



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA

Jackson Luís Galvão Ribas

**A construção de subsunções com o uso de organizadores prévios através do estudo do
Movimento Harmônico Simples**

Florianópolis
2021

Jackson Luís Galvão Ribas

**A construção de subsunções com o uso de organizadores prévios através do estudo do
Movimento Harmônico Simples**

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado
Nacional Profissional em Ensino de Física da
Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção
do título de Mestre em Ensino de Física
Orientador: Prof. José Ricardo Marinelli, Dr.

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ribas, Jackson Luís Galvão

A construção de subsunçores com o uso de organizadores
prévios através do estudo do Movimento Harmônico Simples /
Jackson Luís Galvão Ribas ; orientador, José Ricardo
Marinelli, 2021.

149 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade
Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e
Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física,
Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Ensino de Física. 2. Teoria de Aprendizagem
Significativa. 3. Tecnologias de Informação e Comunicação.
4. Movimento Harmônico Simples. I. Marinelli, José Ricardo.
II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Ensino de Física. III. Título.

Jackson Luís Galvão Ribas

A construção de subsunçores com o uso de organizadores prévios através do estudo do Movimento Harmônico Simples

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Alexandre Magno Silva Santos, Dr.
UFSC/FSC - Florianópolis

Prof. Daniel Girardi, Dr.
UFSC/CEE - Blumenau

Prof. Paulo José Sena dos Santos, Dr.
UFSC/FSC - Florianópolis

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. José Ricardo Marinelli, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2021.

Este trabalho é dedicado aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha filha, por ser inspiração deste trabalho, e por ser meu bem maior.

Agradeço à minha companheira, pelas horas sacrificadas do convívio familiar e pelo incentivo à finalização desta dissertação, e o mais importante, mostrar-me que a felicidade é um objetivo tangível.

Agradeço aos meus colegas, pelos empréstimos de livros e trocas de experiências, em particular ao Prof. Me. Luiz Carlos Gomes, pela irreverência e companheirismo que tornaram o labor em sala de aula menos árduo e mais profícuo.

Agradeço ao Prof. Dr. Nelson Canzian da Silva, por mostrar o caminho das “pedras digitais”.

Agradeço aos meus professores, pela dedicação.

Agradeço aos meus alunos, pelo aprendizado diário do ofício.

Agradeço ao Comando do Colégio Militar de Porto Alegre, pela oportunidade de realizar este trabalho.

Agradeço à Sociedade Brasileira de Física, pela criação do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, um bálsamo ao sistema educacional.

Agradeço à CAPES, pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.

Agradeço à Universidade Federal de Santa Catarina, pela estrutura fornecida, em particular, as bibliotecas físicas e virtuais.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. José Ricardo Marinelli, pela paciência, dedicação e, obviamente, pela orientação.

Navegar é preciso. Viver não é preciso. (PESSOA, 1935)
Navigare necesse; vivere non est necesse. (POMPEU, 70 A.C.)

RESUMO

O presente trabalho contém uma sequência didática potencialmente significativa para o estudo de ondas. Através das obras do Professor Marco Antonio Moreira sobre a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, o trabalho buscou construir organizadores prévios e subsunçores com o uso de tecnologias da informação e comunicação. O objetivo do trabalho era estimular o interesse dos alunos através da interação com circuitos eletrônicos usando a placa Arduino, dentro do laboratório de Física, mas com o advento da pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, o objetivo passou a ser o melhor uso possível do ambiente virtual de aprendizagem disponível, a fim de manter o isolamento social. A aplicação da sequência didática aconteceu no Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA) durante a pandemia, nos meses de agosto e setembro de 2020, para os alunos do 2º ano do ensino médio, e contemplou o conteúdo de movimento harmônico simples (MHS). Um questionário diagnóstico forneceu informações a respeito dos conhecimentos prévios dos alunos, e a plataforma Moodle foi utilizada para os encontros virtuais. Uma compilação dos resultados obtidos é apresentada ao final do trabalho.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Ausubel. Subsunçor. MHS. CMPA. TIC. Arduino.

ABSTRACT

The present work contains a potentially significant didactic sequence for the study of waves. Through the previous work of Professor Marco Antonio Moreira on David Ausubel's theory of meaningful learning, this work intends to build advanced organizers and subsumers with the use of information and communication technologies. The aim of the work was to stimulate students' interest through interaction with electronic circuits using the Arduino board, within the Physics laboratory, but with the advent of the pandemic caused by the SARS-CoV-2 coronavirus, the objective became the best possible use of the available virtual learning environment in order to maintain social isolation. The didactic sequence was applied at Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA) during the pandemic, in August and September 2020, for 2nd year high school students, and contemplated the content of simple harmonic movement. A diagnostic questionnaire provided information about the students' prior knowledge, and the Moodle platform was used for virtual meetings. A compilation of the results obtained is presented at the end of the work.

Keywords: Meaningful learning. Ausubel. Subsumers. SHM. CMPA. ICT. Arduino.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Trilho de ar.	17
Figura 2 - Função energia potencial para o movimento unidimensional de uma partícula	20
Figura 3 - Deslocamento, velocidade e aceleração	22
Figura 4 - Gráficos do MHS.....	26
Figura 5 - Gráfico da energia mecânica	30
Figura 6 - Pêndulo simples.....	31
Figura 7 – Variação de g com a latitude.....	33
Figura 8 – Variação de g com a altitude.....	33
Figura 9- Gráfico de oscilações subamortecidas.	36
Figura 10 - Gráficos para posição de osciladores superamortecidos.	37
Figura 11 - Esquema de funcionamento de uma mola hidráulica para fechar portas.	38
Figura 12 - Gráfico comparativo entre um superamortecimento e o amortecimento crítico.....	39
Figura 13 - Amortecedor veicular.	40
Figura 14 - Amplitude <i>versus</i> frequência para dois valores de γ	44
Figura 15 - Teoria de assimilação de Ausubel.	48
Figura 16 - Interrelação entre tipos e formas de aprendizagem significativa	50
Figura 17 - Aprendizagem significativa de Ausubel.....	52
Figura 18 – Formas de interação no AVA	55
Figura 19 - Tela do aplicativo utilizado na 1ª aula.....	57
Figura 20 - Compartilhamento de tela com os alunos.....	59
Figura 21 - Tela do aplicativo Mathway	60
Figura 22 - Tela do aplicativo sobre ressonância	61
Figura 23 - Montagem Arduino e sensor ultrassônico	62
Figura 24 - Tela do aplicativo de pêndulos	63
Figura 25 – Gráfico da distribuição de acertos na avaliação diagnóstica	67
Figura 26 – Gráfico da distribuição dos acertos nas questões objetivas	71
Figura 27 - Gráfico da distribuição de pontos na questão discursiva.....	71
Figura 28 - Gráfico da distribuição das notas.....	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem
- CMPA – Colégio Militar de Porto Alegre
- EAD – Ensino à Distância
- PED – Planejamento de Execução Didática
- SCMB – Sistema Colégio Militar do Brasil
- TAS – Teoria da Aprendizagem Significativa
- TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação
- UEPS – Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	RECOMENDAÇÕES DE USO	13
1.2	OBJETIVOS	14
1.2.1	Objetivo Geral.....	14
1.2.2	Objetivos Específicos	15
2	DESENVOLVIMENTO.....	16
2.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.2	MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS	16
2.2.1	Sistema massa-mola.....	17
2.2.1.1	<i>A amplitude.....</i>	19
2.2.1.2	<i>O período.....</i>	19
2.2.1.3	<i>A frequência.....</i>	19
2.2.2	Movimento Harmônico Simples	20
2.2.2.1	<i>A aceleração</i>	22
2.2.2.2	<i>Relação entre o movimento circular uniforme e o MHS.....</i>	22
2.2.2.3	<i>Deslocamento, velocidade e aceleração em função do tempo</i>	25
2.2.2.4	<i>Gráficos no MHS.....</i>	26
2.2.3	A Energia do Movimento Harmônico Simples	27
2.2.3.1	<i>Energia mecânica</i>	28
2.2.3.2	<i>Gráficos da energia mecânica.....</i>	30
2.2.4	Pêndulos Simples	30
2.2.5	Movimento Harmônico Simples Amortecido.....	33
2.2.5.1	<i>Oscilador subamortecido.....</i>	35
2.2.5.2	<i>Oscilador superamortecido</i>	36
2.2.5.3	<i>Oscilador criticamente amortecido</i>	38
2.2.6	Oscilações Forçadas e Ressonância.....	41

2.3	DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO	44
2.3.1	Fundamentação teórica	45
<i>2.3.1.1</i>	<i>Ausubel e a teoria da aprendizagem significativa.....</i>	<i>45</i>
2.3.1.1.1	Pequeno histórico do autor	46
2.3.1.1.2	Subsunçores	47
2.3.1.1.3	Processos.....	49
2.3.1.1.4	Tipos e formas	49
2.3.1.1.5	Organizadores Prévios	51
<i>2.3.1.2</i>	<i>Tecnologias da informação e comunicação (TICs).....</i>	<i>52</i>
2.3.1.2.1	Ambiente virtual de aprendizagem (AVA).....	53
2.3.2	Metodologia	55
3	O produto educacional	56
3.1	A avaliação diagnóstica	56
3.2	A sequência didática	56
3.2.1	Primeiro encontro	56
3.2.2	Segundo encontro	58
3.2.3	Terceiro encontro.....	59
3.2.4	Quarto encontro.....	60
3.2.5	Quinto encontro	61
3.2.6	Sexto encontro.....	62
3.2.7	Sétimo encontro	64
4	Resultados.....	65
4.1	A avaliação diagnóstica.	65
4.1.1	Questão 1	65
4.1.2	Questão 2	66
4.1.3	Questão 3	66
4.1.4	Questão 4	66

4.1.5	Questão 5	66
4.1.6	Questão 6	67
4.1.7	Distribuição dos acertos	67
4.2	A avaliação parcial	67
4.2.1	Questão 1	68
4.2.2	Questão 2	68
4.2.3	Questão 3	68
4.2.4	Questão 4	69
4.2.5	Questão 5	69
4.2.6	Questão 6	69
4.2.7	Distribuição dos acertos	70
5	Discussão.....	73
6	CONCLUSÃO.....	74
	REFERÊNCIAS.....	75
	APÊNDICE A – Produto Educacional	78
	REFERÊNCIAS.....	85
	ANEXO A – Questionário aplicado para avaliar os conhecimentos prévios	102
	ANEXO B – Exemplo de uso da mesa digitalizadora em reunião virtual....	108
	ANEXO C – Material didático fornecido aos alunos	110
	ANEXO D – Montagem do Laboratório de Física do CMPA	128
	ANEXO E – Texto de apoio 1 para realização da AP1	134
	ANEXO F – Texto de apoio 2 para realização da AP1	138
	ANEXO G – 1ª Avaliação Parcial do 3º Trimestre.....	139
	ANEXO H – Conexões da placa Arduino.....	147
	ANEXO I – Programação do Arduino	148
	ANEXO J – Programa Python para confecção de gráficos	149

1 INTRODUÇÃO

O ministério da docência nos cobra, quase diuturnamente, a busca pela aula perfeita, conceito muito subjetivo, por sinal, que para o nosso trabalho pode-se condensar na máxima “estretar o relacionamento entre o aluno e o professor”. Se não for assim, há que se reavaliar a nossa vocação.

Apesar de termos à nossa disposição inúmeros autores que ofertam explicações para entendermos como podemos atingir nosso objetivo, ou pelo menos, nos colocarmos na direção correta, pois perfeição será apenas uma utopia a ser perseguida, optamos por trabalhar com a Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel, não por sabermos ser a melhor teoria de aprendizagem, disso ninguém sabe, mas por nos alinharmos com suas proposições. Aliás, há autores que a colocam como uma teoria instrucional (DAVIS, 2021).

Assim, ao nos entregarmos à arte do ofício, procuramos alinhar um caminho a ser trilhado pelo aluno, dentro de uma sequência didática como ponto de partida, mas sem paixões com a chegada, haja vista a necessidade de adaptações a todo momento, vinculadas ao relacionamento dinâmico que deve existir entre professor e aluno.

Com a pandemia cobrando-nos um preço elevado, como sociedade e como indivíduos, calhou de encaixar a sequência didática dentro das tecnologias de informação e comunicação (TIC), não como uma parte da estratégia adotada, mas como a única opção de se manter o contato com nossos alunos. Perscrutar por esse caminho não foi ousadia, apenas necessidade.

Espelhamo-nos nos mestres e buscamos inspiração nos alunos.

1.1 RECOMENDAÇÕES DE USO

Àqueles que necessitem uma revisão dos conceitos básicos do assunto tratado, recomenda-se não pular a seção 2.2, Movimentos Oscilatórios.

Apesar de a sequência didática ter sido usada integralmente em ambiente virtual de aprendizagem, o professor não terá dificuldades em transpô-la para a sala de aula física.

Será notório que deveríamos ter alocado um maior número de horas-aula para cumprir a proposta, mas trabalhamos com o que temos, não com o que queremos.

1.2 OBJETIVOS

O laboratório de Física do Colégio Militar de Porto Alegre¹, além de ser o local das aulas experimentais para os três anos do Ensino Médio, também é o local das aulas do curso de robótica, possuindo vários kits de eletrônica com a placa Arduino.

Durante algumas semanas do ano letivo, alguns dos professores de Física lecionam robótica no contraturno, deixando disponível material com potencial para uso nas atividades pedagógicas do currículo de Física nos horários de aula.

A busca por soluções de baixo custo e o aproveitamento de material preexistente dentro do Colégio Militar de Porto Alegre motivaram a produção de uma sequência didática para o estudo de oscilações com o emprego da placa Arduino e seus sensores, além do fato de se ter adotado em 2020 um livro texto que não contemplava o assunto Movimento Harmônico Simples (MHS), apesar de haver a previsão no Planejamento de Execução Didática (PED), documento de ensino daquela instituição.

Essa sequência didática, apesar de não ser uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), conforme proposta do Professor Moreira, buscou inspiração naquela para ser aplicada dentro do laboratório de Física, presencialmente, proporcionando interação dos alunos com a tecnologia envolvida, com o objetivo de facilitar a aprendizagem dos alunos dos conceitos físicos envolvidos, incentivando-os a colaborar uns com os outros, e aumentando a adesão de participantes do Clube de Robótica.

Com o advento da pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV2, houve a necessidade de reformular a sequência didática, para atender a imposição do isolamento social.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho passou a ser oferecer uma sequência didática totalmente virtual, utilizando tecnologias de informação e comunicação (TIC), com conteúdo relacionável de maneira não-arbitrária e não-litera².

1.2.1 Objetivo Geral

¹ O Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA) faz parte do Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB) que abrange 14 colégios espalhados pelo território nacional, subordinado à Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial (DEPA) do Exército Brasileiro.

² Esses conceitos da TAS são apresentados na Seção 2.3.1.1.2 Subsúnciores.

Confeccionar um produto educacional para o professor de Física do Ensino Médio, com material de baixo custo e fácil acesso, além de operar em plataformas abertas, o que permite adequações aos casos concretos de cada realidade escolar.

1.2.2 Objetivos Específicos

Este trabalho quer oferecer ao aluno subsunções adequados ao estudo de ondas, de maneira não-arbitrária e não-literal, para que ele possa alterar sua estrutura cognitiva através da aprendizagem significativa, adquirindo e/ou ampliando significados aceitos dentro do contexto da Física, macro área de estudo, através de uma sequência didática que trabalhará o movimento harmônico simples, a fim de facilitar a compreensão de ondas.

2 DESENVOLVIMENTO

A sequência didática voltada para o MHS (movimento harmônico simples) contém, além do planejamento das aulas, um texto de apoio para o professor distribuir aos alunos, como forma de complemento ao livro didático que houver sido adotado.

Por que “potencialmente significativo”?

É o aluno quem dará significado, se houver predisposição para aprender, isto é, se possuir as ideias-âncora necessárias em sua estrutura cognitiva para se relacionar com o material apresentado, de forma não-arbitrária e não-literal, e estar disposto a diferenciar e reconciliar novos significados, modificando sua estrutura cognitiva, ampliando e/ou alterando seus conhecimentos prévios.

2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Alguns autores de livros didáticos para o ensino médio optaram por não mencionar o MHS em suas obras, PIETROCOLA (2016), ARTUSO (2013), VILLAS BÔAS (2016), ou o fizeram timidamente, LUZ (2009). E assim, partiram para o ensino de ondas, onde apresentavam os conceitos fundamentais.

Acreditamos que há a necessidade de um capítulo introdutório, como em RAMALHO (2003), trabalhando especificamente os movimentos oscilatórios como meio de melhorar o processo ensino-aprendizagem, entregando subsunçores adequados para o entendimento de ondas.

Por isso, preparamos material referente ao MHS como parte do produto educacional. Assim, nossos alunos terão acesso ao conteúdo necessário, mesmo que o colégio em que estude tenha adotado um livro que desconsidere essa parte.

2.2 MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS

Também chamados de movimentos periódicos, os movimentos oscilatórios abrangem uma gama muito grande de fenômenos físicos, que se estende da Mecânica até o Eletromagnetismo, dos fenômenos quânticos, como o movimento vibratório de moléculas em um sólido, responsáveis pela explicação microscópica de uma série de fenômenos

termodinâmicos, até a vastidão do Universo, como o movimento orbital de planetas em torno do Sol ou até mesmo da rotação de galáxias em torno de si mesma.

Na natureza, encontramos um número sem fim de sistemas oscilantes; as pequenas oscilações de um pêndulo, uma criança brincando num balanço, você descansando e balançando em uma rede, o movimento das marés, o balanço das árvores no vento ou as vibrações de uma corda de violino são alguns exemplos. Mesmo o que não podemos ver apresenta oscilações. Os átomos das moléculas que formam nosso corpo oscilam em torno de suas posições de equilíbrio, e os átomos de uma rede cristalina também estão continuamente oscilando. Aliás, se diz que não podemos falar a palavra vibração sem que a ponta de nossa língua oscile.³

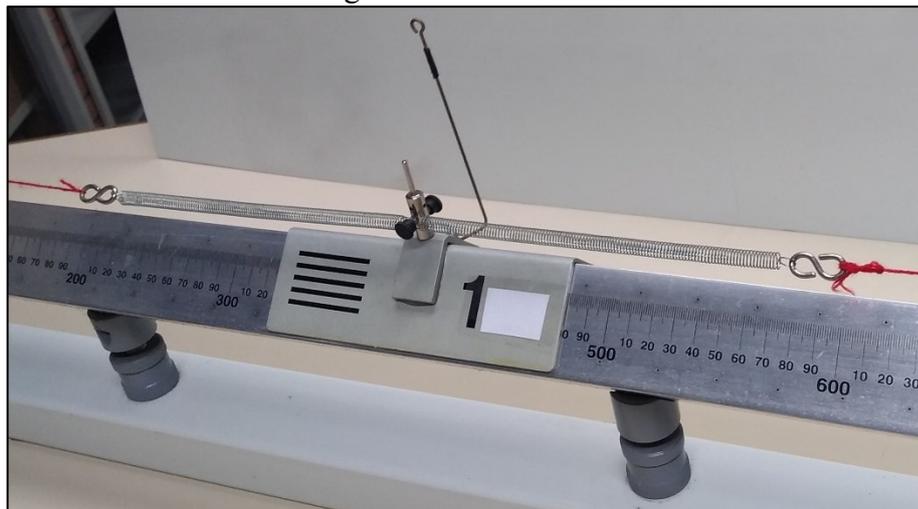
Convenientemente, apresentam características universais como amplitude, frequência, período e frequência angular, a saber, que permitirão um tratamento matemático muito similar.

O que se busca em seu estudo é a identificação de padrões, haja vista a repetição temporal de um determinado estado, sendo adequado iniciarmos o seu estudo pelos casos mais simples.

2.2.1 Sistema massa-mola

A Figura 1 ilustra um dos casos mais simples de movimento oscilatório, o sistema massa-mola.

Figura 1 - Trilho de ar.



Fonte: foto do autor (2020)

³ Fonte: Mecânica Geral, Kuhnén, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

Trata-se de um corpo de massa m repousando sobre um trilho de ar linear, ligado a duas molas idênticas que não estão tensionadas quando o corpo se encontra na posição de equilíbrio. Para facilitar a construção do modelo, podemos considerar a massa das molas desprezível quando comparada com a massa m .

Nesse caso, além da força peso e da força normal, poderá agir uma força elástica quando uma das molas estiver esticada, isto é, quando o corpo for retirado da posição de equilíbrio. Nessa situação, a outra mola permanece não tensionada, pois está amarrada a um barbante, o que permite que fique solta quando do movimento do corpo em sua direção.

Essa montagem foi utilizada para superar a dificuldade em encontrar uma mola que sofresse deslocamentos idênticos para a compressão e extensão, e ainda, tivesse massa desprezível.

A força elástica que surge ao se deslocar o corpo da posição de equilíbrio é chamada de **força restauradora**, pois, sua ação é no sentido de trazer o corpo novamente para a posição de equilíbrio.

Vamos analisar passo a passo.

Num primeiro momento, o corpo se encontra na posição de equilíbrio. As forças normal e peso se anulam, e, como não há força elástica, a força resultante é zero.

Ao deslocarmos o corpo da posição de equilíbrio, ponto O, surge uma força elástica com a mesma direção do deslocamento, mas com sentido oposto. E ela será tanto maior, quanto maior for esse deslocamento.

Se nessa nova posição abandonarmos o corpo, então, ele estará sob ação de uma força resultante igual à força elástica, ou seja, haverá uma aceleração que fará o corpo aumentar de velocidade em sentido ao ponto O.

Ao passar pelo ponto de equilíbrio, como o deslocamento em relação a esse ponto é nulo, não haverá força restauradora, e também não haverá aceleração. Mas, por inércia, o corpo não irá parar na posição de equilíbrio, seguindo em frente.

Se considerarmos a situação onde não há perda de energia por atrito, o corpo atingirá um ponto simétrico ao anterior, onde a outra mola entrará em ação, criando uma nova força restauradora, mas de sentido oposto a primeira, para trazer o corpo para o ponto de equilíbrio.

Por analogia ao que já foi dito, o corpo adquirirá uma nova aceleração que fará a velocidade aumentar em módulo, mas desta vez, apontando para o outro lado.

Quando, novamente, o corpo passar pelo ponto O, a inércia fará com que ele siga em frente, atingindo o ponto onde foi abandonado. E assim, fecha-se um **ciclo**, haja vista que de

agora em diante repetir-se-ão os passos já descritos, pois o corpo retornou à posição inicial, nas mesmas condições em que foi abandonado.

2.2.1.1 A amplitude

Chama-se de **amplitude (A)** o deslocamento máximo obtido pelo corpo em relação à posição de equilíbrio, independentemente do sinal, ou seja, estamos falando do módulo do máximo deslocamento obtido em um ciclo da oscilação.

Assim, para a oscilação de um corpo sob ação de uma força elástica, haverá dois momentos em que se observa a amplitude, uma à direita, e outra à esquerda do ponto de equilíbrio.

Com isso, o deslocamento terá variação de $-A$ a $+A$, ou seja, igual a $2A$.

No Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade para amplitude é o **metro (m)**.

2.2.1.2 O período

O **período (T)** é o tempo necessário para que o corpo ocupe todas as posições dentro de uma oscilação, e retorne ao ponto inicial.

Não é necessário que o período seja contado a partir de uma das extremidades. Há que se ter o cuidado de contar o período na mesma posição, nas mesmas condições, isto é, se se conta o tempo quando o corpo passar pela origem, indo para a direita, deve-se fechar a contagem quando o corpo passar pela origem, na próxima vez em que estiver indo para a direita, para garantir que foi contabilizado a totalidade do ciclo.

No SI, a unidade para o período é o **segundo (s)**.

2.2.1.3 A frequência

Muitos fenômenos são melhor compreendidos se olharmos para a quantidade de oscilações que ocorrem na unidade de tempo. A essa grandeza damos o nome de **frequência (f)**. No SI, a unidade para frequência ganha um nome especial, o **hertz (Hz)**.

Então, quando dizemos que a frequência de oscilação de um corpo é 10 Hz, estamos dizendo que esse corpo realiza 10 oscilações completas, ou 10 ciclos, a cada segundo.

Convém observar que a frequência é o inverso do período, isto é, se a frequência é 10 Hz, então, o período será 1/10 s, e vice-versa.

2.2.2 Movimento Harmônico Simples

Do ponto de vista formal, uma aproximação usual para tratar movimentos periódicos é o conhecido como Movimento Harmônico Simples (MHS), quando a força restauradora é descrita pelo que conhecemos como lei de Hooke, ou seja:

$$F = -kx \quad (1)$$

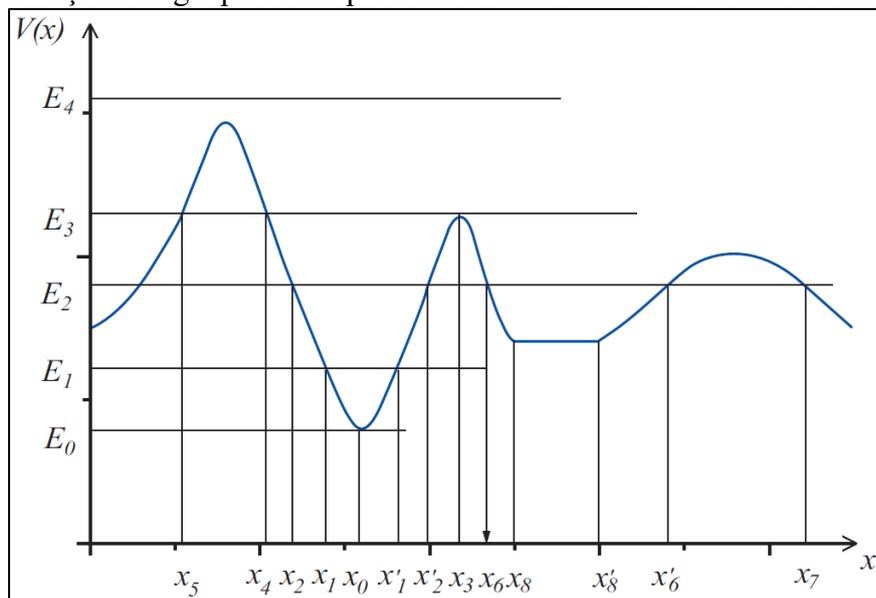
E k é uma constante de proporcionalidade que, no caso do sistema massa-mola, é chamada de **constante elástica da mola**. No SI, a unidade de força é newton (N). Assim sendo, a unidade para constante elástica é **newton por metro (N/m)**.

O sinal negativo garante que a força sempre será oposta ao deslocamento, considerando que o ponto de equilíbrio seja a origem do sistema de coordenadas.

Convém lembrar que a lei de Hooke tem validade dentro de certos limites e assim podemos dizer que o MHS é um caso particular de um movimento periódico. Para melhor entender esse limite.

Considere a energia potencial da Figura 2 para uma certa partícula:

Figura 2 - Função energia potencial para o movimento unidimensional de uma partícula



Fonte: Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

Estamos interessados em uma partícula com energia E_1 que oscilará entre as posições x_1 e x_1' (fora deste intervalo a partícula só existiria com velocidades imaginárias), simétricas em relação ao ponto x_0 , ponto de mínima energia potencial.

Assim podemos expandir a função energia potencial em uma série de Taylor em torno do ponto x_0 .

$$V(x) = V(x_0) + \left(\frac{dV}{dx}\right)(x - x_0)^1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)(x - x_0)^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3V}{dx^3}\right)(x - x_0)^3 + \dots \quad (2)$$

A constante $V(x_0)$ pode ser ignorada, pois não altera o movimento. Sabendo que em um ponto de mínimo

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x_0} = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_{x_0} \geq 0 \quad (3)$$

Fazemos as seguintes substituições

$$x - x_0 = x' \quad \text{e} \quad \left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_{x_0} = k \quad (4)$$

Assim, se considerarmos valores pequenos para x' , podemos desprezar os termos de ordem 3 ou superior, ficando com a função potencial:

$$V(x') \approx \frac{1}{2}kx'^2 \quad (5)$$

Como

$$F(x) = -\frac{dV}{dx} \quad (6)$$

Obtemos

$$F(x') = -kx' \quad (7)$$

que é a lei de Hooke, válida para pequenas oscilações em torno de um ponto de mínimo da energia potencial.

2.2.2.1 A aceleração

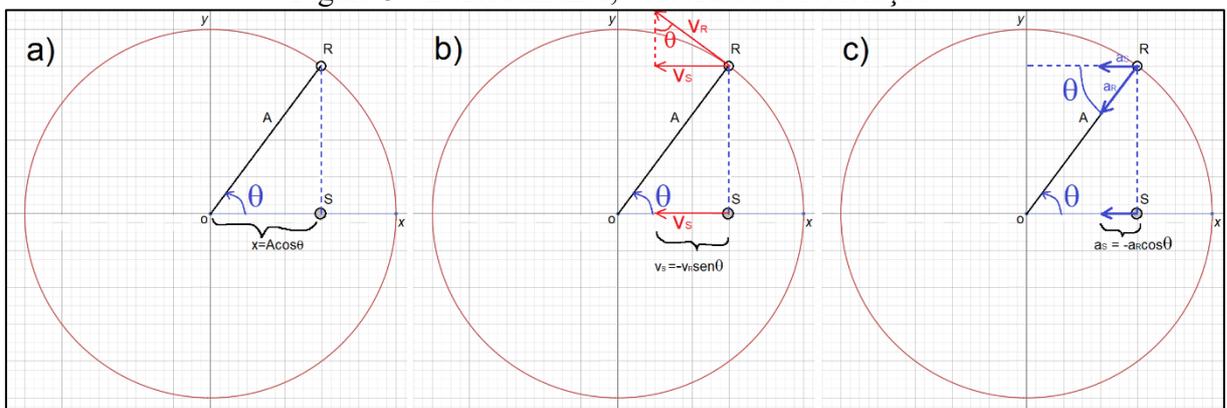
Usando a 2ª lei de Newton e sabendo que a aceleração é a derivada segunda da posição em relação ao tempo, podemos escrever:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (8)$$

2.2.2.2 Relação entre o movimento circular uniforme e o MHS

Vamos imaginar um corpo R realizando um movimento circular uniforme, de raio A, em torno da origem O de um plano cartesiano XY, no sentido anti-horário, conforme a Figura 3.

Figura 3 - Deslocamento, velocidade e aceleração



Fonte: arquivo do autor (2020)

Vemos a projeção do corpo R no eixo horizontal X, o que nos dá a sombra S. Verificamos na Figura 3a que a posição de S em X varia durante o ciclo conforme a equação:

$$x_s = A \cos \theta \quad (9)$$

A velocidade da sombra S é obtida de forma análoga, projetando a velocidade tangencial do corpo R no eixo X, Figura 3b:

$$v_S = -v_R \sin \theta \quad (10)$$

E fazendo a projeção da aceleração do corpo R, que em um movimento circular é a aceleração centrípeta, Figura 3c:

$$a_S = -a_R \cos \theta \quad (11)$$

É importante notar que o sinal negativo na equação da velocidade e na equação da aceleração ajustam o valor conforme o quadrante ocupado pelo corpo R durante o ciclo.

A sombra S está oscilando em torno da origem, enquanto o corpo R executa um movimento circular uniforme, mas não podemos afirmar, ainda, que se trata de um MHS.

Se substituirmos a equação (9) na equação (11), ficaremos com:

$$a_S = -a_R \frac{x_S}{A} \quad (12)$$

E lembrando que $a_R = \frac{v_R^2}{A}$, pois trata-se da aceleração centrípeta, teremos:

$$a_S = -\frac{v_R^2}{A} \frac{x_S}{A} \Rightarrow$$

$$a_S = -\frac{v_R^2}{A^2} x_S \Rightarrow$$

$$a_S = -\omega^2 x_S \quad (13)$$

Onde ω é uma constante e é igual à velocidade angular do corpo R.

Assim verificamos que a equação (13) corresponde à equação (8), necessitando apenas fazer

$$\omega^2 = k/m \quad (14)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15)$$

De onde podemos concluir que o movimento da projeção de um corpo que executa movimento circular uniforme executará um movimento harmônico simples (MHS).

Ou ainda, podemos inferir que existe associado ao movimento harmônico simples um movimento circular uniforme, de onde aproveitamos a grandeza ω , chamada de velocidade angular, no segundo, e frequência angular, no primeiro.

No SI, a unidade para frequência angular é **radianos por segundo (rad/s)**.

A frequência angular ω pode ser escrita como

$$\omega = 2\pi f \quad (16)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (17)$$

Daí, retiraremos os valores do período e da frequência em função da massa e da constante elástica da mola, substituindo a equação (15) em (16) e (17):

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (18)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (19)$$

E verificamos que tanto a frequência quanto o período não dependem de quem coloca o oscilador a oscilar, isto é, é a construção do oscilador, com sua massa, e com sua constante elástica, que vai determinar a frequência de oscilação.

Na equação (18) verificamos que quanto mais rígida uma mola, maior será a sua frequência de oscilação. Por outro lado, quanto maior a massa associada a essa mola, menor será a frequência de oscilação, haja vista haver uma maior inércia a ser quebrada para inverter o sentido do movimento, o período de uma oscilação completa aumentará.

Em nenhuma dessas duas equações vemos o valor da amplitude A . Assim, não existe a dependência do movimento com esse valor. Poderemos ter o sistema massa-mola oscilando em momentos distintos com amplitudes diferentes, mas manterá a frequência e o período.

A implicação disso é muito importante. Se a vibração de instrumentos musicais de percussão dependesse da amplitude, seria impossível manter o afinamento.

Se o fenômeno oscilatório não mantiver a frequência ao se variar a amplitude, então, não se trata de um movimento harmônico simples.

E como vimos anteriormente, em nossa análise da Figura 2, isso somente será verdadeiro se pudermos aproximar a força restauradora por uma dependência linear com o deslocamento x em relação à posição de equilíbrio. As chamadas oscilações não-lineares, quando o período passa a depender da amplitude, não serão tratadas neste texto, mas uma introdução ao assunto pode ser vista em Mecânica Geral, K. R. Symons e Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

2.2.2.3 Deslocamento, velocidade e aceleração em função do tempo

É conveniente reescrever as equações (9), (10) e (11) em função do tempo e de uma constante ϕ , que representará um estado inicial, ou fase inicial.

