

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

BIANCA DE CASTRO RICARTE

ANÁLISE DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA LOCAL, NO PLANO DE LANÇAMENTO DE  
CATENÁRIAS LIVRES, DA CURVATURA DINÂMICA NO TOUCH DOWN POINT DE  
RISERS

Joinville  
2021

BIANCA DE CASTRO RICARTE

ANÁLISE DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA LOCAL, NO PLANO DE LANÇAMENTO DE  
CATENÁRIAS LIVRES, DA CURVATURA DINÂMICA NO TOUCH DOWN POINT DE  
RISERS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Naval, no curso Engenharia Naval da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo

Joinville  
2021

BIANCA DE CASTRO RICARTE

ANÁLISE DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA LOCAL, NO PLANO DE LANÇAMENTO DE  
CATENÁRIAS LIVRES, DA CURVATURA DINÂMICA NO TOUCH DOWN POINT DE  
RISERS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 30 de novembro de 2021.

**Banca Examinadora:**

---

Orientador: Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo  
Orientador(a)

Presidente

---

Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Luis Fernando Peres Calil  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Viviane Lilian Soethe  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

## RESUMO

O presente trabalho trata sobre o comportamento da curvatura no entorno do ponto de contato com o solo de risers e tubos flexíveis na situação de ausência de choque (regime dinâmico subcrítico) considerando-se o efeito da rigidez flexional. Utilizou-se expressões analíticas já existentes para um estudo de caso com dados de risers reais presentes na Bacia de Campos. A primeira parte do estudo consiste em recuperar os dados apresentados por Pesce (1997) no que diz respeito à solução assintótica local, em regime dinâmico subcrítico, por meio de um código desenvolvido em Python para, então, validar seu uso e aplicá-lo ao estudo de caso. Por fim, foram feitas análises e comparações do comportamento da curvatura dinâmica dos risers da Bacia de Campos com os resultados obtidos dos ensaios experimentais desenvolvidos nos laboratórios da Divisão de Tecnologia de Transportes do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo.

**Palavras-chave:** Risers. Touch Down Point. Análise dinâmica.

## **ABSTRACT**

This paper deals with the behavior of the curvature around the ground contact point of risers and flexible pipes in the situation of no shock (subcritical dynamic regime) considering the effect of flexural rigidity. Existing analytical expressions were used for a case study with data from real risers present in the Bacia de Campos. The first part of the study consists in recovering the data presented by Pesce (1997) regarding the local asymptotic solution, in the subcritical dynamic regime, by means of a code developed in Python to then validate its use and apply it to the case study. Finally, analyses and comparisons of the behavior of the dynamic curvature of the Bacia de Campos risers were made with the results obtained from experimental tests developed in the laboratories of the Transportation Technology Division of the Institute for Technological Research of the State of São Paulo.

**Keywords:** Risers. Touch Down Point. Dynamic Analysis.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço à Deus por tudo que tenho em minha vida.

Aos meus pais por sempre me apoiarem. Agradeço ao meu pai, Clébio, por sempre acreditar em mim e não medir esforços para me dar o melhor possível e agradeço à minha mãe, Márcia, por me motivar sempre que estou desanimada mesmo que seja do seu jeito.

Ao meu irmão, João Pedro, pelo carinho, por acreditar e sempre ver o melhor em mim.

Às minhas avós, Euza e Cleide, por todas as orações que fizeram e fazem por mim e por sempre me mostrarem o lado bom de cada situação.

Aos meus amigos de Fortaleza, em especial ao Lucas e ao Pedro, que, apesar da distância, sempre me escutaram e estiveram presentes durante todos esses anos.

Aos amigos feitos em Joinville, em especial à Gabriela, ao Gustavo e ao Lucas, por estarem presentes nos piores e nos melhores momentos da minha vida desde o início da faculdade.

Ao prof. Dr. André Fugarra pela ajuda, a qual foi fundamental para o meu desenvolvimento neste trabalho.

Ao meu orientador, prof. Dr. Marcos Alves Rabelo, por toda atenção, paciência e por acreditar no meu potencial.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Riser em catenária livre. . . . .	13
Figura 2 – Exemplo de configuração de cabos umbilicais . . . . .	14
Figura 3 – Maquete virtual de um tubo flexível exibindo camadas que o compõe feito pelo Tanque Numérico da Escola Politécnica da USP. . . . .	15
Figura 4 – Configurações de risers: a(Vertical), b(Catenária), c(Steep-wave), d(lazy-wave) . . . . .	17
Figura 5 – Ilustrações de TDPs nas configurações de catenária e lazy-wave . .	17
Figura 6 – Ponto de contato instantâneo (PCI) e analogia com cilindro de raio que rola sem escorregar . . . . .	18
Figura 7 – O problema plano . . . . .	19
Figura 8 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,2; a_0/\lambda = 1; \phi = \pi; s/\lambda =$ $-0,5; 0; +0,5$ . . . . .	21
Figura 9 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,1; 0,2; 0,4; a_0/\lambda = 1; \phi =$ $\pi; s/\lambda = 0$ . . . . .	22
Figura 10 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,1; 0,2; 0,4; a_0/\lambda = 1; \phi =$ $-\pi/2; s/\lambda = 0$ . . . . .	23
Figura 11 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,1; 0,2; 0,4; a_0/\lambda = 1; \phi =$ $0; s/\lambda = 0$ . . . . .	23
Figura 12 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,2; a_0/\lambda = 1; 10; 100; \phi = \pi; \hat{s}/\lambda =$ $a_0/\lambda - 1$ . . . . .	24
Figura 13 – Processo simplificado das etapas do trabalho . . . . .	26
Figura 14 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,2; a_0/\lambda = 1; \phi = \pi; s/\lambda =$ $-0,5; 0; +0,5$ . . . . .	27
Figura 15 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0,1; 0,2; 0,4; 1,0; a_0/\lambda = 1; \phi =$ $\pi; s/\lambda = 0$ . . . . .	28

Figura 16 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 0, 6; a_0/\lambda = 1; \phi = -\pi/2; s/\lambda = 0$ . . . . .	29
Figura 17 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; a_0/\lambda = 1; \phi = 0; s/\lambda = 0$ . . . . .	30
Figura 18 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática. $\tau_0/T_0 = 0, 2; a_0/\lambda = 1; 10; 100; \phi = \pi; \hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$ . . . . .	30
Figura 19 – Parâmetros de valores típicos de <i>risers</i> de aço para a Bacia de Campos	31
Figura 20 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 3; $\phi = \pi$ ; . . . . .	32
Figura 21 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 4 $\phi = \pi$ . . . . .	32
Figura 22 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 3 $\phi = \pi$ . . . . .	33
Figura 23 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 4 $\phi = \pi$ . . . . .	33
Figura 24 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 3; $\phi = \pi; \phi = -\pi/2$ .	34
Figura 25 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 4; $\phi = \pi; \phi = -\pi/2$ .	34
Figura 26 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 3; $\phi = \pi; \phi = -\pi/2$ .	35
Figura 27 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 4; $\phi = \pi; \phi = -\pi/2$ .	35
Figura 28 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 3 para três diferentes seções; $\phi = \pi$ ; . . . . .	36
Figura 29 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 4 para três diferentes seções; $\phi = \pi$ ; . . . . .	37
Figura 30 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 3 para três diferentes seções; $\phi = \pi$ ; . . . . .	37
Figura 31 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 4 para três diferentes seções; $\phi = \pi$ ; . . . . .	38
Figura 32 – Dados para as seções dos extensômetros 05, 41 e 81. . . . .	39

Figura 33 – Curvatura adimensional seção crítica "41" e seção crítica do riser 16" - Mar 4 . . . . .	39
Figura 34 – Curvatura adimensional seção "05" e seção à esquerda da seção crítica do riser 16" - Mar 4 . . . . .	40
Figura 35 – Curvatura adimensional seção "81" e seção à direita da seção crítica do riser 16" - Mar 4 . . . . .	41

## LISTA DE SÍMBOLOS

$B$	Rigidez flexional
$Q$	Esforço cortante
$q$	Peso imerso da linha por unidade de comprimento
$s$	Coordenada curvilínea medida ao longo da linha
$T$	Tração Efetiva
$t$	Tempo
$\beta(\xi, t)$	Função adimensional que comparece na solução dinâmica de curvatura na camada limite do TDP (ver equação 2.5)
$\gamma$	Peso específico da linha por unidade de comprimento
$\gamma(s, t)$	Perturbação no ângulo da linha com horizontal em relação à configuração estática
$\delta$	Indica variação
$\theta(s)$	Ângulo estático ao longo da linha elástica, em relação à horizontal
$\vartheta(s, t)$	Parcela dinâmica do esforço cortante, no problema plano
$\Theta(s, t)$	Ângulo ao longo da linha elástica, com a horizontal, em um dado instante
$\lambda$	Indica comprimento de flexão na região do ponto de contato com o fundo
$\xi$	Coordenada curvilínea adimensional, definida localmente, junto às extremidades onde o adimensionalizador é o comprimento de flexão
$\hat{\xi}$	É a coordenada curvilínea adimensional indicativa da seção junto ao TDP onde ocorrem as maiores variações de curvatura em uma dada situação

$\xi_0(t)$	Indica a função descritiva do movimento oscilatório do ponto de contato instantâneo, junto ao fundo, adimensionalizada pelo comprimento de flexão local
$\tau(s, t)$	Indica a parcela dinâmica (perturbação) da tração ao longo da linha em torno da solução estática correspondente
$\chi$	Curvatura dinâmica
$\chi_0$	Curvatura estática junto ao ponto de contato com o fundo
$\omega$	Frequência angular associada à ação de ondas de gravidade ou a movimento harmônico
$\varphi_v$	Parcela dinâmica das forças de natureza hidrodinâmica agentes ao longo da alinha

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REFERÊNCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Tubos Flexíveis e Cabos Umbilicais</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Análise Global</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.3</b>	<b>Análise Estrutural</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Configurações e o Touch Down Point</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>2.5</b>	<b>Problema Dinâmico Plano de Linhas Submersas</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>2.6</b>	<b>Equação Geral do Plano</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>2.7</b>	<b>Solução assintótica para a curvatura dinâmica considerando-se o efeito da rigidez flexional</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>RECUPERAÇÃO DE DADOS</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>4.1</b>	<b>Ilustrações obtidas em Python</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>ESTUDO DE CASO</b> . . . . .	<b>31</b>
<b>5.1</b>	<b>Análise das Seções Críticas</b> . . . . .	<b>31</b>
<b>5.2</b>	<b>Comparativo das Seções</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>5.3</b>	<b>Comparativo com a Análise Experimental de Pesce</b> . . . . .	<b>38</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>42</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>43</b>
	<b>APÊNDICE A</b> . . . . .	<b>44</b>
	<b>APÊNDICE B</b> . . . . .	<b>45</b>
	<b>APÊNDICE C</b> . . . . .	<b>46</b>
	<b>APÊNDICE D</b> . . . . .	<b>48</b>
	<b>APÊNDICE E</b> . . . . .	<b>49</b>
	<b>APÊNDICE F</b> . . . . .	<b>50</b>

<b>APÊNDICE G</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>APÊNDICE H</b> . . . . .	<b>54</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A partir de 2008 a Petrobrás iniciou sua exploração de petróleo no pré-sal, aumentando a produção petrolífera no país (LIMA, 2008). Porém, as reservas da camada pré-sal, por serem em lugares remotos com condições extremamente complexas, têm a necessidade de novas tecnologias para projetos de perfuração e equipamentos de transportes do óleo para as plataformas offshore, a fim de melhorar a flexibilidade operacional.

