

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E
ELETRÔNICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Luís Felipe Prates Cattelan

Otimização Topológica de Circuitos Magnéticos para
Refrigeração Magnética

Florianópolis
2021

Luís Felipe Prates Cattelan

Otimização Topológica de Circuitos Magnéticos para
Refrigeração Magnética

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito necessário para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Mauricio V. Ferreira da Luz

Coorientador: Dr. Jaime Andrés Lozano Cadena

Coorientador: M.Sc. Guilherme Fidélis Peixer

Florianópolis, 2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cattelan, Luís Felipe Prates
Otimização Topológica de Circuitos Magnéticos
para Refrigeração Magnética / Luís Felipe Prates Cattelan ;
orientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz ,
coorientador, Jaime Andrés Lozano Cadena, coorientador,
Guilherme Fidelis Peixer, 2021.
70 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Refrigeração magnética. 3.
circuitos magnéticos. 4. eletromagnetismo. I. , Mauricio
Valencia Ferreira da Luz. II. Cadena, Jaime Andrés Lozano
. III. Peixer, Guilherme Fidelis IV. Universidade Federal
de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. V.
Título.

Luís Felipe Prates Cattelan

Otimização Topológica de Circuitos Magnéticos para Refrigeração Magnética

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Engenharia Elétrica” e aceito, em sua forma final, pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 30 de junho de 2021.

Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Walter Pereira Carpes Júnior, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Laurent Didier Bernard, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Agradecimentos

Agradeço a todos os meus amigos e familiares. Agradeço também a todos os meus colegas, as pessoas envolvidas neste projeto e em especial aos meus orientadores.

Agradeço também a todos os funcionários da UFSC e do POLO, e também à empresa CODEMGE e à Emprapii pelo apoio financeiro fornecido para a realização deste trabalho.

Resumo

O trabalho visa desenvolver um circuito magnético a base de ímãs permanentes para utilização em um sistema de refrigeração magnética e, portanto, deseja-se maximizar a energia magnética no entreferro, sendo esta distribuída com um perfil pré-determinado. Para isto, foi utilizado o método da densidade para otimização topológica do aço magnético do circuito, e a eficiência do circuito foi dividida em duas diferentes eficiências, de forma a medir o ponto de operação energético dos ímãs separadamente à eficiência do circuito em concentrar a energia magnética na região desejada. Ainda, foi desenvolvido um método de análise de eficiência dos ímãs a partir do método do ímã virtual, que foi utilizado para determinar a melhor forma de distribuir os segmentos de ímã. Visando a redução do custo total do projeto, este foi feito utilizando apenas blocos paralelepipedais de ímãs permanentes. Com isso, pôde-se obter um circuito magnético com performance parecida com outros circuitos da literatura porém com uma topologia de baixo custo. O projeto final do trabalho teve como base uma topologia de entreferro pré-determinada e um volume fixo de ímãs permanentes. Assim, os ímãs foram alocados tomando como base o método do ímã virtual, e o aço magnético foi otimizado pelo método da densidade. Com isso, pôde-se obter um circuito com o perfil de campo suficientemente próximo ao desejado.

Palavras-chave: Circuito magnético, otimização topológica, aço magnético, ímãs permanentes, refrigeração magnética.

Abstract

The work aims to develop a magnetic circuit based on permanent magnets for a magnetic refrigeration system application and, therefore, it is desired to maximize the magnetic energy in the air gap, which is distributed with a predetermined profile. For this, the density method was used for topological optimization of the circuit's magnetic steel, and the circuit efficiency was divided into two different efficiencies, in order to measure the energy operating point of the magnets separately from the circuit's efficiency in concentrating the magnetic energy in the desired region. Furthermore, a method for analyzing the efficiency of magnets was developed using the virtual magnet method, which was used to determine the best way to distribute the magnet segments. Aiming to reduce the total cost of the project, this was done using only parallelepiped blocks of permanent magnets. In that way, it was possible to obtain a magnetic circuit with a performance similar to other circuits in the literature but with a low-cost topology. The final design of the work was based on a predetermined air gap topology and a fixed volume of permanent magnets. Thus, the magnets were allocated based on the virtual magnet method, and the magnetic steel was optimized using the density method. Thus, it was possible to obtain a circuit with a field profile sufficiently close to the desired one.

Keywords: Magnetic circuits, topology optimization, magnetic steel, permanent magnets, magnetic refrigeration.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Curva de histerese em materiais ferromagnéticos [Coey 2010].	22
Figura 2 – Curva de histerese em ímãs permanentes [Fortkamp 2019].	23
Figura 3 – Variação da magnetização de um material com sua temperatura [Bez 2016].	25
Figura 4 – Esquema de um sistema de refrigeração magnética [Trevizoli 2015]. . .	25
Figura 5 – Cilindro de Halbach para diferentes números de polos p . As setas indicam a direção das remanências [Bjørk, Bahl e Pryds 2010].	28
Figura 6 – Adaptação simples de um cilindro de Halbach [Lorenz e Kevlishvili 2017].	29
Figura 7 – Exemplo de B_{target} utilizado por Fortkamp [2019] em função dos parâmetros B_{max} , B_{min} e do período τ . No geral, toma-se $B_{\text{min}} = 0$ e o período depende da quantidade de polos utilizados.	29
Figura 8 – Modelo de Fortkamp [2019].	30
Figura 9 – a) Circuito a ser otimizado. A área hachurada representa a região de design a ser otimizada. b) Resultado da otimização. A região em cinza escuro representa o material ferromagnético [Bjørk, Bahl e Insinga 2017].	30
Figura 10 – Método do ímã virtual [Insinga et al. 2016].	31
Figura 11 – Resultado da otimização topológica. As regiões coloridas indicam ímãs permanentes, enquanto a região preta indica aço [Lee et al. 2018]. . . .	32
Figura 12 – Resultado algoritmo de Teyber. Os blocos vermelhos são ímãs permanentes com remanências indicadas pelas setas, e os blocos cinza são constituídos de ferro.	32
Figura 13 – Pré-topologia a ser otimizada. O retângulo central indica o entreferro onde deseja-se a maximização da indução magnética. Os demais retângulos são as regiões de ímã permanentes e as setas indicam a remanência dos ímãs.	38
Figura 14 – Impacto da filtragem no resultado - as regiões em vermelho indicam $u=1$ e, portanto, indicam a existência de material ferromagnético na região, enquanto as regiões em azul indicam $u=0$ e conseqüentemente permeabilidade relativa igual à do ar - a legenda à direita relaciona as cores ao valor da variável u	39
Figura 15 – Uso da equação (3.17) para diferentes valores de β	40
Figura 16 – Curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ do aço utilizado nas simulações.	42
Figura 17 – Otimização topológica do sistema da figura 13. A cor vermelha indica a presença de material ferromagnético, enquanto a cor azul indica ar. . .	43

Figura 18 – Parametrização de um circuito magnético e impacto na eficiência magnética. Os blocos de ímã possuem largura horizontal de w_{mag} , e o entreferro possui largura horizontal de w_{gap} e altura h_{gap}	48
Figura 19 – Distribuição da energia magnética em um circuito. A legenda à direita apresenta a relação entre as cores e a energia em J/m^3	49
Figura 20 – Topologias dos circuitos magnéticos analisados. A cor vermelha representa o aço magnético, a cor azul representa ar e a cor verde os ímãs permanentes. As setas indicam direção de remanência.	50
Figura 21 – Análise da variação da distância entre blocos de ímãs e o entreferro. A cor vermelha representa aço magnético, a cor azul representa ar e a cor amarela representa ímã permanente. As setas indicam a direção da remanência.	51
Figura 22 – Distribuição de α para diferentes regiões de ímãs - a legenda à direita das imagens indica a relação entre as cores e o valor do parâmetro α . As linhas indicam a direção do campo magnético; Os blocos retangulares formam a região Ω_{mag} , e o exterior é composto de aço magnético.	56
Figura 23 – Circuito magnético adaptado para maximização de $\hat{\alpha}$	57
Figura 24 – Circuito magnético adaptado para maximização de η	57
Figura 25 – Circuito magnético com aço otimizado pelo método da densidade. A região em verde é composta por ímãs permanentes, a região em vermelho representa o aço magnético otimizado e a região em azul representa ar.	60
Figura 26 – Topologia com diversos blocos de ímã permanente e aço otimizado. Na figura 26(a) a cor vermelha representa aço magnético, enquanto a cor azul representa ar e a cor verde representa o ímã virtual. Na figura 26(b) a legenda relaciona as cores da imagem com o valor de α associado.	60
Figura 27 – Circuitos com eficiência otimizada.	62
Figura 28 – Topologia a ser considerada.	64
Figura 29 – Alocação dos blocos de ímã permanente.	65
Figura 30 – Circuito final obtido. A cor vermelha representa aço magnético, enquanto a cor azul representa ar e os ímãs são representados pela cor verde.	65
Figura 31 – Resultado final de indução magnética.	66

Lista de Símbolos

β	Parâmetro de Suavização da Função Degrau
ϵ	Permissividade Elétrica
η_m	Eficiência Magnética
η_p	Eficiência Estrutural
μ	Permeabilidade Magnética
$\mu_{r,ferro}$	Permeabilidade Magnética do Aço
μ_{rec}	Permeabilidade de Recuo dos Ímãs Permanentes
Ω_d	Região de Design
Ω_{ext}	Região do Espaço Exterior aos Ímãs Permanentes
Ω_{mag}	Região do Espaço Constituída de Ímãs Permanentes
σ	Condutividade Elétrica
B_{rem}	Vetor de Indução Remanente
F_{obj}	Função Objetivo a ser Otimizada
R_h	Raio do Filtro de Helmholtz
V_{iron}	Volume de Aço Magnético
V_m	Potencial Escalar Magnético
W_{mag}	Energia Magnética na Região de Ímãs
W_{max}	Energia Magnética Máxima Gerada pelos Ímãs
\bar{u}	Variável de Controle Filtrada e Projetada
\mathbf{J}	Densidade Superficial de Corrente Elétrica
p	Variável de Controle
u	Variável de Controle Filtrada
W	Energia Magnética
w	Densidade de Energia Magnética

α	Razão entre Indução Magnética Virtual e Indução Magnética Ótima
η	Eficiência Geral do Circuito Magnético
	Valor Médio de α Ponderado pelo Erro Angular das Remanências
B_v	Indução Magnética Virtual
H_v	Campo Magnético Virtual
\bar{B}_m	Indução Magnética Média no Entreferro
θ_H	Ângulo do Vetor Campo Magnético Virtual
θ_{rem}	Ângulo do Vetor de Remanência dos Ímãs
$\tilde{\eta}$	Eficiência Geral do Ímã Virtual
B	Indução Magnética
D	Campo de Deslocamento Elétrico
E	Campo Elétrico
H	Campo Magnético
M	Magnetização

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos	18
1.2.1	Objetivo Geral	18
1.2.2	Objetivos Específicos	18
1.3	Metodologia	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Fundamentos da Teoria Eletromagnética	19
2.1.1	Equações de Maxwell	19
2.1.2	Teorema da reciprocidade	20
2.1.3	Materiais magnéticos	21
2.1.3.1	Materiais paramagnéticos	21
2.1.3.2	Materiais ferromagnéticos	22
2.1.3.3	Ímãs permanentes	22
2.2	Efeito magnetocalórico	24
2.2.1	Materiais magnetocalóricos	24
2.2.2	Refrigeração magnética	24
2.3	Estado da Arte	26
2.3.1	Caracterização de um circuito magnético	26
2.3.1.1	Eficiência de um ímã permanente	26
2.3.1.2	Caracterização de circuito magnético para refrigeração magnética	27
2.3.2	Cilindro de Halbach	27
2.3.2.1	Otimização das remanências	28
2.3.2.2	Otimização do ferro	29
2.3.3	Otimização topológica de circuitos magnéticos	30
2.3.3.1	Método do ímã virtual	31
2.3.3.2	Otimização topológica numérica	31
2.3.4	Otimização visando redução de custo	32
3	MÉTODOS MATEMÁTICOS	33
3.1	Potenciais Magnéticos	33
3.2	Métodos numéricos	33
3.2.1	Método dos elementos finitos	34
3.2.2	Método GCMMA	35
3.2.3	Análise de sensibilidade	36

3.3	Otimização Topológica	37
3.3.1	Método da Densidade	37
3.3.2	Formulação do Problema	40
4	DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS	45
4.1	Eficiência Magnética	46
4.2	Eficiência Estrutural	47
4.3	Análise de Eficiência - Método do Ímã Virtual	51
4.4	Impacto da Otimização do Aço nas Eficiências	59
4.4.1	Otimização da Eficiência Magnética	59
4.5	Alocação Ótima dos Blocos	61
4.6	Projeto de circuito magnético para refrigeração magnética	61
5	CONCLUSÃO	67
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	67
	REFERÊNCIAS	69

1 Introdução

Com a consolidação da teoria eletromagnética no século XIX, especialmente após os trabalhos de James C. Maxwell (1873) e de Michael Faraday (1831), os esforços pelo desenvolvimento de aplicações tecnológicas desta tomou conta de muitas pesquisas da época. Assim, foi descoberto o que hoje conhecemos como efeito magnetocalórico (MCE), uma propriedade de determinados materiais que faz com que estes aqueçam quando na presença de um campo magnético. A partir disto, muitas foram as invenções que o tomaram como base. A teoria teve novos rumos quando, na década de 1920, P. Debye e W.F. Giaque (1926), independentemente, demonstraram a possibilidade de se obter temperaturas extremamente baixas através do MCE. Assim, surgia a tecnologia da refrigeração magnética.

De forma a implementar um sistema de refrigeração magnética, então, é necessária a capacidade de controlar um sistema de geração de campo magnético. Assim, torna-se imprescindível ter circuitos magnéticos de alta performance. Devido ao alto custo destes, sua otimização recebe grande parte da atenção de um projeto de sistemas de refrigeração magnética.

Embora muitos métodos tenham sido desenvolvidos na literatura de forma a maximizar a performance de um circuito magnético, a maioria acarreta em circuito com topologias complexas de ímãs permanentes e, conseqüentemente, em um alto custo de implementação.

1.1 Motivação

São diversas as aplicações da refrigeração, sendo a conservação de alimentos, o controle de temperatura de máquinas e a climatização de ambientes visando o conforto térmico são algumas delas. Há décadas, a principal tecnologia de refrigeração utilizada é a de compressão de vapor. Como alternativa, a refrigeração magnética tem sido alvo de estudo e desenvolvimento visando uma possível maior eficiência energética e menor impacto ambiental em relação às tecnologias convencionais. Dessa forma, o presente trabalho visa o desenvolvimento, junto ao laboratório POLO do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, de um circuito magnético a ser usado em um projeto de pesquisa financiado pela empresa CODEMGE e pela EMBRAPPII. Este projeto tem como objetivo principal o desenvolvimento de um condicionador de ar operado por uma unidade de refrigeração magnética (URM). Ainda, deseja-se realizar o projeto do circuito magnético visando a minimização de custo.

Tendo em vista o alto custo e alta complexidade de projetos previamente implementados, o presente trabalho visa desenvolver um circuito magnético com alta eficiência a partir de blocos de ímãs permanentes de baixo custo e fácil fabricação - assim, objetiva-se o uso de blocos de ímãs paralelepipedais com remanência perpendicular ou paralela a suas faces.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Visando o desenvolvimento de um condicionador de ar baseado na tecnologia de refrigeração magnética, o presente trabalho traz como foco desenvolver um método de otimização de circuitos magnéticos à base de segmentos prismáticos para aplicações em refrigeração magnética.

1.2.2 Objetivos Específicos

Devido à alta complexidade de circuitos à base de ímãs permanentes otimizados e o alto custo deste material, este trabalho visa a otimização de um circuito magnético a base de ímãs de forma a minimizar a massa deste material e, ainda, utilizar geometrias simples deste - no geral, as geometrias mais simples encontradas no mercado são às de ímãs em forma de prismas de base retangular. Assim, objetiva-se encontrar um sistema a base de ímãs desta geometria que, com a menor massa possível, alcance os objetivos magnéticos impostos.

1.3 Metodologia

Após a devida revisão bibliográfica para a escolha de uma fundamentação teórica a ser utilizada, é feita uma abordagem analítica para análise e comparação de diferentes topologias de circuitos magnéticos. Com isso, são realizadas simulações numéricas para comparação de resultados e validação das hipóteses. Assim, o trabalho tem caráter analítico e computacional, através de técnicas de simulação numérica de sistemas físicos e da utilização de linguagens de programação para consolidação de algoritmos de otimização e tratamento de dados obtidos.

2 Revisão bibliográfica

Este capítulo busca fazer uma revisão dos principais conceitos e fundamentos da teoria eletromagnética e do efeito magnetocalórico, além de apresentar o estado da arte da refrigeração magnética, em especial no que tange o projeto do circuito magnético.

2.1 Fundamentos da Teoria Eletromagnética

A teoria eletromagnética clássica se baseia no conceito matemático de campo vetorial. Assim, para o estudo do eletromagnetismo são definidos os seguintes campos: a *indução magnética* \mathbf{B} , medido no Sistema Internacional em T, o *campo magnético* \mathbf{H} , medido em A/m, o *campo elétrico* \mathbf{E} , medido em V/m e o *campo de deslocamento elétrico* \mathbf{D} de tal forma que

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} \quad (2.2)$$

onde \mathbf{M} é o *campo de magnetização*, que corresponde à densidade volumétrica de momentos magnéticos e é medido em A/m, μ é a *permeabilidade magnética* do meio e ϵ é a *permissividade elétrica*. Para o vácuo, tem-se $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ e $\epsilon = \epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Temos ainda a definição do vetor *densidade superficial de corrente elétrica* \mathbf{J} , medido em $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ e dado por:

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \quad (2.3)$$

onde σ é a *condutividade elétrica* do material, medida em S/m.

2.1.1 Equações de Maxwell

A física do eletromagnetismo é regida pelas leis de Maxwell juntamente às equações constitutivas (2.1), (2.2) e (2.3).

As equações de Maxwell são dadas por:

- Lei de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

- Lei de conservação de fluxo magnético:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

- Lei de Faraday:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

- Lei de Ampère-Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.7)$$

onde t é a variável correspondente ao tempo e ρ é a *densidade volumétrica de carga*, medida em C/m^3 .

A partir dos campos elétrico e magnético, podemos calcular a força resultante em uma carga \mathbf{q} que se move com velocidade \mathbf{v} através da equação de Lorentz:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.8)$$

Ainda, podemos definir a densidade de energia magnética w :

$$w = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \quad (2.9)$$

Dessa forma, a energia magnética W em uma região do espaço Ω é:

$$W = \int_{\Omega} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV \quad (2.10)$$

Neste trabalho, estaremos interessados majoritariamente no cálculo de campos magnéticos gerados por ímãs permanentes em regimes de baixas frequências. Assim, o problema se enquadra dentro do escopo da magnetostática, onde são relevantes apenas as equações (2.1), (2.5) e (2.7) [Coey 2010]. Ainda, na ausência de correntes elétricas, pode-se reescrever a equação (2.7) como sendo:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \vec{0} \quad (2.11)$$

Assim, as equações (2.1), (2.5) e (2.11) representam a magnetostática na ausência de correntes elétricas e, portanto, são as equações fundamentais para a engenharia de circuitos magnéticos a base de ímãs permanentes.

2.1.2 Teorema da reciprocidade

Sejam 2 distribuições de magnetização \mathbf{M}_1 e \mathbf{M}_2 em regiões não sobrepostas do espaço produzindo campos \mathbf{H}_1 e \mathbf{H}_2 , respectivamente. O teorema da reciprocidade estabelece que [Insinga et al. 2016, Coey 2010, Tai 1992]:

$$\int \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_2 dV = \int \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{H}_1 dV \quad (2.12)$$

O teorema é válido para meios sem correntes livres e com permeabilidade magnética linear e isotrópica.

Este teorema é relevante pois é possível aplicá-lo com o método do ímã virtual: Para otimizar a direção de magnetização na região 1 (\mathbf{M}_1) de um sistema magnético visando gerar um determinado perfil de campo magnético na região 2, podemos calcular o perfil de campo magnético na região 1 (\mathbf{H}_1) gerado por uma magnetização \mathbf{M}_2 com mesma direção do campo desejado na região 2. Com isso, podemos afirmar que \mathbf{M}_1 será ótimo quando tiver a mesma direção do campo virtual \mathbf{H}_1 . [Insinga et al. 2016].

2.1.3 Materiais magnéticos

No vácuo, a equação (2.1) reduz-se a $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$; a indução \mathbf{B} e o campo \mathbf{H} podem ser tratados intrinsecamente como a mesma grandeza, a menos de uma constante. Porém, na existência de diferentes materiais no domínio de estudo, a relação não é trivial quando analisada macroscopicamente.

