



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA NAVAL

Paulo Vitor Reis Guilherme

**FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL DE SEÇÕES CIRCULARES
ISOLADAS E AGRUPADAS SUJEITAS A VIBRAÇÕES INDUZIDAS
POR VÓRTICES EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS**

Joinville
2021

Paulo Vitor Reis Guilherme

**FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL DE SEÇÕES CIRCULARES
ISOLADAS E AGRUPADAS SUJEITAS A VIBRAÇÕES INDUZIDAS
POR VÓRTICES EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS**

Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia Naval do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval.

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra

Joinville

2021

Paulo Vitor Reis Guilherme

**FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL DE SEÇÕES CIRCULARES
ISOLADAS E AGRUPADAS SUJEITAS A VIBRAÇÕES INDUZIDAS
POR VÓRTICES EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “bacharel em Engenharia Naval” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Naval.

Joinville, 12 de maio de 2021.

Dra. Viviane Lilian Soethe
Coordenadora do Curso

Banca Examinadora:

Dr. André Luís Condino Fugarra
Orientador

Dr. Alexandre Mikowski
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

Dra. Talita Sauter Possamai
Avaliadora
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, que me fez chegar até aqui e me ajudou a superar as dificuldades ao longo da minha vida.

Agradeço a minha família, meus pais, Denise e Paulo, e minha irmã, Sophia, que sempre estiveram presentes comigo em momentos de alegrias e de dificuldades e pelo apoio diante de minhas decisões até aqui.

Ao meu orientador, André Luís Condino Fajarra, pela paciência, dicas e ensinamentos. Sua dedicação, desde quando iniciamos projetos de Iniciação Científica, me ajudou a alcançar objetivos que nunca imaginei.

À Universidade Federal de Santa Catarina, a todos os professores que contribuíram para minha formação e a todos meus amigos. Aqui também dedico meu agradecimento ao professor Luís Fernando Peres Calil, que, quando coordenador do curso de Engenharia Naval, me auxiliou em diversos momentos.

Às grandes amizades feitas, com agradecimento especial ao Marcus, Davi, Mateus, Rayza e Letícia. Vocês foram muito importantes para meu crescimento pessoal, em vários momentos confiaram em mim e estiveram comigo em momentos bons e também nas dificuldades. Obrigado pelas risadas e por toda diversão.

Ao CNPq, pelo estímulo de pesquisas em nível de Iniciação Científica no período da graduação e desenvolvimento deste trabalho, nos ciclos PIBIC 2017-2018 e 2019-2020.

Ao Laboratório de Acústica e Vibrações (LAV) e às amizades ali feitas. Agradeço ao Fredi, pelos ensinamentos acadêmicos e dicas quando ingressei no LAV, e à Aline, pela parceria na realização e publicação de trabalhos acadêmicos.

Ao professor Diogo Nardelli Siebert, do Laboratório de Computação Científica (LCC), pelo acesso ao cluster ao longo dos últimos anos e por ser solícito e paciente diante de eventuais dúvidas.

Ao Prof. Dr. Eduardo Aoun Tannuri, do Tanque de Provas Numérico (TPN), da Universidade de São Paulo, pela disponibilidade do cluster. Agradeço também ao José Roberto Lima Santos pelo auxílio prestado para configurações e dúvidas referentes ao cluster.

Ao programa *Santander Universidades de Bolsas Ibero-Americanas* pela oportunidade de bolsa de intercâmbio, possível graças à parceria entre o Banco Santander S.A. do Brasil e a UFSC.

Ao Instituto Superior Técnico, da Universidade de Lisboa, que contribuiu para minha formação. Agradeço também às amizades feitas em Lisboa, onde pude conhecer pessoas muito especiais que levarei comigo para vida toda.

À empresa multinacional *American Bureau of Shipping* pela premiação em minha pesquisa intitulada *Vibrações Não-Lineares Advindas das Interações Fluido-Estruturais* e pelo prêmio de destaque de desempenho no curso de Engenharia Naval. Fiquei ainda mais

motivado a continuar com meus trabalhos.

À Sociedade Brasileira de Engenharia Naval (SOBENA) pelo reconhecimento de meu artigo intitulado *Numerical Investigation on Vortex-Induced Motions of Offshore Structures of Varying Mass Ratios at $Re=100$* e pela premiação dos melhores artigos apresentados no 28º Congresso Internacional de Transporte Aquaviário, Construção Naval e Offshore.

“A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro.”
(Albert Einstein)

RESUMO

Os fenômenos de interação fluido-estrutura, que estão presentes em estruturas oceânicas, como plataformas, agrupamentos de risers e turbinas eólicas offshore flutuantes, podem gerar movimentos indesejados, vibratórios e de grandes amplitudes em função da ação de ondas, correntes e ventos, podendo levá-las à fadiga. Neste contexto, e ao contrário de muitas situações usuais, as Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV), se usadas de forma controlável, também podem trazer benefícios para engenharia, servindo como fonte de energia alternativa a partir da extração de energia provocada pelas oscilações do corpo. Com o objetivo de investigar um caso corriqueiro de engenharia oceânica, porém ainda complexo, esta pesquisa visa abordar o fenômeno de VIV, por meio da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), aplicado a uma seção circular isolada e também a duas seções circulares idênticas alinhadas na configuração denominada *tandem*. As investigações numéricas foram realizadas pelo programa OpenFOAM considerando um escoamento laminar bidimensional a $Re = 100$. Em um primeiro momento, foi avaliado o escoamento ao redor de seções circulares fixas e, posteriormente, foi considerado seu movimento com dois graus de liberdade (2GDL), variando sistematicamente a razão de massa (m^*). Para os casos com duas seções circulares em *tandem*, foi avaliado o efeito da distância relativa entre as mesmas (T/D) considerando que estas se encontram fixas e, em seguida, com 2GDL. Também foi avaliado o efeito da velocidade reduzida somente para $T/D = 5,5$. Foram extraídos resultados referentes ao coeficiente de arrasto médio ($\overline{C_D}$), valor quadrático médio do coeficiente de sustentação ($C_{L,rms}$), número de Strouhal (St), amplitudes de oscilação alinhada (A_x) e transversal (A_y) e frequências envolvidas nos movimentos. O procedimento matemático de Verificação e Validação (V&V) foi aplicado para todos os casos fixos a partir de diferentes refinamentos espaciais e temporais, sendo encontradas incertezas numéricas relativamente baixas dos coeficientes analisados. A seção circular fixa apresentou resultados coerentes com a literatura e os resultados foram validados. Com 2GDL para a seção circular isolada, percebeu-se que o sistema se encontra em ressonância e que $\overline{C_D}$ apresentou um aumento drástico em relação ao caso engastado para todas as razões de massa estudadas. Além disso, viu-se que os vórtices desprendidos possuem maior magnitude para razões de massa menores, fazendo com que $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$, A_x e A_y apresentem maiores valores conforme a redução de m^* . Para duas seções circulares fixas, os valores ficaram próximos da literatura. A partir do aumento de T/D , os valores de todos os coeficientes apresentaram um aumento drástico em $T/D = 4$, sendo esta distância de $4D$ denominada de distância crítica L_c . Ao analisar o campo de vorticidade, notou-se uma diferença de comportamento dos vórtices a partir de $T/D = 4$, e que isso está relacionado com a mudança abrupta dos valores dos coeficientes. Para $T < L_c$, os valores do $\overline{C_D}$ da seção à jusante se mostraram negativos, indicando a presença de uma força de sucção, contrária ao escoamento. Com 2GDL, viu-se que a seção à montante se comportou de maneira qualitativamente similar ao cilindro isolado. Foi visto que a seção circular à jusante influenciou no comportamento da seção circular à montante significativamente somente para $T/D = 2$. Além disso, o cilindro à jusante de $V_R = 7$ apresentou amplitudes transversais muito elevadas para $T/D > 2$, sendo visto que o fenômeno de Vibrações Induzidas pela Esteira (VIE) se mostrou presente.

Palavras-chave: Estruturas oceânicas. VIV. CFD. Seções circulares. *Tandem*.

ABSTRACT

Fluid-structural interactions, which are present in oceanic structures, such as platforms, risers and floating offshore wind turbines, may generate unwanted, vibratory and large amplitude movements due to the action of waves, currents and winds, which can lead them to fatigue. However, VIV, if used in a controllable way, can also bring benefits to engineering, serving as an alternative energy source from the extraction of energy caused by the oscillations of the body. With the objective to study a common case of oceanic engineering, but still complex, this research aims to address the VIV phenomena, through Computational Fluid Dynamics (CFD), applied to single circular sections and also two identical circular sections aligned in the configuration called tandem. The numerical investigations were carried out by OpenFOAM software considering a two-dimensional laminar flow at $Re = 100$. In a first approach, the flow around single columns was evaluated and, later, the movement with two degrees of freedom (2GDL) was considered, systematically varying the mass ratio (m^*). For cases with two circular sections in tandem arrangement, the effect of the relative distance between the sections (T/D) was evaluated considering fixed columns and, subsequently, 2GDL. The effect of the reduced velocity was also evaluated only for $T/D = 5.5$. Results for mean drag coefficient ($\overline{C_D}$), root mean square value of lift coefficient ($C_{L,rms}$), Strouhal number (St), in-line (A_x) and transverse (A_y) amplitudes and frequencies involved in the movements were obtained. The mathematical procedure of Verification and Validation (V&V) was applied to all fixed cases considering different space and time discretizations. The results presented relatively low numerical uncertainties of the analyzed coefficients. The single column showed good predictions according to the literature and the results were validated. With 2GDL for the single circular section, it was noticed that the system was in resonance and that ($\overline{C_D}$) presented a drastic increase compared to all the different mass ratios which were studied. In addition, the vortex shedding presented greater magnitude for smaller mass ratios, causing high values for $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$, A_x and A_y , according m^* decreasing. For two sections in tandem, the values were close to the literature. According T/D increasing, all the coefficients values increased dramatically at $T/D = 4$. This distance of $4D$ is named critical distance L_c . Analyzing the vorticity field, it was noticed a different behavior for the wake of vortex at $T/D = 4, 5.5$ and 6 , and that is related to the abrupt change in the values of the coefficients. For $T < L_c$, $\overline{C_D}$ presented negative values for the downstream section, indicating the presence of a suction force, opposite to the flow direction. With 2GDL, it was seen that the upstream section behaves in a qualitatively similar way to the single section. It was also noticed that the downstream section significantly influenced the upstream section behavior only for $T/D = 2$. In addition, the phenomenon of Wake-Induced Vibrations (WIV) was present at $V_R = 7$, causing large transverse amplitudes in the downstream section.

Keywords: Oceanic structures. VIV. CFD. Circular sections. Tandem.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Separação da camada-limite em um cilindro circular.	20
Figura 2 – Representação do desprendimento de vórtices na esteira.	21
Figura 3 – Relação entre número de Reynolds e desprendimento de vórtices.	22
Figura 4 – Ilustração da particularidade da VIM.	23
Figura 5 – Ilustração da representação da relação do <i>lock-in</i> com os padrões de emissão de vórtices.	24
Figura 6 – Representação de dois cilindros idênticos de diâmetro D em <i>tandem</i> a uma distância T	25
Figura 7 – Classificação do padrão de escoamento para dois cilindros em <i>tandem</i>	27
Figura 8 – Forças de arrasto e sustentação agindo no cilindro.	28
Figura 9 – Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds.	30
Figura 10 – Tipos de camadas de fronteiras próximas à parede do corpo.	31
Figura 11 – Representação do sistema massa-mola aplicado ao cilindro.	33
Figura 12 – Fluxograma do algoritmo SIMPLE.	34
Figura 13 – Fluxograma do algoritmo PISO.	35
Figura 14 – Fluxograma do algoritmo PIMPLE.	36
Figura 15 – Ilustração dos tipos de arranjos estudados.	38
Figura 16 – Refinamento próximo à região de estudo.	40
Figura 17 – Domínio computacional e condições de contorno utilizadas para as simulações.	41
Figura 18 – Respostas dos coeficientes de arrasto e sustentação, em função do tempo adimensional, para o cilindro isolado fixo.	49
Figura 19 – Resposta da densidade espectral do cilindro isolado fixo.	50
Figura 20 – Campo de vorticidade do cilindro isolado fixo em $t_{adm} = 289,15$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	50
Figura 21 – Análise de convergência para os coeficientes de arrasto e sustentação de acordo com a discretização espacial e temporal.	51
Figura 22 – Comparação teórico-experimental do coeficiente de arrasto.	52
Figura 23 – Comparação teórico-experimental do coeficiente de sustentação.	53
Figura 24 – Comportamentos estabilizados dos coeficientes de arrasto e sustentação para o cilindro isolado com dois graus de liberdade (2GDL) e $m^* = 10$ em função de t_{adm}	54
Figura 25 – Resposta da densidade espectral do cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	55
Figura 26 – Resposta dos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	56
Figura 27 – Resultado numérico do coeficiente de arrasto desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	57

Figura 28 – Resultado numérico do coeficiente de sustentação desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	57
Figura 29 – Resultado numérico da amplitude longitudinal ao escoamento desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	58
Figura 30 – Resultado numérico da amplitude transversal ao escoamento desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$	58
Figura 31 – Resultados numéricos dos coeficientes de arrasto e sustentação variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.	59
Figura 32 – Resultados numéricos da amplitude do movimento na direção longitudinal ao escoamento variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.	59
Figura 33 – Resultados numéricos da amplitude do movimento na direção transversal ao escoamento variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.	60
Figura 34 – Campo de vorticidade em quatro instantes de tempo subsequentes para o cilindro circular de $m^* = 10$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	61
Figura 35 – Campos de vorticidades para $m^* = 2, 5$ e 10 , com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	62
Figura 36 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação de dois cilindros fixos em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$	64
Figura 37 – Resposta da densidade espectral de dois cilindros fixos em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$	64
Figura 38 – Campo de vorticidade de dois cilindros fixos em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	65
Figura 39 – Coeficientes de arrasto médio em função de T/D para dois cilindros fixos em <i>tandem</i>	67
Figura 40 – Valor quadrático médio dos coeficientes de sustentação em função de T/D para dois cilindros fixos em <i>tandem</i>	67
Figura 41 – Números de Strouhal em função de T/D para dois cilindros fixos <i>tandem</i>	68
Figura 42 – Campos de vorticidades para dois cilindros fixos em <i>tandem</i> a diferente valores de T/D , com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	69
Figura 43 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação dos cilindros à montante e à jusante para o caso dinâmico de $T/D = 5, 5$	71
Figura 44 – Resposta da densidade espectral de dois cilindros com 2GDL em <i>tandem</i>	71
Figura 45 – Resposta dos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento para dois cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$	72

Figura 46 – Comparação do coeficiente de arrasto com a literatura para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5,5$ variando V_R	74
Figura 47 – Comparação do coeficiente de sustentação com a literatura para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5,5$ variando V_R	75
Figura 48 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação dos cilindros à jusante de $T/D = 5,5$ a $V_R = 5, 6, 7$ e 8	76
Figura 49 – Amplitudes longitudinais e transversais ao escoamento para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5,5$ variando V_R	77
Figura 50 – Comparação com a literatura das amplitudes transversais para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5,5$ variando V_R	78
Figura 51 – Campo de vorticidade para $T/D = 5,5$ variando a velocidade reduzida, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	79
Figura 52 – Coeficientes de arrasto para os cilindros com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$	80
Figura 53 – Coeficientes de sustentação para os cilindros com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$	81
Figura 54 – Amplitudes longitudinais e transversais ao escoamento para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> variando T/D a $V_R = 6$	82
Figura 55 – Campo de vorticidade para o caso com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1}	83
Figura 56 – Coeficientes de arrasto para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> variando T/D a $V_R = 7$	84
Figura 57 – Coeficientes de sustentação para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> variando T/D a $V_R = 7$	85
Figura 58 – Amplitudes longitudinal e transversal ao escoamento para os cilindros com 2GDL em <i>tandem</i> variando T/D a $V_R = 7$	86
Figura 59 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 5$	97
Figura 60 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$	98
Figura 61 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 7$	98
Figura 62 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 8$	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Refinamento espacial e temporal para a simulações com o cilindro isolado.	44
Tabela 2 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$.	45
Tabela 3 – Síntese das simulações realizadas.	47
Tabela 4 – Máximos C_o de acordo com a discretização temporal.	48
Tabela 5 – Máximos y^+ de acordo com a discretização espacial.	48
Tabela 6 – Resultados do procedimento de verificação para os coeficientes de arrasto e sustentação do cilindro isolado fixo.	51
Tabela 7 – Resultados das frequências para $m^* = 2, 5$ e 10 .	62
Tabela 8 – Máximos C_o de acordo com a discretização temporal e espacial para $T/D = 5, 5$.	63
Tabela 9 – Máximos y^+ de acordo com a discretização espacial para $T/D = 5, 5$.	63
Tabela 10 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à montante em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$.	65
Tabela 11 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à jusante em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$.	65
Tabela 12 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à montante com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$.	73
Tabela 13 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à jusante com 2GDL em <i>tandem</i> a $T/D = 5, 5$.	73
Tabela 14 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em <i>tandem</i> a $T/D = 2$.	95
Tabela 15 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em <i>tandem</i> a $T/D = 3$.	95
Tabela 16 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em <i>tandem</i> a $T/D = 4$.	96
Tabela 17 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em <i>tandem</i> a $T/D = 6$.	96

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1GDL	um grau de liberdade
2GDL	dois graus de liberdade
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
HPC	<i>High Performance Computing</i>
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>
VIE	Vibração Induzida pela Esteira
VIV	<i>Vortex-Induced Vibration</i>
VIVACE	<i>Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Re	Número de Reynolds
m^*	Razão de massa
L/D	Razão de aspecto
$f_{N,médio}$	Frequência natural no meio fluido
$f_{N,vácuo}$	Frequência natural no vácuo
F_D	Força de arrasto
F_L	Força de sustentação
U	Velocidade de corrente livre do escoamento
A	Área projetada
ρ	Densidade do fluido
C_D	Coefficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
St	Número de Strouhal
D	Diâmetro característico
f_s	Frequência de desprendimento de vórtices
m_s	Massa estrutural
m_f	Massa de fluido deslocada
V_R	Velocidade reduzida
f_n	Frequência natural do corpo
Y_{max}	Máxima amplitude do movimento transversal
A_y	Máximo deslocamento transversal adimensionalizado do corpo
X_{rms}	Valor quadrático médio do movimento na direção do escoamento
A_x	Amplitude adimensional de deslocamento longitudinal do corpo
ν	Viscosidade cinemática do fluido
C_o	Número de Courant
Δt	Incremento de tempo
Δx	Tamanho de uma determinada célula
c	magnitude da velocidade de uma partícula de fluido em uma determinada célula
y^+	Distância adimensional entre a parede e a célula mais próxima da parede
u^*	Velocidade de fricção
y	Distância entre a parede e a célula mais próxima da parede
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede
\vec{V}	Vetor velocidade do fluido
P	Pressão
C_A	Coefficiente de massa adicional
f_x^*	Frequência adimensional longitudinal ao escoamento
f_y^*	Frequência adimensional transversal ao escoamento

ζ	Fator de amortecimento estrutural
b	Amortecimento estrutural
k	Rigidez da mola
T/D	Distância relativa entre duas seções circulares
δ	Erro de discretização
p	Ordem de discretização
U_{val}	Erro de validação
U_{num}	Incerteza numérica
U_{input}	Incerteza dos dados de entrada
U_D	Incerteza experimental
E_i	Diferença entre o valor numérico e o valor experimental
S_i	Valor numérico obtido
D_i	Valor experimental
h_i	Discretização espacial
τ_i	Discretização temporal
$\overline{C_D}$	Coefficiente de arrasto médio
$C_{L,rms}$	Valor quadrático médio do coeficiente de sustentação
$C_{D,rms}$	Valor quadrático médio do coeficiente de arrasto
$C'_{D,max}$	Diferença entre o coeficiente de arrasto máximo e o coeficiente de arrasto médio
$C_{L,max}$	Coefficiente de sustentação máximo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	Objetivos Específicos	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	EMISSÃO DE VÓRTICES	20
2.2	VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES E MOVIMENTO INDUZIDO POR VÓRTICES	23
2.3	EFEITO DE SINCRONIZAÇÃO OU <i>LOCK-IN</i>	24
2.4	ESCOAMENTO PRÓXIMO A DOIS CILINDROS ALINHADOS	25
2.5	COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO	27
2.6	OUTRAS VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS IMPORTANTES	28
2.7	NÚMERO DE COURANT E Y^+	30
2.8	EQUAÇÕES GOVERNANTES	31
2.8.1	Movimento	31
2.8.2	Vibração com 2GDL	32
2.9	ALGORÍTIMOS DO OPENFOAM	33
2.9.1	Algoritmo <i>SimpleFoam</i>	33
2.9.2	Algoritmo <i>PisoFoam</i>	34
2.9.3	Algoritmo <i>PimpleFoam</i>	36
3	METODOLOGIA	38
3.1	CILINDROS FIXOS	38
3.2	CILINDROS COM 2GDL	39
3.3	DOMÍNIO COMPUTACIONAL E CONDIÇÕES DE CONTORNO	39
3.4	VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO	42
3.4.1	Verificação	42
3.4.2	Validação	43
3.4.3	Discretização Espacial e Temporal para a Aplicação da V&V	44
3.5	ANÁLISE DE DADOS DE VIV EM UMA SEÇÃO CIRCULAR	45
3.6	SÍNTESE DAS ANÁLISES DOS RESULTADOS	47
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	48
4.1	CILINDRO CIRCULAR ISOLADO	48
4.1.1	Cilindro Isolado Fixo	48
4.1.1.1	V&V do Cilindro Isolado Fixo	51
4.1.2	Cilindro Isolado com 2GDL	53
4.2	AGRUPAMENTO DE DOIS CILINDROS CIRCULARES EM <i>TANDEM</i>	63
4.2.1	Agrupamento de Dois Cilindros Fixos em <i>Tandem</i>	63
4.2.1.1	Verificação dos Cilindros Fixos em <i>Tandem</i> a $T/D = 5,5$	65

4.2.1.2	Varição da Distância Relativa para o Agrupamento de Dois Cilindros Fixos em <i>Tandem</i>	66
4.2.2	Agrupamento de Dois Cilindros com 2GDL em <i>Tandem</i>	70
4.2.2.1	Agrupamento de Dois Cilindros com 2GDL em <i>Tandem</i> a $T/D = 5,5$	70
4.2.2.1.1	<i>Verificação dos Cilindros com 2GDL em Tandem a $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$</i>	72
4.2.2.2	Varição da Velocidade Reduzida para $T/D = 5,5$	74
4.2.2.3	Varição da Distância Relativa para Dois Cilindros em <i>Tandem</i> com 2GDL	79
5	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS	90
	APÊNDICE A – REFINAMENTO DAS SIMULAÇÕES EM <i>TANDEM</i>	95
	APÊNDICE B – COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO DOS CILINDROS À MONTANTE PARA DIFERENTES VELOCIDADES REDUZIDAS	97

1 INTRODUÇÃO

A indústria offshore vêm ganhando cada vez mais espaço devido a descoberta de reservas de petróleo em águas profundas, como o pré-sal brasileiro, que impulsionou este avanço tecnológico. Apesar da desvalorização acentuada no preço do barril do petróleo, que chegou a ter seu valor negativo no começo do primeiro semestre de 2020 devido à guerra comercial entre Rússia e Arábia Saudita e à pandemia da Covid-19, a economia de muitos países possuem dependências desse recurso (VIRGA *et al.*, 2020). Devido aos inúmeros produtos que podem ser obtidos a partir do petróleo, esse combustível ainda será explorado ao longo dos anos.

Entretanto, as energias não-renováveis dependentes do petróleo e carvão mineral devem ser substituídas por outras fontes de energias renováveis gradualmente. Uma das formas de produção de energia encontrada pela indústria offshore, é a energia eólica offshore, implementada a partir de campos de turbinas eólicas flutuantes no mar. É uma fonte de energia renovável, totalmente limpa e pode gerar praticamente o dobro de energia em comparação às turbinas eólicas terrestres devido a ação de elevados fluxos de ventos constantes e de movimentos de ondas e correntezas no mar (REIS, 2020).

As turbinas eólicas flutuantes offshore representam uma tendência de crescimento nos próximos anos. O investimento em energia eólica offshore global quadruplicou na primeira metade do ano de 2020, mesmo quando a pandemia de coronavírus provocou um choque econômico sem precedentes (NOGUEIRA, 2020).

Devido às plataformas semissubmersíveis e turbinas eólicas flutuantes offshore serem suportadas por colunas e também aos sistemas de risers conectados às plataformas serem tubos flexíveis, é comum estudos fluido-estruturais a respeito de seções circulares. É muito importante prever, do ponto de vista de projeto e operacional, forças hidrodinâmicas e movimentos de estruturas oceânicas causados pelo acoplamento fluido-estrutura (JAIMAN *et al.*, 2009).

Estruturas imersas em fluidos estão sujeitas ao fenômeno de desprendimento de vórtices, causador da Vibração Induzida por Vórtices, do inglês *Vortex-Induced Vibration* (VIV). Isso gera vibrações na estrutura, que são prejudiciais, podendo levar a estrutura ao efeito de ressonância, fadiga e até mesmo ao colapso (CENCI, 2017). As plataformas circulares flutuantes apresentam um diâmetro característico associado a um grande período natural de movimentos no plano horizontal; portanto, nesses sistemas, opta-se por designar o fenômeno em questão como Movimento Induzido por Vórtices, do inglês *Vortex-Induced Motion* (VIM), que pode afetar diretamente a vida à fadiga dos risers e sistemas de amarração (GONÇALVES *et al.*, 2015).

No entanto, o fenômeno de VIV, se usado de forma controlada, também pode servir como benefício para a engenharia. A característica auto-excitada e auto-regulada da dinâmica ocasionada pelo VIV em uma estrutura pode servir como fonte de energia

alternativa, por meio da extração de energia provocada pelas oscilações do corpo (FILHO, 2018). Afim de tirar vantagem deste benefício, alguns métodos já são aplicados e outros ainda estão sendo estudados. Bernitsas *et al.* (2008) discutiram os conceitos do dispositivo de Energia Limpa Aquática de Vibração Induzida por Vórtices, do inglês *Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy* (VIVACE), inventado por Bernitsas e Raghavan e com patente da Universidade de Michigan, e mostraram sua eficiência em converter a energia hidrocínética de correntes, de oceanos ou rios, em energia, como a eletricidade, usando o fenômeno de VIV a favor.

Outro método de conversão de energia foi investigado por Filho (2018), que estudou experimentalmente o comportamento dinâmico de um arranjo de quatro cilindros flexíveis com rigidez flexional ortotrópica, feitos de resina polimérica, sob o efeito de VIV. A partir das respostas dos movimentos e velocidades de deslocamentos dos cilindros, estimou-se a potência elétrica que poderia ser extraída, por meio de um modelo matemático que representa o comportamento de uma viga engastado-livre revestida com material piezolétrico em arranjo bimorfo.

Visto a importância da movimentação de estruturas cilíndricas e suas diferentes aplicações, tanto no ramo offshore quanto no aproveitamento como energia alternativa, é interessante a investigação do fenômeno de VIV em seções circulares com dois graus de liberdade (2GDL). Investigações sobre esse problema são comuns, de modo a se ter melhor entendimento da física envolvida nos movimentos induzidos por vórtices de corpos flutuantes (GONÇALVES *et al.*, 2013). Portanto, uma série de trabalhos foram realizados afim de entender a dinâmica envolvida em cilindros submersos em meios fluidos.

Considerando o movimento transversal apenas, Govardhan e Williamson (2000) estudaram experimentalmente a vibração livre de um cilindro circular com um grau de liberdade (1GDL) de diferentes razões de massa e amortecimentos estruturais. Lopes (2015) realizou o estudo do VIM em um cilindro isolado com 1GDL, e utilizou o programa OpenFOAM em suas análises numéricas. Em um caso um pouco mais complexo devido ao movimento do corpo em ambas as direções longitudinal e transversal ao escoamento, Chung (2016) e Prasanth e Mittal (2008) estudaram numericamente a dinâmica envolvida em um cilindro isolado com 2GDL a baixos números de Reynolds.

Os avanços da técnica de Fluidodinâmica Computacional, do inglês *Computational Fluid Dynamics* (CFD), e de computadores cada vez mais potentes, como o surgimento de sistemas de Computação de Alto Desempenho, do inglês *High Performance Computing* (HPC), proporcionaram o desenvolvimento de investigações mais complexas a respeito de interações fluido-estruturais. De acordo com Darvishzadeh e Sari (2015), o CFD se tornou amplamente popular nas indústrias de petróleo e gás com o surgimento desses computadores de alto desempenho. Hsu *et al.* (2011) apresentaram uma estrutura de computação de alto desempenho para simulação de fluxo avançada e sua aplicação à energia eólica com base no método multiescala variacional com base residual e análise

isogeométrica.

