a cada par (a, b) de N X N; tais que $a \geqslant b$, associa um elemento <u>d</u> de N, de tal forma que d + b = a.

<u>Notação</u>: Indicamos a subtração por a - b = d, onde <u>a</u> é o 1º termo, <u>b</u> o 2º termo e $a \geqslant b$; <u>d</u> é a diferença e - (menos) o sinal.

Na subtração, não se verificam as proprie-

... comutativa: $a - b \neq b - a$; associativa: $(a - b) - c \neq a - (b - c)$ e elemento neutro $a - 0 \neq 0 - a$.

A subtração não é fechada em N; isto significa que nem sempre a diferença de dois números naturais quaisquer é um número natural. Temos que observar a restrição $a \geq b$.

DIVISÃO EM N:

Divisão Exata

Consideremos a questão:

Dado um par qualquer (a, b) de N X N, com $b \neq 0$, será que sempre existe um número natural para o qual se tenha $q \cdot b = a$?

Vejamos:

Exemplos:

Seja $(12, 2) \in N \times N$. Neste caso, existe $q \in N$ tal que $q \cdot 2 = 12$ e $q = 6$ é chamado quociente de 12 e 2. Indica-se por: $12 : 2 = 6$

Da mesma forma, temos:

$16 : 8 = 2$, pois $8 \times 2 = 16$

$350 : 10 = 35$, pois $10 \times 35 = 350$

Agora, seja o par (17, 4). Não existe $q \in N$ tal que $q \cdot 4 = 17$.

Portanto, neste caso, temos que considerar somente os pares ordenados (a, b) de N X N para os quais $b \neq 0$ e a é múltiplo de b.

Então temos que:

A divisão é aquela que, a cada par (a,b) de N X N tal que $b \neq 0$ e a é múltiplo de b, associa um elemento q de N, de tal forma que $q \cdot b = a$.

Notação: Indicamos a divisão por $a : b = q$, onde a é o dividendo, b o divisor e q o quociente.

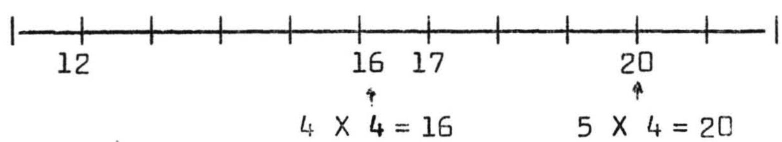
Na divisão não se verificam as propriedades comutativa: $a : b \neq b : a$, associativa: $(a : b) : c \neq a : (b : c)$ e elemento neutro $(b \neq 0)$.

A divisão não é fechada em N: isto significa que nem sempre o quociente de dois números naturais quaisquer é um número natural.

Divisão Não Exata

No exemplo dado anteriormente, vimos que para o par ordenado (17, 4) não encontramos $q \in N$ tal que $q \cdot 4 = 17$.

Pela reta numerada podemos ver que o número 17 fica compreendido entre dois múltiplos consecutivos de 4.



Vemos que 4 é o quociente aproximado por falta e 5 é o quociente aproximado por excesso.

O quociente aproximado por falta será chamado de quociente aproximado. A diferença entre o dividendo e o produto do quociente pelo divisor é o resto da divisão.

No exemplo acima, o quociente aproximado é 4 e o resto é 1, pois $17 - 4 \cdot 4 = 1$.

Exemplo: 23 : 5

O quociente aproximado é 4, o resto é 3,pois $23 - 4 \cdot 5 = 23 - 20 = 3$.

Portanto, dado um par ordenado qualquer (a,' b) de N X N, com b = 0, existe q de N tal que o maior número natural que multiplicado por b não supera a.

a é o dividendo, b é o divisor, q é o quociente e a diferença $a - q \cdot b = r$ é o resto.

Em $\begin{array}{l|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$ temos: $a - q \cdot b = r$ ou

$a = q \cdot b + r$

O resto é zero (quando a for múltiplo de b), ou maior que zero e menor que o divisor.

1.2. SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Conceitos

a) Adição:

A adição é interpretada pela criança como a junção de dois conjuntos distintos.

b) Subtração:

A subtração pode ser identificada como uma situação de:

- decompor, separar. Ex. Paulo tinha 8 balas, deu 3 para José. Com quantas balas ficou ?

  Designação matemática: $8 - 3 = 5$

- comparar. Ex: Paulo tem 8 balas, José tem 3 balas .

Quantas balas Paulo tem a mais que José ?

Designação matemática   8 - 3 = 5

- completar. Ex: Paulo tem 8 balas, José tem 3 balas. Quantas balas faltam para José ter a mesma' quantidade que Paulo ?

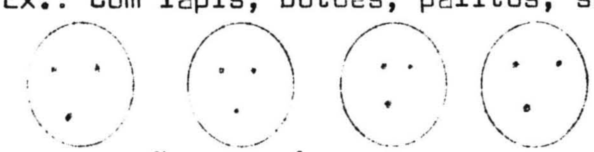
Designação matemática   8 - 3 = 5

Observe que, através de várias atividades' envolvendo essas três situações, a criança chegará a fazer uma síntese reconhecendo - as como subtração.

c) <u>Multiplicação</u>

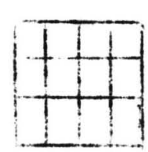
É identificada como a adição de parcelas ' iguais. Pode ser trabalhada através de situações ' onde se tenha que juntar coleções com a mesma quantidade de elementos.

Ex.: Com lápis, botões, palitos, sementes etc...



Designação matemática 3 + 3 + 3 + 3 ou 4 X 3.

- com material Cuisenaire ou em papel quadriculado - "murinhos".

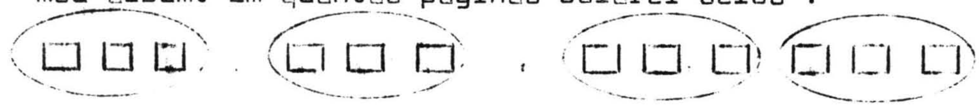


Designação matemática 4 X 3.

d) Divisão:

Pode ser identificada como:

- Formação de grupos de mesma quantidade. Ex: Tenho 12 selos. Pretendo colar 3 selos em cada página do meu álbum. Em quantas páginas colarei selos ?

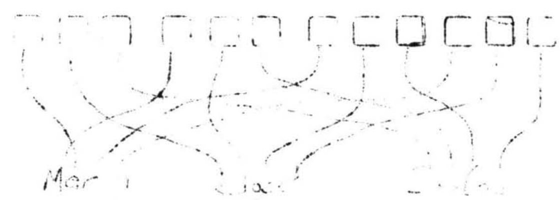


Designação matemática: 12 : 3 = 4

selos selos páginas

- Distribuição dos elementos por um determinado nº de grupos.

Exemplo: Tenho 12 selos. Vou distribuí-los, igualmente, entre 3 páginas. Quantos selos colarei em cada página ?



Designação matemática 12 : 3 = 4

selos páginas selos

Os conceitos da adição, subtração, multiplicação e divisão poderão ser trabalhados a partir de situações problema. Em primeiro momento, as soluções poderão ser obtidas através da manipulação de material concreto ou de representações gráficas tais como desenhos ou diagramas sugeridos pelos próprios alunos e posteriormente através das designações matemáticas - (escritas simbólicas).

343

A partir da 2ª série os alunos poderão familiarizar-se com o vocabulário da adição, subtração e divisão:

operação	ADIÇÃO	SUBTRAÇÃO	MULTIPLICAÇÃO	DIVISÃO
termos	1ª parcela 2ª parcela etc...	1º termo 2º termo	1º fator 2º fator	dividendo divisor
sinal	mais	menos	vezes	dividir
resultado	soma	diferença	produto	quociente

Após a identificação de cada conceito, várias atividades deverão ser efetuadas para memorização dos fatos fundamentais. Para tanto sugerimos:

- elaboração de listas, pelos alunos, com a escrita ' dos fatos fundamentais da adição e subtração - para ser afixada na classe.

Obs.: Note que no caso da adição é necessário explorar os fatos fundamentais (adição entre números formados com unidades) até total 18 e não apenas até total 10.

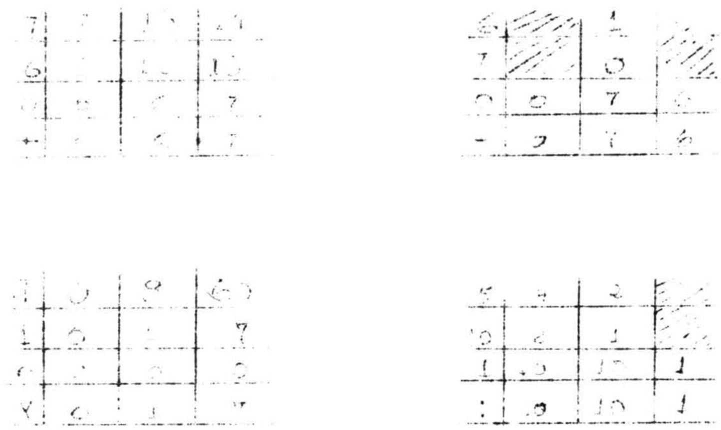
Ex.: 6 + 4 = 10 fato fundamental
2 + 6 = 8 fato fundamental
8 + 7 = 15 fato fundamental

No caso dos fatos fundamentais da multiplicação, é interessante construí-los com material Cuisenaire e posteriormente em tábua de Pitágoras.