Devido à constituição atômica dos materiais, pode-se interpretar um material como uma distribuição de dipolos magnéticos (em razão do movimento natural dos elétrons constituintes). No geral, essa distribuição é aleatória, o que acarreta em uma magnetização resultante nula. Porém, quando na presença de campos magnéticos, alguns materiais possuem a característica de alinhamento dos dipolos magnéticos em função do campo externo [Coey 2010]. Alguns, inclusive, possuem memória (ou histerese), como será explorado adiante. Para englobar esses feitos e tratá-los de forma macroscópica, considera-se diferentes permeabilidades magnética para os materiais, de forma a definir os materiais magnéticos através de sua relação constitutiva dada pela equação (2.1). Dessa forma, definimos a *permeabilidade relativa* μ_r , calculada como μ/μ_0 .

Com relação ao comportamento de materiais em relação a um campo magnético externo, estes podem ser classificados em diversas categorias. Para o escopo deste trabalho, apenas 3 materiais nos interessam:

2.1.3.1 Materiais paramagnéticos

Os materiais paramagnéticos são aqueles que, na presença de um campo magnético externo, apresentam um leve alinhamento de seus dipolos magnéticos com o campo aplicado; assim, são materiais que apresentam μ_r pouco maior que 1. Nessa classe se encontra um grande número de substâncias como o ar, o alumínio e a madeira. No contexto de circuitos magnéticos, tais materiais são amplamente utilizados para propósitos estruturais [Fortkamp 2019].

2.1.3.2 Materiais ferromagnéticos

Os materiais ferromagnéticos são os que possuem um considerável alinhamento de seus dipolos magnéticos com o campo externo aplicado; portanto, são os materiais que apresentam $\mu_r \gg 1$. Exemplos destes materiais são o ferro, o níquel, o cobalto e diversos aços fabricados com base nestes materiais. Para valores baixos de \mathbf{H} , normalmente considera-se a *permeabilidade magnética* destes materiais linear. Valores usuais da *permeabilidade magnética* para materiais ferromagnéticos utilizados em circuitos magnéticos costumam ser na ordem de 1000 [Fortkamp 2019]. Entretanto, quando na presença de campos magnéticos de alta magnitude, observa-se uma saturação destes materiais; na medida que os dipolos magnéticos estão alinhados, a resposta do material à aplicação de um campo externo é reduzida. Ainda, pode-se observar uma pequena magnetização nestes materiais, constituindo uma pequena histerese [Coey 2010]; entretanto, esta magnetização é muitas vezes de baixa magnitude e portanto muitas vezes desprezada. Um exemplo de curva $B(H)$ destes materiais é apresentado na figura 1.

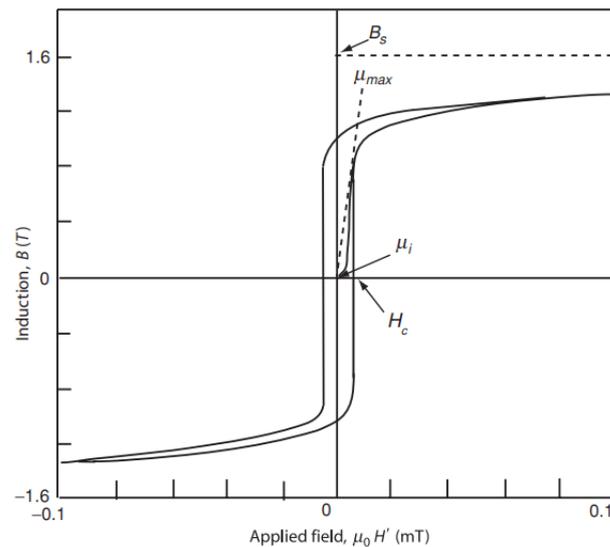


Figura 1 – Curva de histerese em materiais ferromagnéticos [Coey 2010].

Os materiais ferromagnéticos são de extrema importância nas aplicações em circuitos magnéticos; devido à alta permeabilidade magnética, estes são utilizados como concentradores de fluxo, com o objetivo de aumentar o fluxo magnético em regiões desejadas do sistema [Fortkamp 2019].

De forma a idealizar o sistema, é comum o desprezo dos efeitos de saturação do material e, muitas vezes, considera-se permeabilidade infinita.

2.1.3.3 Ímãs permanentes

Ímãs permanentes são materiais que apresentam alta densidade de magnetização remanente - ou seja, após a magnetização, estes continuam 'produzindo' indução magnética

em seu exterior mesmo na ausência de campo externo. Dessa forma, os ímãs permanentes são amplamente utilizados como fonte de fluxo em circuitos magnéticos. Pode-se observar na curva $B(H)$ (determinada pela equação (2.1)) destes materiais uma considerável histerese, como mostra a figura 2. Quando utilizados como geradores de fluxo magnético, os

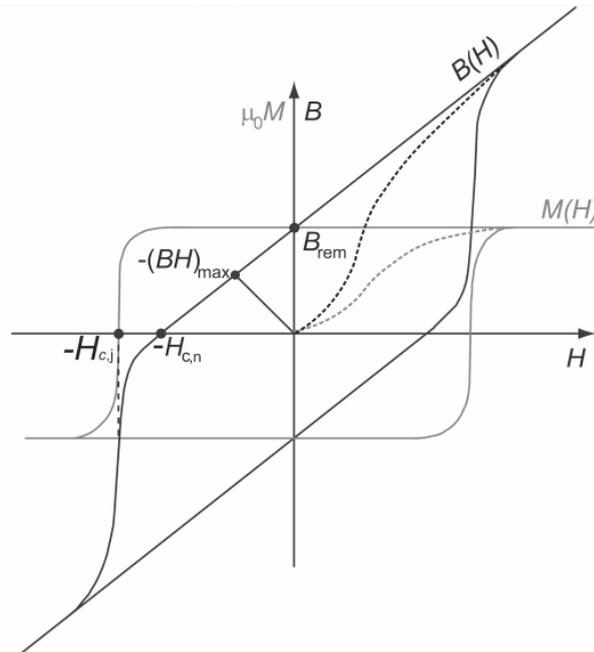


Figura 2 – Curva de histerese em ímãs permanentes [Fortkamp 2019].

ímãs permanentes operam no segundo quadrante, e portanto o campo magnético em seu interior possui sentido contrário à indução magnética [Fortkamp 2019].

O segundo quadrante da figura 2 é conhecido como curva de desmagnetização, e é normalmente aproximado como uma reta da seguinte forma:

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \mathbf{B}_{rem} = \mu_{rec}\mu_0\mathbf{H} + \mathbf{B}_{rem} \quad (2.13)$$

onde \mathbf{B}_{rem} é a indução remanente e é o principal parâmetro de um ímã permanente. Outro parâmetro de grande relevância é a *desmagnetização intrínseca* $\mathbf{H}_{c,j}$; quando o ímã atinge este ponto de operação, é desmagnetizado de forma irreversível [Fortkamp 2019, Coey 2010].

Pode-se provar que, para um sistema constituído de ímãs permanentes [Jensen e Abele 1996]:

$$\int_{\Omega_{mag}} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV = - \int_{\Omega_{ext}} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV \quad (2.14)$$

Onde Ω_{mag} é a região do espaço constituída por ímãs permanentes e Ω_{ext} é a região do espaço complementar - onde não há ímãs. Essa propriedade é de considerável importância para a utilização dos ímãs permanentes como geradores de energia magnética.

2.2 Efeito magnetocalórico

O efeito magnetocalórico (EMC) é o fenômeno que consiste na resposta térmica de um material devido à magnetização (ou desmagnetização) deste. A variação adiabática de temperatura, uma das formas de se caracterizar o EMC, pode ser calculada da seguinte forma:

$$\Delta T_{ad} = - \int_{H_i}^{H_f} \frac{T}{C(T, H)} \frac{\partial M}{\partial T} dH \quad (2.15)$$

onde T é a temperatura medida em K e $C(T, \mathbf{H})$ é o calor específico do material, medido em $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Uma característica importante do EMC é a reversibilidade - quando um material é magnetizado adiabaticamente do campo H_i ao campo H_f e depois é desmagnetizado de volta ao campo H_i , a temperatura inicial é atingida novamente; Então:

$$\Delta T_{ad}(T, H_i, H_f) = -\Delta T_{ad}(T + \Delta T_{ad}(T, H_i, H_f), H_f, H_i) \quad (2.16)$$

2.2.1 Materiais magnetocalóricos

Como é possível observar na equação 2.15, a variação de temperatura em um processo adiabático é proporcional à derivada da magnetização em relação à temperatura. Dessa forma, o efeito magnetocalórico tem máxima magnitude quando tal variação apresenta picos, como o caso das regiões de transição de fases magnéticas dos materiais - em especial, nas proximidades de sua temperatura de Curie T_c , que é a temperatura em que um material magnético transita entre os estados ferromagnético e paramagnético e possui, portanto, grande variação de magnetização, como mostra a figura 3.

Assim, para a aplicação do efeito magnetocalórico em refrigeradores comerciais, é necessária a utilização de materiais que possuem a T_c próxima à temperatura ambiente. Assim, materiais como o Gadolínio (Gd) e Lantânio-Ferro-Silício (LaFeSi) são materiais comumente usados para tal aplicação [Bez 2016].

No geral, a variação da temperatura no efeito magnetocalórico tem relação não-linear com o campo aplicado. Por exemplo, para o caso do Gadolínio, previsões teóricas mostram que [Fortkamp 2019]

$$\Delta T_{ad} \propto H^{2/3} \quad (2.17)$$

Devido a essa não linearidade do efeito, este depende dos valores iniciais e finais do campo magnético, e não apenas da variação deste.

2.2.2 Refrigeração magnética

Devido à reversibilidade do EMC, este possui alto potencial de utilização em sistemas de refrigeração. Ainda, este possui algumas vantagens em relação aos sistemas

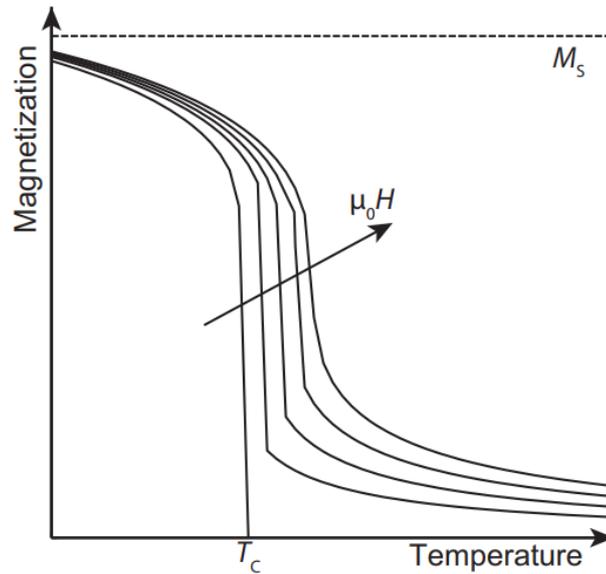


Figura 3 – Variação da magnetização de um material com sua temperatura [Bez 2016].

convencionais de refrigeração, como a menor utilização de materiais danosos ao meio-ambiente e o potencial de maior eficiência energética [Fortkamp 2019].

De forma geral, um sistema de refrigeração magnética funciona a partir de um ciclo de magnetização e desmagnetização de porções de material magnetocalórico, como mostra a Figura 4.

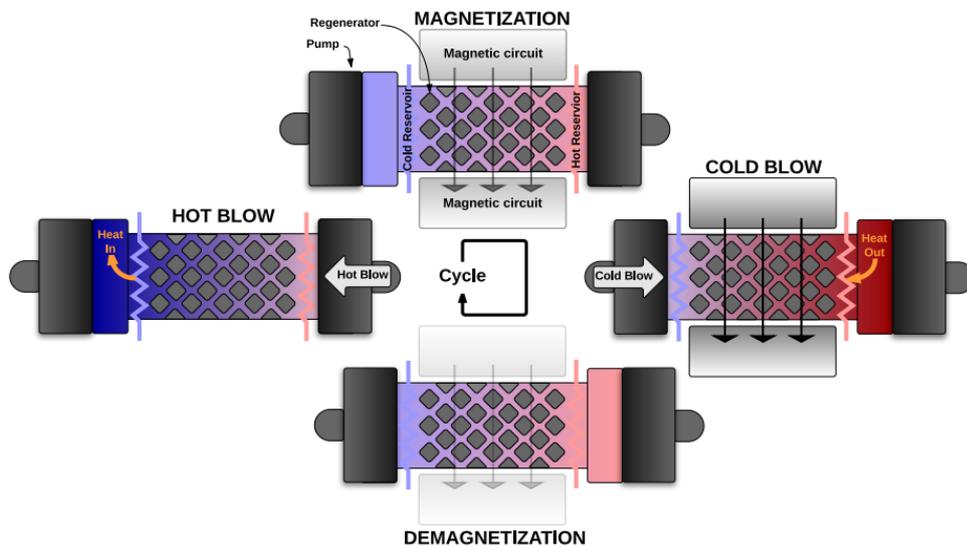


Figura 4 – Esquema de um sistema de refrigeração magnética [Trevizoli 2015].

Como comentado na seção anterior, a não linearidade do EMC faz com que este dependa do campo magnético inicial e do valor final do mesmo, e não apenas da variação absoluta deste. Assim, o objetivo de um circuito magnético para refrigeração magnética é a obtenção de um perfil oscilatório de campo magnético no entreferro, de forma que tenhamos regiões com a menor magnitude de campo magnético possível (idealmente zero)

e regiões de alta magnitude de campo. Ainda, deve-se atentar à topologia do sistema de tal forma que o acesso ao entreferro seja feito de forma simples, para que possa-se aplicar a troca de calor com o fluido de trabalho.

2.3 Estado da Arte

Através das equações (2.7) e (2.13), pode-se observar que é possível gerar energia magnética de duas principais formas: através de correntes elétricas e/ou ímãs permanentes. Ambos os casos já foram amplamente estudados em modelos de refrigeradores magnéticos, porém recentemente os ímãs permanentes foram, na vasta maioria dos trabalhos publicados, escolhidos como fonte de indução magnética devido à sua maior eficiência e às menores perdas energéticas [Bjork 2010].

2.3.1 Caracterização de um circuito magnético

Muitos são os parâmetros a serem levados em conta na construção de circuitos magnéticos. Como já discutido, quando se visa a aplicação em sistemas de refrigeração magnética, tem-se como principal objetivo a obtenção de induções magnéticas de alta amplitude em determinadas regiões do entreferro juntamente a campos de baixa magnitude em outras regiões. Ainda, essas regiões deve se alternar; portanto, o sistema deve possuir um caráter rotativo.

Visando a minimização da massa e do custo do sistema como um todo, deve-se construir o sistema visando uma alta eficiência dos ímãs permanentes utilizados. Ainda, ao construir um algoritmo de otimização, deve-se definir uma função objetivo a ser maximizada. Portanto, é importante definir previamente alguns requisitos para o circuito e, especialmente, figuras de mérito para que se possa compará-lo com outros circuitos de forma generalizada.

2.3.1.1 Eficiência de um ímã permanente

Uma maneira de definir a eficiência de um sistema de ímãs permanentes é utilizando a figura de mérito adimensional η_m [Jensen e Abele 1996]:

$$\eta_m \equiv 4 \frac{\int_{\Omega_{ext}} |\mathbf{B}|^2 dV}{\int_{\Omega_{mag}} |\mathbf{B}_{rem}|^2 dV} \quad (2.18)$$

Este parâmetro é extremamente útil, pois é possível provar que:

$$\eta_m = \frac{\int_{\Omega_{ext}} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV}{\int_{\Omega_{ext}} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H})_{max} dV} \quad (2.19)$$

Dessa forma, η_m possui valor entre 0 e 1 e mede a razão entre a energia magnética gerada e a maior energia magnética que seria possível gerar utilizando o mesmo ímã; portanto, η_m é a eficiência de um bloco de ímã de remanência \mathbf{B}_{rem} .

É possível demonstrar ainda que, para um bloco de ímã com remanência \mathbf{B}_{rem} , este produzirá a maior quantidade de energia magnética em seu exterior Ω_{ext} quando estiver no ponto de operação onde \mathbf{B}_{mag} (a indução no interior do próprio ímã) possui valor igual a $B_{rem}/2$.

2.3.1.2 Caracterização de circuito magnético para refrigeração magnética

Visando levar em consideração diversos parâmetros que influenciam no desempenho de um sistema de refrigeração magnética, Bjork [2010] definiu o parâmetro Λ como:

$$\Lambda = (\mu_0 H_{high}^{2/3} - \mu_0 H_{low}^{2/3}) \frac{V_{field}}{V_{mag}} P_{field} \quad (2.20)$$

onde H_{high} e H_{low} são o campo na região de campo alto no entreferro e o campo na região de campo baixo, respectivamente, P_{field} é a fração do período em que o regenerador se encontra na região de campo alto e V_{field} e V_{mag} são os volumes de entreferro e de ímã, respectivamente. Aqui, cabe observar a presença dos campos magnéticos elevados a $2/3$. Isto se deve à relação já comentada na equação 2.17 e se aplica apenas para alguns materiais específicos.

2.3.2 Cilindro de Halbach

Como comentado, a necessidade de alternância de induções magnéticas altas e baixas no entreferro traz a tendência por modelos rotativos de circuitos magnéticos. Com base nisso, nas últimas décadas foi dado grande destaque a modelos com base no cilindro de Halbach [Halbach 1980], que é constituído por um cilindro de ímãs permanentes com remanências variando continuamente.

A distribuição de remanências de um cilindro de Halbach é definida em coordenadas cilíndricas através de sua componente radial r e de sua componente tangencial ϕ como [Bjørk, Bahl e Pryds 2010]:

$$\mathbf{B}_{rem} = \begin{bmatrix} B_{rem,r} \\ B_{rem,\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{rem} \cos(p\phi) \\ B_{rem} \sin(p\phi) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Onde B_{rem} é o módulo da remanência do ímã permanente escolhido e p é o número de polos do cilindro, como mostra a figura 5. Com isso, é possível mostrar que, para um cilindro de Halbach com $p=1$, raio interno R_1 e raio externo R_2 , a indução em seu interior é uniforme e dada por [Bjørk, Bahl e Pryds 2010]:

$$\mathbf{B} = B_{rem} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (2.22)$$

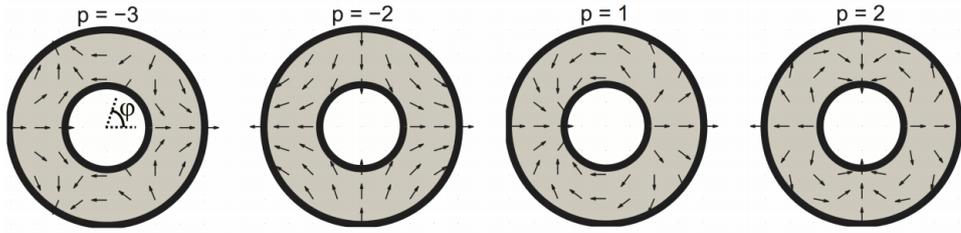


Figura 5 – Cilindro de Halbach para diferentes números de polos p . As setas indicam a direção das remanências [Bjørk, Bahl e Pryds 2010].

Devido à imensa dificuldade de fabricação de um cilindro com remanências variando continuamente, é comum a discretização do arranjo de Halbach em segmentos com remanências discretizadas. Para um cilindro dividido em n segmentos, tem-se, no interior do cilindro, uma indução uniforme com módulo dado por [Halbach 1980]:

$$B(n) = B(\infty) \frac{\text{sen}(2\pi/n)}{2\pi/n} \quad (2.23)$$

onde $B(\infty)$ é dado pela equação 2.22.

Devido à capacidade de concentração de fluxo do cilindro de Halbach e da alta eficiência, diversos foram os modelos de circuitos magnéticos desenvolvidos com base neste. Porém, o cilindro de Halbach não produz um perfil de campo necessário para aplicações em refrigeração magnética - isto é, não produz regiões com baixa indução magnética. Ainda, as principais adaptações do cilindro focam na melhor forma de redução de massa de ímã permanente e maior eficiência magnética.

A figura 6 mostra um exemplo de adaptação, feito por Lorenz e Kevlishvili [2017]; além da substituição de segmentos de ímã permanente por aço magnético, foi adicionado um cilindro de aço no interior do circuito, de forma a concentrar o fluxo magnético em porções específicas do entreferro.

2.3.2.1 Otimização das remanências

Para obter a distribuição de indução mais próxima possível da desejada, Fortkamp [2019] definiu um modelo com topologia baseada no cilindro de Halbach (exibido na figura 8) e, então, otimizou as remanências dos segmentos, visando a minimização do erro entre o perfil magnético e o perfil desejado:

$$\mathbf{a} = \underset{\mathbf{a}}{\text{argmin}} \left\{ \int_0^{2\pi} (B(\phi, \mathbf{a}) - B_{\text{target}})^2 d\phi \right\} \quad (2.24)$$

Onde \mathbf{a} é o vetor das variáveis remanências e B_{target} é o perfil desejado de indução magnética no entreferro. A figura 7 mostra um exemplo utilizado como perfil desejado em função do tempo, que para o caso estático é análogo ao ângulo percorrido no centro do entreferro.

