

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

LETÍCIA CRISTÓFOLI DUARTE SILVA

ESTUDO DA DINÂMICA DE UM MODELO DE *RISER* VIA RASTREAMENTO POR  
IMAGEM

Joinville  
2021

LETÍCIA CRISTÓFOLI DUARTE SILVA

ESTUDO DA DINÂMICA DE UM MODELO DE *RISER* VIA RASTREAMENTO POR  
IMAGEM

Trabalho apresentado como requisito para  
obtenção do título de bacharel em Engenharia  
Naval do Centro Tecnológico de Joinville da  
Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra.

Joinville  
2021

LETÍCIA CRISTÓFOLI DUARTE SILVA

ESTUDO DA DINÂMICA DE UM MODELO DE *RISER* VIA RASTREAMENTO POR  
IMAGEM

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 06 de Agosto de 2021.

**Banca Examinadora:**

---

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra.  
Orientador(a)  
Presidente

---

Prof. Dr. Alexandre Mikowski  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer primeiramente à minha família que sempre me apoiou incondicionalmente, especialmente aos meus pais, Liana e Marcelo, que sempre incentivaram meus estudos e me deram todos os tipos de suporte, essa conquista é nossa.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra, pela oportunidade em trabalhar nesta pesquisa e também ao CNPq pelo financiamento da bolsa PIBIC.

Ao meu namorado, Bruno, obrigada por toda a parceria nos momentos difíceis e por ter acreditado em mim. Aos colegas de engenharia naval, Paulo e Rayza, que compartilharam comigo momentos de muitas incertezas, risadas e desenvolvimentos do curso. À Amanda que esteve comigo em todos os momentos.

Agradeço à Universidade Federal de Santa Catarina e a todos os professores que me passaram conhecimentos e ensinamentos, principalmente ao Professor Diego Duarte que me apresentou ao mundo científico.

Aos Professores Alexandre Mikowski e Thiago Antonio Fiorentin que, na condição de coordenadores do LabMAD e LAV, proporcionaram acesso às infraestruturas para a realização das atividades experimentais deste trabalho.

Por fim, agradeço à família Kuase Rep, por todas as experiências vividas e pelo acolhimento de uma segunda família, de quando eu estava longe da minha.



## RESUMO

*Risers*, estruturas fundamentais para a extração de petróleo em bacias submersas, são dutos suspensos que interligam as linhas de produção submarinas das plataformas de exploração ao fundo do oceano. Os *risers* estão expostos à correntes marítimas que, com sua passagem, originam vórtices que acarretam vibrações na estrutura. As vibrações podem reduzir a vida útil do equipamento, visto que, conforme a intensidade e a frequência de excitação, o material que compõe a estrutura pode ser afetado por fadiga prematura. Este trabalho tem como objetivo caracterizar as frequências naturais e os modos de vibrar de um modelo flexível que representa a dinâmica dos *risers*. Desse modo, ao se compreender como o sistema vibra, o fenômeno de fadiga devido ao VIV, por exemplo, pode ser evitado. Para tanto, são utilizados equipamentos de rastreamento de movimentos por processamento de imagens e também ferramentas de análise numérica. O modelo investigado, portanto, tem sua dinâmica livre analisada experimentalmente e numericamente, além de ser verificado também de maneira analítica. Os dados obtidos foram avaliados, buscando obter valores compatíveis entre as diferentes técnicas e um estudo completo de como ocorre a vibração no modelo, baseado nas frequências e modos naturais identificados. Ao final deste trabalho foi possível caracterizar a dinâmica do modelo para os primeiros modos de vibrar e calcular as frequências naturais de dez modos.

**Palavras-chave:** Risers. Vibrações. Experimental. Rastreamento de imagem.

## ABSTRACT

*Risers*, fundamental structures for petroleum extraction, are suspended pipelines that connect the subsea production lines of exploration platforms with the deep ocean. The *risers* are exposed to sea currents that, with their passage, create vortices that cause vibrations in the structure. Vibrations can reduce the life time of the equipment, since, depending on the intensity and frequency of excitation, the material that makes up the structure can be affected by premature fatigue. This thesis has the objective to study the modes and natural frequencies of a model that represent the dynamics of *risers*. By understanding how the system vibrates, the fatigue phenomenon due to VIV, for example, can be avoided. For this purpose, image processing motion tracking equipment and numerical analysis tools are used. Therefore, the model has its free dynamics analyzed experimentally and numerically, in addition to being also verified analytically. The obtained data were evaluated, seeking to obtain compatible values between the different techniques and a completed study of how vibration occurs in the models, based on the identified natural frequencies and modes. In the end of the study, it was possible to characterize the dynamics of the experimental model for the first modes of vibrating and calculate the natural frequencies of ten modes.

**Keywords:** Risers. Vibrations. Experimental. Image tracking.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – <i>Riser</i> Flexível. . . . .	14
Figura 2 – Mecanismo jugo escocês. . . . .	17
Figura 3 – Cabo em parábola rasa. . . . .	18
Figura 4 – Direções X, Y, Z para a dinâmica de cabos. . . . .	19
Figura 5 – Primeiro Modo Simétrico e Antissimétrico. . . . .	20
Figura 6 – Nível de confiança e incerteza expandida para as três fdp. . . . .	24
Figura 7 – Seção transversal do modelo experimental. . . . .	26
Figura 8 – Modelo experimental fixado. . . . .	27
Figura 9 – Fixação do modelo na parede através da célula de carga. . . . .	27
Figura 10 – Equipamentos OptiTrack. . . . .	28
Figura 11 – Montagem dos equipamentos. . . . .	29
Figura 12 – Câmeras fixadas na bancada. . . . .	29
Figura 13 – CW-500 na disposição B. . . . .	30
Figura 14 – Resultado da calibração. . . . .	31
Figura 15 – CS-200 posicionado. . . . .	31
Figura 16 – Representação simplificada das coordenadas no experimento. . . . .	32
Figura 17 – <i>Markers</i> fixados no modelo. . . . .	33
Figura 18 – Modelo computacional simplificado. . . . .	34
Figura 19 – Excitação no plano xy. . . . .	35
Figura 20 – Excitação no plano xz. . . . .	35
Figura 21 – Mapeamento do Ensaio 1. . . . .	42
Figura 22 – Mapeamento do Ensaio 1. . . . .	43
Figura 23 – Mapeamento do Ensaio 1 amplificado. . . . .	44
Figura 24 – Mapeamento do Ensaio 9. . . . .	45
Figura 25 – Mapeamento do Ensaio 9 amplificado. . . . .	45
Figura 26 – Mapeamento do Ensaio 9 amplificado. . . . .	46
Figura 27 – Mapeamento do Ensaio 12. . . . .	47
Figura 28 – Mapeamento do Ensaio 12 amplificado. . . . .	47
Figura 29 – Deflexão total da linha. . . . .	48
Figura 30 – Primeiro e terceiro modo de vibrar. . . . .	49
Figura 31 – Segundo e quarto modo de vibrar. . . . .	50
Figura 32 – Picos de frequência do Ensaio 1. . . . .	51
Figura 33 – Picos de frequência do Ensaio 9. . . . .	52
Figura 34 – Frequências naturais do Ensaio 1 e 2. . . . .	57
Figura 35 – Frequências naturais do Ensaio 3 e 5 . . . . .	57

Figura 36 – Frequências naturais do Ensaio 6 e 7 . . . . .	58
Figura 37 – Frequências naturais do Ensaio 8 e 9 . . . . .	58
Figura 38 – Frequências naturais do Ensaio 10 e 11. . . . .	59
Figura 39 – Frequências naturais do Ensaio 12 e 13 . . . . .	59
Figura 40 – Frequências naturais do Ensaio 14 e 17 . . . . .	60
Figura 41 – Frequências naturais do Ensaio 18 e 19. . . . .	60
Figura 42 – Frequências naturais do Ensaio 20. . . . .	60
Figura 43 – Mapeamento do Ensaio 2. . . . .	61
Figura 44 – Mapeamento do Ensaio 3. . . . .	61
Figura 45 – Mapeamento do Ensaio 5. . . . .	62
Figura 46 – Mapeamento do Ensaio 6. . . . .	62
Figura 47 – Mapeamento do Ensaio 7. . . . .	63
Figura 48 – Mapeamento do Ensaio 8. . . . .	63
Figura 49 – Mapeamento do Ensaio 10. . . . .	64
Figura 50 – Mapeamento do Ensaio 11. . . . .	64
Figura 51 – Mapeamento do Ensaio 12. . . . .	65
Figura 52 – Mapeamento do Ensaio 13. . . . .	65
Figura 53 – Mapeamento do Ensaio 14. . . . .	66
Figura 54 – Mapeamento do Ensaio 17. . . . .	66
Figura 55 – Mapeamento do Ensaio 18. . . . .	67
Figura 56 – Mapeamento do Ensaio 19. . . . .	67
Figura 57 – Mapeamento do Ensaio 20. . . . .	68

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do modelo flexível. . . . .	27
Tabela 2 – Matriz de Experimentos. . . . .	36
Tabela 3 – Resultados do fator adimensional $\lambda$ . . . . .	38
Tabela 4 – Resultados analíticos das frequências naturais. . . . .	39
Tabela 5 – Resultados experimentais. . . . .	39
Tabela 6 – Resultados numéricos. . . . .	40
Tabela 7 – Frequências naturais [Hz] das três abordagens. . . . .	41
Tabela 8 – Desvio relativo em relação aos resultados experimentais. . . . .	41

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\tau$	Período de oscilação
$f$	Frequência de oscilação
$f_n$	Frequência natural
$A$	Amplitude do movimento harmônico
$\dot{x}$	Velocidade do movimento harmônico
$\ddot{x}$	Aceleração do movimento harmônico
$f_s$	Frequência de amostragem
$N$	Número de amostras do registro
$d$	Deflexão do cabo
$p$	Carga por unidade de comprimento do cabo
$T_0$	Tensão no cabo
$L$	Comprimento do cabo
$L_c$	Comprimento do cabo sem sofrer tensão
$L_e$	Comprimento virtual do cabo
$f_{ni}$	Frequência natural do cabo no $i$ -ésimo modo
$E$	Módulo de elasticidade
$A_s$	Área da seção transversal
$T_0$	Tração no cabo
$m$	Massa
$u_a^2$	Incerteza-padrão tipo A
$u_b^2$	Incerteza-padrão tipo B
$u_c$	Incerteza-padrão combinada
$\bar{x}$	Média aritmética

$s^2$	Variância experimental
$\sigma$	Desvio-padrão da fdp gaussiana
$s$	Desvio-padrão experimental da média
$U_a$	Incerteza expandida tipo A
$U_b$	Incerteza expandida tipo B
$k$	Fator de abrangência

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	Objetivo	13
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>13</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>14</b>
2.1	<i>Risers</i>	14
2.2	Vibrações Mecânicas	15
2.3	Vibrações em cabos	18
2.4	Análise de Fourier	21
2.5	Análise de incertezas	23
2.6	Contribuição do trabalho	25
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>26</b>
3.1	Modelo Experimental	26
3.2	Sistema de Rastreamento de Imagem	28
3.3	Abordagem Analítica	33
3.4	Abordagem Numérica	33
3.5	Abordagem experimental	34
3.6	Método de análise experimental	36
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE DADOS</b>	<b>38</b>
4.1	Frequências Naturais	38
4.2	Modos de vibrar	42
4.3	Análise da dinâmica conjunta	51
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>55</b>
	<b>APÊNDICE A</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE B</b>	<b>61</b>



## 1 INTRODUÇÃO

As rochas do Pré-sal, reservas petrolíferas com alto potencial para a exploração, se estendem ao longo de 800 quilômetros entre os Estados do Espírito Santo e Santa Catarina com largura de até 200 quilômetros, englobando três bacias sedimentares: Espírito Santo, Campos/RJ e Santos/SP (MORAIS, 2013). Essas rochas estão comprimidas debaixo de uma profunda camada de sal, a 3.000 metros abaixo do leite marinho, portanto, apresentam complexas e extensas operações de perfuração para a busca de petróleo. A exploração do Pré-sal desafia a tecnologia no projeto e na operação de imensas estruturas em águas profundas.

Os *risers* são estruturas, basicamente dutos extremamente longos, que transportam petróleo, gás ou condensados do fundo do oceano, nas cabeças dos poços, até as plataformas submersas de processamento. Os *risers* flexíveis (classificação estrutural) são linhas compostas por inúmeras camadas concêntricas de polímeros e ligas metálicas, conferindo-lhes maior flexibilidade e grande resistência à fadiga (PEREIRA, 2015).

Apesar de serem resistentes, o contato com as correntes do mar e a alta profundidade dificultam a estabilidade dos *risers* e geram o fenômeno de Vibração Induzida pela Emissão de Vórtices (VIV) que age ao longo de seu comprimento, reduzindo sua vida útil. O problema de fadiga prematura acarreta em grandes danos financeiros, além de ser um desastre ambiental demasiado, por isso, é tão importante o desenvolvimento de pesquisas e novas tecnologias para caracterizar esses sistemas de forma correta. Nesse contexto, este trabalho está inserido em um projeto de Iniciação Científica, com parceria entre a Universidade Federal de Santa Catarina e a Petrobras, com o propósito de estudar a dinâmica de *risers* para evitar a fadiga prematura.

A dinâmica de *risers*, um dos pontos de desenvolvimento mais importantes para indústria offshore, é frequentemente tratada segundo abordagens teóricas e experimentais (PEREIRA, 2015). Neste trabalho, para as análises teóricas, foram utilizados conceitos básicos de vibração (RAO, 2018) e a teoria de vibração em cabos (BLEVINS, 1979) tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, esta com o auxílio da análise de Fourier (FUJARRA, 2015). A abordagem experimental foi realizada a partir de um modelo (STANO, 2019) e um equipamento de rastreamento de movimentos por processamento de imagens. Os dados obtidos foram tratados em uma ferramenta computacional, o *Octave*. Para complementar o estudo da dinâmica do modelo, foi desenvolvida uma investigação numérica no programa *Ansys Inc*.

A vida útil de um *riser* em águas profundas sujeitos ao fenômeno de VIV depende criticamente da estimativa precisa das frequências naturais e dos modos de

vibrar desses sistema (BAI, 2001), visto que, conforme a intensidade e a frequência de excitação, o material que compõe a estrutura é afetado. Assim, este trabalho tem como objetivo principal determinar as frequências naturais e os modo de vibrar do modelo de *risers*. Os resultados das três abordagens de caracterização serão comparados para a verificação da abordagem analítica e da numérica em relação ao modelo experimental, referência do problema que é especificamente conduzido com a adoção dos sistema de rastreamento de movimentos por processamento de imagens.

## 1.1 OBJETIVO

Com o objetivo de resolver a problemática de VIV em *risers* e possibilitar que próximas pesquisas avancem no sentido de investigar mais a fundo a fadiga nessas estruturas, propõe-se neste trabalho os seguintes objetivos.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Caracterizar frequências naturais e modos de vibrar de um modelo flexível.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar a revisão bibliográfica sobre vibrações e estabelecer metodologia de rastreamento por imagem;
- Realizar um estudo analítico e numérico do problema;
- Conceber e aprimorar um experimento com modelo de *risers* flexível;
- Propor metodologia em modelo de *riser* flexível na utilização do sistema de rastreamento por imagem;
- Determinar as frequências naturais e os modos de vibrar do modelo através do rastreamento de imagem;
- Realizar uma análise de incerteza referente aos dados experimentais.

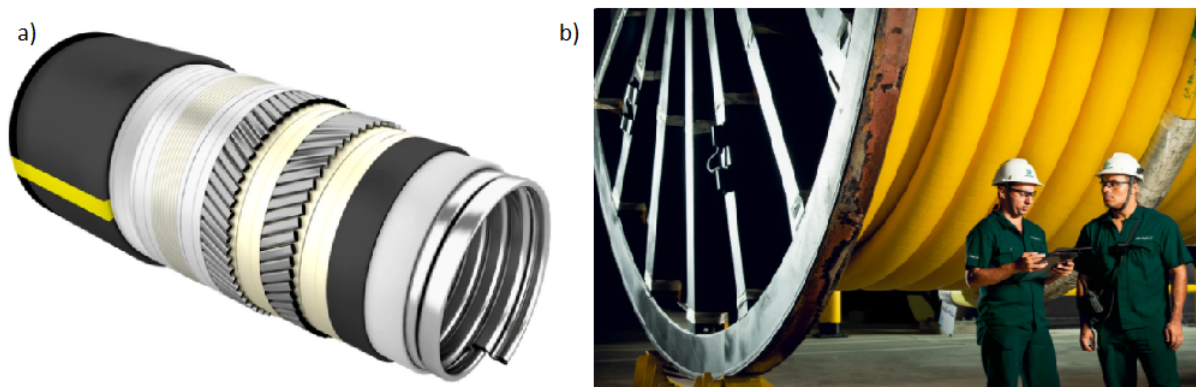
## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica, onde serão introduzidos conceitos, teorias e métodos essenciais para a fundamentação deste trabalho. Primeiramente, serão apresentados os *risers* e a dificuldade de realizar um modelo em escala reduzida do mesmo. Em seguida, serão introduzidos conceitos primordiais para a compreensão das frequências naturais e dos modos de vibrar do modelo em estudo. Os fundamentos básicos de vibrações e o seu equacionamento para o movimento oscilatório de cabos serão apresentados. Também é explicada a análise de Fourier, que será utilizada para a determinação das frequências naturais, e a análise da incerteza em medições.

### 2.1 RISERS

Conforme Neto (2012), *risers* são tubulações que transportam fluidos, como petróleo ou gás natural, e localizam-se suspensos entre o fundo do mar e a unidade flutuante (plataformas de exploração). São estruturas complexas utilizadas na indústria *offshore* com a finalidade de escoar a produção de petróleo (RABELO, 2009). Os tipos mais comuns de *risers* são os tubos rígidos e os tubos flexíveis. Esses são compostos por tubos de aços e estes por tubos compósitos formados por diversas camadas concêntricas (RABELO, 2009), portanto, apresentam uma geometria muito mais complexa (NETO, 2012). A Figura 1 mostra um exemplo de *riser* flexível.

Figura 1 – *Riser* Flexível.



Fonte: Offshore Magazine (2020).

Na Figura 1a é possível perceber as diversas camadas existente no tubo, cada qual com materiais e funções específicas. A Figura 1b representa a grandiosidade do *riser*, visto que, são cilindros muito longos, com quilômetros de comprimento.

Portanto, a análise experimental de *risers* descreve uma tarefa complicada, sendo preciso desenvolver um modelo que atenda às características do cilindro. De acordo com Rateiro et al. (2012), para conceber este modelo semelhante, a rigidez axial e o comprimento de flexão são parâmetros geométricos importantes que devem ser considerados. O modelo estudado neste trabalho tem a sua construção ratificada através da pesquisa de Stano (2019).

A Seção tem como finalidade descrever o *riser* flexível, visto que, o modelo estudado no trabalho é a representação dessas estruturas *Offshore* e esclarecer que a validação do modelo não é escopo deste trabalho. Assim, os resultados da caracterização do modelo são apresentados na Seção 4.

## 2.2 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

De acordo com Rao (2018), qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo é denominado vibração ou oscilação. Um sistema vibratório, em geral, é composto por um meio que armazena energia potencial, um meio que armazena energia cinética e um meio de perda gradual de energia, ou seja, uma mola, uma massa e um amortecedor. A teoria básica de vibrações mecânicas (RAO, 2018) afirma que nesse sistema há uma transferência alternada entre a energia potencial e a energia cinética, além da dissipação de uma certa quantidade de energia, se houver o amortecimento. Como exemplo dessas vibrações, temos o movimento pendular, o movimento dos tímpanos e a vibração de navios.