Sabendo-se que θ , medido em radianos, varia com o tempo conforme ωt mais um ϕ representando a posição inicial (no caso de um movimento circular uniforme), teremos:

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (20)$$

Também, temos $v_R = \omega A$, no caso do movimento circular uniforme:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (21)$$

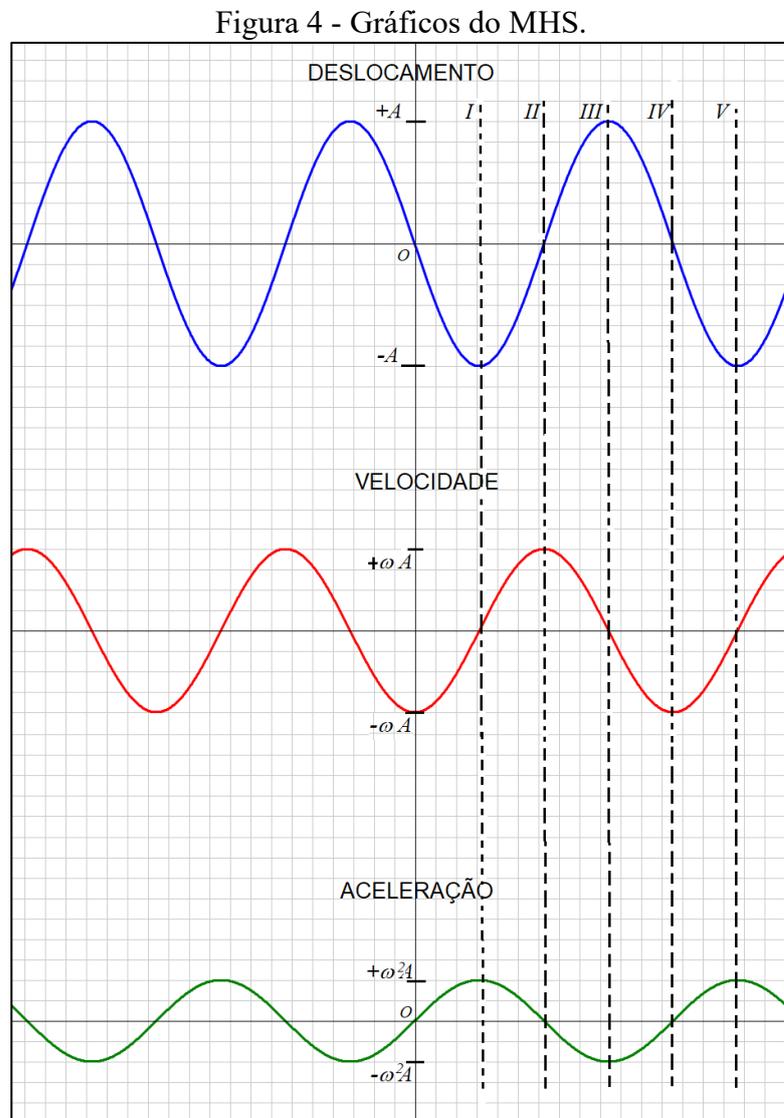
Finalmente, para a aceleração:

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (22)$$

É fácil verificar que poderíamos chegar às equações (21) e (22) derivando (20) em relação ao tempo, uma vez para a velocidade, e duas vezes para a aceleração.

2.2.2.4 Gráficos no MHS

A Figura 4 apresenta um conjunto de gráficos para o mesmo corpo realizando um único MHS. Todos estão em função do tempo, e foi considerado um valor $\phi = \frac{\pi}{2}$ rad, para a fase.



Fonte: arquivo do autor (2020)

Estão marcados os valores máximos que o deslocamento, a velocidade e a aceleração poderão atingir em cada ciclo.

Também foram marcados os momentos I, II, III, IV e V, que analisaremos a seguir.

No momento *I*, o deslocamento do corpo atinge a posição de máximo negativo, que corresponde a $-A$, ou seja, está à esquerda da origem do referencial. Nessa posição, a velocidade é nula, pois ele precisa parar para inverter o sentido de deslocamento, e teremos a maior aceleração positiva, haja vista a mola estar totalmente distendida à esquerda do referencial.

No momento *II*, o corpo está passando pela origem do sistema, por isso sua posição vale zero. Nesse momento, também, a velocidade tem valor máximo positivo, pois o corpo está se deslocando da esquerda da origem do referencial para a direita. Como não há elongação da mola, também não há aceleração.

No momento *III*, o corpo chega à extrema direita do sistema. Sua velocidade torna-se zero para que possa inverter o sentido do deslocamento, e como a mola está totalmente distendida à direita, a aceleração tem o seu máximo valor negativo, isto é, aponta para a esquerda do sistema.

No momento *IV*, o corpo passa novamente pela origem, tem a mesma posição do momento *II*, mas o sentido de seu movimento é o contrário. Por isso, sua velocidade é um máximo negativo e, novamente, sem elongação da mola, a aceleração vale zero.

O momento *V* corresponde exatamente ao momento *I*, pois além de estar na mesma posição, tem a mesma velocidade, e tem a mesma aceleração, em intensidade e sentido.

Não há posição privilegiada para começar a descrever um ciclo, mas é conveniente adotar intervalos que correspondam a dois máximos positivos consecutivos, ou dois máximos negativos consecutivos, num dos três gráficos.

Os momentos marcados irão se repetir, indefinidamente, enquanto houver oscilação em torno da origem do sistema. Lembrando, apenas, que estamos analisando um caso onde supostamente não há atrito.

2.2.3 A Energia do Movimento Harmônico Simples

Como estamos considerando um sistema massa-mola sem atrito, a força elástica da mola é uma força conservativa e a única que realiza trabalho, já que as forças normal e peso são perpendiculares ao deslocamento.

Então, poderemos olhar para o sistema e analisar a situação a partir das energias envolvidas no processo.

2.2.3.1 Energia mecânica

A energia cinética é dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (23)$$

Como visto na Seção 2.2.2, a energia potencial elástica é dada por

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (24)$$

A soma dessas quantidades fornecerá a energia mecânica total do sistema massa-mola que realiza um MHS. Aqui vale lembrar que, em uma dimensão, formalmente, toda força que depende exclusivamente da posição é conservativa⁴. Portanto, teremos para a energia mecânica total, que se conserva, a expressão:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (25)$$

Quando o corpo que oscila atinge as extremidades, $x = +A$, ou $x = -A$, ele para momentaneamente para inverter o sentido do movimento. Nessas posições, haverá apenas a energia potencial elástica, momento em que a mola está totalmente distendida, e a velocidade vale zero.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad (26)$$

Essa é a máxima energia potencial que o sistema pode ter e também a energia total do sistema.

⁴Ver Keith .R. Symon, **Mecânica Geral**, editora Campus, 1988.

Vamos verificar a equação (26) a partir da equação (25), substituindo nela as equações (14), (20) e (21):

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E = \frac{1}{2}m[-\omega A \sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}k[A \cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2[\sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}kA^2[\cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\frac{k}{m}[\sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}kA^2[\cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}A^2k\{[\sin(\omega t + \phi)]^2 + [\cos(\omega t + \phi)]^2\}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

A qual é a própria equação (26).

Também podemos verificar qual será a velocidade máxima, ou seja, quando o corpo passa pela origem do sistema, combinando as equações (15), (25) e (26).

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$mv^2 + kx^2 = kA^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m}(A^2 - x^2)$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \quad (27)$$

A equação (27) nos mostra que a velocidade será máxima quando o corpo estiver passando pela origem do sistema, isto é, quando $x = 0$.

Nesse caso, teremos

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} (A^2)$$

$$v = \pm \omega A \quad (28)$$

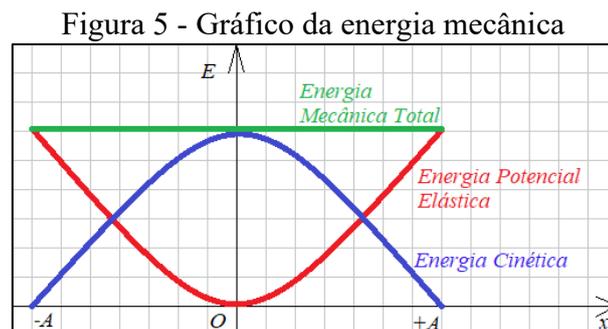
Os sinais de \pm da equação (28) indicam que o corpo pode estar em qualquer um dos sentidos em seu deslocamento.

2.2.3.2 Gráficos da energia mecânica

A Figura 5 mostra a distribuição da energia mecânica entre energia potencial elástica e energia cinética ao longo do trajeto da oscilação.

Em qualquer posição entre $x = -A$ e $x = +A$, a energia total permanece constante, e corresponde à soma das energias potencial e cinética.

Repare que quando uma forma de energia atinge o máximo possível, a outra se anula.

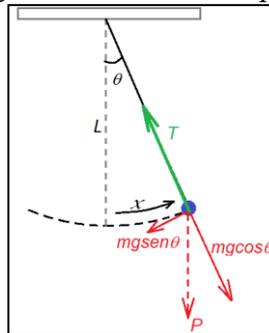


Fonte: arquivo do autor (2020)

2.2.4 Pêndulos Simples

A Figura 6 apresenta um modelo de pêndulo simples. Ele é composto por uma massa m , puntiforme, suspensa por um fio de comprimento L , colocada a oscilar num plano vertical.

Figura 6 - Pêndulo simples.



Fonte: arquivo do autor (2020).

O fio é considerado ideal, inextensível e de massa desprezível.

Vamos verificar se esse movimento oscilatório em torno da vertical pode ser considerado um MHS.

Para isso, é necessário que a força restauradora, aquela que traz o corpo para a posição de equilíbrio na vertical, seja diretamente proporcional ao deslocamento x ou a θ (lembre-se que como x é um arco, $x = L\theta$).

Primeiro, verifica-se que a trajetória é um arco de circunferência de raio igual ao comprimento do fio, L .

Como visto na Figura 6, a força restauradora é uma componente da força peso, tangente à trajetória.

$$F_{\theta} = -mg \sin \theta \quad (29)$$

Como podemos notar, a força restauradora não é diretamente proporcional a θ , mas a $\sin \theta$. Mas, como estamos medindo os ângulos em radianos, podemos fazer a aproximação $\sin \theta \approx \theta$, desde que consideremos pequenos ângulos.

Assim, para $\theta = 5,00^{\circ}$, $\theta \approx 0,0873 \text{ rad}$, $\sin \theta = 0,0872$, ou seja, uma diferença de 0,1%. Até para ângulos maiores, como 20° , a diferença não chega a 2,1%, e podemos reescrever a equação (29):

$$F_{\theta} = -mg\theta = -mg \frac{x}{L}$$

$$F_{\theta} = -\frac{mg}{L}x \quad (30)$$

Onde a constante é $k = \frac{mg}{L}$. Então, podemos fazer a substituição nas equações (15), (16) e (17):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{mg}{L}}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (31)$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (32)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (33)$$

As equações (31), (32) e (33) são válidas para um pêndulo simples, com uma pequena amplitude angular, onde verificamos a independência desses valores em relação à massa.

Verificamos, também, que quanto maior for o comprimento desse pêndulo, maior será o período e menor a frequência. Por outro lado, se houver aumento na força gravitacional, aumentará a força restauradora, fazendo aumentar a frequência e diminuir o tempo para cada oscilação. Mas, variações de g são desprezíveis ao longo da superfície do planeta, tanto em latitude, ver Figura 7, como em altitude, ver Figura 8. Assim o período depende essencialmente do comprimento do pêndulo.

Figura 7 – Variação de g com a latitude.

Latitude (graus)	$g(m/s^2)$
0	9,780
10	9,782
20	9,786
30	9,793
40	9,802
50	9,811
60	9,819
70	9,826
80	9,831
90	9,832

Fonte: https://ppgenfis.if.ufrgs.br/mef008/mef008_02/Paulo/Trabalho/campo.html, acessado em 28/07/21

Figura 8 – Variação de g com a altitude.

Altitude (km)	$g(m/s^2)$
0	9,81
1000	7,33
2000	5,68
3000	4,53
4000	3,70
5000	3,08
6000	2,60
7000	2,23
8000	1,93
9000	1,69
10000	1,49

Fonte: https://ppgenfis.if.ufrgs.br/mef008/mef008_02/Paulo/Trabalho/campo.html, acessado em 28/07/21

2.2.5 Movimento Harmônico Simples Amortecido

Tanto o sistema massa-mola quanto o pêndulo simples vistos anteriormente são considerados ideais, isto é, por não haver atrito não tinham perda de energia e podiam oscilar indefinidamente, conservando a energia mecânica.

O modelo de oscilação amortecida mais simples corresponde a um MHS com uma força oposta e diretamente proporcional à velocidade do movimento.

$$F = -bv \quad (34)$$

Onde b é uma constante que descreve a intensidade da força, e o sinal negativo indica o fato de a força ter sentido contrário ao sentido da velocidade.

Considerando a força resultante sobre um corpo que executa MHS amortecido como uma composição da força restauradora e da força de amortecimento

$$\sum F = -kx - bv \quad (35)$$

Podemos escrever a 2ª lei de Newton como

$$-kx - bv = ma \quad (36)$$

Ou

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (37)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (38)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (39)$$

Usando a equação (14) e um coeficiente de amortecimento, definido como $\gamma = \frac{b}{2m}$,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (40)$$

Obtemos uma equação diferencial linear de segunda ordem que descreve o oscilador amortecido.

Uma possível solução será do tipo $x = e^{\lambda t}$, com $\frac{dx}{dt} = \lambda e^{\lambda t}$ e $\frac{d^2x}{dt^2} = \lambda^2 e^{\lambda t}$.

Substituindo na equação (40), teremos:

$$e^{\lambda t}(\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2) = 0 \quad (41)$$

O que implica:

$$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (42)$$

Que nos apresenta duas raízes:

$$\lambda_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad (43)$$

$$\lambda_2 = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad (44)$$

A solução geral será uma combinação linear desses resultados:

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (45)$$

2.2.5.1 Oscilador subamortecido

Esta é a condição onde temos ($\omega_0^2 > \gamma^2$).

Usando $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ teremos:

$$\lambda_1 = -\gamma + i\omega_1 \quad (46)$$

$$\lambda_2 = -\gamma - i\omega_1 \quad (47)$$

E assim ficamos com a solução geral como:

$$x = e^{-\gamma t} (C_1 e^{i\omega_1 t} + C_2 e^{-i\omega_1 t}) \quad (48)$$

Através da equação de Euler reescrevemos essa última equação para obter:

$$x = e^{-\gamma t} (B \sin \omega_1 t + C \cos \omega_1 t) \quad (49)$$

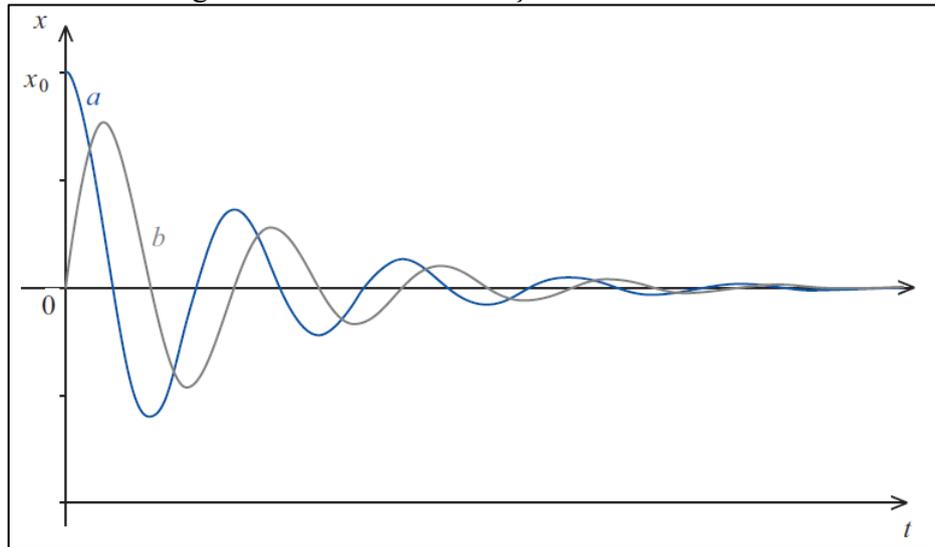
Onde $B = i(A_1 - A_2)$ e $C = (A_1 + A_2)$. Outra apresentação da equação (49) é:

$$x = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad (50)$$

Sendo $A = \sqrt{B^2 + C^2}$ e $\operatorname{tg}\varphi = -\frac{C}{B}$

A equação (50) nos mostra objetivamente que o sistema oscila numa frequência ω_1 , e que a amplitude decresce exponencialmente, como podemos verificar no gráfico da Figura 9.

Figura 9- Gráfico de oscilações subamortecidas.



Fonte: Mecânica Geral, Kuhnem, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

Observamos no gráfico *a*, da figura 7, a situação onde o oscilador parte do repouso em uma posição x_0 . Já no gráfico *b*, o oscilador parte do ponto de equilíbrio do sistema, mas com velocidade inicial diferente de zero.

2.2.5.2 Oscilador superamortecido

Esta é a condição onde temos ($\omega_0^2 < \gamma^2$).

Usando $\omega_2 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ teremos:

$$\lambda_1 = -\gamma + \omega_2 \quad (51)$$

$$\lambda_2 = -\gamma - \omega_2 \quad (52)$$

E assim ficamos com a solução geral como:

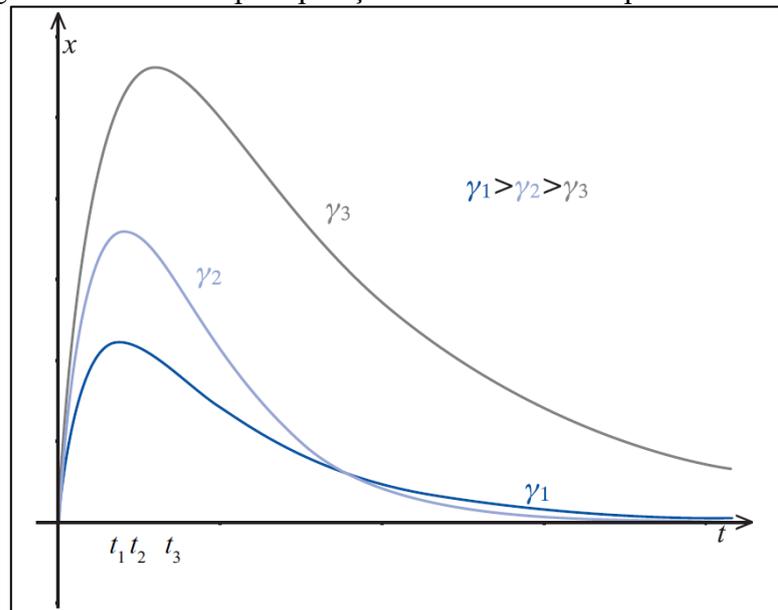
$$x = e^{-\gamma t}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t}) \quad (53)$$

Que é equivalente à:

$$x = e^{-\gamma t}(A \cosh \omega_2 t + B \sinh \omega_2 t) \quad (54)$$

Onde $A = (C_1 + C_2)$ e $B = (C_1 - C_2)$. Verificamos que a amplitude decresce exponencialmente e que não ocorre oscilação em torno do equilíbrio. ω_2 não é uma frequência.

Figura 10 - Gráficos para posição de osciladores superamortecidos.

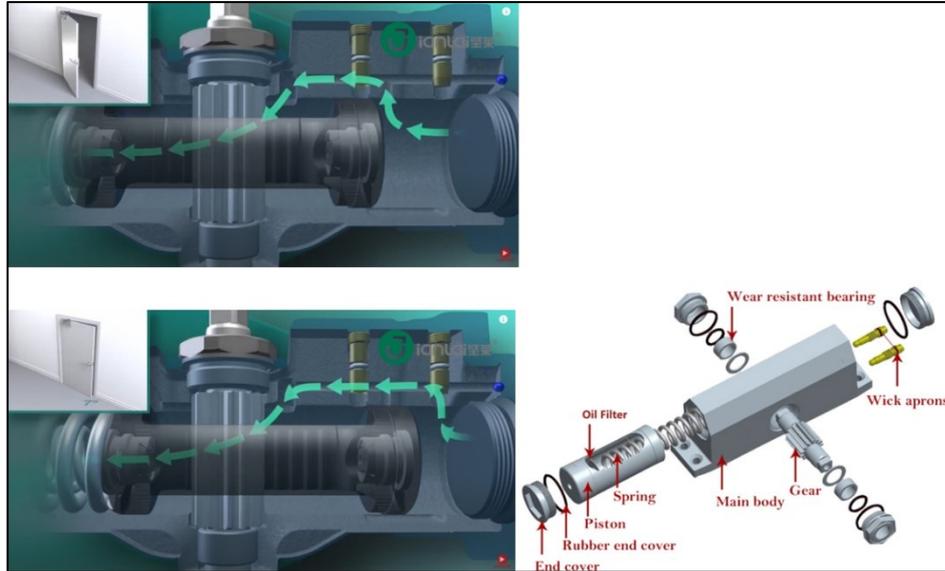


Fonte: Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

Na Figura 10 verificamos o retorno à posição de equilíbrio de 3 osciladores com diferentes coeficientes de amortecimento.

Na figura 9 temos um esquema de funcionamento de uma mola hidráulica para fechar portas. O funcionamento dela se dá em dois estágios. Num primeiro momento temos a mola tracionando a porta com amortecimento crítico, ou seja, a mola traz rapidamente a porta para a posição intermediária. No segundo estágio, a porta fecha mais lentamente, caracterizado por um superamortecimento.

Figura 11 - Esquema de funcionamento de uma mola hidráulica para fechar portas.



Fonte: YouTube, <https://www.youtube.com/watch?v=mXNhgCefKD8>, acessado em 23/05/21.

2.2.5.3 Oscilador criticamente amortecido

Esta é a condição onde temos $(\omega_0^2 = \gamma^2)$.

Com isso as equações (43) e (44) nos dão $\lambda_1 = \lambda_2 = -\gamma$. Substituindo na equação (45), teremos:

$$x = e^{-\gamma t}(C_1 + C_2) = B_1 e^{-\gamma t} \quad (55)$$

Onde $(C_1 + C_2) = B_1 = \text{constante}$. Precisamos achar mais uma solução, para podermos montar uma solução geral como combinação linear. Uma possibilidade é verificar se a equação $x = te^{-\gamma t}$ satisfaz a equação (40). Substituindo, obteremos:

$$-\gamma e^{-\gamma t} - \gamma e^{-\gamma t} + \gamma^2 t e^{-\gamma t} + 2\gamma e^{-\gamma t} - 2\gamma^2 t e^{-\gamma t} + \omega_0^2 t e^{-\gamma t} = 0 \quad (56)$$

$$(\omega_0^2 - \gamma^2) t e^{-\gamma t} = 0 \quad (57)$$

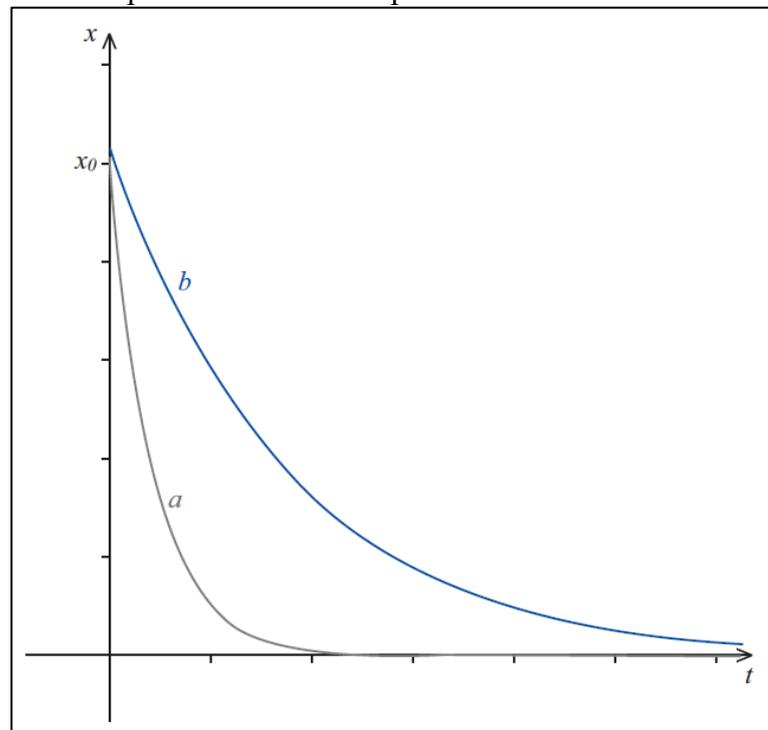
Que é verdadeira para qualquer valor de t , haja vista $\omega_0 = \gamma$. Então, uma combinação linear dessas soluções fornece:

$$x = e^{-\gamma t}(B_1 + B_2 t) \quad (58)$$

Onde verificamos que não há oscilação presente, e que a amplitude decresce exponencialmente mais depressa do que no caso de superamortecimento.

O gráfico *a* da Figura 12 nos mostra que o oscilador amortecido criticamente retorna muito mais rápido para a posição de equilíbrio do que aquele do gráfico *b*, que tem superamortecimento.

Figura 12 - Gráfico comparativo entre um superamortecimento e o amortecimento crítico.



Fonte: Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

Haja vista que uma oscilação veicular de 10 Hz já produz enjoos, o não amortecimento das oscilações é uma condição indesejada, por isso o uso de amortecedores veiculares⁵ como o que é representado na Figura 13.

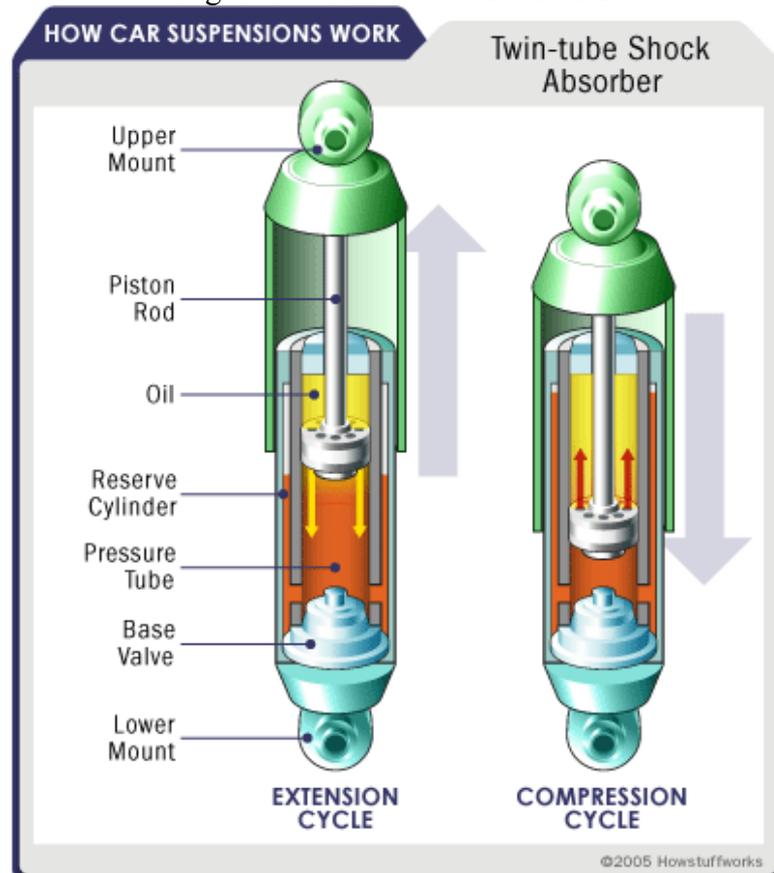
⁵ “O amortecedor é um componente do sistema de suspensão dos veículos. A estabilidade, conforto e segurança ficam diretamente comprometidos se os amortecedores não estiverem atuando corretamente. Isso é verificado pela dificuldade no controle do veículo em curvas, freadas, pulos descontrolados das rodas e desgaste prematuro ou irregular dos pneus e demais componentes da suspensão. [...] O amortecedor fica localizado na região inferior do veículo (*undercar*), sendo um elemento de ligação entre a suspensão e a carroceria, que controla os movimentos das molas, fazendo com que o veículo mantenha a aderência ao solo.”

Fonte: COFAP. Disponibilizado em <https://mmcofap.com.br/cofap-amortecedores-oquee.aspx?pag=1>, acessado em 21/08/2020

Sua função é reduzir as oscilações do sistema massa-mola formado pela carroceria do automóvel e a mola que a liga ao eixo da roda (um par de amortecedor/mola para cada roda).

O óleo viscoso que se encontra no interior desses cilindros produz uma força de atrito no movimento de vai e vem que depende da velocidade com que são acionados.

Figura 13 - Amortecedor veicular.



Fonte: <https://auto.howstuffworks.com/car-suspension.htm> acessado em 21/08/2020.

A essa ação chamamos amortecimento e o movimento correspondente é uma oscilação amortecida.

No exemplo do amortecedor veicular, deve-se procurar um meio termo entre o superamortecimento e o subamortecimento, de tal modo que o veículo não fique oscilando, nem que ocorra o travamento dos amortecedores após passar por um primeiro desnível, pois há a necessidade de o amortecedor retornar à posição de equilíbrio, antes que passe por um segundo desnível de pista.

2.2.6 Oscilações Forçadas e Ressonância

Osciladores reais terão suas amplitudes reduzidas com o passar do tempo, mesmo os que perdem pouquíssima energia por atrito.

Para manter a amplitude de oscilação podemos fornecer a energia que é perdida através de uma força que seja função senoidal do tempo, na mesma taxa com que é perdida.

Assim teremos uma oscilação forçada. Por exemplo, uma criança que está em um balanço precisa que alguém a empurre de maneira a recuperar a energia perdida em cada oscilação, e assim manter a sua amplitude. Neste caso, também existe a possibilidade de usar a própria energia através do movimento coordenado das pernas com a oscilação do balanço.

Obteremos a solução geral através da equação de movimento para o oscilador forçado:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos(\omega t + \theta_0) \quad (59)$$

Vemos que se trata de uma equação diferencial linear de segunda ordem não-homogênea, onde a solução é dada pela soma de duas partes:

$$x(t) = x_p(t) + x_h(t) \quad (60)$$

Sendo $x_h(t)$ a solução da equação homogênea:

$$m \frac{d^2 x_h}{dt^2} + b \frac{dx_h}{dt} + kx_h = 0 \quad (61)$$

A resolução dessa equação na seção 2.2.5 nos forneceu soluções para os casos que chamamos de oscilações amortecidas: subamortecido, superamortecido e criticamente amortecido.

Por isso, a parte da equação (60) correspondente à solução homogênea é chamada de termo transiente da solução $x(t)$, pois tendem rapidamente a zero, e o que permanece é a solução particular $x_p(t)$.

Experimentalmente, o sistema oscilará com a mesma frequência da força aplicada. Assim, a solução particular deve ser do tipo:

$$x_p(t) = A \cos(\omega t - \varphi) \quad (62)$$

Mantendo a amplitude constante no tempo. Ao substituirmos a equação (62) na equação (59) obteremos os valores de A e φ mais rapidamente se fizermos $\theta_0 = 0$, já que se trata de uma constante arbitrária. Derivando e substituindo, obteremos:

$$\begin{aligned} -m\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi) - b\omega A \sin(\omega t - \varphi) + kA \cos(\omega t - \varphi) = \\ = F_0 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (63)$$

Que fica:

$$\begin{aligned} (kA \cos \varphi - m\omega^2 A \cos \varphi + b\omega A \sin \varphi) \cos \omega t - \\ - (kA \sin \varphi - m\omega^2 A \sin \varphi - b\omega A \cos \varphi) \sin \omega t = F_0 \cos \omega t \end{aligned} \quad (64)$$

E por ser válida em qualquer instante de tempo, teremos:

$$(k - m\omega^2) \cos \varphi + b\omega \sin \varphi = F_0/A \quad (65)$$

$$(k - m\omega^2) \sin \varphi - b\omega \cos \varphi = 0 \quad (66)$$

Sabendo que $\omega_0^2 = k/m$ e $\gamma = b/2m$, e substituindo na equação (66), obteremos:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b\omega/m}{k - m\omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (67)$$

Podemos usar a equação (67) para obter os valores de seno e cosseno em função da tangente:

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{2\gamma\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad (68)$$

$$\cos \varphi = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad (69)$$

Substituindo as equações (68) e (69) na equação (65), obteremos a amplitude:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad (70)$$

Podemos, a título de exemplo, pegar a solução homogênea (50) para o caso do subamortecimento e somá-la com a solução particular (62). Obteremos:

$$x = A_h e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi_h) + \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (71)$$

As constantes de integração A_h e φ_h são obtidas com as condições iniciais, x_0 e v_0 . ω_1 é a frequência natural do oscilador. Quando o valor de $t \gg 1/\gamma$, a solução homogênea tende rapidamente a zero, ficando somente a solução particular, que é chamada de solução estacionária. A solução geral depende das condições iniciais do problema apenas no início do movimento, pois rapidamente atingirá o regime estacionário.

A Figura 14 mostra a dependência do valor da amplitude em relação ao valor da frequência da força fornecida, com dois valores de γ .

Derivando a equação (70) obteremos para qual frequência ocorre o valor máximo da amplitude.

$$\omega_r = (\omega_0^2 - 2\gamma^2)^{1/2} \quad (72)$$

E substituindo esse valor na equação (70) obteremos o valor máximo da amplitude.

$$A_{m\acute{a}x} = \frac{F_0/m}{2\gamma\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \quad (73)$$

A frequência ω_r é chamada de frequência de ressonância. Para pequenos amortecimentos ($\gamma \rightarrow 0$), $\omega_r \approx \omega_0$.

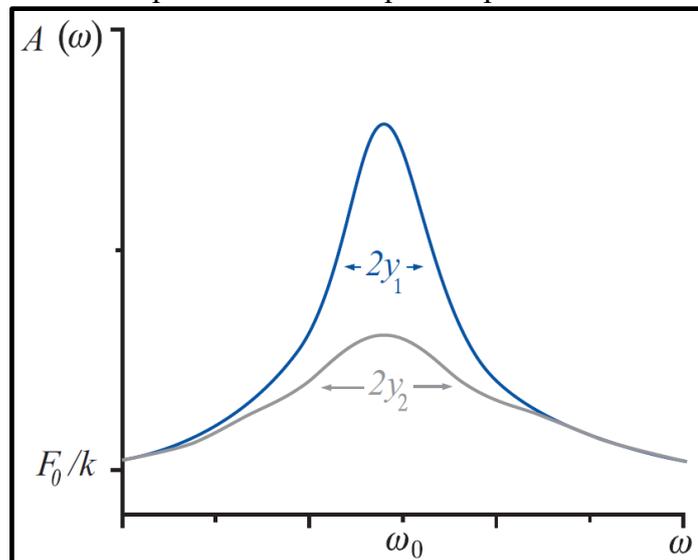
E para pequenos valores de γ , podemos aproximar o valor da amplitude máxima para:

$$A_{m\acute{a}x} = \frac{F_0}{2\gamma m\omega_0} \quad (74)$$

Que poderia chegar a infinito se os osciladores reais não tivessem amortecimento. Essas oscilações em ressonância podem tornar-se tão grandes ao ponto de deformar plasticamente os sistemas envolvidos.

Um exemplo clássico é o da Ponte Tacoma Narrows em Washington, EUA, que entrou em ressonância com os ventos que a atravessavam, e a amplitude das oscilações a fizeram desabar.

Figura 14 - Amplitude *versus* frequência para dois valores de γ



Fonte: Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

2.3 DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO

Almejava-se o uso de um circuito eletrônico com sensor ultrassônico baseado na placa Arduino, a ser montado pelos alunos em grupos de 3 (três), para aquisição de dados de

um movimento oscilatório de um pêndulo simples, e concomitante confecção de gráfico pelo software Python, dentro do laboratório de Física do Colégio Militar de Porto Alegre.

Assim, buscava-se estimular o interesse dos alunos mantendo-os em contato com a tecnologia e uma situação problema.