10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
7	0	7	14	21	28	[illegible]	42	49	56	63	70
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
5	0	[illegible]	10	15	20	25	30	35	40	45	50
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	0	[illegible]	4	6	8	10	12	14	16	18	20
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Com relação às propriedades das operações , julgamos ser mais interessante trabalhá-las através' de atividades que as apresentem como regularidades ' "leis" das operações do que através dos termos específicos.

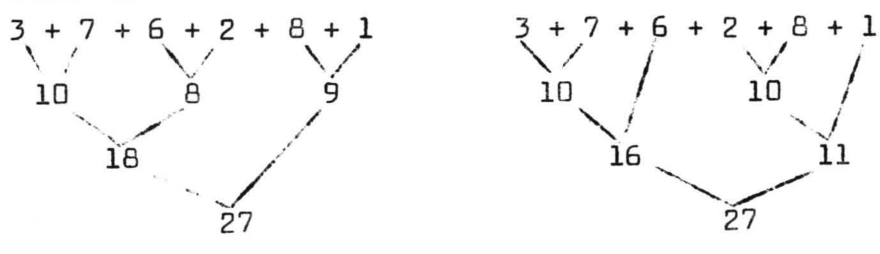
Sugerimos as tabelas de dupla entrada para ' trabalhar as propriedades comutativa e o elemento neutro.



A propriedade associativa poderá ser trabalhada através de exercícios que envolvam seqüências de adições ou multiplicações, nos quais os alunos' poderão praticar o cálculo mental efetuando somas ou multiplicações entre dois números, até terminar a seqüência.

Exemplos:

<u>Associatividade na adição</u>:



Associatividade na multiplicação:

2 X 5 X 3 X 2 X 1

10 6

60

60

2 X 5 X 3 X 2 X 1

10

30

60

60

Observação:

A resolução de seqüências de subtração ou' divisão, pelo fato de não serem associativas, introduzem um novo problema que é o da pontuação. O trabalho de pontuação de seqüências de operações é uma preparação para a resolução de expressões matemáticas, desenvolvidas a partir da 5ª série.

Exemplo:

30 - 20 - 6 - 2 = 2	160 : 20 : 4 : 2 = 4
30 - 20 - 6 - 2 = 18	160 : 20 : 4 : 2 = 1
30 - 20 - 6 - 2 = 6	160 : 20 : 4 : 2 = 16

Em todas as situações é interessante explorar o papel do nº <u>zero</u> e do nº <u>um</u>, sem contudo, formalizar a linguagem.

	ADIÇÃO	SUBTRAÇÃO	MULTIPLICAÇÃO	DIVISÃO
Nº zero	elemento neutro	não é elemento neutro	elemento absorvente	não é divisor, salvo no caso de 0;0 cujo result. é indeter[illegible]

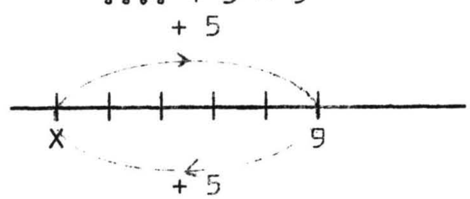
	ADIÇÃO	SUBTRAÇÃO	MULTIPLICAÇÃO	DIVISÃO
Nº um	———	———	elemento neutro	não é elemento neutro.

Operações inversas

A noção de operações inversas poderá ser apresentada a partir de situações onde os alunos tenham que identificar termos desconhecidos.

Exemplo: No caso da adição e subtração podemos utilizar a representação na reta numérica e das flexas contrárias:

.... + 5 = 9



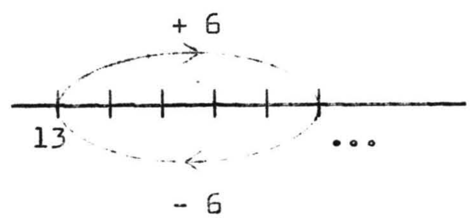
$X + 5 = 9$

$9 - 5 = X$

$X = 4$

ou

.... - 6 = 13



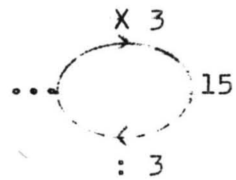
$X - 6 = 13$

$13 + 6 = X$

$X = 19$

No caso da multiplicação e divisão podemos utilizar a representação das flechas contrárias:

... X 3 = 15



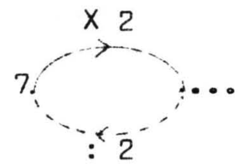
X . 3 = 15

15 : 3 = X

X = 5

ou

... : 2 = 7



X : 2 = 7

2 X 7 = X

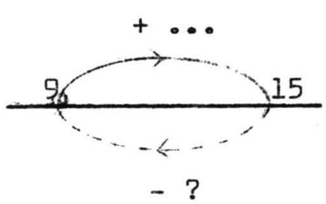
X = 14

Todas as situações apresentadas tratam da descoberta do 1º termo.

A descoberta do 2º termo na adição ou multiplicação, por serem comutativas, poderá ser realizada da mesma forma que a descoberta do 1º termo.

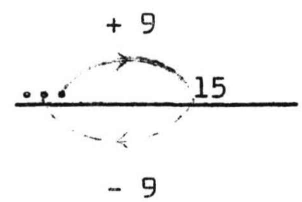
Exemplo:

9 + ... = 15



é o mesmo que

...+ 9 = 15



$3 \times \ldots = 12$

$$\begin{tikzcd} 3 \arrow[r, bend left, "\times \ldots"] & 12 \arrow[l, bend left, dashed, ": ?"] \end{tikzcd}$$

é o mesmo que ______________________

A descoberta do 2º termo na subtração ou divisão, por não serem comutativas, poderá ser realizada da seguinte maneira:

Exemplo:

a) $6 - \ldots = 2$

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[r, bend left, "+ X"] & 6 \arrow[l, bend left, dashed, "- X"] \end{tikzcd}$$

$6 - X = 2$

$2 + X = 6$

pode ser interpretado como:

$2 + X = X + 2 = 6$

logo, $$\begin{tikzcd} X \arrow[r, bend left, "+ 2"] & 6 \arrow[l, bend left, dashed, "- 2"] \end{tikzcd}$$

$X + 2 = 6$

$6 - 2 = X$

$X = 4$

b) $12 : \ldots = 4$

$$\begin{tikzcd} 4 \arrow[r, bend left, ". X"] & 12 \arrow[l, bend left, dashed, ": X"] \end{tikzcd}$$

$12 : X = 4$

$4 \,.\, X = 12$

pode ser interpretado como:

$$4 \cdot X = X \cdot 4 = 12$$

logo, $$\begin{tikzcd} X \arrow[r, bend left, "\cdot 4"] & 12 \arrow[l, bend left, ": 4"] \end{tikzcd}$$

$$X \cdot 4 = 12$$
$$12 : 4 = X$$
$$X = 3$$

CÁLCULO MENTAL

O cálculo mental não se apresenta apenas como um simples exercício de controle ou um esforço de memória mas sim como um jogo de atividades intelectuais diversas e complexas que podem levar a descobertas de resultados, através de procedimentos próprios a cada criança. É uma atividade matemática que motiva o aluno, aumentando sua segurança para aplicar os conhecimentos de que dispõem sobre operações e suas propriedades.

No início da aprendizagem leva a criança a usar, com compreensão, as propriedades das operações além de possibilitar a simplificação do algaritmo (técnica operatória), tornando-o mais operacional.

O termo "fazer de cabeça" implica em escolher uma técnica, entre as muitas existentes, que se adapte melhor a uma determinada situação. Tal escolha pode variar de um aluno para outro.

Os objetivos de se trabalhar o cálculo mental são:

- desenvolver habilidades ligadas a problemas reais que envolvam o conhecimento e o domínio dos campos

numéricos;
- permitir que o próprio aluno descubra estratégias para o cálculo escrito, através das diferentes escritas dos números e da aplicação das propriedades das operações;
- substituir o cálculo escrito com rapidez e viabilidade;
- preparar caminho para cálculos mais teóricos.

Situações nas quais podemos trabalhar o cálculo mental:

- encontrar resultados aproximados:
  o cálculo aproximado desenvolve grande segurança no cálculo escrito exato por previsão da ordem de grandeza do resultado (estimativa).
  Não se trata de privilegiar o cálculo mental em detrimento do cálculoescrito, mas sim de verificar, antes do cálculo escrito, se não existe uma maneira de descobrí- lo pelo cálculo mental.
- encontrar resultados parciais:

  Ex.: 6 X 396 = 6 X 300 = 1.800
  6 X 90 = 540
  6 X 6 = 36

O exercício do cálculo mental deve ser interpretado, pelo professor, como um problema aberto, diferente a cada vez, no qual o aluno tem o direito de investir seus conhecimentos.

Exemplo:

O produto de 24 por 4 pode ser solucionado por qualquer um dos seguintes procedimentos de cálculo mental:

. 24 X 4 = 25 - 1 X 4 = 100 - 4 = 96
. 24 X 4 = 3 X 8 X 4 = 3 X 32 = 96
. 24 X 4 = (12 + 12) X 4 = 48 + 48 = 96
. 24 X 4 = (4 X 20) + (4 X 4)= 80 + 16 = 96

- ou ainda o cálculo de cabeça do algarítmo escrito.

Todos esses procedimentos são equivalentes em viabilidade e rapidez.

Durante a discussão dos procedimentos o aluno deverá descobrir quais são os menos generalizáveis.

TÉCNICA OPERATÓRIA

As técnicas operatórias podem ser trabalhadas a partir de atividades com material dourado Montessori. Para auxiliar a compreensão, é interessante que o professor as apresente através da decomposição dos termos nas unidades de diversas ordens. Inicia-se através da representação no material, seguido do registro numérico na forma decomposta e na tabela valor do lugar.