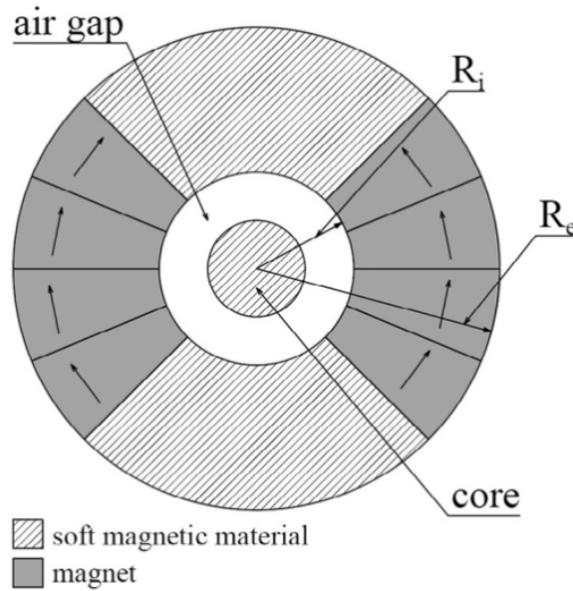


Figura 6 – Adaptação simples de um cilindro de Halbach [Lorenz e Kevlishvili 2017].

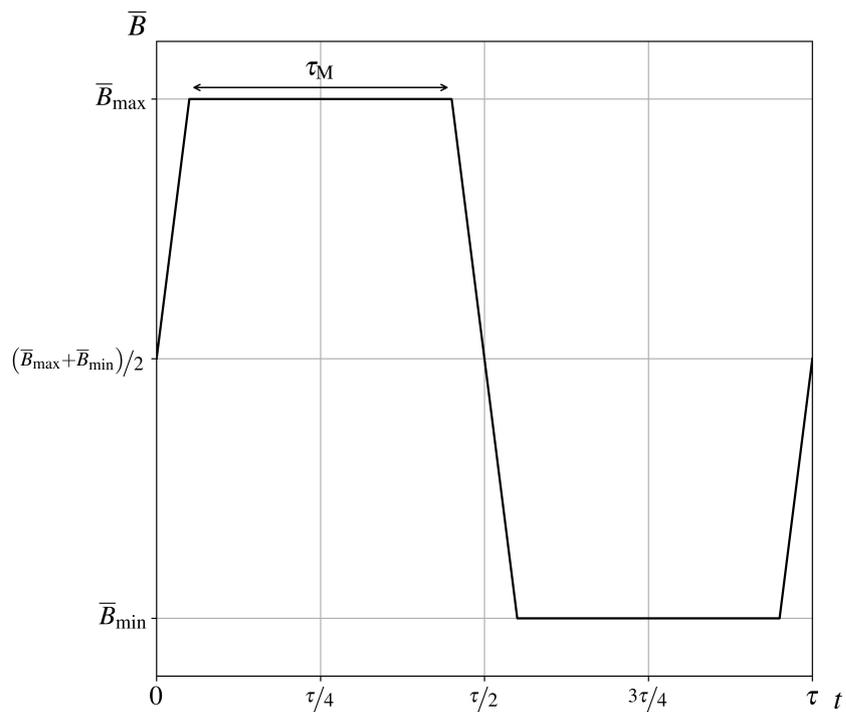


Figura 7 – Exemplo de B_{target} utilizado por Fortkamp [2019] em função dos parâmetros B_{max} , B_{min} e do período τ . No geral, toma-se $B_{\text{min}} = 0$ e o período depende da quantidade de polos utilizados.

2.3.2.2 Otimização do ferro

Para otimizar a eficiência e reduzir a massa de ímã permanente do sistema, uma abordagem prática é substituir ímãs pouco eficientes por aço magnético. Visando isso, Bjork et al. [2017] desenvolveram um algoritmo de otimização topológica. Para definir o material (ímã ou aço) utilizado em cada região da área de design, foi utilizado o método

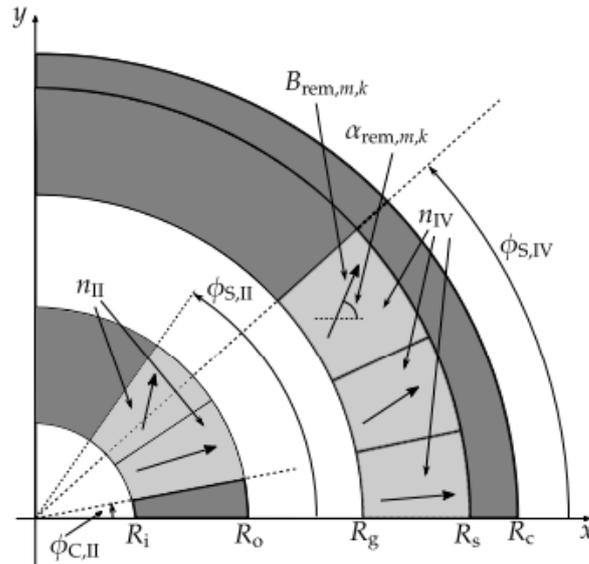


Figura 8 – Modelo de Fortkamp [2019].

da densidade, que será abordado no próximo capítulo. Com isso, e utilizando como função objetivo o módulo da indução magnética no entreferro, chegaram ao resultado exibido na figura 9. A distribuição de remanência dos ímãs permanentes é pré-definida e igual à do cilindro de Halbach.

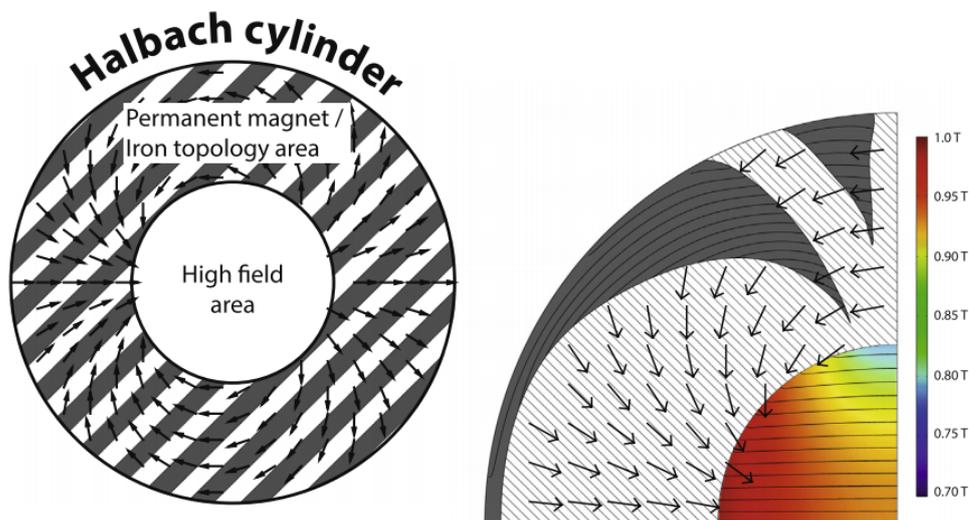


Figura 9 – a) Circuito a ser otimizado. A área hachurada representa a região de design a ser otimizada. b) Resultado da otimização. A região em cinza escuro representa o material ferromagnético [Bjørk, Bahl e Insinga 2017].

2.3.3 Otimização topológica de circuitos magnéticos

Os métodos apresentados até aqui tinham como base o cilindro de Halbach e, portanto, formas pré determinadas. Para atingir a melhor eficiência possível de um determinado circuito magnético, é necessária uma otimização topológica mais geral.

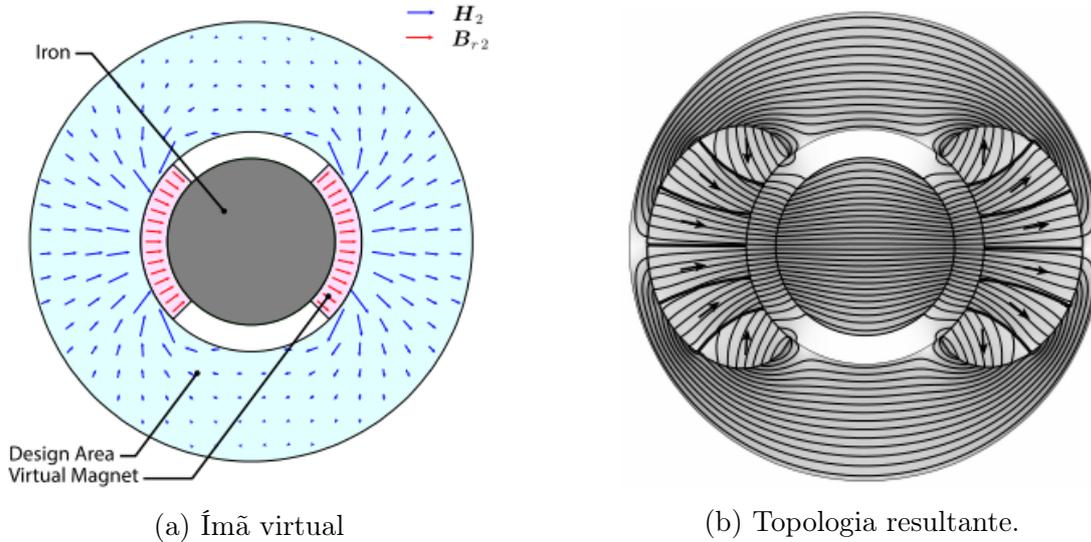


Figura 10 – Método do ímã virtual [Insinga et al. 2016].

2.3.3.1 Método do ímã virtual

Para definir a melhor distribuição de remanências possível para um circuito magnético, Insinga et al. [2016] definiram um *'ímã virtual'* no entreferro, com remanências na mesma direção do campo magnético desejado neste. Com isso, e utilizando o teorema da reciprocidade estabelecido pela equação 2.12, é possível afirmar que a melhor distribuição de remanências é a que possui direção igual ao campo magnético gerado pelo ímã virtual na região onde serão colocados os ímãs. Ainda, é possível determinar a fronteira do ímã com o ferro como sendo uma linha de equipotencial escalar magnético, garantindo assim a máxima eficiência magnética do sistema [Insinga et al. 2016, Jensen e Abele 1996]. A figura 10 mostra um exemplo de aplicação do método.

Visando a implementação prática do circuito e tendo em vista que este possui remanências variando continuamente no espaço, Insinga et al. [2016] desenvolveram um método analítico para segmentação do ímã de forma ótima. Devido a necessidade de apenas uma simulação numérica, o método possui considerável vantagem computacional em relação a outros métodos de otimização.

2.3.3.2 Otimização topológica numérica

Visando otimizar de maneira direta a distribuição de materiais (ar, ferro e ímã permanente), Lee et al. [2018] desenvolveram em seu trabalho um algoritmo baseado em técnicas numéricas de otimização topológica - em especial, o método da densidade [Sigmund e Maute 2013]. Visando a viabilidade de manufatura, o algoritmo foi construído de forma a se obter ímãs segmentados; foram, portanto, obtidos ângulos de remanências discretizados no espaço. O resultado é mostrado na figura 11.

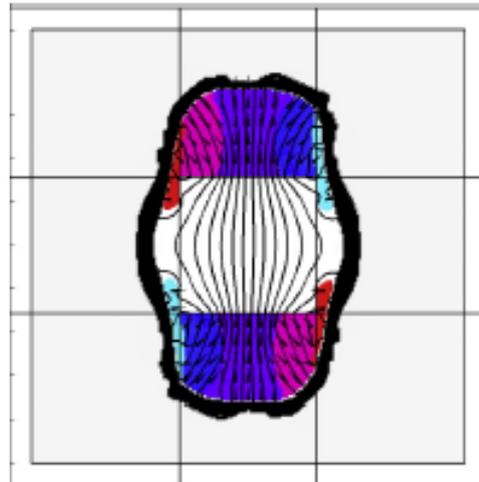


Figura 11 – Resultado da otimização topológica. As regiões coloridas indicam ímãs permanentes, enquanto a região preta indica aço [Lee et al. 2018].

2.3.4 Otimização visando redução de custo

Visando a utilização de segmentos prismáticos, de forma a minimizar o custo de fabricação, Teyber et al. [2017] desenvolveram um algoritmo genético de otimização para, dada uma distribuição pré-definida de blocos quadrados, retornar de forma ótima quais os blocos a serem preenchidos por ímã, ferro ou ar. O resultado é mostrado no figura 12.

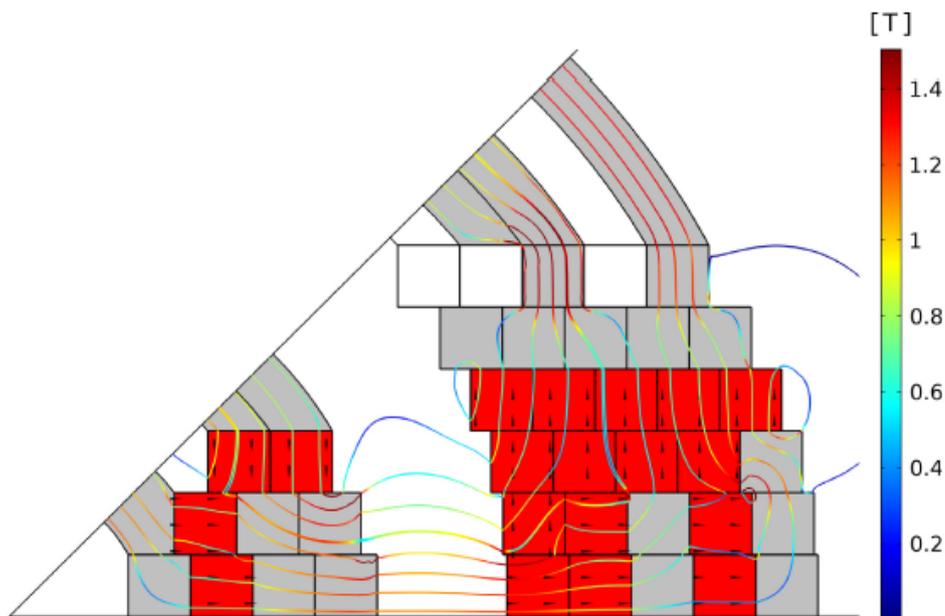


Figura 12 – Resultado algoritmo de Teyber. Os blocos vermelhos são ímãs permanentes com remanências indicadas pelas setas, e os blocos cinza são constituídos de ferro.

3 Métodos matemáticos

Neste capítulo, serão introduzidos os métodos matemáticos utilizados na formulação do problema de otimização proposto. Com estes métodos e com o auxílio do softwares computacionais, como o COMSOL Multiphysics para aplicação do método dos elementos finitos e de *scripts* em diferentes linguagens de programação, é possível a construção de algoritmos para a otimização topológica de um circuito magnético.

3.1 Potenciais Magnéticos

Com as equações de Maxwell, apresentadas na capítulo anterior, e definindo condições de contorno do problema, pode-se determinar a distribuição espacial dos campos vetoriais envolvidos através da resolução das equações diferenciais parciais. Comumente, é vantajoso trabalhar com a definição de potenciais [Bastos e Sadowski 2013].

No escopo da magnetostática, presente de forma majoritária neste trabalho, pode-se, a partir da equação (2.11) e fazendo uso de propriedades do cálculo vetorial, definir o potencial escalar magnético V_m de tal forma que:

$$\mathbf{H} = -\nabla V_m \quad (3.1)$$

A partir disto, e utilizando as equações (2.1) e (2.5), pode-se deduzir a seguinte equação:

$$\nabla(\mu(\mathbf{H})(-\nabla V_m + \mathbf{M})) = 0 \quad (3.2)$$

Definindo as condições de contorno e resolvendo a equação (3.2), pode-se determinar os valores de \mathbf{H} e \mathbf{B} a partir de (3.1) e (2.1).

Uma propriedade importante do potencial escalar magnético é que, devido à definição (3.1), as linhas de equipotenciais serão sempre perpendiculares ao campo \mathbf{H} . Esta propriedade pode ser útil em algumas análises do perfil do campo gerado, podendo ainda ser uma propriedade essencial na elaboração de alguns métodos de otimização topológica, como explicado por Jensen e Abel (1996).

3.2 Métodos numéricos

As formulações matemáticas até então apresentadas para cálculo de campo e indução magnética possuem forma de equações diferenciais parciais (EDP). As soluções analíticas destas equações são usualmente complexas e aplicáveis apenas em situações

simplificadas. Logo, a aplicação de métodos numéricos é necessária para solução dos problemas propostos no presente estudo. Além da solução das EDP's que regem o sistema, métodos numéricos também são utilizados para modelagem e solução do problema de otimização proposto.

Todas as etapas de simulação eletromagnética deste trabalho foram feitas utilizando o software computacional COMSOL Multiphysics, enquanto que as implementações de algoritmos de otimização e de análise dos dados foram feitas utilizando o software MATLAB e a linguagem Python.

3.2.1 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (FEM) [Bastos e Sadowski 2013] é, de forma geral, uma discretização do sistema e das EDP's que o regem. Se tomarmos, por exemplo, a função potencial escalar magnético V_m . Esta pode ser aproximada por uma função \hat{V}_m através de uma combinação linear a partir das funções de interpolação ψ_i da seguinte forma:

$$V_m \approx \hat{V}_m = \sum_i V_{m,i} \psi_i \quad (3.3)$$

onde $V_{m,i}$ representa os coeficientes da função que aproxima V_m por \hat{V}_m . Para a aproximação desejada, ψ_i possui valor 1 no nó i e 0 nos outros nós, e

$$\sum_{i=1}^M \psi_i = 1 \quad (3.4)$$

onde M é o número de nós do elemento.

Existem diversos métodos e abordagens do problema dos elementos finitos. Aqui, será apresentado o método de Galerkin [Bastos e Sadowski 2013]. Segundo esta metodologia, quando aproxima-se a função V_m , a equação (3.2) não necessariamente terá valor 0; assim, define-se um resíduo R , e então a equação (3.2) pode ser adaptada:

$$\nabla \cdot (\mu(\mathbf{H})(-\nabla \hat{V}_m + \mathbf{M})) = R \quad (3.5)$$

Deve-se, então, ponderar o resíduo de tal forma que:

$$\int_{\Omega} R \omega \, dV = 0 \quad (3.6)$$

onde ω é a função de ponderação. A partir de (3.5) tem-se, então:

$$\int_{\Omega} -\nabla \cdot (\mu(\mathbf{H}) \nabla \hat{V}_m) \omega \, dV + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mu \mathbf{M}) \omega \, dV = 0 \quad (3.7)$$

Manipulando a equação (3.7) e aplicando as condições de contorno de Neumann e Dirichlet (na superfície $\partial\Omega$ do espaço, ou V_m é constante ou $\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0$), chega-se a:

$$\int_{\Omega} (\mu(\mathbf{H}) \nabla \hat{V}_m) \nabla \omega \, dV - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mu \mathbf{M}) \omega \, dV = 0 \quad (3.8)$$

O método de Garlekin implica tomar $\omega = \psi_i$. Assim, tem-se:

$$\sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (-\mu(\mathbf{H}) \nabla V_m) \nabla \psi_i \, dV = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mu \mathbf{M}) \psi_i \, dV \quad (3.9)$$

onde N é o número de elementos no domínio de cálculo Ω , $\phi_i = \phi_i(x, y, z)$ e V_m é dado por (3.3).

Com o sistema discretizado e com as condições de contorno impostas, tem-se um sistema da forma $\mathbf{A} \hat{\mathbf{V}}_m = \mathbf{b}$, onde \mathbf{A} contém os coeficientes de contribuição de cada elemento e \mathbf{b} contém as magnetizações. Esse sistema pode ser resolvido numericamente, obtendo assim os valores de V_m para cada nó no espaço.

3.2.2 Método GCMMA

O método numérico de otimização escolhido para este trabalho é o Método das Assíntotas Móveis (MMA) [Svanberg 1987]. Por ser um método muito eficiente para problemas não lineares, não convexos e com alto número de variáveis, o MMA tem se mostrado uma ótima escolha para a otimização do método da densidade [Sigmund e Maute 2013], utilizado neste capítulo. Ainda, o método foi recentemente adaptado para ser globalmente convergente, dando origem ao Método das Assíntotas Móveis Globalmente Convergente (GCMMA) [Svanberg 2002].

