FLECHAS

OPERATÓRIAS

Abordagem Multiconexional

Edmilson Pontes

As Flechas Operatórias

1- Definições.

As flechas operatórias servem para indicar uma operação de passagem, de uma situação a outra, através de uma multiplicação, no caso das flechaa U ➔ Q e Q ← U, ou através de uma divisão, no caso das flechas Q ➔ U e U ← Q.

1.1 - A Flecha UnidQuant é uma flecha de passagem da Unidade para a Quantidade.

A flecha UnidQuant, também chamada Flecha VezesMais, é indicada da seguinte maneira :

U ➔ Q

A letra U indica a situação que se tem inicialmente, isto é, o valor da Unidade, enquanto que a letra Q indica a situação final, ou seja, o valor da Quantidade.

VezesMais significa MULTIPLICAR. Assim sendo, para passar do valor de uma unidade para o valor de uma quantidade de unidades deveremos fazer uma MULTIPLICAÇÃO. Por essa razão, a flecha UnidQuant é uma Flecha VezesMais, ou também Flecha da Multiplicação.

1.2- A Flecha QuantUnid é a flecha de passagem da quantidade para a unidade.

A Flecha QuantUnid, também chamada Flecha VezesMenos, é indicada da seguinte maneira.

Q ➔ U

A letra Q indica a situação inicial, isto é, o valor da Quantidade, enquanto a letra U indica a situação final, ou seja, o valor da Unidade.

VezesMenos significa DIVIDIR. Assim sendo, para passar do valor de uma quantidade para o valor da unidade, deveremos. fazer uma DIVISÃO. Por essa razão, a flecha QuantUnid é chamada Flecha VezesMenos, ou também Flecha da Divisão.

2- Uso das Flechas .

2.1- Uso da Flecha VezesMais

Quando se conhece o Valor Unitário de um Bem, usa-se a Flecha VezesMais para se obter o Valor de uma Quantidade qualquer,
Se o valor unitário do bem é .p, então o valor de n unidades será n vezes mais ......p.n

Exemplo 2.1.1 U ➔ Q

Se 1 kg de café custa 3 reais,
quanto custam 2 kg, 3 kg, 4 kg, 15 kg, 40 kg , n kg ?
Em todas essas situações, usaremos a Flecha U➔Q.

A Flecha UnidQuant é flecha de multiplicação.

A MULTIPLICAÇÃO será indicada com um . (ponto).

1 kg de café custa..............................3 reais
2 kg custam 2 vezes mais ....3 . 2

3 kg custam 3 vezes mais ....3 . 3
4 kg custam 4 vezes mais.................3 . 4
15 kg custam 15 vezes mais.................3 . 15
40 kg custam 40 vezes mais................3 . 40
n kg custam n vezes mais................3 . n

Exemplo 2.1.2 - U ➔ Q

Se 1 kg de açúcar custa p reais,
quanto custam 2 kg, 5 kg, n kg ?

1 custa ....p
2 custam 2 vezes mais .... p . 2
5 custam 5 vezes mais.................p . 5
n kg custam, n vezes mais .... p . n

2.2- Uso da Flecha VezesMenos

Quando se conhece o Valor de uma certa Quantidade de um Bem, usa-se a Flecha VezesMenos para se obter o Valor Unitário.

Se o valor de n unidades de um bem é ....q

o valor unitário do bem será n vezes menos ......q/n

Exemplo 2.2.1 $Q \rightarrow U$

Se 5 kg de café custam 15 reais, quanto custa 1 kg de café ?

Em tal situação, usa-se a flecha $Q \rightarrow U$.

A Flecha QuantUnid é flecha de divisão.
A DIVISÃO será indicada com / (barra ou traço de fração).

5 kg de café custam ....15 reais
1 kg custará 5 vezes menos 15/5
n kg de açúcar custam ....25 reais
1 kg custará n vezes menos..............25/n

Exemplo 2.2.2 $Q \rightarrow U$

n kg de café custam ....p reais
1 kg custará n vezes menos ....p/n.

RESUMO :

$U \rightarrow Q$ vezes mais
se 1 vale p então n valem p.n

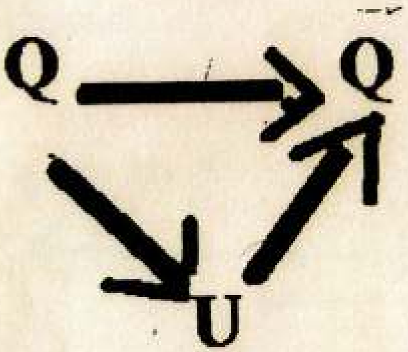
$Q \rightarrow U$ vezes menos
se n valem q então 1 vale q/n

$$U \xrightarrow{\text{vezes mais}} Q$$

$$Q \xrightarrow{\text{vezes menos}} U$$

3- A Lei do Triângulo.

