

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CAMPUS REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Deborah Portela Josy Ferreira

**Encontro com o Mundo Ovo de Eli Heil e a Matemática**

Florianópolis

2021

Deborah Portela Josy Ferreira

**Encontro com o Mundo Ovo de Eli Heil e a Matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Cláudia Regina Flores, Dra.

Coorientadora: Profa. Rosilene Beatriz Machado, Dra.

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da  
Biblioteca Universitária da UFSC.

Ferreira, Deborah Portela Josy  
Encontro com o Mundo Ovo de Eli Heil e a Matemática /  
Deborah Portela Josy Ferreira ; orientadora, Cláudia Regina  
Flores, coorientadora, Rosilene Beatriz Machado, 2021.  
47 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade  
Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e  
Matemáticas, Graduação em Matemática, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Educação Matemática. 3. Visualidade.  
4. Arte. 5. Exercícios do pensamento. I. Flores, Cláudia  
Regina. II. Machado, Rosilene Beatriz. III. Universidade  
Federal de Santa Catarina. Graduação em Matemática. IV.  
Título.

Deborah Portela Josy Ferreira

**Encontro com o Mundo Ovo de Eli Heil e a Matemática**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Licenciada em Matemática” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Licenciatura em Matemática.

Florianópolis, 11 de maio de 2021.

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Silvia Martini de Holanda, Dra.  
Coordenadora do Curso

---

Profa. Cláudia Regina Flores, Dra.  
Orientadora  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Profa. Rosilene Beatriz Machado, Dra.  
Coorientadora  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Profa. Cássia Aline Schuck, Dra.  
Avaliadora  
Instituto Federal Catarinense

---

Profa. Sonia Elena Palomino Castro, Dra.  
Avaliadora  
Universidade Federal de Santa Catarina

*Este trabalho é dedicado aos meus pais, Tânia e Ricardo,  
meus maiores incentivadores.*

## AGRADECIMENTOS

Diversos encontros me trouxeram até aqui e, agora, nas palavras abaixo demonstro minha gratidão e carinho por todos que me apoiaram de alguma forma.

Inicialmente, agradeço à minha família: meus pais, Tânia e Ricardo. Minhas irmãs e irmão, Thaiana, Luana, Vihvian e Rafael. Meus avós, Maib, Guaraci, Julia e Miguel (*in memoriam*). Estes são pessoas mais do que especiais, são a base de tudo que faço.

Agradeço ao meu namorado, João Henrique, meu parceiro e revisor nas horas vagas. Você é a primeira pessoa que corro para contar minhas vitórias e meu apoio para quando preciso desabafar minhas frustrações. Ainda, agradeço à minha sogra, Maria Inês, por me acolher como uma filha.

Aos meus amigos, Andreza, Beli, Bruna, Fábio, Gabriel, Jéssika, Juliane, Karen, Luiz, Mayara, Rafael, Thais e Victor, meu muito obrigada por deixarem meus dias na universidade mais leves e engraçados, por me ajudarem sempre que necessário, por todas as conversas e apoio. Além deles, agradeço à minha melhor amiga, Luize, por todo suporte, por sonhar junto comigo o acesso à universidade e agora a conclusão da graduação.

Também gostaria de agradecer aos colegas do GECM, Adamo, Cássia, Débora, Francine, Jéssica, Josy, Jussara, Mônica, Paula, pelo acolhimento, carinho e por todo aprendizado.

Um muito obrigada aos professores que encontrei durante essa jornada, cada um me afetou de algum modo e me fizeram chegar aonde estou. Em especial aos professores Graziella Aparecida Haverot e Tiago Augusto dos Santos Boza que, com maestria, me mostraram o cotidiano da escola e me fizeram me apaixonar ainda mais por esse mundo. Ainda, aos professores Fernando de Lacerda Mortari, Paulinho Demeneghi e Silvia Martini de Holanda, que foram rígidos e amorosos ao mesmo tempo, que me ensinaram muito mais do que matemática, são exemplos que levarei para o resto da vida.

Agradeço a todos que um dia me chamaram de professora, seja nas aulas particulares, durante o PIBID ou no estágio obrigatório. Todos fizeram parte da minha formação como pessoa e professora.

Um agradecimento especial às minhas orientadoras, Cláudia Regina Flores e Rosilene Beatriz Machado. Por abrirem os portões dos jardins da Educação Matemática para mim, por me mostrarem como se fazer pesquisa para além do habitual, por serem quem são e me inspirarem tanto.

Por fim, deixo meu agradecimento às professoras da banca, Cássia Aline Schuck e Sonia Elena Palomino Castro, por aceitarem o convite e pelas contribuições.

*Aprendo contigo, mas você pensa que eu aprendi com tuas lições,  
pois não foi, aprendi o que você nem sonhava em me ensinar.  
(LISPECTOR, 1998, p.157)*

## RESUMO

Este presente trabalho, insere-se na “perspectiva da visualidade para Educação Matemática” (FLORES, 2013b) e coloca-nos a exercitar visualidades em um modo de ensinar e aprender que vai além do modelo da reconhecimento. Considera-se a vida e obra da artista catarinense, Eli Heil, que, entre outras, se inspira na ideia do ovo para produzir algumas de suas obras de arte. Aqui, nesta pesquisa, o encontro do ovo de Eli Heil e a matemática permitiu pensar a potência da arte com a matemática nos processos de ensino e aprendizagem. Assim, o objetivo é realizar exercícios de experimentação do pensamento, de modo a constituir problemas em que se atualize as ideias do ovo em conexão com os saberes matemáticos. Os conceitos de visualidade, experiência, signos e aprender são abordados de modo a dar suporte para o trabalho. Deste modo, foram pensados em quatro exercícios do pensamento, em que visualidades foram provocadas e possibilitaram a invenção de práticas em que a arte funciona como uma possibilidade para pensar matemática. Este trabalho de conclusão de curso foi desenvolvido no âmbito do Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática – GECEM, na linha de pesquisa Arte, Visualidade e Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Visualidade. Arte. Exercícios do pensamento.

## ABSTRACT

This present paper, is inserted in the “perspective of visuality for Mathematical Education” (FLORES, 2013b) and puts us to exercise visuality in a way of teaching and learning that goes beyond the model of recognition. It is considered the life and work of the artist from Santa Catarina, Eli Heil, who, among others, is inspired by the idea of the egg to produce some of her works of art. Here, in this research, the encounter of Eli Heil’s egg and mathematics allowed us to think about the power of art with mathematics in the teaching and learning processes. Thus, the objective is to carry out thought experimentation exercises, in order to constitute problems in which the ideas of the egg are updated in connection with mathematical knowledge. The concepts of visuality, experience, signs and learning are addressed in order to support this research. In this way, four thought exercises were thought of, in which visuality was provoked as a possibility for thinking mathematics. This dissertation was developed within the scope of Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática – GECEM, in the line of research Art, Visuality and Mathematical Education.

**Keywords:** Mathematical Education. Visuality. Art. Thinking exercises.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Momentos da oficina "Criando Monstros com Eli Heil: Matemática e Visualidade"	15
Figura 2 Eli Heil .....	22
Figura 3 Primeira obra de Eli Heil.....	22
Figura 4 Animais no pasto, Eli Heil, 1963 .....	23
Figura 5 Um domingo no morro, Eli Heil, 1966 .....	23
Figura 6 Jorra, coração - ponto X, Eli Heil, 1981 .....	24
Figura 7 Madame Flores, Eli Heil, 1970 .....	24
Figura 8 O parto, Eli Heil, 1979 .....	25
Figura 9 Animal, Eli Heil, 1973 .....	25
Figura 10 Iemanjá, Eli Heil, 1985 .....	26
Figura 11 Sem título, Eli Heil, 1990.....	27
Figura 12 Portal do Museu O Mundo Ovo de Eli Heil.....	27
Figura 13 Antigo portal do museu O Mundo Ovo de Eli Heil .....	28
Figura 14 O Paraíso, Eli Heil.....	28
Figura 15 Anjo Pássaro, Eli Heil .....	29
Figura 16 Gömböc 2018 exposta no IMPA.....	30
Figura 17 Relação entre coordenadas cartesianas e polares .....	32
Figura 18 Exemplo de associação entre letras e matrizes coluna.....	34
Figura 19 Personagem, Eli Heil, 1977.....	35
Figura 20 Peças do Tangram .....	36
Figura 21 Peças numeradas do Tangram .....	36
Figura 22 Exemplos de quadrados formados com peças do Tangram .....	37
Figura 23 Brincando de rodas e rodinhas, Eli Heil, 1968.....	38
Figura 24 Exemplos de rosáceas .....	39
Figura 25 Exemplos de lemniscatas .....	39
Figura 26 Exemplo limaçon sem laço .....	40
Figura 27 Exemplo cardeioide.....	40
Figura 28 Exemplo limaçon com laço .....	40
Figura 29 Exemplo circunferência $r=c$ .....	41
Figura 30 Exemplo circunferência com centro no eixo polar .....	41
Figura 31 Exemplo circunferência tangente ao eixo polar .....	41

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2. CAIXA DE FERRAMENTAS .....</b>	<b>18</b>
<b>3. O MUNDO OVO DE ELI HEIL.....</b>	<b>22</b>
<b>4. EXERCÍCIOS DO PENSAMENTO .....</b>	<b>30</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>43</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>45</b>

## 1. INTRODUÇÃO

*Eu sou o Adão!  
Eu sou a Eva!  
Bom dia!  
Parem!  
Olhem!  
Pensem!  
Entrem!  
O que é isto aqui?  
Ali lá?  
Olhem mais adiante...  
(HEIL, 2000)*

Chegada ao Mundo Ovo de Eli Heil (HEIL, 2000), chegada a um trabalho de conclusão de curso que conversa com arte e matemática. Um trabalho pensado e gerado a partir, mas não somente, de uma iniciação científica.

*Continuem andando!  
Lá vem ela.  
Será que é ela?  
Pequena, despida de grandeza, simples!  
Iluminada, começa a falar.  
(HEIL, 2000)*

Este trabalho é gerado a partir de encontros que tive com a Educação Matemática. O primeiro, momento que decidi cursar Licenciatura em Matemática, em aulas do curso pré-vestibular. Ao ver meus colegas sendo aprovados em vestibulares durante o ano, passei a reparar nas reações dos professores, a felicidade que transbordava em ver seus alunos alcançando seus respectivos objetivos. Queria um dia poder sentir o mesmo.

