



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Marcelo Felipe Zanella de Arruda

**Investigação da Modulação Espacial da Luz na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

Florianópolis - SC
2021

Marcelo Felipe Zanella de Arruda

**Investigação da Modulação Espacial da Luz na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Física da Universidade Federal de Santa Cata-
rina para a obtenção do título de Doutor em Física.
Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique Souto Ribeiro

Florianópolis - SC
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Arruda, Marcelo Felipe Zanella de
Investigação da Modulação Espacial da Luz na Conversão
Paramétrica Descendente Estimulada / Marcelo Felipe
Zanella de Arruda ; orientador, Paulo Henrique Souto
Ribeiro, 2021.
134 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Física. 2. Óptica Quântica. 3. Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada. 4. Imagem de Onda Avançada. 5.
Conjugação de Fase. I. Souto Ribeiro, Paulo Henrique. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Física. III. Título.

Marcelo Felipe Zanella de Arruda

**Investigação da Modulação Espacial da Luz na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

O presente trabalho em nível de Doutorado foi avaliado e aprovado por banca
examinadora composta pelos seguintes membros:

Profa. Dra. Gabriela Barreto Lemos
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Eduardo Jorge da Silva Fonseca
Universidade Federal de Alagoas

Prof. Dr. Jose Wellington Rocha Tabosa
Universidade Federal de Pernambuco

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi
julgado adequado para obtenção do título de Doutor em Física.

Prof. Dr. Ivan Helmuth Bechtold

Coordenador do Programa

Prof. Dr. Paulo Henrique Souto Ribeiro

Orientador

Florianópolis - SC, 2021.

Este trabalho é dedicado às mais de 496.004 vítimas da
Covid-19 no Brasil até o dia de hoje, 17 de junho de
2021.

AGRADECIMENTOS

Finalmente chegou a hora de agradecer a todos aqueles que de alguma forma contribuíram direta ou indiretamente na produção deste trabalho de tese.

Um agradecimento especial ao Prof. Dr. Paulo Henrique Souto Ribeiro, vulgo Paulão, pela orientação, por todos os ensinamentos compartilhados e pela amizade adquirida ao longo destes anos.

Ao Prof. Dr. Willamys Cristiano Soares Silva, por ter me preparado para trabalhar com uma mesa óptica em laboratório, pelos ensinamentos, pela parceria e por todos os chopes tomados após longos dias de medidas experimentais no laboratório.

Ao Prof. Dr. Renné de Medeiros Araújo, por sempre estar disposto a ajudar, colaborar, tirar dúvidas e explicar diversos tópicos relativos a esta tese.

A todos os meus colegas de laboratório, Guilherme, André, Gustavo, Thomas, Nara, Susane, Cássia e Bárbara, e aos colegas do GIQSul, pelas discussões semanais e também pelas conversas e pelos momentos de descontração tão necessários, na qual incluo os colegas de sala de estudo Marcelo e Josué.

Ao Instituto Federal de Mato Grosso por permitir o meu afastamento para a minha capacitação de doutorado ao longo destes anos.

Agradeço também ao Prof. Dr. Seyed Mohammad Hashemi Rafsanjani pela oportunidade de trabalhar em um experimento em seu laboratório na University of Miami, e aos colegas Moslem e Thomas que me auxiliaram neste período. Essa colaboração internacional foi de grande proveito para minha carreira científica.

Também gostaria de agradecer a todos os pesquisadores que estiveram envolvidos nos trabalhos desenvolvidos neste projeto: D. S. Tasca, A. Kanaan, S. P. Walborn, A. Z. Khoury e R. M. Gomes.

A minha companheira Daiana Dutra da Silva, que conheci durante este período e pretendo conviver pelo resto da minha vida.

Também agradeço aos meus familiares, minha mãe Virte, meu pai Alberto, meus irmãos Paulo, André e Eduardo, e minhas cunhadas Franciele e Natasha por todo apoio.

Por fim, agradeço a todo Programa de Pós Graduação em Física da UFSC, em especial ao Chefe de Expediente do programa Antonio Marcos Machado.

RESUMO

A conversão paramétrica descendente é um processo de Óptica Não-Linear que vem desempenhando um papel de destaque na área de Óptica Quântica, podendo ser produzida de maneira espontânea (CPDE) ou estimulada (CPDStim). A CPDStim produz um feixe de luz mais intenso do que a CPDE e pode ser descrita através de uma teoria de óptica clássica. Entretanto, as condições de casamento de fase decorrentes da conservação de energia e momento entre os fótons dos feixes de bombeamento, sinal e complementar são idênticas às da CPDE. Este fato torna a CPDStim uma importante ferramenta para a investigação das propriedades de emaranhamento dos pares de fótons gerados na CPDE, uma vez que as correlações quânticas entre os fótons sinal e complementar também têm sua origem nas leis de conservação do processo. Nesta tese de doutorado é investigada as propriedades espaciais transversais da luz produzida na CPDStim e estendida para ela o conceito de imagem das ondas avançadas (IOA) de Klyshko. Utilizamos este conceito para interpretar uma série de experimentos e fazer uma conexão com estados quânticos produzidos na CPDE. Em uma primeira etapa do trabalho, realizamos um experimento de CPDStim com o objetivo de demonstrar a validade da IOA através de manipulação das frentes de onda dos feixes de bombeamento e feixe estimulador, ou feixe semente. Em uma segunda etapa, nós estudamos a CPDStim empregando um feixe semente preparado como uma superposição de modos de Laguerre-Gauss. Os resultados do experimento foram usados para validar e ilustrar uma interpretação geométrica análoga à esfera de Poincaré dos estados de polarização, concebida para representar superposições arbitrárias de modos de Hermite-Gauss de primeira ordem. Em uma terceira etapa, nós apresentamos uma generalização da IOA para a CPDStim com fontes de dois cristais em sanduíche, sendo que essa fonte permite a interação de feixes de bombeamento e semente em estados de polarização arbitrários. Com essa montagem foi possível estudar os efeitos de conjugação de fase espacial e de polarização preparando apenas o feixe semente na forma dos chamados vórtices vetoriais, que possuem uma distribuição de intensidade do tipo modo de Laguerre-Gauss e polarizações que variam ao longo do perfil transversal. Finalmente, ainda com a mesma montagem, passamos a preparar tanto o feixe de bombeamento quanto o feixe semente na forma de vórtices vetoriais. Algumas combinações bombeamento/semente variando o tipo de vórtice foram examinadas e nós demonstramos que é possível gerar várias distribuições de intensidade e polarização que podem ser utilizadas em todo tipo de aplicação de feixes de vórtices vetoriais.

Palavras-chave: Conversão paramétrica descendente estimulada. Imagem de onda avançada. Conjugação de fase.

ABSTRACT

Parametric down-conversion is a Non-Linear Optics process that has been playing a prominent role in the area of Quantum Optics, and can be produced spontaneously (CPDE) or stimulated (CPDStim). CPDStim produces a more intense light beam than CPDE and can be described through a classical optics theory. However, the phase matching conditions resulting from the conservation of energy and momentum between the photons of the pump, signal and idler beams are identical to those of CPDE. This fact makes CPDStim an important tool for the investigation of the entanglement properties of the photon pairs generated in CPDE, since the quantum correlations between signal and idler photons also have their origin in the laws of conservation of the process. In this doctoral thesis its investigated the transverse spatial properties of the light produced at CPDStim and its extended to it the concept of Klyshko's advanced wave picture (IOA). We used this concept to interpret a series of experiments and make a connection with quantum states produced at CPDE. In a first stage of the work, we conducted an experiment of CPDStim with the objective of demonstrating the validity of the IOA by manipulating the wavefronts of pump beam and the stimulating beam, or seed beam. In a second step, we studied CPDStim using a seed beam prepared as a superposition of Laguerre-Gaussian modes. The experimental results were used to validate and illustrate a geometric interpretation analogous to the Poincaré sphere of polarization states, designed to represent arbitrary superpositions of Hermite-Gaussian modes of first order. In a third step, we present a generalization of the IOA to CPDStim with a source of two sandwich crystals, where this source allows the interaction of pump and seed beam in arbitrary polarization states. With this setup it was possible to study the effects of spatial and polarization phase conjugation by preparing only the seed beam in the form of the so-called vector vortex beam, which have an intensity distribution of the Laguerre-Gaussian mode and polarizations that vary along the transversal profile. Finally, yet with the same setup, we started to prepare both pump beam and seed beam in the form of vectorial vortex. Some pump/seed combinations varying the type of vortex were examined and we demonstrated that it is possible to generate several distributions of intensity and polarization that can be used in all types of application of vector vortex beams.

Keywords: Stimulated parametric down-conversion. Advanced wave picture. Phase conjugation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema do processo de (a) conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) e (b) conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim). Na CPDE, um cristal não-linear $\chi^{(2)}$ (CNL) é bombeado por um laser intenso, produzindo pares de fótons emitidos em diversas direções e com diferentes comprimentos de onda, formando um cone de luz visível a olho nú. Na CPDStim, um laser preparado num modo apropriado (comprimento de onda, polarização e vetor de onda) interage com o feixe de bombeamento dentro do cristal, aumentando a conversão de fótons do bombeamento em fótons do sinal e complementar num determinado par de direções.	24
Figura 2 – Diagrama de momento e energia entre os fótons envolvidos na CPDE. (a) Geometria experimental da CPDE onde um fóton do feixe de bombeamento incide em um cristal não-linear (CNL), dando origem ao par de fótons correlacionados. Em (b) e (c) temos os diagramas de momento e energia respectivamente.	25
Figura 3 – Condições de casamento de fase dos (a) tipo-I, cujas polarizações de ambos os cones são iguais, e do (b) tipo-II onde as polarizações dos cones são ortogonais entre si. No segundo caso, há geração de pares emaranhados em polarização em duas regiões específicas do espectro de emissão.	26
Figura 4 – Arranjo experimental para detecção de contagens simples e contagem de coincidências.	32
Figura 5 – Esquema do processo de conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim).	35
Figura 6 – Transferência de imagem do bombeamento para o feixe complementar da conversão paramétrica. Figura adaptada de [21].	37
Figura 7 – A frente de onda e as normais de uma onda paraxial no plano $x - z$	38
Figura 8 – Modos de Laguerre-Gauss e Hermite-Gauss de ordem 0 até ordem 3.	41
Figura 9 – Ilustração da transferência de momento angular em uma pinça óptica. Um objeto aprisionado pode ser rotacionado tanto pela transferência de MAS por uma luz circularmente polarizada (esquerda) quanto pela transferência de MAO por um feixe de Laguerre-Gauss de ordem superior. Figura retirada de [50].	42

Figura 10 – Frente de onda, perfil de intensidade e perfil de fase de um modo Gaussiano e dois feixes com MAO com carga $l = +1$ e $l = +3$. Na primeira coluna podemos observar que o módulo da carga topológica é proporcional ao número de hélices que compõem a frente de onda. Figura adaptada de [51].	43
Figura 11 – Decomposição de (a) alguns estados de polarização em termo dos estados lineares ortogonais de polarização e (b) alguns modos de primeira ordem em termos dos modos ortogonais de Hermite-Gauss H_{10} , onde as cores preta e cinza indicam a fase relativa entre as componentes. Em cada linha, há uma adição de fase de $\pi/2$ entre as componentes em relação a linha anterior, evidenciando uma analogia direta entre os estados de polarização e os modos de primeira ordem.	44
Figura 12 – Feixes vetoriais com diferentes combinações de (l, α) . (a) radial ($l = 1, \alpha = 0$), (b) azimutal ($l = 1, \alpha = \pi/2$), (c) e (d) com polarizações híbridas, sendo ($l = -1, \alpha = 0$) e ($l = -1, \alpha = \pi/2$) respectivamente.	46
Figura 13 – Representação intuitiva da esfera de Poincaré. Em (a) e (b) temos o controle dos parâmetros de amplitude θ e de fase ϕ , respectivamente, em círculos unitários. Em (c) temos a esfera de Poincaré, onde o controle de amplitude e fase simultaneamente permite a descrição do estado de polarização geral da Eq. (2.59) em uma esfera unitária.	48
Figura 14 – (a) Elipse de polarização. (b) A elipticidade e a orientação da elipse de polarização são geometricamente representadas em um ponto na esfera de Poincaré. (c) Pontos na esfera representando os estados linearmente polarizados (LP) a diferentes ângulos em relação ao eixo x , bem como os estados circularmente polarizados a direita (R) e a esquerda (L). Figura adaptada de [47].	49
Figura 15 – Esfera de Poincaré para os modos de polarização.	50
Figura 16 – Esfera de Poincaré para os estados de polarização descritos nas bases: (a) $ H\rangle$ e $ V\rangle$; (b) $ R\rangle$ e $ L\rangle$	51
Figura 17 – Representação do aparato experimental de tomografia de polarização para construção dos parâmetros de Stokes. O feixe a ser analisado passa por uma placa de quarto de onda (QWP), uma placa de meia onda (HWP) e um divisor de feixes de polarização (PBS) antes de ser detectador pelo contador de fótons.	51
Figura 18 – Analogia entre a ação de placas de onda em estados de polarização com a ação de conversor de modos em modos espaciais da luz. Figura retirada de [58].	55

Figura 19 – Perfis transversais dos feixes de (a) Laguerre-Gauss na base Hermite-Gauss e (b) HG na base de LG.	56
Figura 20 – Equivalência entre a esfera de Poincaré para polarização e a esfera dos modos transversais de primeira ordem.	57
Figura 21 – (a) Cenário usual da CPDE e (b) imagem de onda avançada (IOA).	59
Figura 22 – Propagação paraxial através de dois sistemas ópticos arbitrários (A e B) e uma máscara de amplitude da função transferência t	62
Figura 23 – (a) CPDE utilizando um laser de bombeamento com estrutura espacial. Os fótons convertidos pela CPDE viajam através dos sistemas ópticos H_1 e H_2 . O fóton 1 é projetado no modo espacial ϕ . (b) Num esquema similar da CPDStim, um feixe auxiliar é enviado na direção do sinal, estimulando a geração dos fótons do sinal nos modos do laser e dos fótons gêmeos conjugados no modo do complementar.	64
Figura 24 – Esquema geral do aparato utilizado para os experimentos de CPDStim.	67
Figura 25 – Esquema experimental de conjugação de fase (bombeamento como onda plana).	68
Figura 26 – Resultado experimental para conjugação de fase. (a)-(d) Aumento do tamanho pontual do feixe semente registrado na câmera CCD ao fazermos ele divergir. (e)-(h) Diminuição correspondente do tamanho pontual do complementar. No fundo das imagens é possível ver uma porção dos cones da emissão espontânea.	69
Figura 27 – Posição da cintura do feixe de bombeamento Z_0 em relação a posição do cristal não-linear Z_C . Vemos que para $Z = Z_C - Z_0 < 0$, a cintura do feixe de bombeamento está localizada após o cristal não-linear e, portanto, o feixe chega convergindo no cristal e então a curvatura da sua frente de onda no cristal terá um formato côncavo.	72
Figura 28 – Aparato experimental para transformada de Fourier fracional. A curvatura da frente de onda do feixe de bombeamento atua como uma lente, que realiza a TFFr na onda avançada do feixe semente.	73
Figura 29 – Resultados experimentais da transformada fracional de Fourier. (a)-(e) TFFr calculada de um perfil Gaussiano bloqueado parcialmente por uma fenda dupla para diferentes valores de α ($0, 0, 20\pi, 0, 25\pi, 0, 30\pi$ e $0, 35\pi$, respectivamente), utilizando as Eqs. (3.39), (3.40) e (3.2). (f)-(j) Perfis de intensidade do complementar mostrando a correspondentes implementações experimentais da TFFr.	74
Figura 30 – Esquema experimental para o bombeamento com amplitude modulada, onde o perfil de amplitude do bombeamento é transferido para o complementar, dado um feixe semente com perfil plano.	75

Figura 31 – Resultados experimentais para o bombeamento com amplitude modulada. O perfil de intensidade do feixe de bombeamento no plano do cristal é mostrado quando colocamos um (a) fio na horizontal, (b) na vertical, (c) e dois fios cruzados. De (d) a (f), podemos ver os perfis de intensidade correspondentes que reproduzem a modulação de amplitude do bombeamento.	76
Figura 32 – (a) Ilustração experimental da conservação de MAO na CPDStim no caso em que $l_b = 0$. (b) IOA na CPDStim: o evento de detecção do sinal é substituído por um evento de emissão do feixe sinal com $l_s \neq 0$ do detector e é refletido pelas frentes de onda do bombeamento no cristal, onde adquire uma fase que inverte o sinal do MAO, tal que $l_c = -l_s$	82
Figura 33 – Interpretação geométrica na esfera dos modos gaussianos de primeira ordem. Para um feixe de bombeamento plano, as posições do sinal e complementar na esfera são dadas por uma reflexão especular em torno do plano equatorial da esfera.	84
Figura 34 – Aparato experimental. Um laser de 405-nm bombeia um cristal não-linear (CNL), enquanto um laser de 780-nm (feixe auxiliar) alimenta a interação paramétrica após ser refletido por um modulador espacial de luz (SLM). Dois dispositivos de carga acoplada (CCD1 e CCD2) registram os perfis de intensidade dos feixes sinal e complementar. Cada câmera CCD é posicionada no plano focal das lentes esféricas (f).	85
Figura 35 – Resultados experimentais ilustrando a conservação do momento angular orbital com a ajuda de lentes giradas no eixo y , que revelam o valor e o sinal da carga topológica. A faixa vertical com um azul fraco no perfil do feixe complementar é um pequeno arco do cone da emissão espontânea do feixe de bombeamento.	86
Figura 36 – Com o auxílio de uma lente girada, pode-se aplicar, para qualquer modo dado na esfera, uma rotação de $\pi/2$ sobre o eixo definido pelos modos de Hermite-Gauss HG_{10} e HG_{01}	87
Figura 37 – Resultados experimentais ao longo do meridiano $\phi = 0$. Na esquerda, perfis de intensidade dos feixes após propagação livre. Na direita, perfis de intensidade obtidos após as lentes giradas, mostrando caminhos opostos na esfera de Poincaré.	88
Figura 38 – Resultados experimentais em torno do Equador da esfera de Poincaré ($\theta = \pi/2$).	89

Figura 39 – Geração de pares emaranhados de fótons via CPDE com dois cristais uniaxiais idênticos. O segundo cristal é rotacionado de 90° em relação a direção de propagação do feixe de bombeamento.	91
Figura 40 – CPDStim na configuração de dois cristais. Os fótons convertidos se propagam através dos sistemas ópticos H_S e H_C	92
Figura 41 – Conversão paramétrica descendente estimulada na configuração de dois cristais.	97
Figura 42 – Esfera de Poincaré de polarização com polos definidos pelos estados de polarizações circulares, ilustrando que as polarizações dos feixes sinal e complementar são imagens espelhadas através de um plano de conjugação rotacionado de δ na CPDStim na configuração de dois cristais com $\vartheta_b = \pi$	100
Figura 43 – Ilustração experimental da conjugação de fase na CPDStim na configuração de dois cristais.	100
Figura 44 – Ilustração das posições na Esfera de Poincaré dos estados do feixe sinal preparados com polarizações elípticas EL1, EL2, EL3 e EL4 (vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente).	101
Figura 45 – Esfera de Poincaré quando o feixe de bombeamento é linear (a) diagonal e (b) anti-diagonal. Os círculos preenchidos correspondem aos estados de polarização do feixe auxiliar/sinal, enquanto os círculos abertos correspondem ao respectivo feixe complementar. Em ambos os casos, a emissão é estimulada por seis diferentes estados de polarização: R (circular a direita - branco), L (circular a esquerda - preto), EL1, EL2, EL3 e EL4 (polarizações elípticas - vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente), representadas por círculos preenchidos. Destes, alguns parecem estar fora da superfície da esfera devido a incertezas que não são apresentadas nesta imagem.	102
Figura 46 – Feixes de vórtices vetoriais. Imagens foram obtidas experimentalmente. As setas correspondem às direções de polarizações teóricas. O feixe vetorial radial (a) é primeiramente transformado em um feixe anisotrópico (b), utilizado como feixe auxiliar. As imagens inferiores são os feixes complementares resultante de fase conjugada (c) e de fase não-conjugada.	103
Figura 47 – Resultados das medidas projetivas demonstrando a conjugação de fase. As polarizações foram projetadas nas bases H/V, D/A e R/L, indicadas pelas setas em cada coluna. Na primeira linha (1a)-(6a) temos as projeções do feixe estimulador, na linha do meio (1b)-(6b) do feixe complementar conjugado e na última linha (1c)-(6c) o complementar não conjugado.	104

Figura 48 – Dois cristais BBO do tipo-I idênticos são posicionados em sequência, sendo que o segundo é rotacionado de 90° em relação ao outro, de modo que cada cristal contribui coerentemente na CPDStim interagindo com todas as componentes de polarização ao longo perfil transversal dos feixes de bombeamento e sinal.	105
Figura 49 – Aparato experimental para a CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e na estimulação da conversão paramétrica.	107
Figura 50 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e diferentes polarizações lineares no feixe semente. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe de bombeamento com polarizações radial e azimutal respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colunas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe semente é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.	108
Figura 51 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no feixe semente e diferentes polarizações lineares no feixe de bombeamento. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe semente preparados com $(l = 2, \beta = \pi/2)$ e $(l = 2, \beta = 0)$ respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colunas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe de bombeamento é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.	109
Figura 52 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e diferentes polarizações lineares no feixe semente. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe de bombeamento com polarizações radial e azimutal respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colulas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe semente é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.	110
Figura 53 – CPDStim preparando ambos feixes de bombeamento e semente como feixes vetoriais. Na coluna (a), temos as simulações para 1) bombeamento e semente radiais, 2) $m = l = 2$ e $\alpha = \beta = 0$ e 3) $m = l = 2$, $\alpha = 0$ e $\beta = \pi/2$. Nas colunas (b) e (c) temos as projeções do feixe complementar nas bases H e V respectivamente.	111
Figura 54 – Interferência de dois fótons em um divisor de feixes. (a)-(d) Ilustração das quatro possibilidades de saída dos fótons interferentes de acordo com a mecânica quântica. O efeito de HOM é resultante da interferência destrutiva entre as probabilidades de saída em diferentes caminhos do divisor de feixes ilustrados em (a) e (b).	113

Figura 55 – Aparato experimental para a observação da coalescência de dois fótons e efeito de HOM utilizando um laser de onda contínua.	118
Figura 56 – Observação de coalescência como resultado da interferência de dois fótons. A probabilidade de coalescência de dois fótons indistinguíveis é o dobro da probabilidade para dos fótons completamente distinguíveis. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9) para $P(2_d, 0_c 1_a, 1_b)$ e as barras de erro representam o desvio padrão da média.	119
Figura 57 – Esquema para medir as contribuições $\mathcal{N}_2(\mu_a, 0)$ e $\mathcal{N}_2(0, \mu_b)$ da Eq. 6.8.	120
Figura 58 – Observação do efeito de Hong-Ou-Mandel como resultado da interferência de dois fótons em um interferômetro de Mach-Zehnder. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9) para $P(2_d, 0_c 1_a, 1_b)$ e as barras de erro representam o desvio padrão da média.	121
Figura 59 – Aparato experimental para observação da coalescência de dois fótons em um interferômetro de Michelson.	122
Figura 60 – Observação de coalescência como resultado da interferência de dois fótons num interferômetro de Michelson. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9).	123

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	24
2.1	CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE	24
2.1.1	Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE)	26
2.1.2	Conversão Paramétrica Descendente Estimulada (CPDStim)	34
2.2	A EQUAÇÃO PARAXIAL DE HELMHOLTZ	38
2.2.1	Modos da Luz com Momento Angular Orbital e Momento Angular de Spin	41
2.2.2	Feixes de Vórtices Vetoriais	44
2.3	ESFERA DE POINCARÉ	46
2.3.1	Modo de Polarização do Fóton	46
2.3.2	Caracterização do Estado de Polarização	51
2.3.3	Modo Espacial do Fóton	53
3	IMAGEM DE ONDA AVANÇADA DE KLYSHKO NA CPDSTIM	58
3.1	INTRODUÇÃO	58
3.2	PROPAGAÇÃO DA ONDA PARAXIAL	61
3.3	PROPAGAÇÃO DO ESTADO QUÂNTICO DE DOIS FÓTONS GERADOS PELA CPDE	62
3.4	EMISSÃO ESTIMULADA	64
3.5	EXPERIMENTOS COM EMISSÃO ESTIMULADA	67
3.5.1	Efeitos da Conjugação de Fase	68
3.5.2	Modulação de Fase do Bombeamento: Transformada de Fourier Fracional	69
3.5.3	Modulação de Amplitude do Feixe de Bombeamento	73
3.5.4	Projetando Experimentos de CPDE utilizando a CPDStim	76
3.6	CONCLUSÃO	77
4	CONVERSÃO DE MODOS NA CPDSTIM COM MOMENTO ANGULAR ORBITAL	79
4.1	TEORIA	79
4.2	CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR ORBITAL	81
4.3	INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA: ESFERA DE POINCARÉ	83
4.4	EXPERIMENTO	85
4.5	CONCLUSÃO	88
5	FONTE DE 2 CRISTAIS NA CPDSTIM	90
5.1	INTRODUÇÃO	90
5.2	IMAGEM DE ONDA AVANÇADA NA CPDSTIM COM 2 CRISTAIS	90
5.2.1	Conjugação Espacial de Fase	95

5.3	CONJUGAÇÃO DE POLARIZAÇÃO NA CPDSTIM COM 2 CRISTAIS	96
5.3.1	Experimento: Estados de Polarização Isotrópica	99
5.3.2	Experimento: Estados de Polarização Anisotrópica	103
5.4	CPDSTIM COM FEIXES VETORIAIS	105
5.4.1	Medidas experimentais	107
5.5	CONCLUSÃO	112
6	COALESCÊNCIA DE DOIS FÓTONS EM UM CAMPO COERENTE	
	FRACO DE FASE RANDOMIZADA	113
6.1	INTRODUÇÃO	113
6.2	TEORIA	115
6.3	EXPERIMENTOS E RESULTADOS	118
6.4	CONCLUSÃO	123
6.5	APÊNDICE A	123
7	CONCLUSÃO GERAL	125
	Bibliografia	127

1 INTRODUÇÃO

O surgimento do laser no início dos anos 60 deu início à área de pesquisa conhecida como Óptica Não-linear, pois até então os experimentos com luz eram realizados a partir de fontes de luz térmica, que não possuíam intensidades elevadas o suficiente para interações de ordens superiores em meios materiais. Essa nova fonte de luz bem mais intensa, possibilitou o estudo experimental de novos processos de interação entre campos de luz muito intensos e meios materiais não-lineares de tal forma que a não-linearidade do material tornou-se uma propriedade significativa. Entre estes processos, temos um dos efeitos de maiores notoriedades da Óptica Quântica, que é a conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE), capaz de produzir fótons emaranhados, se tornando uma importante ferramenta para a investigação dos fundamentos da Mecânica Quântica.

Neste processo, um campo de luz laser, denominado de feixe de bombeamento, é enviado para um cristal não-linear que o absorve e reemite outros dois campos ópticos, denominados sinal e complementar. Esta reemissão de luz apresenta características que não podem ser descritas pela óptica clássica não-linear, sendo necessária uma descrição quântica deste fenômeno através da introdução de estados físicos que não são acessíveis à física clássica. De acordo com o formalismo quântico, a interação não-linear de segunda ordem resulta na aniquilação de um fóton do feixe de bombeamento e na criação de outros dois fótons convertidos descendentemente, ou seja, com energias inferiores ao do fóton aniquilado, denominados de fótons sinal e complementar. A CPDE foi estudada inicialmente do ponto de vista teórico por Zeldovich, Krindach e Klyshko em 1969 [1, 2]. Em 1970, Burnham e Weinberg [3] investigaram as correlações temporal e espacial entre os pares de fótons. Eles mostraram que os pares de fótons são gerados simultaneamente e por isso eles são conhecidos como fótons gêmeos. A correlação temporal nos permite fazer uma seleção de pares de fótons que foram gerados por um mesmo fóton do feixe de bombeamento. Eles podem apresentar também correlações em outros graus de liberdade. Um exemplo é a posição e momento transversal que vem sendo explorada tanto em investigações fundamentais quanto aplicadas, como em [4], onde foram demonstradas a transferência do espectro angular do feixe de bombeamento para as correlações espaciais entre os fótons gêmeos.

Este processo apresenta diversas assinaturas quânticas, no sentido de que não há contrapartida clássica para o seu comportamento. A própria emissão espontânea de um par de fótons não pode ser explicada pela óptica clássica não-linear. Além disso, a simples detecção de pares de fótons em taxas suficientemente elevadas já é o suficiente para demonstrar a violação de uma desigualdade clássica [5]. Outras características quânticas são provenientes das correlações entre as componentes transversais

dos vetores de onda do sinal e complementar. Estes fótons gêmeos são gerados em um estado quântico denominado de estado emaranhado, cujo emaranhamento pode se dar em diversos graus de liberdade, como tempo e frequência [6], polarização [7], posição e momento [8], momento angular orbital (MAO) [9], entre outros. O emaranhamento entre fótons tem sido uma ferramenta extremamente útil para o estudo teórico e experimental das propriedades quânticas do campo eletromagnético e possuem um papel fundamental na ciência da informação quântica, permitindo experimentos como demonstração de não-localidade [10], criptografia [11] e teletransporte quântico [12]. Emaranhamento em um sistema de dois níveis, em analogia aos bits clássicos, tem sido extensivamente explorados para a implementação de protocolos de comunicação e informação quântica [13]. Um exemplo são pares de fótons emaranhados em polarização, que podem ser preparados de maneiras diferentes [7, 14], e são um dos mais importantes recursos para a Informação Quântica, uma vez que este grau de liberdade pode ser escrito em diferentes bases porém todas compostas por dois estados de polarização ortogonais, formando um sistema de dois níveis.

A conversão paramétrica descendente também pode ocorrer de maneira estimulada, processo conhecido por conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim). Essa conversão estimulada pode ser realizada dentro de uma cavidade óptica, cujo sistema é conhecido como oscilador paramétrico óptico (OPO) [15]. Neste caso, a emissão é estimulada devido a presença de espelhos na cavidade, não necessitando de um outro feixe estimulador. Os feixes sinal e complementar produzidos nestas condições também podem ser quanticamente correlacionados em fase e intensidade [16, 17] e também têm sido amplamente empregados em protocolos de informação quântica [18], porém não iremos abordar o OPO neste trabalho. Em 1990, Wang *et al.* [19] demonstraram outra maneira de se estimular a conversão paramétrica descendente, através do alinhamento de um feixe auxiliar, ou feixe semente, na direção de um dos feixes convertidos na CPDE, usualmente na direção do feixe denominado de sinal. Quando a emissão espontânea ocorre, há uma gama muito ampla de modos acessíveis em que a emissão dos pares de fótons pode ocorrer. Entretanto, quando o feixe auxiliar é alinhado ao sinal dentro do cristal, uma faixa do contínuo de modos acessíveis no processo de conversão acaba sendo privilegiada pela emissão estimulada, geralmente na faixa do comprimento de onda do feixe auxiliar. Ao estimular a emissão na direção do feixe sinal, conseqüentemente a emissão do seu complementar também é afetada e é indiretamente intensificada, uma vez que os fótons são criados em pares, gerando assim a CPDStim.

A maioria das propriedades físicas da luz estimulada pode ser descrita classicamente, mesmo quando algumas propriedades quânticas são relevantes de acordo com o esquema de detecção implementado. Um exemplo é o experimento de adição e subtração de fótons [20], onde a não comutatividade dos operadores criação e aniqui-

lação afetam diretamente a população do estado final. Essa luz intensificada emitida na CPDStim tem sido estudada da perspectiva de suas propriedades coerentes e de suas características espaciais transversais. Já é conhecido na literatura que podemos transferir imagens e o espectro angular do feixe de bombeamento para os feixes sinal e o complementar [21], assim como o momento angular orbital (MAO) [22]. Além disso, foi verificado que o feixe estimulado pode ser visto como a propagação do complexo conjugado do feixe estimulador, permitindo a observação do efeito de conjugação de fase a partir de medidas de intensidade [23]. É importante salientar que há uma relação direta entre a CPDStim com a CPDE, oriunda dos detalhes da interação paramétrica no cristal, como as informações das condições de casamento de fase onde, apesar da intensidade de emissão do processo estimulado ser bem elevada em relação a emissão espontânea, essas informações são preservadas. Deste modo, a conversão paramétrica descendente estimulada pode ser utilizada como uma importante ferramenta para a investigação das propriedades de emaranhamento dos pares de fótons gerados na conversão paramétrica descendente espontânea. Outra característica interessante da CPDStim é o efeito da coerência induzida [24]. Esta propriedade tem sido amplamente utilizada em diferentes esquemas experimentais que exploram o imageamento quântico com luz, onde imagens do perfil de intensidade e de fase são construídas através da detecção de fótons que nunca interagiram com o objeto [25]. A origem deste efeito se dá pelas correlações espaciais e de fase entre o feixe que interagiu com o objeto e o feixe que foi detectado, mesmo estes não estando emaranhados como na versão quântica do experimento [26, 27].

Nos últimos anos diversas pesquisas teóricas e experimentais foram desenvolvidas explorando a CPDE e a CPDStim. O emaranhamento em polarização, na conversão espontânea por exemplo, possibilita a geração de estados qubit e tem sido extensivamente explorada em diversos protocolos quânticos. Entretanto, devido aos avanços do desenvolvimento tecnológico, aumentar a capacidade da transmissão de dados tornou-se algo altamente desejável. Deste modo, sistemas mais complexos que os qubits passaram a ser analisados, possibilitando explorar sistemas de dimensões maiores que não estejam restritos a apenas dois estados, mas sim a qualquer número de níveis discretos, como os qudits, que possuem um espaço d -dimensional. Em sistemas fotônicos há diversas maneiras de se codificar informações de altas dimensões, como por exemplo a partir de emaranhamento nos graus de liberdade de caminho, tempo, modos de frequência, modos espaciais transversais do fóton, bem como a partir da combinação de diversos graus de liberdade [28]. Os modos espaciais transversais de um fóton único podem ser perfeitamente utilizados para este fim, sendo que muitas das diferentes famílias de modos tem sido estudados no contexto de emaranhamento, como os modos de Laguerre-Gauss (LG), Hermite-Gauss (HG), Ince-Gauss, entre outros. Particularmente, o modo de Laguerre-Gauss tem sido tópico

com o maior número de trabalhos experimentais relacionado ao emaranhamento de altas dimensões por ser um modo que carrega momento angular orbital (MAO) [29]. Em mecânica quântica, um feixe de luz pode carregar MAO em quantidades discretas de $l\hbar$, onde l é um número inteiro ilimitado, e então informações quânticas de alta dimensão podem ser armazenadas no MAO de um único fóton. Ainda, a união do grau de liberdade espacial com o grau de liberdade de polarização dá origem a outra família de modos transversais muito importantes, que são feixes estruturados, ou feixes vetoriais, cujas investigações ainda se encontram em seus estágios iniciais e possuem grande potencial de aplicações em diversas áreas [30].

Nas configurações usuais da CPDE e CDPStim, o feixe de bombeamento possui um estado de polarização linear onde um fóton irá se converter em outros dois com polarizações definidas pelas condições de casamento de fase. Nesta tese, iremos trabalhar com cristais com casamento de fase do tipo-I, onde ambos fótons sinal e complementar possuem polarizações iguais e ortogonais à polarização do fóton de bombeamento, não possuindo emaranhamento neste grau de liberdade. Entretanto, no final do século XX Kwiat *et al.* [14] demonstraram que uma fonte de CPDE com dois cristais não-lineares do tipo-I em sequência é capaz de produzir os estados maximamente emaranhados de Bell [31]. A grande vantagem desta fonte é que os estados desejáveis emaranhados em polarização são produzidos diretamente após os cristais com alta visibilidade e estabilidade, atraindo a atenção da comunidade científica. Esta geometria, também conhecida por "fonte sanduíche", permite adicionar o grau de liberdade de polarização na conversão paramétrica descendente de tal forma que possibilita o emprego de feixes com estruturas de polarização mais complexas, tais como feixes que possuem polarizações anisotrópicas em seu perfil transversal, como os feixes vetoriais. Historicamente falando, a grande maioria dos experimentos até então eram baseados na conversão de feixes escalares, cuja polarização era tratada como um grau de liberdade livre e então era ignorada. Diferentemente dos modos escalares, podemos dizer que os feixes vetoriais são feixes de luz cujo modo espacial e de polarização são não-separáveis [32]. Como consequência, o modo espacial de um feixe de luz vetorial é afetado por uma escolha de projeção de polarização, ou seja, o padrão da luz muda conforme a escolha da direção da polarização projetada na medida. Com os recentes avanços tecnológicos, o controle e a utilização destes modos de luz tornaram-se possíveis nos laboratórios de óptica, abrindo caminho para diversas aplicações que ainda estão em seus estágios iniciais.

MOTIVAÇÃO E ESTRUTURA DA TESE

Dentre todos os processos ópticos, não há dúvidas de que a interação paramétrica é um dos efeitos de maior importância nas grandes subáreas que envolvem a Óptica Quântica, principalmente pelo leque de possibilidades de se produzir fótons

emaranhados em distintos graus de liberdade, bem como pela sua facilidade de preparação. Além disso, apesar do campo óptico produzido no processo estimulado ser uma luz clássica, ela apresenta correlações não-clássicas que nos possibilitam estudar e compreender as fronteiras entre os eventos clássicos e quânticos.

Deste modo, o objetivo desta tese é explorar a CPDStim a partir da modulação espacial dos feixes de luz envolvidos neste processo de conversão, bem como estudar os efeitos de conjugação de fase entre os feixes de bombeamento e sinal com o feixe complementar. Iremos interpretar os resultados a partir do conceito de imagem de onda avançada (IOA), cuja ideia foi utilizada para explicar as correlações de fase entre os fótons produzidos na CPDE e aqui realizamos uma extensão para a CPDStim.

Primeiramente, no Capítulo 2 faremos uma breve revisão teórica dos conceitos fundamentais que estão por trás dos fenômenos físicos que envolvem os experimentos realizados neste trabalho de tese. Iremos discutir os efeitos da conversão paramétrica descendente espontânea e estimulada a partir da não-linearidade óptica do cristal. Também vamos estudar algumas das soluções da equação paraxial da onda que possuem MAO ou momento angular de spin (MAS), e finalizaremos esta seção mostrando como analisar geometricamente os estados de polarização e os modos espaciais dos feixes sinal e complementar na esfera de Poincaré, a partir de uma tomografia de polarização.

No Capítulo 3 é feita uma investigação de um método desenvolvido em 1988 por Belinsky e Klyshko para descrever as correlações entre os fótons gêmeos utilizando um conceito denominado de imagem da onda avançada (IOA) [33, 34]. Este método da IOA consiste em associar a detecção de coincidências a uma inversão temporal da propagação de um dos feixes, ou seja, um evento de detecção em um dos detectores é substituído por (ou pensado como) um evento de emissão. Neste caso, o cristal é tratado como um espelho e o formato deste espelho é definido pela curvatura da frente de onda do feixe de bombeamento, e sua interpretação foi validada, até então, para o caso espontâneo. Com isso, vamos estender essa interpretação de modo que nosso trabalho mostra que a imagem da onda avançada também pode ser usada para descrever experimentos de CPDStim. Apresentamos exemplos de modulações da frente de onda do feixe complementar em função dos perfis espaciais transversais dos feixes de bombeamento e sinal.

No Capítulo 4, analisamos a conjugação de fase entre os campos envolvidos no processo da CPDStim ao estimularmos a emissão com um feixe que possui momento angular orbital. Mostramos que a conservação de MAO é preservada na CPDStim, bem como na CPDE, a partir da interpretação da IOA. Além disso, preparamos o feixe estimulador como uma superposição de modos de Laguerre-Gauss, e realizamos uma interpretação geométrica do efeito de conjugação de fase entre os feixes sinal e complementar em uma esfera de Poincaré dos modos de primeira ordem, análoga

a esfera de polarização. Ao passo que na esfera de Poincaré cada ponto representa um modo de polarização da luz, na nossa analogia cada ponto representa um modo espacial da família de modos de Laguerre-Gauss e Hermite-Gauss. Esta representação nos fornece uma interpretação geométrica de conjugação de fase em termos de uma reflexão especular sobre o plano equatorial.

Na sequência, no Capítulo 5 estudamos a CPDStim na configuração de dois cristais idênticos rotacionados de 90 graus entre si e fizemos uma interpretação do perfil de intensidade do feixe complementar em termos da IOA. Mostramos que a conjugação de fase pode ser controlada a partir da modulação de fase do feixe de bombeamento também no grau de liberdade de polarização. Para esta análise, bombeamos a emissão com polarizações diagonal e anti-diagonal no feixe de bombeamento, calculamos os vetores de Stokes dos feixes sinal e complementar a partir de uma tomografia de polarização e plotamos o resultado na esfera de Poincaré de polarização. Além disso, investigamos o acoplamento de diferentes tipos de feixes vetoriais no bombeamento e/ou estimulação na CPDStim com dois cristais. Na presente investigação, estamos interessados na conservação do momento angular total e em potenciais aplicações dos feixes vetoriais produzidos na CPDStim, na qual nossos resultados podem abrir novas possibilidades de aplicação de feixes vetoriais no mundo real, visto que a CPDStim é um processo rápido e pode ser utilizada em situações que necessitam de correções em tempo real.

Por fim, o Capítulo 6 sai um pouco do escopo da tese. Aqui é abordada uma investigação experimental da interferência entre dois fótons em um divisor de feixes a partir de fótons de um laser de onda-contínua. Este experimento foi realizado ao longo de uma visita científica na University of Miami, em colaboração com o Dr. Seyed Mohammad Hashemi Rafsanjani. A coalescência entre dois fótons indistinguíveis e o efeito de Hong-Ou-Mandel são bem conhecidos na literatura utilizando-se pares de fótons produzidos via conversão paramétrica descendente espontânea. Entretanto, neste trabalho estudamos a interferência entre fótons diretamente a partir de um laser de onda-contínua, abrindo caminho para a realização de interferência entre vários fótons em cenários de alta perda de fótons. Finalmente, no Capítulo 7 serão apresentada as conclusões deste trabalho.

PUBLICAÇÕES

Abaixo segue uma lista dos trabalhos desenvolvidos ao longo do projeto de doutorado.

- **M. F. Z. Arruda**, W. C. Soares, S. P. Walborn, D. S. Tasca, A. Kanaan, R. Medeiros de Araújo, and P. H. Souto Ribeiro, *Klyshko's advanced-wave picture in stimulated parametric down-conversion with a spatially structured pump beam*, Phys. Rev. A

98, 023850 (2018).

- A. G. de Oliveira, **M. F. Z. Arruda**, W. C. Soares, S. P. Walborn, A. Z. Khoury, A. Kanaan, P. H. Souto Ribeiro, R. Medeiros de Araújo, *Phase Conjugation and Mode Conversion in Stimulated Parametric Down-Conversion with Orbital Angular Momentum: a Geometrical Interpretation*, Braz. J. Phys. 49, 10–16 (2019).
- André G. de Oliveira, **Marcelo F. Z. Arruda**, Willamys C. Soares, Stephen P. Walborn, Rafael M. Gomes, Renné Medeiros de Araújo, and Paulo H. Souto Ribeiro, *Real-Time Phase Conjugation of Vector Vortex Beams*, ACS Photonics 7 (1), 249-255 (2020).
- **Marcelo F. Z. Arruda**, Moslem Mahdavifar, Thomas Krop, Paulo H. Souto Ribeiro, and Seyed Mohammad Hashemi Rafsanjani, *Observation of two-photon coalescence in weak coherent wave packets*, J. Opt. Soc. Am. B 37, 2901-2905 (2020).
- N. Rubiano da Silva, A. G. de Oliveira, **M. F. Z. Arruda**, R. Medeiros de Araújo, W. C. Soares, S. P. Walborn, R. M. Gomes, and P. H. Souto Ribeiro, *Stimulated parametric down-conversion with vector vortex beams*, Phys. Rev. Applied (2021).

2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE

A conversão paramétrica descendente pode vir a ocorrer de duas maneiras: conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) ou estimulada (CPDStim). No primeiro caso, os pares de fótons são emitidos espontaneamente, enquanto na emissão estimulada um feixe auxiliar, que iremos chamar de semente, é acoplado ao sistema e estimula a emissão naquele modo. Ambos podem ser compreendidos como um processo de mistura de ondas, ou seja, o acoplamento entre três modos ópticos por meio da interação dentro de um cristal não-linear (CNL). O cristal não-linear é um material não-centrossimétrico e birrefringente, ou seja, sua estrutura cristalina não possui centro de simetria em seu centro e possui diferentes índices de refração para diferentes direções de propagação e/ou polarização da luz. Um fóton do modo bombeador de energia $\hbar\omega_b$ e vetor de onda \mathbf{k}_b é convertido em outros dois fótons de menor energia $\hbar\omega_s$ e $\hbar\omega_c$, e vetores de onda \mathbf{k}_s e \mathbf{k}_c , onde ω_i é a frequência do fóton no modo $i = b, s, c$ (bombeamento, sinal e complementar), que possui vetor de onda \mathbf{k}_i . A Figura 1 mostra um esboço dessa interação. Nesse processo de CPDE, o feixe de

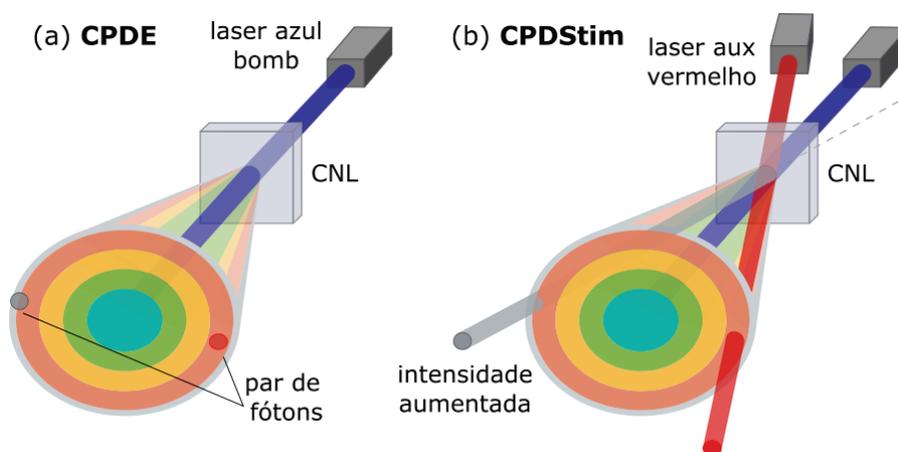


Figura 1 – Esquema do processo de (a) conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) e (b) conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim). Na CPDE, um cristal não-linear $\chi^{(2)}$ (CNL) é bombeado por um laser intenso, produzindo pares de fótons emitidos em diversas direções e com diferentes comprimentos de onda, formando um cone de luz visível a olho nú. Na CPDStim, um laser preparado num modo apropriado (comprimento de onda, polarização e vetor de onda) interage com o feixe de bombeamento dentro do cristal, aumentando a conversão de fótons do bombeamento em fótons do sinal e complementar num determinado par de direções.

bombeamento excita os elétrons do meio não-linear a um estado de energia "virtual". Estes estados virtuais irão decair espontaneamente para quaisquer estados de energia intermediária, formando um contínuo de estados e emitindo fótons, que iremos chamar

de sinal. Na sequência, estes estados de energia intermediária sofrerão um segundo processo de decaimento, emitindo um terceiro feixe denominado de complementar. Vale ressaltar que o intervalo de tempo entre as emissões do sinal e complementar estão na ordem de 100 pico-segundos, como indicado pela série de trabalhos pioneiros de Leonard Mandel e seu grupo [35, 36] sobre as correlações temporais entre os pares de fótons, indicando que os fótons nascem simultaneamente, ou praticamente no mesmo instante de tempo, dando origem ao termo fótons gêmeos.