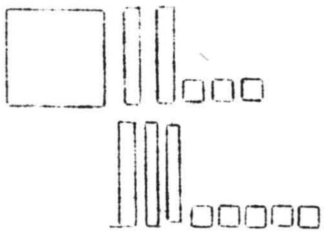
A representação dos termos das operações na forma decomposta, auxilia a compreensão do princípio do valor posicional empregado nas técnicas operatórias, além de caracterizar bem os reagrupamentos.

Adição.

a) quando a soma dos algarismos de cada ordem não ultrapassa 9.

Ex.: 123 + 35=

no material | forma decomposta | tabela valor do lugar



$$\begin{array}{r} 100 + 20 + 3 \\ 30 + 5^{+} \\ \hline 100 + 50 + 8 \end{array}$$

c	d	u	
1	2	3	
	3	5	+
1	5	8	

b) quando a soma dos algarismos de cada ordem ultrapassa 9.

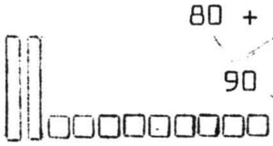
Ex.1: 63 + 29 = ...

$$\begin{array}{r} 60 + 3 \\ 20 + 9 \\ \hline 80 + 12 \end{array} +$$

$$80 + 10 + 2$$

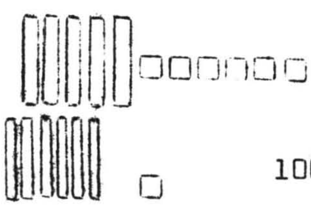
$$90$$

$$92$$



c	d	u	
	6	3	+
	2	9	
	9	2	

Ex.2: 56 + 71 = ...



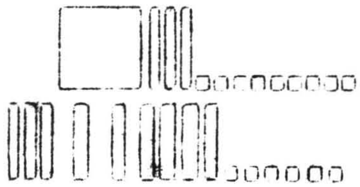
$$\begin{array}{r} 50 + 6 \\ 70 + 1 \\ \hline 120 + 7 \end{array} +$$

$$100 + 20 + 7$$

$$127$$

c	d	u	
	5	6	+
	7	1	
1	2	7	

Ex.3: 139 + 96 = ...



$$
\begin{array}{r}
100 + 30 + 9 \; + \\
90 + 6 \\
\hline
100 + 120 + 15 \\
100 + 100 + 20 + 10 + 5 \\
200 + 30 + 5 \\
235
\end{array}
$$

c	d	u	
1	3	9	+
	9	6	
2	3	5	

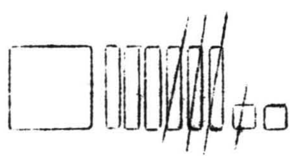
Subtração

A técnica operatória da subtração pode ser realizada a partir de dois pontos de vista:

Tipo A.

a) - quando o valor de cada algarismo do 1º termo é maior ou igual aos algarismos do 2º termo.

Ex. 1: 162 - 31 = ...

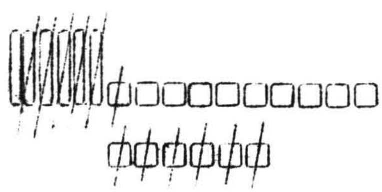


$$
\begin{array}{r}
100 + 60 + 2 \; - \\
30 + 1 \\
\hline
100 + 30 + 1
\end{array}
$$

c	d	u	
1	6	2	=
	3	1	
1	3	1	

b) nos demais casos:

Ex. 1: 76 - 57 = ...



$$
\begin{array}{r}
60 \quad 16 \\
70 + 6 \; - \\
50 + 7 \\
\hline
10 + 9 \\
19
\end{array}
$$

c	d	u	
	6	16	
	7	6	-
	5	7	
	1	9	

Tipo B

Obs.: Esta maneira de efetuar a técnica operatória está apoiada no seguinte fato:

se $a - b = c$

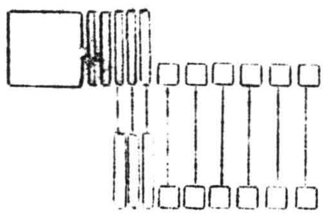
então $(a + X) - (b + X) = c$

Ex.: $9 - 2 = 7$

$(9 + 3) - (2 + 3) = 7$

a) quando o valor de cada algarismo do 1º termo é maior ou igual ao dos algarismos do 2º termo:

Ex. 1: 156 = 36 = ...



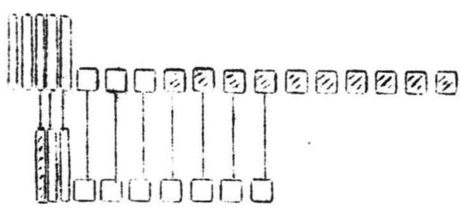
$$\begin{array}{r} 100 + 50 + 6 \;- \\ 30 + 6 \\ \hline 100 + 20 + 0 \end{array}$$

120

c	d	u
1	5	6 -
	3	6
1	2	0

b) nos demais casos:

Ex.1: 53 - 27 = ...



$$\begin{array}{r} 13 \\ 50 + \;\;3 \;- \\ 30 \\ 20 + \;\;7 \\ \hline 20 + \;\;6 \end{array}$$

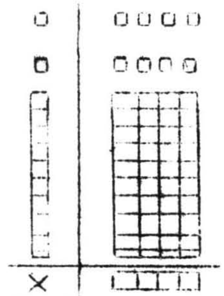
26

c	d	u
	5	3 -
	2	7
	2	6

Multiplicação

a) 1º fator escrito com um algarismo e 2º fator escrito com dois algarismos.

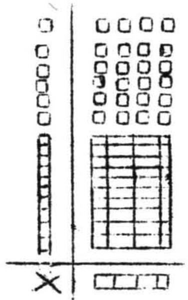
Ex.1 : sem reagrupamento: 4 X 12 =



10 + 2
X 4
40 + 8
48

d	u
1	2
X	4
4	8

Ex.2 : com reagrupamento na dezena. 4 X 16



10 + 6
X 4
40 + 24
40 + 20 + 4
60
64

d	u
1	6
X	4
6	4

Ex. 3 : com reagrupamento na centena 4 X 32

30 + 2
X 4
120 + 8
100 + 20 + 8
128

c	d	u
	3	2
	X	4
1	2	8

Ex. 4 : com reagrupamento na dezena e centena 4 X 43.

40 + 3
X 4
160 + 12
100 + 60 + 10 + 2
100 + 70 + 2
172

c	d	u
	4	3
	X	4
1	7	2

b) 1º fator escrito com um algarismo, 2º fator escrito com três algarismos.

- os mesmos tipos de reagrupamentos apresentados ' nos exemplos referentes à letra a.

c) 1º fator escrito com dois algarismos, 2º fator escrito com dois algarismos.

Ex.1 : com três reagrupamentos 70

70 + 6
X 20 + 9
630 + 54 +
1400 + 120
1400 + 750 + 54
1000 + 400 + 700 + 50 + 50 + 4
1000 + 1100 + 100 + 4
2100 104
2.204

um	c	d	u
		7	6
	X	2	9
	6	8	4 +
1	5	2	
2	2	0	4

Obs.: No caso em que aparecer o algarismo zero na unidade do 1º ou 2º fator ex: 5 X 170 ou 40 X 86 , este não deverá ser dispensado ("deixar para fora") e depois acrescentado ao resultado. Isto equivale a dividir um dos fatores por 10 e multiplicar o produto por 10.

Divisão

a) processo americano - sugerido no Guia Curricular.

Através dessa técnica associa-se a divisão a subtrações sucessivas do dividendo. O aluno pode ir formando vários agrupamentos (quocientes parciais) até obter, no resto, (o) nº zero ou um nº inferior ao divisor. No final ele verifica o quociente total pela soma dos agrupamentos encontrados.

Ex. 1: 29 : 3 = ...

29	3
− 9	3
20	5 +
− 15	1
5	
− 3	9
2	

Ex. 2: 169 : 9 = ...

169	9
− 90	10
79	8 +
− 72	18
7	

repertório de cálculos

9 X 10 = 90

Ex. 3: 346 : 7 = ...

346	7
− 280	40
066	9 +
− 63	49
3	

repertório de cálculos

7 X 10 = 70

7 X 40 = $\boxed{280}$

7 X 50 = 350

Ex. 4: 1362 : 86 = ...

```
   1.362 | 86          repertório de cálculos
 -   860 | 10           86 X 10 = [860]
     502 |  5  +        86 X 20 = 1.720
 -   430 |----          86 X 5  = 80 X 5 = 400 \
     072 | 15                      6 X 5 =  30 / 430
```

Ex. 5: 5963 : 42 = ...

```
    5963 | 42          repertório de cálculos
 -  4200 | 100          42 X 100 = 4200
    1763 |  40  +       42 X 10  = 420
 -  1680 |   1          42 X 40  = 1680
    0083 | 141
 -    42 |
      41 |
```

b) "processo longo"

A fim de facilitar a compreensão desta técnica é importante realizar a estimativa do nº de ordens do quociente, antes e efetuar as divisões.

Ex.1: 162 : 12 =

```
162 | 12                        162 | 12
      d u   quociente es     -  12    13
            crito com du        42        dezenas
            as ordens.       -  36        unidades
                                06
```

Ex. 2 : 6396 : 57

6396 | 57 c d u	quociente escrito com 3 ordens.	centenas − 57 / 69 / dezenas − 57 / 126 / − 114 / 012 → 6396 | 57 ; 112

c) "processo breve"

A utilização deste processo implica em que os alunos efetuem a técnica operatória da subtração com apoio no tipo B apresentado neste módulo.

