

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
COORDENADORIA ESPECIAL DE OCEANOGRAFIA
GRADUAÇÃO EM OCEANOGRAFIA

Lucas Fragoso Vale Paiva

**INVERSÃO TOMOGRÁFICA DE DADOS DE *OCEAN BOTTOM NODES*
CONSIDERANDO PARAMETRIZAÇÕES DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
OCEANO**

Florianópolis

2021

Lucas Fragoso Vale Paiva

**INVERSÃO TOMOGRÁFICA DE DADOS DE *OCEAN BOTTOM NODES*
CONSIDERANDO PARAMETRIZAÇÕES DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
OCEANO**

Trabalho Conclusão do Curso de Graduação em Oceanografia do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Oceanografia.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Henrique da Fontoura Klein

Coorientador: Dr. Eng. Francisco Carlos Lajús Junior

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Paiva, Lucas Fragoso Vale
Inversão tomográfica de dados de Ocean Bottom Nodes
considerando parametrizações do perfil de velocidade do
oceano / Lucas Fragoso Vale Paiva ; orientador, Antonio
Henrique da Fontoura Klein, coorientador, Francisco Carlos
Junior Lajús, 2021.
71 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências
Físicas e Matemáticas, Graduação em Oceanografia,
Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Oceanografia. 2. Velocidade do som no oceano. 3.
Ocean Bottom Nodes. 4. Problema Inverso. 5. Tomografia
Acústica Oceânica. I. Klein, Antonio Henrique da Fontoura.
II. Lajús, Francisco Carlos Junior. III. Universidade
Federal de Santa Catarina. Graduação em Oceanografia. IV.
Título.

Lucas Fragoso Vale Paiva

**INVERSÃO TOMOGRÁFICA DE DADOS DE *OCEAN BOTTOM NODES*
CONSIDERANDO PARAMETRIZAÇÕES DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
OCEANO**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Oceanografia e aprovado em sua forma final pelo Curso de Oceanografia.

Florianópolis, 20 de maio de 2021.

Prof. Dr. Felipe Mendonça Pimenta
Coordenador do Curso de Oceanografia

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Antonio Henrique da Fontoura Klein
Orientador(a)
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Dr. André Bulcão
Avaliador
CENPES/PETROBRAS

Dr. Bruno Pereira Dias
Avaliador
CENPES/PETROBRAS

Prof. Dr. Antonio Fernando Härter Fetter Filho
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, Simone e Fernando, por todo o apoio e amor imensuráveis oferecidos ao longo desses 23 anos. Estar com vocês durante essa pandemia foi essencial para mim. Vocês são a base da minha vida, sendo de grande importância para minha formação como pessoa. Amo vocês mais do que tudo!

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. Antonio Henrique da Fontoura Klein, por todos os ensinamentos, tempo dedicado e oportunidades oferecidas para minha formação. Aprendi muito com o senhor, e sem dúvidas seus ensinamentos me ajudaram a crescer de forma profissional e pessoal. Te admiro demais, e fico muito feliz de você ter feito parte da minha história. Obrigado por tudo, professor!

Quero agradecer ao meu coorientador, Dr. Eng. Francisco Carlos Lajús Junior, por todos os ensinamentos ao longo dos últimos 2 anos. Sem dúvidas, você foi essencial para a realização deste trabalho. Agradeço muito por todo o tempo, paciência, conversas, risadas e conhecimento compartilhado. Também aprendi demais contigo! Minha dedicação e determinação é reflexo de todo seu esforço investido na realização deste TCC.

Gostaria de agradecer aos membros da banca avaliadora, Dr. André Bulcão, Dr. Bruno Pereira Dias e Prof. Dr. Antonio Fernando Härter Fetter Filho, pela disponibilidade em avaliar meu trabalho. Todas as sugestões, correções e discussões foram/são muito importantes, tanto para a realização do TCC quanto para meu aprendizado como futuro profissional. Também fico feliz dos senhores terem feito parte desta minha trajetória acadêmica.

Certamente, as pessoas mais importantes para minha formação como Oceanógrafo são meus professores do Curso de Oceanografia da UFSC. Agradeço demais por todo o conhecimento adquirido ao longo dos últimos 5 anos. Vocês são um exemplo de educadores e pesquisadores. Tenho orgulho de ter sido aluno de vocês! Gostaria de deixar um agradecimento especial para cada um. Obrigado!

Quero agradecer e dedicar este trabalho a todos os meus amigos da Turma 16.1, em especial ao Henrique, Renan, Vítor, Ronaldo, Pedro, Dieni, Hillary, Luana, Lua, Letícia, Nanda, Khau e Ju. Considero vocês minha segunda família. Aos meus outros amigos que me acompanharam na graduação, Bruna Hoff, Bruna Cândido, Lisa, Miriã, Júlio, Ana, Malu, Hannah, Carol, Marco, Bianca, Bárbara, Juana, Hugo, Mateus, Rafa, Johnny, e João. Vocês são um presente incrível que a vida me deu. Sinto muita saudade de todos. Espero que possamos comemorar o fim desse ciclo juntos em breve.

A todos os colegas do Núcleo de Estudos do Mar (NEMAR) e do Laboratório de Oceanografia Costeira (LOC), por todos os momentos, brincadeiras, conversas e cafés compartilhados. Um agradecimento especial a Bianca, amiga e colega da futura profissão, que foi de fundamental importância para meu início como bolsista no LOC. Também gostaria de agradecer a Pâmela, Pedro e Yasmim, que colaboraram diretamente com o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, quero agradecer aos demais colegas e professores do projeto “Determinação da Velocidade do Som na Coluna d’Água utilizando Dados de Levantamentos Sísmicos”, pelas reuniões e troca de conhecimento nos últimos 2 anos, e a Petrobras, pela oportunidade da bolsa concedida, que possibilitou a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso.

“Se você quiser alguém em confiar, confie em si mesmo. Quem acredita sempre alcança.”

Renato Russo

RESUMO

Usualmente, em levantamentos sísmicos marinhos voltados ao imageamento de estruturas geológicas, o oceano é tido como um meio homogêneo, caracterizado por propriedades médias da coluna d'água. Entretanto, heterogeneidades causadas pelas variações de salinidade e temperatura dentro do meio oceânico podem afetar significativamente a reconstrução das propriedades geológicas, especialmente se considerados os longos intervalos de tempo envolvidos durante uma aquisição sísmica (na ordem de meses), em regiões bastante profundas. O presente trabalho tem como objetivo investigar a formulação de um método de inversão voltado à reconstrução do perfil de velocidade do som da camada d'água, a partir dos tempos de trânsito da onda direta registrados por sensores dispostos no fundo oceânico (OBNs - *Ocean Bottom Nodes*). Dadas as similaridades com problemas típicos da Tomografia Acústica Oceânica, esta formulação também se baseia na linearização das perturbações de velocidade do som no meio oceânico, em relação a um perfil base conhecido. Como regularização, dois tipos de dados oceanográficos que podem ser obtidos *a priori* são considerados: 1) o comportamento histórico típico de médias mensais obtidas de um modelo de reanálise global (GLORYS) para uma região de interesse, e 2) a parametrização das variações oceânicas em relação à média mensal histórica, na forma de séries de Fourier com decaimento exponencial. Os perfis reconstruídos apresentaram um comportamento mais próximo às medições em relação ao perfil homogêneo, o qual é tipicamente considerado no imageamento geofísico.

Palavras-chave: *Ocean Bottom Nodes*, tempo de trânsito da onda direta, velocidade do som do oceano, Problema Inverso, Tomografia Acústica Oceânica.

ABSTRACT

Usually, in marine seismic surveys aimed at imaging geological structures, the ocean is considered a homogeneous medium, characterized by average properties of the water column. However, heterogeneities caused by variations in salinity and temperature within the ocean environment can significantly affect the reconstruction of geological properties, especially considering the long time intervals involved during a seismic acquisition (in the order of months), in very deep regions. The present work aims to investigate the formulation of an inversion method aimed at the reconstruction of the sound velocity profile of the water layer, based on the travel times of the direct wave recorded by sensors placed on the ocean floor (OBNs - Ocean Bottom Nodes). Given the similarities with typical problems of Oceanic Acoustic Tomography, this formulation is also based on the linearization of sound velocity disturbances in the ocean environment, in relation to a known base profile. As regularization, two types of oceanographic data that can be obtained a priori are considered: 1) the typical historical behavior of monthly averages obtained from a global reanalysis model (GLORYS) for a region of interest, and 2) the parameterization of oceanic variations in relation to the historical monthly average, in the form of Fourier series with exponential decay. The reconstructed profiles showed a behavior closer to the measurements in relation to the homogeneous profile, which is typically considered in geophysical imaging.

Keywords: Ocean Bottom Nodes, direct wave travel time, ocean sound speed, Inversion, Ocean Acoustic Tomography.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fluxograma das etapas desenvolvida neste trabalho.....	20
Figura 2: Perfis médios do mês de novembro, dezembro, janeiro e fevereiro, obtidos a partir dos valores médios mensais (entre 1993 e 2018) de temperatura e salinidade, extraídos do modelo de reanálise GLORYS. Os perfis de velocidade obtidos em 50 níveis verticais foram interpolados em um novo <i>grid</i> com espaçamento de 1 m ao longo de z , até a profundidade de 1971 m.	22
Figura 3: Variação dos perfis de velocidade da região de estudo ao longo do período do levantamento sísmico (novembro de 2017 a fevereiro de 2018), desconsiderando a dispersão espacial dos dados. As linhas verticais indicam os instantes de coleta dos perfis. A linha preta em destaque é relacionada ao Perfil 12, no qual foi observado uma anomalia do perfil de velocidade em relação aos demais perfis. As linhas brancas são referentes aos limites de densidade das interfaces entre as massas d'água da região de estudo, calculadas pela TEOS-10 (AT=Água Tropical, ACAS=Água Central do Atlântico Sul, AIA=Água Intermediária Antártica e APAN=Água Profunda do Atlântico Norte) (PEREIRA et al., 2014).....	23
Figura 4: Dispersão dos perfis de velocidade do som (superior esquerdo), temperatura (superior direito), salinidade (inferior esquerdo) e anomalia de densidade (inferior direito), indicada pela sobreposição dos 23 perfis (linhas pretas) a média (linha laranja), desvio padrão (área azul), e perfis anômalos fora da tendência (linhas vermelhas e verdes).	25
Figura 5: Elevação da superfície do mar obtido a partir de dados de altimetria de satélite, indicando a passagem de um vórtice oceânico (quadrado vermelho) sobre à região de estudo (Bacia de Santos) durante o período de coleta do Perfil 12 (17/12/2017). Figura elaborada pela MSc. Oceanógrafa Antônia Pamela Yhaohannah De Lima, integrante do Laboratório de Dinâmica dos Oceanos (LABDINO-UFSC).	26
Figura 6: Comportamento de $g(x)$ da Equação 3.4 (topo), considerando diferentes valores de h (-6,-8 e -10). Comportamento esperado dos termos cossenos e senos (canto esquerdo), considerando $R = 1600$ e $k = 1$ e 4 , respectivamente. Característica do decaimento exponencial ($eg(z)$) ao longo da profundidade (centro) e comportamento das funções de base (cosseno e seno + decaimento exponencial) ao longo de z (canto direito).	30
Figura 7: Resultados da parametrização da perturbação do Perfil 1 (a esquerda) e Perfil 12 (a direita). Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Importante mencionar que as curvas dos perfis estão fora de escala para melhor visualização dos resultados.	39

Figura 8: Resultados da parametrização da perturbação do Perfil 14 (a esquerda) e Perfil 23 (a direita). Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Importante mencionar que as curvas dos perfis estão fora de escala para melhor visualização dos resultados. 39

Figura 9: Distribuição cumulativa dos resultados dos Coeficientes de Determinação Ajustado da parametrização, considerando $R = 1800$ e $h = -10$. A linha vermelha evidencia que 50% dos resultados estão acima dos 0,86. A linha preta indica que 20% dos resultados estão abaixo de 0,69 (i.e, 80% dos perfis apresentam índices de $R2a$ superiores à 0,69). 40

Figura 10: Tempos de trânsito dos 23 perfis, calculados via *ray-tracing* (a esquerda). Desvio absoluto de todos os tempos de trânsito calculados (a direita), evidenciando uma diferença de $10 - 3$ s nos menores *offsets* e $10 - 2$ s nos maiores *offsets*. 41

Figura 11: Caminhos de propagação dos raios obtidos para os 4 modelos de velocidade dos perfis médios mensais. Tempos de trânsito calculados por *ray-tracing*, (linhas pretas) e raios retos (linhas verdes). Desvios absolutos dos tempos de trânsito entre os dois métodos para o modelo de novembro (canto superior esquerdo), dezembro (canto superior direito), janeiro (canto inferior esquerdo) e fevereiro (canto inferior direito). 42

Figura 12: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 1 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de novembro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de novembro (linha vermelha) e do Perfil 1 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt 44

Figura 13: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 12 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de dezembro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de dezembro (linha vermelha) e do Perfil 12 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* intermediários apresentam os menores valores de δt 45

Figura 14: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 14 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de janeiro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de janeiro (linha vermelha) e do Perfil 14 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior)

dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt 46

Figura 15: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 23 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de fevereiro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de fevereiro (linha vermelha) e do Perfil 23 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt 47

Figura 16: Comparação entre os perfis reais (canto superior), perfis reconstruídos via inversão (centro), considerando os perfis médios mensais, e valores de RMSE (canto inferior). Todos os 23 resultados foram interpolados ao longo do período de aquisição dos dados, desconsiderando a dispersão espacial. As linhas verticais indicam os instantes de coleta dos perfis. A linha preta em destaque é relacionada ao Perfil 12, no qual foi obtido o erro máximo entre todos os 23 perfis ($RMSE = 13,31 \text{ ms} - 1$, em $z \approx 200 \text{ m}$). 49

Figura 17: Comparação entre os perfis reais (canto superior), perfis reconstruídos via inversão (centro), considerando um perfil constante ($c_0(z)=1500 \text{ ms} - 1$), e valores de RMSE (canto inferior). Todos os 23 resultados foram interpolados ao longo do período de aquisição dos dados, desconsiderando a dispersão espacial. Os erros máximos obtidos em todos os 23 perfis estão na região mais superficial do oceano, com valores de RMSE próximos à $40 \text{ ms} - 1$. .. 50

Figura 18: Perfil 1 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de novembro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 1 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde). 52

Figura 19: Perfil 12 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de dezembro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 12 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde). 53

Figura 20: Perfil 14 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de janeiro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 14

coletado <i>in situ</i> (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).	54
Figura 21: Perfil 23 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a direita) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de fevereiro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 23 coletado <i>in situ</i> (linha preta). Erro médio quadrático (a esquerda) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).	56
Figura 22: Valores singulares das colunas da matriz L , considerando os 4 perfis exemplificados na reconstrução local. Apenas a 1ª coluna da matriz em todos os casos retornou algum valor singular (10^{-3}). As demais colunas obtiveram valores na ordem de 10^{-19} a 10^{-21}	58
Figura 23: Comparação dos resultados do ajuste de curvas, considerando 5 e 9 coeficientes da Equação 3.4 para os Perfis 1 (canto superior esquerdo), 12 (canto superior direito), 14 (canto inferior esquerdo) e 23 (canto inferior direito).	59
Figura 24: Distribuição cumulativa dos resultados dos Coeficientes de Determinação Ajustado da parametrização considerando demais valores dos parâmetros R e h . A linha vermelha (preta) apresenta a distribuição de 50% (80%) dos resultados dos perfis.	68
Figura 25: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 1 a 8. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta).	15
Figura 26: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 9 a 16. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta).	16
Figura 27: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 17 a 24. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Detalhe que não há o Perfil 21, pois este foi dado era um dado duplicado do Perfil 20.	15

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Faixa de valores dos parâmetros R e h, avaliados no ajuste de curvas.....	29
Tabela 2: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 1.....	52
Tabela 3: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 12.....	54
Tabela 4: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 14.....	55
Tabela 5: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 23.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

OBNs	<i>Ocean Bottom Nodes</i>
ROV	<i>Remotely Operated Underwater Vehicle</i>
OS	Oceanografia Sísmica
CTD	<i>Conductivity, Temperature and Depth</i>
XBT	<i>Expendable BathyThermograph</i>
SVP	<i>Sound Velocity Profile</i>
TAO	Tomografia Acústica Oceânica
SOFAR	<i>Sound Fixing and Ranging Channel</i>
VSP	<i>Vertical Seismic Profile</i>
PI	Problema Inverso
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
$c_0(z)$	Perfil de velocidade do som médio (em função da profundidade)
$\delta c(z)$	Perturbações dos perfis de velocidade do som (em função da profundidade)
GLORYS	<i>Global Ocean Reanalyses and Simulations</i>
GMMC	<i>Groupe Mission Mercator Coriolis</i>
CNRS	<i>Centre National de la Recherche Scientifique</i>
z	Profundidade (em metros)
t	Tempo de trânsito (em segundos)
t_0	Tempo de trânsito do perfil médio mensal (em segundos)
δt	Perturbações do tempo de trânsito (em segundos)
$ \Delta t_0 $	Desvio absoluto dos tempos de trânsito dos perfis médios mensais (em segundos)
$ \Delta t $	Desvio absoluto dos tempos de trânsito dos perfis <i>in situ</i> (em segundos)
TEOS10	<i>Thermodynamic Equation of Seawater-2010</i>
EOF	<i>Empirical Orthogonal Functions</i>
$c(z)$	Perfil de velocidade do som medido <i>in situ</i> (ms^{-1})

R^2_a	Coeficiente de Determinação Ajustado
RMSE	Erro Médio Quadrático (ms^{-1})
τ	Variável paramétrica
d	Conjunto de dados observados
m	Conjunto de parâmetros do modelo
L	Operador linear L
L^+	Pseudoinversa ou operador adjunto de L

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVOS	18
2.1	Objetivo Geral	18
2.2	Objetivos Específicos	18
3	MATERIAIS E MÉTODOS	19
3.1	Etapas do trabalho desenvolvido	19
3.2	Obtenção dos dados oceanográficos	20
3.2.1	Modelo de reanálise global (GLORYS12V1)	21
3.2.1.1	<i>Perfis Médios Mensais $c_0(z)$</i>	22
3.2.2	Descrição dos dados de velocidade do som medidos <i>in situ</i>	22
3.3	Parametrização	26
3.3.1	Funções de base	28
3.4	Problema direto	31
3.4.1	Traçado de raios	31
3.4.2	Cálculo das perturbações de tempo de trânsito δt	32
3.4.3	Solução do Problema direto via raios retos	33
3.5	Problema Inverso	34
3.5.1	Formulação do sistema	35
3.5.2	Solução do Problema Inverso	36
3.6	Análise dos resultados	36
4	RESULTADOS	37
4.1	Parametrização das perturbações	37
4.2	Problema Direto	40
4.2.1	Traçados de raios	40
4.2.2	Cálculo do tempo de trânsito via raios retos	41
4.2.3	Perturbações dos tempos de trânsito	43

4.3	Inversão e avaliação dos resultados	48
4.3.1	Reconstrução da variação temporal da velocidade do som	48
4.3.2	Reconstrução local dos perfis e avaliação do erro	51
5	DISCUSSÃO	57
6	CONCLUSÃO.....	59
	REFERÊNCIAS	62
	APÊNDICE A	68

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, os métodos sísmicos marinhos se consolidaram com uma das principais ferramentas para o estudo de estruturas geológicas localizadas na subsuperfície dos oceanos (SHERIFF, 2002; SONG et al., 2012). Amplamente utilizada pela indústria do óleo e gás, os métodos sísmicos constituem uma técnica geofísica, que utiliza da interação de ondas sonoras com as propriedades do meio para obter informações precisas do ambiente (DONDURUR, 2018). Dentre os diferentes tipos de esquemas de aquisição sísmica marinha, na sísmica de reflexão o uso de fontes do tipo *air gun* e cabos contendo um grande número de hidrofones (*streamers*), configura o método mais tradicional de aquisição de dados para serem empregados nas metodologias de reconstrução das propriedades geológicas em subsuperfície (SHERIFF; GELDART, 1995; KEAREY; BROOKS; HILL, 2009).

Entretanto, o interesse na melhoria do imageamento de subsuperfície, principalmente para o monitoramento de estruturas geológicas durante a extração de reservatórios de óleo e gás, motivou a utilização de novas geometrias de aquisição e o desenvolvimento de fontes e sensores voltados a uma maior cobertura espacial da região (MOLDOVEANU; EGAN, 2006). Neste contexto, a sísmica de fundo oceânico (*Ocean Bottom Seismic*) constitui outro esquema de levantamento sísmico bastante utilizado na exploração e monitoramento de reservatório de óleo e gás (DONDURUR, 2018). Diferentemente do método convencional, no qual os receptores são rebocados próximos à superfície, a sísmica de fundo oceânico é caracterizada pela disposição dos receptores sobre o assoalho marinho (GRION et al., 2007; SMYTHE et al., 2018). No caso da aquisição com *Ocean Bottom Nodes* (OBNs), os sensores sísmicos são instalados em equipamentos autônomos individuais (*nodes*), nos quais são colocados no fundo oceânico pelo auxílio de um *Remotely Operated Underwater Vehicle* (ROV). Durante o levantamento sísmico, apenas a fonte sonora é rebocada na superfície do oceano, enquanto os dados sísmicos são armazenados diretamente nos OBNs, sendo esses resgatados do fundo marinho ao fim da operação (AMINI et al., 2016; DONDURUR, 2018; SMYTHE et al., 2018).

A geometria específica aplicada na sísmica de fundo oceânico fornece inúmeras vantagens em relação ao método convencional (HOWIE et al., 2008; PACAL, 2012). A capacidade de registro de diferentes componentes da onda sísmica, em função dos múltiplos sensores (geofones e hidrofones), caracterizam a sísmica de fundo oceânico como multicomponente, pois tem-se registrado tanto os campos de pressões (hidrofones) quanto os campos de deslocamentos (geofones). Neste aspecto, a sísmica de fundo oceânico fornece uma

maior qualidade dos dados sísmicos adquiridos em relação ao método com o uso de *streamers*. Em relação à aquisição com *Ocean Bottom Nodes*, a autonomia e facilidade da instalação dos *nodes* no fundo marinho e o fornecimento de uma cobertura azimutal completa (*full azimuth*) possibilitam uma maior repetibilidade das aquisições sísmicas e o registro de dados verdadeiramente tridimensionais das estruturas geológicas (GRION et al., 2007; HOWIE et al., 2008; PACAL, 2012; CYPRIANO et al., 2019). Para o estudo de monitoramento de reservatórios de petróleo, o sistema de OBNs se apresenta como um método bastante interessante, uma vez que sua configuração permite aquisição de dados com elevada repetibilidade (posições mais semelhantes possíveis de fontes e receptores), o que possibilita a realização de aquisições sísmicas em diferentes intervalos de tempo propiciando o monitoramento das variações de propriedades do meio (denominados levantamentos sísmicos 4D).