Um esboço do diagrama de energia nesses processos é indicado na Figura 2, onde os pares de fótons são gerados com frequências diferentes numa direção

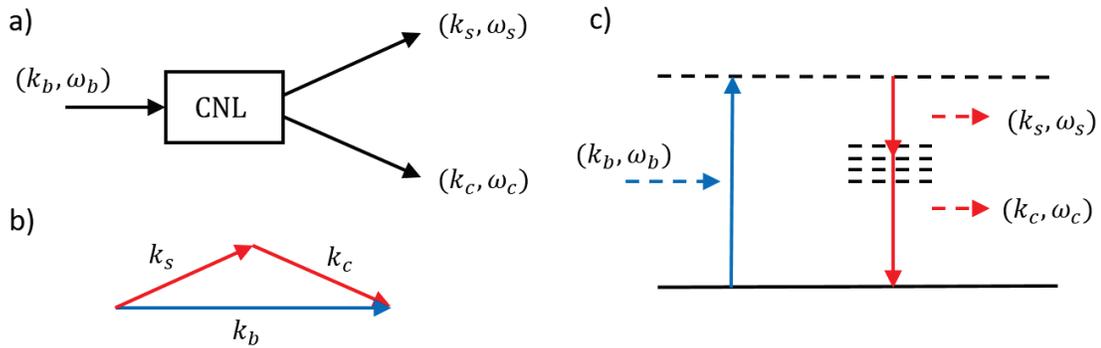


Figura 2 – Diagrama de momento e energia entre os fótons envolvidos na CPDE. (a) Geometria experimental da CPDE onde um fóton do feixe de bombeamento incide em um cristal não-linear (CNL), dando origem ao par de fótons correlacionados. Em (b) e (c) temos os diagramas de momento e energia respectivamente.

específica, definidas pela conservação de energia e momento,

$$\begin{aligned} \omega_b &= \omega_s + \omega_c \\ k_b &= k_s + k_c. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Estas equações mostram que há uma ampla gama de modos que são acessíveis aos estados dos fótons emitidos, criando assim o que chamamos de cone de emissão. Deste modo, as Eqs. (2.1) são chamadas de condições de casamento de fase, pois são elas que determinam em qual modo o par é gerado. A segunda equação também é conhecida como ajustamento de fase, sendo que há duas possibilidades para satisfazer a conservação de momento dentro de um cristal uniaxial birrefringente, conhecidas por casamento de fase do tipo-I e do tipo-II. No casamento de fase do tipo-I, os dois campos emitidos possuem o mesmo estado de polarização, que é ortogonal à polarização do campo de bombeamento. Já no tipo-II os campos emitidos possuem polarizações ortogonais entre si, o que implica que cada cone de emissão possui um estado de polarização distinto um do outro. Em outras palavras, se o fóton bombeador possui polarização extraordinária (e), no casamento de fase tipo-I os fótons convertidos

possuirão polarizações ordinárias (o), enquanto para o tipo-II um fóton terá polarização ordinária e o outro extraordinária:

$$e \rightarrow oo \quad \text{tipo-I} \quad (2.2)$$

$$e \rightarrow eo \quad \text{ou} \quad o \rightarrow oe \quad \text{tipo-II} \quad (2.3)$$

como indicado na Figura 3. Interessantemente, a CPDE do tipo-II produz pares emaran-

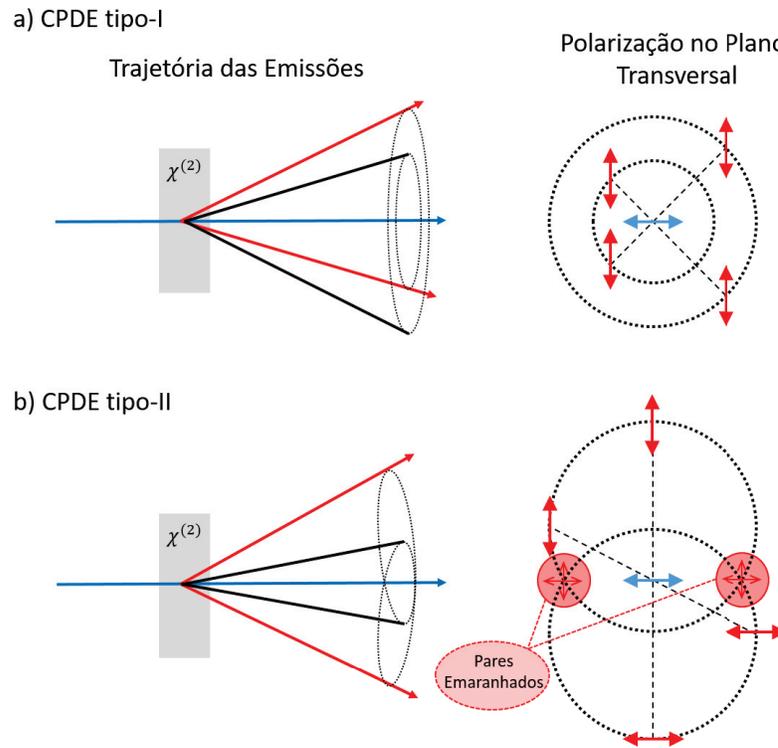


Figura 3 – Condições de casamento de fase dos (a) tipo-I, cujas polarizações de ambos os cones são iguais, e do (b) tipo-II onde as polarizações dos cones são ortogonais entre si. No segundo caso, há geração de pares emaranhados em polarização em duas regiões específicas do espectro de emissão.

nhados em polarização em duas direções particulares do espectro de emissão, sendo um forte candidato para aplicações nas mais diversas áreas que envolvem de informação quântica por ser capaz de produzir os estados de Bell [31]. No Capítulo 5 iremos mostrar uma configuração experimental do tipo-I em que todo espectro de emissão é emaranhado em polarização. Neste tese, todos os experimentos foram realizados utilizando cristais com casamento de fase do tipo-I e então, a partir de agora, iremos tratar apenas deste caso.

2.1.1 Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE)

Na CPDE, um cristal não-linear birrefringente é bombeado por um laser de bombeamento intenso, produzindo os campos sinal e complementar de baixa intensidade.

O laser de bombeamento tem uma frequência ω_b e tipicamente está na região do espectro ultra-violeta ou violeta, enquanto os campos convertidos sinal e complementar com frequências ω_s e ω_c estão usualmente no regime violeta ou na região infravermelha próxima do espectro eletromagnético. Nesta tese será feita uma breve introdução teórica deste fenômeno, porém as contas detalhadas de todo o processo podem ser encontradas na tese de doutorado de Wang [37], nos livros de Klyshko [38], Mandel e Wolf [39] e Ou [40], ou no artigo de revisão de Walborn *et al.* [41].

A teoria quântica que descreve a conversão paramétrica descendente pode ser derivada a partir da descrição clássica de uma interação não-linear, seguido da quantização do campo eletromagnético. A interação é dita "não-linear" no sentido de que a resposta de um meio material à ação de um campo óptico aplicado depende não-linearmente da amplitude deste campo óptico. Quando uma luz interage com um material dielétrico, como um cristal por exemplo, o campo elétrico incidente irá redefinir o alinhamento dos elétrons do material de tal maneira que os átomos irão se polarizar, formando diversos dipolos elétricos. Deste modo, o conjunto de dipolos elétricos acaba gerando um efeito macroscópico no material, denominado de polarizabilidade elétrica, tornando o material eletricamente polarizado. Na óptica linear usual, a polarizabilidade induzida depende linearmente da amplitude do campo elétrico, descrita pela relação tensorial

$$P(\mathbf{r}, t) = \chi^{(1)} E(\mathbf{r}, t), \quad (2.4)$$

onde $\chi^{(1)}$ é conhecido como tensor de susceptibilidade de primeira ordem. Entretanto, a resposta do meio material na óptica não-linear pode ser generalizada da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} P(\mathbf{r}, t) &= \chi^{(1)} E(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} E^2(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)} E^3(\mathbf{r}, t) + \dots \\ P(\mathbf{r}, t) &\equiv P^{(1)}(\mathbf{r}, t) + P^{(2)}(\mathbf{r}, t) + P^{(3)}(\mathbf{r}, t) + \dots, \end{aligned} \quad (2.5)$$

o que implica que a polarizabilidade elétrica pode apresentar diversas ordens de interação, apresentando então não-linearidades ópticas, onde as quantidades $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ são os tensores de susceptibilidade de segunda e terceira ordem, respectivamente. Para um campo elétrico suficientemente fraco \mathbf{E} propagando em um meio óptico não-linear de segunda ordem e não centrossimétrico, a polarizabilidade elétrica até segunda ordem é dada por:

$$\begin{aligned} P_i(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon_0 \int_0^\infty dt' \chi_{ij}^{(1)}(t') E_j(\mathbf{r}, t - t') \\ &\quad + \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_j(\mathbf{r}, t - t') E_k(\mathbf{r}, t - t''), \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde os índices ijk se referem as componentes cartesianas do campo. Desta maneira, podemos separar a polarizabilidade elétrica como $P_i(\mathbf{r}, t) = P_l + P_{nl}$, sendo o primeiro

termo responsável pela resposta linear e o segundo responsável pela resposta não-linear do material. Antes do surgimento do laser, apenas o termo linear da Eq. (2.6) era significativa, entretanto com um feixe de luz intenso os termos não lineares dessa equação crescem significativamente e passam a apresentar efeitos importantes. No estudo da conversão paramétrica descendente, estaremos interessados apenas na segunda ordem dessa interação não-linear, relacionado à resposta não-linear do meio representada pelo tensor de susceptibilidade de segunda ordem $\chi^{(2)}$. Para se ter uma noção das grandezas envolvidas nesse processo, as interações não-lineares começam a aparecer para campos elétricos com magnitudes na ordem da magnitude do campo atômico que mantém os elétrons e íons ligados numa rede, $E_{at} \approx 6 \times 10^{11}$ V/m [42].

Nesta tese iremos estudar a CPDE a partir de campos já quantizados, onde mais detalhes do processo de quantização podem ser encontrados em [37]. Vale ressaltar que, para evitar complicações adicionais no processo de quantização do campo eletromagnético, é considerado que não há limites eletromagnéticos entre o ar e o meio não-linear. Em outras palavras, consideramos que o ar e o cristal possuem o mesmo índice de refração, de tal maneira que os efeitos relacionados a refração nas interfaces não são considerados. Posteriormente, estes efeitos são incluídos no campo quantizado. Deste modo, o estado quântico $|\psi(t)\rangle$ que descreve os pares de fótons convertidos pela CPDE num dado tempo t , assumindo que a interação não-linear começa num tempo $t_0 = 0$ em que o estado inicial é o estado de vácuo $|\psi(0)\rangle$, é dado por:

$$|\psi(t)\rangle = \mathbf{U}(t) |\psi(0)\rangle = \mathbf{U}(t) |vac\rangle_{s,c}, \quad (2.7)$$

onde

$$\mathbf{U}(t) = \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t d\tau \mathbf{H}_I(\tau)\right) \quad (2.8)$$

é o operador de evolução temporal e \mathbf{H}_I é o Hamiltoniano efetivo que modela a CPDE e que descreve a interação não-linear,

$$\mathbf{H}_I = \frac{1}{2} \int_V d\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{P}_{nl}(\mathbf{r}, t), \quad (2.9)$$

onde o campo macroscópico \mathbf{E} é então substituído pelo campo elétrico quantizado descrito pelos operadores no espaço de Hilbert

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) + \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t), \quad (2.10)$$

com

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) &= \left[\hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \right]^\dagger \\ &= \frac{1}{\sqrt{\tilde{\Omega}}} \sum_{k,s} \mathbf{e}_{k,s} l(\omega, s) \hat{a}_{k,s} e^{i(k \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde $\tilde{\Omega}$ é o volume de quantização, $\mathbf{e}_{k,s}$ é o vetor de polarização do modo com vetor de onda k e polarização s , $\hat{a}_{k,s}$ é o operador de aniquilação no respectivo modo e

$$I(\omega, s) = i \left[\frac{\hbar\omega(k, s)}{2\varepsilon_0 n^2(k, s)} \right]^{1/2}, \quad (2.12)$$

com $n(k, s)$ sendo o índice de refração do cristal para o respectivo modo. Se considerarmos que a taxa de conversão é suficientemente fraca, tal que o tempo de interação é pequeno comparado ao tempo médio entre as conversões descendentes, ou seja, o próximo fóton a interagir com o meio não sente a interação do fóton anterior, podemos realizar uma expansão perturbativa na Eq. (2.8) em série de potências,

$$\mathbf{U}(t) = 1 + \left(\frac{1}{i\hbar} \int_0^t d\tau \mathbf{H}_I(\tau) \right) + \dots, \quad (2.13)$$

na qual iremos considerar apenas a expansão até segunda ordem. Os termos de ordens superiores seriam responsáveis por eventos de emissão de mais de um par de fótons, mas com uma eficiência tão baixa que é irrelevante para as nossas considerações.

Deste modo, utilizando as Eqs. (2.10) e (2.11) em (2.9) e mantendo apenas o termo relevante para o caso em que os modos do sinal e complementar estão inicialmente no estado de vácuo, observamos que o Hamiltoniano de interação é proporcional a:

$$\mathbf{H}_I \sim \chi^{(2)} \hat{a}_b \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger + H.c., \quad (2.14)$$

onde $H.c.$ é o hermitiano conjugado do primeiro termo. Mas como este é um processo que depende da susceptibilidade não-linear de segunda ordem $\chi^{(2)}$, que apresenta uma taxa de eficiência muito baixa, da ordem de 10^{-7} a 10^{-11} [43], de modo a obter uma saída significativa nos feixes sinal e complementar, é necessário bombear o cristal com um campo coerente muito forte, no caso um feixe de laser que pode ser modelado como um campo clássico coerente dado por $|v_b(k_b)\rangle$, tal que

$$\hat{a}_b |v_b(k_b)\rangle = v_b(k_b) |v_b(k_b)\rangle, \quad (2.15)$$

o que significa que cada modo do campo quantizado incidente encontra-se num estado quântico coerente de amplitude complexa $v_b(k_b)$. Assim, o estado de dois fótons da Eq. (2.7) após substituirmos as Eqs. (2.6), (2.10) e (2.11) no Hamiltoniano de interação, fica:

$$|\psi(t)\rangle = \alpha |vac\rangle + \beta \int d\mathbf{k}_s \int d\mathbf{k}_c \text{sinc} \left[(\omega_s + \omega_c - \omega_b) \frac{t}{2} \right] \Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_c) |\mathbf{k}_s, s_s\rangle |\mathbf{k}_c, s_c\rangle, \quad (2.16)$$

onde $|\mathbf{k}_j, s_j\rangle$ representa o estado de um fóton no modo definido pela componente transversal $\mathbf{q}_j = (k_{jx}, k_{jy})$ do vetor de onda \mathbf{k}_j dos feixes de bombeamento ($j = b$), sinal ($j = s$) e complementar ($j = c$), com frequência ω_j e com polarização s_j . Os coeficientes α e β são tais que $\langle \psi | \psi \rangle = 1$, com $|\alpha|^2 \gg |\beta|^2$. Vale ressaltar que $|\beta|^2$ é a probabilidade da geração dos pares de fótons gêmeos e depende das dimensões e da não linearidade do cristal, $\chi^{(2)}$, magnitude do feixe bombeamento, entre outros fatores. O estado $|\text{vac}\rangle$ representa o estado de vácuo com zero fótons nos modos sinal e complementar. A função $\Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_c)$ representa o espectro de emissão dos fótons gêmeos e é dada por:

$$\Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_c) = \int d\mathbf{k}_b v_b(\mathbf{k}_b) \left[\frac{\omega_s \omega_c \omega_b}{n_s^2 n_c^2 n_b^2} \right]^{1/2} \prod_{m=1}^3 \text{sinc} \left[(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_c - \mathbf{k}_b)_m \frac{l_m}{2} \right], \quad (2.17)$$

onde $v_b(\mathbf{k}_b)$ é o espectro angular do feixe de bombeamento normalizado no plano do cristal, l_m é a dimensão do cristal na direção $m = x, y, z$ e $n_i = n_i(\mathbf{k}_i, s_i)$ é o índice de refração linear do cristal que depende da direção de propagação do feixe e da sua polarização s , devido à propriedade de birrefringência do cristal.

Vamos agora simplificar este estado descrito pela Eq. (2.16) a partir de uma série de aproximações. Primeiramente, vamos considerar que as frequências angulares envolvidas no processo são bem definidas pelo uso de filtros de interferência de largura de banda muito estreitas, comparada com a frequência central dos fótons detectados, na frente dos detectores. Ou seja, os fótons detectados possuem aproximadamente uma única frequência bem definida e podem ser considerados monocromáticos. Com essa *aproximação monocromática*, o termo $\text{sinc}[(\omega_s + \omega_c - \omega_b)t/2]$ só será significativo quando $\omega_s + \omega_c \approx \omega_b$, ou seja:

$$\text{sinc} \left[(\omega_s + \omega_c - \omega_b) \frac{t}{2} \right] = 1, \quad (2.18)$$

onde a conservação de energia é claramente reforçada nesta função *sinc*. Também iremos utilizar a *aproximação de cristal fino*. Nesta aproximação, vamos considerar que o cristal é fino na direção de propagação z do feixe de bombeamento, porém o cristal é longo suficiente nas direções x e y de tal forma que todo feixe é contido no interior do cristal. Em outras palavras, l_z é muito pequeno comparado a $|\mathbf{q}_s|^{-1}$ e $|\mathbf{q}_c|^{-1}$. Deste modo, l_x e l_y podem ser estendido até infinito. Além disso, os feixes de bombeamento e os feixes convertidos se propagam próximos aos seus respectivos eixos de propagação, e então podemos escrever o vetor de onda \mathbf{k}_j como uma soma de suas componentes transversais $\mathbf{q}_j = (k_{jx}, k_{jy})$ e longitudinais $k_z \hat{z}$, tal que

$$\mathbf{k}_j = \mathbf{q}_j + k_{jz} \hat{z} \quad (2.19)$$

o que implica em $|\mathbf{q}_j| \ll |\mathbf{k}_j|$ para os três modos. Esta aproximação é denominada de *aproximação paraxial*. Deste modo, o seno cardinal na expressão (2.17) é proporcional

a

$$\text{sinc} \left[(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_c - \mathbf{k}_b) m \frac{l_m}{2} \right] \approx \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c - \mathbf{q}_b) \text{sinc} \left[(k_{sz} + k_{cz} - k_{bz}) \frac{L}{2} \right], \quad (2.20)$$

com $L = l_z$ sendo a espessura do cristal. A função *sinc* para os vetores de onda implica na conservação do momento, $k_s + k_c \approx k_b$, que junto com a conservação de energia nos fornece as condições de casamento de fase, descritas pelas Eqs. (2.1). Com essas considerações, temos ainda que

$$\int d\mathbf{k}_b \rightarrow \int d\mathbf{q}_b \quad (2.21)$$

$$v_b(\mathbf{k}_b) \rightarrow v_b(\mathbf{q}_b), \quad (2.22)$$

o que reduz o espectro de emissão a:

$$\Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_c) \approx v_b(\mathbf{q}_b) \quad (2.23)$$

Deste modo, após aplicar as aproximações monocromática, de cristal fino e paraxial, o estado dos fótons gêmeos gerados pela conversão paramétrica descendente espontânea fica representado por:

$$|\psi(t)\rangle = \alpha |vac\rangle + \beta \int d\mathbf{q}_s \int d\mathbf{q}_c v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) |\mathbf{q}_s, s_s\rangle |\mathbf{q}_c, s_c\rangle. \quad (2.24)$$

A Eq. (2.24) nos mostra que o estado dos fótons gerados é diretamente proporcional ao espectro angular normalizado do feixe de bombeamento $v_b(\mathbf{q}_b)$ no plano de saída do cristal. Em outras palavras, podemos dizer que o espectro angular do feixe de bombeamento é transferido para os feixes sinal e complementar. É importante notar que $v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c)$ não é uma função separável de \mathbf{q}_s e \mathbf{q}_c , ou seja, não podemos escrever $v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c)$ como um produto de funções separadas $v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) \neq f(\mathbf{q}_s)f(\mathbf{q}_c)$. Isso implica que este é um estado emaranhado no grau de liberdade do momento transversal, e esta não-separabilidade é responsável por muitos dos efeitos não-locais e não-clássicos observados no estado da Eq. (2.24) [41].

Para observarmos de fato essa transferência de espectro para o perfil dos feixes produzidos, vamos analisar qual o seu efeito na taxa de contagem de coincidências dos fótons gêmeos. Para isso, vamos utilizar dois detectores com uma pequena abertura localizados nas posições \mathbf{r}_s e \mathbf{r}_c suficientemente distantes da fonte, nas direções dos feixes sinal e complementar respectivamente, de tal forma que apenas um modo espacial seja coletado por cada detector, conforme ilustrado na Figura 4. Usualmente, a taxa de detecção de coincidência é determinada a partir da correlação temporal entre o pares de fótons e tem sido amplamente utilizada em experimentos com fótons gêmeos, mesmo quando as correlações espaciais são o foco de investigação do trabalho. Entretanto este não será o caso aqui, na qual iremos focar nas correlações espaciais. Primeiramente, vamos determinar as taxas de contagens simples para os

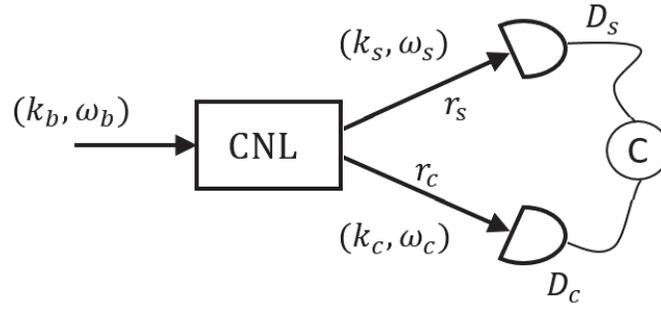


Figura 4 – Arranjo experimental para detecção de contagens simples e contagem de coincidências.

feixes sinal $C(\mathbf{r}_s)$ e complementar $C(\mathbf{r}_c)$, que são proporcionais a função de correlação de segunda ordem do campo,

$$\begin{aligned} C(\mathbf{r}_i) &= \langle \psi | E_i^{(-)}(\mathbf{r}_i) E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i) | \psi \rangle \\ &= |E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i)|^2, \end{aligned} \quad (2.25)$$

sendo $E_i^{(-)}(\mathbf{r}_i)$ e $E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i)$ as componentes do operador campo elétrico de frequências negativa e positiva respectivamente, com $E_i^{(-)}(\mathbf{r}_i) = [E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i)]^\dagger$, detectados na posição $\mathbf{r}_i = \rho_i + z_i \hat{z}$, sendo ρ_i a componente transversal e z_i a componente longitudinal da posição do detector. Como estamos interessados na distribuição transversal dos campos após uma propagação livre do cristal até os detectores, vamos escrever o operador de campo elétrico como uma expansão em ondas planas

$$E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i) = \int d\mathbf{k}_i a(\mathbf{k}_i) e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i} \quad (2.26)$$

sendo $a(\mathbf{k}_i)$ o operador de aniquilação de um fóton do campo elétrico no modo \mathbf{k}_i . Como os campos se propagam livremente na direção de propagação z_i , podemos separar as componentes transversais e longitudinal do vetor de onda tomando que $\mathbf{k}_i = \mathbf{q}_i + \mathbf{k}_{z_i}$, e assim

$$E_i^{(+)}(\mathbf{r}_i) \rightarrow E_i^{(+)}(\rho_i, z_i) = \int d\mathbf{q} a(\mathbf{q}) e^{i(\mathbf{q}_i \cdot \rho_i + \sqrt{k_i^2 - q_i^2} z_i)}. \quad (2.27)$$

Substituindo as Eqs. (2.24) e (2.27) em (2.25), podemos obter a taxa de contagem simples para o feixe sinal, que é dada por

$$C(\mathbf{r}_s) \propto \int d\rho |\mathcal{W}_b(\rho)|^2, \quad (2.28)$$

onde foi utilizado que o espectro angular do feixe de bombeamento pode ser escrito em termos de sua amplitude $\mathcal{W}(\rho)$ via integral de Fourier

$$v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) = c \int d\rho \mathcal{W}_b(\rho) \exp[-i(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) \cdot \rho]. \quad (2.29)$$

A contagem simples do feixe complementar é obtida de maneira análoga e apresenta o mesmo resultado. Deste modo, a Eq. (2.28) mostra que a contagem simples de ambos os feixes é constante e diretamente proporcional a módulo quadrado da amplitude do feixe de bombeamento, ou seja, é proporcional a intensidade do feixe de bombeamento. Em outras palavras, a intensidade do feixe de bombeamento irá influenciar diretamente na taxa de produção de pares de fótons. Entretanto, apesar do espectro angular do feixe de bombeamento ser transferido para o estado de dois fótons da Eq. (2.24), ele não tem efeito nas contagens simples.

Vamos calcular agora a taxa de detecção de coincidências $C(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_c)$ entre os fótons gêmeos, que é proporcional a função de correlação de quarta ordem nos campos [39],

$$\begin{aligned} C(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_c) &= \langle \psi | E_s^{(-)}(\rho_s, z) E_c^{(-)}(\rho_c, z) E_c^{(+)}(\rho_c, z) E_s^{(+)}(\rho_s, z) | \psi \rangle \\ &= |E_c^{(+)}(\rho_c, z) E_s^{(+)}(\rho_s, z) | \psi \rangle|^2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo (2.24) e (2.27) em (2.30), temos que

$$C(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_c) = C \left| \int d\mathbf{q}_s \int d\mathbf{q}_c v_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) e^{i(\mathbf{q}_s \cdot \rho_s + \mathbf{q}_c \cdot \rho_c + \sqrt{k_s^2 - q_s^2} z_s + \sqrt{k_c^2 - q_c^2} z_c)} \right|^2. \quad (2.31)$$

Sabendo que espectro angular do feixe de bombeamento pode ser escrito em termos de sua amplitude $\mathcal{W}_b(\rho)$ via integral de Fourier pela Eq. (2.29) e utilizando a aproximação de Fresnel

$$k_z = \sqrt{k^2 - q^2} \approx k \left(1 - \frac{q^2}{2k^2} \right), \quad (2.32)$$

que é obtida a partir de uma simples expansão de Taylor, uma vez que os feixes sinal e complementar propagam próximos aos seus respectivos eixos de propagação $|\rho| \ll |\mathbf{r}|$, podemos reescrever a taxa de contagem de coincidências como

$$C(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_c) = C \left| \int d\rho \mathcal{W}_b(\rho) \exp \left[-i \frac{k_b}{2Z_0} |\mathbf{R} - \rho|^2 \right] \right|^2, \quad (2.33)$$

com Z_0 e \mathbf{R} sendo

$$\frac{1}{Z_0} = \frac{k_s}{k_b} \frac{1}{z_s} + \frac{k_c}{k_b} \frac{1}{z_c} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{R} = \frac{Z_0 k_s}{z_s k_b} \rho_s + \frac{Z_0 k_c}{z_c k_b} \rho_c = \frac{1}{\mu_s} \rho_s + \frac{1}{\mu_c} \rho_c. \quad (2.35)$$

A integral da Eq. (2.33) representa a propagação de $\mathcal{W}(\rho)$ desde o cristal na posição $z = 0$ até o plano $z = Z_0$ na aproximação paraxial. Ou seja, é a propagação do perfil de amplitude do feixe de bombeamento. Deste modo, podemos escrever que

$$C(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_c) \propto |\mathcal{W}(\mathbf{R}; Z_0)|^2 \quad (2.36)$$

isto é, o perfil de intensidade do feixe de bombeamento na posição $z = Z_0$ é transferido para o perfil de taxa de coincidências em termos da coordenada \mathbf{R} definida pela Eq. (2.35). \mathbf{R} é uma média ponderada de ρ_S e ρ_C , enquanto μ_S e μ_C são fatores de magnificação. Este resultado implica que, se colocarmos um sistema óptico (lentes, aberturas, máscaras de amplitude, etc) no caminho do feixe de bombeamento antes do cristal, levando-o a formar uma imagem de algum obstáculo ou abertura no plano $z = Z_0$, esta imagem será transferida para o perfil de taxa de coincidência. Podemos entender Z_0 a partir da Eq. (2.34) como a condição de foco desta imagem.

A transferência do espectro angular e de imagem do feixe de bombeamento para os fótons convertidos na CPDE foi demonstrado teórico e experimentalmente em [44]. Esse resultado fornece de maneira simples como controlar as correlações espaciais entre os fótons do sinal e complementar em quaisquer experimentos de conversão descendente paramétrica espontânea, sendo que essas correlações dependem fortemente das propriedades do feixe de bombeamento.

2.1.2 Conversão Paramétrica Descendente Estimulada (CPDStim)

Apesar da CDPE ser um processo de bastante interesse físico, por apresentar características quânticas nas correlações entre os fótons gêmeos, os experimentos investigados nesta tese são focados no processo estimulado, ou melhor, na conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim). Este processo é análogo ao espontâneo, porém com a adição de um feixe auxiliar preparado num determinado modo (comprimento de onda, polarização e vetor de onda) na direção do feixe sinal, como indicado nas Figuras 1 (b) e 5 (a), que interage com o feixe de bombeamento dentro do cristal e assim aumenta a taxa de conversão do sinal, e por consequência a taxa de conversão do complementar. O aumento de intensidade dos feixes sinal e complementar faz com que as características quânticas da conversão se percam. Porém, a partir da descrição clássica destes campos, foi observada a transferência das propriedades transversais e de coerência do feixe auxiliar para o complementar [21, 45, 46]. Também foi demonstrado em [23] a transferência de coerência e imagem, tanto do feixe de bombeamento quanto do sinal, para o feixe complementar, além do efeito de conjugação de fase, como veremos no decorrer deste capítulo.

A configuração típica para a conversão descendente estimulada é representada na Figura 5, na qual um cristal não-linear é bombeado por um laser que produz pares de fótons nas direções denominadas de sinal e complementar. Um segundo laser é alinhado exatamente na mesma direção de um dos feixes convertidos espontaneamente, usualmente na direção sinal, de tal maneira que seus modos são acoplados aos modos do sinal. Desta maneira, a emissão nos modos do sinal que são acoplados ao laser auxiliar será aumentada por estimulação, e por isso o feixe auxiliar também é denominado de feixe estimulador, que daqui pra frente iremos chamar de feixe se-

mente. Como os fótons são sempre produzidos em pares, uma consequência imediata dessa estimulação é o aumento na emissão do complementar. Para determinarmos a

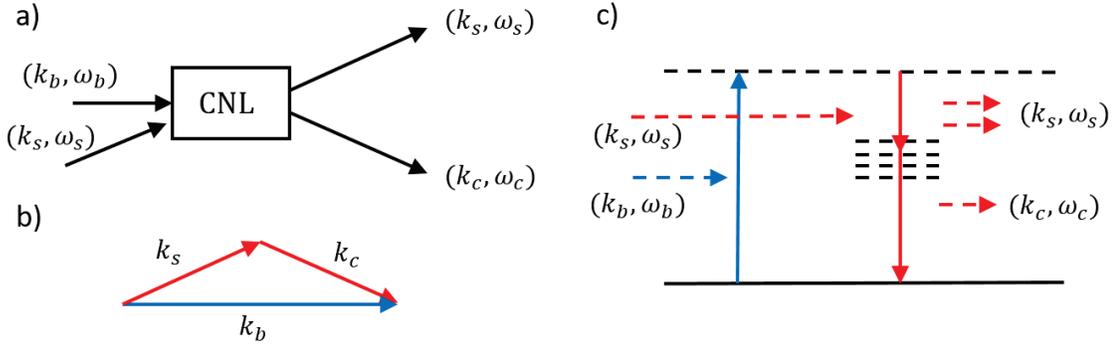


Figura 5 – Esquema do processo de conversão paramétrica descendente estimulada (CPDStim).

função que descreve o estado dos feixes gerados pela CPDStim, devemos utilizar o mesmo formalismo aplicado nos cálculos da CPDE, através do operador de evolução temporal descrito na Eq. (2.7), porém o estado inicial é alterado. Vamos considerar que um feixe semente é um feixe de laser estacionário. Ele será representado como um estado coerente multimodo na representação de modos contínuos $|\mathbf{v}_s(\mathbf{q}_s)\rangle$ [39], e então podemos reescrever o estado de dois fótons produzidos pela conversão paramétrica descendente estimulada como:

$$|\psi\rangle = \alpha |\mathbf{v}_s(\mathbf{q}_s)\rangle |vac\rangle_c + \beta \int d\mathbf{q}_c \int d\mathbf{q}_s \mathbf{v}_b(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_c) |1, \mathbf{q}_c\rangle a_s^\dagger |\mathbf{v}_s(\mathbf{q}_s)\rangle, \quad (2.37)$$

onde $\mathbf{v}_s(\mathbf{q})$ é o espectro angular do estado coerente multimodo do feixe semente no cristal ($z = 0$) e \mathbf{q}_s é a componente transversal do vetor de onda.

Na conversão estimulada, a intensidade dos feixes sinal e complementar são elevadas de tal modo que seus efeitos podem ser explicados a partir da Óptica Clássica, o que não ocorre para a conversão espontânea. Deste modo, vamos calcular a intensidade do feixe complementar $I(\mathbf{r}_c)$, detectado na posição \mathbf{r}_c , a partir da função de correlação de segunda ordem [41]

$$I(\mathbf{r}_c) = \langle \psi | E^{(-)}(\rho_c, z) E^{(+)}(\rho_c, z) | \psi \rangle, \quad (2.38)$$

onde $E^{(+)}(\rho_c, z)$ é o operador de campo elétrico descrito pela Eq. (2.27). Resolvendo esta equação, com os formalismos matemáticos análogos ao utilizado na CPDE para o cálculo da taxa de coincidências, a intensidade do feixe complementar, na aproximação paraxial, fica:

$$I(\mathbf{r}_c) \propto \alpha' \int d\rho |\mathcal{W}_b(\rho)|^2 + \beta' \left| \int d\rho \mathcal{W}_b(\rho) \mathcal{W}_s^*(\rho) e^{i(|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z})} \right|^2. \quad (2.39)$$

O primeiro termo da Eq. (2.39) é uma constante relativa à posição transversal de detecção ρ_c e é o termo que expressa a contribuição da conversão paramétrica descendente espontânea. O segundo termo dessa equação pode ser visto como uma consequência direta do processo de estimulação, pois ele é diretamente proporcional as propriedades do laser estimulador através de $\mathcal{W}_s^*(\rho)$. Este resultado destaca uma característica conhecida do processo estimulado, na qual o feixe complementar é uma superposição de luz produzida pelo processo espontâneo e a luz produzida pelo processo de emissão estimulada. Vale ressaltar que a intensidade da contribuição estimulada pode ser muito maior que a contribuição da emissão espontânea, e portanto o termo da contribuição espontânea pode ser desconsiderada em algumas aplicações. Ainda no segundo termo, vemos que a exponencial complexa corresponde ao propagador de Fresnel das distribuições de intensidade transversais dos feixes de bombeamento e semente do cristal ($z = 0$) até o plano de detecção do feixe complementar. Ou seja, o processo estimulado além de aumentar a taxa de conversão de fótons do feixe complementar, irá afetar as suas propriedades transversais, já que seu espectro angular é dado pelo produto entre o espectro angular do feixe de bombeamento e do conjugado complexo do espectro angular do feixe semente.

Vamos analisar os casos particulares em que ou o feixe de bombeamento ou o feixe semente possuem amplitudes constantes, ou ainda, são considerados como uma onda plana. Em uma situação real, dificilmente a amplitude de um feixe será constante, porém ela pode apresentar uma distribuição gaussiana de tal forma que podemos considerar sua região central como sendo constante. Seja a distribuição de amplitude do feixe semente constante e considerando que a contribuição da emissão espontânea é desprezível em relação a estimulada, a intensidade do feixe complementar se reduz a

$$I(\mathbf{r}_c) \propto \left| \int d\rho \mathcal{W}_b(\rho) e^{i(|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z})} \right|^2. \quad (2.40)$$

Neste caso, vemos que a distribuição de intensidade do feixe complementar é dada pela propagação da distribuição de intensidade do feixe de bombeamento do cristal até o plano de detecção situado a uma distância z do cristal. Ou seja, de maneira análoga ao caso espontâneo, o espectro do feixe de bombeamento é transferido para a intensidade do feixe complementar. Deste modo, uma imagem formada pelo feixe de bombeamento é transferida para o complementar, conforme indicado na Figura (6). Este resultado é análogo ao apresentado em [44], porém lá a transferência da imagem é dada pela taxa de coincidência entre os pares de fótons na CPDE, ou melhor, pela função de correlação de quarta ordem, enquanto aqui ela é dada pelo perfil de intensidade do próprio feixe complementar, ou ainda, pela função de correlação de segunda ordem.

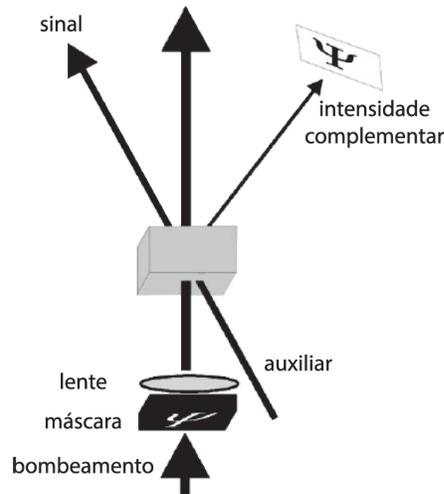


Figura 6 – Transferência de imagem do bombeamento para o feixe complementar da conversão paramétrica. Figura adaptada de [21].

Agora, se o perfil do feixe de bombeamento for constante, a distribuição de intensidade do feixe complementar é dada por

$$I(\mathbf{r}_c) \propto \left| \int d\rho \mathcal{W}_s^*(\rho) e^{i(|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z})} \right|^2, \quad (2.41)$$

onde vemos que ela será diretamente proporcional ao complexo conjugado do feixe sinal. Ou seja, o espectro angular conjugado do feixe sinal é transferido para o feixe complementar e, de maneira análoga ao caso anterior, uma imagem formada pelo feixe sinal também será transferida para o complementar. Temos então o efeito de **conjugação de fase** entre os feixes sinal e complementar, sendo responsável por alguns efeitos observáveis na intensidade do feixe complementar, que serão investigados nas próximas seções. Uma maneira mais direta de se observar o efeito da conjugação de fase é analisar o campo distante. A Eq. (2.41) é válida para o campo próximo ao cristal, dada pelo propagador de Fresnel. Tomando o limite de Fraunhofer no propagador, onde $z \gg \rho$, o termo exponencial pode ser reescrito como $e^{i(|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z})} \rightarrow e^{i(\rho_c \cdot \rho \frac{k_c}{z})}$, logo a distribuição de intensidade passa a ser:

$$I(\mathbf{r}_c) \propto \left| \int d\rho \mathcal{W}_s^*(\rho) e^{i(\rho_c \cdot \rho \frac{k_c}{z})} \right|^2, \quad (2.42)$$

que por ser o módulo quadrado pode ser reescrita como

$$I(\mathbf{r}_c) \propto \left| \int d\rho \mathcal{W}_s(\rho) e^{-i(\rho_c \cdot \rho \frac{k_c}{z})} \right|^2. \quad (2.43)$$

Portanto, podemos concluir desta última equação que, no campo distante, a intensidade do feixe complementar é proporcional a propagação do feixe sinal com o número

de onda do feixe complementar, mas com uma troca de sinal na coordenada transversal representando o efeito de conjugação de fase. Ou seja, uma imagem formada no feixe sinal será transferida para o complementar como uma imagem espelhada.

2.2 A EQUAÇÃO PARAXIAL DE HELMHOLTZ

Vimos na seção anterior que podemos escrever o vetor de onda de um feixe de luz monocromático que se propaga ao longo do eixo z em um meio isotrópico em termos de suas componentes transversais q e sua componente longitudinal k_z e então tomar a aproximação de Fresnel, como foi feito na Eq. (2.32),

$$k_z = \sqrt{k^2 - q^2} \approx k \left(1 - \frac{q^2}{2k^2} \right), \quad (2.44)$$

obtida a partir da expansão em série de Taylor para o caso em que $q^2 \ll k^2$. Esta aproximação de Fresnel nada mais é do que uma aplicação particular da aproximação paraxial mais geral. Em óptica geométrica, um feixe de luz é representado através de raios de luz e é extremamente útil no estudo de formação de imagens por exemplo [47], sendo que os raios cuja propagação formam pequenos ângulos com o eixo óptico de propagação são chamados de raios paraxiais e satisfazem a expressão (2.32). Deste modo, pode-se dizer que as aproximações paraxial e de Fresnel são essencialmente as mesmas. A aproximação paraxial pode ser estendida para a óptica ondulatória no caso em que as normais da frente de onda são raios paraxiais, como ilustrado na Figura 7.

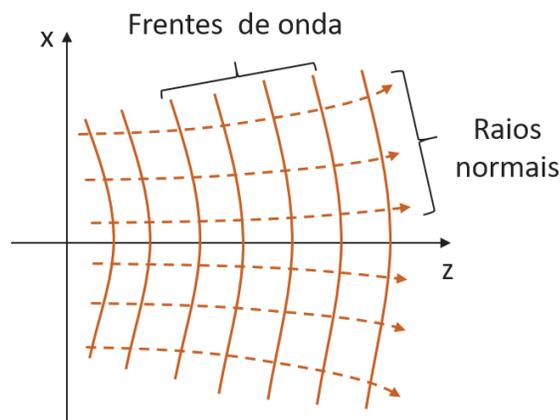


Figura 7 – A frente de onda e as normais de uma onda paraxial no plano $x - z$.

Na óptica ondulatória, uma onda óptica no vácuo na posição $\mathbf{r} = (x, y, z)$ é descrita por uma função $E(\mathbf{r}, t)$ que satisfaz a equação de onda de Maxwell,

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.45)$$

onde $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ é o operador de Laplace e $c = 1/(\mu_0 \epsilon_0)$ é a velocidade da luz. Uma solução possível desta equação é a função de onda monocromática

$$E(\mathbf{r}, t) = \epsilon(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad (2.46)$$

sendo $\epsilon(\mathbf{r})$ a amplitude complexa da onda e $e^{-i\omega t}$ um fator de fase temporal com frequência angular ω , o que reduz a equação de onda à equação de Helmholtz,

$$\nabla^2 \epsilon(\mathbf{r}) + k^2 \epsilon(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.47)$$

onde $k = \omega/c$ é o módulo do vetor de onda. Qualquer amplitude complexa que satisfaça a equação de Helmholtz é então uma solução da equação de onda.

A equação de Helmholtz, Eq. (2.47), descreve a propagação de ondas monocromáticas e é o ponto de partida para a análise dos feixes de luz laser utilizados em laboratório. A amplitude complexa $\epsilon(\mathbf{r})$ apresenta uma variação espacial que pode ser separada pela parte transversal (x, y) e longitudinal z , o que possibilita estudar os efeitos de difração ao longo de sua propagação. Há várias soluções para a equação de Helmholtz, que irão depender das condições do contorno do sistema. As soluções da equação de Helmholtz são chamadas de *modos* da luz, que podem ser separadas em modos espaciais e modos temporais. Nesta tese iremos trabalhar apenas com modos espaciais no espaço livre, e algumas destas soluções são representadas pelos feixes ópticos Gaussianos, Hermite-Gauss, Laguerre-Gauss e modo Vetorial.

Aqui, estamos interessados no estudo de feixes de luz laser e feixes paraxiais emitidos pela conversão paramétrica. Uma maneira de se construir uma onda paraxial é partir da propagação de uma onda plana na direção z , cujo perfil transversal varia lentamente com z . Desta maneira, podemos reescrever a amplitude complexa como $\epsilon(\mathbf{r}) = U(r)e^{-ikz}$, onde $U(r)$ é a amplitude complexa que "modula" a onda, também chamada de função envelope. Substituindo $\epsilon(\mathbf{r})$ em (2.47), obtemos:

$$\nabla^2 U(r) - 2ik \frac{\partial U(r)}{\partial z} = 0, \quad (2.48)$$

com $\nabla = \partial/\partial x + \partial/\partial y + \partial/\partial z$. A variação de $U(r)$ em relação a posição z devem ser lenta dentro do intervalo do comprimento de onda $\lambda = 2\pi/k$, de maneira que a onda mantenha, aproximadamente, a sua natureza de onda plana. A suposição de que $U(r)$ varia lentamente com z , significa que a variação $\Delta U(r)$ dentro da distância $\Delta z = \lambda$ é muito menor do que o próprio $U(r)$,

$$\Delta U = \frac{\partial U}{\partial z} \Delta z \approx \frac{\partial U}{\partial z} \lambda \ll U, \quad (2.49)$$

que implica em

$$\frac{\partial U}{\partial z} \ll \frac{U}{\lambda} = \frac{k}{2\pi} U. \quad (2.50)$$

Deste modo, a derivada $\partial U/\partial z$ também varia lentamente dentro da distância λ , logo, tomando a segunda derivada em z

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &\ll \frac{k}{2\pi} \frac{\partial U}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &\ll \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 U.\end{aligned}\quad (2.51)$$

Deste modo, substituindo (2.50) e (2.51) em (2.48) e desprezando o termo $\partial^2 U/\partial z^2$ em comparação com $k\partial U/\partial z$, obtém-se então a equação paraxial de Helmholtz,

$$\nabla_T^2 U(r) - 2ik \frac{\partial U(r)}{\partial z} = 0, \quad (2.52)$$

onde $\nabla_T^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ é o laplaciano transversal. Uma curiosidade em relação a esta equação é de que diversos autores já demonstraram que a equação paraxial de Helmholtz é análoga a equação de Schrödinger na mecânica quântica.