Dessa forma, em função de máquinas cada vez mais potentes, simulações envolvendo múltiplos cilindros fixos, e também com 2GDL, têm se tornado comum no ramo offshore nos últimos anos. Pereira *et al.* (2020) e Assi (2005) estudaram experimentalmente dois cilindros circulares em *tandem* com 2GDL a diferentes espaçamentos e velocidades reduzidas, avaliando as repostas dinâmicas de cada cilindro, a interferência de um cilindro na resposta de outro e os fenômenos de VIV e Vibração Induzida pela Esteira (VIE). Narváez *et al.* (2016) estudaram numericamente dois cilindros circulares em *tandem* a $Re = 100$ e 200 , e Prasanth (2009), a diferentes números de Reynolds e espaçamentos. Ding *et al.* (2015) estudaram configurações com até quatro cilindros em *tandem* em uma série de números de Reynolds na faixa de $30.000 < Re < 120.000$. He *et al.* (2018) investigaram numericamente as interações fluido-estruturais de quatro colunas de seções circulares, quadradas e diamantes em configuração quadrada, e perceberam que os dois cilindros à montante interferem consideravelmente nos dois cilindros à jusante.

Visto a importância acerca do escoamento ao redor de colunas, nesta pesquisa, foram realizadas análises numéricas de seções circulares isoladas e duas seções circulares alinhadas na configuração denominada *tandem*, considerando que se encontram fixos e com 2GDL, utilizando a técnica de CFD por meio do programa OpenFOAM para um escoamento bidimensional.

1.1 OBJETIVOS

Analisar o escoamento de fluido ao redor de seções circulares isoladas e de agrupamentos de duas seções circulares idênticas alinhadas em *tandem* a diferentes distâncias relativas, avaliando situações fixas e com 2GDL.

1.1.1 Objetivos Específicos

- a) Avaliar os resultados obtidos dos coeficientes de arrasto e sustentação e dos deslocamentos de cada seção circular;
- b) Diferenciar as hipóteses de seções circulares fixas e com 2GDL;
- c) Examinar o efeito da razão de massa na seção circular isolada;
- d) Investigar o efeito e as diferenças das configurações estudadas;
- e) Avaliar o efeito da distância relativa na configuração *tandem*;
- f) Analisar qualitativamente o desprendimento de vórtices;
- g) Examinar as frequências envolvidas nos movimentos e no desprendimento de vórtices;
- h) Aplicar o método de Verificação e Validação (V&V) dos resultados para os casos fixos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

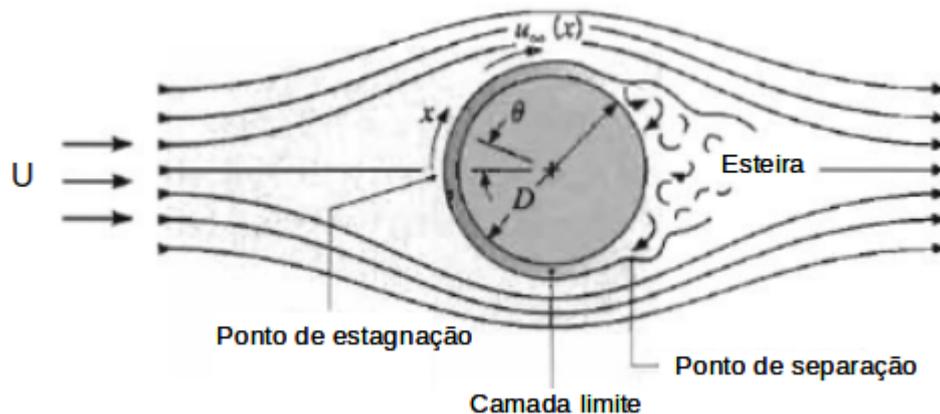
Esta seção consiste em revisar conceitos teóricos fundamentais para o entendimento desta pesquisa, apresentando conteúdos referentes a mecânicas dos fluidos e hidrodinâmica. São apresentados, também, alguns parâmetros adimensionais que são importantes para a confiabilidade das simulações numéricas a partir do OpenFOAM.

2.1 EMISSÃO DE VÓRTICES

O desprendimento de vórtices ocorre por conta da presença de um corpo rombudo em um escoamento. De modo geral, as partículas de fluido tendem a contornar o corpo submerso até um ponto de separação, formando, em seguida, um escoamento com linhas de correntes de formato próximo a um círculo ou espiral.

A interação do fluido com a parede de um corpo rombudo promove a redução abrupta da energia cinética devido ao atrito, causando também uma variação no campo de pressão próximo ao corpo (BERGMAN *et al.*, 2011). Assim, ocorre o desprendimento da camada limite e, com isso, a formação de um ponto de estagnação no cilindro e um estado de pressão máxima neste mesmo ponto, conforme representado pela Figura 1.

Figura 1 – Separação da camada-limite em um cilindro circular.

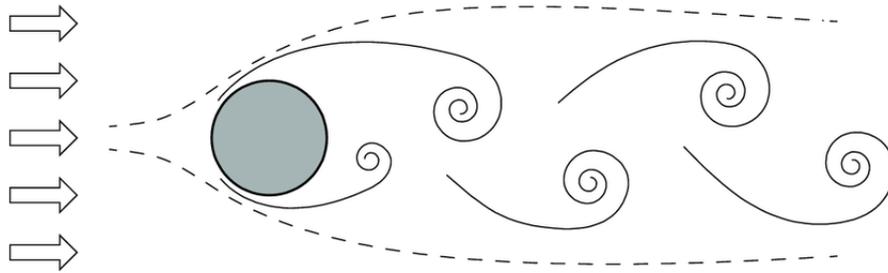


Fonte – Adaptado de Bergman *et al.* (2011).

Para um cilindro circular, ocorre um gradiente de pressão negativo ($\delta p / \delta x < 0$) a partir do ponto de estagnação conforme o fluido avança ao redor do corpo e, conseqüentemente, ocorre uma aceleração no fluido. Assim que o fluido atinge velocidade máxima em um certo ponto, surge um campo de baixa pressão e um ponto de pressão mínimo. Logo, a camada limite, que se desenvolve a partir de um gradiente de pressão positivo, encontra um gradiente de pressão adverso.

Esse comportamento adverso promove uma desaceleração no fluido a partir do ponto de velocidade máxima, fazendo com o que o gradiente de velocidade na superfície do cilindro seja zero. Logo, a partícula de fluido não possui força suficiente para superar esse comportamento adverso de pressão e, portanto, não é possível o movimento na direção jusante do cilindro. Neste ponto, conhecido como ponto de separação, ocorre a separação da camada limite e o fluido muda a direção original do escoamento, formando uma esteira de vórtices alternada. A Figura 2 representa a emissão de vórtices para uma seção circular e a esteira alternada de vórtices, conhecida também como esteira de von Karmán, de maneira simplificada.

Figura 2 – Representação do desprendimento de vórtices na esteira.



Fonte – Ježov (2013, p. 13).

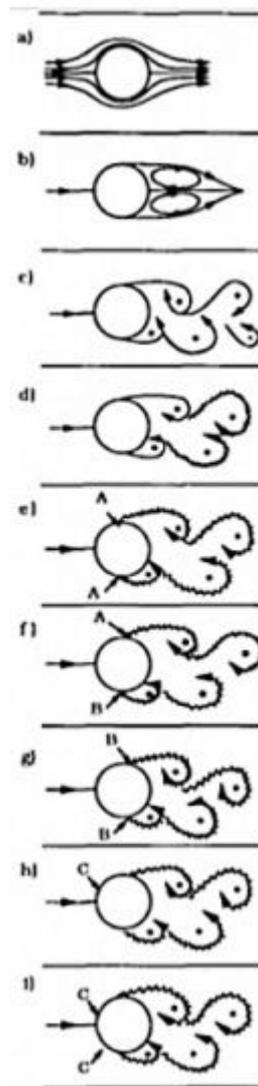
Por meio de estudos experimentais, Sumer e Fredsøe (1997) relacionaram o padrão de emissão de vórtices e o número de Reynolds da seguinte forma:

- a) $Re < 5$: Não ocorre separação do escoamento e não há formação de vórtices.
- b) $5 < Re < 40$: Surge um par de vórtices que tende a aumentar de comprimento em função do acréscimo no valor do número de Reynolds.
- c) $40 < Re < 150$: Início do desprendimento com vórtices se movendo alternadamente em sentido horário e anti-horário. Este padrão de esteira é conhecida como esteira de von Karmán, a qual, nesta faixa de Reynolds, é laminar.
- d) $150 < Re < 300$: Ocorre a transição à turbulência da esteira de vórtices de von Karmán e o surgimento das primeiras instabilidades tridimensionais.
- e) $300 < Re < 3 \times 10^5$: Esteira completamente turbulenta, sendo que a camada limite sobre a superfície do cilindro permanece laminar.
- f) $3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^6$: Início da transição à turbulência da camada limite e a esteira de vórtices torna-se mais estreita e laminar.
- g) $3,5 \times 10^6 < Re < 1,5 \times 10^6$: É reestabelecida uma esteira de vórtices turbulenta. Os dois pontos de separação são turbulentos, mas a transição para o regime turbulento na camada limite está entre o ponto de estagnação e o ponto de separação.

- h) $1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$: A camada limite é totalmente turbulenta em um lado do cilindro enquanto o outro lado permanece parte laminar e parte turbulento.
- i) $Re > 4 \times 10^6$: A camada limite dos dois lados do cilindro são completamente turbulentas.

A Figura 3 representa o desprendimento de vórtices para cada uma das faixas de número de Reynolds descritas.

Figura 3 – Relação entre número de Reynolds e desprendimento de vórtices.



Fonte – Sumer e Fredsøe (1997, p. 2).

Os vórtices podem levar o corpo a vibrações e movimentos indesejados, ocasionando os fenômenos conhecidos como VIV e VIM. Esses fenômenos dependem, principalmente, do número de Reynolds característico do escoamento.

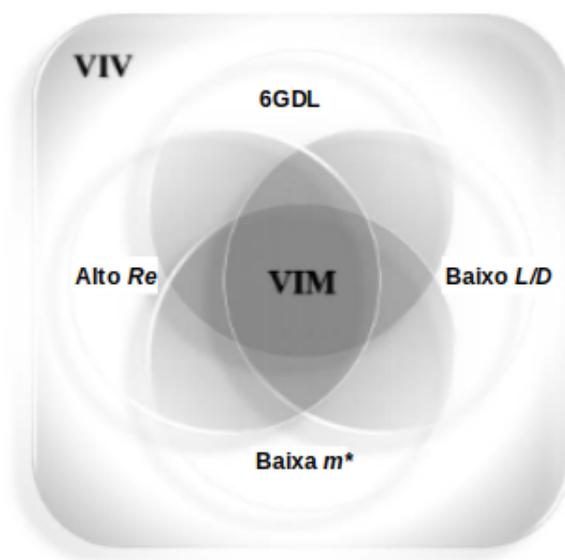
2.2 VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES E MOVIMENTO INDUZIDO POR VÓRTICES

As VIV ocorrem devido ao escoamento em corpos rombudos e podem ser definidas como movimentos cíclicos no corpo provocados pelo desprendimento de vórtices. A emissão de vórtices ocorre periodicamente e, conseqüentemente, o campo de pressões é alterado ciclicamente.

Segundo Assi (2005), a emissão de vórtices faz com que haja uma flutuação periódica na força de sustentação, na direção transversal do corpo, proporcional à frequência de emissão de vórtices. Assim, ocorre a geração da força de excitação da VIV por meio do comportamento cíclico da emissão de vórtices e alteração periódica dos campos de pressões próximo à parede do cilindro.

VIV e VIM representam o mesmo fenômeno, sendo que ambos apresentam um comportamento ressonante no corpo sujeito ao escoamento, ou seja, compartilham o mesmo mecanismo de interação fluido-estrutural, possuindo os mesmos comportamentos autoexcitados e autolimitados (FUJARRA *et al.*, 2012). A principal diferença é que o termo VIM geralmente é utilizado para grandes estruturas flutuantes oceânicas sujeitas ao escoamento de fluido. Portanto, conforme a Figura 4, Fujarra *et al.* (2012) define que VIM é um caso particular de VIV, aplicado a estruturas cilíndricas de baixas razões de massa (m^*), baixa razão de aspecto (L/D), pelo menos 2GDL e altos números de Reynolds.

Figura 4 – Ilustração da particularidade da VIM.



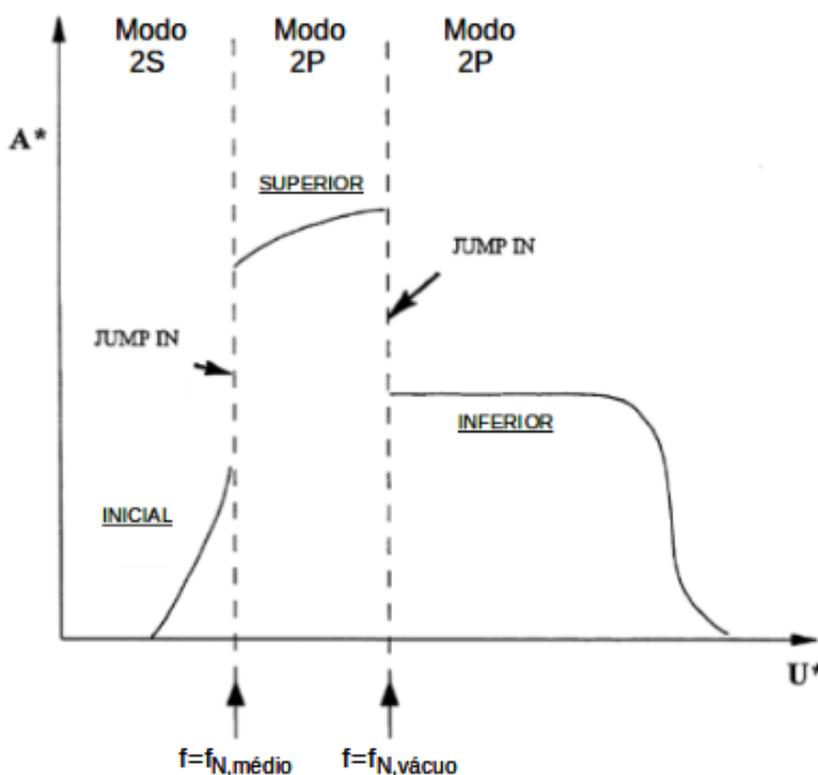
Fonte – Adaptado de Fujarra *et al.* (2012, p. 3)

2.3 EFEITO DE SINCRONIZAÇÃO OU *LOCK-IN*

O efeito de sincronização, ou *lock-in*, é um acontecimento associado à VIV aplicado a corpos rombudos. Este é o fenômeno em que o movimento do cilindro aparentemente controla a frequência de liberação do vórtice, sendo que, ao longo de uma faixa de velocidades, o cilindro oscila próximo a sua frequência natural e o desprendimento do vórtice é sincronizado com esta frequência (KING, 1977). De acordo com Blackburn e Henderson (1996), as amplitudes relacionadas ao movimento transversal do corpo aumentam consideravelmente durante o regime em *lock-in*.

Williamson e Roshko (1988) foram um dos pioneiros a estudarem o regime de *lock-in* e notaram que este efeito pode estar associado aos padrões de vórtices emitidos na esteira. De acordo com a Figura 5, Williamson e Govardhan (2004) ilustraram graficamente o efeito de *lock-in*, relacionando a amplitude transversal adimensionalizada (A^*), a velocidade reduzida (U^*) e o padrão de emissão de vórtices para baixos valores do produto entre a massa estrutural e o fator de amortecimento. O modo de emissão de vórtices do tipo 2S corresponde a dois vórtices únicos na esteira a cada ciclo, enquanto o tipo 2P corresponde a dois pares de vórtices desprendidos a cada ciclo.

Figura 5 – Ilustração da representação da relação do *lock-in* com os padrões de emissão de vórtices.



Fonte – Adaptado de Williamson e Govardhan (2004, p. 426).

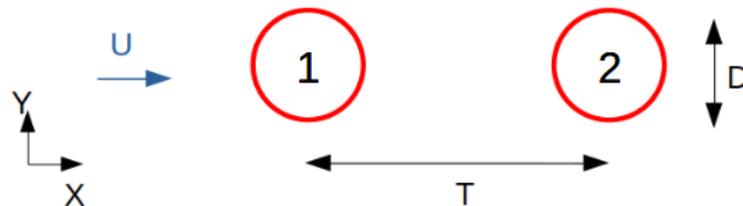
Percebe-se dois saltos distintos, denominados de *jump in*, conforme a Figura 5. De acordo com Williamson e Govardhan (2004), o primeiro está relacionado com a frequência natural no meio fluido ($f_{N,médio}$), em que ocorre uma mudança no tempo de desprendimento de vórtices, associada à transição do padrão de vórtices do modo 2S para o modo 2P. Após isso, durante o modo 2P, as amplitudes transversais se mostram com valores mais elevados, conforme o ramo superior, entre a frequência natural no meio fluido e a frequência natural no vácuo ($f_{N,vácuo}$). O segundo salto está relacionado com a frequência natural no vácuo, fazendo com que, a partir desta frequência, as amplitudes transversais diminuam significativamente. Este último salto não está relacionado com mudanças no tempo das emissões de vórtices.

2.4 ESCOAMENTO PRÓXIMO A DOIS CILINDROS ALINHADOS

A configuração de dois cilindros alinhados paralelamente ao escoamento, também conhecida como *tandem*, é um caso complexo da hidrodinâmica, pois os vórtices liberados do primeiro cilindro, denominado de cilindro à montante, podem interferir no comportamento do segundo cilindro, denominado de cilindro à jusante, e vice-versa, dependendo da distância entre os corpos. Ainda, parâmetros importantes na resposta de um cilindro sob interferência são as flutuações de velocidade e pressão, a primeira esteira de vórtices liberada pelo cilindro à montante e a alteração da velocidade média da esteira (ASSI, 2005).

A distância entre os cilindros também é um dos parâmetros que tem influência no comportamento desta configuração. Conforme a Figura 6, a distância relativa é um parâmetro adimensional dada pela razão entre a distância entre dois cilindros idênticos T e seus diâmetros característicos D . O *cilindro 1* é denominado de cilindro à montante, enquanto o *cilindro 2* é denominado de cilindro à jusante.

Figura 6 – Representação de dois cilindros idênticos de diâmetro D em *tandem* a uma distância T .

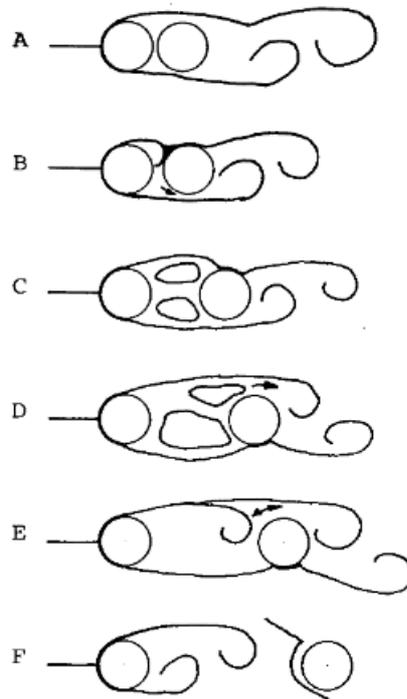


Fonte – Autor (2021).

De modo similar ao cilindro isolado, Igarashi (1981), após investigar experimentos com arranjos em *tandem* a $8,7 \times 10^3 < Re < 5,2 \times 10^4$, classificou o padrão de escoamento

ao redor de dois cilindros alinhados e fixos em *tandem* com base na distância longitudinal entre centros dos cilindros e no número de Reynolds. De acordo com a Figura 7, Igarashi (1981) classificou o padrão de escoamento da seguinte maneira:

- a) Regime A: as duas camadas de cisalhamento separadas do cilindro à montante não se recolocam sobre a superfície do cilindro à jusante. Ocorre a formação de uma única esteira de vórtices, logo após o cilindro à jusante.
- b) Regime B: há uma única esteira de vórtices após o cilindro à jusante e não há formação de vórtices entre os dois cilindros. No entanto, as camadas cisalhantes do cilindro à montante são capturadas pelo cilindro à jusante. A frequência do desprendimento de vórtices é praticamente constante e independe da velocidade do escoamento.
- c) Regime C: vórtices simétricos quase estacionários são formados entre os cilindros.
- d) Regime D: os vórtices se tornam instáveis e os vórtices desprendidos do cilindro à montante crescem e diminuem alternadamente até atingirem o cilindro à jusante.
- e) Regime E: a camada de cisalhamento separada do cilindro à montante se enrola próximo ao cilindro à jusante. Este padrão é denominado de escoamento biestável na região de transição entre os padrões D e F.
- f) Regime F: o escoamento biestável continua por um longo período e é predominante. A esteira de vórtices é formada pela combinação, de mesmo sentido, entre o vórtice desprendido do cilindro à montante e o vórtice desprendido do cilindro à jusante.

Figura 7 – Classificação do padrão de escoamento para dois cilindros em *tandem*.

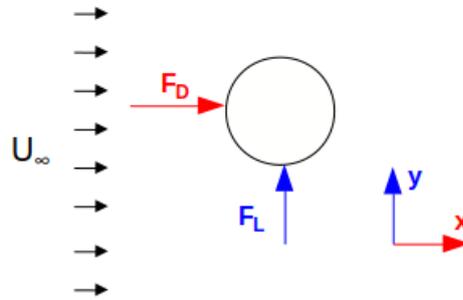
Fonte – Igarashi (1981, p. 331).

De acordo com Assi (2005), o cilindro à jusante fica totalmente envolvido pela esteira em formação provocada pelo cilindro à montante nos regimes de A a D. Isso faz com que o cilindro à jusante se encontre em uma região de baixa pressão e apresente valores bem baixos do coeficiente de arrasto médio em comparação aos regimes E e F. O coeficiente de arrasto médio do cilindro à jusante pode até mesmo apresentar valores negativos, indicando que este cilindro apresenta uma força de sucção longitudinal ao escoamento, ou seja, contrária ao escoamento.

2.5 COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO

O movimento do fluido sobre corpos rígidos gera forças de pressão e cisalhamento, promovendo o aparecimento de componentes de forças nas direções longitudinal e transversal ao escoamento. Essas forças são denominadas de arrasto F_D e sustentação F_L . A força de arrasto é uma componente na mesma direção do escoamento do fluido, causada pelas forças de fricção e pressão. Na direção perpendicular ao escoamento, há a presença da força de sustentação, que é causada pelas forças de pressão e tensões cisalhantes. A Figura 8 representa essas forças agindo em um cilindro circular.

Figura 8 – Forças de arrasto e sustentação agindo no cilindro.



Fonte – Autor (2021).

Ambas as forças dependem da velocidade de corrente livre do escoamento U , da área projetada sobre um plano normal à direção do escoamento A e da densidade do fluido ρ . É comum representar essas forças em formatos adimensionais, conforme as Equações 1 e 2, que representam os coeficientes de arrasto e sustentação, respectivamente.

$$C_D = \frac{F_D}{0,5\rho U^2 A} \quad (1)$$

$$C_L = \frac{F_L}{0,5\rho U^2 A} \quad (2)$$

Nesta pesquisa, C_D e C_L foram computados conforme o valor médio e o valor quadrático médio, respectivamente, após a estabilização do sistema. Estas e algumas outras análises de pós-processamentos de dados são apresentadas com mais detalhes adiante, na Seção 3.5.

2.6 OUTRAS VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS IMPORTANTES

É conveniente adimensionalizar outros parâmetros com o intuito de realizar comparações entre os resultados, independentemente das condições da simulação. As variáveis adimensionais possuem um significado físico que caracterizam determinadas propriedades do sistema, auxiliando na análise do escoamento e das respostas hidrodinâmicas do corpo (LEAL, 2019).

A frequência de emissão de vórtices do corpo pode ser adimensionalizada por meio do número de Strouhal St . Esse parâmetro relaciona o comprimento característico do corpo D , a velocidade livre do escoamento U e a frequência de desprendimento de vórtices de von Kármán f_s . O número de Strouhal é definido pela Equação 3 conforme Çengel e Cimbala (2015).

$$St = \frac{f_s D}{U} \quad (3)$$

A razão de massa é um parâmetro importante para as análises de 2GDL, pois a massa estrutural do corpo tem elevada influência nas respostas dinâmicas do sistema. A razão de massa m^* relaciona a massa da estrutura m_s com a massa de fluido deslocada pelo corpo m_f , sendo que, no caso de um cilindro circular, é representada conforme a Equação 4.

$$m^* = \frac{m_s}{m_f} = \frac{4m_s}{\rho\pi D^2 L} \quad (4)$$

A velocidade reduzida V_R relaciona a velocidade livre de escoamento com a frequência natural do corpo f_n e seu comprimento característico, conforme a Equação 5.

$$V_R = \frac{U}{f_n D} \quad (5)$$

O deslocamento transversal do corpo é representado pela razão entre a máxima amplitude do movimento transversal Y_{max} e o comprimento característico do corpo, conforme a Equação 6.

$$A_y = \frac{Y_{max}}{D} \quad (6)$$

Já o deslocamento do corpo na direção do escoamento do fluido é representado pela razão entre o valor quadrático médio do movimento na direção do escoamento X_{rms} e o comprimento característico do corpo, conforme Equação 7. Esta pesquisa utilizará o valor quadrático médio para o deslocamento na direção longitudinal ao escoamento, ao invés de sua amplitude máxima, para comparação com outros autores, uma vez que é mais comum de encontrar valores para X_{rms} na literatura.

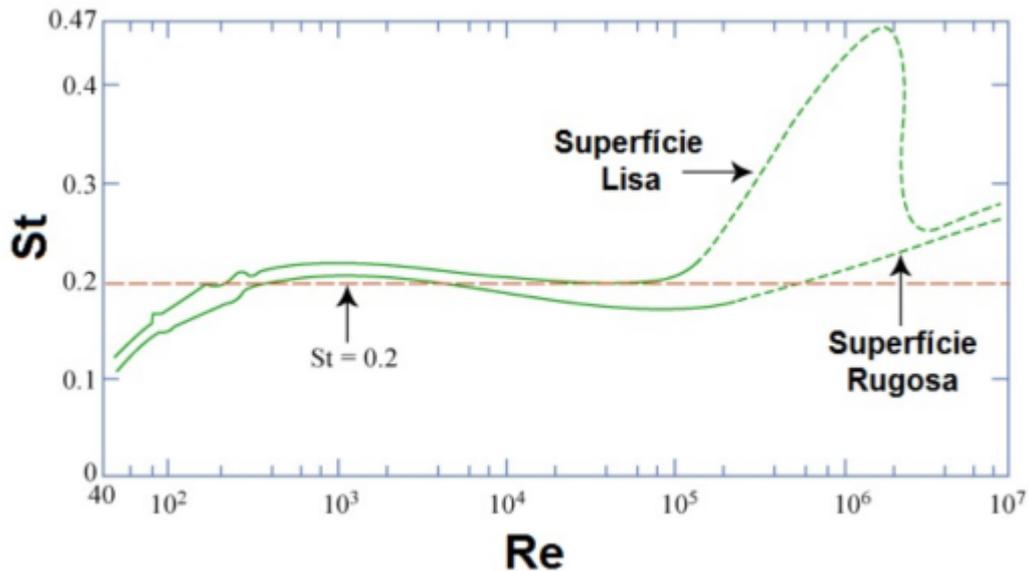
$$A_x = \frac{X_{rms}}{D} \quad (7)$$

O número de Reynolds é um parâmetro que influencia diretamente no comportamento do escoamento ao redor de um corpo, sendo definido como a relação das forças inerciais com as forças viscosas. É representado pela velocidade do escoamento, pelo comprimento característico do corpo e pela viscosidade cinemática do fluido, conforme a Equação 8.

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (8)$$

É possível ainda relacionar o número de Reynolds com o número de Strouhal para uma ampla faixa de Reynolds com o intuito de ter uma estimativa inicial da frequência de emissão de vórtices na esteira. Achenbach e Heinecke (1981) apresentaram resultados experimentais do número de Strouhal em função de Reynolds para cilindros circulares de superfícies lisa e rugosa, conforme a Figura 9.

Figura 9 – Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds.



Fonte – Achenbach e Heinecke (1981).

2.7 NÚMERO DE COURANT E Y^+

Em termos de precisão de simulação, é importante avaliar a qualidade da malha, relacionando a discretização espacial e temporal. O método dos volumes finitos (MVF), presente no programa OpenFOAM, utiliza o número de Courant e o y^+ para avaliar a aplicabilidade dos modelos usados nas simulações numéricas.