Com o advento da pandemia, fez-se necessário modificar o presente trabalho para se adequar ao isolamento social. E o foco passou a ser as diferentes tecnologias da informação e comunicação, com o desenvolvimento de material de apoio para atender uma deficiência do livro texto adotado, e disponibilização desse material em ambiente virtual de ensino.

2.3.1 Fundamentação teórica

Segundo Zabala (2010, p. 94), uma aprendizagem significativa será

[...] mais ou menos significativa quando, além de significar uma memorização compreensiva, for possível sua aplicação em contextos diferenciados e quando puder ajudar a melhorar a interpretação ou intervenção em todas as situações em que se fizerem necessárias.

Assim, pretendemos aplicar a Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel, exclusivamente com atividades virtuais de ensino, a fim de mitigar a passagem do aluno pelo estudo de ondulatória.

2.3.1.1 Ausubel e a teoria da aprendizagem significativa

Sua teoria de aprendizagem significativa não é uma teoria científica propriamente dita. Mas de maneira intuitiva fez alguns postulados que quando colocados em prática auxiliam o professor a conduzir o aluno no desenvolvimento de sua estrutura cognitiva.

De maneira sucinta, podemos dizer que seu trabalho se assenta na premissa de que a pedra basilar do processo ensino-aprendizagem é o conhecimento prévio do aluno.

Assim, o trabalho do professor é descobrir o que o aluno já sabe, e em cima desse conhecimento fornecer subsunçores ao aluno, isto é, pontos de ancoragem onde o aluno possa associar o novo conhecimento a ser alcançado com seu conhecimento prévio.

Os subsunçores não são óbvios, muito menos simplistas. Eventualmente, o professor necessitará criar organizadores prévios onde o conhecimento que o aluno já possui não é suficiente para se ligar aos novos conteúdos que se pretende transmitir.

A aprendizagem será significativa quando a estrutura cognitiva do aluno for afetada pelos novos conhecimentos, de tal forma que aquilo que era subsunçor ganha novo significado, modificando-se ou sendo ampliado.

O conhecimento que o professor pretendia transmitir também será modificado na estrutura cognitiva do aluno. Para bem ou para mal. Não há como se afirmar.

Se o aluno apenas reproduz o que o professor busca transmitir, teremos uma aprendizagem mecânica. Apesar de ser muito comum em nossas salas de aula, tem o ônus de ser efêmera, com o passar do tempo o que momentaneamente o aluno demonstrou saber, numa prova tradicional, acaba por cair no esquecimento, chegando às vezes a ser uma lembrança vaga.

O processo de ensino-aprendizagem deve buscar a aprendizagem significativa em que o aluno consegue dar significado ao que lhe é passado. Quando a estrutura cognitiva sofre modificações, essas tendem a ser duradouras, interferindo na visão de mundo do aluno.

Apesar de ser o objetivo do professor que o aluno tenha uma aprendizagem-significativa, sempre haverá a aprendizagem mecânica. Essa última não pode ser inteiramente descartada, haja vista que é impossível que o aluno tenha todos os subsunçores necessários quando apresentado a um novo conhecimento.

A intenção é fornecer subsunçores para a ancoragem dos conhecimentos que virão a seguir, no caso, ondas.

A teoria de Ausubel, intuitivamente elaborada, é um modelo psicológico que trata o homem como um ser que está buscando, “processando” e criando informações. É um modelo firmemente baseado na natureza hipotética dos modelos, isto é, funciona *como se*. Fornece um suporte geral explicativo da aprendizagem humana e leva em consideração a aplicação desse conhecimento no processo educacional que se desenvolve em sala-de-aula, inserindo-se, decididamente, na realidade contemporânea. (ARAGÃO, 1976, p. 3)

2.3.1.1.1 Pequeno histórico do autor

David Paul Ausubel, nascido em 1918, em Nova Iorque, era filho de uma família pobre que participou do movimento migratório judeu para os Estados Unidos, no início do séc. XX. Formado em psicologia pela *University of Pennsylvania* (1939), e em medicina pela Universidade de *Middlesex* (1943), continuou seus estudos na *Columbia University*, onde fez seu mestrado em psicologia experimental (1940) e doutorado em psicologia do desenvolvimento (1950).

Seus estudos voltados para a área de ensino-aprendizagem nasceram de seu descontentamento com o *status quo* vigente na época em que frequentou os bancos escolares.

2.3.1.1.2 Subsunçores

Como já foi dito, o conhecimento prévio exerce papel fundamental para Ausubel.

Um novo conhecimento para ser internalizado necessita estar “ancorado” no conhecimento prévio, representado pelos subsunçores que o aluno possui.

Assim, os subsunçores são ideias-chave necessárias ao entrelaçamento entre o que já está enraizado na estrutura cognitiva e o conhecimento a ser adquirido.

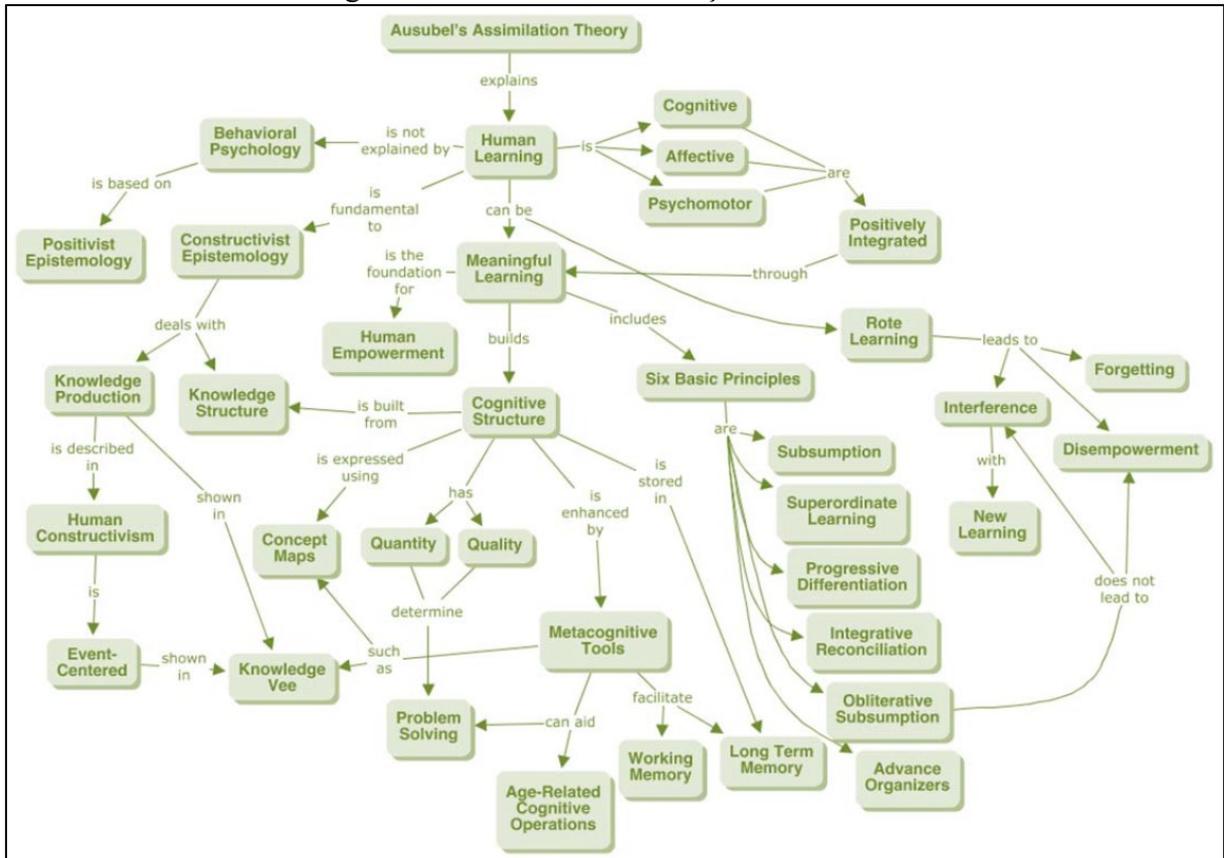
A estrutura cognitiva do aluno é o arranjo complexo das ideias-chave que possui e a forma como se relacionam entre si. É também uma abstração que em diferentes contextos nos ajuda a compreender os mecanismos de aprendizagem, podendo se referir a uma área específica do conhecimento ou de maneira mais ampla, o conhecimento em geral.

Muitas vezes os subsunçores estão com o sentido deturpado, ou pelo menos, não são adequadamente significantes para o novo conhecimento que se deseja transmitir. O papel do professor nesse processo de ensino-aprendizagem é o de construir subsunçores adequados, de maneira não-arbitrária e não-literal, criando e/ou modificando aqueles previamente existentes.

Ausubel propõe uma metodologia que essencialmente valoriza a estrutura cognitiva do aprendiz, criando uma metodologia facilitadora do processo de assimilação do conhecimento conducente à aprendizagem significativa. Esta teoria corresponde, pois, a um avanço em relação às teorias construtivistas precedentes, preconizando, como já foi referido, que as metodologias de ensino contemplem não só o ensino pela descoberta como também o ensino do tipo expositivo. Podemos assim considerar que as principais vantagens da sua abordagem estão no fato de, por um lado, facilitarem a retenção do conhecimento por mais tempo e conseqüentemente a reaprendizagem em caso de esquecimento e, por outro lado, aumentar a capacidade de aprender e relacionar novos conteúdos. (MATOS, 2006, citado por LIMA, 2013, p. 311)

A Figura 15 apresenta um diagrama dos conceitos da TAS, segundo LIMA, 2013.

Figura 15 - Teoria de assimilação de Ausubel.



Fonte: LIMA, Tese de doutorado, Universidade de Aveiro, 2013.

A elaboração de subsunções não pode ser arbitrária: a escolha do professor necessita ser vocacionada para o objetivo, isto é, a ideia-chave precisa estar relacionada de maneira substantiva com o conhecimento prévio, isto é, de forma não-literal.

A área de conhecimento que se pretende trabalhar terá seus subsunções modificados à medida que estes vão adquirindo/ampliando seus significados. É desejável que os subsunções tornem-se mais ricos de significados enquanto são interpretados e moldados pela estrutura cognitiva, adquirindo estabilidade cognitiva, isto é, na aprendizagem significativa os conhecimentos adquiridos são mais duradouros e mais fáceis de serem lembrados.

O subsunções assim construídos são mais abrangentes e logo se dispõe de ferramentas de maior alcance de significados, podendo levar a aprendizagens significativas em outras áreas do conhecimento.

... minha teoria não surgiu *do novo*, mas de um fundo geral de ideias congruentes já disponíveis na cultura, isto é, que as novas ideias não devem ser apresentadas de forma isolada ao aluno, mas sim em relação ao conhecimento prévio relevante ... Portanto, minha teoria da aprendizagem significativa, como qualquer nova teoria, é uma elaboração ou aplicação em termos mais específicos, precisos e explícitos de ideias anteriormente existentes que tinham uma expressão mais geral em nossa cultura. (AUSUBEL, 1976, citado por ARAGÃO, 1976, p. 3, grifo do autor)

2.3.1.1.3 Processos

Há dois processos principais na organização dos subsunçores dentro da estrutura cognitiva: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

Subsunçores servem para aquisição de novos subsunçores, e nessa interação dinâmica cria-se uma hierarquia.

Quando um mesmo subsunçor é utilizado em diferentes contextos para a aquisição de diferentes conhecimentos, o que está acontecendo é que ele está expandindo o rol de significados que é capaz de ancorar. Temos, assim, a diferenciação progressiva.

Se por um lado, temos um número crescente de significações para um mesmo subsunçor, por outro, vamos percebendo que diferentes conhecimentos estão se agregando em torno de uma ideia-chave. Daí vem o processo da reconciliação integradora.

A reconciliação integradora anda *pari passu* com a diferenciação progressiva dentro da estrutura cognitiva. Quando levamos o subsunçor para perto dos novos conhecimentos, também estamos agrupando esses conhecimentos.

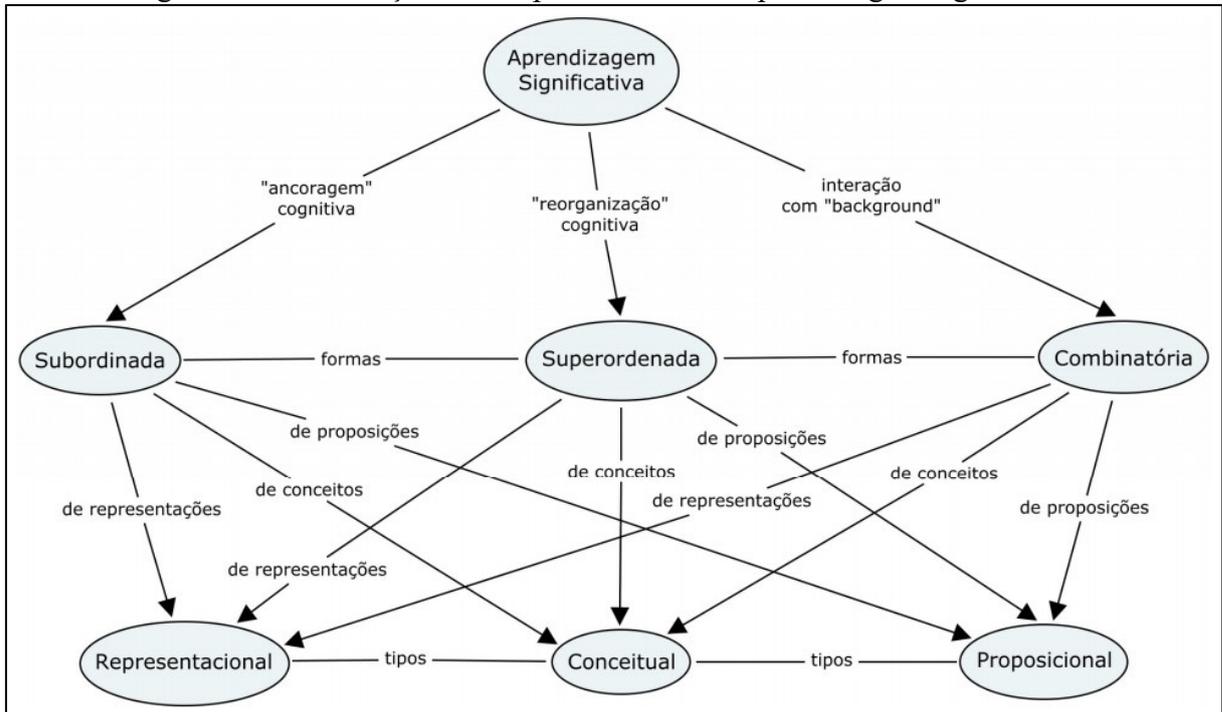
2.3.1.1.4 Tipos e formas

Quando novos conhecimentos interagem com os conhecimentos prévios ocorre que novos significados serão atribuídos aos conhecimentos anteriores, deixando-os mais sofisticados, tornando-os subsunçores mais eficazes e mais eficientes.

Mas também pode ocorrer de um novo conhecimento “cair no esquecimento”, isto é, com o passar do tempo, e pela falta de uso, um novo conhecimento que havia sido adquirido vai “perdendo o brilho”, mesmo que a aprendizagem tenha sido significativa. Trata-se de uma obliteração.

Isso ocorre porque aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem fínda. Fala-se em assimilação obliteradora quando há a continuidade da aprendizagem de conhecimentos já adquiridos, de maneira mais rápida. É como “refrescar a memória”.

Figura 16 - Interrelação entre tipos e formas de aprendizagem significativa



Fonte: MOREIRA, Aprendizagem significativa em mapas conceituais, 2013.

A Figura 16 traz um mapa conceitual das relações possíveis entre os diferentes tipos e formas de aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa subordinada ocorre quando novos conhecimentos são ancorados em subsunçores mais “gerais e inclusivos” (MOREIRA, 2012). Assim, o novo conhecimento está subordinado ao conhecimento prévio, o que não invalida a possibilidade de ampliar seu significado, seja ele um conceito, uma representação ou uma proposição.

Já a aprendizagem significativa superordenada é a capacidade de interrelacionar diferentes conceitos, representações ou proposições num conceito, representação ou proposição mais geral. [...] “Envolve, então, processos de abstração, indução, síntese, que levam a novos conhecimentos que passam a subordinar aqueles que lhes deram origem.” (MOREIRA, 2012)

A aprendizagem por combinação não envolve hierarquia entre os subsunçores, pois trata-se de usar os conhecimentos já adquiridos e a partir deles descobrir novas relações, isto é, o novo conhecimento não é apresentado como algo de fora da estrutura cognitiva, mas é extraído das relações que podem/devem ser exploradas entre os conhecimentos prévios.

A aprendizagem significativa representacional liga símbolo e significado de maneira unívoca dentro da estrutura cognitiva. Apesar de se assemelhar à aprendizagem mecânica num primeiro momento, a aprendizagem significativa representacional traz uma ligação duradoura

entre símbolo e significado de maneira concreta, enquanto a aprendizagem mecânica é apenas associativa.

Outro tipo de aprendizagem significativa é a conceitual. Se na estrutura cognitiva começa-se a tecer relações entre objetos e/ou eventos sem a referência concreta a esses objetos e eventos, teremos um tipo de aprendizagem representacional de alto nível, que é a conceitual. Uma vez adquirido esse conceito, este passa a ser representado por um símbolo, que será a expressão do conceito.

Num plano mais elevado, encontraremos a aprendizagem significativa proposicional. Não é elevado por ser mais importante, mas porque depende das aprendizagens representacional e conceitual como pré-requisitos.

Quando dentro da estrutura cognitiva começam a se elaborar ideias que envolvem conceitos e representações, mas que são maiores/melhores que os conceitos e representações envolvidos, dizemos que está havendo aprendizagem significativa proposicional.

2.3.1.1.5 Organizadores Prévios

Se a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora são dois processos que ocorrem naturalmente, concomitantemente, seria de se esperar que os livros didáticos se organizassem sob tal lógica.

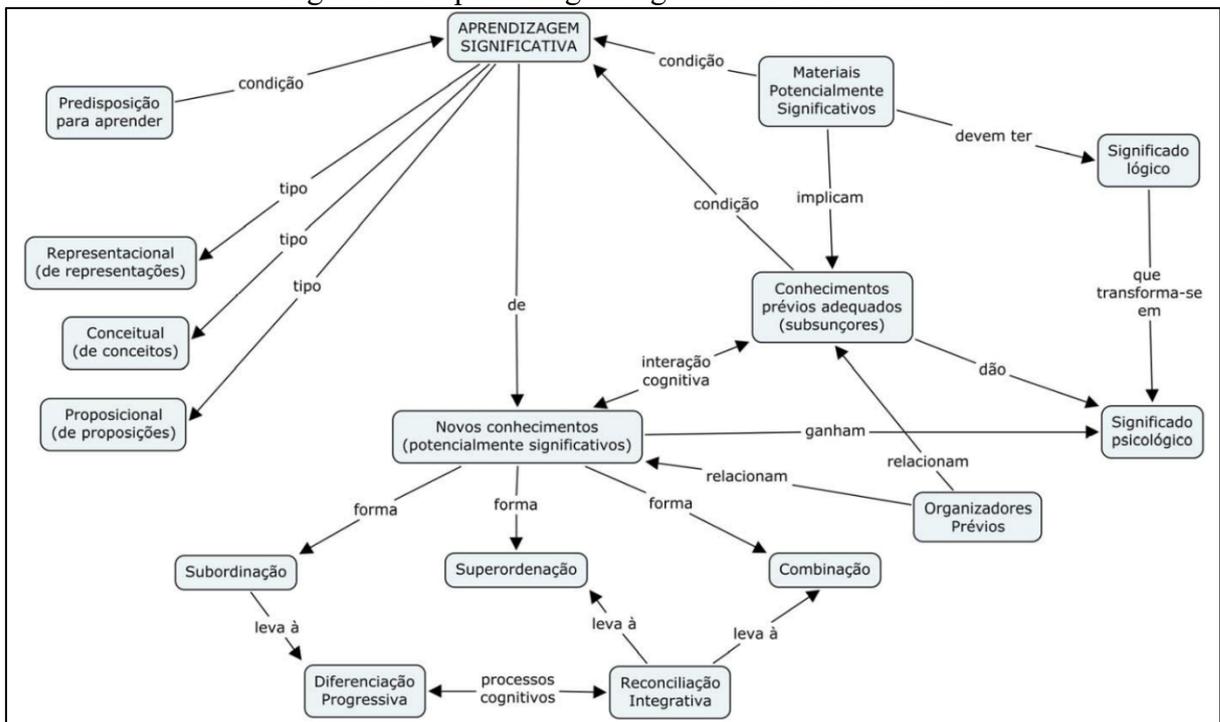
Não, no entanto, é o que acontece normalmente no ensino de qualquer disciplina na escola. Os conteúdos estão listados em um programa que é seguido linearmente, sem idas e voltas, sem ênfases, e que deve ser cumprido como se tudo fosse importante, ou como se os aspectos mais importantes devessem ficar para o final. O resultado desse enfoque é, geralmente, aprendizagem mecânica. (MOREIRA, 2012, p. 19)

Ausubel propôs um recurso instrucional a ser fornecido aos alunos com carência de subsunçores adequados ao entendimento de novos conhecimentos. São os chamados organizadores prévios.

Não há uma definição precisa do que sejam organizadores prévios, e nem poderia existir pois depende de cada caso. Seriam materiais introdutórios apresentados em um nível mais alto de generalidade e inclusividade, formulados de acordo com conhecimentos que o aluno tem, que fariam a ponte cognitiva entre estes conhecimentos e aqueles que o aluno deveria ter para que o material fosse potencialmente significativo. (MOREIRA, 2012, p. 20)

Na Figura 17 verificamos os diferentes conceitos da Teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel e a maneira como se relacionam.

Figura 17 - Aprendizagem significativa de Ausubel



Fonte: MOREIRA, Aprendizagem significativa em mapas conceituais, 2013.

2.3.1.2 Tecnologias da informação e comunicação (TICs)

A atual geração de estudantes é de nativos digitais, isto é, são estudantes com disponibilidade farta e imediata de informações através da Wide World Web (PRENSKY, 2001).

Passados vinte anos desde o cunho desse conceito, o acesso a equipamentos eletrônicos tornou-se mais acessível. A produção em massa de *smartphones* e computadores pessoais, juntamente com a proliferação de antenas de telefonia celular e o adensamento da rede de fibras ópticas possibilitou a popularização de acesso à internet.

Esse contexto de ocorrências suscita o estabelecimento de uma nova relação entre o professor e o aluno; uma relação não mais centrada no professor e no seu saber, como ocorre na pedagogia tradicional. Por outro lado, a simples existência dessas novas tecnologias num processo didático-pedagógico não o torna mais rico, estimulante, desafiador e significativo para o aprendiz. Não saber adequar o uso pedagógico das novas tecnologias significa permanecer tradicional usando novos e emergentes recursos. (ANJOS, 2008, p. 573)

Não há como ficar inerte diante de tanta tecnologia. As novas gerações de professores praticamente se enquadram como nativos digitais. Ainda assim, não estão difundidas as TICs coerentemente adaptadas, isto é, mantendo o caráter didático-pedagógico.

Não raro, ainda encontramos professores que simplesmente transportaram a projeção de *slides* para o ambiente virtual. E simplesmente os leem durante uma aula *on-line*.

Há um arcabouço de tecnologias pra se usar. Encontros virtuais, arquivos digitais, vídeos *on-line*, mesa digitalizadora, projeção de *slides*, aplicativos para *smartphone*, simuladores de experiências físicas, hipertextos, fóruns, *chats*, ambientes virtuais, formulários *on-line*, gamificação, *e-mail*, entre outros.

O professor precisa diversificar a forma, o conteúdo, o tempo, o meio e a exposição do conhecimento que pretende transmitir ao aluno, além de abrir espaço para o *feedback*, talvez, a parte mais importante de todo o processo.

O uso de TICs não pode ocorrer a esmo. O professor precisa seguir metodologias didático-pedagógicas. As mesmas que utilizaria em sala de aula, mas adaptadas à realidade digital de seu aluno. O aluno precisa ser provocado a seguir os passos indicados pelo professor. No processo de ensino à distância (EAD) o professor, além de ser mediador do conhecimento, precisa ser estudante de novas tecnologias, um pesquisador que se atualiza diariamente, para não correr o risco de inviabilizar um canal de comunicação com seus alunos, e também, de não os entender em seus anseios e manifestações.

2.3.1.2.1 Ambiente virtual de aprendizagem (AVA)

O ambiente virtual de aprendizagem (AVA) passou a ser uma exigência em tempos de pandemia. Não houve tempo, nem o direito de se perguntar qual seria o impacto na educação de milhões de jovens, ao se adotar o EAD, exclusivamente.

Mas em vista da alternativa, as vantagens são imensas. O aluno pode assistir suas aulas de qualquer lugar, desde que haja conexão com a internet. Ainda, existe a possibilidade de aulas assíncronas, ou seja, professor e aluno não necessitam estar conectados ao mesmo tempo. Se o aluno seguir as orientações do professor, poderá ter acesso a farto material disponível de forma gratuita, que transpassam o livro didático físico. Ainda, sob orientação, poderá manipular aplicativos que, apesar de se tratarem de modelizações, poderão dar o vislumbre de atividades de laboratório, com direito a confecção de roteiros.

Parece não haver dúvida de que a aprendizagem que vá além da pura memorização deve estar baseada em atividades nas quais o aprendiz se envolva cognitivamente. O conhecimento não pode ser simplesmente implementado ou transferido, ele precisa ser construído e reconstruído para ter qualquer efeito duradouro. Não existe dúvida de que a aprendizagem na interação com seres humanos, com um professor real, é

uma necessidade indispensável em muitos casos. (MEDEIROS e MEDEIROS, 2002, p. 84)

Daí, vemos a importância das aulas síncronas. O professor tem que estar presente para um *feedback* rápido. Num planejamento didático-pedagógico, há que se distribuir tempos de aula voltados para a interação entre professor e alunos num encontro virtual. Não se pode relegar as aulas síncronas a um papel secundário. Pelo contrário, são as aulas síncronas que devem ditar o ritmo da interação virtual entre professor e aluno.

A investigação e as pesquisas permitem também afirmar que existe um relativo consenso quanto a considerar-se que, não obstante todos os progressos técnicos e tecnológicos registrados, a chave do sucesso e a garantia de qualidade do e-Learning e dos processos de ensino-aprendizagem *on-line* se centram na atuação do professor. (LIMA, 2013, p. 180)

Num ambiente virtual teremos a tríade aluno, professor e conteúdo. Nessa tríade teremos as interações aluno-professor, aluno-conteúdo, professor-conteúdo. Mas também teremos interações aluno-aluno, professor-professor e conteúdo-conteúdo. (LIMA, 2013)

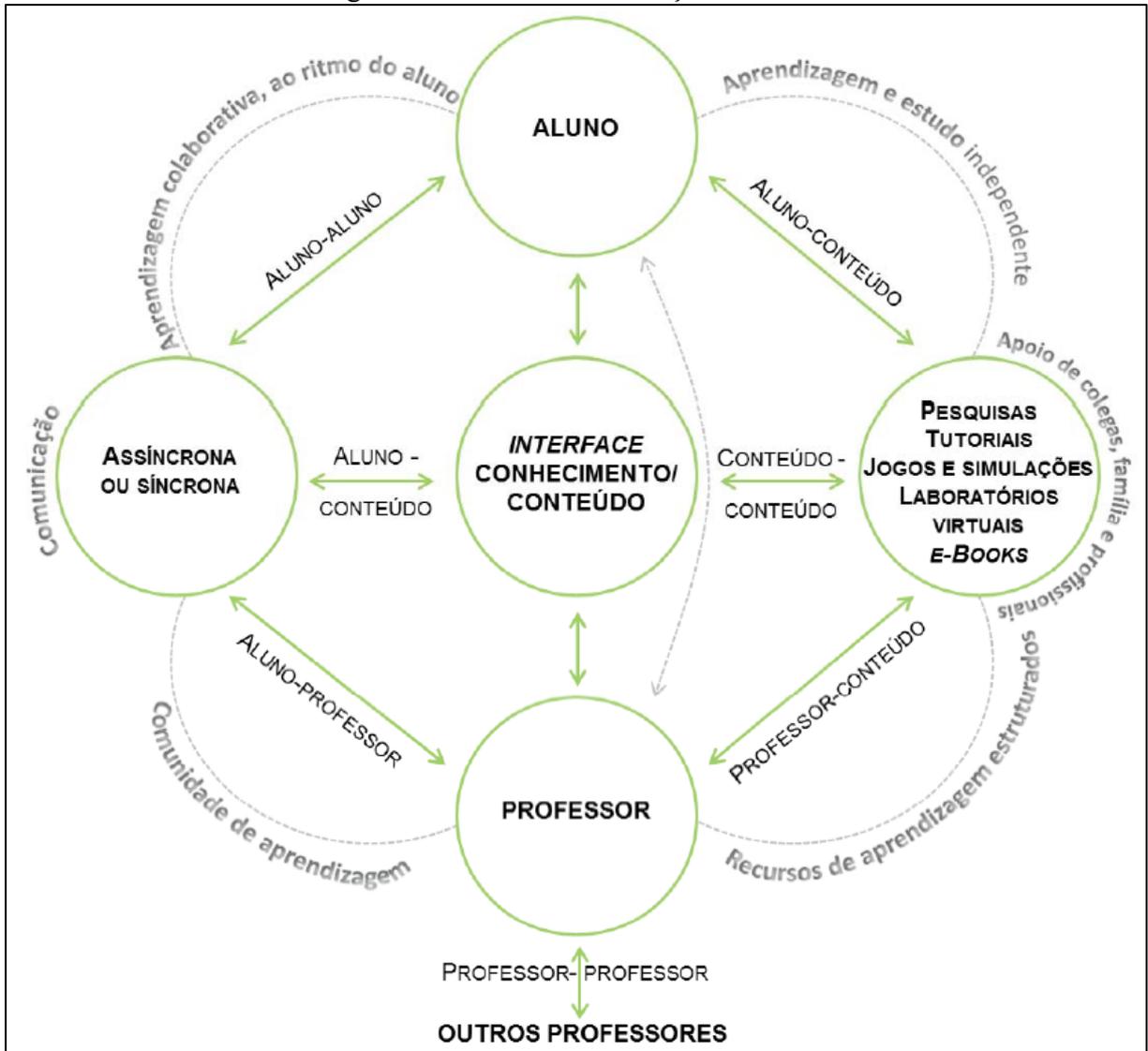
Nessa perspectiva, a importância do professor se sobressai, pois sua participação direta e indireta se avoluma.

Além de escolher o conteúdo adequado, o professor será responsável por manter a interação com os alunos, e entre os alunos. E poderá buscar o autoaperfeiçoamento, através do diálogo com outros professores, submetendo seu trabalho ao escrutínio de seus pares, conforme ilustrado na Figura 18.

A interação aluno-professor-conteúdo exige um ambiente adequado, uma plataforma que atenda as diferentes peculiaridades do processo ensino-aprendizagem, ou, uma *Learning Management System (LMS)*. Uma das mais populares é o MOODLE.

Com esta plataforma é abandonada a abordagem pedagógica tradicional centrada na transmissão em que os conteúdos são passados diretamente do professor ao estudante, para criar uma nova situação mediada por diferentes inovações tecnológicas, de forma integrada, de modo que se ampliem os contextos de formação do estudante, criando assim um ambiente de aprendizagem amplo, complexo e ao mesmo tempo flexível, dentro de uma nova abordagem que pretende engendrar um processo gerador de autonomia, sendo esse um elemento crucial e ao mesmo tempo desejado para as comunidades de aprendizagem e na educação à distância *on-line* (MARTINS e REIS, 2008, citado por LIMA, 2013, p. 302).

Figura 18 – Formas de interação no AVA



Fonte: LIMA, Tese de doutorado, Universidade de Aveiro, 2013.

2.3.2 Metodologia

Usamos tecnologias da informação e comunicação (TICs), no caso, o ambiente virtual de aprendizagem do Moodle, para os alunos do Colégio Militar de Porto Alegre analisarem gráficos produzidos com o uso do Arduino no monitoramento das oscilações de um pêndulo simples.

Isso se fez necessário devido ao cancelamento das aulas presenciais em virtude do surgimento de uma pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, impondo o isolamento social.

3 O PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional que se encontra no apêndice desta dissertação contém uma sequência didática, o circuito eletrônico para aquisição de dados com o ultrassom, a programação correspondente do Arduino, a programação correspondente do software Python para confecção do gráfico, o questionário da avaliação diagnóstica e o questionário utilizado na avaliação somativa do trimestre.

3.1 A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Antes de iniciar a sequência didática, foi aplicado um questionário *on-line* a fim de descortinar o conhecimento prévio dos alunos, e eventualmente, redirecionar a condução da mesma. O mesmo foi disponibilizado no dia do primeiro encontro virtual.

3.2 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi aplicada no início do 3º trimestre letivo para as 6 turmas do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Porto Alegre, que conta com 161 alunos matriculados, do dia 31 de agosto a 17 de setembro de 2020.

Programou-se uma sequência didática correspondente a 7 (sete) aulas presenciais, que foram transformadas em encontros virtuais, com tarefas a serem executadas pelos alunos, no ambiente virtual do Moodle⁶. Todos os encontros começavam com a interação entre o professor e os alunos através de chat, no horário de aula presencial previsto, e eventualmente se utilizava plataformas de reuniões virtuais para maior interação.

3.2.1 Primeiro encontro

No início desse encontro, os alunos foram instigados a responder um questionário⁷ *on-line*, sem limite de tempo, mas que deveria ser preenchido ainda no início do encontro, ou

⁶ Fonte: CMPA. Disponibilizado em <https://moodle.cmpa.eb.mil.br/login/index.php>, acessado em 29/09/2020.

⁷ O questionário encontra-se no Anexo A deste trabalho.

estar pronto ao final do dia correspondente⁸ por aqueles que não conseguiram se conectar no horário da aula, antes dos alunos assistirem o vídeo correspondente àquela aula.