As vibrações podem ser classificadas de diversas formas. Vibrações livres, quando o sistema continua a vibrar por conta própria após uma perturbação inicial, ou vibrações forçadas, sistema submetido a uma força externa (RAO, 2018). Há vibrações lineares, em que os componentes do sistema se comportam linearmente entre si, e vibrações não lineares. Vibrações determinísticas são aquelas em que a magnitude da excitação, agindo no sistema, é conhecida a qualquer dado instante, enquanto que, nas vibrações aleatórias, o valor da excitação em dado instante é imprevisível. Já quanto à sua funcionalidade, conforme Rao (2018), elas podem ser classificadas em desejáveis, que são ocasionadas intencionalmente, ou indesejáveis, relacionadas à imperfeições do projeto, produção ou da operação. Neste trabalho estamos interessados nas vibrações indesejáveis, visto que, são elas que acarretam o VIV (Vibrações Induzidas por Vórtices) nas linhas oceânicas. Portanto, o modelo deste trabalho tem uma vibração forçada, não linear, determinística, além de ser um sistema contínuo, ou seja, dotado de infinitos graus de liberdade.

Ainda segundo Rao (2018), um sistema vibratório é um sistema dinâmico em que as variáveis de entrada (excitações) e as de saída (respostas) são dependentes do tempo. O movimento, se repetido em intervalos de tempos iguais, é chamado de

movimento periódico. Portanto, de acordo com Fugarra (2015), para a análise de um ponto são utilizadas funções periódicas  $x(t)$  cujos valores se repetem em intervalos de tempo constante  $T$ ,

$$x(t) = x(t + nT) \quad (1)$$

em que  $n = 1, 2, 3, \dots$  trata-se da  $n$ -ésima repetição nas modificações do movimento.

Sabendo que sempre serão valores múltiplos de  $T$ , o menor valor que satisfaz a equação é chamado de período da oscilação. Portanto, período é o tempo necessário para concluir um ciclo de movimento, em que um ciclo é o movimento do corpo de sua posição inicial de repouso até atingir sua posição máxima em um sentido, passar novamente pelo ponto de equilíbrio até a outra extremidade máxima e retornar à localização de repouso inicial. Já a frequência de oscilação  $f$  é o inverso do período, geralmente medida em ciclos por segundo, Hertz [Hz].

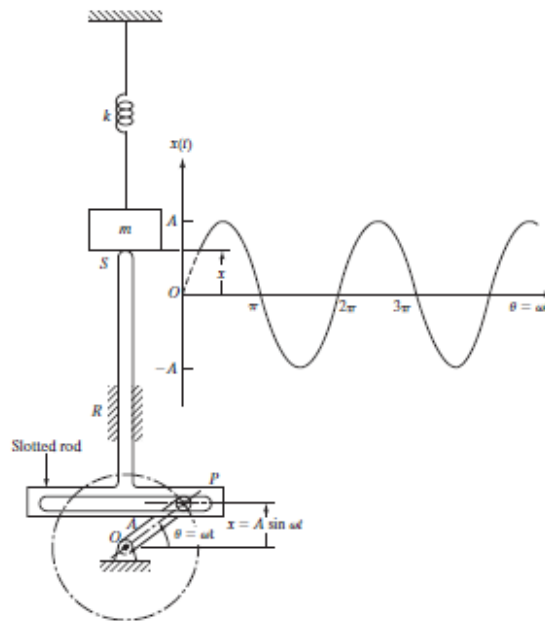
Um conceito muito importante para este trabalho é o de frequência natural  $f_n$ . Conforme Rao (2018), se, após uma excitação inicial, um sistema continuar a vibrar por si só sem ação de forças externas, a frequência em que o sistema está oscilando é a frequência natural.

A definição de amplitude refere-se ao máximo deslocamento de um corpo vibratório em relação à sua posição de equilíbrio. Ainda com relação ao ponto, se sua amplitude for constante e representada pela Equação 2, trata-se de uma oscilação harmônica, o tipo mais simples de movimento periódico.

$$A = (x_{max} - x_{min})/2 \quad (2)$$

Um exemplo de oscilação harmônica é o mecanismo *Scotch Yoke*, representado na Figura 2.

Figura 2 – Mecanismo jugo escocês.



Fonte: Rao, (2018, p. 84).

A manivela, ao ser girada com uma velocidade angular  $w$ , acarreta, na massa  $m$  do sistema massa-mola, o deslocamento das posições centrais por uma quantidade  $x$ , em um determinado tempo  $t$ , dado por:

$$x = A \sin \theta = A \sin wt \quad (3)$$

Derivando a Equação 3 em relação ao tempo, são adquiridas, respectivamente, a velocidade e a aceleração do movimento harmônico:

$$\dot{x} = wA \cos wt \quad (4)$$

$$\ddot{x} = -w^2 A \sin wt \quad (5)$$

Essas equações são características da dinâmica puramente harmônica e são apresentadas para introduzir o conceito de vibrações. No entanto, os sistemas vibratórios geralmente são periódicos, como é o caso deste trabalho. Com a finalidade de descrever as equações de movimento que melhor caracterizam a vibração periódica do modelo de *riser*, é proposto expor a teoria de vibrações em cabos, Seção 2.3, que mais se aproxima das particularidades do modelo. E ainda, como a amplitude não é constante ao longo da excitação, será utilizada a expansão por Série de Fourier, apresentada na Seção 2.4, para que o movimento periódico possa ser retratado como uma soma de funções harmônicas.

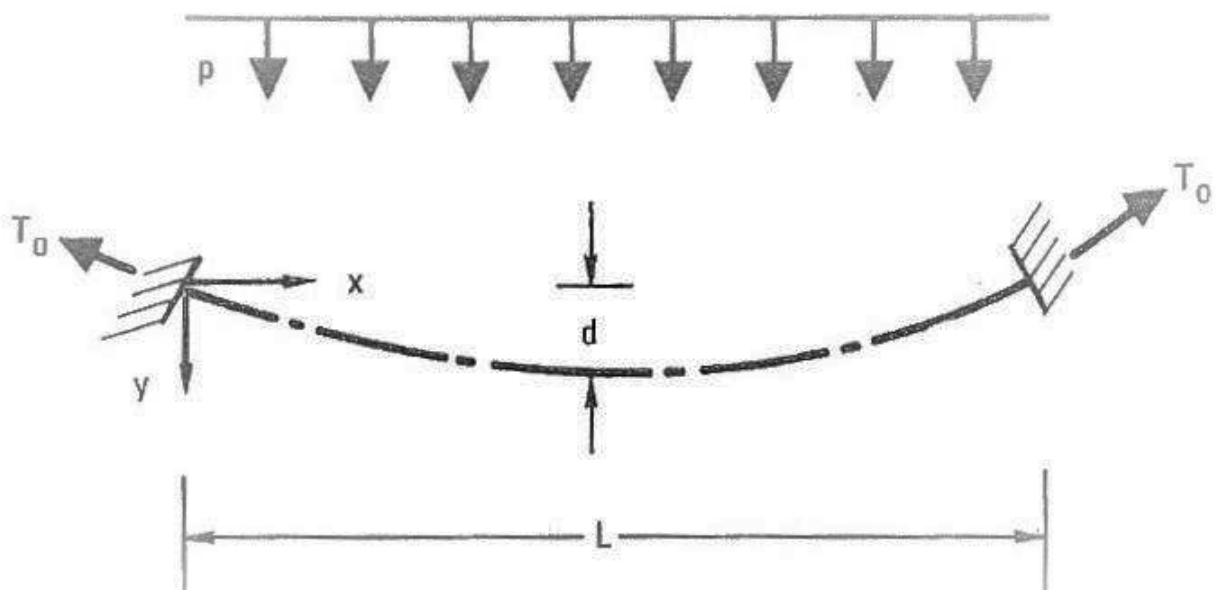
### 2.3 VIBRAÇÕES EM CABOS

Blevins (1979) afirma que a frequência natural de cabos é influenciada tanto pelas suas características, como massa e elasticidade, quanto pela tendência deste apresentar um abaulamento entre os suportes. Esse abaulamento, também denominado de catenária, é consequência da sustentação do próprio peso do cabo ou de carregamentos externos, sendo caracterizado por parábolas que são denominadas de flecha. A diferença entre a frequência fundamental natural de um cabo reto e de um cabo com uma parábola rasa pode ser maior que 300%, portanto, para a caracterização da  $f_n$  em cabos, primeiramente, algumas hipóteses devem ser assumidas:

- Os cabos são uniformes e elásticos;
- Os cabos apenas suportam cargas de tensão, em que a tensão média no cabo é muito maior do que a componente de tração dinâmica;
- Os cabos estão retos ou abaulados, sendo que o valor da flecha não ultrapassa  $1/8$  do comprimento do cabo;
- A amplitude de vibração é pequena quando comparada com o abaulamento do cabo e com a distância entre os nós de vibração;
- Os cabos são suportados, em ambas as extremidades, por suportes engastados.

Com as hipóteses validadas e sendo a tração no cabo aproximadamente constante ao longo de sua extensão, a catenária pode ser aproximada por uma parábola rasa, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Cabo em parábola rasa.



Fonte: Blevins, (1979, p.88).

A flecha, em determinada posição  $x$ , pode ser calculada por:

$$\bar{Y} = \frac{pL^2}{2T_0} \left[ \frac{x}{L} - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (6)$$

em que  $p$  representa a carga por unidade de comprimento do cabo,  $L$  o comprimento do vão do cabo e  $T_0$  a tensão no cabo. Estes estão devidamente assinalados na Figura 3. A flecha máxima, na condição de  $x$  igual a  $\frac{L}{2}$ , calculada no centro do cabo é dada pela Equação 7.

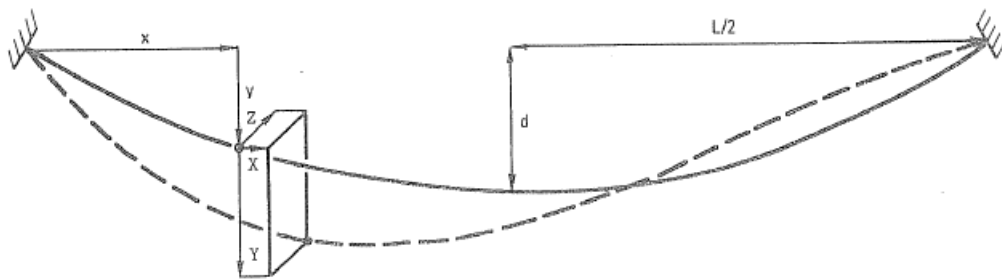
$$\bar{Y}_{max} = d = \frac{pL^2}{8T_0} \quad (7)$$

Para completar a solução estática do cabo, a Equação 8 relaciona o comprimento do cabo sem sofrer nenhuma tensão  $L_c$  com o comprimento  $L$ .

$$\frac{d}{L} = \left( \frac{5}{24} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{18 L_c - L}{5 L} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

O movimento das vibrações, ocasionado por um deslocamento arbitrário qualquer, sempre terá três componentes:  $X(x, t)$  representa o resultado da vibração na direção horizontal no plano da catenária;  $Y(x, t)$  na direção vertical no plano da catenária e  $Z(x, t)$  retrata o movimento transversal, portanto, fora do plano da catenária. As direções são retratadas na Figura 4.

Figura 4 – Direções X, Y, Z para a dinâmica de cabos.



Fonte: Blevins, (1979, p.89).

A forma espacial associada com cada componente é dada pelos respectivos modos de vibrar  $\tilde{x}(x)$ ,  $\tilde{y}(x)$  e  $\tilde{z}(x)$ . Assim, o movimento total do cabo durante a vibração livre é o somatório da flecha e do movimento dinâmico em cada modo, representado nas equações a seguir:

$$X(x, t) = \sum_{n=1} A_n \tilde{x}_n(x) \cos(\omega_n t + \phi_n) \quad (9)$$

$$Y(x, t) = \bar{Y}(x) + \sum_{n=1} B_n \tilde{y}_n(x) \cos(\omega_n t + \psi_n) \quad (10)$$

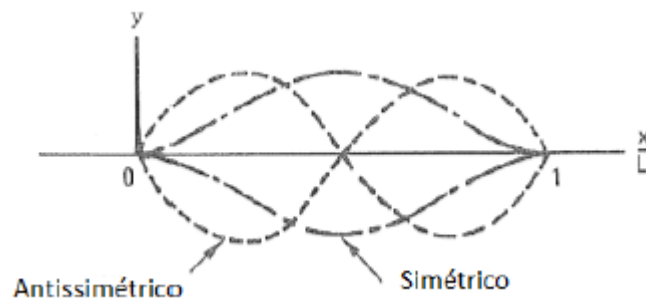


$$Z(x, t) = \sum_{n=1} C_n \tilde{z}_n(x) \cos(\omega_n t + \zeta_n) \quad (11)$$

em que  $\omega_i$  é a frequência natural do cabo no  $i$ -ésimo modo,  $A_i$ ,  $B_i$  e  $C_i$  são constantes com unidades de comprimento e  $\phi_i$ ,  $\psi_i$  e  $\zeta_i$  representam os ângulos de fase.

As frequências naturais e formas modais, para cabos com catenárias rasas, dependem da direção de vibração relativa ao plano da parábola e são influenciadas pela flecha, ou seja, a deflexão. Em consequência, há a alternância da frequência nos deslocamentos longitudinais (X) e nos deslocamentos no plano (Y) e os modos, também, alternam entre modos simétricos e assimétricos como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Primeiro Modo Simétrico e Antissimétrico.



Fonte: Adaptado Blevins, (1979, p.91).

Blevins (1979) afirma que, somente para os modos simétricos ao plano da catenária, a deflexão acopla os deslocamentos longitudinais e os do plano. Portanto, esse acoplamento gera mudanças nas frequências naturais e nas formas modais, que são funções do parâmetro  $\alpha$ , dado por:

$$\alpha^2 = \left(\frac{8d}{L}\right)^2 \frac{EA_s L}{T_0 L_e} \quad (12)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade (considerando um sólido contínuo e isotrópico),  $A_s$  a área da seção transversal e  $L_e$  representa o comprimento virtual do cabo que pode ser calculado pela Equação 13, se o cabo apresentar uma catenária em parábola.

$$L_e \approx L \left[ 1 + 8 \left(\frac{d}{L}\right)^2 \right] \quad (13)$$

Assim, o fator  $\alpha$  influencia a deflexão nas frequências naturais e nos modos de vibrar. As três principais relações entre o parâmetro e as frequências nos modos de vibrar no plano:

- Se  $0 \leq \alpha^2 \leq 4\pi^2$ , a frequência natural do primeiro modo simétrico no plano é menor do que a frequência natural do primeiro modo antissimétrico no plano;

- Se  $\alpha^2 = 4\pi^2$ , os modos simétricos e antissimétricos possuem a mesma frequência natural;
- Se  $\alpha^2 \geq 4\pi^2$ , a frequência natural do primeiro modo simétrico no plano é maior do que a frequência natural do primeiro modo antissimétrico no plano.

De acordo com Blevins(1979), também é necessário estimar o parâmetro adimensional  $\lambda$  para a determinação das frequências naturais do modo simétrico. Esse é adquirido pelas raízes positivas da equação transcendental:

$$\tan\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right) = \frac{\pi\lambda}{2} - \frac{4}{\alpha^2} \left(\frac{\pi\lambda}{2}\right)^3 \quad (14)$$

Em vista disso, é possível determinar as frequências naturais. A Equação 15 refere-se às frequências para os modos de vibração fora do plano, em que  $i$  é o número do modo de vibração.

$$f_{n_i} = \frac{i}{2L} \left(\frac{T_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

As frequências naturais, para a vibração simétrica no plano, são calculadas por:

$$f_{n_i} = \frac{\lambda_i}{2L} \left(\frac{T_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Já para a vibração antissimétrica no plano, é utilizada a Equação 17.

$$f_{n_i} = \frac{i}{L} \left(\frac{T_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

A seção contextualiza a diferença da vibração entre cabos retos e cabos que apresentam deflexão (como o modelo deste trabalho), além de explicar os modos de vibrar simétricos e assimétricos. É utilizada para calcular as frequências naturais analíticas dos dez primeiros modos de vibrar do modelo.

## 2.4 ANÁLISE DE FOURIER

A expansão por Série de Fourier, Equação 18, proporciona a caracterização de qualquer função periódica a partir da sobreposição de funções harmônicas (RAO, 2018) e pode utilizar uma representação no domínio do tempo ou da frequência.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nwt + b_n \sin nwt) \quad (18)$$

Considerando os números complexos e que as frequências das componentes harmônicas ( $w$ ) são múltiplas da frequência fundamental ( $\delta w = \frac{2\pi}{\tau}$ ), a Equação 18 pode

ser reescrita por:

$$\xi(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} \left( a_r \cos\left(2\pi r \frac{t}{\tau}\right) + i b_r \sin\left(2\pi r \frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (19)$$

em que  $b_r$  é igual a 0 por definição e  $a_r$  pode ser calculado por:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_{\tau}^{\tau} \xi(t) dt \quad (20)$$

Conforme Fugarra (2015), na representação no domínio da frequência, uma abordagem mais sintética, o movimento harmônico pode ser caracterizado apenas pela frequência e amplitude da oscilação. Em contrapartida, na representação do domínio do tempo é exigido um número muito maior de coordenadas (x; t). Como já mencionado, a análise de Fourier representa uma relação direta entre os domínios, em que na transformação do domínio do tempo para o domínio da frequência há a perda de informação do instante inicial do sistema (FUJARRA, 2015). Porém, como neste trabalho estamos preocupados com a dinâmica do modelo, o instante inicial não será utilizado.

Além disso, para endossar que a representação no domínio da frequência seja equivalente às características do domínio do tempo, é necessário que o tempo total de análise seja suficientemente grande, com a finalidade de registrar na dinâmica todos os comportamentos de interesse, por isso, nos ensaios experimentais, mesmo depois do decaimento de energia, ainda há o rastreamento de imagem.

De acordo com Fugarra (2015), os registros de dinâmica são assinalados de maneira discreta através de uma frequência de amostragem definida, Equação 21, sendo  $N$  o número de amostras do registro.

$$f_s = \frac{N}{\tau} \quad (21)$$

Desta forma, os coeficientes da expansão de Fourier podem ser obtidos através da *Fast Fourier Transform* (FFT), que realiza a transcrição do registro temporal da dinâmica para a sua representação no domínio da frequência, utilizando a seguinte equação:

$$\xi(T) = \sum_{r=0}^{N-1} 2\sqrt{a_r^2 + b_r^2} \cos(w_r t + \delta_r) \quad (22)$$

A equação da FFT é de extrema importância para calcular as frequências naturais obtidas experimentalmente. É através da transformada que os dados colhidos pelo sistema de rastreamento de imagem são transformados em resultados de picos de frequência.

## 2.5 ANÁLISE DE INCERTEZAS

A incerteza de uma medição é a dúvida existente sobre a validade do resultado de uma medição (ARAUJO, 2017). A análise de incertezas é o processo que tem como resultado a estimativa numérica da qualidade da medição, portanto, tem extrema importância na interpretação dos resultados de experimentos. Esta análise pode ser utilizada na calibração de instrumentos, na área de ensaios, no controle de riscos e na área legal, que verifica a conformidade dos resultados com os limites de tolerâncias legais, como o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro).

De acordo com Araujo (2017), medição é o ato de medir e a medida é o resultado da medição. Já o mensurando, caracteriza a grandeza específica submetida à medição. A Incerteza-padrão é a incerteza do resultado da medição indicada pelo desvio-padrão. Há dois tipos de incerteza: a do tipo A ( $u_a^2$ ), que representa a incerteza da análise estatística de várias observações, e a do tipo B ( $u_b^2$ ), que é a incerteza relacionada a quaisquer outros meios (ARAUJO, 2017). Os dois tipos são fundamentados em funções de densidade de probabilidade (fdp) e as incertezas resultantes são quantificadas por desvios-padrões. Existe ainda a incerteza-padrão combinada que é a combinação em quadratura de incertezas tipo A e tipo B, como mostra a equação a seguir.

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} \quad (23)$$

Araujo (2017) ainda afirma que o resultado de uma medição é somente uma estimativa do valor do mensurando. Sendo assim, para o experimento que será realizado neste trabalho é necessária a declaração quantitativa da incerteza.