Para extração do petróleo, utilizam-se os tubos flexíveis, ou risers, os quais fazem a conexão entre os poços de petróleo e as plataformas ou navios petroleiros e, segundo Rabelo (2014), são compostos por uma estrutura de várias camadas metálicas e poliméricas. Tais camadas tipicamente são: carcaça intertravada de aço, camada plástica interna, camada circunferencial de pressão, armadura de tração interna e externa e camada plástica externa

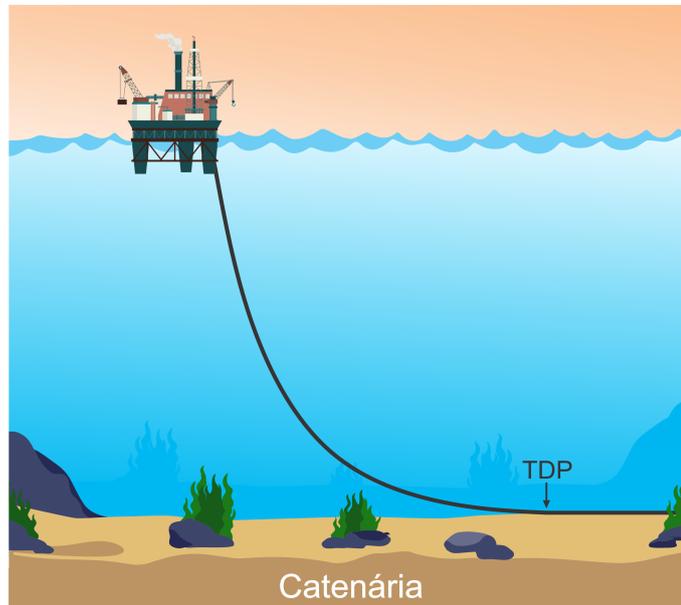
Essas estruturas estão expostas a vários tipos de esforços pois estão submetidas a fenômenos mecânicos, como a influência do movimento das ondas, correnteza e movimentos induzidos pela própria plataforma. Segundo Pesce (1997), esses tubos apresentam dois trechos. O primeiro fica assentado permanentemente sobre o leito do oceano; o segundo trecho, conhecido como "riser", apresenta-se como um longo vão suspenso desde a unidade de produção até o fundo. O trecho que fica assentado suporta cargas de natureza quase sempre estáticas, já sobre o trecho "riser", o carregamento tem, quase sempre, natureza dinâmica.

Segundo Pesce (1997), no que concerne às linhas elásticas submersas, sejam cabos ou tubos, existem três principais escalas de comprimento presentes: o próprio comprimento suspenso, que é diretamente proporcional à profundidade, o diâmetro da linha, que é muito pequeno se comparado ao comprimento, e por último, o comprimento de flexão, que mede a distância característica dentro da qual o comportamento de viga, dominante junto às extremidades ou restrições geométricas intermediárias, é compatibilizado ao comportamento de catenária, que rege o comportamento global da linha.

Este trabalho abordará o problema dinâmico estritamente no plano vertical, no plano de lançamento de catenárias livres (representado pela figura 1). Serão feitas análises do equacionamento desenvolvido por Pesce (1997) que rege o problema dinâmico relativo à curvatura no entorno do ponto de contato de tubos flexíveis com o solo na situação de ausência de choque (regime dinâmico subcrítico), considerando-se

o efeito da rigidez flexional, por meio de uma função não-linear, no tempo e no espaço, que depende da tração dinâmica, da função que descreve o movimento do ponto de contato instantâneo e do comprimento de flexão.

Figura 1 – Riser em catenária livre.



Fonte: Autor (2021)

## 1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho consiste na análise dinâmica das linhas submersas de tubos flexíveis e risers abrangendo a resposta dinâmica em curvatura e tração no Touch Down Point (TDP), considerando-se o efeito da rigidez flexional, por meio de simulação numérica utilizando a linguagem Python no aplicativo *web open-source Jupyter Notebook*.

## 1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Recuperar o modelo do comportamento dinâmico de Pesce (1997) através de código desenvolvido em Python.
- Análise da resposta dinâmica de curvatura no TDP.
- Estudo de caso com dados de risers reais para análise da resposta dinâmica de curvatura em regime dinâmico subcrítico.
- Análise e comparação do comportamento da curvatura dinâmica dos risers reais com os resultados obtidos dos ensaios experimentais desenvolvidos por Pesce (1997).

## 2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

### 2.1 Tubos Flexíveis e Cabos Umbilicais

Cabos umbilicais têm a finalidade de interligar uma unidade flutuante a um poço submerso executando diversas funções, dentre as quais: controle elétrico e/ou hidráulico, transmissão de sinais elétricos e/ou óticos, transmissão de energia elétrica para bombeamento submerso ou injeção de fluidos no poço (PROVASI, 2013).

Figura 2 – Exemplo de configuração de cabos umbilicais



Fonte: Prysmian Cables And Systems (2007)

Segundo Provasi (2013), tubos flexíveis, assim como cabos umbilicais, interligam a unidade flutuante ao poço produtor, porém tem como finalidade levar petróleo e gás do poço para a plataforma, injetar fluidos para melhorar a produtividade do poço, levar o óleo até refinarias ou estações de armazenamento, além de executar funções de perfuração, entre outras. Para cada uma das funções descritas, existem tipos específicos. Esses tubos são denominados 'risers' quando se encontram suspensos.



### **2.3 Análise Estrutural**

A análise estrutural está acoplada com a análise de fluidos para o problema de risers, uma vez que ocorre a interação entre o fluido e a estrutura (NETO; MARTINS, 2012). Segundo Neto e Martins (2012), é possível separar a análise estrutural de risers em uma parte estática e outra dinâmica.

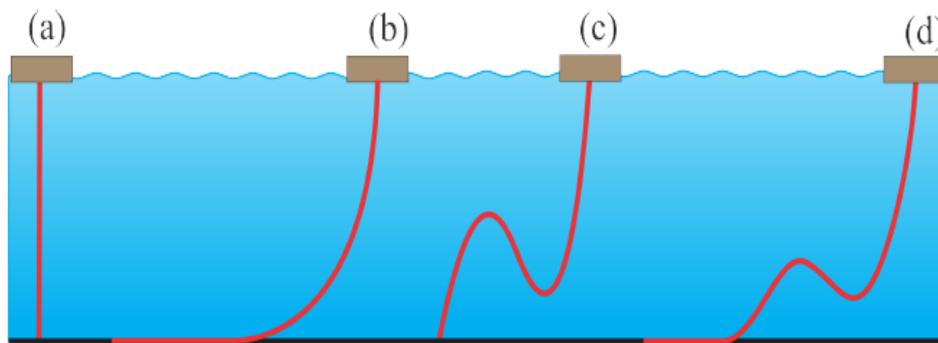
A análise estática considera os carregamentos estáticos existentes em um riser, como o arrasto hidrodinâmico devido às correntezas marítimas, modelado como uma força constante no tempo em cada seção transversal do riser, o peso próprio submerso da estrutura, a imposição de ângulos de topo devido à existência de enrijecedores de flexão em posições especificadas e a imposição de vínculos cinemáticos, como o solo do fundo do mar.

Já a análise dinâmica inclui todos os carregamentos presentes na análise estática mais carregamentos que dependam do tempo, como por exemplo: imposições do movimento do topo do riser (surgem devido ao movimento transmitido pela unidade flutuante), efeitos inerciais na estrutura do riser e efeitos de amortecimento hidrodinâmico do riser (NETO; MARTINS, 2012).

### **2.4 Configurações e o Touch Down Point**

Segundo Patel e Seyed (1995), risers podem se apresentar em diversos tipos de configurações geométricas. Uma configuração muito utilizada no Brasil é a de catenária, onde o riser é mantido tracionado, estando submetido ao seu peso próprio e fixo no topo. Porém, segundo Neto e Martins (2012), essa configuração pode se tornar inviável para águas ultra-profundas, quando existem grandes movimentos da plataforma de produção. Nesse caso, devem ser consideradas configurações alternativas, como a lazy-wave, a qual existem flutuadores distribuídos ao longo da porção intermediária do riser. A figura abaixo traz alguns exemplos dessas configurações.

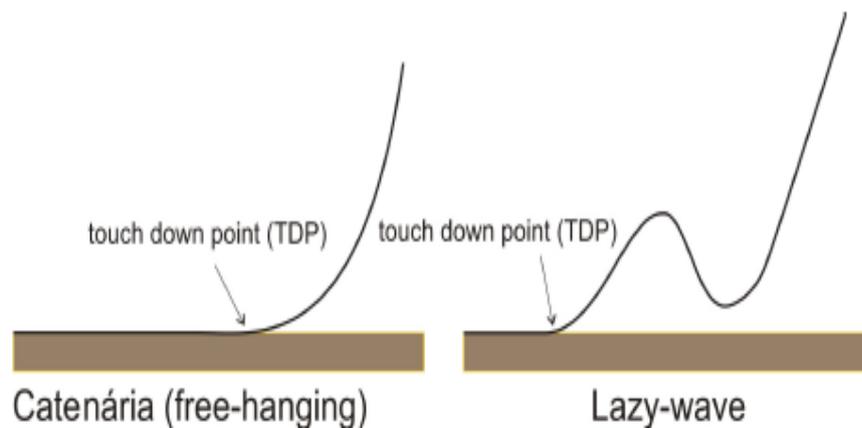
Figura 4 – Configurações de risers: a(Vertical), b(Catenária), c(Steep-wave), d(lazy-wave)



Fonte: Neto e Martins (2012)

As configurações de catenária e lazy-waze apresentam uma porção do riser acomodada sobre o fundo do mar, estando sujeita, portanto, a esforços normais e tangenciais a essa superfície (NETO; MARTINS, 2012). A figura 5 ilustra essas configurações com o touch down point (TDP), o qual representa a transição entre a região do riser em contato com o solo e a que não está em contato.

Figura 5 – Ilustrações de TDPs nas configurações de catenária e lazy-wave



Fonte: Neto e Martins (2012)

Segundo Neto e Martins (2012), o TDP é fisicamente importante na análise de risers pois representa uma transição entre curvaturas muito pequenas (parte que está sobre o solo - superfície tratada como plana) e curvaturas muito elevadas (parte que está suspensa próxima ao solo).

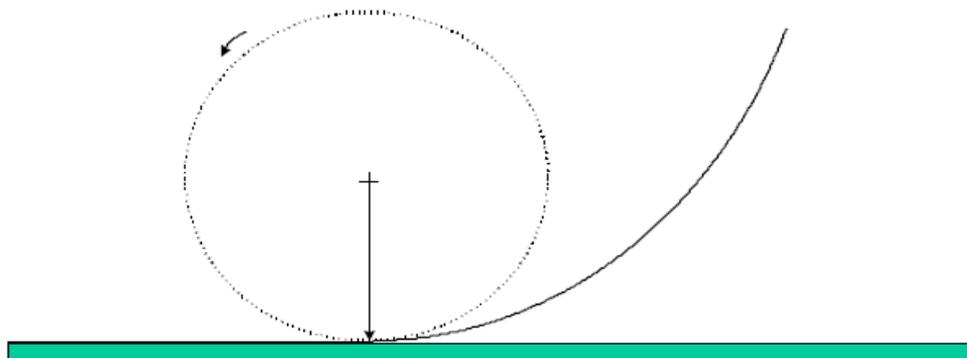
## 2.5 Problema Dinâmico Plano de Linhas Submersas

Segundo Pesce (1997), inicialmente, elabora-se o equacionamento do comportamento dinâmico global da linha mediante aplicações de técnicas de

perturbações em torno da configuração estática de equilíbrio. Porém, o ponto de contato com o fundo sofre variações, o que traz uma fonte de não-linearidade geométrica a qual é analisada cuidadosamente. Dessa análise do vínculo geométrico, a condição de "choque" com o solo é recuperada, apresentando dependência com o número de Mach local, que relaciona a velocidade de progressão do ponto de contato com a velocidade de propagação da onda elástica transversal.

Em regimes subcríticos, ou seja, quando o número de Mach ( $M$ ) é inferior a 1, o vínculo cinemático unilateral no fundo é então análogo ao movimento de um disco de raio variável que rola sem escorregamento. Nessa situação, o ponto de contato é denominado "ponto de contato instantâneo (PCI)". No PCI, junto ao ponto de contato com o fundo, as forças de restauração geométrica e elástica são dominantes sobre as forças de inércia e de arrasto, que podem ser localmente desconsideradas.

Figura 6 – Ponto de contato instantâneo (PCI) e analogia com cilindro de raio que rola sem escorregar



Fonte: Pesce (1997). Adaptado pela Autora

A resposta dinâmica subcrítica é então elaborada e a resposta dinâmica não-linear de curvatura da região do ponto de contato é determinada analiticamente. O modelo de Pesce (1997) é então comparado a resultados de experimentos dinâmicos feitos no laboratório do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, quando sua validade é demonstrada de forma definitiva.

## 2.6 Equação Geral do Plano

Pesce (1997) desenvolve o problema dinâmico a partir das funções do problema plano dinâmico (equações 2.1 e 2.2) e do esforço cortante (equação 2.3), as quais são obtidas a partir da configuração estática do problema plano (previamente determinada), e é caracterizada pelas funções  $\theta(s)$ , o ângulo da linha em relação a horizontal, e  $T(s)$ , a tração efetiva.