O MMA é um método iterativo que aborda o problema através de múltiplas aproximações convexas. Seja um problema da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min_p \quad & F_{\text{obj}}(p) \\ \text{s.t.} \quad & c_i(p) \leq 0 \quad i \in [1, 2, \dots, m] \\ & p_{j,\min} \leq p_j \leq p_{j,\max} \quad j \in [1, 2, \dots, N] \end{aligned}$$

Em cada iteração k , no ponto atual $p^{(k)}$, aproxima-se as funções objetivo e de restrição por uma certa função convexa $f_i^{(k)}(x)$. A escolha desta função é feita através de informações de primeira ordem (gradientes) no ponto atual; o subproblema então é dado por:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f_0(x) \\ \text{s.t.} \quad & f_i(x) \leq 0 \quad i \in [1, 2, \dots, m] \\ & x_{j,\min} \leq x_j \leq x_{j,\max} \quad j \in [1, 2, \dots, N] \end{aligned}$$

onde

$$f_i^k(x) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{i,j}^{(k)}}{u_j - x_j} + \frac{q_{i,j}^{(k)}}{x_j - l_j} \right) + r_i^k$$

onde os parâmetros r , p e q são determinados a partir do valor das funções F_{obj} e c_i e de seus gradientes no ponto $p^{(k)}$ e os parâmetros u e l são os parâmetros que determinam as assíntotas superior e inferior, respectivamente, utilizadas para "manipulação" da convergência do problema.

Resolvendo o novo problema, tem-se a atualização da variável $p^{(k+1)} = x^{k,*}$. O método GCMMA possui a mesma ideia geral, porém com iterações "internas" de forma a apenas selecionar valores de x que diminuem a função objetivo, garantindo a convergência.

A convergência do modelo é dada a partir das condições de Karush-Kuhn-Tucker e uma tolerância pré-estabelecida, normalmente na casa de 10^{-5} .

3.2.3 Análise de sensibilidade

O método GCMMA, como exposto, necessita de informações de primeira ordem do problema - é necessário calcular os gradientes das funções de restrição $c_i(p)$ e da função objetivo $F_{\text{obj}}(p)$ em relação à variável de controle p . No geral, ambas as funções serão apenas em função da solução do problema $V_m(p)$ ou da variável de controle diretamente. Assim, deseja-se um método de cálculo rápido e direto dos gradientes de uma função $\mathbf{Q}(V_m(p), p)$ em relação a p . Neste trabalho será utilizado o método adjunto de análise de sensibilidade [Kollmann 2010].

Seja $\mathbf{L}(V_m(p), p)$ o sistema de EDP's que rege o problema físico, se o sistema possui uma única solução $V_m = L^{-1}(p)$, o problema de análise de sensibilidade pode ser escrito, a partir da regra da cadeia, como

$$\frac{d\mathbf{Q}(V_m(p), p)}{dp} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial p} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial V_m} \frac{\partial V_m}{\partial \mathbf{L}} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial p} \quad (3.10)$$

Todos os gradientes do lado direito da equação (3.10) podem ser calculados por derivadas simbólicas a partir do modelo, com exceção do termo $\partial V_m / \partial \mathbf{L}$. Este termo é igual a $(\partial \mathbf{L} / \partial V_m)^{-1}$; porém, o cálculo da inversa da jacobiana em questão é extremamente custoso computacionalmente. Assim, uma maneira de contornar o problema é a partir da introdução da variável adjunta λ , de tal forma que

$$\lambda = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial V_m} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial V_m} \right)^{-1} \quad (3.11)$$

Tem-se então que

$$\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial V_m} \right)^T \lambda = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial V_m} \quad (3.12)$$

Assim, substituindo (3.11) em (3.10), o sistema necessita apenas da solução do simples sistema (3.12), que necessita apenas da transposta da matriz Jacobiana.

3.3 Otimização Topológica

Como já comentado, o presente trabalho visa a construção de um circuito magnético a base de ímãs permanentes com geometrias e remanências padronizadas. Especificamente, os ímãs devem ter geometria de paralelepípedos retos com remanência perpendicular a uma de suas faces. Assim, para um entreferro pré definido, restam apenas os seguintes graus de liberdade:

- Posição dos blocos de ímãs permanentes;
- Dimensões dos blocos de ímãs permanentes;
- Topologia do aço magnético.

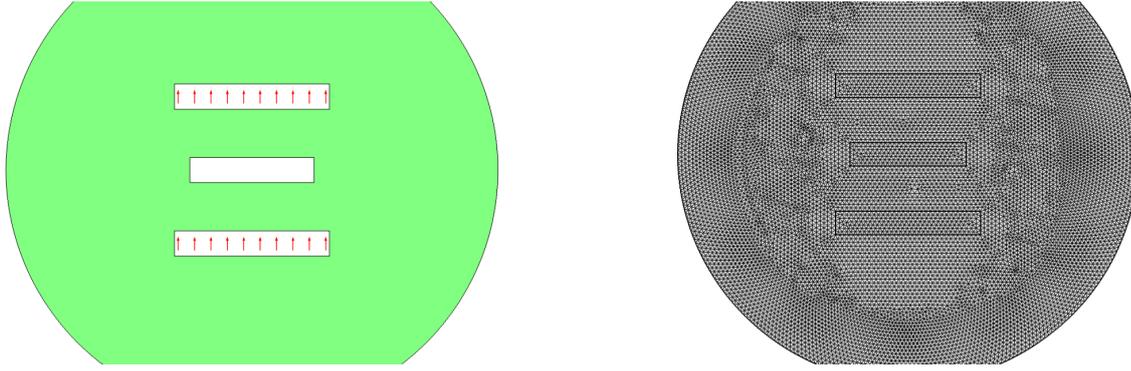
Os dois primeiros itens, referentes aos blocos de ímãs, serão explorados no próximo capítulo. Para a otimização topológica do aço magnético, existem diferentes métodos já explorados na literatura; neste trabalho será utilizado o método da densidade [Sigmund e Maute 2013]. A figura 13a mostra um sistema a ser otimizado, onde ímãs permanentes e o entreferro são pré-definidos e representados como retângulos na figura; o restante do espaço é a região de design, onde será determinada a distribuição de material ferromagnético.

3.3.1 Método da Densidade

O método da densidade visa a definição de uma variável de controle espacial que indique o material em um determinado ponto do espaço. Aqui, será utilizada a variável p , que indicará a presença de ar ou ferro. Seja Ω_d a região de design pré estabelecida, onde objetiva-se determinar a distribuição de material e seja Ω_f a região contida em Ω_d caracterizada pela presença de ferro. A variável $p(x,y,z)$ é definida de forma que

$$p(x,y,z) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x,y,z) \in \Omega_f \\ 0, & \text{se } (x,y,z) \in \Omega_d \setminus \Omega_f \end{cases} \quad (3.13)$$

Como explorado no capítulo anterior, os materiais ferromagnéticos caracterizam-se pela sua curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$; em especial, à alta inclinação desta na região linear, caracterizada pela



(a) Topologia a ser otimizada. Em verde, a região de design onde deseja-se determinar a distribuição de material.

(b) Malha a ser utilizada para o método dos elementos finitos

Figura 13 – Pré-topologia a ser otimizada. O retângulo central indica o entreferro onde deseja-se a maximização da indução magnética. Os demais retângulos são as regiões de ímã permanentes e as setas indicam a remanência dos ímãs.

permeabilidade magnética relativa $\mu_r \gg 1$. Para simplificar o modelo nas análises iniciais, é comum considerar o aço operando na região linear - ou seja, com uma permeabilidade constante. Desta forma, uma possível maneira de distinguir o material a partir da variável de controle p é calculando a permeabilidade da seguinte forma:

$$\mu_r(p) = \begin{cases} \mu_{r,\text{ferro}}, & \text{se } p = 1 \\ 1, & \text{se } p = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

onde $\mu_{r,\text{ferro}}$ é a permeabilidade relativa do aço magnético na região linear. Neste trabalho será utilizado um valor de 5000 para tal.

Como mostra a seção anterior, o método de otimização utilizado faz uso do gradiente da função a ser minimizada. Assim, é necessária a definição de variáveis contínuas. Então, deve-se definir uma função contínua $\mu_r(p)$ para $p \in [0, 1]$ que respeite as condições impostas em (3.14), que seja diferenciável e que seja crescente, de forma a evitar valores intermediários de p . Embora diferentes funções atendam as necessidades, no geral a literatura utiliza funções polinomiais baseadas na função SIMP [Bendsøe e Sigmund 2004]:

$$\mu_r(p) = 1 + p^s(\mu_{r,\text{ferro}} - 1) \quad (3.15)$$

onde o parâmetro s é pré-determinado. Quanto maior o valor de s , maior é a proximidade da função de uma função discreta. Além disto, visando melhorar a convergência do modelo, é recomendado $2 \leq s \leq 4$ [Sigmund e Maute 2013].

O método da densidade pode apresentar alguns resultados não desejados - pode ter diferentes resultados dependendo da construção da malha de elementos finitos. Outro possível resultado indesejado devido à malha é a de topologias não suaves, como a mostrada na figura 14a. Assim, é útil a utilização de filtros de densidade [Sigmund e Maute 2013].

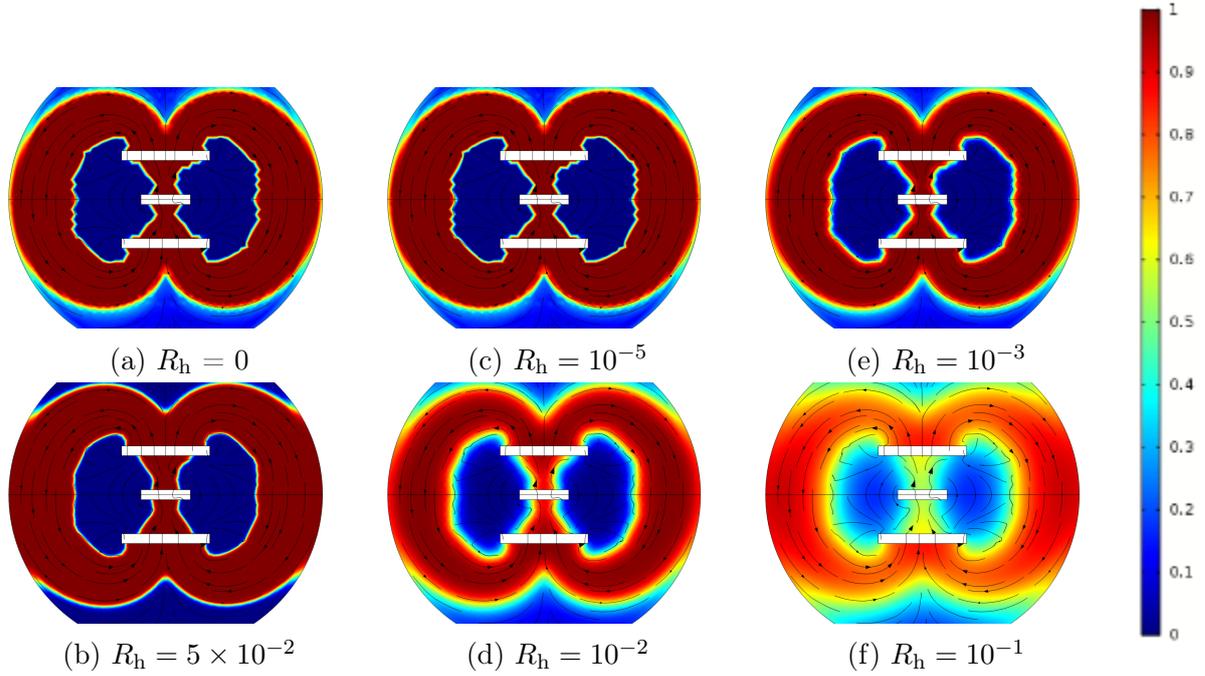


Figura 14 – Impacto da filtragem no resultado - as regiões em vermelho indicam $u=1$ e, portanto, indicam a existência de material ferromagnético na região, enquanto as regiões em azul indicam $u=0$ e conseqüentemente permeabilidade relativa igual à do ar - a legenda à direita relaciona as cores ao valor da variável u .

Neste trabalho, o tratamento da variável de controle será feito através de um filtro baseado na equação de Helmholtz [Lazarov e Sigmund 2010], resultando na nova variável u :

$$-R_h^2 \nabla^2 u + u = p \quad (3.16)$$

onde R_h é o raio do filtro pré-estabelecido - quando $R_h = 0$, temos $u = p$. A figura 14 mostra o resultado após a aplicação do filtro de Helmholtz para diferentes valores de raio - percebe-se uma topologia mais natural e suave para alguns valores específicos de raio. No geral, nota-se que os valores ideais para R_h encontram-se próximos ao tamanho dos elementos do modelo.

Embora a variável u tenha magnitude próxima à de p , a aplicação do filtro de Helmholtz não garante $u \leq 1$, condição necessária para que a permeabilidade seja dada por (3.14). Ainda, o filtro pode acarretar em um maior número de valores intermediários da variável u (a figura 14f, por exemplo, mostra que o filtro pode acarretar em uma grande quantidade de valores diferentes de 0 e de 1). Para contornar esses problemas, a variável é projetada em uma função degrau de Heaviside suavizada, retornando a variável \bar{u} :

$$\bar{u} = \frac{\tanh(\beta(u - \theta)) + \tanh(\beta\theta)}{\tanh(\theta\beta) + \tanh(\beta(1 - \theta))} \quad (3.17)$$

onde θ é o ponto de projeção e β indica a suavidade da função; quanto maior seu valor, mais próxima está a função (3.17) da função degrau com transição em θ . Para os propósitos

comentados, é razoável utilizar valores de β no intervalo de 5 a 15 e $\theta = 0,5$. A figura 15 mostra o comportamento da função para diferentes valores de β .

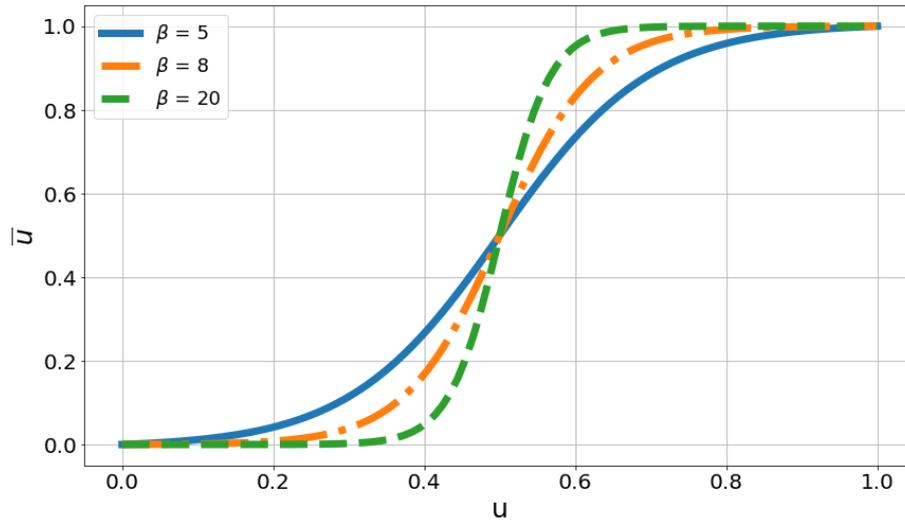


Figura 15 – Uso da equação (3.17) para diferentes valores de β .

Os resultados apresentados na figura 14 foram otimizados sem a utilização de filtro, e então este foi aplicado no resultado ótimo. Porém, o ideal é a otimização da variável p já com a utilização do filtro de Helmholtz e da projeção de Heaviside. O resultado utilizando este procedimento é mostrado na figura 17.

3.3.2 Formulação do Problema

Com o método da densidade, a variável de controle p determina a distribuição de material na região de design; com $\mu_r(\bar{u})$ determinado pela equação (3.14) pode-se, através do método de elementos finitos, calcular a distribuição da indução magnética no espaço. Com isso, pode-se calcular a função objetivo e as restrições em função da variável p para que esta seja otimizada.

Deve-se, então, definir uma função objetivo a ser otimizada. Como explicado no capítulo anterior, o objetivo principal de um circuito magnético aplicado em refrigeração magnética é a maximização da indução magnética em uma porção do entreferro enquanto minimiza-se a mesma em outra região. Pode-se usar como função objetivo, então, funções do tipo $f(x, y) = x^a - y^b$ ou $f(x, y) = x^a/y^b$, com a e b escolhidos de forma a ter pontos ótimos mais próximos aos desejados e x e y iguais às médias de \mathbf{B} nas regiões de campo alto e campo baixo, respectivamente. No geral, o primeiro tipo de função com $a \geq 1$ e $0 \leq b \leq 1$ acarreta em resultados mais próximos ao esperado. Nota-se que, se $a=b=2/3$, tem-se a figura de mérito dada por (2.20).

Seja uma região do espaço Ω dividida nas seguintes regiões:

- Ω_{gap} : Região do entreferro do CM

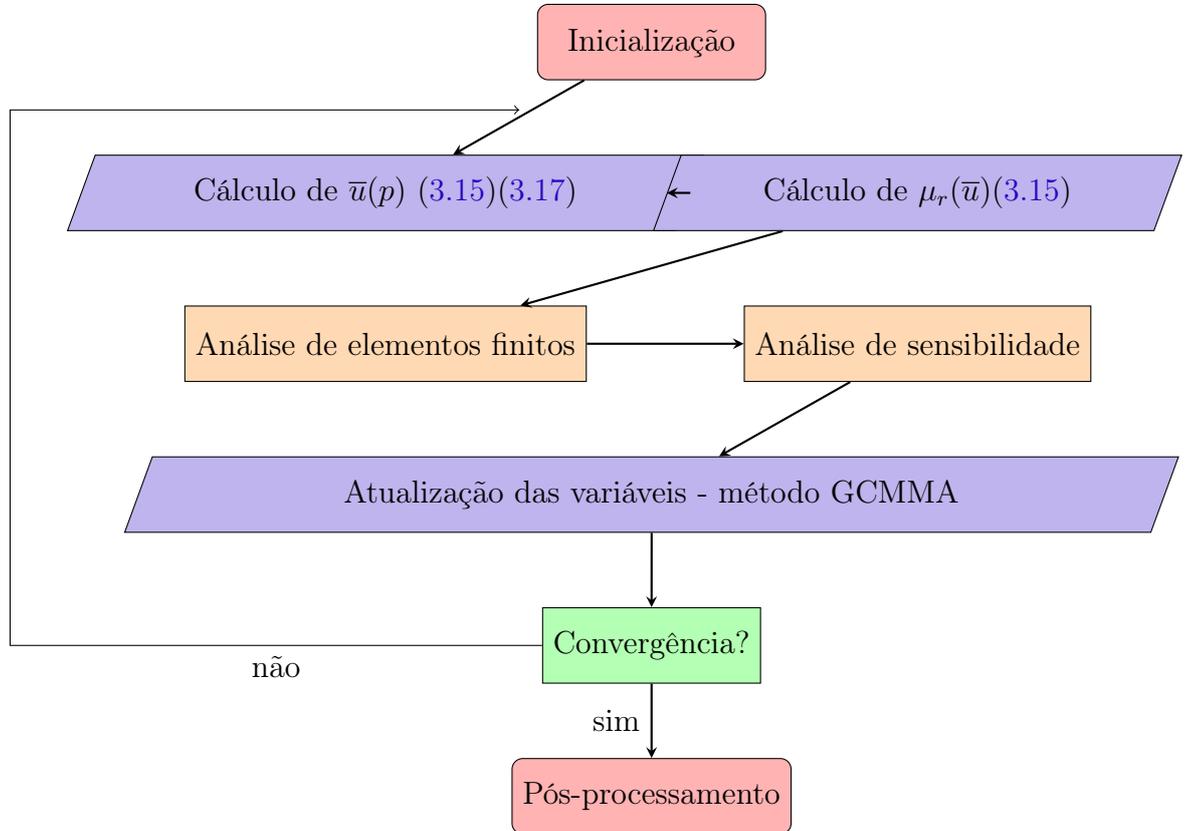
- $\bar{\Omega}_{\text{gap}}$: Região do entreferro onde deseja-se **maximizar** a indução magnética
- $\underline{\Omega}_{\text{gap}}$: Região do entreferro onde deseja-se **minimizar** a indução magnética
- Ω_d : Região de design onde será otimizada a variável de controle
- Ω_{mag} : Região composta por ímãs permanentes

Definida uma função objetivo F_{obj} a ser maximizada e um volume máximo de aço V_{iron} , o problema de otimização é formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max_p \quad & F_{\text{obj}}(p) = \left(\int_{\bar{\Omega}_{\text{gap}}} \mathbf{B}(\mu_r(\bar{u})) \, dV \right)^a - \left(\int_{\underline{\Omega}_{\text{gap}}} \mathbf{B}(\mu_r(\bar{u})) \, dV \right)^b \\ \text{s.t.} \quad & \int_{\Omega_d} \bar{u} \, dV \leq V_{\text{iron}} \\ & p_i \geq 0 \quad \forall i \in [1, 2, \dots, N] \\ & p_i \leq 1 \quad \forall i \in [1, 2, \dots, N] \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde N é o tamanho da variável p . $\mu_r(\bar{u})$ é calculado a partir de (3.15) e \bar{u} a partir de (3.16) e (3.17).