Usualmente, nos processamentos dos dados sísmicos marinhos, o oceano é tido como um meio homogêneo, caracterizado por uma velocidade constante no tempo e no espaço (ZOU et al., 2018). Entretanto, a velocidade do som na coluna d'água está diretamente relacionada com as propriedades físicas do meio, sendo função da temperatura, salinidade e pressão (JENSEN et al., 2011; ETTER, 2018). Uma vez que tais parâmetros físicos variam conforme a dinâmica do oceano, a velocidade do som também varia espacialmente e temporalmente no ambiente (JENSEN et al., 2011; ETTER, 2018). Para levantamentos sísmicos 3D e 4D, nos quais os períodos de aquisição podem chegar na ordem de semanas a meses, as variações dos parâmetros termohalinos (e, conseqüentemente, variações da velocidade do som) associadas à processos oceânicos de meso e larga escala (vórtices, correntes, maré, entre outros) são fenômenos já conhecidos por afetar a qualidade dos dados sísmicos adquiridos (WOMBELL, 1996; BERTRAND; MACBETH, 2003; LACOMBE et al., 2006).

Para a caracterização destes parâmetros físicos do oceano, frequentemente são utilizados métodos tradicionais de medições *in situ* (CTD, XBT e SVP). Entretanto, tais equipamentos apresentam certas limitações, como a necessidade de parada total da embarcação para a coleta dos dados e a baixa resolução horizontal obtida, em função das grandes distâncias entre os pontos de coleta (HOLBROOK et al., 2003). Uma alternativa a estes métodos tradicionais, bastante interessante em monitoramentos sísmicos, é a chamada Oceanografia Sísmica (OS), que utiliza das reflexões encontradas na coluna d'água dos próprios dados sísmicos registrados pelos *streamers* para obter uma caracterização mais precisa de estruturas e parâmetros físicos do oceano (HOLBROOK et al., 2003; NANDI et al., 2004; SONG et al.,

2009). Esta melhor caracterização se deve principalmente a uma maior resolução horizontal, resultante do pequeno intervalo de tiros e espaçamento entre sensores (que no caso da aquisição empregando *streamers*, ambos podem chegar na ordem de metros) (HOLBROOK et al., 2003; SONG et al., 2009).

A extensão da mesma proposta da OS, voltada à reconstrução da velocidade do som do oceano utilizando dados de levantamentos 3D e 4D, já foi considerada em trabalhos anteriores (BOEHM; CRISE; VESNAVER, 1995; RITTER, 2010; GRAD et al., 2011; LI et al., 2015; AMINI et al., 2016). A partir desses estudos verifica-se que, considerando a geometria horizontal dos OBNs, e assumindo apenas o uso dos tempos de trânsito de ondas transmitidas (onda direta), a reconstrução de um perfil de velocidade é restrita a obtenção de um valor médio (BOEHM; CRISE; VESNAVER, 1995; AMINI et al., 2016; ZOU et al., 2018). A literatura sugere que um melhor detalhamento do perfil pode ser obtido somente com a utilização de dados sísmicos adicionais, como o registro das múltiplas reflexões presas dentro da coluna d'água (BOEHM; CRISE; VESNAVER, 1995; GRAD et al., 2011; DUNN, 2015) ou inclusão de receptores verticais (*Vertical Seismic Profiles-VSP*) (VESNAVER, 1995; ZOU et al., 2018).

Entretanto, de forma semelhante ao Problema Inverso de ondas transmitidas captadas por OBNs, a Tomografia Acústica Oceânica (TAO) também utiliza de métodos acústicos na obtenção de parâmetros do ambiente marinho. Proposta inicialmente em 1979 pelos oceanógrafos *Walter Munk* e *Carl Wunsch*, a TAO consiste em uma técnica de monitoramento oceânico de larga escala que, de uma forma geral, utiliza dos tempos de trânsito de ondas acústicas transmitidas (geralmente em alta frequência, i.e, entre 300 e 1000 Hz) para obter as propriedades físicas do oceano e/ou identificar estruturas de mesoescala (MUNK; WUNSCH, 1979; MARIN, 2015; DUSHAW, 2016). A principal diferença entre a TAO e a tomografia empregando dados oriundos da aquisição com OBNs se deve a orientação vertical da distribuição de fontes e sensores (ortogonal ao caso dos *nodes*), que se assemelha também a Tomografia entre Poços (*Crosswell Tomography*) (BREGMAN; BAILEY; CHAPMAN, 1989; WASHBOURNE; RECTOR; BUBE, 2002). Esta configuração é voltada principalmente a explorar os aspectos mais favoráveis a transmissão sonora na região oceânica do canal acústico SOFAR (*Sound Fixing and Ranging Channel*) (MUNK; WORCESTER; WUNSCH, 1995; JENSEN et al., 2011). Com relação aos trabalhos verificados na literatura (MUNK; WUNSCH, 1979; CORNUELLE; HOWE, 1987; MUNK; WORCESTER; WUNSCH, 1995), vale destacar o uso habitual de uma formulação linear para caracterizar as perturbações das propriedades oceânicas, partindo-se do conhecimento *a priori* de um estado base do oceano. Esta linearidade,

entretanto, é complicada pela utilização de técnicas de traçado de raios, que buscam caracterizar as diferentes interferências/reflexões sofridas pela frente de onda durante a sua propagação em grandes distâncias (MUNK; WORCESTER; WUNSCH, 1995; KANEKO; ZHU; LIN, 2020). De forma complementar, o aspecto destas perturbações pode também ser caracterizado na forma de modos ou autofunções extraídas de uma base de dados histórica, de modo a auxiliar na regularização do Problema Inverso (CORNUELLE et al., 1985; MAKAROV, 2010).

O presente trabalho propõe investigar a formulação de um método de inversão voltado à reconstrução do perfil de velocidade do som no oceano, a partir do uso restrito dos tempos de trânsito da onda direta registrados em OBNs. Esta proposta se baseia em uma aplicação dos princípios adotados da área de Tomografia Acústica Oceânica para a configuração de sensores horizontais, partindo-se do conhecimento *a priori* de perfis de velocidade do som e parametrização das perturbações. Neste caso, o perfil base do oceano é obtido a partir de resultados de um modelo de reanálise global. Este estudo apresenta um caráter exploratório na qualificação de potenciais melhorias com relação a hipótese de meio homogêneo no tratamento da camada d'água em dados sísmicos.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Formular um Problema Inverso para a reconstrução de perfis de velocidade do som do oceano, com base nos tempos de trânsito da onda direta registrados por sensores sísmicos do tipo *Ocean Bottom Nodes*, considerando o conhecimento preliminar do comportamento oceânico.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obter um comportamento do perfil de velocidade do som médio (com base em modelos de reanálise global) para uma região oceânica de interesse, considerando um período de aquisição de dados de OBNs;
- Avaliar uma parametrização das perturbações de perfis de velocidade do som medidos *in situ* em relação às médias históricas;

- Investigar características para a solução do Problema Direto, relacionando a propagação acústica no meio marinho e obter os tempos de trânsito da onda direta (via *ray-tracing*);
- Formular um operador linear para a determinação de coeficientes da parametrização, e aplicar inversão para a reconstrução dos perfis de velocidade do som;
- Avaliar o erro entre os perfis de velocidade do som reais (medidos *in situ*) e os perfis reconstruídos, para validação do processo de inversão;

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 ETAPAS DO TRABALHO DESENVOLVIDO

Um esquema do fluxograma de atividades proposto para atender aos objetivos previamente estabelecidos é apresentado na Figura 1. Neste, foram definidas as seguintes etapas, baseadas em 5 grandes tópicos:

- Obtenção de dados oceanográficos: perfis médios históricos $c_0(z)$ do comportamento da velocidade do som da região de estudo são obtidos de um modelo de reanálise global (GLORYS) (Seção 3.2.1). Também são obtidos perfis reais de velocidade do som, medidos durante um levantamento sísmico de OBNs (Seção 3.2.2);
- Parametrização: equacionamento das perturbações dos perfis de velocidade do som $\delta c(z)$, os quais são obtidos a partir da subtração direta dos perfis reais $c(z)$ com perfis médios mensais $c_0(z)$ (Seção 3.3.1);
- Problema Direto: cálculo dos tempos de trânsito, considerando a aproximação da propagação do campo de ondas acústicas por meio de traçado de raios (Seção 3.4.1). Em particular, um destaque maior é dado à região em que estes raios se aproximam da aproximação de raios retos (Seção 3.4.3);
- Problema Inverso:

- a. Construção do sistema linear: construção do sistema, relacionando perturbações do tempo de trânsito δt e o vetor de coeficientes \mathbf{a}_k a serem determinados (Seção 3.5.1);
 - b. Solução do sistema: solução do sistema via SVD (*Singular Value Decomposition: SVD*), para a obtenção dos coeficientes (Seção 3.5.2);
- Análise dos resultados: reconstrução dos perfis de velocidade e quantificação do erro entre os perfis reais e perfis invertidos, e identificação de potenciais melhorias do sistema (Seção 3.6);

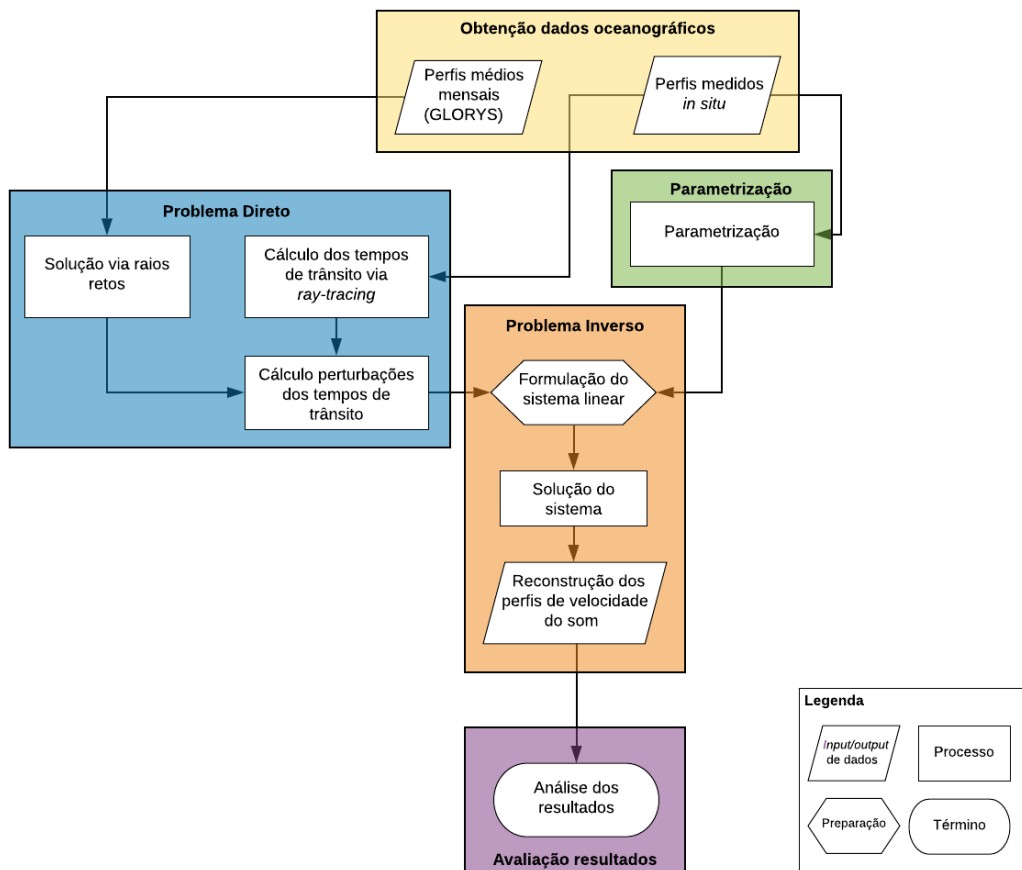


Figura 1: Fluxograma das etapas desenvolvidas neste trabalho.

3.2 OBTENÇÃO DOS DADOS OCEANOGRÁFICOS

3.2.1 Modelo de reanálise global (GLORYS12V1)

Modelos de reanálise globais são conhecidos por disponibilizar o estado tridimensional dos oceanos em longas séries temporais, fornecendo dados e informações para o estudo da circulação geral dos oceanos e do clima global (BALMASEDA et al., 2013; ZUO et al., 2019). Os produtos de reanálise se baseiam em modelos oceânicos de equações primitivas do comportamento de fluídos assimilados com dados reais, obtidos por meio de medições de satélite e/ou dados coletados *in situ*, a partir de flutuadores e boias oceanográficas (ZUO et al., 2018). Neste trabalho, foi utilizado o produto do modelo de reanálise do GLORYS (*Global Ocean Reanalyses and Simulations*), projeto desenvolvido em conjunto do *Groupe Mission Mercator Coriolis* (GMMC), *Centre National de la Recherche Scientifique* (CNRS), programa *MyOcean* e pelo centro de dados CORIOLIS. As reanálises derivadas do GLORYS são baseadas no uso do modelo hidrodinâmico NEMO 3 e na assimilação de um conjunto de dados oceanográficos, como dados de altimetria, temperatura da superfície do mar, cobertura ou proporção de gelo com relação ao oceano e medições *in situ* de parâmetros termohalinos (temperatura e salinidade) (FERRY et al., 2010). O modelo oceânico é configurado sobre uma grade ORCA do tipo *Arakawa-C*, e apresenta as variáveis da reanálise atmosférica ECMWF ERA-Interim como suas forçantes de superfície (FERRY et al., 2010).

Os produtos do GLORYS são gerados em uma malha com resolução horizontal de $1/12^\circ$ ($\approx 1/1332$ km), em um *grid* regular com 50 níveis verticais ($\approx 1/39$ m) (FERNANDEZ; LELLOUCHE, 2018). Os resultados são fornecidos na malha com valores médios mensais entre o período de 1993 a 2018. Os dados *in situ* são obtidos através da base de dados CORA, mantida pelo *Coriolis Data Center*. Os resultados (médias mensais) de temperatura e salinidade extraídos do modelo são interpolados no *grid* regular, e os perfis de velocidade do som são calculados através de uma aproximação polinomial da TEOS10¹. O processo de aquisição dos dados do modelo de reanálise e o cálculo dos perfis de velocidade do som foram realizados pelo mestrando Pedro Lins de Souza, integrante do projeto “Determinação da Velocidade do Som na Coluna d’Água utilizando Dados de Levantamentos Sísmicos”.

¹ A TEOS10 (*Thermodynamic Equation of Seawater-2010*) é uma equação termodinâmica utilizada para descrever as propriedades físicas do oceano (MCDUGALL et al., 2009; COMMISSION et al., 2015). Para a determinação da velocidade do som, o modelo utiliza de parâmetros como salinidade absoluta, temperatura potencial e pressão manométrica, assumindo a função de Gibbs para a água do mar (FEISTEL, 2008). Neste trabalho, foi considerado uma aproximação polinomial da TEOS-10, com 75 termos (parte da *Gibbs Sea Water - GSW - Oceanographic Toolbox*).

3.2.1.1 Perfis Médios Mensais $c_0(z)$

O principal objetivo de utilizar resultados de modelo de reanálise consistiu em obter médias mensais históricas do perfil de velocidade do som da região de estudo, para cada mês do período de um levantamento sísmico de OBNs (Seção 3.2.2), sendo esses perfis utilizados como modelos de velocidade base para a linearização das perturbações. Para a obtenção dos perfis médios mensais (novembro de 2017 a fevereiro de 2018), foram selecionados 4 pontos do *grid* que delimitavam uma região próxima da coleta dos dados medidos *in situ*. Uma vez que os pontos não estavam equidistantes da região de estudo, foi aplicada uma média ponderada (em função da distância) dos 4 pontos para determinar os perfis médios mensais da região de interesse (Figura 2).

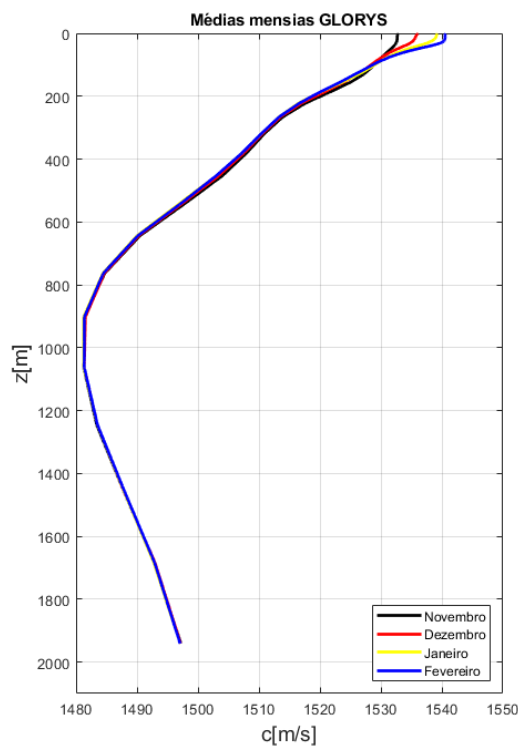


Figura 2: Perfis médios do mês de novembro, dezembro, janeiro e fevereiro, obtidos a partir dos valores médios mensais (entre 1993 e 2018) de temperatura e salinidade, extraídos do modelo de reanálise GLORYS. Os perfis de velocidade obtidos em 50 níveis verticais foram interpolados em um novo *grid* com espaçamento de 1 m ao longo de z , até a profundidade de 1971 m.

3.2.2 Descrição dos dados de velocidade do som medidos *in situ*

Medições de velocidade do som e parâmetros termohalinos, obtidos durante um levantamento sísmico de OBNs, realizado em uma região da Bacia de Santos, foram disponibilizados pela Petrobras. Os dados foram coletados com o equipamento *MIDAS-SVX2 3000*, da empresa *Valeport*, que constitui em um sistema híbrido de CTD e SVP, capaz de coletar diferentes parâmetros (temperatura, condutividade e pressão) ao longo da coluna d'água. Ao todo, foram obtidos 23 perfis entre o período de novembro de 2017 a fevereiro de 2018. Todos os pontos de medição foram obtidos em uma área de aproximadamente 20 km^2 , nos quais 9 perfis foram coletados em novembro, 4 em dezembro, 7 em janeiro e 3 em fevereiro. Na Figura 3 são apresentados o comportamento destes perfis de velocidade do som ao longo dos dias de aquisição do levantamento sísmico, desconsiderando a dispersão espacial dos pontos de coleta. Na prática, estes pontos não estão localizados em uma mesma posição fixa no espaço, ou apresentam uma distribuição regular. Em todo caso, neste trabalho, estes dados são considerados como sendo de um mesmo ponto fixo, sendo uma primeira aproximação do comportamento oceânico dentro da região de interesse.

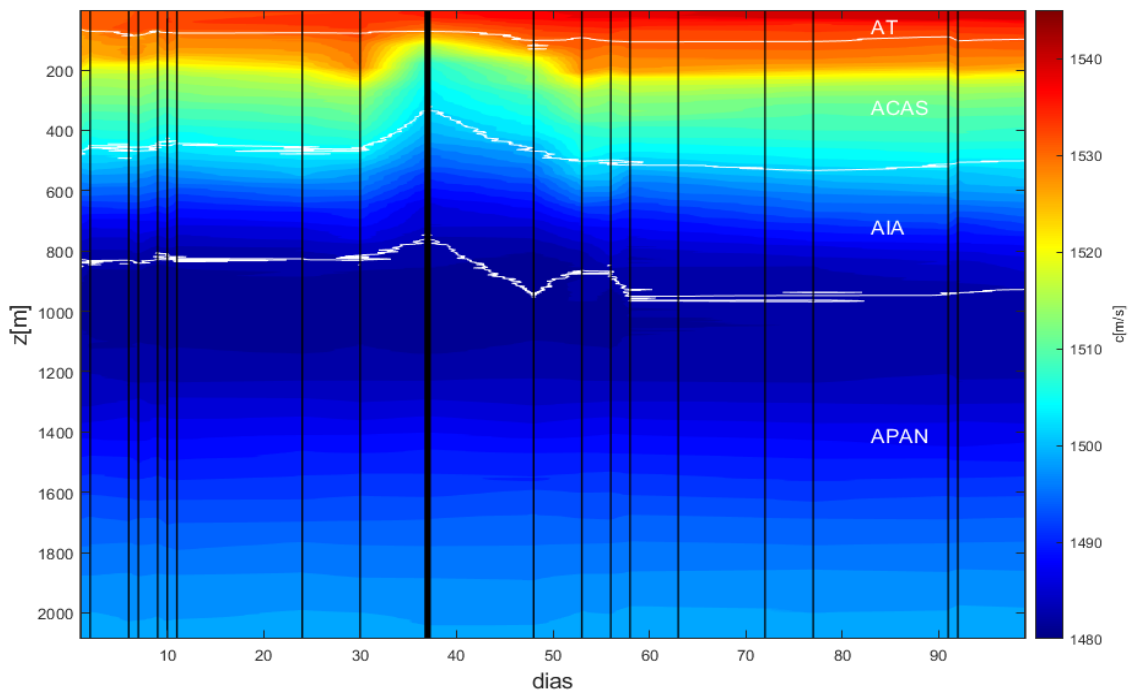


Figura 3: Variação dos perfis de velocidade da região de estudo ao longo do período do levantamento sísmico (novembro de 2017 a fevereiro de 2018), desconsiderando a dispersão espacial dos dados. As linhas verticais indicam os instantes de coleta dos perfis. A linha preta em destaque é relacionada ao Perfil 12, no qual foi observado uma anomalia do perfil de velocidade em relação aos demais perfis. As linhas brancas são referentes aos limites de densidade das interfaces entre as massas d'água da região de estudo, calculadas pela TEOS-10 (AT=Água Tropical, ACAS=Água Central do Atlântico Sul, AIA=Água Intermediária Antártica e APAN=Água Profunda do Atlântico Norte) (PEREIRA et al., 2014).

A Figura 4 apresenta a sobreposição do comportamento de 4 variáveis oceanográficas com a profundidade, obtidos nos 23 pontos de coleta do levantamento sísmico. Nos dados de velocidade do som e temperatura, pequenos desvios são verificados em relação à média dos 23 pontos, com exceção de uma abrupta variação percebida no Perfil 12 (destacado na linha vermelha). Este perfil anômalo apresenta uma variação bastante perceptível de velocidade do som e temperatura na região da termoclina (os primeiros 200 m de profundidade), em comparação com os demais perfis e com os valores do desvio padrão. Após a análise de dados de altimetria de satélite, sugere-se que o fenômeno observado pode estar associado a uma passagem de um vórtice ciclônico na região (BELO, 2011), durante o período de coleta do dado (Figura 5). Neste caso, o processo oceânico de mesoescala foi responsável pela elevação de águas mais profundas e frias do oceano, resultando nas variações observadas. Na Figura 4 ainda é observado uma dispersão dos dados de salinidade e densidade dos Perfis 18 e 19 (linhas verdes) em relação aos demais pontos. Considera-se que estes desvios verificados podem estar associados a um erro do equipamento de medição (CTD). Entretanto, os dados de velocidade do som desses perfis não apresentaram grandes desvios em relação aos demais.