O outro encontro, já no curso de Licenciatura em Matemática, foi com uma bolsa do Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID. No PIBID pude vivenciar o cotidiano de uma escola, percebendo as demandas e dificuldades da comunidade escolar. Nessa oportunidade, a Educação Matemática surge como interesse de estudo.

Já, no encontro com as disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática e Estágio Supervisionado I conheci a professora Rosilene Beatriz Machado. Nestas disciplinas percebi o quanto de dedicação e disciplina um professor de matemática deveria ter com a pesquisa e estudo, uma vez que para qualquer aula a pesquisa e estudo são fundamentais.

Deste encontro surge um convite para uma bolsa do Projeto Institucional de Iniciação Científica – PIBIC e, conseqüentemente, um encontro com a professora Cláudia Regina Flores.

*Continua a mostrar.  
O espanto iniciou.*

*E ela diz: - Ainda não começou!*  
(HEIL, 2000)

No período de fevereiro de 2019 até junho de 2020, com apoio do CNPq, fui bolsista de iniciação científica, junto ao projeto de pesquisa intitulado “Traços de crianças: pensando matemática por meio de imagens da arte” coordenado pela professora Cláudia Regina Flores. Dentro disso, fui provocada a pensar “que matemática é posta a operar no pensamento de crianças em espaços de encontro com pinturas de arte?” (FLORES, 2016a, p. 5).

Para tentar responder a esta pergunta, me encontrei com leituras de trabalhos do Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática – GECEM, principalmente os que discutem sobre arte e educação matemática, como as dissertações de Mônica Kerscher (2018) e Bruno Moreno (2017), assim como os trabalhos de conclusão de curso de Jéssica de Souza (2018) e Gabriel Gesser (2018).

O desenvolvimento do estudo me fez ir ao encontro com a arte de Eli Heil. Uma artista catarinense cujo museu fica no meu trajeto universidade – casa. Um museu que sempre me causou estranheza e curiosidade, pelas suas obras coloridas com ar de fantasia no meio de uma rodovia movimentada.

As obras de arte de Eli Heil, e seu processo criativo, inspiraram a elaboração de uma oficina com crianças de uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

*Em seguida, um susto.*  
*Muitos dizem:*  
*- Arrebitou a boca do balão.*  
(HEIL, 2000)

A oficina foi um encontro meu com as crianças, das crianças com a arte, da arte com a matemática e vice e versa, e, também, com a professora da turma, Joseane Pinto de Arruda. Disso tudo, foi possível criar monstrinhos doces, como os de Eli, que mal não fazem, mas estão ali para potencializar pensamentos, e no caso, sobre matemática.

A oficina, que aconteceu em outubro de 2019, foi intitulada “Criando monstros com Eli Heil: Matemática e Visualidade”. A proposta era que após uma apresentação sobre a vida e obra da artista, cada grupo de alunos criasse um monstrinho com materiais que Eli utilizava, tais como algodão, lã, botões e canudos, para que em um último momento pudessemos discutir o que foi pensado e feito durante a oficina.

As visualidades que emergiram nos provocaram a pensar sobre como idealizamos um padrão estético, envolvendo habitualmente saberes matemáticos como simetria e

proporcionalidade, pois para criar até mesmo um monstro, os alunos buscaram semelhanças com o cotidiano, reafirmando um padrão de beleza, pela simples fórmula da reconhecimento.

*Figura 1 Momentos da oficina "Criando Monstros com Eli Heil: Matemática e Visualidade"*



Fonte: Acervo da autora

A oficina, assim como este trabalho, é fruto do estudo desenvolvido na iniciação científica, que esteve inserida em dois projetos de pesquisa intitulados “Traços de criança: pensando matemática por meio de imagens da arte” e “Formas e de-formas: por uma Educação Matemática fronteira e criadora”. Ainda, este trabalho, como a oficina, está inserido no âmbito do Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática – GECEM<sup>1</sup>.

Assim, nos colocaram a experimentar um modo de ensinar e aprender matemática, que vai além de elaborar e resolver um exercício, nos coloca a pensar, nos afeta e algo acontece.

*Mas ela diz:  
 - O importante é a obra,  
 - O importan<sup>1</sup>te é criar,  
 sem parar!  
 Expulsar  
 Todos os seres  
 Doloridos,  
 Contidos  
 Em grandes quantidades,  
 Num parto colorido.  
 (HEIL, 2000)*

Da reflexão e discussão destes encontros, a inquietação do que poderia ser feito em um trabalho de conclusão de curso se manifestou. No encontro com a arte de Eli Heil e apoiada nos

<sup>1</sup> Grupo de estudos coordenado pela professora Dra. Cláudia Regina Flores na Universidade Federal de Santa Catarina. Mais informações em: <https://gecem.ufsc.br/>.

estudos deleuzianos sobre signos, uma ideia sobre ovo emerge: ovo como potência para o pensamento matemático.

Para Eli o ovo é potência para criação de sua arte. Ela gesta este ovo com cuidado, carinho, até que, com muita dor ela o expela: com muitas cores, formas e materiais.

O ovo não é representação da arte de Eli, e nem está na imagem como símbolo a ser interpretado. O ovo é a potência para a criação, ele é o que nos provoca a pensar e, no contexto deste trabalho, nos provoca a pensar sobre matemática.

Assim, como estudante de Licenciatura em Matemática, inserida em um projeto que discute arte e matemática, me coloco a pensar sobre que exercícios do pensamento poderiam ser potencializados no encontro do ovo com a matemática. Ora, aqui, no caso, não só a atividade da reconhecimento, aquela que reconhece no ovo fórmulas matemáticas, formas geométricas, mas um exercício mesmo, uma prática do pensamento em si que, com o ovo, potencializa a arte de Eli e nos provoca a pensar sobre matemática.

Ao utilizar a relação entre matemática e arte entende-se que é estabelecido algum significado a partir das referências pessoais e culturais do observador, nesse caso a autora. Daí que entra a questão da visualidade que, em linhas gerais, significa o conjunto das práticas visuais que formam nosso modo de ver (FLORES, 2013a).

Além disso, é necessário destacar que este trabalho de conclusão de curso tinha como objetivo dar continuidade ao trabalho iniciado com as oficinas no âmbito da iniciação científica. Entretanto, devido à pandemia de COVID-19, não foi possível voltar a escola, o que nos levou a reestruturar os objetivos deste trabalho.

Isto não significa que nos faltou algo, mas apenas um redirecionamento, ao enfatizar o exercício do meu próprio olhar para as obras de Eli Heil e seus efeitos.

Eis, então, a questão desta pesquisa: o que pode o ovo de Eli Heil com a matemática?

Vinculado a esse problema pretende-se desenvolver o seguinte objetivo: realizar exercícios de experimentação do pensamento, de modo a constituir problemas em que atualize as ideias do ovo em conexão com os saberes matemáticos.

Para tanto, este trabalho será dividido em três capítulos. O primeiro, expõe os conceitos de visualidade, experiência, aprendizagem e signos para que seja possível operar com uma base teórico-metodológica a fim de pensar matemática por meio de imagens.

No segundo capítulo, apresentaremos a artista Eli Heil e seu processo criativo, para no terceiro capítulo exibir os exercícios do pensamento realizados no encontro do ovo de Eli Heil com a matemática.

Por fim, uma tentativa de concluir este trabalho. Uma reflexão acerca dos estudos realizados até aqui, em que se busca compreender os modos de olhar e representar, onde as imagens da arte exercem uma função além de dar suporte a matemática, mas disparam pensamentos.

## 2. CAIXA DE FERRAMENTAS

Para entendermos a arte como potência para um pensar com matemática abriremos, tal como é dito por Deleuze, uma *caixa de ferramentas* (GALLO, 2013). Conceitos como signos, experiência, aprendizagem e visualidade serão operados a fim de desenvolver exercícios do pensamento com a obra de Eli Heil para provocar o encontro do ovo com a matemática.

Frequentemente operamos a arte como suporte para o ensino da matemática, tal qual Flores e Wagner (2014) relataram ao mapear pesquisas brasileiras que relacionaram arte e Educação Matemática. Nesse contexto, utiliza-se a arte para compreensão de modelos visuais e para mostrar a capacidade de traduzir dados matemáticos em informações visuais.

Entretanto, há como bifurcar este caminho, isto é, compor outros modos de pensar arte com a matemática. Em *Olhar, Saber, Representar: sobre a representação em perspectiva*, Flores (2007) estuda como a técnica da perspectiva afeta nossos modos de ver as coisas, como nossas práticas de olhar e representar são carregadas de história. Com isso, esse trabalho é fundamentado, essencialmente, na teoria e metodologia que a autora vem desenvolvendo: a perspectiva da visualidade para visualização na Educação Matemática (FLORES, 2013b).

Apoiada nesta compreensão, a “ideia de visualidade para a constituição de vários modos de olhar, dentre eles o olhar em matemática” (FLORES, 2010, p. 274) mostra-se como uma alternativa para a pesquisa em visualização matemática.

O termo visualidade surge no campo da cultura visual, com o livro denominado *Vision and Visuality*, organizado, em 1988, por Hal Foster. Desde então, o termo torna-se uma palavra-chave no âmbito da cultura visual e entende-se como “soma de discursos que informam como nós vemos, olhamos as coisas e para as coisas” (FLORES, 2013a, p. 3).

Desta forma, a perspectiva proposta por Flores (2013b) analisa o papel de saberes matemáticos em nossas práticas visuais constituídas historicamente, pois nossos modos de olhar e representar são provenientes de nossa posição em relação ao mundo e a si mesmo, muitas vezes tão enraizados, que se confundem com uma atitude natural.

Assim, utiliza-se o termo visualidade ao invés de visualização em Educação Matemática, uma vez que visualização

preocupa-se com a aprendizagem de conceitos e a desenvoltura de habilidades visuais, enquanto o outro, visualidade, busca problematizar o visual enquanto percepção natural e fisiológica, articulando-se com práticas visuais no âmbito da história e da cultura (FLORES, 2013a, p. 3).