A incerteza do tipo B, que para este trabalho refere-se à calibração do instrumento, é representada pela função de densidade de probabilidade retangular, visto que, é uma única medida digital, em que a incerteza da distribuição retangular é calculada por:

$$\sigma = \frac{x_{max} - X_{min}}{2} \quad (24)$$

Para a incerteza do tipo A foi utilizada a função de densidade de probabilidade gaussiana, aplicada quando há uma série de medidas repetidas e dispersas e a melhor estimativa do valor esperado do mensurando é a média aritmética dos resultados  $x_i$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (25)$$

A variância experimental é calculada por:

$$s^2(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 \quad (26)$$

Já o desvio-padrão experimental da média é igual a:

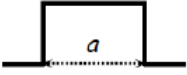
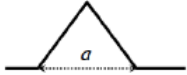
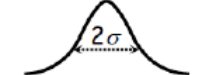
$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} \quad (27)$$

No entanto, a melhor estimativa para o desvio-padrão  $\sigma$ , para a gaussiana, é a raiz quadrada da variância. E a incerteza-padrão calculada para essa função é dada por:

$$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (28)$$

O nível de confiança é um dado da probabilidade do valor medido estar dentro do intervalo da incerteza padrão. E ainda, pode ser necessário melhorar o nível de confiança no resultado dos experimentos. De acordo com Araujo (2017), isso pode ser realizado por meio da incerteza expandida  $U$ , que é calculada pela multiplicação da incerteza-padrão  $u$  pelo fator de abrangência  $k$ . Esta constante depende do tipo da função densidade probabilidade e do nível de confiança requerido que condiz com a área da fdp dentro do intervalo dado pela incerteza-padrão  $u$ . A Figura 6 apresenta o nível de confiança e a incerteza expandida para as três funções de densidade de probabilidade mais utilizadas.

Figura 6 – Nível de confiança e incerteza expandida para as três fdp.

Função de densidade de probabilidade		Incerteza expandida e nível de confiança
retangular		1 $u = 58\%$
		1,65 $u = 95\%$
		1,73 $u = 100\%$
triangular		1 $u = 65\%$
		1,81 $u = 95\%$
		2,45 $u = 100\%$
gaussiana		1 $u = 68\%$
		2 $u = 95\%$
		3 $u = 99\%$

Fonte: Araujo, (2017, p.17).

Portanto, conforme a Figura 6, a incerteza padrão gaussiana apresenta um nível de confiança de 68%. Para adquirir dados mais seguros, conforme a aplicação do estudo, é necessário obter a incerteza padrão expandida que pode ter um nível de confiança de 95% e 99%. Além de aumentar o nível de confiança dos ensaios, a

análise de incerteza é utilizada neste trabalho com a finalidade de investigar se as medidas coletadas experimentalmente são coesas entre si.

## 2.6 CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho localiza-se dentro de um grande projeto de pesquisa que estuda o fenômeno VIV em modelos experimentais de *risers* com o objetivo de entender a fadiga prematura destas estruturas. A pesquisa visa analisar o comportamento dinâmico de modelos através de modelos analíticos e numéricos experimentalmente validados. Portanto, já existem revisões que realizam a análise tríplice da dinâmica, (PEREIRA et al., 2013) e (FRANZINI et al., 2016), e utilizam, também, os mesmos princípios construtivos do modelo estudado neste trabalho. No entanto, a contribuição deste trabalho é a caracterização dinâmica de um modelo específico, desenvolvido na Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, Centro Tecnológico de Joinville, em que as frequências naturais e os modos de vibrar foram determinados. Ao comparar a referência bibliográfica de Blevins (1979) com os resultados das frequências experimentais, percebeu-se que, apesar de suas simplificações, o modelo analítico caracteriza resultados próximos ao modelo flexível. Há a validação da possibilidade em utilizar o equipamento de rastreamento de imagem *Opti Track* no campo de pesquisa *Offshore*.

Neste contexto, os resultados têm como contribuição para a pesquisa geral de *risers*, a validação da literatura de Blevins (1979), que pode ser utilizada para descrever o modelo flexível. E ainda, os resultados auxiliam no desenvolvimento de trabalhos futuros que pretendem estudar o VIV neste modelo via instrumentação *Opti Track*.

### 3 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho é sustentada na abordagem tríplice: analítica, numérica e experimental para o estudo da vibração livre de um modelo de *riser* flexível. Assim, esta seção irá descrever materiais, infraestruturas e métodos para a caracterização tríplice do modelo.

#### 3.1 MODELO EXPERIMENTAL

A representação de um modelo de *riser* é uma tarefa complicada, visto que, o *riser* flexível possui uma geometria complexa. Para tanto, o modelo de *riser* utilizado neste trabalho segue os mesmos princípios construtivos descritos em Stano (2019). A linha consiste em uma mola helicoidal de aço envolvida por um tubo de elastômero, evidenciado na Figura 7, que tem o intuito de emular comportamento semelhante ao do *riser* flexível.

Figura 7 – Seção transversal do modelo experimental.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para caracterizar o modelo experimental, foram realizadas medições diretamente na linha, como a determinação do peso, e ensaios mecânicos de tração com corpos de prova para estipular o módulo de elasticidade (STANO, 2019). Assim, as propriedades do modelo flexível são mostradas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades do modelo flexível.

Propriedade	Valor	Unidade
Massa	1,24	Kg
Comprimento total	3,08	m
Deflexão máxima	0,265	m
Área da seção transversal	$1,75 \times 10^{-4}$	$m^2$
Módulo de Elasticidade	2,64	MPa

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A Tabela 1 expõe a deflexão máxima da linha que foi medida a partir do modelo fixado nas paredes do laboratório, como mostra a Figura 8. Neste trabalho, em todos os ensaios de rastreamento de imagem o modelo permaneceu fixado.

Figura 8 – Modelo experimental fixado.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para não corromper os ensaios, há o propósito de realizar uma boa fixação do modelo, ou seja, que não ocorra o desprendimento deste da parede durante as excitações. Dito isso, dois discos de aço, que possuem um furo central, foram fixados nas paredes do laboratório e dois parafusos foram fixados nas extremidades da linha. Para a junção do furo do disco ao parafuso foram utilizadas células de carga do tipo S, uma em cada borda do modelo, Figura 9.

Figura 9 – Fixação do modelo na parede através da célula de carga.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

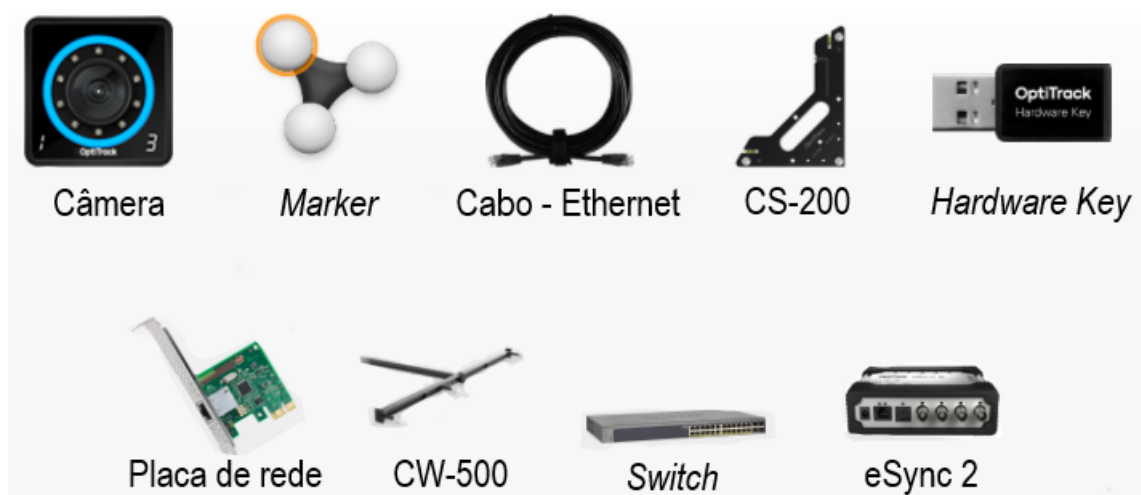


As células de carga, Figura 9, não foram utilizadas para medir quaisquer esforços, somente tiveram como finalidade a fixação da linha na parede.

### 3.2 SISTEMA DE RASTREAMENTO DE IMAGEM

O rastreamento óptico consiste em gravações de movimentos, com interatividade em tempo real, onde os dados, ao serem processados pelo programa, geram saídas sem atrasos visuais. Este processo tem sido muito utilizado na robótica (rastreamentos de veículos aéreos não tripulados), realidade virtual, animação (tanto para esportes quanto filmes), e inúmeras pesquisas científicas, como próteses na biomedicina e, no caso deste trabalho, análise da dinâmica de *risers*. Foi utilizada a linha de produtos OptiTrack que possui câmeras de alta velocidade com obturadores globais de interrupção de imagem e LEDs de descarga rápida, sendo, portanto, uma linha de produtos de extrema qualidade. A Figura 10 exibe os equipamentos da OptiTrack que foram utilizados neste trabalho.

Figura 10 – Equipamentos OptiTrack.



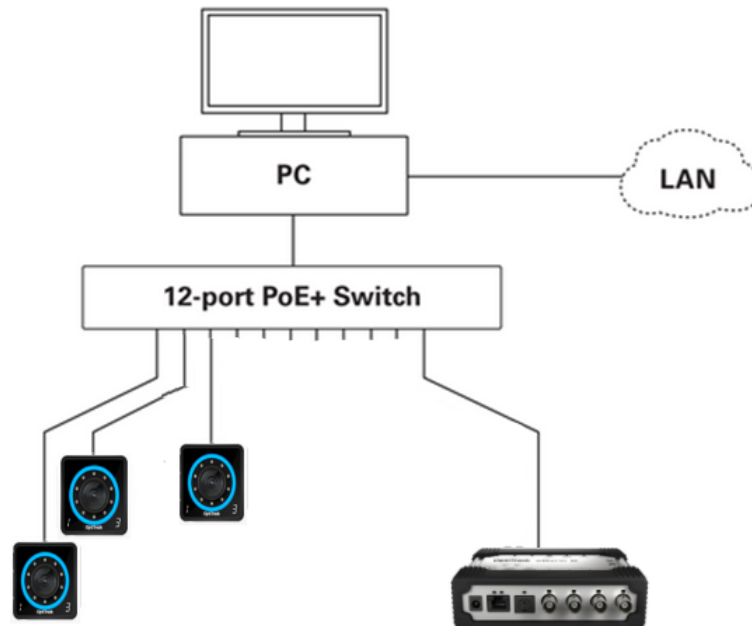
Fonte: OptiTrack (2019).

Para o correto funcionamento do sistema de rastreamento de imagem é necessário um computador com sistema operacional *Windows* e processador *Intel Core i5*, além de todos os equipamentos mostrados na Figura 10 estarem operando corretamente.

A montagem do ensaio foi iniciada com a instalação de uma placa de rede no computador para que fosse possível conectá-lo na rede local e no *Switch* de modo simultâneo. O *Switch* é a fonte principal que permite interligar, com a utilização dos cabos Ethernet, os outros dispositivos externos ao sistema. Desse modo, no *Switch* foram conectadas três câmeras Prime 17W e o *eSync 2*, dispositivo com a função de sincronizar a imagem captada das diferentes câmeras. A Figura 11 apresenta o

esquema das conexões.

Figura 11 – Montagem dos equipamentos.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Com a finalidade de imobilizar as câmeras, foram fixados três tripés "Manfrotto Super Clamp", em uma bancada de trabalho, como mostra a Figura 12, distantes 30 cm entre si.

Figura 12 – Câmeras fixadas na bancada.



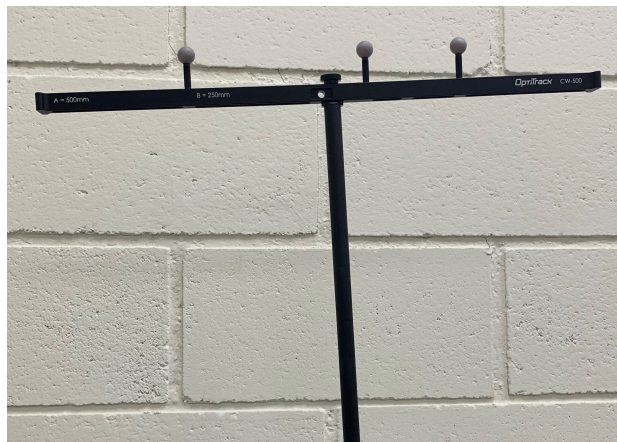
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A distância horizontal entre a bancada e o modelo é de aproximadamente 2 m. Em seguida, as câmeras foram acopladas nos tripés e foi baixado o programa *Motive*, plataforma que retorna as respostas do rastreamento de imagem, fornecendo interfaces para captura e processamento de dados com 6 graus de liberdade. O programa permite que o usuário calibre e configure o sistema de acordo com suas necessidades. É

necessário que o *Hardware Key* (Figura 10) esteja plugado ao computador e com a licença setada para o *Motive* funcionar adequadamente.

Após a fixação do modelo na parede do laboratório e a acomodação dos equipamentos OptiTrack, foi iniciada a etapa de calibração. Nesse estágio é avaliada a posição e a orientação de cada câmera, calculando a quantidade de distorções nas imagens capturadas. Assim, é possível delimitar o espaço do experimento e construir um volume de captura 3D no *Motive*. A ferramenta CW-500, também chamada de *Calibration Wand Kit* (Figura 13), é utilizada para iniciar a calibração.

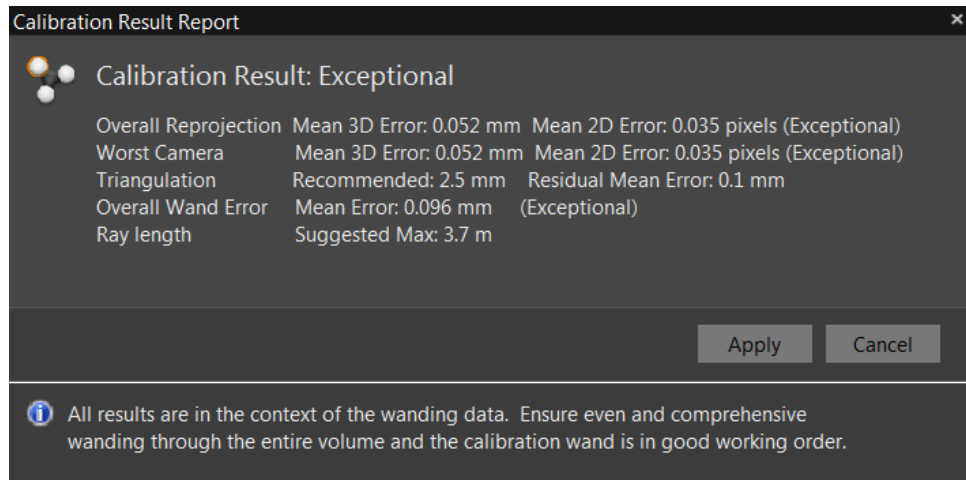
Figura 13 – CW-500 na disposição B.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A ferramenta recomenda que, para espaços menores, a disposição dos três *Markers* esteja na orientação B (OPTITRACK, 2019), como mostra a Figura 13. A CW-500 foi balançada repetidamente pelo espaço, acenada sempre na frente das câmeras, estas em modo de gravação. É importante que o manuseio do equipamento seja feito com movimentos uniformes, suaves e circulares. Assim, cada câmera captura quadros de amostras para computar as posições no espaço. Foram coletadas 8 mil amostras em cada uma das câmeras. O resultado da calibração foi considerado excepcional pelo *Motive*, em que os erros médios são apontados na Figura 14.

Figura 14 – Resultado da calibração.

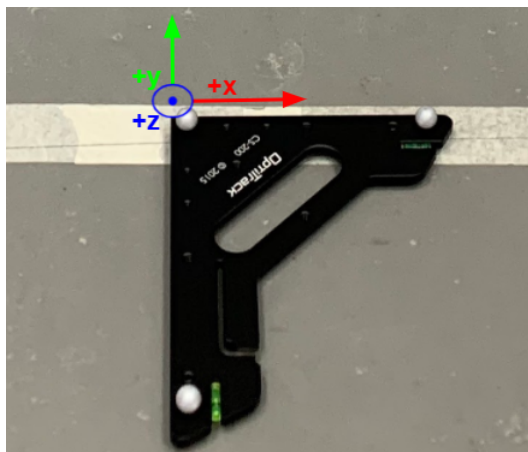


Fonte: Autora (2021).

Além de ser necessário realizar a calibração sempre que as câmeras são trocadas de posição, é interessante que ela seja efetuada periodicamente por conta de efeitos ambientais, como pequenas variações de temperatura e umidade, mesmo que as câmeras não tenham sido movimentadas. A calibração apresentada na figura acima foi uma das diversas realizadas para este trabalho, em que, todas foram consideradas excepcionais pelo *Motive*.

Depois do espaço do ensaio ter sido reconhecido pelo programa, é indispensável definir as coordenadas e a origem do sistema. O equipamento CS-200, também denominado de *Calibration Square*, foi posicionado no chão do laboratório e alinhado com a metade do comprimento da linha. Esta posição irá definir a origem do sistema e as coordenadas no *Motive*. Deve-se, portanto, alinhar o CS-200 com a orientação de eixo desejada, como mostra a Figura 15.

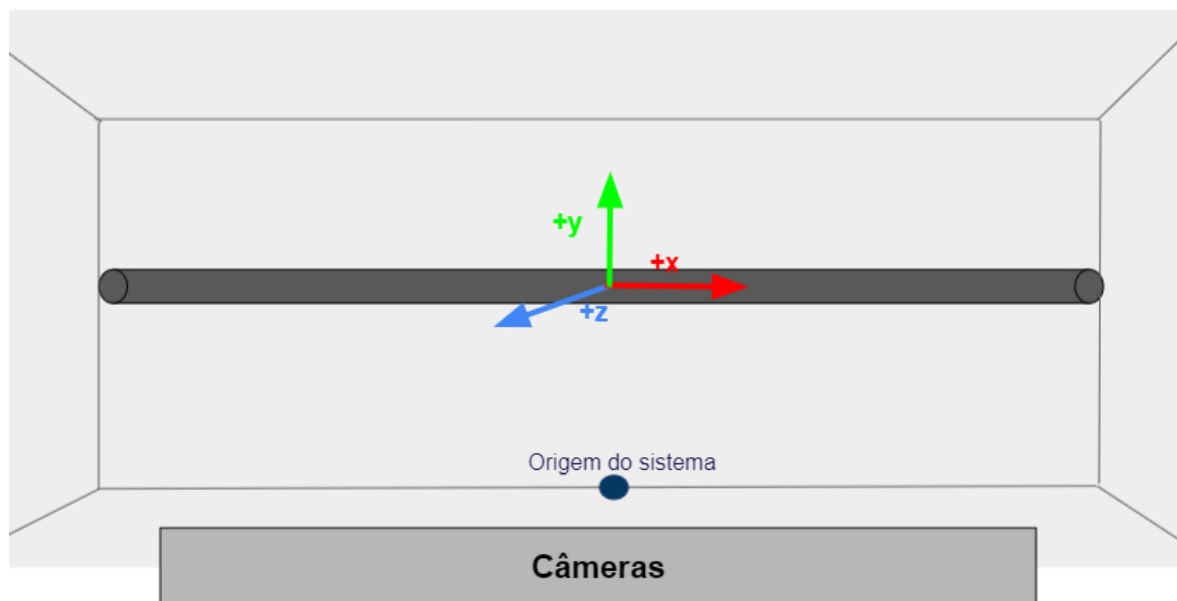
Figura 15 – CS-200 posicionado.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O lado mais longo do CS-200 indica o eixo z positivo e o lado mais curto a direção do eixo x positivo, conseqüentemente, o eixo y positivo é direcionado para cima. Portanto, a direção x é o eixo axial referente à linha e o eixo y à direção vertical. Há uma diferença de 19 mm no eixo y devido à distância do meio do *Marker* até o chão. A distância foi setada no programa para que as coordenadas estejam minuciosamente corretas. Com a finalidade de facilitar a visualização do eixo de coordenadas no sistema, a Figura 16 apresenta a vista tridimensional simplificada do experimento (modelo representado sem deflexão).