O número de Courant C_o é uma relação adimensional que relaciona o incremento de tempo Δt , um tamanho de célula particular Δx e a magnitude da velocidade de uma partícula de fluido c nesta célula. É representado pela Equação 9 e indica se uma parcela de fluido percorre mais de uma célula por intervalo de tempo. Dessa forma, é muito importante um número de Courant menor que uma unidade, isto é, $C_o < 1$.

$$C_o = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (9)$$

O parâmetro y^+ é uma distância adimensional usada para descrever a espessura de uma malha para um padrão de fluxo específico, sendo importante determinar o tamanho apropriado das células próximas às paredes do domínio. A parede é uma região que apresenta altos valores de gradientes de velocidade, uma vez que existe uma condição de não-escorregamento na parede e uma velocidade de fluxo considerável próxima à parede.

Conforme a Figura 10, a região próxima à parede pode ser dividida em três camadas: camadas viscosa, turbulenta e intermediária (ÇENGEL; CIMBALA, 2015). O parâmetro y^+ define em qual camada a região próxima à parede está, relacionando a velocidade de

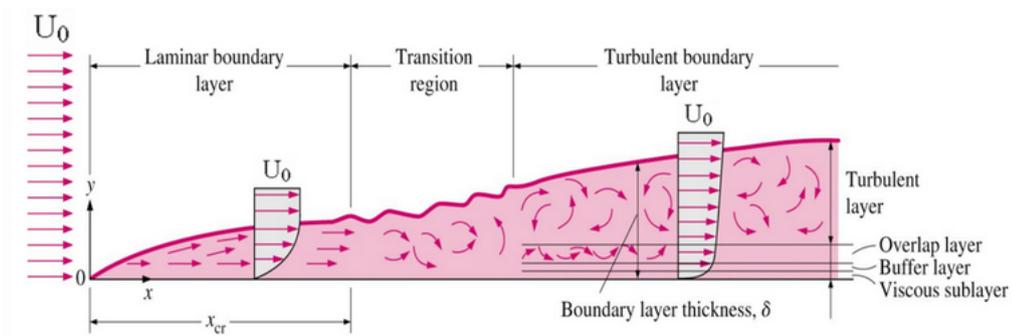
fricção u^* , a distância entre a parede e a célula mais próxima da parede y e a viscosidade cinemática do fluido ν , conforme a Equação 11.

$$y^+ \equiv \frac{u^* y}{\nu} \quad (10)$$

Onde a velocidade de fricção relaciona a tensão de cisalhamento na parede τ_w e a densidade do fluido.

$$u^* \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (11)$$

Figura 10 – Tipos de camadas de fronteiras próximas à parede do corpo.



Fonte – Çengel e Cimbala (2015)

2.8 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Esta seção apresenta as principais equações governantes para o movimento de um fluido em escoamento laminar e para a vibração de um cilindro de 2GDL.

2.8.1 Movimento

Nesta pesquisa, foi considerado um escoamento laminar em regime transiente de um fluido viscoso, incompressível e newtoniano sem efeitos de superfície livre. Portanto, as equações do movimento utilizadas são as equações da continuidade e de *Navier-Stokes*, conforme as Equações 12 e 13, respectivamente.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (12)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (13)$$

Onde \vec{V} é o vetor de velocidade do fluido, P é a pressão e μ é a viscosidade dinâmica.

O principal papel da técnica CFD é resolver as Equações 12 e 13, de modo iterativo, para cada uma das células presentes no domínio computacional. Dessa forma, ao final da simulação numérica, é fornecido um conjunto de detalhes a respeito dos campos de pressão e velocidade do fluido, assim como outras propriedades dependentes destas duas variáveis.

2.8.2 Vibração com 2GDL

O movimento do corpo com 2GDL a ser estudado é livre para oscilar no plano e é representado por um sistema massa-mola-amortecedor. O deslocamento nas direções x e y são considerados acoplados; portanto, são movimentos dependentes entre si. Khalak e Williamson (1999) apresentaram equações referentes aos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento, de acordo com as Equações 14 e 15, respectivamente.

$$\frac{A_x}{D} = \frac{1}{4\pi^3} \frac{C_D \text{sen}(\phi_x)}{(m^* + C_A)\zeta} \left(\frac{V_R}{f_x^*}\right)^2 f_x^* \quad (14)$$

$$\frac{A_y}{D} = \frac{1}{4\pi^3} \frac{C_L \text{sen}(\phi_y)}{(m^* + C_A)\zeta} \left(\frac{V_R}{f_y^*}\right)^2 f_y^* \quad (15)$$

Onde C_A é o coeficiente de massa adicional, f_x^* e f_y^* são representados por $f^* = f/f_n$ em suas respectivas coordenadas e ζ é o fator de amortecimento estrutural.

O fator de amortecimento estrutural, que é uma forma adimensional do amortecimento estrutural b , é representado pela Equação 16. Conhecendo a massa estrutural do sistema e a frequência natural, a rigidez da mola k pode ser extraída a partir da Equação 17.

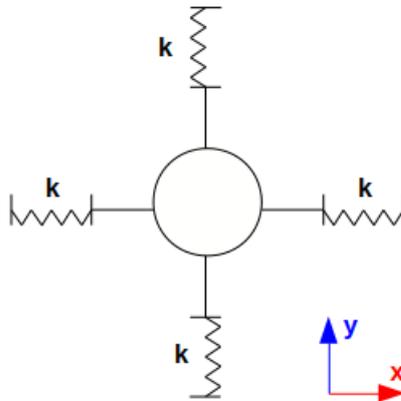
$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{k(m_s + m_a)}} \quad (16)$$

$$2\pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m_s + m_a}} \quad (17)$$

Onde m_a é a massa adicional.

Para as análises numéricas desta pesquisa, foi considerado que cada corpo está conectado por quatro molas idênticas de rigidez em seu centro de massa. Como o coeficiente de amortecimento foi negligenciado nesta pesquisa, o problema pode ser simplificado para um sistema massa-mola, conforme representado pela Figura 11.

Figura 11 – Representação do sistema massa-mola aplicado ao cilindro.



Fonte – Autor (2021).

2.9 ALGORÍTIMOS DO OPENFOAM

O programa OpenFOAM utiliza o método dos volumes finitos (MVF) para a solução dos problemas de escoamento, em que as derivadas parciais são resolvidas de modo iterativo para cada célula da malha. De maneira geral, o método decompõe o domínio em pequenos volumes de controle, formula as equações integrais de conservação para cada volume de controle, aproxima as integrais numericamente para um sistema de equações algébricas e então resolve numericamente estas equações (FERZIGER *et al.*, 2002).

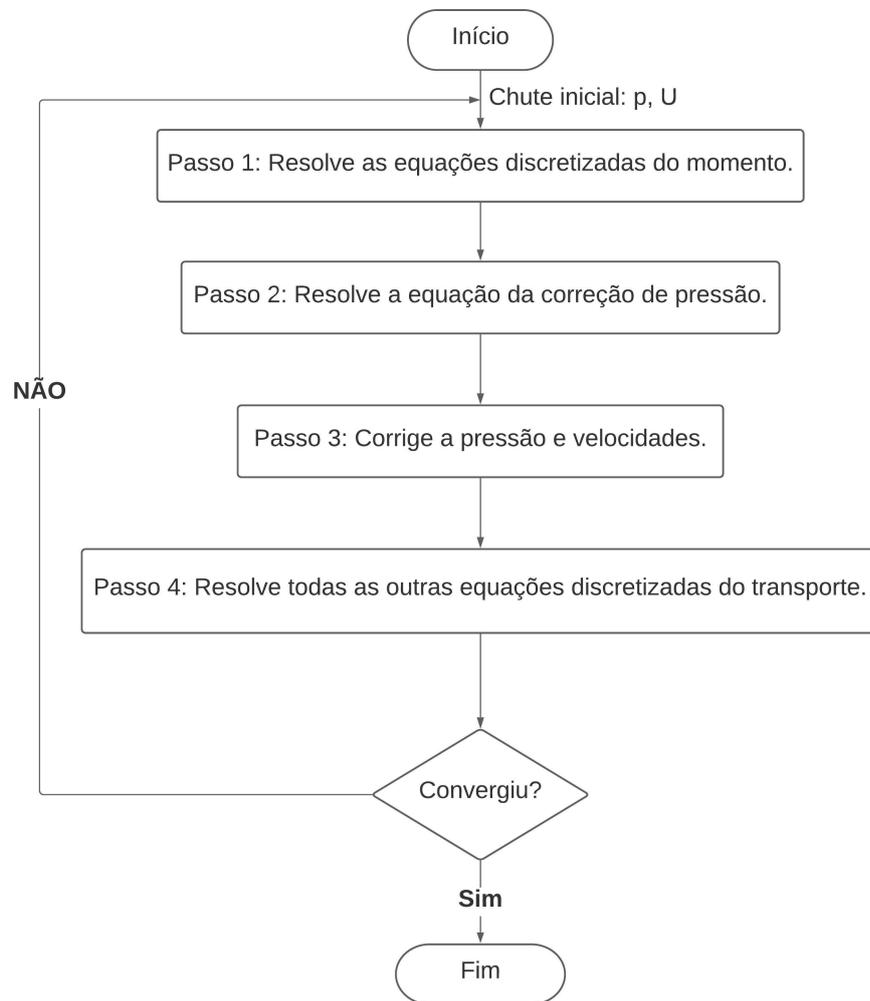
Os casos fixos e com 2GDL foram solucionados a partir dos solucionadores *PisoFoam* e *PimpleFoam*, respectivamente. Esta seção apresenta as principais características dos algoritmos utilizados no OpenFOAM para as simulações dos cilindros fixos e com 2GDL. Também são apresentadas descrições do solucionador *SimpleFoam*, já que o algoritmo PIMPLE é uma combinação dos algoritmos *Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations* (SIMPLE) e *Pressure Implicit with Splitting of Operators* (PISO).

2.9.1 Algoritmo *SimpleFoam*

O algoritmo *SimpleFoam* é utilizado para casos incompressíveis, laminares ou turbulentos e, obrigatoriamente, em regime estacionário. É uma implementação do algoritmo SIMPLE. Dessa forma, o esquema de discretização deve ser o *SteadyState*, que elimina todas as equações dependentes do tempo.

As soluções das equações de *Navier-Stokes* ocorrem de maneira segregada, ou seja, cada variável é resolvida sequencialmente a cada incremento de tempo, sendo que as soluções do intervalo de tempo anterior são utilizadas como valores iniciais para o intervalo de tempo seguinte. A Figura 12 representa o fluxograma do algoritmo SIMPLE.

Figura 12 – Fluxograma do algoritmo SIMPLE.

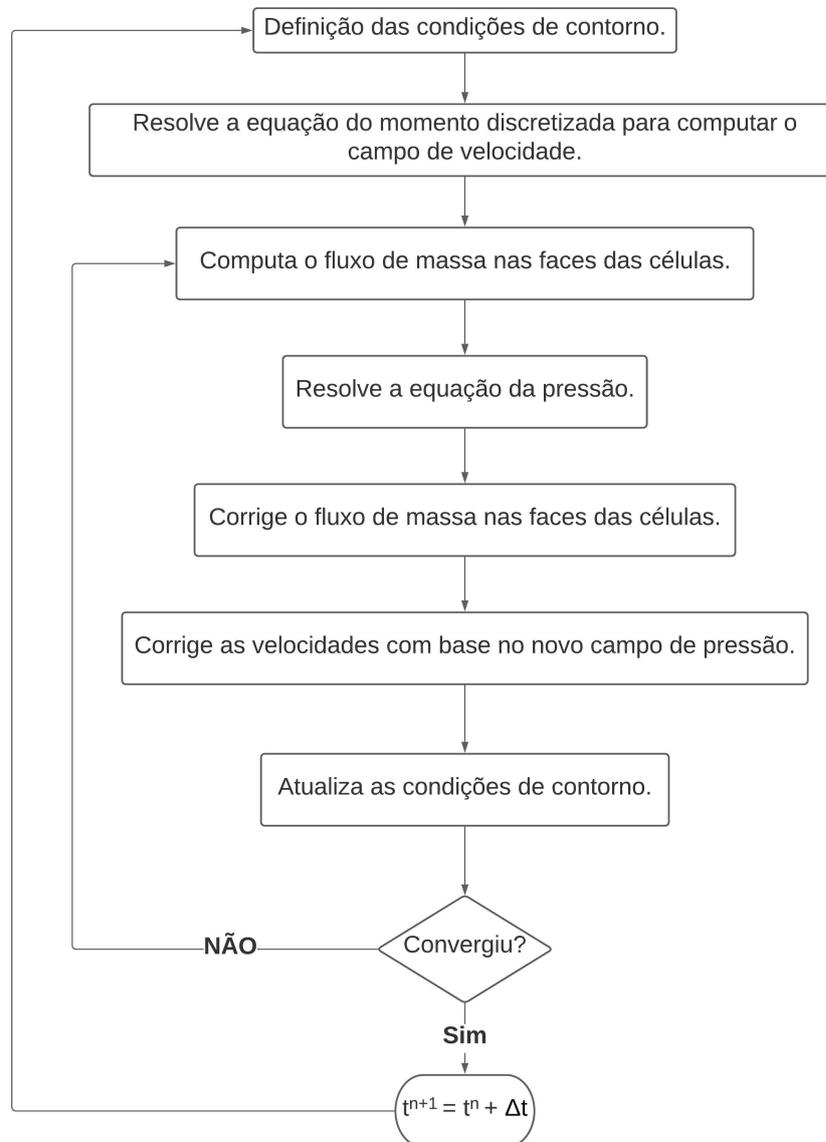


Fonte – Adaptado de (SAQR, 2017).

2.9.2 Algoritmo *PisoFoam*

O algoritmo *PisoFoam* é utilizado para regimes transientes, incompressíveis e laminares ou turbulentos. É uma implementação do algoritmo PISO, sendo que sua principal diferença em relação ao SIMPLE é que a equação de conservação da massa pode ser executada mais de uma vez. A Figura 13 representa o fluxograma do PISO.

Figura 13 – Fluxograma do algoritmo PISO.



Fonte – Adaptado de (ABDOLI, 2014).

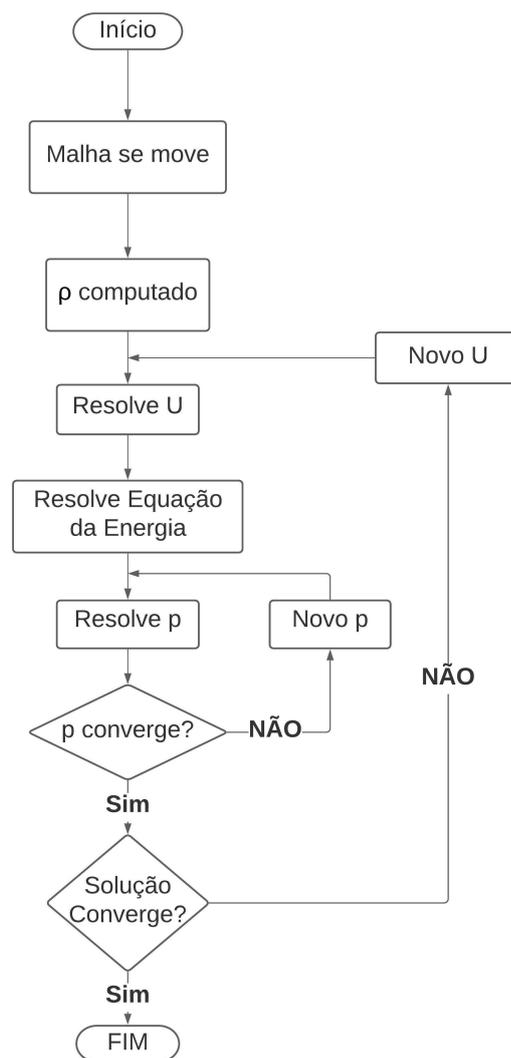
O algoritmo resolve a equação da pressão até que a pressão atinja o valor residual menor que o requerido pelo usuário. Assim, é necessário indicar o número de laços para a correção de não-ortogonalidade e da equação do momento, definidos pelos *NnonOrthogonalCorrectors* e *nCorrectors*, respectivamente:

- *NnonOrthogonalCorrectors*: define o número de soluções a serem repetidas da equação de Poisson para a pressão.
- *nCorrectors*: define o número de iterações que o PISO resolve a equação da pressão e a correção do momento a cada incremento de tempo.

2.9.3 Algoritmo *PimpleFoam*

O solucionador *PimpleFoam* é indicado para fluidos incompressíveis, laminares ou turbulentos e transientes com incrementos de tempo relativamente maiores em comparação ao *PisoFoam*. É uma combinação dos algoritmos SIMPLE e PISO. A Figura 14 representa o fluxograma do algoritmo PIMPLE.

Figura 14 – Fluxograma do algoritmo PIMPLE.



Fonte – Adaptado de (GARCIA-ALCAIDE *et al.*, 2017)

O PIMPLE pode ser utilizado tanto para malhas estáticas quando para malhas dinâmicas. Como um dos focos desta pesquisa é o estudo da dinâmica envolvida em cilindros com 2GDL, o algoritmo PIMPLE foi usado para estes casos. Dessa forma, é necessário a definição e inserir, como dados de entrada, alguns parâmetros adicionais no *PimpleFoam*, como a massa estrutural, momento de inércia de massa, o centro de massa

inicial, os comprimentos das molas e as rigidezes destas para cada cilindro.

A seção seguinte apresenta a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa. Para seu melhor entendimento, alguns parâmetros apresentados nesta seção são considerados extremamente relevantes.

3 METODOLOGIA

Esta seção apresenta a metodologia utilizada para as investigações numéricas envolvendo seções circulares, que aqui também são denominadas de cilindros circulares, a partir da técnica CFD. Primeiramente, é apresentada a descrição das diferentes configurações estudadas e, posteriormente, apresentados o processo matemático de Verificação e Validação (V&V), as análise de dados e a síntese das simulações realizadas.

3.1 CILINDROS FIXOS

Foram investigadas seções circulares fixas, levando em conta cilindros isolados e dois cilindros idênticos em *tandem*, variando sistematicamente a distância relativa destes. O número de Reynolds do escoamento bidimensional foi fixado em $Re = 100$ e o fluido para os estudos foi a água a temperatura de 20°C , que foi tratada como um fluido incompressível e newtoniano. Para as simulações com dois cilindros, as distâncias relativas analisadas foram $T/D = 2, 3, 4, 5,5$ e 6 . A Figura 15 representa as duas configurações avaliadas nesta pesquisa.

Figura 15 – Ilustração dos tipos de arranjos estudados.

(a) Cilindro isolado.



(b) Dois cilindros em *tandem*.



Fonte – Autor (2021).

3.2 CILINDROS COM 2GDL

Após a conclusão das simulações dos casos fixos, foram considerados corpos com 2GDL, livres para oscilações nas direções longitudinal e transversal ao escoamento. Foram utilizadas as mesmas configurações e propriedades de escoamento dos cilindros fixos.

De acordo com Prasanth e Mittal (2008), para o cilindro isolado, a relação dada por $Re/St = 16,6$ leva o corpo a maiores oscilações devido ao efeito de ressonância, pois, neste caso, a frequência natural do corpo é muito próxima da frequência de desprendimento de vórtices ($f_n/f_s \approx 1$). Portanto, a velocidade reduzida para o cilindro isolado é escolhida considerando que o sistema apresenta o fenômeno de ressonância, ou seja, $V_R = 6$. Para este caso, a razão de massa foi variada sistematicamente, sendo $m^* = 2, 5$ e 10 .

Já para os cilindros em *tandem*, foram realizadas simulações com $V_R = 6$ e 7 para todas as distâncias relativas investigadas nos casos fixos ($T/D = 2, 3, 4, 5,5$ e 6), com cilindros idênticos de razões de massa $m^* = 10$. De maneira complementar, a velocidade reduzida foi variada em uma faixa maior apenas para $T/D = 5,5$, em que, além de $V_R = 6$ e 7 , também foram realizadas simulações com $V_R = 5$ e 8 .

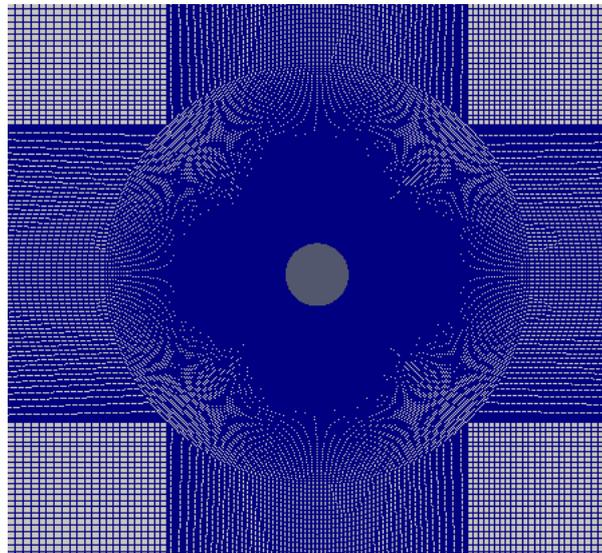
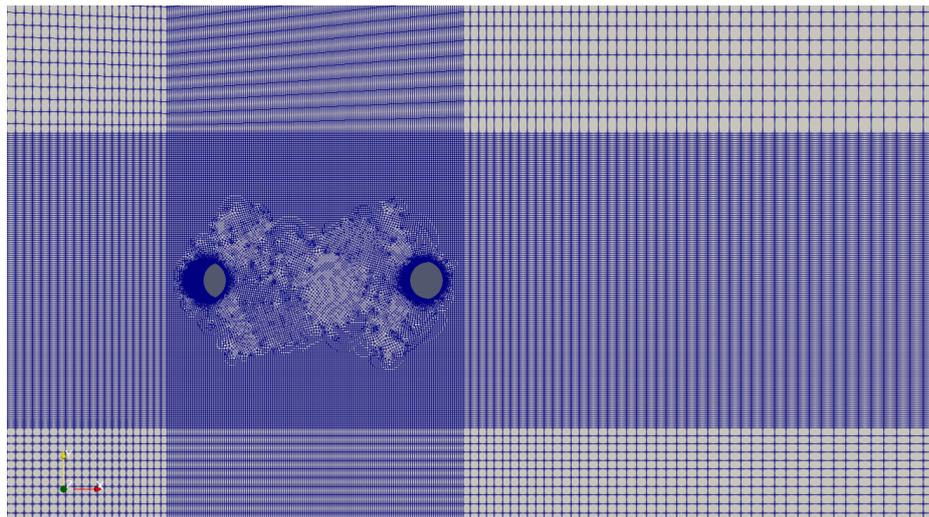
Com o intuito de promover maiores oscilações nos sistemas, o efeito de amortecimento foi desprezado para cada uma das quatro molas de cada cilindro, ou seja, $\zeta = 0$. No entanto, a parcela viscosa de amortecimento foi calculada normalmente pelo OpenFOAM.

3.3 DOMÍNIO COMPUTACIONAL E CONDIÇÕES DE CONTORNO

As malhas com os cilindros isolados foram criadas a partir da ferramenta *blockMesh*, que gera células hexaédricas, presente no OpenFOAM. Já as malhas com dois cilindros, devido a complexidade em realizar este procedimento pelo *blockMesh*, foram criadas a partir do uso do programa Ansys. Apesar dos problemas serem escoamentos bidimensionais, as malhas são tridimensionais. A Figura 16 apresenta os refinamentos espaciais das regiões próximas às seções circulares, das malhas com os maiores número de células, para os casos com o cilindro isolado e com dois cilindros a $T/D = 5,5$. É importante um maior refinamento próximo à região de estudo com o intuito de reduzir os erros de discretização, conforme abordado, adiante, na Seção 3.4.

Figura 16 – Refinamento próximo à região de estudo.

(a) Cilindro isolado.

(b) Dois cilindros em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Fonte – Autor (2021).

As condições de contorno do escoamento envolvendo as seções circulares isoladas e os agrupamentos de dois cilindros na configuração *tandem* são representadas pela Figura 17, fora de escala, e são similares. As faces *Front and Back* não são representadas na Figura 17, mas são faces ortogonais ao desenho apresentado. As condições de contorno são descritas a seguir:

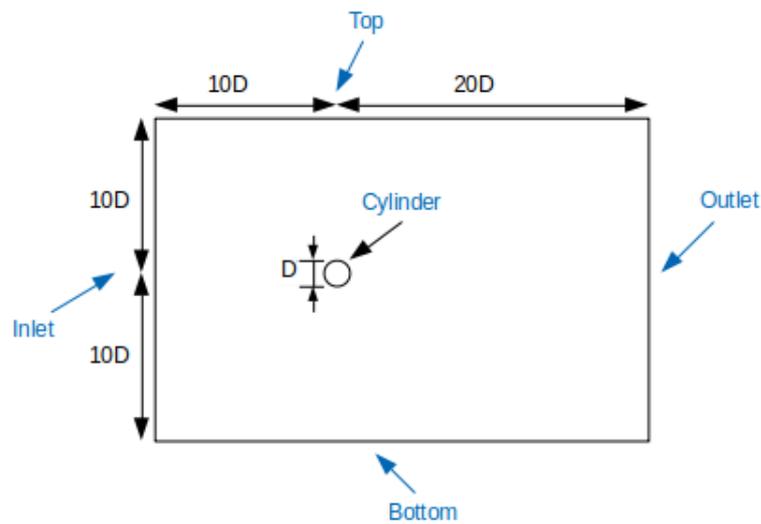
- a) *Inlet*: a velocidade de entrada do fluxo é fixa, na direção longitudinal ao escoamento, e a pressão possui gradiente zero.
- b) *Outlet*: a velocidade de saída do fluxo possui gradiente zero e a pressão possui valor fixo igual a zero.
- c) *Cylinder Wall*: como o cilindro é representado por uma parede, é utilizada

a condição de não-escorregamento e gradiente de pressão igual a zero para cada cilindro fixo. Já para os casos envolvendo 2GDL, é utilizada a função *movingWallVelocity*, presente no OpenFOAM, para cada cilindro.

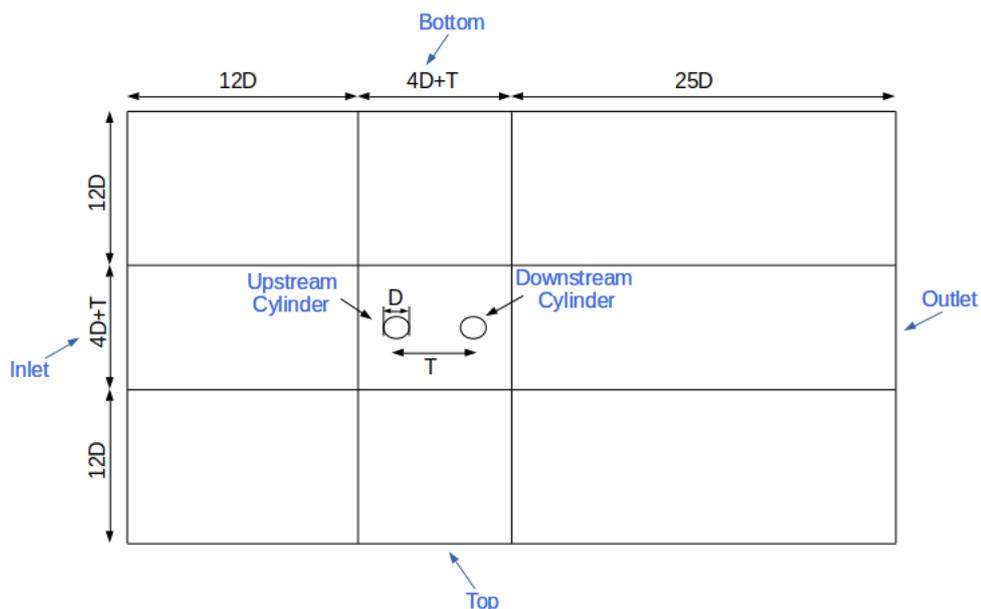
- d) *Top e Bottom*: também são representados por paredes. Isso se deve ao fato de muitos testes experimentais de engenharia oceânica serem realizados em tanques de provas.
- e) *Front and Back*: são os espaços que o fluido irá percorrer e são considerados como *empty*.

Figura 17 – Domínio computacional e condições de contorno utilizadas para as simulações.

(a) Cilindro isolado.



(b) Dois cilindros em *tandem*.



Fonte – Autor (2021).

Como pode ser visto pela Figura 17, para os casos com dois cilindros, as dimensões do domínio computacional foram alteradas sistematicamente conforme o valor da distância relativa.

3.4 VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO

Para avaliar se os resultados são confiáveis e promover a credibilidade dos resultados numéricos obtidos, é importante aplicar o procedimento matemático de Verificação e Validação (V&V) dos resultados. Esta seção apresenta o procedimento de V&V para estimar a incerteza numérica para regimes de escoamentos transientes, para posterior validação, utilizando a mesma técnica apresentada por Eça (2009), Eça e Hoekstra (2014) e Rosetti (2015).