Ex. 1 : 5986 : 72 = ...

5986 | 72 d u	quociente escrito com duas ordens	5986 | 72 226 83 010

DAT/DEPLAN 1/Sandra
ABRIL DE 1982.

173.10.3/9

167

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO E ORIENTAÇÃO
SETOR DE TREINAMENTO E APERFEIÇOAMENTO

ELIANA DER AGOPIAN GUARDIA
MARIA AMÁBILE MANSUTTI
MARIA LÚCIA GALVÃO LEITE TRAVASSOS

COLABORAÇÃO CRÍTICA : SANDRA LÚCIA BARBATO

TÍTULO PROJETO DE CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS, ATRAVÉS DE CURSO OPTATIVO - ENSINO DE 1º E 2º GRAUS.

SUBTÍTULO MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DE 1ª À 4ª SÉRIE DO 1º GRAU

DO Pj 005 - 1/82
MÓDULO 4 .

369

1 - Números Racionais Absolutos

1.1. Algumas informações teóricas

Representação fracionária

Dados dois números naturais 12 e 4 sabemos que existe um outro número natural, o 3, tal que:

$$12 = 3 \times 4$$

isso significa que 12 é múltiplo de 4.

Neste caso dizemos que 4 é o quociente de 12 por 3.

Podemos representá-lo por $4 = \frac{12}{3}$

A representação $\frac{12}{3}$ é chamada fração de termos 12 e 3, os quais são chamados respectivamente de numerador e denominador da fração.

Se tomarmos os números 10 e 3, notaremos, que, neste caso, não existe um número natural que multiplicado por 3 resulta 10. Isto é, o quociente de 10 por 3 não é um número natural. Esse quociente também será representado na forma fracionária $\frac{10}{3}$.

O símbolo $\frac{12}{4}$ representa o número 3.

O símbolo $\frac{10}{3}$ não representa um número natural e sim um número racional.

É necessário ampliar o conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais, a fim de poder realizar divisões onde o dividendo não seja múltiplo do divisor.

Observe que:

Se considerarmos os números naturais a e b com $b \neq 0$, teremos:

1º caso quando a é múltiplo de b a representação $\frac{a}{b}$ designa um número racional que também é um número natural.

2º caso quando a não é múltiplo de b a representação $\frac{a}{b}$ designa um número racional, que, neste caso, não é um número natural.

Significado de uma fração:

A representação $\frac{2}{3}$ significa tomar 2 partes de um inteiro (unidade) que foi dividido em 3 partes iguais.

Frações equivalentes

Frações equivalentes são numerais diferentes que representam aa mesma quantidade

Ex: $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$

Note que: $3 \times 8 = 24$ e $4 \times 6 = 24$

então, $\frac{3}{4} \sim \frac{6}{8}$

lê se $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{6}{8}$

(propriedade fundamental dos números racionais)

Número Racional

Seja A o conjunto de todos os números ...

... com a e b naturais e $b \neq 0$.

Vamos definir sobre A a relação R da seguinte maneira:

$\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in R$, se, e somente se, $a \times d = b \times c$,

Ou seja:

- um par de fração pertence à relação R, se e somente se, o produto do numerador da 1ª pelo denominador da 2ª é igual ao produto do denominador da 1ª pelo numerador da 2ª.

Esta relação satisfaz as seguintes propriedades:

1 - reflexiva $\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{b}\right) \in R$, pois, $a \times b = b \times a$

exemplo: $\left(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right) \in R$, pois, $2 \times 4 = 4 \times 2$

2 - Simétrica $\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in R$ então, $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right) \in R$

exemplo: $\left(\frac{2}{4}, \frac{4}{8}\right) \in R$ pois, $2 \times 8 = 4 \times 4$

$\left(\frac{4}{8}, \frac{2}{4}\right) \in R$ pois, $4 \times 4 = 8 \times 2$

3 - Transitiva

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in R$ e $\left(\frac{c}{d}, \frac{c}{t}\right) \in R$ então, $\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{t}\right) \in R$

Vamos definir sobre A a relação R da seguinte maneira:

$\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in R$, se, e somente se, $a \times d = b \times c$,

Ou seja:

- um par de fração pertence à relação R, se e somente se, o produto do numerador da 1ª pelo denominador da 2ª é igual ao produto do denominador da 1ª pelo numerador da 2ª.

Esta relação satisfaz as seguintes propriedades:

1 - reflexiva $\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{b}\right) \in R$, pois, $a \times b = b \times a$

exemplo: $\left(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right) \in R$, pois, $2 \times 4 = 4 \times 2$

2 - Simétrica $\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in R$ então, $\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right) \in R$

exemplo: $\left(\frac{2}{4}, \frac{4}{8}\right) \in R$ pois, $2 \times 8 = 4 \times 4$

$\left(\frac{4}{8}, \frac{2}{4}\right) \in R$ pois, $4 \times 4 = 8 \times 2$

3 - Transitiva

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in R$ e $\left(\frac{c}{d}, \frac{c}{t}\right) \in R$ então, $\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{t}\right) \in R$

exemplo: $\left(\frac{2}{4}, \frac{4}{8}\right) \in R$ e $\left(\frac{4}{8}, \frac{8}{16}\right) \in R$ pois,

$$2 \times 8 = 4 \times 4 \quad e \quad 4 \times 16 = 8 \times 8$$

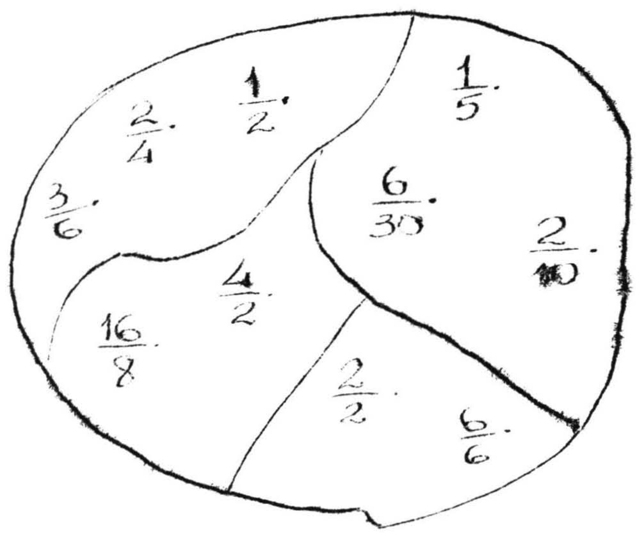
também é verdade que:

$$\left(\frac{2}{4}, \frac{8}{16}\right) \in R \text{ pois, } 2 \times 16 = 4 \times 8$$

Logo, a relação R é definida como uma relação de equivalência no conjunto A.

Uma relação de equivalência determina uma partição no conjunto em que está definida, no caso conjunto A. Assim sendo, dizemos que o conjunto A fica separado em classes de equivalência onde os elementos de cada classe são frações equivalentes.

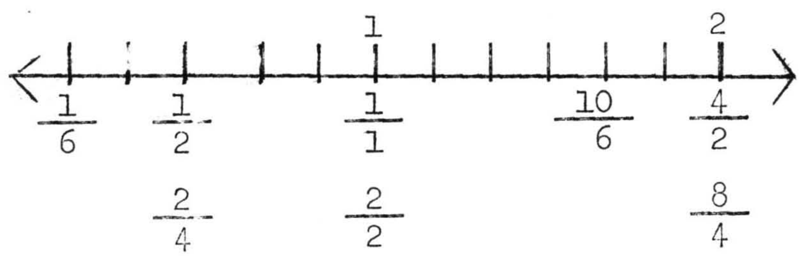
Note que é impossivel citar todas as classes de equivalência, pois elas são infinitas, assim como são infinitos, os elementos de uma única classe.



Exemplo:

$\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{15}{20}, \frac{12}{16}, \frac{24}{32},$ são representantes de um mesmo número racional

Representação geométrica do conjunto dos números racionais absolutos (conjunto Q +).



Note que: $N \subset Q +$ $Q +$

O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais

Ordenação de números racionais absolutos

Note que:

1 - $\frac{a}{b} = 1$ se $a = b$ Ex. $\frac{5}{5}$

$\frac{a}{b} > 1$ se $a > b$ Ex. $\frac{5}{3}$

$\frac{a}{b} < 1$ se $a < b$ Ex. $\frac{3}{5}$

2 - $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se e somente se $a.d = b.c$ Ex. $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ se e somente se $a.d > b.c$ Ex: $\frac{4}{4} > \frac{1}{3}$

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ se e somente se $a.d < b.c$ Ex $\frac{2}{4} < \frac{3}{5}$

Representação decimal

Os números racionais podem ser representados por outro tipo de numerais que não sejam as frações. Esses numerais são chamados numerais decimais.

Dessa forma, o número racional <u>um quarto</u>, pode ter as representações:

- fracionária $\frac{1}{4}$

\- decimal 0,25

Logo, $\frac{1}{4} = 0,25$

As frações cujos denominadores são potências de dez são chamadas, comumente, de frações decimais.

denominadores : $10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

forma fracionária (frações decimais)

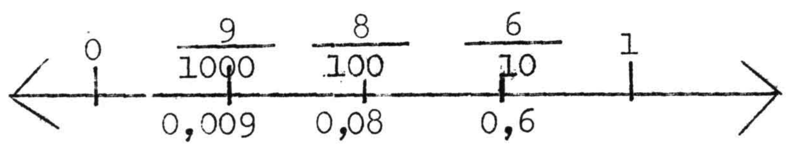
$$\frac{6}{10} \quad , \quad \frac{8}{100} \quad , \quad \frac{9}{1000}$$

Forma decimal

0,6 , 0,08 , 0,009

Note que: $\frac{6}{10}$ e 0,6 são representações di diferentes do mesmo número racional.