Ao movimentar-se na visualidade, é essencial entender o sentido de imagem. Imagens potencializam pensamentos, nos oferecem algo para pensar, provocam o imaginário (SAMAIN, 2003). Assim, deixam de ter apenas um sentido prático no aprendizado de matemática ou no

desenvolvimento de habilidades visuais e passam a ser o lugar onde exercitamos modos de pensar, “onde se exercitam visualidades” (FLORES, 2016b, p. 507).

Como imagens são potencializadoras de pensamento, cada pessoa, em seu tempo e espaço, é afetada por visualidades, pois são provocadas por questionamentos, análises e discussões que se transformam constantemente. Logo, imagens, aqui, provocam o encontro com signos. Em particular, o entendimento que temos de signos, neste trabalho, é aquele que nos ensina Deleuze. De forma sucinta, os signos, segundo Gilles Deleuze (2003), compõem quatro categorias: os mundanos, os do amor, os sensíveis e os da arte. Estes seguem uma ordem de maior capacidade de buscar suas essências, que é entendida como a maneira de criar um significado e não como o significado exato do signo (BELLO; ZORDAN; MARQUES, 2015). Ainda, são emitidos de formas diferentes e, por isso, provocam efeitos e relações distintas em quem os interpreta, tornam-se singulares.

Ainda, sob o olhar deleuziano, os signos estão relacionados, intrinsecamente, com o aprender, pois aprender é, inicialmente, considerar algo como se emitisse signos a serem interpretados (DELEUZE, 2003). Entretanto, não sabemos como uma pessoa aprende, exceto o fato de ser sempre por meio dos signos, pois qualquer elo, com pessoas ou coisas, possui potência para gerar um aprendizado, mesmo que durante o processo não tenhamos consciência disso (GALLO, 2012).

Assim, de acordo com Deleuze, só pensamos ao sermos forçados no encontro com um problema, com um signo, que nos dá o que pensar (BELLO; ZORDAN; MARQUES, 2015). Esta noção é contrária àquela de que só se aprende aquilo que é ensinado, então não podemos controlar o que é aprendido e nem quantificar esse aprendizado.

A sensibilidade aos signos se desenvolve ao deixar o objetivismo de lado, evitando interpretar signos associando-os ao objeto que os caracterizam, isto significa não buscar significados explícitos nos signos. No âmbito deste trabalho, é ir além de reconhecer fórmulas e figuras geométricas nas imagens de obras de arte, que são entendidas como os lugares onde os signos se manifestam. É deixar de operar a partir da prática da reconhecimento, que é entendida como reconhecer algo que já se sabia e é centrada na ideia de que só se aprende aquilo que alguém ensina (GALLO, 2012).

Com isso, o processo de interpretação dos signos, em Deleuze, toma uma posição de criação, ao invés de reconhecimento, “mais forças impessoais do que consciência agindo, mais memória involuntária do que hábito, mais desdobramentos do que representação” (BELLO; ZORDAN; MARQUES, 2015, p. 13).

Aprender é um processo, *é fazer com* e não como o outro, por exemplo, quando estamos entendendo um exercício de matemática enquanto o professor explica, mas ao resolver sozinho não obtemos êxito. Neste caso, enquanto estamos reproduzindo como o professor faz estamos entendendo, mas só conseguimos realmente aprender e realizar o exercício quando nos encontramos com os signos da matemática.

Ao considerar os “encontros inusitados com os signos que afetam o corpo, a mente e o pensamento” (BAMPI; CAMARGO, 2016, p. 4), tomamos o aprender como um acontecimento e isso nos exige presença, contato, fazer junto, *fazer com*. Além disso, Bello, Zordan e Marques (2015, p. 15) indicam:

aprender não é uma forma de o sujeito adaptar-se ao mundo, reconhecê-lo ou enquadrá-lo, mas uma forma de inventar o seu mundo. Inventar o seu mundo é decifrar os signos que irrompem de forma inesperada na experiência humana de sujeito. É a partir desse encontro com os signos que o sujeito tem uma experiência de problematização, quando o diferencial do signo lhe toca, criando um problema para o pensamento.

Com isso, é necessário nos deixar ser afetados pelos signos e cada um realiza essa experiência de forma única, exercitando a interpretação dos signos.

Aqui, experiência perde as conotações metodológicas, pois não estamos em busca de calcular, objetivar ou generalizar algo. Assim, é fundamental destacar a diferença entre experimento e experiência:

se o experimento é repetível, a experiência é irrepitível, sempre há algo como a primeira vez. Se o experimento é preditível e previsível, a experiência tem sempre uma dimensão de incerteza que não pode ser reduzida (LARROSA, 2002, p. 28).

Desse modo, experiência é o processo de não conseguir ser o mesmo, de criar fissuras. Não se trata de seguir um modelo, mas de “abrir possibilidades outras de existência” (CLARETO; OLIVEIRA, 2013, p. 163), em outras palavras, experiência não é sobre repetir condições dadas, mas a repetição dá abertura a diferença.

Para isso, devemos deixar nossas crenças de lado, devemos estar expostos e habitar o movimento fluído do pensar, “um exercício ético que traz a liberdade de pensamento para afirmar uma ciência que se faz no encontro com a arte de viver” (LAZZAROTTO, 2012, p. 101).

No encontro com imagens da arte de Eli Heil, movimenta-se “uma série de práticas e de funcionamentos que produzem efeitos” (KASTRUP; BARROS, 2015, p. 81), que fazem estar acessível à experiência e atento às visualidades.

Com isso, não existe um caminho já determinado para se pensar arte com matemática. A matemática, ao ser pensada com a arte, deixa de ser uma verdade indiscutível e as relações utilitaristas são deixadas de lado e, assim, é possível construir “um lugar onde se pode fazer,

comunicar, experimentar, problematizar pensamentos e produzir saberes (em/de/com matemática)” (FRANCISCO; FLORES, 2016, p. 79).

Isto posto, pretende-se, ao analisar e estudar a vida e obra de Eli Heil, criar exercícios do pensamento, provocando “visualidades, saberes e experiências, deixando-se levar pelas sensações, por aquilo que toca, transpassa, sensibiliza no instante do presente” (FLORES, 2015, p. 238).

Assim, conhecimentos e saberes matemáticos serão evidenciados no encontro com os signos emitidos pelo ovo na obra e no processo criativo de Eli Heil. Aqui, exercícios do pensamento não se resumem a resolver problemas, mas em criar outros modos de existência da matemática com a arte.

Os exercícios do pensar proporcionam tempo e espaço para estudo como um bem comum, em que a lógica de empregabilidade e eficiência é colocada entre parênteses. Oferece *tempo livre*, isto é,

um tempo e espaço que permanece isolado e ajuda a permitir um interesse partilhado no mundo; um momento e espaço tranquilos em que se pode viver, um tempo e lugar onde as coisas podem surgir em si mesmas e cuja funcionalidade está temporariamente suspensa (MASSCHELEIN; SIMONS, 2019, p. 164).

Desta forma, os exercícios do pensamento nos levam a interpretar signos, *perde-se tempo* e nos colocam em um processo de aprendizagem.

### 3. O MUNDO OVO DE ELI HEIL

A artista catarinense Eli Malvina Heil nasceu em Palhoça no ano de 1929 e faleceu na cidade de Florianópolis em 2017. Foi criada em Santo Amaro da Imperatriz, onde se formou professora de Educação Física. Casou-se e tornou-se mãe de três filhos, mas após o segundo parto, adoeceu por oito anos, ficando de cama por cinco anos. Nesse momento, seu irmão a presentearia com um quadro do artista Jair Platt, ao olhar e entender o que era, disse: “isso eu também faço” (HEIL, 2000, p. 17).

*Figura 2 Eli Heil*

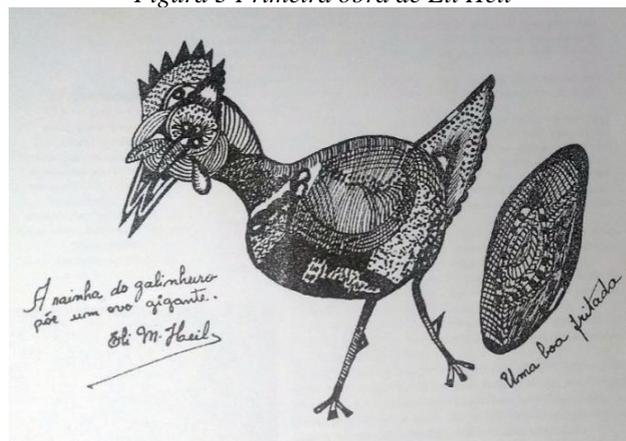


Fonte: [http://danielqueiroz.com/2017/09/eli\\_heil/](http://danielqueiroz.com/2017/09/eli_heil/)

“Houve uma explosão, um clarão. Pluf, pluf, já nasci, já nasci, já nasci, dentro de um ovo, óvulos, ovários.” (HEIL, 2000, p. 15).

Sua primeira obra foi uma galinha e um ovo, com as seguintes passagens: “A rainha do galinheiro pôs um ovo gigante. Uma boa fritada”.

*Figura 3 Primeira obra de Eli Heil*



Fonte: HEIL, 2000, p. 93

Assim, em 1962, Eli começa a “vomitar criações”, pois quando começou sua produção artística não houve como parar, a ponto de ter visões. “O processo criativo e a técnica despejavam-se de dentro de mim como fios coloridos, prontos para serem executados; não me interessava se estava certo ou errado. Simplesmente vomitava.” (HEIL, 2000, p. 23).

Eli Heil não era como os outros artistas, achava pincéis macios demais, não se contenta com os materiais usuais. Começou utilizando varetas e tecido para pintar e com o passar do tempo foi descobrindo novas técnicas e utensílios que foram utilizados em suas obras, como por exemplo, agulha de tricô, material para perfuração, saltos de sapatos, papelão, esponjas, algodão, tubos de tintas vazios, entre outros.

A arte de Eli pode ser dividida nos seguintes momentos: desenho e pintura; escultura e relevo; tapeçaria e almofadas; cerâmica.

Na pintura, Eli começa com quadros que remetem sua vizinhança. Pintava paisagens que a lembravam de sua infância em Santo Amaro da Imperatriz.