O procedimento de V&V foi realizado com base no algoritmo desenvolvido pelo *Maritime Research Institute Netherlands* (MARIN), que apresenta a mesma técnica apresentada nesta seção.

3.4.1 Verificação

Existem três tipos de erros numéricos: erros de arredondamento, iteração e discretização. Os erros de arredondamento estão associados à precisão do computador, mas podem ser negligenciados por meio do uso de precisão dupla, ou seja, 15 dígitos.

Os erros de iteração estão associados a não-linearidade das equações resolvidas pelo CFD. No entanto, Eça e Hoekstra (2014) concluíram que esses erros podem ser negligenciados se forem adotados valores de tolerância tol_i relativamente baixos para a resolução dos sistemas de equações presentes na técnica CFD. De acordo com os autores, se $tol_i \leq 10^{-5}$, então os erros de iteração podem ser negligenciados.

Os erros de discretização ocorrem por conta da aproximação feita aos transformar equações diferenciais parciais em um sistema de equações algébricas. Estes erros são as principais fontes de erros numéricos e podem ser estimados por meio da extrapolação de Richardson, apresentado pela Equação 18, para regimes transientes.

$$\delta_{RE} = \phi_i - \phi_0 = \alpha_x h_i^{p_x} + \alpha_t \tau_i^{p_t} \quad (18)$$

Onde δ é o erro de discretização, α_x e α_t são constantes, h é o tamanho típico da célula, τ é o passo de tempo, ϕ_0 é o valor exato a ser estimado e ϕ_i é um determinado valor calculado pela simulação. Os termos p_x e p_t são as ordens de discretização de espaço e tempo, respectivamente.

Logo, busca-se encontrar com cerca de 95% de certeza de que o valor exato está na faixa:

$$\phi_i - U(\phi_i) < \phi_{exacto} < \phi_i + U(\phi_i) \quad (19)$$

Portanto, cinco incógnitas devem ser determinadas, podendo ser utilizado, para isso, o Método dos Mínimos Quadrados. Para escoamentos em regimes transientes, é necessário determinar a ordem de convergência espacial p_x e temporal p_t . Logo, podem ocorrer três condições:

- Se $p > 0$: há uma aparente convergência monotônica.
- Se $p < 0$: há uma aparente divergência monotônica.
- Se não existir valor para p : provavelmente há uma convergência ou divergência oscilatória.

Para regimes transientes, o desvio padrão da regressão deve ser comparado com a variação média dos dados, conforme a Equação 20. Caso não seja observado convergência monotônica, pode-se utilizar a Equação 21 para estimar os erros numéricos.

$$\Delta\phi = \frac{\max|\phi_i - \phi_j|}{n_d - 1} \quad (20)$$

$$\delta = \phi_i - \phi_0 = \alpha_{x1}h_i + \alpha_{x2}h_i^2 + \alpha_{t1}\tau_i + \alpha_{t2}\tau_i^2 \quad (21)$$

Caso os resultados apresentem convergência monotônica, podem ocorrer duas condições, que se diferenciam no cálculo do erro estimado.

- Se $\sigma < \Delta\phi$:

$$U(\phi_i) = 1,25\delta + \sigma + |\phi_i - \phi_{fit}| \quad (22)$$

- Se $\sigma \leq \Delta\phi$:

$$U(\phi_i) = 3\sigma(\delta + \sigma + |\phi_i - \phi_{fit}|)\Delta\phi \quad (23)$$

Onde ϕ_{fit} é o valor dependente da regressão de h_i e τ_i e δ é o critério de estimativa do erro escolhido para $|\phi_i - \phi_{fit}|$.

3.4.2 Validação

De acordo com Rosetti (2015), o processo de validação se baseia na comparação entre o erro de validação U_{val} e a diferença E entre o valor numérico obtido S e valor experimental D , conforme as Equações 24 e 25.

$$U_{val} = \sqrt{U_{num}^2 + U_{input}^2 + U_D^2} \quad (24)$$

$$E_i = S_i - D_i \quad (25)$$

Onde U_{num} é a incerteza numérica, U_{input} é a incerteza dos dados de entrada e U_D é a incerteza experimental.

Ao comparar as Equações 24 e 25, é possível a obtenção de dois resultados:

- $|E| \gg U_{val}$: os resultados não podem ser validados;
- $|E| < U_{val}$ ou $|E| > U_{val}$ por uma quantidade muito pequena: os resultados são validados com U_{val} de precisão.

3.4.3 Discretização Espacial e Temporal para a Aplicação da V&V

Para os casos que envolvem seções circulares fixas, foi aplicado o método de V&V, tanto para o cilindro isolado como para os cilindros em *tandem*, de modo a procurar validar os resultados e, conseqüentemente, as malhas.

O número de células da malha e intervalo de tempo foram variados sistematicamente, sendo necessárias, pelo menos, cinco simulações com malhas e intervalos de tempo diferentes para a estimação das cinco incógnitas da extrapolação de Richardson. Cada malha e intervalo de tempo foram descritos em valores adimensionais de acordo com as Equações 26 e 27, respectivamente.

$$h_i = \sqrt{\frac{N_1}{N_i}} \quad (26)$$

$$\tau_i = \sqrt{\frac{t_i}{t_1}} \quad (27)$$

Onde N_1 e t_1 são o número de células e o intervalo de tempo mais refinados, respectivamente.

A Tabela 1 mostra o número de células e os incrementos de tempo, com seus respectivos valores adimensionais, para o caso com a seção circular isolada. Todas as combinações de malhas e intervalos de tempo foram realizadas, com um total de nove simulações para cada caso, e, após a extração dos resultados, aplicados o procedimento de V&V.

Tabela 1 – Refinamento espacial e temporal para a simulações com o cilindro isolado.

Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
178.827	1,00	2	1
178.827	1,00	4	2
178.827	1,00	6	3
44.526	2,00	2	1
44.526	2,00	4	2
44.526	2,00	6	3
19.822	3,00	2	1
19.822	3,00	4	2
19.822	3,00	6	3

Fonte – Autor (2021).

Para as configurações fixas em *tandem*, o mesmo procedimento foi utilizado, com um total de nove simulações para cada umas das distâncias relativas. A Tabela 2 apresenta

os refinamentos espaciais e temporais para $T/D = 5,5$. As tabelas completas com os refinamentos temporais de cada uma das outras distâncias relativas ($T/D = 2, 3, 4$ e 6) se encontram no Apêndice A, sendo que as malhas ficaram similares e foi utilizada a mesma metodologia.

Tabela 2 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
87.394	1,00	2,5	1
87.394	1,00	5	2
87.394	1,00	7,5	3
42.627	1,43	2,5	1
42.627	1,43	5	2
42.627	1,43	7,5	3
19.865	2,10	2,5	1
19.865	2,10	5	2
19.865	2,10	7,5	3

Fonte – Autor (2021).

Devido ao custo computacional, dos casos com 2GDL, somente foi realizado o método de V&V para as seções circulares em *tandem* a $T/D = 5,5$ com $V_R = 6$, considerando as mesmas propriedades espaciais e temporais mostradas na Tabela 2. Para os outros casos com 2GDL, foram simuladas apenas as malhas e os incrementos de tempos mais refinados.

3.5 ANÁLISE DE DADOS DE VIV EM UMA SEÇÃO CIRCULAR

As análises de pós-processamentos são realizadas com o auxílio do programa *Octave*. Com base nos registros temporais do sistema, foram retirados dados a respeito dos coeficientes de arrasto e sustentação, número de Strouhal e amplitudes dos movimentos.

Com o objetivo de realizar comparações entre os resultados obtidos e a literatura, os coeficientes de arrasto e sustentação foram computados como o valor médio, por meio de uma média aritmética simples, e o valor quadrático médio, respectivamente, conforme as Equações 28 e 29. Os valores foram analisados após os comportamentos gráficos dos coeficientes entrarem em regime periódico. Os coeficientes relacionados aos movimentos foram analisados de maneira similar aos coeficientes de arrasto e sustentação.

$$\overline{C_D} = \frac{\left[\sum_{i=1}^N C_{Di} \right]}{N} \quad (28)$$

$$C_{L,rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{Li}^2} \quad (29)$$

Para o cálculo das frequências de desprendimento de vórtices e das frequências dos movimentos, levou-se em conta os registros temporais do coeficiente de sustentação e do deslocamento do corpo, respectivamente. Para isso, foi utilizada a Transformada Rápida de Fourier, do inglês *Fast Fourier Transform* (FFT).

Schmidt (2013) define a FFT como um algoritmo que permite calcular de maneira eficiente a Transformada de Fourier Discreta e sua inversa, sendo muito importante para análise de dados e processamento de sinais. De acordo com Posso (1977), é possível representar uma função periódica $f(t)$ de período T como uma série trigonométrica de Fourier pela Equação 30.

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sen(n\omega_0 t)] \quad (30)$$

Onde os coeficientes a_0 , a_n e b_n são dados por:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (31)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (32)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sen(n\omega_0 t) dt \quad (33)$$

Sendo $n = 1, 2, 3, \dots, i$, com $i \rightarrow \infty$.

Para a FFT, deve-se colher a frequência de amostragem f_a , de acordo com a Equação 34.

$$f_a = \frac{N}{T} \quad (34)$$

Onde N é o número de observações durante o registro.

Os coeficientes da série de Fourier podem ser obtidos pelo algoritmo conhecido da FFT, sendo possível descrever o registro temporal de acordo com a Equação 35.

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N-1} 2\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(\omega_n t + \delta_n) \quad (35)$$

Onde $\delta_n = \arctg(\frac{a_n}{b_n})$ e $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$ é a n -ésima componente harmônica da série de Fourier.

O campo de vorticidade foi observado pelo *Paraview*, que é um programa aberto e gratuito, em que é possível a visualização gráfica do pós-processamento juntamente com o domínio computacional. Os campos de vorticidade no eixo z foram processados e analisados no plano z e os vórtices foram qualitativamente estudados para os casos mais relevantes. De acordo com Speziale (1986), o vetor de vorticidade $\vec{\omega}$ pode ser calculado diretamente pela Equação 36.

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \vec{W} - 2\vec{\Omega} \quad (36)$$

Onde Ω é a velocidade angular e $\vec{W} = \vec{\omega} + 2\vec{\Omega}$ é a vorticidade intrínseca.

3.6 SÍNTESE DAS ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para uma melhor visão, a Tabela 3 apresenta uma síntese geral das análises desta pesquisa, na ordem em que as simulações são apresentadas e discutidas na Seção 4. Na última coluna da tabela, foi identificado a aplicação ou não do procedimento de V&V, sendo visto que este foi aplicado somente para os casos 1, 3 e 4.

Tabela 3 – Síntese das simulações realizadas.

Caso	Número de Cilindros	Situação	T/D	m^*	V_R	V&V
1	1	Fixo	-	-	-	Sim
2	1	2GDL	-	2, 5 e 10	6	Não
3	2	Fixo	2-6	-	-	Sim
4	2	2GDL	5,5	10	6	Sim
5	2	2GDL	5,5	10	5-8	Não
6	2	2GDL	2-6	10	6	Não
7	2	2GDL	2-6	10	7	Não

Fonte – Autor (2021).

A Seção 4 está dividida de acordo com o número de cilindros e subdividida com base na situação em que os corpos se encontram: fixos ou com 2GDL.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção consiste em apresentar e discutir os resultados numéricos obtidos para os diferentes arranjos envolvendo seções circulares isoladas e em *tandem* a $Re = 100$, realizar comparações com a literatura e aplicar o procedimento matemático de V&V. As subseções estão divididas de acordo com o número de cilindros estudados e estas apresentam abordagens considerando casos fixos e com 2GDL. Os campos de vorticidade foram analisados e estudados qualitativamente.

4.1 CILINDRO CIRCULAR ISOLADO

Em uma primeira abordagem, foram realizadas simulações considerando cilindros isolados fixos, em que se aplicou o procedimento de V&V para os resultados numéricos obtidos. Posteriormente, foram realizadas simulações considerando 2GDL, com a malha mais refinada do caso fixo, variando a razão de massa, com o objetivo de analisar os coeficientes de arrasto e sustentação e as amplitudes do movimento nas direções longitudinal e transversal ao escoamento.

4.1.1 Cilindro Isolado Fixo

Foram avaliados os resultados para diferentes refinamentos espaciais e temporais de acordo com a combinação de malhas e incrementos de tempo, sendo realizadas um total de nove simulações. As Tabelas 4 e 5 apresentam os valores máximos obtidos de C_o e y^+ para cada um dos refinamentos temporais e espaciais, respectivamente, dentre todas as malhas simuladas e incrementos de tempo.

Tabela 4 – Máximos C_o de acordo com a discretização temporal.

τ_i	C_o
1	0,56
2	0,93
3	1,96

Fonte – Autor (2021).

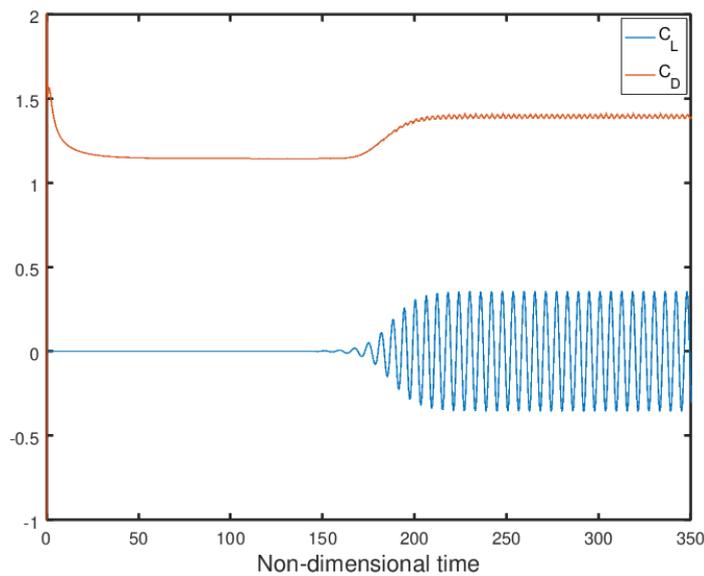
Tabela 5 – Máximos y^+ de acordo com a discretização espacial.

h_i	y^+
1,00	0,25
2,00	0,51
3,00	0,74

Fonte – Autor (2021).

Os comportamentos periódicos dos coeficientes de arrasto e sustentação foram registrados graficamente de acordo com a Figura 18 em função do tempo adimensional $t_{adm} = tU/D$ para a malha mas refinada. As outras oito simulações apresentaram comportamentos e resultados similares. Para a malha mais refinada, o coeficiente de arrasto médio apresentou valor de $\overline{C_D} = 1,3945$ e o valor quadrático médio do coeficiente de sustentação apresentou valor de $C_{L,rms} = 0,2510$.

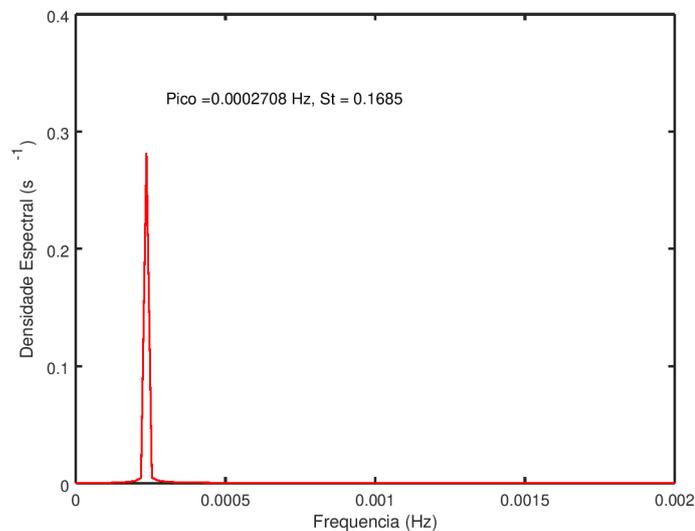
Figura 18 – Respostas dos coeficientes de arrasto e sustentação, em função do tempo adimensional, para o cilindro isolado fixo.



Fonte – Autor (2021).

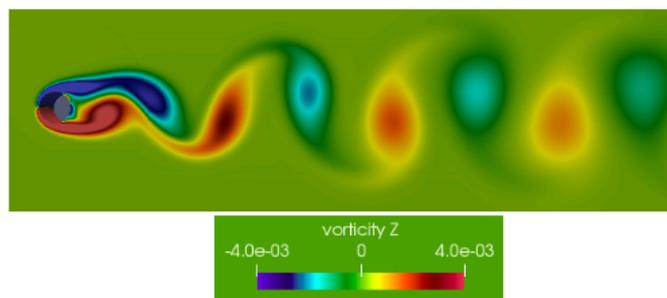
O número de Strouhal apresentou valor de $St = 0,1685$, que é correspondente à frequência de emissão de vórtices de $f_s = 2,708 \times 10^{-4}$. A Figura 19 mostra a análise gráfica da densidade espectral para a malha mais refinada, em que é possível identificar um único pico de frequência bem definido.

Figura 19 – Resposta da densidade espectral do cilindro isolado fixo.



Fonte – Autor (2021).

O campo de vorticidade foi analisado e foi identificado que o desprendimento de vórtices ocorre de maneira periódica e alternada, com vórtices no sentido horário no topo e sentido anti-horário na parte inferior do cilindro. Notou-se que o padrão de desprendimento de vórtices se assemelha ao modo 2S (*Two Single*), conforme identificado por Williamson e Roshko (1988). Além disso, os vórtices perdem energia gradativamente conforme percorrem a esteira, pois ocorre mistura de fluidos com sentidos opostos de rotação. A Figura 20 ilustra o desprendimento de vórtices, no tempo $t_{adm} = 289,15$, para a malha mais refinada.

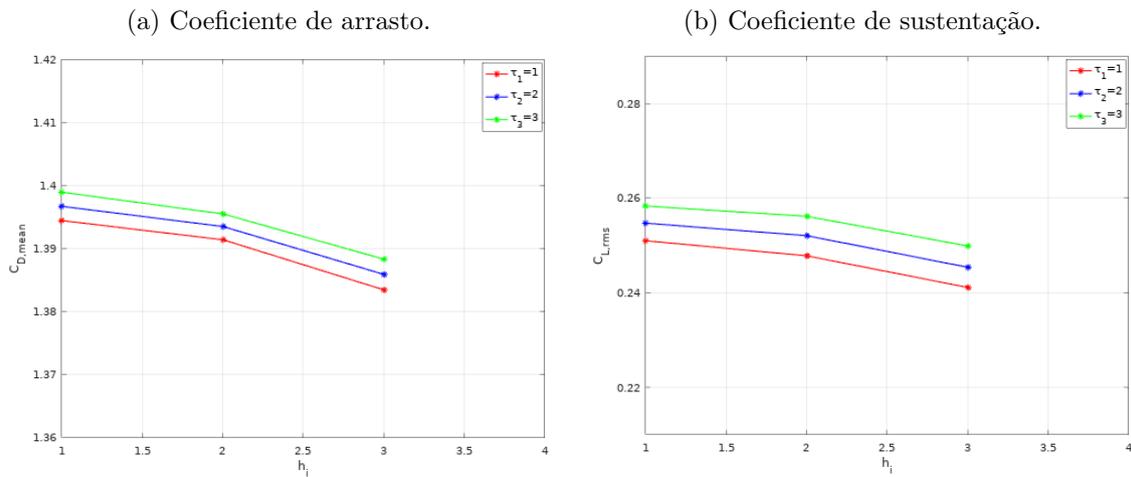
Figura 20 – Campo de vorticidade do cilindro isolado fixo em $t_{adm} = 289,15$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .

Fonte – Autor (2021).

4.1.1.1 V&V do Cilindro Isolado Fixo

A tendência de convergência é estudada para os coeficientes de arrasto e sustentação de acordo com os refinamentos espacial e temporal, conforme a Figura 21, em que é observado uma aparente convergência monotônica para os dois coeficientes. Além disso, é possível perceber que os valores se aproximam de um valor exato computacional conforme maior o refino espacial.

Figura 21 – Análise de convergência para os coeficientes de arrasto e sustentação de acordo com a discretização espacial e temporal.



Fonte – Autor (2021).

Com a aplicação do procedimento de V&V, foram encontradas aparentes convergências monotônicas para ambos os coeficientes, conforme esperado a partir das análises gráficas da Figura 21, pois os valores de p se mostraram maiores que zero. A Tabela 6 apresenta os resultados encontrados, após a análise de verificação para ambos os coeficientes, da malha mais refinada.

Tabela 6 – Resultados do procedimento de verificação para os coeficientes de arrasto e sustentação do cilindro isolado fixo.

Parâmetros	$\overline{C_D}$	$C_{L,rms}$
p_x	2,0	2,0
p_t	1,0	2,0
ϕ_0	1,3933	0,2515
U_{num}	$3,51 \times 10^{-3}$	$1,32 \times 10^{-3}$

Fonte – Autor (2021).

A faixa de valores encontradas para os coeficientes de arrasto e sustentação e o número de Strouhal da malha mais refinada, levando em conta as incertezas numéricas U_{num} , foram as seguintes:

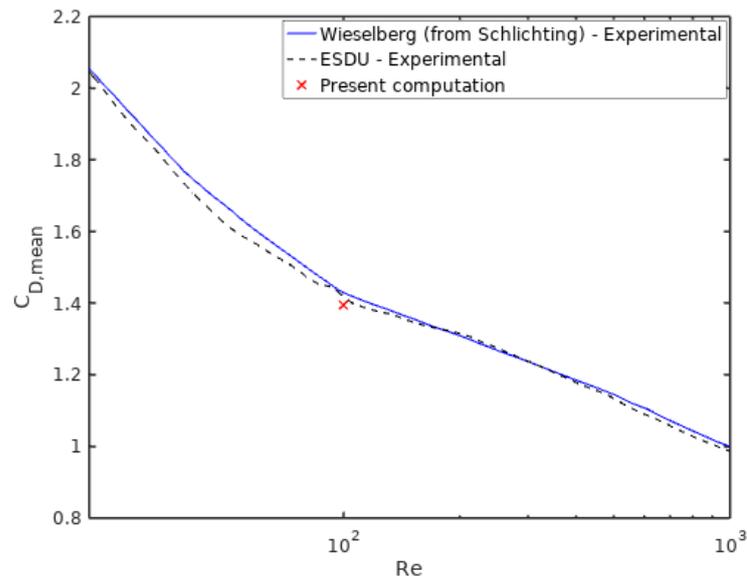
$$1,3909 < \overline{C_D} < 1,3979$$

$$0,2497 < C_{L,rms} < 0,2523$$

$$0,1674 < St < 0,1692$$

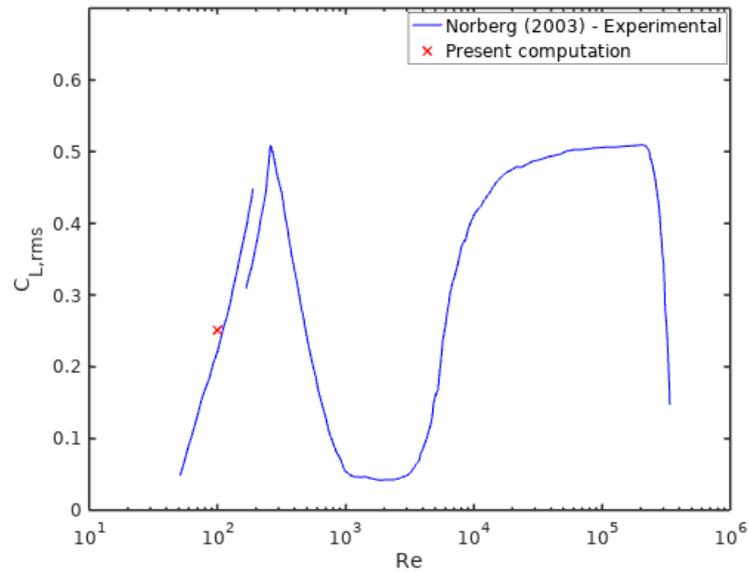
Esses resultados foram comparados com a literatura. Todos os coeficientes se mostraram próximos de Prasanth e Mittal (2008), de acordo com as Figuras 22 e 23, que mostram os coeficientes de arrasto e sustentação obtidos nesta pesquisa, respectivamente, juntamente com resultados experimentais de outros autores. O resultado numérico do coeficiente de arrasto apresentou erro relativo de aproximadamente 1,59% em relação ao experimental obtido pela *Engineering Science Data Unit* (ESDU). Já o coeficiente de sustentação apresentou erro relativo de 12,83% em relação ao experimental obtido por Norberg (2003).

Figura 22 – Comparação teórico-experimental do coeficiente de arrasto.



Fonte – Autor (2021).

Figura 23 – Comparação teórico-experimental do coeficiente de sustentação.



Fonte – Autor (2021).

A partir do uso da distribuição t de *student* e de análises experimentais para $Re = 100$, Rosetti (2015) encontrou uma incerteza experimental para o coeficiente de arrasto de $U_D(\overline{C_D}) = 0,06$, com nível de confiança de 95%, e um valor experimental de $D(\overline{C_D}) = 1,41$. Dessa forma, foram encontrados os seguintes valores para o coeficiente de arrasto:

$$U_{val}(\overline{C_D}) = 0,06010$$

$$E(\overline{C_D}) = 0,01553$$

Como $|E| < U_{val}$, os resultados numéricos obtidos dos coeficientes de arrasto médio para o cilindro isolado fixo são validados. Devido à raridade da literatura em apresentar estudos a respeito de incertezas experimentais, estas não foram encontradas para o coeficiente de sustentação e o número de Strouhal a $Re = 100$.

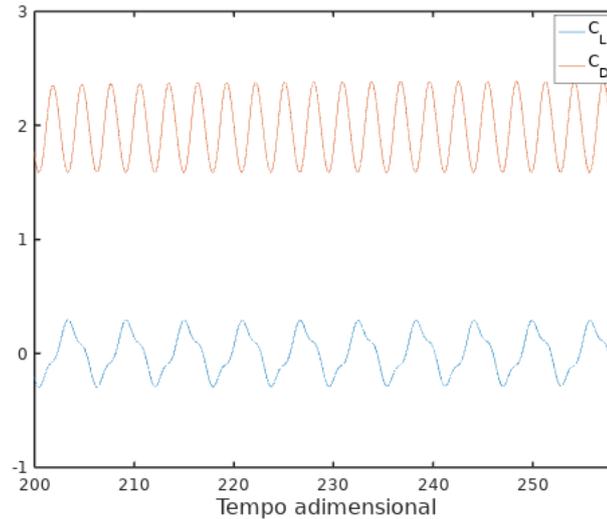
A próxima seção apresenta os resultados obtidos dos cilindros livres para oscilar nas direções longitudinal e transversal ao escoamento. A razão de massa foi variada sistematicamente e foram utilizadas a malha e o incremento de tempo mais refinados do caso fixo para as simulações.

4.1.2 Cilindro Isolado com 2GDL

Foram simuladas seções circulares isoladas livres para vibração nas direções longitudinal e transversal ao escoamento a $Re = 100$, com razões de massa $m^* = 2, 5$ e 10 e velocidade reduzida fixa de $V_R = 6$. Foi utilizado o solucionador *pimpleFoam*, que possui o algoritmo PIMPLE, capaz de resolver problemas relacionados a malhas dinâmicas.

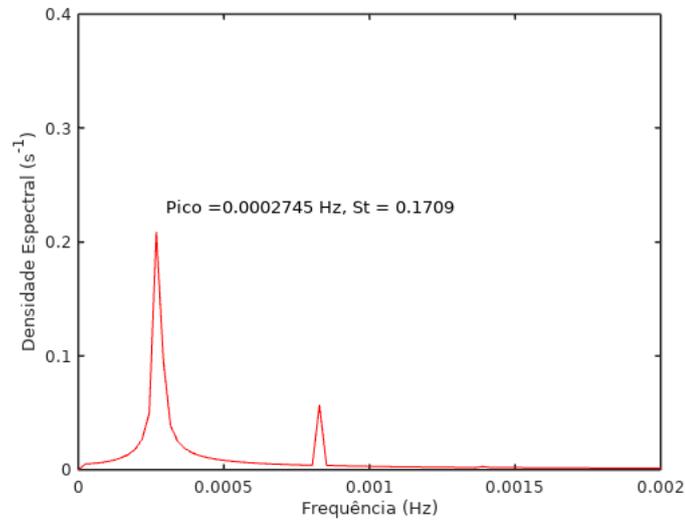
Primeiramente, foi realizado o estudo numérico do cilindro circular de $m^* = 10$. Os comportamentos estabilizados dos coeficientes de arrasto e sustentação são mostrados abaixo em função de t_{adm} conforme a Figura 24. Foram obtidos $\overline{C_D} = 1,9712$, $C_{D,rms} = 0,2739$ e $C_{L,rms} = 0,1709$.