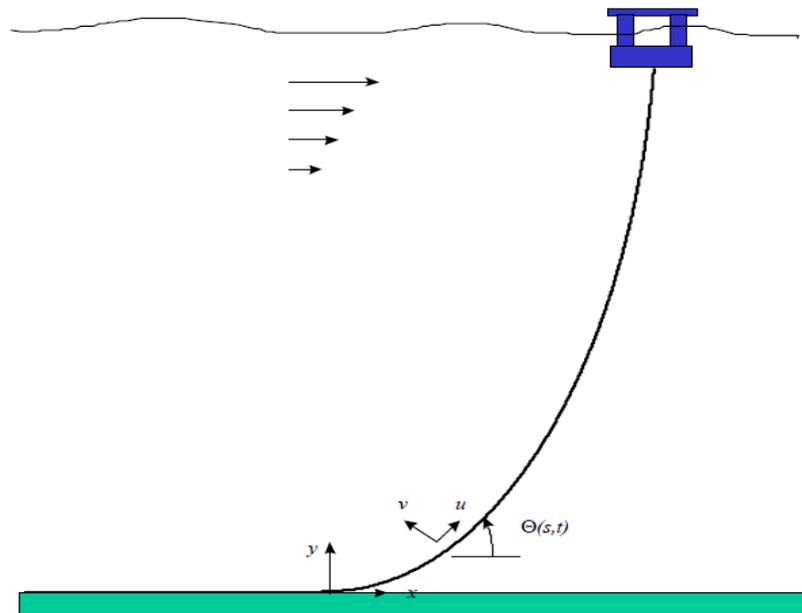
$$\Theta(s, t) = \theta(s) + \gamma(s, t) \quad (2.1)$$

$$T(s, t) = T(s) + \tau(s, t) \quad (2.2)$$

$$Q(s, t) = Q(s) + \vartheta(s, t) \quad (2.3)$$

O plano vertical (x,y) é orientado pelos versores **i**, **j** e o versor **k**, que completa a base ortonormal, é perpendicular ao plano. O triedo (**u**, **v**, **k**) é a base de orientação ao longo da linha, com **u** o versor na direção da tangente e **v** o versor na direção normal. Os pequenos deslocamentos nestas direções serão indicados pelas funções  $u(s,t)$  e  $v(s,t)$  (PESCE, 1997).

Figura 7 – O problema plano



Fonte: Pesce (1997)

A equação que rege a dinâmica geral no plano, se a propriedade de rigidez flexional for suposta invariante ao longo da linha, é representada por:

$$-B \frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2} - \gamma B \frac{d\Theta}{ds} \frac{\partial \chi}{\partial s} + T \chi + \gamma \frac{\partial T}{\partial s} + h_v + \varpi_v - q \cos \Theta = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Onde  $B$  representa a rigidez flexional,  $T$  a tração efetiva,  $h_v$  a força hidrodinâmica associada à correnteza constante,  $s$  a coordenada curvilínea medida ao longo da linha,  $\chi$  a curvatura ao longo da linha,  $\gamma$  o peso específico da linha por unidade de comprimento,  $\varpi_v$  a parcela dinâmica das forças de natureza hidrodinâmica agentes ao longo da linha,  $q$  o peso imerso da linha por unidade de comprimento,  $m$  a massa da linha por unidade de comprimento e  $t$  o tempo. A equação 2.4 é de fundamental importância à análise local, via técnica de *camada-limite*, empreendida junto ao TDP e

à extremidade superior. Porém, neste trabalho será analisada apenas a região junto ao TDP.

## 2.7 Solução assintótica para a curvatura dinâmica considerando-se o efeito da rigidez flexional

A partir da equação 2.4, no entorno do ponto de contato com o solo, tal que  $\Theta \cong 0$ , Pesce (1997) despreza as parcelas associadas às forças hidrodinâmicas de natureza viscosa, incorpora o termo associado à rigidez flexional (supondo que seja invariante ao longo do comprimento da linha) e aplica a condição de contorno no ponto de tangência com o solo (suposto rígido) e chega em:

$$\frac{\chi(\xi, t)}{\chi_0} = \frac{1}{1 + \frac{\tau(t)}{T_0}} (1 - e^{-\sqrt{1 + \frac{\tau(t)}{T_0}} \beta(\xi, t)}); \beta(\xi, t) > 0 \quad (2.5)$$

Sendo que:

$$\begin{aligned} \beta(\xi, t) &= \xi - \xi_0(t) + 1 \\ \xi &= s/\lambda \\ \xi_0(t) &= x_0(t)/\lambda \end{aligned} \quad (2.6)$$

Onde  $\xi$  representa a coordenada curvilínea adimensional, definida localmente, junto às extremidades onde o adimensionalizador é o comprimento de flexão,  $\xi_0(t)$  a função descritiva do movimento oscilatório do ponto de contato instantâneo, junto ao fundo, adimensionalizada pelo comprimento de flexão local,  $\chi_0$  a curvatura estática junto ao ponto de contato com o fundo,  $\tau(t)$  a parcela dinâmica (perturbação) da tração,  $T_0$  a tração estática efetiva no TDP,  $\beta(\xi, t)$  a função adimensional na camada limite do TDP,  $\lambda$  o comprimento de flexão na região do ponto de contato com o fundo e, por último,  $x_0(t)$  a função descritiva da posição do ponto de contato instantâneo junto ao fundo.

A equação 2.5 representa, segundo Pesce (1997), a *solução assintótica local, em regime dinâmico subcrítico*, ou seja, regime dinâmico na ausência de choque ( $M < 1$ ). Pesce (1997) também observa que a dinâmica local é escrita em resposta à dinâmica global da linha, caracterizada pelas funções  $\xi_0(t) = x_0(t)/\lambda$  e  $\tau(t)/T_0$ , supostas oscilatórias mas que podem ter, eventualmente, uma estrutura policromática e, além disso, a solução 2.5 contém implícita a solução estática deduzida por ele anteriormente; basta que sejam consideradas nulas as funções  $\tau(t)$  e  $x_0(t)$ , para recuperar a mencionada solução assintótica. Vale ressaltar que, evidentemente, a solução assintótica perde a validade quando  $\tau(t)/T_0 = -1$ .

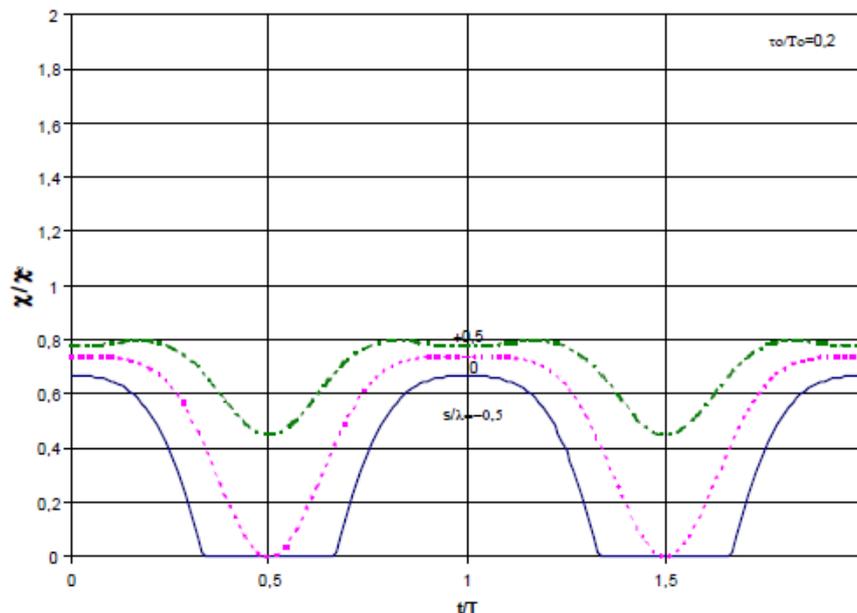
Outro ponto que Pesce (1997) destaca é que, para trações dinâmicas de baixa magnitude,  $|\tau(t)/T_0| < 1$ , a curvatura apenas se anulará em seções tais que  $\xi \leq \xi_0(t) - 1$ . Em particular, existe uma seção especial, a que denominaremos *crítica*, à qual corresponde  $\hat{\xi} = \xi_{0max} - 1$ , que define a posição limite, ao longo da linha, para uma dada solução dinâmica, à direita da qual a curvatura nunca se anula. Em outras palavras, a linha estará sempre suspensa se  $\xi > \hat{\xi}$ , nunca tocando o solo (PESCE, 1997).

Para construir as figuras a seguir, as quais ilustram a função 2.5, em resposta não linear a uma excitação monocromática e em termos de tração e do movimento do ponto de contato, Pesce (1997), por simplicidade, admite que as funções locais,

$$\begin{aligned} \frac{\tau(t)}{T_0} &= \frac{\tau_0}{T_0} \cos \omega t \\ \xi_0(t) &= \frac{x_0(t)}{\lambda} = \frac{a_0}{\lambda} \cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (2.7)$$

descrevam a solução dinâmica global a uma excitação harmônica, determinada previamente, por exemplo, pelo processamento de um código que resolva o problema no domínio da frequência (PESCE, 1997). Vale ressaltar que  $\omega$  representa a frequência de oscilação,  $\tau_0/T_0$  a amplitude de tração,  $a_0/\lambda$  a amplitude de movimento do ponto de contato instantâneo e  $\phi$  a fase relativa entre este movimento e a tração.

Figura 8 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0,2$ ;  $a_0/\lambda = 1$ ;  $\phi = \pi$ ;  $s/\lambda = -0,5; 0; +0,5$



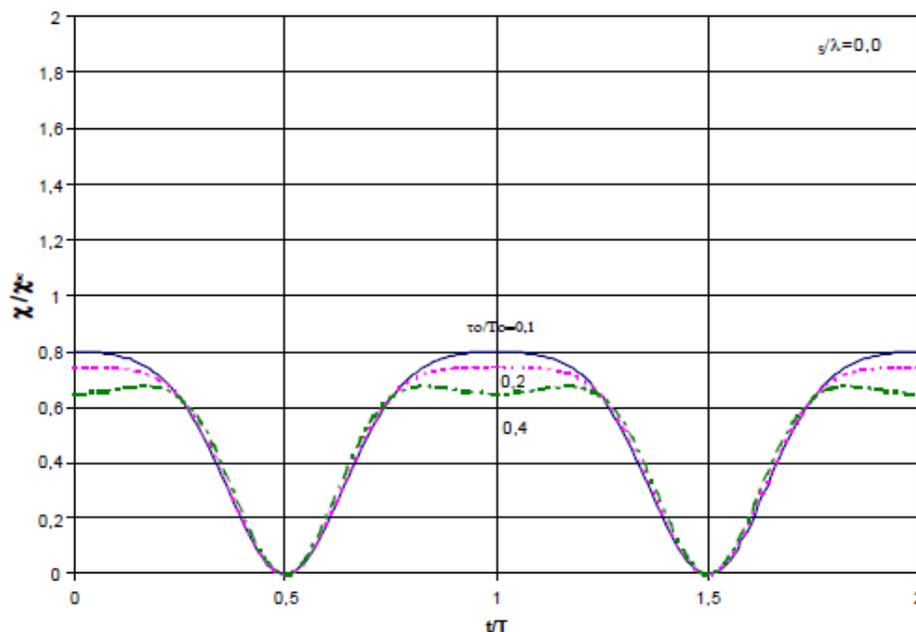
Fonte: Pesce (1997)

A figura 8 apresenta  $\chi(\xi, t)/\chi_0$  para três diferentes seções. Neste caso, a cota

que identifica a seção crítica é  $\hat{\xi} = 0$ . Então Pesce (1997) toma  $\xi = s/\lambda = -0,5; 0; +0,5$ . A primeira seção permanece periodicamente assentada sobre o fundo; a seção crítica,  $\xi = \hat{\xi} = a_0/\lambda - 1$ , apenas toca o fundo periodicamente; a terceira seção, por sua vez, jamais toca o solo, permanecendo sempre suspensa e, embora a curvatura atingida pela terceira seção seja de maior valor, a maior variação de curvatura corresponde à *seção crítica* (PESCE, 1997). O autor usa a seção crítica para fazer a comparação teórico-experimental de forma não ambígua e consistente.