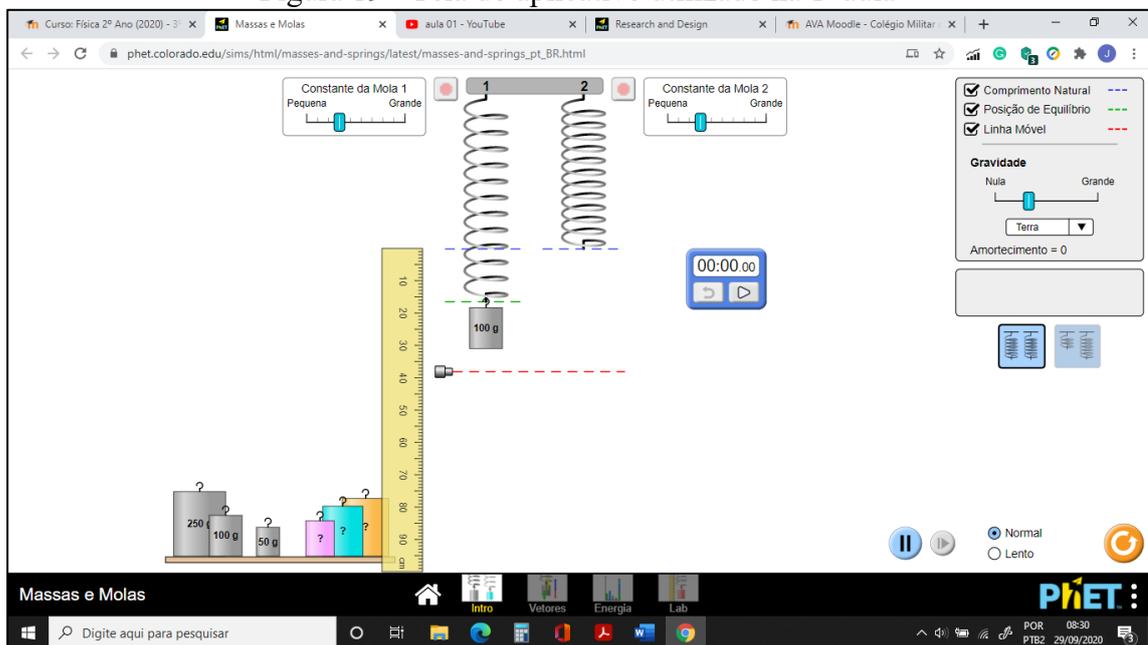
O objetivo desse questionário era avaliar os conhecimentos prévios necessários que fazem parte do currículo do ano escolar anterior, como leis de Newton, lei de Hooke e movimento circular uniforme.

Os primeiros conceitos referentes a movimentos oscilatórios foram apresentados através de um vídeo⁹, onde o professor explicou frequência, período e amplitude através de um aplicativo disponibilizado *on-line*¹⁰, conforme Figura 19.

Nesse vídeo, o professor explica os controles disponibilizados, além de mostrar como usá-los, e através de montagens bem simples, explora os conceitos que servem de porta de entrada para o estudo do Movimento Harmônico Simples.

Os alunos mantiveram contato com o professor via chat, onde puderam retirar dúvidas sobre o conteúdo do vídeo.

Figura 19 - Tela do aplicativo utilizado na 1ª aula



Fonte: Autor

⁸ Os encontros não ocorreram no mesmo dia para todos os alunos, haja vista a existência de 6 (seis) turmas do 2º ano do Ensino Médio no Colégio Militar de Porto Alegre, e o fato de que foi mantido o horário de aulas presencial na vigência do isolamento social durante a pandemia.

⁹ Fonte: Autor. Disponibilizado em <https://www.youtube.com/watch?v=IH42IRe1Vmk&t=333s>, acessado em 29/09/2020.

¹⁰ Fonte: PhET, University of Colorado. Disponibilizado em https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_pt_BR.html, acessado em 29/09/2020.

Com o intuito de aproximar a simulação de uma realidade, foi disponibilizado o link de um vídeo com um oscilador massa-mola real¹¹.

3.2.2 Segundo encontro

Os alunos, como de costume, acessaram primeiramente o chat, onde receberam um link para reunião virtual utilizando a plataforma ZOOM¹².

Esse recurso apresenta a vantagem de permitir a interação imediata do aluno com o que o professor está apresentando, neste caso, foi utilizada uma mesa digitalizadora para escrever diretamente sobre um documento Word¹³, conforme Figura 20.

Nesse encontro, com compartilhamento de tela, foi abordado o que faz de um movimento oscilatório, um movimento harmônico simples, sua aceleração e a relação deste movimento com o movimento circular uniforme.

Também foi feita uma revisão sobre lei de Hooke e diagramas de forças, haja vista a constatação na aula anterior de algumas dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Outra vez, foi disponibilizado o vídeo do encontro¹⁴, após o mesmo sofrer edição com o programa ActivePresenter¹⁵, para retirar os trechos de interação com os alunos onde foram feitas perguntas não pertinentes, ou que fossem passíveis de identificação.

¹¹ Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em: <https://youtu.be/BfOO1gGPmHE>, acessado em 29/09/2020.

¹² Plataforma de reuniões virtuais. Disponível em <https://us04web.zoom.us/>, acessado em 29/09/2020.

¹³ Disponibilizado como exemplo no Anexo B.

¹⁴ Fonte: Autor. Disponibilizado em <https://youtu.be/p61eJtFy4jM>, acessado em: 29/09/2020.

¹⁵ Software para edição de vídeos e apresentações, com recursos limitados na versão gratuita. Disponibilizado em <https://atomisystems.com/activepresenter/>, acessado em 29/09/2020.

Figura 20 - Compartilhamento de tela com os alunos

The image shows a screenshot of a Microsoft Word document titled "Relação-entre-Movimento-Circular-Uniforme-e-MHS". The document content includes a diagram of a Ferris wheel with a coordinate system overlaid. The diagram is annotated with red handwritten notes and labels. The notes include:

- Top left: $\theta > \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ and $x < 0$
- Left side: $x = A \cos \theta$ (boxed)
- Top right: MCU and $v_R = \text{cte}$
- Right side: $x = A \cos \theta$ (underlined), $\theta < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, and $x > 0$
- Bottom center: $x = A \cos \theta$ (boxed)

The diagram shows a Ferris wheel with a vertical axis and a horizontal axis labeled 'x'. The wheel is divided into four quadrants labeled I, II, III, and IV. The radius is labeled 'R' and the amplitude is labeled 'A'. The angle θ is shown between the vertical axis and the radius. The text "Deslocamento-no-eixo-x" is written above the diagram.

Fonte: Autor

3.2.3 Terceiro encontro

O encontro começou com uma conversa via chat para avaliar o andamento da sequência didática. Logo em seguida, os alunos foram convidados a assistir o vídeo da aula correspondente¹⁶.

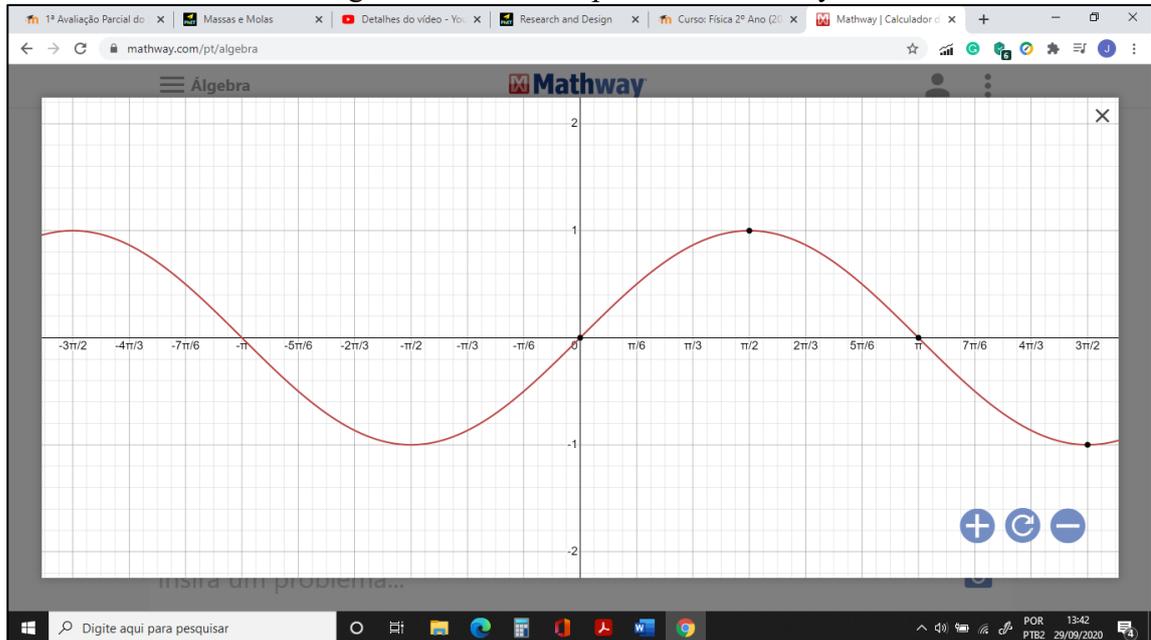
Nesse vídeo foram vistas as equações do movimento harmônico simples e os respectivos gráficos.

Através do aplicativo *on-line* Mathway¹⁷ obtivemos o gráfico de uma função seno e uma função cosseno.

¹⁶ Fonte: Autor. Disponibilizado em <https://youtu.be/xUFbC5zgLAq>, acessado em 29/09/2020.

¹⁷ Aplicativo *on-line* para solução de pequenas equações matemáticas e útil para traçar gráficos. Disponibilizado em <https://www.mathway.com/pt/algebra>, acessado em 29/09/2020.

Figura 21 - Tela do aplicativo Mathway



Fonte: Autor

Também neste encontro, foi disponibilizado uma lista de exercícios retirados de livro didático onde os alunos praticariam os conceitos vistos até o momento.

3.2.4 Quarto encontro

Nesse encontro estudamos a energia do Movimento Harmônico Simples, seus gráficos e as situações onde ocorrem amortecimento.

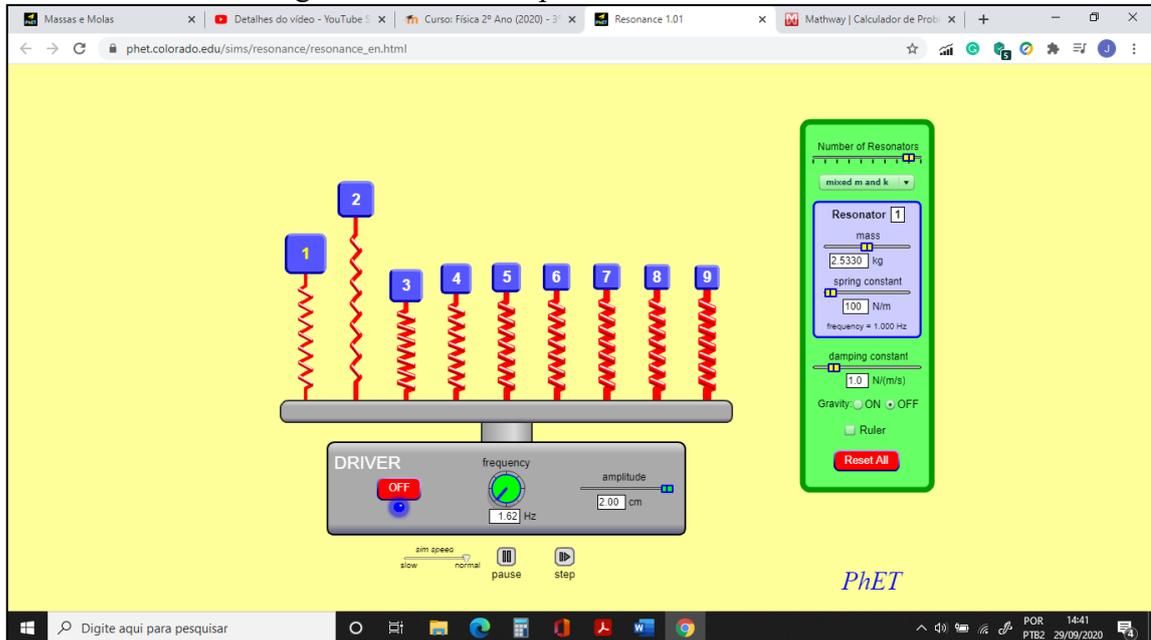
Após os alunos entrarem no chat, foi disponibilizado o link para a reunião virtual na plataforma ZOOM. Ao final da reunião, o vídeo foi editado e disponibilizado¹⁸ para os alunos que não puderam assistir ou para aqueles que desejavam rever a aula.

Dentro do vídeo o professor faz uso de um aplicativo¹⁹ sobre ressonância, conforme Figura 22.

¹⁸ Fonte: Autor. Disponibilizado em <https://youtu.be/Oc0JZTrgXMQ>, acessado em 29/09/2020.

¹⁹ Fonte: PhET, University of Colorado. Disponibilizado em https://phet.colorado.edu/sims/resonance/resonance_en.html, acessado em 29/09/2020.

Figura 22 - Tela do aplicativo sobre ressonância



Fonte: Autor.

Também foram fornecidos links de situações reais para melhor entendimento dos fenômenos, como por exemplo, a queda da ponte Tacoma²⁰. Além de dois links para experiências com oscilador massa-mola, com amortecimento²¹ e com ressonância²².

3.2.5 Quinto encontro

Foi disponibilizada a montagem de uma experiência feita no Laboratório de Física do Colégio Militar de Porto Alegre, Anexo D, para os alunos, conforme Figura 23.

No vídeo²³, disponibilizado aos alunos, explicamos de maneira muito simples o funcionamento do aparato. Vale ressaltar que até aquele momento não havia sido mencionado que pêndulo simples é um tipo de movimento oscilatório.

Não havia a intenção de fazer um experimento com o rigor requerido em medidas de laboratório. O objetivo foi fornecer uma maneira rápida para o aluno visualizar resultados e

²⁰ Queda da ponte Tacoma devido à ressonância. Disponibilizado em <https://youtu.be/j-zczJXSxnw>, acessado em 29/09/2020.

²¹ Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em https://youtu.be/h_JOS7ld148, acessado em 29/09/2020.

²² Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em https://youtu.be/7f0h_1z0iBE, acessado em 29/09/2020.

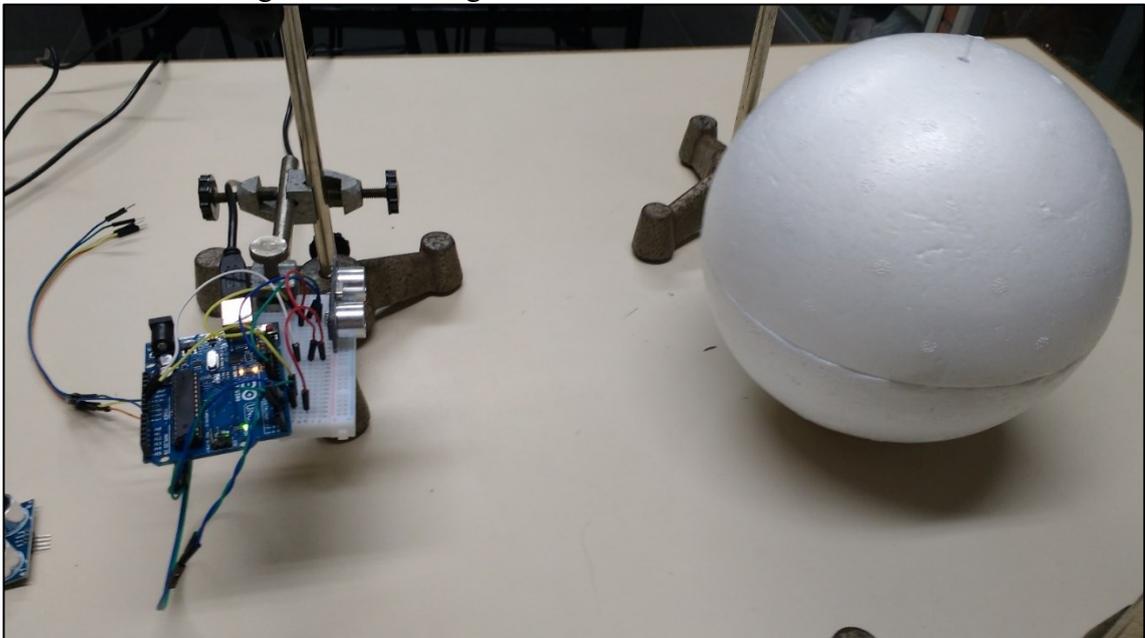
²³ Fonte: Autor. Disponibilizado em https://youtu.be/g_Po-I_W5p4, acessado em 29/09/2020.

poder analisar tais resultados. Para tanto, deixou-se claro no vídeo que no interior da esfera de isopor havia uma massa composta de discos de latão, onde poderíamos considerar as dimensões do corpo muito menores que o comprimento do pêndulo.

Os alunos deveriam enviar para o professor a resposta a questões bem simples: Qual é a frequência? Qual é o período? Qual é a amplitude do movimento?

Para incentivar a participação, foi distribuído 1,0 ponto de 10,0 na avaliação parcial. Ainda assim, houve uma pequena participação, em torno de um terço dos alunos.

Figura 23 - Montagem Arduino e sensor ultrassônico



Fonte: Autor.

O fato de ser uma maneira mais trabalhosa de se chegar aos mesmos resultados que uma leitura direta de cronômetro será recompensado no sétimo encontro onde propomos uma experiência de visualização mais difícil.

Haja vista não haver um capítulo no livro didático voltado para Movimento Harmônico Simples, foi disponibilizado nessa aula o conteúdo do Anexo C como material de estudo para o aluno. Trata-se de uma compilação da seção [2.2 Movimentos Oscilatórios](#).

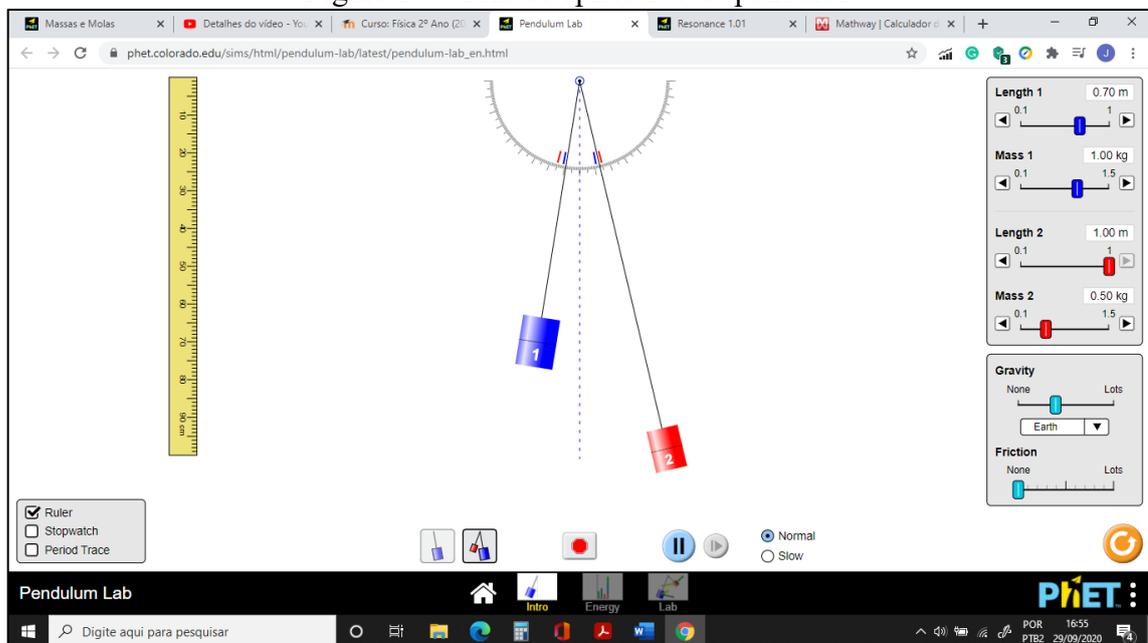
3.2.6 Sexto encontro

O assunto pêndulo simples foi tratado nesse penúltimo encontro, após o primeiro contato do aluno com o pêndulo no encontro anterior, através de uma reunião na plataforma ZOOM.

O link da reunião foi enviado via chat, e após o término, o vídeo²⁴ obtido foi editado e disponibilizado para aqueles que não puderam assistir, ou que simplesmente queriam rever a aula.

Através de um aplicativo²⁵ *on-line*, o professor trabalhou os conceitos que já começavam a ficar familiares para os alunos, como frequência, amplitude e período, e como os mesmos se relacionam com a massa e o comprimento do pêndulo, ver Figura 24.

Figura 24 - Tela do aplicativo de pêndulos



Fonte: Autor.

Novamente, para relacionar o aplicativo com a realidade, foram disponibilizados links para vídeos que tratavam do pêndulo simples²⁶, sua ressonância²⁷ e acoplamento de pêndulos simples²⁸.

²⁴ Fonte: Autor. Disponibilizado em <https://youtu.be/gtVIiwhSrWA>, acessado em 29/09/2020, ver descrição.

²⁵ Fonte: PhET, University of Colorado. Disponibilizado em https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_en.html, acessado em 29/09/2020.

²⁶ Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em <https://youtu.be/Ab9OB9Q6QNw>, acessado em 29/09/2020.

²⁷ Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em <https://youtu.be/ynzk04wVn6k>, acessado em 29/09/2020.

Também, houve um aprofundamento no tratamento matemático, para justificar o pêndulo simples como exemplo de Movimento Harmônico Simples, utilizando o compartilhamento de tela e o material didático fornecido no Anexo C.

Foi disponibilizada uma nova lista de problemas retirados de livros didáticos para que os alunos pudessem exercitar os novos conhecimentos.

3.2.7 Sétimo encontro

Nesse encontro ocorreu a 1ª Avaliação Parcial²⁹ (AP1) do 3º trimestre contemplando toda a sequência didática ora apresentada.

A AP1 encontra-se no Anexo G, e os textos de apoio estão nos Anexos E e F. Optou-se por uma avaliação tradicional dada a facilidade em se alterar os valores numéricos dos problemas no momento de montar o banco de questões.

Os textos de apoio foram disponibilizados no Moodle com um dia de antecedência para que todos pudessem ler e tirar dúvidas, caso necessário. Eles não eram fundamentais para a resolução das questões, haja vista os enunciados repetirem as informações que ali se encontravam. Contudo, tal artifício foi utilizado para não haver a alegação por parte do aluno de que nunca ouviu falar do assunto.

A avaliação tinha 6 questões e o tempo destinado para cada turma foi de 40 min, dentro do respectivo tempo de aula. Para isso, houve o controle do professor restringindo o acesso de cada turma no seu respectivo tempo de aula. Optou-se por não tornar o sistema automático para permitir alguma flexibilidade no término do tempo de aula.

Para mitigar a possibilidade de ajuda externa, foi utilizado o recurso do questionário do Moodle em que o sistema sorteia aleatoriamente uma questão do banco de dados, dentro de uma categoria. O recurso foi usado para as primeiras 5 questões. A última questão era discursiva e foi idêntica para todos os alunos.

²⁸ Experiência realizada pelo Professor Cláudio Furukawa, da UNIVESP - USP. Disponibilizado em <https://youtu.be/xetRMbo35Iw>, acessado em 29/09/2020.

²⁹ O ano letivo no Colégio Militar de Porto Alegre foi dividido em trimestres, onde as notas são compostas por uma prova trimestral, chamada de Avaliação de Estudo, de peso 50% e provas ao longo do trimestre, chamadas de Avaliações Parciais, cuja média possui peso 50%.

4 RESULTADOS

A sequência didática foi aplicada após um período de 6 meses de afastamento dos alunos das salas físicas.

A partir do dia 19 de março de 2020 todos os alunos do Colégio Militar de Porto Alegre passaram a assistir aulas virtuais nos mesmos horários das aulas presenciais devido a decreto³⁰ do Governo Estadual do Rio Grande do Sul proibindo a aglomeração de pessoas, a fim de evitar a disseminação do vírus responsável pela pandemia COVID-19.

Vale ressaltar que os alunos já estavam saturados de aulas EAD, encontros virtuais, apresentações, vídeos, *lives*, provas *on-line*, etc., em todas as disciplinas.

O primeiro encontro virtual relacionado com a sequência didática aqui apresentada se deu após duas semanas de provas *on-line* referentes às provas trimestrais do 2º trimestre, e havia a possibilidade de esvaziamento da participação dos alunos nos encontros virtuais.

Para estimular a participação dos alunos optou-se por distribuir pontos que seriam agregados à nota trimestral conforme a participação nas atividades propostas.

4.1 A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.

A avaliação diagnóstica foi respondida por 144 dos 161 alunos matriculados no 2º ano do Ensino Médio, durante a primeira semana de aplicação da sequência didática.

Era composta por 6 questões que procuraram contemplar os temas basilares para o aprendizado de MHS.

4.1.1 Questão 1

Dos 144 alunos que responderam, 67 alunos acertaram, aproximadamente 47%.

Já nesta primeira questão observa-se uma deficiência no conteúdo ensinado no 1º ano do Ensino Médio no tocante a movimento circular uniforme, pois, mais da metade não conseguiu visualizar a velocidade como sendo tangente à trajetória circular.

³⁰ Fonte: Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Disponibilizado em <https://saude-admin.rs.gov.br/upload/arquivos/202003/20112207-decreto-55-129-20.pdf>, acessado em 30/09/2020.

4.1.2 Questão 2

Apenas 39 alunos dos 144 que fizeram a avaliação diagnóstica acertaram esta questão.

Isto é, apenas 27% dos alunos acertaram, mostrando dificuldade em visualizar as forças que atuam em diferentes tipos de movimento, em particular, o movimento circular uniforme.

4.1.3 Questão 3

A menor taxa de acerto foi obtida nesta questão. Dos 144 alunos, apenas 21 acertaram, ou seja, mais de 85% dos alunos erraram.

Essa questão exigiu que os alunos visualizassem a interdependência de dois movimentos distintos, e que apresentam resultados bem diferentes.

O objetivo dessa questão não era avaliar os conhecimentos prévios do aluno, mas instigá-lo a pensar no problema.

4.1.4 Questão 4

Essa foi a questão com o maior número de alunos respondendo corretamente. Ao todo, foram 95 alunos que responderam corretamente, num total de 144 alunos.

A elevada taxa de acerto, 66%, mostrou que os alunos têm um bom entendimento a respeito da lei de Hooke, provavelmente, fruto de trabalhos realizados no laboratório de Física, no ano anterior.

4.1.5 Questão 5

Em compensação à questão nº 4, a questão nº 5 teve um menor número de acertos. Foram 77 alunos de um universo de 144 que conseguiram responder corretamente. Quase 54% dos alunos acertaram.

Se olharmos para os resultados das questões 4 e 5, conjuntamente, vemos que alguns alunos podem associar a distensão da mola com a massa pendurada, mas não conseguem associar uma menor distensão com uma mola mais rígida, de maior constante elástica.

4.1.6 Questão 6

A questão 6 teve uma taxa de acerto de 52%, isto é, 75 dos 144 alunos acertaram.

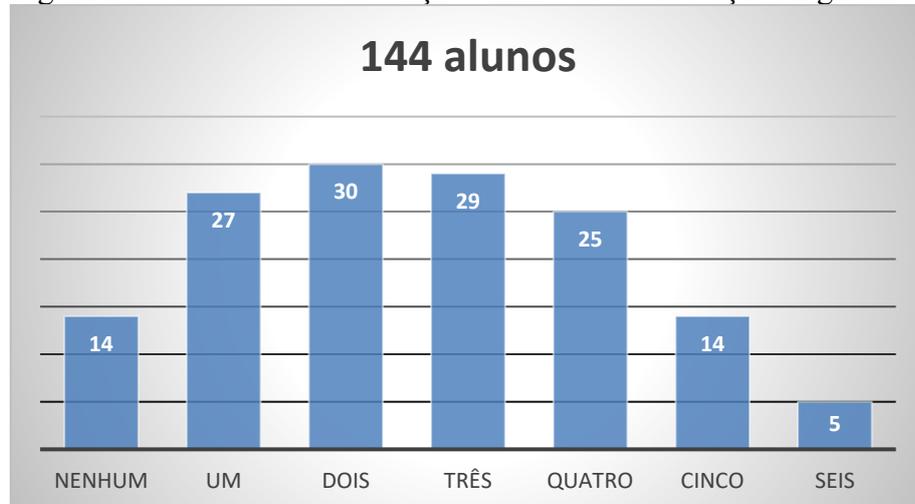
Novamente, nessa questão, se exigiu que o aluno visualizasse as forças envolvidas, no caso, num sistema massa-mola.

Conjugando os resultados das questões 2 e 6, verificamos a dificuldade que os alunos apresentam no entendimento e na representação das forças envolvidas em diferentes fenômenos.

4.1.7 Distribuição dos acertos

No Figura 25 abaixo, verificamos a distribuição de acertos que os alunos obtiveram.

Figura 25 – Gráfico da distribuição de acertos na avaliação diagnóstica



Fonte: Autor.

4.2 A AVALIAÇÃO PARCIAL

A avaliação parcial foi aplicada no dia 17 de setembro de 2020 para as seis turmas do Ensino Médio do Colégio Militar de Porto Alegre, e foi respondida por 157 alunos de um total de 161 matriculados no 2º ano do Ensino Médio do Colégio Militar de Porto Alegre.

Foi composta de 6 questões disponibilizadas através de questionário do Moodle, sendo 5 objetivas e uma discursiva, com a intenção de verificar como foi a interação dos alunos com a sequência didática aqui mostrada, e também, para compor a nota trimestral.

Usou-se o recurso de sortear um exercício dentro de uma categoria criada para cada questão dentro do banco de questões do Moodle. Não elimina a possibilidade de consulta a colegas, mas diminui a cópia direta.

O questionário utilizado está disponível no Anexo G.

4.2.1 Questão 1

Houve a intenção de aproximar o conhecimento obtido com a ficção vivenciada por muitos alunos nos jogos de videogame e filmes de super-heróis.

89 alunos responderam corretamente, perfazendo um índice de 57%.

Não foi um exercício idêntico aos trabalhados nos encontros, e apesar de ser muito simples os cálculos, exigiu uma visualização que se contrapôs à perspectiva mostrada nos filmes de ação.

4.2.2 Questão 2

Dos 157 alunos que responderam ao questionário, quase 76% responderam corretamente essa questão, ou seja, 119 alunos acertaram.

Trata-se de uma questão de emprego direto dos conceitos envolvidos, muito semelhante aos exercícios trabalhados com os alunos.

4.2.3 Questão 3

Apesar de ser semelhante a um dos exercícios trabalhados, essa questão foi acertada por 55% dos alunos, isto é, 86 dos 157 alunos acertaram.

Este autor esperava um índice de acerto semelhante ao encontrado nas questões 2 e 4. Como isso não se deu, supõe-se que os pontos que apresentaram maior dificuldade estavam ligados à transposição de um movimento oscilatório para um movimento linear.

4.2.4 Questão 4

Essa questão teve o maior número de alunos respondendo corretamente, 122, quase 78% dos 157 alunos.

Foi uma questão semelhante aos exercícios trabalhados nos encontros.

4.2.5 Questão 5

Apenas 52 alunos acertaram esta questão, 33% do total.

Essa questão valorizava a atividade do quinto encontro, onde os alunos tiveram a oportunidade de reconhecer no movimento oscilatório apresentado as grandezas frequência, período e amplitude.

Mas não se tratou de uma reprodução da atividade. Nessa questão o aluno foi apresentado a uma situação problema com um gráfico diferente daquele esperado para um Movimento Harmônico Simples, pois envolvia o acoplamento de dois pêndulos.

4.2.6 Questão 6

Essa foi uma questão discursiva, trabalhando a mesma situação problema apresentada na questão 5.

Apenas 93 alunos responderam à questão. Ou seja, 41% dos alunos nem tentaram respondê-la.

Muito provavelmente, isso se deu pela pouca adesão à participação na atividade proposta no quinto encontro, onde os alunos foram apresentados ao Arduino e ao gráfico obtido no movimento de um pêndulo.

Isso não significa que todos que responderam a essa questão o fizeram de maneira correta. Transcrevo abaixo algumas respostas típicas.

“Ocorre a transferência de energia do pêndulo 1 para o 2, e do pêndulo 2 para o 1, através da mola (M), por meio de oscilações. O pêndulo 1 está variando mais a sua posição, onde as oscilações tem maior amplitude. Quando elas têm menor amplitude, o pêndulo 2 tem uma variação maior de posição. Tudo isso ocorre de forma cíclica, (nós comparamos as posições dos dois pêndulos, as posições foram registradas pelo sensor "A")”.

“No gráfico acima podemos ver que a mola é a constante elástica K e como a mola não está deformada no começo ela fica em equilíbrio (contém apenas forças conservativas) e como a superfície não tem atrito a mola atua sobre as duas massas acopladas fazendo uma única chamada de força resultante, assim o sistema começou a fazer oscilações que depois se repetirão com mesma amplitude.”

“Durante as oscilações da montagem acima, objeto está realizando um movimento periódico no qual ele faz uso de um período para se aproximar e se afastar do sensor completando uma oscilação, porém, apenas 1 desses objetos é registrado por estar mais perto do sensor.”

“Como temos um sensor ultrassônico A, ele emite ondas que saem de 1 e vão até 2. De 2, essa onda é refletida e retorna a 1. Esse oscila e a energia é transferida para 2 de volta que oscila e manda de volta para um. Assim segue sucessivamente. Basicamente o gráfico ilustra essa ideia. A amplitude é a distância entre 1 e 2, medida pelo sensor ultrassônico. Também, por meio dele, conseguimos, observar o período da oscilação. Isto é, quanto tempo demora para sair de um e retornar a 1. Há certas falhas no gráfico, mas isso provavelmente são objeto que foram captados pelo sensor e medidos errados. Ao achar o período podemos medir também a frequência e muitos outros dados do sistema.”

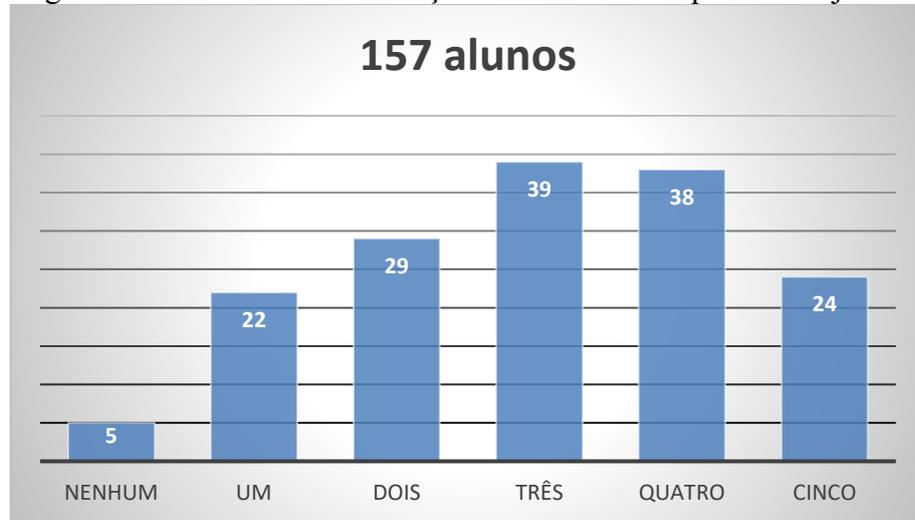
“O início do movimento se dá quando o corpo (M2) é colocado em sua amplitude máxima e a partir desse momento ele passa a fazer um movimento harmônico simples (MHS) como um pêndulo simples, e vemos a amplitude diminuindo gradativamente. A energia cinética é transferida para o outro corpo por meio da corda. A corda aos poucos vai "puxando" o corpo M2, assim diminuindo a amplitude, porém como a energia é passada para o corpo M1, esse passa a ter uma amplitude cada vez maior. Essa transferência de energia se mantém, e os corpos em movimento revezam entre si o movimento.”