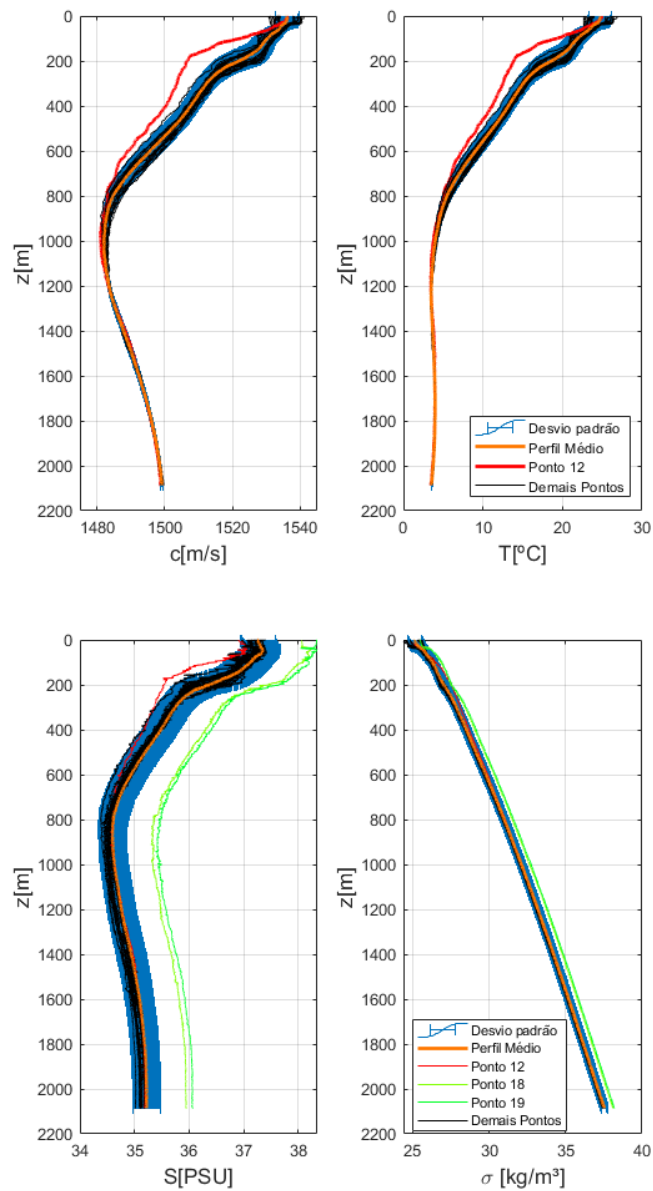


Figura 4: Dispersão dos perfis de velocidade do som (superior esquerdo), temperatura (superior direito), salinidade (inferior esquerdo) e anomalia de densidade (inferior direito), indicada pela sobreposição dos 23 perfis (linhas pretas) a média (linha laranja), desvio padrão (área azul), e perfis anômalos fora da tendência (linhas vermelhas e verdes).

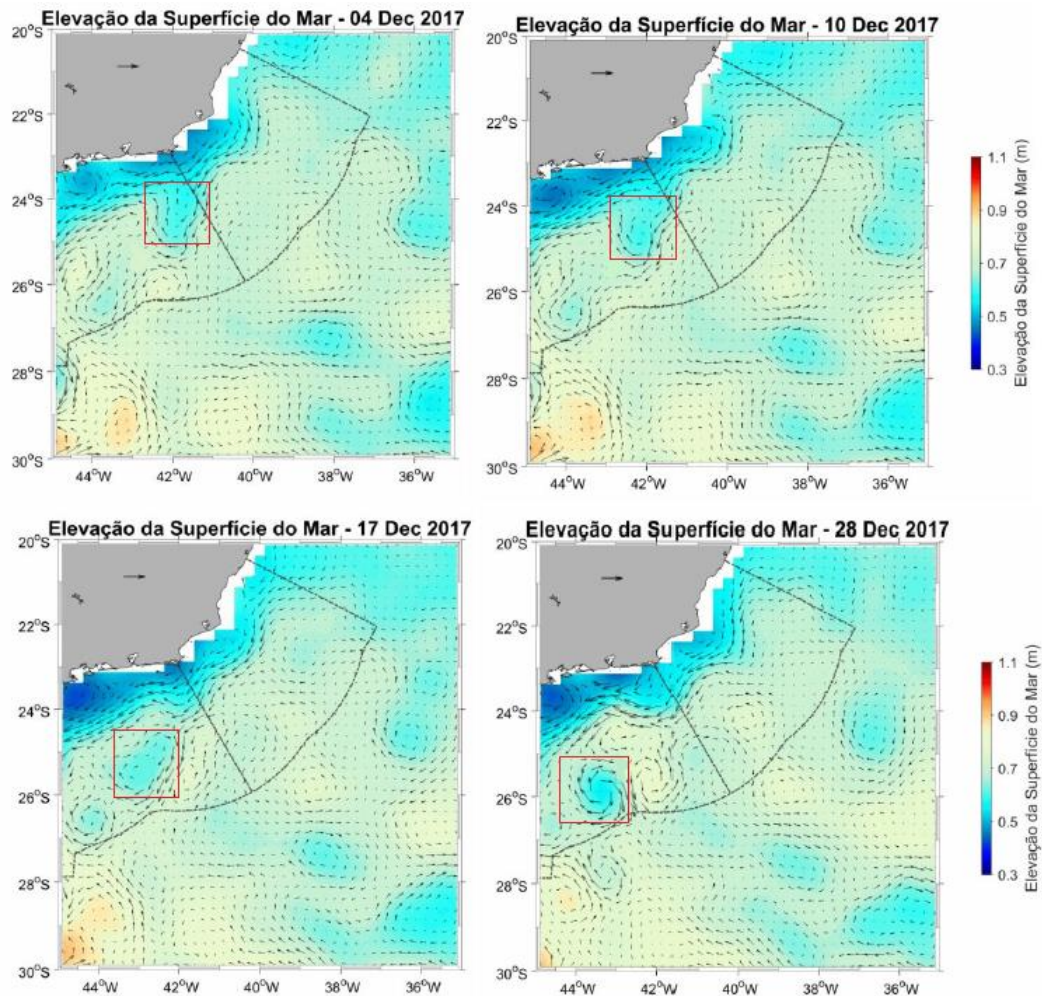


Figura 5: Elevação da superfície do mar obtido a partir de dados de altimetria de satélite, indicando a passagem de um vórtice oceânico (quadrado vermelho) sobre à região de estudo (Baía de Santos) durante o período de coleta do Perfil 12 (17/12/2017). Figura elaborada pela MSc. Oceanógrafa Antônia Pamela Yhaohannah De Lima, integrante do Laboratório de Dinâmica dos Oceanos (LABDINO-UFSC).

3.3 PARAMETRIZAÇÃO

Normalmente, os Problemas Inversos na Tomografia Acústica Oceânica são malpostos, o que resulta em uma grande sensibilidade dos resultados da inversão frente à pequenas variações dos dados registrados (LAVRENT_EV; ROMANOV; SHISHATSKI, 1986; KAIPIO; SOMERSALO, 2007). Dessa forma, processos de regularização podem e devem ser utilizados como forma de estabilizar e melhor condicionar o problema de inversão na direção da solução desejada (ASTER; THURBER; BORCHERS, 2005; FLETCHER, 1980). Usualmente, é aplicada a parametrização do modelo de velocidade (i.e, representação do perfil

por meio de uma função de interpolação), a fim de reduzir o número de variáveis desconhecidas que descrevem o modelo.

Assumindo um perfil base de referência $c_0(\vec{x})$, é possível associar as perturbações de tempo de trânsito (δt) com eventuais perturbações de perfis de velocidade do som $\delta c(\vec{x})$,

$$\begin{aligned} c(\vec{x}) &= c_0(\vec{x}) + \delta c(\vec{x}), \\ c(z) &= c_0(z) + \delta c(z) \end{aligned} \quad (3.1)$$

seguindo o tratamento usual adotado na área de TAO (MUNK; WUNSCH, 1979; MARIN, 2015). Neste trabalho, assume-se apenas uma dependência vertical da velocidade do som ($c(\vec{x}) = c(z)$, e $\delta c(\vec{x}) = \delta c(z)$). A perturbação de velocidade do som $\delta c(z)$ pode ser então ser expressa como (RODRÍGUEZ; JESUS, 2002):

$$\delta c(z) = \sum_{k=1}^i a_k B_k(z), \quad (3.2)$$

onde $B_k(z)$ corresponde à k -ésima função ortogonal, enquanto \mathbf{a}_k representa os coeficientes associados a contribuição individual de cada uma das funções ortogonais. Assim, o perfil de velocidade do som (ms^{-1}), é dado por:

$$c(z) = c_0(z) + \sum_{k=1}^i a_k B_k(z), \quad (3.3)$$

Quanto a escolha das funções de base ortogonais, $B_k(z)$, uma possibilidade direta é a utilização de Modos Empíricos Ortogonais (*Empirical Orthogonal Functions* - EOF) extraídos de grandes séries históricas da variável oceânica de interesse, considerando eventuais limitações (CORNUELLE et al., 1985; KAMPEL; SILVA, 1996; MEDWIN, 2005; MARIN, 2015). Entretanto, neste trabalho, optou-se por investigar uma forma distinta de parametrizar o relativamente curto histórico de variação temporal dos perfis disponibilizado, permitindo assim um maior controle no aspecto destas funções. Em todo caso, a estratégia segue uma abordagem similar às regularizações com uso de funções de base radiais (BUHMANN, 2003) ou *B-splines* (COX; VERSCHUUR, 2001; LI et al., 2001), com a diferença na escolha das funções, capazes de explorar melhor as características dinâmicas do meio oceânico.

3.3.1 Funções de base

Perturbações $\delta c(z)$ para os 23 perfis de velocidade do som disponibilizados são obtidas, assumindo a Equação 3.3 e baseadas no reagrupamento dos dados e as médias mensais $c_0(z)$ obtidas do modelo de reanálise do GLORYS. Para a construção das funções de base, foram feitas análises visuais dos $\delta c(z)$ obtidos, avaliando o comportamento e características semelhantes entre os perfis. De modo geral, foram observados que as maiores variações de velocidade estavam concentradas na região mais próxima da superfície do oceano, decaindo gradualmente de amplitude até chegar à região mais profunda, no qual a variação é praticamente nula. Dessa forma, achou-se adequado que as funções de base poderiam seguir um aspecto similar a séries de Fourier com decaimento exponencial ao longo da profundidade, na forma:

$$\delta c(z) = a_0 + \sum_{k=1}^4 \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kz}{R}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kz}{R}\right) \right] e^{g(z)} \quad (3.4)$$

Na Equação 3.4, os termos a_0 , a_k e b_k são os coeficientes de expansão, z é a profundidade em metros e $g(z) = hz/D$, onde D é definido como a profundidade máxima dos perfis de velocidade (neste trabalho, $D = 2088$). Os termos R e h são constantes livres, que necessitam de uma estimativa, de forma a manter a dependência linear (um tratamento análogo ao feito com funções de base radiais). O parâmetro R remete a uma profundidade característica, associada a um determinado comprimento de onda das perturbações δc que, com sucessivos incrementos k , diminuem, sendo associadas a menores comprimentos de onda nesta mesma região delimitada. Este comportamento sugere uma similaridade com parametrizações de multiescala (ZOU et al., 2018). O parâmetro h corresponde ao grau de decaimento de um envelope ao longo da profundidade. A Figura 6 ilustra diferentes comportamentos esperados das funções de base da Equação 3.4, considerando algumas variações destes parâmetros. De um modo geral, com aproximadamente 9 coeficientes de expansão da função (a_k e b_k relacionados aos termos cossenos e senos, e a_0 sendo uma constante livre), bons resultados do ajuste de curvas podem ser verificados (considerando valores não-otimizados de R e h).

Resultados do *curve fitting toolbox* (*cftools*), disponível no *software* MATLAB, são usados neste trabalho para a avaliação da aplicabilidade do equacionamento proposto para as funções de base ortogonais. Como métricas para avaliação da qualidade dos ajustes, são

considerados: o Coeficiente de Determinação Ajustado² (R^2_a), o Erro Médio Quadrático (RMSE) e o comportamento dos resíduos, avaliados para todos os 23 perfis de velocidade do som. Com relação as constantes livres, são definidas as faixas de valores conforme a Tabela 1:

Tabela 1: Faixa de valores dos parâmetros R e h, avaliados no ajuste de curvas.

Constantes	Valor mínimo	Valor máximo
<i>R</i>	1000	1800
<i>h</i>	-10	-6

² O Coeficiente de Determinação Ajustado (R^2_a), assim como o Coeficiente de Determinação (R^2), é utilizado para avaliar o quanto um modelo é capaz de representar um determinado dado. A escolha do uso do R^2_a deve-se pelo fato deste ser capaz de avaliar resultados de modelos com números diferentes de parâmetros, sem que isso afete o resultado obtido (AKOSSOU; PALM, 2013). Neste caso, pode-se comparar resultados obtidos de ajuste de curvas considerando 5 e 9 parâmetros da Equação 2.4, por exemplo.

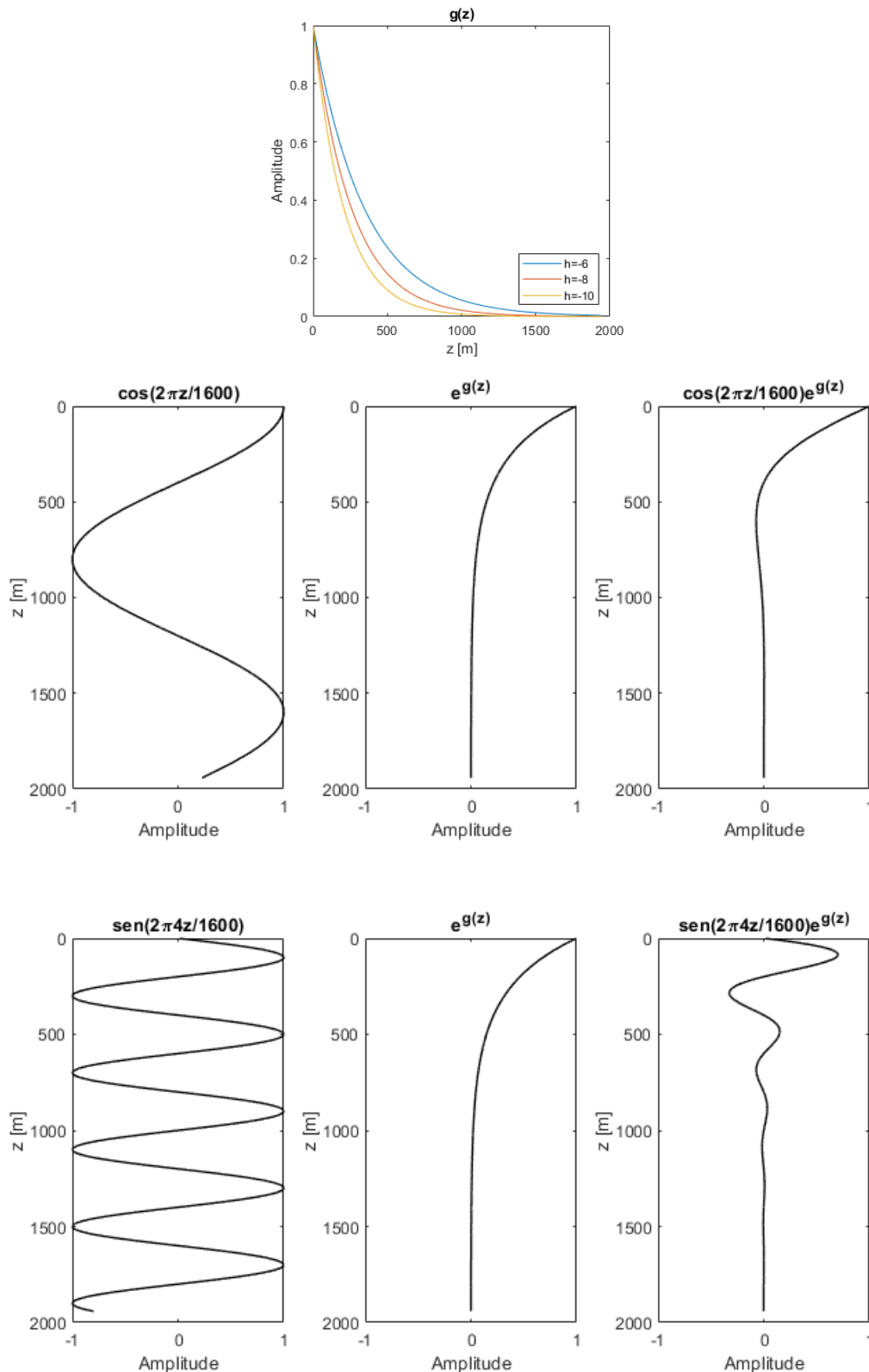


Figura 6: Comportamento de $g(x)$ da Equação 3.4 (topo), considerando diferentes valores de h (-6,-8 e -10). Comportamento esperado dos termos cossenos e senos (canto esquerdo), considerando $R = 1600$ e $k = 1$ e 4 , respectivamente. Característica do decaimento exponencial ($e^{g(z)}$) ao longo da profundidade (centro) e comportamento das funções de base (cosseno e seno + decaimento exponencial) ao longo de z (canto direito).

3.4 PROBLEMA DIRETO

Neste trabalho, dentro da perspectiva dos métodos de inversão, entende-se por Problema Direto a modelagem do comportamento da propagação das ondas acústicas, no caso em que todas as propriedades do meio de interesse já são conhecidas (JENSEN et al., 2011). Para a solução da equação de onda, é válida a aproximação do campo acústico por meio da técnica de traçado de raios, a qual é formalmente aplicável na aproximação da equação da onda para altas frequências (Equação *Eikonal*) (JENSEN et al., 2011; ETTER, 2018).

3.4.1 Traçado de raios

Para a determinação dos tempos de trânsito, similares aos que seriam obtidos em um levantamento real de OBNs, um código de *ray-tracing* (traçado de raios) é utilizado (ALTHEYAB, 2012). De forma geral, a técnica de traçados de raios assume que, uma vez conhecido o gradiente de velocidade ao longo de um modelo, é possível determinar a direção de propagação de um determinado raio. Uma vez definida a posição de uma fonte $\vec{s}_{xs} = (x_s, z_s)$ e um ângulo inicial de propagação, incrementos unitários são usados para determinar a posição final de cada segmento de raio. O processo é repetido com alternância da posição da fonte e direção inicial obtidas ao final da iteração anterior, até que seja atingido um limite do número de segmentos calculados, ou que o raio atinja um dos limites físicos do domínio considerado. Este ponto é definido como a posição final do receptor $\vec{s}_{xr} = (x_r, z_r)$. Mais detalhes do algoritmo utilizado podem ser encontrados em AlTheyab (2012).

Na modelagem de *ray-tracing*, são considerados os resultados de diversos raios (espaçados em $0,08^\circ$), decorrentes de um único disparo, no qual a posição da fonte é determinada por $\vec{s}_{xs} = (1,5)$, avaliados nos 23 perfis de velocidade do som (Seção 3.2.2). Todos os perfis 1D são extrapolados, de modo que se obtenha um modelo bidimensional para cada perfil. São considerados valores de 1971 m e 12000 m como os limites físicos na direção vertical e horizontal do domínio, respectivamente, para todos os 23 modelos de velocidade (o limite vertical foi definido em função da profundidade máxima dos perfis médios mensais, obtidos do modelo GLORYS). Uma resolução de 1 m (horizontal e vertical) da malha é definida como suficiente para que os resultados dos raios não apresentem muita influência em relação a discretização do domínio. Para comparação dos resultados, os tempos de trânsito obtidos dos

modelos são interpolados linearmente em um *grid* regular, com espaçamento uniforme de 275 m.

3.4.2 Cálculo das perturbações de tempo de trânsito δt

Em essência, a Tomografia Acústica por Tempo de Trânsito (*Travel Time Tomography*) se baseia na ideia de que o tempo de trânsito t associado a um determinado raio (tempo de trânsito total da fonte para o receptor) é definido como a integral da vagarosidade $1/c(z)$ ao longo do caminho do raio \vec{s} (BORDING et al., 1987):

$$t = \int_S \frac{1}{c(z)} \vec{ds}. \quad (3.5)$$

Considerando a Equação 3.1, a Equação 3.5 pode ser escrita por:

$$t = \int_S \frac{1}{c(z)} \vec{ds} = \int_S \frac{1}{c_0(z) + \delta c(z)} \vec{ds}, \quad (3.6)$$

pode-se definir ainda que a perturbação do tempo de trânsito δt é dada como:

$$\delta t = t - t_0 = \int_S \frac{1}{c_0(z) + \delta c(z)} \vec{ds} - \int_{S_0} \frac{1}{c_0(z)} \vec{ds}, \quad (3.7)$$

onde \vec{s} e \vec{s}_0 representam, respectivamente, o comprimento de arco ao longo do raio do perfil $c(z)$ e $c_0(z)$. Considerando uma expansão de Série de Taylor, associada a pequena magnitude de $\delta c(z)$ (MUNK; WUNSCH, 1979), assume-se que $\vec{s} \approx \vec{s}_0$, chegando-se a uma aproximação de primeira ordem:

$$\delta t_i = t_i - \int_{S_i} \frac{1}{c_0(z)} \vec{ds} \approx - \int_{S_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} \vec{ds}, \quad (3.8)$$

onde a perturbação do tempo de trânsito do i -ésimo raio registrado no i -ésimo receptor torna-se função da perturbação da velocidade do som $\delta c(z)$. Tais aproximações, amplamente utilizadas na Tomografia Acústica Oceânica, resultam na linearização do Problema Inverso (MUNK; WUNSCH, 1979; CHAPMAN, 2008). A Equação 3.8 é utilizada neste trabalho para a formulação do Problema Inverso, abordado na Seção 3.5.1.