Na figura 9 as respostas são parametrizadas na amplitude de tração, para três valores de  $\tau_0/T_0$  (0,1;0,2;0,4). A amplitude do movimento é mantida ( $a_0/\lambda = 1$ ) e apenas a seção crítica é considerada.

Figura 9 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; a_0/\lambda = 1; \phi = \pi; s/\lambda = 0$

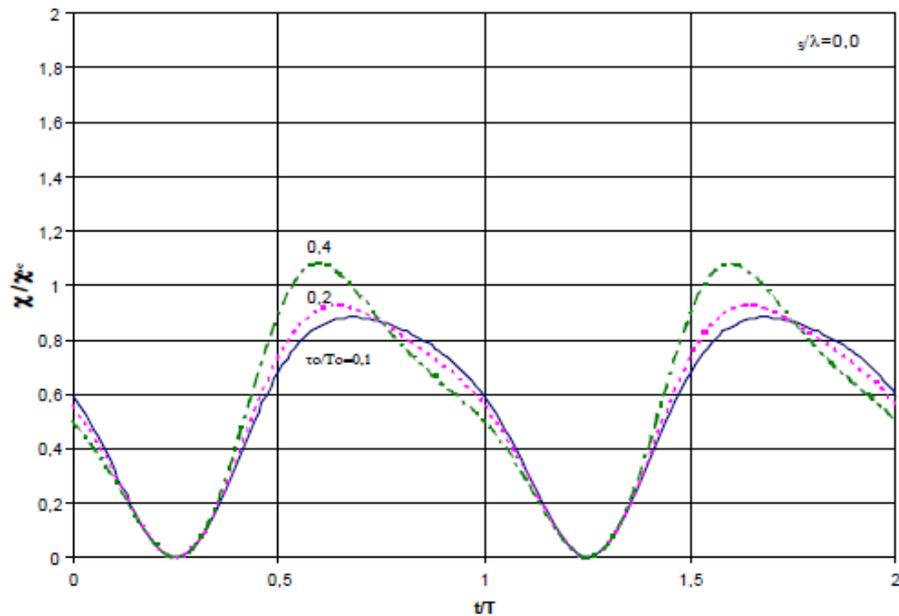


Fonte: Pesce (1997)

Percebe-se que quanto maior for a amplitude da tração dinâmica mais pronunciado será o 'segundo-harmônico' presente na resposta. No presente caso, com  $\phi = \pi$  (caso típico para risers de aço), que corresponde a um processo quase estático, o efeito da tração dinâmica se contrapõe ao efeito da variação periódica do ponto de contato (PESCE, 1997).

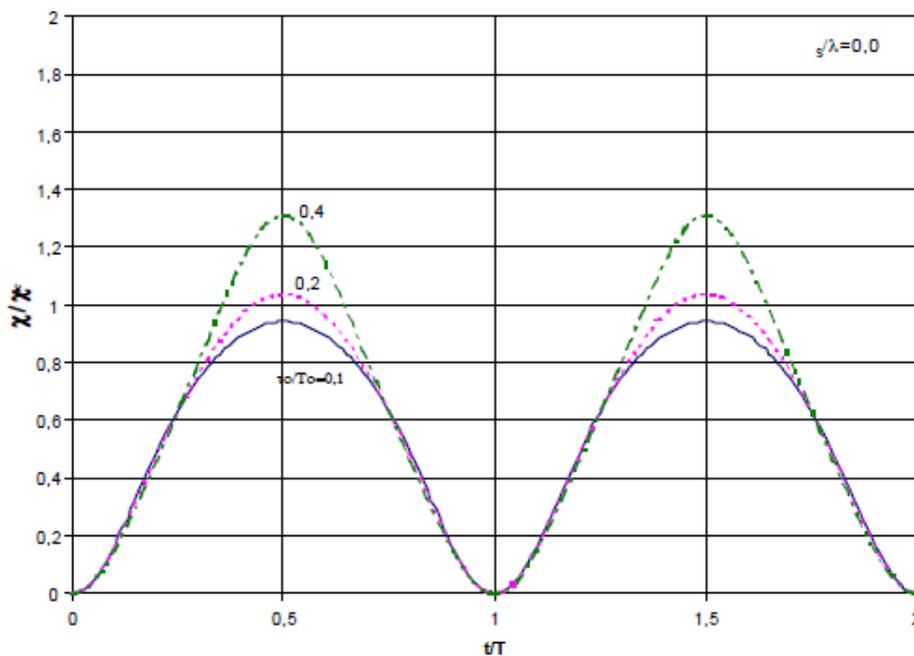
Na figura 10 a parametrização é a mesma. Segundo Pesce (1997), utilizando  $\phi = -\pi/2$  representa uma situação que pode eventualmente ocorrer para risers flexíveis, em condições de mar caracterizadas por baixas frequências de excitação. Aumenta sensivelmente a variação da curvatura.

Figura 10 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; a_0/\lambda = 1; \phi = -\pi/2; s/\lambda = 0$



Fonte: Pesce (1997)

Figura 11 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; a_0/\lambda = 1; \phi = 0; s/\lambda = 0$



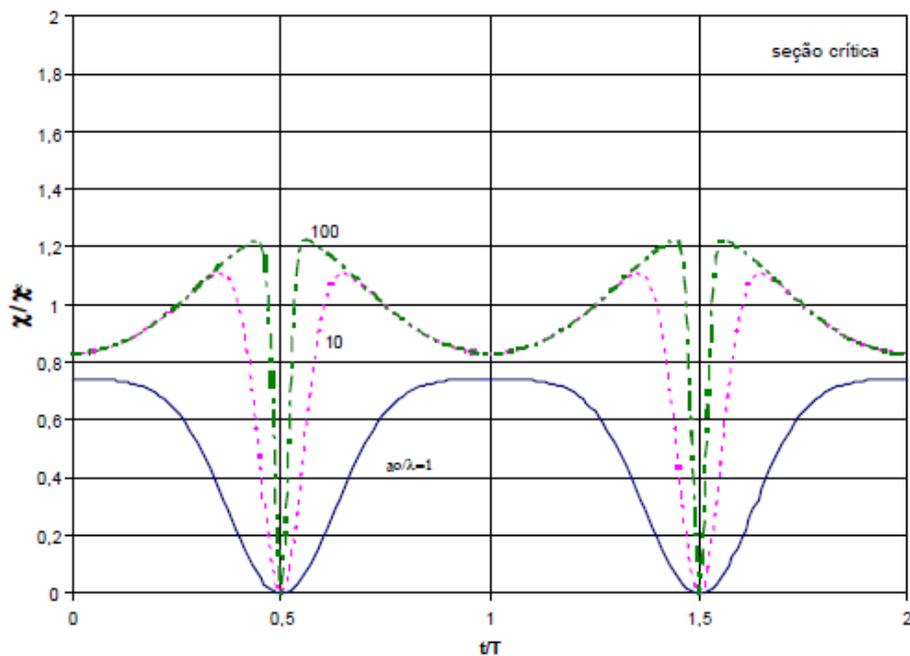
Fonte: Pesce (1997)

A figura 11 representa, segundo Pesce (1997), um caso hipotético, pois dificilmente ocorreria por razões físicas, mas é útil em termos de projeto, pois a variação

de curvatura resultante é, por certo, um limite superior em uma dada situação de excitação harmônica.

Outro exercício que Pesce (1997) propõe é verificar o comportamento da solução assintótica à medida em que a linha se aproxima de um cabo ideal, ou seja, à medida em que a rigidez flexional diminui. Pesce (1997) traça as curvas para as seções críticas correspondentes a cada valor de rigidez, de tal forma que  $s/\lambda = \hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$ . O autor também observa que, embora analítica, a função 2.5 apresenta comportamento bastante peculiar quando a rigidez flexional diminui: percebe-se uma brusca variação de curvatura quando a seção crítica toca o solo (como representado na figura 12). Segundo Pesce (1997), este instante corresponde à tração mínima, ou seja, a situação de máximo afrouxamento e, logo após esse instante, a seção levanta do solo à medida que a tração aumenta. Quando a tração atinge seu máximo, a seção crítica, ainda suspensa, experimenta um valor de mínimo local, proporcionado pelo tensionamento.

Figura 12 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 2$ ;  $a_0/\lambda = 1; 10; 100$ ;  $\phi = \pi$ ;  $\hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$



Fonte: Pesce (1997)

Pesce (1997) também exemplifica o poder da solução 2.5 apresentando a resposta não-linear de curvatura para um caso hipotético de excitação com dois harmônicos e, posteriormente, apresenta os resultados dos ensaios experimentais realizados nos laboratórios da Divisão de Tecnologia de Transportes do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, dentro de um programa de pesquisa financiado pela PETROBRÁS. Porém, tais seções não serão abordadas neste trabalho.

### 3 METODOLOGIA

Este trabalho propõem-se a um estudo analítico e numérico do problema dinâmico do plano de linhas submersas por meio da recuperação, em Python, do modelo analítico desenvolvido por Pesce (1997). As respostas dinâmicas obtidas serão comparadas com as respostas dinâmicas de risers presentes na Bacia de Campos e, também, serão feitas comparações com o experimento de Pesce (1997).

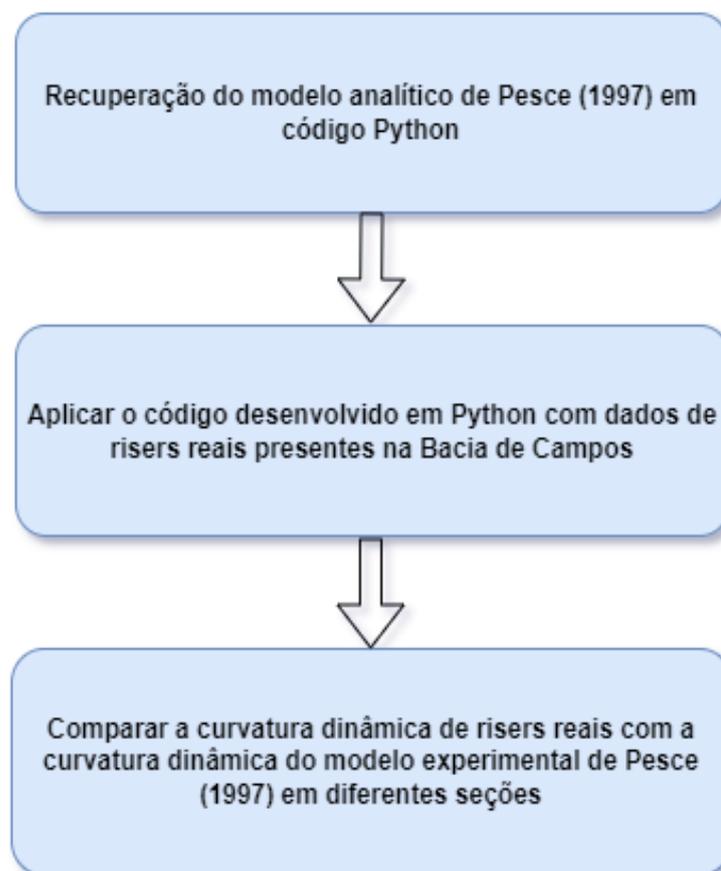
Para a construção dos gráficos na ferramenta Jupyter Notebook, utilizando Python como linguagem, foram importadas as bibliotecas *Sympy*, *Matplotlib* e *Seaborn*.

*Sympy* é uma biblioteca escrita inteiramente em Python para matemática simbólica e, segundo Sympy (2021), ela tem como objetivo tornar-se um sistema de álgebra computacional completo mantendo o código o mais simples possível para ser de fácil compreensão. *Matplotlib* é uma biblioteca abrangente para a criação de visualizações estáticas, animadas e interativas em Python (MATPLOTLIB, 2021). *Seaborn* é uma biblioteca de visualização de dados Python baseada em *Matplotlib* (WASKOM, 2021).

Em seguida, será realizado um estudo de caso com dados de risers reais disponíveis na literatura a fim de analisar a resposta dinâmica de curvatura em regime dinâmico subcrítico para as seções crítica, à direita e à esquerda de cada riser em seu respectivo estado de mar característico.

Por fim, as ilustrações da resposta dinâmica de curvatura obtidas dos risers presentes na Bacia de Campos serão comparadas com as ilustrações de curvatura obtidas das seções 05, 41 e 81 do modelo experimental desenvolvido por Pesce (1997).