“O que observamos na situação acima é um fenômeno de ressonância, mais especificamente dois pêndulos acoplados por uma mola, a qual permite a troca de energia entre os dois pêndulos simples em MHS. Como tem a mesma frequência natural (já que possuem o mesmo comprimento) os pêndulos fazem uma troca de energia eficiente e toda ela passa de um para outro, que depois devolve para o primeiro. Portanto, ao colocarmos um para oscilar, essa energia de vibração é transferida para a mola que conecta os dois pêndulos, assim essa vibração se transfere para o outro pêndulo, produzindo um movimento harmônico forçado.”

4.2.7 Distribuição dos acertos

Olhando apenas para as questões objetivas, obtivemos a seguinte distribuição de acertos da Figura 26:

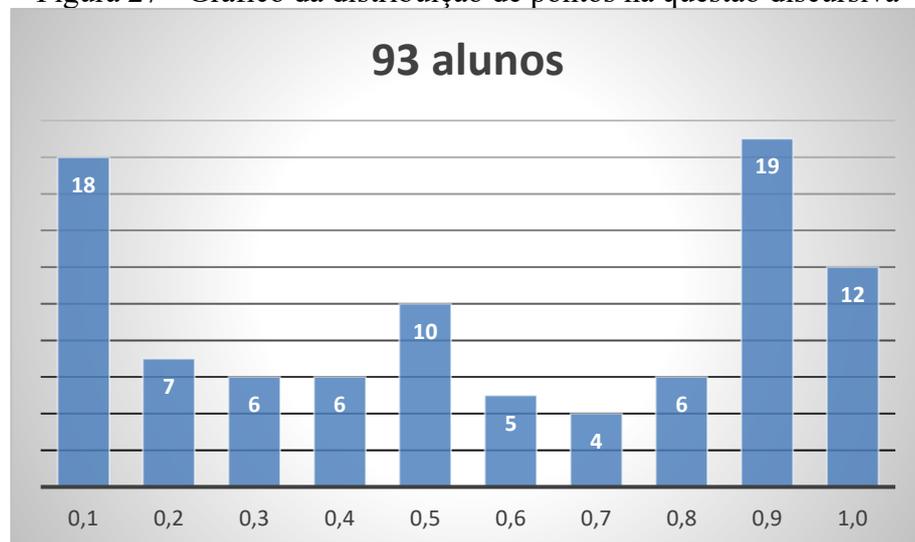
Figura 26 – Gráfico da distribuição dos acertos nas questões objetivas



Fonte: Autor.

Considerando somente a questão discursiva, obtivemos a seguinte distribuição de pontos da Figura 27:

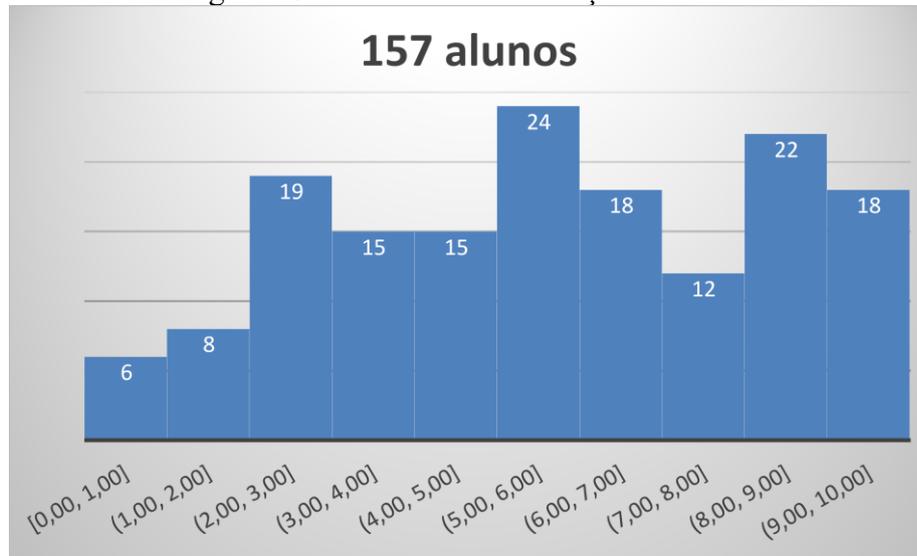
Figura 27 - Gráfico da distribuição de pontos na questão discursiva



Fonte: Autor

E ao final da sequência didática, pudemos lançar a nota geral composta das notas das atividades e do questionário *on-line*, conforme a Figura 28 .

Figura 28 - Gráfico da distribuição das notas



Fonte: Autor.

5 DISCUSSÃO

Conforme vimos na seção anterior, algumas respostas são bastante animadoras, enquanto outras nos fazem pensar que ainda há muitas oportunidades de melhoria no processo.

Logo após o primeiro encontro virtual, analisando os resultados da avaliação diagnóstica, adaptamos à sequência didática uma pequena revisão dos conceitos de força elástica e movimento circular uniforme.

Algumas dificuldades saltam aos olhos, como por exemplo, estimular a participação dos alunos nas atividades *on-line*.

A primeira atividade teve uma participação muito maior que a segunda atividade. Foram 144 alunos respondendo o questionário da avaliação diagnóstica do 1º encontro, contra 73 alunos da atividade onde simulavam medidas no laboratório de Física, no 5º encontro.

Ambas atividades concediam 1,0 ponto, mas o cálculo da nota merece uma atenção. No primeiro encontro todos os alunos foram avisados sobre a avaliação ao final da sequência didática, com uma antecedência de pelo menos 2 semanas, e que haveria atividades bonificadas com 1,0 ponto, mas esse ponto não seria extra, mas sim, parte integrante. Ou seja, como as atividades foram opcionais, quem não as fizesse, teria que fazer uma avaliação valendo 10,0 pontos. E quem fizesse as duas atividades previstas, faria a mesma avaliação valendo 8,0 pontos. Dois pontos estavam garantidos apenas pela participação do aluno.

Parece-nos que num primeiro momento a participação foi massiva por não haverem entendido o mecanismo da distribuição dos pontos. Assim, após tomarem conhecimento que só precisavam fazer a prova final, boa parte dos alunos declinou de participar das atividades.

Como a média no Colégio Militar de Porto Alegre é 5,0, 58 alunos ficaram em recuperação, conforme se constata na Figura 28. Desses alunos que ficaram abaixo da média, 50 alunos não fizeram a 2ª atividade prevista no 5º encontro.

Apesar de o Moodle permitir acessar os logs de participação dos alunos, constatou-se que muitos faziam o login no sistema, mas nem todos faziam as atividades, além de outros terem acesso aos textos e links de vídeos através de grupos de mídia social, sem a necessidade de entrarem no Moodle.

6 CONCLUSÃO

Tivemos contato com a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, pela primeira vez, através de uma aula do Professor Marco Antonio Moreira, quando da sua visita ao curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, no Polo da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.

Ao buscar mais informações com colegas, professores do Colégio Militar de Porto Alegre, descobrimos que a TAS serviu para guiar o trabalho de alguns deles, o que nos deu coragem para enveredar por esse caminho.

Na construção do produto educacional deparámo-nos com uma situação *sui generis*: a pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, em 2020 e 2021.

Aceitas as limitações, aproveitamos dos meios fornecidos para entregar aos alunos o melhor material possível em uma aula *on-line*.

A TAS serviu como guia mestra por um caminho a ser tateado no escuro. As dificuldades encontradas foram de encontro a uma das premissas da teoria: o aluno tem que estar disposto a aprender.

Diferente de uma aula presencial, onde o professor consegue “ler” o que o aluno está pensando através da linguagem corporal, na aula *on-line* o professor fica dependente da vontade dos alunos em se expressar.

Os artifícios utilizados, como aplicativos, vídeos, questionários e afins, tornaram-se pouco para apreender a atenção do aluno, que do outro lado da tela tinha acesso à internet, redes sociais, televisão, rádio, família e cama! Sim, até com a cama do aluno o professor disputou espaço.

O EAD pode ser um caminho sem volta. Mas, a disciplina necessária para acompanhar as aulas não é própria da faixa etária do Ensino Médio.

A sequência didática elaborada como produto educacional atendeu o ensino virtual, mas se utilizada no ensino presencial renderá mais frutos.

Por fim, concordamos com o pensamento de David Ausubel:

... as regras, por definição, são enunciadas em termos gerais; não pode haver uma regra para cada situação particular que um professor provavelmente encontrará. Os princípios são mais flexíveis do que as regras porque, sendo menos prescritivos, podem ser adaptados às diferenças individuais entre pessoas e situações ... (AUSUBEL, 1968, citado por ARAGÃO, 1976, p. 101)

REFERÊNCIAS

- ANJOS, J. S. A. **As novas tecnologias e o uso dos recursos telemáticos na educação científica: a simulação computacional na educação em física.** Caderno Brasileiro do Ensino de Física, Florianópolis, v. 25, n. 3: p. 569-600, dez. 2008.
- ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel. Sistematização dos Aspectos Teóricos Fundamentais.** 1976. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, p. 109. 1976.
- ARTUSO, Alysson Ramos; WRUBLEWSKI, Marlon. **Física.** v. 2. Curitiba: Positivo, 2013.
- DAVIS, B., FRANCIS, K. **Subsumption Theory.** 2021. Discourses on Learning in Education. Disponível em: <https://learningdiscourses.com>. Acessado em: 6 Jul 2021.
- FERREIRA, M.; *et al.* **Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre óptica geométrica apoiada por vídeos, aplicativos e jogos para smartphones.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 42, 2020.
- GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini. **A organização da escola e da sala de aula como determinante da motivação intrínseca e da meta aprender.** In: BZUNECK, José Aloyseo; BORUCHOVITCH, Evely (orgs.) A Motivação do Aluno. Contribuições da psicologia contemporânea. Petrópolis: Vozes, 2001. p. 78-95.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física – gravitação, ondas e termodinâmica.** 9ª ed., v. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- KARVINEN, Kimmo; KARVINEN, Tero. **Getting Started with Sensors.** 1ª ed. Sebastopol: Maker Media, 2014.
- KUHNEM, Carlos A. **Mecânica Geral.** Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2009.
- LIMA, Rui Manuel Guimarães. **Dinâmicas de MOODLiz@ção num Agrupamento de Escolas de Matosinhos: o caso do Agrupamento Vertical de Escolas de Leça da Palmeira/Santa Cruz do Bispo.** 2013. Tese (Doutorado em Multimídia em Educação) – Departamento de Educação, Universidade de Aveiro. Aveiro, Portugal, p. 1058. 2013. Disponível em: <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/11339/1/tese.pdf>. Acesso em: 1º jun 2021.
- LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; LUZ, Beatriz Alvarenga Alvares. **Física – Ensino Médio.** v. 2. São Paulo: Scipione, 2005.
- MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. **Possibilidades e Limitações das Simulações Computacionais no Ensino da Física.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 24, n. 2, p. 77-86, 2002.
- MOREIRA, A. M. **Desafios no Ensino da Física.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 43, n. 1, 2021.

MOREIRA, A. M. **Aprendizagem Significativa em Mapas Conceituais**. Textos de Apoio ao Professor de Física, v. 24, n. 6. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24_n6_moreira_.pdf. Acesso em: 24 set. 2020.

MOREIRA, A. M. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Aceito para publicação, *Curriculum*, La Laguna, Espanha, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 24 set. 2020.

MOREIRA, A. M. **Organizadores prévios e aprendizagem significativa**. *Revista Chilena de Educación Científica*. Santiago, Chile, v. 7, n. 2, p. 23-30, 2008.

MOREIRA, A. M. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas - UEPS**. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSport.pdf>. Acesso em: 15 set. 2021.

PANTOJA, G. C.; MOREIRA, A. M. **Conceitualização do conceito de campo elétrico de estudantes de Ensino Superior em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas sobre eletrostática**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, 2020.

PIETROCOLA, Maurício; POGIBIN, Alexander; ANDRADE, Renata de; ROMERO, Talita Raquel. **Física em Contextos**. 1ª ed., v. 2. São Paulo, Editora do Brasil, 2016.

PIRES, M. A.; VEIT, E. A. **Tecnologias de Informação e Comunicação para ampliar e motivar o aprendizado de Física no Ensino Médio**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 2, p. 241-248, 2006.

PRENSKY, M. **Digital Natives Digital Immigrants**. *On the Horizon*. MCB University Press, v. 9, n. 5, 2001. Disponível em <https://marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>. Acesso em 7 Jul 2021.

PUHL, C. S., *et al*, **As Contribuições de David Ausubel para os Processos de Ensino e de Aprendizagem**. *Revista Dynamis*. FURB. Blumenau, v. 26, n.1, p. 61-77. 2020. Disponível em <https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/viewFile/8589/4524>. Acesso em: 6 Jul 2021.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os Fundamentos da Física – termologia, óptica, ondas**. 8ª ed., v. 2. São Paulo: Moderna, 2003.

REAL PYTHON, **Python Plotting With Matplotlib (Guide)**. Disponível em: <https://realpython.com/python-matplotlib-guide/>. Acesso em 18 dez 2018.

SMITH, G.W.; PUNTAMBEKAR, S. **Examining the combination of Physical and virtual experiments in an inquiry science classroom**. In *CBLIS Conference Proceedings Application of new technologies in science and education*. CY - Λευκωσία: University of Cyprus. 2010

SYMON, Keith R. **Mecânica Geral**. Rio de Janeiro: Campus, 1988.

THE MATPLOTLIB DEVELOPMENT TEAM, **Pyplot tutorial**. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/tutorials/introductory/pyplot.html>. Acesso em 18 dez 2018.

VILLAS BÔAS, Newton; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Física – Termologia, Ondulatória, Óptica**. 3ª ed., v. 2. São Paulo: Saraiva, 2016.

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física II – Sears Zemansky – Termodinâmica e Ondas**. 12ª ed., v. 2. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZACHARIA, Z. C.; CONSTANTINOU, C. P. **Comparing the influence of physical and virtual manipulatives in the context of the *Physics by Inquiry* curriculum: The case of undergraduate students' conceptual understanding of heat and temperature**. *American Journal of Physics*. v. 76, n. 4, p. 425-430. 2008.

APÊNDICE A – Produto Educacional



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA

Jackson Luís Galvão Ribas

Movimento Harmônico Simples:
Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

Florianópolis

2021

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	81
DESENVOLVIMENTO	81
CONCLUSÃO	83
REFERÊNCIAS	85
SEQUÊNCIA DIDÁTICA	88
ANEXO A – Questionário aplicado para avaliar os conhecimentos prévios	102
ANEXO B – Exemplo de uso da mesa digitalizadora em reunião virtual	108
ANEXO C – Material didático fornecido aos alunos	110
ANEXO D – Exemplo de Montagem no Laboratório de Física	128
ANEXO E – Texto de apoio 1 para realização da Avaliação Parcial	134
ANEXO F – Texto de apoio 2 para realização da Avaliação Parcial	138
ANEXO G – Exemplo de Avaliação Parcial	139
ANEXO H – Conexões da placa Arduino	147
ANEXO I – Programação do Arduino	148
ANEXO J – Programa Python para confecção de gráficos	149

INTRODUÇÃO

O ministério da docência nos cobra, quase diuturnamente, a busca pela aula perfeita, conceito muito subjetivo, por sinal, que para o nosso trabalho pode-se condensar na máxima “estretar o relacionamento entre o aluno e o professor”. Se não for assim, há que se reavaliar a nossa vocação.

Apesar de termos à nossa disposição inúmeros autores que ofertam explicações para entendermos como podemos atingir nosso objetivo, ou pelo menos, nos colocarmos na direção correta, pois perfeição será apenas uma utopia a ser perseguida, optamos por trabalhar com a Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel, não por sabermos ser a melhor teoria de aprendizagem, disso ninguém sabe, mas por nos alinharmos com suas proposições. Aliás, há autores que a colocam como uma teoria instrucional (DAVIS, 2021).

Assim, ao nos entregarmos à arte do ofício, procuramos alinhar um caminho a ser trilhado pelo aluno, dentro de uma sequência didática como ponto de partida, mas sem paixões com a chegada, haja vista a necessidade de adaptações a todo momento, vinculadas ao relacionamento dinâmico que deve existir entre professor e aluno.

Buscamos uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativo para uso do professor de Física do Ensino Médio, com material de baixo custo e fácil acesso, além de operar em plataformas abertas, o que permite adequações aos casos concretos de cada realidade escolar.

E ainda, oferecer ao aluno subsunçores adequados ao estudo de ondas, de maneira não-arbitrária e não-literal, para que ele possa alterar sua estrutura cognitiva através da aprendizagem significativa, adquirindo e/ou ampliando significados aceitos dentro do contexto da Física, macro área de estudo, através de uma sequência didática que trabalhará o movimento harmônico simples, a fim de facilitar a compreensão de ondas.

DESENVOLVIMENTO

A sequência didática voltada para o MHS (movimento harmônico simples) contém, além do planejamento das aulas, um texto de apoio para o professor distribuir aos alunos, como forma de complemento ao livro didático que houver sido adotado.

Por que “potencialmente significativo”?

É o aluno quem dará significado, se houver predisposição para aprender, isto é, se possuir as ideias-âncora necessárias em sua estrutura cognitiva para se relacionar com o material apresentado, de forma não-arbitrária e não-literal, e estar disposto a diferenciar e reconciliar novos significados, modificando sua estrutura cognitiva, ampliando e/ou alterando seus conhecimentos prévios.

Alguns autores de livros didáticos para o ensino médio optaram por não mencionar o MHS em suas obras, PIETROCOLA (2016), ARTUSO (2013), VILLAS BÔAS (2016), ou o fizeram timidamente, LUZ (2009). E assim, partiram para o ensino de ondas, onde apresentavam os conceitos fundamentais.

Acreditamos que há a necessidade de um capítulo introdutório, como em RAMALHO (2003), trabalhando especificamente os movimentos oscilatórios como meio de melhorar o processo ensino-aprendizagem, entregando subsunçores adequados para o entendimento de ondas.

Por isso, preparamos material referente ao MHS como parte do produto educacional. Assim, nossos alunos terão acesso ao conteúdo necessário, mesmo que o colégio em que estude tenha adotado um livro que desconsidere essa parte.

Os movimentos oscilatórios, também chamados de movimentos periódicos, abrangem uma gama muito grande de fenômenos físicos, que se estende da Mecânica até o Eletromagnetismo, dos fenômenos quânticos, como o movimento vibratório de moléculas em um sólido, responsáveis pela explicação microscópica de uma série de fenômenos termodinâmicos, até a vastidão do Universo, como o movimento orbital de planetas em torno do Sol ou até mesmo da rotação de galáxias em torno de si mesma.

Na natureza, encontramos um número sem fim de sistemas oscilantes; as pequenas oscilações de um pêndulo, uma criança brincando num balanço, você descansando e balançando em uma rede, o movimento das marés, o balanço das árvores no vento ou as vibrações de uma corda de violino são alguns exemplos. Mesmo o que não podemos ver apresenta oscilações. Os átomos das moléculas que formam nosso corpo oscilam em torno de suas posições de equilíbrio, e os átomos de uma rede cristalina também estão continuamente oscilando. Aliás, se diz que não podemos falar a palavra vibração sem que a ponta de nossa língua oscile.³¹

Convenientemente, apresentam características universais como amplitude, frequência, período e frequência angular, a saber, que permitirão um tratamento matemático muito similar.

³¹ Fonte: Mecânica Geral, Kuhnen, 2009, UFSC/EAD/CED/CFM.

O que se busca em seu estudo é a identificação de padrões, haja vista a repetição temporal de um determinado estado, sendo adequado iniciarmos o seu estudo pelos casos mais simples.

Àqueles que necessitem uma revisão dos conceitos básicos do assunto tratado, recomenda-se uma revisão de Movimentos Oscilatórios.

Apesar de a sequência didática ter sido construída para um ambiente virtual de aprendizagem, o professor não terá dificuldades em transpô-la para a sala de aula física.

Consideramos o número de 7 horas-aula para cumprir a proposta, mas o professor tem a liberdade de ampliar, conforme a disponibilidade.

Ficará claro que nossa sequência didática não segue à risca os passos indicados pelo Professor Moreira para a confecção de uma UEPS, mas buscou inspiração naquele autor.

A sequência didática foi desmembrada em planos de aula, com detalhamento suficiente para permitir ao professor adaptá-la às suas necessidades.

CONCLUSÃO

Tivemos contato com a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, pela primeira vez, através de uma aula do Professor Marco Antonio Moreira, quando da sua visita ao curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, no Polo da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis. A TAS serviu como guia mestra por um caminho a ser tateado no escuro. As dificuldades encontradas vão de encontro a uma das premissas da teoria: o aluno tem que estar disposto a aprender.

Diferente de uma aula presencial, onde o professor consegue “ler” o que o aluno está pensando através da linguagem corporal, na aula *on-line* o professor fica dependente da vontade dos alunos em se expressar.

Os artifícios utilizados, como aplicativos, vídeos, questionários e afins, tornaram-se pouco para apreender a atenção do aluno, que do outro lado da tela tinha acesso à internet, redes sociais, televisão, rádio, família e cama! Sim, até com a cama do aluno o professor disputa espaço. O EAD pode ser um caminho sem volta. Mas, a disciplina necessária para acompanhar as aulas não é própria da faixa etária do Ensino Médio.

A sequência didática elaborada como produto educacional atende o ensino virtual, mas se utilizada no ensino presencial renderá mais frutos.

Por fim, concordamos com o pensamento de David Ausubel:

... as regras, por definição, são enunciadas em termos gerais; não pode haver uma regra para cada situação particular que um professor provavelmente encontrará. Os princípios são mais flexíveis do que as regras porque, sendo menos prescritivos, podem ser adaptados às diferenças individuais entre pessoas e situações ... (AUSUBEL, 1968, citado por ARAGÃO, 1976, p. 101)

REFERÊNCIAS

- ANJOS, J. S. A. **As novas tecnologias e o uso dos recursos telemáticos na educação científica: a simulação computacional na educação em física.** Caderno Brasileiro do Ensino de Física, Florianópolis, v. 25, n. 3: p. 569-600, dez. 2008.
- ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel. Sistematização dos Aspectos Teóricos Fundamentais.** 1976. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, p. 109. 1976.
- ARTUSO, Alysso Ramos; WRUBLEWSKI, Marlon. **Física.** v. 2. Curitiba: Positivo, 2013.
- DAVIS, B., FRANCIS, K. **Subsumption Theory.** 2021. Discourses on Learning in Education. Disponível em: <https://learningdiscourses.com>. Acessado em: 6 Jul 2021.
- FERREIRA, M.; *et al.* **Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre óptica geométrica apoiada por vídeos, aplicativos e jogos para smartphones.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 42, 2020.
- GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini. **A organização da escola e da sala de aula como determinante da motivação intrínseca e da meta aprender.** In: BZUNECK, José Aloyseo; BORUCHOVITCH, Evely (orgs.) A Motivação do Aluno. Contribuições da psicologia contemporânea. Petrópolis: Vozes, 2001. p. 78-95.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física – gravitação, ondas e termodinâmica.** 9ª ed., v. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- KARVINEN, Kimmo; KARVINEN, Tero. **Getting Started with Sensors.** 1ª ed. Sebastopol: Maker Media, 2014.
- KUHNEM, Carlos A. **Mecânica Geral.** Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2009.
- LIMA, Rui Manuel Guimarães. **Dinâmicas de MOODLiz@ção num Agrupamento de Escolas de Matosinhos: o caso do Agrupamento Vertical de Escolas de Leça da Palmeira/Santa Cruz do Bispo.** 2013. Tese (Doutorado em Multimídia em Educação) – Departamento de Educação, Universidade de Aveiro. Aveiro, Portugal, p. 1058. 2013. Disponível em: <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/11339/1/tese.pdf>. Acesso em: 1º jun 2021.
- LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; LUZ, Beatriz Alvarenga Alvares. **Física – Ensino Médio.** v. 2. São Paulo: Scipione, 2005.
- MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. **Possibilidades e Limitações das Simulações Computacionais no Ensino da Física.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 24, n. 2, p. 77-86, 2002.
- MOREIRA, A. M. **Desafios no Ensino da Física.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 43, n. 1, 2021.

MOREIRA, A. M. **Aprendizagem Significativa em Mapas Conceituais**. Textos de Apoio ao Professor de Física, v. 24, n. 6. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24_n6_moreira_.pdf. Acesso em: 24 set. 2020.

MOREIRA, A. M. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Aceito para publicação, *Curriculum*, La Laguna, Espanha, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 24 set. 2020.

MOREIRA, A. M. **Organizadores prévios e aprendizagem significativa**. *Revista Chilena de Educación Científica*. Santiago, Chile, v. 7, n. 2, p. 23-30, 2008.

MOREIRA, A. M. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas - UEPS**. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSport.pdf>. Acesso em: 15 set. 2021.

PANTOJA, G. C.; MOREIRA, A. M. **Conceitualização do conceito de campo elétrico de estudantes de Ensino Superior em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas sobre eletrostática**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 42, 2020.

PIETROCOLA, Maurício; POGIBIN, Alexander; ANDRADE, Renata de; ROMERO, Talita Raquel. **Física em Contextos**. 1ª ed., v. 2. São Paulo, Editora do Brasil, 2016.

PIRES, M. A.; VEIT, E. A. **Tecnologias de Informação e Comunicação para ampliar e motivar o aprendizado de Física no Ensino Médio**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 2, p. 241-248, 2006.

PRENSKY, M. **Digital Natives Digital Immigrants**. *On the Horizon*. MCB University Press, v. 9, n. 5, 2001. Disponível em <https://marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>. Acesso em 7 Jul 2021.

PUHL, C. S., *et al*, **As Contribuições de David Ausubel para os Processos de Ensino e de Aprendizagem**. *Revista Dynamis*. FURB. Blumenau, v. 26, n.1, p. 61-77. 2020. Disponível em <https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/viewFile/8589/4524>. Acesso em: 6 Jul 2021.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os Fundamentos da Física – termologia, óptica, ondas**. 8ª ed., v. 2. São Paulo: Moderna, 2003.

REAL PYTHON, **Python Plotting With Matplotlib (Guide)**. Disponível em: <https://realpython.com/python-matplotlib-guide/>. Acesso em 18 dez 2018.

SMITH, G.W.; PUNTAMBEKAR, S. **Examining the combination of Physical and virtual experiments in an inquiry science classroom**. In *CBLIS Conference Proceedings Application of new technologies in science and education*. CY - Λευκωσία: University of Cyprus. 2010

SYMON, Keith R. **Mecânica Geral**. Rio de Janeiro: Campus, 1988.

THE MATPLOTLIB DEVELOPMENT TEAM, **Pyplot tutorial**. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/tutorials/introductory/pyplot.html>. Acesso em 18 dez 2018.

VILLAS BÔAS, Newton; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Física – Termologia, Ondulatória, Óptica**. 3ª ed., v. 2. São Paulo: Saraiva, 2016.

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física II – Sears Zemansky – Termodinâmica e Ondas**. 12ª ed., v. 2. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZACHARIA, Z. C.; CONSTANTINOU, C. P. **Comparing the influence of physical and virtual manipulatives in the context of the *Physics by Inquiry* curriculum: The case of undergraduate students' conceptual understanding of heat and temperature**. *American Journal of Physics*. v. 76, n. 4, p. 425-430. 2008.

Sequência Didática – Movimento Harmônico Simples

Título – Aula 01 – Sistema massa-mola

Introdução

Nesta aula serão apresentados os primeiros conceitos para o estudo do Movimento Harmônico Simples utilizando o exemplo do oscilador massa-mola.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno aprenda o que é frequência, período e amplitude.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Definir frequência e período;
- Reconhecer que o período de um oscilador harmônico não depende da amplitude de oscilação;
- Expressar a frequência e o período em unidades do Sistema Internacional de Unidades.

Desenvolvimento

A primeira atividade do aluno é responder o questionário disponível no Anexo A, que servirá de avaliação diagnóstica dos seus conhecimentos, além de servir de pretexto aos conhecimentos que estão por vir.

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

O professor tem à sua disposição aplicativos disponíveis na internet para trabalhar o oscilador massa-mola.

Ex.: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_pt_BR.html

Há a possibilidade de mostrar aplicações práticas dos conceitos envolvidos. Bons exemplos estão disponíveis no YouTube. Ex.: <https://youtu.be/BfOO1gGPmHE>

Pode considerar fazer uma pequena revisão sobre força elástica, força peso e força resultante num sistema massa-mola.

Após apresentar o aplicativo do oscilador massa-mola, os alunos podem ser convidados a interagir com o mesmo, fazendo mudanças nos controles disponíveis e verificando as alterações produzidas.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Alguns livros didáticos não trazem o conteúdo referente a Movimento Harmônico Simples. Nesses casos, o professor pode considerar o melhor momento para repassar o conteúdo apresentado no Anexo C.

Exemplo de aula virtual: <https://youtu.be/IH42IRe1Vmk>

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 02 – Movimento Harmônico Simples

Introdução

Nesta aula será apresentado o conceito que define o Movimento Harmônico Simples: força diretamente proporcional à deformação.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno aprenda aceleração e a associação do MHS com o movimento circular uniforme, 1ª parte.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Enumerar as características de um movimento harmônico simples.

Desenvolvimento

O professor pode analisar os resultados obtidos no questionário da avaliação diagnóstica e considerar a possibilidade de um reforço nos conceitos de força elástica.

Em seguida, através de alguns exemplos práticos apresentar a relação entre um objeto que executa MCU e sua projeção ortogonal.

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Exemplo de aula virtual: <https://youtu.be/p61eJtFy4jM>

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 03 – Equações do Movimento Harmônico Simples

Introdução

Nesta aula será apresentada a relação entre Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno aprenda as equações do MHS referentes à posição, velocidade e aceleração, além de seus gráficos.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Compreender um MHS a partir de um movimento circular uniforme (MCU);
- Conhecer as funções horárias do MHS a partir do MCU;
- Analisar o sinal da posição, da velocidade e da aceleração no MHS;
- Construir os gráficos: posição x tempo; velocidade x tempo e aceleração x tempo de um MHS.

Desenvolvimento

Partindo dos resultados obtidos na aula anterior, o professor pode dar seguimento para obter as equações do MHS.

Através de aplicativos *on-line*, é apresentado ao aluno os gráficos típicos do MHS. Ex.: <https://www.mathway.com/pt/algebra>

Já a análise dos gráficos relacionando força, aceleração, velocidade e posição em diferentes instantes precisa ser feita junto aos alunos, e deixado algum exercício para que esses testem seus conhecimentos. Recomenda-se distribuir nesta aula uma lista de exercícios abrangendo os assuntos já tratados.

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas

caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Exemplo de aula virtual: <https://youtu.be/xUFbC5zgLAq>

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 04 – Energia no Movimento Harmônico Simples

Introdução

Nesta aula serão apresentadas as relações matemáticas da energia no Movimento Harmônico Simples.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno reveja os conceitos de energia mecânica, energia cinética e energia potencial elástica.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Analisar a constante transformação de energia potencial em energia cinética no movimento harmônico simples, e vice-versa;
- Expressar a energia mecânica de um oscilador harmônico (sistema massa mola) em função da amplitude do movimento.
- Construir os gráficos: energia potencial x elongação; energia cinética x elongação e energia mecânica x elongação de um MHS.

Desenvolvimento

Através de uma aula expositiva simples, o professor poderá mostrar como se chega aos valores da energia mecânica.

Também poderá utilizar aplicativos *on-line* para mostrar os gráficos de energia do MHS. Ex.: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_pt_BR.html

Outros aplicativos serão utilizados para mostrar o fenômeno da ressonância. Ex.: https://phet.colorado.edu/sims/resonance/resonance_en.html (Este é acessível apenas em navegadores que não foram atualizados). Outro exemplo, https://www.walter-fendt.de/html5/phpt/resonance_pt.htm, que apesar de ser mais técnico que o primeiro, permite variar alguns parâmetros para visualizar a ressonância em diversas situações.

Não deixar de mostrar aplicações práticas dos conceitos envolvidos. Bons exemplos estão disponíveis no YouTube. Ex.: https://youtu.be/h_JOS71dl48 (para amortecimento),

https://youtu.be/7f0h_1z0iBE (para ressonância), <https://youtu.be/j-zczJXSxnw> (desabamento da ponte Tacoma).

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Exemplo de aula virtual: <https://youtu.be/Oc0JZTrgXMQ>

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 05 – Medidas no Pêndulo Simples

Introdução

Nesta aula espera-se que o aluno faça medidas num gráfico.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno simule uma prática de laboratório.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Analisar o gráfico posição x tempo de um MHS;
- Resolver exercícios envolvendo gráficos do MHS para o pêndulo simples;
- Expressar a frequência e o período em unidades do Sistema Internacional de Unidades.

Desenvolvimento

Uma montagem de laboratório é apresentada ao aluno, conforme Anexo D.

Essa montagem permite ao aluno obter o gráfico da Posição *versus* Tempo do movimento de oscilação de um pêndulo simples, através do uso de um Arduino e o seu sensor ultrassônico.

Na impossibilidade de realizar a prática num ambiente físico, pode ser fornecido o gráfico obtido no laboratório através da montagem. As conexões do sensor ultrassônico com a placa Arduino encontram-se no Anexo H, a programação para aquisição de dados do sensor ultrassônico da placa Arduino no Anexo I, e a correspondente programação em Python para confecção do gráfico no Anexo J, como alternativa ao IDE do Arduino.

De posse do gráfico, o aluno tem a possibilidade de descobrir os valores da frequência, do período e da amplitude, e exprimi-los nas unidades do Sistema Internacional de Unidades.

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Exemplo de aula virtual: https://youtu.be/g_Po-I_W5p4

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 06 – Pêndulo Simples

Introdução

Todos os conceitos inerentes ao MHS serão revistos através do pêndulo simples. E chamaremos a atenção para a independência da frequência com relação à massa.

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para que o aluno revise os conceitos de frequência, período e amplitude aplicados ao caso do pêndulo simples.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Reconhecer a oscilação de um pêndulo simples como um MHS, para pequenos ângulos;
- Reconhecer que o período de oscilação de um pêndulo simples não depende da amplitude de oscilação, para pequenos ângulos;
- Reconhecer a independência da frequência em relação à massa, num pêndulo simples;
- Analisar a constante transformação de energia potencial em energia cinética no movimento harmônico simples, e vice-versa;
- Expressar a frequência e o período em unidades do Sistema Internacional de Unidades;
- Reconhecer qualitativamente fenômenos de ressonância e de acoplamento de 2 osciladores harmônicos para o caso do pêndulo simples.

Desenvolvimento

Esta aula pode começar com uma aplicação prática dos conceitos envolvidos. Ex.: <https://youtu.be/Ab9OB9Q6QNw>.

Também poderá utilizar aplicativos *on-line* para mostrar os principais conceitos. Ex.: https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_en.html.

Outros vídeos serão utilizados para mostrar o fenômeno da ressonância. Ex.: <https://youtu.be/ynzk04wVn6k>.

Ainda, para mostrar o fenômeno do acoplamento de dois pêndulos simples. Ex.: <https://youtu.be/xetRMbo35Iw>.

Para aulas *on-line* recomenda-se o uso de mesa digitalizadora, ao invés de simples apresentações de *slides*. Vide exemplo no Anexo B.

Sempre que possível, a aula pode ser em plataforma de reuniões virtuais, como ZOOM ou Google Meeting, que podem ser gravadas e disponibilizadas aos alunos para posterior consulta, via YouTube, por exemplo. Neste último caso, cuidar para selecionar nas caixas de texto apropriadas a opção de conteúdo para crianças. A opção de vídeo não listado permitirá acesso somente àqueles que receberem o *link*.