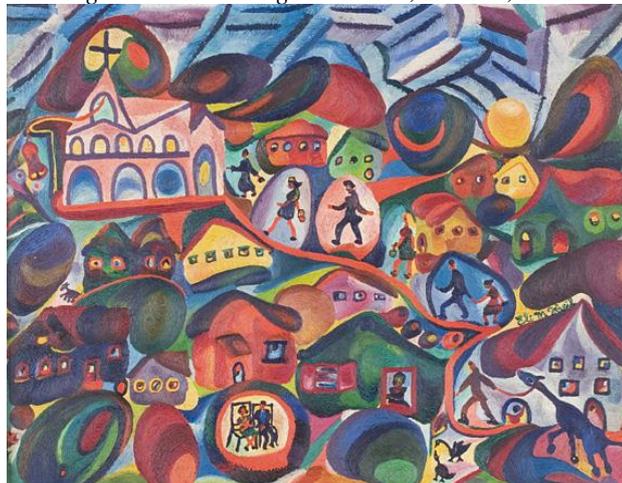
*Figura 4 Animais no pasto, Eli Heil, 1963*



Fonte: <http://acervo.site/masc/acervo/animais-no-pasto/>

Quando se casou, a artista mudou-se para região central de Florianópolis. Sua casa, na Rua Crispim Mira, tinha vista para os morros que envolvem a cidade. Nessa época, Eli retratava a vida no morro, as casas, pessoas indo e vindo.

*Figura 5 Um domingo no morro, Eli Heil, 1966*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

Além disso, a figura do pássaro está presente em inúmeras obras, mesmo quando os espreme em um canto, no espaço que sobrou da tela. De acordo com Lorenz (1985), os pássaros fogem da semelhança que o observador busca, isto porque são dragões, mandrágoras e muitas vezes são representados como se estivessem dançando.

Mandalas, flores e corações são outros elementos que aparecem constantemente em obras bem coloridas. Eli fazia uso de muitas cores, em destaque vermelho, amarelo, verde e azul. Vermelho, a preferida. O verde, a esperança pelas coisas. Preto, só quando fazia uso do nanquim e um pouco nas pinturas.

*Figura 6 Jorra, coração - ponto X, Eli Heil, 1981*



Fonte: <http://acervo.site/masc/acervo/jorra-coracao-ponto-x/>

Nota-se, também, que as figuras femininas habitam a obra de Eli. Já, as figuras masculinas, quando aparecem, são figuras de Jesus Cristo ou quando a artista criava casais.

*Figura 7 Madame Flores, Eli Heil, 1970*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

Outro momento de grande destaque em sua obra, são as esculturas. Em cerâmica, cada peça de seus personagens retorcidos e enrolados são modeladas separadamente, como os olhos, o nariz, tranças, ranhuras, que são adicionados a obra. A perfuração ganha destaque aqui, pois é feita para evitar a perda da obra ao ser levada ao forno, era feita a partir da ponta do material que Eli escolhia utilizar naquela obra.

*Figura 8 O parto, Eli Heil, 1979*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

As esculturas feitas com outros materiais, como saltos de sapatos, canos, madeira, concreto, fios e troncos trazem um convite à brincadeira, à fantasia.

*Figura 9 Animal, Eli Heil, 1973*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

Os trabalhos desta artista catarinense são poéticos, emitem inquietudes, sentimentos e prazeres. Em quase nove décadas de intensa atividade, Eli desenvolveu mais de duzentas técnicas que lhe possibilitaram externar suas alegrias e tristezas (HEIL; CORRÊA NETO; PAULI, 2014).

Dentro de um fabulário de seres criados por Eli, a artista define arte como a “expulsão dos seres contidos, doloridos, em grandes quantidades, num parto colorido.” (HEIL, 2000, p.

17). Isto posto, quando Eli cria personagens em suas obras, lhes confere um aspecto deformado, em que não se sabe onde começam realmente e onde terminam como flores, roscas etc. (LORENZ, 1985).

Os mitos na arte catarinense são fatos antigos que remontam um passado, cuja origem não está devidamente esclarecida (ARAUJO, 1977). De acordo com Lorenz (1985) na obra de Eli Heil é notável uma recriação de muitas das crenças e costumes da ilha de Santa Catarina, uma reprodução puramente intuitiva e inconsciente. Essa semelhança é vista em obras que relatam o cotidiano em um morro, numa paisagem com animais ou então em esculturas que mostram a ligação religiosa da artista.

*Figura 10 Iemanjá, Eli Heil, 1985*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

Em toda sua obra, Eli mostra que criou um mundo determinado mais pelos sentimentos do que pela razão,

o mundo lógico e medido da civilização da máquina não existe para Eli Heil. Sem qualquer compromisso com valores concretos pré-estabelecidos ou com verdades racionalmente definidas, a sua obra é mais imaginação do que lógica, mais fantasia do que coerência, mais tensão que decoração (ARAUJO, 1978, p. 98).

Em suas cerâmicas, por exemplo, a artista não busca expressar uma beleza tranquila, nascem retorcidas e tensas. Com isso, Eli foge do caminho da beleza tradicional.

Com grossas camadas de tinta, seus seres imaginários, seus monstros doces vão criando forma. São doces, pois, não fazem mal a ninguém, não assustam, Eli afirmava. Em uma entrevista Eli diz: “Quanto mais terríveis (na aparência) para mim são mais doces, mais eu gosto” (HEIL, 1980, apud LORENZ, 1985, p. 81).

Seus personagens, monstros, muitas vezes apenas as cabeças recebem tratamento, detalhes: olhos e bocas arreganhadas, dentes sempre amostra. Olhar fixo, obsessivo, traços tensos, debochados, deixando à solta toda parte lúdica e criativa desta artista.

*Figura 11 Sem título, Eli Heil, 1990*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

O mundo criado por Eli foi denominado como “O Mundo Ovo de Eli Heil”. A artista que até então vendia suas obras com muita cautela, criou e vendeu uma série de treze grandes painéis para arrecadar o dinheiro necessário para a construção das casas que hoje abrigam o seu acervo.

Até então, Eli Heil negociava com o Museu de Arte de Santa Catarina suas obras em troca do aluguel onde morava. Um lugar apertado para ser um lar, ateliê e abrigar tantas obras já confeccionadas.

Desde 1987 o museu fica localizado no bairro de Santo Antônio de Lisboa, em Florianópolis. As obras estão divididas em três espaços de exposição: a sala de exposição, a sala de esculturas e o anexo que abriga a obra “Presépio”. Ainda, no jardim, pode-se encontrar outras obras expostas, com destaque o conjunto de obras “O Paraíso” e, principalmente, o símbolo do Mundo Ovo, um pássaro gigante apelidado de “Anjo Pássaro” (HEIL, 2000).

*Figura 12 Portal do Museu O Mundo Ovo de Eli Heil*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

Em 1996, depois de trinta e quatro anos de criações, uma obra de Eli foi destruída pelo governo de Santa Catarina. Nesta época, a rodovia SC-401, onde se encontra o museu, estava em fase de duplicação de pistas, o que precisaria então de um recuo do terreno do museu. Com isso, Eli sofre com a perda de seus filhos, Adão e Eva, “pela segunda vez expulsos de seu paraíso terrestre, o paraíso do Mundo Ovo, construído por Eli Heil.” (HEIL, 2000, p. 11).

*Figura 13 Antigo portal do museu O Mundo Ovo de Eli Heil*



Fonte: HEIL, 2000

Adão e Eva, até esta situação, eram parte do portal do museu, simbolizavam a criação do Mundo Ovo. Hoje, logo na entrada, é possível ver o cemitério que Eli fez para sua obra.

Após esse momento, Eli entra numa fase de profunda dor e tristeza. Suas obras deixaram de ser tão coloridas e vibrantes como costumavam ser, passando a utilizar cores mais neutras e sóbrias, como no conjunto de obras “O Paraíso”.

*Figura 14 O Paraíso, Eli Heil*



Fonte: <http://vemfloripar.com.br/museu-o-mundo-ovo-de-eli-heil/>

A obra com maior destaque no museu é o seu símbolo, o pássaro. Segundo Eli Heil (2000), o “Anjo Pássaro” demorou sete meses para ficar pronto, mas já estava em sua mente desde 1963, como é visto no poema “O Pássaro” que também foi escrito em 1963. Eli teve ajuda de somente de um construtor, o senhor Carlos Barbara, para a construção da escultura de mais de quatro metros de altura e é feita com concreto armado e forma fiel ao que ela havia imaginado.

*Figura 15 Anjo Pássaro, Eli Heil*



Fonte: <https://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa8757/eli-heil>

Mesmo depois de tantos sentimentos de tristezas e alegrias, Eli queria deixar sua arte para a sociedade, por isso relutava tanto em vender suas obras. Gostava de receber os visitantes do museu e explicar a história de cada obra, o que após seu falecimento é feito por seus filhos, José Pedro Heil e Teresa Cristina Heil.

Para lembrar que sua obra era para o povo, Eli Heil escreveu “Canto o Mundo Ovo”, um poema que a artista cantarolava: “O Mundo Ovo foi feito para o povo! O Mundo Ovo foi feito prá ficar!” (HEIL, 2000, p. 129).

#### 4. EXERCÍCIOS DO PENSAMENTO

Os exercícios são singulares ao espectador e referem-se ao “modo como este atribui sentido àquilo que vê, ou seja, à presença ou à ausência de elementos científico/matemáticos nas obras que se propõe a observar” (ZAGO, 2009, p. 58).

Assim, como dito, a partir da consideração de que o ovo é, para Eli Heil, a potência de sua criação artística, aqui, também, o ovo será tomado como potência para provocar o pensamento e fazer matemática junto a obra desta artista. Para tanto, apresentamos as seguintes possibilidades:

A primeira centra-se na palavra gömböc que tem origem em um utensílio tradicional dos açougueiros húngaros que tem forma esférica. A palavra gömb significa esfera em húngaro e gömböc seria algo esférico. De acordo com Domokos e Várkonyi (s. d., tradução livre), o gömböc é o primeiro objeto homogêneo conhecido com um ponto de equilíbrio estável e outro instável, totalizando duas posições de equilíbrio em uma superfície horizontal. Deste modo, se colocado em uma superfície horizontal, em posição arbitrária o gömböc retorna para o ponto de equilíbrio estável, similar ao brinquedo “João bobo”. Enquanto o “João bobo” depende do peso no fundo, o gömböc consiste em material homogêneo, portanto a própria forma é responsável por voltar a posição original.