3.4.3 Solução do Problema direto via raios retos

Um modelo mais simples para a solução do Problema Direto é assumir que a propagação do raio pode ser aproximada como sendo propagada por raios retos, isto é, o caminho do raio não é influenciado pelas variações de velocidades do meio, de modo que a distância entre fonte e receptor possa ser calculada facilmente (BORDING et al., 1987). Essa aproximação parece ser válida em ambientes com pouca variação da velocidade do som (BREGMAN; BAILEY; CHAPMAN, 1989), e para pequenos *offsets* (i.e, afastamento fonte e receptor) (BERTRAND; MACBETH, 2003; BERTRAND; MACBETH, 2002). Neste trabalho, a validade desta aproximação é investigada. No caso de raios retos, o tempo de trânsito pode ser obtido de forma eficiente a partir da parametrização do caminho da integral da Equação 3.5. Para isso, um vetor posição \vec{x} , definido por uma reta entre dois pontos quaisquer no domínio (\vec{x}_1 e \vec{x}_2), é parametrizado em relação a uma variável τ , com $0 \leq \tau \leq 1$, da seguinte forma (STEWART; ROMO, 2006):

$$\vec{x} = (1 - \tau)\vec{x}_1 + \tau \vec{x}_2, \quad (3.9)$$

onde, para um modelo bidimensional, com posição da fonte $\vec{s}_{xs} = (x_s, z_s)$ e receptor $\vec{s}_{xr} = (x_r, z_r)$, é possível parametrizar o caminho de propagação ao longo do raio:

$$\begin{aligned} x &= (1 - \tau)x_s + \tau x_r, \\ z &= (1 - \tau)z_s + \tau z_r, \end{aligned} \quad (3.10)$$

tendo a seguinte relação com o elemento infinitesimal do caminho do raio,

$$d\vec{s} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2} d\tau \quad (3.11)$$

Assim, é possível reescrever a Equação 3.5 na forma:

$$t = \int_0^1 \frac{1}{c(\tau z_r)} |\tau'| d\tau. \quad (3.12)$$

Dessa forma, tem-se que a i -ésima perturbação do tempo de trânsito do i -ésimo raio pode ser calculada por:

$$\delta t_i = t_i - t_{0_i} = - \int_0^1 \frac{\delta c(\tau z_r)}{c_0^2(\tau z_r)} |\tau'_i| d\tau \quad (3.13)$$

onde t_i são os tempos de trânsito dos perfis *in situ*, calculados via *ray-tracing*, t_{0_i} são os tempos de trânsito dos perfis médios mensais, calculados via raios retos, $|\tau'_i|$ é associado a um coeficiente de proporcionalidade de $\partial\tau/\partial\vec{x}$ (Equação 3.11), e o perfil de velocidade do som, antes função da profundidade z , agora passa a ser uma função da variável paramétrica τ . Nos casos em que é possível equacionar o perfil de velocidade do som (MUNK, 1986), a mudança de variáveis pode ser aplicada diretamente em qualquer uma das direções \vec{x} .

A validade da aproximação da propagação via raios retos é investigada através de uma análise comparativa entre tempos de trânsito obtidos via *ray-tracing* (Seção 3.4.1) e raios retos, para os 4 modelos de velocidade dos perfis médios mensais $c_0(z)$, obtidos do modelo de reanálise GLORYS. Para a análise quantitativa, são calculados os desvios absolutos nos valores de tempo de trânsito obtidos por ambos os métodos. Uma vez que a aproximação é válida para pequenos *offsets* (BERTRAND; MACBETH, 2003; BERTRAND; MACBETH, 2002), são considerados os tempos de trânsito até a distância de fonte-receptor de 4 km, tanto para a comparação dos métodos quanto para a obtenção das perturbações de tempo de trânsito, utilizados na formulação do Problema Inverso (Seção 3.5.1).

3.5 PROBLEMA INVERSO

A base do Problema Inverso consiste na relação entre o conjunto de dados d e os parâmetros do modelo m , a partir de um operador, que pode ser ilustrado neste trabalho com sendo um operador matricial linear L . Assim, a relação pode ser expressa como (MENKE, 1989):

$$d = Lm. \quad (3.14)$$

O principal objetivo é resolver o sistema $m = L^{-1}d$. Na prática, essa formulação pode ser expressa de diferentes formas, podendo sua solução ser linear ou não linear. Considerando a linearização realizada com base na Tomografia Acústica Oceânica (Seção 3.4.2) e a aproximação da propagação via raios retos (Seção 3.4.3), o Problema Inverso proposto é

solucionado de forma linear, sem a necessidade de processos iterativos. Caso o problema fosse não linear, a Equação 3.14 seria expressa como $d = L(m)$.

3.5.1 Formulação do sistema

Seja $\delta \mathbf{t} = [\delta t_1, \delta t_2, \dots, \delta t_i]^T$ o vetor que representa as perturbações dos tempos de trânsito, e $\mathbf{a} = [a_0, a_1, b_1, \dots, a_k, b_k]^T$ o vetor que representa os coeficientes das perturbações da velocidade do som, o Sistema 3.14 pode então ser formulado como sendo:

$$\delta \mathbf{t} = L\mathbf{a}. \quad (3.15)$$

Seja as Equações 3.4 (perturbações da velocidade do som) e 3.13 (perturbações de tempo de trânsito), pode-se escrever a Equação 3.15 como:

$$-\delta t_i = a_0 L_{0i} + \sum_{k=1}^4 a_k Lc_{ki} + b_k Ls_{ki}, \quad (3.16)$$

onde:

$$\begin{aligned} L_{0i} &= \int_0^1 \frac{1}{c_0^2(\tau z_r)} |\tau'_i| d\tau, \\ Lc_{ki} &= \sum_{k=1}^4 \int_0^1 \frac{\cos\left(\frac{2\pi k\tau}{R}\right) e^{g(z)}}{c_0^2(\tau z_r)} |\tau'_i| d\tau, \\ Ls_{ki} &= \sum_{k=1}^4 \int_0^1 \frac{\text{sen}\left(\frac{2\pi k\tau}{R}\right) e^{g(z)}}{c_0^2(\tau z_r)} |\tau'_i| d\tau, \end{aligned} \quad (3.17)$$

e a Equação 3.16 corresponde à uma expressão analítica de um sistema linear. Seja 15 perturbações de tempo de trânsito δt_i obtidas (Seção 3.4.2), a Equação 3.16 pode ser expandida na forma matricial:

$$\delta t = La \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \delta t_3 \\ \dots \\ \dots \\ \delta t_i \end{bmatrix}_{15 \times 1} = \begin{bmatrix} L_{01} & Lc_{11} & LS_{11} & \dots & Lc_{41} & LS_{41} \\ L_{02} & Lc_{12} & LS_{12} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{0i} & Lc_{1i} & LS_{1i} & \dots & Lc_{4i} & LS_{4i} \end{bmatrix}_{15 \times 9} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ \dots \\ a_k \\ b_k \end{bmatrix}_{9 \times 1} \quad (3.18)$$

onde o conjunto de 15 perturbações de tempo de trânsito (δt_i) são relacionados a um conjunto de 9 coeficientes que determinam a variação de velocidade do som (δc), através do operador linear L . Cada linha da matriz L representa a i -ésima onda direta (raio) que é registrado por um par de fonte-receptor. A Equação 3.18 representa, então, a formulação de Problema Direto, que será usada na determinação dos coeficientes $\mathbf{a}_{9 \times 1}$, através de um Problema Inverso linear.

3.5.2 Solução do Problema Inverso

Para a solução do Problema Inverso, utiliza-se a técnica de SVD (*Singular Value Decomposition*) para o cálculo de L^+ , sendo esta a matriz pseudoinversa (LANCZOS, 1961; PENROSE, 1955). De uma forma geral, a técnica permite a fatoração de qualquer matriz $L_{M \times N}$ em outras três matrizes:

$$L = USV^T, \quad (3.19)$$

onde $U_{M \times M}$ é uma matriz ortogonal, sendo as colunas os autovetores de LL^T , $V_{N \times N}$ uma matriz ortogonal, cujas colunas são os autovetores de $L^T L$ e S é uma matriz retangular diagonal, com os valores singulares de L . Assim, a pseudoinversa da matriz L pode ser obtida por:

$$L^+ = VS^{-1}U^T. \quad (3.20)$$

Assim, a solução do sistema linear pode ser expressa como:

$$a = US^{-1}V^T \delta t \quad (3.21)$$

Para a solução do sistema, foi utilizado o código *pinv*, disponível no *software* MATLAB.

3.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma vez obtido os coeficientes a_0 , a_k e b_k pela Solução 3.21, utiliza-se a Equação 3.4 e os perfis médios mensais, relacionados aos respectivos meses de coleta dos dados, para obtenção dos perfis de velocidade do som reconstruídos. Para a avaliação dos perfis de velocidade do som obtidos via inversão, é considerado o Erro Médio Quadrático (RMSE) como índice métrico. O mesmo critério é considerado em trabalhos semelhantes encontrados na literatura (HJELMERVIK; HJELMERVIK, 2012; TAYLOR, 2001). Dessa forma, são calculados o Erro Médio Quadrático para cada profundidade z_i pela equação:

$$RMSE(z_i) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (c_1(z_i) - c_2(z_i))^2} \quad (3.22)$$

onde $c_1(z_i)$ corresponde o valor de velocidade do som reconstruído, e $c_2(z_i)$ o valor de velocidade do som real para à i -ésima profundidade z . Também são feitas comparações diretas entre os coeficientes obtidos pelo ajuste de curvas (Seção 3.3.1) e os coeficientes provenientes da inversão. A estratégia tem como objetivo avaliar possíveis erros associados com os termos da Equação 3.4.

Com o objetivo de avaliar os resultados de forma temporal, os perfis reconstruídos, assim como os valores de RMSE, são interpolados conforme os dias de aquisição dos perfis, tal qual apresentado na Figura 3. Simultaneamente, é realizado o mesmo processo de inversão considerando também um perfil constante (i.e $c_0(z)=1500 \text{ ms}^{-1}$) como um modelo de velocidade base. A estratégia tem como objetivo avaliar os resultados da inversão, se fosse considerado um modelo homogêneo (método comum aplicado em levantamentos sísmicos).

4 RESULTADOS

4.1 PARAMETRIZAÇÃO DAS PERTURBAÇÕES

Nas Figuras 7 e 8 são exemplificados os resultados da parametrização e os resíduos obtidos para as perturbações de alguns perfis considerados. Em relação a faixa dos valores dos coeficientes, os melhores resultados são obtidos assumindo $R = 1800$ e $h = -10$. Em relação aos 4 casos exemplificados, o ajuste de curvas referente às perturbações identificadas do Perfil 1, apresentam as maiores diferenças com relação ao comportamento esperado de δc (Figura 7). Em todo caso, baixos valores de resíduo podem ser verificados ao longo dos 23 perfis, com

valor máximo de $3,14 \text{ ms}^{-1}$, obtido no Perfil 14 (Figura 8), indicando que as funções escolhidas, a princípio, seriam capazes de fazer uma boa caracterização das variações esperadas entre os perfis *in situ* e o comportamento médio mensal. Em todos os resultados, os maiores desvios são observados na região mais superficial do oceano ($z < 200 \text{ m}$).

Em relação às 23 perturbações, os melhores valores de R^2_a e Erro Médio Quadrático (RMSE) são obtidos no Perfil 12 (0,9805), o qual representa a anomalia observada no mês de dezembro (Seção 3.2), e Perfil 9 ($0,3313 \text{ ms}^{-1}$), enquanto os piores valores obtidos são encontrados no Perfil 5 (0,3252) e no Perfil 14 ($0,5693 \text{ ms}^{-1}$), respectivamente. No Apêndice A é apresentado o resultado das parametrizações de todos os perfis. Na Figura 9 é apresentado a distribuição cumulativa dos valores do Coeficiente de Determinação Ajustado para os 23 perfis, considerando $R = 1800$ e $h = -10$. O gráfico evidencia que aproximadamente de 80% dos resultados apresentam valores de R^2_a superiores a 0,69, sendo que 50% dos perfis obtém índices acima de 0,86. A Figura 24 (Apêndice A) apresenta a distribuição cumulativa dos resultados de R^2_a das parametrizações, considerando outros valores dos parâmetros R e h da Equação. É possível observar que os melhores resultados são obtidos assumindo os maiores valores desses parâmetros. O ajuste de curvas para $R = 1000$ e $h = -6$, 80% dos resultados estão acima de 0,49, e 50% apresentam índices acima dos 0,58. Já os resultados da parametrização com $R = 1600$ e $h = -8$, por exemplo, 80% dos valores permanecem acima dos 0,64, e 50% superior a 0,87. Ainda assim, de modo geral, pequenas diferenças são observadas do ajuste de curvas com a variação dos parâmetros R e h (Figura 24), sugerindo uma certa robustez das funções de base sugeridas com relação a escolha destas variáveis.

Parâmetros	Pior	Melhor
R^2_a	0,3252 (Perfil 5)	0,9805 (Perfil 12)
$RMSE \text{ (ms}^{-1}\text{)}$	0,5693 (Perfil 14)	0,3313 (Perfil 9)

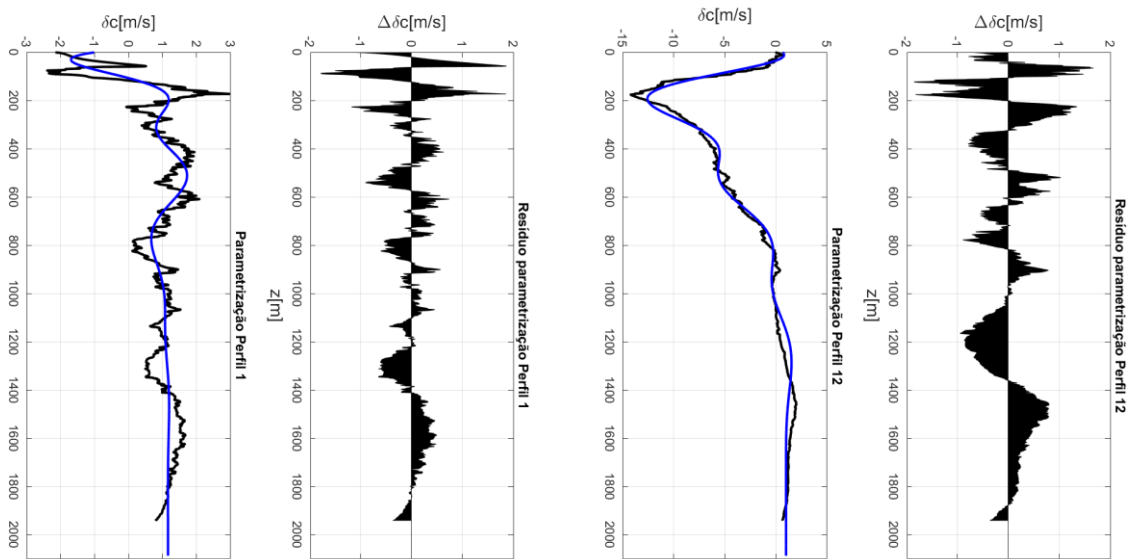


Figura 7: Resultados da parametrização da perturbação do Perfil 1 (a esquerda) e Perfil 12 (a direita). Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Importante mencionar que as curvas dos perfis estão fora de escala para melhor visualização dos resultados.

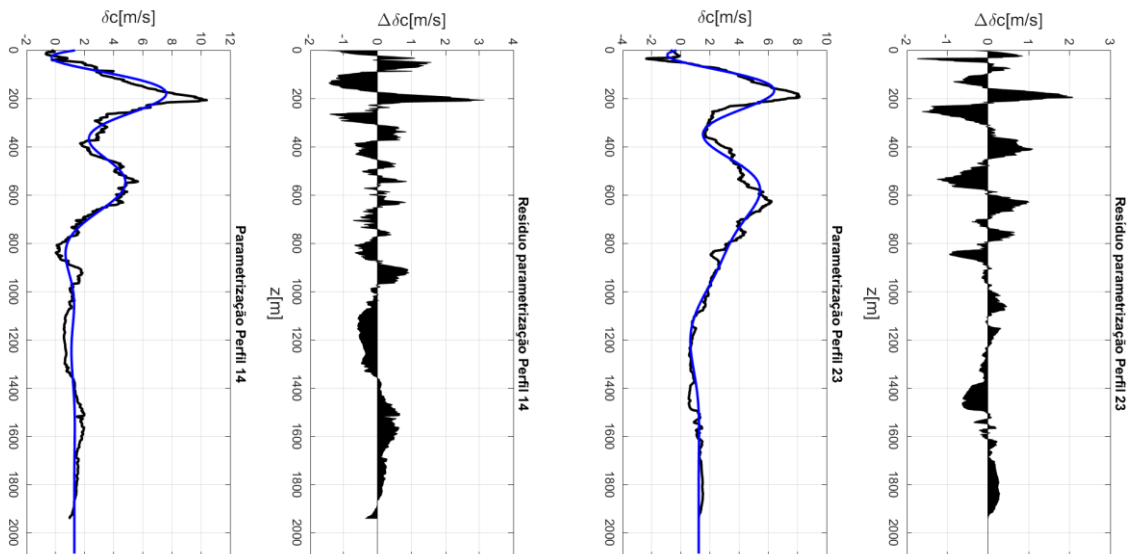


Figura 8: Resultados da parametrização da perturbação do Perfil 14 (a esquerda) e Perfil 23 (a direita). Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Importante mencionar que as curvas dos perfis estão fora de escala para melhor visualização dos resultados.

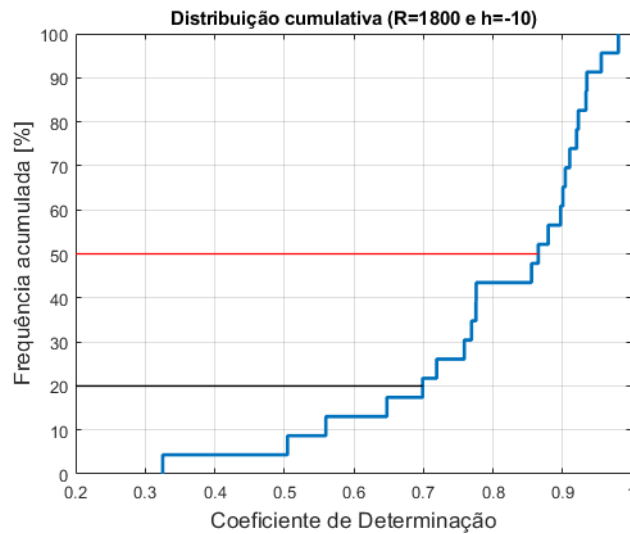


Figura 9: Distribuição cumulativa dos resultados dos Coeficientes de Determinação Ajustado da parametrização, considerando $R = 1800$ e $h = -10$. A linha vermelha evidencia que 50% dos resultados estão acima dos 0,86. A linha preta indica que 20% dos resultados estão abaixo de 0,69 (i.e, 80% dos perfis apresentam índices de R^2_a superiores à 0,69).

4.2 PROBLEMA DIRETO

4.2.1 Traçados de raios

Na Figura 10 são apresentados os resultados de tempo de trânsito de todos os 23 perfis medidos *in situ*, com relação ao afastamento *offset*, calculados via traçados de raios. De uma forma geral, todos os resultados apresentam um comportamento semelhante, com os tempos de trânsito da onda direta variando entre $\approx 1,29$ e $\approx 7,98$ s, apresentando os maiores valores com o maior afastamento entre fonte e receptor. As diferenças absolutas dos tempos de trânsito ($|\Delta t|$) dos 23 perfis (i.e, a diferença dos valores máximos e mínimos de tempo de trânsito entre todos os perfis) apresentam uma ordem de grandeza de 10^{-3} s para os menores offsets (até 4500 m), e 10^{-2} s nos *offsets* mais distantes.

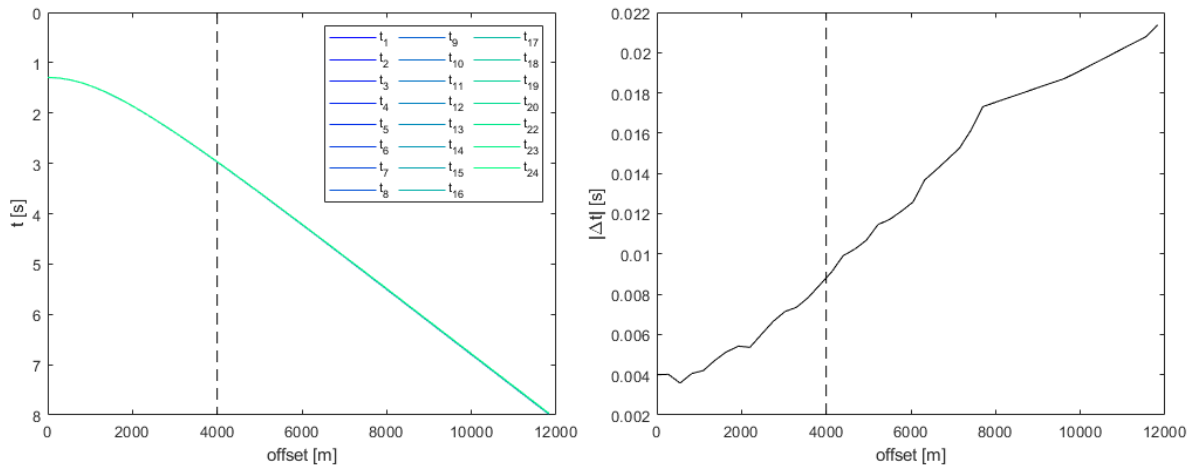


Figura 10: Tempos de trânsito dos 23 perfis, calculados via *ray-tracing* (a esquerda). Desvio absoluto de todos os tempos de trânsito calculados (a direita), evidenciando uma diferença de 10^{-3} s nos menores *offsets* e 10^{-2} s nos maiores *offsets*.

4.2.2 Cálculo do tempo de trânsito via raios retos

Na Figura 11 são apresentados os desvios dos tempos de trânsito calculados via traçado de raios (*ray-tracing*) e raios retos (*straight ray*), ao longo dos modelos de velocidade dos 4 perfis médios mensais ($|\Delta t_0|$). Considerando os *offsets* curtos, de até 2200 m, as diferenças absolutas ficam abaixo de 10^{-5} s, enquanto os *offsets* mais distantes (até 4000 m), são obtidos desvios máximos na ordem de 10^{-4} s. Neste caso, a avaliação dos tempos de trânsito assumindo uma propagação por raios retos aparenta desvios de ao menos 1 ordem de grandeza abaixo daqueles provocados pelas diferenças físicas entre os perfis de velocidade considerados ($|\Delta t| = 10^{-3}$ s, até o *offset* de 4 km). Este resultado, portanto, sugere a aplicabilidade da aproximação com raios retos na determinação dos tempos de trânsito, considerando uma distância de até 4 km.