Figura 24 – Comportamentos estabilizados dos coeficientes de arrasto e sustentação para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$ em função de t_{adm} .



Fonte – Autor (2021).

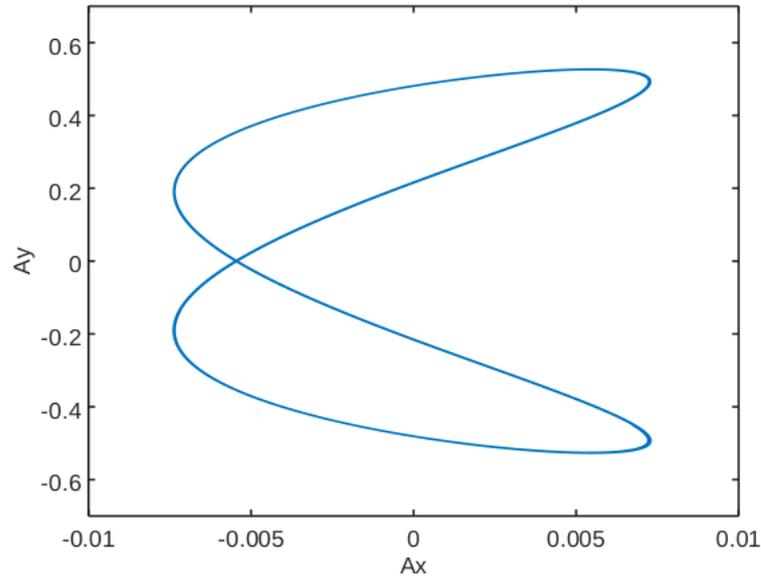
A frequência de emissão de vórtices obtida foi de $f_s = 2,74 \times 10^{-4}$, correspondente a um número de Strouhal de $St = 0,1709$. A Figura 25 mostra o gráfico da densidade espectral para $m^* = 10$. Percebeu-se ainda um segundo pico de frequência três vezes maior que a primeira. O comportamento gráfico de C_D , C_L e da densidade espectral para $m^* = 2$ e 5 tiveram comportamentos qualitativamente similares em relação a $m^* = 10$.

Figura 25 – Resposta da densidade espectral do cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.

Fonte – Autor (2021).

O deslocamento do cilindro nas direções longitudinal e transversal ao escoamento para $m^* = 10$ é mostrado na Figura 26, em que é possível notar que o movimento possui formato em "8". De acordo com alguns autores, como Srinil *et al.* (2013), Dahl *et al.* (2010) e Prasanth (2009), este formato do deslocamento ocorre porque a frequência associada à variação do coeficiente de arrasto é o dobro da frequência associada ao coeficiente de sustentação, ou seja, $f_x/f_y = 2$.

Figura 26 – Resposta dos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.

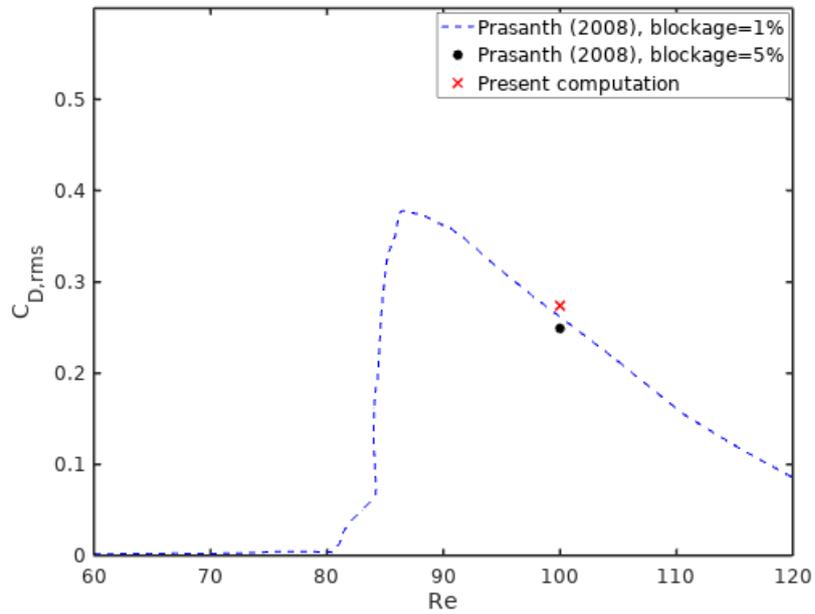


Fonte – Autor (2021).

Em relação aos resultados numéricos, foi visto que a amplitude na direção transversal é extremamente maior que na direção longitudinal ao escoamento, sendo $A_y = 0,5270$ e $A_x = 0,0052$. Os cilindros de razões de massa $m^* = 2$ e 5 mostraram comportamentos qualitativamente similares de movimentos.

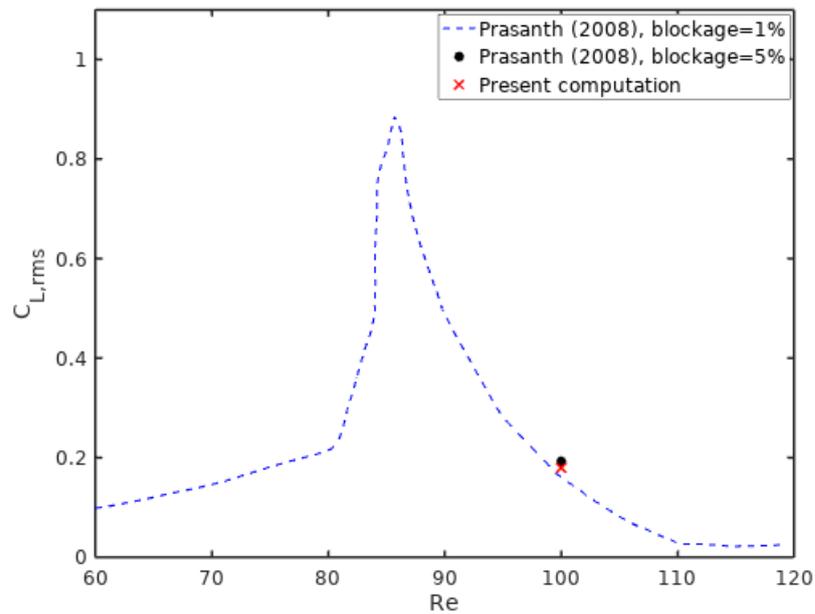
Os resultados para $m^* = 10$ foram comparados com Prasanth e Mittal (2008), de acordo com as Figuras 27, 28, 29 e 30, que apresentam os valores para $C_{D,rms}$, $C_{L,rms}$, A_x e A_y , respectivamente. Todos resultados tiveram boas relações com os encontrados na literatura, mostrando boa proximidade com Prasanth e Mittal (2008), tanto para blocagem de 1% quanto para blocagem de 5%. Em relação aos resultados literários de Prasanth e Mittal (2008) com blocagem de 1%, os valores numéricos obtidos nesta pesquisa de $C_{D,rms}$, $C_{L,rms}$, A_x e A_y apresentaram erros relativos de aproximadamente 2,49%, 7,22%, 1,08% e 0,29%, respectivamente. Não foram encontrados resultados para $m^* = 2$ e 5 a $Re = 100$ e $V_R = 6$ na literatura.

Figura 27 – Resultado numérico do coeficiente de arrasto desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.



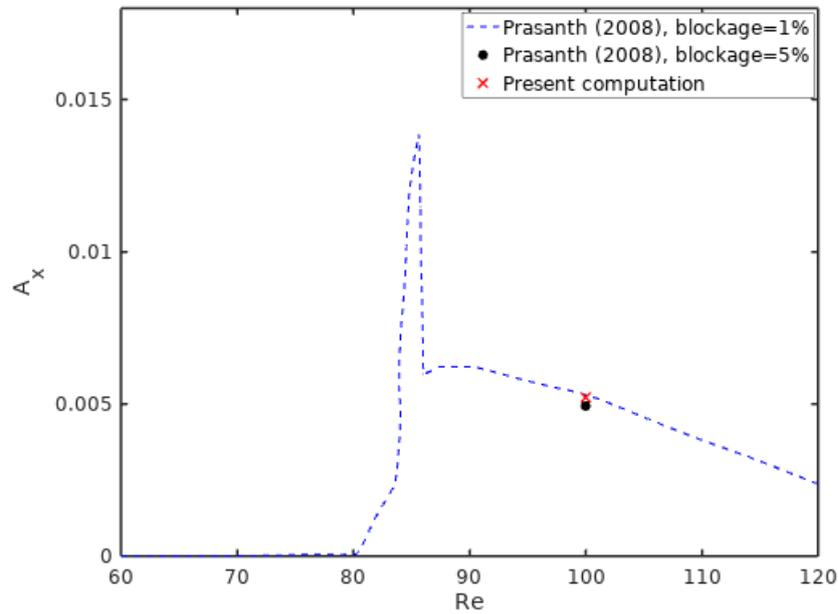
Fonte – Autor (2021).

Figura 28 – Resultado numérico do coeficiente de sustentação desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.



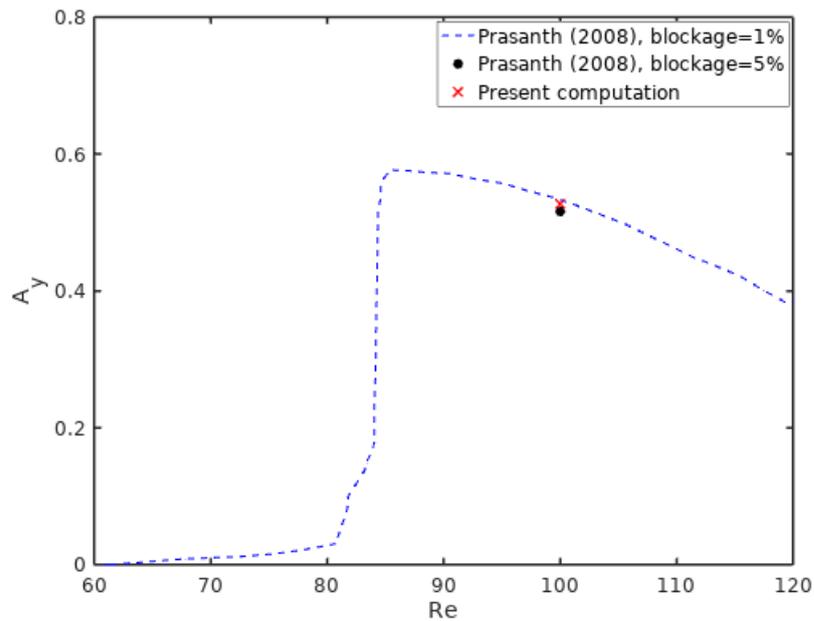
Fonte – Autor (2021).

Figura 29 – Resultado numérico da amplitude longitudinal ao escoamento desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.



Fonte – Autor (2021).

Figura 30 – Resultado numérico da amplitude transversal ao escoamento desta pesquisa comparado com a literatura para o cilindro isolado com 2GDL e $m^* = 10$.

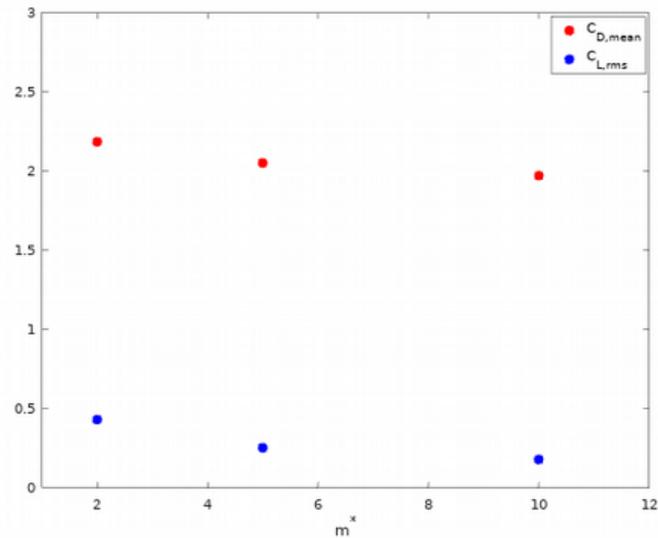


Fonte – Autor (2021).

Os resultados das razões de massa $m^* = 2$ e 5 também foram computados gráfica-

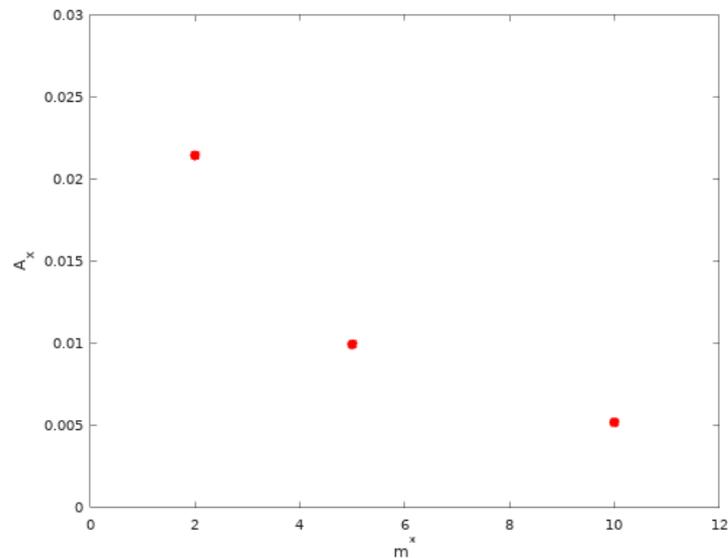
mente e comparados com $m^* = 10$. As Figuras 31, 32 e 33 apresentam os resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação, amplitude longitudinal e amplitude transversal ao escoamento, respectivamente, variando a razão de massa.

Figura 31 – Resultados numéricos dos coeficientes de arrasto e sustentação variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.



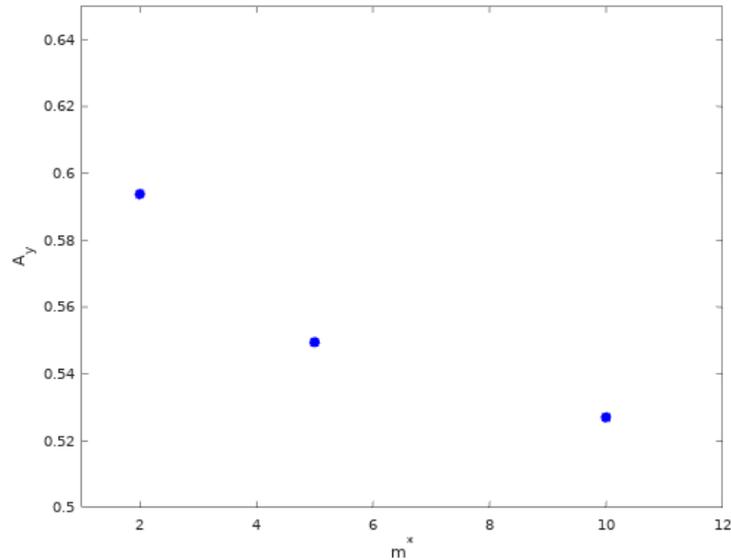
Fonte – Autor (2021).

Figura 32 – Resultados numéricos da amplitude do movimento na direção longitudinal ao escoamento variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.



Fonte – Autor (2021).

Figura 33 – Resultados numéricos da amplitude do movimento na direção transversal ao escoamento variando a razão de massa considerando cilindros isolados com 2GDL.

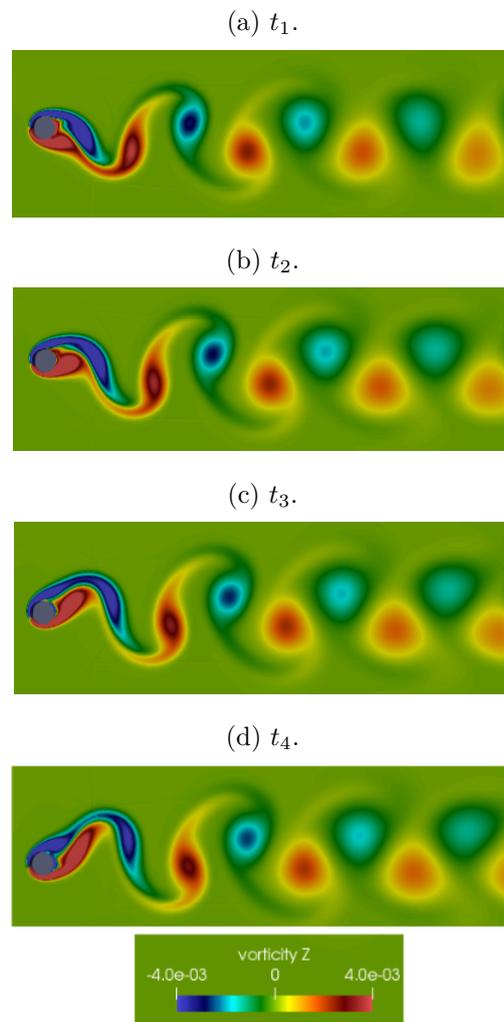


Fonte – Autor (2021).

Notou-se que o coeficiente de arrasto apresentou um aumento significativo para todas as razões de massa em comparação ao cilindro fixo analisado. Além disso, o aumento da razão de massa provocou uma ligeira redução em ambos os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação. Em termos dos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento, notou-se que ambas as amplitudes A_x e A_y diminuíram, de maneira mais evidente e acentuada, de acordo com o aumento de m^* . Além disso, as razões entre A_y e A_x se tornam ainda maiores com o aumento de m^* , sendo que para $m^* = 2, 5$ e 10 , respectivamente, $A_y/A_x = 27,67, 55,22$ e $101,20$.

De acordo com os deslocamentos dos cilindros e o desprendimento de vórtices, pôde-se analisar as frequências envolvidas nestas respostas. A Figura 34 ilustra o campo de vorticidade para $m^* = 10$ em quatro instantes de tempo subsequentes, em que é possível visualizar o momento de desprendimento de vórtice, no sentido horário, no topo do cilindro.

Figura 34 – Campo de vorticidade em quatro instantes de tempo subsequentes para o cilindro circular de $m^* = 10$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



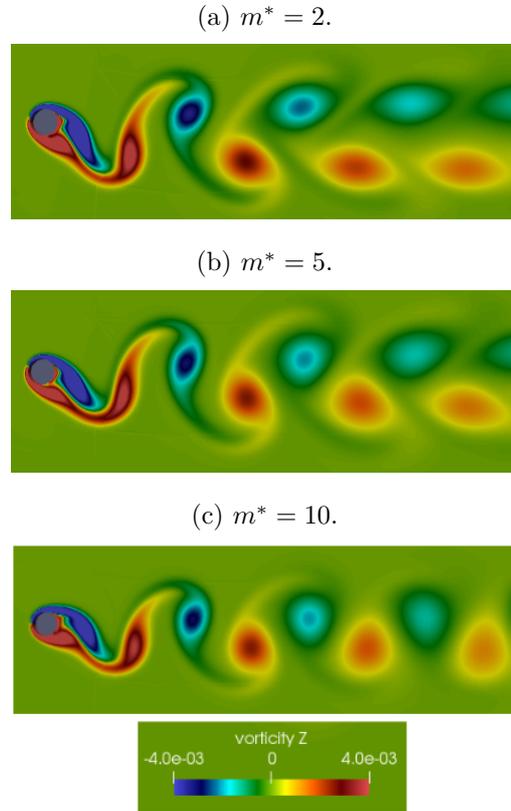
Fonte – Autor (2021).

A emissão de vórtice se mostrou de maneira alternada e periódica, possuindo considerável influência nos comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação. Percebeu-se também que os vórtices perderam energia gradualmente conforme percorreram a esteira, sendo que a mistura de fluido com vorticidade opostas é uma das causas desse acontecimento. Além disso, a Figura 34 também indica o desprendimento de vórtices únicos ocorrendo alternadamente no topo e na região embaixo do cilindro. Assim como o cilindro fixo, o padrão de desprendimento de vórtices para o caso com 2GDL também foi o modo 2S, de acordo com experimentos realizados por Williamson e Roshko (1988).

A Figura 35 apresenta uma comparação ilustrativa entre os campos de vorticidade das diferentes razões de massa estudadas. Apesar do comportamento similar, é possível perceber que $m^* = 2$ possui vorticidades com magnitudes ligeiramente maiores que $m^* = 5$ e 10. Isso mostra que as interações fluido-estruturais têm maiores efeitos em massas pequenas, provocando aumento nos valores dos coeficientes relacionados às forças e ao

movimento conforme a redução de m^* .

Figura 35 – Campos de vorticidades para $m^* = 2, 5$ e 10 , com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



Fonte – Autor (2021).

Para as três razões de massa estudadas, foram encontradas relações entre as frequências de emissão de vórtices e as frequências de oscilação nas direções longitudinal e transversal ao escoamento. Encontrou-se que $f_x \approx 2f_y$ e que há uma sincronia entre a frequência do movimento transversal, a frequência natural e a frequência de emissão de vórtices, ou seja, $f_y \approx f_n \approx f_s$. A Tabela 7 apresenta as relações de frequências para cada uma das razões de massa analisadas nesta pesquisa.

Tabela 7 – Resultados das frequências para $m^* = 2, 5$ e 10 .

m^*	f_s	f_y/f_s	f_x/f_y
2	$2,82 \times 10^{-4}$	1,01	2,00
5	$2,78 \times 10^{-4}$	1,02	2,00
10	$2,74 \times 10^{-4}$	1,00	2,00

Fonte – Autor (2021).

A próxima seção apresenta casos mais complexos de interações fluido-estruturais, em que se analisou a interferência do escoamento ao redor de agrupamentos de duas seções circulares na configuração denominada *tandem* a diferentes distâncias relativas.

4.2 AGRUPAMENTO DE DOIS CILINDROS CIRCULARES EM *TANDEM*

Foram estudadas, primeiramente, simulações a $Re = 100$ considerando agrupamentos de cilindros fixos em *tandem* para diferentes distâncias relativas ($T/D = 2, 3, 4, 5,5$ e 6), com a aplicação do procedimento de verificação nos resultados obtidos. Posteriormente, foram apresentados os resultados para os casos com 2GDL utilizando as mesmas propriedades e configurações dos casos fixos, com $m^* = 10$ e $V_R = 6$ e 7 . Como complementação, a velocidade reduzida para $T/D = 5,5$ foi variada em uma faixa maior, de $V_R = 5$ a 8 .

4.2.1 Agrupamento de Dois Cilindros Fixos em *Tandem*

São apresentados os resultados para o caso de $T/D = 5,5$ detalhadamente, e, adiante, na Seção 4.2.1.2, apresentados os resultados dos casos fixos com as outras distâncias relativas, sendo utilizada a mesma metodologia. Os casos foram avaliados para diferentes refinamentos espaciais e temporais, sendo realizado um total de nove simulações para cada distância relativa.

Para $T/D = 5,5$, as Tabelas 8 e 9 apresentam os valores máximos obtidos para C_o e y^+ , respectivamente.

Tabela 8 – Máximos C_o de acordo com a discretização temporal e espacial para $T/D = 5,5$.

	τ_1	τ_2	τ_3
h_1	0,34	0,69	1,03
h_2	0,56	1,12	1,69
h_3	0,24	0,48	0,72

Fonte – Autor (2021).

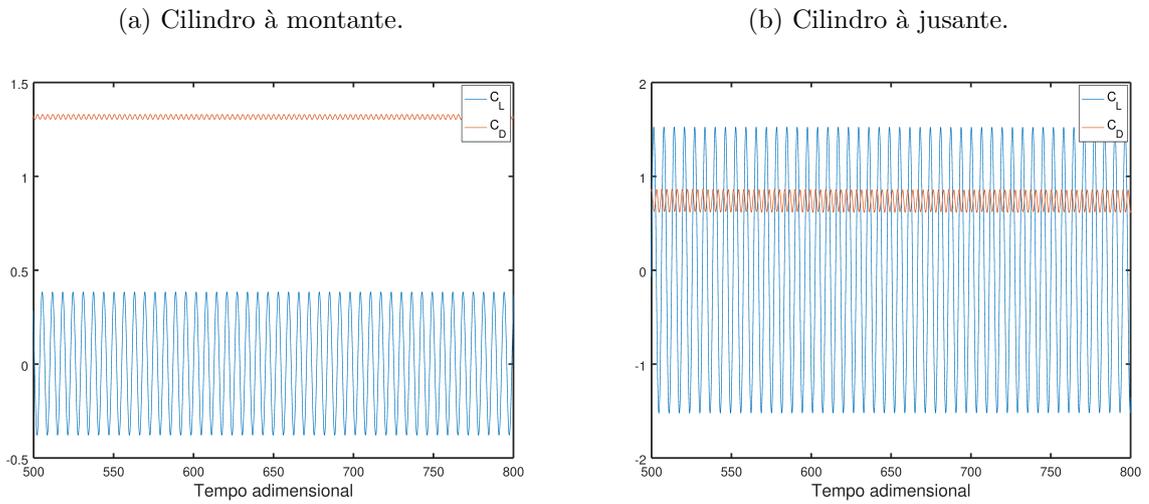
Tabela 9 – Máximos y^+ de acordo com a discretização espacial para $T/D = 5,5$.

h_1	0,32
h_2	0,70
h_3	0,66

Fonte – Autor (2021).

Os comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação são mostrados na Figura 36 para os cilindros à montante e à jusante, logo após o início da estabilidade do sistema. Ambos os coeficientes apresentaram comportamentos cíclicos e bem definidos, sendo que as outras oito simulações apresentaram respostas qualitativamente similares. Para a malha mais refinada, obteve-se $\overline{C_D} = 1,3137$ e $C_{L,rms} = 0,2652$ para o cilindro à montante e $\overline{C_D} = 0,7285$ e $C_{L,rms} = 1,0860$ para o cilindro à jusante.

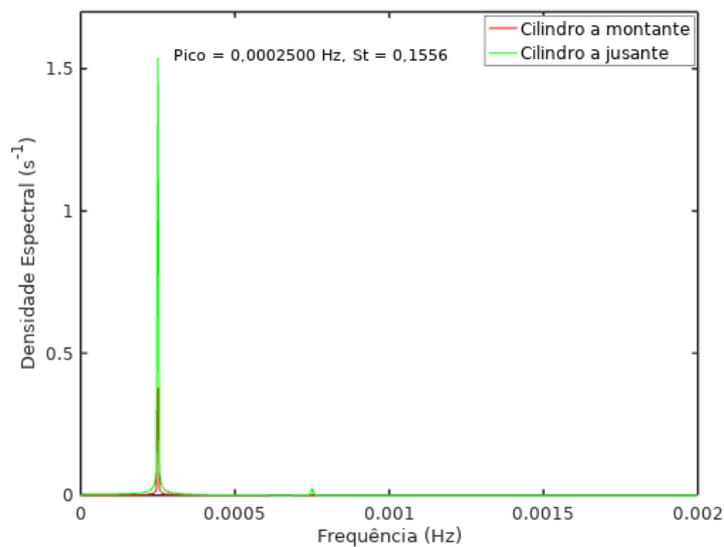
Figura 36 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação de dois cilindros fixos em *tandem* a $T/D = 5,5$.



Fonte – Autor (2021).

Para a malha mais refinada, o número de Strouhal apresentou um valor de $St = 0,1556$ para ambos os cilindros à jusante e à montante, correspondente a uma frequência de emissão de vórtices de $f_s = 2,500 \times 10^{-4}$. A Figura 37 apresenta a densidade espectral dos cilindros à montante e à jusante para $T/D = 5,5$.

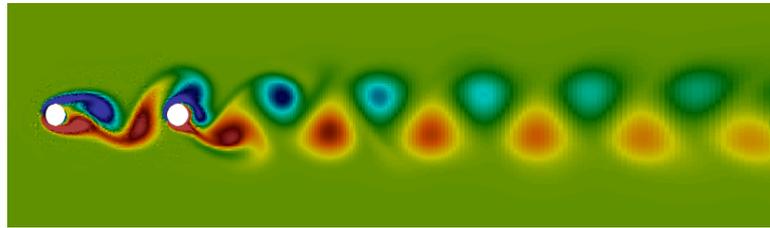
Figura 37 – Resposta da densidade espectral de dois cilindros fixos em *tandem* a $T/D = 5,5$.



Fonte – Autor (2021).

O campo de vorticidade foi analisado qualitativamente para $T/D = 5,5$ de acordo com a Figura 38. Notou-se desprendimentos de vórtices alternados de modo 2S para ambas as seções, causando uma mistura de vórtices de mesmo sentido e, conseqüentemente, um aumento nas magnitudes dos vórtices emitidos do cilindro à jusante. Além disso, devido a esta mistura, os vórtices formados logo após o cilindro à jusante se mostraram com magnitudes maiores em comparação aos cilindros isolados, tanto para os casos fixos como para os casos com 2GDL de $m^* = 2, 5$ e 10 .