A prova que não há uma forma gömböc plana foi feita por Domokos, Papadopoulos e Ruina (1994). Já, em 1995, Domokos (2006) encontra com o matemático Vladimir Igorevich Arnold em um evento e, então, Domokos é incentivado por Arnold a pensar sobre a existência de objetos do tipo gömböc. Anos depois, Várkonyi e Domokos (2006a, 2006b) provaram, matematicamente, a existência do gömböc e ainda o construíram.

Desde então, uma série de gömböcs numeradas foi lançada em 2007. Há uma em exposição no Brasil, no Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, a de número 2018, fazendo referência ao ano que a cidade do Rio de Janeiro sediou o Congresso Internacional de Matemáticos – ICM.

*Figura 16 Gömböc 2018 exposta no IMPA*



Fonte: <https://impa.br/noticias/impa-expoe-a-unica-peca-de-gomboc-no-brasil/>

Na demonstração para provar que não existe nenhuma forma plana do tipo gömböc foi utilizada o sistema de coordenadas polares, enquanto para a prova em formas 3D foi utilizada o sistema de coordenadas esféricas.

Ora, com isso, emerge aqui, neste trabalho, a possibilidade de um exercício do pensamento utilizando sistemas de coordenadas. Assim, o pensamento é provocado e leva a pesquisadora a exercitar conhecimentos matemáticos, como por exemplo, coordenadas polares.

O uso de sistemas de coordenadas se apresenta em algumas situações do cotidiano, como quando precisamos localizar uma rua, descrever funções que representam diversos fenômenos ou a posição de alguma aeronave no controle de tráfego aéreo. Os sistemas de coordenadas podem ser de dois tipos, ordenadas ou não-ordenadas, isto é, a ordem dos pares importa ou não. Quando não-ordenadas, podemos localizar um objeto pelas coordenadas, por exemplo, (2, B) ou (B, 2).

Já, quando consideramos um sistema de coordenadas ordenadas, temos os seguintes exemplos: o sistema de coordenadas cartesianas, polares e esféricas. Neste contexto, o exercício que se faz nesse trabalho é pensar sobre sistemas de coordenadas polares. Para isso, é necessário entender sua relação com o sistema de coordenadas cartesianas.

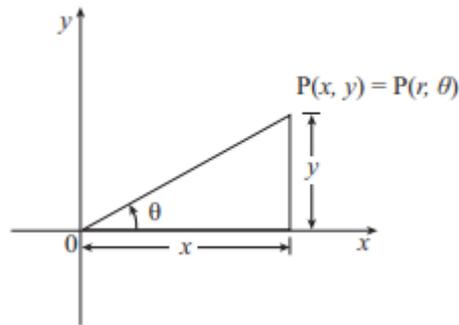
No sistema de coordenadas cartesianas, o par ordenado  $(x, y)$  denota um ponto P cujas distâncias orientadas a partir do eixo das abscissas e ordenadas são, respectivamente, x e y. Agora, para representar esse mesmo ponto no plano em coordenadas polares precisamos definir um ponto fixo O no plano, chamado polo ou origem, e uma semirreta orientada, conhecida como eixo polar, com origem em O.

Ainda, considerando o ponto P, diferente de O, podemos localizá-lo por meio de sua associação a um par ordenado polar  $(r, \theta)$ , no qual r é a distância orientada de O a P e  $\theta$  é o ângulo orientado do eixo polar à semirreta  $\overrightarrow{OP}$ , em que  $\theta$  é considerado positivo se o ângulo for descrito no sentido anti-horário do eixo polar para  $\overrightarrow{OP}$  e negativo caso contrário.

Com isso, as coordenadas cartesianas do ponto  $P(x, y)$  e as coordenadas polares deste mesmo ponto  $P(r, \theta)$  estão relacionadas da seguinte forma:

- $x = r \cdot \cos\theta$  e  $y = r \cdot \sin\theta$
- $r^2 = x^2 + y^2$

Figura 17 Relação entre coordenadas cartesianas e polares



Fonte: JANESCH; TANEJA, 2010, p. 88

Deste modo, podemos propor um exercício que possamos posicionar um objeto no plano, indicando distância e ângulo. Também, o processo contrário, dado um objeto, mostra-se qual o caminho foi percorrido, em coordenadas polares, até o mesmo ser encontrado.

Voltando a artista e a arte dela esclarecemos que não foi necessário entender uma técnica que a artista utilizou para criar uma obra, mas encontramos no ovo elementos para pensar matemática com a obra de Eli Heil. É interessante destacar, uma vez que diferentes pessoas podem atribuir diferentes significados ao observar o mesmo objeto, que este exercício surge do olhar matemático da pesquisadora sobre o processo criativo de Eli Heil.

Uma outra possibilidade está ligada ao fato de que para Eli Heil arte é como “expulsão dos seres contidos, doloridos, em grandes quantidades, num parto colorido” (HEIL, 2000, p. 17). Olhando por essa perspectiva, temos a obra o “Anjo Pássaro”, ilustrada na Figura 15, que emergiu a partir da gestação, do ovo enquanto potência.

Como dito anteriormente, esta obra demorou sete meses para ficar pronta, mas já era imaginada desde que Eli escreveu o poema “O Pássaro” em 1963. Este processo de imaginar, escrever e depois colocar em prática é algo muito comum também na matemática. Para entendermos um problema é necessário transformá-lo em linguagem matemática e muitas vezes precisamos criar uma imagem do que estamos imaginando.

Desta forma, há uma gestação sobre matemática, pensa-se matemática com esta obra e, então, outro exercício do pensamento surge e desperta o interesse em como decifrar algo matematicamente, colocando a pesquisadora a exercitar saberes como criptografia e matrizes.

Criptografia, segundo Barichello, Frier e Torezzan ([2010]), diz respeito à ciência de escrever mensagens de maneira que somente certas pessoas podem decifrá-las. Um exemplo simples é a “língua do pê”, em que cada sílaba de uma palavra é acrescentada a sílaba “pe”, como por exemplo, a palavra matemática na língua do pê ficaria “*pemapetepemápetipeca*”.

O conceito fundamental da “língua do pê” está presente em diversos sistemas criptográficos, isto é, temos uma função entre o conjunto das palavras em português e conjunto das palavras criptografadas definidas através de um comando, inserir “pes” nas sílabas.

Dessa forma, note que, ao inserir o comando em duas palavras distintas obtemos duas palavras diferentes, ou seja, podemos dizer que temos uma função injetora, que é indispensável para podermos decodificar uma mensagem sem ambiguidades.

Assim, baseado nesse mesmo princípio definimos uma função injetora  $f$  entre um conjunto de mensagens originais, não codificadas, e um conjunto de mensagens codificadas. A função  $f$  deve admitir inversa para que seja possível que as mensagens sejam compreendidas pelos receptores.

A eficiência de um código está na dificuldade de se descobrir a chave  $f^{-1}$ , mesmo conhecendo a mensagem criptografada.

Um outro exemplo de sistema criptográfico é quando a função  $f$  e sua inversa  $f^{-1}$  são determinadas por alguma matriz  $A$  e sua inversa  $A^{-1}$ . Considerando o caso de matrizes  $2 \times 2$ , uma matriz

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

define uma função de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$  tal que cada ponto  $v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  é associado ao ponto  $w = Av$ .

Esta função tem algumas propriedades importantes, tal como, a transformação linear, em que é possível verificar, a partir da definição do produto da matriz quadrada  $A$  pela matriz coluna  $v$ , que  $A(u + v) = Au + Av$  e  $A(cv) = c(Av)$ , para quaisquer matrizes coluna  $v, u$  e para qualquer  $c \in \mathbb{R}$ . A soma  $u + v$  e o produto  $cv$  são definidos coordenada a coordenada, se  $u = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$  e  $v = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ , então:

$$u + v = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} \text{ e } cv = c \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cx_2 \\ cy_2 \end{pmatrix}.$$

Desse modo, isso define transformação linear em  $\mathbb{R}^2$ , isto é, uma função  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que satisfaz as seguintes propriedades:

- $T(u + v) = T(u) + T(v) \forall u, v \in \mathbb{R}^2$ .
- $T(cv) = cT(v) \forall v \in \mathbb{R}^2 \text{ e } \forall c \in \mathbb{R}$ .

Ademais, a transformação do plano definida por uma matriz  $A$  é inversível se, e só se, a matriz  $A$  for inversível, isto é, se existir uma matriz  $2 \times 2$ , que denotamos por  $A^{-1}$  tal que:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e isto ocorre se, e somente se, o determinante de  $A$  é diferente de zero.

Observe que a restrição de considerar matrizes  $2 \times 2$  foi realizada para facilitar a escrita, entretanto os conceitos em si podem ser generalizados para matrizes  $n \times n$ .

A partir disso, pretende-se propor um exercício para decodificar uma mensagem em que as letras do alfabeto são matrizes coluna.

Figura 18 Exemplo de associação entre letras e matrizes coluna

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>espaço</b>	<b>.</b>	<b>,</b>	<b>?</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Fonte: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1020>

Com isso, podemos escrever a palavra lápis, desconsiderando o acento agudo, da seguinte forma:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Para codificá-la precisamos de uma matriz  $2 \times 2$ , inversível, para usar como chave, por exemplo:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Agora, para criptografar sua mensagem, deve ser feita a multiplicação  $B \cdot A$  de modo que obtenha  $A'$  tal que:

$$A' = B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 0 & 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Por fim, o receptor deve saber a matriz chave  $B$  e relação entre as letras do alfabeto e as matrizes para decodificar a mensagem, isto é, a palavra lápis.

Outro exercício está relacionado a obra de Eli, reproduzida a seguir, em que foi construída a partir de saltos de sapatos.

*Figura 19 Personagem, Eli Heil, 1977*



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

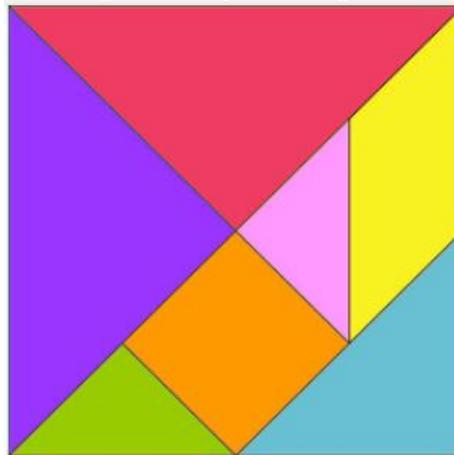
Ao olhar a imagem acima muitas pessoas associam a escultura intitulada “Personagem” de Eli Heil ao personagem Dom Quixote de la Mancha do livro homônimo de Miguel de Cervantes. No entanto, ao olhar a obra com as lentes de uma estudante de Matemática, um exercício com geometria salta a mente.