O algoritmo do modelo possui a forma do diagrama a seguir:



No pós-processamento, pode-se aplicar uma função de Heaviside de forma a discretizar o modelo; ou seja, fazer com que a variável \bar{u} tenha apenas valores 0 ou 1. Caso isso

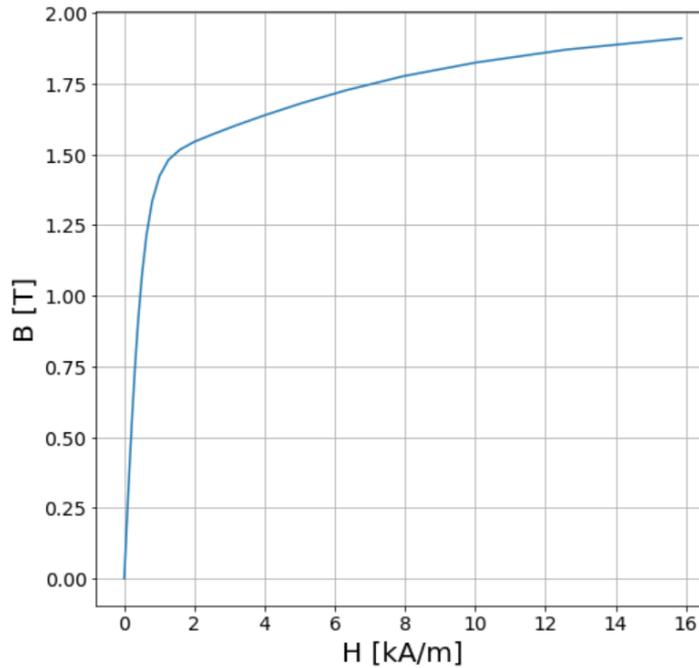


Figura 16 – Curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ do aço utilizado nas simulações.

implique em pioras consideráveis no resultado, uma ideia é apenas aumentar os valores dos parâmetros s e β nas equações (3.15) e (3.17) e rodar mais iterações, voltando ao segundo passo do algoritmo.

Até então, o modelo foi construído supondo que o aço esteja trabalhando em sua região linear. Entretanto, isto pode levar a valores diferentes da realidade, tendo em vista a saturação do aço. Isto pode ser levado em consideração impondo que o aço trabalhe na região linear (ou seja, que a indução \mathbf{B} nas regiões compostas por aço seja menor que um valor \mathbf{B}_s) através de uma restrição:

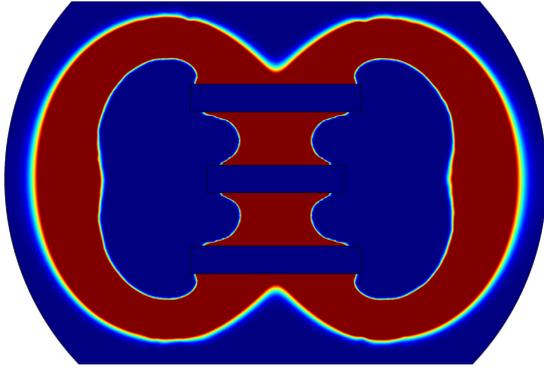
$$\mathbf{B} \cdot \bar{u} \leq \mathbf{B}_s$$

Para maior realidade da simulação e, ainda, englobar a possibilidade de casos ótimos fora deste ponto de operação, podemos considerar a não linearidade da curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ do material nas funções (3.14) e (3.15), fazendo com que estas dependam do valor do campo magnético \mathbf{H} . Ou seja, fazendo

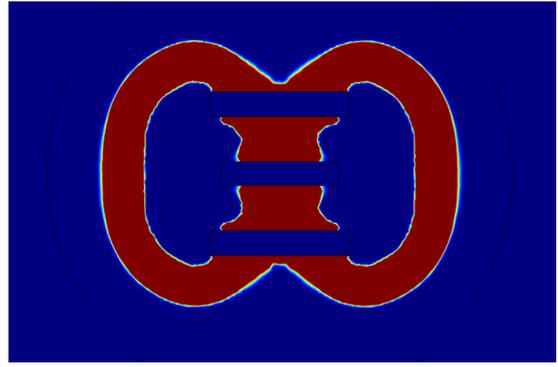
$$\mu_{r,ferro} = f(H) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{H})}{\partial \mathbf{H}}$$

Neste trabalho, o aço magnético não linear será definido pela curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ dado pela figura 16.

Com a não linearidade do aço considerada, pode-se ainda aplicar um pós processamento de forma a minimizar a massa do sistema. Após otimizar a topologia do sistema considerando o ferro linear, obtendo a variável ótima p^* , aplica-se o mesmo algoritmo



(a) Topologia otimizada considerando o aço com permeabilidade linear.



(b) Aplicação do pós processamento de minimização da área de aço não linear.

Figura 17 – Otimização topológica do sistema da figura 13. A cor vermelha indica a presença de material ferromagnético, enquanto a cor azul indica ar.

considerando a não linearidade do sistema com p^* como valor inicial para p . Com isso, é possível minimizar a massa de aço de forma a não alterar de forma significativa a função objetivo F_{obj}^* , atingida nas iterações anteriores:

$$\begin{aligned}
 \min_p \quad & \int_{\Omega_d} \bar{u} \, dV \\
 \text{s.t.} \quad & F_{\text{obj}} \geq 0.99F_{\text{obj}}^* \\
 & p_i \geq 0 \quad \forall i \in [1, 2, \dots, N] \\
 & p_i \leq 1 \quad \forall i \in [1, 2, \dots, N]
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

A aplicação da não linearidade do aço magnético tende a aumentar as espessuras deste em relação ao caso linear para evitar regiões de saturação. Já a aplicação da minimização da área de aço faz com que esta espessura tenha valores limites de forma que o aço trabalhe com indução pouco abaixo do seu ponto de saturação.

Com o algoritmo construído, pode-se obter a topologia ótima do aço magnético para uma determinada topologia de entreferro e ímãs permanentes. A figura 17 mostra o resultado da otimização (3.18) aplicada no sistema da figura 13. Como neste exemplo não há regiões onde deseja-se minimizar a indução magnética, a função objetivo é apenas a maximização desta no entreferro - ou, em (3.18), $b = 0$.

4 Desenvolvimento e resultados

No capítulo anterior, foi apresentado um método numérico de otimização topológica do aço, possibilitando que, para uma determinada topologia de ímãs permanentes e de entreferro, seja possível otimizar a topologia do material ferromagnético. Porém, como será apresentado neste capítulo, a distribuição dos ímãs permanentes é a variável mais importante na otimização do perfil magnético. Assim, é fundamental o desenvolvimento de métodos para a otimização desta variável.

Tendo em vista o alto custo dos materiais magnéticos permanentes, no geral deseja-se a otimização do uso destes. Sabendo que a energia cedida por uma porção de material magnético permanente possui um valor máximo finito [Jensen e Abele 1996], otimizar um circuito a base de ímãs permanentes implica na maximização da eficiência energética destes. A partir das equações (2.18) e (2.19), pode-se realizar esta otimização realizando a maximização do parâmetro η_m .

Na literatura, alguns diferentes métodos de otimização da distribuição de remanências foram desenvolvidos. No geral, métodos que buscam uma otimização topológica dos ímãs permanentes sem restrições geométricas, como os feitos por Insinga et al. (2016) e por Lee et al. (2018), acarretam em geometrias complexas. Como o objetivo deste trabalho é a construção de um circuito magnético que apenas utilize topologias regulares de ímãs permanentes, estes métodos não são diretamente aplicáveis. Alguns outros métodos, como os desenvolvidos por Lorenz (2017), Tayler e Sakellariou (2017), Teyber et al. (2017) e Fortkamp (2019), possuem otimizações a partir de topologias pré-estabelecidas. Com isso, estes métodos garantem uma restrição geométrica desejada, como por exemplo a de ímãs em formas de paralelepípedos, requerida neste trabalho e utilizada nos dois últimos métodos citados. Entretanto, essas restrições geométricas acabam limitando a maximização da eficiência magnética.

No geral, os métodos citados possuem diferentes funções objetivos: maximização da eficiência magnética, maximização da indução magnética no entreferro ou minimização do erro entre o perfil magnético gerado e um perfil pré-estabelecido. Como a energia magnética é proporcional ao quadrado do módulo do vetor indução magnética e os perfis de campo no entreferro a serem buscados em um sistema de refrigeração magnética possuem caráter de maximização da indução em uma parte do entreferro e minimização em outra, as três funções objetivos acabam resultando em altas eficiências magnéticas. Porém, é importante notar que a maximização da eficiência magnética η_m não necessariamente acarreta na maximização da energia magnética no entreferro. O método de Lorenz et al. (2017), por exemplo, otimiza o ponto de operação no ímã, resultando em valores de η_m muito próximos

a 1. Entretanto, a topologia deste circuito é favorável à dispersão da energia magnética para fora do entreferro. O método de Fortkamp (2019), por outro lado, possui eficiência magnética limitada devido à sua topologia, porém possui baixíssima dispersão do campo para fora do entreferro.

Devido a estes diferentes fatores e à equação (2.14), é interessante dividir a eficiência do sistema em 3 diferentes eficiências: A **eficiência magnética** η_m , definida pela equação (2.18) e que vale 1 quando o ímã opera no seu ponto de operação ótimo (e, portanto, disponibiliza a maior quantidade de energia possível no seu exterior), a **eficiência estrutural** η_p , definida como a razão entre a energia magnética no entreferro e a energia magnética gerada pelo ímã e, portanto, mede a eficiência do circuito em concentrar a energia magnética gerada pelos ímãs no entreferro. Esta é dada, então, por:

$$\eta_p \equiv \frac{\int_{\Omega_{\text{gap}}} w \, dv}{\int_{\Omega_{\text{mag}}} |w| \, dv} \quad (4.1)$$

E a **eficiência total** η , calculada como a razão entre a energia magnética concentrada no entreferro e a energia máxima de operação dos ímãs permanentes:

$$\eta \equiv \eta_p \eta_m = \frac{\int_{\Omega_{\text{gap}}} w \, dv}{\int_{\Omega_{\text{mag}}} |w_{\text{max}}| \, dv} = 4\mu_{\text{rec}} \frac{\int_{\Omega_{\text{gap}}} |\mathbf{B}|^2 \, dv}{\int_{\Omega_{\text{mag}}} |\mathbf{B}_{\text{rem}}|^2 \, dv} \quad (4.2)$$

A eficiência total é, portanto, uma medida do quanto se está utilizando da energia máxima que poderia-se usar com aquele volume de ímãs com remanência B_{rem} . Embora a definição deste parâmetro seja uma consequência lógica e direta do parâmetro η_m , a definição da eficiência estrutural terá alto valor na otimização topológica deste trabalho, como será visto adiante.

As análises deste capítulo foram feitas supondo aço linear com permeabilidade relativa igual a 5000. Para o projeto do circuito final, foi considerado um aço com curva $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ dada pela figura 16.

4.1 Eficiência Magnética

Segundo Jensen e Abel (1996), um circuito magnético operando com $\eta_m = 1$ deve ter remanências perpendiculares à fronteira entre ímã e aço. Este teorema explica os limites de eficiência magnética de algumas topologias e os resultados obtidos por Insinga et al. (2016) e por Lee et al. (2018). Como o objetivo deste trabalho é a utilização de blocos retangulares de ímãs permanentes que possuem remanência perpendicular ou paralela em relação a suas faces, esta condição é, no geral, facilmente atingida. Como podemos notar na otimização da figura (17), o aço magnético otimizado é adjacente às faces do ímã

perpendiculares à remanência, enquanto que as faces do ímã paralelas à remanência são adjacentes ao ar.

Ainda segundo Jensen e Abel 1996, outra propriedade que deve ser satisfeita para máxima eficiência magnética diz respeito às magnetizações dos ímãs:

$$\nabla \cdot \mathbf{M}^* = 0 \quad (4.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{M}^* = 0 \quad (4.4)$$

Ou seja, a magnetização ideal é irrotacional solenoidal.

Para muitas topologias com base de blocos retangulares, a eficiência magnética pode ser otimizada por uma simples relação paramétrica. O conjunto de equações (2.1), (2.11) e (2.5) relaciona os valores de campo e indução magnética aos parâmetros geométricos do circuito. Assim, para se obter $\mathbf{B} \approx 0,5\mathbf{B}_{\text{rem}}$ e portanto $\eta_m \approx 1$, tem-se para cada parametrização geométrica do entreferro uma parametrização ótima do ímã, e vice-versa.

A figura 18(a) mostra uma topologia de entreferro em um modelo 2D. Em ambos exemplos, o entreferro possui geometria retangular com largura w_{gap} e altura h_{gap} . O ímã permanente possui forma retangular, largura w_{mag} e área constante. A figura 18(b) mostra a variação da eficiência magnética para diferentes parâmetros w_{mag} . Como pode-se observar, para todos os casos de parametrização do entreferro existe um parâmetro específico para o ímã que otimiza a eficiência magnética.

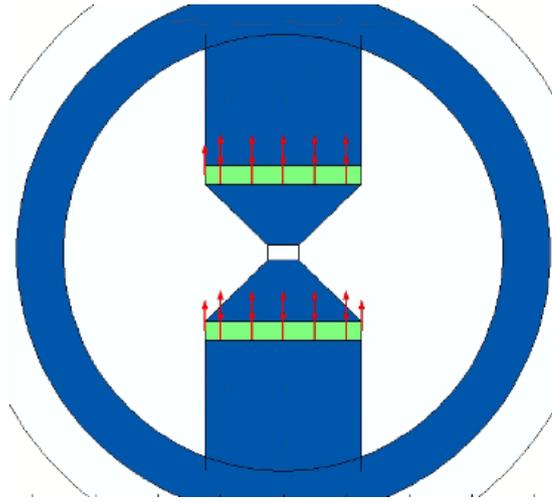
De forma geral, conclui-se que a maximização de eficiência magnética de ímãs em formas de blocos retangulares é uma tarefa relativamente fácil e é de fácil manipulação. Porém, como discutido, a maximização desta eficiência não garante uma otimização geral, devido à eficiência estrutural. Assim, para maximizar a eficiência geral, resta desenvolver maneiras de maximizar a eficiência estrutural de um sistema de ímãs permanentes com geometria paralelepipedal.

4.2 Eficiência Estrutural

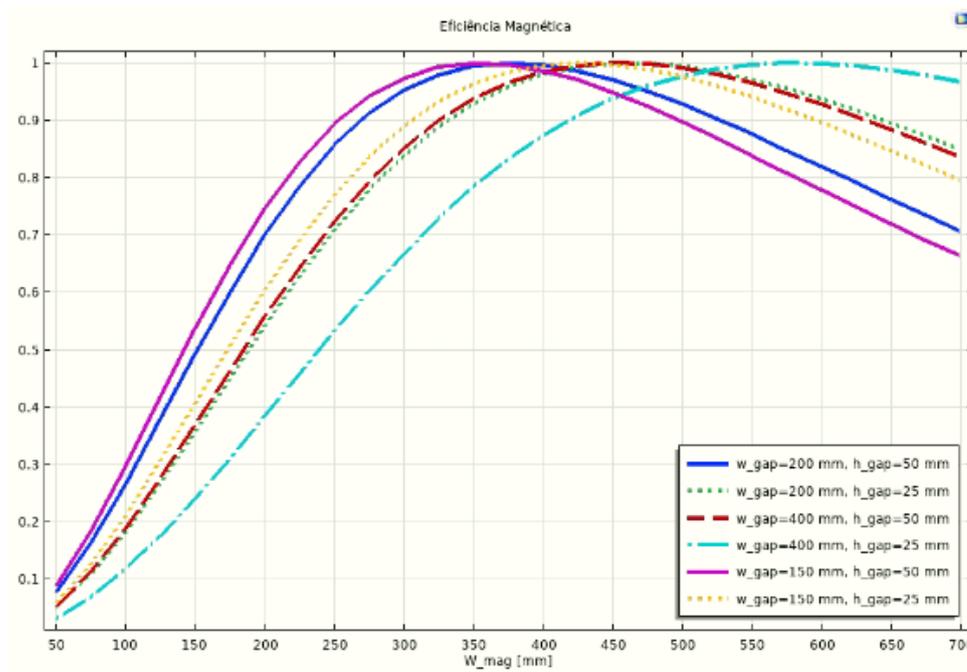
Como definida anteriormente, a eficiência estrutural mede o quão eficiente é a topologia do circuito em concentrar a energia magnética disponível no entreferro. Através da equação (2.14), podemos fazer o balanço da energia da seguinte forma:

$$\int_{\Omega_{\text{mag}}} w \, dv = \int_{\overline{\Omega}_{\text{gap}}} w \, dv + \int_{\underline{\Omega}_{\text{gap}}} w \, dv + \int_{\Omega_{\text{iron}}} w \, dv + \int_{\Omega_{\text{ext}}} w \, dv \quad (4.5)$$

onde $\overline{\Omega}_{\text{gap}}$ é a região do entreferro onde deseja-se concentrar a energia magnética, Ω_{iron} é a região composta por aço ferromagnético e Ω_{ext} é a região exterior complementar, no geral



(a) Topologia do circuito magnético analisado. A cor azul representa o aço magnético, a cor verde representa os ímãs permanentes e as setas indicam a direção de remanência. O retângulo central é o entreferro.



(b) Variação da eficiência magnética com a largura dos blocos de ímã permanente.

Figura 18 – Parametrização de um circuito magnético e impacto na eficiência magnética. Os blocos de ímã possuem largura horizontal de w_{mag} , e o entreferro possui largura horizontal de w_{gap} e altura h_{gap} .

composta por ar e materiais paramagnéticos. Utilizando a definição de η_p dada por (4.1), temos as dispersões e/ou perdas dadas por

$$(1 - \eta_p) = \frac{\int_{\Omega_{\text{gap}}} w \, dv + \int_{\Omega_{\text{iron}}} w \, dv + \int_{\Omega_{\text{ext}}} w \, dv}{W_{\text{mag}}} \quad (4.6)$$

Nestas primeiras análises, o entreferro será dado apenas pela região $\bar{\Omega}_{\text{gap}}$ (e, portanto, desconsidera-se a região $\underline{\Omega}_{\text{gap}}$), de forma a ser estudada apenas a redução da energia em todo o exterior desta região. A figura 19 mostra a distribuição de energia magnética em um circuito magnético simples com a topologia mostrada na figura 18(a). A densidade de energia máxima associada à remanência utilizada é de $382 \text{ kJ}/\text{m}^3$. Como pode-se observar, as regiões de mais alta concentração energética de perda são as regiões adjacentes ao ímã e ao entreferro. Além de ser, no geral, desprezível devido à alta permeabilidade, a energia magnética no aço é, de certa forma, inevitável. Assim, os esforços para minimização das perdas devem se concentrar nas dispersões.

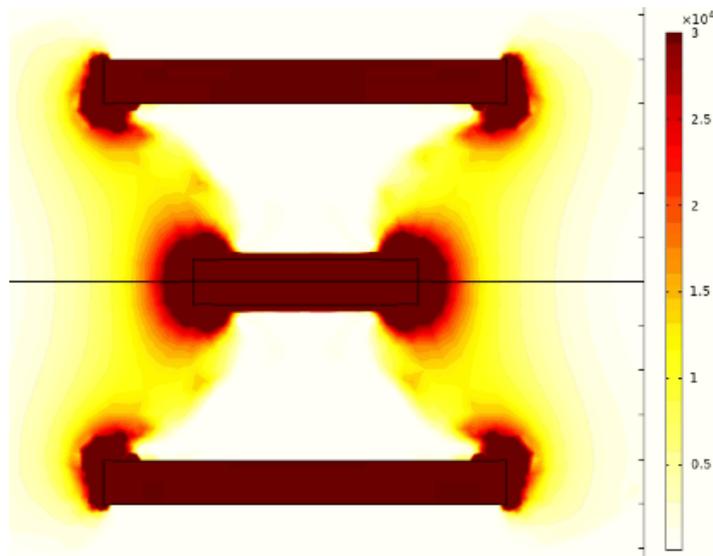


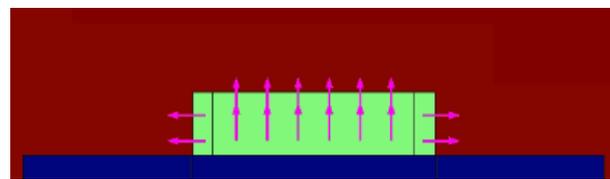
Figura 19 – Distribuição da energia magnética em um circuito. A legenda à direita apresenta a relação entre as cores e a energia em J/m^3 .

As dispersões de energia nas bordas do entreferro são inevitáveis devido à lei de Ampère (2.11). Esta dispersão, no entanto, por decair rapidamente, pode ser controlada para que concentre-se majoritariamente em regiões desejadas.