Figura 13 – Processo simplificado das etapas do trabalho



Fonte: Autor (2021)

## 4 RECUPERAÇÃO DE DADOS

Este capítulo apresentará a recuperação dos resultados, por meio de ilustrações, da equação 2.5 e em seguida comparando-as com as ilustrações feitas por Pesce (1997) apresentadas anteriormente.

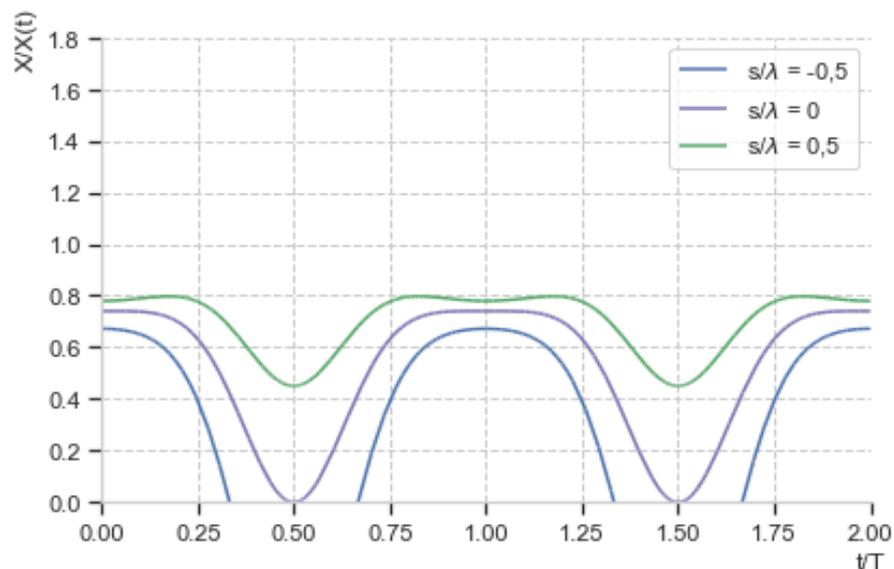
### 4.1 Ilustrações obtidas em Python

Foi desenvolvido o código para obtenção dos gráficos, os quais representassem a solução assintótica local (função 2.5), com os mesmos parâmetros utilizados por Pesce (1997) apresentados no capítulo 2 deste trabalho.

Para facilitar a implementação no código, nas figuras geradas em Python, a expressão  $X/X(t)$ , no canto superior esquerdo, está representando a solução assintótica local  $(\chi(\xi, t)/\chi_0)$ , em regime dinâmico subcrítico.

A figura 14 apresenta  $\chi(\xi, t)/\chi_0$  para três diferentes seções, sendo o mesmo caso representado pela figura 7. As cores azul, roxo e verde (curvaturas em ordem crescente de valores no gráfico) representam as seções  $s/\lambda = -0.5; 0; +0.5$ , respectivamente.

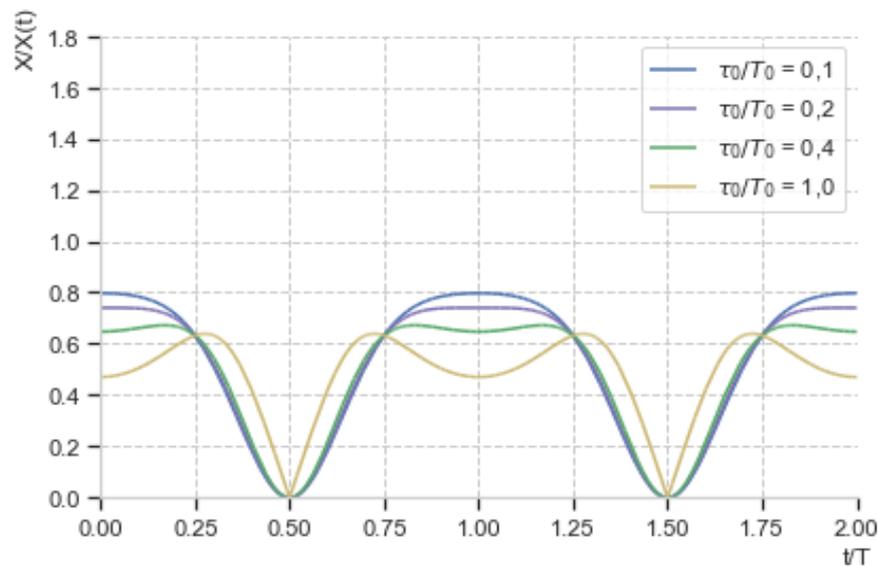
Figura 14 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 2; a_0/\lambda = 1; \phi = \pi; s/\lambda = -0, 5; 0; +0, 5$



Fonte: Autor (2021)

Na figura 15 é representado o caso da figura 9, com as respostas parametrizadas na amplitude de tração, porém, acrescentando-se um valor a mais, sendo quatro valores de  $\tau_0/T_0$  (0,1;0,2;0,4;1,0). A amplitude do movimento também é mantida ( $a_0/\lambda = 1$ ) mas apenas a seção crítica é considerada ( $s/\lambda = 0$ ). As cores azul, roxo, verde e amarelo (curvaturas em ordem decrescente de valores no gráfico) representam  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 1, 0$ , respectivamente.

Figura 15 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 1, 0$ ;  $a_0/\lambda = 1$ ;  $\phi = \pi$ ;  $s/\lambda = 0$

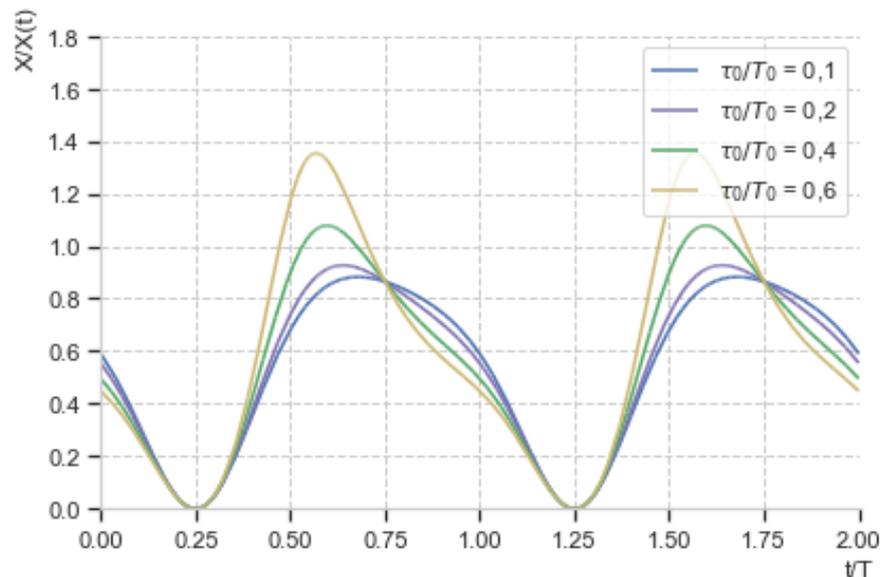


Fonte: Autor (2021)

A escolha de representar um valor a mais na amplitude de tração foi para deixar mais evidente que o efeito da tração dinâmica, de fato, se contrapõe com o efeito da variação periódica do ponto de contato. Percebe-se que o ponto de contato da seção crítica que possui o maior valor de amplitude de tração não deita suavemente sobre o solo, há apenas o toque num determinado instante de tempo.

Na figura 16 é representado o caso da figura 10, sendo utilizando  $\phi = -\pi/2$ , situação que pode eventualmente ocorrer para risers flexíveis como foi mencionado anteriormente, em condições de mar caracterizadas por baixas frequências de excitação. A adição de um valor de  $\tau_0/T_0$  tem como objetivo deixar evidente que, nesse caso, quanto maior a tração dinâmica maior será a variação de curvatura. As cores azul, roxo, verde e amarelo (curvaturas em ordem crescente de valores no gráfico) representam  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 0, 6$ , respectivamente.

Figura 16 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 0, 6$ ;  $a_0/\lambda = 1$ ;  $\phi = -\pi/2$ ;  $s/\lambda = 0$



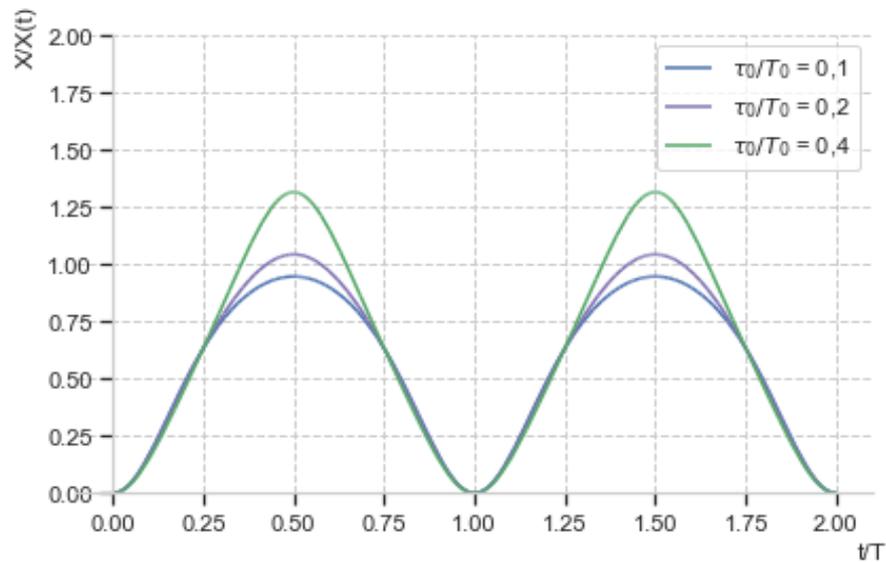
Fonte: Autor (2021)

De fato, percebe-se na figura 16 que a variação de curvatura vai aumentando consideravelmente de acordo com o aumento da amplitude de tração. Pesce (1997) utiliza apenas três valores de tração dinâmica em sua análise, a curva amarela foi adicionada de modo a representar  $\tau_0/T_0 = 0, 6$ , mostrando que a variação de curvatura fica cada vez mais acentuada a medida que esse valor vai aumentando.

Já a figura 17 representa o caso da figura 11, o caso hipotético que dificilmente ocorreria por razões físicas, porém útil em termos de projeto, pois a variação de curvatura resultante é, por certo, um limite superior em uma dada situação de excitação harmônica, como dito no capítulo 2 deste trabalho. As cores azul, roxo e verde (curvaturas em ordem crescente de valores no gráfico) representam  $\tau_0/T_0 = 0,1; 0,2; 0,4$ , respectivamente.

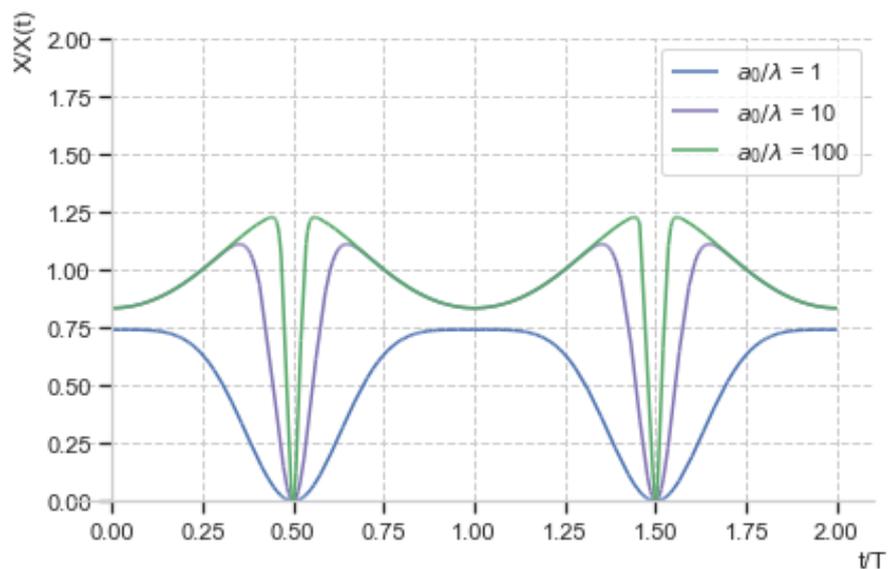
Por fim, a figura 18 são curvas para as seções críticas correspondentes a cada valor de rigidez, de tal forma que  $s/\lambda = \hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$  (caso da figura 12). Em outras palavras, o que pode ser observado nesse caso é que quanto maior a flexibilidade do cabo, mais abrupta será a variação de curvatura quando a seção crítica toca o solo. As cores azul, roxo e verde (curvaturas em ordem crescente de valores no gráfico) representam  $a_0/\lambda = 1; 10; 100$ , respectivamente.