A solução mais simples desta equação, em coordenadas cartesianas, é a de uma onda paraboloidal, que é uma aproximação paraxial de uma onda esférica. Desta solução, se trocarmos a coordenada z por $z + iz_0$, onde z_0 é uma constante real, obtemos a solução de um modo Gaussiano, que é uma das mais interessantes soluções da equação paraxial de Helmholtz por ser o perfil da grande maioria dos lasers utilizados em experimentos de óptica nos laboratórios. Sua distribuição de intensidade em qualquer plano transversal em torno do seu eixo de propagação é uma função gaussiana circularmente simétrica, centrada sob seu eixo. Uma característica deste modo é de que suas frentes de onda são aproximadamente planas próximo à cintura do feixe, e vão se curvando gradualmente a medida que se distanciam da cintura e se tornam esféricas a uma grande distância, como pode ser observado na Figura 7. Outra solução que não exhibe distribuição de intensidade gaussiana mas compartilha a mesma natureza paraboloidal da frente de onda são os modos Hermite-Gaussianos. Estes feixes são parametrizados por (m, n) , cuja ordem é dada por $N = m + n$, e são representados por HG_{mn} . Um feixe de ordem zero, HG_{00} , se reduz a um feixe Gaussiano. Os feixes de Hermite-Gauss formam um conjunto completo de soluções da equação paraxial de Helmholtz. Deste modo, qualquer outra solução pode ser escrita em termos de uma superposição destes feixes. Outra família de modos que também formam um conjunto completo de soluções da equação paraxial são os feixes de Laguerre-Gauss, cuja solução é obtida escrevendo a Eq. (2.52) em coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) . Estes feixes são parametrizados pelos números (l, p) , cuja ordem é dada por $N = 2p + |l|$. São denominados LG_{lp} sendo que a menor ordem LG_{00} também se reduz a um feixe Gaussiano. A intensidade dos feixes Laguerre-Gaussianos apresenta simetria circular. Para $l \neq 0$, o feixe possui intensidade nula próximo ao eixo de propagação, possuindo então um perfil de intensidade com um formato de "rosquinha". Além disso, a sua fase

possui uma dependência no ângulo azimutal ϕ de tal maneira que sua frente de onda possui um formato elíptico conforme se propaga no eixo z . Estas são características de feixes de luz que carregam momento angular orbital, que os tornam um feixe de grande interesse físico, como veremos mais à frente. Na Figura 8 podemos ver o perfil de intensidade destas famílias de modos.

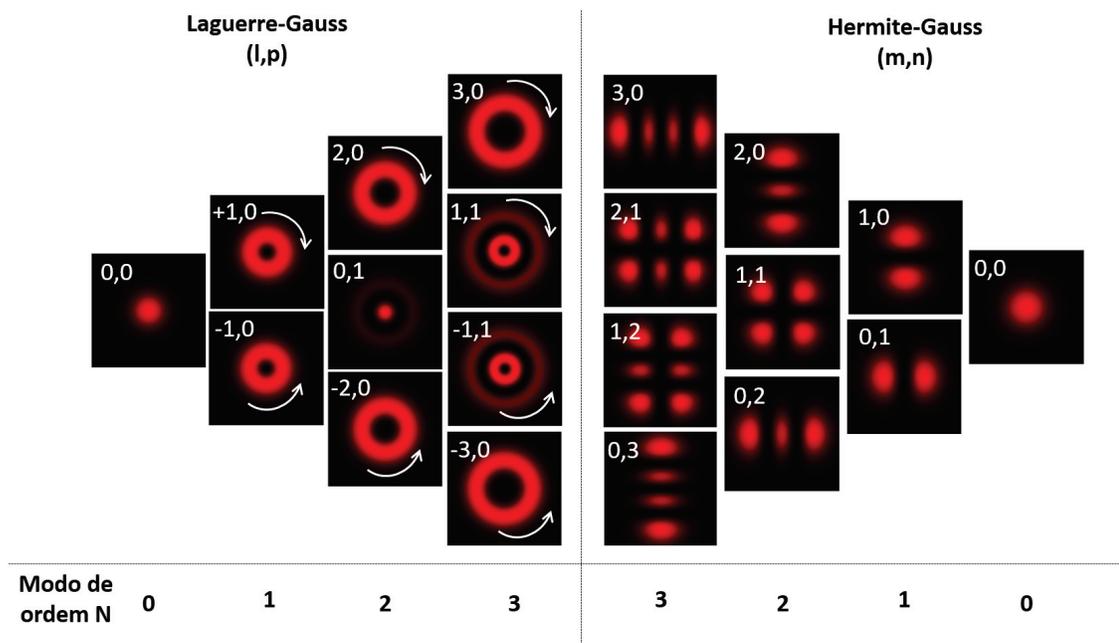


Figura 8 – Modos de Laguerre-Gauss e Hermite-Gauss de ordem 0 até ordem 3.

2.2.1 Modos da Luz com Momento Angular Orbital e Momento Angular de Spin

Já é bem conhecido pela teoria eletromagnética de Maxwell que radiação carrega tanto energia quanto momento. Para qualquer tipo de interação entre radiação e matéria, é inevitável que a interação seja acompanhada por uma variação no momento. Isso geralmente traz consequências mecânicas relacionadas à pressão de radiação, que possuem aplicações como pinças ópticas por exemplo, tópico vencedor do Prêmio Nobel de Física de 2018 por explorar a aplicação de feixes ópticos em sistemas biológicos [48, 49].

Um feixe de luz, como um feixe de luz laser, pode possuir uma estrutura rotacional "escondida", invisível a olho nu. Esta estrutura é rotacionada devido à natureza da onda eletromagnética da luz composta por duas distintas contribuições, uma de spin e outra orbital. O spin é associado com a rotação dos campos elétrico e magnético oscilando na onda óptica, como por exemplo, a polarização circular da luz. Já a contribuição orbital está relacionada com a estrutura espacial do feixe de luz, ou seja, ocorre em ondas de luz que possuem uma frente de onda no formato elíptico e um vórtice óptico localizado no eixo de propagação do feixe. Mais especificamente, luz

com momento angular contendo polarização circular possui momento angular de spin (MAS), enquanto o associado com a frente de onda em formato espiral é chamado de momento angular orbital (MAO). Em uma pinça óptica por exemplo, uma partícula aprisionada pode ser rotacionada pela transferência de MAS de um feixe de luz circularmente polarizado, rotacionando a partícula em torno do seu próprio centro, enquanto que a luz com MAO gerará uma rotação da partícula ao redor do eixo do feixe [50], como ilustrado na Figura 9. Em outras palavras, a luz exerce uma força rotacional a

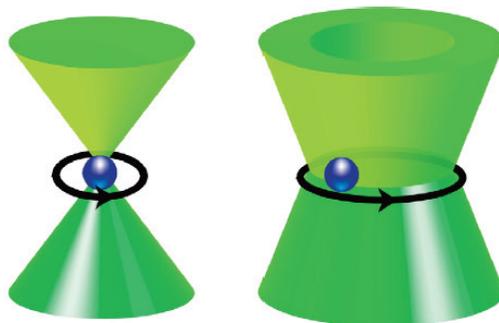


Figura 9 – Ilustração da transferência de momento angular em uma pinça óptica. Um objeto aprisionado pode ser rotacionado tanto pela transferência de MAS por uma luz circularmente polarizada (esquerda) quanto pela transferência de MAO por um feixe de Laguerre-Gauss de ordem superior. Figura retirada de [50].

partir da pressão da radiação, mostrando que a luz carrega momento angular e pode transferir o momento angular para a partícula.

Um modo helicoidal da luz com MAO é um campo óptico cuja evolução de sua fase azimutal ao longo do eixo de propagação z tem a forma $\exp(il\phi)$, onde ϕ é o ângulo azimutal, l é um número inteiro denominado de carga topológica do feixe e que carrega um momento angular orbital de $l\hbar$ por fóton, que é proporcional ao número de hélices que constituem a frente de onda. A frente de onda de um feixe de modo helicoidal com carga l é constituída de $|l|$ vértices girando juntos de tal forma que o sentido que o feixe gira é dado pelo sinal de l , resultando em uma singularidade topológica (vórtice óptico) ao longo do eixo de propagação. Em contraste, quando $l = 0$, sua distribuição de intensidade é máxima no centro de propagação do feixe e possui uma única fase frontal. Na Figura 10 temos a evolução da frente de onda, o perfil de intensidade e de fase de feixes com $l = 0$, $l = 1$ e $l = 3$, onde a fase varia de 2π para $l = 1$ e de 6π para $l = 3$. Adicionalmente, os modos polarizados circularmente carregam MAS de $\pm\hbar$ por fóton, dependendo do sentido da polarização. Quando um feixe com frente de onda helicoidal também é polarizado circularmente, então seu momento angular tem contribuições tanto da componente orbital quanto de spin, possuindo um momento angular total de $(l \pm 1)\hbar$ por fóton [52]. Estes feixes têm sido utilizados em diversas aplicações tais como armadilhas ópticas [53, 54] onde

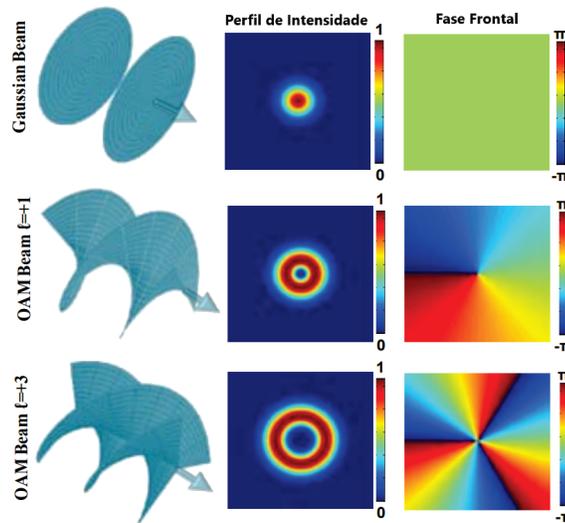


Figura 10 – Frente de onda, perfil de intensidade e perfil de fase de um modo Gaussiano e dois feixes com MAO com carga $l = +1$ e $l = +3$. Na primeira coluna podemos observar que o módulo da carga topológica é proporcional ao número de hélices que compõem a frente de onda. Figura adaptada de [51].

o momento angular é uma ferramenta de manipulação muito útil para girar o objeto armadilhado, assim como controlar sua orientação, e também tem sido amplamente estudados em comunicação quântica e implementação de algoritmos quânticos.

Até então, apenas foram apresentadas algumas das características dos feixes que possuem momento angular de spin e orbital. Vamos agora verificar como a caracterização da polarização pode nos fornecer algumas ideias em relação às propriedades destes feixes. Um feixe de luz polarizado a 45° , polarização diagonal, pode ser gerado a partir de uma combinação coerente de outros dois feixes com polarizações lineares ortogonais entre si horizontal e vertical. A partir desse feixe, com o auxílio de alguma placa de onda birrefringente, podemos controlar a fase relativa entre as duas componentes ortogonais de polarização, adicionando um atraso de fase entre elas. A adição de uma diferença de fase de $\pi/2$, através de uma placa de quarto de onda (QWP - quarter wave plate), entre as componentes de polarização horizontal e vertical, irá transformar a polarização linear diagonal para um estado de polarização circular. Ao adicionar novamente mais um atraso de fase de $\pi/2$, a polarização circular passará a ser linear anti-diagonal. Repetindo o processo, obtém-se novamente uma polarização circular, mas com o sentido de rotação invertido, conforme indicado na Figura 11 (a).

Interessantemente, essa característica também é observada em relação aos modos Hermite-Gaussianos e Laguerre-Gaussianos, ilustrada na Figura 11 (b). Um modo de HG_{10} orientado a 45° pode ser gerado a partir da combinação coerente de dois modos ortogonais HG_{10} e HG_{01} . De maneira análoga, a adição de um atraso de fase de $\pi/2$ entre estes dois modos transformará o modo HG_{10} a 45° em um modo

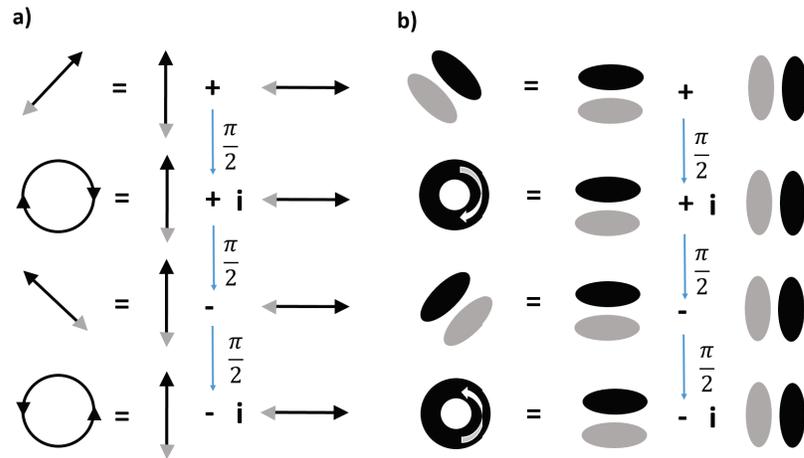


Figura 11 – Decomposição de (a) alguns estados de polarização em termo dos estados lineares ortogonais de polarização e (b) alguns modos de primeira ordem em termos dos modos ortogonais de Hermite-Gauss H_{10} , onde as cores preta e cinza indicam a fase relativa entre as componentes. Em cada linha, há uma adição de fase de $\pi/2$ entre as componentes em relação a linha anterior, evidenciando uma analogia direta entre os estados de polarização e os modos de primeira ordem.

LG_{10} . Outra fase adicional de $\pi/2$ resultará no modo HG_{10} a -45° e mais uma adição de fase $\pi/2$ irá gerar um modo LG_{-10} , ou seja, irá reverter o sentido de rotação de LG_{10} e o sinal de l . Essa analogia direta entre os estados de polarização e os modos de primeira ordem serão fundamentais para a construção de esfera de Poincaré para os modos de primeira ordem, como veremos nas próximas seções.

2.2.2 Feixes de Vórtices Vetoriais

A polarização é uma propriedade muito importante da luz, e é um grau de liberdade que tem sido investigado há muito tempo, propiciando o desenvolvimento de dispositivos e sistemas ópticos. Entretanto, até recentemente a grande maioria destes trabalhos lidavam com um único estado de polarização em torno da distribuição transversal de um feixe de luz, como por exemplo as polarizações lineares, circulares e elípticas, onde nestes casos, o estado de polarização não dependia da localização espacial do feixe ao longo de seu corte transversal.

No tópico anterior vimos que os modos espaciais de Laguerre-Gauss são soluções da equação paraxial de Helmholtz. Porém, estes modos apresentam um estado de polarização que é espacialmente homogêneo, o que significa dizer que a polarização em todo ponto de seu plano transversal é a mesma. Outra possível solução da equação paraxial de Helmholtz são os chamados feixes vetoriais de vórtices cilíndricos (VVC). Estes feixes vetoriais, também chamados de feixes estruturados, são modos de luz laser com o adicional de uma modulação de polarização em torno do seu perfil

especial transversal, ou melhor, possuem um estado de polarização anisotrópico que não é espacialmente homogêneo no plano transversal. Estes feixes tem gerado grande interesse recentemente pois podem gerar benefícios cruciais em importantes aplicações, como por exemplo no aumento das taxas de transmissão em comunicações clássicas e quânticas no espaço livre, bem como em fibras ópticas.

Embora a solução dos feixes vetoriais surja naturalmente da equação vetorial de Helmholtz, elas geralmente são representadas a partir de uma superposição de campos escalares ortogonais com estados de polarização ortogonais [32],

$$U(r) = \gamma_1 u_R(r) e^{-i\alpha} \mathbf{e}_R + \gamma_2 u_L(r) e^{i\alpha} \mathbf{e}_L, \quad (2.53)$$

onde em coordenadas cilíndricas $r = (\rho, \phi, z)$, sendo r e ϕ as coordenadas do plano transversal à direção de propagação z , α é um fator de fase e γ_i é o peso de cada contribuição. Os vetores unitários \mathbf{e}_R e \mathbf{e}_L representam as polarizações circulares direita e esquerda respectivamente, com suas respectivas amplitudes $u_R(r)$ e $u_L(r)$. Esta Eq. (2.53) nos mostra uma importante característica dos feixes VVC. Apesar do grau de liberdade de polarização estar restrito a um espaço bi-dimensional (direita e esquerda), o grau de liberdade espacial forma um espaço infinito, uma vez que há infinitas possibilidades de combinações dos modos de polarização com infinitos modos espaciais. Entretanto, neste trabalho, vamos restringir a geração dos feixes vetoriais na base dos modos de LG com momento radial nulo LG_{l0} , tal que

$$u_R(r) = LG_{l0}(\rho, \phi, z) = U_{|l|}(\rho, z) e^{-il\phi} \quad (2.54)$$

$$u_L(r) = LG_{-l0}(\rho, \phi, z) = U_{|l|}(\rho, z) e^{il\phi}, \quad (2.55)$$

onde $U_{|l|}(r)$ é a amplitude complexa do perfil transversal modo de Laguerre-Gauss com ordem radial $p = 0$ e ordem azimutal $|l|$, desconsiderando o termo exponencial $e^{\pm il\phi}$. Uma vez que o acoplamento dos feixes envolvidos na CPDE e CPDstim no cristal se dá na base de polarização linear horizontal e vertical, podemos reescrever a Eq. (2.53) como

$$U(r) = U_{|l|}(r) \left(\gamma_1 e^{-i(l\phi+\alpha)} (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) + \gamma_2 e^{i(l\phi+\alpha)} (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) \right). \quad (2.56)$$

Esta equação nos mostra que um modo vetorial pode ser dado pela soma coerente de modos de LG com cargas topológicas positiva e negativa, cujos pesos de cada contribuição é representado pelas constantes γ_i . No caso em que essas contribuições são iguais, $\gamma_1 = \gamma_2$, o modo vetorial resultante deverá então possuir um carga topológica efetiva nula. Para este caso, essa equação pode ser reescrita como:

$$U(r) = 2U_{|l|}(r) [\cos(l\phi + \alpha) \mathbf{e}_x + \sin(l\phi + \alpha) \mathbf{e}_y], \quad (2.57)$$

sendo que estes feixes podem ser gerados em laboratório com o auxílio de uma placa de onda vetorial, onde o ângulo α é o ângulo entre a polarização linear do

feixe de entrada e o eixo rápido principal da placa vetorial, e \mathbf{e}_x e \mathbf{e}_y são os vetores unitários cartesianos associados a polarização horizontal e vertical respectivamente. A Eq. (2.57) nos possibilita uma descrição analítica do perfil transversal de intensidade ($|U|^2$) e de polarização (U). Para $l = 0$ temos um feixe gaussiano com polarização linear. Na Figura 12 podemos ver quatro modos vetoriais para diferentes combinações de $l = \pm 1$ e $\alpha = \{0, \pi/2\}$, onde os dois primeiros são conhecidos como feixes radial e azimuthal respectivamente, e os outros dois são chamados de feixes híbridos. Vale

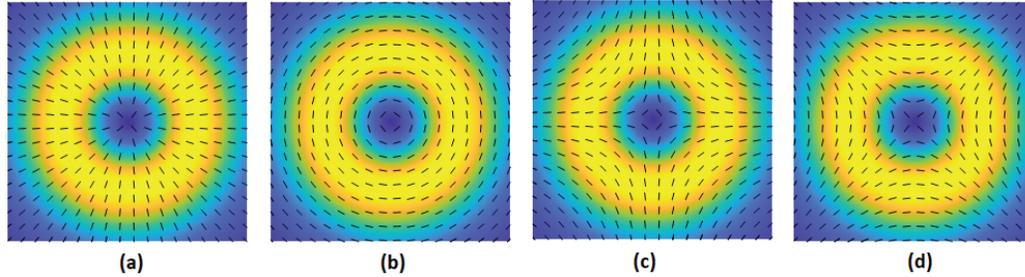


Figura 12 – Feixes vetoriais com diferentes combinações de (l, α) . (a) radial ($l = 1, \alpha = 0$), (b) azimuthal ($l = 1, \alpha = \pi/2$), (c) e (d) com polarizações híbridas, sendo ($l = -1, \alpha = 0$) e ($l = -1, \alpha = \pi/2$) respectivamente.

ressaltar que estes modos possuem carga topológica efetiva igual a zero, que pode ser verificado pelas suas distribuições de polarização lineares. Os modos com $\gamma_1 = 0$ ou $\gamma_2 = 0$, irão apresentar polarizações circulares à direita e à esquerda, respectivamente, em todo seu perfil transversal.

2.3 ESFERA DE POINCARÉ

2.3.1 Modo de Polarização do Fóton

A polarização dos fótons é um grau de liberdade que ganhou bastante espaço experimental devido a grande variabilidade de elementos ópticos de alta eficiência para o seu controle. Isso possibilitou que muitos dos trabalhos marcantes no desenvolvimento da óptica quântica utilizassem o grau de liberdade de polarização para codificar o estado quântico da luz. Diferentemente de um bit clássico que assume dois distintos estados 0 ou 1, o grau de liberdade de polarização pode ser utilizado para descrever bits quânticos, ou qubits, que é a unidade fundamental da informação quântica. Um qubit, que é um estado quântico de dois níveis, não irá assumir apenas um dos estados distintos 0 ou 1, mas sim uma superposição balanceada entre os dois estados ortogonais, como por exemplo,

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad (2.58)$$

com amplitudes de probabilidade α e β tais que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Geralmente, os estados de spin são os exemplos mais comuns e explorados para realizar computação e

comunicação quântica. Para os fótons, os estados de spin podem corresponder aos estados de polarizações circulares a direita $|R\rangle$ e esquerda $|L\rangle$, por exemplo.

Seja um estado puro de polarização na base $\{|R\rangle, |L\rangle\}$ descrito por

$$|\theta, \phi\rangle = \cos(\theta/2) |R\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2) |L\rangle, \quad (2.59)$$

onde o parâmetro ϕ varia de 0 a 2π e está relacionado com a diferença de fase entre os dois estados de polarização, enquanto θ define o peso de cada contribuição. Através da manipulação dos parâmetros θ e ϕ , é possível construir estados de polarização arbitrários. Por exemplo, nos casos em que $\theta = 0$ e $\theta = \pi$, o estado $|\theta, \phi\rangle$ corresponderá aos auto-estados de polarização $|R\rangle$ e $|L\rangle$ respectivamente. Já, para $\theta = \pi/2$ fixo com os diferentes valores de $\phi = 0$, $\phi = \pi/2$, $\phi = \pi$ e $\phi = 3\pi/4$ o estado $|\theta, \phi\rangle$ corresponderá respectivamente aos estados horizontal, diagonal, vertical e anti-diagonal, respectivamente. Como $\cos(\theta/2)$ e $e^{i\phi} \sin(\theta/2)$ são as amplitudes de probabilidade do estado $|\theta, \phi\rangle$ estar num estado de polarização circular à direita ou à esquerda, respectivamente, temos que

$$|\langle\theta, \phi|\theta, \phi\rangle|^2 = \cos^2(\theta/2) + \sin^2(\theta/2) = 1, \quad (2.60)$$

pois a soma das probabilidades do estado estar em um de seus autoestados deve ser igual a 1, uma vez que ele tem que estar em um de seus autoestados. Esta equação representa a equação de um círculo com raio igual a 1, onde o parâmetro θ indica a posição no círculo, conforme indicado na Figura 13 (a). Vamos olhar agora para termo correspondente a fase $e^{i\phi}$. Esta equação representa uma função oscilatória em ϕ , podendo ser limitada ao intervalo $[0, 2\pi]$. Uma representação gráfica no plano complexo desta função oscilatória nos mostra que o ângulo ϕ mapeia a posição angular em um círculo unitário, como mostra a Figura 13 (b) para o caso balanceado com $\theta = \pi/2$. Deste modo, vimos que o estado quântico $|\theta, \phi\rangle$ pode ser representada em dois círculos parametrizados pelos ângulo θ e ϕ , sendo que o primeiro está relacionado a variação de amplitude e o outro à fase relativa entre os estados ortogonais $|R\rangle$ e $|L\rangle$. Porém, uma representação mais intuitiva que consegue abranger estas duas representações em uma só é a de que o estado representado pela Eq. (2.59) pode ser representada por um ponto em uma esfera, denominada de esfera de Poincaré. Ela é um análogo a esfera de Bloch [55] que representa o estado quântico de um qubit. Deste modo, o estado de polarização de um fóton parametrizado por um conjunto de coordenadas (θ, ϕ) pode ser mapeado em um ponto de uma esfera, como indicado na Figura 13 (c).

A representação na esfera de Poincaré foi formulada em 1892 pelo físico francês Henri Poincaré [56] e consiste numa representação geométrica dos estados de polarização e suas evoluções através de polarizadores e meios birrefringentes. Um ponto arbitrário na superfície da esfera de Poincaré de raio unitário é determinado pela

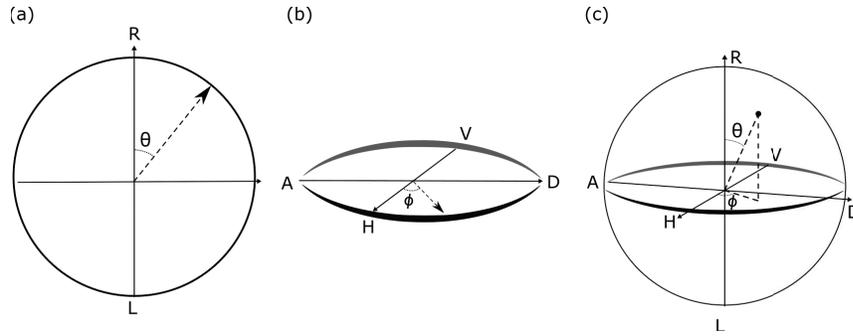


Figura 13 – Representação intuitiva da esfera de Poincaré. Em (a) e (b) temos o controle dos parâmetros de amplitude θ e de fase ϕ , respectivamente, em círculos unitários. Em (c) temos a esfera de Poincaré, onde o controle de amplitude e fase simultaneamente permite a descrição do estado de polarização geral da Eq. (2.59) em uma esfera unitária.

sua longitude (2ψ) e latitude (2χ), onde $-180^\circ \leq 2\psi \leq 180^\circ$ e $-90^\circ \leq 2\psi \leq 90^\circ$. Essa representação é baseada na forma mais geral de polarização da luz, através da elipse de polarização. Uma onda plana monocromática de frequência ω propagando na direção z , tem seu campo elétrico no plano $x-y$ descrito por

$$E(z, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{A} e^{i\omega(t-z/c)} \right\}, \quad (2.61)$$

onde o envelope complexo $\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}$ é um vetor com componentes complexas $A_x = a_x \exp(i\phi_x)$ e $A_y = a_y \exp(i\phi_y)$, e c é a velocidade da luz no vácuo. Deste modo, as componentes horizontal e vertical do campo elétrico são funções periódicas que oscilam no plano $x-y$. Conforme o campo se propaga, o vetor do campo elétrico segue uma trajetória helicoidal, repetindo periodicamente esse movimento a cada distância percorrida correspondente ao seu comprimento de onda λ , formando uma elipse. O estado de polarização é então definido pela orientação e pelo formato da elipse de polarização, caracterizado pelos dois ângulos conforme indicado na Figura 14 (a), onde ψ determina a direção do eixo maior da elipse e χ determina a sua elipticidade, pela razão entre o eixo menor e o eixo maior b/a . Se $b/a = 0$, por exemplo, temos os estados linearmente polarizados. Ambos os ângulos dependem da razão entre amplitudes das componentes do campo r e da diferença de fase ϕ , através das relações [47]

$$\text{tg}(2\psi) = \frac{2r}{1-r^2} \cos\phi, \quad r = \frac{a_y}{a_x}, \quad (2.62)$$

$$\text{sen}(2\chi) = \frac{2r}{1+r^2} \text{sen}\phi, \quad \phi = \phi_y - \phi_x. \quad (2.63)$$

Ou seja, um feixe de luz cujo estado de polarização é representado por um ponto na superfície da esfera de Poincaré na posição ($\theta = 90^\circ - 2\chi$, $\phi = 2\psi$), em coordenadas esféricas, terá seu estado de polarização definido pelos ângulos χ e ψ , conforme ilustrado

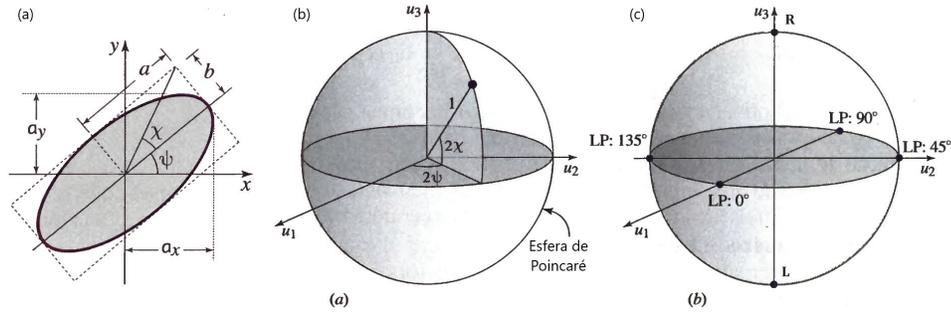


Figura 14 – (a) Elipse de polarização. (b) A elipticidade e a orientação da elipse de polarização são geometricamente representadas em um ponto na esfera de Poincaré. (c) Pontos na esfera representando os estados linearmente polarizados (LP) a diferentes ângulos em relação ao eixo x , bem como os estados circularmente polarizados a direita (R) e a esquerda (L). Figura adaptada de [47].

nas Figuras 14 (b) e (c). Os pontos na linha do equador ($\chi = 0^\circ$) descrevem estados de polarizações lineares, sendo que em $2\psi = 0^\circ$ e $2\psi = 180^\circ$ temos os estados horizontal e vertical respectivamente, e para $2\psi = \pm 90^\circ$ diagonal e anti-diagonal, respectivamente. Os polos norte e sul ($2\chi = \pm 90^\circ$) representam as polarizações circulares a direita e esquerda respectivamente. Todos os outros pontos da esfera representam estados de polarizações elípticas.

Dado os ângulos (θ, ϕ) de um estado definido pela Eq. (2.59), podemos então definir o estado de polarização da luz, porém apenas estes parâmetros não nos fornecem informações sobre a sua intensidade. Para isso, vamos utilizar outra representação para definir um ponto na esfera a partir do vetor de Stokes $\vec{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$, onde S_i são os parâmetros de Stokes tais que $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$. Esta equação representa a equação de uma esfera de raio S_0 e coordenadas (S_1, S_2, S_3) . O primeiro parâmetro está relacionado com a intensidade total da luz, $S_0 = I_0 = a_x^2 + a_y^2$, que será normalizada para $S_0 = 1$, enquanto outros três são as coordenadas cartesianas da esfera, sendo

$$S_1 = \cos(2\chi)\cos(2\psi) \quad (2.64)$$

$$S_2 = \cos(2\chi)\sen(2\psi) \quad (2.65)$$

$$S_3 = \sen(2\chi). \quad (2.66)$$

Podemos então desenhar uma esfera de Poincaré tendo os parâmetros de Stokes como coordenadas, como ilustrado na Fig 15. Utilizando as Eqs. (2.62) e (2.63), os parâmetros de Stokes tomam a seguinte forma:

$$S_0 = a_x^2 + a_y^2 = |A_x|^2 + |A_y|^2 \quad (2.67)$$

$$S_1 = a_x^2 - a_y^2 = |A_x|^2 - |A_y|^2 \quad (2.68)$$

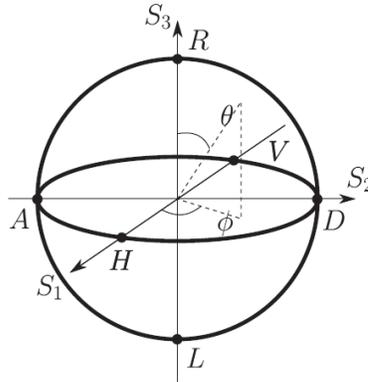


Figura 15 – Esfera de Poincaré para os modos de polarização.

$$S_2 = 2a_x a_y \cos\phi = 2\text{Re}\{A_x^* A_y\} \quad (2.69)$$

$$S_3 = 2a_x a_y \sin\phi = 2\text{Im}\{A_x^* A_y\}. \quad (2.70)$$

Podemos ainda calcular o grau de polarização, que é dado pela norma de \vec{S}

$$p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, \quad (2.71)$$

sendo $p = 1$ o grau de polarização máximo correspondente a estados puros de polarização, como por exemplo o estado da Eq. (2.59). Estados com $0 < p < 1$ são ditos estados parcialmente polarizados e ficam localizados no interior da esfera de Poincaré. Para o estado da Eq. (2.59), utilizando as Eqs. (2.67) - (2.70), o vetor de Stokes será:

$$\vec{S} = (1, \cos\theta, \sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi). \quad (2.72)$$

Entretando, devido às configurações experimentais usualmente utilizadas em laboratórios, é comum escrever o estado de polarização dos feixes de laser nas bases das polarizações lineares horizontal $|H\rangle$ e vertical $|V\rangle$, pois é a base que descreve o acoplamento da luz com o cristal no processo da conversão paramétrica descendente. Deste modo, um feixe de luz cujo estado de polarização é representado por

$$|\vartheta, \varphi\rangle = \cos(\vartheta/2) |H\rangle + e^{i\varphi} \sin(\vartheta/2) |V\rangle, \quad (2.73)$$

também poderá ser representado na esfera de Poincaré. Porém, para o estado de polarização descrito pela Eq. (2.59), θ e ϕ são utilizados para descrever, em coordenadas esféricas, os ângulos polar e azimutal da esfera com a polarização na base $|R\rangle$ e $|L\rangle$, assim como os ângulos ϑ e φ descrevem os ângulos polar e azimutal da esfera com polarização na base $|H\rangle$ e $|V\rangle$, como pode ser visto na Figura 16. Deste modo, o vetor de Stokes para o estado da Eq. (2.73) pode ser escrito como:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos\vartheta \\ \sin\vartheta \cos\varphi \\ \sin\vartheta \sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta \cos\phi \\ \sin\theta \sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

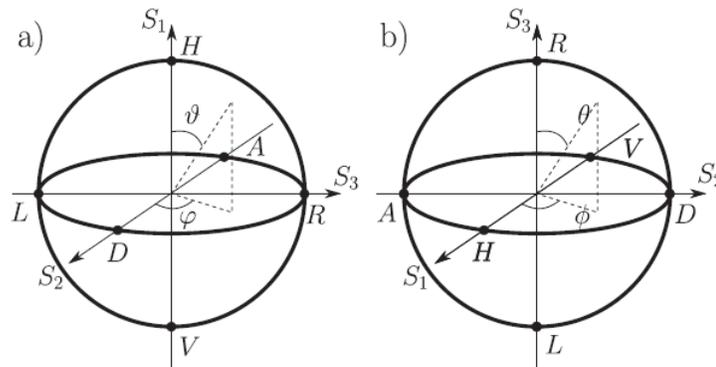


Figura 16 – Esfera de Poincaré para os estados de polarização descritos nas bases: (a) $|H\rangle$ e $|V\rangle$; (b) $|R\rangle$ e $|L\rangle$.

2.3.2 Caracterização do Estado de Polarização

Vimos portanto que o estado de polarização da luz pode ser representada geometricamente em uma esfera unitária a partir dos parâmetros de Stokes. Mas, como determinar os parâmetros de Stokes de um feixe de luz em laboratório? A resposta é interessantemente simples. Os parâmetros de Stokes de um feixe de luz polarizado podem ser diretamente obtidos a partir de uma tomografia de polarização completa, também chamadas de medidas projetivas. Essas medidas consistem em medir a intensidade das componentes da luz nas polarizações lineares horizontal (H), vertical (V), diagonal (D) e anti-diagonal (A), e nas polarizações circulares direita (R) e esquerda (L), a partir do feixe transmitido por polarizadores no caminho do feixe, mais especificamente por uma placa de quarto de onda (QWP - *quarter-wave plate*), uma placa de meia onda (HWP - *half-wave plate*), um divisor de feixes polarizado (PBS - *polarizing beam splitter*) e um contador de fótons, respectivamente, como indicado na Figura 17, sendo que essas placas adicionam um atraso de fase entre as componentes do campo elétrico de $\pi/2$ e π respectivamente, e por isso também são denominadas de retardadores de onda. Deste modo, os parâmetros de Stokes podem ser escritos como

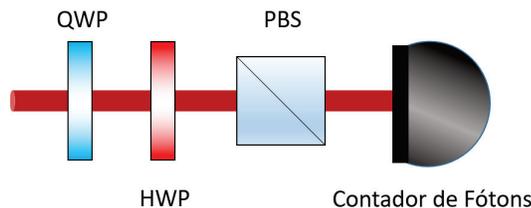


Figura 17 – Representação do aparato experimental de tomografia de polarização para construção dos parâmetros de Stokes. O feixe a ser analisado passa por uma placa de quarto de onda (QWP), uma placa de meia onda (HWP) e um divisor de feixes de polarização (PBS) antes de ser detectado pelo contador de fótons.

[57]:

$$S_0 = I_H + I_V = I_D + I_A = I_R + I_L \quad (2.75)$$

$$S_1 = \frac{I_H - I_V}{I_H + I_V} \quad (2.76)$$

$$S_2 = \frac{I_D - I_A}{I_D + I_A} \quad (2.77)$$

$$S_3 = \frac{I_R - I_L}{I_R + I_L}, \quad (2.78)$$

onde $I_\alpha = |\langle \alpha | \cdot | \psi \rangle|^2$ é a intensidade resultante após a projeção do estado $|\psi\rangle$ no estado de polarização $|\alpha\rangle$ e os parâmetros de Stokes obedecem a relação $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$. Com a intensidade normalizada para 1 ($S_0 = 1$), o vetor $\vec{S} = (S_1, S_2, S_3)^T$ é suficiente para caracterizar o estado de polarização.

As placas de onda são componentes ópticos transparentes construídos a partir de um material anisotrópico cujo índice de refração depende da direção do campo elétrico, propriedade conhecida como birrefringência. A diferença no índice de refração entre os eixos rápido e lento introduzem uma diferença de fase ϕ para as componentes de polarização ao longo destes eixos. Ao incidir um feixe de luz sobre um retardador de fase nas bases $|H\rangle$ e $|V\rangle$, se o eixo rápido do retardador de onda estiver na posição paralela ao eixo definido pela polarização horizontal, então a operação realizada por ele será matematicamente descrita por

$$P(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

Porém, estes materiais geralmente são montados em bases giratórias permitindo variar a orientação de seus eixos. Caso o eixo rápido do retardador forme um ângulo θ em relação ao eixo horizontal, ele deve ser transformado pela matriz de rotação [47]

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (2.80)$$

e assim o efeito de um retardador de fase ϕ que forma um ângulo θ com o eixo horizontal no caminho de um feixe é dado por

$$T(\theta, \phi) = R(-\theta)P(\phi)R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2\theta + e^{i\phi}\sin^2\theta & \frac{1}{2}(1 - e^{i\phi})\sin(2\theta) \\ \frac{1}{2}(1 - e^{i\phi})\sin(2\theta) & \sin^2\theta + e^{i\phi}\cos^2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

Deste modo, a Eq. (2.81) nos permite escrever a operação realizada pelas placas de quarto de onda ($\phi = \frac{\pi}{2}$) e meia onda ($\phi = \pi$):

$$T_{QWP}(\theta_Q) = \begin{pmatrix} \cos^2\theta_Q + i\sin^2\theta_Q & \frac{1}{2}(1 - i)\sin(2\theta_Q) \\ \frac{1}{2}(1 - i)\sin(2\theta_Q) & \sin^2\theta_Q + i\cos^2\theta_Q \end{pmatrix}, \quad (2.82)$$

$$T_{HWP}(\theta_H) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta_H) & \sin(2\theta_H) \\ \sin(2\theta_H) & -\cos(2\theta_H) \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

Conforme ilustrado na Figura 17, o próximo componente óptico é um divisor de feixe polarizado (PBS - *polarizing beam splitter*). Sua ação pode ser resumida na transmissão da componente horizontal $|H\rangle$ e na reflexão da componente vertical $|V\rangle$. Entretanto, nosso aparato experimental utiliza apenas o feixe transmitido, de modo que a contribuição do feixe que chega no detector possui polarização horizontal. Assim, dependendo das orientações θ_Q da placa de quarto de onda e da orientação θ_H da placa de meia onda, podemos realizar medidas projetivas de qualquer base de polarização. Deste modo, um feixe com estado de polarização arbitrária $|\psi(\theta_Q, \theta_H)\rangle$ que se propaga por esta combinação de sistemas ópticos pode ser determinada pela relação:

$$|\psi(\theta_Q, \theta_H)\rangle = T_{QWP}^\dagger(\theta_Q) T_{HWP}^\dagger(\theta_H) |H\rangle, \quad (2.84)$$

onde os operadores $T_{QWP}^\dagger(\theta_Q)$ e $T_{HWP}^\dagger(\theta_H)$ são os hermitianos conjugado de (2.82) e (2.83) respectivamente, pois o estado $|\psi(\theta_Q, \theta_H)\rangle$ pode ser visto como o estado $|H\rangle$ propagado no sentido inverso do aparato experimental. Para encontrar as combinações dos ângulos θ_Q e θ_H com o intuito de projetar o estado de polarização arbitrário $|\psi(\theta_Q, \theta_H)\rangle$ nas bases $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|D\rangle$, $|A\rangle$, $|R\rangle$ e $|L\rangle$, devemos escrever os estados $|\psi(\theta_Q, \theta_H)\rangle$ e $|H\rangle$ da Eq. (2.84) no formalismo matricial a partir do vetor de Jones $\mathbf{J} = (A_x \ A_y)^T$, onde A_x e A_y são as componentes x e y da amplitude complexa do vetor campo elétrico. Neste formalismo matricial, temos que:

$$|H\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |V\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.85)$$

$$|D\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad |A\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.86)$$

$$|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad |L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (2.87)$$

Deste modo, as orientação das placas de onda para a realização da tomografia de polarização e então a obtenção dos parâmetros de Stokes são indicados na Tabela 1:

2.3.3 Modo Espacial do Fóton

Os feixes da luz com momento angular de spin, associados ao seu estado de polarização, e os feixes com momento angular orbital, associados a sua estrutura de fase azimutal, possuem algumas características que se assemelham e que então nos

Projeções:	$ H\rangle$	$ V\rangle$	$ D\rangle$	$ A\rangle$	$ R\rangle$	$ L\rangle$
QWP	0	0	$\pi/4$	$\pi/4$	0	0
HWP	0	$\pi/4$	$\pi/8$	$-\pi/8$	$\pi/8$	$-\pi/8$

Tabela 1 – Orientações das placas de quarto de onda e meia onda para projeção em suas respectivas bases.

permitem a realizar analogias entre elas. Na seção anterior, vimos como os estados de polarização da luz podem ser representadas em uma esfera unitária para as polarizações lineares, circulares e elípticas. Diante deste cenário, vamos analisar como relacionar estas características com as de um feixe de luz com momento angular orbital, tal como um feixe de Laguerre-Gauss (LG), a partir do seu perfil de transversal.

Vimos que uma placa de quarto de onda transforma um feixe de luz com polarização linear em circular, e uma placa de meia onda inverte o sentido de rotação de um feixe com polarização circular. Um modo Laguerre-Gaussiano pode ser criado em laboratório de diversas maneiras, dentre elas através da transmissão de um modo de Hermite-Gauss (HG) por um conversor de modos, que consiste num conjunto de duas lentes cilíndricas. Ainda, com o aumento da distância entre as lentes cilíndricas do conversor de modos, pode-se reverter o sentido do modo LG, conforme indicado na Figura 18. Ou seja, há uma analogia direta entre a ação das placas de onda em uma luz polarizada com os conversores de modo. Outro método de se gerar um modo de LG é através da reflexão de um feixe gaussiano em um modulador espacial de luz (SLM - spatial light modulator). Este método foi utilizado em nossos experimentos, entretanto não convém apresentar nesta tese sobre como o SLM atua em um feixe de luz. Mais detalhes podem ser encontrados em [59, 60]. Os modos de HG são representados pelos índices (m, n) que geram modos de LG com índices (l, p) , sendo sua carga topológica dada por $l = |m - n|$ e $p = \min(m - n)$ o seu número radial, cuja ordem dos modos são dadas por $N = n + m = 2p + |l|$.

Ainda, temos que os estados de polarizações lineares podem ser escritos como uma superposição de dois outros estados circularmente polarizados de direções opostas, como por exemplo $|H\rangle = 1/\sqrt{2}(|R\rangle + |L\rangle)$ e $|V\rangle = 1/\sqrt{2}(|R\rangle - |L\rangle)$, bem como os estados de polarização circulares podem ser escritos em termos da combinação de dois estados de polarizações lineares ortogonais entre si, como $|R\rangle = 1/\sqrt{2}(|H\rangle - i|V\rangle)$ e $|L\rangle = 1/\sqrt{2}(|H\rangle + i|V\rangle)$. Estas relações podem ser escritas de tal maneira pois tanto os estados de polarização $|H\rangle$ e $|V\rangle$ quanto $|R\rangle$ e $|L\rangle$ formam um conjunto completo de soluções da equação paraxial de Helmholtz, e então qualquer estado pode ser escrito como uma combinação linear destes estados. De maneira análoga, os modos de LG e HG também formam uma base completa e podemos escrever os modos de LG em termos de HG e vice-versa (veja na Figura 19). Ou seja, na base LG qualquer estado normalizado de primeira ordem pode ser escrito como uma superposição de modos

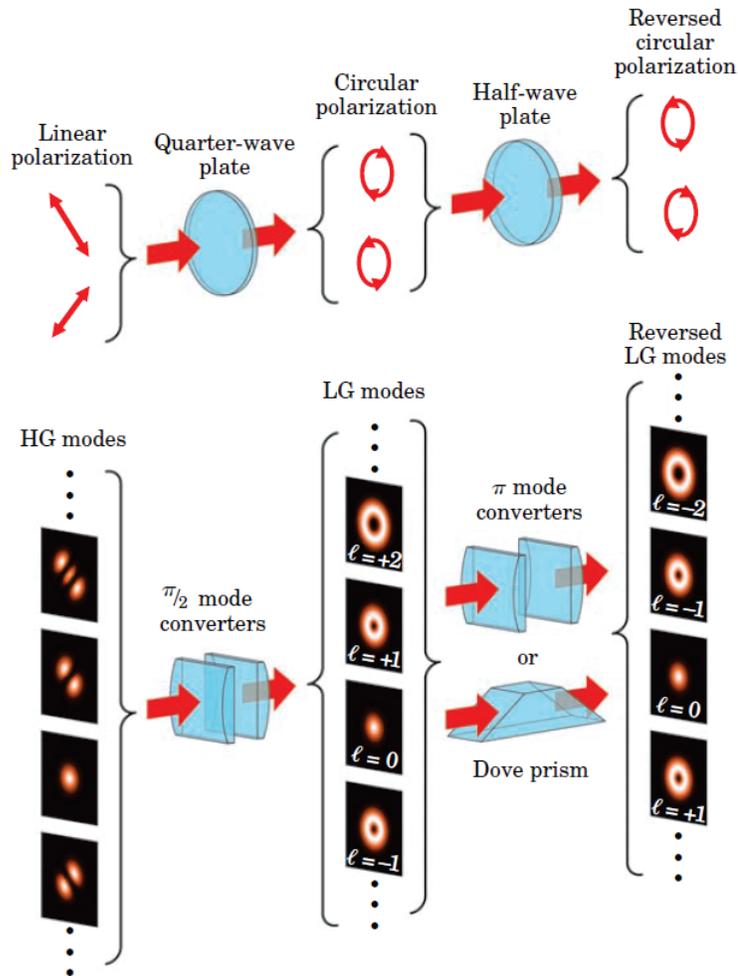


Figura 18 – Analogia entre a ação de placas de onda em estados de polarização com a ação de conversor de modos em modos espaciais da luz. Figura retirada de [58].

de Laguerre-Gauss de primeira ordem

$$\varepsilon(\rho) = \cos\frac{\theta}{2} LG_+(\rho) + e^{i\phi} \text{sen}\frac{\theta}{2} LG_-(\rho), \quad (2.88)$$

onde o ângulo θ representa a contribuição de cada modo, ϕ é a fase relativa entre eles e LG_{\pm} são os modos de primeira ordem de LG para cargas topológicas de ± 1 .