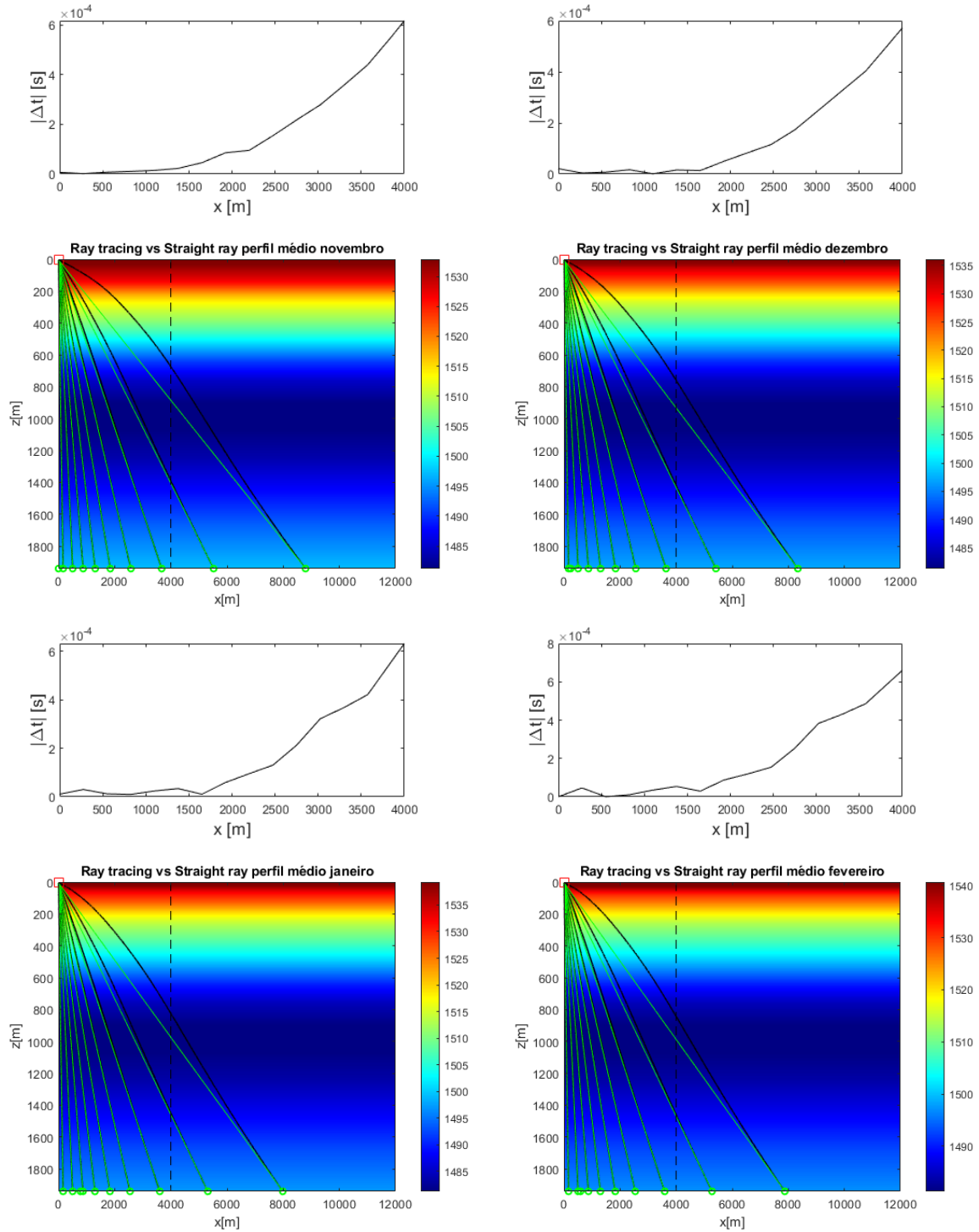


Figura 11: Caminhos de propagação dos raios obtidos para os 4 modelos de velocidade dos perfis médios mensais. Tempos de trânsito calculados por *ray-tracing*, (linhas pretas) e raios retos (linhas verdes). Desvios absolutos dos tempos de trânsito entre os dois métodos para o modelo de novembro (canto superior esquerdo), dezembro (canto superior direito), janeiro (canto inferior esquerdo) e fevereiro (canto inferior direito).

4.2.3 Perturbações dos tempos de trânsito

Apesar das perturbações terem sido obtidas para os 23 casos disponíveis, serão apresentados nesta Seção apenas resultados de perfis representativos de cada mês de aquisição (novembro a fevereiro). Dessa forma, foram escolhidos os Perfis 1 (novembro), 12 (dezembro), 14 (janeiro) e 23 (fevereiro). O Perfil 12 será apresentado nesta Seção, uma vez que o processo oceânico ocorrido neste perfil fornece uma oportunidade para avaliação dos resultados dado uma condição atípica. Nas Figuras 12 a 15 são apresentados: os resultados de *ray-tracing* sobre os modelos de velocidade citados, juntamente com os resultados de raios retos dos perfis médios mensais, os valores dos tempos de trânsito calculados (t e t_0) e a perturbação obtida de cada raio (δt), sendo este usado na solução do sistema da Equação 3.18.

De forma geral, os resultados para os 4 modelos são semelhantes. As perturbações de tempo de trânsito, para todas as distâncias (até 4 km), apresentam valores na ordem de $10^{-3} s$ (com exceção do Perfil 1, que apresenta um δt de $10^{-4} s$ no *offset* de até 1100 m). Para os 4 exemplos, os menores valores de perturbação são obtidos nos menores *offsets*, e os receptores mais distantes ($x = 3850 m$), registram os maiores valores de δt .

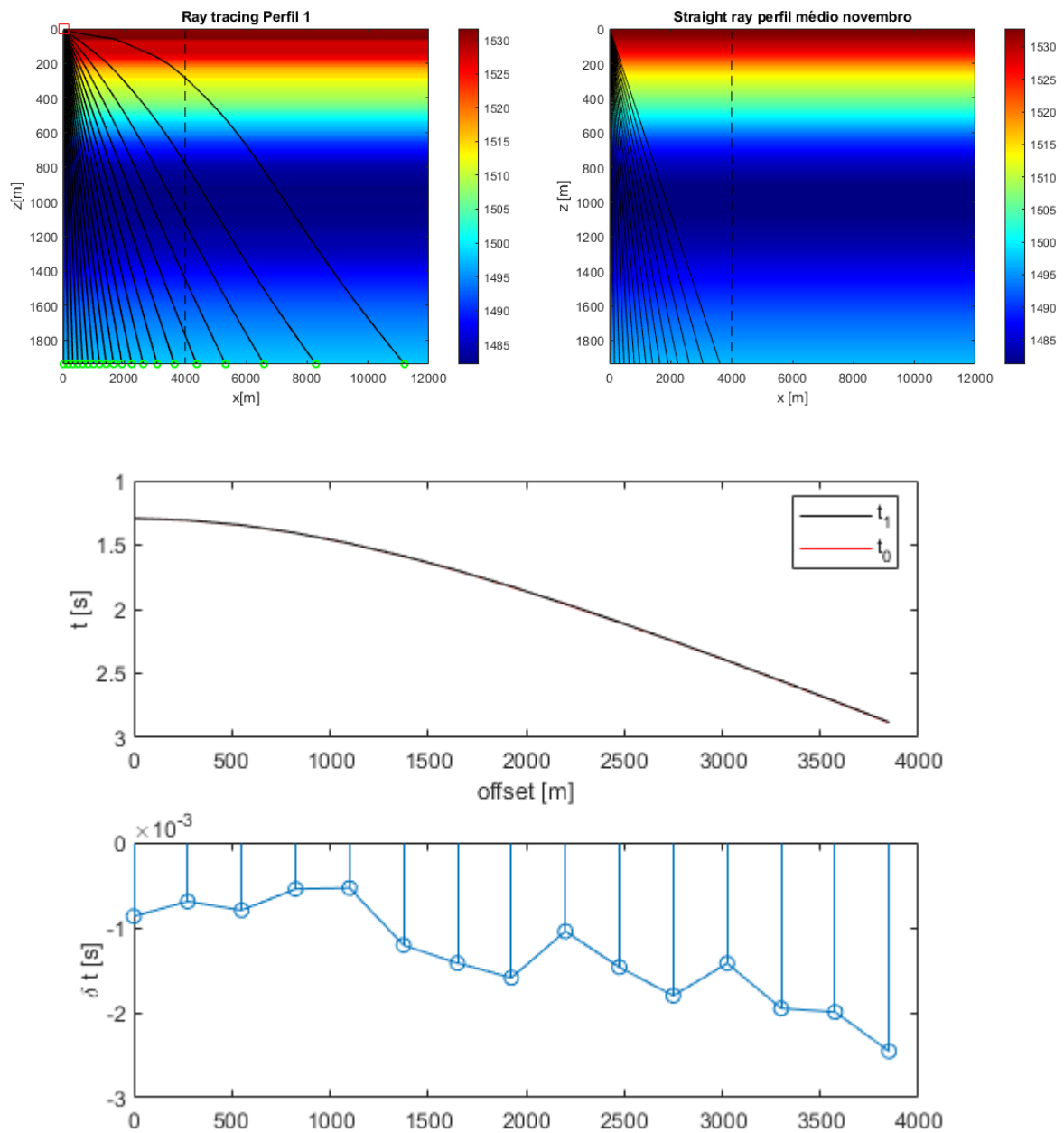


Figura 12: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 1 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de novembro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de novembro (linha vermelha) e do Perfil 1 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt .

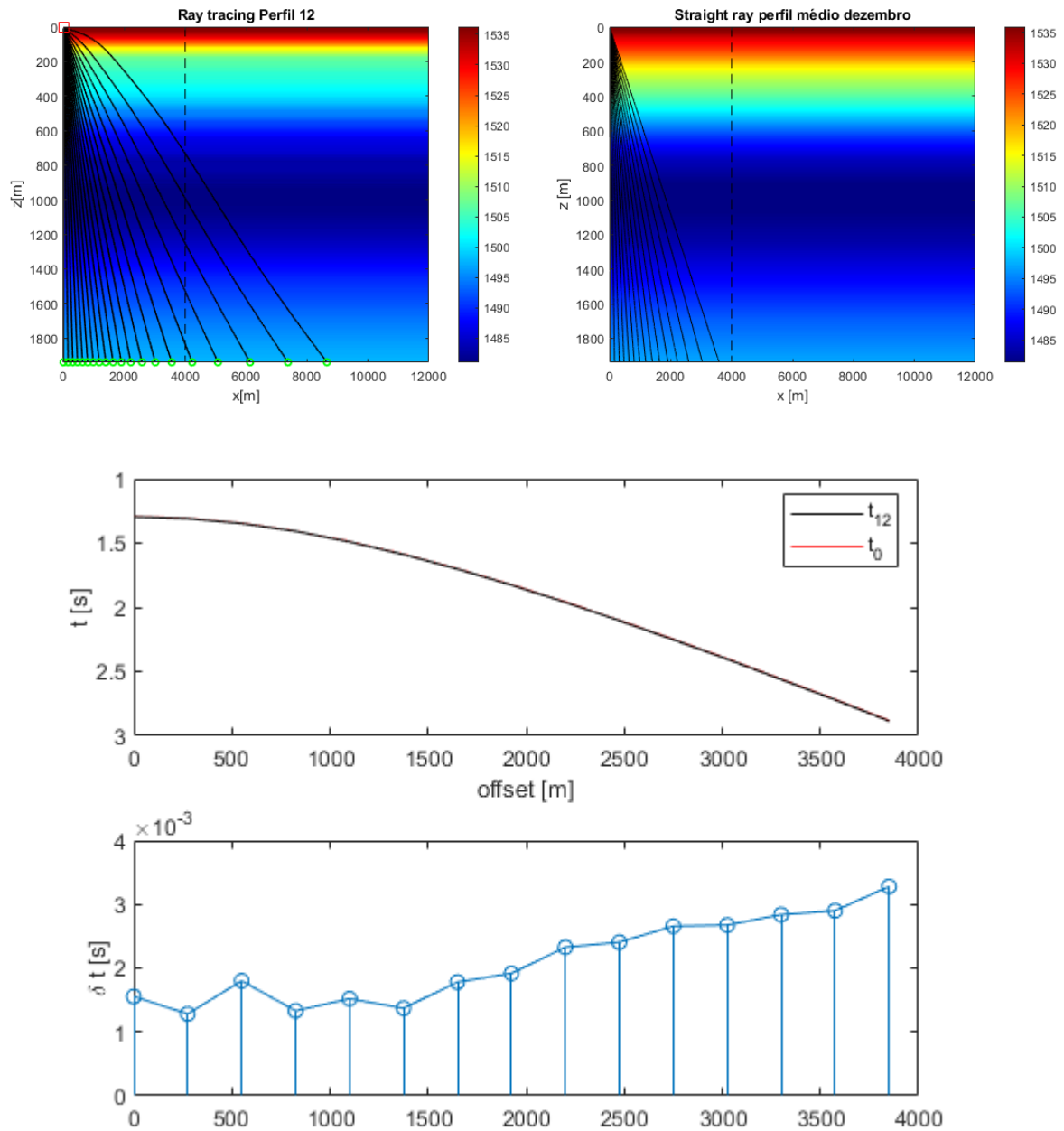


Figura 13: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 12 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de dezembro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de dezembro (linha vermelha) e do Perfil 12 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* intermediários apresentam os menores valores de δt .

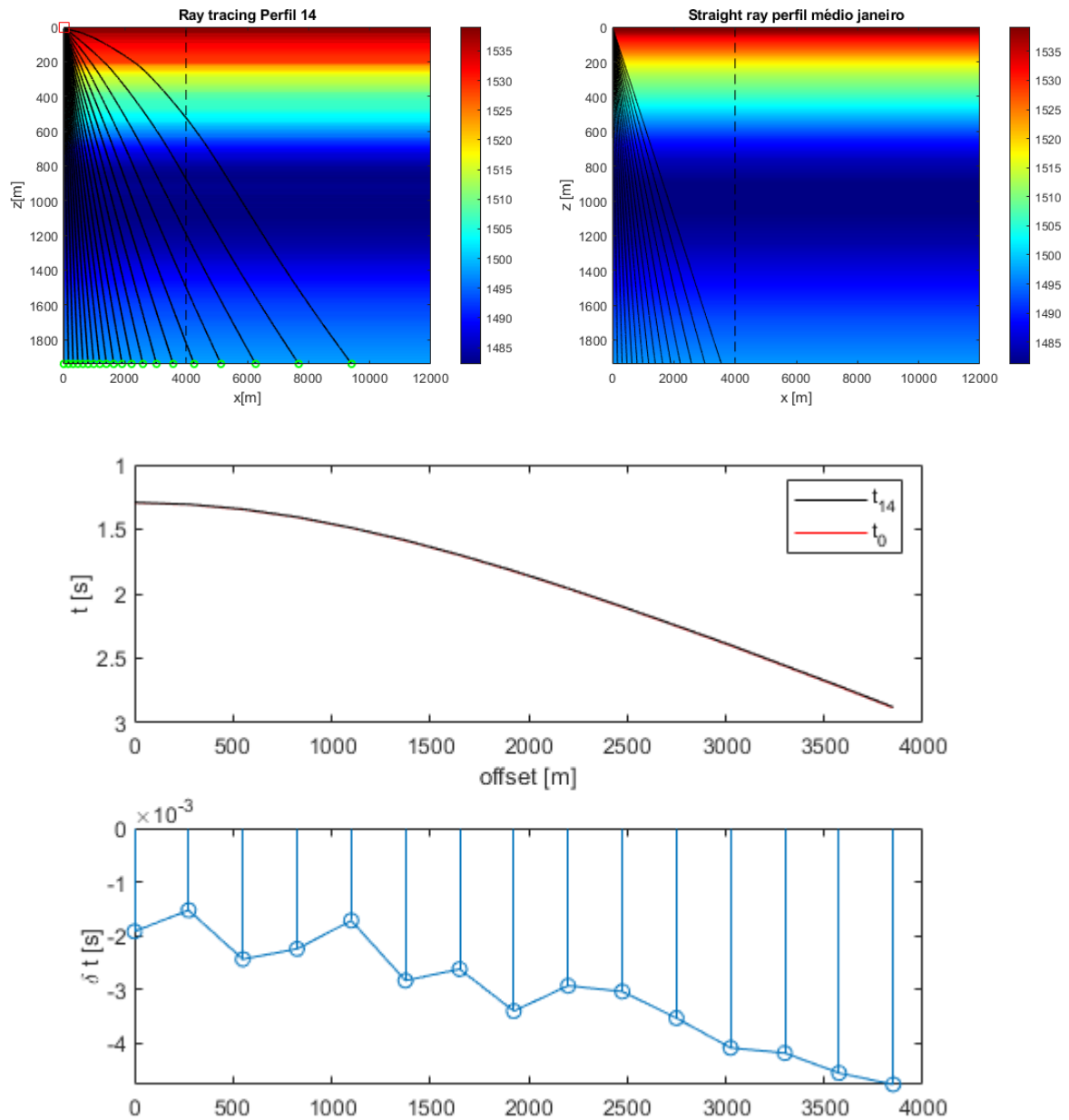


Figura 14: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 14 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de janeiro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de janeiro (linha vermelha) e do Perfil 14 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt .

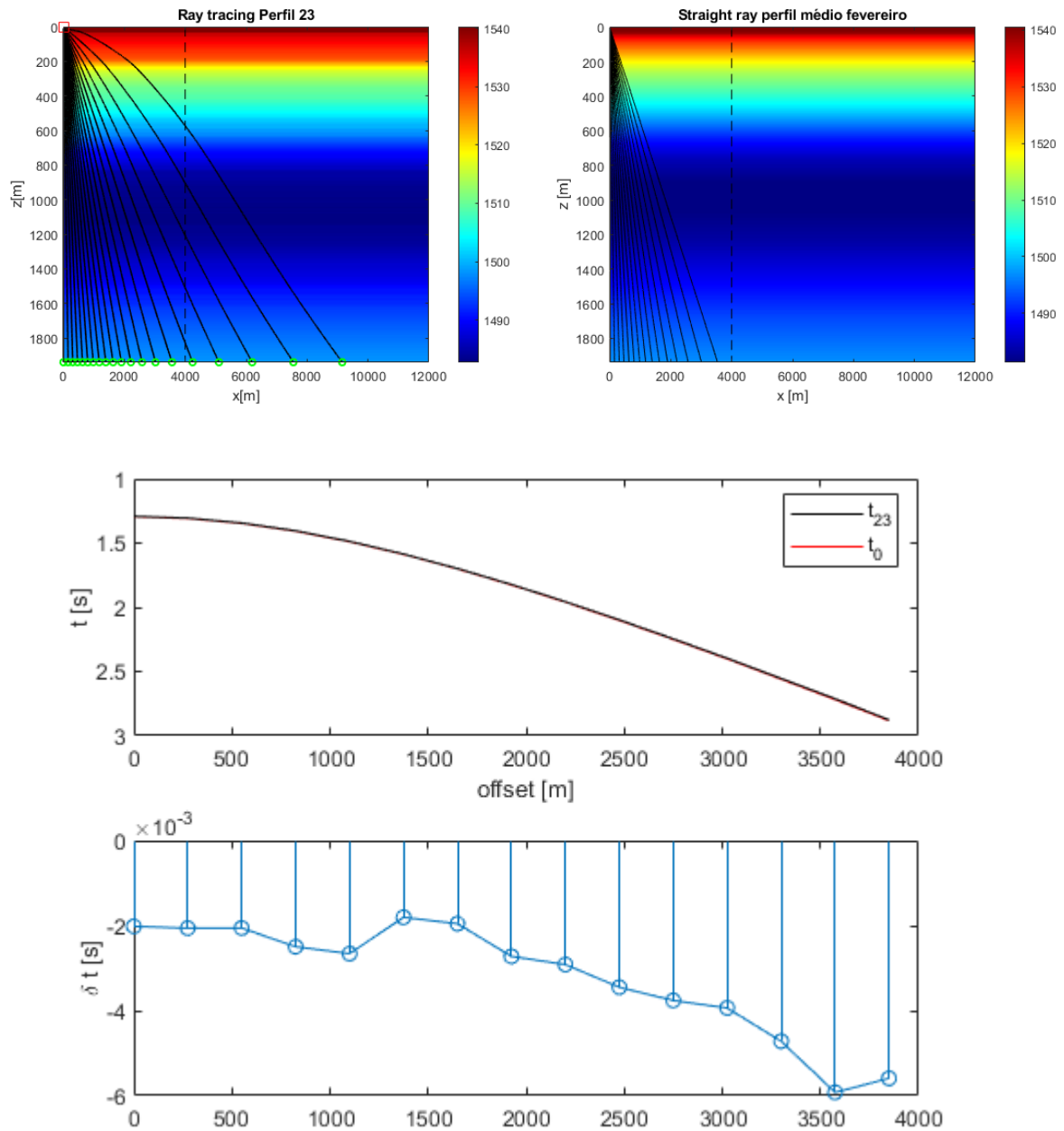


Figura 15: Caminhos de propagação dos raios obtidos para o modelo de velocidade do Perfil 23 (canto superior esquerdo) e do perfil médio de fevereiro (canto superior direito). Comparação entre os tempos de trânsito do perfil médio de fevereiro (linha vermelha) e do Perfil 23 (linha preta), calculados por raios retos e *ray-tracing*, respectivamente. Perturbação (canto inferior) dos tempos de trânsito (δt), sendo as maiores perturbações observadas nos *offsets* mais distantes. *Offsets* menores apresentam os menores valores de δt .

4.3 INVERSÃO E AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

4.3.1 Reconstrução da variação temporal da velocidade do som

Os resultados de todos os 23 perfis de velocidade do som, reconstruídos a partir dos coeficientes obtidos da inversão linear, são apresentados na Figura 16. De forma geral, os resultados da inversão, considerado os perfis médios mensais como modelos de velocidade inicial, aparentam valores e comportamento semelhantes aos dados reais (Figura 16). Em todos os perfis, os maiores valores de velocidade do som são obtidos na região mais superficial do oceano (≈ 1533 a 1542 ms^{-1}), decrescendo gradualmente até a profundidade próxima de 1000 m, no qual a velocidade atinge seu valor mínimo ($\approx 1482 \text{ ms}^{-1}$). Nas regiões mais profundas, a velocidade volta a aumentar, até atingir um valor próximo de 1500 ms^{-1} . Na profundidade próxima de 500 m, alguns dos perfis reconstruídos não apresentam os mesmos padrões observados dos dados reais, principalmente os perfis do dia 37 (período de aquisição do Perfil 12) e do dia 53 (relacionado à coleta do Perfil 14).

Em relação ao RMSE, os perfis relacionados aos primeiros dias de aquisição (do mês de novembro), são os que apresentam os menores valores ao longo de toda a coluna d'água, com o maior erro obtido no dia 10, aos 200 m de profundidade ($RMSE = 3,48 \text{ ms}^{-1}$). No mais, todos os primeiros perfis evidenciam valores de RMSE abaixo de $2,3 \text{ ms}^{-1}$ na região mais superficial do oceano ($z < 200 \text{ m}$), e erros praticamente nulos nas regiões mais profundas ($z > 800 \text{ m}$).

O Perfil 12, relacionado à passagem do vórtice oceânico (Figura 5), é o que apresenta os maiores erros observados entre os dias 30 e 50. Nessa região, erros de até 14 ms^{-1} na profundidade de 200 m são observados. Em profundidades intermediárias (até 1200 m), os índices ficam abaixo de 1 ms^{-1} . Nas regiões mais profundas, o erro volta a aumentar, atingindo um valor máximo de $2,79 \text{ ms}^{-1}$ (em $z = 1462 \text{ m}$).

A partir do dia 50, os erros variam entre de 0 a 8 ms^{-1} até os 300 m de coluna d'água. Nas profundidades intermediárias e profundas, os erros ficam abaixo de 2 ms^{-1} , com exceção dos perfis dos últimos dias de aquisição, nos quais apresentam um RMSE entre 3 e $5,4 \text{ ms}^{-1}$ próximos aos 700 m. Todos os 23 perfis apresentam erros abaixo de $2,8 \text{ ms}^{-1}$ em regiões abaixo de 800 metros de profundidade.