Figura 17 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 1; 0, 2; 0, 4$ ;  $a_0/\lambda = 1$ ;  $\phi = 0$ ;  $s/\lambda = 0$



Fonte: Autor (2021)

Figura 18 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática.  $\tau_0/T_0 = 0, 2$ ;  $a_0/\lambda = 1; 10; 100$ ;  $\phi = \pi$ ;  $\hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$



Fonte: Autor (2021)

Pode-se observar que os resultados apresentados neste capítulo estão de acordo com o modelo, desenvolvido por Pesce (1997), do comportamento da solução para a curvatura dinâmica em regime sub-crítico no TDP de um riser. A partir dessa validação, serão feitas análises comparativas desse estudo aplicadas à outros casos.

## 5 ESTUDO DE CASO

O presente capítulo tem como objetivo analisar a resposta dinâmica de curvatura em regime sub-crítico para quatro casos reais de risers de aço presentes na Bacia de Campos. A figura 18 representa parâmetros adimensionais relativos a dois risers de 8" e 16" de diâmetro, em estado de mar característicos, denominados 3 e 4 pela PETROBRÁS.

Figura 19 – Parâmetros de valores típicos de *risers* de aço para a Bacia de Campos

Riser/Mar	$a_0/\lambda$	$\tau_0/T_0$	$M = \omega a_0/c_0$
16" - Mar3	0,23	0,06	0,045
16" - Mar 4	0,55	0,08	0,099
8" - Mar 3	0,22	0,07	0,040
8" - Mar 4	0,39	0,10	0,064

Fonte: Pesce (1997) - Adaptado pela Autora

Vale ressaltar que o número de Mach, representado para cada caso na figura 19, é um parâmetro dinâmico de importância, visto que em todos os casos confirma a presença do riser sob regime sub-crítico, assim, sendo válida a aplicação da equação 2.5 para esses.

### 5.1 Análise das Seções Críticas

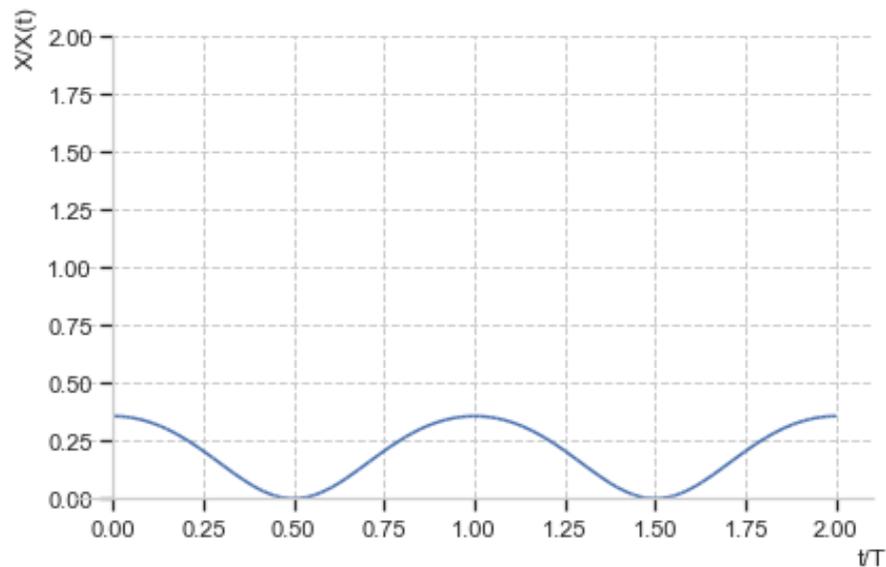
Como não foi disponibilizado nenhum valor de  $s/\lambda$ , o qual corresponde a coordenada curvilínea adimensional indicativa da seção junto ao TDP, será analisada a seção crítica ( $\hat{s}/\lambda$ ) para cada um dos casos, sendo obtida por meio da amplitude de movimento do ponto de contato instantâneo ( $a_0/\lambda$ ), assim, será considerado, por definição, que  $\hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$ .

As figuras 20 à 23 representam os risers de 16" - Mar 3, 16" - Mar 4, 8" - Mar 3 e 8" - Mar 4, respectivamente, com fase igual a  $\pi$ , valor típico para risers de aço como dito anteriormente. Como pode ser observado, a curvatura decresce até atingir o valor nulo, o qual representa o instante do toque da seção no solo, e imediatamente ocorre o aumento da curvatura, ou seja, a seção vai sendo levantada.

Observa-se que para os risers que estão na condição de Mar 3, apesar de

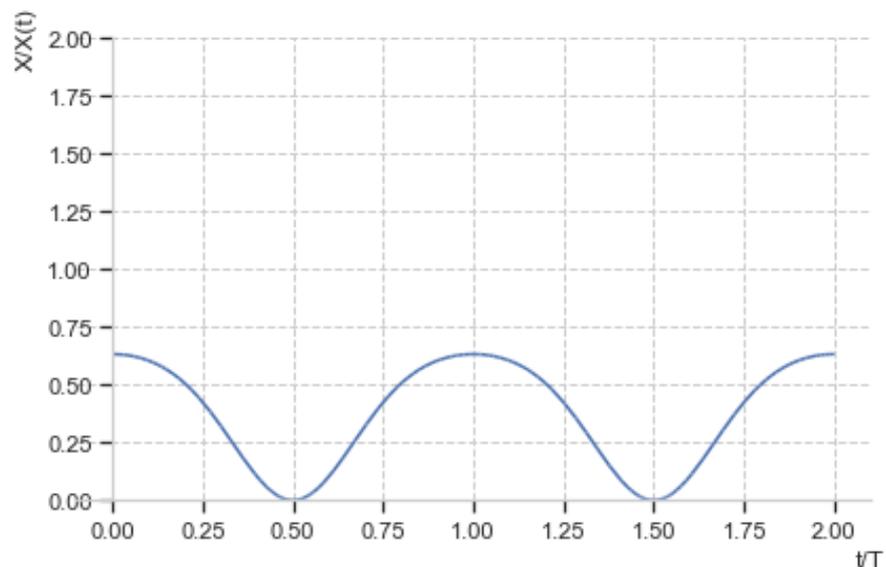
serem de tamanhos diferentes, seus valores de curvaturas são bem parecidos devido ao fato de seus parâmetros serem bem próximos. Os risers na condição de Mar 4 também possuem comportamentos parecidos em suas curvaturas, porém, pode-se observar que o riser de 16" possui valores maiores de curvatura e, além disso, uma queda de curvatura um pouco mais acentuada em relação ao riser de 8".

Figura 20 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16" - Mar 3;  $\phi = \pi$ ;



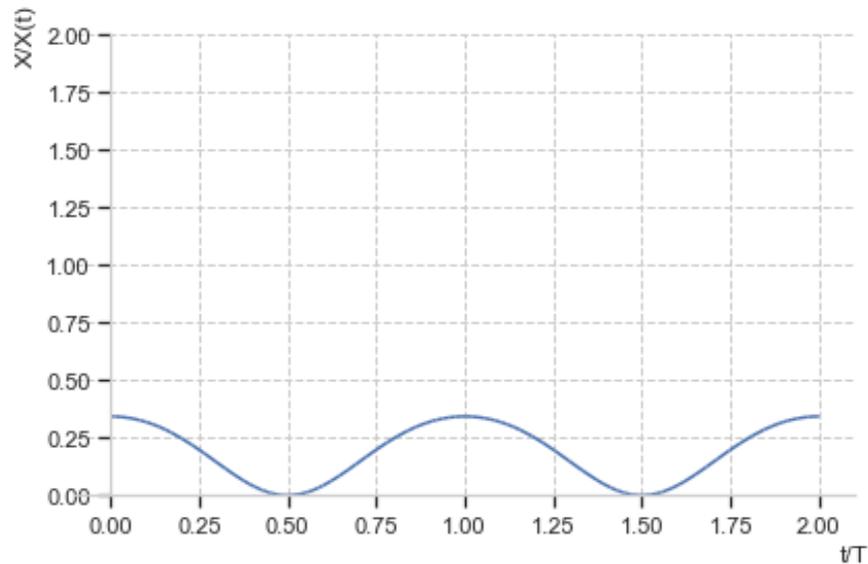
Fonte: Autor (2021)

Figura 21 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16" - Mar 4  $\phi = \pi$



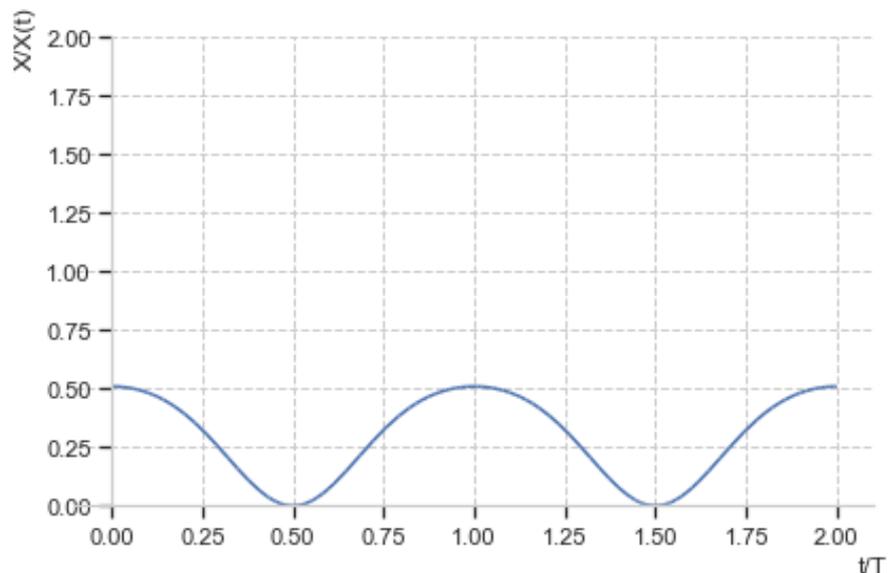
Fonte: Autor (2021)

Figura 22 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8" - Mar 3  $\phi = \pi$



Fonte: Autor (2021)

Figura 23 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8" - Mar 4  $\phi = \pi$



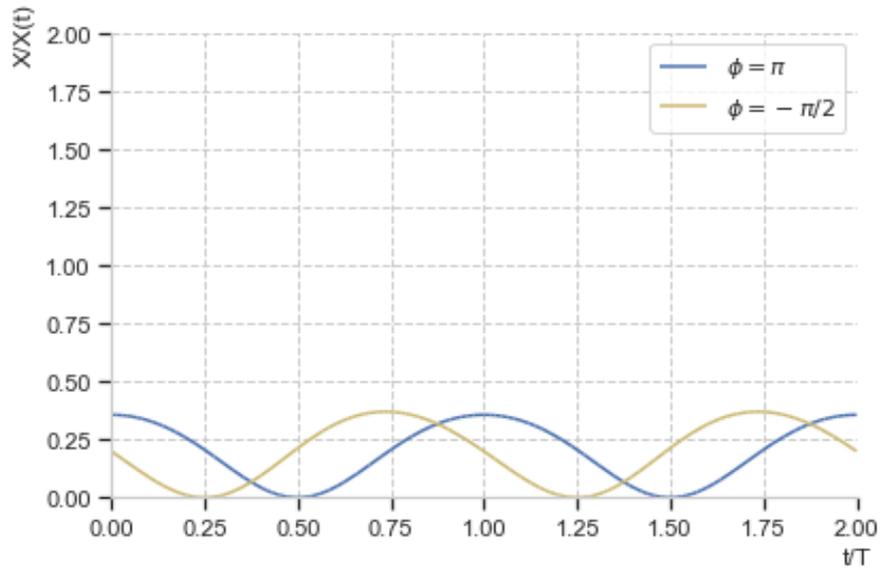
Fonte: Autor (2021)

O próximo exercício consiste em comparações das análises dos risers anteriores utilizando a fase igual a  $-\pi/2$ , valor que eventualmente seria para um riser flexível.