Na reta numérica teremos:



Todo número racional representado por uma uma fração decimal pode ser representado também, na forma decimal.

Este é obtido da seguinte maneira:

Exenplo:

1.2. <u>SUGESTÕES DE ATIVIDADES</u>

Ao iniciar as atividades envolvendo o conjunto dos números racionais o professor deve planejar seu trabalho tendo em mente:

- distinguir situações problemas que conduzam a divisões, nas quais:

1. o resto deve permanecer, pois representa uma grandeza não subdivisível;
2. o resto pode ser subdividido

- nas situações de nº2 a resposta é dada por um novo tipo de número chamado número racional

Exemplo:

A - Repartir igualmente 5 lápis para 4 alunos.
Resposta: Um lápis para cada aluno e 1 lápis sobrando.

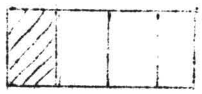
$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \underline{-4} & 1 \\ 1 & \end{array}$$

→ grandeza não subdivisível (lapis)

B – Repartir igualmente 5 chocolates para 4 alunos.

Resposta. Um chocolate e $\frac{1}{4}$ de chocolate para cada aluno.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \underline{-4} & \\ 1 & \end{array}$$



6 → grandeza subdivísivel (chocolate)

Portanto, o estudo dos números racionais deve ser iniciado pelo estudo de situações concretas de repartições envolvendo essas duas possibilidades.

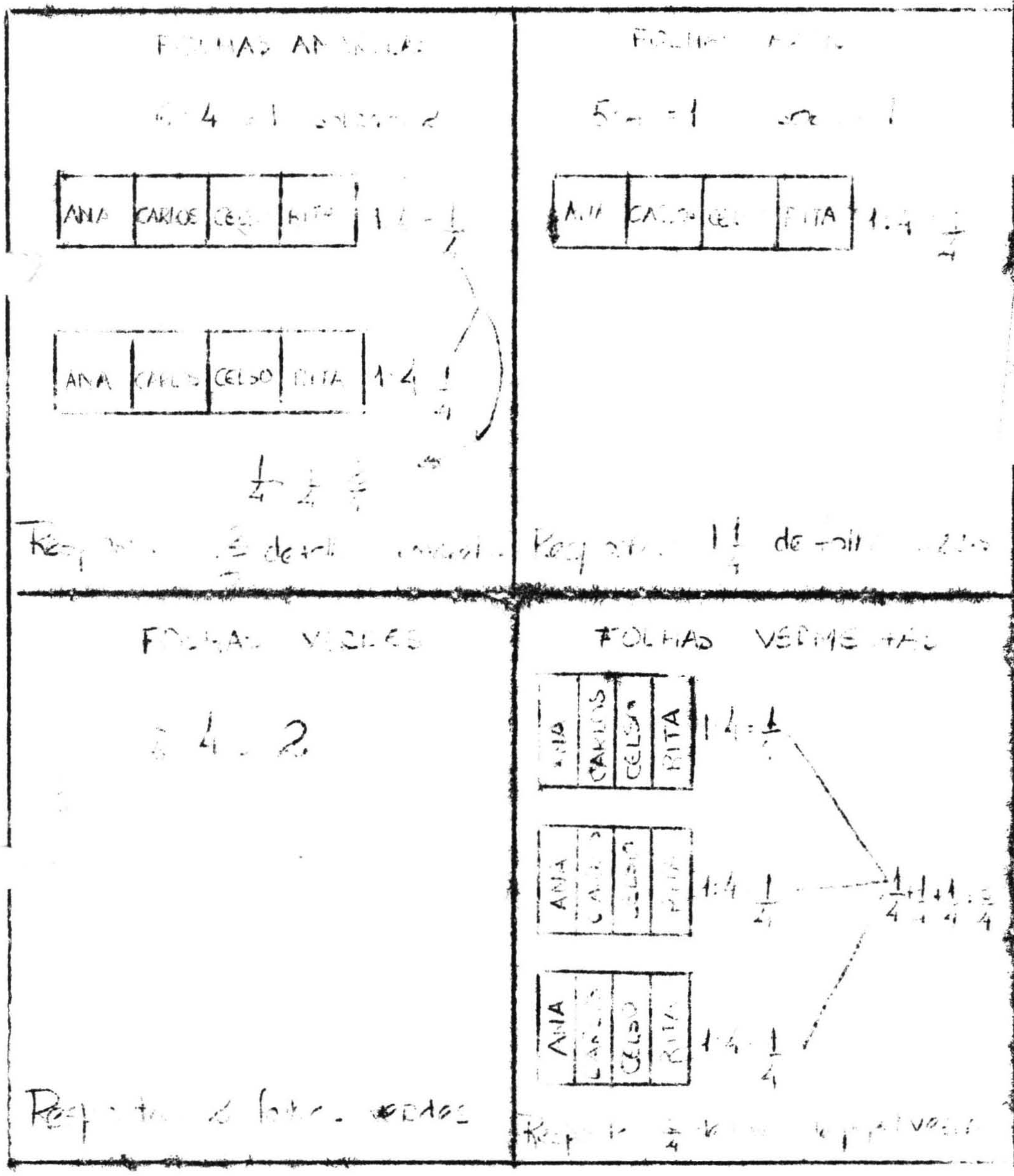
Exemplo:

1 Em nosso grupo há 4 alunos. Hoje ganhamos folhas de papel colorido para fazer um trabalho. Resolvemos reparti-las, igualmente, entre nós.

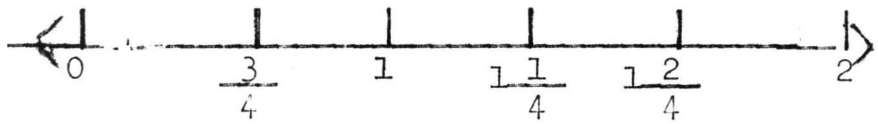
Recebemos 6 folhas de papel amarelo
5 folhas de papel azul
8 folhas de papel verde
3 folhas de papel vermelho

Que quantidade de papel coube à cada um de nós?

Solução:

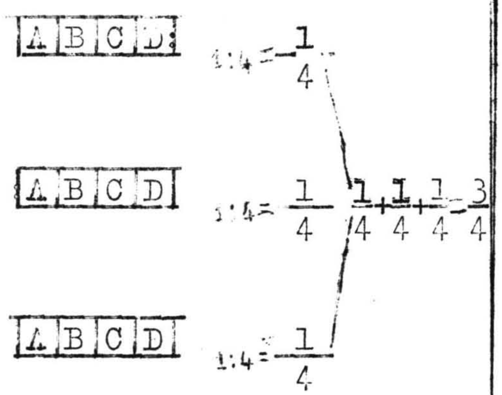

FOLHAS
ANA
CARLOS
CELSO
RITA
1:4
FOLHAS VERMELHAS
ANA
CARLOS
CELSO
RITA
1:4
ANA
CELSO
1:4
ANA
CELSO
RITA
1:4

representando na reta numérica:



2 - Atividades para trabalhar as situações de repartição:

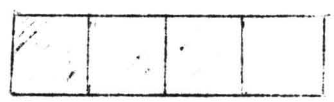
- de "m" objeto por "n" pessoas.
  Repartir igualmente 3 tabletes de chocolate entre 4 crianças.



- de uma unidade em n" partes considerando "m" dessas partes.
  Dividir 1 chocolate em 4 partes e dar três partes à uma criança.

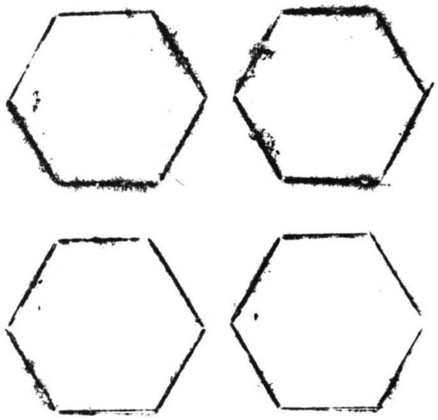
$(1:4) \times 3$

$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$

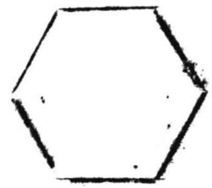


Três partes assinaladas com a mesma letra equivalem às três partes hachuradas à direita. Nos dois casos elas reprsentam o quociente 3:4

Recortar em partes iguais as 4 figuras abaixo e formar 6 novas figuras, todas com o mesmo nº de partes.



Recortar a figura abaixo em 6 partes iguais e tomar 4 delas para fazer uma nova figura:



3 - Atividades para mostrar que um nº natural também é um número racional:

Exemplo: $\frac{8}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{2}$

$1 + 1 + 1 + 1 = 4$

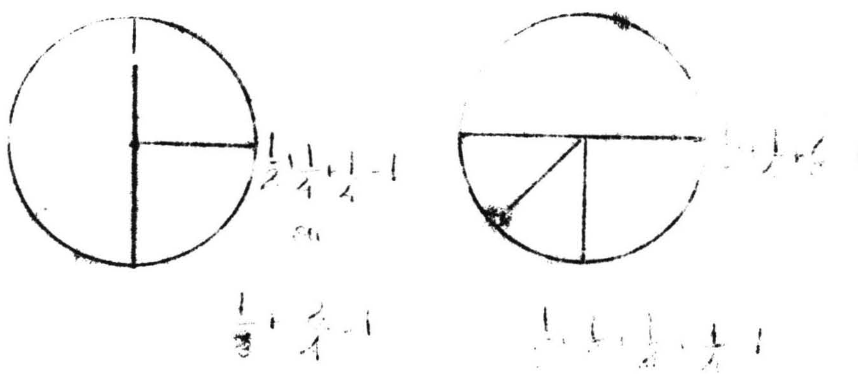
4 - Atividades para trabalhar operações na forma fracionária
- Material - discos de cartolina com o mesmo diâmetro.