Os saltos de sapatos utilizados na obra lembram figuras geométricas: triângulos, círculos e retângulos. Com isso, pensa-se matemática com esta escultura e me coloca exercitar saberes com o quebra-cabeça chinês conhecido como Tangram.

Tangram é formado por 7 peças, 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo, que unidas de determinada forma constituem um quadrado conforme a Figura 20. O objetivo é formar figuras utilizando todas as 7 peças, sem sobreposições.

É notável o apelo geométrico do quebra-cabeça, o que nos permite torná-lo uma ferramenta para o ensino de matemática. Além de familiarizar a criança com figuras geométricas planas, o Tangram pode desenvolver saberes matemáticos, tais como: áreas, figuras equivalentes, ângulos e relações entre os lados da figura.

Figura 20 Peças do Tangram

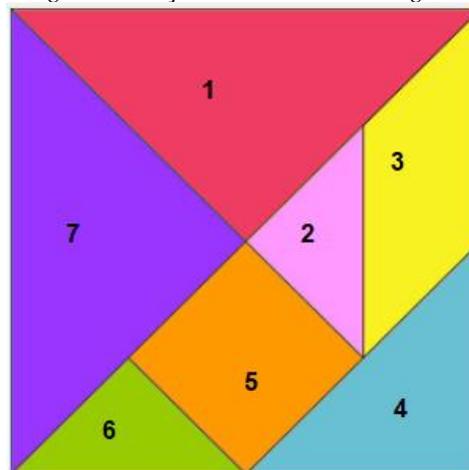


Fonte: <http://www.paraeducar.com.br/2016/03/tangram.html>

Um exercício sugerido é o problema de construção de quadrados com peças do Tangram.

Note que a área do triângulo 2 (ou 6), de acordo com a Figura 21, é metade da área do paralelogramo 3 e do triângulo 4 e, ainda, é  $\frac{1}{4}$  da área do triângulo 1 (ou 7) e  $\frac{1}{16}$  da área do quadrado formado pelas 7 peças do Tangram. Ao sobrepor as peças essas comparações ficam mais fáceis de serem visualizadas (FANTI *et al.*, 2015).

Figura 21 Peças numeradas do Tangram



Fonte: Construção a partir da figura 20

Pensando com as possíveis combinações, tentativa e erro, podemos concluir que não há um modo em que 6 peças do Tangram são utilizadas para construir um quadrado. Com isso, Novaes, Silva Junior e Novaes (2014) relatam que é possível a construção com 2, 3, 4, 5 ou 7 peças e, também, porque não conseguimos obter um quadrado com exatamente 6 peças do Tangram. Na Figura 22 temos alguns exemplos de quadrados formados por 3, 4 e 5 peças.

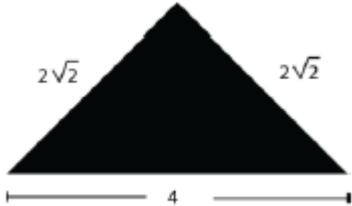
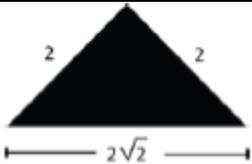
Figura 22 Exemplos de quadrados formados com peças do Tangram



Fonte: Novaes, Silva Junior e Novaes, 2014

Para compreender o porquê de conseguirmos montar um quadrado com 6 peças do Tangram, tomaremos, sem perda de generalidade, como unidade de comprimento metade da hipotenusa do triângulo 2 da Figura 21. Desse modo, os lados e áreas de cada peça podem ser medidos da seguinte maneira:

Tabela 1 Medidas de lados e áreas das peças a partir da unidade de comprimento fixada

Peças de acordo com a Figura 7	Figura/lados	Área
Triângulo 1 ou 7		$A=4$ u. a.
Triângulo 2 ou 6		$A=1$ u. a.
Paralelogramo 3		$A=2$ u. a.
Triângulo 4		$A=2$ u. a.
Quadrado 5		$A=2$ u. a.

Fonte: Novaes, Silva Junior e Novaes, 2014

Observe que todas as medidas de comprimento dos lados das peças podem ser escritas da forma  $a + b\sqrt{2}$ , isto é, são elementos do conjunto  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ , que é um corpo (JANESCH; TANEJA, 2011). Como  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  é um corpo, então é fechado para operação de adição, logo o comprimento do lado de qualquer quadrado formado com peças do Tangram também será um elemento de  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ .

Isto posto, o problema para construir um quadrado utilizando 6 peças do Tangram temos três casos ao retirar uma das sete peças originais:

- 1) Ao retirar o triângulo 1 das 7 peças temos área igual a 12 u. a.;
- 2) Ao retirar o quadrado 5 ou o paralelogramo 2 ou o triângulo 4 temos área igual a 14 u. a.;
- 3) Ao retirar o triângulo 2 temos área igual a 15 u. a.

Assim, obtemos quadrados com lados  $\sqrt{12}$  u. c.,  $\sqrt{14}$  u. c.,  $\sqrt{15}$  u. c., respectivamente. Entretanto, não conseguimos reescrever esses valores na forma  $a + b\sqrt{2}$  e, como visto acima, deveríamos concluir que o lado do quadrado seria elemento do conjunto  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ . Portanto, não é possível construir um quadrado com exatamente 6 peças do Tangram, pois  $\sqrt{12}, \sqrt{14}, \sqrt{15} \notin \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ .

Já outra obra que também nos provoca a pensar matemática é a “Brincando de rodas e rodinhas”, a pintura de Eli Heil me leva a pensar sobre mandalas, em que normalmente são compostas por figuras concêntricas e simétricas e, atualmente, muitas são desenhadas com o uso de ferramentas como régua e compasso.

Figura 23 Brincando de rodas e rodinhas, Eli Heil, 1968



Fonte: <http://eliheil.org.br/por/acervo/>

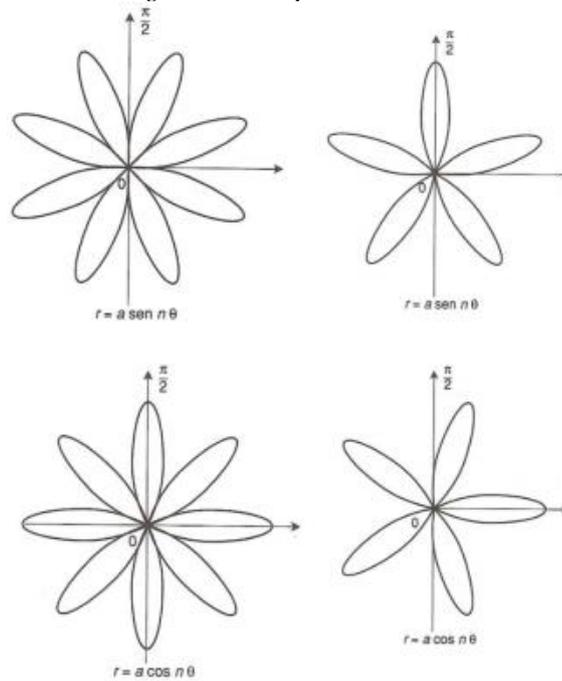
Com mandalas podemos operar diversos saberes matemáticos, mas o que ressalta ao olhar são os gráficos das curvas em coordenadas polares, tais como, rosáceas, lemniscatas, limaçons e circunferências.

Seja  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , com  $n > 1$ , rosáceas são definidas da seguinte maneira:

$$r = a \cdot \cos(n\theta) \text{ ou } r = a \cdot \text{sen}(n\theta)$$

Caso  $n$  seja par, temos uma rosácea com  $2n$  pétalas. Já, caso  $n$  seja ímpar, temos uma rosácea com  $n$  pétalas.

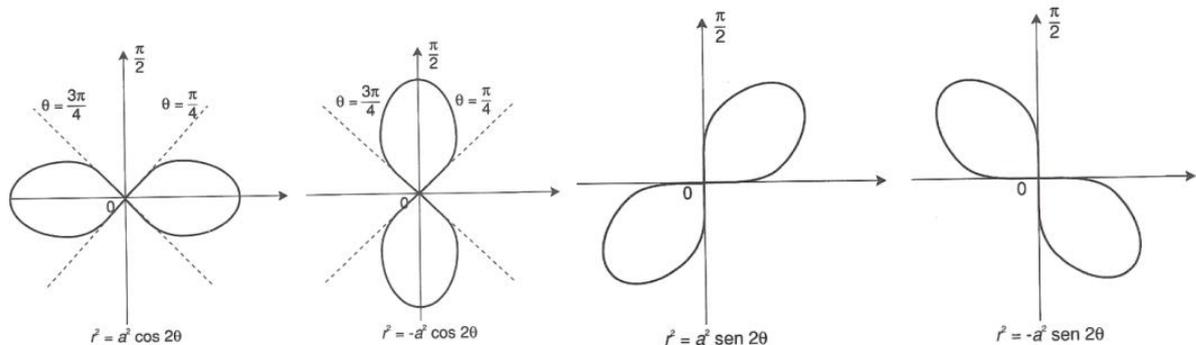
Figura 24 Exemplos de rosáceas



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

Lemniscatas são equações do tipo  $r^2 = \pm a^2 \cdot \cos(2\theta)$  ou  $r^2 = \pm a^2 \cdot \text{sen}(2\theta)$ , em que  $a \in \mathbb{R}$ . As possíveis variações estão exemplificadas na Figura 25.