Atentar para não identificar qualquer aluno nesses encontros virtuais, mantendo as câmeras desligadas, para que se possa disponibilizar o arquivo de vídeo aos demais alunos que não utilizaram a plataforma de reunião. Para isso, pode-se utilizar o *software* de edição Active Presenter.

Este último recurso permite, ainda, a confecção de vídeos com apresentação de *slides* narrados.

Exemplo de aula virtual: <https://youtu.be/gtVIwhSrwA>

Duração: 1 hora-aula

Título – Aula 07 – Avaliação da sequência didática

Introdução

Serão utilizadas tecnologias de informação e comunicação para avaliar o aluno quanto ao entendimento dos conceitos envolvidos.

Objetivos

Ao final desta aula, espera-se que o aluno possa:

- Reconhecer que o período de oscilação de um pêndulo simples não depende da amplitude de oscilação, para pequenos ângulos;
- Reconhecer a independência da frequência em relação à massa, num pêndulo simples;
- Analisar a constante transformação de energia potencial em energia cinética no movimento harmônico simples, e vice-versa;

- Reconhecer o fenômeno da ressonância em pêndulos acoplados;
- Expressar a frequência e o período em unidades do Sistema Internacional de Unidades;
- Analisar o gráfico posição x tempo de um MHS;
- Resolver exercícios envolvendo gráficos do MHS para o pêndulo simples.

Desenvolvimento

O questionário para avaliar os alunos encontra-se no Anexo G.

Há dois textos de apoio para a execução dessa atividade. No Anexo E, o Texto de apoio nº 1 se refere à questão 1 da avaliação. No Anexo F, o Texto de apoio nº 2 se refere às questões 5 e 6 da avaliação.

Buscou-se aproximar o conhecimento obtido com a ficção vivenciada por muitos alunos nos jogos de videogame e filmes de super-heróis através da questão 1.

Já as questões 2, 3 e 4 são questões similares aos exercícios disponibilizados em livros didáticos.

As questões 5 e 6 valorizam a atividade do quinto encontro, onde os alunos tem a possibilidade de reconhecer no movimento oscilatório as grandezas frequência, período e amplitude.

Mas não se tratou de uma reprodução da atividade. Aqui o aluno foi apresentado a uma situação problema com um gráfico diferente daquele esperado para um Movimento Harmônico Simples, pois envolve o acoplamento de dois pêndulos.

Duração: 1 hora-aula

ANEXO A – Questionário aplicado para avaliar os conhecimentos prévios**Avalie os seus conhecimentos**

Questão 1

Considere a famosa roda gigante London Eye:

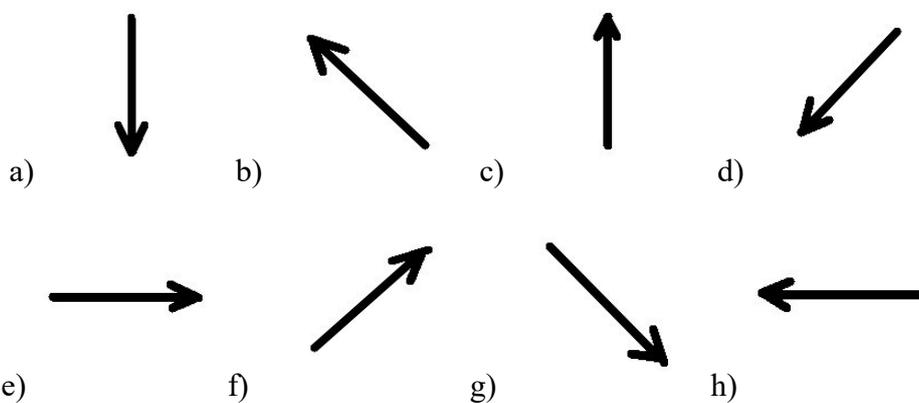


Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/London_Eye

A cápsula em destaque está se movendo com velocidade constante igual a 0,9 km/h, no sentido anti-horário de quem vê a foto.

Qual é o vetor que melhor representa a velocidade dessa cápsula, nesse instante?

Escolha uma:



Questão 2

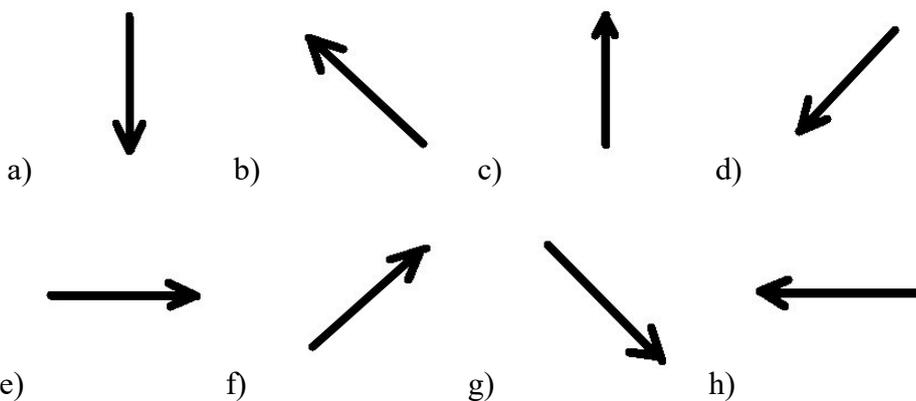
Considere a London Eye e todas as forças que agem sobre a mesma num mesmo plano:



Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/London_Eye

Sabendo que a roda gigante realiza um Movimento Circular Uniforme, qual é o vetor que melhor representa a força resultante sobre a cápsula em destaque?

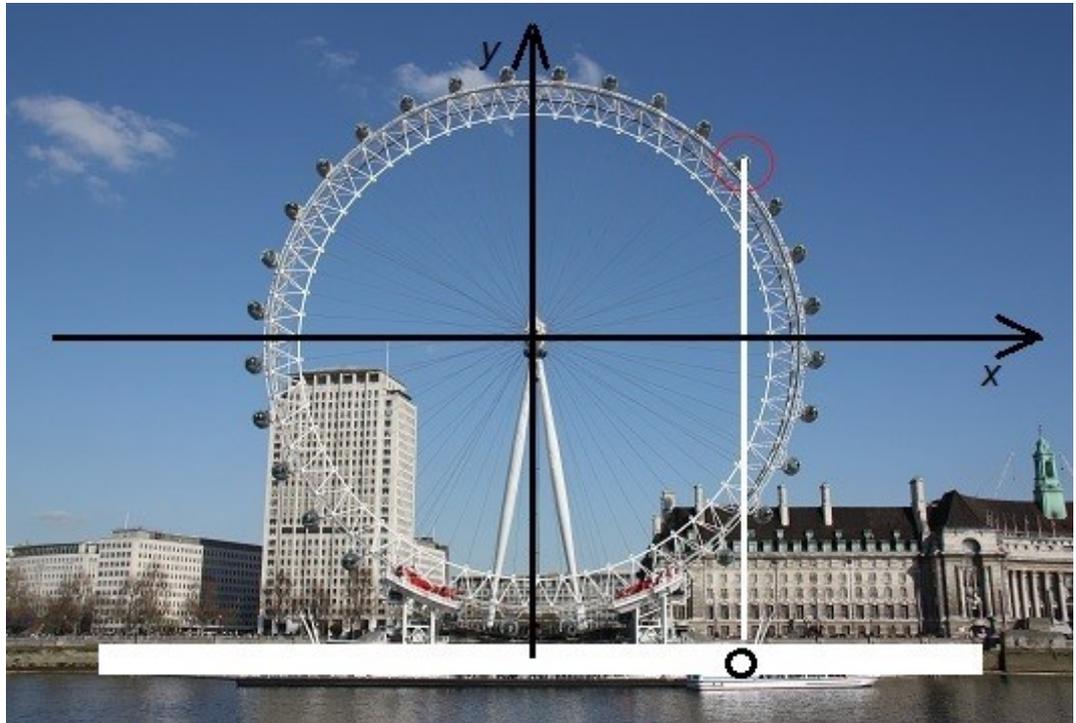
Escolha uma:



i) O vetor força resultante é nulo.

Questão 3

Ainda considerando a London Eye, realizando um MCU, imagine que fosse possível projetar a sombra da cápsula em destaque diretamente na vertical sobre um piso branco.



Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/London_Eye

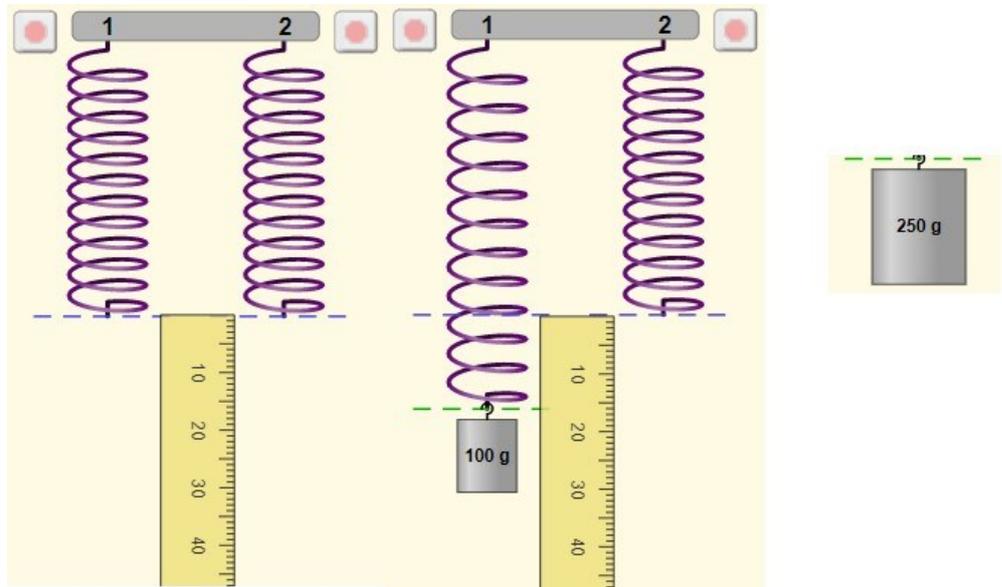
Imagine, também, um plano cartesiano XY com a origem no centro da roda gigante. Qual das afirmações a seguir é a mais correta?

Escolha uma:

- a) A sombra da cápsula realiza um Movimento Retilíneo Uniforme.
- b) A velocidade da sombra é sempre igual à velocidade da cápsula.
- c) O vetor da velocidade da sombra da cápsula tem a direção de x, mas muda de sentido quando a sombra passa debaixo do eixo da roda gigante.
- d) A sombra da cápsula realiza no piso um Movimento Circular Uniforme, também.
- e) A velocidade da sombra da cápsula pode ter valor nulo.

Questão 4

Considere duas molas idênticas, 1 e 2, penduradas na vertical, com a extremidade na posição de equilíbrio igual a zero da escala.



Quando penduramos um corpo de massa 100 g na mola nº 1, sua extremidade passa a ter uma nova posição de equilíbrio igual a 16,0 mm da escala.

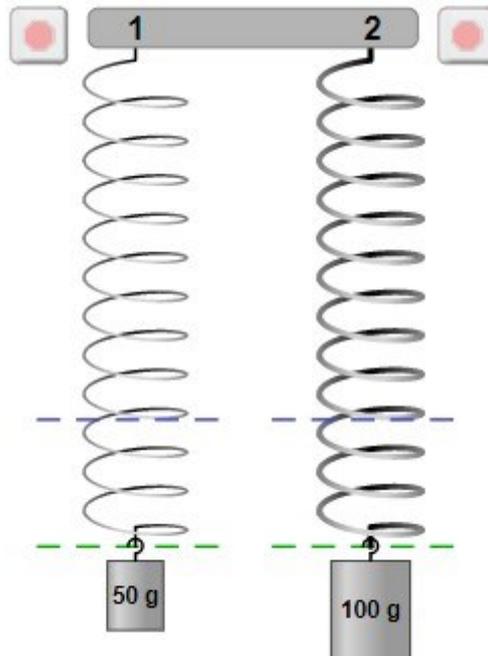
Escolha a afirmação mais correta, considerando que o corpo de massa igual a 250 g foi pendurado na mola nº 2.

Escolha uma:

- A nova posição de equilíbrio para a extremidade da mola nº 2 será 40,0 mm.
- A nova posição de equilíbrio para a extremidade da mola nº 2 será 32,0 mm.
- A nova posição de equilíbrio para a extremidade da mola nº 2 será 48,0 mm.
- Impossível determinar com as informações que foram fornecidas.
- A nova posição de equilíbrio para a extremidade da mola nº 2 será 16,0 mm.

Questão 5

Considere molas diferentes, 1 e 2, mas que possuem o mesmo comprimento inicial quando não possuem qualquer corpo pendurado:



A linha tracejada de azul, mais ao alto, indica a posição de equilíbrio das extremidades das molas quando nenhum corpo está pendurado.

A linha tracejada de verde, desenhada sobre as extremidades das molas, indica a posição de equilíbrio quando se pendura os corpos de massas 50 g e 100 g, respectivamente, sobre as molas 1 e 2.

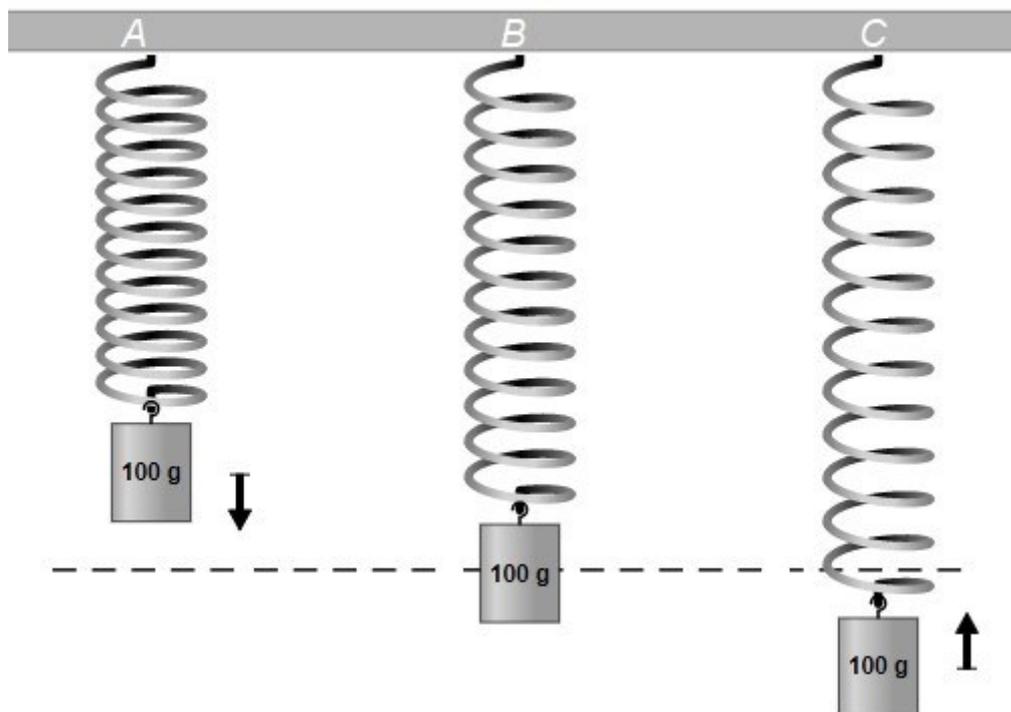
Escolha a afirmação mais correta para a situação descrita acima.

Escolha uma:

- Essa situação só é possível porque a força elástica é igual para as molas 1 e 2.
- Essa situação não é possível, o corpo de maior massa produzirá uma maior deformação da mola.
- Isso só é possível porque a constante elástica da mola nº 2 é o dobro da nº 1.
- Essa situação só é possível se as molas forem idênticas e se os corpos pendurados tiverem a mesma massa.
- Essa situação não é possível, pois a mola de maior diâmetro do arame (mais rígida) exerceria uma força elástica maior.

Questão 6

A figura abaixo representa 3 momentos diferentes de um corpo preso a uma mola.



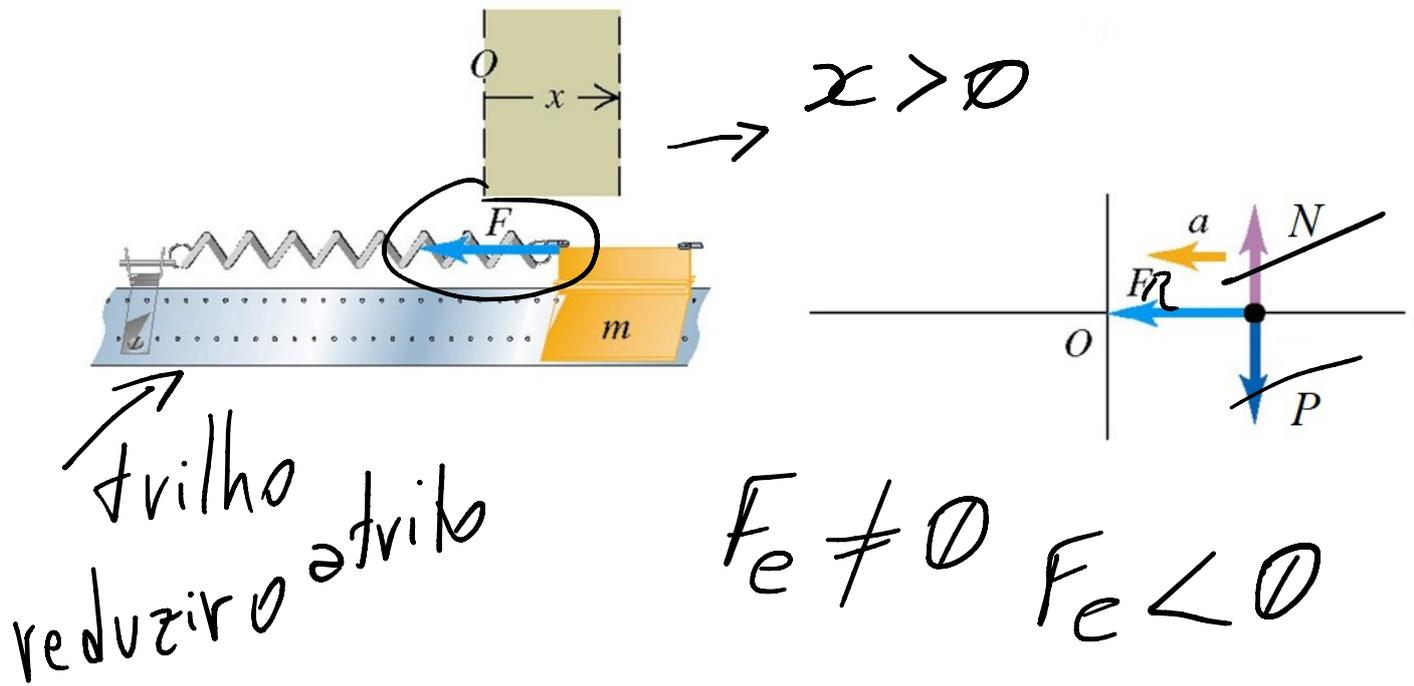
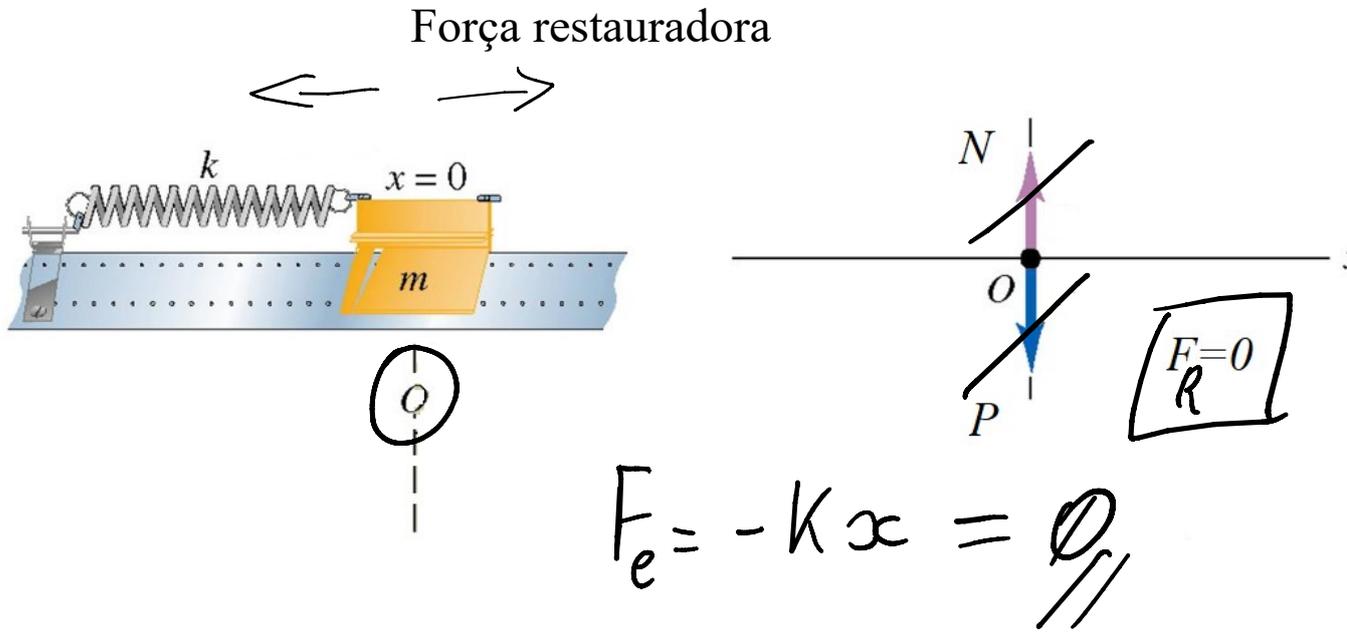
O centro de massa do corpo está oscilando em torno da posição de equilíbrio que é indicada pela linha pontilhada. O comprimento normal da mola sem o corpo pendurado é, com certeza, menor que o registrado na posição A.

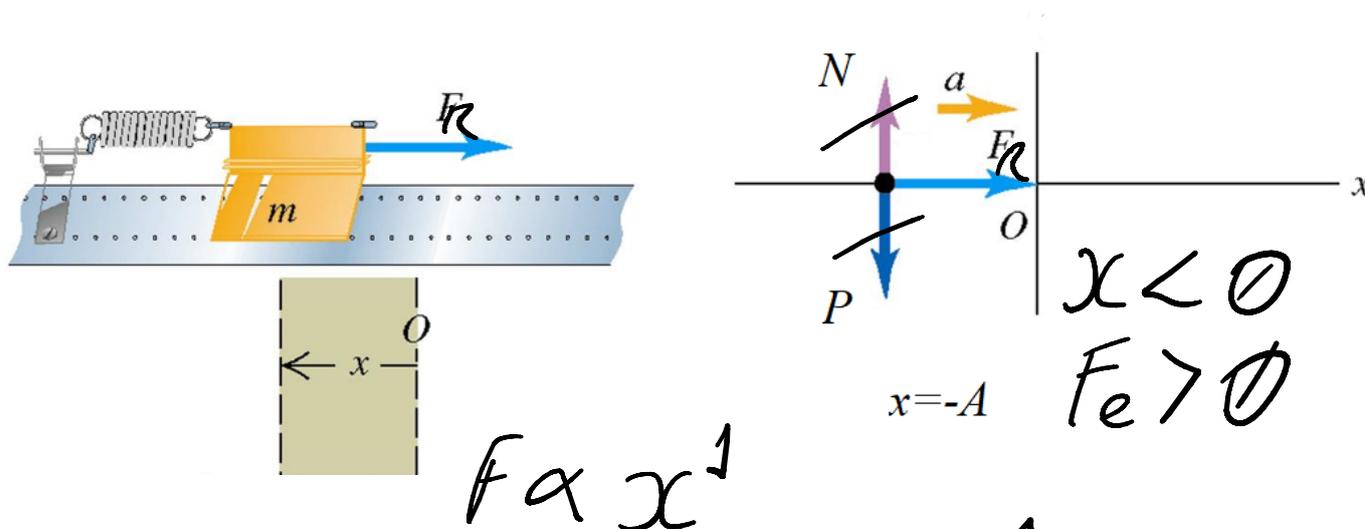
Sabendo que as setas desenhadas na posição A e C representam a força resultante que atua no corpo naqueles momentos, escolha a afirmação que está mais correta:

Escolha uma:

- Quando o corpo passa pela posição B, sua velocidade é nula, pois a força resultante é nula.
- Na posição B, a força resultante sobre o corpo é nula, pois a força peso se anula com a força elástica.
- Na posição A, existe apenas a força peso atuando no corpo, por isso o corpo desce.
- Na posição B, se o corpo estiver subindo, com certeza, a força elástica é maior que o peso.
- Na posição C, a força peso diminui, por isso o corpo sobe.

ANEXO B – Exemplo de uso da mesa digitalizadora em reunião virtual



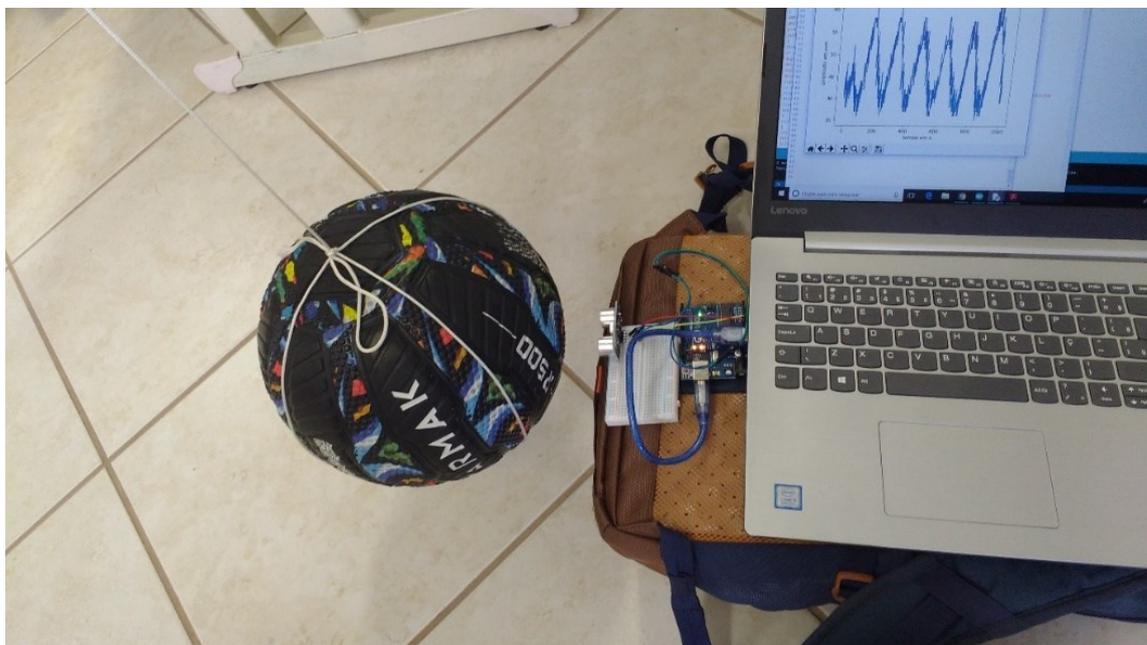


Esse tipo de fenômeno oscilatório, onde a força restauradora é diretamente proporcional a x ,
é chamado de

Movimento Harmônico Simples

ANEXO C – Material didático fornecido aos alunos

MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS



https://youtu.be/Y_zYbAkyVsE

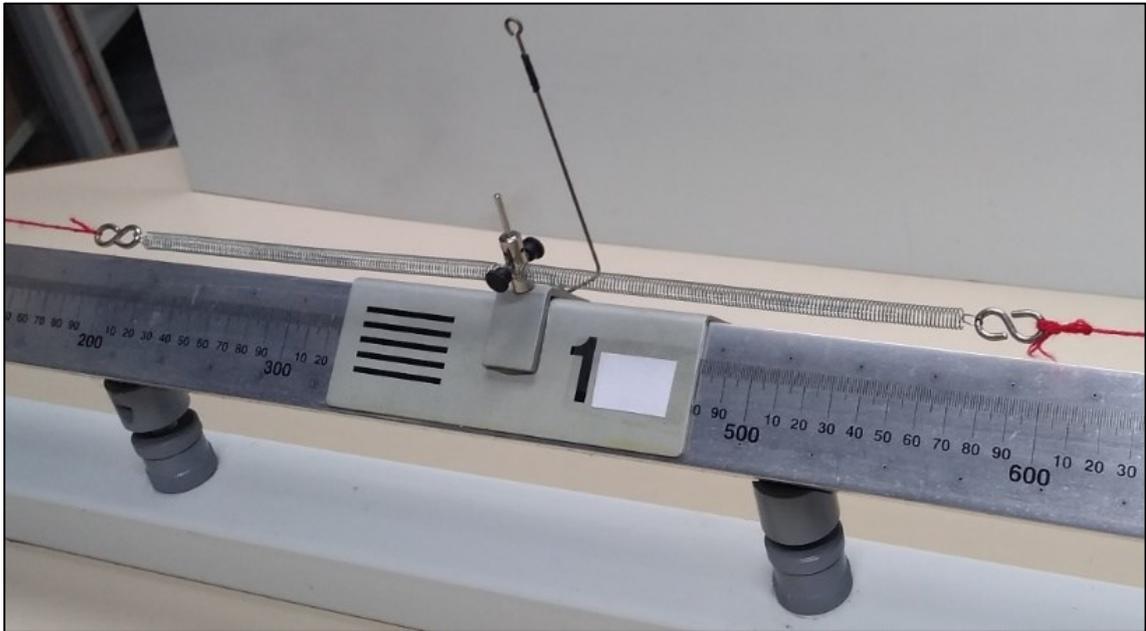
Também chamados de movimentos periódicos, os movimentos oscilatórios abrangem uma gama muito grande de fenômenos físicos, que se estende da Mecânica até o Eletromagnetismo, dos fenômenos quânticos até a vastidão do Universo.

Convenientemente, apresentam características universais como amplitude, frequência, período e frequência angular, a saber, que permitirão um tratamento matemático muito similar.

O que se busca em seu estudo é a identificação de padrões, haja vista a repetição temporal de um determinado estado, sendo adequado iniciarmos o seu estudo pelos casos mais simples.

Sistema massa-mola

A figura a seguir ilustra um dos casos mais simples de movimento oscilatório, o sistema massa-mola.



Fonte: foto do autor (2020)

Trata-se de um corpo de massa m repousando sobre um trilho de ar linear, ligado a duas molas idênticas que não estão tensionadas quando o corpo se encontra na posição de equilíbrio. Para facilitar a construção do modelo, podemos considerar a massa das molas desprezível quando comparada com a massa m .

Nesse caso, além da força peso e da força normal, poderá agir uma força elástica quando uma das molas estiver esticada, isto é, quando o corpo for retirado da posição de equilíbrio. Nessa situação, a outra mola permanece não tensionada.

Essa montagem foi utilizada para superar a dificuldade em encontrar uma mola que sofresse deslocamentos idênticos para a compressão e extensão, e ainda, tivesse massa desprezível.

A força elástica que surge ao se deslocar o corpo da posição de equilíbrio é chamada de **força restauradora**, pois, sua ação é no sentido de trazer o corpo novamente para a posição de equilíbrio.

Vamos analisar passo a passo.

Num primeiro momento, o corpo se encontra na posição de equilíbrio. As forças normal e peso se anulam, e, como não há força elástica, a força resultante é zero.

Ao deslocarmos o corpo da posição de equilíbrio, ponto O, surge uma força elástica com a mesma direção do deslocamento, mas com sentido oposto. E ela será tanto maior, quanto maior for esse deslocamento.

Se nessa nova posição abandonarmos o corpo, então, ele estará sob ação de uma força resultante igual à força elástica, ou seja, haverá uma aceleração que fará o corpo aumentar de velocidade em sentido ao ponto O.

Ao passar pelo ponto de equilíbrio, como não haverá deslocamento, não haverá força restauradora, e também não haverá aceleração. Mas, como a velocidade aumentou em módulo em função da aceleração, o corpo não parará na posição de equilíbrio e, por inércia seguirá em frente.

Se considerarmos a situação onde não há perda de energia por atrito, o corpo atingirá um ponto simétrico ao anterior, onde a outra mola entrará em ação, criando uma nova força restauradora, mas de sentido oposto à primeira, para trazer o corpo para o ponto de equilíbrio.

Por analogia ao que já foi dito, o corpo adquirirá uma nova aceleração que fará a velocidade aumentar em módulo, mas desta vez, apontando para o outro lado.

Quando, novamente, o corpo passar pelo ponto O, a inércia fará com que ele siga em frente, atingindo o ponto onde foi abandonado. E assim, fecha-se um **ciclo**, haja vista que de agora em diante repetir-se-á os passos já descritos, pois o corpo retornou à posição inicial, nas mesmas condições em que foi abandonado.

A amplitude

Chama-se de **amplitude (A)** o deslocamento máximo obtido pelo corpo, independentemente do sinal, ou seja, estamos falando do módulo do máximo deslocamento obtido em um ciclo da oscilação.

Assim, para a oscilação de um corpo sob ação de uma força elástica, haverá dois momentos em que se observa a amplitude, uma à direita, e outra à esquerda do ponto de equilíbrio.

Com isso, o deslocamento máximo irá de $-A$ a $+A$, ou seja, $2A$.

No Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade para amplitude é o **metro (m)**.

O período

O **período (T)** é o tempo necessário para que o corpo ocupe todas as posições dentro de uma oscilação, e retorne ao ponto inicial.

Não é necessário que o período seja contado a partir de uma das extremidades. Há que se ter o cuidado de contar o período na mesma posição, nas mesmas condições, isto é, se se conta o tempo quando o corpo passar pela origem, indo para a direita, deve-se fechar a contagem quando o corpo passar pela origem, na próxima vez em que estiver indo para a direita, para garantir que foi contabilizado a totalidade do ciclo.

No SI, a unidade para o período é o **segundo (s)**.

A frequência

Muitos fenômenos são melhor compreendidos se olharmos para a quantidade de oscilações que ocorrem na unidade de tempo. A essa grandeza damos o nome de **frequência (f)**. No SI, a unidade para frequência ganha um nome especial, o **hertz (Hz)**.

Então, quando dizemos que a frequência de oscilação de um corpo é 10 Hz, estamos dizendo que esse corpo realiza 10 oscilações completas, ou 10 ciclos, a cada segundo.

Convém observar que a frequência é o inverso do período, isto é, se a frequência é 10 Hz, então, o período será 1/10 s, e vice-versa.

Movimento Harmônico Simples

Verificamos que a força restauradora nesse caso é a lei de Hooke:

$$F = -kx \quad (1)$$

A força restauradora ser diretamente proporcional ao deslocamento é que torna esse movimento um **Movimento Harmônico Simples (MHS)**.

E k é uma constante de proporcionalidade chamada de **constante elástica da mola**. No SI, a unidade de força é newton (N). Assim sendo, a unidade para constante elástica é **newton por metro (N/m)**.