A flecha QuantQuant Q ➔ Q pode ser obtida por triangulação, passando sucessivamente pelas flechas QuantUnid e UnidQuant.



Exemplo 3.1-

Se 5 kg de açúcar custam 6 reais, então 8 kg de açúcar quanto custarão ?

Queremos ir da quantidade 5 kg para a quantidade 8 kg.

Fazemos então a Lei do Triângulo :

Primeiramente, vamos do valor de 5 kg para o valor de 1 kg,

através da flecha QuandtUnid Q ➔ U;

logo após, vamos a partir do valor unitário para o valor de 8 kg, através da flecha U ➔ Q.

Se 5 kg custam 6 reais, então 1 kg custa 5 vezes menos : 6/5
e 8 kg custarão 8 vezes mais : (6/5).8.

Exemplo 3.2

a metros de pano custam b reais
quanto custam c metros do mesmo pano ?

Se a metros de pano custam b reais, então 1 metro de pano custa a vezes menos.............................b/a

Se 1 metro de pano custa b/a reais, então c metros de pano custarão c vezes mais.......(b/a)c

Exemplo 3.3

Se 100 reais dão um rendimento de 3 reais, em um certo tempo,
então 254 reais darão que rendimento no mesmo tempo ?

Se 100 reais rendem 3 reais em um certo tempo,
então 1 real renderá 100 vezes menos 3/100
E, portanto, 254 reais renderão 254 vezes mais ......(3/100).254

Exemplo 3.4

Se 100 reais rendem i reais, em certo tempo,
1 real renderá 100 vezes menos i/100
2 reais renderão 2 vezes mais ....(i/100).2

5 reais renderão 5 vezes mais ....(i/100).5
c reais renderão c vezes mais ....(i/100) . c

Exemplo 3.5

12 máquinas iguais produzem 60 parafusos por hora
1 máquina produz sozinha 12 vezes menos 60/12
15 máquinas produzirão 15 vezes mais ....(60/12) . 15

Exemplo 3.6

4 torneiras iguais dão uma vazão de x litros de água.
Que vazão dariam y torneiras ?

Se 4 torneiras deixam passar x litros, então 1 torneira sozinha tem uma vazão 4 vezes menor, isto é x/4. E y torneiras darão uma vazão y vezes maior, isto é (x/4) . y

Exemplo 3.7

Se 100 reais rendem 2 reais em 25 dias, qual será o rendimento de 520 reais em 40 dias ?

Conhecemos o rendimento de 100 reais e queremos saber o rendimento de 520 reais. É uma operação do tipo Q ➔ Q, portanto usaremos a Lei do Triângulo.

Q → U: Se 100 reais rendem 2 reais em 25 dias
então 1 real renderá 100 vezes menos............2/100

U → Q : Se 1 real rende 2/100 em 25 dias, então 520 reais renderão 520 vezes mais ....(2/100).520

Conhecemos o rendimento em 25 dias, queremos em 40 dias. É uma operação mais uma vez do tipo Q → Q, portanto usaremos outra vez a Lei do Triângulo.

Q → U : Se em 25 dias o rendimento é (2/100).520, então o rendimento em 1 dia seria 25 vezes menos............(2/100).520/25.

U → Q : Se o rendimento em 1 dia é igual a (2/100).520/25, então o rendimento em 40 dias será 40 vezes mais. o que nos fornecerá a expressão : [(2/100).520/25] . 40

Exemplo 3.8 :

Quais são os juros de um capital c, em m meses, sabendo-se que a taxa de juros é de i % em 4 dias.

Conhecemos o rendimento de 100 reais em 4 dias e queremos o rendimento
de c reais em 4 dias : Q → Q, usaremos pois a Lei do Triângulo.

Q → U : Se 100 reais rendem i reais em 4 dias, então 1 real renderá 100 vezes menos............... i/100 ,

U → Q : Se 1 real rende i/100, então c reais renderão c vezes mais ...... (i/100) . c
Se c reais rendem (i/100).c em 4 dias, então em 1 dia renderá 4 vezes menos, isto é, (i/100)c/4. Isso nos dá ic/400.