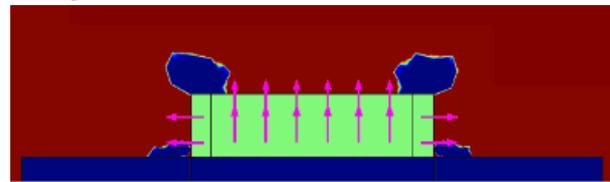
A lei de Ampère também faz com que as perdas associadas a dispersões nas bordas paralelas às remanências do ímã sejam matematicamente inevitáveis para a topologia em questão. Em algumas topologias, estas dispersões são nulas - no geral, estas topologias possuem a propriedade de ter os ímãs permanentes totalmente envoltos por aço magnético, com exceção das fronteiras adjacentes ao entreferro. Dessa forma, toda a energia exterior ao ímã se concentra no entreferro ou no material ferromagnético e, como essa segunda parcela se torna desprezível, tem-se uma baixíssima dispersão. Modelos assim, como o de Fortkamp (2019), maximizam a eficiência estrutural, porém falham em maximizar a eficiência magnética. Como explicado, a otimização do ponto de operação de um ímã só ocorre quando o aço adjacente a este é perpendicular às remanências. Caso haja aço adjacentes às bordas do ímã paralelas à remanência, o aço acarreta no curto circuito desta parcela de ímã - ou seja, parte do ímã opera com energia nula. Assim, a topologia do

aço magnético apresenta este *trade-off*, e conseqüentemente a otimização topológica do ferro se torna importantíssima para muitos casos. Ainda, esses fatores que impedem a maximização da eficiência geral explicam as topologias obtidas por métodos como o de Insinga (2016) e Lee et al. (2018), e demonstra a necessidade de ímãs complexos para tais casos.

A figura 20(a) mostra uma topologia que nos permite maximizar a eficiência estrutural. Nota-se que, para o ímã envolto totalmente por aço, a eficiência estrutural é alta, porém a magnética é baixa. Após aplicado o método da densidade para otimização do material ferromagnético, resultando na topologia da figura 20(b), nota-se que neste caso evita-se aço em regiões que curto-circuitariam o ímã - isto implica no aumento da eficiência magnética, porém na redução da estrutural.



(a) Modelo sem otimização do aço - $\eta_m = 0,70$;
 $\eta_p = 0,99$



(b) Modelo com aço otimizado $\eta_m = 0,74$; $\eta_p = 0,97$

Figura 20 – Topologias dos circuitos magnéticos analisados. A cor vermelha representa o aço magnético, a cor azul representa ar e a cor verde os ímãs permanentes. As setas indicam direção de remanência.

Como visto, a maximização da eficiência magnética e estrutural só é possível para geometrias contínuas e complexas. Para blocos retangulares regulares, sempre existirão bordas paralelas às remanências. Quando não curto-circuitadas, estas serão responsáveis por dispersão de energia magnética. Cabe notar que, topologias como as da figura 20, onde são alocados blocos de remanências em direções diferentes de forma adjacente, violam as condições necessárias para máxima eficiência magnética demonstradas por Jensen e Abel (1996), dadas por (4.4) e (4.3).

A maximização da eficiência magnética torna, então, inevitáveis as dispersões magnéticas ao se trabalhar com blocos retangulares, e conseqüentemente acarreta em um limite de eficiência estrutural. O objetivo nestes casos é, portanto, a diminuição da dispersão energética dos blocos de ímã. Assim, uma possibilidade é alocar os blocos de tal forma que esta energia dispersa seja aproveitada ao máximo. Sendo essa energia causada

pelas bordas dos ímãs não adjacentes ao aço magnético, torna-se plausível aproximá-las do entreferro, de tal forma que parte desta energia magnética possa se concentrar neste e, assim, aumentar a quantidade da energia total gerada que se concentra no entreferro e conseqüentemente a eficiência estrutural. A figura 21 mostra a variação das eficiências conforme os blocos de ímã se aproximam do entreferro. Assim, prova-se útil a alocação de blocos com uma de suas bordas próxima ao entreferro.

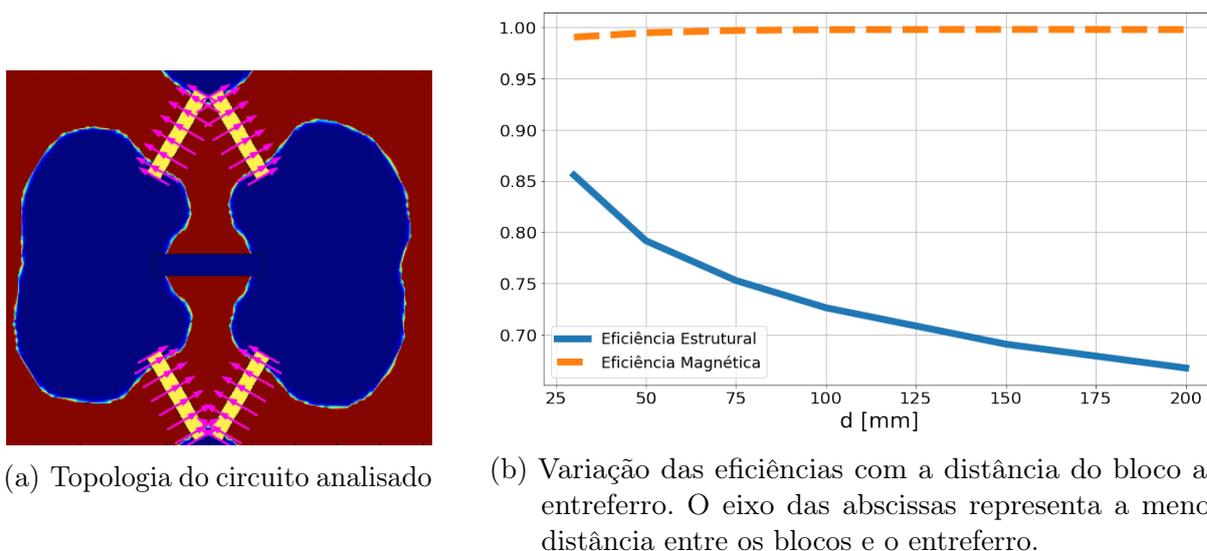


Figura 21 – Análise da variação da distância entre blocos de ímãs e o entreferro. A cor vermelha representa aço magnético, a cor azul representa ar e a cor amarela representa ímã permanente. As setas indicam a direção da remanência.

4.3 Análise de Eficiência - Método do Ímã Virtual

A partir dos resultados e teoremas obtidos por Jensen e Abel (1996), é possível determinar quais partes do ímã permanentes estão trabalhando no seu ponto de operação ótimo. Porém, como visto neste capítulo, determinar a eficiência de um ímã depende também da sua eficiência estrutural. Determinar esta para diferentes partes do ímã não é trivial. Para este objetivo, torna-se útil o método do ímã virtual [Insinga et al. 2016]. O método do ímã virtual tem como base o teorema da reciprocidade, dado pela equação (2.12). Se, na região do entreferro, aplicarmos uma magnetização \mathbf{M}_2 com a direção que se deseja o campo magnético, temos que na região dos ímãs permanentes a maximização do produto escalar entre o campo magnético gerado pelo ímã virtual (\mathbf{M}_2) e a magnetização do ímã permanente real implica na maximização do campo magnético no entreferro. A figura 10(a) mostra a aplicação do ímã virtual para um circuito magnético.

Sendo \mathbf{M}_2 uma magnetização arbitrária, é útil defini-la com módulo unitário. Ainda, deseja-se que esta tenha mesma direção do campo desejado no entreferro. Pode-se

reescrever a equação do teorema da reciprocidade como:

$$|B_{\text{rem}}| \int_{\Omega_{\text{mag}}} |\mathbf{H}_{\mathbf{v}}| \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv = \int_{\Omega_{\text{gap}}} |\mathbf{H}_{\mathbf{m}}| dv \quad (4.7)$$

Onde $\mathbf{H}_{\mathbf{v}}$ é o campo magnético gerado pelo ímã virtual, $\mathbf{H}_{\mathbf{m}}$ é o campo magnético na direção da magnetização virtual \mathbf{M}_2 , θ_{rem} é o ângulo de vetor de remanências e θ_H o ângulo do vetor campo magnético gerado pelo ímã virtual. Deseja-se maximizar a integral do lado direito da equação. Assim, utilizando o método do ímã virtual, basta maximizar a integral do lado esquerdo da equação.

No geral, o método é utilizado para otimização da direção das remanências, tendo em vista que a otimalidade da equação (4.7) implica em $\theta_{\text{rem}} = \theta_H$. Porém, é importante notar que é necessário garantir um ponto máximo para $|\mathbf{H}_{\mathbf{v}}|$. Assim, a topologia do circuito tem importância relevante. Para maximizar a média do campo magnético, alguns resultados são importantes.

Como já comentado, neste trabalho serão utilizados blocos retangulares de tamanho pré-determinado como ímãs permanentes. Assim, pode-se analisar a eficiência por bloco.

Para um conjunto de N blocos b_1, b_2, \dots, b_N , pode-se escrever a equação (4.7) como

$$\sum_{i=1}^N |B_{\text{rem}}| \int_{b_i} |\mathbf{H}_{\mathbf{v}}| \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv = \int_{\Omega_{\text{gap}}} |\mathbf{H}_{\mathbf{m}}| dv \quad (4.8)$$

Ajustando a equação para que a tenhamos em função da indução magnética média no entreferro ($\overline{\mathbf{B}}$) a partir da relação (2.1):

$$\frac{\sum_{i=1}^N |B_{\text{rem}}| \int_{b_i} |\mathbf{B}_{\mathbf{v}}| \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv}{V_{\text{gap}}} = \overline{\mathbf{B}}_{\mathbf{m}} \quad (4.9)$$

Assim, pode-se definir a contribuição de cada bloco por unidade de remanência:

$$\frac{\int_{b_i} |\mathbf{B}_{\mathbf{v}}| \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv}{V_{\text{gap}}} = \frac{\overline{\mathbf{B}}_{\mathbf{m},i}}{|B_{\text{rem},i}|} \quad (4.10)$$

Embora o teorema da reciprocidade relacione grandezas energéticas, a arbitrariedade das magnetizações faz com que este trabalhe com grandezas com unidade de campo magnético. Assim, pode não ser intuitivo como as eficiências se relacionam com o método. Ainda, a relação (4.10) pode dar a impressão da possibilidade de se reduzir o número de blocos de forma a maximizar o módulo da indução magnética. Para uma determinada

energia W_v , disponibilizada na região de Ω_{mag} pelo ímã virtual, deseja-se otimizar a distribuição da indução magnética:

$$\begin{aligned} \max_{B_v(x,y,z)} \quad & \int_{\Omega_{\text{mag}}} |\mathbf{B}_v(x, y, z)| dV \\ \text{s.t.} \quad & \int_{\Omega_{\text{mag}}} |\mathbf{B}_v(x, y, z)|^2 dV = \mu_0 W_v \end{aligned} \quad (4.11)$$

Sendo então o Lagrangeano do problema definido como

$$\mathcal{L} = \int_{\Omega_{\text{mag}}} |\mathbf{B}_v(x, y, z)| - \lambda |\mathbf{B}_v(x, y, z)|^2 dV + \lambda \mu_0 W_v \quad (4.12)$$

Onde λ é o multiplicador de Lagrange. Para a otimização do funcional $|\mathbf{B}_v(x, y, z)|$, tem-se então que

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial |\mathbf{B}_v|} = 0 \implies \frac{\partial |\mathbf{B}_v| + \lambda |\mathbf{B}_v|^2}{\partial |\mathbf{B}_v|} = 0 \implies |\mathbf{B}_v|^* = \frac{1}{2\lambda}$$

Assim, tem-se que o módulo da indução magnética constante na região Ω_{mag} . Aplicando o resultado na restrição do problema:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2\lambda} \right)^2 dV &= \mu_0 W_v \\ \lambda &= \sqrt{\frac{V_{\text{mag}}}{4\mu_0 W_v}} \implies |\mathbf{B}_v|^* = \sqrt{\frac{\mu_0 W_v}{V_{\text{mag}}}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Sendo $\tilde{\eta}$ a eficiência geral do ímã virtual, definida como a razão entre a energia magnética em Ω_{mag} e a energia máxima que pode ser gerada pelo ímã virtual, e sendo a remanência definida neste com módulo unitário, temos a partir das definições (4.2) e (2.10):

$$W_v = \tilde{\eta} W_{\text{max},v} = \tilde{\eta} \frac{1}{4\mu_0} V_{\text{gap}} \quad (4.14)$$

Aplicando em (4.13):

$$|\mathbf{B}_v|^* = \sqrt{\frac{\tilde{\eta} V_{\text{gap}}}{4 V_{\text{mag}}}} \quad (4.15)$$

Pode-se definir uma constante $\alpha(x, y, z)$ de tal forma que:

$$|\mathbf{B}_v| = \alpha |\mathbf{B}_v|^* = \alpha \sqrt{\frac{\tilde{\eta} V_{\text{gap}}}{4 V_{\text{mag}}}} \quad (4.16)$$

Tem-se que:

$$\int_{\Omega_{\text{mag}}} \alpha^2 dV = 1 \quad (4.17)$$

$$\int_{\Omega_{\text{mag}}} \alpha dV \leq 1 \quad (4.18)$$

Através das equações (4.16) e (4.9), chega-se à relação:

$$\sum_{i=1}^N |B_{\text{rem}}| \sqrt{\frac{\tilde{\eta}}{4} \frac{1}{V_{\text{gap}} V_{\text{mag}}}} \int_{b_i} \alpha \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv = \bar{\mathbf{B}}_{\mathbf{m}} \quad (4.19)$$

Com a hipótese de que a indução \mathbf{B} no entreferro é constante e com direção igual à da magnetização virtual imposta e supondo que se consiga alinhar perfeitamente as remanências com o campo virtual, pode-se manipular a equação (4.19) de forma a comparar a eficiência do ímã virtual com a do ímã real:

$$|B_{\text{rem}}|^2 \frac{\tilde{\eta}}{4\mu_0} \frac{1}{V_{\text{mag}}} \left(\int_{\Omega_{\text{mag}}} \alpha \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv \right)^2 = \frac{1}{\mu_0} |\bar{\mathbf{B}}_{\mathbf{m}}|^2 V_{\text{gap}} = \eta \frac{B_{\text{rem}}^2}{4\mu_0} V_{\text{mag}}$$

Assim:

$$\eta = \hat{\alpha}^2 \tilde{\eta} \quad (4.20)$$

Onde $\hat{\alpha}$ é o valor médio de α ponderado pelo erro angular da remanência, ou seja:

$$\hat{\alpha} = \frac{\int_{\Omega_{\text{mag}}} \alpha \cos(\theta_{\text{rem}} - \theta_H) dv}{V_{\text{mag}}} \quad (4.21)$$

Assim, a eficiência geral do ímã virtual é igual à eficiência do ímã real quando é utilizada remanência com direção igual ao do campo virtual e quando este possui módulo constante na região dos ímãs. Dessa forma, utilizando o método do ímã virtual, pode-se mapear a eficiência para cada região do ímã a partir do parâmetro α .

É importante notar que o parâmetro α pode ter valores maiores que 1. Isto não significa que o ímã desta região possui eficiência maior do que 1. As condições dadas por (4.18) e (4.17) implicam que valores de α maiores que 1 existem apenas se existirem valores menores que 1. Ainda, alocar os blocos de ímã apenas nestas regiões onde o parâmetro possui valor elevado não implica em eficiência maior que 1, tendo em vista que ao ignorar os blocos com $\alpha \leq 1$ haveria variação do volume de ímã considerado. Assim, a análise a partir do parâmetro α tem utilidade apenas para identificar pontos de baixa eficiência a partir de valores baixos deste.

As suposições de que o campo no entreferro é constante e com a direção desejada se mostram, no geral, válidas para os entreferros convexos testados neste trabalho. A suposição de que este tem a mesma direção da magnetização acarreta na necessidade de atenção na escolha desta. Para casos complexos, onde esta escolha não é fácil, é possível fazer a análise energética com simulações distintas para cada componente ortogonal da magnetização.

A conclusão de que a indução virtual ótima é constante na região dos ímãs faz com que deseje-se blocos de ímã com espessura constante na direção de suas remanências. Ainda, a partir da análise deste método chega-se a conclusões parecidas com as condições de otimalidade de Jensen e Abel (1996).

A figura 22 mostra uma topologia simples, similar à da figura 4.1, analisada pelo método do ímã virtual. Foram consideradas diferentes regiões de ímã permanentes. Aplicado o método do ímã virtual, calculou-se $\hat{\alpha}$ considerando que fosse possível tomar a remanência de tal forma que $\theta_{\text{rem}} = \theta_{H_v}$. Nota-se que, utilizando blocos retangulares com remanências perpendiculares, isto é impraticável. As diferenças entre os resultados mostra que, para regiões pequenas de ímã adjacentes ao entreferro, é possível a maximização do parâmetro $\hat{\alpha}^2$. Entretanto, quando tem-se Ω_{mag} com área elevada, o campo virtual possui considerável variação na região. Isto indica a existência de blocos operando com baixa eficiência. Ainda, nota-se os baixos de valores de campo magnético virtual nas "quinas" dos blocos.

É importante comentar que a possibilidade de maximização da eficiência para algumas dimensões específicas não implica na solução do problema de otimização topológica. A maximização da eficiência não garante a maximização de $\bar{\mathbf{B}}_m$, e sim a maximização deste para um determinado valor de V_{mag} . Como no geral, no projeto de um circuito, deseja-se um campo com valor específico, muitas vezes ter-se-á a necessidade de regiões de grandes dimensões de ímã. Assim, é desejada uma topologia que torne possível a maximização da eficiência para valores arbitrários de V_{mag} .

Tendo em vista a dificuldade de se obter $\alpha = 1$ para a topologia utilizada na figura 22, pode-se adaptá-la para uma topologia onde o campo virtual tenda a ser constante. Como visto, o valor de α possui considerável redução para regiões distantes do entreferro. Assim, uma possível forma de maximização deste parâmetro é, através da utilização de material ferromagnético, construir uma topologia que tenha o campo concentrado em regiões onde este é constante. Assim, visando esta adaptação, o sistema da figura 23 foi analisado pelo método proposto. Nota-se que foi obtido um campo virtual praticamente constante em grande parte da região de ímãs. Entretanto, as regiões de intersecção entre blocos possui baixo valor de α e, conseqüentemente, baixa eficiência. Caso seja considerada a alocação de ímãs permanentes nesta região, supondo que haja remanência ideal, tem-se um valor de η , calculado através de (4.20), igual a 0,85 para o caso onde considera-se a possibilidade de remanências ideais e 0,79 para o caso contrário. No caso onde é considerada a ausência

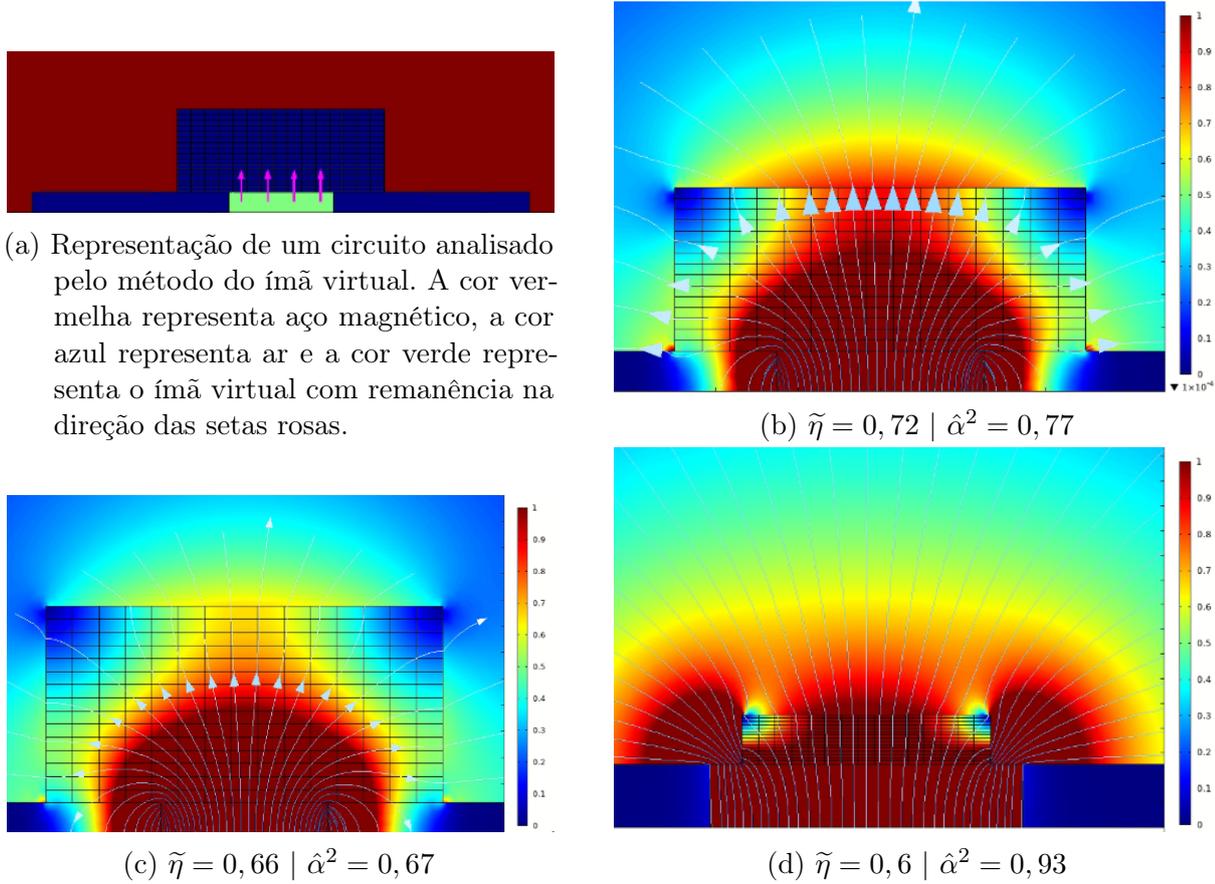


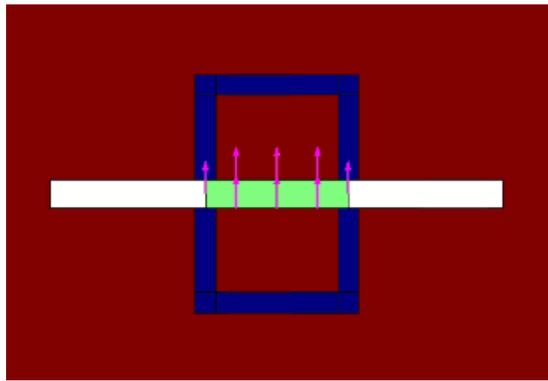
Figura 22 – Distribuição de α para diferentes regiões de ímãs - a legenda à direita das imagens indica a relação entre as cores e o valor do parâmetro α . As linhas indicam a direção do campo magnético; Os blocos retangulares formam a região Ω_{mag} , e o exterior é composto de aço magnético.

de ímã permanente nestas regiões de baixo α , tem-se uma eficiência $\eta = 0,82$ para o caso de $\theta_{\text{rem}} = \theta_H$ e igual a 0,8 para o caso onde assume-se remanências perpendiculares aos blocos de ímã. Nota-se que, neste caso onde não se aloca ímã nas regiões de baixo α , o valor de $\hat{\alpha}$ aumenta, porém ao considerar as regiões de baixa eficiência como regiões de dispersão, a eficiência estrutural do sistema diminui.