O sinal negativo garante que a força sempre será oposta ao deslocamento, considerando que o ponto de equilíbrio seja a origem do sistema de coordenadas.

Convém lembrar que a lei de Hooke tem validade dentro de uma pequena amplitude de deslocamento.

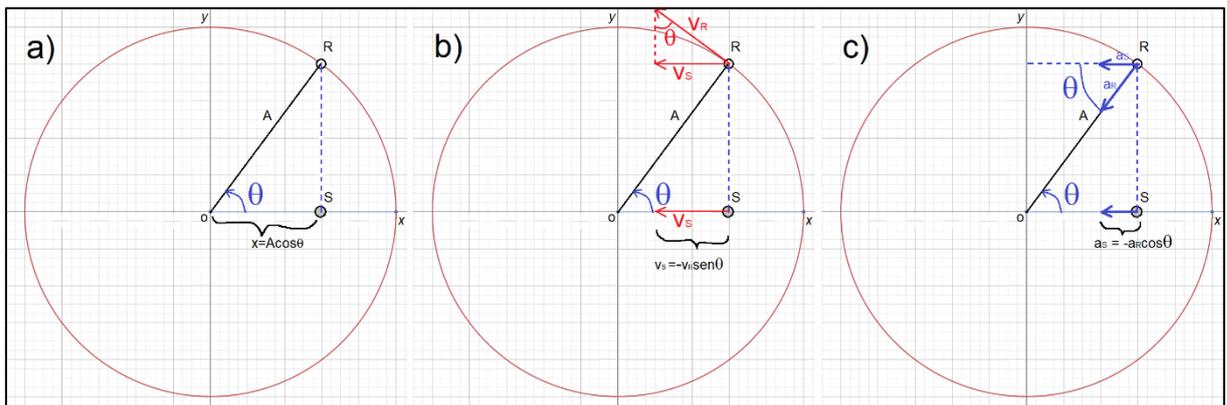
A aceleração

Usando a 2ª lei de Newton e sabendo que a aceleração é a derivada segunda da posição em relação ao tempo, podemos escrever:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (2)$$

Relação entre o movimento circular uniforme e o MHS

Vamos imaginar um corpo R realizando um movimento circular uniforme, de raio A, em torno da origem O de um plano cartesiano XY, no sentido anti-horário, conforme a figura a seguir:



Fonte: arquivo do autor (2020)

Vemos a projeção do corpo R no eixo horizontal X, o que nos dá a sombra S. Verificamos na figura a, que a posição de S em X varia durante o ciclo conforme a equação:

$$x_S = A \cos \theta \quad (3)$$

A velocidade da sombra S é obtida de forma análoga, projetando a velocidade tangencial do corpo R no eixo X, figura b:

$$v_S = -v_R \sin \theta \quad (4)$$

E fazendo a projeção da aceleração do corpo R, que em um movimento circular é a aceleração centrípeta, figura c:

$$a_S = -a_R \cos \theta \quad (5)$$

É importante notar que o sinal negativo na equação da velocidade e na equação da aceleração ajustam o valor conforme o quadrante ocupado pelo corpo R durante o ciclo.

A sombra S está oscilando em torno da origem, enquanto o corpo R executa um movimento circular uniforme, mas não podemos afirmar, ainda, que se trata de um MHS.

Se substituirmos a equação (3) na equação (5), ficaremos com:

$$a_S = -a_R \frac{x_S}{A} \quad (6)$$

E lembrando que $a_R = \frac{v_R^2}{A}$, pois trata-se da aceleração centrípeta, teremos:

$$a_S = -\frac{v_R^2}{A} \frac{x_S}{A} \Rightarrow$$

$$a_S = -\frac{v_R^2}{A^2} x_S \Rightarrow$$

$$a_S = -\omega^2 x_S \quad (7)$$

Onde ω é uma constante e é igual à velocidade angular do corpo R.

Assim verificamos que a equação (7) corresponde à equação (2), necessitando apenas fazer

$$\omega^2 = k/m \quad (8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9)$$

De onde podemos concluir que o movimento da projeção de um corpo que executa movimento circular uniforme executará um movimento harmônico simples (MHS).

Ou ainda, podemos inferir que existe associado ao movimento harmônico simples um movimento circular uniforme, de onde aproveitamos a grandeza ω , chamada de velocidade angular, no segundo, e frequência angular, no primeiro.

No SI, a unidade para frequência angular é **radianos por segundo (rad/s)**.

A frequência angular ω pode ser escrita como

$$\omega = 2\pi f \quad (10)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (11)$$

Daí, retiraremos os valores do período e da frequência em função da massa e da constante elástica da mola, substituindo a equação (9) em (10) e (11):

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13)$$

E verificamos que tanto a frequência quanto o período não dependem de quem coloca o oscilador a oscilar, isto é, é a construção do oscilador, com sua massa, e com sua constante elástica, que vai determinar a frequência de oscilação.

Na equação (12) verificamos que quando mais rígida uma mola, maior será a sua frequência de oscilação. Por outro lado, quanto maior a massa associada a essa mola, menor será a frequência de oscilação, haja vista haver uma maior inércia a ser quebrada para inverter o sentido do movimento, o período de uma oscilação completa aumentará.

Em nenhuma dessas duas equações vemos o valor da amplitude A . Assim, não existe a dependência do movimento com esse valor. Poderemos ter o sistema massa-mola oscilando em momentos distintos com amplitudes diferentes, mas manterá a frequência e o período.

A implicação disso é muito importante. Se a vibração de instrumentos musicais de percussão dependesse da amplitude, seria impossível manter o afinamento.

Se o fenômeno oscilatório não mantiver a frequência ao se variar a amplitude, então, não se trata de um movimento harmônico simples.

Deslocamento, velocidade e aceleração em função do tempo

É conveniente reescrever as equações (3), (4) e (5) em função do tempo e de uma constante ϕ , que representará um estado inicial, ou fase inicial.

Sabendo-se que θ , medido em radianos, varia com o tempo conforme ωt mais um ϕ representando a posição inicial (no caso de um movimento circular uniforme), teremos:

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (14)$$

Também, temos $v_R = \omega A$, no caso do movimento circular uniforme:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (15)$$

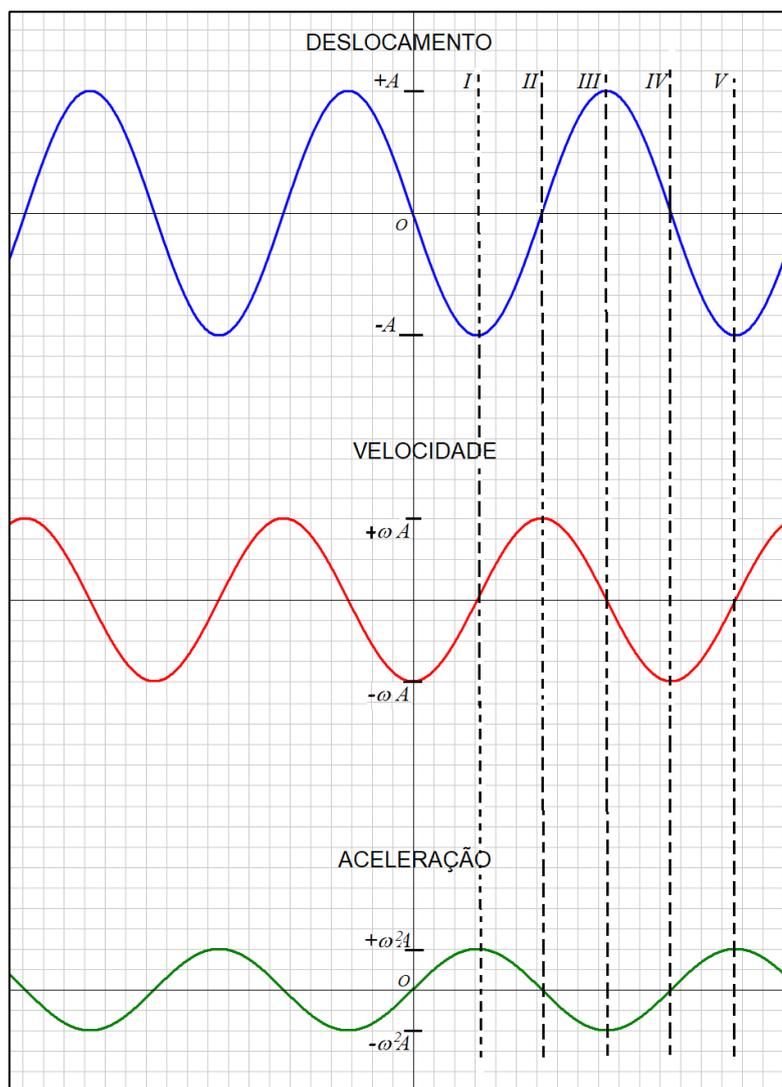
Finalmente, para a aceleração:

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (16)$$

É fácil verificar que poderíamos chegar às equações (15) e (16) derivando (14) em relação ao tempo, uma vez para a velocidade, e duas vezes para a aceleração.

Gráficos no MHS

A figura a seguir apresenta um conjunto de gráficos para o mesmo corpo realizando um único MHS. Todos estão em função do tempo, e foi considerado um valor $\phi = \frac{\pi}{2}$ rad, para a fase.



Fonte: arquivo do autor (2020)

Estão marcados os valores máximos que o deslocamento, a velocidade e a aceleração poderão atingir em cada ciclo.

Também foram marcados os momentos I, II, III, IV e V, que analisaremos a seguir.

No momento *I*, o deslocamento do corpo atinge a posição de máximo negativo, que corresponde a $-A$, ou seja, está à esquerda da origem do referencial. Nessa posição, a velocidade é nula, pois ele precisa parar para inverter o sentido de deslocamento, e teremos a

maior aceleração positiva, haja vista a mola estar totalmente distendida à esquerda do referencial.

No momento *II*, o corpo está passando pela origem do sistema, por isso sua posição vale zero. Nesse momento, também, a velocidade tem valor máximo positivo, pois o corpo está se deslocando da esquerda da origem do referencial para a direita. Como não há elongação da mola, também não há aceleração.

No momento *III*, o corpo chega à extrema direita do sistema. Sua velocidade torna-se zero para que possa inverter o sentido do deslocamento, e como a mola está totalmente distendida à direita, a aceleração tem o seu máximo valor negativo, isto é, aponta para a esquerda do sistema.

No momento *IV*, o corpo passa novamente pela origem, tem a mesma posição do momento *II*, mas seu sentido é o contrário. Por isso, sua velocidade é um máximo negativo e, novamente, sem elongação da mola, a aceleração vale zero.

O momento *V* corresponde exatamente ao momento *I*, pois além de estar na mesma posição, tem a mesma velocidade, e tem a mesma aceleração, em intensidade e sentido.

Não há posição privilegiada para começar a descrever um ciclo, mas é conveniente adotar intervalos que correspondam a dois máximos positivos consecutivos, ou dois máximos negativos consecutivos, num dos três gráficos.

Os momentos marcados irão se repetir, indefinidamente, enquanto houver oscilação em torno da origem do sistema. Lembrando, apenas, que estamos analisando um caso onde supostamente não há atrito.

A Energia do Movimento Harmônico Simples

Como estamos considerando uma sistema massa-mola sem atrito, a força elástica da mola é uma força conservativa e a única que realiza trabalho, já que as forças normal e peso são perpendiculares ao deslocamento.

Então, poderemos olhar para sistema e analisar a situação a partir das energias envolvidas no processo.

Energia mecânica

A energia cinética é dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (17)$$

E a energia potencial elástica é dada por

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (18)$$

A soma dessas quantidades fornecerá a energia mecânica total do sistema massa-mola que realiza um MHS, e é uma quantidade que se conserva:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (19)$$

Quando o corpo que oscila atinge as extremidades, $x = +A$, ou $x = -A$, ele para momentaneamente para inverter o sentido do movimento. Nessas posições, haverá apenas a energia potencial elástica, momento em que a mola está totalmente distendida, e a velocidade vale zero.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad (20)$$

Essa é a máxima energia que o sistema pode ter.

Vamos verificar a equação (20) a partir da equação (19), substituindo nela as equações (8), (14) e (15):

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E = \frac{1}{2}m[-\omega A \sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}k[A \cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2[\sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}kA^2[\cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\frac{k}{m}[\sin(\omega t + \phi)]^2 + \frac{1}{2}kA^2[\cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$E = \frac{1}{2}A^2k\{[\sin(\omega t + \phi)]^2 + [\cos(\omega t + \phi)]^2\}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

A qual é a própria equação (20).

Também podemos verificar qual será a velocidade máxima, ou seja, quando o corpo passa pela origem do sistema, combinando as equações (9), (19) e (20).

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$mv^2 + kx^2 = kA^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m}(A^2 - x^2)$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \quad (21)$$

A equação (21) nos mostra que a velocidade será máxima quando o corpo estiver passando pela origem do sistema, isto é, quando $x = 0$.

Nesse caso, teremos

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2)}$$

$$v = \pm \omega A \quad (22)$$

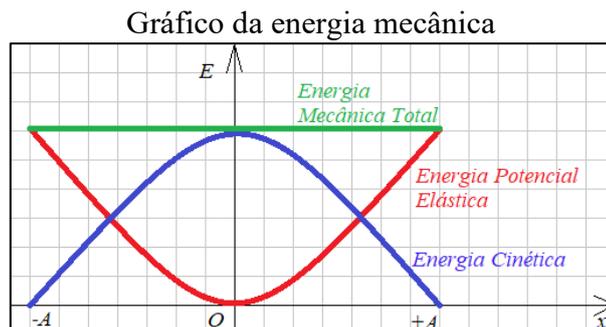
Os sinais de \pm da equação (22) indicam que o corpo pode estar em qualquer um dos sentidos em seu deslocamento.

Gráficos da energia mecânica

A figura a seguir mostra a distribuição da energia mecânica entre energia potencial elástica e energia cinética ao longo do trajeto da oscilação.

Em qualquer posição entre $x = -A$ e $x = +A$, a energia total permanece constante, e corresponde à soma das energias potencial e cinética.

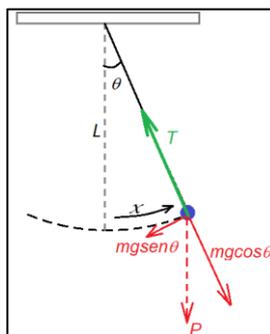
Repare que quando uma forma de energia atinge o máximo possível, a outra se anula.



Fonte: arquivo do autor (2020)

Pêndulos Simples

A figura a seguir apresenta um modelo de pêndulo simples. Ele é composto por uma massa m , puntiforme, suspensa por um fio de comprimento L , colocada a oscilar num plano vertical.



Fonte: arquivo do autor (2020).

O fio é considerado ideal, inextensível e de massa desprezível.

Vamos verificar se esse movimento oscilatório em torno da vertical pode ser considerado um MHS.

Para isso, é necessário que a força restauradora, aquela que traz o corpo para a posição de equilíbrio na vertical, seja diretamente proporcional ao deslocamento x ou a θ (lembre-se que como x é um arco, $x = L\theta$).

Primeiro, verifica-se que a trajetória é um arco de circunferência de raio igual ao comprimento do fio, L .

Como visto na figura, a força restauradora é uma componente da força peso, tangente à trajetória.

$$F_{\theta} = -mg \sin \theta \quad (23)$$

Como podemos notar, a força restauradora não é diretamente proporcional a θ , mas a $\sin \theta$. Mas, como estamos medindo os ângulos em radianos, podemos fazer a aproximação $\sin \theta \approx \theta$, desde que consideremos pequenos ângulos.

Assim, para $\theta = 5,00^{\circ}$, $\theta \approx 0,0873 \text{ rad}$, $\sin \theta = 0,0872$, ou seja, uma diferença de 0,1%, e podemos reescrever a equação (23):

$$F_{\theta} = -mg\theta = -mg \frac{x}{L}$$

$$F_{\theta} = -\frac{mg}{L}x \quad (24)$$

Onde a constante é $k = \frac{mg}{L}$. Então, podemos fazer a substituição nas equações (9), (10) e (11):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg}{Lm}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (25)$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (26)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (27)$$

As equações (25), (26) e (27) são válidas para um pêndulo simples, com uma pequena oscilação, onde verificamos a independência desses valores em relação à massa.

Verificamos, também, que quanto maior for o comprimento desse pêndulo, maior será o período e menor a frequência. Por outro lado, se houver aumento na força gravitacional, aumentará a força restauradora, fazendo aumentar a frequência e diminuir o tempo para cada oscilação.

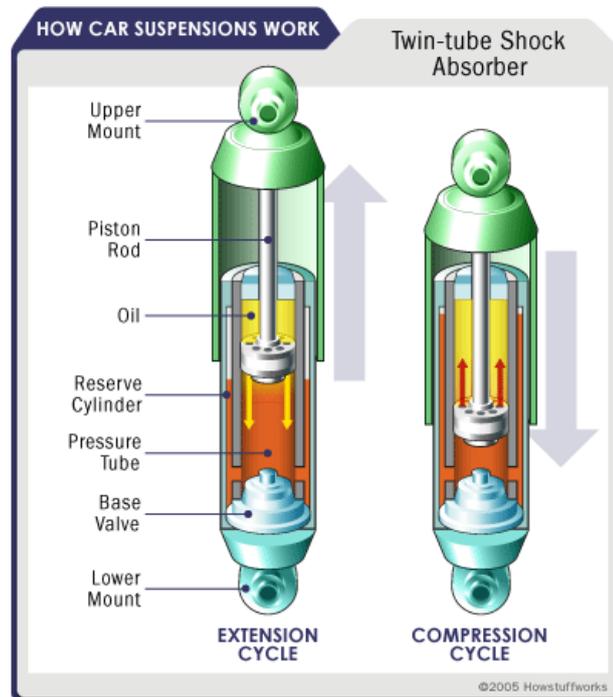
Movimento Harmônico Simples Amortecido

Tanto o sistema massa-mola e o pêndulo simples vistos anteriormente são considerados ideais, isto é, por não haver atrito não tinham perda de energia e podiam oscilar indefinidamente, conservando a energia mecânica.

Essa é uma condição indesejada em muitas situações. Uma oscilação veicular de 10 Hz já produz enjoos.

Um amortecedor veicular é representado na figura a seguir.

Sua função é reduzir as oscilações do sistema massa-mola formado pela carroceria do automóvel e a mola que a liga ao eixo da roda (um par de amortecedor/mola para cada roda).



Fonte: <https://auto.howstuffworks.com/car-suspension.htm> acessado em 21/08/2020.

“O amortecedor é um componente do sistema de suspensão dos veículos. A estabilidade, conforto e segurança ficam diretamente comprometidos se os amortecedores não estiverem atuando corretamente. Isso é verificado pela dificuldade no controle do veículo em curvas, freadas, pulos descontrolados das rodas e desgaste prematuro ou irregular dos pneus e demais componentes da suspensão. [...] O amortecedor fica localizado na região inferior do veículo (*undercar*), sendo um elemento de ligação entre a suspensão e a carroceria, que controla os movimentos das molas, fazendo com que o veículo mantenha a aderência ao solo.”

Fonte: <https://mmcofap.com.br/cofap-amortecedores-oquee.aspx?pag=1> acessado em 21/08/2020

O óleo viscoso que se encontra no interior desses cilindros produz uma força de atrito no movimento de vai e vem que depende da velocidade com que são acionados.

A essa ação chamamos amortecimento e o movimento correspondente é uma oscilação amortecida.

O modelo de oscilação amortecida mais simples corresponde a um MHS com uma força oposta e diretamente proporcional à velocidade do movimento.

$$F = -bv \quad (28)$$

Onde b é uma constante que descreve a intensidade da força contrária à velocidade, e o sinal negativo indica o fato de a força ter sentido contrário ao sentido da velocidade.

Considerando a força resultante sobre um corpo que executa MHS amortecido como uma composição da força restauradora e da força de amortecimento

$$\sum F = -kx - bv \quad (29)$$

Podemos escrever a 2ª lei de Newton como

$$-kx - bv = ma \quad (30)$$

Ou

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (31)$$

Resolvendo a equação diferencial (31), obteremos:

$$x = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega't + \phi) \quad (32)$$

Que é válida para pequenos amortecimentos.

A frequência angular ω' é dada por

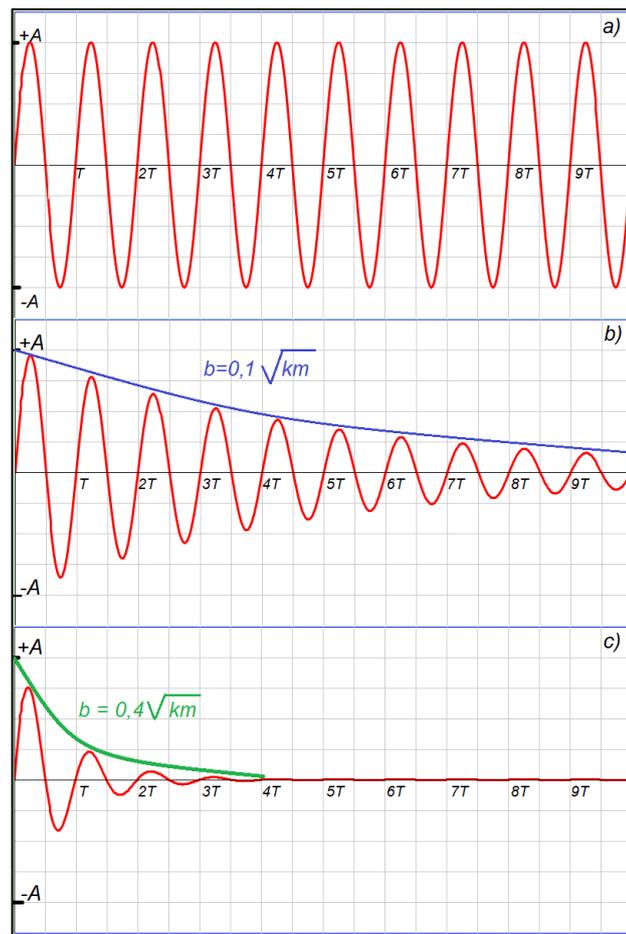
$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (33)$$

Verificamos que a amplitude na equação (32) não é constante. Seu valor decresce com o tempo por um fator igual a $e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}$. Vemos na figura a seguir exemplos de gráficos de oscilações amortecidas, para os quais foram considerados um ângulo de fase $\phi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$.

Também podemos verificar pela equação (33) que a frequência angular ω' é ligeiramente menor que ω , e tende a zero para valores muito grandes de b :

$$\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2} = 0 \quad (34)$$

$$b = 2\sqrt{km} \quad (35)$$



Fonte: arquivo do autor (2020).

A equação (35) nos mostra o valor crítico de b . Para valores iguais ou maiores teremos um *super amortecimento*, onde o corpo retorna à posição de equilíbrio, mas sem oscilar.

A figura b e c nos mostram exemplos de *sub amortecimentos*, quando os valores de b são menores que o crítico, onde a amplitude diminui continuamente. A primeira figura corresponde à situação sem amortecimento.

No exemplo do amortecedor veicular, deve-se procurar um meio termo entre o super amortecimento e o sub amortecimento de tal modo que o veículo não fique oscilando, nem que ocorra o travamento dos amortecedores após passar por um primeiro desnível, pois há a necessidade do amortecedor retornar à posição de equilíbrio, antes que passe por um segundo desnível de pista.

ANEXO D – Montagem do Laboratório de Física do CMPA

Pêndulo Simples

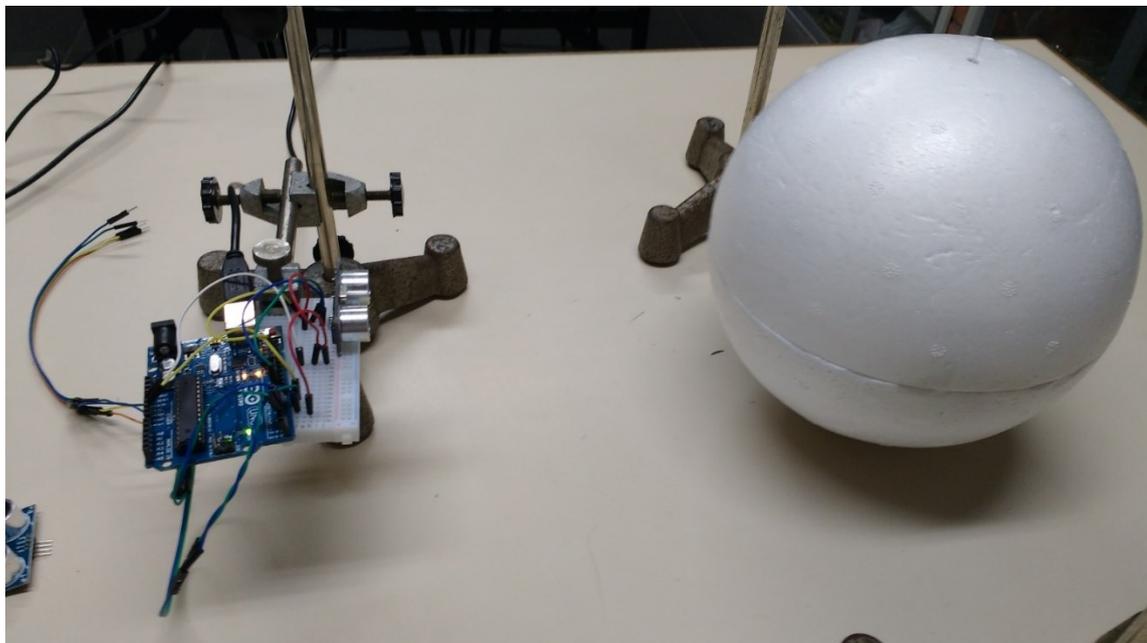
Montagem no Laboratório de Física do CMPA

Uma bola de isopor, com alguns discos de latão em seu interior, é colocada a oscilar, pendurada por um fio.



Arduino com sensor ultrassônico

Mede a distância até um obstáculo medindo o tempo entre a emissão e a recepção de um sinal ultrassônico.



Assista o vídeo da oscilação em:
<https://youtu.be/gqnx2HhZbM>

Medida do comprimento do pêndulo

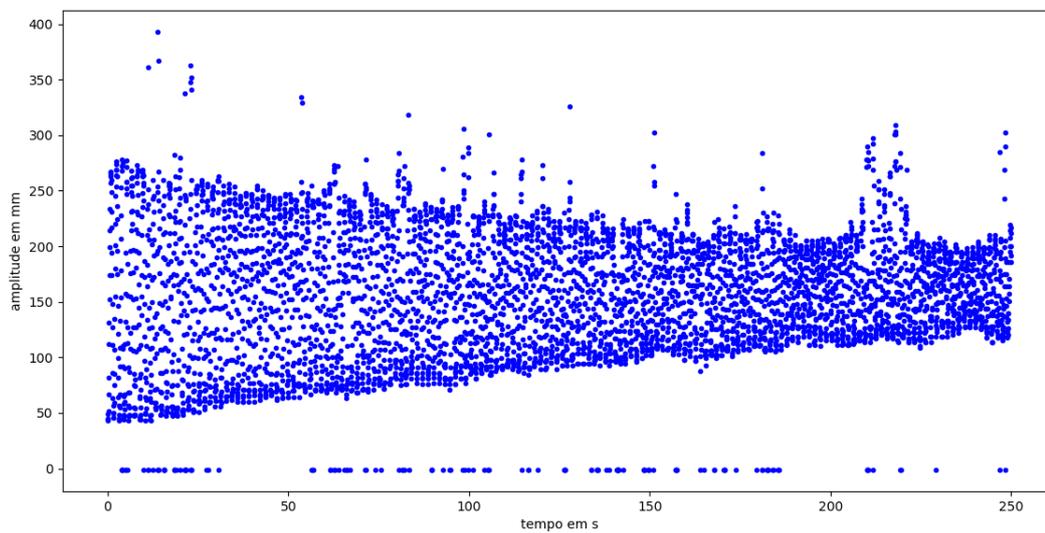


A massa de latão no interior da bola de isopor está aproximadamente no centro.

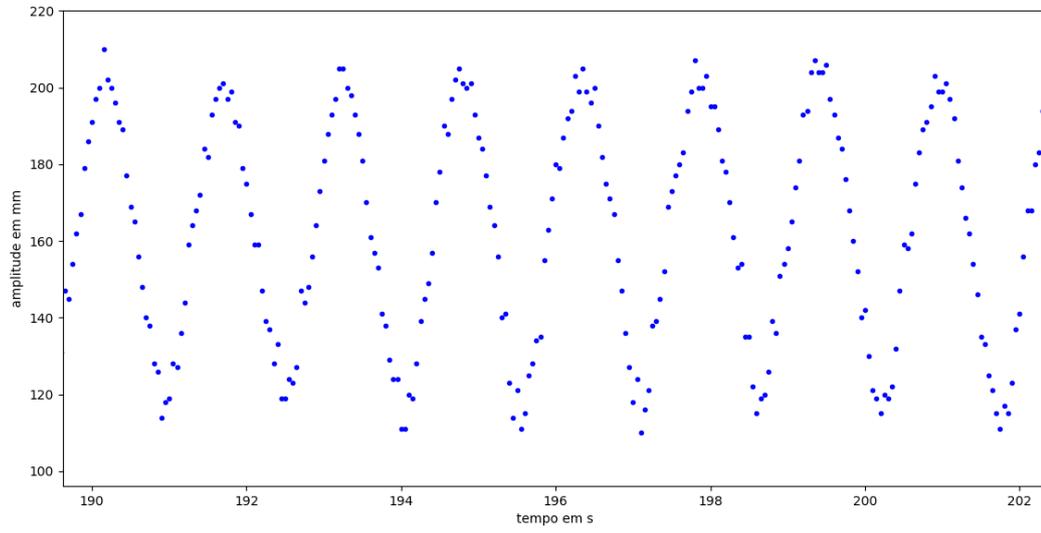


Gráficos das medidas de distância da bola de isopor até o sensor ultrassônico

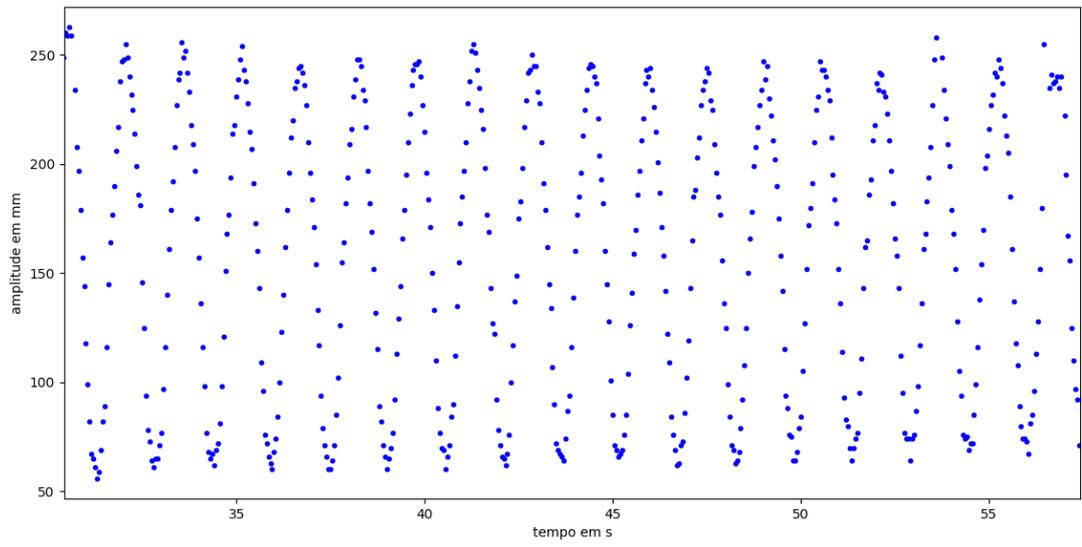
O sistema oscilou durante 250 s.



Aproximação do intervalo entre 190 e 200 s



Aproximação do intervalo entre 30 e 55 s



ANEXO E – Texto de apoio 1 para realização da AP1

Amigão da Vizinhança

O Homem-Aranha é um dos super-heróis mais populares e mais bem sucedidos comercialmente. Como o personagem símbolo e mascote da Marvel, já apareceu em inúmeras formas de mídia, incluindo em várias séries de televisão animadas e ao vivo, tiras de jornais sindicados, em jogos eletrônicos e numa série de filmes em que foi interpretado por Tobey Maguire (2002–2007), Andrew Garfield (2012–2014), e Tom Holland que tem o papel da personagem no Universo Cinematográfico da Marvel, começando em 2016 com *Capitão América: Guerra Civil*. Reeve Carney desempenhou o papel de Homem-Aranha no musical da Broadway, *Spider-Man: Turn Off the Dark*. O Homem-Aranha tem sido bem recebido como personagem de quadrinhos e como super-herói e quase sempre reconhecido como a personagem topo da Marvel Comics. É geralmente classificado como um dos maiores personagens de quadrinhos de todos os tempos e um dos mais populares de sempre de toda a ficção.

(O *Homem-Aranha* foi criado pelo editor/escritor Stan Lee e pelo escritor/artista Steve Ditko, em agosto de 1962, fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem-Aranha>, acessado em 15/09/2020)

Vamos ver alguns dos movimentos do *Cabeça de Teia*.



Fonte: recorte de tela do jogo Marvel's Spiderman para o console PS4

Nota: *Amigão da Vizinhança*, *Escalador de Paredes*, *Lançador de Teias* e *Cabeça de Teia* são apelidos para o Homem-Aranha.

Basicamente, para se deslocar ele arremessa uma teia e oscila de um prédio ao outro. Claro, ele precisa fazer alguma força para compensar as perdas de energia por atrito.