Com base nessa correspondência, Padgett e Curial [61] propuseram um conjunto de parâmetros de Stokes e uma representação equivalente da esfera de Poincaré. Assim como os estados de polarização são descritos pelos parâmetros de Stokes pelas Eqs. (2.75) - (2.78), uma analogia para os modos transversais nos permite escrever os parâmetros de Stokes para a nova esfera como:

$$S_0 = I_{HG_0} + I_{HG_{90}} = I_{HG_{45}} + I_{HG_{135}} = I_{LG_+} + I_{LG_-} \quad (2.89)$$

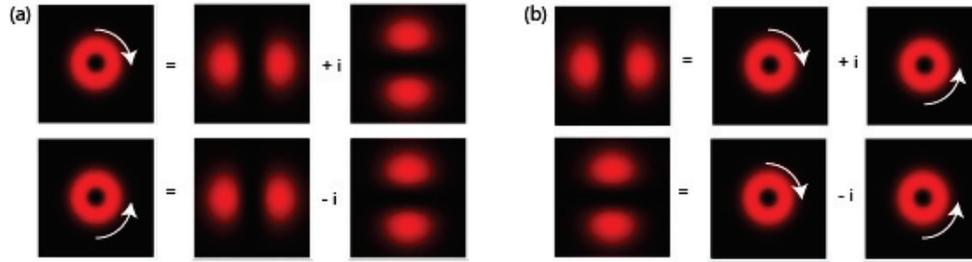


Figura 19 – Perfis transversais dos feixes de (a) Laguerre-Gauss na base Hermite-Gauss e (b) HG na base de LG.

$$S_1 = \frac{I_{HG_0} - I_{HG_{90}}}{I_{HG_0} + I_{HG_{90}}} \quad (2.90)$$

$$S_2 = \frac{I_{HG_{45}} - I_{HG_{135}}}{I_{HG_{45}} + I_{HG_{135}}} \quad (2.91)$$

$$S_3 = \frac{I_{LG_+} - I_{LG_-}}{I_{LG_+} + I_{LG_-}}, \quad (2.92)$$

onde I_{HG_α} diz respeito a intensidade do modo Hermite-Gaussiano com $m = 1$ e $n = 0$ a um ângulo α , enquanto $I_{LG_{\pm 1}}$ é a intensidade do modo Laguerre-Gaussiano com carga topológica $l = \pm 1$ e $p = 0$. Também iremos normalizar a intensidade do feixe para $S_0 = 1$. Escrevendo todas as intensidades como o módulo quadrado da função correspondente ao seu modo, e expandindo-as em termos dos modos de Laguerre-Gauss [62, 63] com $l = \pm 1$ e $p = 0$, podemos mostrar que:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1. \quad (2.93)$$

Na Figura 20 podemos ver uma comparação entre a esfera de Poincaré para estados de polarização de um feixe de luz monocromático com a representação equivalente para os modos transversais de primeira ordem. A esfera de Poincaré para polarização foi construída a partir de um estado arbitrário dado pela superposição entre dois modos de polarização circulares, direita e esquerda. Analogamente, a esfera para os modos transversais é construída por um estado dado pela superposição entre modos de LG orientados para direita e para esquerda, ou ainda, entre os modos de LG com $l = 1$ e $l = -1$ respectivamente, representado pela Eq. (2.88). Os ângulos θ e ϕ nessa equação representam as coordenadas angulares na superfície da esfera de Poincaré para os modos transversais. Por conveniência, vamos nos referenciar a essa esfera como esfera dos modos de primeira ordem. Vale ressaltar que superposições de LG_+ e LG_- geram feixes estruturalmente estáveis, ou modos, de ordem $N = 1$. Deste modo, todos os pontos da esfera dos modos transversais de primeira ordem correspondem a um modo de ordem 1, assim como todo modo de ordem 1 corresponde a um ponto na esfera.

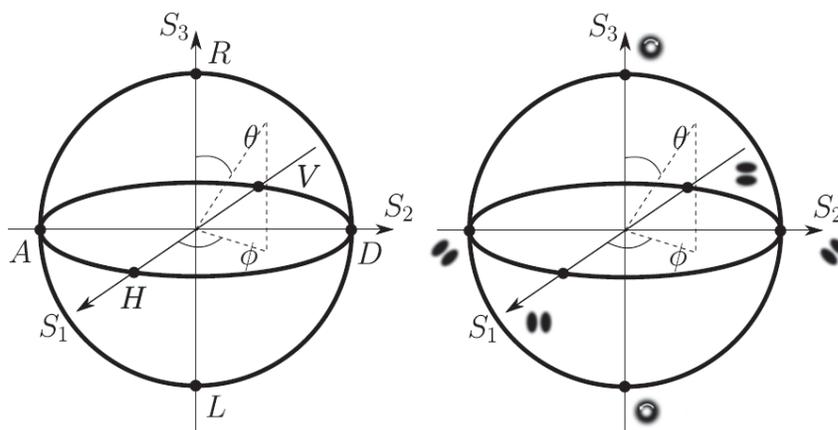


Figura 20 – Equivalência entre a esfera de Poincaré para polarização e a esfera dos modos transversais de primeira ordem.

3 IMAGEM DE ONDA AVANÇADA DE KLYSHKO NA CPDSTIM

3.1 INTRODUÇÃO

Correlações ópticas oriundas da conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) tem sido amplamente utilizadas para investigar experimentalmente aspectos fundamentais da mecânica quântica e para implementar protocolos de informação quântica, uma vez que fortes correlações são um indicativo de não-classicalidade. Estas correlações podem ser exploradas utilizando diversos graus de liberdade ópticos, e são medidas em nível de único fóton através da detecção dos pares de fótons da conversão paramétrica com analisadores de modo e eletrônica de coincidência.

A distribuição de contagem de coincidências $C(\phi_1, \phi_2)$ em um experimentos de dois fótons correlacionados, como a própria CPDE, é obtida a partir das projeções dos fótons 1 e 2 nos modos ópticos ϕ_1 e ϕ_2 . Essa quantidade é proporcional à probabilidade conjunta $P(\phi_1, \phi_2)$ de detecção deste par de fótons nestes modos. Dentre os graus de liberdade na qual os fótons da conversão paramétrica descendente podem exibir correlações, os modos transversais são tópicos de grande interesse, como neste caso em que as correlações dos dois fótons abrangem uma ampla gama de modos espaciais ϕ_1, ϕ_2 .

Embora a estrutura das correlações espaciais de dois fótons $P(\phi_1, \phi_2)$ possa ser complicada [64, 65, 66], Klyshko desenvolveu um método simples, introduzido em 1988, para descrever essas correlações quando considerada uma fonte de CPDE excitada por um fóton de bombeamento como uma onda plana [34]. Ao invés de considerar as detecções conjuntas não-locais que ocorrem em um experimento real de dois fótons, a imagem de onda avançada (IOA) de Klyshko é baseada em um cenário de preparação e medição. Neste cenário, o evento de detecção em um dos detectores é substituído por (ou pensado como) um evento de emissão. Então, no lugar de detectar um fóton (digamos, fóton 1) no modo espacial ϕ_1 , a IOA está efetivamente preparando um fóton com o modo espacial transversal ϕ_1 . Este esquema de preparar e medir é atribuído com a probabilidade condicional $P_{IOA}(\phi_2|\phi_1)$ de se detectar um fóton emitido com o modo espacial ϕ_2 depois de alguma propagação, dado que ele foi preparado com o modo espacial ϕ_1 . A IOA de Klyshko é construída de tal forma que a probabilidade de preparação e medição de um fóton único é igual a probabilidade conjunta de detecção do fóton 2 no modo espacial ϕ_2 , dado que seu fóton parceiro convertido descendentemente foi detectado no modo ϕ_1 : $P_{IOA}(\phi_2|\phi_1) = P(\phi_1, \phi_2)$. Baseando-se na preparação e medição de uma onda avançada, a IOA pode ser lançada em termos de um experimento óptico clássico na qual as intensidades detectadas de um campo óptico são proporcionais às probabilidades conjuntas da CPDE medidas no nível de fóton único.

Em 1994, Belinskii e Klyshko [33] analisaram teoricamente efeitos de difração

e imagem de dois fótons, onde as condições para a formação da imagem de dois fótons e difração foram previstas utilizando configuração de óptica clássica baseada na IOA. Essa foi uma interessante demonstração da utilização da IOA para projetar experimentos e prever resultados. Imagem e difração de dois fótons são efeitos ópticos observados na distribuição espacial da detecção conjunta dos modos ópticos da conversão paramétrica descendente, e dependem das correlações dos modos espaciais entre eles. Estes efeitos de dois fótons foram demonstrados experimentalmente alguns anos atrás em uma variedade de experimentos [67, 68, 69, 70, 71, 44].

Uma característica da IOA é que a onda avançada emitida da posição do detector 1 é análoga a reversão temporal do campo 1 descendente convertido, implicando que ele é emitido do detector em direção à fonte da CPDE. Então, "... a onda avançada é efetivamente refletida pelas frentes de onda do feixe de bombeamento dentro do cristal, por exemplo, o cristal fino funciona como um espelho para a onda avançada..."(Belinskii e Klyshko [33]). Por fim, a onda avançada refletida é propagada da fonte da CPDE até o detector 2, levando em conta todos os elementos ópticos no caminho, como indicado na Figura 21.

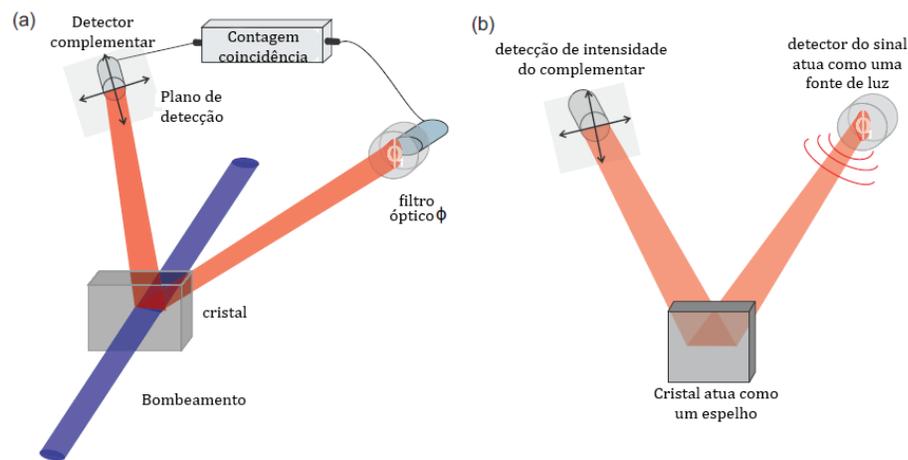


Figura 21 – (a) Cenário usual da CPDE e (b) imagem de onda avançada (IOA).

No trabalhos apresentados por Klyshko, o feixe de bombeamento é descrito por uma onda plana de tal modo que o cristal não-linear é simplesmente substituído por um espelho plano de tamanho transversal infinito. Neste caso, a lei de reflexão em uma superfície especular é responsável pelas perfeitas correlações do vetor de onda transversal entre os pares de fótons criados a partir do fóton do feixe de bombeamento com um vetor de onda bem definido. Esta análise foi estendida no contexto da IOA para o caso em que o feixe de bombeamento possa ser manipulado experimentalmente [70]. Ao passar o feixe de bombeamento por uma lente focalizadora antes do cristal, as frentes de onda no interior do cristal deixam de ser planas, então a aproximação de onda plana não pode ser mais utilizada. Deste modo, as curvaturas da fase do feixe

de bombeamento levam a um espelho curvo e transversalmente infinito. Através de medidas de imageamento, eles mostraram que as correlações de momento dos fótons podem ser reconstruídas a partir de um modelo simples padrão de imageamento com um espelho esférico no contexto da IOA. Mais recentemente, uma demonstração experimental da equivalência entre a imagem de dois fótons e a IOA foi realizada usando um sistema de coincidência baseada em câmera [72], e um experimento clássico de preparação e medida foi usado para prever as correlações de momento angular orbital na CPDE [73].

Na grande maioria dos experimentos de CPDE, o feixe de bombeamento é um feixe Gaussiano de ordem zero bem colimado (não varia o tamanho ao se propagar), que pode ser considerado teoricamente como uma onda plana. Embora esta aproximação se revele útil para compreender uma enorme variedade de fenômenos, foram realizados vários experimentos que exploram a estrutura espacial do feixe de bombeamento. Estes incluem o controle da interferência de dois fótons [74, 75, 76, 77, 31, 78], a manipulação de correlações no momento angular orbital [59, 79, 80], a criação de estruturas de vórtices ópticos [81, 82], a violação das desigualdades de Bell [83], o aumento do emaranhamento espacial [66, 84] e a exploração de correlações quânticas de ordens superiores [85, 86]. Entretanto, estes experimentos não utilizam o tratamento usual da IOA. Neste trabalho consideramos um experimento de conversão paramétrica descendente mais geral em que o feixe de bombeamento tem uma estrutura espacial arbitrária. Mostramos que a distribuição de coincidência de dois fótons pode ser comparada ao resultado da propagação da onda avançada através de um elemento óptico com perfil equivalente ao perfil do feixe de bombeamento. Neste tratamento, o cristal pode ser considerado como um modulador espacial de luz (SLM), onde tanto a fase quanto a amplitude são controladas pelos parâmetros do feixe de laser do bombeamento.

Com o intuito de ilustrar estes conceitos citados acima, estudamos a onda avançada de Klyshko na CPDStim para um feixe de bombeamento mais geral, diferentemente do caso ideal de um feixe de onda plana que havia sido considerado até então no caso espontâneo. De maneira análoga à interpretação da IOA na CPDE, o feixe complementar pode ser interpretado como a projeção do feixe sinal propagando no sentido contrário do detector em direção ao cristal e sendo refletido pelas frentes de onda do feixe de bombeamento, tornando isso uma ferramenta experimental de grande utilidade para alinhamento e projeção de experimentos que exploram correlações espaciais da CPDE.

Este tópico será organizado da seguinte maneira. Na seção 3.2 será derivada a equação que descreve a propagação de um campo óptico (amplitude espacial transversal) através de uma série de três dispositivos ópticos lineares na aproximação paraxial. Na seção 3.3 será demonstrada a amplitude da taxa de contagem de coincidências

para a CPDE, quando os fótons do sinal e complementar propagam através dos dispositivos ópticos. Mostramos que é isomórfica a amplitude do campo clássico derivado na seção 3.2, desde que um dos fótons seja projetado em um modo contendo o mesmo espectro angular que o campo de entrada clássico com uma fase conjugada. Na seção 3.4, derivamos a distribuição de intensidade do feixe complementar na CPDStim e fizemos uma conexão do modelo clássico da IOA com as medidas de coincidência, discutidas nas seções 3.2 e 3.3, respectivamente. Finalmente, na seção 3.5 fornecemos ideias de como a CPDStim e a IOA podem ser úteis para projetar experimentos de contagem de coincidência.

3.2 PROPAGAÇÃO DA ONDA PARAXIAL

Vimos que os feixes emitidos na CPDE e na CDPStim são feixes cujos perfis transversais variam muito lentamente conforme se propagam, e portanto são ditos feixes paraxiais. Vamos agora relacionar a propagação de um campo elétrico paraxial qualquer com o estado de dois fótons gerados pela CPDStim, após passarem através de dispositivos ópticos. Primeiramente vamos analisar a propagação do campo elétrico através de um sistema óptico linear, que pode ser descrita de uma maneira bem geral pela seguinte relação de entrada-saída [47]:

$$\Phi_{out}(q) = \int dq' H(q', q) \Phi_{in}(q'), \quad (3.1)$$

onde $\Phi(q)_{in}$ é o espectro angular do campo incidente e $H(q', q)$ é a função de impulso-resposta do dispositivo óptico no domínio do vetor de onda transversal, a qual daqui em diante será referida apenas como função transferência. O espectro angular de um campo pode ser obtido a partir da transformada de Fourier do perfil de amplitude do campo $\varepsilon(\rho)$, tal que:

$$\Phi(q) = \frac{1}{2\pi} \int d\rho \varepsilon(\rho) e^{-iq \cdot \rho}, \quad (3.2)$$

sendo $q = (k_x, k_y)$ as coordenadas transversais do vetor de onda e $\rho = (x, y)$ são suas coordenadas de posição conjugadas. Estas equações são integradas em todo espaço, ou seja, seus limites variam entre $-\infty$ e ∞ .

Vamos analisar três casos particulares que serão úteis neste trabalho. O primeiro é a propagação livre por uma distância z :

$$H_z(q', q) = \delta(q' - q) \exp \left[-i \frac{q^2}{2k} z \right], \quad (3.3)$$

onde $k = \sqrt{q^2 + k_z^2}$ é o número de onda e k_z é a componente z do vetor de onda k . Neste caso, ao integrarmos esta função de transferência na Eq. 3.1, resultará apenas no espectro angular inicial multiplicado por um fator de fase.

O segundo caso é uma máscara de fase e amplitude. Ela é descrita no espaço de posição pela função $T(\rho)$ relacionando o campo ε_+ imediatamente após a máscara ao campo ε_- imediatamente antes:

$$\varepsilon_+(\rho) = T(\rho)\varepsilon_-(\rho). \quad (3.4)$$

No espaço do momento transversal, esta equação é escrita em termos da função t , que é a transformada de Fourier de T :

$$\phi_+(q) = \int dq' t(q' - q)\phi_-(q'), \quad (3.5)$$

na qual $t(q' - q)$ é a máscara da função transferência.

Por fim, examinamos um sistema óptico composto por três subsistemas como indicado na Figura 22, onde, entre os dois subsistemas de função transferência arbitrária A e B , encontramos a máscara descrita pela Eq. (3.4). Após passar por estes três

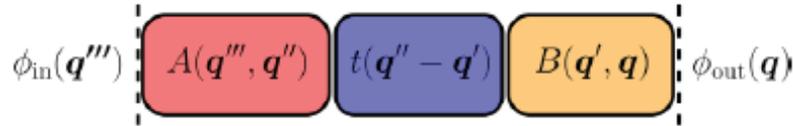


Figura 22 – Propagação paraxial através de dois sistemas ópticos arbitrários (A e B) e uma máscara de amplitude da função transferência t .

sistemas ópticos, o espectro angular do campo é descrito por

$$\phi_{out}(q) = \int dq' dq'' dq''' B(q', q)t(q'' - q')A(q''', q'')\phi_{in}(q'''), \quad (3.6)$$

e a amplitude de saída do nas coordenadas espaciais, a partir da transforma de Fourier, é dada então por

$$\varepsilon_{out}(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int dq dq' dq'' dq''' e^{iq \cdot \rho} B(q', q)t(q'' - q')A(q''', q'')\phi_{in}(q'''), \quad (3.7)$$

onde ϕ_{in} pode ser escrito em termos de ε_{in} , nos permitindo expressar o campo de saída em termos da transformação integral do campo de entrada. Esta Eq. (3.7) será de grande ajuda para construir a imagem de onda avançada tanto para o processo de conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) quanto para a estimulada (CPDStim). Note que A e B são funções transferência completamente arbitrárias que podem compreender uma propagação livre e também quaisquer possíveis modulações espaciais introduzidas por um subsistema óptico.

3.3 PROPAGAÇÃO DO ESTADO QUÂNTICO DE DOIS FÓTONS GERADOS PELA CPDE

Em contraste às Eqs. (3.6) e (3.7) que representam o espectro angular e a amplitude de um campo propagado através de alguns sistemas ópticos arbitrários,

vamos agora analisar como o estado do par de fótons gerados pela CPDE é afetado ao se propagar por estes sistemas ópticos, que nas aproximações monocromática, paraxial e de cristal fino, é dado pela Eq. (2.24):

$$|\psi(t)\rangle = \alpha |vac\rangle + \beta \int d\mathbf{q}_1 \int d\mathbf{q}_2 v(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) |\mathbf{q}_1, s_1\rangle |\mathbf{q}_2, s_2\rangle, \quad (3.8)$$

onde $|\mathbf{q}_i, s_i\rangle$ representa o estado de um único fóton em um modo com momento transversal \mathbf{q}_i e polarização s_i , sendo os índices $i = 1, 2$ relativos ao campo sinal e complementar respectivamente, e $v(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)$ é o espectro angular normalizado do feixe de bombeamento no plano de saída do cristal.

Podemos relacionar a probabilidade de detecção de dois fótons $P(\rho_1, \rho_2)$ em distintos detectores, nas posições ρ_1 e ρ_2 , com uma função $\Psi(\rho_1, \rho_2)$ a partir da função de correlação de quarta ordem [57], de modo que

$$P(\rho_1, \rho_2) \propto |\Psi(\rho_1, \rho_2)|^2 = |\langle 0|E_1(\rho_1)E_2(\rho_2)|\psi\rangle|^2 \quad (3.9)$$

onde

$$\Psi(\rho_1, \rho_2) = \langle 0|E_1(\rho_1)E_2(\rho_2)|\psi\rangle \quad (3.10)$$

representa a amplitude de probabilidade de um fóton ser aniquilado no detector da posição ρ_1 e outro no outro detector na posição ρ_2 . Em outras palavras, $\Psi(\rho_1, \rho_2)$ pode ser interpretada como a função de onda dos dois fótons, onde $E(\rho)$ é o operador de detecção para um fóton detectado na posição ρ . Deste modo, assumindo que o feixe de bombeamento na CPDE é suficientemente fraco tal que a produção de pares múltiplos de fótons seja insignificante, podemos então definir $\Psi(\rho_1, \rho_2)$ como o estado do par de fótons gerados na conversão.

Vamos supor que os fótons 1 e 2 se propagam através de um sistema óptico descrito pelas funções transferência H_1 e H_2 , como ilustrado na Figura 23(a). Vamos assumir também que o fóton 2 será detectado por um detector pontual. Neste caso o operador de detecção é

$$E_2(\rho_2) = \frac{1}{2\pi} \int dq_2 dq'_2 e^{iq'_2 \rho_2} H_2(q_2, q'_2) a_2(q_2), \quad (3.11)$$

onde o operador aniquilação $a_2(q_2)$ aniquila um fóton no modo óptico com componente de momento transversal q_2 . Considere agora que o fóton 1 é projetado no modo espacial ϕ . Existe um conjunto de estratégias permitindo este tipo de projeção. Um bom exemplo é a projeção sobre os modos de Laguerre-Gauss utilizando uma fibra óptica de um único modo e uma máscara holográfica [59]. Em todos os casos, a projeção no modo espacial ϕ pode ser realizada utilizando um seletor óptico de modos e uma fibra de único modo. O operador detecção neste caso é dado por $E_1(\rho_1) \rightarrow E_{1\phi}$, onde

$$E_{1\phi} = \int dq_1 dq'_1 H_1(q_1, q'_1) \phi^*(q'_1) a_1(q_1), \quad (3.12)$$

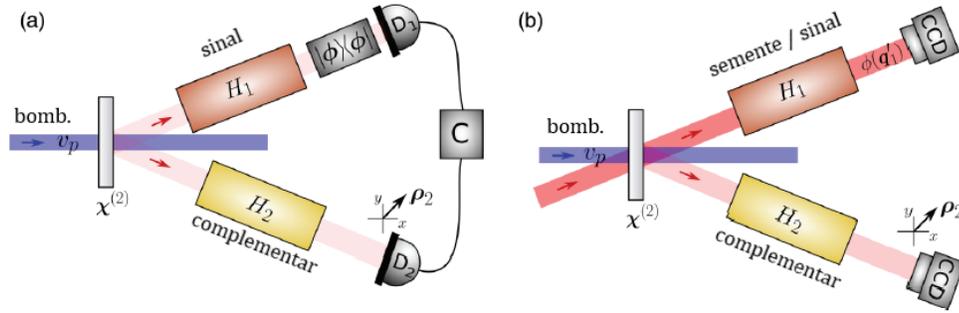


Figura 23 – (a) CPDE utilizando um laser de bombeamento com estrutura espacial. Os fótons convertidos pela CPDE viajam através dos sistemas ópticos H_1 e H_2 . O fóton 1 é projetado no modo espacial ϕ . (b) Num esquema similar da CPDStim, um feixe auxiliar é enviado na direção do sinal, estimulando a geração dos fótons do sinal nos modos do laser e dos fótons gêmeos conjugados no modo do complementar.

e $\phi(q)$ é o espectro angular do modo. Utilizando os operadores (3.11) e (3.12) em (3.10),

$$\Psi_{\phi}(\rho_2) = \langle 0 | E_{1\phi} E_2(\rho_2) | \psi \rangle, \quad (3.13)$$

a função de onda transversa dos dois fótons para um cristal fino se torna

$$\Psi_{\phi}(\rho_2) = \frac{1}{2\pi} \int dq_1 dq_2 dq'_1 dq'_2 v(q_1 + q_2) H_1(q_1, q'_1) H_2(q_2, q'_2) e^{iq'_2 \cdot \rho_2} \phi^*(q'_1). \quad (3.14)$$

A função de onda (3.14) se assemelha muito ao campo de saída (3.7). Isto é, a conversão paramétrica descendente dentro da presente aproximação é isomorfa a um sistema óptico clássico de entrada-saída no espírito da IOA.

Podemos identificar o espectro angular $v(q_1 + q_2)$ com a função transferência $v(q' - q'')$ de um elemento óptico tendo uma reflexão adicionada na coordenada q_2 . Portanto o estado de dois fótons da CPDE no caso onde um fóton é projetado num estado arbitrário $|\phi\rangle$ é equivalente ao sistema óptico mostrado na Figura 21. A estrutura espacial do feixe de bombeamento entra em jogo através do espectro angular v . Nesta analogia, o objeto de transmissão descrito por t é substituído por um objeto reflexivo dado pelo feixe de bombeamento atuando como um espelho $t(q' - q'') \rightarrow v(q' - q'')$ na posição do cristal.

3.4 EMISSÃO ESTIMULADA

Vamos analisar agora a conversão estimulada, que é obtida alinhando o feixe semente na direção do campo sinal, como ilustra a Figura 3.3 (b). Este procedimento aumenta a criação de fótons do sinal no modo da luz coerente (espacial, polarização e frequência) por emissão estimulada, o que conseqüentemente aumenta a criação de fótons do feixe complementar.

O estado produzido pelo processo estimulado, nas aproximações paraxial, monocromática e de cristal fino é dado pela Eq. 2.37:

$$|\psi\rangle = \alpha |v_s(\mathbf{q})\rangle |0\rangle + \beta \int dq_1 dq_2 v_b(q_1 + q_2) a^\dagger(q_1) |v_s(q)\rangle |q_2, s_2\rangle, \quad (3.15)$$

onde 1 e 2 são índices para o semente e complementar, respectivamente, $v_s(q)$ é o espectro angular do campo estimulador em $z = 0$ (no cristal), e $|v_s(q)\rangle$ é o estado coerente multi-modo correspondente na representação de modos contínuos (p. 565 na Ref. [39]).

A intensidade do feixe complementar a uma distância z do cristal e coordenadas transversais ρ_2 é dada pela função de correlação de segunda ordem

$$\mathcal{I}(\rho_2) = \langle E_2^{(-)}(\rho_2) E_2^{(+)}(\rho_2) \rangle, \quad (3.16)$$

onde $E_2^{(+)}(\rho_2)$ é o campo propagado através do sistema óptico de função transferência H_2 entre o cristal e o plano de detecção:

$$E_2^{(+)}(\rho_2) = \frac{1}{2\pi} \int dq'_2 dq_2 H_2(q'_2, q_2) a(q_2) e^{iq'_2 \cdot \rho_2}. \quad (3.17)$$

Deste modo, ao aplicar o operador $E_2^{(+)}(\rho_2)$ no estado produzido pela CPDStim dado pela equação (3.15), o operador de aniquilação atuando no vácuo vai a zero e então apenas o segundo termo da Eq. (3.15) contribui para a intensidade. Assim,

$$E_2^{(+)}(\rho_2) |\psi\rangle \propto \int dq' dq_1 dq_2 H_2(q_2, q') e^{iq' \cdot \rho_2} v_b(q_1 + q_2) a^\dagger(q_1) |v_s(q)\rangle |0\rangle \quad (3.18)$$

e portanto,

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(\rho_2) &\propto \int dq'' dq'_1 dq'_2 dq' dq_1 dq_2 H_2^*(q'_2, q'') H_2(q_2, q') \\ &\times e^{-i(q''-q') \cdot \rho_2} v_b^*(q'_1 + q'_2) v_b(q_1 + q_2) \\ &\times \langle v_s(q) | a(q'_1) a^\dagger(q_1) | v_s(q) \rangle. \end{aligned} \quad (3.19)$$

A relação de comutação entre os operadores criação e aniquilação $[a(q'_1), a^\dagger(q_1)] = \delta(q'_1 - q_1)$ nos leva a

$$\langle v_s(q) | a(q'_1) a^\dagger(q_1) | v_s(q) \rangle = \delta(q'_1 - q_1) + v_s^*(q_1) v_s(q'_1), \quad (3.20)$$

e então podemos separar a integral da Eq. (3.19) em duas partes:

$$\mathcal{I}(\rho_2) = \mathcal{I}_{esp}(\rho_2) + \mathcal{I}_{estim}(\rho_2) \quad (3.21)$$

A primeira parte, envolvendo $\delta(q'_1 - q_1)$, descreve a emissão espontânea, enquanto a segunda, que leva o termo $v_s^*(q_1) v_s(q'_1)$, representa o processo estimulado. Este simples e belo resultado foi obtido na Ref. [21] para propagação livre após o cristal.

Aqui, este resultado foi generalizado para qualquer função de transferência H_2 . Para provar esta afirmação, utilizamos o fato de que o espectro angular $v_b(q_1 + q_2)$ é a transformada de Fourier do perfil de amplitude $\varepsilon_b(\rho)$. Com isso, um cálculo direto nos fornece a expressão para o primeiro termo do lado direito da Eq. (3.21):

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{esp}(\rho_2) &\propto \int d\rho |\varepsilon_b(\rho)|^2 \\ &\times \left| \int dq'_2 dq_2 H_2(q_2, q'_2) e^{i(q'_2 \cdot \rho_2 - q_2 \cdot \rho)} \right|^2, \end{aligned} \quad (3.22)$$

que, com base no fato de não depender do perfil do feixe auxiliar, nos dá a intensidade total devido à emissão espontânea após a propagação por um sistema óptico de função de transferência H_2 . Vale notar que, no caso da propagação livre paraxial do cristal ao detector [Eq. (3.3)], a segunda linha na Eq. (3.22) se reduz a 1. Isso implica que a intensidade detectada após a propagação livre não contém informação da estrutura espacial do feixe de bombeamento, uma vez que o módulo quadrado do perfil do bombeamento ε_b é integrado sobre as coordenadas espaciais transversais.

O segundo termo no lado direito da Eq. (3.21) pode ser escrito como

$$\mathcal{I}_{estim}(\rho_2) \propto \left| \int dq'_2 dq_1 dq_2 H_2(q_2, q'_2) e^{iq'_2 \cdot \rho_2} v_b(q_1 + q_2) v_s^*(q_1) \right|^2, \quad (3.23)$$

que dá a intensidade devido a CPDStim. Nota-se que ele depende de $v_s^*(\rho)$, o espectro angular do feixe semente no plano do cristal. A contribuição da emissão estimulada pode ser muito mais forte do que a emissão espontânea se o feixe semente for suficientemente intenso. Tipicamente, poucos miliwatts são suficientes para produzir emissão estimulada 100 vezes maior que a emissão espontânea.

Para ver a relação entre a CPDStim e a IOA, notamos que a última equação é isomórfica à Eq. (3.7). De fato, se assumirmos que o espectro angular do campo auxiliar é preparado enviando um campo inicial $\phi^*(q'_1)$ de volta através de um sistema óptico representado pela função de transferência H_1 , ou seja, do detector do sinal em direção ao cristal, podemos substituir

$$v_s^*(q_1) = \int dq'_1 H_1^B(q'_1, q_1) \phi^*(q'_1) \quad (3.24)$$

na Eq. (3.23), onde H_1^B é a função transferência do sistema óptico H_1 na direção oposta (para trás, do detector ao cristal). Então, ficamos com

$$\mathcal{I}_{estim}(\rho_2) \propto \left| \int dq'_1 dq'_2 dq_1 dq_2 e^{iq'_2 \cdot \rho_2} \phi^*(q'_1) H_1^B(q'_1, q_1) v_b(q_1 + q_2) H_2(q_2, q'_2) \right|^2, \quad (3.25)$$

que tem a forma idêntica a Eq. (3.7). Portanto, conclui-se que a imagem de onda avançada, neste sentido, também é aplicável à conversão paramétrica descendente estimulada.

O campo de laser semente $v_s^*(q_1)$ pode ser adequadamente preparado utilizando um SLM, por exemplo, com o objetivo de auxiliar na preparação de experimentos com fótons gêmeos da CPDE. Mais ainda, pode ser útil para alinhamento, uma vez que você pode alinhar o aparato com o feixe semente e estimular o feixe complementar, que é tão intenso que você pode medir com uma câmera CCD (que não é tão cara), ou até mesmo a olho nu, dependendo do comprimento de onda. Assim que o aparato está alinhado, o feixe semente pode ser desligado para então realizar experimentos de contagem de coincidência.

Na próxima seção vamos apresentar alguns exemplos de como isso pode ser utilizado para experimentos ópticos.

3.5 EXPERIMENTOS COM EMISSÃO ESTIMULADA

Demonstramos a utilidade da conversão paramétrica descendente estimulada para projetar experimentos com emissão espontânea. Um esboço do aparato experimental está representado na Figura 24. Um laser de diodo oscilando a 405 nm bombeia um cristal não-linear. Nós trabalhamos numa configuração de casamento de fase não-colinear, com um pequeno ângulo entre o sinal e complementar, de aproximadamente 4° , e utilizamos filtros de interferência com 10 nm de largura de banda centrados em 780 nm (sinal) e 840 nm (complementar). Um outro laser de diodo (laser semente) com frequência de 780 nm é alinhado na direção do sinal e estimula a emissão tanto do sinal quanto do complementar. O bombeamento e o feixe semente podem ser modulados espacialmente, se necessário, a partir de uma reflexão em uma máscara de fase aplicada no SLM.

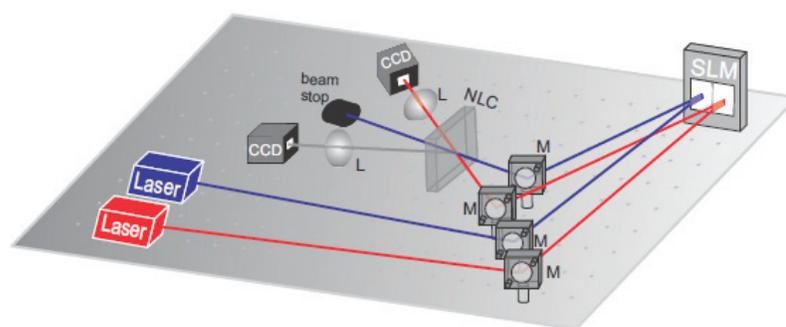


Figura 24 – Esquema geral do aparato utilizado para os experimentos de CPDStim.

A intensidade da emissão no campo complementar é fortemente elevada em comparação ao caso onde só há emissão espontânea, gerando um feixe com intensidade macroscópica cujo perfil transversal é detectado por uma câmera CCD, junto com uma pequena imagem de fundo oriunda da emissão espontânea. Na prática, nós podemos monitorar o perfil da emissão estimulada em tempo real, assim como o perfil transversal do feixe semente, que também é monitorado em uma câmera CCD.

3.5.1 Efeitos da Conjugação de Fase

O fenômeno físico por trás da IOA é a conjugação de fase. Para ondas dependentes do tempo, a conjugação de fase é equivalente a sua reversão temporal. Portanto, a onda avançada é exatamente a reversão temporal do feixe sinal. Na conversão descendente estimulada, a conjugação de fase é evidente na Eq. (3.23). É o conjugado do espectro angular do feixe semente que, junto com o bombeamento, determinam as propriedades do feixe complementar. Por exemplo, se o feixe de bombeamento possui uma distribuição de campo transversal plana, o feixe complementar irá propagar para frente como se fosse uma reflexão da onda avançada (sinal propagando para trás). De fato, com um perfil do bombeamento transversal plano, seu espectro angular tem um pico próximo de zero, $v_b(q_1 + q_2) = \delta(q_1 + q_2)$, e ainda, considerando a função transferência H_z representando a propagação livre sobre uma distância z , a Eq. (3.23) nos dá

$$I_{estim}(\rho_2) = \left| \int dq'_2 dq_2 H_z(q_2, q'_2) v_s^*(-q_2) e^{iq'_2 \cdot \rho_2} \right|^2, \quad (3.26)$$

onde o sinal negativo em $v_s^*(-q_2)$ indica a reflexão no espelho e a integração sobre q'_2 realiza a transformada de Fourier do espaço q para o espaço ρ .

Experimento. Na Ref. [23], os autores observaram os efeitos de conjugação de fase analisando a simetria das imagens transferidas dos feixes de bombeamento e semente para o complementar. Aqui, nós mostramos os efeitos de conjugação de fase observando a focalização do feixe complementar enquanto o feixe semente diverge, em contraste ao realizado em [70], onde os autores focalizaram o feixe de bombeamento. O esquema é ilustrado na Figura 25. O bombeamento é colimado (não varia a largura

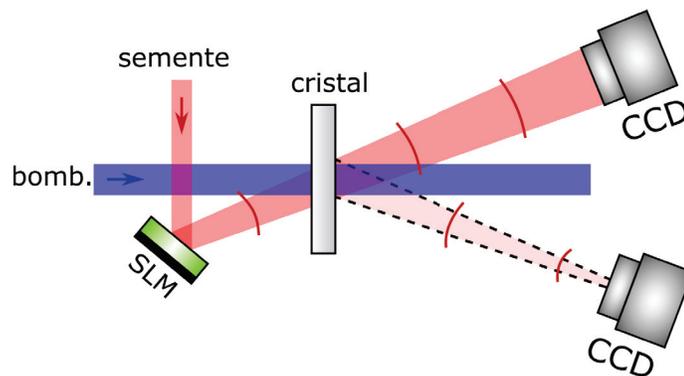


Figura 25 – Esquema experimental de conjugação de fase (bombeamento como onda plana).

do feixe ao se propagar) e então sua frente de onda e sua distribuição de amplitude são praticamente planas. O feixe semente é enviado ao SLM, onde uma lente divergente de comprimento focal variável é implementada, e seu perfil é monitorado com uma câmera CCD. Iniciamos com um comprimento focal muito grande, de tal maneira que o feixe

semente fique colimado. Neste caso, o feixe complementar tem o seu maior tamanho pontual. Conforme forçamos o feixe semente a divergir (trazendo o comprimento focal de $-\infty$ para zero), seu tamanho pontual na câmera aumenta. Conseqüentemente, o tamanho pontual do feixe complementar começa a diminuir. Isto é, pelo fato do feixe complementar reproduzir a onda avançada do feixe semente refletida por um espelho, seu tamanho pontual varia no sentido contrário do feixe semente. Se o feixe semente converge, o complementar diverge e vice-versa. Este comportamento foi observado e os resultados estão mostrados na Figura 26.

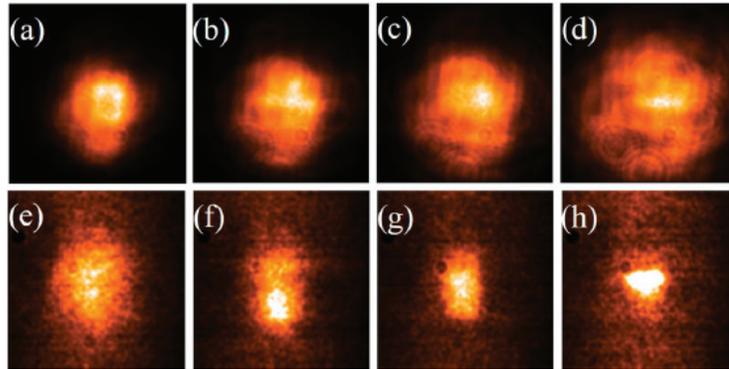


Figura 26 – Resultado experimental para conjugação de fase. (a)-(d) Aumento do tamanho pontual do feixe semente registrado na câmera CCD ao fazermos ele divergir. (e)-(h) Diminuição correspondente do tamanho pontual do complementar. No fundo das imagens é possível ver uma porção dos cones da emissão espontânea.

3.5.2 Modulação de Fase do Bombeamento: Transformada de Fourier Fracional

A transformada de Fourier fracional (TFFr) tem sido estudada no contexto de coincidência de imagens por diversos autores [87, 88, 89, 90, 91, 92, 93]. Nestes experimentos, os fótons descendentemente convertidos passam através de sistemas ópticos que são utilizados para implementar a TFFr. Aqui mostramos que a TFFr pode ser implementada na IOA pelo controle do feixe de bombeamento sozinho.

A TFFr é uma generalização da transformada de Fourier usual e é parametrizada por um ângulo α . Seu núcleo é dado por

$$F_{\alpha}(q, q') \propto \exp \left\{ \frac{i}{2} \left[\cotg \alpha (q^2 + q'^2) - 2 \frac{q' \cdot q}{\sen \alpha} \right] \right\}, \quad (3.27)$$

que transforma a função $\Psi(q)$ em uma função $\Phi(q')$. Aqui q e q' são variáveis adimensionais que podem ser representadas por diferentes eixos de coordenadas em um espaço de fase fotônico. Para $\alpha = \pi/2$, a Eq. (3.27) retorna a transformada de Fourier usual:

$$F_{\frac{\pi}{2}}(q, q') \propto \exp(-iq' \cdot q), \quad (3.28)$$

onde q e q' são conjugados canonicamente. Para $\alpha = \pi$, o núcleo da TFFr corresponde a

$$F_{\pi}(q, q') \propto \delta(q + q'), \quad (3.29)$$

onde q e q' vivem no mesmo espaço, que pode ser compreendido no contexto de óptica como um sistema de imagem.

Vamos agora retomar a função de onda (3.14) e considerar o feixe de bombeamento como um feixe Gaussiano com espectro angular dado, a menos de um fator de fase, por

$$v_b(q) = f_b(q) \exp\left(-i \frac{Z}{2K} q^2\right), \quad (3.30)$$

onde $K = 2\pi/\lambda_b$ é o número de onda do feixe de bombeamento, f_b é o envelope Gaussiano definido na posição da sua cintura, e $Z = Z_C - Z_0$ com Z_C e Z_0 sendo, respectivamente, as posições do cristal não-linear e a posição da cintura do feixe de bombeamento sobre o eixo de propagação. Para a implementação da TFFr, consideramos o caso especial em que os fótons do sinal e complementar são degenerados em frequência com um número de onda $k = 2\pi\lambda = K/2$, e propagado livremente pela mesma distância z entre o cristal e os planos de detecção correspondentes. Utilizando as funções transferência de propagação livre para o sinal e complementar dados pela Eq. (3.3), podemos escrever a função de onda de dois fótons nos planos de detecção como

$$\Phi(q_1, q_2) = f_b(q_1 + q_2) \exp\left\{-i \left[\frac{Z(q_1 + q_2)^2}{2K} + \frac{z(q_1^2 + q_2^2)}{2k} \right]\right\}, \quad (3.31)$$

A função de onda de dois fótons (3.31) tem uma estreita semelhança com o núcleo da TFFr dada pela Eq. (3.27). A identificação adequada entre eles requer a definição das variáveis adimensionais $\bar{q}_1 = sq_1$ e $\bar{q}_2 = sq_2$, com "s" sendo uma constante com dimensão de comprimento. Com isso, reescrevemos a Eq. (3.31) como

$$\Phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2) = f_b\left(\frac{\bar{q}_1 + \bar{q}_2}{s}\right) \exp\left\{-\frac{i}{2} \left[\frac{(\bar{q}_1^2 + \bar{q}_2^2)}{s^2} \left(\frac{Z}{K} + \frac{z}{k}\right) + 2\frac{\bar{q}_1 \cdot \bar{q}_2}{s^2} \frac{Z}{K} \right]\right\}, \quad (3.32)$$

Deste modo, podemos identificar o ângulo α de tal forma que

$$\frac{Z}{Ks^2} = \frac{1}{s \operatorname{sen} \alpha}, \quad \left(\frac{z}{k} + \frac{Z}{K}\right) \frac{1}{s^2} = -\operatorname{cotg} \alpha. \quad (3.33)$$

Utilizando as definições em (3.33), a função de onda de dois fótons propagada (3.31) em termos das variáveis adimensionais \bar{q}_1 e \bar{q}_2 pode ser escrita como função do termo de fase quadrática associada ao núcleo da TFFr dado pela Eq. (3.27):

$$\Phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2) = f_b\left(\frac{\bar{q}_1 + \bar{q}_2}{s}\right) F_{\alpha}(\bar{q}_1, \bar{q}_2). \quad (3.34)$$

Similarmente ao que foi discutido na Seção 3.3, consideramos o modo do fóton 2, $\Phi_\phi(q_2)$, produzido pela projeção do fóton 1 no modo espacial $\phi(q_1)$, como:

$$\Phi_\phi(\bar{q}_2) = \int d\bar{q}_1 \Phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2) \phi^*(\bar{q}_1/s), \quad (3.35)$$

onde $\Phi_\phi(\bar{q}_2)$ também pode ser visto como a amplitude de detecção de coincidências. Também iremos assumir que a função envelope do feixe de bombeamento f_b é muito mais ampla que a função do modo ϕ , tal que f_b se torna essencialmente um fator constante no integrando dado pela Eq. (3.35). Por fim, escrevemos a função do modo do fóton 2 como

$$\Phi_\phi(\bar{q}_2) \propto \int d\bar{q}_1 \phi^*(\bar{q}_1/s) F_\alpha(\bar{q}_1, \bar{q}_2) \propto \mathcal{F}_\alpha\{\phi^*(\bar{q}_1/s)\}, \quad (3.36)$$

onde $\mathcal{F}_\alpha\{\cdot\}$ denota a TFFr de ordem α . Concluimos então que função do modo que descreve o fóton 2 é dada pela TFFr do modo $\phi^*(q)$ na qual o fóton 1 é projetado. Similarmente, a amplitude de detecção do fóton 2, tal como na Eq. (3.14), pode ser escrita em termos da TFFr na representação de posição através da utilização de $\psi^*(\rho_1)$, que é a transformada de Fourier de $\phi^*(q)$:

$$\Psi_\phi(\bar{\rho}_2) \propto \int d\bar{q}_2 \Phi_\phi(\bar{q}_2) e^{i\bar{q}_2 \cdot \bar{\rho}_2} \propto \mathcal{F}_\alpha\{\psi^*(s\bar{\rho}_1)\}, \quad (3.37)$$

onde nós também definimos as variáveis adimensionais na representação de posição: $\bar{\rho}_i = \rho_i/s$ ($i = 1, 2$).