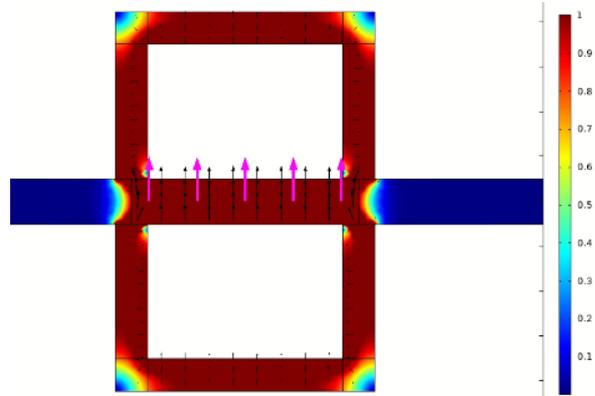
É importante frisar, ainda, que além da maior eficiência, esta topologia tem a vantagem de maior controle da direção do campo virtual. Assim, facilita a utilização de ímãs com remanência perpendicular a suas bordas, como desejado.

Caso deseje-se, então, maximizar ambos os parâmetros, utilizando a mesma lógica de uniformizar a largura dos ímãs cabe a solução de adição de blocos curvilíneos nessa região. A figura 24 mostra uma possível topologia que visa maximizar a eficiência total de um sistema. Com esta topologia, e supondo remanências ideais, foi alcançado um valor de $\hat{\alpha}^2 = 0,98$ - ou seja, tem-se um caso mais próximo ao ideal. Neste caso, as principais perdas passam então a serem causadas pelas dispersões nas bordas do entreferro.

Com o método do ímã virtual, chega-se à conclusão que pode-se otimizar a eficiência

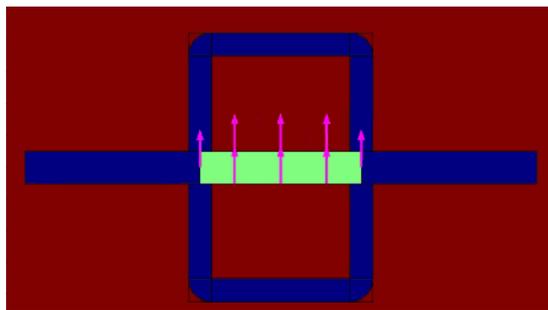


(a) Circuito analisado. A região em vermelho é composta por material ferromagnético, enquanto a região em azul possui permeabilidade relativa igual a 1. A região em verde indica ímã permanente.

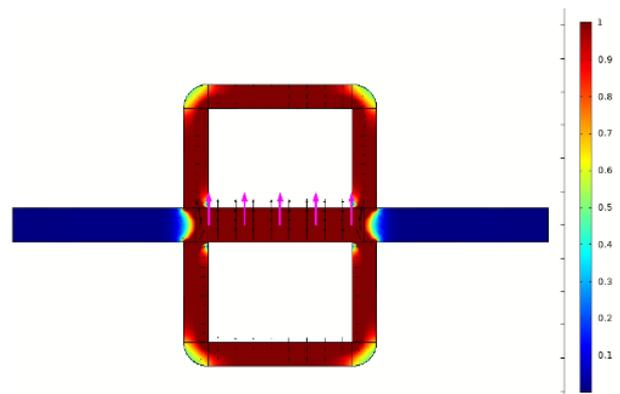


(b) Distribuição de α em Ω_{mag} . A barra à direita indica a relação das cores com o valor de α .

Figura 23 – Circuito magnético adaptado para maximização de $\hat{\alpha}$.



(a) Circuito analisado. A região em vermelho é composta por material ferromagnético, enquanto a região em azul possui permeabilidade relativa igual a 1. A região em verde indica ímã permanente.



(b) Distribuição de α em Ω_{mag} . A barra à direita indica a relação das cores com o valor de α .

Figura 24 – Circuito magnético adaptado para maximização de η .

energética de um circuito magnético maximizando o ponto de operação do ímã virtual, concentrando o fluxo em determinadas regiões de forma a ter este igualmente distribuído nestas e evitando regiões de energia virtual sem a presença de ímãs. Porém, uma parcela da energia virtual se concentra, sempre, nas bordas do entreferro. Embora no geral não se deseje alocar blocos de ímã nestas regiões, a otimalidade pode ser atingida ao fazê-lo. Tendo liberdade total para alocação de blocos no entorno do entreferro, pode-se alocá-los adjacentes ao entreferro nas regiões de alta energia magnética. Assim, o sistema passaria a ter $\tilde{\eta}_p \approx 1$. Como a maximização de $\tilde{\eta}_m$ é obtida por uma otimização paramétrica e o parâmetro $\hat{\alpha}^2$ pode, como visto, ser maximizado através da escolha da topologia do circuito, tem-se a possibilidade da maximização da eficiência de um circuito magnético para o caso onde tem-se liberdade total para alocação dos blocos - geometria sem restrição e possibilidade de alocação de blocos adjacentes ao entreferro. Algumas topologias possuem

uma característica de controle sobre as dispersões no entorno do entreferro - pode-se construir o circuito de forma a que a maior parte desta fique no interior do entreferro, fazendo o ímã virtual menor que o entreferro desejado de forma que estas dispersões fiquem concentradas neste.

Como visto, a maximização da eficiência é possível para casos de remanências ideais e com possibilidade de ímãs contínuos. Infelizmente, com a utilização apenas de blocos retangulares, torna-se impossível construir estas figuras contínuas que conteriam toda a energia gerada pelo ímã virtual. Ainda, a adição de blocos em locais de alto campo virtual nem sempre é desejada devido às restrições geométricas do sistema que levam em conta a parte mecânica (no caso de um sistema de refrigeração magnética por exemplo, o entreferro deve ter regiões de acesso para o sistema térmico). Assim, vê-se a impossibilidade de maximização da eficiência estrutural para topologias deste tipo.

Para contornar o problema causado pela limitação da topologia dos ímãs permanentes, uma ideia natural é a de utilizar blocos de menor tamanho possível de forma a aproximar a geometria curvilínea. Entretanto, esta discretização não tem efeito positivo - Seja um sistema de blocos ajustados em forma de polígono. Se 2 blocos adjacentes têm, entre suas bordas, um ângulo θ_0 , e se entre eles for adicionado um bloco, adjacente a ambos, e que tenha ângulos θ_1 com o primeiro bloco e θ_2 com o segundo bloco, tem-se que $\theta_1 + \theta_2 = \theta_0$. Dessa forma, adicionar lados ao polígono não muda a soma de seus ângulos. Para um número N de blocos associados em forma de polígono, tem-se portanto

$$\sum_{i=1}^{N+1} \theta_i = \theta_0 \quad (4.22)$$

onde θ_i é o ângulo formado entre o bloco i e o bloco i-1, adjacente ao primeiro. Nota-se que, para o caso de $i=1$ ou $i=N+1$, tem-se o ângulo formado pelos blocos das extremidades e as bordas do entreferro (esta análise supõe blocos adjacentes ao entreferro, como necessário para maximização da eficiência estrutural). Desta forma, θ_0 é a soma dos dois ângulos formados pelo entreferro e o bloco colocado adjacente a ele ($N=1$).

Vê-se que as regiões contínuas consideradas entre os blocos na figura 24 possuem formato de um setor circular de raio h_{mag} . Isto é necessário para maximização da eficiência, levando em conta a necessidade de largura constante do ímã. Assim, a área total A_d destas regiões é dada por:

$$A_d = \sum_{i=1}^{N+1} \frac{h^2}{2} \theta_i = \frac{h^2}{2} \sum_{i=1}^{N+1} \theta_i = \frac{h^2}{2} \theta_0 \quad (4.23)$$

E, portanto, esta área é constante em relação ao número de blocos. Como para o caso em questão, quer-se maximizar \hat{a} e portanto alcançar um campo constante, tem-se que a densidade de energia magnética é também constante na geometria. Devido a isso, a

energia total nestas regiões contínuas é constante em relação ao número de blocos, e consequentemente a eficiência estrutural também o é.

4.4 Impacto da Otimização do Aço nas Eficiências

Como visto neste capítulo, a otimização do aço, utilizando o método da densidade, possui impacto direto nas eficiências. No caso previamente analisado, onde a topologia favorecia a eficiência estrutural, notou-se que a otimização do ferro tende a fazer com que aumente-se a eficiência magnética, com o possível custo de redução da primeira.

Quando analisadas as topologias das figuras 23 e 24, nota-se que estas são praticamente iguais com exceção da pequena região contida entre os blocos de ímã. Entretanto, estas causam resultados distintos, tendo em vista que no exemplo da figura 23(b) existe um campo reduzido nestas regiões, enquanto que no da figura 24(a) este é de maior magnitude. No primeiro caso, esta região é considerada como dispersão devido à baixa densidade energética. No segundo caso, esta região é impraticável devido à complexidade da geometria. Assim, cabe analisar o comportamento do aço ao se maximizar a eficiência supondo apenas os 3 blocos retangulares presentes nos modelos. O resultado é mostrado na figura 25. Percebe-se que o aço, nesse caso, aumenta a eficiência do circuito aumentando ao máximo estas regiões de dispersão e distanciando as regiões de aço magnético de forma a reduzi-la. Assim, a energia contida nas regiões de dispersão não mais necessariamente é constante para estes casos. Para então analisar o impacto da discretização em diferentes números de blocos, a figura 26 mostra a distribuição de campo virtual num sistema com variados blocos alocados de maneira distinta. A partir disto, é possível ver que, em regiões entre blocos próximos (com distância angular pequena), a otimização do aço tem pouco efeito em reduzir a dispersão na região, enquanto que as dispersões em regiões de maior espaçamento angular possuem o campo reduzido quando aplicado o método da densidade.

4.4.1 Otimização da Eficiência Magnética

Como visto anteriormente, a eficiência magnética é, no geral, dependente da relação entre os parâmetros do entreferro e do ímã. Assim, para a otimização da eficiência magnética, otimizam-se os parâmetros de um bloco maciço de ímã. Para um bloco com dimensões

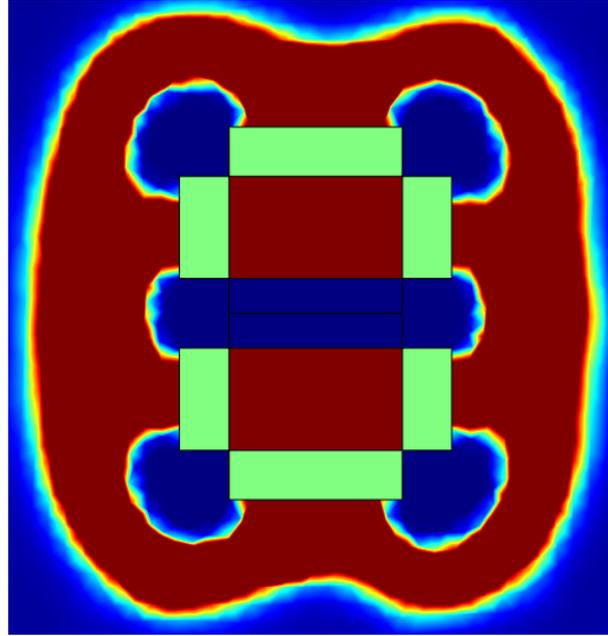
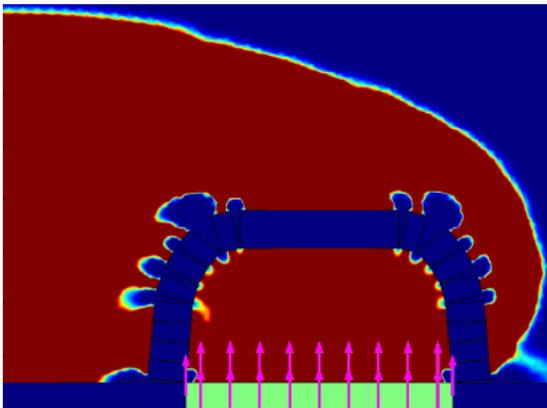
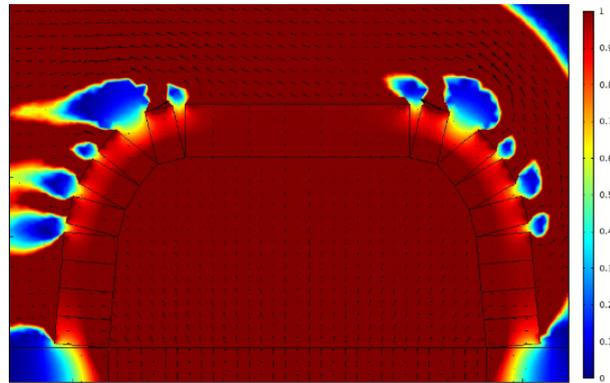


Figura 25 – Circuito magnético com aço otimizado pelo método da densidade. A região em verde é composta por ímãs permanentes, a região em vermelho representa o aço magnético otimizado e a região em azul representa ar.



(a) Circuito analisado



(b) Distribuição de α

Figura 26 – Topologia com diversos blocos de ímã permanente e aço otimizado. Na figura 26(a) a cor vermelha representa aço magnético, enquanto a cor azul representa ar e a cor verde representa o ímã virtual. Na figura 26(b) a legenda relaciona as cores da imagem com o valor de α associado.

w_{mag} , l_{mag} e h_{mag} , pode-se realizar a seguinte otimização:

$$\begin{aligned}
 & \max_{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, h_{\text{mag}}} \eta_m \\
 & \text{s.t.} \quad w_{\text{mag}} l_{\text{mag}} h_{\text{mag}} = V_{\text{mag}} \\
 & \quad h_{\text{mag}} > 0 \\
 & \quad w_{\text{mag}} > 0 \\
 & \quad l_{\text{mag}} > 0
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

É importante notar que, para uma otimização em relação a um entreferro específico, é importante que esta otimização seja feita garantindo, a partir da topologia do aço magnético, que a energia esteja indo majoritariamente ao entreferro. Pode-se então maximizar a energia no entreferro no algoritmo - e o resultado será bem parecido. No geral, quando não há possibilidade da criação manual do aço magnético para esta primeira etapa, este segundo método torna-se necessário. Pode-se então realizar a otimização conjunta do aço magnético pelo método da densidade e das dimensões do ímã.

Muitas vezes, este problema em 3 dimensões pode ter variados ótimos globais, pois a dimensão do aço nestes casos apenas depende de um parâmetro de comprimento e da área superficial do prisma perpendicular a este parâmetro. Devido a isso, pode-se definir um dos parâmetros do circuito com base na melhor alocação em relação ao entreferro utilizado, e dessa forma otimizar os 2 parâmetros restantes.

4.5 Alocação Ótima dos Blocos

A partir das análises das seções anteriores, é possível concluir que a otimização dos blocos é análoga a conseguir concatenar nos blocos de ímã o máximo da energia magnética gerada pelo ímã virtual. Ainda, é importante que estes blocos estejam posicionados de tal forma que o campo virtual tenha a mesma direção de suas remanências - embora em muitas análises se considere que se possa ter direções ideais de remanência, neste trabalho serão apenas utilizados blocos com remanência perpendicular a uma de suas bordas.

Como visto, utilizar blocos adjacentes ao entreferro e alocados em forma de polígonos acarreta em uma topologia de fácil otimização da eficiência magnética. Assim, são topologias que, para as restrições geométricas deste trabalho, atendem diversos quesitos de otimalidade. Para alcançar um ótimo para esta topologia, maximiza-se a eficiência magnética da forma dada por (4.24). Com as dimensões dos blocos determinadas, estes são alocados de forma adjacente ao entreferro orientados a partir do campo virtual gerado pelo ímã virtual colocado no entreferro. A figura 27 mostra duas possíveis topologias deste tipo, que maximizam a eficiência. Nota-se que na figura 27(a), tem-se uma eficiência maior. Entretanto, obtêm-se um circuito que ocupa mais espaço, fator muitas vezes indesejado. O circuito da figura 27(b) possui uma eficiência um pouco menor, devido ao maior número de blocos. Porém, configura um sistema mais compacto.

4.6 Projeto de circuito magnético para refrigeração magnética

No geral, os requerimentos para um circuito magnético para refrigeração magnética são no formato de um determinado campo magnético médio concentrado em um volume específico de entreferro, além de uma um campo de menor valor possível em outra parte

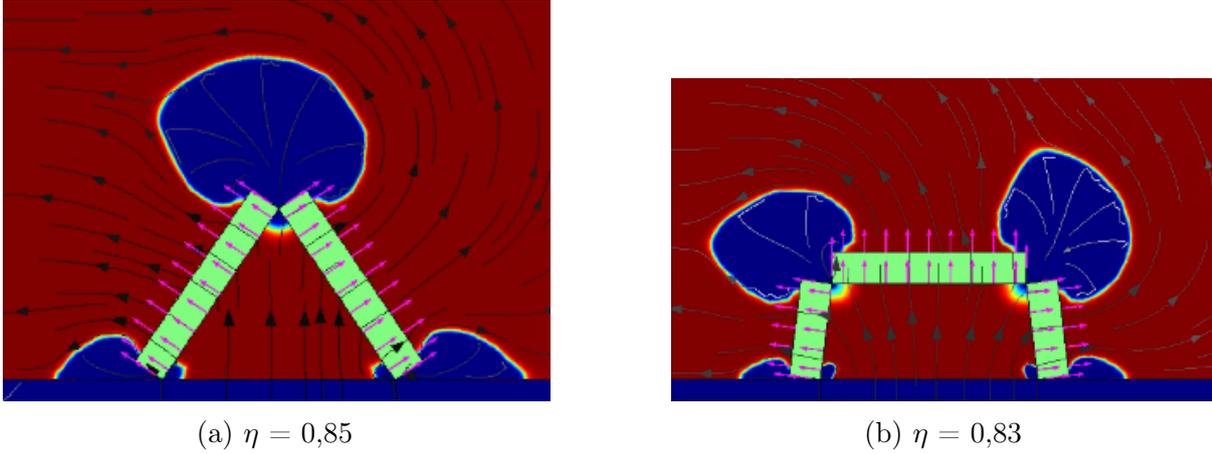


Figura 27 – Circuitos com eficiência otimizada.

deste mesmo entreferro. Ainda, deseja-se um circuito compacto. Normalmente, pode-se impor restrições volumétricas neste. Assim, o presente trabalho visa alcançar estes objetivos com o menor custo possível - no geral, isto implica na minimização da massa dos materiais magnéticos. Como discutido até então, a maximização do campo magnético no entreferro está intrinsecamente relacionada à maximização da eficiência dos ímãs permanentes.