As figuras 24 à 27 representam essas comparações. As linhas amarelas nas figuras (curvaturas que se iniciam com valores menores) representam a fase  $-\pi/2$ . De fato, como observado no capítulo 2 deste trabalho, o valor da variação de curvatura

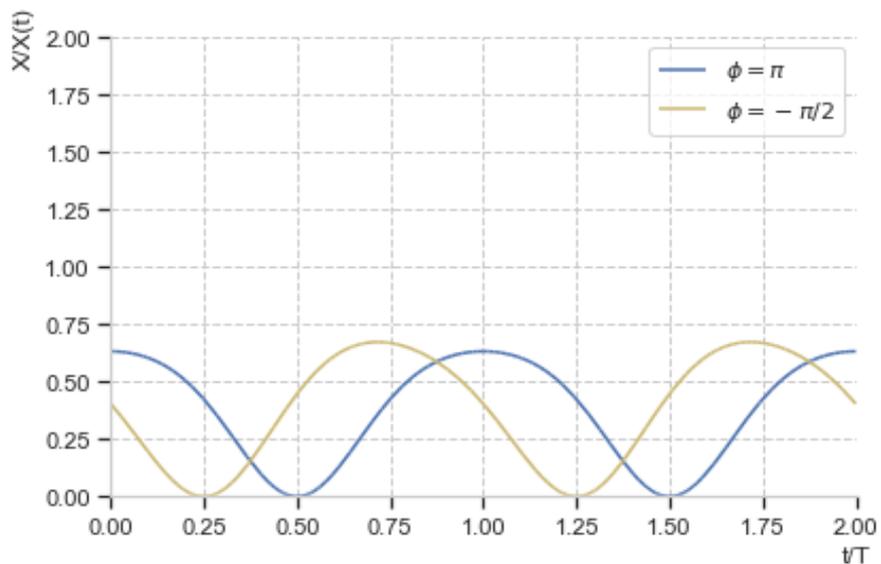
sofre um sensível aumento. Para os risers na condição de Mar 3 essa diferença é quase que imperceptível.

Figura 24 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16" - Mar 3;  $\phi = \pi$ ;  $\phi = -\pi/2$



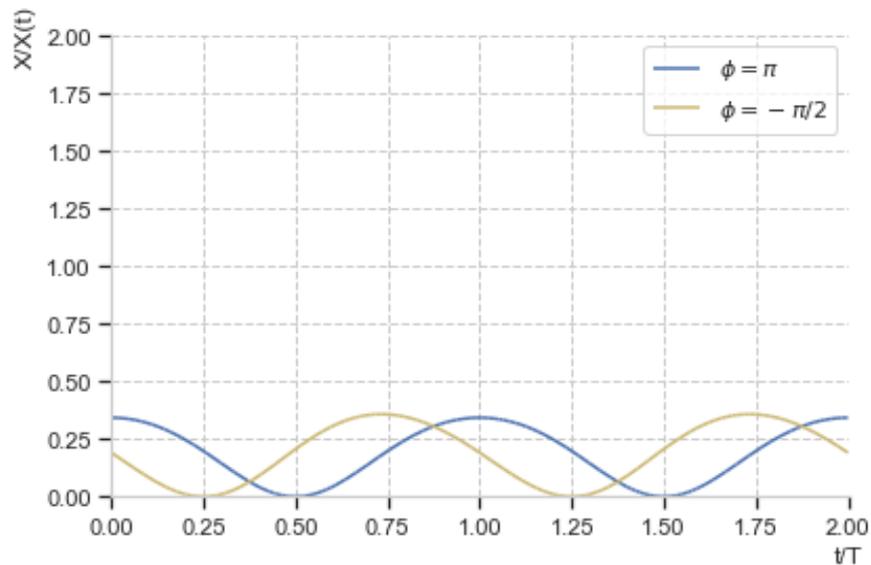
Fonte: Autor (2021)

Figura 25 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16" - Mar 4;  $\phi = \pi$ ;  $\phi = -\pi/2$



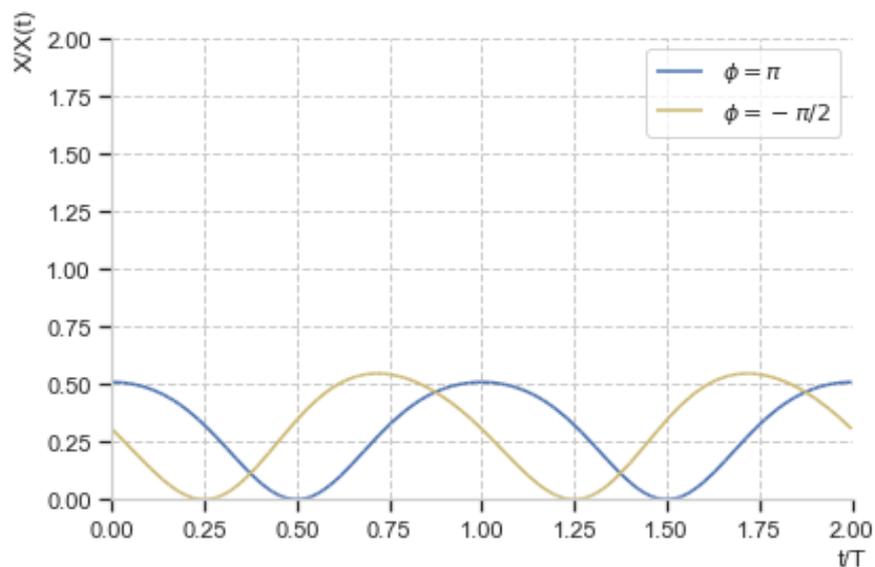
Fonte: Autor (2021)

Figura 26 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 3;  $\phi = \pi$ ;  $\phi = -\pi/2$



Fonte: Autor (2021)

Figura 27 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 4;  $\phi = \pi$ ;  $\phi = -\pi/2$



Fonte: Autor (2021)

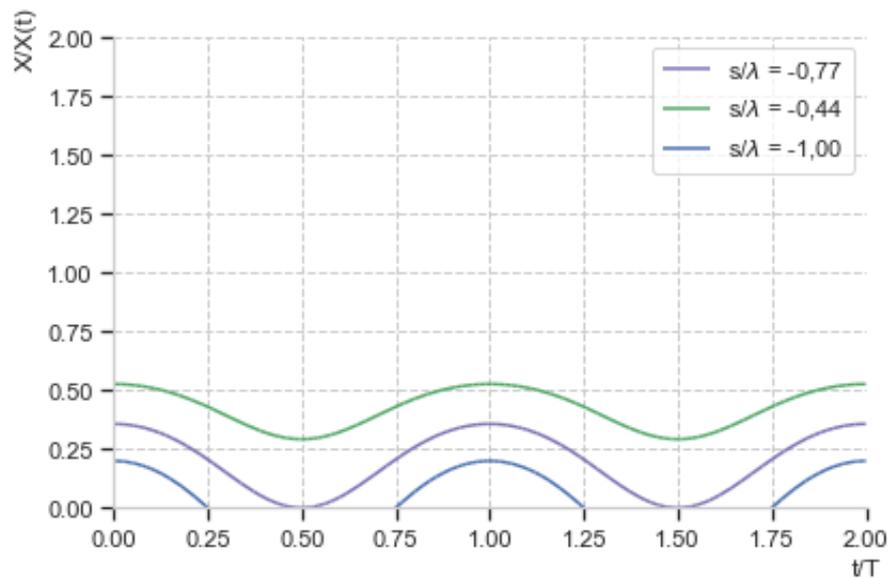
## 5.2 Comparativo das Seções

Outro ponto que vale a pena ser observado é o comportamento das curvas à direita e à esquerda da seção crítica, em analogia ao caso teórico da figura 6. As figuras 28 à 31 representam os risers de 16” - Mar 3, 16” - Mar 4, 8” - Mar 3 e 8” - Mar

4, respectivamente, com fase igual a  $\pi$ .

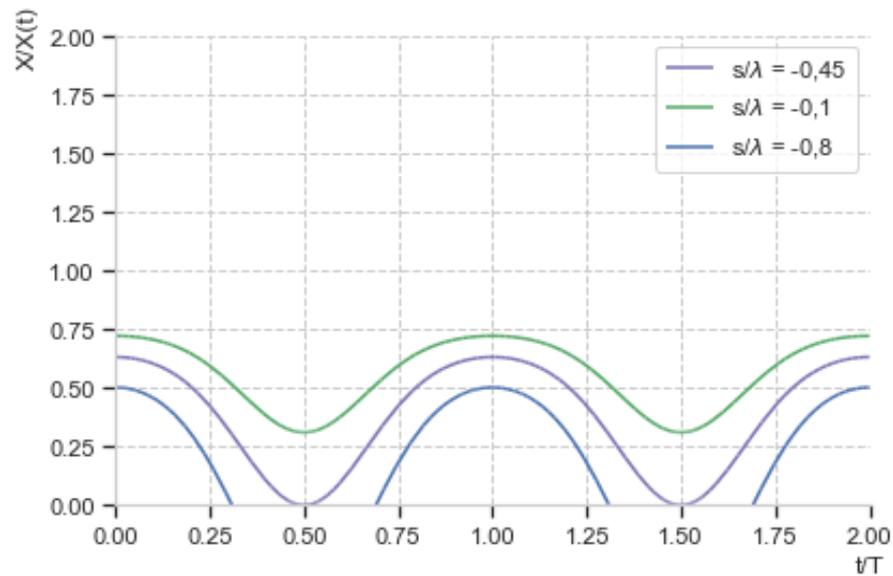
As curvas verdes (curvaturas superiores nos gráficos) representam as seções à direita da seção crítica de cada riser. De fato, são observados valores maiores de curvatura e essas nunca tocam o solo, porém apresentam variação de curvatura menor que a variação presente na seção crítica (curvaturas intermediárias nos gráficos). Já as curvas representadas pela cor azul (curvaturas inferiores nos gráficos) representam as seções à esquerda da seção crítica e, assim como observado no caso teórico, essas permanecem periodicamente assentadas sobre o fundo.

Figura 28 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16” - Mar 3 para três diferentes seções;  $\phi = \pi$ ;



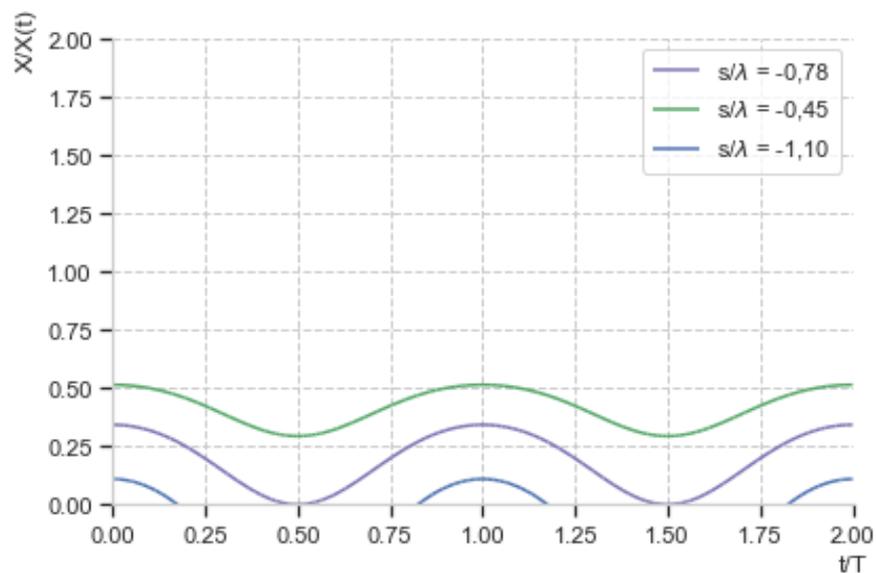
Fonte: Autor (2021)

Figura 29 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 16" - Mar 4 para três diferentes seções;  $\phi = \pi$ ;



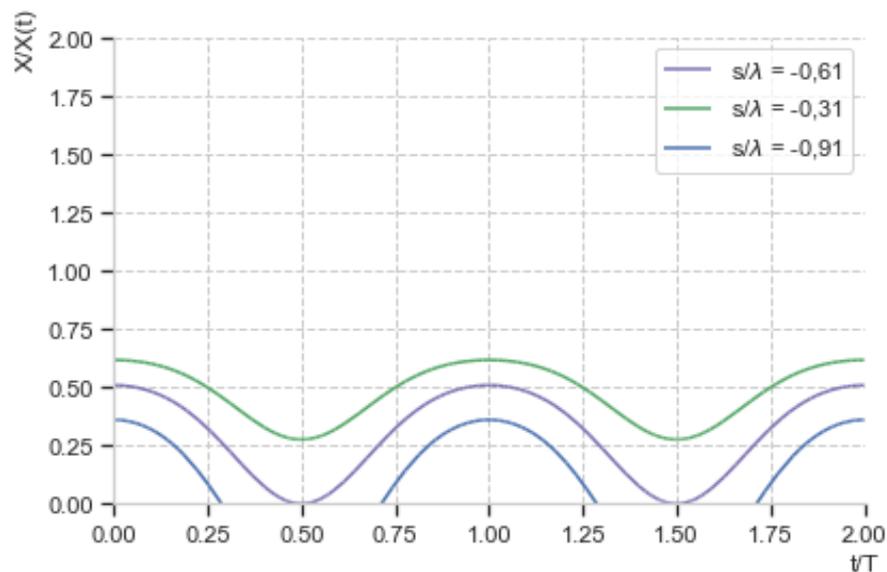
Fonte: Autor (2021)

Figura 30 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8" - Mar 3 para três diferentes seções;  $\phi = \pi$ ;



Fonte: Autor (2021)

Figura 31 – Curvatura adimensional segundo equação 2.5, em resposta à excitação monocromática para o riser 8” - Mar 4 para três diferentes seções;  $\phi = \pi$ ;



Fonte: Autor (2021)

### 5.3 Comparativo com a Análise Experimental de Pesce

Em seu estudo, Pesce (1997) utiliza um modelo físico-estrutural, um vergalhão de aço de 12,8 mm de diâmetro e comprimento total de 18 metros, a fim de obter os parâmetros necessários para a análise da curvatura dinâmica no TDP. Os experimentos foram conduzidos com um comprimento suspenso da ordem de 11 metros, de forma a reproduzir a dinâmica de um trecho de um riser de aço junto ao TDP em condições de operação.