Figura 16 – Representação simplificada das coordenadas no experimento.

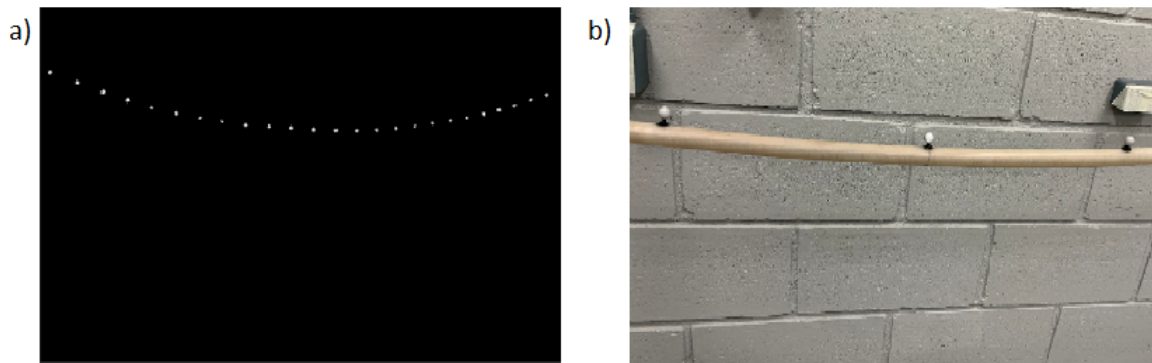


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Na imagem, a coordenada x representa a direção axial referente ao modelo, em que, à direita do meio da linha são posições positivas e à esquerda negativas. Como a linha tem 3,08 m de comprimento, as posições máximas de x estão entre - 1,54 m e + 1,54 m. A direção z positiva representa a direção entre o modelo e as câmeras e a direção y, os deslocamentos verticais. Portanto, defere-se da Figura 16 que o plano xy é o plano da catenária, e que deslocamentos em xz representam modos de vibrar fora do plano.

Para implementar o arranjo dos alvos, foram selecionados 25 *Markers*, pequenas esferas cinzas, para iniciar o processo de marcação do modelo. Estas esferas são os sensores nos quais as câmeras irão rastrear o movimento. Como a captura depende da luminosidade do material, é necessário que sejam manuseadas com cuidado para não se tornarem opacas. Foram colocados 25 alvos igualmente espaçados ao longo da linha, com a ajuda de bases de fixação e adesivos, equidistantes um do outro 12 cm axialmente, conforme Figura 17.

Figura 17 – *Markers* fixados no modelo.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A Figura 17a expõe os *markers* na visão das câmeras e a Figura 17b apresenta as esferas ao olhar do instrumentador.

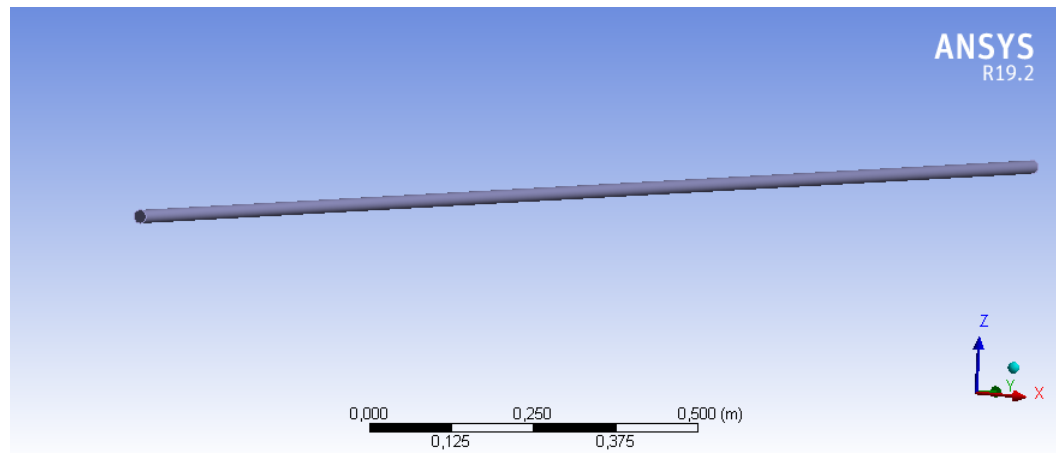
### 3.3 ABORDAGEM ANALÍTICA

Para a abordagem analítica foi desenvolvido um código no programa *Octave* que contém as equações para a determinação das frequências naturais de acordo com (BLEVINS, 1979). Para os valores de entrada foram utilizados a massa, o comprimento, a área da seção transversal, a deflexão máxima e o módulo de elasticidade do modelo experimental, presentes na Tabela 1. Com as equações da Seção 2.1.2, foram calculadas a tensão nas extremidades, o comprimento virtual do cabo e o fator alfa. O parâmetro  $\lambda$ , para cada modo, corresponde às raízes positivas da equação transcendental e foi determinado graficamente. Ao plotar a equação, há dois gráficos, cada um correspondente a um lado desta. Cada ponto de intersecção dos gráficos refere-se ao parâmetro  $\lambda$  de cada modo. Portanto, todos esses resultados foram utilizados para determinar as frequências naturais dos dez primeiros modos de vibrar, tanto no plano da catenária quanto fora do plano.

### 3.4 ABORDAGEM NUMÉRICA

Na análise computacional do problema, desenvolveu-se um modelo simplificado da linha com o auxílio do programa *Ansys Inc*, como mostra a Figura 18. O modelo consiste em um tubo maciço com propriedades resultantes entre os dois componentes iniciais: aço e silicone.

Figura 18 – Modelo computacional simplificado.



Fonte: *Ansys Inc.* (2021).

Antes de iniciar a análise modal do tubo realizou-se uma análise estrutural estática para obter a deformação total do modelo. Para a análise estrutural, o tubo foi fixado nas duas extremidades e aplicada a força da gravidade, determinando a deflexão máxima da linha. Em seguida, com a deflexão como dado de entrada, foi executada a análise modal para obter as frequências naturais e os modos de vibrar.

### 3.5 ABORDAGEM EXPERIMENTAL

No planejamento da coleta de dados, duas variáveis precisavam ser determinadas: o ponto onde o modelo seria excitado e a forma como ocorreria a excitação. Com o intuito de visualizar a maior quantidade de modos de vibrar, foram realizadas excitações forçadas em  $\frac{1L}{4}$ ,  $\frac{1L}{2}$  e  $\frac{3L}{4}$ , sendo  $L$  referente ao comprimento da linha (STANO, 2019). Para a primeira forma de excitação, determinou-se que uma massa de 834 g seria presa na linha através de um fio de nylon (Figura 19).



Figura 19 – Excitação no plano xy.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Deste modo, o modelo sofre carregamento no plano xy, plano vertical da catenária. Já na segunda forma de excitação, amarrou-se um fio na linha que está preso em um tripé auxiliar, como demonstra a Figura 20.

Figura 20 – Excitação no plano xz.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O plano xz é referente ao plano transversal da catenária, assim, na Figura 20, a linha está sendo puxada no plano transversal. Em ambos casos, os fios são cortados para que a excitação inicie.

Com as variáveis definidas, foi possível montar a matriz de experimentos, Tabela 2, que enumera cada ensaio e suas respectivas características. O mesmo



ensaio é repetido três vezes para garantir uma aquisição de dados coerente que tem como objetivo evitar erros de medição.

Tabela 2 – Matriz de Experimentos.

Ensaio	Plano de excitação	Posição na linha da excitação	Gravação
1	xy	1/2 L	1
2	xy	1/2 L	2
3	xy	1/2 L	3
4	xy	1/4 L	1
5	xy	1/4 L	2
6	xy	1/4 L	3
7	xy	3/4 L	1
8	xy	3/4 L	2
9	xy	3/4 L	3
10	xy	Aleatório	1
11	xy	Aleatório	2
12	xz	1/2 L	1
13	xz	1/2 L	2
14	xz	1/2 L	3
15	xz	1/4 L	1
16	xz	1/4 L	2
17	xz	1/4 L	3
18	xz	3/4 L	1
19	xz	3/4 L	2
20	xz	3/4 L	3

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Nota-se na Tabela 2 que foram realizados ensaios com pontos de excitações aleatórios no eixo xy e executadas 20 gravações. Para as filmagens foi escolhida uma frequência de captura de imagem igual a 30 Hz, ou seja, a cada 0,033 s houve uma aquisição de dados.

Como rotina de ensaio, foi estipulado que as câmeras seriam ligadas e o carregamento seria retirado da linha após aproximadamente 10 s de gravação, iniciando a dinâmica do modelo até o desligamento das câmeras em 90 s de ensaio.

### 3.6 MÉTODO DE ANÁLISE EXPERIMENTAL

Após finalizadas todas as gravações, iniciou-se o tratamento dos dados. O programa *Motive* retornou os resultados do movimento dos alvos, obtidos nas filmagens, no formato csv. Ao abrir os arquivos csv, foram observadas 77 colunas. A primeira refere-se ao *frame*, a segunda ao tempo de ensaio e as outras correspondem à posição em x, y e z de cada alvo, ou seja, as componentes do espaço em cada instante de tempo para os *Makers*.

Foram desenvolvidos códigos no programa *Octave* com a finalidade de

determinar as frequências naturais e os modos de vibrar de cada ensaio experimental. O primeiro código consiste em plotar gráficos, para cada alvo, das posições  $x$ ,  $y$  e  $z$  em função do tempo. Com isso, é verificado se a aquisição está coerente e determinado o *cut time* para cada ensaio, ou seja, o tempo que corresponde à instabilidades iniciais. O *cut time* é utilizado para a melhor visualização dos picos de frequência, visto que, os dados só serão analisados a partir deste tempo, desconsiderando, então, as vibrações instáveis iniciais.

Em seguida, foi elaborado um código que aplica a *Fast Fourier Transform* nos dados de posição transformando-os em domínio de frequência. Gráficos de densidade espectral são plotados em função das frequências naturais. Para cada ensaio plotou-se a excitação de três alvos:  $\frac{1L}{4}$ ,  $\frac{1L}{2}$  e  $\frac{3L}{4}$ , em que  $L$  é comprimento da linha. Foram analisados os picos dos gráficos e adquiridos os respectivos valores que são correspondentes às frequências naturais do modelo.

O último código foi a implementação de gráficos de mapeamento com visualização por escala de cores que exibem a dinâmica do ensaio, sendo possível verificar os modos de vibrar presentes no experimento.

## 4 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados da caracterização do modelo flexível, apontando as frequências naturais obtidas nas abordagens analítica, experimental e numérica, além de uma comparação entre os resultados das diferentes análises. Para os modos de vibrar, serão expostos os resultados da abordagem numérica e experimental, sendo este um estudo qualitativo dos modos. Com o objetivo de interligar as frequências naturais e os modos de vibrar adquiridos experimentalmente, uma análise conjunta será realizada.

### 4.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS

Na abordagem analítica, para calcular as frequências naturais foi utilizada a bibliografia de Blevins (1979) em que todo o equacionamento foi apresentado na Seção 2.3. Assim, para as formas modais simétricas no plano, foi necessário calcular os valores de  $\lambda$ , Tabela 3, a partir das raízes positivas da equação transcendental.

Tabela 3 – Resultados do fator adimensional  $\lambda$ .

Modo	Plano	$\lambda$
1	Fora do plano	1 1,42
2	No plano	2 3,36
3	Fora do plano	3 5,49
4	No plano	4 7,37
5	Fora do plano	5 9,39
6	No plano	6 11,42
7	Fora do plano	7 13,32
8	No plano	8 15,42
9	Fora do plano	9 17,36
10	No plano	10 19,40

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Em seguida os valores de  $\lambda$  foram aplicados na equação e os resultados das frequências naturais, para cada modo, são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados analíticos das frequências naturais.

Modo	Plano	Frequências [Hz]
1	Fora do plano	1,076
2	No plano	1,0756
3	Fora do plano	2,1511
4	No plano	2,1511
5	Fora do plano	3,2267
6	No plano	3,2267
7	Fora do plano	4,3023
8	No plano	4,3023
9	Fora do plano	5,3778
10	No plano	5,3778

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

É possível perceber que as frequências fora do plano e no plano apresentam valores idênticos, ou seja, o primeiro modo simétrico e o primeiro modo assimétrico possuem frequências iguais, e assim por diante.

Na análise experimental, com o auxílio da Transformada de Fourier, foram extraídas as frequências naturais para os 10 primeiros modos em todos os ensaios, que podem ser visualizadas individualmente no Apêndice A. De acordo com a matriz de experimento, para os ensaios 4, 15 e 16 não foi possível determinar as frequências, pois os dados coletados estavam incoerentes, devido à um erro experimental no momento do processamento de dados das câmeras. Portanto, as análises foram realizadas para 17 ensaios, uma utilização de 85% dos dados experimentais.

Com a intenção de permitir aos leitores uma melhor visualização dos resultados, para cada modo o valor médio das frequências naturais foi calculado ( $\bar{x}$ ), de acordo com o equacionamento do capítulo de incerteza de medição. Também foi mensurado o desvio-padrão ( $\sigma$ ), a incerteza-padrão ( $u_a$ ) e a incerteza expandida ( $U_a$ ) das medições, apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Resultados experimentais.

Modo	Plano	$\bar{x}$	$\sigma$	$u_a$	$U_a$
1	Fora do plano	1,109	0,061	0,014	0,028
2	No plano	1,160	0,081	0,022	0,045
3	Fora do plano	2,252	0,136	0,031	0,063
4	No plano	2,375	0,108	0,025	0,049
5	Fora do plano	3,314	0,137	0,034	0,068
6	No plano	3,454	0,194	0,050	0,100
7	Fora do plano	4,417	0,639	0,369	0,738
8	No plano	4,658	0,236	0,054	0,108
9	Fora do plano	-	-	-	-
10	No plano	5,605	0,423	0,160	0,320

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Com estes resultados, é possível verificar que os valores de frequências no plano e fora do plano são muito próximos, como descreve a literatura. A Tabela 5 mostra que as frequências fora do plano são sempre menores que as frequências no plano, resultados coerentes devido à rigidez do modelo. Para o nono modo de vibrar, não foi concebível o pico de frequência, portanto seria necessária uma análise mais aprimorada para identificar se há uma frequência com amplitude mínima ou se realmente o sistema não vibra em nono modo.

Os valores obtidos de incerteza-padrão expandida (Tabela 5) são baixos, portanto, há uma baixa variação dos dados e pode-se afirmar que os valores dos picos das frequências foram coletados de forma coerente. O pico sete é o que apresenta a maior variação, ou seja, houve uma instabilidade na hora de coletar os dados. Como o objetivo é evitar o VIV, optou-se por aumentar a faixa de frequências naturais, portanto, foi calculada a incerteza da medição expandida com um nível de confiança de 95%. Para isto, utilizou-se o fator de abrangência igual a dois.

Para o cálculo da incerteza combinada, é necessário determinar a incerteza padrão expandida do tipo B, que pode ser retirada do erro da calibração, sendo uma função de densidade de probabilidade retangular, visto que, é uma medida digital. No entanto, o *OptiTrack* transmitiu essa medida em mm, como mostra a Figura 14, e a  $U_a$  tem a unidade de Hertz. Para um trabalho futuro, recomenda-se investigar um modo de obter o erro da calibração do sistema de rastreamento de imagem que consiga ser comparado com as incertezas das medidas do experimento.

Na abordagem numérica, os valores das frequências naturais foram retirados do programa *Ansys Inc.* e são fornecidos na Tabela 6. Nota-se que os resultados fora do plano e no plano, para um mesmo modo, tendem a ser próximos, sendo sempre maior o valor no plano.

Tabela 6 – Resultados numéricos.

Modo	Plano	Frequências[Hz]
1	Fora do plano	1,0835
2	No plano	1,1207
3	Fora do plano	2,1002
4	No plano	2,1614
5	Fora do plano	3,2474
6	No plano	3,2503
7	Fora do plano	4,3313
8	No plano	4,3529
9	Fora do plano	5,4415
10	No plano	5,4607

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Realizou-se uma comparação entre os resultados das frequências naturais pelas três perspectivas, Tabela 7, em que os resultados experimentais são

correspondentes à frequência média calculada.

Tabela 7 – Frequências naturais [Hz] das três abordagens.

Modo	Plano	Analítico	Numérico	Experimental
1	Fora do plano	1,076	1,0835	1,109
2	No plano	1,0756	1,1207	1,160
3	Fora do plano	2,1511	2,1002	2,252
4	No plano	2,1511	2,1614	2,375
5	Fora do plano	3,2267	3,2474	3,314
6	No plano	3,2267	3,2503	3,454
7	Fora do plano	4,3023	4,3313	4,417
8	No plano	4,3023	4,3529	4,658
9	Fora do plano	5,3778	5,4415	-
10	No plano	5,3778	5,4607	5,605

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Na Tabela 7 observa-se que os valores das frequências naturais nas três abordagens estão bem próximos, ou seja, as análises apresentam resultados coerentes quando comparados. Como a abordagem experimental representa os valores de referência, foi ponderado um desvio relativo entre o experimento e as outras duas análises. Os resultados dos desvios são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Desvio relativo em relação aos resultados experimentais.

Modo	Plano	Desvio Relativo c/ Analítico	Desvio Relativo c/ Numérico
1	Fora do plano	3,03%	2,31%
2	No plano	7,24%	3,35%
3	Fora do plano	4,46%	6,72%
4	No plano	9,42%	8,99%
5	Fora do plano	2,63%	2,01%
6	No plano	6,58%	5,89%
7	Fora do plano	2,59%	1,94%
8	No plano	7,63%	6,54%
9	Fora do plano	-	-
10	No plano	4,05%	2,57%

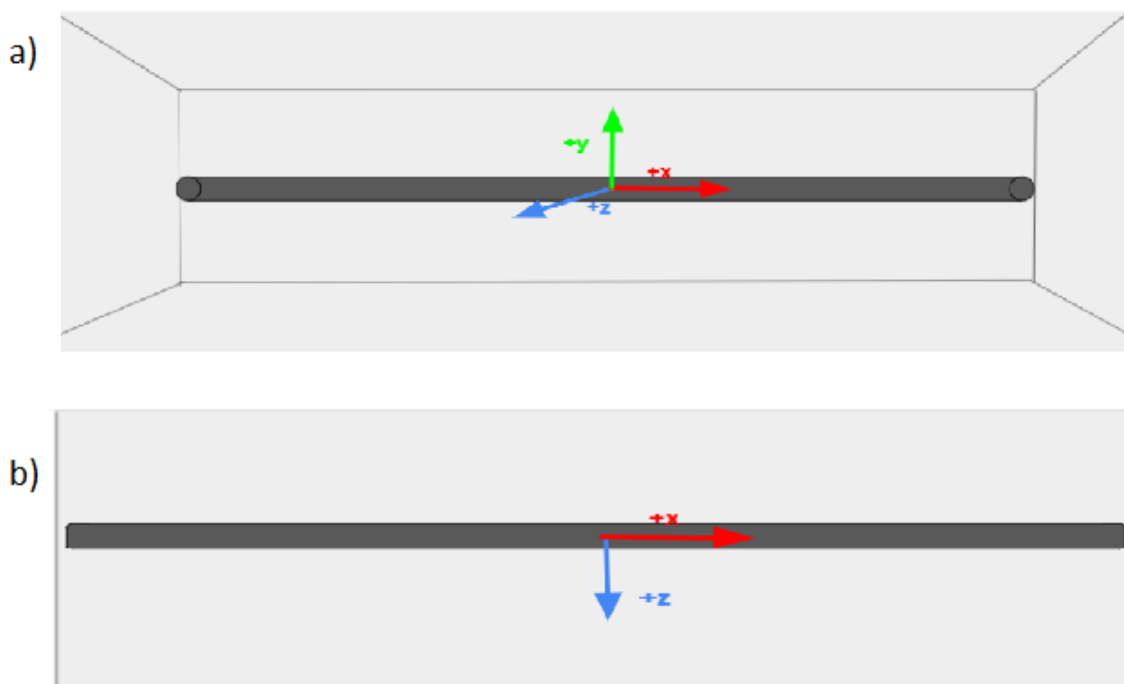
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Ao analisar a terceira coluna da Tabela 8, percebem-se desvios relativos baixos (menores que 10%), ou seja, apesar das aproximações do modelo analítico, o equacionamento recupera o experimento. Verificando o desvio entre o experimental e o numérico, também observa-se desvios relativos pequenos, portanto, mesmo com um modelo computacional simplificado, existe uma grande fidelidade com o modelo experimental, sendo o *Ansys Inc.* uma boa ferramenta para a predição dos modos de vibrar.