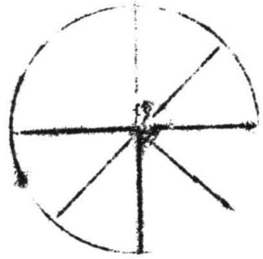
1 inteiro, 2 metades, 3 terços, 4 quartos...

Propor atividades em que os alunos comparem diferentes partes dos discos.
Pedir para recomporem:

1 disco; $\frac{1}{2}$ disco; $\frac{1}{4}$ de disco etc...

Respostas possiveis
-"quatro quartos de discos formam um disco"
-"meio disco e mais dois quartos de disco formam um disco".
-"dois quartos de disco formam meio disco"
- Escrever igualdades sugeridas por figuras, tais como:

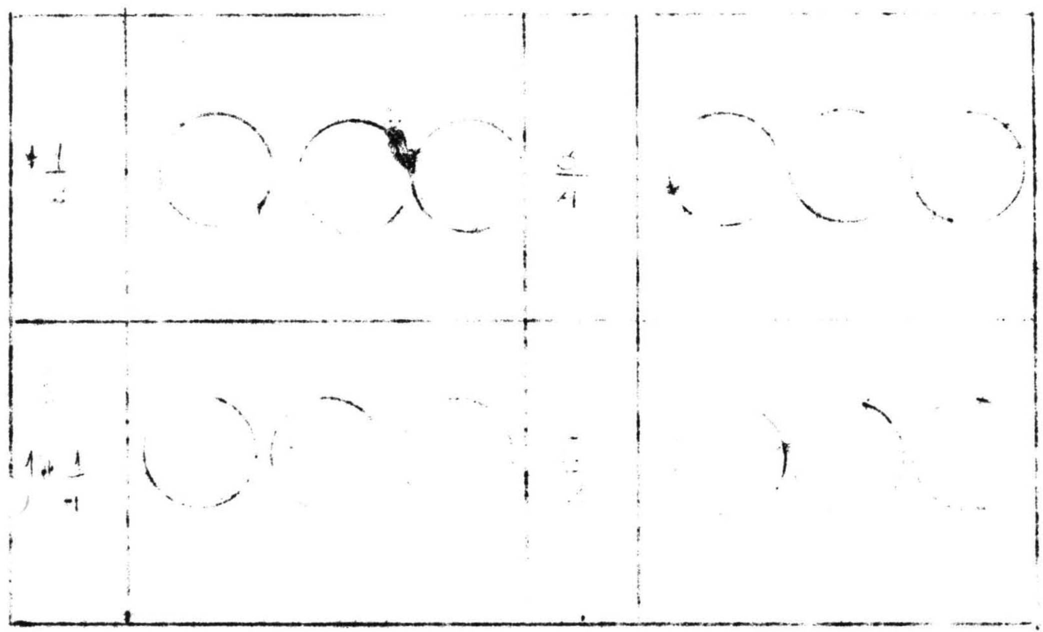




$\frac{1}{4}$ [illegible]

$\frac{1}{4}$ + [illegible]

[illegible]



- Recorte 4 tiras de papel de um mesmo tamanho.
  Dobre-as, dividindo, uma em meios, outra em quartos, outra em oitavos.
  Cole uma embaixo da outra para facilitar a comparação.
  Observando a figura, complete corretamente:

$\frac{1}{2} = \frac{\ }{4}$ $\frac{3}{4} = 3 \times \ldots$ $\frac{8}{8} = 8 \times \ldots$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = -$ $\frac{1}{4} + \ldots = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \ldots$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -$ $1\frac{1}{2} - \ldots = 1$ $\frac{3}{4} = \frac{\ }{8}.$

- Repetir a mesma atividade para meios, quintos e décimos e também para meios, terços e nonos.

5 Atividades para efetuar cálculos com fração:

<u>Situação A</u>

Calcule $\frac{2}{6}$ de 18

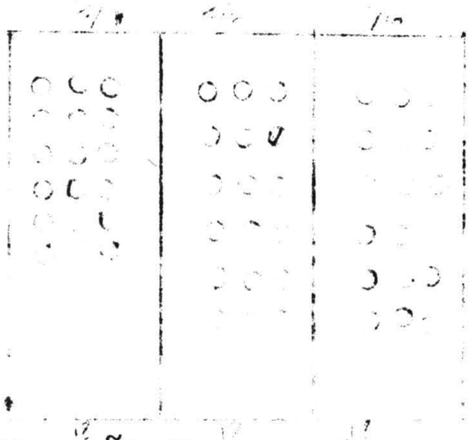
Representação:

Situação B

Se $\frac{2}{6}$ é igual a 18

então, $\frac{6}{6}$ é igual a .....

representação



Situação C

Se $\frac{1}{6}$ é igual a 18

então $\frac{7}{6}$ é igual a:

Se $\frac{1}{6} = 18$

$\frac{7}{6} = 18 \times 7 = 126$

6 - Atividade para trabalhar a comparação e ordenação de frações.

- Três equipes disputam uma corrida a pé:

Na equipe A:

Paulo correu $\frac{3}{7}$ do percurso

José correu $\frac{5}{7}$ do percurso

Carlos correu $\frac{6}{7}$ do percurso

Represente as frações na reta abaixo:

Quem será o provável vencedor dessa equipe?

Na equipe B

Marcos correu $\frac{5}{10}$ do percurso.

Celso correu $\frac{5}{6}$ do percurso

Antonio correu $\frac{5}{9}$ do percurso.

Represente as frações na reta abaixo:

Quem será o provável vencedor dessa equipe?

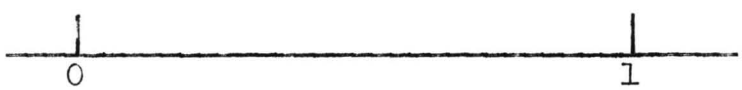
Na equipe C

Frederico correu $\frac{1}{2}$ do percurso.

Fernando correu $\frac{3}{5}$ do percurso.

Claudio correu $\frac{7}{9}$ do percurso.

Represente as frações na reta abaixo:



Quem será o provável vencedor dessa equipe?

Quem será o provável vencedor da corrida[2] ?

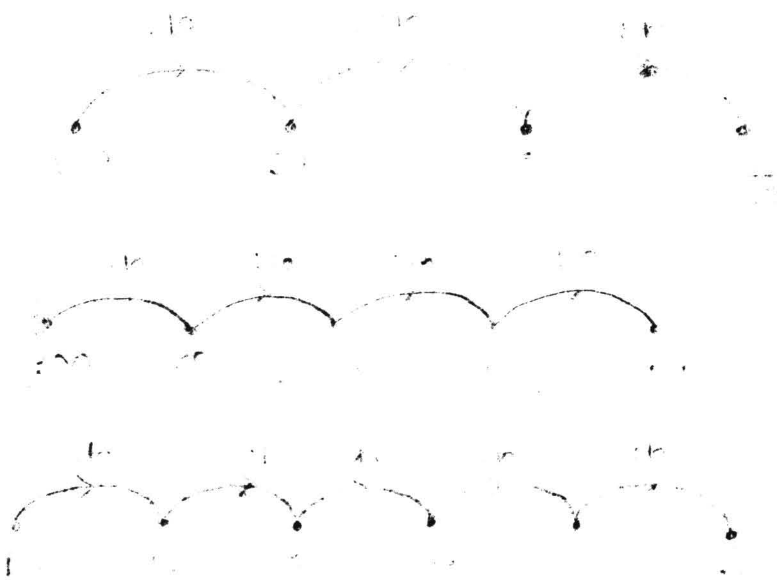
7 - Atividade para introduzir a representação decimal.

Observação: Para introduzir a representação decimal de um número racional é preciso lembrar que no sistema de numeração decimal, cada algarismo escrito à direita do outro, vale dez vezes menos caso estivesse escrito no lugar desse outro.

Assim sendo, dividindo-se a unidade um dez partes iguais, obtém-se um décimo que é escrito à direita de unidade. A vírgula, nesse caso, serve para separar a parte inteira da parte não inteira do número.

Da mesma forma pode-se introduzir o centésimo e o milésimo.

Completar:



- Decompor:

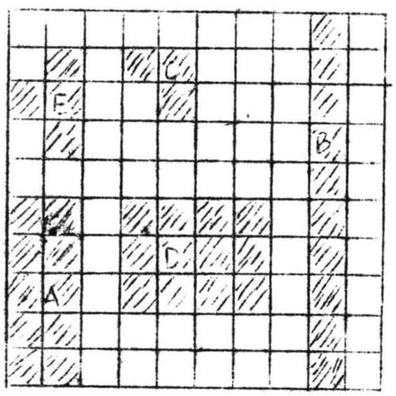
$$396\ \frac{2}{10} = 300 + 90 + 6 + \frac{2}{10}$$

$$(3 \times 100) + (9 \times 10) + (6 \times 1) + (2 \times \frac{1}{10})$$

centena	dezena	unidade	décimo
3	9	6	2

para o número trezentos e noventa e seis inteiros e dois décimos a representação fracionária é $390\ \frac{2}{10}$ e a representação decimal é 390,2.