Com o objetivo de ganhar uma intuição quanto a ordem α da TFFr como função dos parâmetros experimentais, resolvemos as Eqs. (3.33) para chegar em

$$\cos\alpha = -\left(2\frac{Z}{Z_C} + 1\right), \quad (3.38)$$

que fornece α como função da posição longitudinal dos planos de detecção (z) e posição da cintura do feixe de bombeamento (Z) em relação ao cristal não-linear. Note que a Eq. (3.38) impõe uma restrição na razão z/Z para a implementação da TFFr sem lente. Primeiramente, notamos que se $Z = Z_C - Z_0 < 0$, por exemplo, o feixe de bombeamento deve ser convergente no cristal não-linear, pois a cintura do feixe está localizada após o cristal, como ilustrado na Figura 27. Isso está de acordo com a imagem de onda avançada desta implementação da TFFr: a curvatura de fase do bombeamento deve agir como um espelho côncavo para a onda avançada $\phi^*(q)$ "emitida" da posição do detector 1. Uma verificação cuidadosa da Eq. (3.38) fornece a prescrição sobre a localização da cintura do feixe de bombeamento dentro da faixa $Z_0 \geq Z_C + z$ para uma escolha particular de α . Por exemplo, trabalhando com $Z = -z$ temos que $\alpha = 0$, enquanto que com $Z = -2z$ temos $\alpha = \pi/2$ (a transformada de Fourier padrão). Num caso mais geral, um controle adequado da curvatura de fase do feixe de bombeamento nos permite uma implementação da TFFr sem lentes,

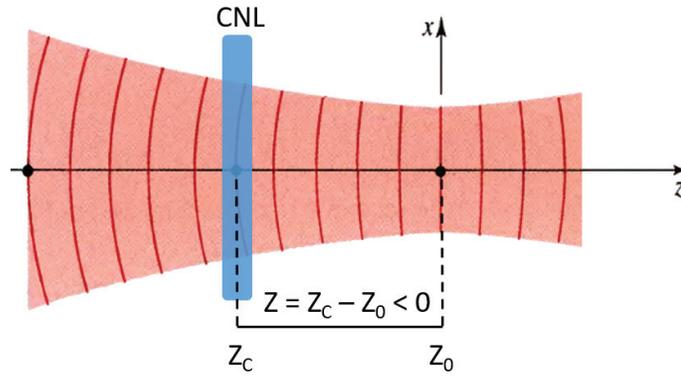


Figura 27 – Posição da cintura do feixe de bombeamento Z_0 em relação a posição do cristal não-linear Z_C . Vemos que para $Z = Z_C - Z_0 < 0$, a cintura do feixe de bombeamento está localizada após o cristal não-linear e, portanto, o feixe chega convergindo no cristal e então a curvatura da sua frente de onda no cristal terá um formato côncavo.

que tem aplicações em processamento de imagem e sinal [94]. Notamos que uma implementação da TFFr sem lentes foi realizada utilizando uma luz coerente e detecção de coincidências na Ref. [91], na qual a curvatura de fase do bombeamento não era relevante.

Um número de resultados anteriores e possíveis aplicações podem ser obtidas como casos especiais das Eqs. (3.37) e (3.38). Por exemplo, o experimento de imagens realizado por Pittman *et al.* [70]. é obtido da Eq. (3.37) escolhendo $\alpha = \pi$. Lembrando que $\phi^*(q)$ representa uma certa preparação do modo transversal da fonte de luz da IOA, sua transformada de Fourier é na verdade a imagem de alguma função de abertura (que implementa a filtragem de modo) colocada na frente do detector. Notamos que um efeito similar foi utilizado para otimizar a eficiência da coleta de pares na CPDStim [95].

A equivalência entre a IOA da CPDE [Eq. (3.14)] e a CPDStim [Eq. (3.23)] sugere que temos, para CPDStim,

$$I_{estim}(\rho_2) \propto |\Psi_\phi(s\rho_2)|^2, \quad (3.39)$$

onde Ψ_ϕ é dado pela Eq. (3.37) e representa a amplitude de detecção do feixe complementar dado que o modo do sinal ϕ^* é preparado com o laser estimulador de acordo com a Eq. (3.24).

Experimento. Vamos mostrar os efeitos da modulação de fase do perfil transversal do bombeamento na emissão estimulada realizando uma TFFr óptica do feixe semente, observado no perfil do feixe complementar. Considere que o espectro angular

$\phi(q)$ do campo é

$$\varepsilon(\rho) \propto \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{d-\delta}{2} < |x| < \frac{d+\delta}{2}, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.40)$$

que caracteriza a imagem de uma fenda dupla, centrada no ponto $x = 0$, com fenda de largura δ e separação d , como indicado na Figura 28. Para este tipo de fonte de IOA e realizando a TFFr das Eqs. (3.39), (3.40) e (3.2), nós esperamos ver as distribuições transversais variando entre o padrão de interferência usual da fenda dupla de Young quando o parâmetro $\alpha = \pi/2$ e a imagem da fenda dupla quando $\alpha = 0$. O parâmetro α da TFFr é variado a partir da mudança de curvatura da frente de onda do feixe de bombeamento. Nós realizamos esta variação da distância focal da lente através do SLM.

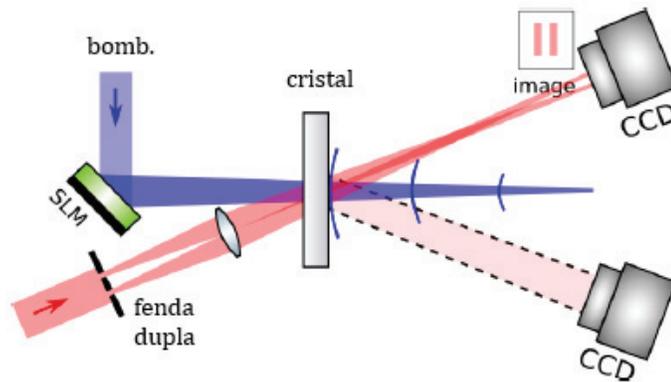


Figura 28 – Aparato experimental para transformada de Fourier fracional. A curvatura da frente de onda do feixe de bombeamento atua como uma lente, que realiza a TFFr na onda avançada do feixe semente.

A função ϕ é realizada pelo envio do feixe semente pela fenda dupla, na qual é imageada no plano de detecção por uma lente localizada entre a fenda dupla e o cristal. Os resultados são mostrados na Figura 29, que compara, para diferentes valores de α implementados, a intensidade observada do feixe complementar com a TFFr simulada da imagem do feixe semente. Assim, nossos resultados mostram que a curvatura do campo de bombeamento pode ser utilizada para implementar a TFFr óptica da amplitude espacial transversal do laser semente. Como a TFFr encontrou uso na filtragem e no processamento de sinais, nossos resultados podem ser interessantes para estes campos.

3.5.3 Modulação de Amplitude do Feixe de Bombeamento

É comum e intuitivo analisar os casos em que a estrutura do feixe de bombeamento é transferida para a taxa de contagem de coincidências, no caso CPDE, ou para a intensidade do feixe complementar no caso da CPDStim. Vamos considerar a

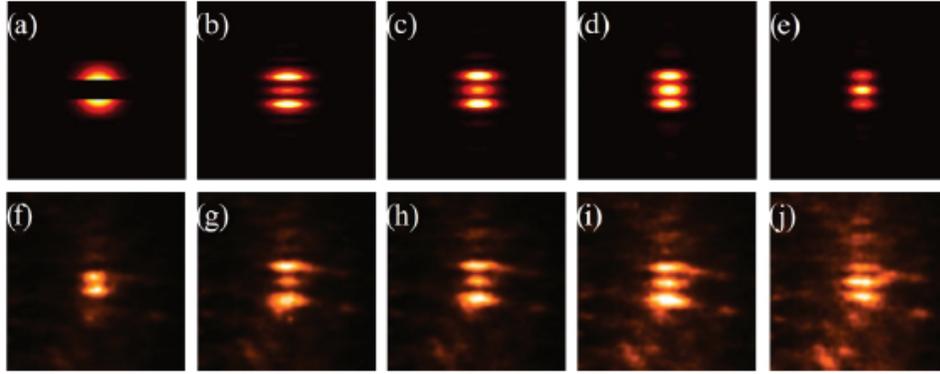


Figura 29 – Resultados experimentais da transformada fracional de Fourier. (a)-(e) TFFr calculada de um perfil Gaussiano bloqueado parcialmente por uma fenda dupla para diferentes valores de α (0, $0, 20\pi$, $0, 25\pi$, $0, 30\pi$ e $0, 35\pi$, respectivamente), utilizando as Eqs. (3.39), (3.40) e (3.2). (f)-(j) Perfis de intensidade do complementar mostrando a correspondentes implementações experimentais da TFFr.

situação em que o feixe de bombeamento se propaga através de alguma abertura de difração, que é imageada em um plano situado na distância z após o cristal. Suponhamos que as distâncias entre os planos de detecção e o cristal sejam z . Para este caso, foi mostrado na Ref. [44] que a taxa de contagem de coincidências na CPDE é dada por

$$C(\rho_1 = 0, \rho_2) \propto |\varepsilon_b(\rho_2/2, z)|^2, \quad (3.41)$$

onde ε_b é o perfil do campo do feixe de bombeamento a uma distância z do cristal e ρ_1 é fixado em zero. Na perspectiva da IOA, temos o detector do sinal atuando como uma fonte pontual localizada a uma distância z do cristal e $\rho_1 = 0$. No caso ideal, ignoramos os efeitos devido ao tamanho finito da abertura do detector. Ele emite uma onda avançada que, após a reflexão num espelho estruturado, adquire o espectro angular do bombeamento e propaga por uma distância z para formar a imagem dada por ε_b . A única diferença é que, devido ao diferente comprimento de onda, a imagem de coincidência é duas vezes maior que o perfil do bombeamento real, como pode ser visto pelo fator $1/2$ no argumento de ε_b .

O esquema equivalente para a conversão descendente estimulada é obtido pela substituição do detector pontual do sinal pelo laser semente focalizado em um plano a uma distância z do cristal. No plano do cristal, o laser semente terá o mesmo espectro angular que a onda avançada vinda da fonte pontual, negligenciando os efeitos devido ao tamanho finito do laser no plano focal. Aproximando o espectro angular do laser semente no plano do cristal por uma onda plana, com $v_s(q) = \delta(q)$, a Eq. (3.23) se

torna

$$I_{estim}(\rho_2) \propto \left| \int dq_2 v_b(q_2) \exp \left[i \left(q_2 \cdot \rho_2 - \frac{q_2^2}{2k_2} z \right) \right] \right|^2 \quad (3.42)$$

$$= |\varepsilon_b(\rho_2, z)|^2. \quad (3.43)$$

Comparando as Eqs. (3.41) e (3.43), podemos ver que em ambos os casos o espectro angular do feixe de bombeamento é transferido e, após a propagação, a mesma imagem do bombeamento é medida no lado do feixe complementar. A única diferença é o fator de escala de 2 que aparece apenas no argumento de ε_b na Eq. (3.41) para o caso espontâneo.

Experimento. Apresentamos aqui um caso levemente diferente, onde um obstáculo (um fio fino na horizontal e/ou na vertical) é colocado na frente do bombeamento (como ilustrado na Figura 30) e é imageado no plano do cristal com um sistema de imageamento $4f$ [47]. Desta maneira, quando o feixe de bombeamento chega no cristal, sua amplitude mostra exatamente o formato do obstáculo e temos então um feixe de bombeamento com uma amplitude puramente modulada.

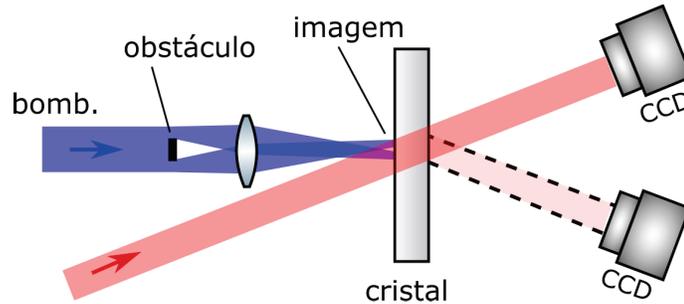


Figura 30 – Esquema experimental para o bombeamento com amplitude modulada, onde o perfil de amplitude do bombeamento é transferido para o complementar, dado um feixe semente com perfil plano.

O feixe semente é colimado e enviado ao cristal. A intensidade do complementar é então resultado da onda avançada propagando para trás do detector ao cristal, "refletindo" na amplitude modulada do bombeamento e propagando em direção ao plano de detecção. Em nosso experimento em específico, o plano de detecção é aproximadamente 30 cm para trás do cristal, o que significa que a onda avançada passa por alguma difração antes da detecção.

Os resultados das intensidades do feixe estimulado são mostrados na Figura 31, que exhibe aproximadamente o mesmo formato do obstáculo em frente ao bombeamento. A verificação da Eq. (3.43) é então realizada pela observação do acordo qualitativo entre as medidas de $|\varepsilon_b(\rho_2, z)|^2$ e $I_{estim}(\rho_2)$.

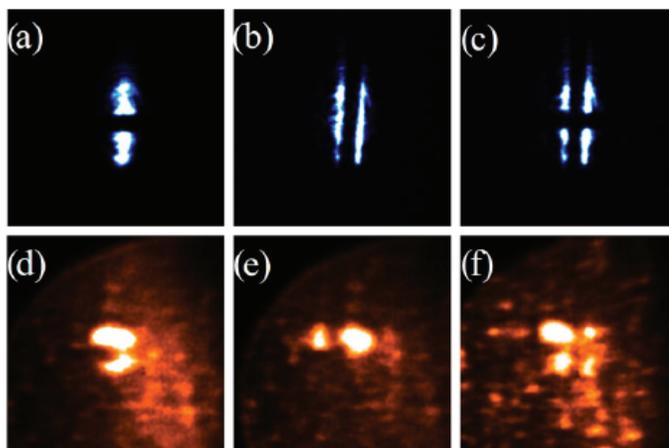


Figura 31 – Resultados experimentais para o bombeamento com amplitude modulada. O perfil de intensidade do feixe de bombeamento no plano do cristal é mostrado quando colocamos um (a) fio na horizontal, (b) na vertical, (c) e dois fios cruzados. De (d) a (f), podemos ver os perfis de intensidade correspondentes que reproduzem a modulação de amplitude do bombeamento.

3.5.4 Projetando Experimentos de CPDE utilizando a CPDStim

Uma questão relacionada ao projeto e realização de experimentos envolvendo pares de fótons e efeitos espaciais transversais se concentra na medida dos padrões de coincidência. A primeira abordagem que tem-se em mãos é uma varredura com os detectores de fótons por todo plano de detecção usando pequenos pinholes (furos) ou fibras ópticas de modo a reconstruir a estrutura espacial condicional. Essa tarefa pode consumir muito tempo e se tornar proibitiva se for necessário seguir um procedimento iterativo para alinhar ou otimizar os parâmetros da configuração. A segunda possibilidade é usar câmeras CCD intensificadas que permitam a medição direta de todo o padrão de coincidência de dois fótons [96, 97]. No entanto, embora seja mais eficiente do que a varredura, também requer algum tempo devido ao fraco fluxo de fótons na conversão descendente paramétrica espontânea, além de outras limitações técnicas desses dispositivos. Propomos e demonstramos aqui uma abordagem alternativa usando a IOA aplicada à emissão estimulada para testar e alinhar tais configurações experimentais

Vamos utilizar os resultados discutidos na Seção 3.5 para exemplificar o uso da CPDStim para projetar experimentos com CPDE. Realizamos um experimento onde um objeto opaco foi utilizado para modular a amplitude do laser de bombeamento no cristal. Isso foi feito de tal maneira que a imagem do objeto foi formada em um plano situado a uma distância z depois do cristal, onde foi assumido que a distância entre os planos de detecção e o cristal também são z . O laser estimulador também foi focalizado no plano de detecção, de tal forma que o espectro angular do feixe semente no plano

de detecção é o mesmo que uma onda avançada vindo de uma fonte pontual. Como resultado, o perfil de intensidade do feixe complementar estimulado a uma distância z do cristal adquiriu o mesmo formato do laser de bombeamento a uma distância z do cristal.

Agora, a versão com CPDE é facilmente obtida desligando o laser semente e detectando o feixe do sinal de forma que sua onda avançada reproduza a propagação do laser semente para trás do cristal. Como o laser semente foi apenas focalizado no plano de detecção, então o esquema de detecção correspondente para o feixe de sinal é utilizar um pequeno orifício na frente do detector situado a uma distância z do cristal. Como resultado, o perfil transversal de coincidência obtido na varredura do detector do complementar, também em um plano situado a uma distância z do cristal, reproduzirá o perfil da intensidade do feixe de bombeamento no plano situado a uma distância z do cristal. Isto é exatamente o que as medições na Figura 31 ilustram para a intensidade da CPDStim.

Os resultados apresentados nesta seção foram publicados na Ref. [98]

3.6 CONCLUSÃO

A imagem de onda avançada de Klyshko é uma ferramenta muito útil para a compreensão e projeção de experimentos de coincidência de dois fótons. Aqui estudamos a imagem de onda avançada considerando um feixe de bombeamento estruturado espacialmente tanto no contexto da conversão paramétrica descendente espontânea quanto para a estimulada. Mostramos que, quando o espectro angular do feixe de bombeamento é preparado adequadamente, ele trabalha de maneira análoga a um modulador espacial de luz, ao invés de apenas um simples espelho como descrito na versão original da imagem de onda avançada. Isso permite uma variedade de aplicações interessantes em imageamento quântico e na preparação de fótons emaranhados espacialmente. Embora o IOA tenha encontrado amplo uso na análise de experimentos de coincidência de dois fótons na CPDE, aqui ele foi aplicado a CPDStim. Vinculando a imagem de onda avançada, tipicamente utilizada em análises de correlação na CPDE, à CPDStim, que pode ser observada usando uma câmera CCD simples ou mesmo a olho nu, sugere-se que a CPDStim possa ser utilizada para ajudar a projetar, construir e alinhar experimentos de CPDE. Discutimos como a transformada fracional de Fourier pode ser realizada em um cenário de imagem quântica usando a curvatura de fase do laser de bombeamento como lente e apresentamos uma implementação experimental usando a CPDStim. Também mostramos como a imagem de onda avançada aplicada aos casos espontâneos e estimulados descreve a transferência do espectro angular do bombeamento para os campos descendentemente convertidos. Acreditamos que este estudo possa ser útil na manipulação das correlações espaciais de fótons gêmeos a partir da conversão paramétrica descendente em diversas aplicações, bem como no

projeto e alinhamento de experimentos de coincidência.

4 CONVERSÃO DE MODOS NA CPDSTIM COM MOMENTO ANGULAR ORBITAL

Nas seções anteriores, vimos que as propriedades espaciais transversais dos feixes de luz envolvidas na CPDStim são de grande interesse físico, uma vez que os espectros angulares do feixe de bombeamento e do feixe semente são transferidos para o feixe complementar. Com os avanços na área, surge a possibilidade de preparação de pares emaranhados em diferentes graus de liberdade, como o momento angular orbital (MAO) da luz, que tem se tornado um importante objeto de pesquisa nos últimos anos devido a sua vasta aplicabilidade em diversas áreas como comunicação clássica e quântica, imageamento, pinças ópticas, termodinâmica quântica, informação quântica, entre outros [99]. Interessantemente, a conservação do MAO também foi observada experimentalmente nos processos espontâneo [79] e estimulado [22], porém a interpretação em termos da IOA não é levada em consideração. É importante enfatizar que essa conservação só é respeitada dentro das aproximações paraxial e de cristal fino, introduzidas no capítulo 2. A primeira é a aproximação utilizada para descrever o modelo da conversão paramétrica responsável pela transferência do espectro angular dos feixes envolvidos, onde o momento angular carregado pela onda eletromagnética pode ser separada em sua parte intrínseca, associada a polarização, e sua parte angular associada à estrutura de fase transversal do feixe. A segunda aproximação é essencial pois a não-conservação do momento angular orbital é diretamente proporcional ao comprimento do cristal, e portanto, sem essa aproximação a conservação nunca iria ocorrer [79].

Neste tópico iremos demonstrar um experimento de CPDStim com a abordagem da IOA de Klyshko na qual o feixe de bombeamento é preparado em um modo Gaussiano e o sinal é alimentado por um feixe semente preparado em uma superposição geral de modos de Laguerre-Gauss (LG) de primeira ordem. Veremos que o conjunto de tais superposições nos permite uma simples representação geométrica em uma esfera de Poincaré, onde cada ponto da sua superfície corresponde a uma específica superposição coerente de modos de primeira ordem. Mostramos que, devido à conjugação de fase, os pontos representando o sinal e o complementar na esfera de Poincaré são reflexões especulares um do outro em relação ao plano equatorial da esfera. Estes resultados são equivalentes aos obtidos nas Refs. [100, 101] para um oscilador paramétrico óptico (OPO). O acoplamento de modos para o processo com e sem cavidade são muito diferentes devido às restrições impostas pelos espelhos da cavidade e sua geometria. Ainda fizemos uma comparação entre estes dois processos.

4.1 TEORIA

Nos capítulos anteriores vimos que a intensidade do feixe complementar em função de sua posição transversal é diretamente proporcional à amplitude do campo de

bombeamento e da amplitude de fase conjugada do campo sinal, como demonstrado na Eq. (2.39),

$$I(\rho_c) \propto \left| \int d\rho \varepsilon_b(\rho) \varepsilon_s^*(\rho) e^{i(|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z})} \right|^2. \quad (4.1)$$

Na sequência, mostramos que é possível aplicar o conceito de imagem de onda avançada de Klyshko da CPDE, também na conversão paramétrica descendente estimulada, cuja distribuição de momento transversal de intensidade é dada pela Eq. (3.25),

$$\mathcal{I}_{estim}(\rho_c) \propto \left| \int dq'_s dq'_c dq_s dq_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} \phi^*(q'_s) H_S^B(q'_s, q_s) v_b(q_s + q_c) H_C(q_c, q'_c) \right|^2, \quad (4.2)$$

onde podemos interpretar que a intensidade do feixe complementar é dada pela preparação do feixe semente na posição de seu detector $\phi^*(q'_s)$, que é enviada pelo caminho contrário passando através de um sistema óptico $H_S^B(q'_s, q_s)$ em direção ao cristal, que pode ser uma lente ou propagação livre por exemplo. Ou melhor, o feixe complementar é preparado a partir da onda avançada do sinal sendo refletida pela frente de onda do feixe de bombeamento no plano do cristal. Com estes resultados, mostramos que a IOA justifica o efeito de conjugação de fase entre o sinal e o complementar e também descreve a transferência do espectro angular do feixe de bombeamento para os campos convertidos.

Agora, nesta seção, vamos mostrar a conjugação de fase e a conversão de modos na CPDStim utilizando feixes de luz que possuem momento angular orbital (MAO). Vamos considerar o caso em que as funções transferência $H_C(q_c, q'_c)$ e $H_S^B(q'_s, q_s)$ em que os feixes complementar e semente se propagam, respectivamente, são descritas pela propagação livre através da Eq. (3.3). Também vamos considerar que o bombeamento é feito por um feixe bem colimado cujo espectro angular é fortemente centrado em $\mathbf{q} = 0$, tal que $v_b(q_s + q_c) = \delta(q_s + q_c)$, levando a Eq. (4.2) a seguinte forma,

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(\rho_c) &\propto \left| \int dq_s dq_c e^{-i \frac{q_c^2}{2k_c} z_c} e^{iq_c \cdot \rho_c} \delta(q_s + q_c) e^{i \frac{q_s^2}{2k_s} z_s} \phi_s^*(q_s) \right|^2 \\ &\propto \left| \int dq_c e^{iq_c \cdot \rho_c} e^{-i \frac{q_c^2}{2} \left(\frac{z_c}{k_c} + \frac{z_s}{k_s} \right)} \phi_s^*(-q_c) \right|^2, \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde o espectro angular do sinal pode ser escrita em termos de sua amplitude espacial via transformada de Fourier

$$\phi_s^*(q_s) = c \int d\rho_s \varepsilon_s^*(\rho_s) e^{iq_s \cdot \rho_s}, \quad (4.4)$$

com $\phi_s(q_s) = \phi_s(-q_c)$, evidenciando que o espectro angular do feixe complementar pode ser compreendido em termos da IOA a partir de uma reflexão do feixe sinal no

cristal propagado no sentido contrário. Assim,

$$\mathcal{I}(\rho_C) \propto \left| \int d\rho_S \varepsilon_S^*(\rho_S) \int dq_C \exp \left\{ i \left[q_C \cdot (\rho_C - \rho_S) - \frac{q_C^2}{2} \left(\frac{z_C}{k_C} + \frac{z_S}{k_S} \right) \right] \right\} \right|^2, \quad (4.5)$$

$$\mathcal{I}(\rho_C) \propto \left| \int d\rho_S \varepsilon_S^*(\rho_S) \exp \left[i |\rho_C - \rho_S|^2 \frac{k_C}{2Z_0} \right] \right|^2, \quad (4.6)$$

onde

$$\frac{1}{Z_0} = \frac{1}{\frac{k_S}{k_C} z_S + z_C}. \quad (4.7)$$

Essa integral nada mais é do que a propagação paraxial livre do campo $\varepsilon_S^*(\rho_S)$ da posição do cristal $z = 0$ até a distância $z = Z_0$ com componente de onda transversal q_C , dando sustentação ao conceito da IOA aplicada também na CPDStim. Vamos agora analisar qual a implicação desta equação na conservação do momento angular orbital.

4.2 CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR ORBITAL

É bem conhecido da CPDE que a conservação do momento angular orbital implica na relação $l_b = l_s + l_c$, onde l se refere a carga topológica dos feixes com índices b , s e c , correspondentes ao bombeamento, sinal e complementar respectivamente. Deste modo, ao bombear a emissão espontânea com um modo Gaussiano, ou $l_b = 0$, os feixes produzidos devem então possuir cargas topológicas de mesmo módulo e sentidos opostos e temos então que $l_c = -l_s$. Esta relação de preservação também ocorre nos casos em que o feixe de bombeamento possui momento angular orbital diferente de zero.

Na CPDStim, a mesma relação também é preservada. No caso onde $l_b = 0$, o feixe sinal será estimulado no mesmo modo do feixe semente e o feixe complementar terá a carga no sentido contrário. A Figura 32 (a) é um esboço dessa relação. No contexto da imagem de onda avançada de Klyshko, o evento de detecção do feixe sinal é trocado por um evento de emissão da projeção do feixe sinal com MAO l_s , que adquire um fase ao refletir no cristal e propaga até o detector do feixe complementar, como pode ser visto na Figura 32 (b). De fato, a Eq. (4.6) foi obtida exatamente para este caso, ou seja, para um feixe de bombeamento plano sem MAO e com as funções transferência H_s e H_c representando a propagação livre. Se preparamos o sinal como sendo $\varepsilon_S(\rho) = LG_{0,l}(\rho)$, um modo de Laguerre-Gauss com índice radial $p = 0$ e momento angular l , da Eq. (4.6) temos então que a intensidade do feixe complementar é dada por

$$\mathcal{I}(\rho_C) \propto \left| \int d\rho LG_{0,l}^*(\rho) \exp \left[i |\rho_C - \rho|^2 \frac{k_C}{2Z_0} \right] \right|^2. \quad (4.8)$$

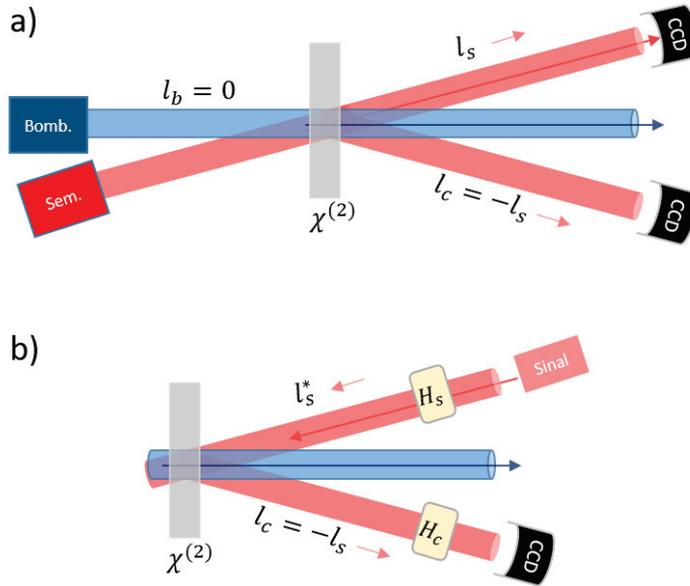


Figura 32 – (a) Ilustração experimental da conservação de MAO na CPDStim no caso em que $l_b = 0$. (b) IOA na CPDStim: o evento de detecção do sinal é substituído por um evento de emissão do feixe sinal com $l_s \neq 0$ do detector e é refletido pelas frentes de onda do bombeamento no cristal, onde adquire uma fase que inverte o sinal do MAO, tal que $l_c = -l_s$.

Sabendo que os modos de LG são invariantes sob propagação paraxial livre, a menos de um fator a que depende da cintura do feixe inicial e da distância de propagação, ficamos com

$$\mathcal{I}(\rho_c) \propto \left| LG_{0,l}^*(a\rho_c) \right|^2 = \left| LG_{0,-l}(a\rho_c) \right|^2. \quad (4.9)$$

Este resultado mostra que a intensidade transversal do feixe complementar é diretamente proporcional a propagação da onda avançada do sinal e o momento angular orbital do processo de conversão é preservado, onde $l_c = -l_s$. Ou seja, ela pode ser compreendida a partir da conjugação de fase do feixe complementar em relação ao sinal, uma vez que um modo de LG com $l = 1$ se comporta como um feixe de LG com $l = -1$ propagando-se para trás.

A transferência de MAO também ocorre no caso em que a carga topológica no processo de interação é oriunda do feixe de bombeamento. Neste caso, partindo da Eq. (4.2) com o feixe semente dado por uma onda plana $\phi_s^*(q_s) = \delta(q_s)$ com $l = 0$ e as funções transferências dadas por propagações livres, a intensidade do feixe complementar em termos da IOA passa a ser dada por

$$\mathcal{I}(\rho_c) \propto \left| \int dq_s dq_c e^{-i\frac{q_c^2}{2k_c} z_c} e^{iq_c \cdot \rho_c} v_b(q_s + q_c) e^{i\frac{q_s^2}{2k_s} z_s} \delta(q_s) \right|^2 \propto \left| \int dq_c v_b(q_c) e^{i\left(q_c \cdot \rho_c - \frac{q_c^2}{2k_c} z_c\right)} \right|^2$$

$$\mathcal{I}(\rho_c) = \left| \varepsilon_b(\rho_c, z_c) \right|^2. \quad (4.10)$$

Deste modo, seja o feixe de bombeamento preparado com um modo de LG com $l_b = l$, ou melhor, $\varepsilon_b(\rho) = LG_{0,l}(\rho)$, temos que

$$\mathcal{I}(\rho_c) = |LG_{0,l}(a\rho_c)|^2, \quad (4.11)$$

portanto, dada a relação de conservação da carga topológica total $l_b = l_s + l_c$, se o MAO vem do bombeamento com $l_b = l$, o feixe complementar terá seu MAO mudado para $l_c = l$. Mas se a carga vem do feixe semente com $l_s = l$, então o MAO do feixe complementar muda para $l_c = -l$.

4.3 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA: ESFERA DE POINCARÉ

De maneira similar à Esfera de Bloch, utilizada como uma representação geométrica do espaço de estados puros de um qubit [55], a esfera de Poincaré é uma ferramenta gráfica muito útil para ilustrar os diferentes tipos de luz polarizada. Cada ponto na esfera representa um tipo de polarização (linear, circular e elíptica) de tal forma que podemos visualizar dinâmicas unitárias do sistema como uma trajetória em sua superfície. No Capítulo 2.3.3 vimos que podemos fazer uma analogia entre os modos de polarização com os feixes Gaussianos, onde os modos de polarização linear correspondem à primeira ordem dos modos de Hermite-Gauss e os modos de polarização circulares correspondem à primeira ordem dos modos de Laguerre-Gauss [61]. A Figura 20 retrata a esfera de Poincaré para os modos Gaussianos descritos acima, onde o ângulo θ em (4.12) desempenha o papel do ângulo polar em coordenadas esféricas, enquanto ϕ corresponde ao ângulo azimutal.

Esta analogia nos fornece uma representação geométrica onde as trajetórias na esfera são associadas à conversão de modos. Na Ref. [100], as conversões de modo foram analisadas teoricamente para um OPO e interpretada em termos da esfera de Poincaré. Foi mostrado que o feixe complementar é descrito por um ponto na esfera que é a reflexão especular do sinal em relação ao plano equatorial. Uma demonstração experimental deste efeito foi realizada recentemente em [101]. As equações (4.15) e (4.16) nos mostram que este mesmo efeito pode ser observado no processo de conversão paramétrica descendente estimulada sem a presença de uma cavidade. A principal diferença entre o OPO e a CPDStim se dá no acoplamento de modos no processo paramétrico. Enquanto na CPDStim, apenas as condições de casamento de fase e a sobreposição de modos governam o acoplamento de modos, no OPO existem restrições adicionais impostas pelos espelhos da cavidade, além de que a sua geometria pode aumentar ou diminuir a força do acoplamento.

Para isso, vamos analisar o caso em que o campo auxiliar é preparado como uma superposição de modos coerentes de Laguerre-Gauss de primeira ordem [47],

$$\varepsilon_s(\rho) = \cos\frac{\theta}{2} LG_+(\rho) + e^{i\phi} \sin\frac{\theta}{2} LG_-(\rho) \quad (4.12)$$

onde o ângulo θ representa o peso de cada modo, ϕ é a fase relativa entre eles e LG_{\pm} são os modos de primeira ordem de LG para cargas topológicas de ± 1 . Substituindo em (4.6),

$$\mathcal{I}(\rho_c) \propto \left| \int d\rho \left[\cos\frac{\theta}{2} LG_+(\rho) + e^{i\phi} \sin\frac{\theta}{2} LG_-(\rho) \right]^* \exp \left[i|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2Z_0} \right] \right|^2, \quad (4.13)$$

que após a integração sobre a propagação livre,

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(\rho_c) &\propto \left| \cos\frac{\theta}{2} LG_-(a\rho_c) + e^{-i\phi} \sin\frac{\theta}{2} LG_+(a\rho_c) \right|^2 \\ &= \left| \cos\frac{\pi-\theta}{2} LG_+(a\rho_c) + e^{i\phi} \sin\frac{\pi-\theta}{2} LG_-(a\rho_c) \right|^2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Comparando as equações (4.14) com (4.12) vemos que a intensidade do feixe complementar permanece como uma superposição de modos de Laguerre-Gauss, cujos pesos sob os modos positivo e negativo são opostos, mas a sua fase relativa permanece a mesma. Deste modo, a conjugação de fase impõe que:

$$\theta_c = \pi - \theta \quad (4.15)$$

$$\phi_c = \phi \quad (4.16)$$

A interpretação destes resultados é facilmente observado na esfera dos modos de primeira ordem, como podemos ver na Figura 33. A conjugação de fase implica que

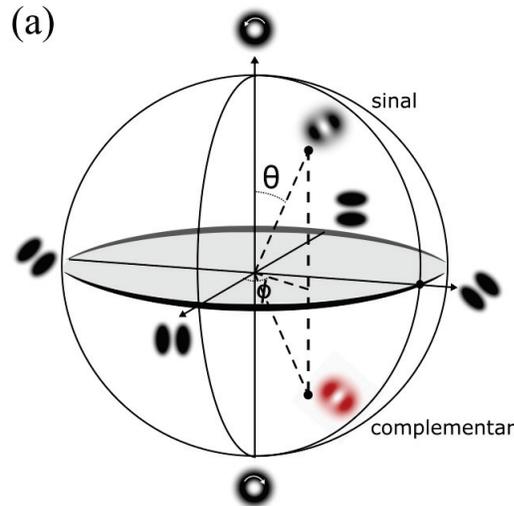


Figura 33 – Interpretação geométrica na esfera dos modos gaussianos de primeira ordem. Para um feixe de bombeamento plano, as posições do sinal e complementar na esfera são dadas por uma reflexão especular em torno do plano equatorial da esfera.

sinal e complementar são imagens espelhadas um do outro por uma reflexão no plano equatorial da esfera.

4.4 EXPERIMENTO

Para realizar a conversão paramétrica descendente, utilizamos um aparato cujo esquema é representado na Figura 34. Um laser de diodo de 405 nm é utilizado para bombear um cristal não-linear (CNL) e produzir a conversão paramétrica descendente. Filtros de interferência com largura de banda de 10-nm foram utilizados antes dos detectores, para selecionar os feixes do sinal e complementar com 780 nm e 840 nm respectivamente. O ângulo entre a polarização linear do feixe de bombeamento e o eixo óptico do cristal foi escolhido de tal maneira em que as direções de propagação do sinal e do complementar formem um ângulo de $\simeq 4^\circ$ com a direção do feixe de bombeamento.

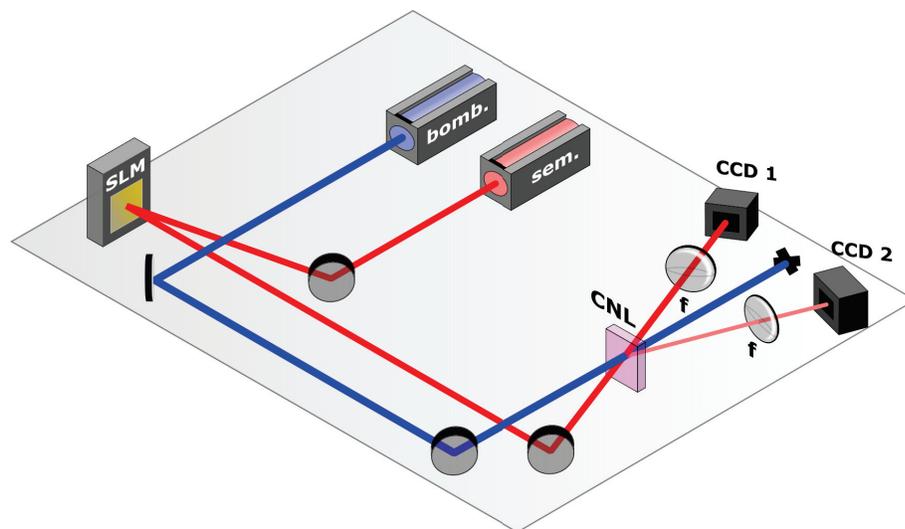


Figura 34 – Aparato experimental. Um laser de 405-nm bombeia um cristal não-linear (CNL), enquanto um laser de 780-nm (feixe auxiliar) alimenta a interação paramétrica após ser refletido por um modulador espacial de luz (SLM). Dois dispositivos de carga acoplada (CCD1 e CCD2) registram os perfis de intensidade dos feixes sinal e complementar. Cada câmera CCD é posicionada no plano focal das lentes esféricas (f).

Para identificar as direções das emissões dos pares de fótons, iniciamos com contadores de fótons únicos e medimos contagens de coincidências entre os fótons do sinal e complementar. As posições foram definidas quando a taxa de coincidência atingiu o máximo. O próximo passo é o alinhamento do laser semente (um laser de diodo de 780 nm) sobre o caminho do feixe do sinal. Neste ponto, os contadores de fótons foram substituídos por câmeras CCD (dispositivo de carga acoplada), e com isso pode-se tirar fotos dos perfis transversais dos feixes sinal e complementar. A utilização de câmeras CCD no lugar de contadores de fótons só é possível pois a emissão estimulada aumenta bastante a intensidade do feixe complementar. Isso melhora consideravelmente a eficiência do procedimento experimental em termos de

alinhamento e tempo de medição, quando comparado com experimentos onde apenas contadores de fótons únicos são utilizados.

Antes do feixe semente ser enviado ao cristal, ele é refletido em um SLM de fase, de modo que podemos preparar seu perfil transversal com versatilidade. Utilizamos o SLM para preparar superposições de modos descritos pela equação (4.12) com boa aproximação, com a liberdade de variar os parâmetros θ e ϕ conforme necessário. Os resultados das medidas são imagens dos perfis de intensidade do sinal e complementar.

Primeiro vamos mostrar resultados que ilustram a conservação do momento angular orbital (MAO) no processo da CPDStim e recorrer ao método das lentes giradas [102], rotacionando a lente em relação ao eixo vertical do laboratório, para detectar tanto o módulo quanto o sinal da carga topológica de um modo com momento angular orbital. Na CPDStim, para um bombeamento com $l_b = 0$, quando o feixe semente é preparado com carga topológica l , o complementar será $-l$. A Figura 35 mostra os resultados para os casos $l = 1$ e $l = 2$. Podemos ver que após passar pelas lentes

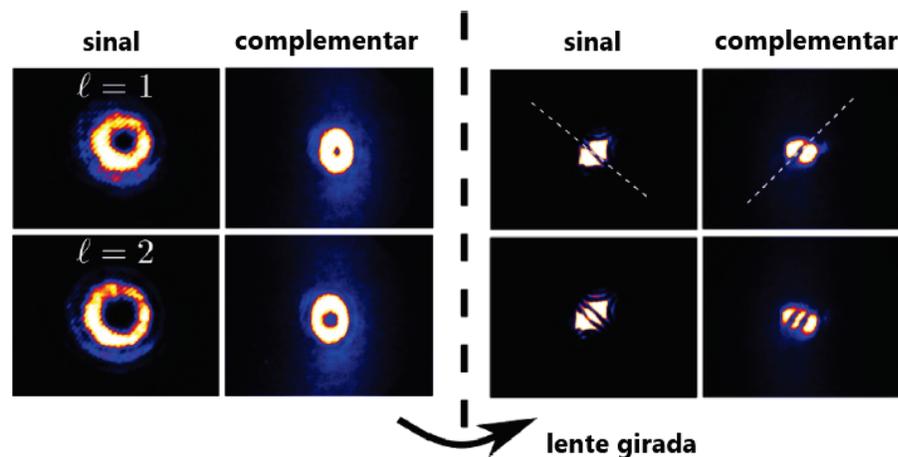


Figura 35 – Resultados experimentais ilustrando a conservação do momento angular orbital com a ajuda de lentes giradas no eixo y , que revelam o valor e o sinal da carga topológica. A faixa vertical com um azul fraco no perfil do feixe complementar é um pequeno arco do cone da emissão espontânea do feixe de bombeamento.

giradas e por alguma propagação livre, os modos com cargas positivas irão adquirir um formato de um modo de Hermite-Gauss com uma inclinação negativa, como indicado pelas linhas pontilhadas. O oposto ocorrerá para os modos com cargas negativas, que irão adquirir o mesmo formato, mas com inclinação positiva. O número de franjas escuras adquiridas pelo feixe é igual a sua carga topológica.

Dentro do subespaço dos modos Gaussianos de primeira ordem, a ação das lentes giradas tem uma interessante representação na esfera de Poincaré: ela rotaciona qualquer modo por um ângulo de $\pi/2$ em torno do eixo na qual se encontram seus

dois auto-modos (HG_{10} e HG_{01}). Como consequência, qualquer modo que se encontra no meridiano $\phi = 0$ é mapeado por lentes giradas no equador da esfera, como indicado na Figura 36. Utilizamos essa propriedade para demonstrar experimentalmente essa

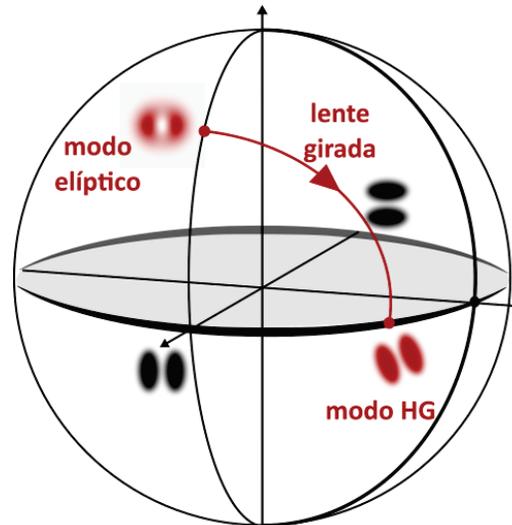


Figura 36 – Com o auxílio de uma lente girada, pode-se aplicar, para qualquer modo dado na esfera, uma rotação de $\pi/2$ sobre o eixo definido pelos modos de Hermite-Gauss HG_{10} e HG_{01} .

simetria descrita anteriormente para o caso dos modos que se encontram no meridiano $\phi = 0$. Os resultados são mostrados na Figura 37, onde variamos o ângulo polar do feixe auxiliar de 0 a π (polo norte ao polo sul), enquanto observamos a formação do feixe complementar indo do polo sul ao polo norte de maneira análoga, mas na direção oposta. Este resultado mostra que os feixes sinal e complementar são imagens especulares na esfera de Poincaré uma da outra em relação ao plano equatorial.