## 4.2 MODOS DE VIBRAR

O estudo qualitativo dos modos de vibrar foi desenvolvido para o esclarecimento de quais modos estariam presentes em cada ensaio, além de melhorar a visualização do experimento. Neste trabalho foram elaborados gráficos de mapeamento com visualização por escalas de cores, a qual se refere ao deslocamento da linha na direção  $y$ . Assim, a Figura 21 tem como objetivo explicar a perspectiva dos mapeamentos.

Figura 21 – Mapeamento do Ensaio 1.



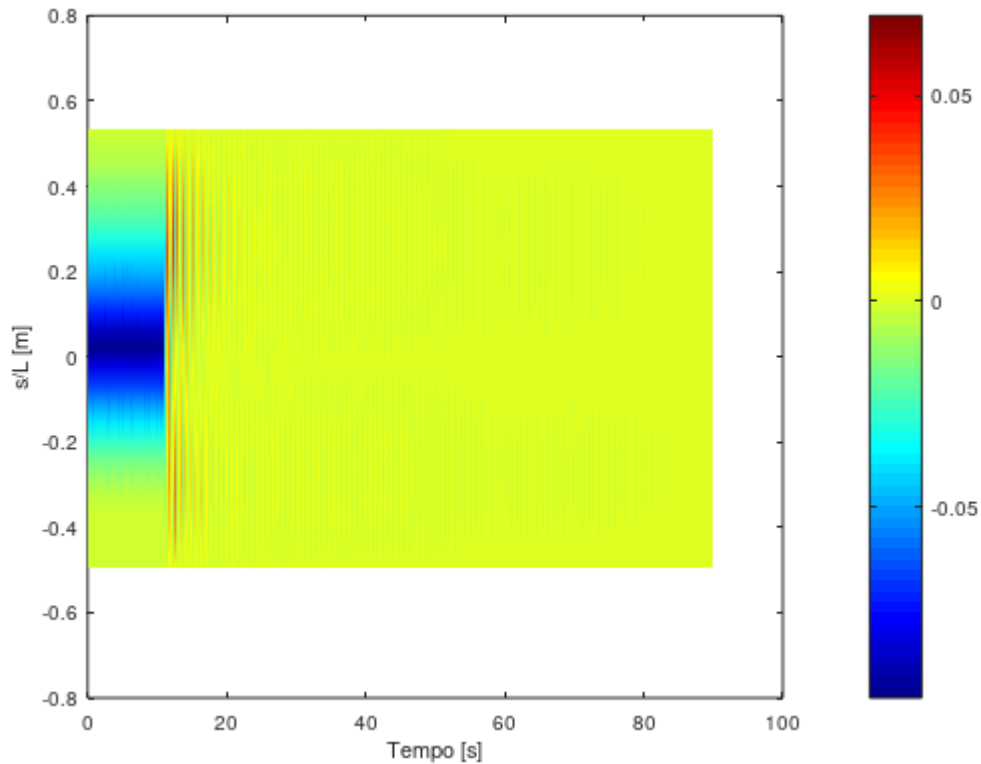
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

A Figura 21a é a ilustração em tridimensional do experimento simplificado e a Figura 21b retrata a perspectiva utilizada no estudo qualitativo dos modos de vibrar (plano  $xz$ ). Os mapeamentos foram construídos através de um código no *Octave* e são apresentados, para alguns ensaios, a seguir. Demais ensaios são expostos no Apêndice B.

O eixo das abscissas representa o tempo do ensaio em segundos e o eixo das ordenadas é a posição adimensional do *marker*, ou seja, é dividida a posição em questão pelo comprimento da linha em metros. A escala de cores compõe o deslocamento em  $y$  e de acordo com a escala de cores, cores quentes representam deslocamentos positivos e cores frias deslocamentos negativos.

A Figura 57 diz respeito ao Ensaio 1 que apresenta uma excitação forçada realizada no plano  $xy$  dada pela imposição de uma força aplicada no meio da linha.

Figura 22 – Mapeamento do Ensaio 1.

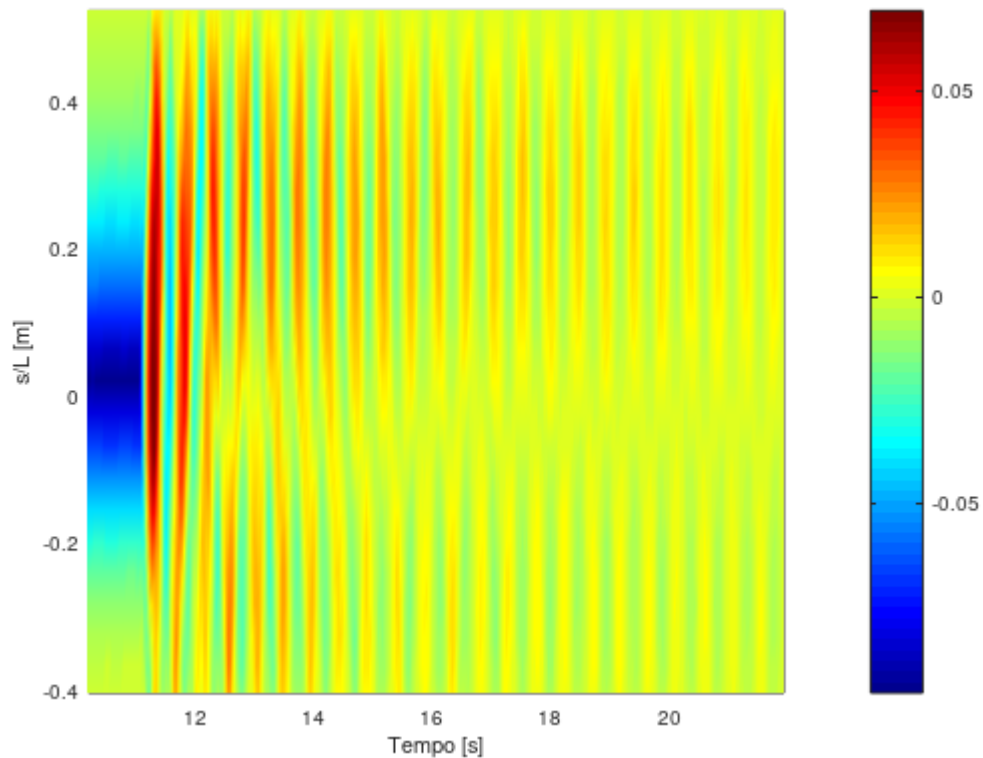


Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Ao observar a Figura 57, é possível perceber que até aproximadamente 12 segundos há a predominância de uma região azul no meio da linha, ou seja, os deslocamentos negativos concentram-se onde o carregamento está sendo imposto e o sistema está em repouso. Em seguida, percebe-se que a região azul não é mais predominante, devido à retirada do esforço centrado na linha e o modelo obteve a liberdade para oscilar. É possível observar que nos instantes seguintes a intensidade da cor diminui e o mapa em geral tende a uma cor de deslocamento nulo, sendo o esperado para um ensaio de decaimento, em que os deslocamentos vão diminuindo exponencialmente ao longo do tempo. A Figura 23 apresenta a dinâmica amplificada do momento em que há a liberação do modelo.



Figura 23 – Mapeamento do Ensaio 1 amplificado.

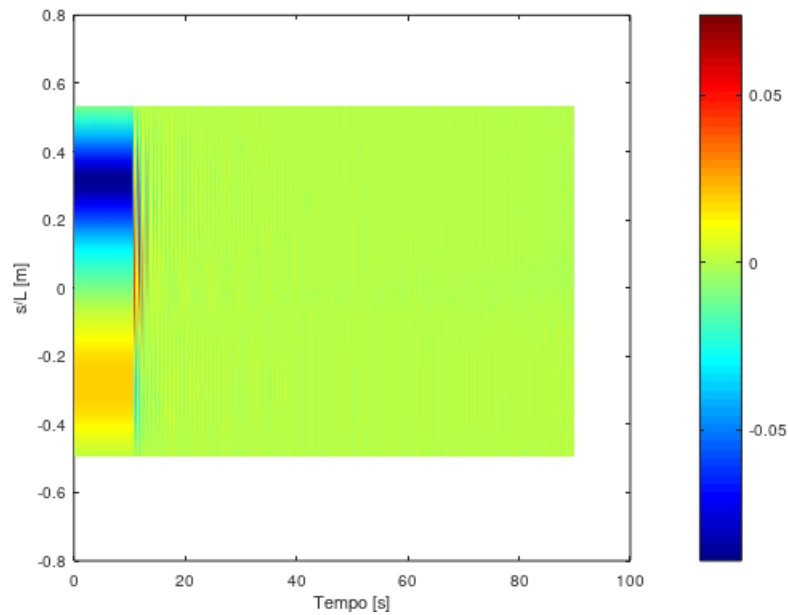


Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Sendo bolsões uma região de cor quente ou fria que se estende de um ponto ao outro da linha, percebe-se logo no início da Figura 23 bolsões de um vermelho intenso e bolsões de um azul claro. Essa alternância de cores quentes e frias marca qualitativamente os modos. Como a excitação inicial é no plano  $xy$ , os modos pares têm a predominância nesse experimento. Quando em um determinado tempo, é apresentado apenas um bolsão de cor quente e em seguida, também observa-se apenas um bolsão de cor fria, significa que o sistema está vibrando no segundo modo. Assim, observando a Figura 23 percebe-se que o modelo, excitado no meio de seu comprimento, ao iniciar sua dinâmica, começa a vibrar no segundo modo, ou seja, a linha alterna entre uma crista e um vale, sendo os deslocamentos positivos e negativos intensos. Com o passar do tempo, a energia vai decaindo e as cores vão esmaecendo. É possível enxergar que em um dado intervalo de tempo há a predominância de um bolsão quente e um bolsão frio, o que caracteriza o quarto modo de vibrar. Portanto, no Ensaio 1, a linha começa a oscilar no segundo modo e em seguida passa a vibrar em quarto modo até o decaimento total da energia.

A Figura 24 apresenta o mapeamento do Ensaio 9, em que a excitação foi realizada no plano  $xy$  com a imposição da força aplicada em  $\frac{3}{4}$  do comprimento da linha.

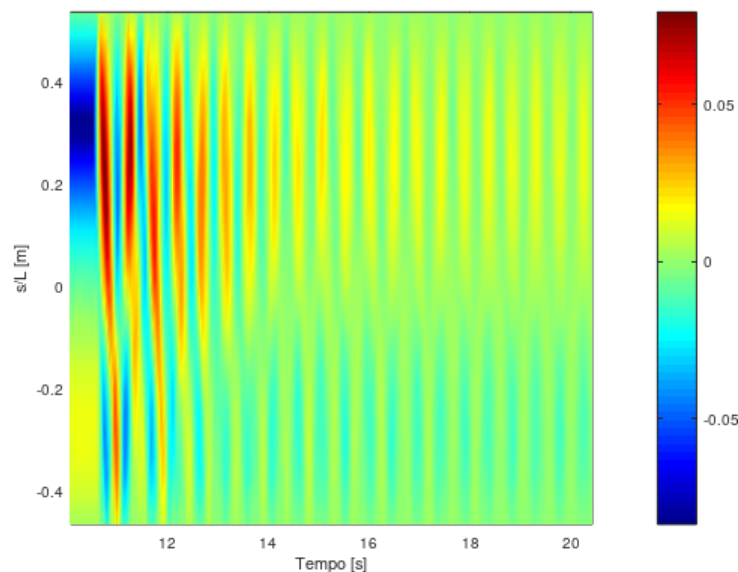
Figura 24 – Mapeamento do Ensaio 9.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Verifica-se no início do ensaio duas faixas de cores predominantes, uma azul e outra laranja. Assim, a Figura 24 mostra que o carregamento (deslocamento negativo) está localizado na parte positiva de  $\frac{s}{L}$  e gera um deslocamento positivo na extremidade negativa da linha. Em seguida, quando a linha é liberada do carregamento, há o início da dinâmica e, com o passar do tempo, o decaimento da energia até a predominância no mapa da cor verde, que representa o deslocamento nulo. A Figura 25 apresenta de uma forma ampliada o início da vibração, aproximadamente em 10 segundos.

Figura 25 – Mapeamento do Ensaio 9 amplificado.

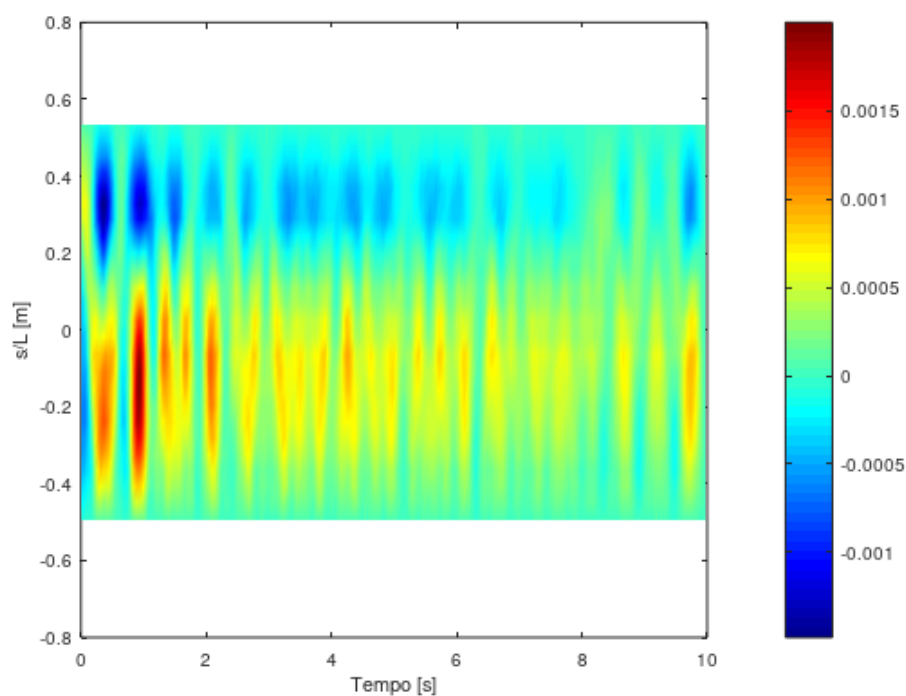


Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Nota-se o aparecimento de dois bolsões quentes seguidos por dois bolsões frios, ou seja, a linha está vibrando em quarto modo. E ainda, na Figura 25, é possível visualizar que os bolsões da extremidade positiva da linha são maiores que os da extremidade negativa, desta forma o carregamento em  $\frac{3}{4}$  do comprimento da linha acarretou em uma vibração assimétrica em relação ao centro do eixo. Com o decaimento da energia, a linha continua a vibrar em quarto modo, porém com deslocamentos de menores intensidades (bolsões amarelos e bolsões azuis claros).

Ao analisar o Ensaio 9, foi observado um comportamento interessante nos segundos iniciais quando a força ainda está atuando no sistema (Figura 26).

Figura 26 – Mapeamento do Ensaio 9 amplificado.

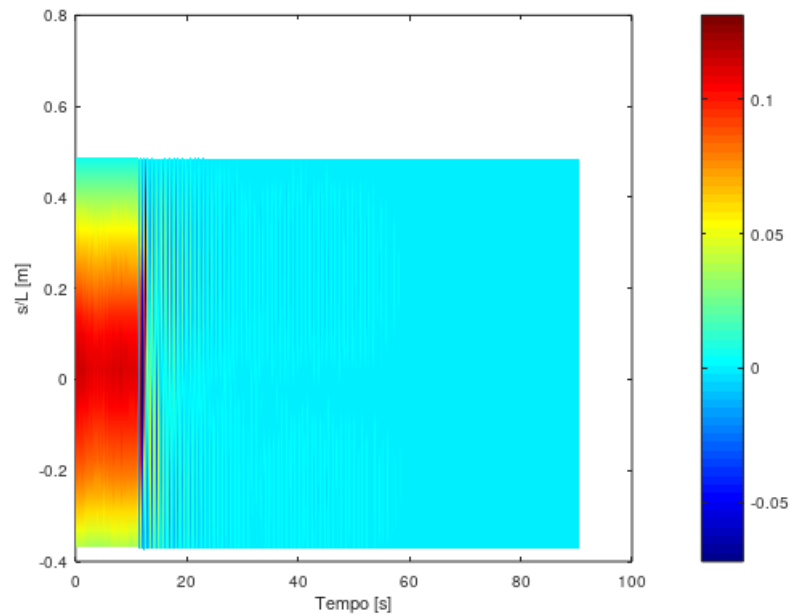


Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Analisou-se que, apesar do sistema estar em repouso aos olhos do instrumentador, ao amplificar o ensaio, a Figura 26 apresenta a alternância de cores frias e quentes marcando o quarto modo de vibrar. Apesar da escala de cores ficar bem próxima de zero, há a detecção da vibração. Portanto, é possível perceber que o sistema já vibrava em quarto modo antes mesmo da liberação do carregamento, mostrando que a linha é realmente elástica e que a instrumentação do *Opti Track* é muito precisa.

Nos ensaios que apresentam excitações fora do plano é possível detectar os modos de vibrar ímpares. A Figura 27 representa o Ensaio 12 em que há a excitação no plano xz através de um carregamento no meio da linha.

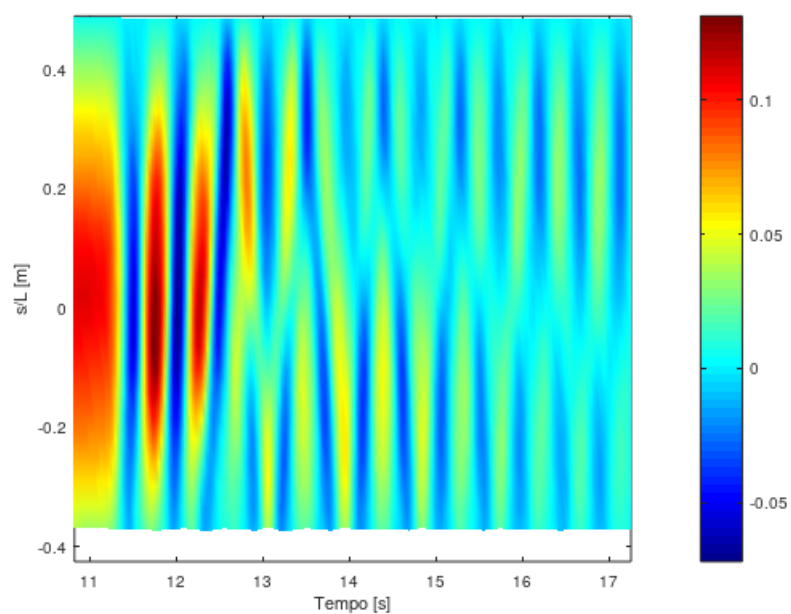
Figura 27 – Mapeamento do Ensaio 12.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

O mapa apresenta cores quentes no tempo inicial, que representam o carregamento no meio da linha. Em seguida, a Figura 27 mostra o início da vibração e o esmaecimento da cor para um deslocamento próximo de zero, ou seja, há o decaimento da energia no sistema. A Figura 28 expõe, de uma maneira ampliada, o momento em que a dinâmica se inicia.