Figura 38 – Campo de vorticidade de dois cilindros fixos em *tandem* a $T/D = 5,5$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



Fonte – Autor (2021).

4.2.1.1 Verificação dos Cilindros Fixos em *Tandem* a $T/D = 5,5$

Os resultados extraídos para $T/D = 5,5$ foram verificados com base nos diferentes refinamentos espaciais e temporais, sendo que as simulações que apresentaram $Co > 1$ foram desconsideradas do processo de verificação. As Tabelas 10 e 11 mostram estes resultados para os cilindros à montante e à jusante, respectivamente.

Tabela 10 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à montante em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Coeficientes	p_x	p_t	ϕ_{exato}	ϕ_i	U_{num}
$\overline{C_D}$	2,0	1,2	1,3138	1,3170	0,01%
$C_{L,rms}$	2,0	1,2	0,2605	0,2652	2,23%
St	1,1	1,1	0,1581	0,1556	1,98%

Fonte – Autor (2021).

Tabela 11 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à jusante em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Coeficientes	p_x	p_t	ϕ_{exato}	ϕ_i	U_{num}
$\overline{C_D}$	2,0	1,2	0,6783	0,7285	8,62%
$C_{L,rms}$	2,0	1,2	1,1222	1,0860	4,17%
St	1,1	1,1	0,1581	0,1556	1,98%

Fonte – Autor (2021).

As incertezas numéricas se mostraram baixas para os resultados de ambos os cilindros, sendo que a maior incerteza foi de 8,62% para o valor de $\overline{C_D}$ do cilindro à jusante. De acordo com as incertezas numéricas obtidas, foram encontradas as seguintes faixas de valores para $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St para o cilindro à montante:

$$\begin{aligned} 1,3138 < \overline{C_D} < 1,3142 \\ 0,2593 < C_{L,rms} < 0,2711 \\ 0,1525 < St < 0,1587 \end{aligned}$$

E as seguintes faixas de valores para o cilindro à jusante:

$$\begin{aligned} 0,6657 < \overline{C_D} < 0,7913 \\ 1,0407 < C_{L,rms} < 1,1313 \\ 0,1525 < St < 0,1587 \end{aligned}$$

Para o caso com $T/D = 5,5$, não foram encontradas incertezas experimentais na literatura para que se pudesse aplicar o procedimento de validação.

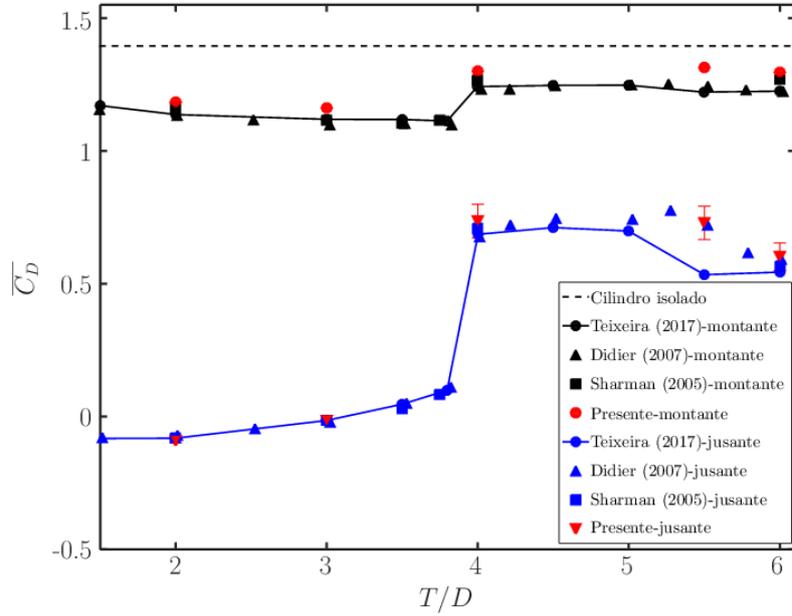
O mesmo procedimento de verificação foi aplicado para as outras distâncias relativas, com os resultados das incertezas numéricas obtidas apresentados graficamente na próxima seção.

4.2.1.2 Variação da Distância Relativa para o Agrupamento de Dois Cilindros Fixos em Tandem

Além de $T/D = 5,5$, foram estudados casos com distâncias relativas de $T/D = 2, 3, 4$ e 6 . Os comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional se mostraram qualitativamente similares ao caso de $T/D = 5,5$ e, portanto, nesta seção foram apresentados somente os resultados de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St para cada distância relativa.

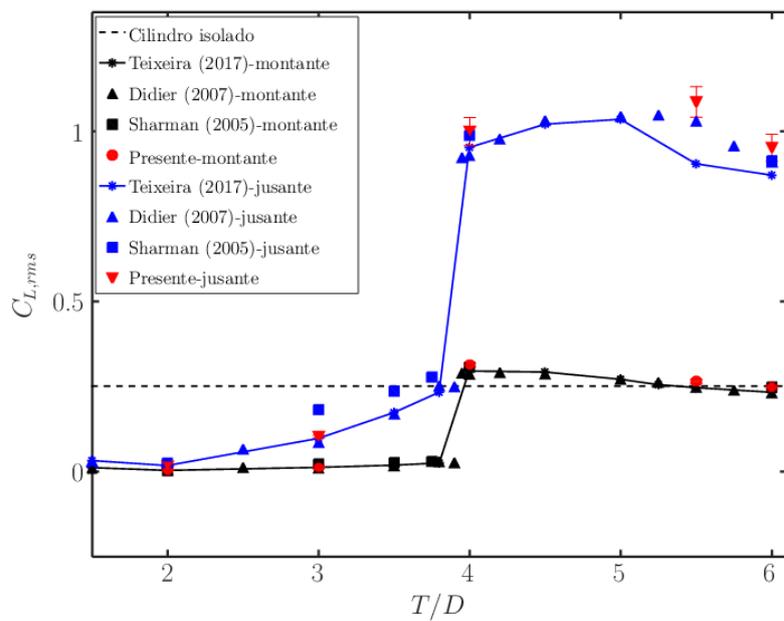
Os resultados obtidos foram comparados com outros numéricos encontrados na literatura, para cada cilindro individualmente, de acordo com Didier (2007), Sharman *et al.* (2005) e Teixeira e Didier (2017). As Figuras 39, 40 e 41 apresentam os valores encontrados para $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St , respectivamente, em que também são representadas as barras de incertezas numéricas para cada distância relativa estudada. Afim comparativo, os resultados dos coeficientes para o cilindro isolado fixo, obtidos anteriormente, também são representados nos gráficos.

Figura 39 – Coeficientes de arrasto médio em função de T/D para dois cilindros fixos em *tandem*.

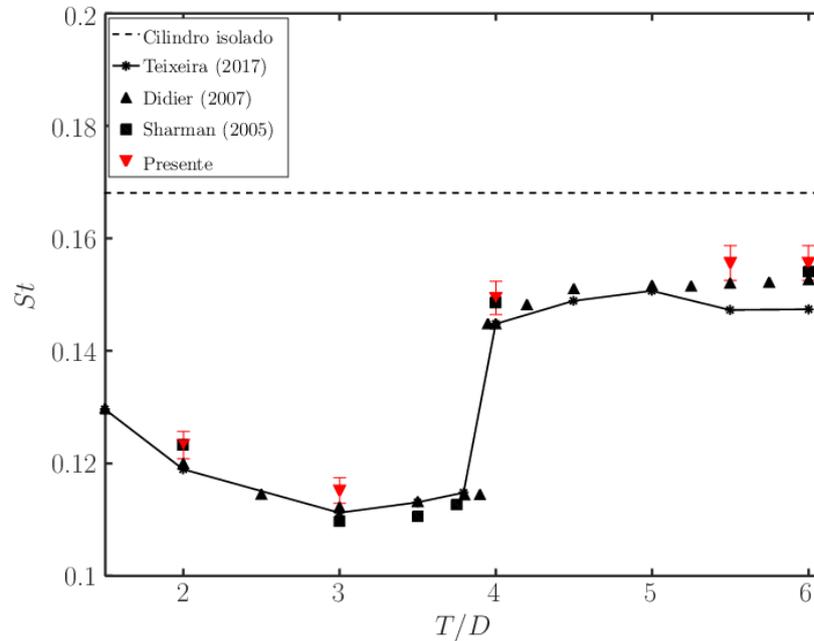


Fonte – Autor (2021).

Figura 40 – Valor quadrático médio dos coeficientes de sustentação em função de T/D para dois cilindros fixos em *tandem*.



Fonte – Autor (2021).

Figura 41 – Números de Strouhal em função de T/D para dois cilindros fixos *tandem*.

Fonte – Autor (2021).

Os resultados numéricos apresentaram boas relações com a literatura, principalmente em comparação a Didier (2007) e Sharman *et al.* (2005), pois as barras de incertezas englobaram quase todos estes resultados literários. Além disso, as incertezas numéricas se mostraram relativamente baixas para todos os coeficientes analisados.

De acordo com as figuras acima, verificou-se uma mudança abrupta em $T/D = 4$ para todos os coeficientes em relação às distâncias relativas menores, tanto para o cilindro à montante quanto para o cilindro à jusante. Em relação à faixa $T/D < 4$, os valores de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St se mostraram muito maiores para $T/D \geq 4$. Teixeira e Didier (2017) observaram a mesma ocorrência e denominaram de espaço crítico L_c a distância de $4D$ entre cilindros, e que este fenômeno ocorre devido à mudança no comportamento do escoamento para $T \geq L_c$.

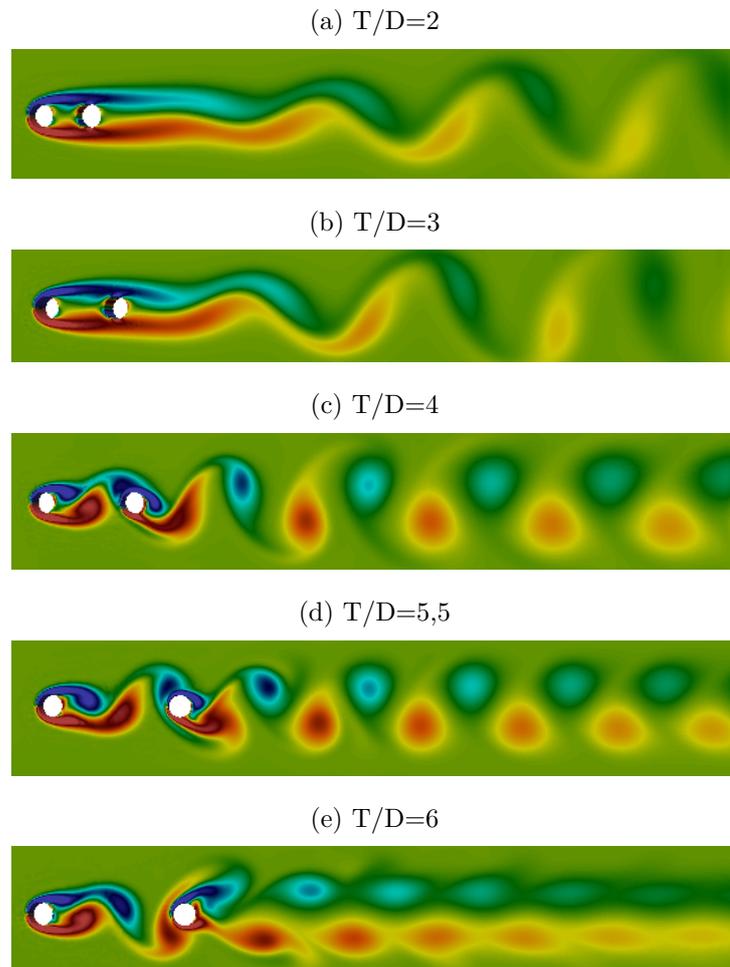
Para $T \geq L_c$, os valores de $C_{L,rms}$ de ambos os cilindros ficaram maiores em relação ao cilindro isolado fixo. Para $\overline{C_D}$ e St , estes valores sempre ficaram abaixo dos obtidos para o cilindro isolado fixo. Além disso, os valores de $C_{L,rms}$ são maiores para o cilindro à jusante em comparação ao cilindro à montante para todos os valores de T/D analisados.

Percebeu-se que os valores de $\overline{C_D}$ do cilindro à jusante apresentaram valores negativos para $T < L_c$, indicando que o escoamento do fluido promove uma força de sucção longitudinal neste corpo, ou seja, puxa-o no sentido contrário ao escoamento. Já para $T \geq L_c$, os valores de $\overline{C_D}$ se mostraram positivos, indicando que o fluxo de fluido promove uma força longitudinal de mesmo sentido do escoamento. Além disso, os cilindros à mon-

tante se mostraram com os maiores valores de $\overline{C_D}$ em comparação aos cilindro à jusante para todos os valores de T/D .

Os comportamentos dos escoamentos foram observados para cada uma das distâncias relativas, de acordo com os campos de vorticidades representados pela Figura 42. Notou-se que os comportamentos das vorticidades se alteraram de maneira drástica a partir de $T/D = 4$, que é justamente a distância crítica $L_c = 4D$.

Figura 42 – Campos de vorticidades para dois cilindros fixos em *tandem* a diferente valores de T/D , com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



Fonte – Autor (2021).

É possível perceber que para $T < L_c$, os vórtices se mostraram alongados e com desprendimentos a baixas frequências, sendo que este fato pode ser comprovado pelos baixos valores de St para $T/D = 2$ e 3 , encontrados na Figura 41.

Para $T \geq L_c$, em comparação com $T < L_c$, notou-se uma mudança no comportamento dos vórtices, sendo esta mudança a responsável pelo aumento drástico de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St , evidenciado também por Teixeira e Didier (2017). É possível visualizar vórtices com

menores alongamentos, energias mais concentradas em seu interior e desprendimentos a frequências mais altas. Percebeu-se também que os vórtices desprendidos dos cilindros à montante se misturam com os vórtices dos cilindros à jusante, ocorrendo um aumento na magnitude dos vórtices ao longo da esteira em comparação ao cilindro isolado.

4.2.2 Agrupamento de Dois Cilindros com 2GDL em *Tandem*

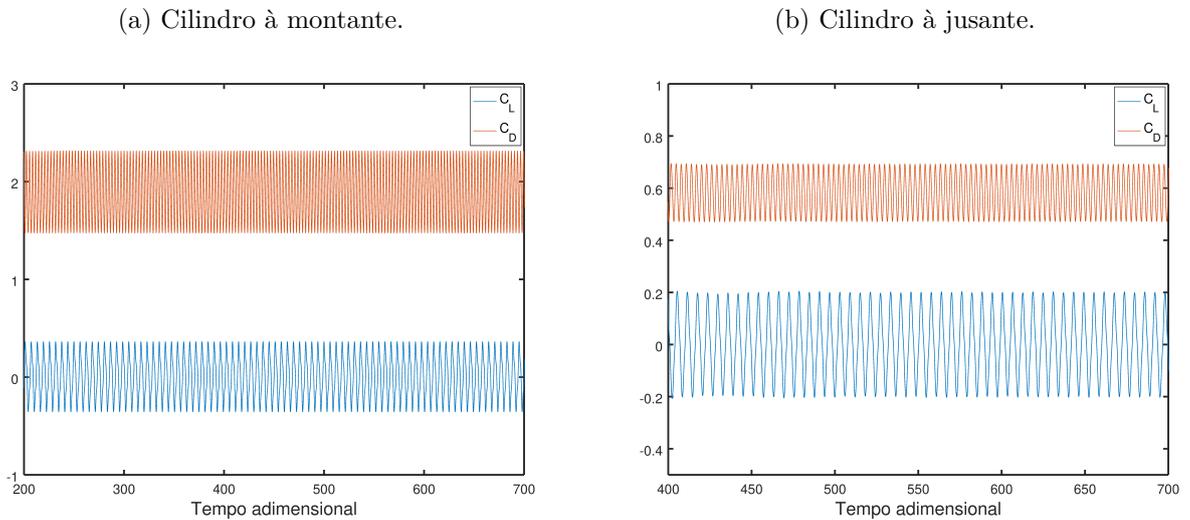
Foram realizadas simulações com dois cilindros idênticos em *tandem* considerando 2GDL e $m^* = 10$ para todas as distâncias relativas estudadas nos casos fixos. Primeiramente, foram apresentados os resultados para $T/D = 5,5$ com $V_R = 6$, realizando a verificação de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St . Posteriormente, os diferentes valores de T/D foram estudados para $V_R = 6$ e 7 . A velocidade reduzida foi variada em uma faixa maior somente para $T/D = 5$, em que também foram computados resultados referentes a $V_R = 5$ e 8 .

4.2.2.1 Agrupamento de Dois Cilindros com 2GDL em *Tandem* a $T/D = 5,5$

Foram avaliadas nove simulações para $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$ utilizando os mesmo refinamentos espaciais e temporais dos casos fixos. Os valores de C_o e y^+ foram computados para cada uma dessas simulações considerando 2GDL para ambos os cilindros. Os resultados de C_o e y^+ se mostraram iguais ao caso fixo de acordo com as Tabelas 8 e 9, como esperado, indicando que os valores destes não são influenciados pelo solucionador utilizado.

A Figura 43 representa os comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação para $T/D = 5,5$ a $V_R = 6$, após o início do regime permanente do sistema, para os cilindros à montante e à jusante da simulação mais refinada. Para esta simulação, obteve-se $\overline{C_D} = 1,8858$ e $C_{L,rms} = 0,2251$ para o cilindro à montante e $\overline{C_D} = 0,5816$ e $C_{L,rms} = 0,1302$ para o cilindro à jusante.

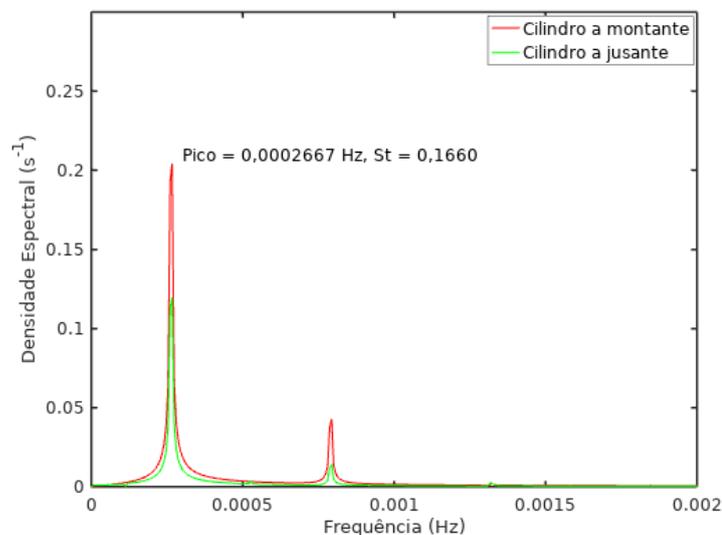
Figura 43 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação dos cilindros à montante e à jusante para o caso dinâmico de $T/D = 5,5$.



Fonte – Autor (2021).

Os números de Strouhal ficaram idênticos para ambas as seções. A Figura 44 representa a densidade espectral para a malha mais refinada a $T/D = 5,5$, em que se obteve $St = 0,1660$, correspondente a frequência de emissão de vórtices de $f_s = 2,667 \times 10^{-4}$. Notou-se um pico bem definido seguido por um segundo pico de menor densidade espectral, pois uma frequência harmônica superior de aproximadamente três vezes maior que a primeira foi excitada.

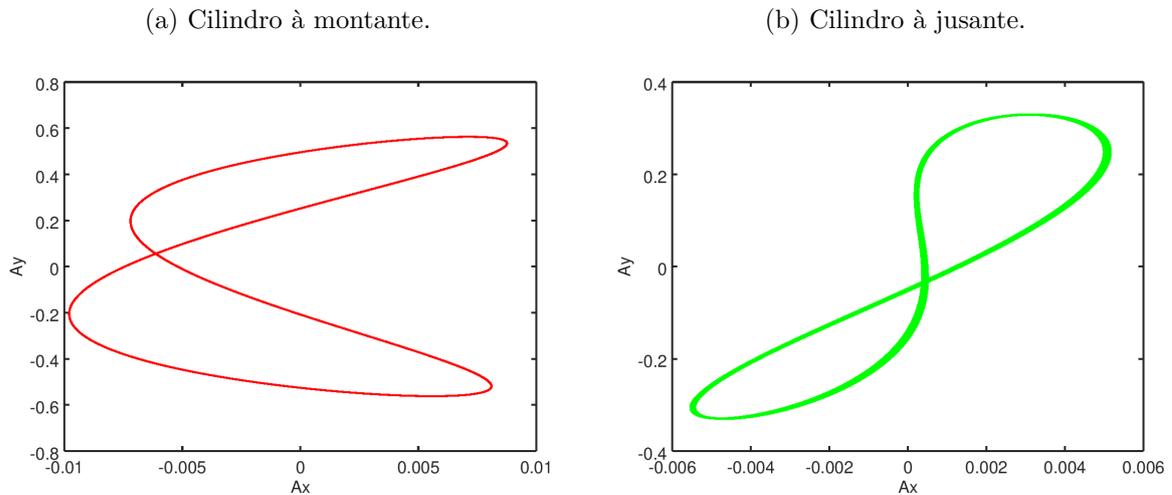
Figura 44 – Resposta da densidade espectral de dois cilindros com 2GDL em *tandem*.



Fonte – Autor (2021).

Os movimentos dos corpos, para $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$, apresentaram formatos em "8", de acordo com a Figura 45. Em comparação com o cilindro à jusante, notou-se que o cilindro à montante apresentou amplitudes maiores de movimentos em ambas as direções longitudinal e transversal ao escoamento, com $A_x = 0,0098$ e $A_y = 0,5625$. Além disso, o comportamento do movimento do cilindro à montante se mostrou muito similar com o cilindro isolado.

Figura 45 – Resposta dos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento para dois cilindros com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$.



Fonte – Autor (2021).

4.2.2.1.1 Verificação dos Cilindros com 2GDL em Tandem a $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$

Utilizando as mesmas malhas e incrementos de tempo do caso fixo, nove simulações foram realizadas para $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$. As Tabelas 12 e 13 apresentam os resultados do procedimento de verificação para os cilindros à montante e à jusante, respectivamente, considerando as incertezas numéricas obtidas da malha mais refinada. Afim de comparar os resultados obtidos com Prasanth (2009), adiante, foram computados a diferença entre o coeficiente de arrasto máximo e o coeficiente de arrasto médio $C'_{D,max}$ e o coeficiente de sustentação máximo $C_{L,max}$ obtidos.

Tabela 12 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à montante com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Coefficientes	p_x	p_t	ϕ_{exato}	ϕ_i	U_{num}
$C'_{D,max}$	2,0	1,0	2,3059	2,3140	0,42%
$C_{L,max}$	2,0	1,0	0,4353	0,3622	26,78%
St	1,1	1,1	0,1693	0,1660	2,48%
A_x	2,0	1,0	0,0097	0,0098	1,27%
A_y	2,0	1,0	0,5591	0,5625	0,77%

Fonte – Autor (2021).

Tabela 13 – Resultados do procedimento de verificação para o cilindro à jusante com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$.

Coefficientes	p_x	p_t	ϕ_{exato}	ϕ_i	U_{num}
$C'_{D,max}$	2,0	1,0	0,6720	0,6937	3,92%
$C_{L,max}$	2,0	1,0	0,1889	0,2032	8,83%
St	1,1	1,1	0,1693	0,1660	2,48%
A_x	2,0	1,0	0,0058	0,0055	6,70%
A_y	2,0	1,0	0,3266	0,3303	1,39%

Fonte – Autor (2021).

Os resultados apresentaram baixas incertezas numéricas, sendo que a menor destas foi de 26,78% para $C_{L,max}$. Considerando as incertezas numéricas obtidas, foram encontradas as seguintes faixas de valores para o cilindro à montante:

$$2,3044 < C'_{D,max} < 2,3236$$

$$0,2652 < C_{L,max} < 0,4592$$

$$0,1619 < St < 0,1701$$

$$0,0097 < A_x < 0,0099$$

$$0,5581 < A_y < 0,5669$$

E as seguintes faixas de valores para o cilindro à jusante:

$$0,6665 < C'_{D,max} < 0,7209$$

$$0,1853 < C_{L,max} < 0,2211$$

$$0,1619 < St < 0,1701$$

$$0,0052 < A_x < 0,0059$$

$$0,3257 < A_y < 0,3349$$

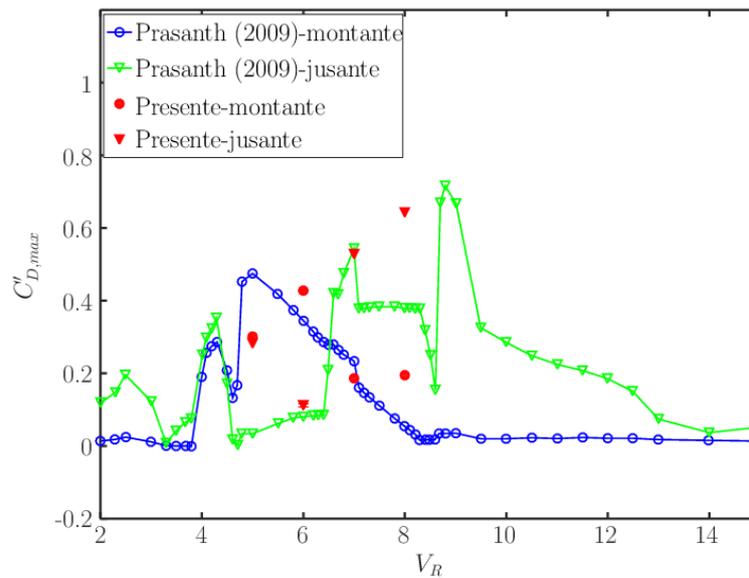
Assim como para os casos fixos, não foram encontradas incertezas experimentais para os casos em *tandem* com 2GDL, requisitadas para o processo de validação.

4.2.2.2 Variação da Velocidade Reduzida para $T/D = 5,5$

São apresentados nesta seção os resultados numéricos obtidos para $T/D = 5,5$ variando a velocidade reduzida. Foram estudadas as velocidades reduzidas de $V_R = 5, 6, 7$ e 8, considerando $m^* = 10$ e $Re = 100$, e os resultados foram comparados com Prasanth (2009) graficamente.

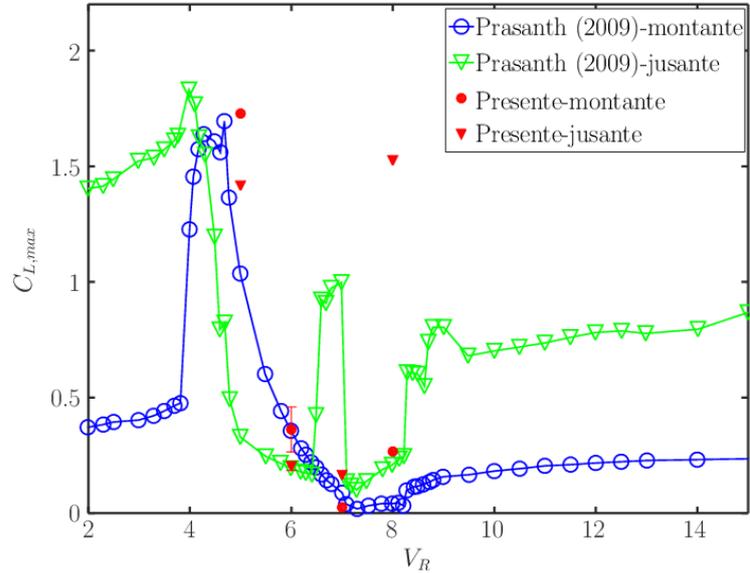
Os coeficientes de arrasto e sustentação foram comparados com a literatura de acordo com as Figuras 46 e 47, respectivamente, sendo computados $C'_{D,max}$ e $C_{L,max}$. Para $V_R \leq 6$, percebeu-se que os coeficientes de arrasto e sustentação ficaram maiores para o cilindro à montante em comparação ao cilindro à jusante, e para $V_R > 6$, este comportamento se inverteu.

Figura 46 – Comparação do coeficiente de arrasto com a literatura para os cilindros com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$ variando V_R .