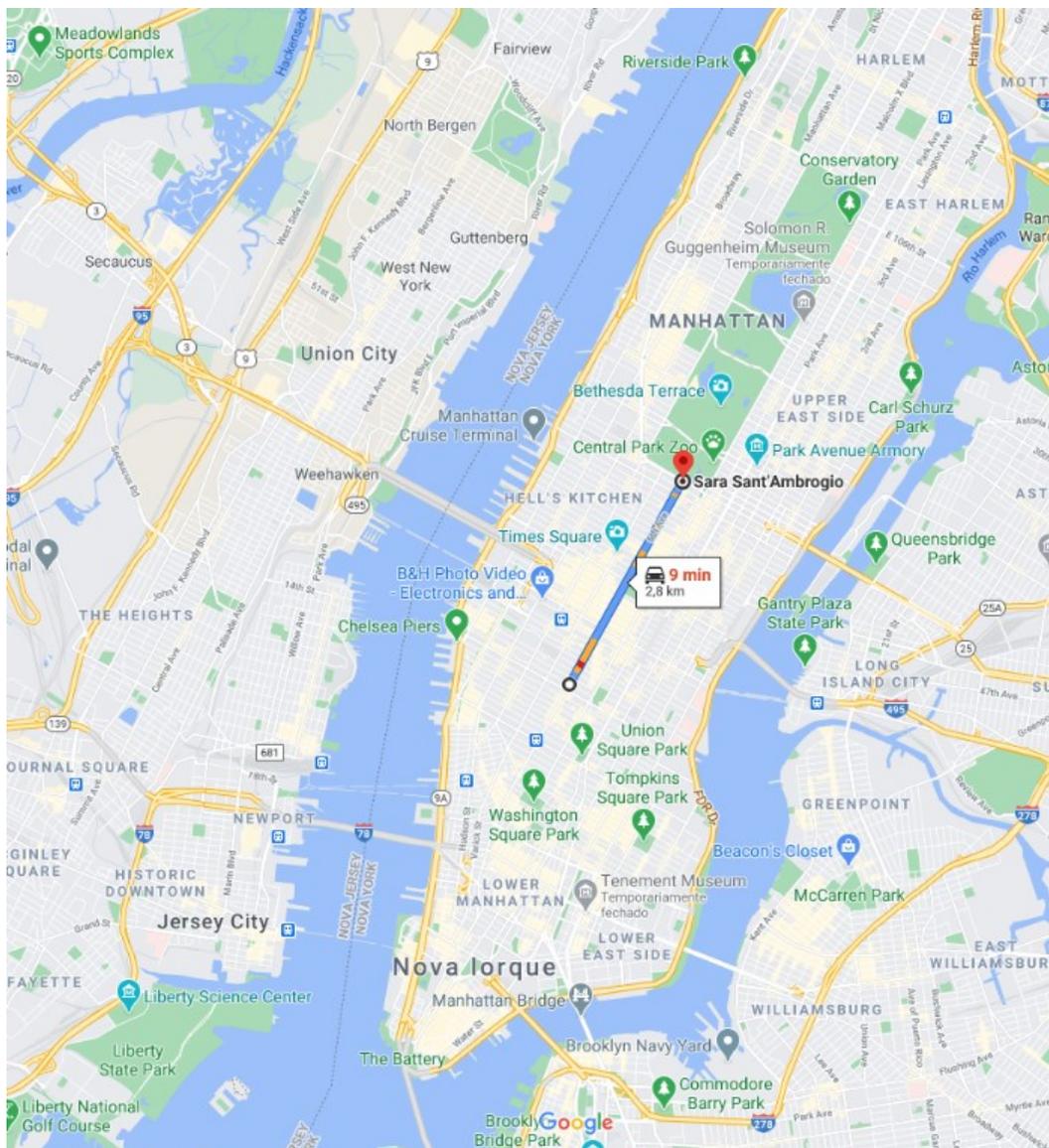
Fonte: recorte de tela do jogo Marvel's Spiderman para o console PS4

E em Nova Iorque é fácil achar prédios que permitem esse tipo de deslocamento. Agora, imagine que o *Escalador de Paredes* precisasse se deslocar pela 6ª avenida em Manhattan, para ir da rua W24 até a rua W59.



Fonte: recorte de tela do Google Maps, acessado em 15/09/2020

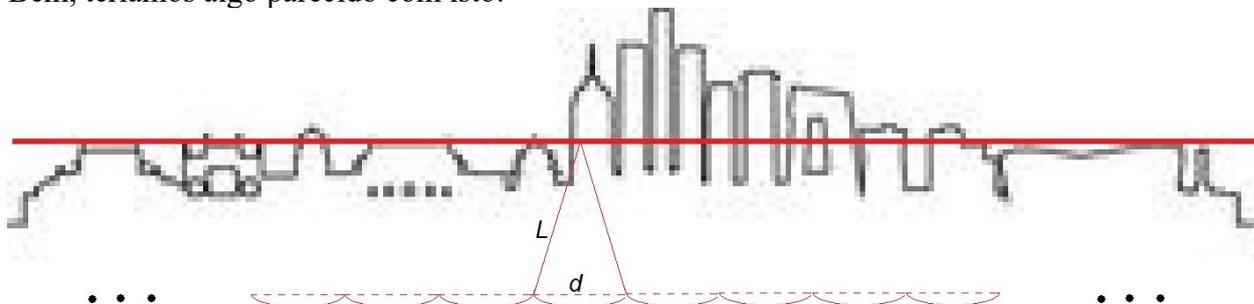
Quando o trânsito ajuda, um taxista pode fazer esse trajeto de 2,80 km em 9,00 min.



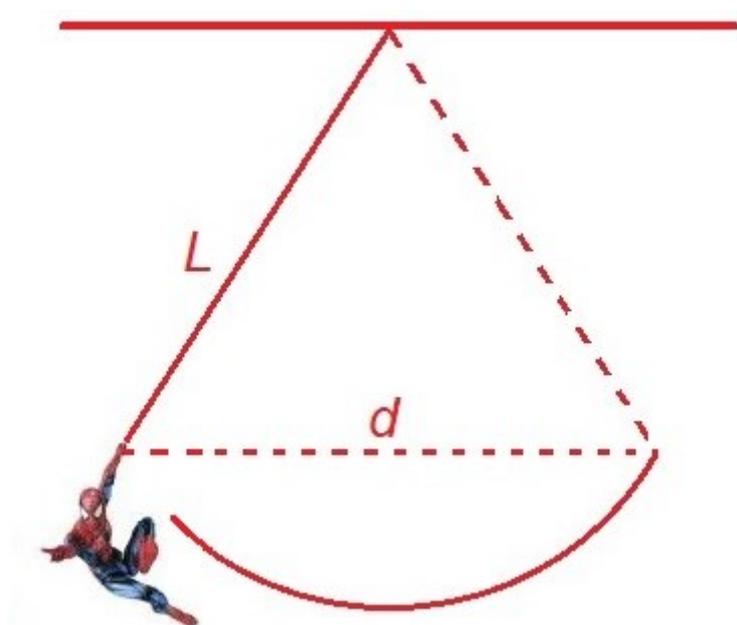
Fonte: recorte de tela do Google Maps, acessado em 15/09/2020

Mas o *Lançador de Teias* fará esse trajeto com uma sucessão de oscilações pendulares. Vamos considerar que cada oscilação se assemelha à oscilação de um pêndulo simples e que ocorre em um plano vertical (o que não é verdade, mas isso é ignorado em muitas versões de jogos eletrônicos).

Bem, teríamos algo parecido com isto:



Onde a linha reta vermelha corresponde a uma posição média onde se prende a teia.

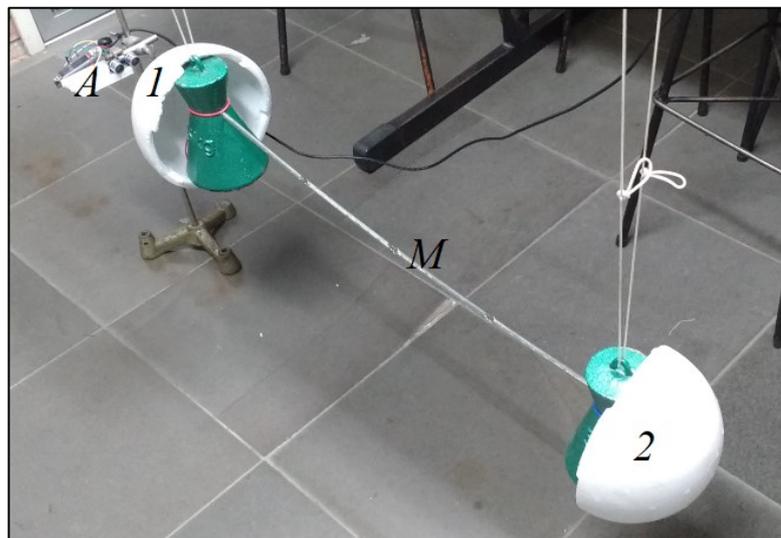


Sabendo que o comprimento da teia vale L e o deslocamento na horizontal para cada oscilação vale d , responda as perguntas da AP1 do 3º trimestre.

ANEXO F – Texto de apoio 2 para realização da AP1

Uso do Arduino no Laboratório de Física do CMPA

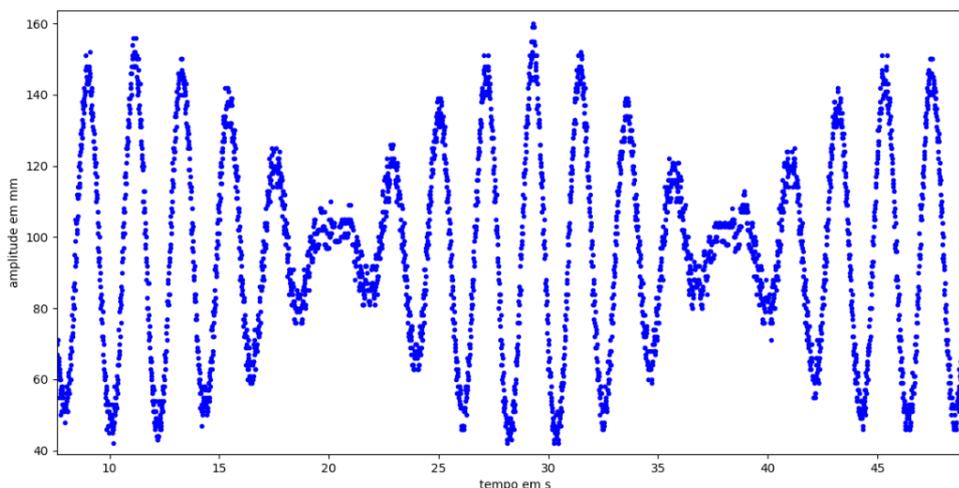
Mais uma montagem foi feita no Laboratório de Física do CMPA para coletar dados e confeccionar gráficos de oscilações com o uso do Arduino.



Duas massas (1 e 2) de 5,00 kg foram penduradas de maneiras idênticas e acopladas por uma mola (M) de massa desprezível, e colocadas a oscilar numa pequena amplitude.

O sensor ultrassônico (A) foi colocado próximo à massa 1 e, para aumentar a sua sensibilidade, foi colada a essa massa uma meia casca esférica de isopor, cujo objetivo é aumentar a área de reflexão do ultrassom, não apresentando perdas significativas de energia por atrito.

Após um certo número de oscilações, obtivemos o seguinte gráfico:

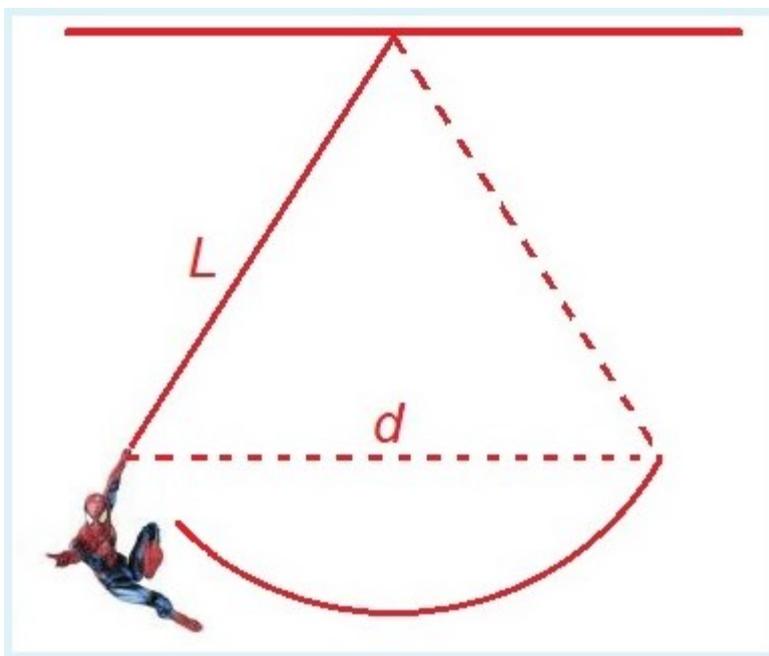


De posse dessas informações, responda as questões da AP1 do 3º trimestre.

ANEXO G – 1ª Avaliação Parcial do 3º Trimestre

Questão 1

Considere o movimento de oscilação do Homem Aranha como sendo MHS de um pêndulo simples, conforme Texto de Apoio 01.



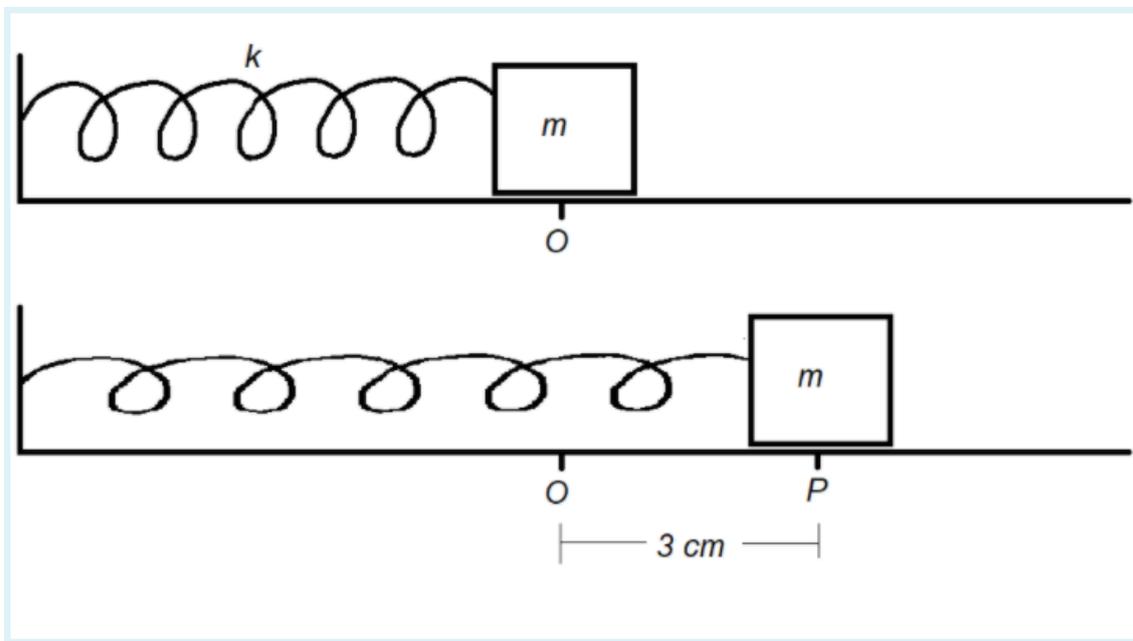
Sabendo que $g = 9,80 \text{ m/s}^2$, $L = 120,0 \text{ m}$, e $d = 120,0 \text{ m}$, calcule o tempo total necessário para o aracnídeo percorrer uma distância de 2800 m.

Escolha uma:

- a. 4,28 min
- b. 5,11 min
- c. 3,31 min
- d. 6,30 min
- e. 7,85 min

Questão 2

O bloco da figura tem massa $m = 0,200 \text{ kg}$ e está preso à mola de constante elástica $k = 9,00 \text{ N/m}$.



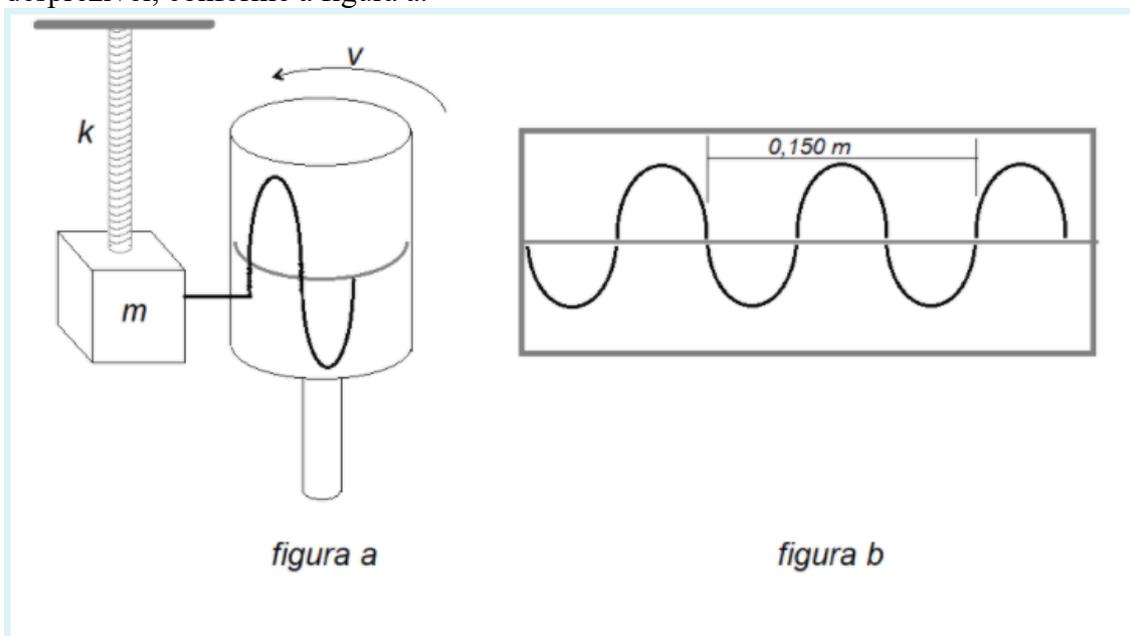
Por meio de uma ação externa distende-se a mola de $3,00 \text{ cm}$, abandonando-se o conjunto, que começa a oscilar, efetuando um MHS na ausência de forças dissipativas. Calcule o período do movimento.

Escolha uma:

- a. $1,25 \text{ s}$
- b. $1,16 \text{ s}$
- c. $0,937 \text{ s}$
- d. $0,621 \text{ s}$
- e. $0,709 \text{ s}$

Questão 3

Um corpo de massa $m = 1,00 \text{ kg}$ oscila livremente, suspenso a uma mola helicoidal de massa desprezível, conforme a figura a.



Preso ao corpo, há um estilete que registra num papel vertical as posições do corpo. O papel vertical envolve um cilindro que gira com velocidade angular constante. Seja $v = 0,270 \text{ m/s}$ a velocidade dos pontos do papel vertical. Os dados obtidos no papel estão indicados na figura b.

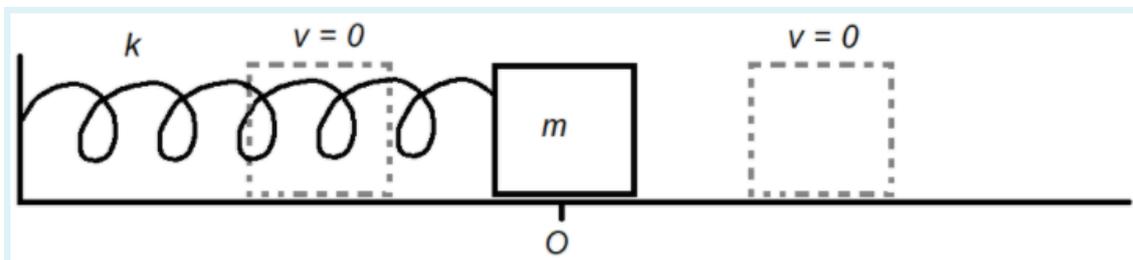
Calcule a constante elástica da mola.

Escolha uma:

- a. 453 N/m
- b. 288 N/m
- c. 179 N/m
- d. 370 N/m
- e. 220 N/m

Questão 4

Um bloco material de massa $m = 0,100$ kg oscila em torno da posição O, realizando um MHS, na ausência de forças dissipativas.



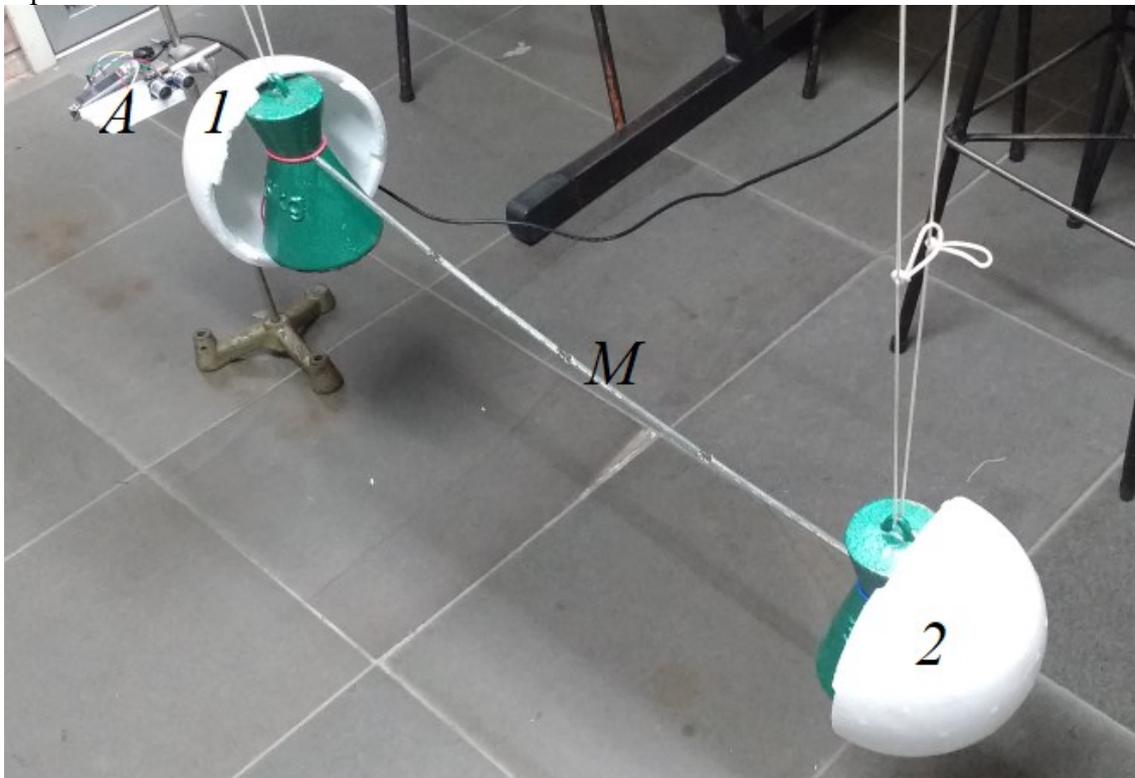
A energia mecânica do sistema é 1,60 J. Calcule a amplitude da oscilação. $k = 40$ N/m.

Escolha uma:

- a. 0,271 m
- b. 0,321 m
- c. 0,283 m
- d. 0,253 m
- e. 0,371 m

Questão 5

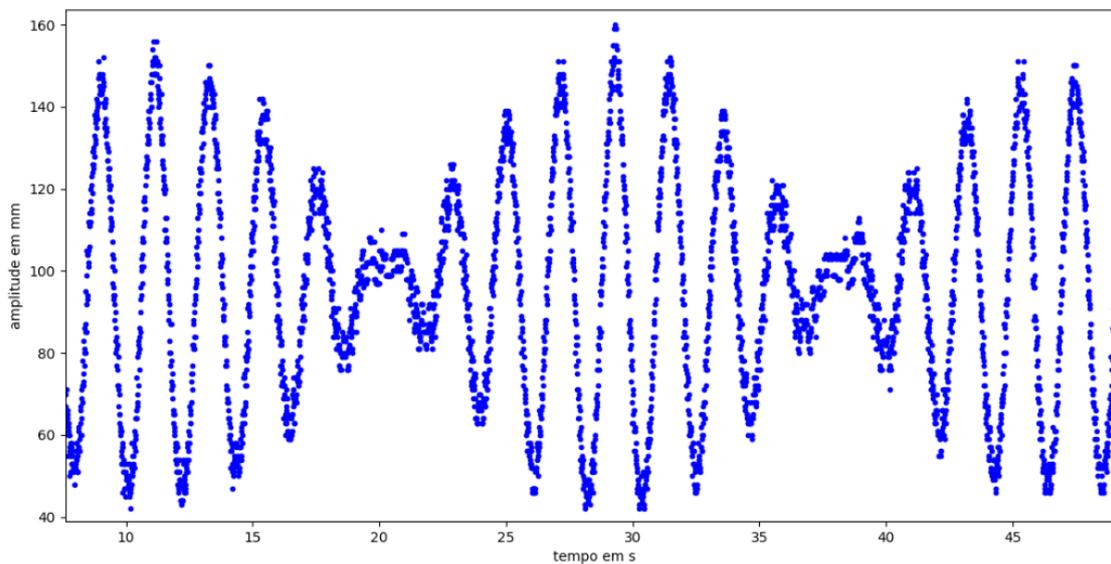
Novamente o Arduino foi utilizado para confeccionar gráficos de oscilações, desta vez, conforme o Texto de Apoio 02, Uso do Arduino, disponibilizado previamente no mesmo tópico desta AP1.



Duas massas (1 e 2) de 5,00 kg foram penduradas de maneiras idênticas e acopladas por uma mola (M) de massa desprezível, e colocadas a oscilar numa pequena amplitude.

O sensor ultrassônico (A) foi colocado próximo à massa 1 e, para aumentar a sua sensibilidade, foi colada a essa massa uma meia casca esférica de isopor, cujo objetivo é aumentar a área de reflexão do ultrassom, não apresentando perdas significativas de energia por atrito.

Após um certo número de oscilações, obtivemos o seguinte gráfico:



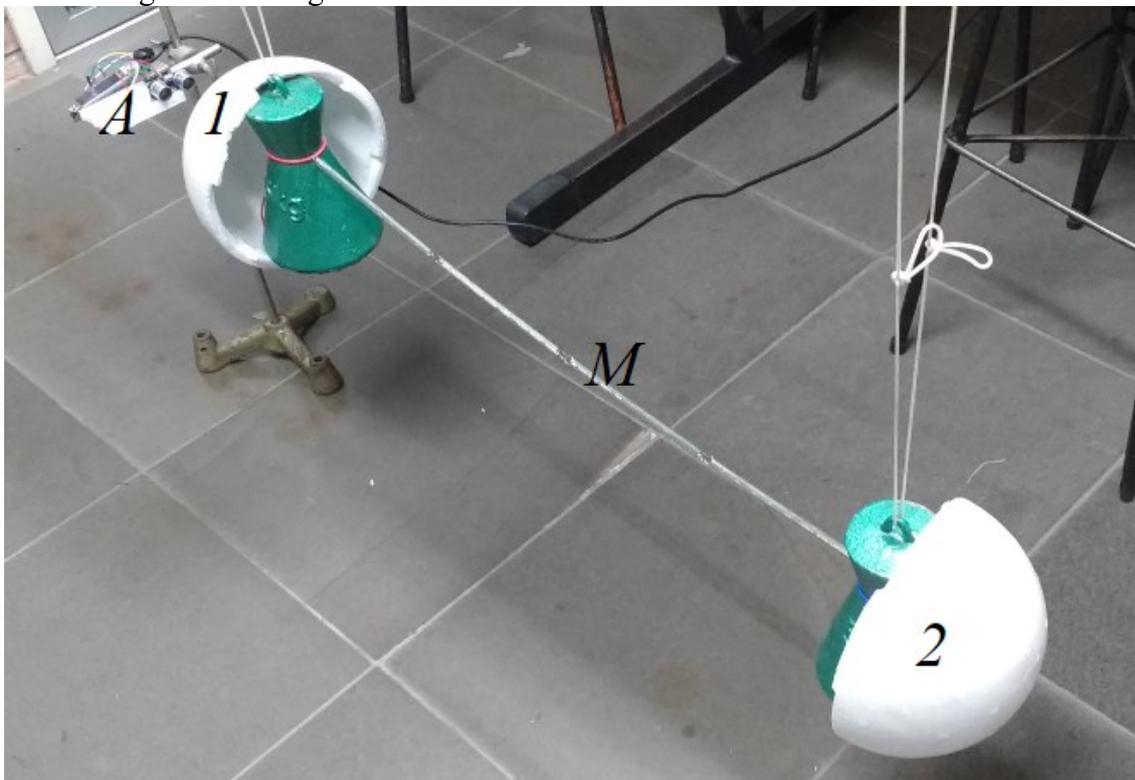
De posse dessas informações, podemos afirmar que:

Escolha uma:

- A transferência de energia de um pêndulo a outro ocorre em intervalos de 40 s, aproximadamente.
- A frequência de oscilação é de 0,050 Hz, aproximadamente.
- O período de oscilação é de aproximadamente 2,0 s.
- O comprimento do pêndulo é aproximadamente 3,0 m.
- A amplitude máxima de oscilação é de quase 120 mm.

Questão 6

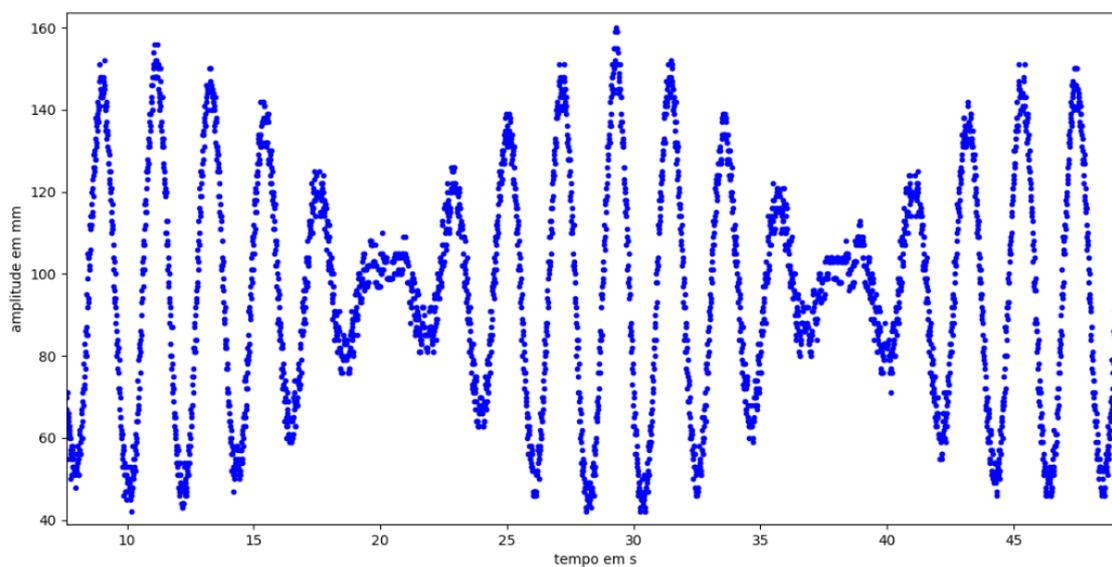
Como visto no Texto de Apoio 02, Uso do Arduino no Laboratório de Física do CMPA, temos a seguinte montagem:



Duas massas (1 e 2) de 5,00 kg foram penduradas de maneiras idênticas e acopladas por uma mola (M) de massa desprezível, e colocadas a oscilar numa pequena amplitude.

O sensor ultrassônico (A) foi colocado próximo à massa 1 e, para aumentar a sua sensibilidade, foi colada a essa massa uma meia casca esférica de isopor, cujo objetivo é aumentar a área de reflexão do ultrassom, não apresentando perdas significativas de energia por atrito.

Após um certo número de oscilações, obtivemos o seguinte gráfico:



Então, com os seus conhecimentos de MHS, Pêndulo Simples, Acoplamento e Energia Mecânica, descreva o que está acontecendo durante as oscilações, na montagem acima.

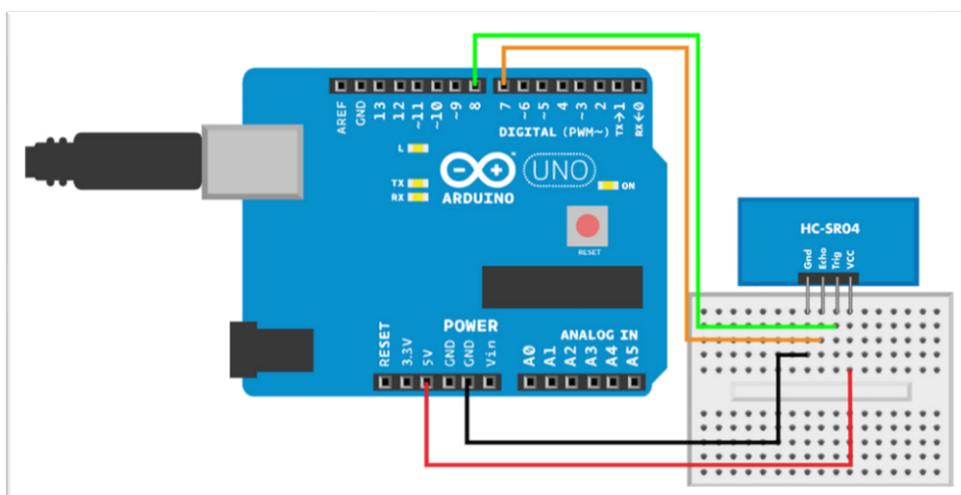
ANEXO H – Conexões da placa Arduino

Sensor HC-SR04



Fonte: Getting Started with Sensors, Karvinen, 2014, Maker Media

Conexões do sensor ao Arduino usando uma protoboard



Fonte: Getting Started with Sensors, Karvinen, 2014, Maker Media

ANEXO I – Programação do Arduino

```

// hc-sr04.ino - distance using ultrasonic ping sensor
// (c) BotBook.com - Karvinen, Karvinen, Valtokari
int trigPin = 8; //
int echoPin = 7; //
float v=331.5+0.6*20; // m/s //
void setup() //
{
  Serial.begin(9600); //
  pinMode(trigPin, OUTPUT); //
  pinMode(echoPin, INPUT); //
}
float distanceCm(){ //
  // send sound pulse //
  digitalWrite(trigPin, LOW); //
  delayMicroseconds(3); //
  digitalWrite(trigPin, HIGH); //
  delayMicroseconds(5); //
  digitalWrite(trigPin, LOW); //
  // listen for echo //
  float tUs = pulseIn(echoPin, HIGH); // microseconds //
  float t = tUs / 1000.0 / 1000.0 / 2.0; // s //
  float d = t*v; // m //
  return d*100; // cm //
}
void loop() //
{
  int d=distanceCm(); //
  Serial.println(d, DEC); //
  delay(200); // ms //
}

```

//Para melhores detalhes, consultar KARVINEN (2014, p 58).//

ANEXO J – Programa Python para confecção de gráficos

##Trata-se de uma opção para a confecção de gráficos obtidos a partir dos dados levantados
##com o sensor ultrassônico do Arduino, através de uma porta serial. Pode-se utilizar o
##próprio IDE do Arduino para simplificar.

```
import serial
import matplotlib.pyplot as plt

x = [];
y = [];

serial_port = 'COM4';
baud_rate = 9600; #In arduino, Serial.begin(baud_rate)
write_to_file_path = "experimento.txt";

output_file = open(write_to_file_path, "w+");
ser = serial.Serial(serial_port, baud_rate)
i = 0;
while i < 10000:
    y_bin = ser.readline();
    #print(y_bin);
    y_str = y_bin.decode("utf-8") #ser.readline returns a binary, convert to string
    y_str2 = y_str.rstrip('\n')
    #print(y_str);
    output_file.write(y_str2);
    y_int = int(y_str);
    print(y_int);
    y.append(y_int);
    x.append(i*0.010);
    i = i + 1;
output_file.close();

plt.plot(x,y,'b.')
plt.ylabel('amplitude em mm')
plt.xlabel('tempo em s')
plt.show()

##Para melhores informações, consultar:
##https://realpython.com/python-matplotlib-guide/
##https://matplotlib.org/stable/
##https://pyserial.readthedocs.io/en/latest/pyserial.html
```