Figura 28 – Mapeamento do Ensaio 12 amplificado.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

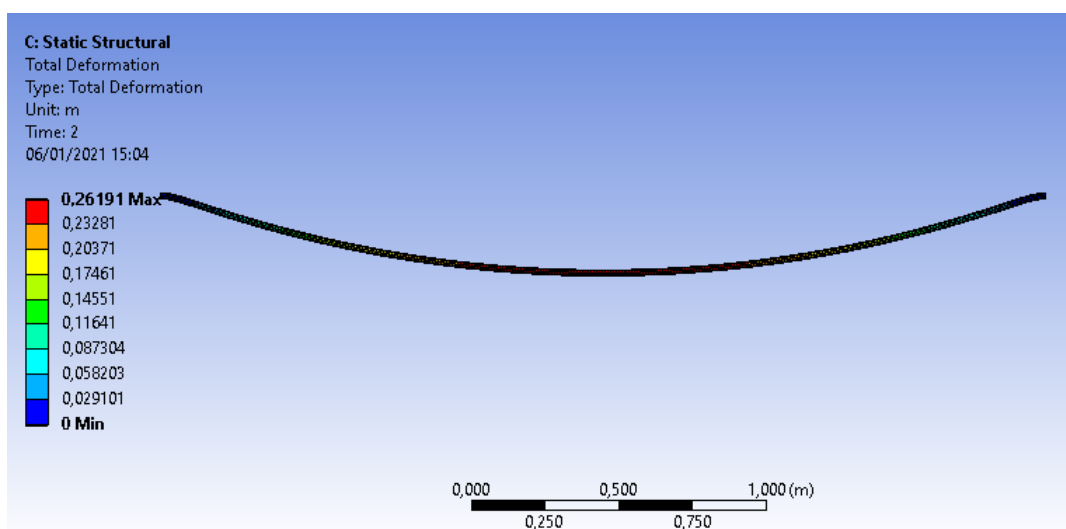
Identifica-se nos segundos iniciais um bolsão quente intenso seguido de um bolsão frio intenso, havendo uma alternância de cores que caracteriza o primeiro modo. Com o decaimento da energia, a Figura 28 começa a apresentar, em um dado instante, um bolsão de deslocamento positivo e um bolsão de deslocamento negativo, então, o sistema passa a vibrar no terceiro modo.

Ao comparar ensaios de excitação no plano (Figura 24) e fora do plano (Figura 27), os mapas apresentam amplitudes de deslocamentos diferentes, ou seja, esse tem uma cor geral em verde e este em azul. Assim, as excitações em xy acarretam em deslocamentos maiores do que as fora do plano. Nas excitações fora do plano da catenária, a visualização do carregamento inicial pelo mapeamento não é trivial como nas excitações do plano. Isso deve-se à maior rigidez do sistema na direção z quando comparado à direção y.

Portanto, neste trabalho foi possível verificar ensaios que somente vibravam no terceiro ou no quarto modo, e também, constatar ensaios que apresentavam transição de modos, seja do primeiro modo para o terceiro ou do segundo modo para o quarto modo de vibrar. É possível que os outros modos de vibrar estejam presentes no experimento, mas como as amplitudes desses são menores seria necessário realizar um estudo quantitativo dos modos.

Para a análise numérica, primeiramente foi realizada a análise estrutural no modelo simplificado que acarretou no resultado da deflexão total da linha (Figura 29). A deflexão máxima, que ocorreu no meio do comprimento da linha com um valor aproximado de 0,262 m, coincide com o valor medido experimentalmente no modelo físico.

Figura 29 – Deflexão total da linha.

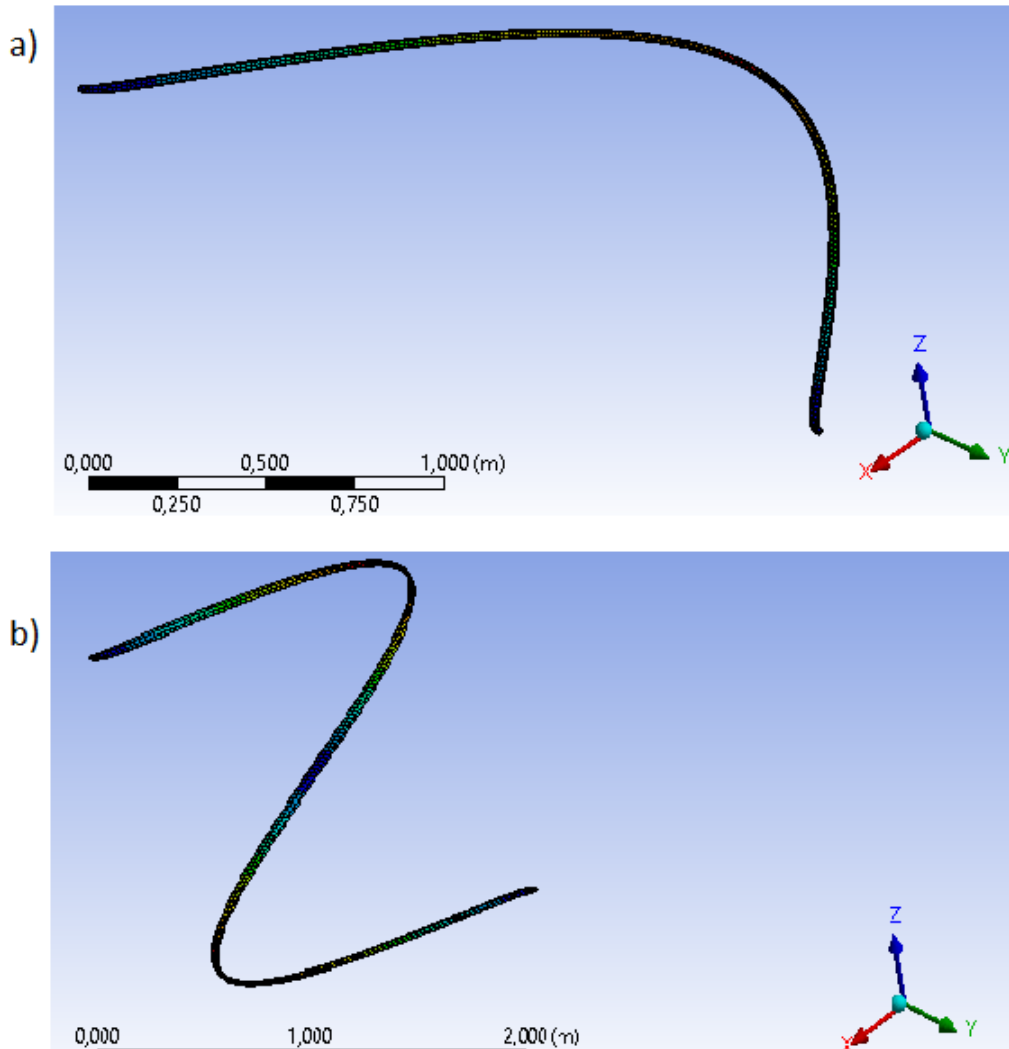


Fonte: *Ansys Inc.* (2021).

Em seguida, com a deflexão total como dado de entrada, foi realizada a análise

modal que traz como solução o comportamento dinâmico da linha. A Figura 30 expõe os primeiros modos ímpares.

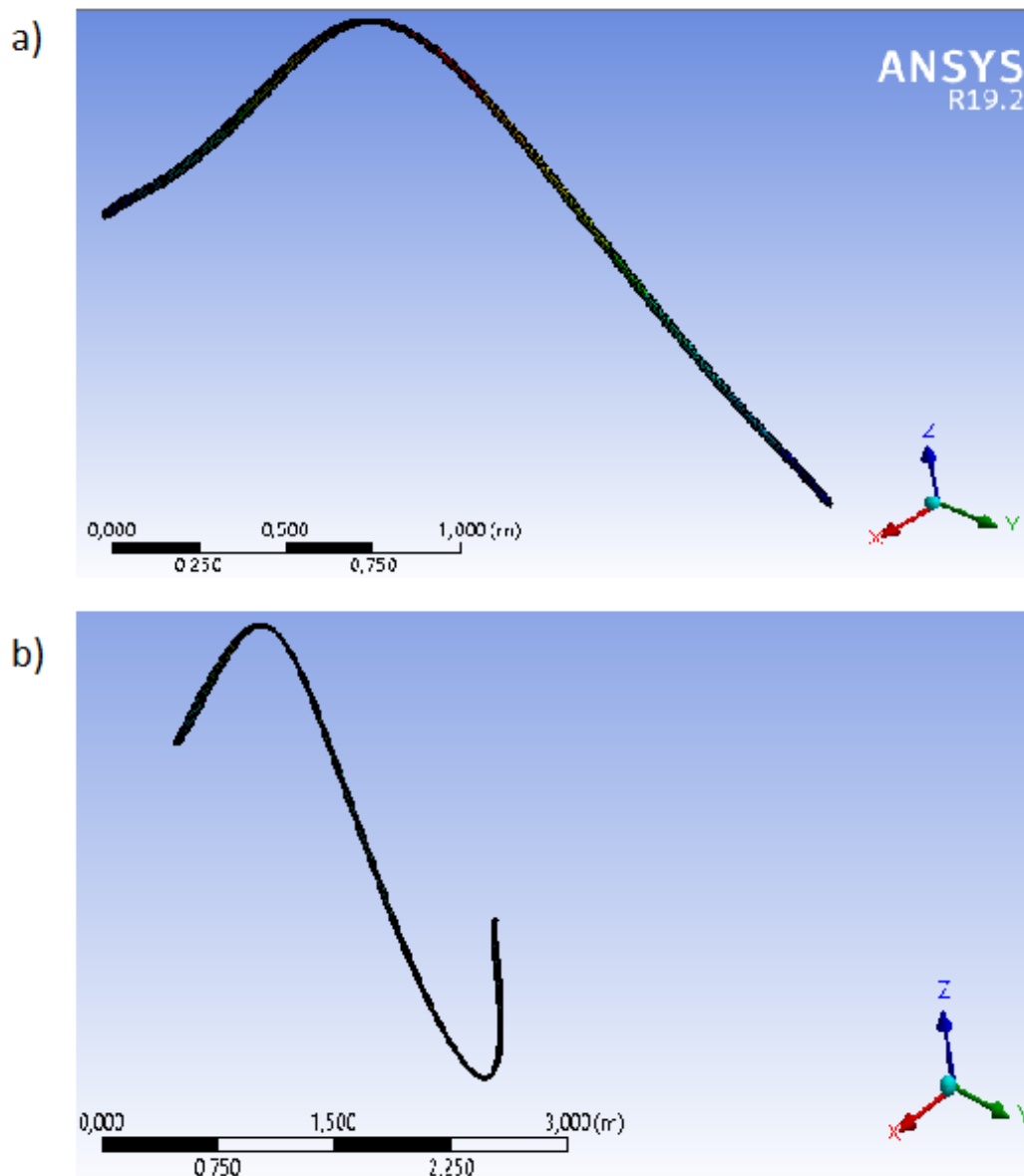
Figura 30 – Primeiro e terceiro modo de vibrar.



Fonte: *Ansys Inc.* (2021).

Na Figura 30a observa-se o modelo alternando entre crista e cava no plano axial, ou seja, vibra em primeiro modo. Já na Figura 30b, a linha apresenta uma cava e uma crista vibrando, também fora do plano (terceiro modo). Com o intuito de considerar os modos pares, a Figura 31 é exibida.

Figura 31 – Segundo e quarto modo de vibrar.



Fonte: *Ansys Inc.* (2021).

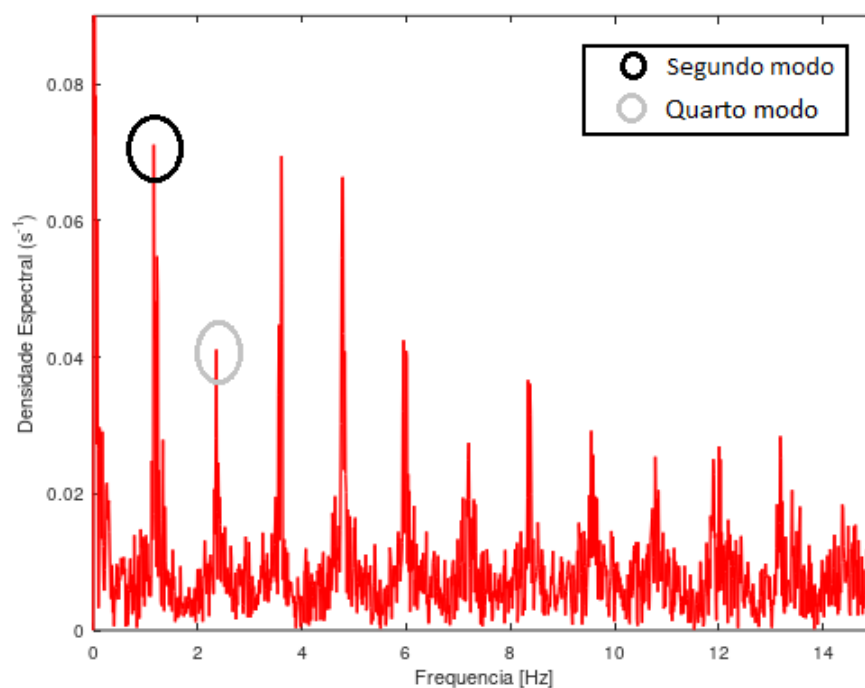
O programa *Ansys* considera um eixo diferente do que o adotado para esse trabalho. Na imagem, o eixo z representa a vertical que seria o eixo y para o sistema do trabalho. Então, na Figura 31a, o modelo está vibrando no plano xy com uma crista, o que representa o segundo modo. E por fim, a Figura 31b expressa o quarto modo de vibrar, sendo uma crista e uma cova vibrando no plano da catenária.

Desse modo, o estudo qualitativo dos modos experimentais e a análise dos modos numéricos corroboram para a caracterização dos modos de vibrar do modelo. A análise computacional simplificada contempla a dinâmica do modelo flexível e é importante para a visualização tridimensional dos modos, no entanto, a representação é exacerbada. O modelo flexível, ao vibrar, não apresenta as deformações representadas na Figura 31 e na Figura 30.

### 4.3 ANÁLISE DA DINÂMICA CONJUNTA

A Seção 4.2 apresentou o estudo qualitativo dos modos para os dados da abordagem experimental, em que os Ensaios 1 e 9 retratam experimentos com a excitação forçada no plano xy. De acordo com a Figura 23, o Ensaio 1 possui o carregamento inicial no meio da linha e começa a oscilar em segundo modo transitando para o quarto modo até o decaimento total da energia. Com o intuito de validar essa análise, verificando os picos de frequência, foi traçado novamente o gráfico de Fourier do ensaio para o *marker* localizado no meio da linha (Figura 32).

Figura 32 – Picos de frequência do Ensaio 1.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

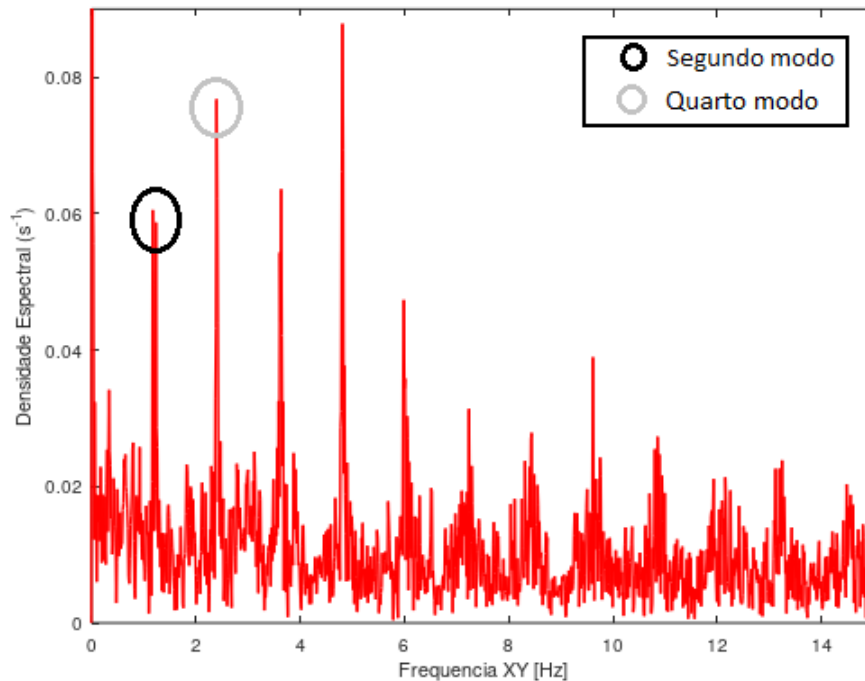
Como o Ensaio 1 apresenta apenas as frequências no plano, o primeiro pico representa o segundo modo de vibrar com frequência aproximada de 1,16 Hz (Apêndice A) e o segundo pico, frequência igual a 2,39 Hz (Apêndice A), simboliza o quarto modo de vibrar. Percebe-se na Figura 32 que o primeiro pico apresenta uma densidade espectral muito maior que o segundo pico. Portanto, o segundo modo realmente é o predominante no Ensaio 1, sendo o de maiores deslocamentos no mapeamento de cores. Neste gráfico, nota-se também outros picos de frequência que simbolizam modos de vibrar maiores, ou seja, o sistema não vibra apenas no segundo e no quarto modo. Porém, com o estudo qualitativo dos modos, não foi possível observar a dinâmica dos outros modos.

A Figura 25 exhibe o mapeamento do Ensaio 9, em que o sistema já inicia vibrando em quarto modo e segue assim até o final da dinâmica. Dito isso, a Figura 33



retrata os picos de frequência.

Figura 33 – Picos de frequência do Ensaio 9.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

É possível constatar que, na Figura 33, o segundo pico de frequência possui uma densidade espectral maior que o primeiro pico. O quarto modo de vibrar apresenta os maiores deslocamento do sistema. Apesar da densidade espectral do segundo modo ser alta, o mapeamento do ensaio não exibiu o segundo modo, assim como não retratou os modos maiores, que também apresentam picos com alta densidade espectral.

Realizando somente o mapeamento qualitativo dos ensaios, há uma boa aquisição de dados pois representa o que está acontecendo na hora do rastreamento de imagem da dinâmica. Ao comparar os mapeamentos com os gráficos de densidade espectral dos ensaios, nota-se que as duas análises estão em concordância para os primeiros modos de vibrar, porém, há muito mais picos de frequências do que modos de vibrar mapeados. Portanto, para próximas pesquisas, seria interessante realizar um estudo de decaimento dos modos, como a aplicação da Transformada de Hilbert-Huang (PESCE; FUJARRA; KUBOTA, 2006) que é uma técnica poderosa que incorpora as frequências dominantes do ensaio com os modos de vibrar.

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou o estudo da dinâmica de um modelo de *riser* com a finalidade de caracterizar o modelo flexível para que em próximas pesquisas o fenômeno de fadiga prematura (causado por VIV) possa ser investigado no modelo. O modelo consiste em um tubo de silicone envolvendo uma mola helicoidal com ambas extremidades engastadas. Para a caracterização deste, foi desenvolvida uma análise tríplice: analítica, numérica e experimental.

O estudo analítico do modelo fundamenta-se na literatura de Blenvis (1979), em que as equações caracterizam um cabo com deflexão. Em resultância, frequências naturais de dez modos de vibrar foram calculadas, no entanto, a referência bibliográfica não prevê a caracterização dos modos de vibrar.

Na abordagem numérica do problema, foi desenvolvida uma representação simplificada do modelo (cilindro maciço) para o cálculo computacional no programa *Ansys Inc.* Realizou-se uma análise estrutural que procedeu deflexão máxima da linha igual ao valor de referência (deflexão medida no modelo flexível). Em seguida, a análise modal resultou na caracterização das frequências naturais e dos modos de vibrar. Porém, os modos apresentados no programa apresentam curvaturas e deflexões exageradas, ou seja, o modelo flexível em sua dinâmica tem a elasticidade mais restrita.

A caracterização experimental do modelo contemplou a utilização do sistema de rastreamento de imagem *Opti Track*. Foram realizados 20 ensaios estimulando a vibração do modelo em diferentes pontos e em múltiplos planos de excitação. O *Opti Track* revelou-se um equipamento de fácil utilização com bons materiais de instrução em inglês. E ainda, através do ensaio experimental, foi possível determinar diversos valores de frequências naturais e modos de vibrar, portanto, o processo de rastreamento de imagem é extremamente eficaz e minucioso. A metodologia deste trabalho pode ser utilizada como auxílio para novos pesquisadores, visto que, demonstra um passo a passo de como foi manuseada a instrumentação.