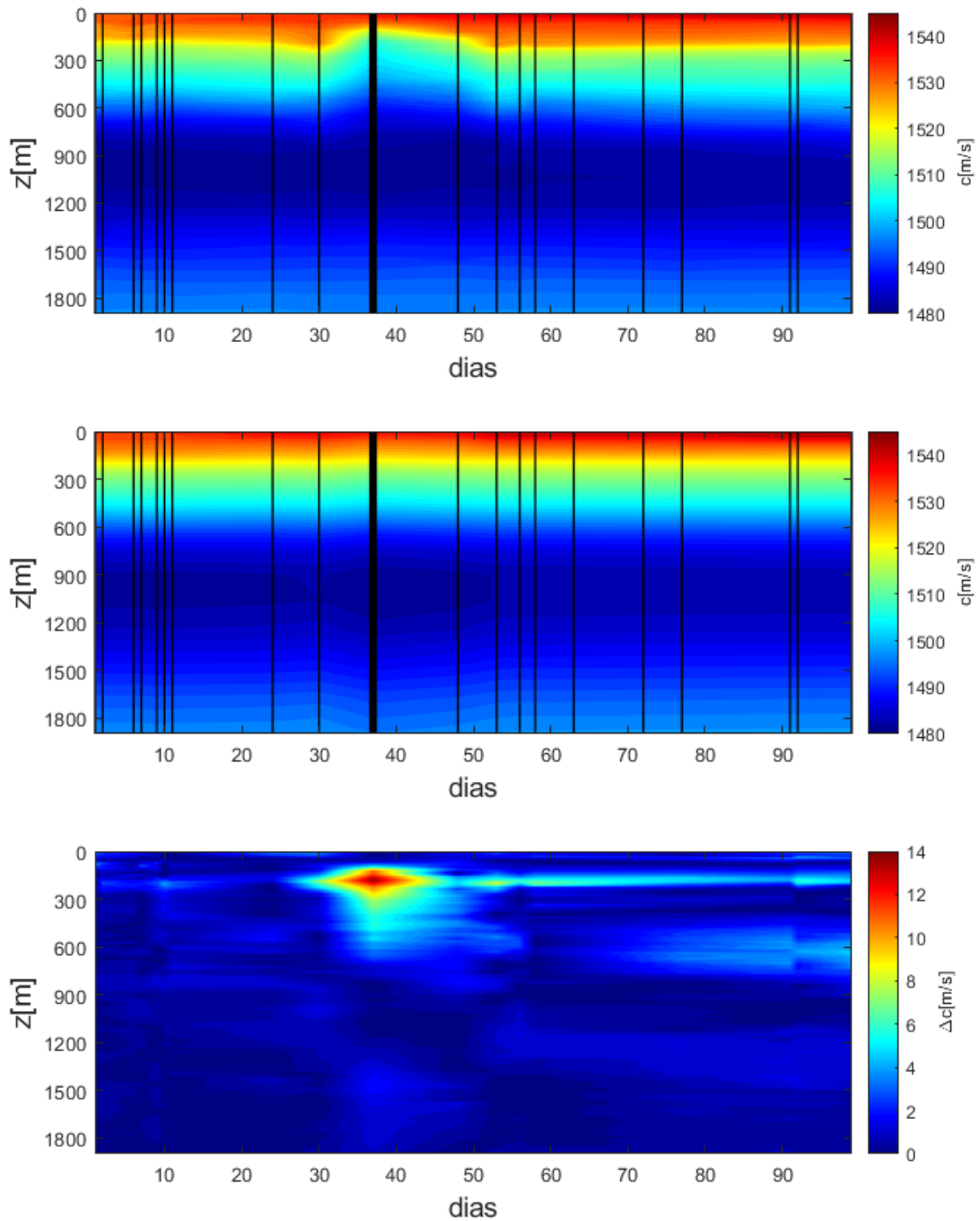


Figura 16: Comparação entre os perfis reais (canto superior), perfis reconstruídos via inversão (centro), considerando os perfis médios mensais, e valores de RMSE (canto inferior). Todos os 23 resultados foram interpolados ao longo do período de aquisição dos dados, desconsiderando a dispersão espacial. As linhas verticais indicam os instantes de coleta dos perfis. A linha preta em destaque é relacionada ao Perfil 12, no qual foi obtido o erro máximo entre todos os 23 perfis ($RMSE = 13,31 \text{ ms}^{-1}$, em $z \approx 200 \text{ m}$).

Para fins comparativos, o mesmo processo de reconstrução dos perfis de velocidade do som foi realizado considerando um perfil base constante (Figura 17). Considerando o modelo homogêneo, os resultados da inversão contêm valores de velocidade do som praticamente constantes ao longo de toda a coluna d'água, variando entre 1496 e 1499 ms^{-1} . Neste caso, os

erros associados à inversão retornam valores próximos a 40 ms^{-1} na região superficial do oceano, 16 ms^{-1} entre 800 e 1200 m e valores menores que 5 ms^{-1} abaixo dos 1700 m de profundidade (Figura 17).

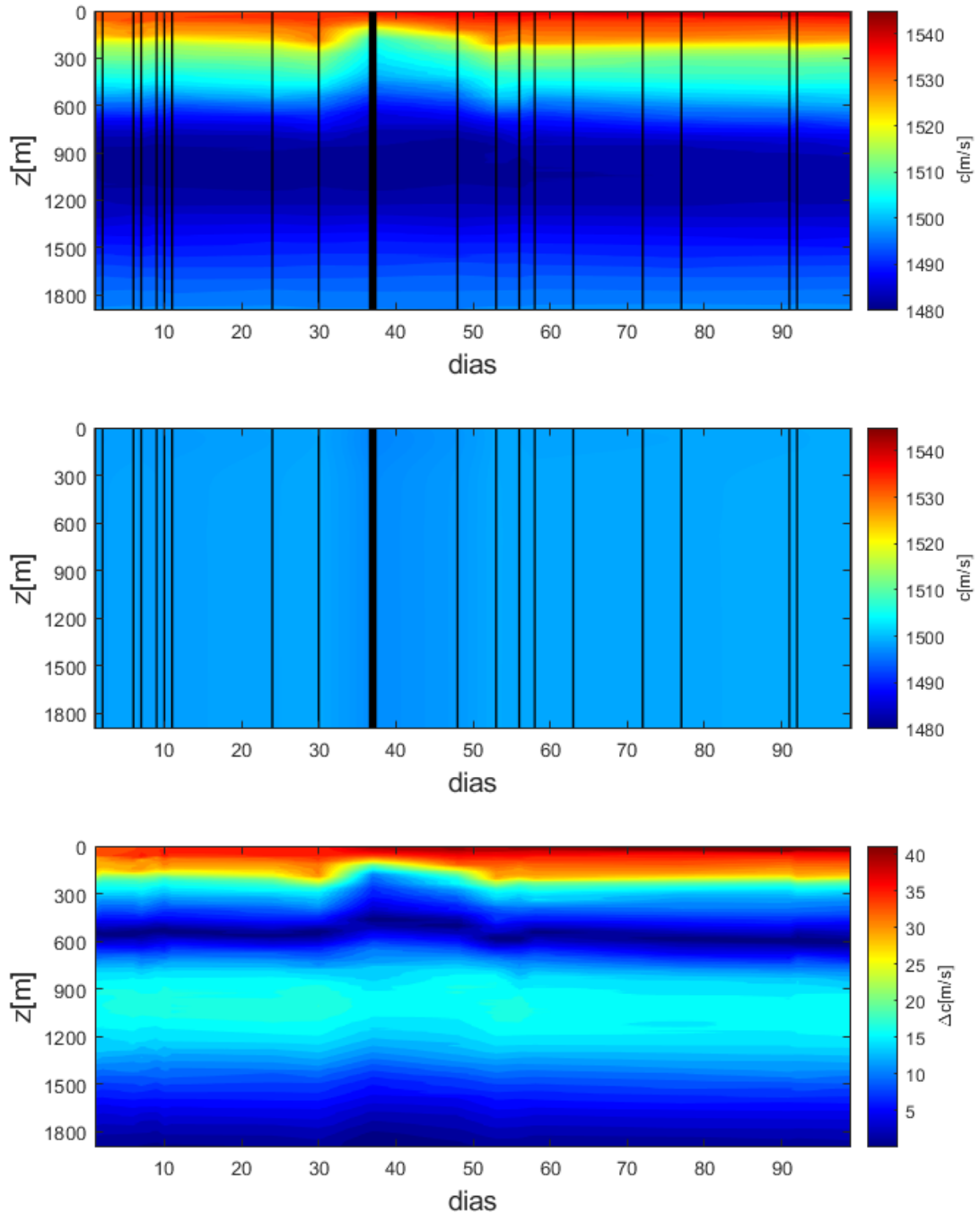


Figura 17: Comparação entre os perfis reais (canto superior), perfis reconstruídos via inversão (centro), considerando um perfil constante ($c_0(z)=1500 \text{ ms}^{-1}$), e valores de RMSE (canto inferior). Todos os 23 resultados foram interpolados ao longo do período de aquisição dos dados, desconsiderando a dispersão espacial. Os erros máximos obtidos em todos os 23 perfis estão na região mais superficial do oceano, com valores de RMSE próximos à 40 ms^{-1} .

4.3.2 Reconstrução local dos perfis e avaliação do erro

Maiores detalhes da reconstrução local dos Perfis 1, 12, 14 e 23, a partir dos coeficientes obtidos da inversão linear, e RMSE, calculado para cada profundidade, são apresentados nas Figuras 18 a 21. Simultaneamente, é feita a comparação direta entre o perfil reconstruído (linha azul), o perfil médio mensal (linha vermelha), e o perfil medido *in situ* (linha preta, para cada caso. Nas Figuras 18 a 21 também são feitas comparações dos resultados da inversão considerando o modelo de velocidade inicial constante. Nas Tabelas 2 a 6 são apresentados os coeficientes obtidos diretamente dos ajustes de curvas e os coeficientes encontrados pela inversão linear.

De uma forma geral, o Perfil 1 reconstruído acompanha bem o comportamento do perfil real e médio ao longo de toda a coluna d'água (Figura 18). A maior diferença é obtida nos primeiros metros de profundidade, no qual o perfil obtido via inversão não é capaz de representar uma pequena variação de velocidade do perfil *in situ* ($z \approx 60 \text{ m}$). Os maiores RMSE são obtidos na região mais superficial do oceano, atingindo um valor máximo de $2,73 \text{ ms}^{-1}$ (em $z = 76 \text{ m}$). Após os 200 m de profundidade, o erro diminui, variando entre 0 e $1,5 \text{ ms}^{-1}$ ao longo de z . Em relação aos 4 casos, a inversão do Perfil 1 apresenta os menores índices de erro.

Assim como apresentado na Figura 17, o resultado da inversão considerando o modelo homogêneo retorna apenas um perfil, sendo praticamente constante ao longo de toda a profundidade. Os valores máximos e mínimos de velocidade são $1498,37$ e $1498,53 \text{ ms}^{-1}$, respectivamente. Consequentemente, os valores de RMSE para este perfil reconstruído são elevados em toda a coluna d'água. Na região mais superficial, o RMSE está acima de 30 ms^{-1} , e entre 700 e 1600 m, o erro atinge um máximo de $16,34 \text{ ms}^{-1}$. Ainda assim, comparado aos demais perfis reconstruídos assumindo modelo homogêneo, este é o que apresenta os menores erros.

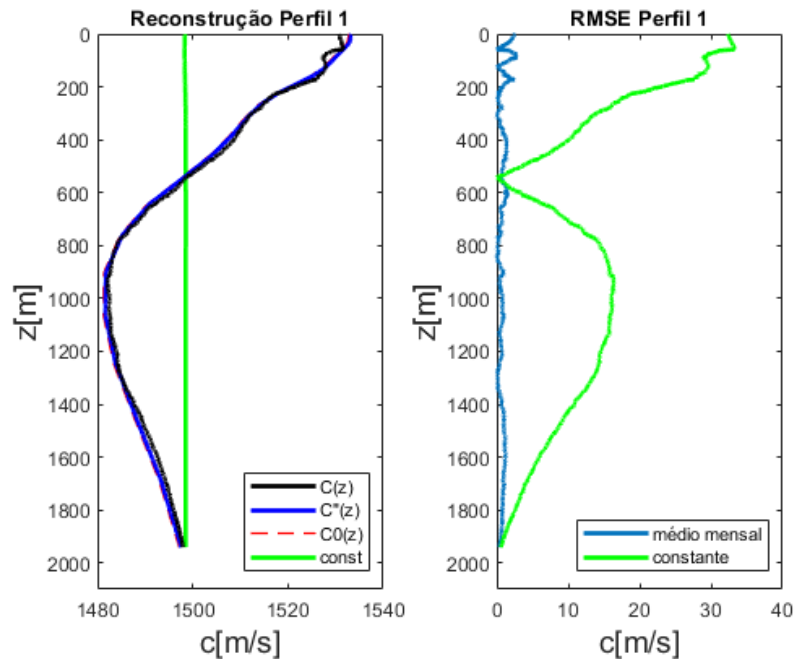


Figura 18: Perfil 1 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de novembro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 1 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).

A Tabela 2 apresenta a comparação entre os coeficientes obtidos da inversão e aqueles obtidos pelo ajuste de curvas, considerando o Perfil 1. O parâmetro a_0 apresenta o maior valor em relação aos demais coeficientes da inversão ($a_0 = 0,41$). Este parâmetro também é aquele que atinge o valor mais próximo do esperado (mais próximo em relação aos coeficientes obtidos da parametrização). Os demais parâmetros obtidos da inversão registram valores próximo à zero.

Tabela 2: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 1.

Coeficientes	a_0	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
Ajuste de curva	1,15	15,99	-4,83	-7,17	-13,42	-6,94	-4,91	-3,98	7,08
Inversão	0,41	0,02	0,02	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01

Diferentemente do 1º caso, o Perfil 12 reconstruído não apresenta um mesmo comportamento do perfil real, sendo o resultado praticamente idêntico ao perfil médio de dezembro (Figura 19). Em relação ao perfil real, o perfil invertido apresenta valores superiores até os 700 m. Abaixo dessa profundidade, os resultados obtidos de velocidade do som

apresentam valores semelhantes ao perfil *in situ*. Os maiores RMSE foram observados novamente na região mais superficial do oceano, com um valor máximo de $13,31 \text{ ms}^{-1}$, na profundidade de 176 m (Figura 19). Nas regiões mais profundas ($z > 700 \text{ m}$), o erro não ultrapassa os $2,8 \text{ ms}^{-1}$. Em relação aos 4 casos, a inversão do Perfil 12 apresenta os maiores índices de erro.

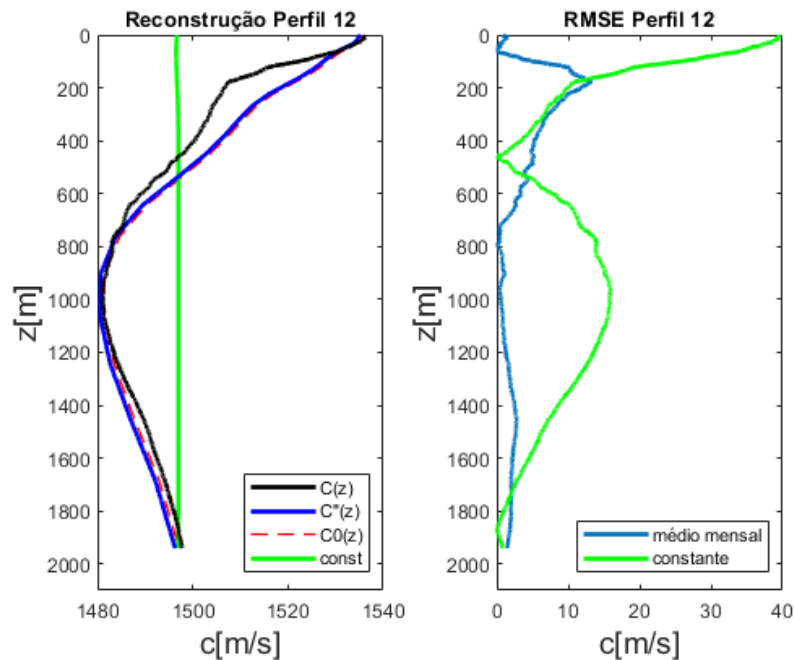


Figura 19: Perfil 12 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de dezembro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 12 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).

A inversão para este caso, considerando o perfil constante, retorna valores de velocidade do som entre $1496,65$ e $1496,68 \text{ ms}^{-1}$, sendo os menores valores obtidos entre os 4 casos. Em relação ao erro, é registrado um máximo de $39,62 \text{ ms}^{-1}$ nos primeiros metros de coluna d'água ($z = 12 \text{ m}$). Abaixo dos 400 m, o RMSE atinge um segundo valor máximo de $15,92 \text{ ms}^{-1}$, próximo aos 1000 m de profundidade.

Todos os coeficientes provenientes da inversão linear do Perfil 12 apresentam índices negativos (Tabela 3). Assim como no Perfil 1, parâmetro a_0 registra o maior valor em relação aos demais coeficientes ($a_0 = -0,82$). Os demais parâmetros, ainda que negativos, entregam valores praticamente nulos. Neste caso, nenhum dos parâmetros obtidos apresentam valores semelhantes ao esperado pela parametrização, sendo este o resultado com a maior discrepância entre os parâmetros obtidos via inversão e parametrização.

Tabela 3: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 12.

Coeficientes	a0	a1	b1	a2	b2	a3	b3	a4	b4
Ajuste de curva	0,99	50,14	-108,8	-84,72	-12,16	-0,79	67,90	33,42	-15,68
Inversão	-0,82	-0,05	-0,05	-0,01	-0,04	-0,01	-0,03	-10^{-3}	-0,02

Os resultados da inversão do Perfil 14, assim como no Perfil 12, apresenta um perfil mais semelhante ao perfil médio do que ao perfil real (Figura 20). O perfil reconstruído contém valores velocidade levemente superior ao perfil médio de janeiro ao longo de toda a coluna d'água ($\Delta c \approx 1 \text{ m/s}$).

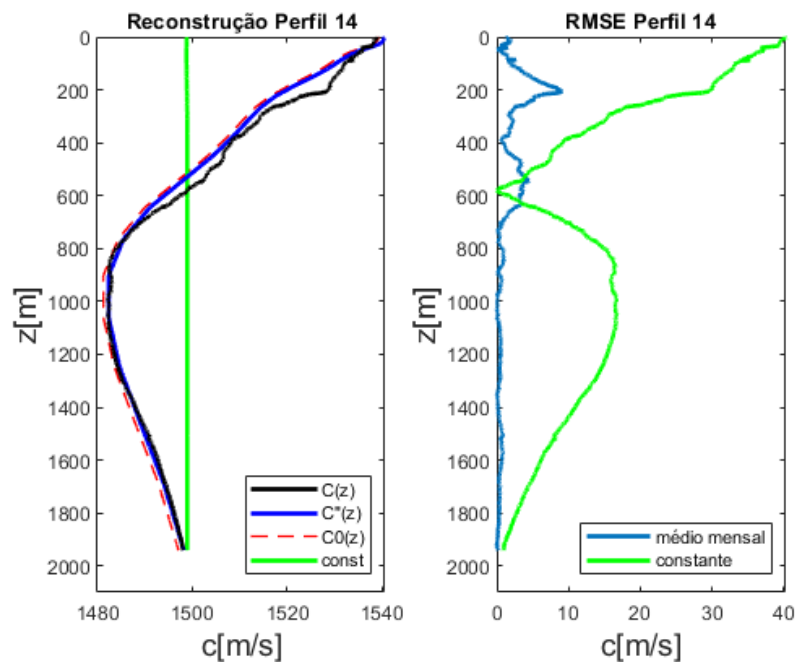


Figura 20: Perfil 14 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a esquerda) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de janeiro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 14 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a direita) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).

Em relação ao perfil *in situ*, os valores de velocidade do som são muito próximos nas regiões mais profundas ($z > 1000 \text{ m}$). Novamente, os maiores erros são registrados na região superficial do oceano, com um RMSE máximo de $9,16 \text{ ms}^{-1}$, na profundidade de 207 metros. Um segundo pico de RMSE ($4,40 \text{ ms}^{-1}$) é observado aos 545 m. Após os 700 m, os erros registrados apresentam valores inferiores à 1 ms^{-1} .

A inversão com o perfil homogêneo retorna resultados semelhantes ao Perfil 1, com a velocidade variando entre 1498,80 e 1498,92 ms^{-1} , e erros máximos de 40,22 ms^{-1} na região mais superficial e 16,69 ms^{-1} próximo aos 1000 m. Na Tabela 4 são apresentados os coeficientes obtidos da inversão e aqueles obtidos pelo ajuste de curvas, para o Perfil 14. O parâmetro a_0 apresenta o maior valor em relação aos demais coeficientes da inversão ($a_0 = 1,12$). Este parâmetro também é aquele que atinge o valor mais próximo do esperado. Os demais parâmetros registram valores próximo à zero, assim como obtido na inversão dos Perfis 1 e 12.

Tabela 4: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 14.

Coeficientes	a0	a1	b1	a2	b2	a3	b3	a4	b4
Ajuste de curva	1,29	17,88	26,86	6,15	-24,33	-0,43	-21,62	-23,43	12,58
Inversão	1,12	0,07	0,07	0,02	0,05	0,01	0,04	0,01	0,03

O 4º e último caso, relacionado à inversão do Perfil 23, apresenta resultados semelhantes à reconstrução do Perfil 14. As velocidades do som obtidas da inversão são levemente superiores àquelas observadas no perfil médio (Figura 21). Em relação ao perfil real, os valores de velocidade do som são próximos em algumas regiões mais superficiais, principalmente entre 200 e 400 m e abaixo de 1000 m de profundidade ($\Delta c < 1 ms^{-1}$).

Neste perfil, são observadas oscilações de RMSE na região superficial do oceano, com os 2 maiores picos registrados na profundidade de 36 m (3 ms^{-1}) e 197 m (6,77 ms^{-1}). O terceiro maior valor de RMSE é observado na profundidade de 631 m (4,18 ms^{-1}). As regiões mais profundas apresentam valores de RMSE menores que 1 ms^{-1} . A inversão com o perfil homogêneo obteve valores de velocidade entre 1498,98 ms^{-1} e entre 1499,01 ms^{-1} , e erros máximos de 41,39 ms^{-1} na região mais superficial e 16,25 ms^{-1} próximo aos 1000 m, sendo o perfil com o maior erro, considerando os 4 casos.