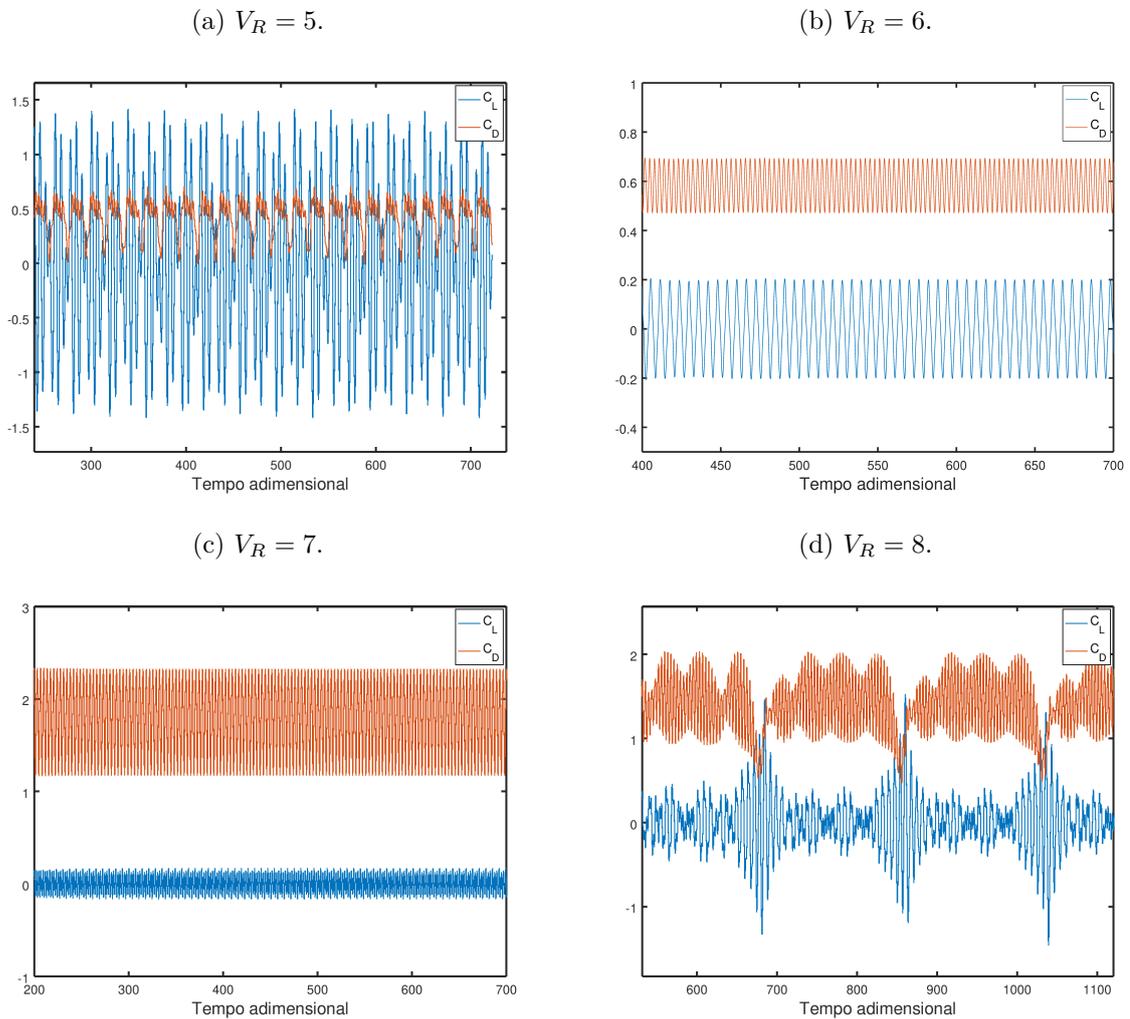
Fonte – Autor (2021).

Figura 47 – Comparação do coeficiente de sustentação com a literatura para os cilindros com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$ variando V_R .



Fonte – Autor (2021).

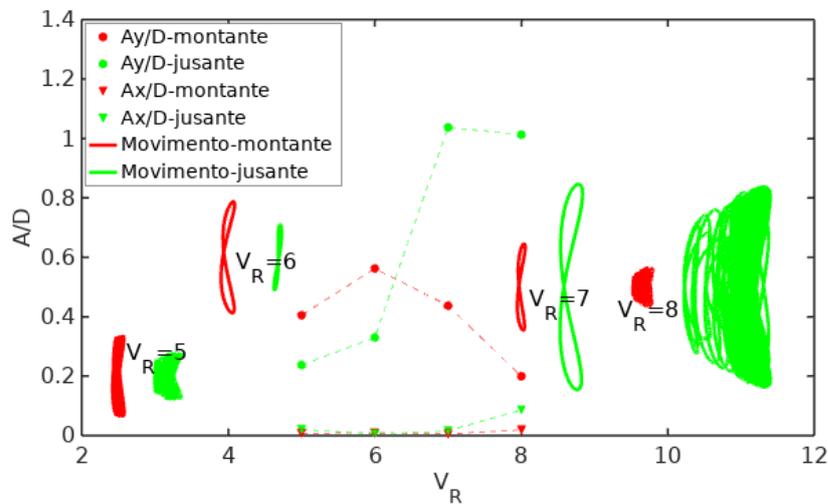
$C'_{D,max}$ e $C_{L,max}$ mostraram boas relações com a literatura para $V_R = 6$ e 7 , no entanto, o mesmo não ocorreu para $V_R = 5$ e 8 , que apresentaram diferenças significativas em comparação Prasanth e Mittal (2008). A Figura 48 apresenta o comportamento dos coeficientes relacionados às forças da seção circular à jusante para $V_R = 5, 6, 7$ e 8 , logo no início do regime permanente. É possível perceber que estes coeficientes não apresentaram um comportamento bem definido para $V_R = 5$ e 8 . O Apêndice B também apresenta os gráficos da seção à montante, sendo visto, da mesma maneira, comportamentos conturbados para $V_R = 5$ e 8 .

Figura 48 – Comportamentos dos coeficientes de arrasto e sustentação dos cilindros à jusante de $T/D = 5,5$ a $V_R = 5, 6, 7$ e 8 .

Fonte – Autor (2021).

Em relação aos deslocamentos, de acordo com a Figura 49, percebeu-se que a seções à montante apresentaram maiores amplitudes transversais em comparação às seções à jusante para $V_R \leq 6$, e este comportamento se inverteu para $V_R > 6$.

Figura 49 – Amplitudes longitudinais e transversais ao escoamento para os cilindros com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$ variando V_R .



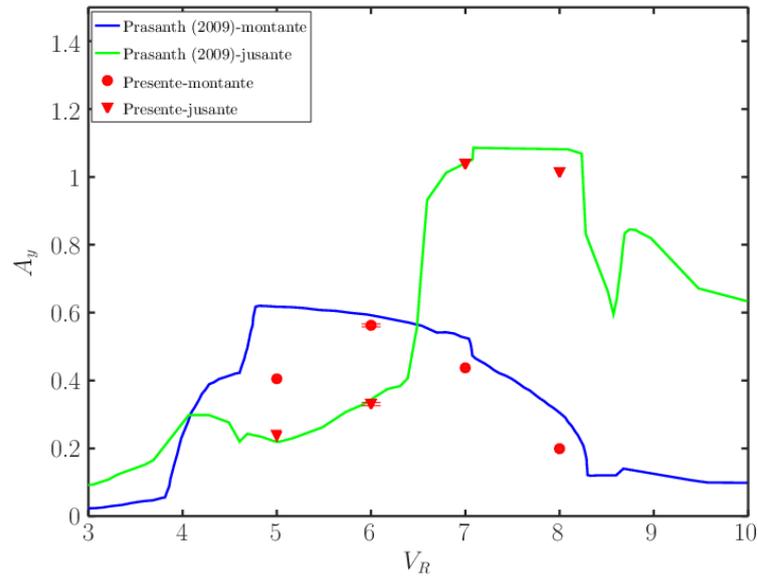
Fonte – Autor (2021).

O cilindro à montante de $V_R = 6$ apresentou comportamentos qualitativamente similares ao cilindro isolado. Em termos numéricos, o primeiro apresentou $A_y = 0,5901$, ou seja, apenas 12% maior em relação ao caso isolado. Como a seção à jusante não influenciou significativamente no comportamento do corpo à montante, esta similaridade pode estar relacionada com o efeito de ressonância, que corresponde teoricamente a $V_R = 6$ para o caso isolado, de acordo com Prasanth e Mittal (2008) e conforme verificado numericamente nesta pesquisa.

Assim como verificado por Prasanth (2009), as respostas dinâmicas do corpo à jusante ficaram muito diferentes do corpo à montante. Para as seções à jusante, que possuem muita influência do escoamento conturbado vinda à montante, a maior amplitude transversal ocorreu para $V_R = 7$, com $A_y = 1,0372$. Para $V_R = 8$, a amplitude se manteve relativamente alta, com $A_y = 1,0128$.

Os resultados da amplitude transversal foram comparados com a literatura, de acordo com a Figura 50, em que é possível notar boas relações com a literatura em geral, principalmente para $V_R = 6$ e 7. Somente para $V_R = 5$, notou-se que o deslocamento do cilindro à montante não mostrou proximidade com os resultados de Prasanth (2009).

Figura 50 – Comparação com a literatura das amplitudes transversais para os cilindros com 2GDL em *tandem* a $T/D = 5,5$ variando V_R .



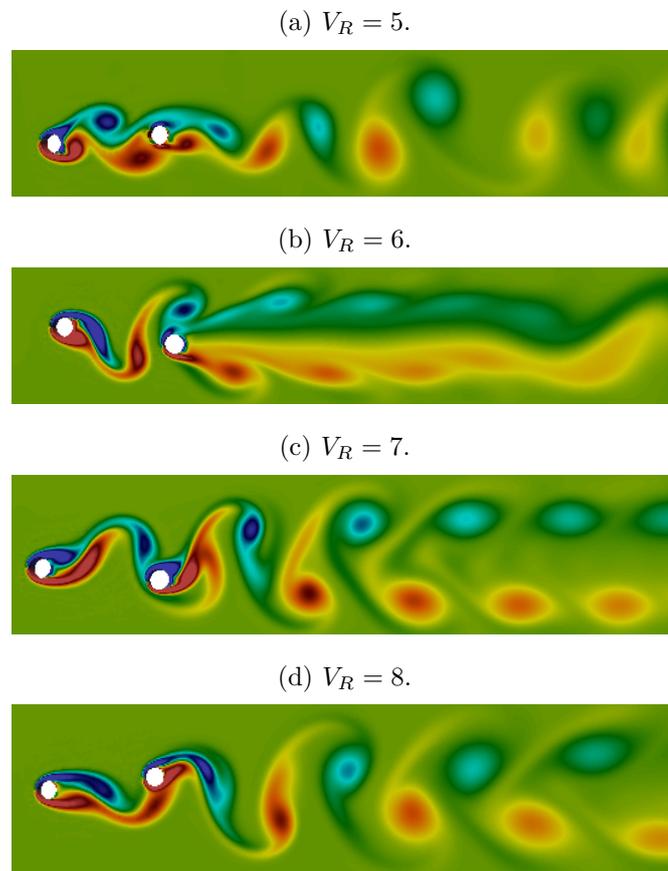
Fonte – Autor (2021).

Pelos resultados obtidos e comportamentos gráficos das amplitudes transversais, percebeu-se que os cilindros à montante estão em *lock-in* para as velocidades reduzidas estudadas nesta pesquisa. Prasanth (2009) observou a mesma ocorrência e identificou que, para este caso de $T/D = 5,5$, a região de *lock-in* compreende a faixa $4,1 < V_R < 8,3$. Ambos os cilindros também apresentaram $f_s/f_n \approx 1$ para todas as quatro velocidades reduzidas estudadas.

Além disso, segundo Assi (2005), Brika e Laneville (1999) identificou que o cilindro à jusante apresenta uma faixa de descontinuidade logo após o término da faixa de sincronização do cilindro à montante. Isto de fato ocorre, com um aumento repentino no valor da amplitude transversal a partir de $V_R = 7$, de $A_y \approx 1$.

O campo de vorticidade foi estudado qualitativamente para cada uma das velocidades reduzidas analisadas. Conforme a Figura 51, pode-se perceber que o comportamento do escoamento se mostrou um pouco diferentes para $V_R = 6$, com vórtices ligeiramente mais alongados na esteira.

Figura 51 – Campo de vorticidade para $T/D = 5,5$ variando a velocidade reduzida, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



Fonte – Autor (2021).

Verificou-se, assim como para o caso fixo, que os vórtices desprendidos do cilindro à montante se fundem com os vórtices desprendidos do cilindro à jusante, aumentando a magnitude dos vórtices na esteira em comparação com o caso isolado. Viu-se também que as maiores magnitudes de vórtices na esteira ocorreram para $V_R = 7$ e 8 , sendo que estes comportamentos podem ter influência nos altos valores de amplitudes transversais encontrados, nestas velocidades, para os cilindros à jusante.

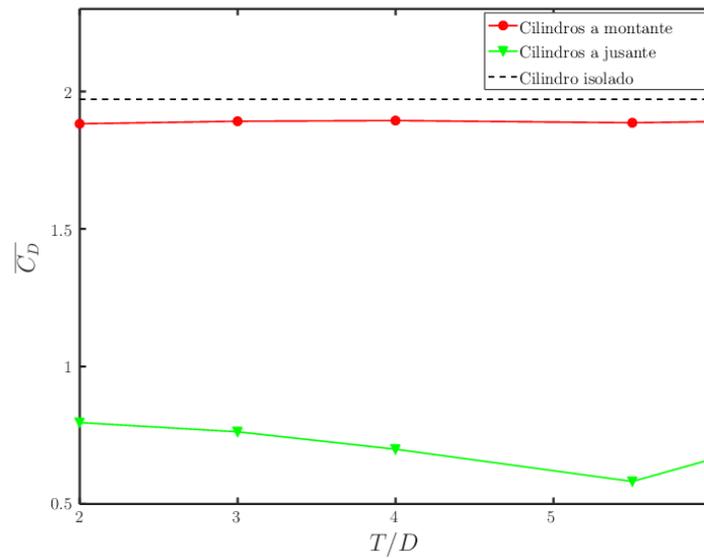
4.2.2.3 Variação da Distância Relativa para Dois Cilindros em *Tandem* com 2GDL

Mantendo as mesmas propriedades e configurações dos casos fixos, foram realizadas simulações com agrupamentos de dois cilindros em *tandem* para as outras distâncias relativas ($T/D = 2, 3, 4$ e 6) a $V_R = 6$ e 7 . Para estas outras distâncias investigadas, não foram encontradas comparações com a literatura.

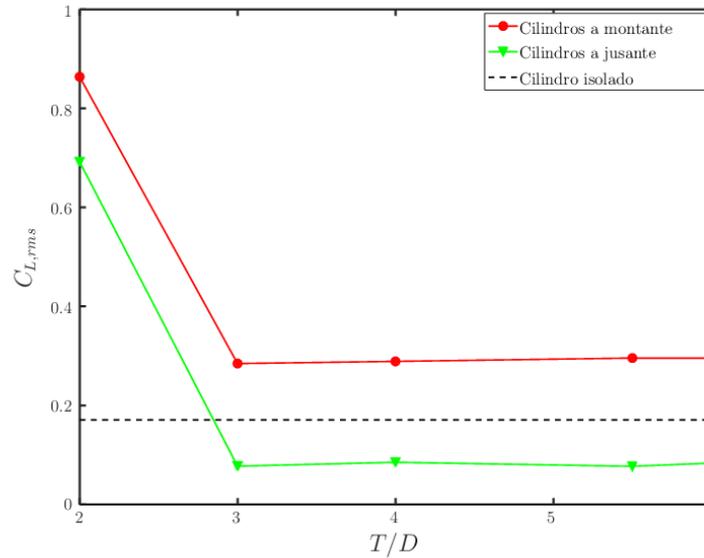
Os resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação a $V_R = 6$ para diferentes distâncias relativas foram computados conforme as Figuras 52 e 53, respectivamente. É possível perceber que os cilindros à montante apresentaram valores de $\overline{C_D}$ muito próximos entre si para todas as distâncias relativas, com valores ligeiramente inferiores ao $\overline{C_D}$ do

cilindro isolado. Para os cilindros à jusante, os valores de $\overline{C_D}$ se mostraram muito inferiores em relação aos cilindros à montante e diminuíram gradualmente conforme o aumento de T/D . Em relação ao coeficientes de sustentação, a distância $T/D = 2$ apresentou valores de $C_{L,rms}$ muito maiores em relação às outras distâncias relativas para ambas as seções.

Figura 52 – Coeficientes de arrasto para os cilindros com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$.



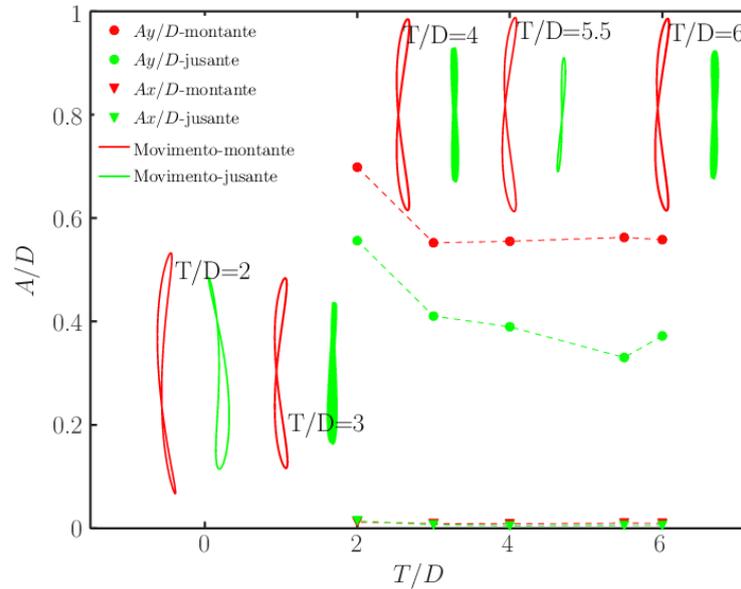
Fonte – Autor (2021).

Figura 53 – Coeficientes de sustentação para os cilindros com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$.

Fonte – Autor (2021).

Em relação aos movimentos nas direções longitudinal e transversal ao escoamento a $V_R = 6$, de acordo com a Figura 54, viu-se que os cilindros à montante não apresentaram grandes variações de amplitudes para $T/D > 2$. Além disso, para esta faixa de distância, a amplitude transversal do corpo à montante ficou ligeiramente maior em relação ao cilindro isolado. Segundo Prasanth (2009), esta ligeira diferença na amplitude ocorre por conta da presença do cilindro à jusante. No entanto, mesmo assim, os resultados ficaram muito próximos do caso isolado e, portanto, pode-se dizer que a seção à jusante não apresenta influência significativa na seção à montante para $T/D > 2$.

Figura 54 – Amplitudes longitudinais e transversais ao escoamento para os cilindros com 2GDL em *tandem* variando T/D a $V_R = 6$.



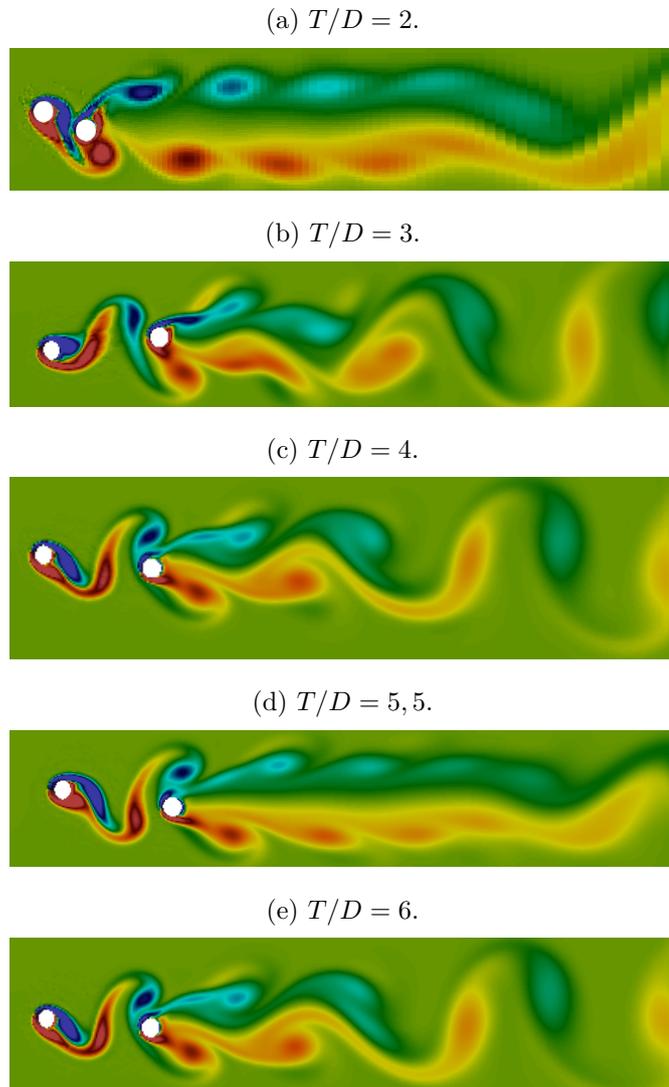
Fonte – Autor (2021).

Os resultados experimentais apresentados por Pereira *et al.* (2020) também mostraram a similaridade numérica das amplitudes transversais para os cilindros à montante na faixa $T/D > 2$, além de ser visto que estes corpos possuem respostas qualitativamente similares ao cilindro isolado. No entanto, para $T/D = 2$ a amplitude transversal do cilindro à montante ficou muito maior que as demais distâncias relativas, indicando que o cilindro à montante interfere consideravelmente no comportamento do cilindro à jusante para pequenas distâncias, e vice-versa, para esta distância.

Os números de Strouhal ficaram idênticos para ambos os cilindros em todos os casos, com $St = 0,1660$, correspondente a frequência de desprendimento de vórtices de $f_s = 2,667 \times 10^{-4}$. Segundo Prasanth (2009) e Sumner *et al.* (2000), este fato ocorre devido à sincronização entre o impacto do escoamento e o desprendimento de vórtices do cilindro à jusante. Estas frequências obtidas pela hipótese de 2GDL ficaram um pouco diferentes das frequências dos casos fixos em *tandem*.

O campo de vorticidade foi analisado para cada uma das distâncias relativas a $V_R = 6$, conforme a Figura 55. Procurou-se analisar o momento em que os corpos se mostraram mais afastados um do outro.

Figura 55 – Campo de vorticidade para o caso com 2GDL variando T/D a $V_R = 6$, com a unidade de vorticidade equivalente a s^{-1} .



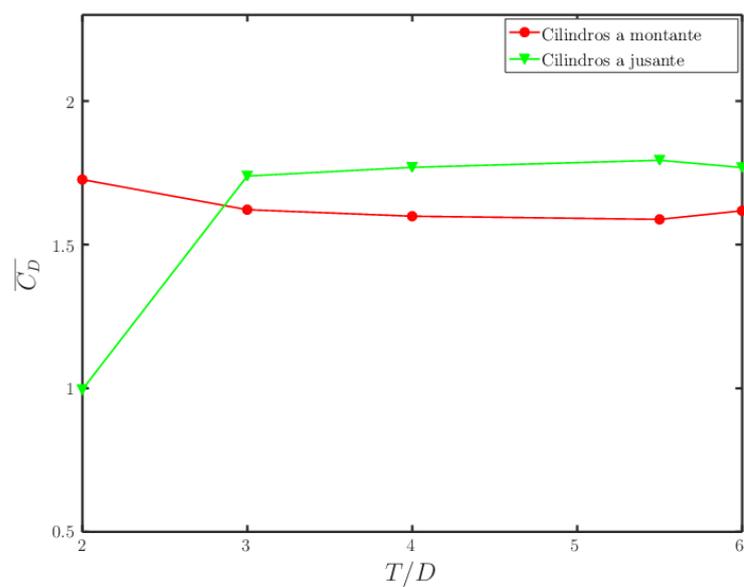
Fonte – Autor (2021).

A esteira do caso $T/D = 2$, logo após o cilindro à jusante, possui vórtices de magnitudes maiores em relação aos casos das outras distâncias. Isso pode justificar o fato do cilindro à jusante de distância $T/D = 2$ ter apresentado os maiores valores de A_y , $\overline{C_D}$ e $C_{L,rms}$. Os vórtices de maiores magnitudes para $T/D = 2$, em relação as demais distâncias, podem ter ocorrido porque os vórtices desprendidos do cilindro à montante perdem menos energia até atingirem o cilindro à jusante, já que percorrem uma distância menor. Conforme o aumento da distância da distância entre os corpos, percebeu-se que os vórtices desprendidos do cilindro à jusante apresentaram menores magnitudes.

De maneira similar, os resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação para $V_R = 7$ foram computados, conforme as Figuras 56 e 57, respectivamente. É possível perceber que os valores de $\overline{C_D}$ mostraram poucas variações para o primeiro cilindro. Para o segundo cilindro, o valor de $\overline{C_D}$ se mostrou menor que o cilindro à montante em

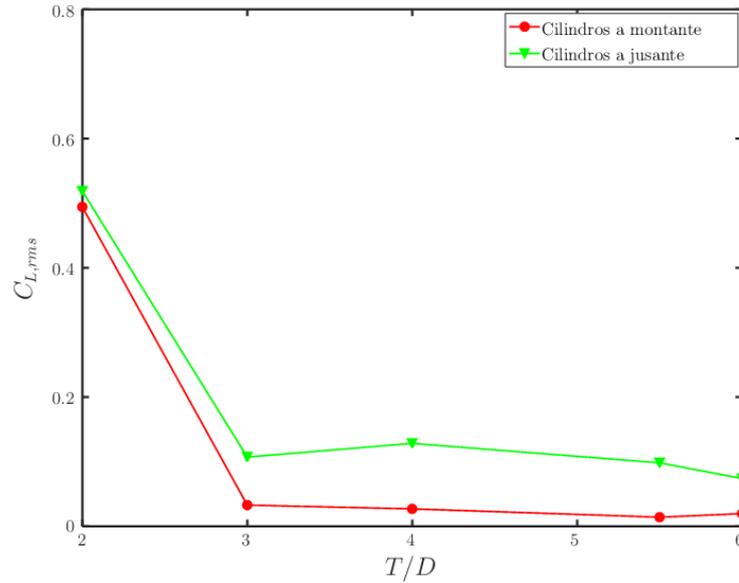
$T/D = 2$. No entanto, os valores de $\overline{C_D}$ do cilindro à jusante aumentaram drasticamente e ultrapassaram os valores do cilindro à montante para $T/D > 2$, mantendo-se praticamente constante com o aumento de T/D .

Figura 56 – Coeficientes de arrasto para os cilindros com 2GDL em *tandem* variando T/D a $V_R = 7$.



Fonte – Autor (2021).

Figura 57 – Coeficientes de sustentação para os cilindros com 2GDL em *tandem* variando T/D a $V_R = 7$.

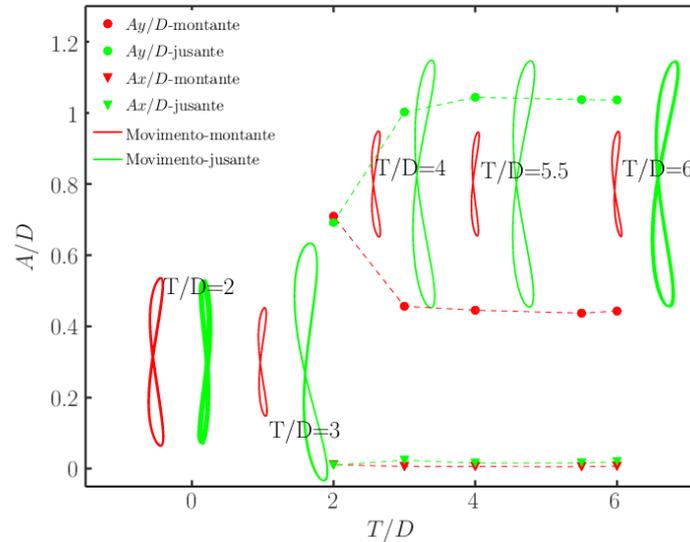


Fonte – Autor (2021).

Já os valores de $C_{L,rms}$ de ambos os corpos se mostraram próximos para $T/D = 2$ e diminuíram drasticamente a partir da faixa $T/D > 2$. Os valores apresentaram poucas variações para $T/D > 2$ para ambos os cilindros e, nesta faixa, os valores de $C_{L,rms}$ do cilindro à jusante se mostraram ligeiramente maiores que o cilindro à montante.

Em relação aos movimentos dos corpos para $V_R = 7$, de acordo com a Figura 58, pode-se ver que ambos os corpos apresentaram amplitudes transversais próximas para $T/D = 2$. Além disso, pode-se perceber que o cilindro à jusante influenciou significativamente no comportamento do cilindro à montante para $T/D = 2$.

Figura 58 – Amplitudes longitudinal e transversal ao escoamento para os cilindros com 2GDL em *tandem* variando T/D a $V_R = 7$.



Fonte – Autor (2021).