De forma dual ao processo realizado para a obtenção do resultado (4.13), pode-se determinar a maior indução possível no entreferro para um determinado volume de ímãs, considerando máxima eficiência:

$$|\mathbf{B}|^* = \sqrt{\frac{V_{\text{mag}} B_{\text{rem}}^2}{4V_{\text{gap}}}} \quad (4.25)$$

Com isso, chega-se ao volume mínimo necessário para gerar a indução necessária:

$$V_{\text{mag}}^* = \frac{4|\mathbf{B}|^2 V_{\text{gap}}}{B_{\text{rem}}^2} \quad (4.26)$$

Como visto, trabalhar com eficiência igual a 1 é impraticável junto à proposta deste trabalho. Assim, como fator de segurança, pode-se considerar a eficiência no cálculo deste volumes:

$$V_{\text{mag}} = \frac{4|\mathbf{B}|^2 V_{\text{gap}}}{\eta B_{\text{rem}}^2} \quad (4.27)$$

Determinadas topologias de circuito podem ter diferentes eficiências, mesmo quando otimizadas. Neste trabalho, a parcela da eficiência que corresponde à eficiência magnética é otimizada para valores próximos a 1. Assim, determinar a eficiência estrutural para um palpite inicial não é trivial. No geral, pode-se escolher um valor alto de eficiência e corrigi-lo através de simulações para, então, realizar um processo iterativo de forma a alcançar o volume ideal.

Outros possíveis requerimentos são possíveis, como o caso de apenas desejar-se a maximização do campo magnético no entreferro utilizando uma determinada massa de ímã. Neste caso, não precisam ser feitas suposições, e sim apenas otimizações.

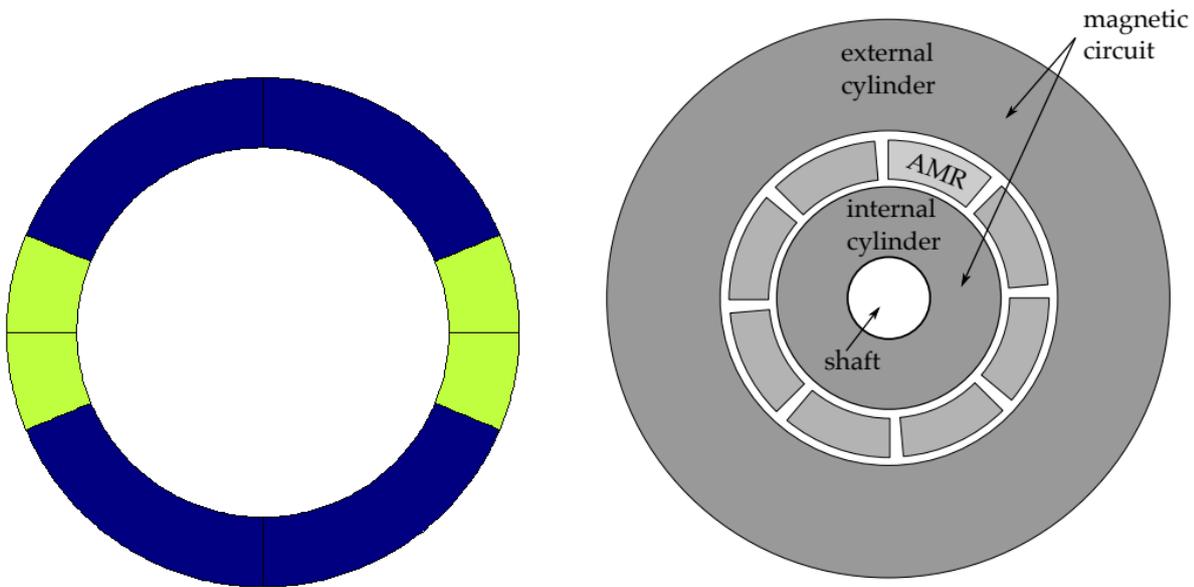
Caso haja a possibilidade de variação na geometria do entreferro, esta deve ser feita de forma a minimizar a altura do entreferro (no sentido do campo desejado neste) com base nos limites de tamanho do circuito.

Neste trabalho, será implementado um circuito magnético do tipo cilíndrico voltado a sistemas de refrigeração magnética. Assim, deve haver regiões de concentração de energia magnética de forma alternada com regiões de baixa magnitude de campo magnético. A figura 28 mostra a configuração do entreferro. A figura 28(a) destaca as regiões onde deseja-se maximizar a indução magnética, enquanto a figura 28(b) mostra a topologia do circuito considerando os regeneradores no entreferro. Assim, o entreferro é composto pela região de ar entre os cilindros destacados, que abriga os blocos de regeneradores. Neste, deseja-se concentrar o campo magnético, de maior valor possível, em 2 polos que compõe, juntos, um quarto do entreferro no total. Para operação apropriada, o circuito deve atingir uma indução magnética média de 1.2 T nestes polos. Ainda, deseja-se alcançar um perfil de campo onde, nas regiões complementares aos polos, obtenha-se campo de magnitude próxima a zero.

O cilindro interior, de raio 135 mm, é composto por material ferromagnético e é o estator. A altura radial do entreferro é de 51 mm. O comprimento do cilindro é de 190 mm. O cilindro é construindo como uma extrusão das topologias mostradas na figura 28, de forma que o acesso aos regeneradores é feito de maneira axial.

Para este projeto, será utilizado um volume de ímã igual a $12366,72 \text{ cm}^3$ (ou seja, aproximadamente 94 kg de ímãs) - assim, deseja-se utilizar esta massa da maneira mais eficiente possível. A otimização será feita em uma seção 2D do circuito. Como o modelo será feito em duas dimensões, este volume é convertido para a área superficial dos ímãs supondo que este tem um comprimento de 190 mm e que o circuito em três dimensões é construído a partir de uma extrusão do modelo 2D.

A figura 29(a) mostra a distribuição de campo virtual quando aplicado o método do ímã virtual. A partir deste resultado, pode-se alocar os blocos de forma a concentrar este campo da melhor forma possível, como mostra a figura 29(b). Nesta, o aço magnético ainda não é considerado na região de design, sendo esta representada por ar. No interior do circuito, encontra-se o estator pré-determinado como um bloco maciço de aço magnético. Após a alocação dos blocos, pode-se aplicar o método da densidade para otimização do aço magnético de forma a maximizar a indução magnética na região do entreferro específico para tal e minimizar na região complementar. A parametrização dos blocos também é otimizada de forma a maximizar a eficiência magnética.



(a) Entreferro do circuito a ser projetado. Deseja-se maximizar a indução magnética nas regiões de cor verde.

(b) Circuito analisado. O cilindro cinza interior é o estator, os blocos no entreferro representam os MCE e o cilindro exterior é a região de projeto.

Figura 28 – Topologia a ser considerada.

A figura 30 mostra o circuito obtido. Neste, obtém-se uma eficiência magnética igual a 0,96 e uma eficiência estrutural igual a 0,74. O circuito atingiu um valor médio de indução no entreferro igual a 1,19 T, considerado satisfatório e suficientemente próximo ao perfil previamente objetivado.

O perfil da indução magnética é mostrado na figura 31. A figura 31(b) mostra o perfil de indução no centro do entreferro em função do ângulo percorrido. Este gráfico pode ser interpretado como o perfil de indução em um determinado ponto do entreferro em função do tempo, tendo em vista o perfil rotativo do rotor, que possui uma frequência de 1,5 Hz.

Neste projeto, foram utilizados blocos de ímã de NdFeB pertencentes à família N50M, e portanto com remanência igual a 1,41 T. Estes blocos são facilmente encontrados comercialmente. Caso deseje-se fazer a variação da remanência de alguns blocos, esta pode ser feita com auxílio da equação (4.10).

Como pode-se observar, a eficiência obtida é menor do que muitas obtidas na literatura com blocos de ímãs contínuos, como as de Fortkamp (2019), Insinga et al. (2016) e de Lee et al. (2018). Entretanto, o circuito projetado para este trabalho possui a vantagem de ter reduzido custo dos blocos de ímãs permanente. Como observa-se nestes trabalhos citados, a busca por eficiências muito altas acarreta em blocos de alto custo de implementação, problema evitado neste trabalho.

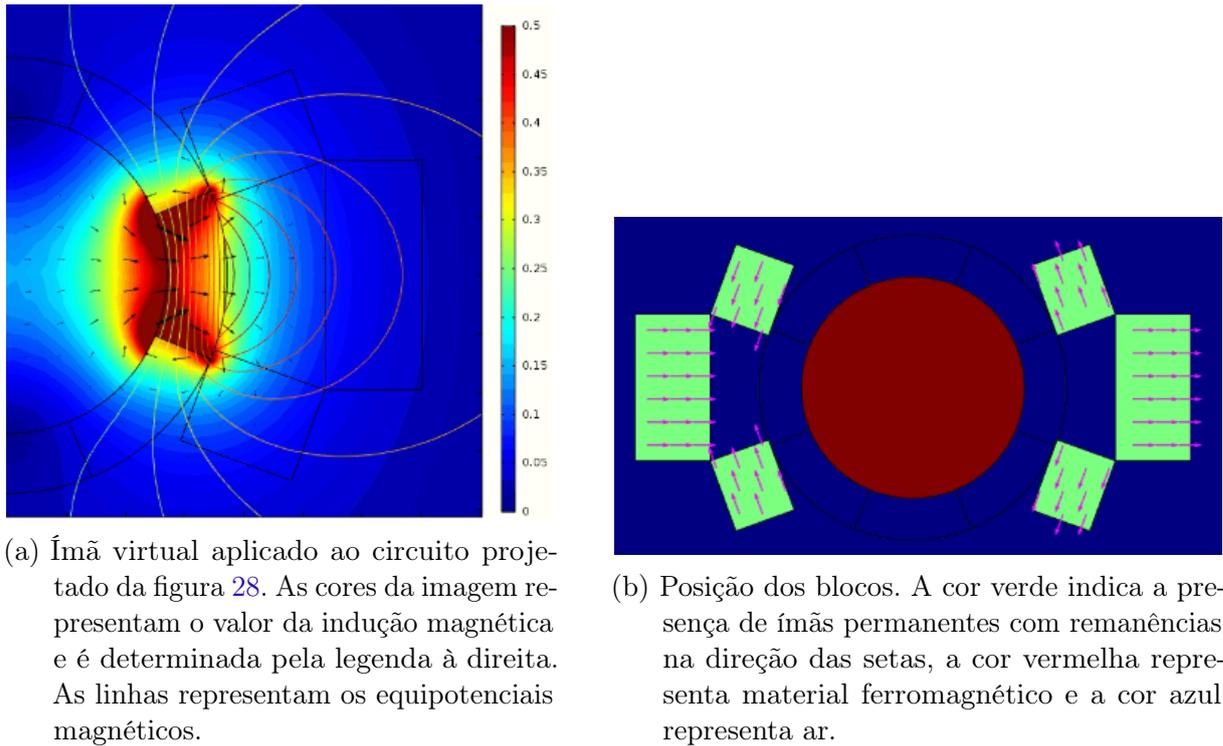


Figura 29 – Alocação dos blocos de ímã permanente.

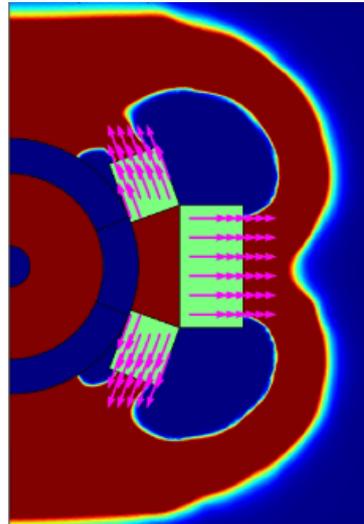
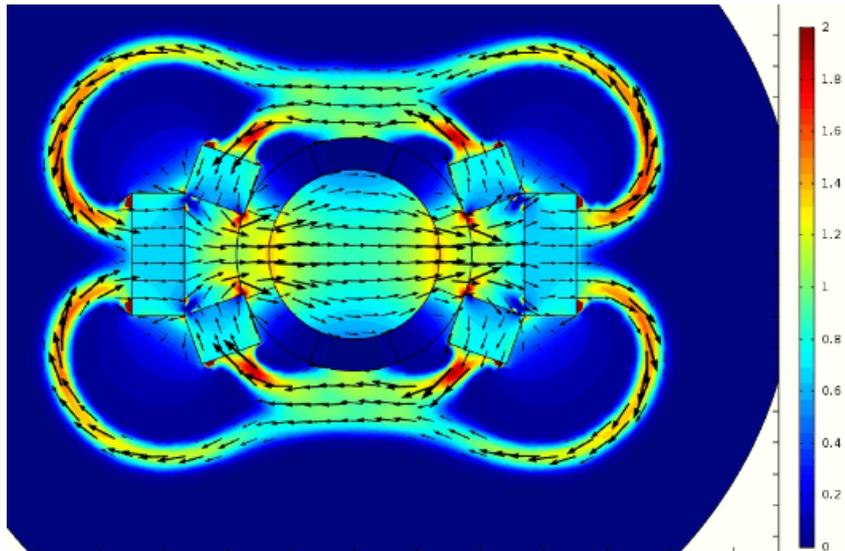
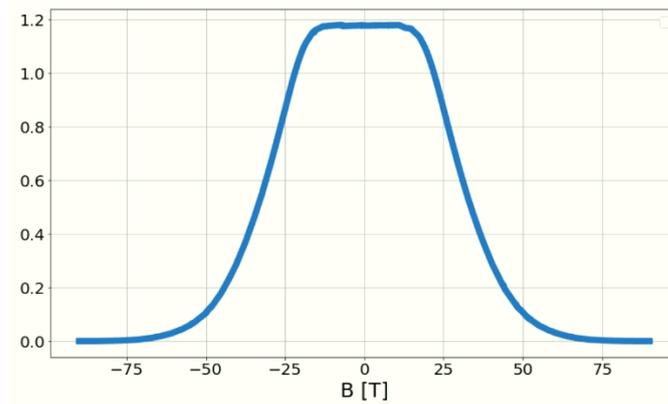


Figura 30 – Circuito final obtido. A cor vermelha representa aço magnético, enquanto a cor azul representa ar e os ímãs são representados pela cor verde.

Em relação a circuitos da literatura projetados para blocos retangulares de ímã, como o de Teyber et al. (2017) e o de Tayler e Sakellariou (2017), o deste trabalho conseguiu alcançar altos valores de eficiência geral. Muitos métodos feitos para tais segmentos de ímãs possuem pré-topologias que acarretam em um limite de eficiência, e muitos são feitos sem a análise da eficiência geral do circuito.



(a) Distribuição da indução magnética, em Tesla, no circuito magnético. A legenda à direita relaciona as cores da figura com o valor de \mathbf{B} .



(b) Perfil da indução magnética ao longo do entreferro.

Figura 31 – Resultado final de indução magnética.

5 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um método inovador para projetar e otimizar circuitos magnéticos com altas eficiências magnéticas e que estão constituídos por blocos de ímãs permanentes com formato paralelepipedal com remanências com orientação pré-definida, devido ao seu baixo custo de mercado e facilidade de fabricação. Dentro destas limitações, pôde-se desenvolver um método de análises para otimizar a forma de alocação destes blocos. Ainda, foi utilizado um algoritmo de otimização topológica para otimização do aço magnético.

Embora a utilização dos blocos propostos facilite a otimização do ponto de operação destes, a otimização geral do circuito se mostrou de difícil abordagem, tendo em vista que estes blocos dificultam a redução da dispersão de energia magnética. Os mesmos métodos de análise utilizados no capítulo 4 podem ser utilizados para a maximização da eficiência de blocos com geometrias mais complexas. Neste caso, é possível atingir resultados próximos ao ideal em questão de eficiência.

Com isso, os resultados obtidos são considerados positivos, tendo em vista os limites topológicos impostos e o baixo custo de implementação em relação a circuitos que utilizam topologias mais complexas. O objetivo principal deste trabalho era a implementação de um circuito magnético com resultados similares a outro projeto previamente realizado nos laboratórios POLO. Em termos magnéticos, o trabalho obteve resultados similares e levemente piores; porém, em questão de custo de implementação, atingiu-se melhoras consideráveis.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Uma possível melhora a ser trabalhada é a compactação do circuito. Assim, buscar trabalhar em topologias que acomodem os blocos de ímã permanente de forma mais próxima ao entreferro teria efeito positivo em questões práticas do circuito a ser desenvolvido.

Embora este trabalho tenha trazido resultados positivos, este não garante a otimalidade, em termos magnéticos, da utilização dos blocos de ímã utilizados. Assim, é interessante buscar métodos que garantam esta otimalidade da alocação destes blocos. Uma abordagem a ser testada é acoplar as variáveis respectivas à alocação dos blocos no algoritmo de otimização topológica utilizado para otimização do aço.

Outras sugestões para trabalhos futuros são relativas a maiores desenvolvimentos nos resultados para aplicações no projeto final:

- Fazer análise das dispersões quando analisado o modelo em três dimensões (3D).
- Calcular as perdas magnéticas e correntes parasitas no circuito magnético.
- Calcular as forças magnéticas e o torque causado pela rotação do rotor e seus efeitos no material presente no entreferro.
- Testar os circuitos magnéticos obtidos neste trabalho em outras aplicações, tais como motores e geradores elétricos.

Referências

- BASTOS, J. P. A.; SADOWSKI, N. *Magnetic Materials and 3D Finite Element Modeling*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. *Topology Optimization - Theory, Methods, and Applications*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2004. Citado na página 38.
- BEZ, H. N. *Magnetocaloric materials and first order phase transitions*. Tese (Doutorado) — Technical University of Denmark, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 11, 24 e 25.
- BJORK, R. *Designing a magnet for magnetic refrigeration*. Tese (Doutorado) — Technical University of Denmark, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- BJØRK, R.; BAHL, A. S. C. R. H.; PRYDS, N. Analysis of the magnetic field, force, and torque for two-dimensional halbach cylinders. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 332, n. 1, p. 133–141, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 11, 27 e 28.
- BJØRK, R.; BAHL, C.; INSINGA, A. Topology optimized permanent magnet systems. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 437, p. 78–85, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 11, 29 e 30.
- COEY, J. M. D. *Magnetism and Magnetic Materials*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 11, 20, 21, 22 e 23.
- DEBYE, P. Einige bemerkungen zur magnetisierung bei tiefer temperatur. *Annalen der Physik*, v. 386, p. 1154–1160, 1926. Citado na página 17.
- FORTKAMP, F. *Integrated Design of the Magnet-Regenerator Assembly for a Magnetic Refrigerator*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2019. Citado 13 vezes nas páginas 11, 21, 22, 23, 24, 25, 28, 29, 30, 45, 46, 49 e 64.
- HALBACH, K. Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material. *Nuclear Instruments and Methods*, v. 169, n. 1, p. 1–10, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- INSINGA, A. et al. Optimally segmented permanent magnet structures. *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, v. 52, n. 12, p. 1–6, 2016. Citado 9 vezes nas páginas 11, 20, 21, 31, 45, 46, 50, 51 e 64.
- JENSEN, J. H.; ABELE, M. G. Maximally efficient permanent magnet structures. *Journal of Applied Physics*, v. 79, n. 2, p. 1157–1163, 1996. Citado 10 vezes nas páginas 23, 26, 31, 33, 45, 46, 47, 50, 51 e 55.
- KOLLMANN, M. *Sensitivity Analysis: The Direct and Adjoint Method*. Dissertação (Mestrado) — Johannes Kepler Universitat, A-4040 Linz · Altenbergerstraße 69, 2 2010. Citado na página 36.
- LAZAROV, B. S.; SIGMUND, O. Filters in topology optimization based on helmholtz-type differential equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 86, n. 6, p. 765–781, 2010. Citado na página 39.

- LEE, J. et al. Topology optimization for design of segmented permanent magnet arrays with ferromagnetic materials. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 449, p. 571–581, 2018. Citado 7 vezes nas páginas 11, 31, 32, 45, 46, 50 e 64.
- LORENZ, L.; KEVLISHVILI, N. Designing of halbach cylinder based magnetic assembly for a rotating magnetic refrigerator. part 1: Designing procedure. . *International Journal of Refrigeration*, v. 73, p. 246–156, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 11, 28, 29 e 45.
- SIGMUND, O.; MAUTE, K. Topology optimization approaches. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 48, p. 1031–1055, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 31, 35, 37 e 38.
- SVANBERG, K. The method of moving asymptotes – a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 24, p. 359–373, 1987. Citado na página 35.
- SVANBERG, K. A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations. v. 12, p. 555–573, 2002. Citado na página 35.
- TAI, C. Complementary reciprocity theorems in electromagnetic theory. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 40, p. 675–681, 1992. Citado na página 20.
- TAYLER, M. C.; SAKELLARIOU, D. Low-cost, pseudo-halbach dipole magnets for nmr. *Journal of Magnetic Resonance*, v. 277, p. 143–148, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 65.
- TEYBER, R. et al. Permanent magnet design for magnetic heat pumps using total cost minimization. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 442, p. 87–96, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 32, 45 e 65.
- TREVIZOLI, P. V. *Development of thermal tegerators for magnetic cooling applications*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 25.