Na Figura 38, podemos ver quatro colunas de imagens. A primeira e a terceira mostram os perfis de intensidade do laser semente capturadas pela câmera ao fixarmos seu ângulo polar em $\theta = \pi/2$ e variarmos o ângulo azimutal ϕ de 0 a 2π . A segunda e a quarta coluna são respectivas ao feixe complementar. Podemos observar que todos os padrões são parecidos com feixes de Hermite-Gauss e seus eixos de simetria rotacionam conforme ϕ aumenta. Isso significa que o feixe complementar segue o feixe sinal ao longo do equador, evidenciando outra vez a simetria do plano equatorial na CPDStim, conforme evidenciado na Eq. (4.16). Notamos que nossos resultados experimentais confirmam o que é conhecido em relação a conservação do MAO na geração dos modos de LG [79, 59] e conservação de paridade dos modos de Hermite-Gauss [103, 104] na CPDE.

Os resultados apresentados nesta seção foram publicados na Ref. [105].

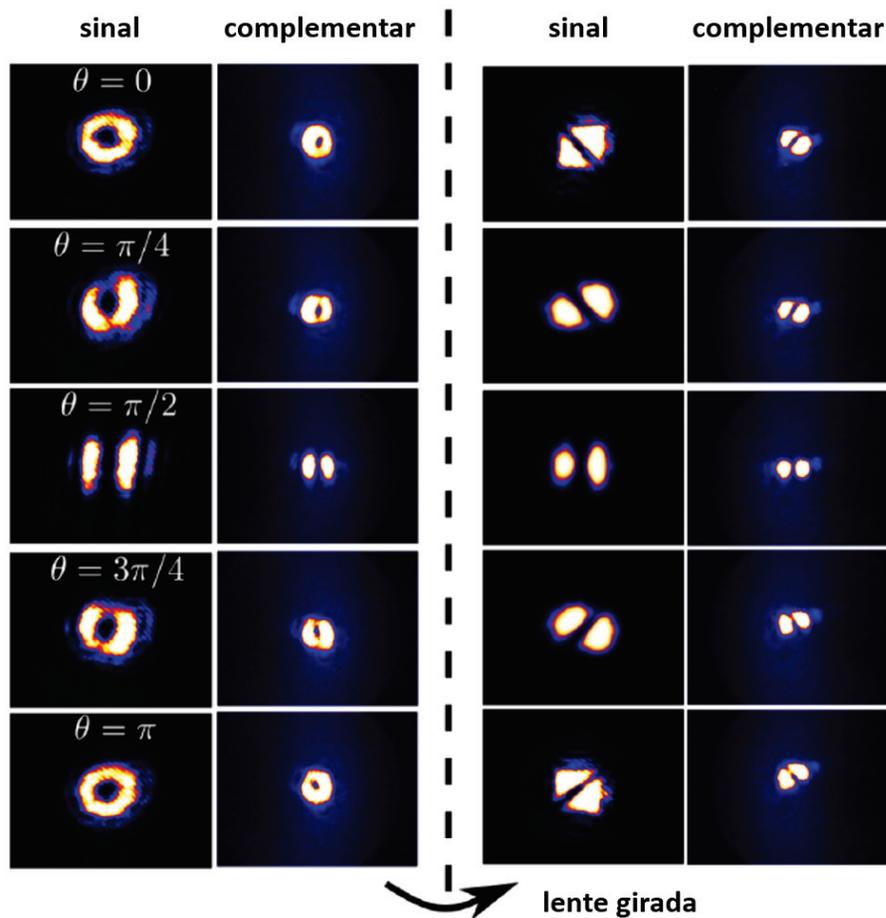


Figura 37 – Resultados experimentais ao longo do meridiano $\phi = 0$. Na esquerda, perfis de intensidade dos feixes após propagação livre. Na direita, perfis de intensidade obtidos após as lentes giradas, mostrando caminhos opostos na esfera de Poincaré.

4.5 CONCLUSÃO

Investigamos experimentalmente as conversões de modo na conversão paramétrica descendente estimulada sem cavidade. Em nossa análise, preparamos superposições de modos de Laguerre-Gauss de primeira ordem com pesos e fases variáveis e medimos o feixe estimulado obtido no modo do feixe complementar. Interpretamos a evolução dos modos da luz na esfera de Poincaré para as primeiras ordens dos feixes de Laguerre e de Hermite-Gauss em analogia aos estados de polarização circular e linear. As trajetórias dos feixes sinal e complementar na esfera são relacionadas por uma reflexão especular, dando ênfase na conjugação de fase entre estes dois modos espaciais impostos pela condição de casamento de fase na interação paramétrica.

Estes resultados foram interpretados em termos da Imagem de Onda Avançada (IOA) na CPDStim, na qual o feixe complementar é equivalente ao feixe sinal da onda

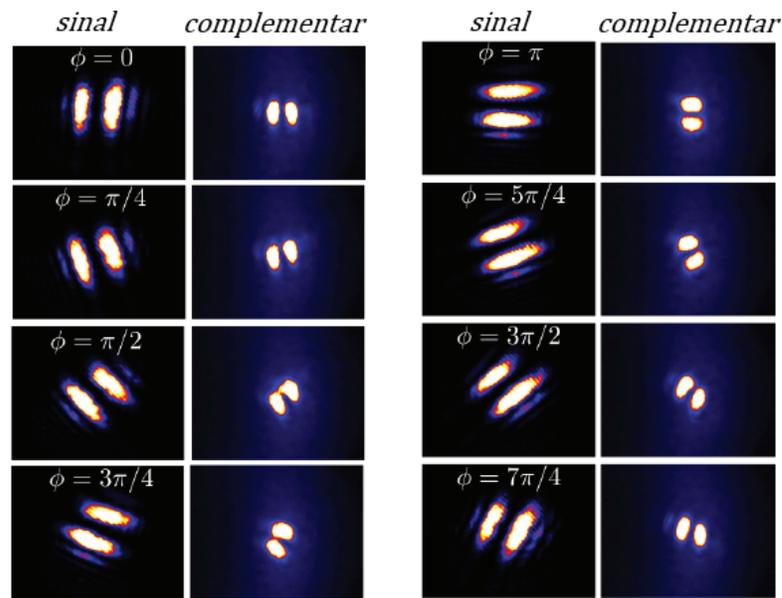


Figura 38 – Resultados experimentais em torno do Equador da esfera de Poincaré ($\theta = \pi/2$).

avançada sendo refletido pela frente de onda do feixe de bombeamento no plano do cristal. Ao aplicar a IOA neste caso específico, o complementar deve ser o equivalente da reflexão do sinal por um espelho plano. De fato, isso é exatamente o que é observado experimentalmente: os campos sinal e complementar apresentam a mesma distribuição de intensidade mas com carga topológica oposta.

O método das lentes giradas foi utilizado para localizar o hemisfério dos modos quando considerada a trajetória em $\phi = 0$ na esfera de Poincaré. Trajetórias gerais podem ser exploradas girando a lente em outra direção, como feita em [106]. Outro trabalho interessante para o futuro seria obter uma interpretação geométrica similar da CPDStim preparando como superposições de modos de LG não apenas o feixe auxiliar, mas também o feixe de bombeamento.

5 FONTE DE 2 CRISTAIS NA CPDSTIM

5.1 INTRODUÇÃO

Até aqui investigamos a CPDStim em termos das propriedades espaciais da luz a partir da conversão paramétrica do tipo-I em um cristal não-linear. Vimos na Seção 2.1 que o casamento de fase do tipo-II produz pares de fótons emaranhados em polarização. Esta configuração é capaz de produzir os estados maximamente emaranhados de Bell, do tipo $|H\rangle|V\rangle \pm |V\rangle|H\rangle$ e $|H\rangle|H\rangle \pm |V\rangle|V\rangle$. Entretanto, esta fonte apresenta baixa eficiência por produzir pares emaranhados apenas em duas direções específicas de todo espectro de emissão, conforme indicado na Figura 3 (b). Para contornar este problema, podemos utilizar a fonte de dois cristais do tipo-I desenvolvida por Kwiat *et al.* [14], que produz pares emaranhados de fótons por todo espectro de emissão na CPDE com alto brilho espectral e estabilidade.

Deste modo, nesta seção vamos inicialmente descrever a CDPStim na configuração de dois cristais do tipo-I e interpretar o estado produzido na base dos momentos transversais a partir da IOA, estendendo a teoria de Klyshko para a conversão com dois cristais. Na sequência, iremos abordar a conjugação de fase entre os feixes sinal e complementar a partir da conjugação de polarização. Apresentaremos os resultados experimentais utilizando um feixe de bombeamento com polarização linear e o feixe semente preparado com estados de polarização isotrópica e anisotrópica em seu perfil transversal. Por fim, vamos apresentaremos os resultados experimentais preparando diferentes combinações de bombeamento e semente como feixes vetoriais.

5.2 IMAGEM DE ONDA AVANÇADA NA CPDSTIM COM 2 CRISTAIS

No capítulo 3 aplicamos o conceito de IOA na CPDStim utilizando um cristal não linear birrefringente do tipo-I. Neste cenário, um par de fótons é gerado com polarizações ortogonais a polarização do fóton de bombeamento, e assim trabalhamos apenas com feixes convertidos que possuem um único estado de polarização em seu perfil transversal. Deste modo, a intensidade do feixe complementar dado pela Eq. (3.23) se refere apenas a contribuição da conversão em um cristal não-linear, onde sinal e complementar possuem o mesmo estado de polarização que é ortogonal à polarização do bombeamento. Na configuração de dois cristais rotacionados de 90 graus entre si, como ilustrado na Figura (39), um feixe de bombeamento com componentes H e V irá estimular a conversão nos dois cristais. Deste modo, seja o feixe de bombeamento descrito por um estado de polarização geral

$$|\vartheta_b, \varphi_b\rangle = \cos\frac{\vartheta_b}{2} |H\rangle + e^{i\varphi_b} \sin\frac{\vartheta_b}{2} |V\rangle, \quad (5.1)$$

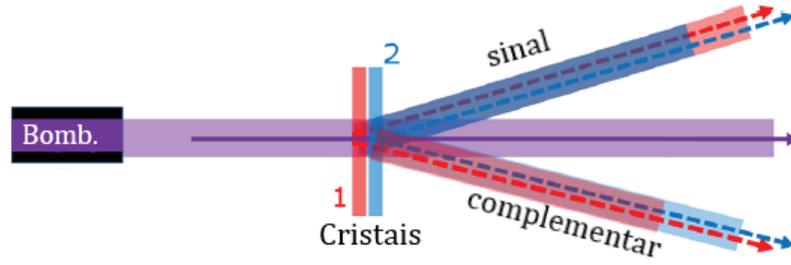


Figura 39 – Geração de pares emaranhados de fótons via CPDE com dois cristais uniaxiais idênticos. O segundo cristal é rotacionado de 90° em relação a direção de propagação do feixe de bombeamento.

onde $|H\rangle$ ($|V\rangle$) representa a componente horizontal (vertical) do estado de polarização e φ_b é a fase relativa entre eles. Se a luz emitida pelos dois cristais são indistinguíveis espacialmente e espectralmente, então o estado de polarização dos fótons sinal e complementar na CPDE será determinada completamente pelo feixe de bombeamento:

$$|\psi\rangle_{s,c} = \cos\frac{\vartheta_b}{2} |V\rangle_s |V\rangle_c + e^{i\varphi_b} \sin\frac{\vartheta_b}{2} |H\rangle_s |H\rangle_c, \quad (5.2)$$

onde a componente horizontal do bombeamento $|H\rangle$ gera pares de fótons com polarização vertical no primeiro cristal e componente $|V\rangle$ da origem aos pares com polarização horizontal no segundo cristal. Esta fonte sanduíche de dois cristais gera estados de dois fótons com grau variável de emaranhamento [14] e foi utilizada para analisar com eficiência o emaranhamento em polarização da fonte no regime espontâneo [107]. Este estado escrito na base dos estados de polarizações lineares $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ será utilizado na Seção 5.3, onde será investigada a conjugação de polarização dos feixes envolvidos na CPDStim.

Entretanto, como estamos interessados em observar os efeitos de conjugação de fase a partir da modulação espacial dos feixes envolvidos na CPDStim, vamos agora estender o estado dos fótons gerados considerando a conversão em ambos os cristais na base dos momentos transversais $\{|q_s\rangle, |q_c\rangle\}$. Em óptica clássica, o espectro angular de um feixe de luz monocromático e paraxial pode ser escrito em termos de suas componentes de polarização como

$$v(q) = \gamma_H v^H(q) + \gamma_V v^V(q), \quad (5.3)$$

onde $v^j(q)$ descreve sua componente com polarização $j = H, V$ e γ_j são números complexos que representam as suas respectivas direções de polarização e que obedecem a relação $|\gamma_H|^2 + |\gamma_V|^2 = 1$. Deste modo, o estados dos fótons gerados pela emissão espontânea para dois cristais devidamente rotacionados pode ser escrito como

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{s,c} = & \alpha |vac\rangle + \gamma_H \int dq_s dq_c v_b^H(q) |V, q_s\rangle |V, q_c\rangle \\ & + \gamma_V \int dq_s dq_c v_b^V(q) |H, q_s\rangle |H, q_c\rangle, \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde $|j, q_i\rangle$ representa o estado de um único fóton em um modo com momento transversal q_i , sendo $i = s, c$ relativos ao campo sinal e complementar com polarização $j = H, V$ e $v_b^j(q_s + q_c)$ é o espectro angular normalizado do feixe de bombeamento no plano de saída do cristal com polarização j . Analogamente, o estado para a conversão estimulada nas aproximações paraxial, monocromática e de cristal fino, desconsiderando o termo da emissão espontânea, passa a ser:

$$|\psi\rangle_{s,c} \approx \gamma_H \int dq_s dq_c v_b^H(q) a_V^\dagger(q_s) |v_s(q_s)\rangle |V, q_c\rangle + \gamma_V \int dq_s dq_c v_b^V(q) a_H^\dagger(q_s) |v_s(q_s)\rangle |H, q_c\rangle, \quad (5.5)$$

onde $|v_s(q_s)\rangle$ é o modo do feixe semente preparado como um estado coerente, que possui um estado de polarização arbitrário, podendo ser preparado como um feixe vetorial. O primeiro termo dessa equação está relacionada à emissão do primeiro cristal onde os fótons são gerados com polarização vertical, e o segundo termo está relacionado à emissão do segundo cristal com pares de polarização horizontal. Deste modo, os operadores de criação atuando no modo do feixe semente podem ser escritos em termos das componentes de polarização em que irão estimular à conversão.

Com o intuito de estendermos a interpretação da IOA na CPDStim usual para a fonte de dois cristais, devemos calcular a intensidade do feixe complementar na posição do detector, de maneira análoga ao procedimento adotado no Seção 3.4. Ou seja, vamos supor que os fótons dos modos sinal e complementar se propagam através dos sistemas ópticos descrito pelas funções transferências H_s e H_c , como ilustrado na Figura (40). Considerando que o feixe complementar é detectado por um detector

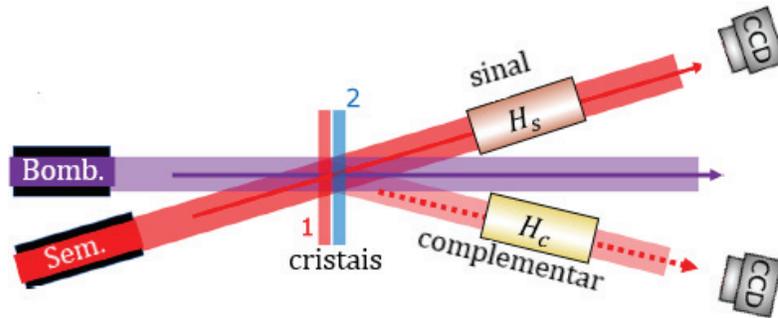


Figura 40 – CPDStim na configuração de dois cristais. Os fótons convertidos se propagam através dos sistemas ópticos H_s e H_c .

pontual, e dada a intensidade

$$I(\rho_c) = \langle \psi | E_c^{(-)}(\rho_c) E_c^{(+)}(\rho_c) | \psi \rangle, \quad (5.6)$$

e que o operador do campo correspondente a detecção do feixe complementar na posição ρ_c é dado por

$$E_c^{(+)}(\rho_c) \propto \int dq'_c dq_c H_c(q'_c, q_c) a(q_c) e^{iq'_c \cdot \rho_c}, \quad (5.7)$$

onde $H_c(q'_c, q_c)$ é a função transferência que descreve a propagação do feixe através de um sistema óptico. Entretanto, devido a indistinguibilidade na detecção entre os fótons emitidos pelos diferentes cristais, devemos reescrever o operador aniquilação em termos de suas componentes de polarização, que a partir do campo quantizado pode ser escrito como

$$a(q_c) = \alpha_H a_H(q_c) + \alpha_V a_V(q_c). \quad (5.8)$$

Em outras palavras, a intensidade detectada por um detector é dada pela projeção de um certo estado de polarização da luz coletada pelo detector, que pode ser controlada pelos números complexos α_H e α_V , tal que $|\alpha_H|^2 + |\alpha_V|^2 = 1$. Com isso, podemos mostrar que

$$\begin{aligned} I(\rho_c) &\propto |E_c^{(+)}(\rho_c) |\psi\rangle|^2 \\ &= \gamma_H \gamma_H^* \alpha_V \alpha_V^* \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^H(q_b) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*}(q') \langle v_{s'} | a_{V,s'} a_{V,s}^\dagger | v_s \rangle \\ &+ \gamma_V \gamma_V^* \alpha_H \alpha_H^* \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^V(q_b) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*}(q') \langle v_{s'} | a_{H,s'} a_{H,s}^\dagger | v_s \rangle \\ &+ \gamma_V \gamma_H^* \alpha_H \alpha_V^* \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^V(q_b) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*}(q') \langle v_{s'} | a_{V,s'} a_{H,s}^\dagger | v_s \rangle \\ &+ \gamma_H \gamma_V^* \alpha_V \alpha_H^* \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^H(q_b) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*}(q') \langle v_{s'} | a_{H,s'} a_{V,s}^\dagger | v_s \rangle, \end{aligned} \quad (5.9)$$

onde por conveniência escrevemos $\int dq_1 = \int dq_s dq_c dq'_c$ e $\int dq_2 = \int dq_{s'} dq_{c''} dq_{c'''}$. Utilizando a relação de comutação entre os operadores de criação e aniquilação do modo do feixe sinal

$$\langle v_{s'}(q) | a_i(q'_s) a_j^\dagger(q_s) | v_s(q) \rangle = \delta(q_{s'} - q_s) + v_s^{j*}(q_s) v_s^i(q_{s'}), \quad (5.10)$$

onde o primeiro termo é resultante da contribuição da emissão espontânea, que será desconsiderado. Assim, ficamos com:

$$\begin{aligned} I(\rho_c) &= a \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^H(q) v_s^{V*}(q_s) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*}(q') v_s^V(q_{s'}) \\ &+ b \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^V(q) v_s^{H*}(q_s) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*}(q') v_s^H(q_{s'}) \\ &+ c \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^V(q) v_s^{H*}(q_s) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*}(q') v_s^V(q_{s'}) \\ &+ d \int dq_1 H_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} v_b^H(q) v_s^{V*}(q_s) \int dq_2 H_c^* e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*}(q') v_s^H(q_{s'}), \end{aligned}$$

onde $a = \gamma_H \gamma_H^* \alpha_V \alpha_V^*$, $b = \gamma_V \gamma_V^* \alpha_H \alpha_H^*$, $c = \gamma_V \gamma_H^* \alpha_H \alpha_V^*$ e $d = \gamma_H \gamma_V^* \alpha_V \alpha_H^*$. Agora vamos assumir que o espectro angular do feixe semente é preparado enviando um campo inicial $\phi^*(q'_s)$ no sentido contrário da posição do detector do sinal, onde este é

um detector pontual, em direção ao cristal passando por um sistema óptico de função transferência H_S^B , tal que

$$v_s^{j*}(q_s) = \int dq'_s H_S^{B*}(q'_s, q_s) \phi_s^{j*}(q'_s). \quad (5.11)$$

Assim,

$$\begin{aligned} I(\rho_c) = & a \int dq_1 H_{c'} e^{iq_{c'} \cdot \rho_c} v_b^H H_S^B(q''_s, q'_s) \phi_s^{V*}(q''_s) \int dq'_1 H_{c'''} e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*} H_S^{B*}(q''_s, q'_s) \phi_s^V(q''_s) \\ & + b \int dq_1 H_{c'} e^{iq_{c'} \cdot \rho_c} v_b^V H_S^B(q''_s, q'_s) \phi_s^{H*}(q''_s) \int dq'_1 H_{c'''} e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*} H_S^{B*}(q''_s, q'_s) \phi_s^H(q''_s) \\ & + c \int dq_1 H_{c'} e^{iq_{c'} \cdot \rho_c} v_b^V H_S^B(q''_s, q'_s) \phi_s^{H*}(q''_s) \int dq'_1 H_{c'''} e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{H*} H_S^{B*}(q''_s, q'_s) \phi_s^V(q''_s) \\ & + d \int dq_1 H_{c'} e^{iq_{c'} \cdot \rho_c} v_b^H H_S^B(q''_s, q'_s) \phi_s^{V*}(q''_s) \int dq'_1 H_{c'''} e^{-iq_{c'''} \cdot \rho_{c'}} v_b^{V*} H_S^{B*}(q''_s, q'_s) \phi_s^H(q''_s). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Agora vamos definir a função

$$\mathcal{F}_k(\rho_c) = \int dq_s dq'_s dq_c dq'_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} H_{c'}(q'_c, q_c) v_b^{\bar{k}}(q_s + q_c) H_S^B(q'_s, q_s) \phi_s^{k*}(q'_s), \quad (5.13)$$

onde \bar{k} é a polarização ortogonal a k , tal que possamos reescrever a intensidade do feixe complementar de forma mais compacta:

$$I(\rho_c) = a |\mathcal{F}_V(\rho_c)|^2 + b |\mathcal{F}_H(\rho_c)|^2 + c \mathcal{F}_H(\rho_c) \mathcal{F}_V^*(\rho_c) + d \mathcal{F}_V(\rho_c) \mathcal{F}_H^*(\rho_c). \quad (5.14)$$

Na CPDStim com um cristal, a intensidade, bem como as propriedades transversais do feixe complementar, são dadas por apenas uma única contribuição de polarização do feixe de bombeamento, via Eq. (3.25). Diferentemente, aqui a intensidade é dada pelas somas das contribuições de suas componentes H e V, além de outros dois termos oriundos da interferência entre as amplitudes de probabilidade dos pares serem gerados no primeiro ou no segundo cristal. Para interpretarmos este resultado em termos da IOA, vamos comparar a função $\mathcal{F}_k(\rho_c)$ com a relação de entrada-saída de um campo clássico paraxial que se propaga através de três sistemas físicos, dada pela Eq. (3.7)

$$\varepsilon_{out}(\rho) = \int dq dq' dq'' dq''' e^{iq \cdot \rho} B(q', q) t(q'' - q') A(q''', q'') \phi_{in}(q'''), \quad (5.15)$$

onde A e B são funções de transferência de algum sistema óptico arbitrário e t é uma máscara de fase transmissiva. Observa-se que $\mathcal{F}_k(\rho_c)$ tem a forma idêntica a Eq. (5.15). Isto implica em dizer que a CPDStim com uma fonte do tipo sanduíche também é isomorfa a um sistema óptico clássico de entrada-saída, onde podemos identificar o espectro angular do feixe de bombeamento $v_b^{\bar{k}}(q_s + q_c)$ com a função transferência $v_b^{\bar{k}}(q'' - q')$ de um elemento óptico que adiciona uma reflexão na coordenada q_c . Ou

seja, a intensidade do feixe complementar na CPDStim com dois cristais no caso em que o feixe semente é projetado num estado $\phi_S(q_S)$ é equivalente ao sistema óptico ilustrado na Figura 22. Neste caso, o objeto transmissivo t é trocado pelo objeto reflexivo dado pelas componentes das frentes de onda do espectro angular do feixe de bombeamento atuando como um espelho, sendo que $v_b^H(q_S + q_C)$ reflete as componentes do feixe semente projetado com polarização vertical $\phi_S^V(q_S)$ no primeiro cristal e $v_b^V(q_S + q_C)$ reflete a componente $\phi_S^H(q_S)$ no segundo cristal.

De modo a interpretarmos o resultado da intensidade do feixe complementar em termo das constantes complexas, vamos considerar o caso em que o feixe de bombeamento é dado por um feixe vetorial tal que os coeficientes $\gamma_i(q)$ da Eq. (5.3) sejam dados por:

$$\gamma_H = \cos \frac{\theta_b}{2}; \quad \gamma_V = \text{sen} \frac{\theta_b}{2} e^{i\phi_b}. \quad (5.16)$$

Além disso, considerando que a detecção do feixe complementar é dada pela projeção um estado de polarização arbitrário via Eq. (5.8) tal que

$$\alpha_H = \cos \frac{\vartheta}{2}; \quad \alpha_V = \text{sen} \frac{\vartheta}{2} e^{i\gamma}, \quad (5.17)$$

podemos reescrever a Eq. (5.14) como:

$$\begin{aligned} I(\rho_C) &= \cos^2 \frac{\theta_b}{2} \text{sen}^2 \frac{\vartheta}{2} |\mathcal{F}_V(\rho_C)|^2 + \text{sen}^2 \frac{\theta_b}{2} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} |\mathcal{F}_H(\rho_C)|^2 \\ &+ \frac{e^{i(\phi_b - \gamma)}}{4} \text{sen} \theta_b \text{sen} \vartheta \mathcal{F}_H(\rho_C) \mathcal{F}_V^*(\rho_C) \\ &+ \frac{e^{-i(\phi_b - \gamma)}}{4} \text{sen} \theta_b \text{sen} \vartheta \mathcal{F}_V(\rho_C) \mathcal{F}_H^*(\rho_C). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Enfatizamos que no caso em que o feixe de bombeamento possui apenas uma componente de polarização, tanto horizontal ($\theta_b = 0$) quanto vertical ($\theta_b = \pi$), recaímos exatamente na equação que descreve a intensidade do feixe complementar devido a CPDStim em apenas um cristal, dado pela Eq. (3.25).

5.2.1 Conjugação Espacial de Fase

O efeito da conjugação de fase espacial também pode ser estendido para a CPDStim na configuração de dois cristais, de maneira análoga ao calculado na CPDStim com uma fonte de um cristal na Seção 4.1. De fato, a conjugação ocorre quando o feixe de bombeamento é preparado como, aproximadamente, uma onda plana $v_b^j(q_S + q_C) = \delta(q_S + q_C)$. Considerando que a onda avançada do feixe semente se propaga no espaço livre, bem como o campo do feixe complementar, podemos reescrever $\mathcal{F}_k(\rho_C)$ como

$$\mathcal{F}_k(\rho_C) = \int dq_C e^{iq_C \cdot \rho_C} e^{-i \frac{q_C^2}{2} \left(\frac{z_C}{k_C} + \frac{z_S}{k_S} \right)} \phi_S^{k*}(-q_C), \quad (5.19)$$

onde a reflexão no espelho é evidenciada novamente através do sinal negativo na coordenada do espectro angular do feixe semente ($q_s \rightarrow -q_c$). Deste modo, no sentido da IOA, podemos dizer que na CPDStim com 2 cristais o feixe complementar também reproduz a onda avançada do feixe auxiliar refletida pela frente de onda do feixe de bombeamento nos cristais. Ainda, podemos reescrever esta equação em termos do perfil dos modos transversais do feixe semente via transformada de Fourier $v^k(q_s) = \int d\rho_s \varepsilon^k(\rho_s) e^{-iq_s \rho_s}$, e então ficamos com

$$\mathcal{F}_k(\rho_c) = \int d\rho_s \varepsilon_S^{k*}(\rho_s) \exp \left[i|\rho_c - \rho_s|^2 \frac{k_c}{2Z_0} \right], \quad (5.20)$$

onde $Z_0 = \frac{\lambda_c}{\lambda_s} z_s + z_c$ é a distância da propagação paraxial livre do campo semente $\varepsilon^{k*}(\rho_s)$ com componente de onda transversal q_c , que corresponde a soma dos caminhos do detector do semente ao cristal e do cristal ao detector do feixe complementar, onde a diferença entre os comprimentos de onda do semente e do complementar resulta num fator multiplicativo em z_s . Nestas condições, usando (5.20) em (5.18) temos que a distribuição de intensidade do feixe complementar é dada pelo conjugado de fase das contribuições das polarizações H e V do campo semente $\varepsilon_S^{j*}(\rho_s)$, mais as contribuições dos termos interferentes.

5.3 CONJUGAÇÃO DE POLARIZAÇÃO NA CPDSTIM COM 2 CRISTAIS

Vimos que a configuração de dois cristais não-lineares sequencialmente dá origem a uma fonte de fótons emaranhados em polarização, desde que seus eixos ópticos estejam cruzados de tal modo que um dos cristais emite fótons verticalmente polarizados e o outro emite fótons horizontalmente polarizados, como ilustrado na Figura 39. Na seção anterior mostramos que o perfil de intensidade do feixe complementar na CPDStim com dois cristais é dada pela contribuição da conversão em cada um dos cristais, mais dois termos provenientes da interferência entre essas duas amplitudes de probabilidade da conversão ocorrer em cada cristal. Aqui a abordagem será dada em termo do grau de liberdade de polarização, na qual será feita uma análise da conjugação de polarização em termos dos vetores de Stokes na esfera de Poincaré.

Deste modo, vamos tratar os feixes de bombeamento, sinal e complementar como ondas planas monocromáticas ideais, que podem ser obtidas com o uso de filtros espaciais e espectrais. Seja o feixe de bombeamento descrito pelo estado de polarização geral descrito pela Eq. (5.1), e o estado dos fótons produzidos pela CPDE descrito pela Eq. (5.2):

$$|\psi\rangle_{s,c} = \cos \frac{\vartheta_b}{2} |V\rangle_s |V\rangle_c + e^{i\varphi_b} \sin \frac{\vartheta_b}{2} |H\rangle_s |H\rangle_c,$$

onde a componente horizontal do bombeamento $|H\rangle$ gera pares de fótons com polarização vertical no primeiro cristal e componente $|V\rangle$ da origem aos pares com polarização

horizontal no segundo cristal. Aqui, temos que considerar que o comprimento de coerência do feixe de bombeamento deve ser maior que a distância entre os dois cristais, a fim de que os fótons produzidos pelos diferentes cristais sejam indistinguíveis em todos os graus de liberdade, além da polarização. Por conveniência, vamos definir os estados ortogonais

$$\begin{aligned} |\vartheta_s, \varphi_s\rangle &= \cos\frac{\vartheta_s}{2} |H\rangle_s + e^{i\varphi_s} \text{sen}\frac{\vartheta_s}{2} |V\rangle_s \\ |\vartheta_s^\perp, \varphi_s\rangle &= |\vartheta_s - \pi, \varphi_s\rangle = \text{sen}\frac{\vartheta_s}{2} |H\rangle_s - e^{i\varphi_s} \cos\frac{\vartheta_s}{2} |V\rangle_s, \end{aligned} \quad (5.21)$$

de tal forma que o estado de dois fótons da CPDE possa ser reescrito nas bases dos fótons sinal: $\{|\vartheta_s, \varphi_s\rangle, |\vartheta_s^\perp, \varphi_s\rangle\}$. Com isso,

$$|\psi\rangle_{s,c} = |\vartheta_s, \varphi_s\rangle |\alpha\rangle_c + |\vartheta_s^\perp, \varphi_s\rangle |\beta\rangle_c, \quad (5.22)$$

onde

$$|\alpha\rangle_c = \text{sen}\frac{\vartheta_b}{2} \cos\frac{\vartheta_s}{2} |H\rangle_c + e^{-i(\varphi_b+\varphi_s)} \cos\frac{\vartheta_b}{2} \text{sen}\frac{\vartheta_s}{2} |V\rangle_c \quad (5.23)$$

$$|\beta\rangle_c = \text{sen}\frac{\vartheta_b}{2} \text{sen}\frac{\vartheta_s}{2} |H\rangle_c - e^{-i(\varphi_b+\varphi_s)} \cos\frac{\vartheta_b}{2} \cos\frac{\vartheta_s}{2} |V\rangle_c. \quad (5.24)$$

O estado descrito pela Eq. (5.22) representa então os possíveis estados de polarização gerados por emissão espontânea na configuração de dois cristais. Vale ressaltar que este estado é resultado das imposições provocadas pelas condições de casamento de fase e pela configuração de dois cristais.

Na CPDStim, vimos que um feixe auxiliar, ou semente, estimula diretamente a emissão do modo sinal, e acaba estimulando também a emissão do modo complementar, uma vez que estes são produzidos aos pares. Para maximizar a eficiência da conversão, o modo óptico do feixe semente deve coincidir com o modo do feixe sinal desejado. Ou seja, considerando o esquema experimental ilustrado pela Figura (41), se o feixe semente é preparado no estado de polarização $|\vartheta_s, \varphi_s\rangle$, irá então estimular fótons do sinal também no estado $|\vartheta_s, \varphi_s\rangle$. Conseqüentemente, haverá um aumento

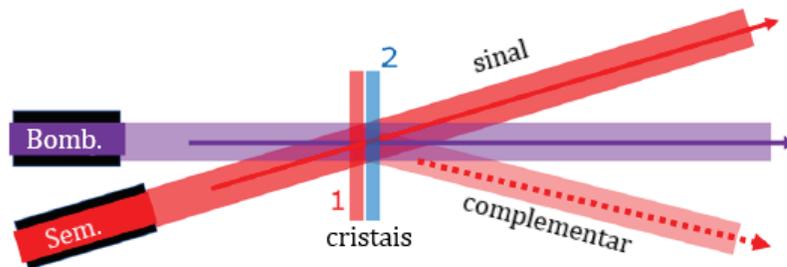


Figura 41 – Conversão paramétrica descendente estimulada na configuração de dois cristais.

na emissão do feixe complementar no estado de polarização $|\alpha\rangle_c$, dado pela Eq. (5.24).

De maneira análoga, se o feixe semente é preparado no estado $|\vartheta_s^\perp, \varphi_s\rangle$, o estado de polarização estimulado no modo do complementar será dado por $|\beta\rangle_c$. Se a taxa de emissão estimulada do feixe complementar for suficientemente alta, podemos então negligenciar o termo referente a emissão espontânea, que estará sempre presente. Assim, os campos sinal e complementar são descritos aproximadamente por estados coerentes.

Os estados de polarização podem ser ilustrados geometricamente através da esfera de Poincaré, como demonstrado no Capítulo 2, que é uma parametrização dos três últimos três parâmetros de Stokes (S_1, S_2, S_3) nas coordenadas esféricas (ρ, θ, ϕ) de uma esfera de raio unitário ($S_0 = 1$ e $\rho = 1$), como ilustrado na Figura (15), cujas polarizações circulares são representadas nos polos da esfera. Os ângulos polar e azimutal θ e ϕ são utilizados para descrever a polarização nas bases circulares $|R\rangle$ e $|L\rangle$, assim como ϑ e φ foram usadas para descrever a polarização nas bases $|H\rangle$ e $|V\rangle$, como pode ser visto nas Eqs. (2.59) e (5.1). Como o acoplamento da luz com os cristais na CPDStim é descrito utilizando a base linear $|H\rangle$ e $|V\rangle$, é natural então utilizarmos a representação da esfera de Poincaré nesta base. Deste modo, o estado de polarização $|\vartheta_\mu, \varphi_\mu\rangle$ na esfera de Poincaré será descrito pelo vetor de Stokes da Eq. (2.74):

$$\vec{S}_\mu = \begin{pmatrix} S_{\mu,1} \\ S_{\mu,2} \\ S_{\mu,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_\mu \\ \text{sen}\vartheta_\mu \cos\varphi_\mu \\ \text{sen}\vartheta_\mu \text{sen}\varphi_\mu \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

onde $\mu = b, s, c$ pode representar o bombeamento, sinal ou complementar.

Assim, o estado de polarização do feixe complementar $|\alpha\rangle$ da Eq. (5.24) pode ser representado na esfera de Poincaré a partir dos parâmetros de Stokes, que podem ser calculados através das Eqs. (2.76)-(2.78), com $S_0 = 1$. Deste modo,

$$\vec{S}_c = \begin{pmatrix} (\cos\vartheta_s - \cos\vartheta_b) \\ \text{sen}\vartheta_b \cos\varphi_b \text{sen}\vartheta_s \cos\varphi_s - \text{sen}\vartheta_b \sin\varphi_b \text{sen}\vartheta_s \sin\varphi_s \\ -\text{sen}\vartheta_b \text{sen}\varphi_b \text{sen}\vartheta_s \cos\varphi_s - \text{sen}\vartheta_b \cos\varphi_b \text{sen}\vartheta_s \text{sen}\varphi_s \end{pmatrix}, \quad (5.26)$$

que pode ser reescrito como:

$$\vec{S}_c = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_{s,1} - S_{b,1} \\ S_{b,2} S_{s,2} - S_{b,3} S_{s,3} \\ -S_{b,3} S_{s,2} - S_{b,2} S_{s,3} \end{pmatrix}, \quad (5.27)$$

ou seja, o vetor de Stokes do feixe complementar é completamente descrito pelos parâmetros de Stokes dos feixes de bombeamento e complementar. O termo $1/2$ pode ser desconsiderado a partir da normalização do estado $|\alpha\rangle_c$.

Este nosso resultado teórico descrito pela Eq. (5.27) será utilizado para analisarmos os efeitos de conjugação de fase entre os feixes sinal e complementar. A conjugação de polarização em termos do vetor de Stokes é definida como $\vec{S}^* = (S_1, S_2, -S_3)^T$.

Vamos analisar o caso em que o feixe de bombeamento tem polarização linear diagonal (D), tal que $S_b = (0, 1, 0)^T$. Deste modo, o vetor de Stokes do feixe complementar da Eq. (5.27) será dado por

$$\vec{S}_c = (S_{s,1}, S_{s,2}, -S_{s,3})^T = \vec{S}_s^*, \quad (5.28)$$

que é exatamente o conjugado de polarização do feixe sinal. Como a conjugação de polarização é definida pela inversão do sinal do terceiro componente do vetor de Stokes, podemos interpretar este resultado geometricamente da seguinte maneira: na esfera de Poincaré de polarização, sinal e complementar são imagens espelhadas um do outro por reflexão no plano equatorial.

Se considerarmos agora que o feixe de bombeamento é preparado com polarização linear anti-diagonal (A), $S_b = (0, -1, 0)^T$, temos que

$$\vec{S}_i = (S_{s,1}, -S_{s,2}, S_{s,3})^T, \quad (5.29)$$

o que sugere que sinal e complementar são imagens espelhadas um do outro pela reflexão no plano vertical $S_2 = 0$. Ou seja, a implementação de diferentes estados de polarização do feixe de bombeamento nos permite investigar várias outras transformações de polarização interessantes. Um caso especialmente interessante é o caso em que o feixe de bombeamento possui contribuições iguais de polarização H e V em uma superposição coerente ($\vartheta_b = \pi/2$ ou, equivalentemente, $S_{b,1} = 0$). Considerando que o acoplamento em ambos os cristais são iguais, podemos reescrever o estado $|\alpha\rangle$ da Eq. (5.24) como

$$|\alpha\rangle = \cos\frac{\vartheta_s}{2} |H\rangle + e^{i(2\delta - \varphi_s)} \sin\frac{\vartheta_s}{2} |V\rangle, \quad (5.30)$$

onde $\delta = -\varphi_b/2$. A fase relativa $2\delta - \varphi_s$ nos mostra que, na esfera de Poincaré de polarização, os feixes sinal e complementar são imagens espelhadas um do outro sobre a reflexão em um plano oriundo da rotação do plano equatorial sobre o eixo H/V por um ângulo δ , como ilustrado na Figura 42. No caso em que o feixe de bombeamento possui polarização diagonal, temos que $\delta = 0$ e então o plano de reflexão se situa sobre o plano equatorial, enquanto que para a polarização anti-diagonal, $\delta = 90$, o feixe complementar deve ser uma reflexão do sinal pelo plano vertical $S_1 S_3$.

5.3.1 Experimento: Estados de Polarização Isotrópica

O aparato experimental para a realização de conjugação de fase na CPDStim na configuração de dois cristais é ilustrado na Figura 43. Um laser de diodo oscilando num comprimento de onda de 405 nm é utilizado para bombear a conversão em dois cristais BBO (β barium borate) não-lineares do tipo-I idênticos em sequência. Os eixos ópticos dos cristais são rotacionados de 90 graus um em relação ao outro, de tal

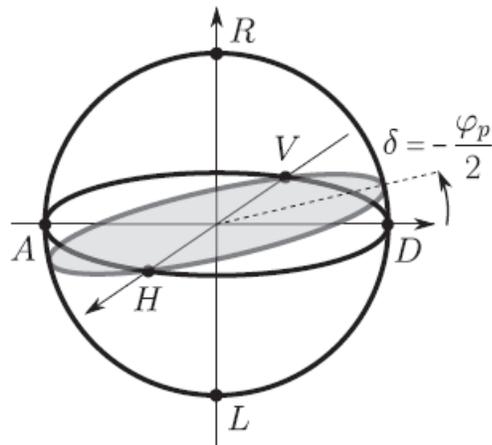


Figura 42 – Esfera de Poincaré de polarização com polos definidos pelos estados de polarizações circulares, ilustrando que as polarizações dos feixes sinal e complementar são imagens espelhadas através de um plano de conjugação rotacionado de δ na CPDStim na configuração de dois cristais com $\vartheta_b = \pi$.

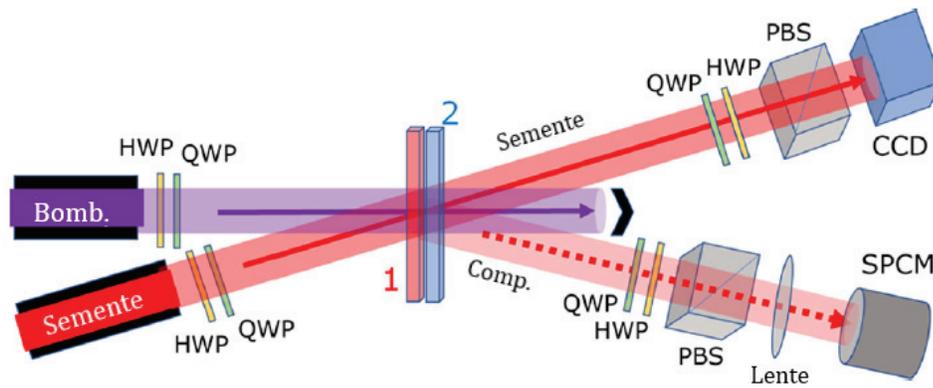


Figura 43 – Ilustração experimental da conjugação de fase na CPDStim na configuração de dois cristais.

maneira que o cristal 1 produza pares de fótons polarizados verticalmente e o cristal 2 gere fótons horizontalmente polarizados. Esta configuração foi inicialmente proposta para gerar pares de fótons emaranhados em polarização na CPDE [14], na qual aqui será utilizada na realização de emissão estimulada dependente da polarização. Um laser semente com comprimento de onda de 780 nm é alinhado na direção do modo do sinal e estimula a conversão no comprimento de onda de 780 nm na direção do próprio sinal e no comprimento de onda de 840 nm na direção do modo complementar. O casamento de fase é não-colinear, e então as direções de propagação do sinal e complementar formam um ângulo de cerca de 4° . Os estados de polarização dos feixes de bombeamento e semente são preparados com o auxílio de uma placa de meia onda (HWP) e de uma placa de quarto de onda (QWP) para cada um. Isso

permite utilizar estados de polarização arbitrários e controlados, tanto para bombear quanto estimular a conversão paramétrica descendente. Vale ressaltar que tanto o bombeamento quanto o sinal possuem comprimento de coerência bem maiores que o comprimento dos dois cristais, de modo que haja uma sobreposição temporal entre os feixes produzidos pelos diferentes cristais.

O estado de polarização do feixe complementar, que é indiretamente estimulado, é analisado através de medidas de seus parâmetros de Stokes. As medidas são realizadas com um analisador de polarização ajustável, demonstrado previamente na Seção 2.3.2, que consiste em uma QWP, seguida de uma HWP e um divisor de feixes polarizado (PBS - polarizing beam splitter). Os fótons do feixe complementar são então detectados por um contador de fótons únicos (SPCM - single-photon counting module) após passarem por um filtro de interferência centrado a 840 nm com uma largura de banda de 10 nm. O feixe sinal é monitorado por uma câmera CCD, sendo que o mesmo também passa por um analisador de polarização análogo ao feixe complementar, com um filtro de interferência centrado a 780 nm.

Primeiramente vamos analisar os casos em que os feixes de bombeamento e estimulador apresentam estados de polarização isotrópicos, cuja polarização é a mesma em todo perfil transversal do feixe. Para o estudo em questão, o feixe de bombeamento foi preparado nos estados de polarização diagonal (D) e anti-diagonal (A), enquanto estimulamos a emissão com seis diferentes configurações para o feixe auxiliar, onde duas delas são os feixes com polarizações circulares esquerda (L) e direita (R), e outros quatro estados de polarizações elípticas que se encontram no mesmo meridiano (com $S_1 = 0$), sendo estes estados descritos por EL1, EL2, EL3 e EL4, ilustrados na Figura 44.

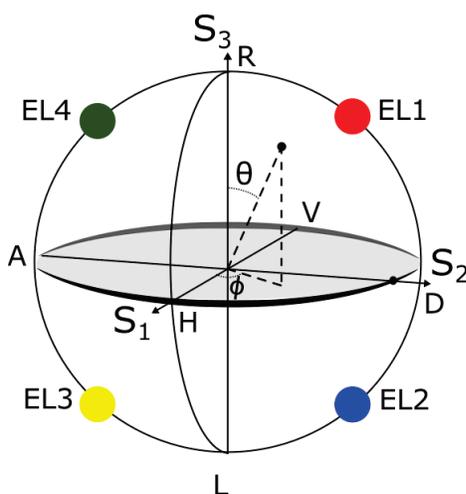


Figura 44 – Ilustração das posições na Esfera de Poincaré dos estados do feixe sinal preparados com polarizações elípticas EL1, EL2, EL3 e EL4 (vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente).

Realizamos uma caracterização do estado de polarização do sinal e do complementar para todas as combinações do bombeamento e feixe semente e extraímos os parâmetros de Stokes, que podem ser vistos na esfera de Poincaré na Figura 45. O resultado com o feixe de bombeamento na polarização diagonal é ilustrado na Figura 45 (a). Observa-se que o estado de polarização dos feixes sinal e complementar se localizam em hemisférios opostos na esfera de Poincaré, o que corresponde a conjugação de fase, uma vez que a conjugação de fase de um dado estado de polarização na esfera de Poincaré é obtida ao trocar o sinal de sua latitude ($\theta \rightarrow \pi - \theta$), enquanto sua longitude é preservada. Nossos resultados ilustram claramente este efeito tanto para os estados de polarização circulares, quanto para os estados elípticos.