Falta ver os juros em m meses. Usaremos duas vezes a flecha U → Q : Se, em 1 dia, o rendimento é ic/400, então em 30 dias será 30 vezes mais ...... 30 i c /400. Finalmente, se em 1 mês o juro é igual a 30ci/400, então em m meses será m vezes mais .... 3 c i m / 40.

Assim sendo, obtivemos a fórmula que nos dá os juros de um capital c, durante m meses, à taxa de i % em 4 dias, j = 3cim/40.

Exemplo 3.9

Encontrar a fórmula de juros j, para um capital c, em d dias, à taxa de i %
ao ano. Usaremos a Lei do Triângulo.

Se 100 reais rendem i reais em 1 ano, então 1 real rende 100 vezes menos em 1 ano : i/100. Q → U.

Se 1 real rende i/100 em 1 ano, então c reais renderão c vezes mais ....
.... ci/100 : U → Q.

Se c reais rendem ci/100 em 1 ano, então em 1 dia renderá 360 vezes menos ..... (ci/100) / 360, isto é, ci/36000 : Q → U

Se em 1 dia o juro é ci/36000, então em d dias será d vezes mais......
.... cid/36000 ; U → Q.
O que fornece a conhecida fórmula j = cid / 36000

$$j = \frac{3\,c\,i\,m}{40} \qquad j = \frac{c\,i\,d}{36\,000}$$

Exemplo 3.10

A corrente elétrica é medida em coulombs. A intensidade da corrente é a a quantidade de coulombs que passa por um ponto em um segundo.
Sabendo-se que a intensidade da corrente elétrica é i , determinar a quantidade q de eletricidade que passa por um ponto em t segundos.

U → Q : Se em 1 segundo passam i coulombs por um ponto da corrente elétrica, em t

segundos passarão t vezes mais coulombs ....
q = it.

Exemplo 3.11

Um pedaço de arame se alonga quando submetido a mudança de temperatura. O aumento de cada unidade de comprimento do arame, em cada grau de temperatura, é chamado COEFICIENTE DE DILATAÇÃO LINEAR.

Um pedaço de certo material tem comprimento C e coeficiente de dilatação linear α. Submetido ao calor, o material teve um aumento de t graus de temperatura. Qual foi o comprimento final do pedaço desse material.

Usaremos a Lei do Triângulo.

Se uma unidade de comprimento aumenta α quando a temperatura aumenta 1 grau, então para um aumento de t graus aumentará t vezes mais.......... αt . Usamos
U → Q.1

Se uma unidade de comprimento aumentou αt , então C unidades de comprimento aumentarão C vezes mais , isto é, ...
.... $C \alpha t$.
Conclusão : Sendo C' o comprimento final da peça, vemos que
C' = C mais o aumento de C = C + Cαt, isto é:

$$C' = C(1 + \alpha t)$$

4- Multiconexões.

4.1- Química

Sob pressão constante, o volume de um gás e sua temperatura obedecem à Lei de Charles-Gay Lussac. A Lei supõe que o volume varia linearmente em relação à temperatura quando a pressão não muda.

Se a temperatura do volume unitário de um gás, à temperatura de 0 grau Celsius, submetido a pressão constante, variar de um grau, então esse volume variará de uma quantidade representada pela letra α. Assim, se o volume unitário sofrer um aumento de t graus, usar a Flecha VezesMais U ➔ Q, para obter a variação αt. Vamos representar por V_0 o volume que o gás ocupa quando está a 0^o e por V o novo volume a t^o. Outra vez usando U ➔ Q, teremos: Se o volume unitário sofreu um aumento igual a αt, então o volume V_0 sofrerá um aumento V_0 vezes mais, isto é, $V_0 \alpha t$. Portanto, teremos: V = V_0 + aumento de V_0

$$V = V_0 + V_0 \alpha t =$$

Finalmente, $V = V_0 \ (1 + \alpha t)$.

A última fórmula é a expressão matemática da Lei de Charles- Gay Lussac.

4.2- Termologia

Os termômetros de Reaumur e Celsius têm as correspondências seguintes : No gelo fundente, ambas as escalas marcam 0^o. Já na água fervente, a escala Reaumur marca 80^o

enquanto que a escala Celsius assinala 100^o. Assim sendo uma variação de 100 graus Celsius correponde a uma vaziação de 80 graus Reaumur.