Figura 25 Exemplos de lemniscatas

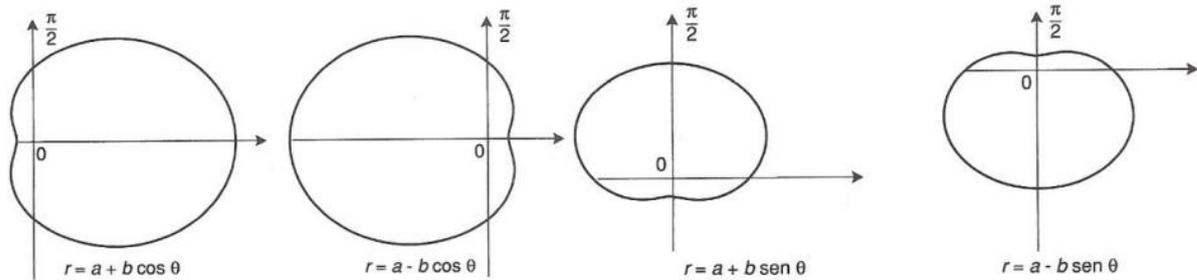


Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

Dados  $a, b \in \mathbb{R}$  temos que limaçons são figuras descritas pelas seguintes equações do tipo  $r = a \pm b \cdot \cos(\theta)$  ou  $r = a \pm b \cdot \sin(\theta)$ . Com isso, temos os seguintes casos:

- 1) Se  $a > b$ , então o gráfico não tem laço.

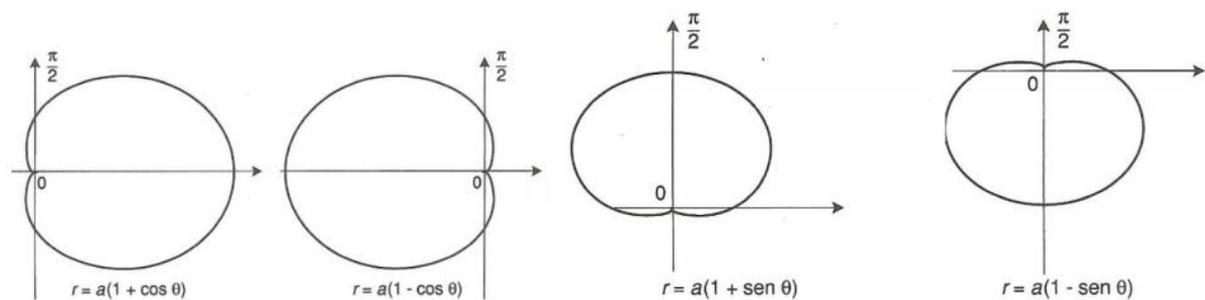
Figura 26 Exemplo limaçon sem laço



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

- 2) Se  $a = b$ , então o gráfico é conhecido como cardeioide.

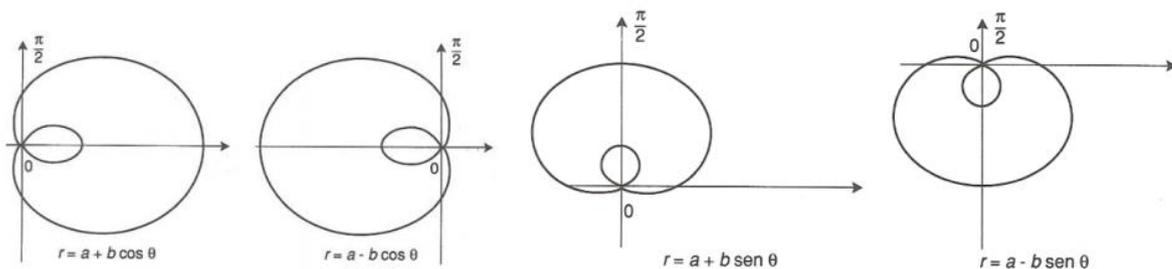
Figura 27 Exemplo cardeioide



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

- 3) Se  $a < b$ , então o gráfico possui um laço.

Figura 28 Exemplo limaçon com laço

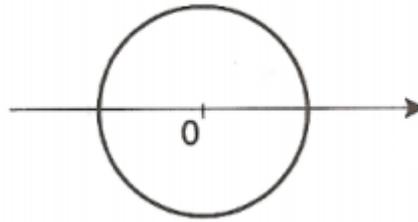


Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

Já, circunferências podem ser descritas de três formas. Dados  $a, b, c \in \mathbb{R}$  temos:

- 1)  $r = c$ . Assim, temos uma circunferência centrada no polo e com raio igual a  $|c|$ .

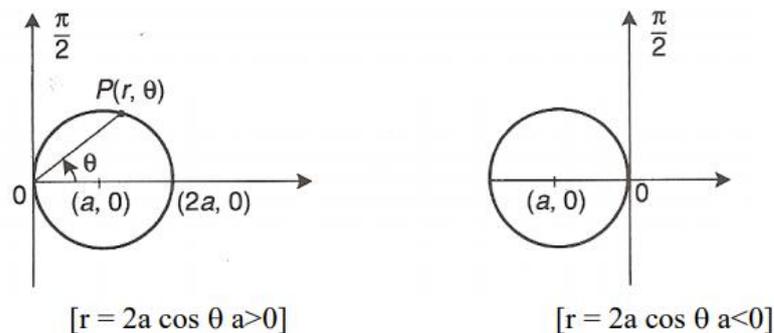
Figura 29 Exemplo circunferência  $r=c$



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

- 2)  $r = 2 \cdot a \cdot \cos\theta$ . Desse modo, temos uma circunferência com centro no eixo polar e tangente ao eixo  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Aqui, ainda temos duas possibilidades: se  $a > 0$ , então o gráfico estará à direita do polo. Caso contrário, estará à esquerda.

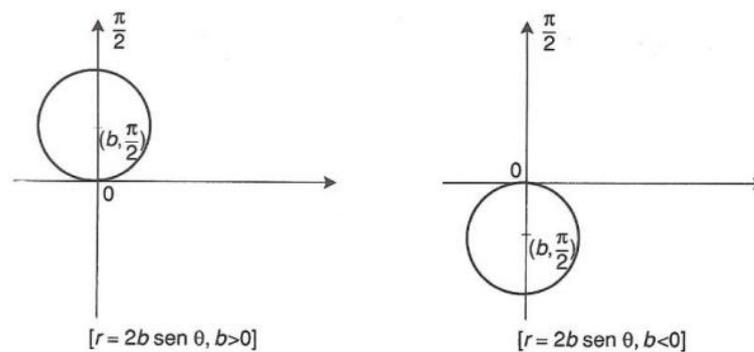
Figura 30 Exemplo circunferência com centro no eixo polar



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

- 3)  $r = 2 \cdot b \cdot \sen\theta$ . Assim, temos uma circunferência com centro no eixo  $\theta = \frac{\pi}{2}$  e tangente ao eixo polar. Ainda, temos dois cenários: se  $b > 0$ , então o gráfico estará acima do eixo polar e se  $b < 0$ , então o gráfico estará abaixo do eixo polar.

Figura 31 Exemplo circunferência tangente ao eixo polar



Fonte: <https://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/calculo/polares.pdf>

Além de ampliar o conhecimento sobre coordenadas polares, criar mandalas a partir desses saberes nos possibilita manusear instrumentos, como régua e compasso ou até mesmo softwares matemáticos, como o Geogebra, que plotam as curvas a partir de sua equação ou de pontos previamente conhecidos.

Nas possibilidades de exercícios mostrados acima não buscamos perguntar que matemática está na imagem, mas sim criar modos de pensar matemática com as imagens das obras de arte. Assim, cada exercício foi construído a partir do meu olhar, como uma estudante de Licenciatura em Matemática, que os tornaram únicos.

Os exercícios do pensamento atribuem sentido àquilo que vi na obra de Eli Heil, uma vez que “nunca olhamos para uma coisa apenas; estamos sempre olhando para a relação entre as coisas e nós mesmos” (BERGER, 1999, p. 11 *apud* ZAGO, 2009, p. 55).

Isso nos leva a adotar um tipo de postura, em que o que já está pronto não nos atende, pois nos colocamos a questionar nossas relações com o mundo, com a matemática e com a aprendizagem.

Desse modo, com as visualidades que emergem nas imagens da artista Eli Heil, os exercícios nos fazem disparar um modo de aprender que vai ao encontro da experiência, dado que não se pretende, necessariamente, ensinar com a arte, porém é desejado problematizar saberes nas aberturas que a arte com a matemática proporciona, como Flores (2020) relata em entrevista ao *podcast* Rumo ao ECEM<sup>2</sup>.

Em vista disso, os exercícios do pensar foram realizados no encontro com os signos emitidos pelo ovo na obra e no processo criativo de Eli Heil, que, a partir de um olhar matemático, me colocaram a pensar sobre saberes matemáticos, tais como, sistema de coordenadas polares, matrizes, geometria e álgebra.

Logo, o comportamento empreendido aqui é o da possibilidade de uma Educação Matemática que preze pelo livre pensar, ou seja, que um estudante ao se deparar com uma obra de arte ele possa abrir-se ao encontro e deixar-se tocar por tudo aquilo que está pregado em nós e no mundo: um modo de representar tudo e a todos com matemática; a invenção de conceitos matemáticos; as técnicas e regras matemáticas que são conteúdos de ensino.

---

<sup>2</sup> Encontro Catarinense de Educação Matemática.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os encontros que me fizeram chegar a esse trabalho de conclusão de curso agora me levam de encontro a uma tentativa de conclusão. Estes encontros, entre meu trabalho de conclusão de curso e eu, entre o ovo de Eli Heil e a matemática, foram pautados em experiência, visualidade, arte e matemática. Não tínhamos como objetivo explicar como ensinar algum conteúdo matemático, porém pretendíamos fazer pensar sobre visualidades e saberes que emergem destes encontros.

Para isso, saímos de um problema de pesquisa sobre a potência do ovo na obra de arte de Eli Heil para experimentar o pensamento e a matemática em que a ideia do ovo atualiza por meio da obra de arte. Dito de outro modo, o objetivo foi realizar exercícios de experimentação do pensamento, de modo a constituir problemas em que se atualize a ideia do ovo em conexão com os saberes matemáticos. Para tanto, a matemática aparece para além do que se vê numa relação imediata com o ovo, ou dos habituais exercícios que disso se pode fazer. O saber matemático apareceu na medida em que a obra de arte e a ideia do ovo emitiram signos para que saberes matemáticos fossem explorados.

No que diz respeito às imagens, aqui, seguindo os trabalhos desenvolvidos no GECM, e sob as ideias de Flores (2016b), são os lugares onde exercitam modos de pensar. Disparam questionamentos e pensamentos que me afetaram e geraram caminhos para discussões únicas, que poderiam ser de muitas outras maneiras também, uma vez que “as relações com a matemática se multiplicam nas singularidades” (CLARETO; SILVA, 2016, p. 935).