Para avaliar a coerência e a confiabilidade das análises, foram comparadas as frequências naturais medidas nas três abordagens e calculados os desvios relativos em relação ao estudo experimental, visto que, o ensaio é o físico do problema (referência). As frequências apresentaram baixos desvios relativos entre as análises, concluindo-se que, apesar da modelagem analítica e experimental possuírem suas limitações, ambas manifestam resultados próximos ao do modelo flexível. Além disso, realizou-se uma análise de incertezas nas medições experimentais para garantir confiança nos cálculos do pico de frequências. Comprovou-se que as medições foram realizadas de maneira coerente devido aos baixos valores da incerteza-padrão expandida, o que significa

baixa variação nos dados em análise.

Dito isso, foram caracterizadas as frequências naturais do modelo, o que é de extrema importância para as pesquisas futuras que estudarão o fenômeno de VIV, sendo viável analisar os seus impactos em termos da fadiga prematura. Assim, será possível entender se um determinado escoamento excitou ou não uma frequência natural.

No estudo qualitativo dos modos de vibrar experimentais, foi possível identificar visualmente o que estava acontecendo no experimento, principalmente para as excitações no plano da catenária. Assim, caso não fosse apresentada a matriz de experimento, que demonstra onde está o carregamento inicial do experimento, o ponto de excitação poderia ser identificado no mapeamento do ensaio. Em todos os ensaios que foram mapeados, identificou-se os primeiros modos de vibrar, tanto para os modos ímpares como para os modos pares, ou seja, foi possível visualizar o modo 1, 2, 3 e 4.

Ao comparar as frequências naturais e os modos de vibrar experimentais, concluiu-se que o sistema não vibra apenas nos modos iniciais, visto que, a análise de Fourier reflete picos de frequência até o décimo modo. É possível inferir que somente a análise qualitativa dos modos de vibrar não é suficiente para caracterizar toda a dinâmica do modelo. Assim, os primeiros modos de vibrar de um modelo flexível foram caracterizados neste trabalho, no entanto, para modos maiores recomenda-se realizar a Transformada de Hilbert-Huang que representa o estudo de decaimento dos modos, sendo possível constatar quando os modos ocorrem e em qual intensidade.

Por fim, sugere-se para trabalhos futuros: a análise da incerteza de medição da calibração do experimento; o uso de excitadores eletromecânicos para que seja possível induzir modos de vibrar específicos, facilitando a sua visualização, e um estudo experimental no modelo com ventiladores ou em tanques de prova para analisar a interação fluido-estrutural pelo rastreamento de imagem.

## REFERÊNCIAS

- ARAUJO, L. E. E. de. **Introdução à avaliação e expressão de incerteza em medições**. Campinas: Instituto de Física “Gleb Wataghin” Universidade Estadual de Campinas, 2017.
- BAI, Y. **Pipelines and risers**. Oxford: Elsevier Science Ltd, 2001.
- BLEVINS, R. D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. United Kingdom: Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
- FRANZINI, G. R. et al. Experimental investigations on vortex-induced vibrations with a long flexible cylinder. part i: Modal-amplitude analysis with a vertical configuration. **International Conference on Flow-Induced Vibration**, p. 7, 2016.
- FUJARRA, A. L. **Vibrações Lineares**. Joinville: [s.n.], 2015.
- MORAIS, J. M. de. **Petróleo em águas profundas**: Uma história tecnológica da petrobras na exploração e produção offshore. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2013.
- NETO, A. G. **Estabilidade estrutural da configuração estática de Risers em catenária**. Tese para obtenção do título de Doutor em Engenharia — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2012.
- OFFSHORE MAGAZINE. **New flexible pipe technology designed for challenging environments**. 2020. Disponível em: <https://www.offshore-mag.com/business-briefs/equipment-engineering/article/14168451/new-flexible-pipe-technology-designed-for-challenging-environments>. Acesso em: 20 abr. 2021.
- OPTITRACK. **OptiTrack Documentation**. 2019. Disponível em: [https://v22.wiki.optitrack.com/index.php?title=OptiTrack\\_Documentation\\_Wiki](https://v22.wiki.optitrack.com/index.php?title=OptiTrack_Documentation_Wiki). Acesso em: 10 agosto 2020.
- PEREIRA, F. R. **Investigação das vibrações induzidas pela emissão de vórtices em modelos reduzidos de risers lançados em catenária**. Tese para obtenção do título de Doutor em Ciências (Doutorado na área de Engenharia Naval e Oceânica) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2015.
- PEREIRA, F. R. et al. A model scale experimental investigation on vortex-self induced vibrations (vsiv) of catenary risers. **International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, p. 7, 2013.
- PESCE, C. P.; FUJARRA, A. L. C.; KUBOTA, L. K. The hilbert-huang spectral analysis method applied to viv. **Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering - OMAE**, p. 1, 2006.
- RABELO, M. A. **Estudo experimental do comportamento estrutural de barras curvas**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2009.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 6. ed. Miami: Pearson Education, Inc, 2018.

RATEIRO, F. et al. Risers model tests: Scaling methodology and dynamic similarity. **International Ocean and Polar Engineering Conference**, p. pp. 439–445, 2012.

STANO, R. D. **Estudo numérico-experimental de vibração em um modelo estrutural de riser flexível**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Naval) — Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2019.

## APÊNDICE A - FREQUÊNCIAS NATURAIS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS [HZ]

Figura 34 – Frequências naturais do Ensaio 1 e 2.

<b>Ensaio 1</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2766	2,4315	3,306	4,765	5,1291
	yz	1,2139	2,4286	3,6812	-	-
ponto no meio de L	xy	1,1622	2,3626	3,6156	4,7847	5,9547
	yz	1,2173	2,4608	3,667	-	-
ponto 3/4 L	xy	-	2,1496	3,6169	4,607	5,6073
	yz	1,076	2,1614	3,2879	-	-

<b>Ensaio 2</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2973	2,4398	3,6592	4,7633	5,3235
	yz	1,2269	2,4463	3,2776	-	-
ponto no meio de L	xy	1,1844	2,3928	3,6368	4,7978	-
	yz	1,1823	2,435	3,7188	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,8328	2,1327	3,6495	4,6078	5,6166
	yz	1,0782	2,1588	3,2782	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 35 – Frequências naturais do Ensaio 3 e 5

<b>Ensaio 3</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,1394	2,3439	3,3669	4,7313	5,1008
	yz	1,2132	2,4261	3,1168	3,6851	-
ponto no meio de L	xy	1,0709	2,1017	3,2339	4,2842	5,3076
	yz	1,1502	2,23	3,33	4,313	5,8685
ponto 3/4 L	xy	-	2,3921	3,6289	4,5424	5,4171
	yz	1,2122	2,4445	3,19	3,727	-

<b>Ensaio 5</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2183	2,3727	3,3179	4,0122	5,1814
	yz	1,22	2,4282	3,08	3,71	-
ponto no meio de L	xy	1,1298	2,4122	3,5522	4,5117	5,4027
	yz	1,2515	2,449	3,7873	-	-
ponto 3/4 L	xy	12,538	2,2147	3,057	4,5775	5,0333
	yz	1,2513	2,4281	3,1385	3,7522	5,1763

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 36 – Frequências naturais do Ensaio 6 e 7

Ensaio 6						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	-	-	-	1,08	-
	yz	1,0839	2,1509	3,299	-	-
ponto no meio de L	xy	1,2253	2,4169	3,5757	4,0348	4,7751
	yz	1,2172	2,4149	3,7058	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,0406	2,4396	3,0837	4,7958	-
	yz	1,2087	2,3987	3,6975	-	-

Ensaio 7						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,3764	2,15	3,3514	4,3328	5,0719
	yz	1,0827	2,1205	3,2862	-	-
ponto no meio de L	xy	1,2141	2,3601	3,4859	-	4,8329
	yz	1,2277	2,4095	3,6485	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,1713	2,4249	3,3652	4,3576	5,1725
	yz	1,2183	3,356	3,6884	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 37 – Frequências naturais do Ensaio 8 e 9

Ensaio 8						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,3624	2,4222	2,9297	4,3257	4,827
	yz	1,1573	2,3951	3,684	-	-
ponto no meio de L	xy	1,0656	2,1192	3,2507	4,2833	5,3539
	yz	1,0475	2,1254	3,2933	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,2324	2,3996	3,242	4,1056	4,884
	yz	1,1527	2,3551	3,6513	-	-

Ensaio 9						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,0845	2,0919	-	4,2723	-
	yz	1,0541	2,1416	2,2042	-	-
ponto no meio de L	xy	1,2052	2,4284	3,6562	-	4,8854
	yz	-	-	-	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,2088	2,3826	-	4,0524	4,9121
	yz	1,2137	2,3744	3,7	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 38 – Frequências naturais do Ensaio 10 e 11.

Ensaio 10						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,0809	2,3947	3,1479	4,4952	4,8559
	xz	1,1389	2,3874	3,6834	-	-
ponto no meio de L	xy	1,0538	2,1631	-	4,2564	5,3
	xz	10,247	2,1421	3,2192	-	-
ponto 3/4 L	xy	-	2,3878	-	-	-
	xz	1,1498	2,3784	3,6637	-	-

Ensaio 11						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2062	2,3928	3,6214	4,3144	5,123
	xz	1,1541	2,43	3,6436	-	-
ponto no meio de L	xy	1,0837	2,1855	3,2517	4,293	5,3398
	xz	1,1784	2,1478	3,2948	-	-
ponto 3/4 L	xy	-	2,5104	-	-	4,906
	xz	1,2076	2,3436	3,6543	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 39 – Frequências naturais do Ensaio 12 e 13

Ensaio 12						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,1451	2,1939	3,1538	4,3385	5,4078
	xz	1,3015	2,3335	3,3171	4,5412	5,7514
ponto no meio de L	xy	-	2,4664	-	-	-
	xz	1,2267	2,4545	-	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,3803	2,6068	-	-	5,3114
	xz	1,2255	2,4506	3,7001	-	-

Ensaio 13						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	-	2,1748	-	4,3268	-
	xz	1,1004	2,1961	3,2918	-	-
ponto no meio de L	xy	1,1042	2,1879	3,2716	4,3692	5,5363
	xz	1,0984	2,1887	3,2684	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,1188	2,2403	3,261	4,3447	-
	xz	1,0789	2,168	3,2708	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).



Figura 40 – Frequências naturais do Ensaio 14 e 17

<b>Ensaio 14</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,132	2,3659	3,6323	4,8338	-
	xz	1,2315	2,4496	-	-	-
ponto no meio de L	xy	1,1825	2,4269	3,2603	4,8814	-
	xz	1,2317	2,4791	3,74	-	-
ponto 3/4 L	xy	1,612	2,4454	3,3121	4,4705	5,1038
	xz	1,2431	2,4654	3,6786	-	-

<b>Ensaio 17</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,022	2,4978	3,0881	4,2469	5,0777
	xz	-	-	-	-	-
ponto no meio de L	xy	1,2222	2,3633	3,5976	4,4327	4,8524
	xz	1,2041	2,4492	3,6942	-	-
ponto 3/4 L	xy	-	-	-	-	-
	xz	1,2004	2,4553	3,641	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 41 – Frequências naturais do Ensaio 18 e 19.

<b>Ensaio 18</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2301	2,1985	3,3631	4,3053	-
	xz	1,0649	2,2018	3,3386	4,4625	5,4916
ponto no meio de L	xy	1,2043	2,3759	3,5594	4,7908	6,0341
	xz	1,1197	2,4457	3,6932	3,9984	4,9588
ponto 3/4 L	xy	1,175	2,455	31,007	42,388	4,826
	xz	1,11	2,3842	3,6578	-	-

<b>Ensaio 19</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	1,2248	2,3862	3,2669	4,2751	5,2196
	xz	1,0948	3,6916	-	-	-
ponto no meio de L	xy	1,1805	2,4175	3,6412	4,8517	-
	xz	1,1287	2,445	3,6674	-	-
ponto 3/4 L	xy	10,944	24,148	30,953	-	-
	xz	1,0917	2,3479	3,6856	-	-

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

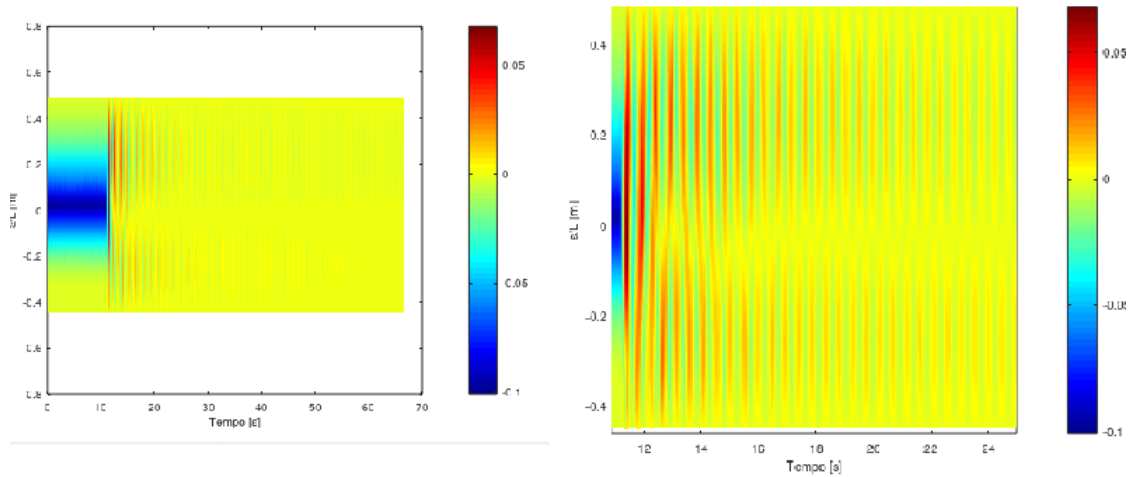
Figura 42 – Frequências naturais do Ensaio 20.

<b>Ensaio 20</b>						
ponto de excitação	plano	f1	f2	f3	f4	f5
ponto 1/4 L	xy	-	2,3922	-	4,7819	-
	xz	1,2242	2,4132	3,6588	-	-
ponto no meio de L	xy	1,2171	2,4477	3,6677	4,8241	-
	xz	1,2218	2,4351	3,6655	-	-
ponto 3/4 L	xy	-	-	-	-	-
	xz	1,2355	2,11	3,3671	4,2765	5,4986

Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

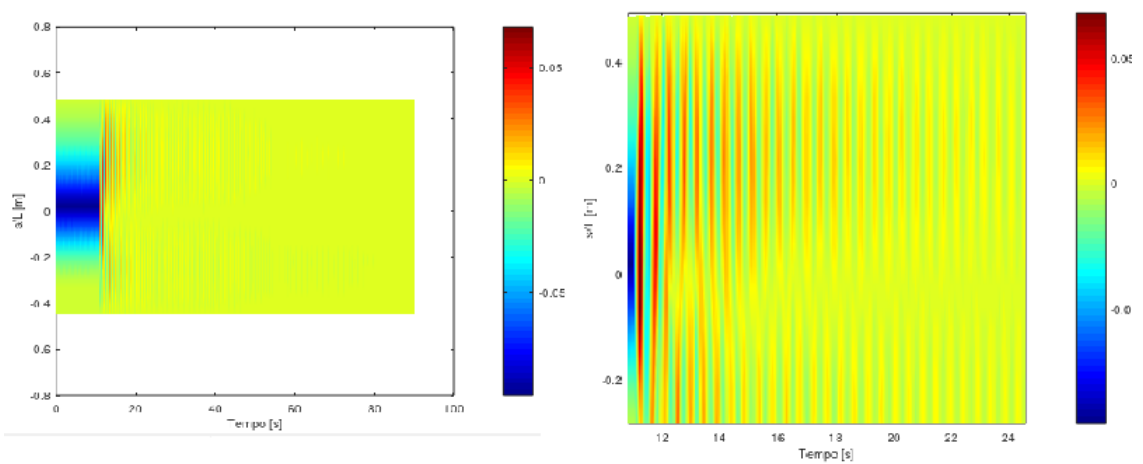
## APÊNDICE B - MAPEAMENTO DOS MODOS DE VIBRAR EXPERIMENTAIS

Figura 43 – Mapeamento do Ensaio 2.



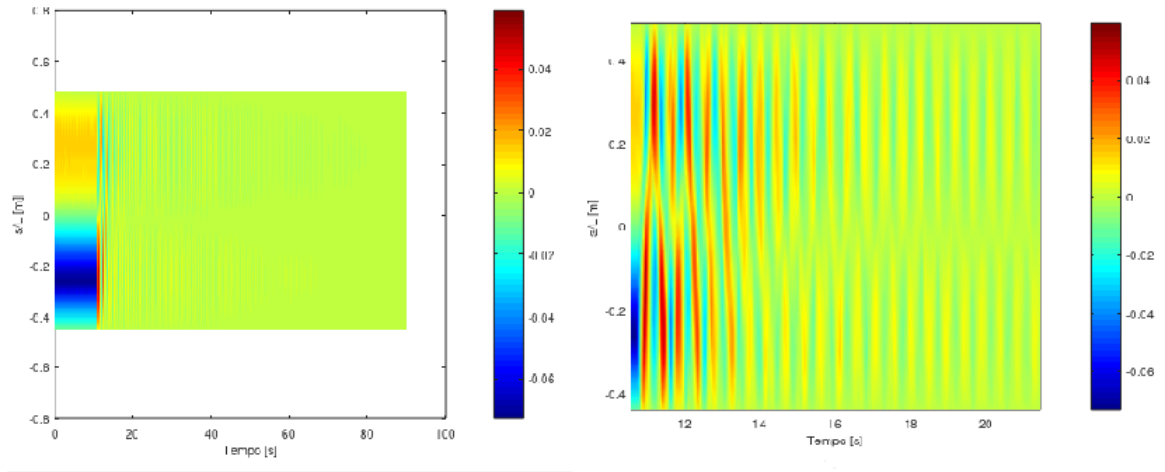
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 44 – Mapeamento do Ensaio 3.



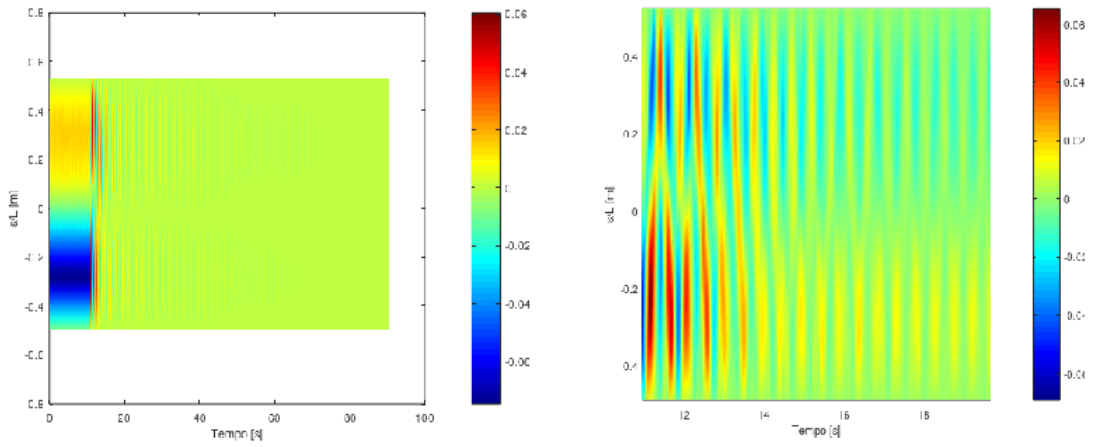
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 45 – Mapeamento do Ensaio 5.