6 - Atividades para trabalhar a representação de décimos e centésimos:



Esta figura representa a unidade dividida em 100 partes iguais.
Complete na tabela abaixo o valor de cada uma das partes hachuradas:

figura	representação	representação fracionaria	representação decimal
A	dez centésimos	$\frac{10}{100}$	0,10
B			
C			
D			
E			

- Fazer uma atividade semelhante, mandando pintar no quadriculado, que representa uma unidade, as figuras indicadas em uma tabela.

7 - Atividades para serem trabalhadas na reta numérica:

- Observe estes números: 1,02 - 1,2 - 1,0 - 1,22 - 2,0 - 2,2

  Escreva-os em ordem na reta abaixo:

- Escreva ao lado de cada número a letra que a representa:

( ) 0,1

( ) 1,02

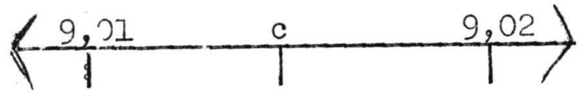
( ) 1,22

Complete:

O número 9,03 está representado pela letra ....

Encontre números que representem as outras duas letras

letra........nº.....   letra.....nº..........



8 - Atividades para trabalhar as operações.

a) Utilizando figuras ou material manipulatório, efetuar as operações:

- 0,5 + 0,5 + 0,5 = ...
- 6 x 0,3 = ...

2 x 0,4 = ..
0,6:3 =....

b) Completar corretamente o quadro:

multiplicação	divisão
7 x 0,2 = ...	1,4 : 7 = ..
3 x 0,8 = ...	- - - - - - -
4 x 0,4 = ...	- - - - - - -
12 x 0,1 = ...	- - - - - - -

c) completar:

3 x 0,2 = ...
9 x 0,3 = ...
5 x 0,1 = ...

8 x 1,3 = ...
5 x 0,4 = ...
6 x 1,2 = ...

d) completar:

3,6 : 2 = ...
5,6 : 2 = ...
9,3 : 3 = ...

11,2 : 4 = ...
4,8 : 4 = ...
15,5 : 5 = ...

e) completar:

32 x 3 = 96..	72 x 2 = ..	28 x 3 = ...
320 x 3 =...	72.000 x 2 =..	28.000x3 = ...
3200 x 3 =...	72 x 200 =..	2.800 x 3 = ...
48 : 3 = 16	63 : 9 = ...	48 : 6 = ...
480 : 3 = ...	630 : 9 = ...	48.000 : 6 = ...
4800 : 3 = ...	6.300: 9 = ...	480 : 6 = ...

Através desses exercícios o aluno deverá ser levado a perceber que:

- se um dos fatores de uma multiplicação é multiplicado por 10, 100, 1000 o produto também será multiplicado por 10, 100, 1000;
- se o dividendo, em uma divisão, é multiplicado por 10, 100, 1000, o quociente fica multiplicado por 10, 100, 1000.
- se o dividendo, em uma divisão, é dividido por 10, 100, 1000, o quociente fica dividido por 10, 100, 1000.

A partir desses fatos pode-se calcular produtos e quocientes da seguinte forma:

- cálculo de produtos:

Exemplo 1 - 51,4 x 4

51,4 x 10 = 514
514 x 4 = 2056
2056 : 10 = 205,6

$$\begin{array}{r} 51,4 \\ \times\ 4 \\ \hline 205,6 \end{array}$$

Exemplo 2 - 2,3 x 3,4

2,3 x 10 = 23
3,4 x 10 = 34
23 x 34 = 782
782 : 100 = 7,82

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 3,4 \\ \hline 7,82 \end{array}$$

- cálculo de quociente.

Exemplo 1: $17,2 : 4 =$

$17,2 \times 10 = 172$

$172 : 4 = 43$

$43 : 10 = 4,3$

$$\begin{array}{r|l} 172 & 4 \\ \hline -16 & 43 \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Exemplo 2: $3,6 : 1,2$

$3,6 \times 10 = 36$

$1,2 \times 10 = 12$

$36 : 12 = 3$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 12 \\ \hline -36 & 3 \\ \hline 0 & \end{array}$$

logo , $3,6 : 1,2 = 3$

Neste caso basta fazer a mesma alteração nos dois termos, porque, alterados da mesma forma os dois termos da divisão, o quociente permanece o mesmo.

$4 : 2 = 2$ $\quad$ $40 : 20 = 2$

Exemplo 3: $3,9 : 0,13 = ...$

$3,9 \times 100 = 390$

$0,13 \times 100 = 13$

$390 : 13 = 30$

$$\begin{array}{r|l} 390 & 13 \\ \hline -390 & 30 \\ \hline 000 & \end{array}$$

logo, $3,9 : 0,13 = 30$

- Completar corretamente.
  a) ao dividir 42 por 8 obtemos no quociente ..... inteiros e no resto .....inteiros.
  b) ao dividir 40,2 por 8 obtemos no quociente .... inteiros e no resto 2....
  c) ao dividirmos 0,42 por 8 obtemos no quociente 5 ..... e no resto 2.....

- Completar:

1 - 0,7 = ________ 4 : 0,1 = ________ 3 + 0,5 = ________ 0,9 + ... = 2 0,7 + ... = 1 5 x ... = 0,5 1,7 - ... = 0,2	1,05 + 0,2 = _______ 5 x 0,3 = _______ .... x 4 = 0,08 1 : .. = 0,2 2 - .. = 0,25 9 : .. = 0,9 2,07 + .. = 2,1
$\frac{2}{4}$: 0,25 = _______ 0,3 x 3 = ________ 0,3 x $\frac{2}{10}$ = ________	0,3 x 0,3 = ____ 0,3 : 0,3 = ____ 3 x ... = 0,1

O primeiro prêmio de um bilhete de loteria corresponde a Cr 240.000,00.

Descubra quanto representa: __________________

0,1 do valor total desse bilhete:_________

0,01 do valor total desse bilhete:_________

0,25 do valor total desse bilhete:_________

0,75 do valor total desse bilhete:_________

0,05 do valor total desse bilhete:_________

0,3 do valor total desse bilhete:_________

0,005 do valor total desse bilhete:_________

- Uma herança foi distribuida da seguinte maneira:
- o 1º herdeiro recebeu 0,3 da herança;
- o 2º herdeiro recebeu o dobro do que recebeu o 1º herdeiro;
- o 3º herdeiro recebeu o restante.

Faça um desenho para mostrar a parte da herança que coube a cada um dos herdeiros.

219

DATILOGRAFIA, MONTAGEM E DISTRIBUIÇÃO
DEPLAN 12
SERVIÇOS GRÁFICOS - DEPLAN 1
MAIO/82 - Tiragem 150 exemplares.

221

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO E ORIENTAÇÃO
SETOR DE TREINAMENTO E APERFEIÇOAMENTO

ELIANA DER AGOPIAN GUARDIA
MARIA AMÁBILE MANSUTTI
MARIA LÚCIA GALVÃO LEITE TRAVASSOS

COLABORAÇÃO CRÍTICA : SANDRA LÚCIA BARBATO

TÍTULO PROJETO DE CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS, ATRAVÉS DE CURSO OPTATIVO - ENSINO DE 1º E 2º GRAUS.

SUBTÍTULO MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DE 1ª À 4ª SÉRIE DO 1º GRAU.

DO Pj 005 - 1/82
MÓDULO 5 .

EXERCÍCIO PARA USO EXCLUSIVO DO PROFESSOR

A. Referentes ao Conteúdo do Módulo 2 :

1. Calcular o produto cartesiano :
$\{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

2. Sejam : $A = \{1,2,3,4\}$
$B = \{2,4,6,8\}$

a) determinar BxA e represente em gráfico cartesiano.

b) qual é o número de elementos de AxB ?

c) determine AxA e calcule o nùmero de elementos desse conjunto.

3. Pode-se viajar de São Paulo ao Rio de Janeiro por via terrestre ou via aérea.

Pode-se viajar do Rio de Janeiro a Salvador por via terrestre, por via aérea, por via marítima.

Quantas são as maneiras possíveis de se viajar de São Paulo a Salvador, passando pelo Rio de Janeiro?

4. Sejam : A = {Nova Iorque, São Paulo, Moscou, Brasília, Paris}
B = {Brasil, Estados Unidos, Rússia}

a) determine AxB.

b) determine o conjunto R considerando a relação "...é capital de..."

c) represente R em diagrama sagital.

d) faça o gráfico de AxB, destacando nele os elementos de R.

5. Seja $A = \{1,2,4,5,6\}$

a) determine $A \times A$.

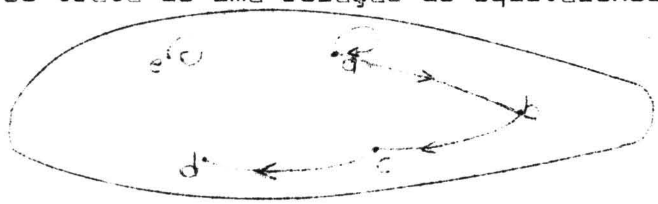
b) determine o conjunto R considerando a relação "...é a metade de..."

6. A relação $R = \{(1,2), (3,4), (2,1), (3,3)\}$ em $A = \{1,2,3,4\}$ é simétrica? Por quê?

7. A relação "... tem a mesma idade que..." no conjunto de pessoas é transitiva? Por quê?

8. A relação "...tem o mesmo pai que..." no conjunto de pessoas que moram na mesma cidade que você, é reflexiva? Por quê?