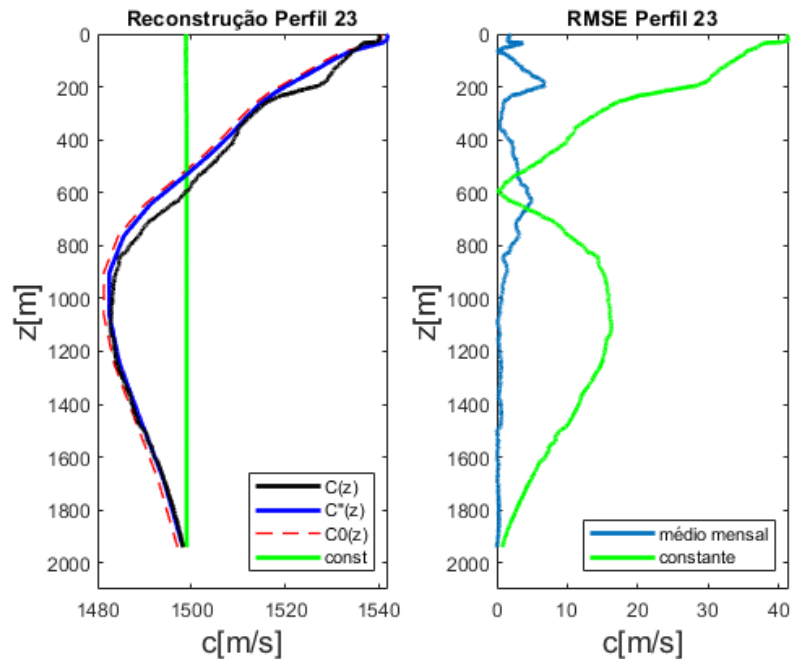


Figura 21: Perfil 23 reconstruído a partir da inversão linear. Comparação (a direita) entre o perfil obtido via inversão, considerando a média mensal (linha azul) e considerando perfil constante (linha verde), perfil médio de fevereiro (linha pontilhada vermelha) e o Perfil 23 coletado *in situ* (linha preta). Erro médio quadrático (a esquerda) ao longo de z dos resultados da inversão com média mensal (linha azul) e perfil constante (linha verde).

Na Tabela 5 são apresentados os coeficientes obtidos da inversão e aqueles obtidos pelo ajuste de curvas para o Perfil 23. Assim como nos demais resultados, o parâmetro a_0 é aquele que apresenta o maior valor ($a_0 = 1,18$), enquanto os demais registram valores próximos à zero. Novamente, não foi possível obter coeficientes positivos e negativos pela inversão (coeficientes a_1 e a_2 , por exemplo). O parâmetro a_0 é o único a apresentar um valor próximo do esperado, considerando os coeficientes da parametrização do Perfil 23.

Tabela 5: Coeficientes obtidos da parametrização e inversão linear do Perfil 23.

Coeficientes	a_0	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
Ajuste de curva	1,21	-16,2	73,72	64,62	-52,01	-35,33	-24,09	-14,53	19,67
Inversão	1,18	0,07	0,07	0,02	0,06	0,01	0,04	0,01	0,03

5 DISCUSSÃO

Com base nos resultados dos perfis locais reconstruídos, verifica-se que, apesar da escolha das funções de base terem sido adequadas na representação das variações dos perfis medidos em relação a médias mensais do GLORYS, os resultados da inversão ficaram basicamente limitados ao deslocamento dos perfis médios. A Figura 22 apresenta os valores singulares encontrados no operador linear L . No geral, todos os perfis apresentaram apenas o primeiro valor singular dominante (10^{-3}), enquanto os demais apresentam valores na ordem de 10^{-19} a 10^{-21} . Isto se deve basicamente porque, na formulação de raios retos, as linhas do operador linear L são linearmente dependentes, i. e. os termos de cada linha possuem um fator constante de proporcionalidade em função da inclinação de cada raio (VESNAVER, 1995). Portanto, a qualidade da formulação aqui investigada é bastante dependente do quão próximo os perfis médios do modelo de reanálise do GLORYS se aproximam dos perfis reais.

De fato, a presença de apenas um valor singular nesta disposição de fontes e sensores típica de levantamentos com OBNs, ao menos dentro da região de menor *offset*, onde a aproximação por raios retos é válida (BERTRAND; MACBETH, 2003; BERTRAND; MACBETH, 2002), indica que apenas um valor médio pode ser estimado a partir dos tempos de trânsito registrados por OBNs. Melhorias nesta questão podem ser esperadas se considerados o comportamento dos raios em *offsets* mais afastados, como em dados de até 20 km (CYPRIANO et al, 2019), em conjunto com uma possível redução do número de funções de base necessárias ao ajuste do perfil de velocidade recuperado. Este último ponto pode ser realizado, por exemplo, avaliando a qualidade de considerar apenas os comprimentos de onda mais extremos ($k = 1$ e $k = 4$), resultando então em 5 coeficientes livres da Equação 3.4. A Figura 23 mostra o efeito desta redução do número de termos da série de Fourier na caracterização das perturbações de velocidade.

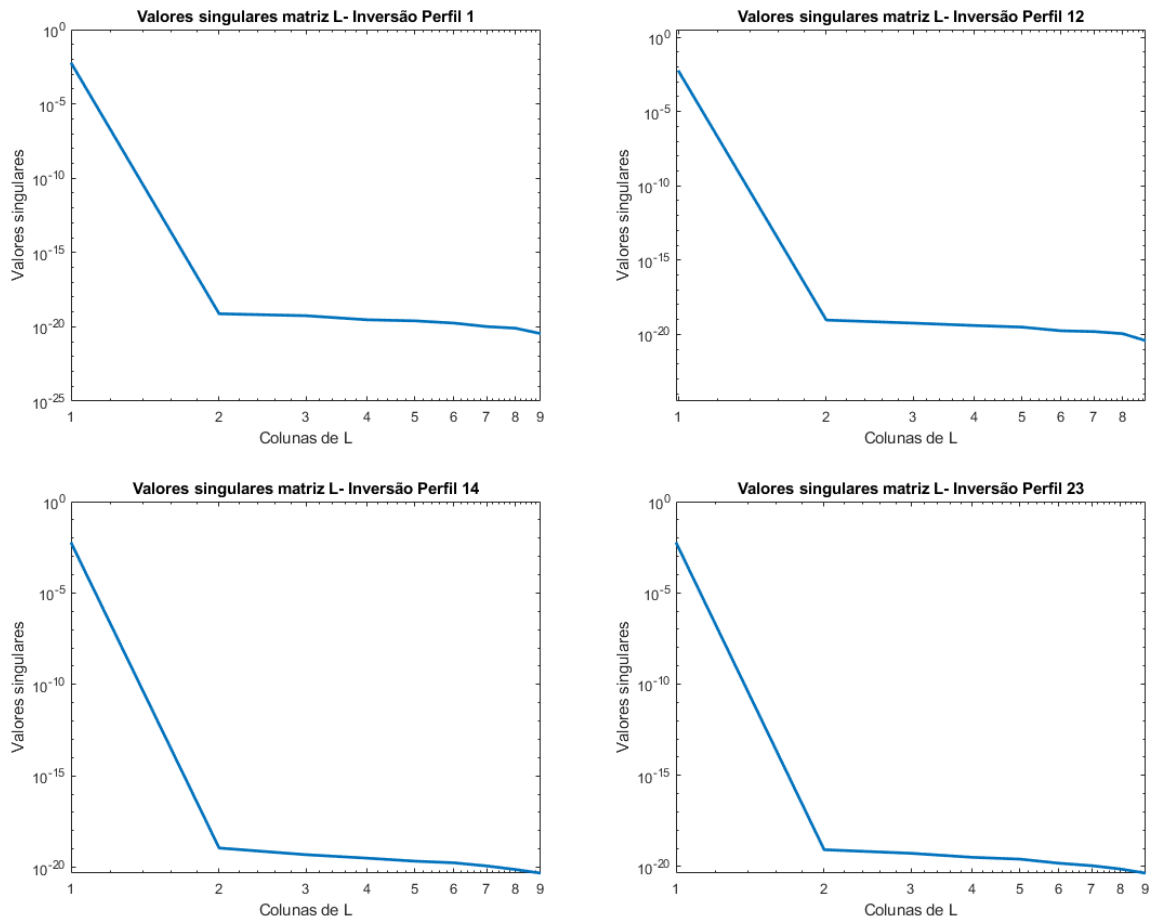


Figura 22: Valores singulares das colunas da matriz L, considerando os 4 perfis exemplificados na reconstrução local. Apenas a 1ª coluna da matriz em todos os casos retornou algum valor singular (10^{-3}). As demais colunas obtiveram valores na ordem de 10^{-19} a 10^{-21} .

Uma forma alternativa de aumentar o número de valores singulares do operador linear remete a inclusão de mais tipos de dados oceanográficos. Uma opção consiste no uso de estimativas para velocidade do som na região superior do oceano, a partir de dados de satélite. Uma vez conhecidos estes valores, a uma dada profundidade, o equacionamento poderia ser inserido diretamente no operador linear. Na superfície ($z = 0$), apenas os termos do cosseno (Equação 3.4) apresentariam um potencial de contribuição nas variações de velocidade em relação a uma média pré-estabelecida. Nas demais profundidades, uma combinação de ganhos proporcionada pelos termos trigonométricos passar a ser acionada como ponderação dentro de cada termo da matriz L .

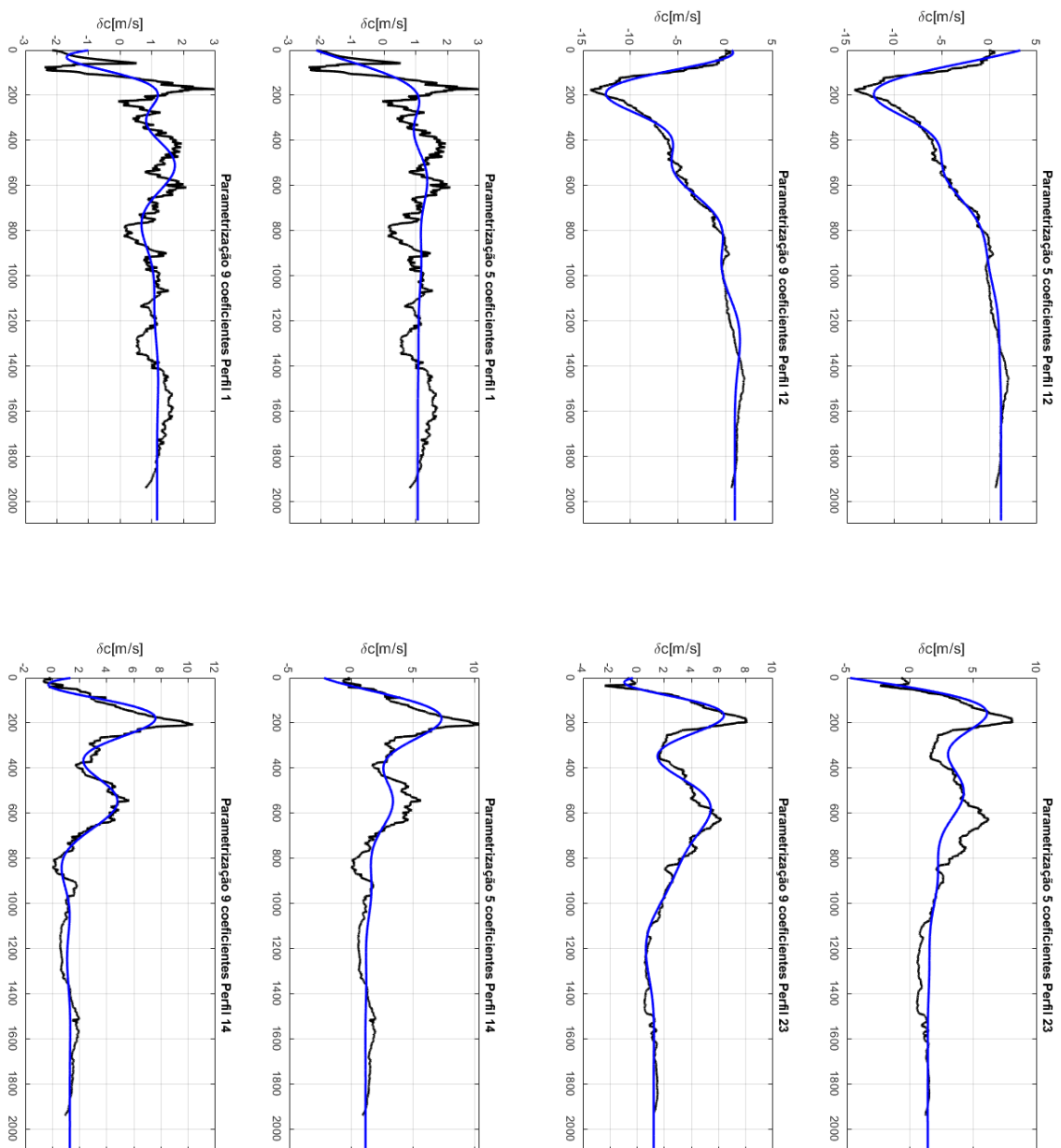


Figura 23: Comparação dos resultados do ajuste de curvas, considerando 5 e 9 coeficientes da Equação 3.4 para os Perfis 1 (canto superior esquerdo), 12 (canto superior direito), 14 (canto inferior esquerdo) e 23 (canto inferior direito).

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, a investigação de uma formulação para um Problema Inverso, voltado a reconstrução de perfis de velocidade do som do oceano, considerando os tempos de trânsito da onda direta registrados em sensores do tipo *Ocean Bottom Nodes*, foi conduzida. Para isto, primeiramente foram buscados os comportamentos médios mensais dos perfis de velocidade do

som na região de interesse. Uma parametrização das perturbações destes perfis foi realizada, através de uma análise baseada em perfis reais medidos *in situ* durante um levantamento sísmico. Neste caso, o uso de séries de Fourier com decaimento exponencial foi investigado, em função dos aspectos identificados destas perturbações. Foi observado uma certa robustez dos resultados, em relação a escolha dos valores de R e h , e bons resultados de ajuste de curvas foram obtidos.

Erros associados a aproximação da propagação acústica por raios retos, em relação a técnica de traçado de raios também foram avaliados. Para os casos analisados, os desvios no tempo de trânsito se mostraram ao menos 1 ordem de grandeza (até o *offset* de 4 km) em relação aos desvios causados pelas diferenças físicas dos perfis de velocidade. Apesar disso, o efeito desta aproximação para o caminho do raio se mostra crítico dentro da formulação do Problema Inverso, como apresentado na discussão (valores singulares intrínsecos do operador linear L).

Por fim, os resultados obtidos na reconstrução dos perfis de velocidades se mostraram de certa forma superiores a hipótese de um perfil constante, usualmente aplicada na indústria de óleo e gás. A qualidade dos resultados, entretanto, é inteiramente dependente da capacidade do perfil médio em se aproximar de perfis reais coletados. Os maiores erros, neste caso, são verificados na passagem de vórtices e/ou outros fenômenos de mesoescala.

Como trabalhos futuros, são listadas algumas opções:

1. Melhorias no tratamento do Problema Direto a hipótese de raios retos: uma opção, considerando também o efeito da baixa frequência, seria o uso de *sensitivity kernel*, também considerados em estudos de Tomografia Acústica Oceânica (*Travel-time sensitivity kernel*) (SKARTOULIS, 2004; WU et al., 2020). Neste caso, o efeito que as perturbações dos perfis de velocidade produzem nos tempos de trânsito (formalmente estabelecidos com a aproximação de Born, e conhecimento de funções de Green do perfil do oceano) podem ser utilizadas na construção do operador linear.
2. Estudo de outras formas de parametrização das perturbações de velocidade: além da redução do número de parâmetros mencionada anteriormente, outras opções de parametrizações podem ser investigadas. Exemplos encontrados na literatura envolvem o uso de *B-splines*, *Radial Base Functions* e EOFs (COX; VERSCHUUR, 2001; LI et al., 2001).
3. Inclusão de mais dados oceanográficos: uma forma de aumentar o número de valores singulares do operador linear envolve a inclusão de outros equacionamentos que

relacionem as variáveis de velocidade do som do ambiente marinho. Como já mencionado, uma opção é o uso de informações do comportamento da velocidade do som na superfície do oceano, extraídas a partir de dados satélite.

4. Realizar um processo iterativo de inversão, com o objetivo de fazer com que outros parâmetros das funções de base sejam “sensibilizados” pelo processo de inversão. Além disso, avaliar a inclusão de mais medidas no processo de inversão e verificar o efeito da inclusão de ruídos nos dados a serem invertidos.
5. Avaliar a convergência da inversão, a partir de um "crime da inversão". Neste caso, com o objetivo de verificar se o esquema de inversão está convergindo conforme o esperado, é empregado o mesmo modelo para geração dos dados observados na inversão, i.e, dados oriundos da aproximação de raios retos.

REFERÊNCIAS

- AKOSSOU, A Y. J; PALM, R. Impact of Data Structure on the Estimators R-Square And Adjusted R-Square in Linear Regression. **International Journal of Mathematics and Computation**. Vol. 20, N. 3, 2013.
- ALTHEYAB, A. Two-Point Ray Tracing Lab. **Kaust**, 2012. Disponível em:<<https://csim.kaust.edu.sa/files/SeismicInversion/Chapter.Ray/main.html>>. Acesso em set. de 2020.
- AMINI, A; PENG, H; ZHANG, Z; YANG, J. Joint inversion of water velocity and node position for ocean-bottom node data. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2016. **Society of Exploration Geophysicists**, p. 5490–5494. 2016.
- ASTER, R. C.; THURBER, C. H.; BORCHERS, B. Parameter estimation and inverse problems. **Academic Press**, 2005.
- BALMASEDA, M. A.; MOGENSEN, K.; WEAVER, A. T. Evaluation of the ECMWF ocean reanalysis system ORAS4, **Q. J. Roy. Meteor. Soc.**, 139, 1132–1161, 2013.
- BELO, W.C. **A Recirculação Interna do Giro Subtropical do Atlântico Sul e a Circulação Oceânica na Região do Pólo Pré-Sal da Bacia de Santos**. Tese (Doutorado em Ciências) – Instituto Oceanográfico, Universidade de São Paulo. São Paulo. p. 378. 2011.
- BERTRAND, A.; MACBETH, C. Seawater velocity variations and real-time reservoir monitoring. **The Leading Edge, Society of Exploration Geophysicists**, v. 22, n. 4, p. 351-355, 2003.
- BOEHM, G.; CRISE, A.; VESNAVER, A. Travel time inversion of marine seismic data for ocean sound speed reconstruction. In: **Full Field Inversion Methods in Ocean and Seismo Acoustics**. [S.l.]: Springer. p. 291–296.1995.
- BORDING, R. P.; GERSZTENKORN, A.; LARRY, R. L.; SCALES, J. A.; TREITEL, S. Applications of seismic travel-time tomography. **Geophysical Journal International, Blackwell Publishing Ltd Oxford**, UK, v. 90, n. 2, p. 285–303, 1987.
- BREGMAN, N.; BAILEY, R.; CHAPMAN, C. Crosshole seismic tomography. **Geophysics, Society of Exploration Geophysicists**, v. 54, n. 2, p. 200–215, 1989.
- BUHMANN, M. D. Radial basis functions: theory and implementations. [S.l.]: **Cambridge university press**, 2003. v. 12.
- COMMISSION, I. O. The international thermodynamic equation of seawater–2010: calculation and use of thermodynamic properties. Unesco, 2015.

CORNUELLE, B.; WUNSCH, C.; BEHRINGER, D.; BIRDSALL, T.; BROWN, M.; HEINMILLER, R.; KNOX, R.; METZGER, K.; MUNK, W.; SPIESBERGER, J.; SPINDEL, R.; WEBB, D.; WORCESTER, P. **Tomographic maps of the ocean mesoscale. part 1: Pure acoustics.** *Journal of physical oceanography*, v. 15, n. 2, p. 133–152, 1985.

CORNUELLE, B.; HOWE, B. High spacial resolution in vertical slice ocean acoustic tomography. **Journal of Geophysical research.** Vol 82, p. 11,680-11,692, 1987.

COX, B. E.; VERSCHUUR, D. Tomographic inversion of focusing operators. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS. **63rd EAGE Conference & Exhibition.** [S.l.], 2001. p. cp–15.

CYPRIANO, L.; YU, Z.; FERREIRA, D.; HUARD, B.; PEREIRA, R.; JOUNO, F.; KHALIL, A.; URASAKI, E. N. A.; DA CRUZ, N. M. S. M.; YIN, A.; CLARKE, D.; JESUS, C.C. Obn for pre-salt imaging and reservoir monitoring–potential and road ahead. 2019.

DONDURUR, D. **Acquisition and processing of marine seismic data.** [S.l.]: Elsevier, 2018.

DUNN, R.A. Ocean Acoustic Reverberation Tomography. **The Journal of the Acoustical Society of America.** 138, 3458. 2015

DUSHAW, B. Ocean acoustic tomography: A missing element of the ocean observing system. *Proceedings Acoustic & Environmental Variability, Fluctuations and Coherence*, 2016.

ETTER, P. C. **Underwater acoustic modeling and simulation.** [S.l.]: CRC press, 2018.

FEISTEL, R. A gibbs function for seawater thermodynamics for- 6 to 80 c and salinity up to 120 g kg⁻¹. **Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers, Elsevier**, v. 55, n. 12, p. 1639–1671, 2008.

FERNANDEZ, E.; LELLOUCHE, J. M. **Product user manual for the global ocean physical reanalysis product GLOBAL_REANALYSIS_PHY_001_030.** [s.l.] EU Copernicus Marine Service, 2018.

FERRY, N.; PARENT, L.; GARRIC, G.; BARNIER, B.; JOURDAIN, N.C. Mercator global Eddy permitting ocean reanalysis GLORYS1V1: Description and results. **Mercator-Ocean Quarterly Newsletter**, v. 36, p. 15–27, 2010.

FLETCHER, R. **Practical Methods Of Optimization: Vol. 1 Unconstrained Optimization.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 1980.

GRAD, M.; MJELDE, R.; CZUBA, W.; GUTERCH, A.; SCHWEITZER, J. Modelling of seafloor multiples observed in obs data from the north atlantic-new seismic tool for oceanography? **Polish Polar Research, Committee on Polar Research**, p. 375–392, 2011.

- GRION, S.; EXLEY, R.; MANIN, M.; MIAO,X.; PICA, A.; WANG, Y.; GRANGER, P.; RONEN, S. Mirror imaging of obs data. first break, **European Association of Geoscientists & Engineers**, v. 25, n. 11, 2007.
- HOLBROOK, W. S.; PARAMO, P.; PEARSE, S.; SCHIMITT, R.W. Thermohaline fine structure in an oceanographic front from Seismic reflection profiling. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 301, n. 5634, p. 821–824, 2003.
- HOWIE, J.; MAHOB, P.; SHEPERD, D.; BEAUDOIN, G. Unlocking the full potential of atlantis with obs nodes. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008. [S.l.]: **Society of Exploration Geophysicists**, 2008. p. 363–367.
- JENSEN, F. B.; KUPERMAN, W. A; PORTER, M. B; SCHIMIDT, H. **Computational ocean acoustics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011.
- KAIPIO, J.; SOMERSALO, E. Statistical inverse problems: discretization, model reduction and inverse crimes. **Journal of computational and applied mathematics**, Elsevier, v. 198, n. 2, p. 493–504, 2007.
- KAMPEL, M.; SILVA, C. L. Análise EOF da Confluência Brasil-Malvinas a partir de imagens AVHRR. **Anais VIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**. INPE, p. 775-780. 1996.
- KANEKO, A; ZHU, X. A; LIN, J. **Coastal Acoustic Tomography**. Elsevier, v. 1. 2020.
- KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. **Geofísica de exploração**. [S.l.]: Oficina de Textos, 2009.
- LACOMBE, C.; SCHULTZEN, J.; BUTT, S.; LECERF, D. Correction for water velocity variations and tidal statics. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2006. [S.l.]: **Society of Exploration Geophysicists**, 2006. p. 2881–2885.
- LANCZOS, C. **Linear differential operators**. [S.l.]: SIAM, 1996.
- LAVRENT_EV, M. M.; ROMANOV, V. G.; SHISHATSKI_, S. P. Ill-posed problems of mathematical physics and analysis. [S.l.]: **American Mathematical Soc.**, 1986. v. 64.
- LI, X.; MILLER, E. L.; RAPPAPORT, C.; SILEVICH, M. An adaptive b-spline method for low-order image reconstruction problems. 2001.
- LI, Y.; YANG, Z.; CHANG, G.; Detect water velocity variations with direct arrivals and water Bottom multiplex from 3d subsurface seismic obn/das-vsp. **European Association of Geoscientists & Engineers. 3rd EAGE Workshop on Borehole Geophysics**. [S.l.], p. cp–447; 2015.