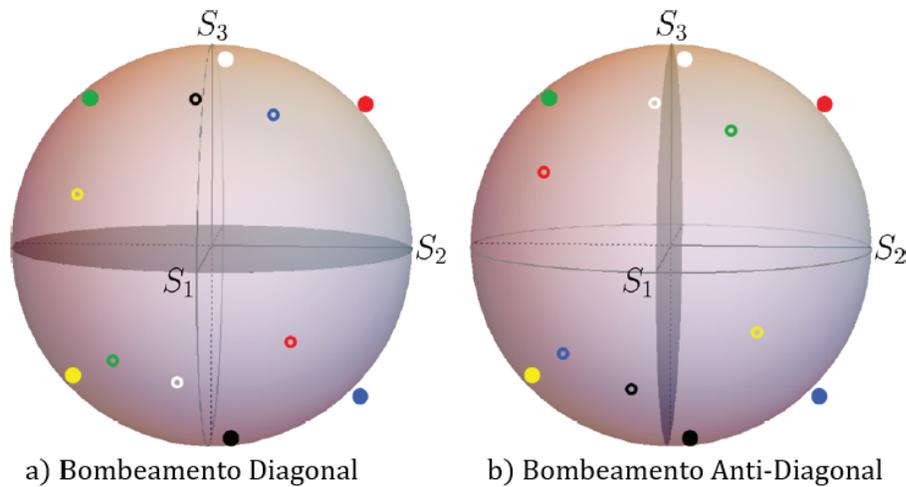


Figura 45 – Esfera de Poincaré quando o feixe de bombeamento é linear (a) diagonal e (b) anti-diagonal. Os círculos preenchidos correspondem aos estados de polarização do feixe auxiliar/sinal, enquanto os círculos abertos correspondem ao respectivo feixe complementar. Em ambos os casos, a emissão é estimulada por seis diferentes estados de polarização: R (circular a direita - branco), L (circular a esquerda - preto), EL1, EL2, EL3 e EL4 (polarizações elípticas - vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente), representadas por círculos preenchidos. Destes, alguns parecem estar fora da superfície da esfera devido a incertezas que não são apresentadas nesta imagem.

Entretanto, quando o feixe de bombeamento possui polarização anti-diagonal, a conjugação de polarização não acontece, no sentido usual da conjugação de fase. Em vez disso, o feixe complementar se aproxima de uma imagem espelhada do sinal em relação ao plano vertical $S_1 S_3$, como ilustrado na Figura 45 (b). Esta habilidade de controlar a conjugação de fase de polarização é uma característica interessante, em contraste a conjugação dos graus de liberdade espaciais que sempre ocorrem. Ainda, calculamos as fidelidades [108, 109] dos estados de polarização do feixe complementar em relação às previsões teóricas. Todas as fidelidades calculadas estão entre 80%

e 94% com uma média de 86.3% para o bombeamento diagonal e 86.2% para bombeamento anti-diagonal. Nossos resultados experimentais claramente demonstram a conjugação de fase de estados de polarizações isotrópicos. Discrepâncias em relação a teoria são oriundas principalmente da despolarização da luz medida, que nós atribuímos ao espalhamento na superfícies dos cristais, bem como por imperfeições técnicas que impediram uma normalização adequada dos vetores de Stokes dos feixes semente e complementar.

5.3.2 Experimento: Estados de Polarização Anisotrópica

Vamos agora mostrar que esta configuração também é capaz de realizar a conjugação de fase entre os feixes sinal e complementar utilizando feixes com polarização anisotrópica. O aparato experimental é o mesmo do caso anterior, ilustrado na Figura (43), onde a polarização dos feixes de entrada, bombeamento e auxiliar, são controlados com o auxílio de uma HWP e uma QWP. Para a produção do feixe vetorial com polarização anisotrópica, uma placa de meia onda vetorial (Thorlab WPV10L-780) é adicionada no caminho do feixe auxiliar antes da QWP, produzindo um feixe vetorial radial contendo apenas polarizações lineares, como ilustrado na Figura 46 (a). Seu perfil

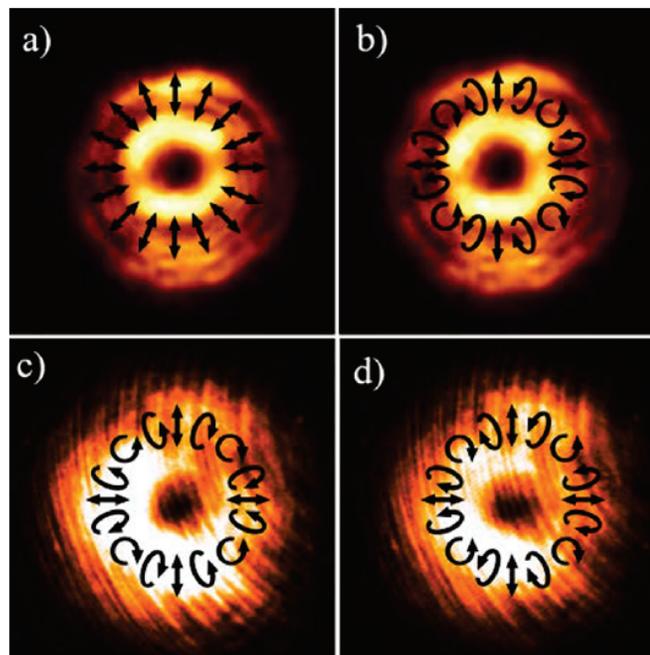


Figura 46 – Feixes de vórtices vetoriais. Imagens foram obtidas experimentalmente. As setas correspondem às direções de polarizações teóricas. O feixe vetorial radial (a) é primeiramente transformado em um feixe anisotrópico (b), utilizado como feixe auxiliar. As imagens inferiores são os feixes complementares resultante de fase conjugada (c) e de fase não-conjugada.

transversal foi medido e as setas indicam os estados de polarização distribuídos em

seu perfil. Em seguida, utilizamos a QWP de tal maneira que um feixe vetorial contendo estados de polarização tanto lineares quanto circulares é produzido, como indicado na Figura 46 (b). Este feixe é então utilizado como feixe estimulador na CPDStim.

As figuras 46 (c) e (d) mostram imagens dos perfis de intensidade em formato de rosquinha dos feixes complementares obtidos na CPDStim quando o feixe de bombeamento possui polarização diagonal e anti-diagonal, respectivamente. Uma assinatura da conjugação de fase é a inversão no sentido de rotação das componentes de polarização circulares.

Entretanto, os perfis de intensidade sozinhos não são capazes de demonstrar que a conjugação de fato ocorre. Para isso, realizamos medidas de polarização nos feixes semente e complementar e analisamos as imagens dos feixes resultantes utilizando uma câmera CCD. Na Figura 47 temos imagens do feixe semente na linha (a), e do feixe complementar nas linhas (b) e (c) para um feixe de bombeamento com polarização diagonal e anti-diagonal, respectivamente, sendo projetados nas bases lineares H/V (colunas 1 e 2) e D/A (colunas 3 e 4) e na base das polarizações circulares R/L (colunas 5 e 6). A conjugação de fase dos feixes vetoriais pode ser vista mais

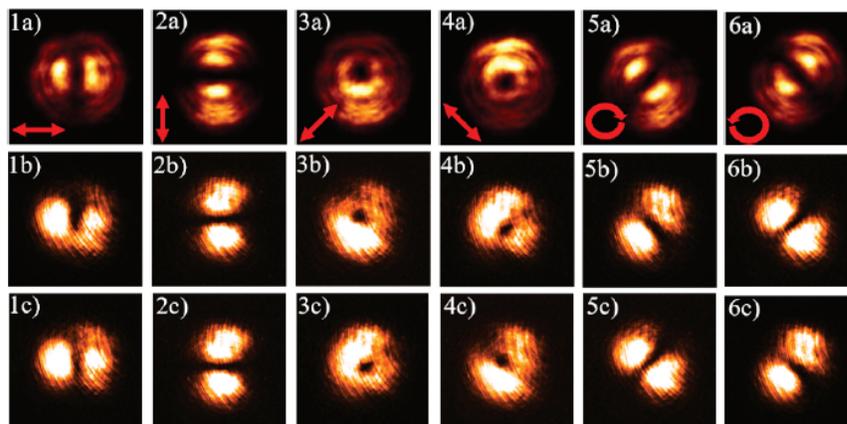


Figura 47 – Resultados das medidas projetivas demonstrando a conjugação de fase. As polarizações foram projetadas nas bases H/V, D/A e R/L, indicadas pelas setas em cada coluna. Na primeira linha (1a)-(6a) temos as projeções do feixe estimulador, na linha do meio (1b)-(6b) do feixe complementar conjugado e na última linha (1c)-(6c) o complementar não conjugado.

claramente comparando as imagens das projeções na base circular. As Figuras 47 (5b) e (6b) apresentam um formato Hermite-Gaussiano diagonal e anti-diagonal, respectivamente, em contraste com os formatos Hermite-Gaussianos anti-diagonal e diagonal das Figuras 47 (5a) e (6a), demonstrando a conjugação de fase. Já nas Figuras 47 (5c) e (6c), as projeções na base circular do feixe complementar estão direcionadas no mesmo sentido do feixe estimulador, indicando que não há conjugação de fase neste caso. Ao mesmo tempo, as projeções nas bases lineares não mostram diferenças entre conjugação e não-conjugação de fase.

Os resultados apresentados até aqui nesta seção foram publicados na Ref. [110].

5.4 CPDSTIM COM FEIXES VETORIAIS

Na seções anteriores mostramos que a fonte de dois cristais possibilita o estudo da conjugação de fase nos modos espaciais em conjunto do grau de liberdade de polarização, possibilitando analisar as consequências da utilização de feixes com estruturas transversais de polarização mais complexas. Deste modo, aqui iremos estudar a CPDStim utilizando feixes de vórtices vetoriais tanto para bombear quanto estimular a emissão. Essa realização só é possível devido a configuração da fonte de dois cristais possibilitar que as condições de casamento de fase sejam satisfeitas para a interação completa destes feixes estruturados. As interações nos dois cristais são interações coerentes em duas direções de polarizações ortogonais, e como duas polarizações ortogonais formam uma base para os estados de polarização na conversão paramétrica, todas as componentes de polarização do feixe de bombeamento e do feixe semente podem participar da interação paramétrica, como ilustra a Figura (48).

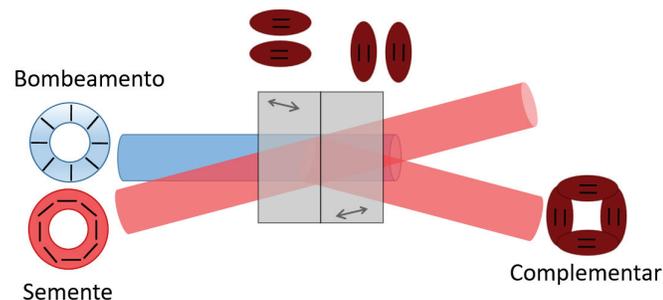


Figura 48 – Dois cristais BBO do tipo-I idênticos são posicionados em sequência, sendo que o segundo é rotacionado de 90° em relação ao outro, de modo que cada cristal contribui coerentemente na CPDStim interagindo com todas as componentes de polarização ao longo perfil transversal dos feixes de bombeamento e sinal.

O bombeamento e estimulação da conversão utilizando feixes vetoriais dão origem a um terceiro feixe que também será vetorial e que herdará as propriedades dos feixes de entrada, ou seja, suas propriedades dependerão explicitamente das propriedades dos feixes de bombeamento e sinal. Na Seção 5.2 analisamos o perfil transversal de intensidade do feixe complementar na configuração de dois cristais, na qual ambos feixes de entrada, bombeamento e semente, foram tratados classicamente como feixes de luz coerente, e então a intensidade do feixe complementar foi apresentada em

termos dos espectros angulares do bombeamento e sinal pela Eq. (5.18),

$$\begin{aligned}
 I(\rho_c) &= \cos^2 \frac{\theta_b}{2} \operatorname{sen}^2 \frac{\vartheta}{2} |\mathcal{F}_V(\rho_c)|^2 + \operatorname{sen}^2 \frac{\theta_b}{2} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} |\mathcal{F}_H(\rho_c)|^2 \\
 &+ \frac{e^{i(\phi_b - \gamma)}}{4} \operatorname{sen} \theta_b \operatorname{sen} \vartheta \mathcal{F}_H(\rho_c) \mathcal{F}_V^*(\rho_c) \\
 &+ \frac{e^{-i(\phi_b - \gamma)}}{4} \operatorname{sen} \theta_b \operatorname{sen} \vartheta \mathcal{F}_V(\rho_c) \mathcal{F}_H^*(\rho_c),
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

onde

$$\mathcal{F}_K(\rho_c) = \int dq_s dq'_s dq_c dq'_c e^{iq'_c \cdot \rho_c} H_{C'}(q'_c, q_c) v_b^{\bar{K}}(q_s + q_c) H_S^B(q'_s, q_s) \phi_s^{K^*}(q'_s). \tag{5.32}$$

Na Seção (2.2.2) vimos que podemos escrever um feixe vetorial em termos de sua amplitude espacial via Eq. (2.57). Deste modo, vamos reescrever $\mathcal{F}_K(\rho)$ em termos das amplitudes dos campos de bombeamento e semente. Para isso, vamos tomar que H_C e H_S^B representam propagações livres, tais que $H_C = \delta(q'_c - q_c) e^{-i \frac{q_c^2}{2k_c} z_c}$ e $H_S^B = \delta(q'_s - q_s) e^{i \frac{q_s^2}{2k_s} z_s}$,

$$\mathcal{F}_K(\rho_c) = \int dq_s dq_c e^{iq_c \cdot \rho_c} e^{-i \frac{q_c^2}{2k_c} z_c} v_b^{\bar{K}}(q_s + q_c) v_s^{K^*}(q_s), \tag{5.33}$$

onde $v_s^{K^*}(q_s) = \int dq'_s \delta(q'_s - q_s) e^{i \frac{q_s^2}{2k_s} z_s} \phi_s^{K^*}(q'_s)$ nada mais é do que a propagação do campo $\phi_s^{K^*}(q'_s)$ do plano de detecção na posição z_s até a posição dos cristais na posição $z = 0$, representando o feixe semente na posição dos cristais. Deste modo, tomando a transformada de Fourier do espectro angular do feixe de bombeamento, ficamos com

$$\mathcal{F}_K(\rho_c) = \int d\rho \varepsilon_b^{\bar{K}}(\rho) \int dq_c e^{i[q_c \cdot (\rho_c - \rho) - \frac{q_c^2}{2k_c} z_c]} \int dq_s e^{-iq_s \rho} v_s^{K^*}(q_s), \tag{5.34}$$

o que nos permite realizar as integrais nas coordenadas q_c e q_s ,

$$\int dq_c e^{i[q_c \cdot (\rho_c - \rho) - \frac{q_c^2}{2k_c} z_c]} = e^{i|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z_c}} \tag{5.35}$$

$$\int dq_s e^{-iq_s \rho} v_s^{K^*}(q_s) = \varepsilon_s^{K^*}(\rho). \tag{5.36}$$

Logo,

$$\mathcal{F}_K(\rho_c) = \int d\rho \varepsilon_b^{\bar{K}}(\rho) \varepsilon_s^{K^*}(\rho) e^{i|\rho_c - \rho|^2 \frac{k_c}{2z_c}}. \tag{5.37}$$

Portanto, as propriedades espaciais do feixe complementar serão dadas pelo produto $\varepsilon_b^{\bar{K}}(\rho) \varepsilon_s^{K^*}(\rho)$, que utilizando a definição da amplitude de um feixe vetorial dada pela Eq. (2.57), temos

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_b(\rho) \varepsilon_s^*(\rho) &= 4U_b(r)U_s^*(r) [\cos(l\phi + \alpha) \mathbf{e}_x + \operatorname{sen}(l\phi + \alpha) \mathbf{e}_y] \\
 &\times [\cos(m\phi + \beta) \mathbf{e}_x + \operatorname{sen}(m\phi + \beta) \mathbf{e}_y],
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

onde o índice b e os parâmetros l e α são relativos ao feixe de bombeamento, enquanto s , m e β são relativos ao semente. Como este produto é referente apenas às polarizações ortogonais entre os campos, então

$$\bar{\varepsilon}_b^k(\rho)\varepsilon_s^{k*}(\rho) = 4U_b(r)U_s^*(r)f_k(l\phi + \alpha)f_k(m\phi + \beta), \quad (5.39)$$

sendo $f_H(t) = \cos(t)$ e $f_V = \sin(t)$. É interessante notar que este resultado, obtido para feixes de vórtices vetoriais cilíndricos nos modos de bombeamento e sinal, também são válidos para feixes gaussianos linearmente polarizados tomando que $l = m = 0$.

5.4.1 Medidas experimentais

O aparato experimental para a realização do experimento em que ambos feixe de bombeamento e semente podem ser preparados como feixes vetoriais pode ser visto na Figura 49. Os dispositivos utilizados são praticamente os mesmos dos experi-

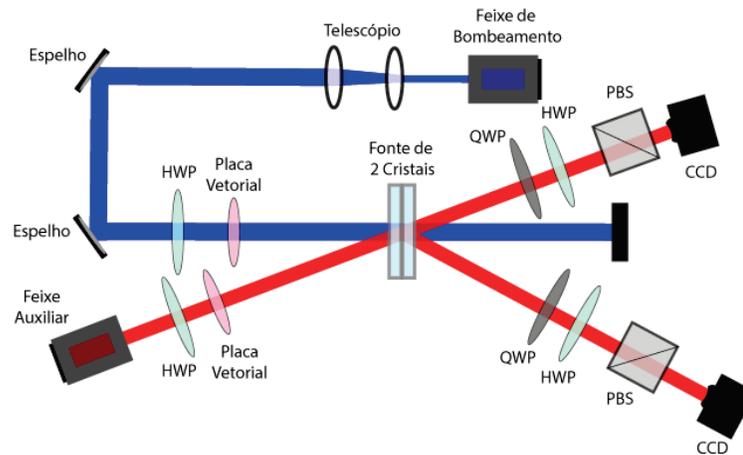


Figura 49 – Aparato experimental para a CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e na estimulação da conversão paramétrica.

mentos anteriores, com a diferença principal de que as medidas do feixe complementar serão realizadas a partir da projeção de seu perfil transversal em uma câmera CCD. O feixe de bombeamento é colimado utilizando um telescópio de modo a obter a mesma cintura do feixe semente, na ordem de 1.0 mm na posição dos cristais. Além disso, nos caminhos dos feixes de bombeamento e semente são adicionadas placas vetoriais para a geração dos modos vetoriais.

Testamos uma série de combinações de diferentes modos do bombeamento e semente, entretanto vamos mostrar apenas algumas combinações para ilustrar o acoplamento de todo perfil transversal dos feixes nos cristais. Deste modo, na Figura 50 temos os resultados da CPDStim com dois cristais bombeando a conversão com feixes de bombeamento com polarizações vetoriais e estimulando com o feixe semente com polarizações lineares. O feixe de bombeamento tanto radial quanto azimutal possui

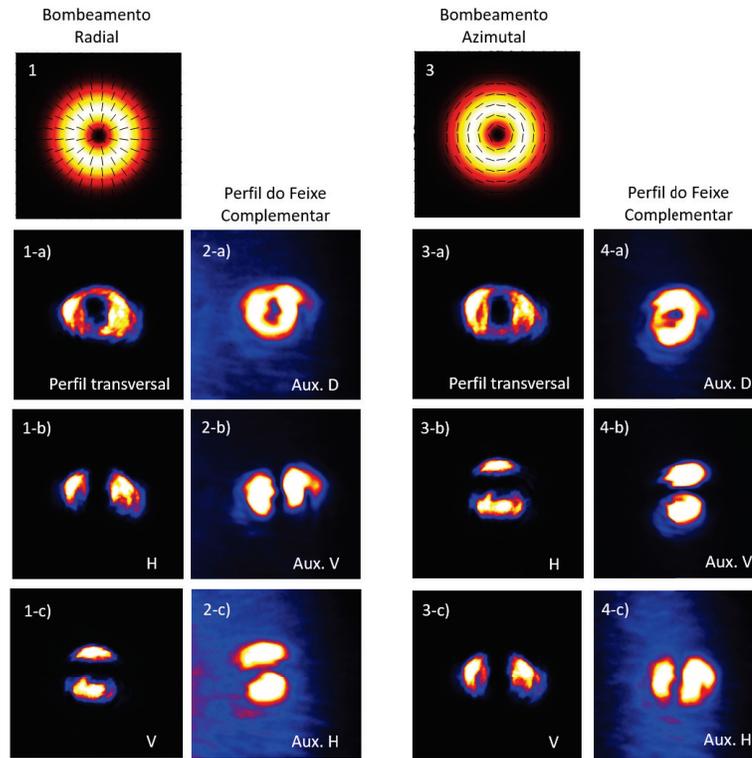


Figura 50 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e diferentes polarizações lineares no feixe semente. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe de bombeamento com polarizações radial e azimutal respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colunas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe semente é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.

contribuições lineares de polarizações H e V, gerando pares de fótons em ambos os cristais. Ao estimularmos a emissão com um feixe semente com polarização diagonal, a estimulação também ocorre em ambos os cristais, onde o acoplamento entre os feixes nos cristais se dá em todo perfil transversal gerando um feixe com o formato rosquinha, como pode ser visto nas Figuras 50 2-a) e 4-a). Entretanto, ao estimular a conversão com um feixe semente com polarização V (H), o perfil de intensidade do feixe complementar será igual a projeção do feixe de bombeamento na polarização H (V), que gera fótons na mesma polarização do feixe semente, como pode ser visto na linha (b) ((c)) da Figura 50. Este resultado experimental ilustra bem as propriedades espaciais do feixe complementar a partir do produto da amplitude do feixe de bombeamento e o conjugado da amplitude de feixe semente descrita pela Eq. (5.39).

Agora, na Figura 51 mostramos o resultado para polarizações lineares do feixe de bombeamento, enquanto estimulamos a conversão utilizando feixes vetoriais com carga topológica $m = 2$ e diferentes fases $\beta = \pi/2$ e $\beta = 0$. Estes feixes vetoriais possuem estados de polarização mais complexos distribuídos ao longo do seu perfil

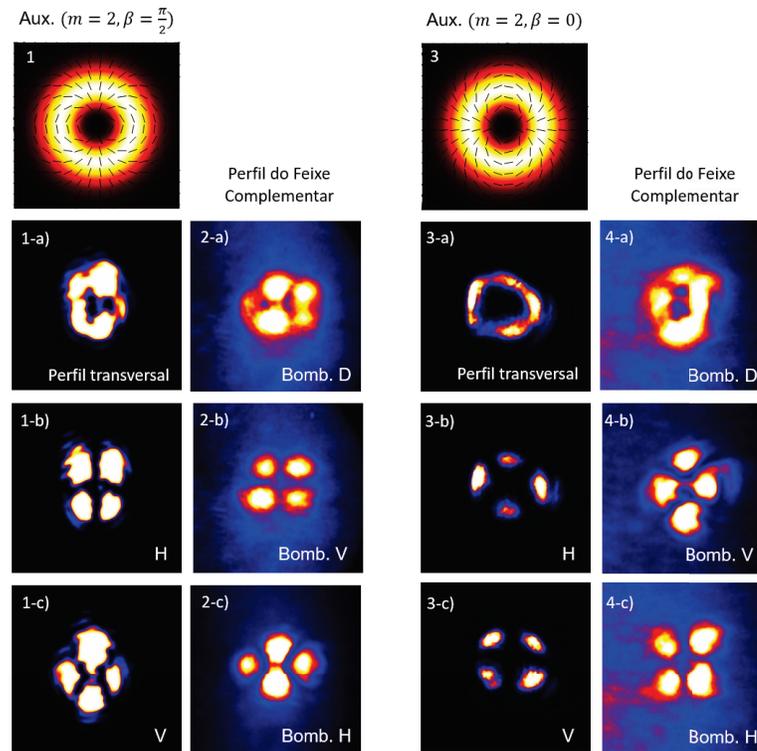


Figura 51 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no feixe semente e diferentes polarizações lineares no feixe de bombeamento. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe semente preparados com $(l = 2, \beta = \pi/2)$ e $(l = 2, \beta = 0)$ respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colunas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe de bombeamento é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.

transversal, cujas componentes H e V podem ser vistas nas projeções experimentais do feixe semente nas linhas (b) e (c) das colunas 1 e 3. As imagens do feixe complementar são apresentadas nas colunas 2 e 4, para diferentes polarizações do feixe de bombeamento. De maneira análoga ao resultado anterior, a Eq. (5.39) nos mostra que a conversão estimulada ocorre apenas quando a polarização do feixe semente é a mesma dos fótons produzidos na CPDE. Observa-se que para o bombeamento diagonal, Figuras 51 2-a) e 4-a), o feixe semente vetorial irá estimular a emissão em ambas componentes de polarização, ou seja, nos dois cristais, formando um feixe complementar com distribuição espacial também no formato de rosquinha. Quando o bombeamento possui apenas uma contribuição de polarização linear, apenas a região transversal do feixe semente com polarização ortogonal irá estimular a conversão, como pode ser visto nas linhas (b) e (c) das colunas 2 e 4.

Vamos agora analisar a influência do estado de polarização do feixe de bombeamento na conjugação de polarização entre os feixes semente e complementar. Na Figura 52 temos os resultados experimentais para um feixe semente com polariza-

ção radial com bombeamento (a) diagonal e (b) anti-diagonal. Para o bombeamento diagonal, vemos na Figura 52 (a) que o estado de polarização do feixe semente é transferido para o feixe complementar, apresentando um estado de polarização radial como pode ser observado pela sua tomografia de polarização. Já para o bombeamento anti-diagonal, o feixe complementar resultante também é um feixe vetorial, entretanto não apresenta o mesmo estado de polarização do feixe semente, como pode ser visto na Figura 52 (b).

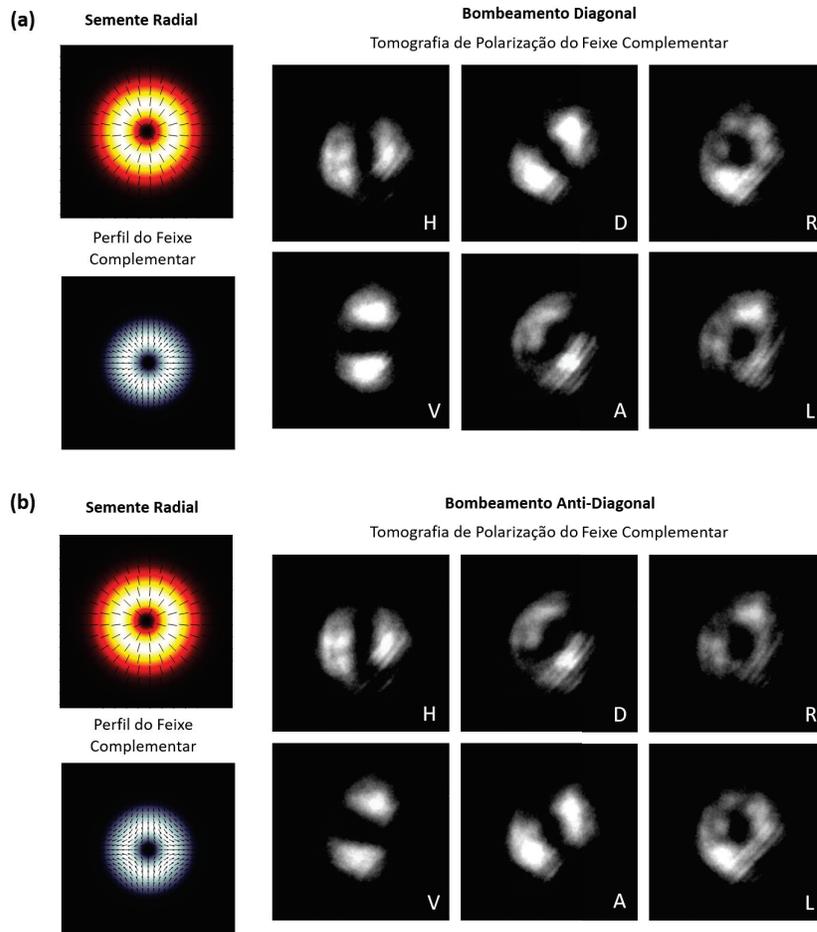


Figura 52 – CPDStim utilizando feixes vetoriais no bombeamento e diferentes polarizações lineares no feixe semente. Nas colunas 1 e 3, temos em (a) o perfil transversal do feixe de bombeamento com polarizações radial e azimutal respectivamente, e em (b) e (c) suas projeções nas polarizações H e V, respectivamente. Nas colunas 2 e 4, temos o perfil do feixe complementar quando o feixe semente é enviado com polarizações (a) diagonal, (b) vertical e (c) horizontal.

Por fim, outro resultado interessante que mostra bem as propriedades espaciais e de polarização do feixe complementar a partir do produto da amplitude do feixe de bombeamento e o conjugado do feixe semente, descrito pela Eq. (5.39), pode ser

observado quando ambos feixes são preparados como um modo vetorial. Na Figura 53 podemos ver três casos distintos. A primeira linha é referente a CPDStim com polarização radial em ambos feixe de bombeamento e semente. Observa-se que perfil

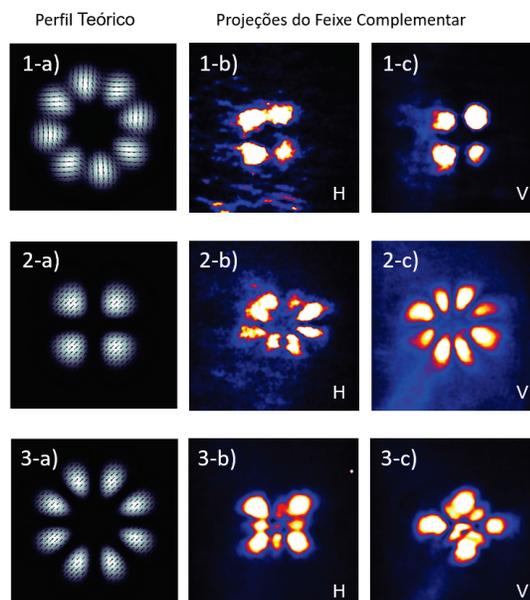


Figura 53 – CPDStim preparando ambos feixes de bombeamento e semente como feixes vetoriais. Na coluna (a), temos as simulações para 1) bombeamento e semente radiais, 2) $m = l = 2$ e $\alpha = \beta = 0$ e 3) $m = l = 2$, $\alpha = 0$ e $\beta = \pi/2$. Nas colunas (b) e (c) temos as projeções do feixe complementar nas bases H e V respectivamente.

de intensidade do feixe complementar apresenta um formato de quatro pétalas, pois nas regiões do plano transversal onde só há uma componente de polarização do feixe de bombeamento, a CPDE irá emitir fótons com polarizações ortogonais a polarização do feixe semente naquela região, não ocorrendo a estimulação. Além disso, observa-se que o feixe complementar resultante apresenta uma distribuição de polarização linear e homogênea, ou seja, não é um modo vetorial. A simulação teórica pode ser vista na Fig 53 1-a), e as projeções dos resultados experimentais nas polarizações H e V podem ser vistas em 1-b) e 1-c). Na segunda e na terceira linha, temos os casos em que ambos feixes são preparados com carga topológica igual a 2. Na linha 2 ambos bombeamento e semente foram preparados exatamente no mesmo estado de polarização com $\alpha = \beta = 0$, enquanto que na linha 3 foram preparados com $\alpha = 0$ e $\beta = \pi/2$. Novamente observamos que no caso onde bombeamento/sememente apresentam o mesmo estado de polarização vetorial, o feixe complementar resultante não é um feixe vetorial, apresentando uma distribuição de polarização simples e uma distribuição espacial de intensidade complexa, dada por um feixe com 8 pétalas. No caso onde as polarizações vetoriais dos feixes de bombeamento e semente não são iguais, o feixe complementar resultante possui uma distribuição de polarização também

vetorial, como pode ser observado pela assimetria de suas projeções experimentais nas bases H e V.

Nossos resultados experimentais estão de acordo com o previsto pela teoria. Entretanto, aqui não apresentamos uma tomografia completa de polarização dos feixes complementares produzidos com as diferentes combinações de bombeamento e semente vetoriais. Porém, na Ref. [111] foram apresentados o resultados para outras combinações de diferentes feixes vetoriais onde medimos o perfil transversal de intensidade do feixe complementar gerado na CPDStim e realizamos uma tomografia de polarização dependente da posição transversal, o que resulta na combinação da intensidade transversal com um mapa de polarização. Portanto, podemos concluir que a conversão paramétrica descendente estimulada com a fonte de dois cristais é um processo confiável e que pode ser utilizado para o estudo da interação entre feixes vetoriais.

5.5 CONCLUSÃO

Para concluir, além de estendermos o conceito de IOA para a CPDStim, mostramos que ela também é válida para a CPDStim com uma fonte de dois cristais em sanduíche, onde a intensidade do feixe complementar convertido é diretamente proporcional a soma das intensidades das conversões em cada um dos dois cristais, além de outros dois termos interferentes entre as amplitudes de probabilidade de conversão em cada cristal. Este resultado é bastante interessante visto que a fonte sanduíche permite a interação de feixes de luz com estados de polarização anisotrópicos como os feixes vetoriais. A conjugação óptica de fase diz respeito a preparação de um feixe de luz que é a inversão de outro no tempo em termos de seus espectros angulares. Da mesma forma, a conjugação de fase de um feixe vetorial denota a reversão temporal que também inclui o grau de liberdade de polarização. Deste modo, demonstramos teórico e experimentalmente o processo de conjugação de fase de um feixe vetorial utilizando a CPDStim. Por fim, também analisamos algumas configurações para diferentes combinações de bombeamento e semente, na qual foi possível observar que o feixe complementar na CPDStim também é um modo vetorial quando bombeamento e semente são modos vetoriais distintos, entretanto, quando eles são os mesmos, o feixe complementar irá apresentar um formato de pétalas com uma distribuição de polarização linear homogênea. O esquema é rápido e pode ser convenientemente controlado através da manipulação do feixe de bombeamento, e portanto podem ser utilizado em aplicações na qual correções em tempo real devem ser feitas para feixes vetoriais que se propagam em meios anisotrópicos e/ou birrefringentes. Espera-se que estes resultados ampliem o leque de possibilidades para o uso de feixes vetoriais em aplicações do mundo real.

6 COALESCÊNCIA DE DOIS FÓTONS EM UM CAMPO COERENTE FRACO DE FASE RANDOMIZADA

6.1 INTRODUÇÃO

Interferência de dois fótons (IDF) em um divisor de feixes foi demonstrado primeiramente por Hong, Ou e Mandel (HOM) em 1987, em um experimento que visava inicialmente medir o atraso entre dois pulsos de laser [35]. O efeito de HOM basicamente apresenta uma queda na taxa de coincidência entre os fótons de saída do divisor de feixes conforme aumenta-se a indistinguibilidade entre os fótons de entrada. Sua origem física se da pela interferência destrutiva entre duas amplitudes de probabilidades da mecânica quântica de se detectar um único fóton em cada uma das duas portas de saída, conforme indicado nas Figuras 54 (b) e (c), evidenciando a natureza quântica da luz.

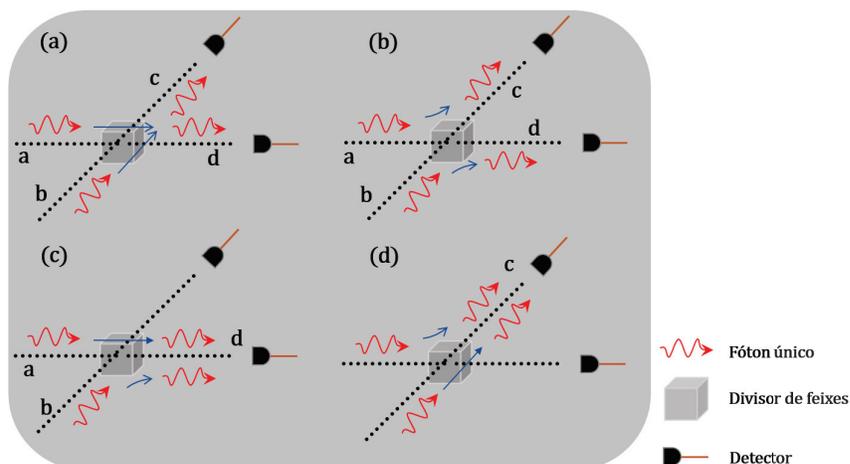


Figura 54 – Interferência de dois fótons em um divisor de feixes. (a)-(d) Ilustração das quatro possibilidades de saída dos fótons interferentes de acordo com a mecânica quântica. O efeito de HOM é resultante da interferência destrutiva entre as probabilidades de saída em diferentes caminhos do divisor de feixes ilustrados em (a) e (b).

Este efeito criou um novo capítulo na história óptica quântica, e desde então o efeito de HOM tem sido amplamente explorado, influenciando diversos estudos nas últimas décadas e se tornando um dos efeitos centrais na área de óptica quântica. Muito recentemente, por exemplo, em [112], o efeito de HOM foi demonstrado em um estado misto de luz a partir de pares de fótons gerados via mistura de quatro ondas em um ensemble de átomos frios. Em óptica, várias aplicações do efeito de HOM foram propostas e demonstradas a partir de um processo óptico não-linear, baseando-se na interferência entre fótons únicos criados via conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE), como por exemplo estudos relacionados a portas lógicas quânticas [113], teletransporte quântico [12], sincronização de relógios [114],

testes quânticos de não-localidade [115] e na implementação de diversos protocolos de informação quântica [116].

Este efeito de HOM tem sido demonstrado tipicamente para fótons correlacionados que são resultantes de processos ópticos não-lineares, como a CPDE. Apesar destas interações não-lineares produzirem fótons altamente correlacionados, ou melhor, emaranhados, como explicitado nos tópicos anteriores, geralmente ela apresenta uma baixa eficiência de conversão e encontra diversos desafios experimentais quando se é necessária a manipulação dos fótons resultantes após o processo de interferência. Um exemplo deste problema aparece por exemplo ao lidar com as propriedades espaciais dos fótons [41]. O perfil transversal de um fóton único, por exemplo, é descrito por um espaço de Hilbert de dimensão infinita. Isto é, o perfil transversal de um fóton pode ser utilizado para codificar mais de um bit de informação por fóton, sendo um excelente carregador de informação e um forte candidato para ser utilizado em distribuição de chaves quânticas [117]. Recentemente, foi demonstrado que a interferência de múltiplos fótons também pode ser realizada levando em conta o perfil transversal dos fótons [118]. Entretanto, as técnicas experimentais para a manipulação do perfil transversal de fótons não são muito eficientes e as perdas tornam os experimentos muito difíceis. Deste modo, a realização da IDF com uma fonte alternativa que não dependa de processos não-lineares é altamente desejável.

Recentemente, diversos estudos experimentais mostraram que estados coerentes fracos de fase randomizada (ECFFR) podem ser uma forma alternativa para muitos experimentos de fótons únicos [119, 120, 121]. Um benefício imediato dessa técnica é evitar a limitação no número de fótons devido a baixa eficiência da não-linearidade óptica no fluxo de fótons. Entretanto, nesta abordagem, o ruído de possíveis efeitos concorrentes, que não à interferência entre dois fótons, é adicionada ao sinal. Para desfazer essa adição, é necessário repetir o experimento com diferentes entradas e isolar apenas o sinal relevante, ou seja, apenas os fótons interferentes. Um exemplo é o trabalho de Valente e Lezama [122], que implementaram uma tomografia quântica de estados coerentes com fase randomizada e observaram a negatividade de sua função de Wigner, o que implica na observação da não-classicalidade desse feixe de luz, mostrando que processos quânticos de fótons únicos podem ser realizados com os ECFFR [123]. Outro exemplo interessante dessa aplicação é na distribuição de chaves quânticas independentes do dispositivo de medição [124].

Aragones *et al.* [125] recentemente utilizaram um laser pulsado com pulsos de pico-segundos de fase randomizada para demonstrar o efeito de HOM. Eles confirmaram que conforme o atraso entre os dois fótons interferentes diminui, a contribuição da IDF para os eventos de coincidência desaparece. Entretanto, diversos estudos da IDF com lasers de onda contínua já foram realizados, porém a assinatura de uma interferência quântica através da coalescência de dois fótons (CDF) não foi observado

até o momento. Essa observação é altamente desejável, uma vez que IDF também ocorrem em interferômetros com apenas uma saída, abrindo novas fronteiras para investigações experimentais. Deste modo, neste trabalho vamos demonstrar a IDF utilizando um estado coerente de fase randomizada de um laser de onda contínua. Primeiramente demonstramos a CDF utilizando um interferômetro de Mach-Zehnder (IMZ). Como este é um interferômetro de duas saídas, essa configuração também nos permite observar o efeito de HOM, que são efeitos complementares. Também demonstramos o efeito de coalescência em um interferômetro de Michelson de uma única saída. Na sequência, iremos discutir a coalescência de dois fótons idênticos devido a suas interferências e então vamos explicar como isolar o efeito de coalescência e medi-los utilizando estados coerentes fracos de fase randomizada (PRWCS, *phase-randomized weak coherent states*). Por fim, apresentaremos os resultados e as implicações para futuros experimentos.

6.2 TEORIA

Vamos primeiramente fazer uma breve descrição sobre interferência de dois fótons em um divisor de feixes. Quando dois contadores de fótons são colocados nas saídas do divisor de feixe balanceado, a mecânica quântica prediz que não há eventos de coincidência no caso ideal, indicando que os dois fótons irão coalescer e sair pela mesma porta de saída e nunca um por cada lado. Para observar este fenômeno diretamente, deve-se realizar contagens de fótons simultaneamente nas duas saídas do divisor de feixe. Uma queda pela metade das contagens de coincidência como função da distinguibilidade confirma a interferência de dois fótons. Alternativamente, podemos observar diretamente o aumento nos eventos de coalescência de dois fótons em uma das saídas do BS. Indo de fótons distinguíveis para fótons idênticos, o número de coalescências deve dobrar.

Neste trabalho iremos reportar este efeito utilizando estados coerentes fracos de fase randomizadas oriundas de um laser de onda contínua. Nomeado apropriadamente, estes estados são feixes coerentes fracos cuja relação de fase foram randomizadas. No nosso experimento, dividimos um feixe de laser em dois feixes e então randomizamos suas fases relativas adicionando um pequeno e randômico atraso em um deles. Recombinamos então estes feixes em um divisor de feixes balanceado (50:50) para obtermos os padrões de interferência. O atraso induzido é muito menor do que o comprimento de coerência da fonte de luz, certificando de que os fótons que se interferem permaneçam indistinguíveis. Este processo produz estados mistos com uma distribuição de fótons exatamente como a do estado coerente de entrada. Esta propriedade nos permite isolar as contribuições da IDF.

Na sequência, vamos descrever este processo de isolamento de maneira mais detalhada. Este processo foi proposto inicialmente nos trabalhos [126, 127] e é similar

ao que *Aragones et al.* [125] realizaram, na qual eles estabeleceram um limite superior apertado nas taxas de coincidências esperadas no experimento de Hong-Ou-Mandel. Vamos descrever as portas de entrada de um divisor de feixes balanceado por a e b e suas portas de saída por c e d . Para um detector de resolução de número de fótons localizado na porta de saída d , a taxa de coalescência é proporcional a probabilidade condicional $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$, que é a probabilidade de que dois fótons entrem nas diferentes portas a e b do divisor de feixes e ambos saiam pela porta d . Note que a CDF ocorre em ambas as saídas do interferômetro e é detectada por ambas as probabilidades condicionais $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$ e $P(0_d, 2_c | 1_a, 1_b)$. Aqui, entretanto, vamos observar o efeito para apenas uma das probabilidades condicionais, a $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$.

O estado de entrada de dois modos no divisor de feixes é dado por

$$\rho = \sum_{i,j} P_a(i)P_b(j) |i_a, j_b\rangle \langle i_a, j_b|, \quad (6.1)$$

onde as distribuições de probabilidade $P_a(i)$, $P_b(j)$ são distribuições de Poisson:

$$P_s(i) = \frac{\mu_s^i}{i!} e^{-\mu_s}, \quad s = a, b. \quad (6.2)$$

Aqui μ_a , μ_b são os números médios de fótons em cada modo de entrada. Dado que o estado de entrada é uma distribuição de diferentes estados de Fock, a taxa com que eventos de dois fótons na saída d ocorre será dada por

$$P(2_d, 0_c) = \sum_{i,j} P_a(i)P_b(j)P(2_d, 0_c | i_a, j_b). \quad (6.3)$$

Na prática, o mecanismo de detecção não detecta todos os fótons recebidos, mas a adição de um fator de eficiência pode acomodar estas imperfeições.

A quantidade de interesse aqui é a probabilidade condicional $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$, que é a probabilidade de encontrar dois fótons na porta de saída d dado que o divisor de feixes é alimentado por dois fótons, um em cada uma das portas de entrada a e b . Entretanto, nosso estado de entrada é uma distribuição de vários estados possíveis de entrada, e é preciso extrair a probabilidade condicional relevante dos dados. Para extrair esta probabilidade condicional, aplicamos uma aproximação similar a [125]. Isto é, medimos o número de eventos de dois fótons na porta d para diferentes estados de entrada e então extraímos a distribuição de probabilidade relevantes dos dados. O número de eventos de dois fótons na porta d é dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_2(\mu_a, \mu_b) &= \mu_a \mu_b P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b) + \frac{\mu_a^2}{2!} P(2_d, 0_c | 2_a, 0_b) \\ &+ \frac{\mu_b^2}{2!} P(2_d, 0_c | 0_a, 2_b) + \mathcal{O}(\mu^3). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Também medimos o número de eventos de dois fótons quando uma das portas de entrada é fechada,

$$\mathcal{N}_2(\mu_a, 0_b) = \frac{\mu_a^2}{2!} P(2_d, 0_c | 2_a, 0_b) + \mathcal{O}(\mu^3) \quad (6.5)$$

$$\mathcal{N}_2(0_a, \mu_b) = \frac{\mu_b^2}{2!} P(2_d, 0_c | 0_a, 2_b) + \mathcal{O}(\mu^3). \quad (6.6)$$

Subtraindo estes termos da contribuição, temos

$$\begin{aligned} & \mathcal{N}_2(\mu_a, \mu_b) - \mathcal{N}_2(\mu_a, 0_b) - \mathcal{N}_2(0_a, \mu_b) \\ & = \mu_a \mu_b P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b) + \mathcal{O}(\mu^3). \end{aligned} \quad (6.7)$$

Se $\mu_a \simeq \mu_b \simeq \mu$ e a probabilidade condicional $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$ não desaparece, a razão entre os dois termos do lado direito da equação acima é da ordem de μ . Para um estado coerente fraco com $\mu \ll 1$, podemos ignorar os termos de ordem superior e estimar que

$$\mu_a \mu_b P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b) \simeq \mathcal{N}_2(\mu_a, \mu_b) - \mathcal{N}_2(\mu_a, 0_b) - \mathcal{N}_2(0_a, \mu_b). \quad (6.8)$$

Para o nosso experimento estimamos que $\mu_a \simeq \mu_b \simeq \mu \approx 10^{-4}$ utilizando o número de detecções de fótons únicos e o fato de que nosso laser possui comprimento de coerência da ordem de 10 – 30 cm. Assim podemos ignorar com segurança as contribuições das ordens de termos superiores e chegar na Eq. (6.8). Enfatizamos ainda que a inclusão da eficiência de detecção não altera a conclusão acima porque todas as contribuições de ordens superiores incluem detecções de pelo menos dois fótons. Note que para chegar na Eq. (6.8) a probabilidade condicional $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$ deve ser muito maior do que μ_a e μ_b , uma suposição que é consistente com o intervalo esperado para o valor de $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$. Já para a probabilidade condicional $P(1_d, 1_c | 1_a, 1_b)$, que é estimada no experimento de Hong-Ou-Mandel, esta suposição não é válida. A medida que os dois fótons interferentes se tornam indistinguíveis, essa probabilidade se aproxima de zero. Felizmente, a Eq. (6.8) funciona como um limite superior para a probabilidade $P(1_d, 1_c | 1_a, 1_b)$ [125]. A mecânica quântica prediz que o valor da probabilidade condicional $P(2_d, 0_c | 1_a, 1_b)$ para dois fótons idênticos é de 50%, e para dois fótons completamente distinguíveis é de 25%. Assim, dado um fator de proporcionalidade geral, nosso valor estimado aumenta em um fator de dois.