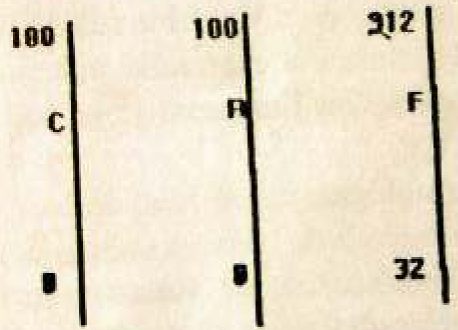
100^o centígrados corresponde a 80^o reaumur.

1^o grau centígrado correponde a 100 vezes menos : 80/100

$t_c{}^o$ centígrados corresponderão a t_c vezes mais : $(80/100)\ t_c$

$$t_r = (4/5)\ t_c$$

) Escalas termométricas



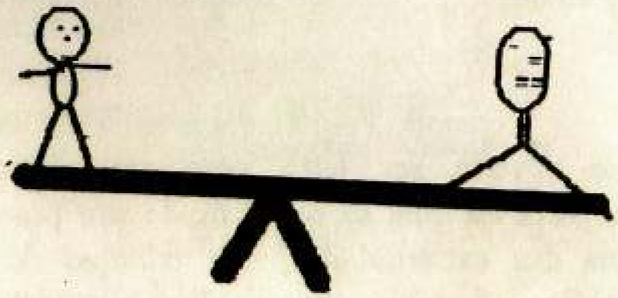
ʟs três escalas termométicas indicam as
ências no gelo fundente e na agua fervente.
Assim sendo uma variaçãp de 100 graus
grados corresponde a um
ação de (212 menos 32) graus Fahrenheit.
n a uma variação de 100 graus centígrados
esponde uma variação de 180 graus
nheit.

1 grau centígrado corresponderá a uma
ação : 180/100
c graus centígrados dará uma variação que
eponde a (280/100) t_c .

$$t_f - 32 = (180/100)\ t_c$$

4.4) A Gangorra de Piaget.

Em experiências comparativas da lógica da criança (7/8 anos) com a lógica do pré-adolescente (11/12) anos, protocoladas por Piaget e Inhelder, sua maior colaboradora, aparece a figurá da gangorra, de boa lembrança, quem não brincou de balanço na infância ?



A ação de um peso em uma gangorra depende linearmente de dois fatores: O próprio peso e a distância ao apoio da gangorra. Se o peso for duplicado, a ação é duplicada, o mesmo acontecendo com a distância, isto é, se a distância se tornar 2 vezes maior, a ação será também duas vezes maior.

A ação do peso e da distância deste ao meio da gangorra é chamada MOMENTO. Assim sendo se 1 kg. colocado à distância de 1 m do centro da gangorra, produz um momento de 1 kgm (quilogrâmetro) , então o momento M produzido por p kg será p vezes maior (U ➔ Q) e o produzido à distância d do centro, será d vezes maior (outra vez a flecha vezesmais).

Conclusão: um peso p colocado à distância d do fulcro (ponto de apoio da gangorra) produz um momento M dado por : M = p . d .

Quando Piaget perguntou à garotada o ue deveria ser feito para reequilibrar a ıngorra da qual se havia tirado um peso em na das extremidades, as crianças do 3o. tádio fizeram observações baseadas em ıtativas, com erros ou acertos. Mas os jovens 11/12 anos forneceram respostas de pronto, licando estarem aptas a raciocinar em strato.

Na faixa do 4o. estádio (11/12 a 14/15) crianças ja se apresentam familiares à npensação complexa, isto é, são capazes de respostas em forma direta, recíproca, ;ativa ou contra-recíproca.

4 5- Priscas eras

Os babilônios descobriram que o comprimento de uma circunferência é proporcional ao diâmetro, querendo dizer que duplicando, triplicando, quadruplicando, etc, n -plicando o diâmetro, a circunferência se tornará 2 vezes, 3 vezes, 4 vezes, etg, n vezes mais comprida. (A matemática LINEAR é simples e constitui uma enorme fonte para a linguagem científica em todos os arraiais...).

Isso significa que se X for o comprimento da circunferência de diâmetro 1, poderemos achar o comprimento C da circunferência de diâmetro D qualquer, simplesmente usando a flecha VezesMais (U ➔ Q).

Quando o diâmetro mede 1 , a circunferência mede X.

Quando o diâmetro medir D, a circunferência medirá D . X

C + D.X é a fórmula que nos dá o comprimento da circunferência

Para calcular X , construa uma circunferência com um pedaço de cordão.
Meça o tamanho do cordão e o diâmetro da circunferência construida coim o cordão.
Divida C por D e terá o seu valor para X.
O número X e o muito famoso número π