9. Complete o diagrama da relação abaixo, sabendo que se trata de uma relação de equivalência :



10. Escreva na ordem em que aparecem no dicionário: patota, pateta, pipoca, pelota, pardal.

11. Faça o mesmo para os números:

0, 212, 2, 1, 100, 10, 20, 12, 11, 101, 22, 110, 21, 102, 111, 120, 112, 222, 121, 211, 220, 122, 202, 201, 200, 210, 211.

12. Seja $A = \{$Brasil, Bélgica, Portugal, Itália, França, Bolívia, Polônia, Inglaterra$\}$

imagine uma relação entre esses elementos , que tenha a propriedade transitiva.

13. Usando a notação exponencial, escreva os seguintes números :

a) 56 709 b) 20 000

b) 8 776 d) 111

14. Escreva os números de 1 a 20 no sistema binário (base 2) de numeração.

15. Quais são os algarismos utilizados para registrar números na base 4?

16. Como terminam os números pares no sistema binário de numeração?

17. Escreva o nº 6.342 no sistema de base 12. Utilize os dez símbolos que você conhece e "crie" dois que estão faltando.

18. Escreva todos os números que podem ser representados com os algarismos 2, 9, 0 e 6. Ordene-os.

19. Descreva cada conjunto nomeando seus elementos :

a) $\{x \in N \;/\; x < 3\}$

b) $\{x \in N \;/\; x \leqslant 3\}$

c) $\{x \in N \;/\; x > 10\}$

d) $\{x \in N \;/\; 3 < x < 9\}$

20. Qual é a soma do número formado por 37 dezenas de milhões e seu sucessor?

21. Nomeie cada uma das propriedades :

a) $n + 1 = 1 + n$

b) $a + (b + 6) = (a + b) + 6$

c) $c + d + 0 = c + d$

22. Enuncie, com palavras, a propriedade comutativa da multiplicação e dê um exemplo.

23. Qual dos produtos é o maior?

a) 2.3.11.5.1

b) 1.6.1.12.4.3

c) 20.4.0.7.3

24. Pontue as expressões de forma a obter os re - sultados indicados :

a) 30 + 40 . 2 = 140 c) 5 . 5 + 6 - 6 . 10 = 25

b) 25 - 3 . 2 = 8 d) 3 + 4 + 2 . 6 - 5 = 9

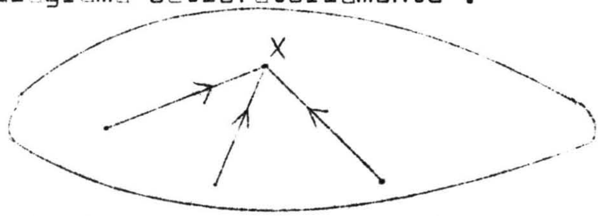
25. Sendo $\underline{x}$ um número natural qualquer, assinale as igualdades que são sempre verdadeiras :

a) x + x = 2 . x c) x - x = 0 . x

b) 3 . x + x = (3 + 0) . x d) 2 . x - 1 = 1 . x

3 - referentes ao conteúdo do módulo 3.

26. A flecha representa "... sou menor que..."complete o diagrama satisfatóriamente :



27. Observe a tabela abaixo onde :

A = o, 1, 2 e "*" é a operação definida em A.

2	0	0	2
1	2	1	0
0	1	2	0
*	0	1	2

Nestas condições :

a) a operação é associativa. ____________________

b) existe elemento neutro ______________________

c) a operação é comutativa ______________________

d) não existe o fechamento ______________________

e) (1 * 2) * 0 = 0 ____________________________

28. Para efetuarmos o produto de 5 por 17 seguimos os passos :

1º) 5 x (10 + 7)

2º) (5 x 10) + (5 x 7)

3º) 50 + 35

4º) 50 + (30 + 5)

5º) (50 + 30) + 5

6º) 80 + 5

7º) 85

na passagem do 1º para o 2º passo que propriedade foi aplicada?

29. Observe esta tabela e complete-a com os elementos que estão faltando :

M3	M..			
M2	M02			
M1	M01	M11	M21	M31
*	M0	M1	M2	M3

30. Considere A = x 100 no conjunto dos números naturais.

Marque F ou V nas afirmações abaixo :

☐ se x é par então x E A.

☐ se x ≠ A então, x > 100

☐ se x E A então, x é primo

☐ se (x - 3) E A então, X E A

☐ se x E A então, 3x E A.

31. Quais são os pares ordenados de nºs naturais aos quais podemos fazer corresponder o nº 4 por meio de adição?

(0,4); (4,0); (1,3); (3,1); (2,2).

32. Sabendo-se que x ≠ 0, as seguintes sentenças são falsas ou verdadeiras :

se a . x = b . x ==> a = b ( )

se 3 . x = 3m ==> x = 3 ( )

33. A divisão $\begin{array}{r|l} x & 9 \\ \hline 12 & y \end{array}$ está certamente errada. O que nos dá essa certeza?

34. Seja a operação *, que diz : o dôbro do produto de dois nºs por exemplo :

4 * 3 = 2. (4 x 3) = 24

Essa operação possui a propriedade comutativa?
Existe o elemento neutor, nesse caso?

35. Numa caixa de brinquedos tem 12 peças diferentes que podem ser distinguidas pela cor ou pela forma. Quanto à cor podem ser : amarelas, vermelhas, azuis ou verdes. De quantas formas diferentes podem ser as peças?

36. Observe a tabela :

5						25		
4					16	20		
3				9	12	15		
2			4	6	8	10		
1		1	2	3	4	5		
0	0	0	0	0	0	0		
x	0	1	2	3	4	5		

A linha pontilhada é a diagonal na qual está o produto de fatores iguais . Para completar esta tábua que propriedades utilizamos ?

37. Sendo <u>a</u> e <u>b</u> dois números naturais, qual é a condição para que a - b seja também um número natural ?

38. Calcule o nº desconhecido <u>x</u> em cada caso :

a) x + 20 = 150 C)9 . x = 360 E) 19 + x = 35

B) 75 - x = 38 D)x : 6 = 16 F) x - 15 = 50

G) x . 16 = 48 H) 240 . x = 20

39. Qual dos produtos abaixo é o maior?

a) 2 . 3 . 11. 5

b) 1 . 6 . 1 . 12 . 4

c) 20 . 4 . 0 . 7 . 3

40. Completar :

- Numa divisão, sabe-se que o resto é 1 , Subtraindo-se 1 do dividendo e efetuando outra vez a divisão, o novo resto será igual a... ....

41. Contando a partir de domingo, em que dia da semana cai o milésimo dia ?

C - referentes ao conteúdo do módulo 4.

42. Complete para que tenhamos igualdade entre os racionais :

a) $\frac{3}{5} = \frac{a}{10}$ b) $\frac{m}{8} = \frac{3}{2}$ c) $\frac{x}{9} = \frac{4}{y}$

43. Complete as seguintes igualdades :

a) $7 \times \ldots\ldots = 3$

b) $\frac{1}{4} \times \ldots\ldots = 0$

c) $\frac{2}{5} + \ldots\ldots = 1$

d) $\frac{1}{2} \times \ldots\ldots = 5$

e) $0 \times \ldots\ldots = \frac{7}{10}$

f) $1 - \ldots\ldots = \frac{4}{5}$

44. Escreva a representação decimal dos racionais :

a) $\frac{3}{100}$

b) $\frac{53}{10}$

c) $\frac{562}{100}$

d) $\frac{8}{1000}$

e) $\frac{2936}{100}$

f) $\frac{35}{10.000}$

45. Dê as representações fracionárias para :

a) 34,89 d) 2,006

b) 0,049 e) 0,002

c) 0,2 f) 0,02

46. Verifique quais das seguintes afirmações são falsas e quais são verdadeiras :

☐ a) 0,7 0,087 ☐ d) 1,2 0,12

☐ b) 7,3 7,300 ☐ e) $\frac{1}{2} \neq 0,5$

☐ c) $0,08 = \frac{8}{100}$ ☐ f) 0,25 = 0,2500

47. Escreva uma fração equivalente a $\frac{8}{16}$ cujo denominador é 80. Qual será o numerador?

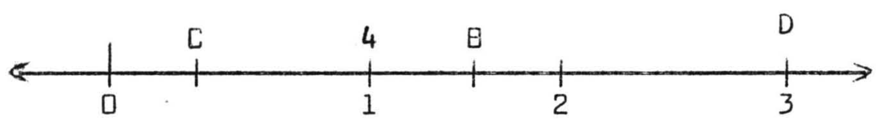
48. Complete com ⊃, ⊂ ou = :

a) N - Z

b) Z - N^*

c) Ø - N

49. Observe os pontos na reta numérica e responda:



O ponto que representa o nº $\frac{5}{3}$ é :

☐ a) A ☐ c) C

☐ b) B ☐ d) D

50. Complete com os símbolos ou = :

a) $\frac{2}{5}$ ...... $\frac{3}{7}$ b) $\frac{10}{4}$.... $\frac{15}{6}$ c) $\frac{3}{2}$ ... $\frac{4}{3}$ d) $\frac{11}{24}$ ... $\frac{17}{36}$

e) $\frac{11}{4}$ .....4 f) $\frac{25}{6}$ ...... $\frac{25}{8}$

239

DATILOGRAFIA, MONTAGEM E DITRIBUIÇÃO
DEPLAN 12
SERVIÇOS GRÁFICOS - DEPLAN 1
MAIO/82 - Tiragem 150 exemplares.