As amplitudes transversais dos cilindros à montante apresentaram valores menores para $T/D > 2$, com valores muito próximos e amplitudes em torno de $A_y = 0,44$. Já os cilindros à jusante, apresentaram valores de amplitudes transversais extremamente elevadas para $T/D > 2$ em relação ao caso de $T/D = 2$ e aos cilindros à montante, de acordo com suas respectivas distâncias relativas, com amplitudes em torno de $A_y = 1,04$ que se mantiveram praticamente constantes conforme o aumento de T/D .

Gao *et al.* (2020) também notaram altas amplitudes transversais para os cilindros à jusante e justificaram esta ocorrência pela ação do fenômeno de VIE. Nesta pesquisa, verificou-se que para $T/D > 2$, os vórtices desprendidos do cilindro à montante percorreram uma esteira característica até atingirem o cilindro à jusante. Logo, esta esteira de vórtices entre as duas seções é a responsável por induzir o cilindro à jusante a amplitudes elevadas.

Ainda, de acordo com Assi (2005), que apresentou experimentos com cilindros em *tandem* com 2GDL para $m^* \approx 2$, variando distâncias relativas dentro do intervalo $2 < T/D < 5,6$, o cilindro à montante, em sua pesquisa, não sofreu interferência do cilindro à jusante, enquanto este sofreu interferência do cilindro à montante por conta da esteira de vórtices formada entre os dois corpos. Estes mesmos acontecimentos são condizentes com os identificados nesta pesquisa para ambos os cilindros na faixa $T/D > 2$.

Além disso, Assi (2005) identificou que o cilindro à montante apresentou comportamento típico de VIV e o cilindro à jusante apresentou comportamento do fenômeno de VIE. Analogamente, nesta pesquisa viu-se que o cilindro à montante apresentou comportamento similar ao cilindro isolado, que, por sua vez, apresentou comportamento de VIV.

5 CONCLUSÃO

Escoamentos bidimensionais a $Re = 100$ ao redor de seções circulares isoladas e de duas seções circulares na configuração denominada *tandem* foram analisados. Em um primeiro momento, por meio do programa OpenFOAM, foi estudado um cilindro isolado fixo. Em seguida, foi considerado a hipótese de 2GDL para o cilindro isolado, avaliando o efeito da razão de massa ($m^* = 2, 5$ e 10). Foram analisados casos fixos com dois cilindros em *tandem* a diferentes distâncias relativas ($T/D = 2, 3, 4, 5,5$ e 6). Posteriormente, foi considerado a hipótese de 2GDL em ambos os cilindros, com $m^* = 10$, avaliando as mesmas distâncias relativas dos casos fixos a $V_R = 6$ e 7 . A velocidade reduzida foi variada a uma faixa maior somente para $T/D = 5,5$, com $V_R = 5, 6, 7$ e 8 .

Para todos os casos fixos, tanto para o cilindro isolado quanto para a configuração *tandem*, foi aplicado o procedimento de V&V, conforme apresentado por Eça (2009), Eça e Hoekstra (2014) e Rosetti (2015), a partir de diferentes refinamentos espaciais e temporais. Também foi utilizado este procedimento para a verificação dos resultados de duas colunas em *tandem* de $T/D = 5,5$ com 2GDL a $V_R = 6$.

Para o cilindro circular isolado fixo, os resultados de todos os coeficientes apresentaram aparentes convergências monotônicas conforme os refinamentos espaciais e temporais, baixas incertezas numéricas e foram validados com os experimentos de Rosetti (2015). Os coeficientes apresentaram boas relações teórico-experimentais, com resultados muito próximos dos obtidos por ESDU (1985), Norberg (2003) e Schlichting e Gersten (2016). Os vórtices foram emitidos de maneira alternada e periódica, sendo identificado o padrão de desprendimento de vórtices do modo 2S, de acordo com estudos realizados por Williamson e Roshko (1988), com um vórtice a cada meio ciclo que se derrama na esteira.

Para o cilindro isolado de 2GDL, estudou-se o caso com $V_R = 6$, correspondente a $f_n/f_s \approx 1$, variando a razão de massa do sistema. Para $m^* = 10$, os resultados ficaram condizentes com os obtidos por Prasanth e Mittal (2008). Em relação ao cilindro isolado, viu-se que o coeficiente de arrasto apresentou um aumento drástico para todas as razões de massa estudadas devido ao liberdade de movimentação. Percebeu-se que o aumento da razão de massa provocou uma redução em ambos os coeficientes de arrasto e sustentação. Em relação à trajetória, para todos os casos, os deslocamentos dos cilindros apresentaram formatos em "8", e isso ocorreu por conta da relação $f_x/f_y = 2$. Viu-se também que as amplitudes longitudinal e transversal ao escoamento diminuem drasticamente, de maneira acentuada, conforme o aumento da razão de massa. Analisando qualitativamente o campo de vorticidade, os vórtices de $m^* = 2$ se mostraram com magnitudes ligeiramente maiores que $m^* = 5$ e 10 , indicando que as interações fluido-estruturais têm um comportamento mais intenso para razões de massa pequenas. Isso pode justificar o fato de $m^* = 2$ ter apresentado $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$, A_x e A_y maiores que as outras razões de massa.

Nas simulações com dois cilindros fixos em *tandem*, os resultados foram verifica-

dos e apresentaram incertezas numéricas relativamente baixas. Os resultados mostraram boas relações com os encontrados na literatura, de acordo com Didier (2007), Sharman *et al.* (2005) e Teixeira e Didier (2017). Por meio de análises gráficas, percebeu-se um salto repentino nos valores de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St em $T/D = 4$. Teixeira e Didier (2017) denominaram esta distância de espaço crítico $L_c = 4D$. Logo, para $T < L_c$, os valores de todos os coeficientes se mostraram menores e se tornaram significativamente maiores para $T \geq L_c$, para ambos os corpos. Além disso, os valores de $\overline{C_D}$ ficaram negativos para os cilindros à jusante a $T < L_c$, indicando a presença de uma força de sucção longitudinal ao escoamento.

Os valores de $\overline{C_D}$ ficaram abaixo do cilindro isolado fixo para ambos os cilindros fixos à montante e à jusante em todas as distâncias relativas. Já os valores de $C_{L,rms}$, ficaram abaixo em relação ao cilindro isolado para $T < L_c$ em ambos os corpos e ficaram significativamente maiores que o cilindro isolado para $T \geq L_c$. Os valores de St ficaram bem abaixo do cilindro isolado para todas as distâncias.

Pela análise do campo de vorticidade dos cilindros fixos em *tandem*, percebeu-se que o escoamento apresentou uma mudança brusca a partir de $T = L_c$. Viu-se que a esteira apresentou vórtices de frequências mais elevadas para $T \geq L_c$. Já para $T < L_c$, os vórtices e mostraram mais alongados e com frequências menores. Portanto, concluiu-se que a mudança brusca dos valores $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e St está diretamente associado à mudança no comportamento do escoamento e, conseqüentemente, dos vórtices na esteira.

Para os cilindros em *tandem* com 2GDL de $T/D = 5,5$, a velocidade reduzida foi variada de 5 a 8. Para $V_R = 6$, o resultados foram verificados e apresentaram boas relações com Prasanth (2009). Além disso, o sistema se mostrou em ressonância e um segundo pico de frequência três vezes maior foi identificado. Levando em conta as outras velocidades reduzidas, os resultados de $C'_{D,max}$ e $C_{L,max}$ mostraram discrepâncias para $V_R = 5$ e 8. Analisando o comportamento destes coeficientes, percebeu-se comportamentos conturbados em relação a $V_R = 6$ e 7. No entanto, as amplitudes ficaram relativamente próximas à literatura.

As velocidades reduzidas estudadas estavam na faixa de *lock-in* e viu-se que $f_s/f_n \approx 1$ para todos os casos. $C'_{D,max}$ e $C_{L,max}$ se mostraram maiores para o cilindro à montante para $V_R \leq 6$, mas esta situação se inverte para $V_R \geq 6$, em que o cilindro à jusante apresentou amplitudes significativamente altas, com pico de $A_y = 1,04$.

Nos casos em que foram variadas as distâncias relativas para $V_R = 6$, observou-se que $\overline{C_D}$ ficou praticamente constante para os cilindros à montante e um ligeiro aumento para o cilindro à jusante conforme a redução de T/D . Já para $C_{L,rms}$, os valores ficaram significativamente maiores em $T/D = 2$ para ambos os corpos. Em relação a amplitude transversal, os valores do cilindro à montante ficaram próximos para $T/D > 2$ e este se comportou qualitativamente similar ao cilindro isolado, no entanto, a amplitude aumentou drasticamente em $T = 2$. Logo, para pequenas distâncias, pode-se dizer que o cilindro à

jusante influencia no comportamento do cilindro à montante.

Em relação aos campos de vorticidade de $V_R = 6$, os vórtices da esteira após o cilindro à jusante apresentaram maiores magnitudes para $T/D = 2$. Isso ocorre porque há uma menor distância entre os corpos e, assim, os vórtices desprendidos do cilindro à montante perdem menos energia até atingirem e se fundirem com os vórtices desprendidos do cilindro à jusante.

Na variação da distância relativa para $V_R = 7$, os valores de $\overline{C_D}$, $C_{L,rms}$ e A_y se mantiveram praticamente constantes para $T/D > 2$ para ambas as seções. No entanto, apresentaram valores diferentes para $T/D = 2$, mostrando que o cilindro à jusante influencia no comportamento do cilindro à montante para pequenas distâncias, assim como verificado também para $V_R = 6$. Além disso, os valores de A_y do cilindro à jusante se mostraram bem elevados para $T/D > 2$, com valores em torno de $A_y = 1,04$. Isto pode ter ocorrido por conta do efeito da esteira entre os dois corpos a $V_R = 7$, provocado pelo cilindro à montante. Gao *et al.* (2020) também observaram estas altas amplitudes do cilindro à jusante, dependendo da velocidade reduzida, e associaram este comportamento ao fenômeno de VIE. Além disso, com base em Assi (2005), viu-se que o cilindro à montante apresenta comportamento típico de VIV, enquanto o cilindro à jusante apresenta comportamento associado a VIE.

Portanto, pode-se concluir que as simulações no OpenFOAM produziram resultados condizentes com a literatura, principalmente para os casos fixos e com 2GDL do cilindro isolado. Devido ao escoamento mais complexo em duas colunas com 2GDL, diferenças foram encontradas na literatura para $V_R = 5$ e 8. Isso também pode ter acontecido porque há várias variáveis envolvidas em simulações deste tipo, como o amortecimento estrutural, comprimentos e tensões envolvidas nas molas presentes na modelagem do problema e a área dedicada para dinâmica da malha definida pelo usuário. Logo, estudos mais aprofundados acerca do problema devem ser realizados.

Para trabalhos futuros, sugere-se a realização de experimentos em tanque de prova ou em canal de água circulante de baixo Reynolds, simulações tridimensionais para os cilindros fixos e com graus de liberdade, a aplicação de números de Reynolds maiores e de modelo de turbulência, análise de diferentes números de Reynolds, análise de diferentes razões de massa para os casos em *tandem*, estudo do efeito do amortecimento e a investigação de diferentes ângulos de escoamento. Em relação aos casos particulares em *tandem*, sugere-se a variação da velocidade reduzida para todas as distâncias relativas estudadas nesta pesquisa, principalmente para velocidades reduzidas maiores, que, de acordo com Prasanth (2009), apresentam amplitudes muito elevadas para o cilindro à jusante. Com isso, pode-se avaliar, de maneira mais detalhada, o efeito de VIE, descrito por Assi (2005) e Gao *et al.* (2020).

REFERÊNCIAS

- ABDOLI, A. **Optimization of Cooling Protocols for Hearts Destined for Transplantation**. 2014. Tese (Doutorado) – Florida International University.
- ACHENBACH, E; HEINECKE, E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 . **Journal of fluid mechanics**, Cambridge University Press, v. 109, p. 239–251, 1981.
- ASSI, G. R. S. **Estudo experimental do efeito de interferência no escoamento ao redor de cilindros alinhados**. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.
- BERGMAN, T. L. *et al.* **Fundamentals of heat and mass transfer**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BERNITSAS, M. M. *et al.* VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 130, n. 4, 2008.
- BLACKBURN, H.; HENDERSON, R. Lock-in behavior in simulated vortex-induced vibration. **Experimental Thermal and Fluid Science**, Elsevier, v. 12, n. 2, p. 184–189, 1996.
- BRIKA, D.; LANEVILLE, A. The flow interaction between a stationary cylinder and a downstream flexible cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, Elsevier, v. 13, n. 5, p. 579–606, 1999.
- CENCI, F. **Estudo numérico do modelo de geração de vórtices em cilindros fixos**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Naval) - Centro Tecnológico de Joinville – Universidade Federal de Santa Catarina.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos-3**. [S.l.]: Amgh Editora, 2015.
- CHUNG, M. H. Two-degree-of-freedom vortex induced vibration of low-mass horizontal circular cylinder near a free surface at low Reynolds number. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, Elsevier, v. 57, p. 58–78, 2016.
- DAHL, J. M. *et al.* Dual resonance in vortex-induced vibrations at subcritical and supercritical Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 643, p. 395, 2010.
- DARVISHZADEH, T.; SARI, A. CFD applications in offshore engineering. *In*: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE. OFFSHORE Technology Conference. [S.l.: s.n.], 2015.

DIDIER, E. Flow simulations over two circular cylinders in tandem. **Comptes Rendus Mécanique**, ELSEVIER FRANCE-EDITIONS SCIENTIFIQUES MEDICALES ELSEVIER 23 RUE LINOIS . . . , v. 335, n. 11, p. 696–701, 2007.

DING, L. *et al.* URANS vs. experiments of flow induced motions of multiple circular cylinders with passive turbulence control. **Journal of Fluids and Structures**, Elsevier, v. 54, p. 612–628, 2015.

EÇA, L. Evaluation of numerical error estimation based on grid refinement studies with the method of the manufactured solutions. **Computers & Fluids**, Elsevier, v. 38, n. 8, p. 1580–1591, 2009.

EÇA, L.; HOEKSTRA, M. A procedure for the estimation of the numerical uncertainty of CFD calculations based on grid refinement studies. **Journal of Computational Physics**, Elsevier, v. 262, p. 104–130, 2014.

ESDU. Circular cylindrical structures: dynamic response to vortex shedding, Part 1: calculation procedures and derivation. **Regent Street, London W1R 7AD, UK**, p. 251–259, 1985.

FERZIGER, J. H. *et al.* **Computational methods for fluid dynamics**. [S.l.]: Springer, 2002. v. 3.

FILHO, W. A. D. **Investigação experimental de vibrações induzidas por escoamento em cilindros flexíveis com rigidez ortotrópica**. 2018. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.

FUJARRA, A. L. C. *et al.* State-of-art on vortex-induced motion: A comprehensive survey after more than one decade of experimental investigation. *In*: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. INTERNATIONAL Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S.l.: s.n.], 2012. P. 561–582.

GAO, Y. *et al.* Flow induced vibration of two rigidly connected circular cylinders in different arrangements at a low Reynolds number. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 217, p. 107741, 2020.

GARCIA-ALCAIDE, V. M. *et al.* Numerical study of the aerodynamics of sound sources in a bass-reflex port. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, Taylor & Francis, v. 11, n. 1, p. 210–224, 2017.

GONÇALVES, R. T. *et al.* Effects of column designs on the VIM response of deep-draft semi-submersible platforms. *In*: INTERNATIONAL SOCIETY OF OFFSHORE e POLAR ENGINEERS. THE Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference. [S.l.: s.n.], 2015.

GONÇALVES, R. T. *et al.* Two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of circular cylinders with very low aspect ratio and small mass ratio. **Journal of Fluids and Structures**, Elsevier, v. 39, p. 237–257, 2013.

GOVARDHAN, R.; WILLIAMSON, C. H. K. Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 420, p. 85–130, 2000.

HE, J *et al.* CFD investigation of flow interactions of four fixed columns with free ends in square configuration. *In: INTERNATIONAL SOCIETY OF OFFSHORE e POLAR ENGINEERS. 28TH International Ocean and Polar Engineering Conference. [S.l.: s.n.], 2018.*

HSU, M. C. *et al.* High-performance computing of wind turbine aerodynamics using isogeometric analysis. **Computers & Fluids**, Elsevier, v. 49, n. 1, p. 93–100, 2011.

IGARASHI, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem: 1st report. **Bulletin of JSME**, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 24, n. 188, p. 323–331, 1981.

JAIMAN, R. K. *et al.* Fully coupled fluid-structure interaction for offshore applications. *In: INTERNATIONAL Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S.l.: s.n.], 2009. P. 757–765.*

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. **Journal of fluids and Structures**, Elsevier, v. 13, n. 7-8, p. 813–851, 1999.

KING, R. A review of vortex shedding research and its application. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 4, n. 3, p. 141–171, 1977.

LEAL, A. P. **Fluidodinâmica Computacional Aplicada ao Estudo de Forças e Movimentos Induzidos por Vórtices em Diferentes Formatos de Seções Transversais das Colunas de Plataformas Semissubmersíveis**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Naval) - Centro Tecnológico de Joinville – Universidade Federal de Santa Catarina.

LOPES, R. M. V. **Estudo numérico do fenômeno de vibração induzida por vórtices num cilindro com 1 grau de liberdade em OpenFoam**. 2015. Tese (Doutorado).

NARVÁEZ, G. F. *et al.* Vortex and flow induced vibration of two circular cylinders in tandem by numerical simulation, 2016.

NOGUEIRA, P. **Investimento offshore de energia eólica quadruplica apesar da crise econômica causada pelo Covid-19**. 2020. Disponível em:

<https://clickpetroleoegas.com.br/investimento-offshore-de-energia-eolica-quadruplica-apesar-da-crise-economica-causada-pelo-covid-19>. Acesso em: 05 jul 2020.

NORBERG, C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. **Journal of Fluids and Structures**, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 57–96, 2003.

PEREIRA, P. H. T. *et al.* Transverse displacement phase analysis on 2DOF FIV of rigid cylinders in tandem configurations. **Journal of Marine Science and Technology**, Springer, p. 1–11, 2020.

POSSO, F. M. R. **La transformada rápida de Fourier**. 1977. Dissertação (Mestrado) – Escuela Politecnica Nacional.

PRASANTH, T. K. Vortex-induced vibration of two circular cylinders at low Reynolds number. **Journal of fluids and structures**, Elsevier, v. 25, n. 4, p. 731–741, 2009.

PRASANTH, T. K.; MITTAL, S. Vortex-induced vibrations of a circular cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 594, p. 463, 2008.

REIS, P. **O que é energia eólica offshore?** 2020. Disponível em: <https://www.portal-energia.com/o-que-e-energia-eolica-offshore/>. Acesso em: 05 jul 2020.

ROSETTI, G. Improvements in the numerical modeling of turbulence and fluid-structure interaction for the vortex-induced vibrations of a rigid cylinder. **Universidade de São Paulo**, 2015.

SAQR, K. M. *Practical Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 2017.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary-layer theory**. [S.l.]: Springer, 2016.

SCHMIDT, A. L. FFT: Transformada Rápida de Fourier. **Estudiante de Ingeniería en Sistemas de Computación. Universidad Nacional de Sur. Bahia Blanca, Argentina. Marzo 2013**, 2013.

SHARMAN, B. *et al.* Numerical predictions of low Reynolds number flows over two tandem circular cylinders. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, Wiley Online Library, v. 47, n. 5, p. 423–447, 2005.

SPEZIALE, C. G. On the advantages of the vorticity-velocity formulation of the equations of fluid dynamics, 1986.

SRINIL, N. *et al.* Two-degree-of-freedom VIV of circular cylinder with variable natural frequency ratio: Experimental and numerical investigations. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 73, p. 179–194, 2013.

SUMER, B. M.; FREDSSØE, J. **Hydrodynamics Around Cylindrical Structures**. [S.l.]: World Scientific, 1997.

SUMNER, D. *et al.* Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in cross-flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Citeseer, v. 411, p. 263–303, 2000.

TEIXEIRA, P. R. F.; DIDIER, E. Numerical simulation of flow interaction between stationary and downstream elastically mounted cylinders in tandem at low Reynolds numbers. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer, v. 39, n. 3, p. 801–811, 2017.

VIRGA, T. *et al.* Os efeitos da pandemia do Covid-19 na geopolítica do petróleo e no Brasil. **Revista Rural Urbano**, v. 05, n. 02, p. 40–66, 2020.

WILLIAMSON, C H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. **Journal of fluids and structures**, Elsevier, v. 2, n. 4, p. 355–381, 1988.

WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. **Annu. Rev. Fluid Mech.**, Annual Reviews, v. 36, p. 413–455, 2004.

APÊNDICE A – REFINAMENTO DAS SIMULAÇÕES EM *TANDEM*

Foram utilizados diferentes refinamentos espaciais e temporais para os dois cilindros engastados em *tandem*, com o objetivo de aplicar o procedimento matemático de V&V. As malhas foram feitas utilizando o programa Ansys e os refinamentos para $T/D = 2, 3, 4$ e 6 são mostrados, respectivamente, nas Tabelas 14, 15, 16 e 17.

Tabela 14 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em *tandem* a $T/D = 2$.

Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
86.457	1,00	2,5	1
86.457	1,00	5	2
86.457	1,00	7,5	3
35.265	1,57	2,5	1
35.265	1,57	5	2
35.265	1,57	7,5	3
19.521	2,10	2,5	1
19.521	2,10	5	2
19.521	2,10	7,5	3

Fonte – Autor (2021).

Tabela 15 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em *tandem* a $T/D = 3$.

Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
85.895	1,00	2,5	1
85.895	1,00	5	2
85.895	1,00	7,5	3
35.438	1,56	2,5	1
35.438	1,56	5	2
35.438	1,56	7,5	3
19.636	2,09	2,5	1
19.636	2,09	5	2
19.636	2,09	7,5	3

Fonte – Autor (2021).

Tabela 16 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em tandem a $T/D = 4$.

Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
87.143	1,00	2,5	1
87.143	1,00	5	2
87.143	1,00	7,5	3
35.377	1,57	2,5	1
35.377	1,57	5	2
35.377	1,57	7,5	3
19.751	2,10	2,5	1
19.751	2,10	5	2
19.751	2,10	7,5	3

Fonte – Autor (2021).

Tabela 17 – Refinamento espacial e temporal para as simulações com dois cilindros em tandem a $T/D = 6$.

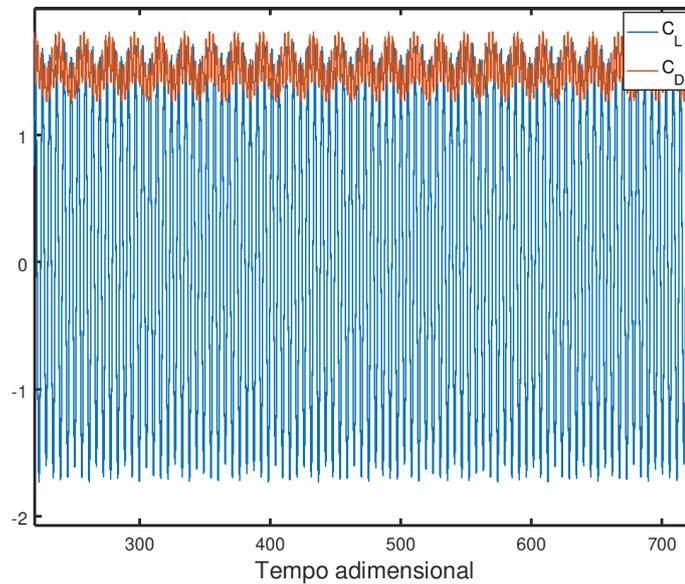
Número de células	h_i	Incremento de tempo [s]	τ_i
87.456	1,00	2,5	1
87.456	1,00	5	2
87.456	1,00	7,5	3
35.543	1,57	2,5	1
35.543	1,57	5	2
35.543	1,57	7,5	3
19.896	2,10	2,5	1
19.896	2,10	5	2
19.896	2,10	7,5	3

Fonte – Autor (2021).

APÊNDICE B – COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO DOS CILINDROS À MONTANTE PARA DIFERENTES VELOCIDADES REDUZIDAS

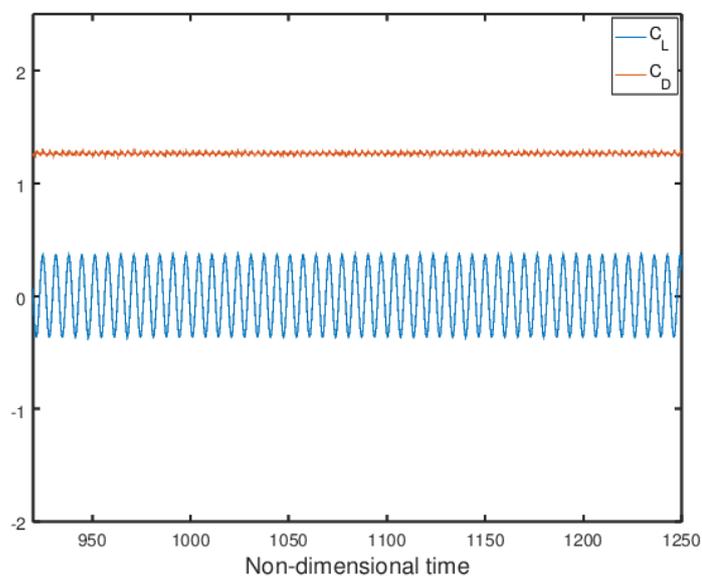
As Figuras 59, 60, 61 e 62 apresentam o comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação dos cilindros à montante a $T/D = 5,5$ para $V_R = 5, 6, 7$ e 8 , respectivamente. É possível visualizar o comportamento conturbado para $V_R = 5$ e 8 , assim como observado para os cilindros à jusante destas mesmas velocidades reduzidas.

Figura 59 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 5$.



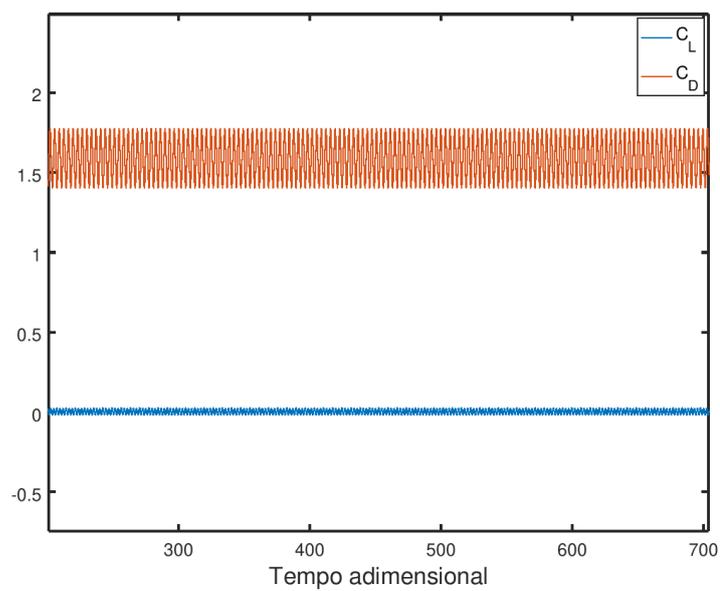
Fonte – Autor (2021).

Figura 60 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 6$.



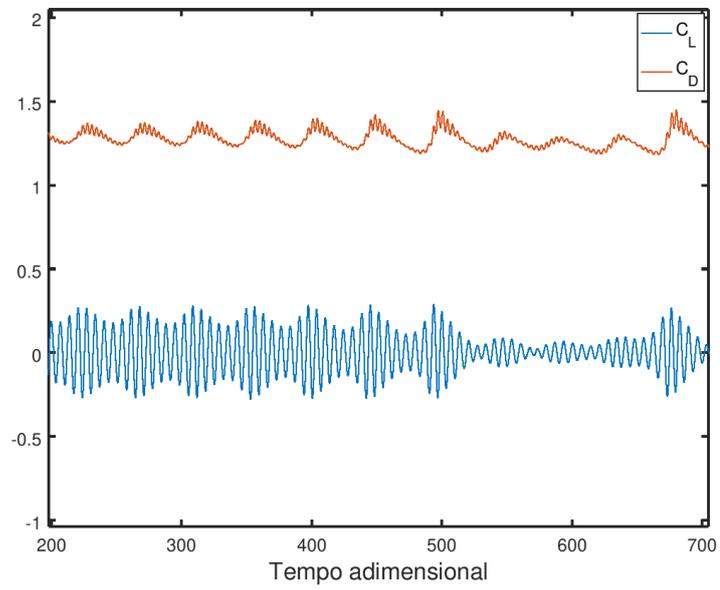
Fonte – Autor (2021).

Figura 61 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 7$.



Fonte – Autor (2021).

Figura 62 – Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação do cilindros à montante a $T/D = 5,5$ e $V_R = 8$.



Fonte – Autor (2021).