- MAKAROV, D. **Ray and wave chaos in ocean acoustics: chaos in waveguides**. World Scientific, v. 1. 2010.
- MARIN, F. de O. **Tomografia Acústica Oceânica por Tempo de Percurso Modal em Águas Rasas**. Tese (Doutorado em Engenharia Oceânica) — Universidade Federal do Rio de Janeiro. p.223. 2015.
- MCDOUGALL, T. The international thermodynamic equation of seawater 2010 (teos-10): Calculation and use of thermodynamic properties. Global Ship-based Repeat Hydrography Manual, IOCCP Report No, v. 14, 2009.
- MEDWIN, H. **Sounds in the sea: From ocean acoustics to acoustical oceanography**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- MENKE, W. **Geophysical data analysis: Discrete inverse theory**. gdat, 1989.
- MOLDOVEANU, N.; EGAN, M. From narrow-azimuth to wide-and rich-azimuth acquisition in the gulf of mexico. first break, **European Association of Geoscientists & Engineers**, v. 24, n. 12, 2006.
- MUNK, W.; WUNSCH, C. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring. Deep Sea Research Part A. **Oceanographic Research Papers**, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 123–161, 1979.
- MUNK, W. Acoustic monitoring of ocean gyres. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 173, p. 43–53, 1986
- MUNK, W.; WORCESTER, P.; WUNSCH, C. **Ocean acoustic tomography**. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.
- NANDI, P.; HOLBROOK, W. S.; PEARSE, S.; PARAMO, P.; SCHIMITT, R. W. Seismic reflection imaging of water mass boundaries in the norwegian sea. **Geophysical Research Letters, Wiley Online Library**, v. 31, n. 23, 2004.
- PACAL, E. E. Seismic Imaging with Ocean-Bottom Nodes (OBN): New Acquisition Designs and the ATLANTIS 4C OBN Survey. Tese (Doutorado) — Citeseer, 2012.
- PENROSE, R. A generalized inverse for matrices. In: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. **Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society**. [S.l.], v. 51, n. 3, p. 406–413. 1955.
- PEREIRA, J.; GABIOUX, M.; ALMEIDA, M. M.; CIRANO, M.; PAIVA, A. M.; AGUIAR, A. L. The bifurcation of the western boundary current system of the South atlantic ocean. **Brazilian Journal of Geophysics**, v. 32, n. 2, p. 241–257, 2014.

- RITTER, G. L. D. S. Water velocity estimation using inversion methods. **Geophysics, Society of Exploration Geophysicists**, v. 75, n. 1, p. U1–U8, 2010.
- RODRÍGUEZ, O. C.; JESUS, S. M. Range-dependent regularization of travel time tomography based on theoretical modes. *Acta Acustica united with Acustica*, S. Hirzel Verlag, v. 88, n. 5, p. 760–762, 2002.
- SHERIFF, R. E. **Encyclopedic dictionary of applied geophysics**. [S.l.]: Society of exploration geophysicists, 2002.
- SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. **Exploration seismology**. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.
- SKARSOULIS, E. K.; CORNUELLE, B. D. Travel-Time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 116, n. 1, p. 227–238, 2004.
- SMYTHE, J.; HAYS, D.; DOCHERTY, P.; MARC, N. Ocean bottom node solutions for exploration to reservoir monitoring in deep water. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS. **First EAGE Workshop on Deepwater Exploration in Mexico: Foster collaboration to unlock potential**. [S.l.]. v. 2018, n. 1, p. 1–5, 2018.
- SONG, H. B.; LUIS, P.; WANG, D. X.; DONG, C. Z.; SONG, Y.; BAI, Y. Seismic images of ocean meso-scale eddies and internal waves. **Chinese Journal of Geophysics, Wiley Online Library**, v. 52, n. 6, p. 1251–1257, 2009.
- SONG, H.; PINHEIRO, L. M.; RUDDICK, B.; HUANG, X. Seismic oceanography: a new geophysical tool to investigate the thermohaline structure of the oceans. *Oceanography*, InTech Open Access Publisher, p. 113–128, 2012.
- STEWART, J.; ROMO, J. H. **cálculo**. [S.l.]: Pioneira Thomson Learning, 2006.
- VESNAVER, A. Null space reduction in the linearized tomographic inversion. **Full Field Inversion Methods in Ocean and Seismo-Acoustics**. [S.l.]: Springer. p. 139–145. 1995
- WASHBOURNE, J. K.; RECTOR, J. W.; BUBE, K. P. Crosswell travelttime tomography in three dimensions. **Geophysics, Society of Exploration Geophysicists**, v. 67, n. 3, p. 853–871, 2002.
- WOMBELL, R. Water velocity variations in 3d seismic processing. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 1996. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1996. p. 1666–1669.
- WU, W.; ZHAN, Z.; PENG, S.; NI, S.; CALLIES, J. Seismic ocean thermometry. **Science**, v. 369, n. 6510, p. 1510-1515. 2020.

ZUO, H.; BALMASEDA, M. A.; MOGENSEN, K.; TIETSCHKE, S. **OCEAN5: the ECMWF ocean reanalysis system and its real-time analysis component**. [s.l.] European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2018.

ZUO, H.; BALMASEDA, M. A.; TIETSCHKE, S.; MOGENSEN, K.; MAYER, M. The ECMWF operational ensemble reanalysis–analysis system for ocean and sea ice: a description of the system and assessment. **Ocean Science**, v. 15, n. 3, p. 779–808, 20 jun. 2019.

ZOU, Z.; ZHOU, H. W.; GURROLA, H.; BIAN, A.; HAUNG, Z.; ZHANG, J. Impact and solutions of seawater heterogeneity on wide-angle tomographic inversion of crustal velocities in deep marine environments—numerical studies. **Journal of Earth Science**, Springer, v. 29, n. 6, p. 1380–1389, 2018.

APÊNDICE A

Neste Apêndice são apresentados a distribuição cumulativa dos resultados da parametrização, considerando outros valores de R e h (Figura 24), e os resultados do ajuste de curva para todas as perturbações de velocidade do som (Figuras 25 a 27).

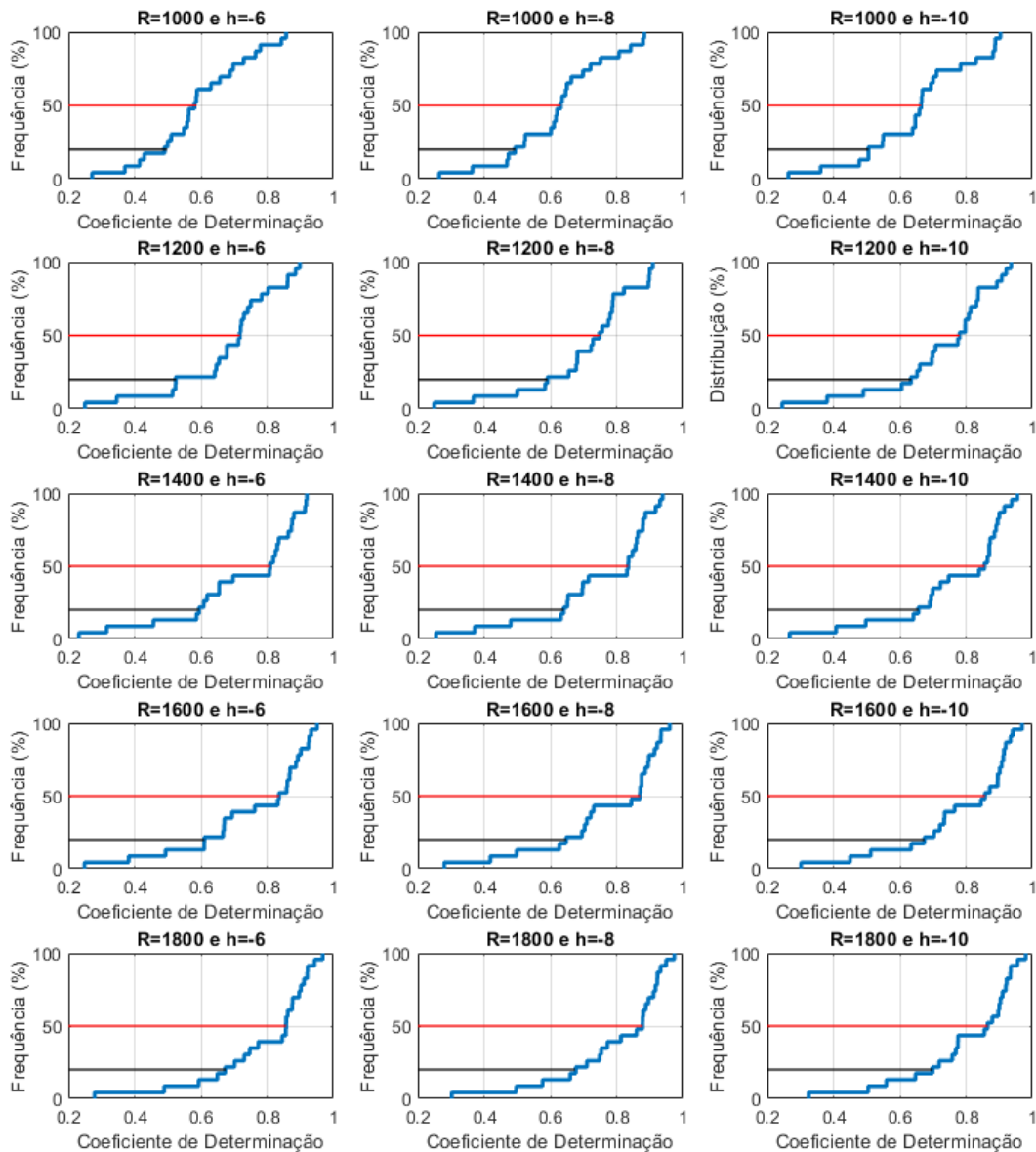


Figura 24: Distribuição cumulativa dos resultados dos Coeficientes de Determinação Ajustado da parametrização considerando demais valores dos parâmetros R e h . A linha vermelha (preta) apresenta a distribuição de 50% (80%) dos resultados dos perfis.

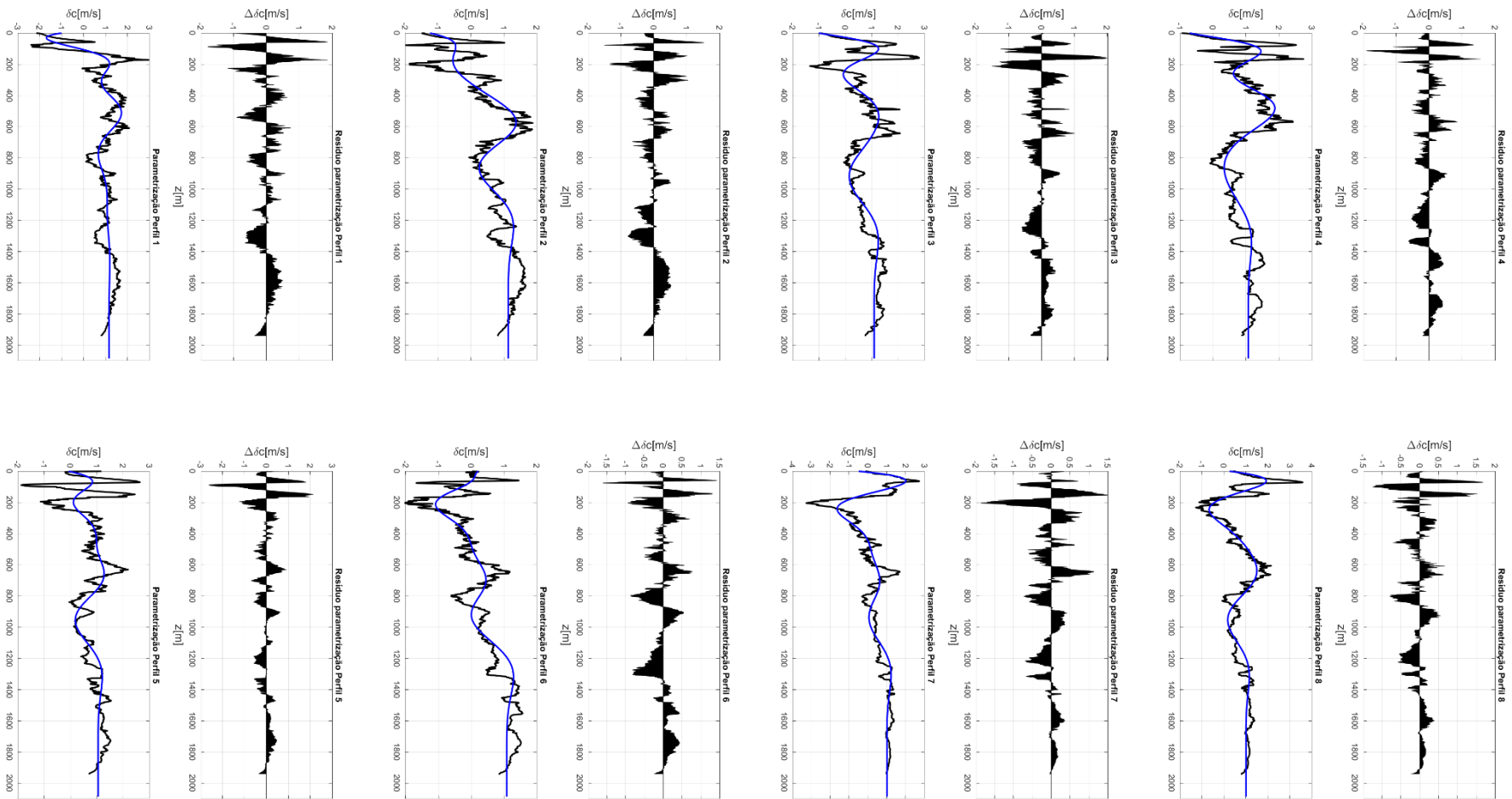


Figura 25: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 1 a 8. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta).

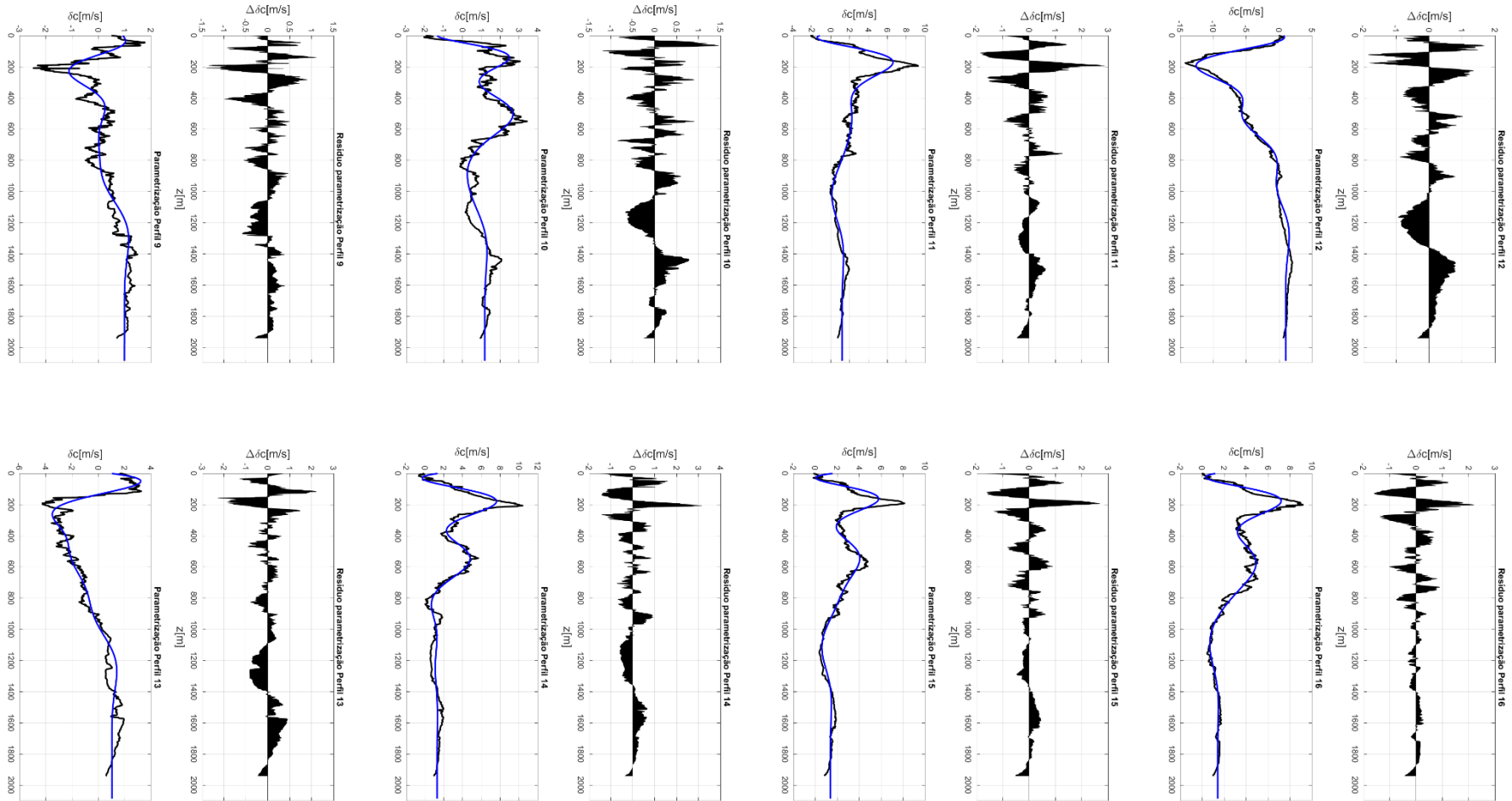


Figura 26: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 9 a 16. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta).

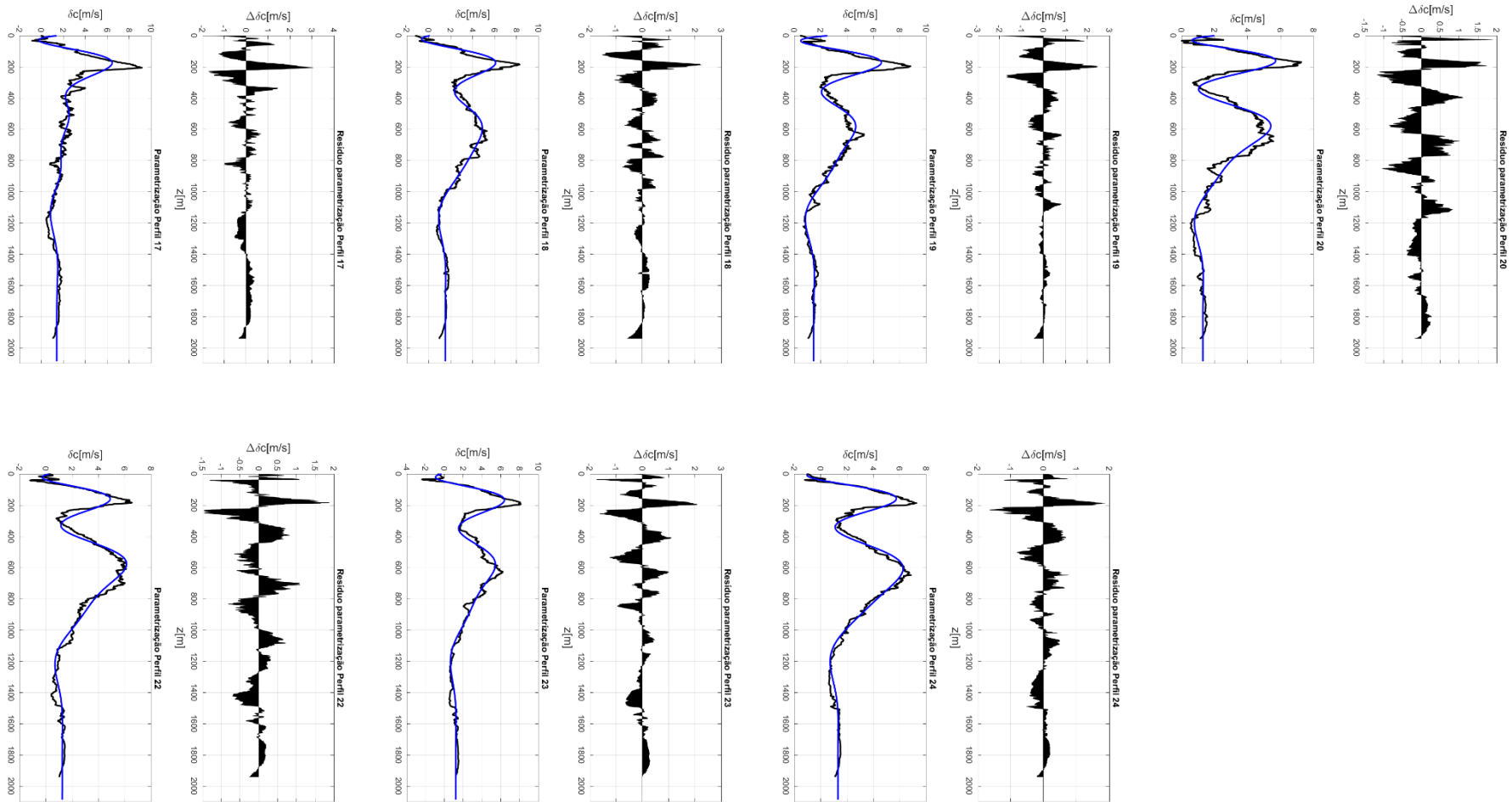


Figura 27: Resultado das parametrizações das perturbações do Perfil 17 a 24. Comparação entre a curva real (linha preta) e a curva parametrizada (linha azul). Resíduo obtido para cada profundidade z (área preta). Detalhe que não há o Perfil 21, pois este foi dado era um dado duplicado do Perfil 20.