Lidamos com a imprevisibilidade do aprender. Cada um aprende ao seu modo, “*apesar* daquilo que se ensina” (GALLO, 2012, p. 7) e, para tanto, é essencial que tenhamos uma postura, como professor, de olhar para todos com um olhar de igualdade, em que as circunstâncias que determinam alguém são colocadas como inoperantes, mas não destruídas, de modo que antecedentes e expectativas ficariam temporariamente suspensos (MASSCHELEIN; SIMONS, 2019).

Dessa forma, os exercícios apresentados neste trabalho, ao explorar situações interligando arte e matemática, podem superar o ambiente da sala de aula e criar um espaço que abra caminhos para uma nova ética e estética do ensinar e aprender.

Assim, tanto no âmbito da formação de professores quanto do ensino e aprendizagem, esta pesquisa contribui para que possamos constituir um modo de se relacionar com a matemática que vai além de reconhecimento, podendo ser feita através da experiência e da

problematização do pensamento, uma vez que estes exercícios do pensamento fomentam uma postura em que tudo pode ser problematizado.

Por fim, os encontros com signos na obra de Eli Heil durante este trabalho produziram efeitos diversos e podem ser potencializados em atividades e oficinas matemáticas com estudantes e professores. Acreditamos que seja possível, a partir de nossos estudos, elaborar materiais para tal fim, mesmo que não tenha sido intuito deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Adalice Maria de. **Mito e magia na arte catarinense**. 1977. 452 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná.
- ARAÚJO, Adalice Maria de. **Mito e magia na arte catarinense**: Franklin Cascaes & Eli Heil. Separata. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1978, 121 p.
- BAMPI, Lisete Regina; CAMARGO, Gabriel Dummer. Didática dos Signos: ressonâncias na educação matemática contemporânea. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, n. 56, p. 954-971, dez. 2016.
- BARICHELLO, Leonardo; FRIER, Marcelo; TOREZZAN, Cristiano. **Mensagens secretas com matrizes**. [2010]. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1020>. Acesso em: 02 dez. 2020.
- BELLO, Samuel E. L.; ZORDAN, Paola; MARQUES, Diego. Signos e interpretação: entre aprendizagens e criações. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 52, p. 1-19, 2015.
- CLARETO, Sônia Maria; OLIVEIRA, Marta Elaine de. Experiência e dobra teoria-prática: a questão da formação de professores. In: CLARETO, Sônia Maria; FERRARI, Anderson (org.). **Foucault, Deleuze & Educação**. 2. ed. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. p. 141-169.
- CLARETO, Sônia Maria. Entre maçãs e números: a sala de aula de matemática, políticas cognitivas e educação matemática. **Horizontes**, Itatiba, v. 31, n. 1, p. 63-70, 2013.
- CLARETO, Sônia Maria; SILVA, Aline Aparecida da. Quanto de Inusitado Guarda uma Sala de Aula de Matemática? Aprendizagens e erro. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 926-938, dez. 2016.
- DELEUZE, Gilles. **Proust e os signos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003. Tradução de Antonio Piquet e Roberto Machado.
- DOMOKOS, G; PAPADOUPULOS, J.; RUINA, A. Static equilibria of planar, rigid bodies: is there anything new? **Journal of Elasticity**, v. 36, p. 59-66, 1994.
- DOMOKOS, G. My lunch with Arnold. **Mathematical Intelligencer**, v. 28, n. 4, p. 31-33, 2006.
- DOMOKOS, Gábor; VÁRKONYI, Péter. **The gömböc**. Budapeste, s. d. Disponível em: <http://www.gomboc.eu/en/site.php?menuId=1>. Acesso em: 10 de nov. de 2020.
- FANTI, Ermínia de Lourdes Campello et al. A matemática do Tangram: oficinas junto ao projeto de extensão Laboratório de Matemática da PROEX. In: 8º CONGRESSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA DA UNESP, 2015, São José do Rio Preto. **Anais [...]**. São José do Rio Preto: Unesp, 2015. p. 1-7.
- FLORES, Cláudia Regina. **Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva**. São Paulo: Musa Editora, 2007.
- FLORES, Claudia Regina. Cultura visual, Visualidade, Visualização Matemática: Balanço Provisório, Propostas Cautelares. **Zetetike**, v. 18, p. 271-294, 2010.
- FLORES, Cláudia Regina. Historicidade e visualidade: novos territórios da educação matemática. **Anais do XI Encontro de Educação Matemática**, p. 1-6, 2013a.

FLORES, Cláudia Regina. Visualidade e visualização matemática: novas fronteiras para a educação matemática. In: FLORES, Cláudia Regina; CASSIANI, Suzani (org.). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em Educação Matemática e Científica: sobre linguagens e práticas culturais**. Campinas: Mercado de Letras, 2013b. p. 91-104.

FLORES, Cláudia Regina; WAGNER, Débora Regina. Um mapa e um inventário da pesquisa brasileira sobre arte e educação matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 243-258, 2014.

FLORES, Cláudia Regina. Entre Kandinsky, crianças e corpo: Um exercício de uma pedagogia pobre. **Zetetike**, v. 23, n. 1, p. 237-252, 2015.

FLORES, Cláudia Regina. **Traços de crianças: pensando matemática por meio de imagens da arte**. Projeto de pesquisa aprovado pelo CNPq, 2016a.

FLORES, Cláudia Regina. Descaminhos: potencialidades da arte com a educação matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 502-514, ago. 2016b.

FLORES, Cláudia Regina. Matemática e Arte. In: **RUMO AO ECEM: Matemática e Arte**. Entrevistador: Lucas Martini. Entrevistada: Cláudia Regina Flores. [S.L.]: SBEM-SC, 24 jul. 2020. Podcast. Disponível em: [https://open.spotify.com/episode/3vp0Xa2Epr8zhSRVITiPD3?si=TRn3E0F\\_RiOjN9hpDx2XXQ](https://open.spotify.com/episode/3vp0Xa2Epr8zhSRVITiPD3?si=TRn3E0F_RiOjN9hpDx2XXQ). Acesso em: 05 abr. 2021.

FRANCISCO, Bruno Moreno; FLORES, Cláudia Regina. Re-tra-tos de crianças: experiências e de-formações do pensamento em cena. **Educação e Fronteira On-line**, Dourados, v. 6, n. 17, p. 65-80, 2016.

FRANCISCO, Bruno Moreno. **Um oficina-de-experiências que pensa com crianças: matemáticas-cubistas, formas brincantes e ex-posições**. 265 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2017.

FOSTER, Hal. **Vision and visibility**. Seattle: Bay Press, 1988.

GALLO, Sílvio. As múltiplas dimensões do aprender... In: CONGRESSO DE EDUCAÇÃO BÁSICA: APRENDIZAGEM E CURRÍCULO, 2012, Florianópolis. **Anais [...]**. Florianópolis: PMF, 2012. p. 1-10. Disponível em: [http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/13\\_02\\_2012\\_10.54.50.a0ac3b8a140676ef8ae0dbf32e662762.pdf](http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/13_02_2012_10.54.50.a0ac3b8a140676ef8ae0dbf32e662762.pdf). Acesso em: 29 mar. 2021.

GALLO, Sílvio. Filosofias da diferença e educação: o revezamento entre teoria e prática. In: CLARETO, Sônia Maria; FERRARI, Anderson (org.). **Foucault, Deleuze & Educação**. 2. ed. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. p. 123-139.

GESSER, Gabriel José. **Pensar matemática com a arte cubista: uma experiência com crianças do quinto ano do Colégio de Aplicação da UFSC**. Florianópolis, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Curso de Licenciatura em Matemática.

HEIL, Eli. **Vomitando os Sentimentos**. Florianópolis: Fundação O Mundo Ovo de Eli Heil, 2000.

HEIL, Eli; CORRÊA NETO, Ylmar; PAULI, Adriano. **Eli Heil: 85 anos**. Florianópolis: FCC, 2014.

JANESCH, Silvia Martini de Holanda; TANEJA, Inder Jeet. **Cálculo II**. 2. ed. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2010. 224 p.

JANESCH, Oscar Ricardo; TANEJA, Inder Jeet. **Álgebra I**. 2. ed. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2011. 215 p.

KERSCHER, Mônica Maria. **Uma matemática que per-corre com crianças em uma experiência abstrata num espaço-escola-espaço**. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 19, p. 20-28, 2002.

LAZZAROTTO, Gislei Domingas Romanzini. Experimentar. In: FONSECA, Tania Mara Galli; NASCIMENTO, Maria Lívia do; MARASCHIN, Cleci (org.). **Pesquisar na diferença: um abecedário**. Porta Alegre: Sulina, 2012. p. 99-101.

LISPECTOR, Clarice. **Uma aprendizagem ou o livro dos prazeres**. Rio de Janeiro: Rocco, 1998.

LORENZ, Jandira. **A obra plástica de Eli Heil: ensaio**. Florianópolis: FFC, 1985.

MASSCHELEIN, Jan; SIMONS, Maarten. **Em defesa da escola: uma questão pública**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. Tradução de Cristina Antunes.

NOVAES, José Antonio; SILVA JUNIOR, Celso Marques da; NOVAES, André Monteiro. Tangram: por que não se pode construir um quadrado utilizando exatamente 6 de suas peças? **Boletim GEPEM**, Seropédica, n. 65, p. 17-27, dez. 2014.

SAMAIN, Etienne. Antropologia de uma imagem "sem importância". **Ilha**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 47-64, jul. 2003.

SOUZA, Jéssica Juliane Lins de. **Traços surreais no encontro com Salvador Dali e crianças e matemática e oficina**. Florianópolis, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Curso de Licenciatura em Matemática.

VÁRKONYI, P. L.; DOMOKOS G. Mono-monostatic bodies: the answer to Arnold's question. **Mathematical Intelligencer**, v. 28, n. 4, p. 34-38, 2006a.

VÁRKONYI, P. L.; DOMOKOS, G. Static equilibria of rigid bodies: dice, pebbles and the Poincare-Hopf Theorem. **J. Nonlinear Sci.** v. 16, p. 255-281, 2006b.

ZAGO, Hellen da Silva. **Ensino, geometria e arte: um olhar para as obras de Rodrigo de Haro**. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.