Nesta análise foram ignorados os efeitos da eficiência quântica da detecção de fótons. Essa imperfeição não altera a natureza de duplicação do nosso sinal, mas modifica a constante de proporcionalidade da equação (6.8). Como os termos nesta equação são de segunda ordem no número médio de fótons e suas correções são ainda de ordem superior, absorvemos os fatores de eficiência não unitários em μ_a e μ_b . Além disso, o ruído de fundo detectado pelos detectores é muito menor que a contagem coincidência e, portanto, é ignorada em nossa análise.

6.3 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Na sequência, iremos descrever nosso aparato experimental e os resultados do nosso experimento. A Figura 55 mostra o esquema da nossa configuração experi-

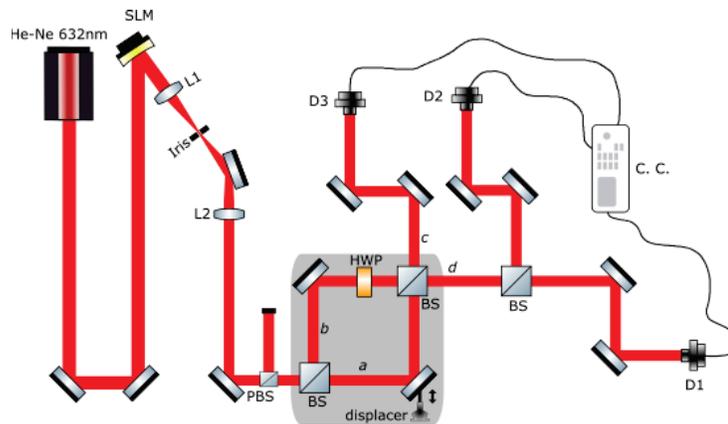


Figura 55 – Aparato experimental para a observação da coalescência de dois fótons e efeito de HOM utilizando um laser de onda contínua.

mental. Utilizamos um laser de onda contínua de HeNe com um comprimento de onda de 632 nm como fonte de luz. Um modulador espacial de luz é utilizado para deixar a frente de onda do feixe plana, e então é passado por um polarizador para garantir uma polarização uniforme. O feixe é então dividido em dois por um divisor de feixes 50:50 não polarizado. Uma placa de meia onda (HWP) é colocada em um dos feixes para rotacionar a polarização do feixe transmitido. A incompatibilidade entre as polarizações dos dois feixes é o parâmetro que controla a distinguibilidade dos fótons interferentes. Ou seja, controlando a polarização em um dos braços do interferômetro nós podemos controlar o ângulo de incompatibilidade, θ , entre os dois fótons interferentes. Em $\theta = 0$ os fótons interferentes possuem polarizações idênticas e são indistinguíveis. Através da rotação da HWP podemos aumentar o ângulo de incompatibilidade e então aumentar o grau de distinguibilidade. Em $\theta = 90^\circ$ os fótons interferentes possuem polarizações ortogonais e são completamente distinguíveis. Uma rampa de deslocamento linear adiciona uma fase aleatória no segundo feixe através da adição de um pequeno atraso em seu caminho. Este deslocamento indutor de fase é da ordem de dezenas de microns. É muito menor do que o comprimento de coerência do laser, mas é grande o suficiente para cobrir até 100π de fase adicional. Os dois feixes irão então se interferir num segundo divisor de feixes. A adição da fase aleatória garante que o estado quântico no segundo divisor de feixes, seja um estado quântico misto. Esta configuração constitui um interferômetro de Mach-Zehnder com uma placa de meia onda em um dos braços e uma fase aleatória no outro. Para registrar os eventos de dois fótons em uma das saídas do divisor de feixes, dividimos o feixe de saída da porta d em outro divisor de feixes balanceado e direcionamos cada um dos feixes para um

fotodetector de avalanche (APD - *avalanche photo-detector*. Cada evento simultâneo de contagem de fótons nos APDs registram um evento de dois fótons. Esta configuração tem a desvantagem de que 50% dos pares de fótons não são divididos e então não são detectados. Além disso, a eficiência quântica não-unitária dos fotodetectores também é responsável por perdas de eventos. Mesmo assim, essa eficiência não-ideal e a divisão probabilística não nos impede de observar a assinatura pretendida. Ou seja, dado que a contribuição dos termos de ordem superiores (coincidência de dois fótons produzidos por três ou mais) são desprezíveis, o aumento nos eventos de dois fótons não é afetado pela eficiência geral de detecção.

O resultado do experimento descrito acima é mostrado na Figura 56. Medimos

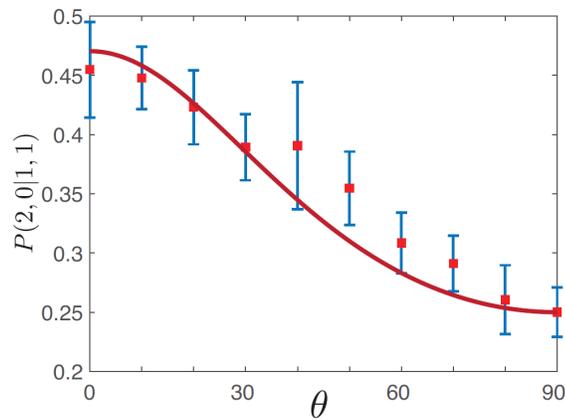


Figura 56 – Observação de coalescência como resultado da interferência de dois fótons. A probabilidade de coalescência de dois fótons indistinguíveis é o dobro da probabilidade para dos fótons completamente distinguíveis. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9) para $P(2_d, 0_c|1_a, 1_b)$ e as barras de erro representam o desvio padrão da média.

as três diferentes contribuições no numerador da Eq. 6.8 e computamos as subtrações. A primeira contribuição, $\mathcal{N}_2(\mu_a, \mu_b)$, é medida utilizando exatamente o aparato experimental da Figura 55, enquanto que para $\mathcal{N}_2(\mu_a, 0)$ e $\mathcal{N}_2(0, \mu_b)$ as medidas foram realizadas bloqueando os caminhos a e b , respectivamente, exemplificado na Figura 57. Dividimos então o resultado da subtração pelo produto do número de eventos de um único fóton em cada detector. Isso nos permite compensar pequenas alterações na intensidade geral do laser, embora não compense as perdas pelas eficiências não-ideais de detecção. Conforme explicado anteriormente, a eficiência de detecção não ideal apenas leva a um escalonamento das taxas de detecção. Isso preserva a assinatura que pretendemos observar, ou seja, uma duplicação no número de eventos de coalescência. Assim, redimensionamos nossas taxas medidas de tal modo que o valor médio de $P(2_d, 0_c|1_a, 1_b)$ para fótons completamente distinguíveis seja de 25%. Vale ressaltar aqui, em questão de comparação, que a visibilidade na queda de $P(2, 0|1, 1,)$ para fótons interagentes oriundos da CPDE, por exemplo, ou estados de Fock, é de

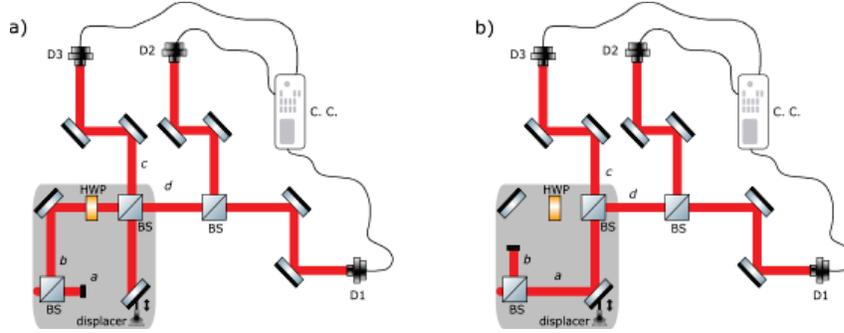


Figura 57 – Esquema para medir as contribuições $\mathcal{N}_2(\mu_a, 0)$ e $\mathcal{N}_2(0, \mu_b)$ da Eq. 6.8.

100% ao invés de 50% como observados aqui com os ECFFR. Ambos os fótons de entrada são polarizados linearmente e sua incompatibilidade em polarização nos dá o grau de distinguibilidade. Utilizamos a placa de meia onda (HWP) para controlar o ângulo de incompatibilidade entre as polarizações e aumentamos de zero (fótons indistinguíveis) para 90° (fótons distinguíveis). Pode-se observar que a probabilidade de agrupamento praticamente dobra conforme o ângulo de incompatibilidade entre as polarizações dos fótons de entrada varia de zero a 90° . Cada ponto na Figura 56 representa o valor médio de 30 diferentes medidas e a barra de erro representa o desvio padrão destes valores médios. A razão entre as probabilidades médias para 0 e 90 graus é de 1.82. Este valor é menor que o valor ideal de 2 devido às distinguibilidades residuais entre os dois fótons de entrada, originários das imperfeições no interferômetro de Mach-Zehnder implementado. Um modelo teórico que incorpora estas imperfeições (Apêndice A deste capítulo) é dado por

$$P(2, 0|1, 1) = \frac{1}{2(1 + \cos^2\delta \sin^2\theta + \sin^2\delta)}, \quad (6.9)$$

onde θ é o ângulo de incompatibilidade, e $\cos\delta$ é a visibilidade do interferômetro de Mach-Zehnder para $\theta = 0$. Um interferômetro ideal corresponde ao limite em que $\delta \rightarrow 0$. Para um interferômetro ideal, a razão de $P(2_d, 0_c|1_a, 1_b)$ para $\theta = 0$ e $\theta = 90^\circ$ é exatamente dois. Para quantificar a imprecisão da nossa configuração experimental, encontramos o melhor ajuste entre os nossos resultados e a Eq. (6.9). Este ajuste é indicado pela linha sólida vermelha na Figura 56 e corresponde ao valor de $\cos\delta = 0.97$. A figura de mérito para a qualidade da curva de ajuste é dado por $R^2 = 0.89$, onde R^2 é o coeficiente de determinação. O valor $R^2 = 1$ corresponde ao ajuste perfeito onde todos os valores modelados batem com os medidos perfeitamente.

Para confirmar que esse efeito de agrupamento corresponde a interferência de dois fótons, também utilizamos nossa configuração experimental para observar o efeito de Hong-Ou-Mandel. Neste caso, precisamos medir a probabilidade de dois fótons saírem em diferentes portas da saída do divisor de feixes condicionado a dois fótons de entrada em diferentes portas de entrada do divisor de feixes: $P(1, 1|1, 1)$. Esta probabilidade é nula para dois fótons indistinguíveis. O processo para isolar e medir esta

probabilidade é similar ao que fizemos para $P(2, 0|1, 1)$ e foi originalmente apresentado em [125]. Para isso, removemos o divisor de feixes na saída d e utilizamos os detectores D1 e D3, do aparato ilustrado na Figura (55). Neste caso, como a probabilidade condicional que pretendemos medir idealmente desaparece para $\theta = 0$, a probabilidade normalizada serve como um limite superior para $P(1, 1|1, 1)$. A Figura 58 mostra o resultado das medidas para esta probabilidade. Consistente com as nossas espec-

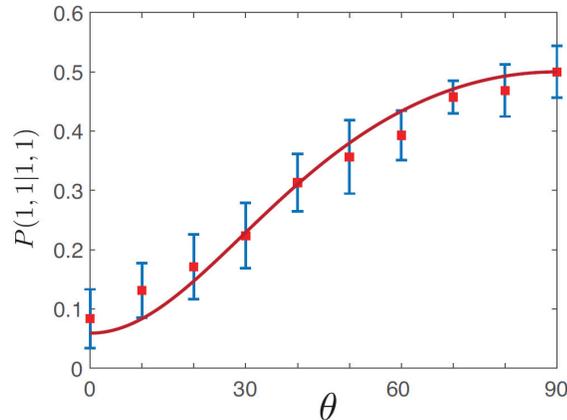


Figura 58 – Observação do efeito de Hong-Ou-Mandel como resultado da interferência de dois fótons em um interferômetro de Mach-Zehnder. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9) para $P(2_d, 0_c|1_a, 1_b)$ e as barras de erro representam o desvio padrão da média.

tativas, a probabilidade condicional decresce conforme o grau de indistinguibilidade dos dois fótons interferindo diminui $\theta \rightarrow 0$. A linha sólida neste gráfico corresponde a predição teórica que incorpora a visibilidade imperfeita do interferômetro de Mach-Zehnder empregado. O valor para o parâmetro de imperfeição $\cos\delta = 0.97$ é extraído do melhor ajuste da Eq. 6.9 para as medidas de $P(2, 0|1, 1)$ na Figura 56. O valor para a qualidade do ajuste, ou ainda, o coeficiente de determinação, é $R^2 = 0.97$. Pode-se observar que o nosso ajuste teórico é consistente com as medidas de $P(1, 1|1, 1)$ na Figura 58, e as imperfeições do interferômetro de Mach-Zehnder empregado explica o afastamento do caso ideal. As barras de erro retratada no gráfico representa o desvio padrão dos valores médios.

Até aqui, demonstramos o efeito de coalescência de dois fótons em um interferômetro de Mach-Zehnder. Este interferômetro possui duas portas de saídas distintas e através dela é possível examinar a interferência de dois fótons tanto via coalescência quanto pelas contagens de coincidências diretamente entre as portas de saída. No entanto, existem muitos arranjos interferométricos que possuem apenas uma saída acessível e que podem ser usadas para a CDF. Deste modo, para fornecer um exemplo explícito, também implementamos um interferômetro de Michelson para observar diretamente o fenômeno de coalescência. Nesta configuração, os fótons em cada caminho são refletidos por diferentes espelhos e então se interferem num divisor de feixes. Em

um dos espelhos é colocado a rampa de deslocamento linear, cujo deslocamento introduz a fase randômica no feixe. No outro caminho do interferômetro foi adicionado uma placa de quarto de onda (QWP - *quarter-wave plate*), que atua como uma placa de meia onda no feixe refletido devido a dupla transmissão pela placa. O principal benefício de utilizarmos o arranjo de Michelson é a sua estabilidade e uma alta visibilidade. Este benefício técnico se dá pelo fato do interferômetro de Michelson ser praticamente um interferômetro de Mach-Zehnder cujos braços estão "dobrados" sob si mesmos, sendo um interferômetro relativamente fácil de se construir e portanto uma escolha viável para algumas medições mais precisas. Entretanto, como o interferômetro de Michelson possui apenas uma saída, não é possível realizar uma medida da taxa de coincidência na saída do divisor de feixes e observar diretamente a característica típica do efeito de HOM. Deste modo, vamos utilizar o mesmo esquema para detecção dos eventos de dois fótons utilizado no interferômetro de Mach-Zehnder, como pode ser visto na Figura 59, e então observar o efeito de coalescência. O resultado desse experimento

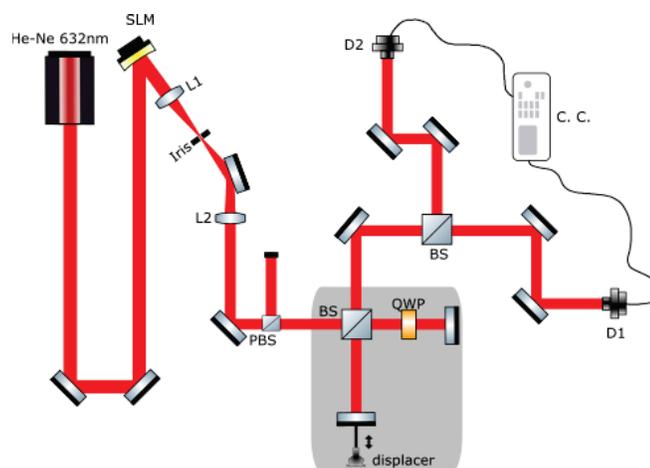


Figura 59 – Aparato experimental para observação da coalescência de dois fótons em um interferômetro de Michelson.

é ilustrado na Figura 60, que mostra novamente que a probabilidade de coalescência para fótons indistinguíveis é praticamente o dobro do caso com fótons distinguíveis. A linha sólida representa o melhor ajuste aos nossos dados que corresponde a um interferômetro com 98% de visibilidade. Novamente, cada ponto representa uma média de 30 medidas e as barras de erros representam os desvio padrões destes valores. A linha sólida representa o melhor ajuste teórico aos dados, o que corresponde a um interferômetro com $\cos\delta = 0.98$. A figura de mérito para a qualidade deste ajuste é de $R^2 = 0.98$.

Os resultados apresentados nesta seção foram publicados na Ref. [128].

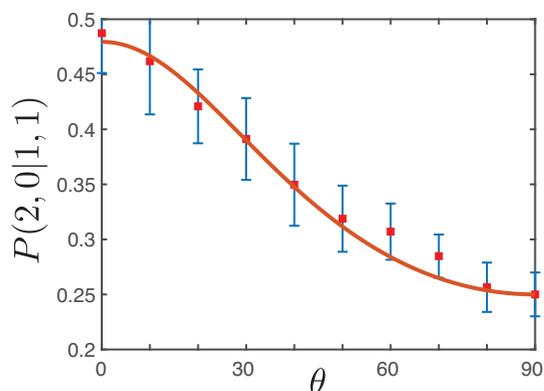


Figura 60 – Observação de coalescência como resultado da interferência de dois fótons num interferômetro de Michelson. A linha sólida representa o melhor ajuste da Eq. (6.9).

6.4 CONCLUSÃO

Estudamos experimentalmente a interferência de dois fótons utilizando estados coerentes fracos de fase randomizada de um laser de onda contínua. Nós confirmamos diretamente o aumento no número de coalescência de dois fótons conforme os dois fótons interferentes se tornam indistinguíveis. Primeiramente empregamos um interferômetro de Mach-Zehnder para observar o aumento da coalescência de dois fótons em uma das saídas do interferômetro. Também monitoramos os eventos de coincidência entre as distintas saídas do interferômetro de Mach-Zehnder e confirmamos a queda na taxa de coincidência conforme a coalescência entre os fótons aumenta, típica característica do efeito de Hong-Ou-Mandel. Nós também verificamos a CDF utilizando um interferômetro de Michelson. Nossos resultados afirmam a ideia de que interferência entre dois fótons pode ser realizada a partir de lasers de onda contínua, sem a necessidade de não-linearidades ópticas. Essa afirmação possui implicações significantes para interferometria de múltiplos fótons. Nosso esquema mostra que estados coerentes fracos de fase randomizada podem ser empregados no estudo de interferência de múltiplos fótons. Este benefício é especialmente relevante quando a implementação experimental resulta em altas perdas e torna a interferometria com fótons oriundos de efeitos não lineares extremamente desafiadora.

6.5 APÊNDICE A

A seguir, temos um modelo para incorporar o efeito da incompatibilidade entre os modos na coalescência de dois fótons. Adicionamos dois parâmetros para denotar a indistinguibilidade entre os fótons interferentes. O primeiro é o grau de incompatibilidade de polarização que nós controlamos para comparar a interferência entre fótons com diferentes graus de distinguibilidade. O segundo parâmetro é a contaminação com

um modo do ambiente, que irá descrever as imperfeições indesejadas.

Vamos examinar a interferência de dois fótons com o seguinte estado:

$$|\Psi\rangle = \hat{a}_H^\dagger \left(\hat{b}_\theta^\dagger \cos\delta + \hat{b}_U^\dagger \sin\delta \right) |0\rangle. \quad (6.10)$$

Os operadores de criação \hat{a}^\dagger e \hat{b}^\dagger denotam as duas entradas de um divisor de feixes balanceado. Aqui θ é o ângulo de incompatibilidade de polarização entre os fótons interferentes e \hat{b}_U^\dagger é o operador de criação do modo contaminante que é alimentado na porta de entrada b . A transformação destes modos de entrada para os modos de saída é alcançado através da usual transformação de um divisor de feixes [43].

$$\hat{a}^\dagger = (\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)/\sqrt{2}, \quad \hat{b}^\dagger = (\hat{d}^\dagger + i\hat{c}^\dagger)/\sqrt{2}. \quad (6.11)$$

A probabilidade de dois fótons coalescerem em uma das portas de saída, por exemplo a porta d , é dada por:

$$P = \frac{|\langle 2_d, 0_c | \Psi \rangle|^2}{|\langle \Psi | \Psi \rangle|} = \frac{1}{2(1 + \cos^2\delta \sin^2\theta + \sin^2\delta)}. \quad (6.12)$$

7 CONCLUSÃO GERAL

Nesta tese de doutorado buscamos estudar as propriedades espaciais transversais da luz produzida no processo de CPDStim em função das modulações espaciais dos feixes de bombeamento e semente a partir do conceito de imagem de onda avançada de Klyshko, utilizada inicialmente para descrever as correlações quânticas entre os pares de fótons produzidos na CPDE.

No Capítulo 3 estendemos este conceito para o caso estimulado e o validamos a partir de uma série de medidas experimentais. Mostramos que com um controle adequado do espectro angular do feixe de bombeamento, suas frentes de onda dentro do cristal não-linear podem atuar de maneira análoga a um modulador espacial de luz. Isso nos permitiu discutir e apresentar uma implementação experimental da transformada fracional de Fourier no contexto de coincidência de imagens quânticas a partir do controle da curvatura de fase do feixe de bombeamento atuando como uma lente, na CPDStim. Além disso, o uso da IOA na conversão estimulada descreve a transferência dos espectros angulares do bombeamento e do conjugado do feixe semente para os campos convertidos, o que torna essa uma ferramenta útil na manipulação das correlações espaciais de fótons gêmeos em diversas aplicações, bem como no projeto e alinhamento de experimentos de coincidência.

Pelo fato da IOA ser uma consequência direta do efeito de conjugação óptica de fase, no Capítulo 4 mostramos que a IOA também é suficiente para demonstrar a conservação do momento angular na CPDStim. Realizamos uma série de medidas experimentais onde nossos resultados foram utilizados para ilustrar e validar uma interpretação geométrica de superposições de modos de Hermite-Gauss de primeira ordem em uma esfera análoga à esfera de Poincaré de polarização, que havia sido demonstrada anteriormente na CPDStim com OPO.

No Capítulo 5 estudamos a CPDStim em uma configuração de dois cristais em sanduíche. Nesta fonte, cada componente de polarização horizontal e vertical distribuídas ao longo do perfil transversal de um feixe na CPDStim é responsável pela conversão em um dos dois cristais coerentemente, o que nos permitiu investigar o acoplamento entre feixes com distribuições de polarização mais complexas, como os feixes vetoriais. Apresentamos uma generalização da IOA para esta configuração e mostramos que a transferência dos espectros angulares dos feixes de bombeamento e semente também são transferidos para o feixe complementar. Vimos que neste caso a conjugação de fase de um feixe vetorial também denota a reversão temporal do grau de liberdade espacial, bem como do grau de liberdade de polarização. Este resultado é fisicamente muito interessante, visto que os graus de liberdade espacial e de polarização dos feixes vetoriais são não-separáveis, e então este sistema físico pode ser visto como um análogo clássico dos estados emaranhados de Bell, que há uma vasta

gama de aplicações em informação quântica. Por fim, mostramos que ao utilizarmos o mesmo feixe vetorial no modo de bombeamento e semente, o feixe complementar não será um modo vetorial e apresentará uma distribuição de polarização linear homogênea. Entretanto para diferentes combinações de bombeamento/semente vetoriais, o feixe complementar resultante apresentará uma distribuição de polarização vetorial. Deste modo, mostramos que a CPDStim com dois cristais é um processo realizável e confiável para estudar a interação entre feixes estruturados que pode gerar várias distribuições de intensidade e polarização que podem ser investigadas em diversas aplicações de feixes de vórtices vetoriais.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D. N. Zel'Dovich B. Ya.; Klyshko. "Field Statistics in Parametric Luminescence". Em: *JETP Lett.* 9 (1969), p. 40.
- [2] D.P. Krindach D.N. Klishko. "Observation of Parametric Luminescence in a Lithium Niobate Crystal Excited by an Argon Laser". Em: *JETP* 27 (1968), p. 371.
- [3] David C. Burnham e Donald L. Weinberg. "Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs". Em: *Phys. Rev. Lett.* 25 (2 jul. de 1970), pp. 84–87.
- [4] A. G. da Costa Moura, W. A. T. Nogueira e C. H. Monken. "Fourth-order image formation by spontaneous parametric down-conversion: The effect of anisotropy". Em: *Opt. Commun.* 283.14 (jul. de 2010), pp. 2866–2871.
- [5] W.Y. Zou, L.J. Wang e L. Mandel. "Violation of classical probability in parametric down-conversion". Em: *Opt. Comm.* 84.351 (1991).
- [6] James D Franson. "Bell inequality for position and time". Em: *Physical review letters* 62.19 (1989), p. 2205.
- [7] Paul G. Kwiat et al. "New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs". Em: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), p. 4337.
- [8] John C Howell et al. "Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using momentum-and position-entangled photons from spontaneous parametric down conversion". Em: *Physical Review Letters* 92.21 (2004), p. 210403.
- [9] Alois Mair et al. "Entanglement of the orbital angular momentum states of photons". Em: *Nature* 412.6844 (2001), pp. 313–316.
- [10] ZY Ou e L Mandel. "Violation of Bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment". Em: *Physical review letters* 61.1 (1988), p. 50.
- [11] Artur K Ekert et al. "Practical quantum cryptography based on two-photon interferometry". Em: *Physical Review Letters* 69.9 (1992), p. 1293.
- [12] Dik Bouwmeester et al. "Experimental quantum teleportation". Em: *Nature* 390.6660 (1997), pp. 575–579.
- [13] Philip Walther et al. "Experimental one-way quantum computing". Em: *Nature* 434.7030 (2005), p. 169.
- [14] Paul G Kwiat et al. "Ultrabright source of polarization-entangled photons". Em: *Physical Review A* 60.2 (1999), R773.

- [15] A Heidmann et al. "Observation of quantum noise reduction on twin laser beams". Em: *Physical review letters* 59.22 (1987), p. 2555.
- [16] AS Villar et al. "Generation of bright two-color continuous variable entanglement". Em: *Physical review letters* 95.24 (2005), p. 243603.
- [17] FAS Barbosa et al. "Hexapartite Entanglement in an above-Threshold Optical Parametric Oscillator". Em: *Physical Review Letters* 121.7 (2018), p. 073601.
- [18] H. J. Kimble. "The Quantum Internet". Em: *Nature* 453 (2008), p. 1023.
- [19] ZY Ou, LJ Wang e Leonard Mandel. "Photon amplification by parametric down-conversion". Em: *JOSA B* 7.2 (1990), pp. 211–214.
- [20] V. Parigi et al. "Probing quantum commutation rules by addition and subtraction of single photons to/from a light field". Em: *Science* 317.1890 (2007).
- [21] P. H. Souto Ribeiro, S. Pádua e C. H. Monken. "Image and coherence transfer in the stimulated down-conversion process". Em: *Phys. Rev. A* 60.5074 (1999).
- [22] D. P. Caetano et al. "Conservation of orbital angular momentum in stimulated down-conversion". Em: *Phys. Rev. A* 66.041801(R) (2002).
- [23] P. H. Souto Ribeiro et al. "Observation of Image Transfer and Phase Conjugation in Stimulated Down-Conversion". Em: *Phys. Rev. Lett.* 87 (13 2001), p. 133602.
- [24] L. J. Wang, X. Y. Zou e L. Mandel. "Observation of induced coherence in two-photon downconversion". Em: *J.O.S.A. B* 5.978 (1991).
- [25] A. C. Cardoso et al. "Classical imaging with undetected light". Em: *Physical Review A* 97.3 (2018), p. 033827.
- [26] Gabriela Barreto Lemos et al. "Quantum imaging with undetected photons". Em: *Nature* 512.7515 (2014), pp. 409–412.
- [27] Mayukh Lahiri et al. "Theory of quantum imaging with undetected photons". Em: *Physical Review A* 92.1 (2015), p. 013832.
- [28] Manuel Erhard, Mario Krenn e Anton Zeilinger. "Advances in high-dimensional quantum entanglement". Em: *Nature Reviews Physics* 2.7 (2020), pp. 365–381.
- [29] Manuel Erhard et al. "Twisted photons: new quantum perspectives in high dimensions". Em: *Light: Science & Applications* 7.3 (2018), pp. 17146–17146.
- [30] Halina Rubinsztein-Dunlop et al. "Roadmap on structured light". Em: *Journal of Optics* 19.1 (nov. de 2016), p. 013001.
- [31] S. P. Walborn et al. "Optical Bell-state analysis in the coincidence basis". Em: *Europhys. Lett* 62 (2003), pp. 161–167.
- [32] Carmelo Rosales-Guzmán, Bienvenu Ndagano e Andrew Forbes. "A review of complex vector light fields and their applications". Em: *Journal of Optics* 20.12 (nov. de 2018), p. 123001.

- [33] A. V. Belinskii e D. N. Klyshko. "Two-photon optics: diffraction, holography, and transformation of two-dimensional signals". Em: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 78 (1994), 259–262.
- [34] D. N. Klyshko. "A simple method of preparing pure states of an optical field, of implementing the Einstein–Podolsky–Rosen experiment, and of demonstrating the complementarity principle". Em: *Soviet Physics Uspekhi* 31.1 (1988), p. 74.
- [35] C. K. Hong, Z. Y. Ou e L. Mandel. "Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference". Em: *Phys. Rev. Lett.* 59.18 (nov. de 1987), pp. 2044–2046.
- [36] Z Y Ou e L Mandel. "Non-local and nonclassical effects in two-photon down-conversion". Em: *Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B* 2.1 (fev. de 1990), pp. 71–88.
- [37] L. J. Wang. *Investigation of induced coherence with and without induced emission*. The University of Rochester: PhD Thesis, 1992.
- [38] D.N. Klyshko. *Photons Nonlinear Optics*. Taylor & Francis, 1988. ISBN: 9782881246692.
- [39] Leonard Mandel e Emil Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.
- [40] Zhe-Yu Jeff Ou. *Multi-photon quantum interference*. Vol. 43. Springer, 2007.
- [41] S.P. Walborn et al. "Spatial correlations in parametric down-conversion". Em: *Physics Reports* 495.4 (2010), pp. 87–139.
- [42] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics, Third Edition*. 3rd. USA: Academic Press, Inc., 2008. ISBN: 0123694701.
- [43] P. Knight e G. Gerry. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge: Cambridge University, 2005.
- [44] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro e S. Pádua. "Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion". Em: *Phys. Rev. A* 57.4 (abr. de 1998), pp. 3123–3126.
- [45] Z. Y. Ou et al. "Coherence in two-photon down-conversion induced by a laser". Em: *Phys. Rev. A* 41 (3 fev. de 1990), pp. 1597–1601.
- [46] P. H. Souto Ribeiro et al. "Control of Young's fringes visibility by stimulated down-conversion". Em: *Phys. Rev. A* 51 (2 fev. de 1995), pp. 1631–1633.
- [47] B. E. A. Saleh e M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. New York: Wiley, 1991.
- [48] Arthur Ashkin. "Acceleration and trapping of particles by radiation pressure". Em: *Physical review letters* 24.4 (1970), p. 156.

- [49] Arthur Ashkin et al. "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles". Em: *Optics letters* 11.5 (1986), pp. 288–290.
- [50] Alison M Yao e Miles J Padgett. "Orbital angular momentum: origins, behavior and applications". Em: *Advances in Optics and Photonics* 3.2 (2011), pp. 161–204.
- [51] Yongxiong Ren et al. "Experimental demonstration of 16 Gbit/s millimeter-wave communications using MIMO processing of 2 OAM modes on each of two transmitter/receiver antenna apertures". Em: *2014 IEEE Global Communications Conference*. IEEE. 2014, pp. 3821–3826.
- [52] Stephen M. Barnett e L. Allen. "Orbital angular momentum and nonparaxial light beams". Em: *Optics Communications* 110.5 (1994), pp. 670–678.
- [53] Barak Hadad et al. "Particle trapping and conveying using an optical Archimedes' screw". Em: *Optica* 5.5 (2018), pp. 551–556.
- [54] Miles Padgett e Richard Bowman. "Tweezers with a twist". Em: *Nature photonics* 5.6 (2011), p. 343.
- [55] Michael A Nielsen e Isaac Chuang. *Quantum computation and quantum information*. 2002.
- [56] Henri Poincaré. *Théorie mathématique de la lumière*. Paris: Gauthier-Villars, 1892.
- [57] Max Born e Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light; 2nd ed*. Oxford: Pergamon, 1964.
- [58] Miles Padgett, Johannes Courtial e Les Allen. "Light's orbital angular momentum". Em: *Physics today* 57.5 (2004), pp. 35–40.
- [59] Alois Mair et al. "Entanglement of the orbital angular momentum states of photons". Em: *Nature* 412.6844 (2001), pp. 313–316.
- [60] Eric Yao et al. "Observation of quantum entanglement using spatial light modulators". Em: *Opt. Express* 14.26 (dez. de 2006), pp. 13089–13094.
- [61] M. J. Padgett e J. Courtial. "Poincaré-sphere equivalent for light beams containing orbital angular momentum". Em: *Opt. Lett.* 24.430 (1999).
- [62] M.W. Beijersbergen et al. "Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum". Em: *Optics Communications* 96.1 (1993), pp. 123–132.
- [63] E. Abramochkin e V. Volostnikov. "Beam transformations and nontransformed beams". Em: *Optics Communications* 83.1 (1991), pp. 123–135.
- [64] F. M. Miatto et al. "Spatial Schmidt modes generated in parametric down-conversion". Em: *Eur. Phys. J. D* 66 (2012), p. 263.

- [65] F. M. Miatto, T. Brougham e A. M. Yao. “Cartesian and polar Schmidt bases for down-converted photons: How high dimensional entanglement protects the shared information from non-ideal measurements”. Em: *Eur. Phys. J. D* 66 (2012), p. 183.
- [66] S P Walborn e A H Pimentel. “Generalized Hermite–Gauss decomposition of the two-photon state produced by spontaneous parametric down conversion”. Em: *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 45.16 (2012), p. 165502.
- [67] P. H. S. Ribeiro et al. “Controlling the degree of visibility of Young’s fringes with photon coincidence measurements”. Em: *Phys. Rev. A* 49.5 (mai. de 1994), pp. 4176–4179.
- [68] T. B. Pittman et al. “Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement”. Em: *Phys. Rev. A* 52.5 (nov. de 1995), R3429–R3432.
- [69] D. V. Strekalov et al. “Observation of Two-Photon “Ghost” Interference and Diffraction”. Em: *Phys. Rev. Lett.* 74.18 (mai. de 1995), pp. 3600–3603.
- [70] T. B. Pittman et al. “Two-photon geometric optics”. Em: *Phys. Rev. A* 53.4 (abr. de 1996), pp. 2804–2815.
- [71] P. H. Souto Ribeiro e G. A. Barbosa. “Direct and ghost interference in double-slit experiments with coincidence measurements”. Em: *Phys. Rev. A* 54.4 (out. de 1996), pp. 3489–3492.
- [72] Reuben S. Aspden et al. “Experimental demonstration of Klyshko’s advanced-wave picture using a coincidence-count based, camera-enabled imaging system”. Em: *J. Mod. Opt.* 61.7 (mai. de 2014), pp. 547–551.
- [73] Yingwen Zhang et al. “Simulating quantum state engineering in spontaneous parametric down-conversion using classical light”. Em: *Opt. Express* 22.14 (jul. de 2014), pp. 17039–17049.
- [74] E. J. S. Fonseca, C. H. Monken e S. Pádua. “Measurement of the de Broglie Wavelength of a Multiphoton Wave Packet”. Em: *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), p. 2868.
- [75] E. J. S. Fonseca et al. “Controlling two-particle conditional interference”. Em: *Phys. Rev. A* 61 (2 jan. de 2000), p. 023801.
- [76] Yoon-Ho Kim et al. “Delayed “Choice” Quantum Eraser”. Em: *Phys. Rev. Lett.* 84 (1 jan. de 2000), pp. 1–5.
- [77] S. P. Walborn et al. “Multimode Hong-Ou-Mandel interference”. Em: *Phys. Rev. Lett.* 90.14 (2003), p. 143601.
- [78] W. A. T. Nogueira et al. “Generation of a Two-Photon Singlet Beam”. Em: *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004), p. 043602.

- [79] S. P. Walborn et al. "Entanglement and conservation of orbital angular momentum in spontaneous parametric down-conversion". Em: *Phys. Rev. A* 69 (2004), p. 023811.
- [80] J. Romero et al. "Orbital angular momentum correlations with a phase-flipped Gaussian mode pump beam". Em: *J. Opt.* 14 (2012), p. 085401.
- [81] R. M. Gomes et al. "Observation of a Nonlocal Optical Vortex". Em: *Phys. Rev. Lett.* 103.3 (2009), p. 033602.
- [82] R. M. Gomes et al. "Production of optical phase space vortices with non-locally distributed mode converters". Em: *J. Opt.* 13.3 (2011), p. 064020.
- [83] Timothy Yarnall et al. "Experimental Violation of Bell's Inequality in Spatial-Parity Space". Em: *Physical Review Letters* 99.17, 170408 (2007), p. 170408.
- [84] S. P. Walborn e C. H. Monken. "Transverse spatial entanglement in parametric down-conversion". Em: *Physical Review A* 76.6 (2007), p. 062305.
- [85] R. M. Gomes et al. "Quantum Entanglement Beyond Gaussian Criteria". Em: *Proc. Nat. Acad. Sci.* 106.51 (2009), pp. 21517–21520.
- [86] S. P. Walborn et al. "Revealing Hidden Einstein-Podolsky-Rosen Nonlocality". Em: *Phys. Rev. Lett.* 106.13 (mar. de 2011), p. 130402.
- [87] D. S. Tasca et al. "Detection of transverse entanglement in phase space". Em: *Phys. Rev. A* 78.1 (jul. de 2008), p. 010304.
- [88] D. S. Tasca et al. "Propagation of transverse intensity correlations of a two-photon state". Em: *Phys. Rev. A* 79.3 (mar. de 2009), p. 033801.
- [89] D. S. Tasca et al. "Observation of tunable Popescu-Rohrlich correlations through postselection of a Gaussian state". Em: *Phys. Rev. A* 80.3 (2009), p. 030101.
- [90] Jianjun Liu, Aihong Tan e Zhi Hong. "Experimental observation of coincidence fractional Fourier transform with entanglement photon pairs". Em: *Optics Communications* 282.17 (2009), pp. 3524–3526.
- [91] Fei Wang, Yangjian Cai e Jun She. "Experimental observation of lensless coincidence fractional Fourier transform with a Gaussian Schell-model beam". Em: *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* 120.10 (2009), pp. 457–463.
- [92] Yoonshik Kang et al. "Remote preparation of complex spatial states of single photons and verification by two-photon coincidence experiment". Em: *Opt. Express* 18 (2010), pp. 1217–1233.
- [93] Yifan Sun, Ran Tao e Xiangdong Zhang. "Fractional Fourier processing of quantum light". Em: *Opt. Express* 22.1 (2014), pp. 727–736.

- [94] Haldun M. Ozaktas, Zeev Zalevsky e M. Alper Kutay. *The Fractional Fourier Transform: with Applications in Optics and Signal Processing*. New York: John Wiley e Sons Ltd, 2001.
- [95] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro e S. Pádua. “Optimizing the photon pair collection efficiency: A step toward a loophole-free Bell’s inequalities experiment”. Em: *Physical review A* 57.4 (1998), R2267.
- [96] M. P. Edgar et al. “Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera”. Em: *Nat. Commun.* 3 (ago. de 2012), p. 984.
- [97] Reuben S Aspden et al. “EPR-based ghost imaging using a single-photon-sensitive camera”. Em: *New Journal of Physics* 15.7 (2013), p. 073032.
- [98] M. F. Z. Arruda et al. “Klyshko’s advanced-wave picture in stimulated parametric down-conversion with a spatially structured pump beam”. Em: *Phys. Rev. A* 98 (2 ago. de 2018), p. 023850.
- [99] Miles J. Padgett. “Orbital angular momentum 25 years on (Invited)”. Em: *Opt. Express* 25.10 (mai. de 2017), pp. 11265–11274.
- [100] B. Coutinho dos Santos et al. “Phase conjugation and adiabatic mode conversion in a driven optical parametric oscillator with orbital angular momentum”. Em: *Phys. Rev. A* 76.053821 (2007).
- [101] R. B. Rodrigues et al. “Orbital angular momentum symmetry in a driven optical parametric oscillator”. Em: *Optics Letters* 43.11 (2018), pp. 2486–2489.
- [102] P. Vaity, J. Banerji e R. P. Singh. “Measuring the topological charge of an optical vortex by using a tilted convex lens”. Em: *Physics letters A* 377.15 (2013), pp. 1154–1156.
- [103] SP Walborn, S Pádua e CH Monken. “Conservation and entanglement of Hermite-Gaussian modes in parametric down-conversion”. Em: *Physical Review A* 71.5 (2005), p. 053812.
- [104] SS Straupe et al. “Angular Schmidt modes in spontaneous parametric down-conversion”. Em: *Physical Review A* 83.6 (2011), p. 060302.
- [105] André G de Oliveira et al. “Phase conjugation and mode conversion in stimulated parametric down-conversion with orbital angular momentum: a geometrical interpretation”. Em: *Brazilian Journal of Physics* 49.1 (2019), pp. 10–16.
- [106] B. Pinheiro da Silva et al. “Astigmatic tomography of orbital-angular-momentum superpositions”. Em: *Phys. Rev. A* 99 (4 abr. de 2019), p. 043820.
- [107] Lee A. Rozema et al. “Characterizing an entangled-photon source with classical detectors and measurements”. Em: *Optica* 2.5 (mai. de 2015), pp. 430–433.

- [108] Richard Jozsa. “Fidelity for Mixed Quantum States”. Em: *Journal of Modern Optics* 41.12 (1994), pp. 2315–2323.
- [109] H.G. Jerrard. “Modern description of polarized light: matrix methods”. Em: *Optics & Laser Technology* 14.6 (1982), pp. 309–319.
- [110] André G de Oliveira et al. “Real-time phase conjugation of vector vortex beams”. Em: *ACS Photonics* 7.1 (2019), pp. 249–255.
- [111] N Rubiano da Silva et al. “Stimulated Parametric Down-Conversion with Vector Vortex Beams”. Em: *Physical Review Applied* 15.2 (2021), p. 024039.
- [112] Shuyu Zhou et al. “Applying a mixed light field generated from a two-level atomic ensemble to two-photon interference”. Em: *Photonics Research* 8.6 (2020), pp. 781–787.
- [113] Alex S Clark et al. “All-optical-fiber polarization-based quantum logic gate”. Em: *Physical Review A* 79.3 (2009), p. 030303.
- [114] Vittorio Giovannetti et al. “Clock synchronization with dispersion cancellation”. Em: *Physical review letters* 87.11 (2001), p. 117902.
- [115] Justin R Torgerson et al. “Experimental demonstration of the violation of local realism without Bell inequalities”. Em: *Physics Letters A* 204.5-6 (1995), pp. 323–328.
- [116] Klaus Mattle et al. “Dense coding in experimental quantum communication”. Em: *Physical Review Letters* 76.25 (1996), p. 4656.
- [117] S. P. Walborn et al. “Schemes for quantum key distribution with higher-order alphabets using single-photon fractional Fourier optics”. Em: *Phys. Rev. A* 77.6 (jun. de 2008), p. 062323.
- [118] Saumya Choudhary et al. “Measurement of the radial mode spectrum of photons through a phase-retrieval method”. Em: *Optics letters* 43.24 (2018), pp. 6101–6104.
- [119] Xiao Yuan et al. “Simulating single photons with realistic photon sources”. Em: *Physical Review A* 94.6 (2016), p. 062305.
- [120] Álvaro Navarrete et al. “Characterizing multi-photon quantum interference with practical light sources and threshold single-photon detectors”. Em: *New Journal of Physics* 20.4 (abr. de 2018), p. 043018.
- [121] Yu-Zhe Zhang, Kejin Wei e Feihu Xu. “Generalized Hong-Ou-Mandel quantum interference with phase-randomized weak coherent states”. Em: *Physical Review A* 101.3 (2020), p. 033823.
- [122] P Valente e A Lezama. “Probing single-photon state tomography using phase-randomized coherent states”. Em: *JOSA B* 34.5 (2017), pp. 924–929.

- [123] Anatole Kenfack e Karol Yczkowski. “Negativity of the Wigner function as an indicator of non-classicality”. Em: *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* 6.10 (ago. de 2004), pp. 396–404.
- [124] Nurul T Islam et al. “Scalable high-rate, high-dimensional time-bin encoding quantum key distribution”. Em: *Quantum Science and Technology* 4.3 (2019), p. 035008.
- [125] Andrés Aragoneses et al. “Bounding the outcome of a two-photon interference measurement using weak coherent states”. Em: *Optics letters* 43.16 (2018), pp. 3806–3809.
- [126] Saumya Choudhary et al. “Measurement of the radial mode spectrum of photons through a phase-retrieval method”. Em: *Opt. Lett.* 43.24 (dez. de 2018), pp. 6101–6104.
- [127] Xiao Yuan et al. “Simulating single photons with realistic photon sources”. Em: *Phys. Rev. A* 94 (6 dez. de 2016), p. 062305.
- [128] Marcelo FZ Arruda et al. “Observation of two-photon coalescence in weak coherent wave packets”. Em: *JOSA B* 37.10 (2020), pp. 2901–2905.