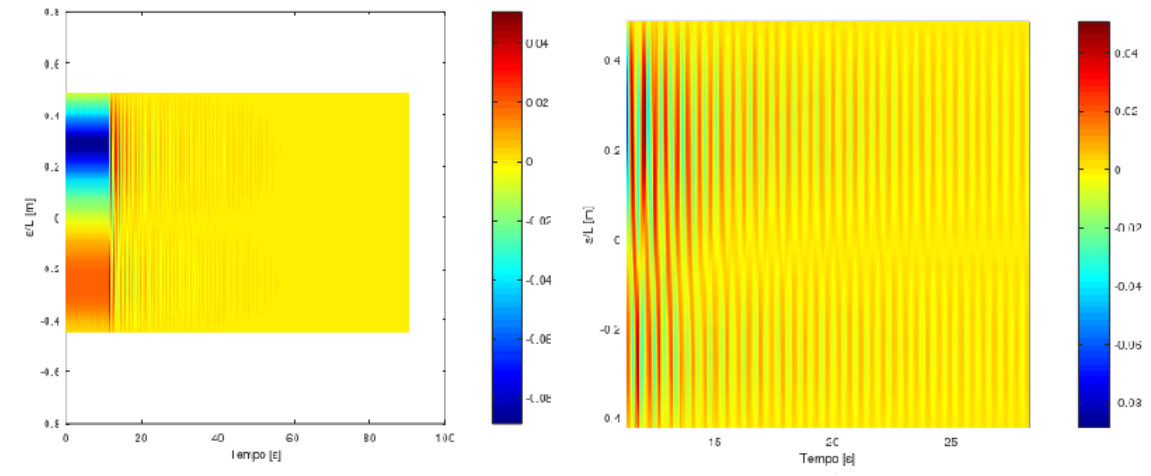
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 46 – Mapeamento do Ensaio 6.



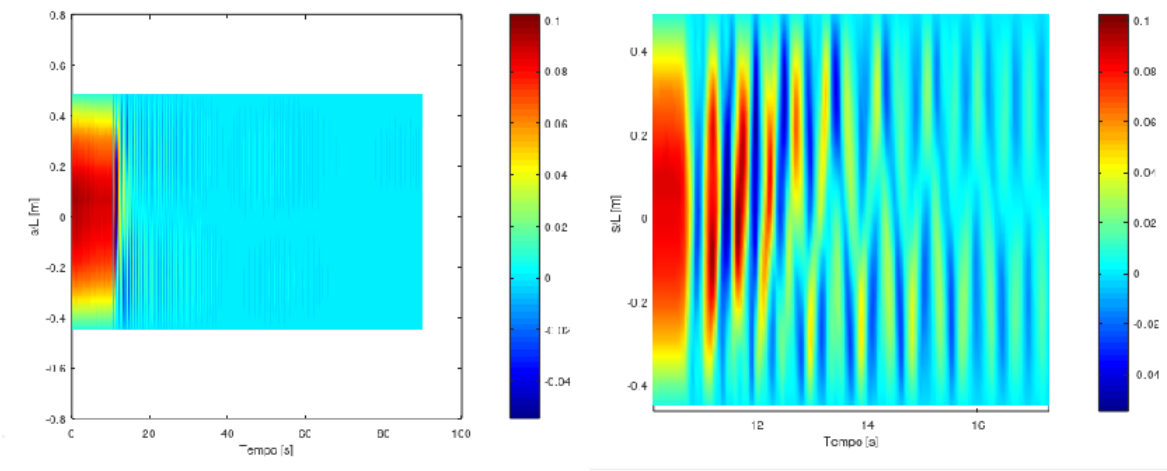
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 47 – Mapeamento do Ensaio 7.



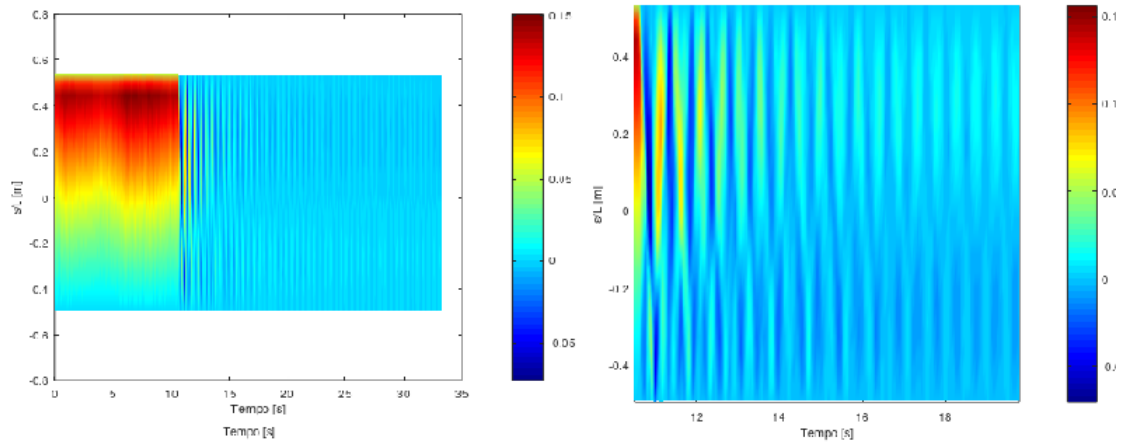
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 48 – Mapeamento do Ensaio 8.



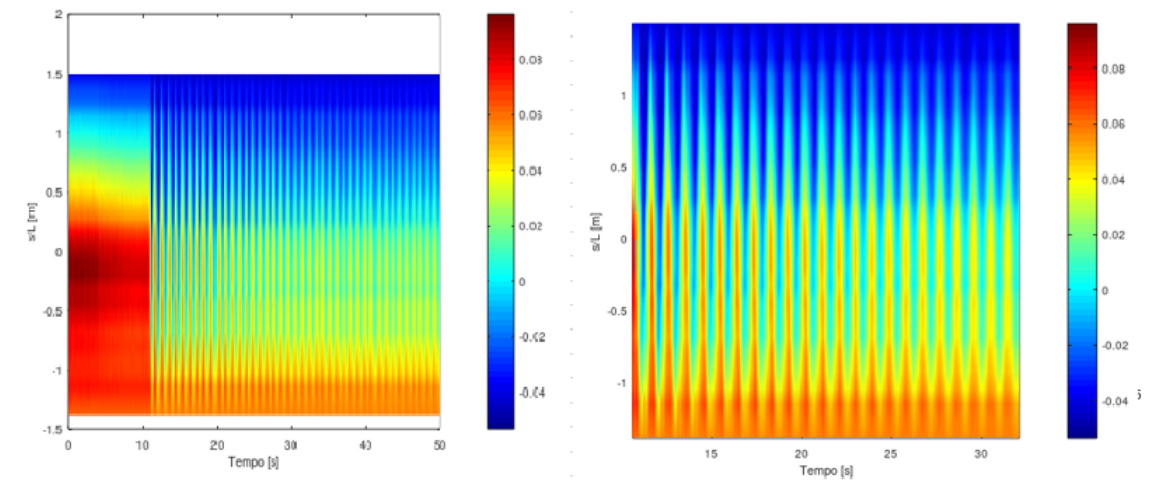
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 49 – Mapeamento do Ensaio 10.



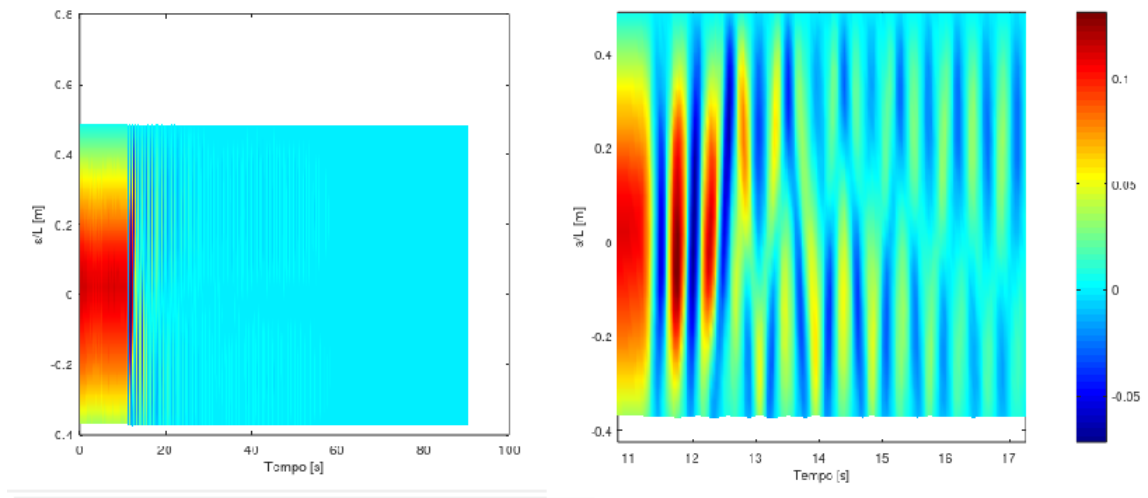
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 50 – Mapeamento do Ensaio 11.



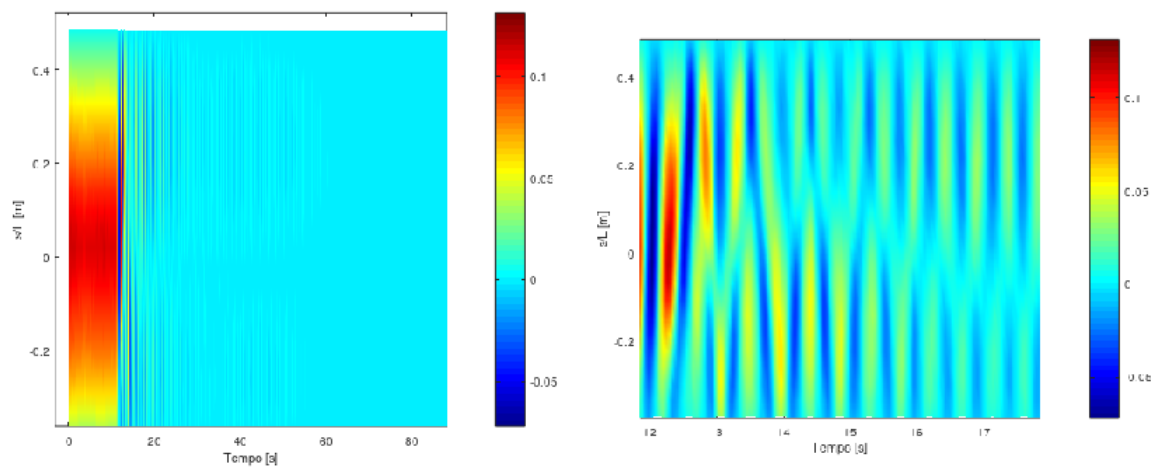
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 51 – Mapeamento do Ensaio 12.



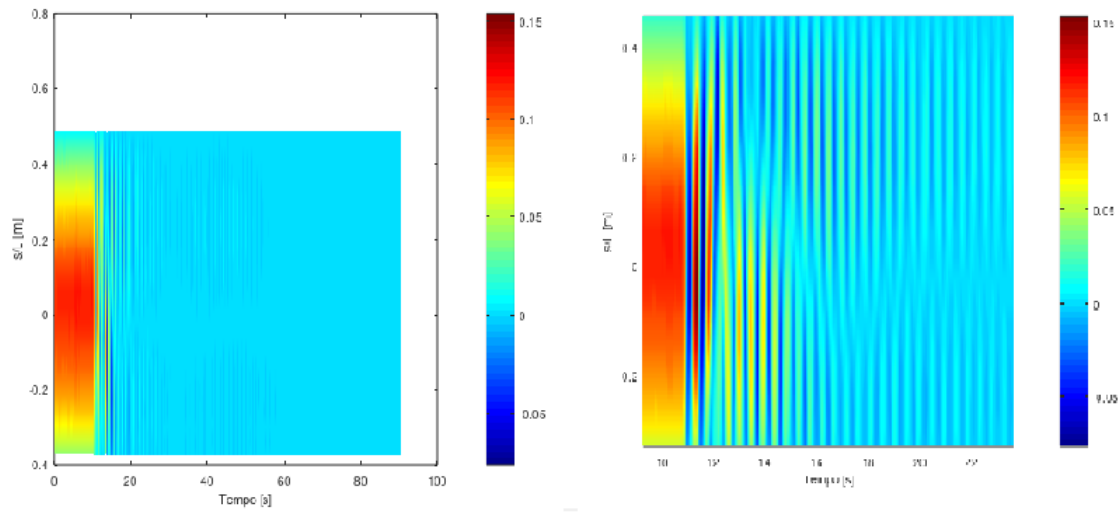
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 52 – Mapeamento do Ensaio 13.



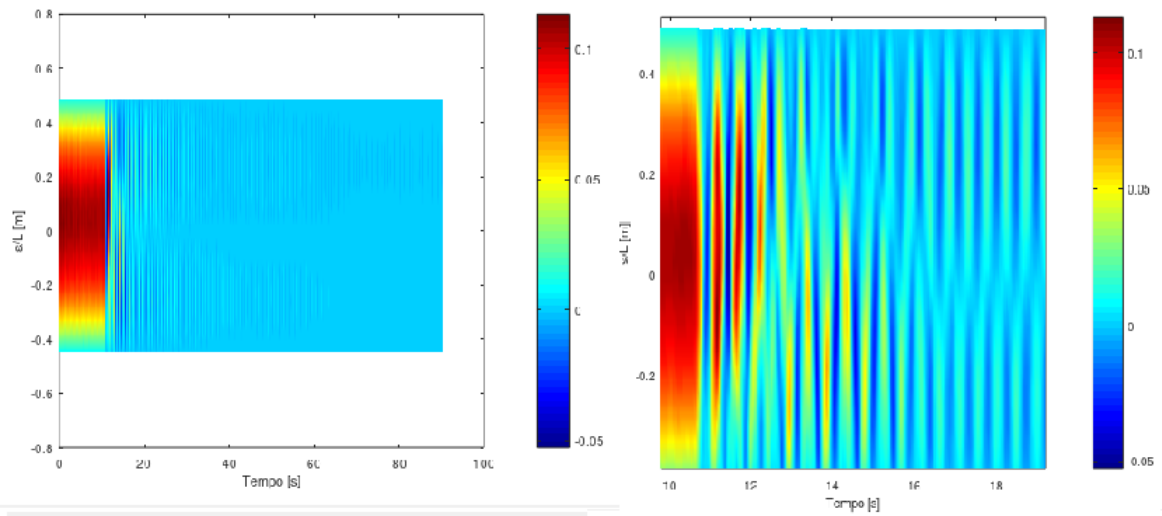
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 53 – Mapeamento do Ensaio 14.



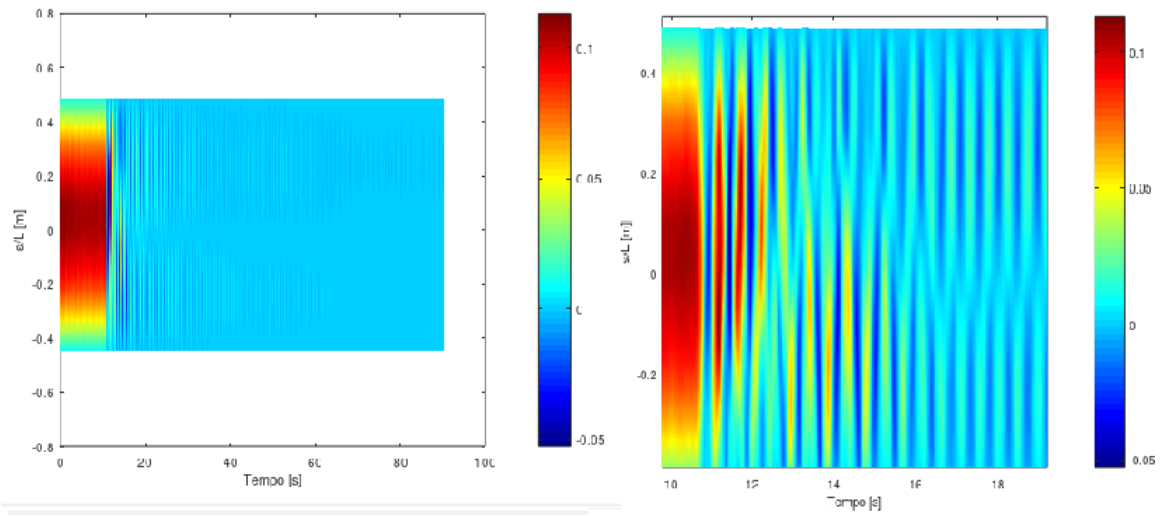
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 54 – Mapeamento do Ensaio 17.



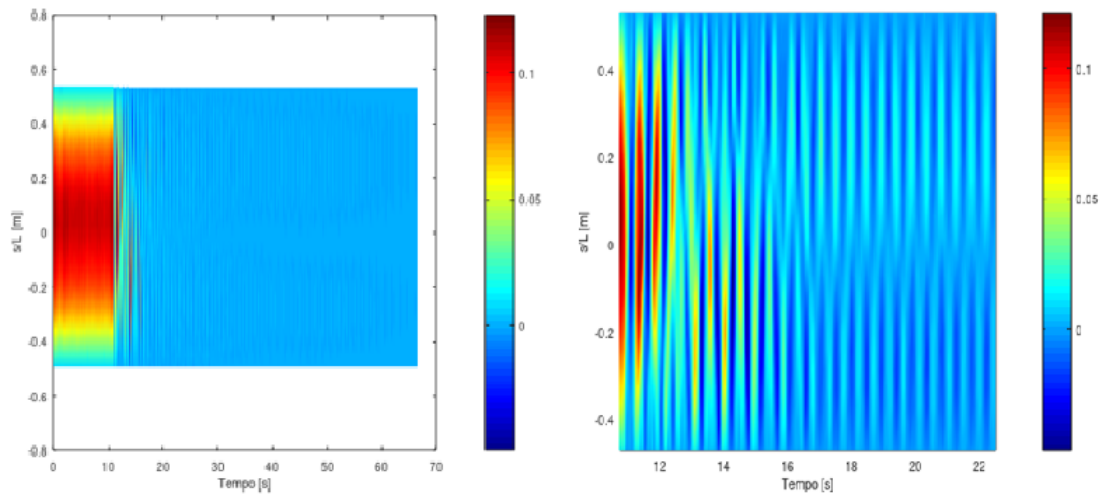
Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

Figura 55 – Mapeamento do Ensaio 18.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).

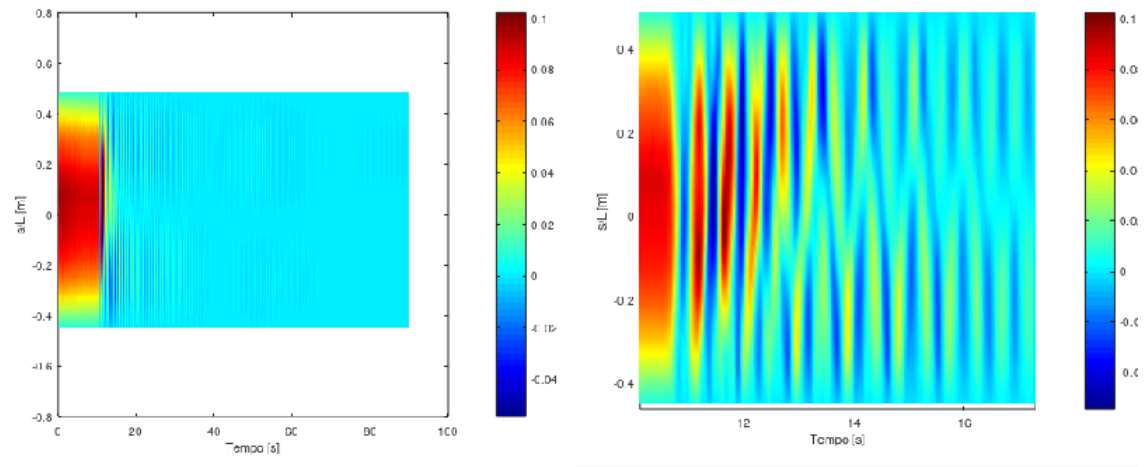
Figura 56 – Mapeamento do Ensaio 19.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).



Figura 57 – Mapeamento do Ensaio 20.



Fonte: Elaborado pela Autora (2021).