Para a condução do ensaio de Pesce, ao longo do vergalhão, desde o trecho apoiado até o ponto de suspensão, foram postos 7 extensômetros enumerados de forma crescente, sendo esses 05, 07, 09, 17, 41, 61 e 81. A seção do extensômetro de número 41 foi identificada como seção crítica, tal que  $\hat{s}/\lambda = a_0/\lambda - 1$ . Os extensômetros de números 05, 07, 09 e 17 correspondem a seções que periodicamente repousam sobre o apoio. Já os de número 61 e 81, correspondem a seções que nunca tocam o solo. Ao fim do ensaio, Pesce emprega a expressão analítica 2.5 para cada uma das seções e compara com os resultados experimentais.

Neste trabalho, serão comparados apenas os resultados analíticos das seções correspondente aos extensômetros 05, 41 e 81 do ensaio de Pesce, os quais estão apresentados na figura 32, com os resultados obtidos para o riser de aço de 16” presente na Bacia de Campos.

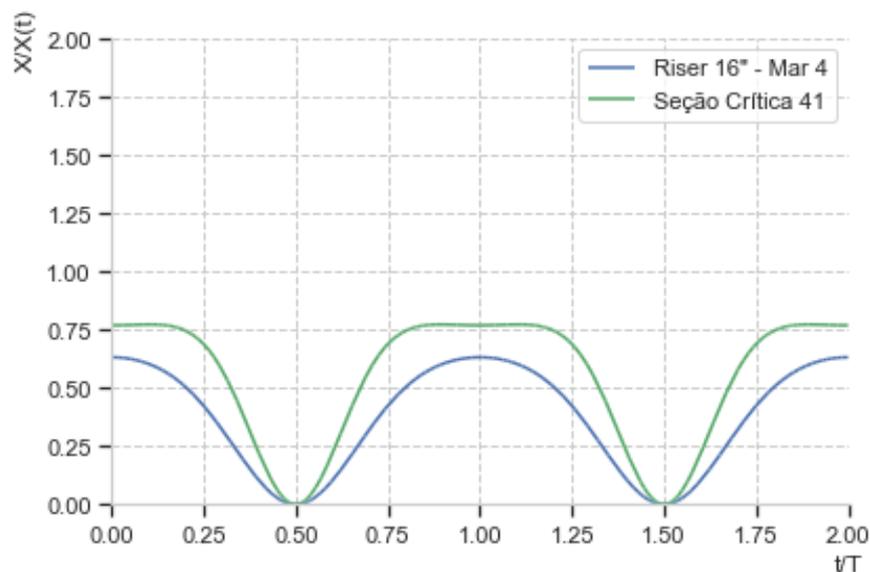
Figura 32 – Dados para as seções dos extensômetros 05, 41 e 81.

Parâmetros	Seção 05	Seção 41	Seção 81
$a_0/\lambda$	1,1619	1,1619	1,1619
$\hat{s}/\lambda$	-1,7054	0,1619	6,0491
$\tau_0/T_0$	0,2004	0,2004	0,2004
M	0,0550	0,0550	0,0550

Fonte: Autor (2021)

A figura 33 representa o comparativo da seção do extensômetro 41 com a seção crítica do riser de 16" na condição de Mar 4. A curva de cor verde (curvatura superior) representa a seção 41 e a curva em azul (curvatura inferior) representa a seção crítica do riser. É possível observar que a aderência é satisfatória, assim como na representação teórica e de um riser real, a curvatura dinâmica decresce até atingir o solo, atingindo o valor nulo, e imediatamente a seção é levantada, com conseqüente aumento da curvatura. Além disso, a seção crítica do modelo fica mais "achatada", em relação ao riser, quando a curvatura atinge seu máximo.

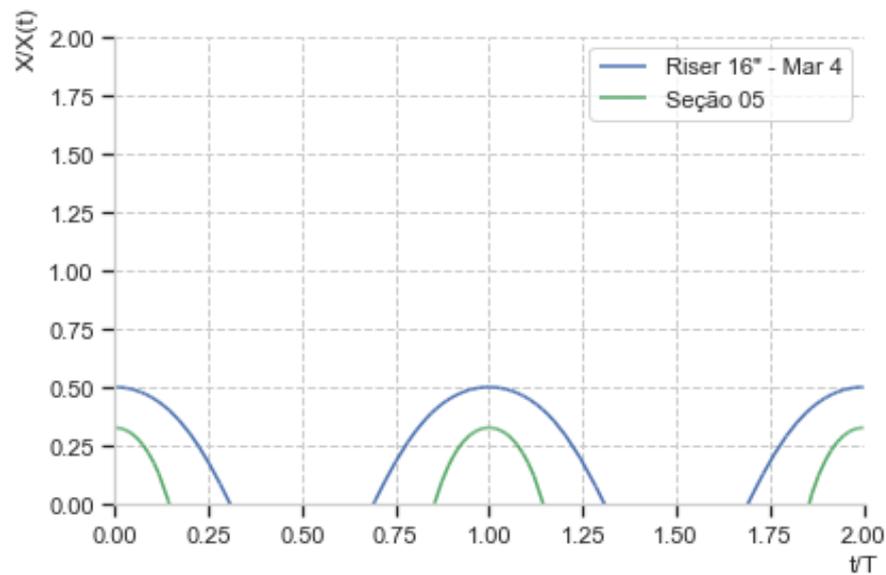
Figura 33 – Curvatura adimensional seção crítica "41" e seção crítica do riser 16" - Mar 4



Fonte: Autor (2021)

A figura 34 representa o comparativo da curvatura da seção do extensômetro 05 do modelo experimental com a seção à esquerda da seção crítica do riser de 16" de Mar 4. A curva de cor verde (curvatura inferior) representa a seção 05 do modelo e a curva em azul (curvatura superior) representa à esquerda do riser. Também é possível observar que a aderência do modelo é satisfatória, com a curvatura decrescendo até atingir o valor nulo e assim, a seção permanece periodicamente assentada sobre o fundo.

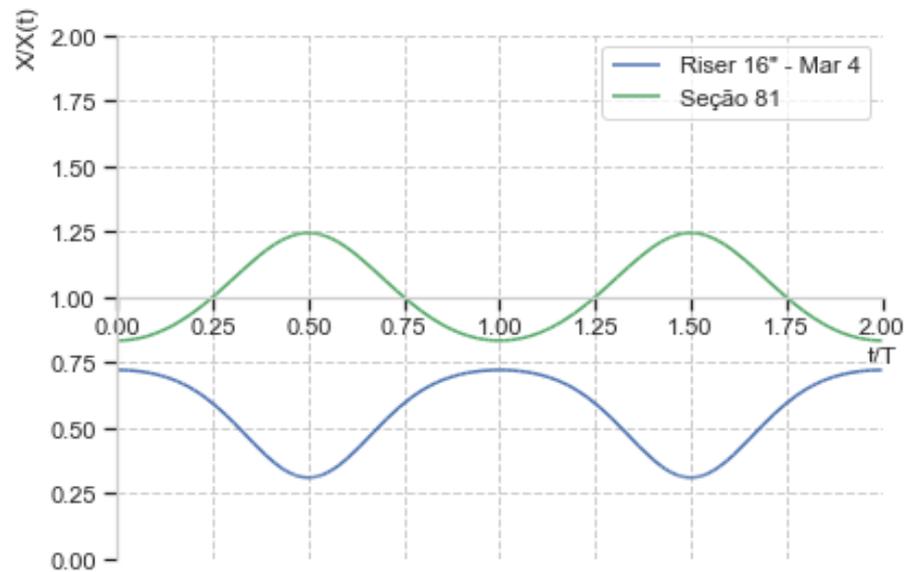
Figura 34 – Curvatura adimensional seção "05" e seção à esquerda da seção crítica do riser 16" - Mar 4



Fonte: Autor (2021)

Por fim, a figura 35 representa o comparativo da curvatura da seção correspondente ao extensômetro 81 do modelo experimental com a seção à direita da seção crítica do riser de 16" de Mar 4. A curva de cor verde (curvatura superior) representa a seção 81 do modelo e a curva em azul (curvatura inferior) representa à direita do riser.

Figura 35 – Curvatura adimensional seção "81" e seção à direita da seção crítica do riser 16" - Mar 4



Fonte: Autor (2021)

No caso da figura 35, apesar das duas seções jamais tocarem o solo, há uma diferença no comportamento da curva do modelo. Isso pode ser explicado, pois a coordenada referente à seção do extensômetro 81 está bastante distante do ponto de contato estático, próxima à extremidade suspensa e, segundo Pesce (1997), espera-se perda de aderência do modelo assintótico com relação aos resultados experimentais.

## 6 CONCLUSÕES

O tubos flexíveis e os cabos umbilicais, equipamentos que fazem o transporte de fluidos, são destaques em estudos que envolvem o processo de exploração de petróleo.

Dentre as configurações geométricas que os risers podem apresentar, a catenária se destaca no estudo por ser uma das mais utilizadas.

Existe uma região crítica do ponto de contato de tubos flexíveis com o solo chamada TDP, a qual é de extrema importância o estudo de seu comportamento.

O desenvolvimento do código em Python para a recuperação dos dados teve bastante aderência com os resultados teóricos apresentados por Pesce (1997). Além disso, o estudo e a reprodução dos resultados foram de grande relevância para o entendimento da função analítica da curvatura dinâmica.

Na seção crítica, o efeito da tração dinâmica para risers de aço, de fato, se contrapõe com o efeito da variação periódica do ponto de contato com o solo. Quanto maior for o valor da amplitude de tração mais instantâneo será o toque da seção crítica com o solo.

Ainda na seção crítica, porém analisando o caso de risers flexíveis, quanto maior for o valor da amplitude da tração, maior será a variação de curvatura.

Quanto mais flexível for o material de um cabo, mais abrupta será a variação de curvatura quando a seção crítica toca o solo.

O estudo de caso com dados reais, que consistiu na análise do comportamento da curvatura do riser no entorno do ponto de contato com o solo de risers presentes na Bacia de Campos, também teve bastante aderência com os resultados teóricos apresentados para todas as seções analisadas. Assim como as comparações feitas com os resultados dos experimentos realizados por Pesce.

Quanto mais a seção vai se afastando do ponto de contato estático, maior poderá ser a ocorrência de perda de aderência do modelo assintótico.

Para trabalhos futuros, sugere-se que seja feita uma pesquisa aprofundada com fabricantes de risers atuais para a obtenção de parâmetros, tais como rigidez flexional e tração, para os diferentes tipos de materiais os quais os risers são produzidos. Assim, poderá ser realizada uma análise comparativa da resposta de curvatura dinâmica demonstrando o efeito do emprego de cada material na mesma. Além disso, sugere-se o estudo do comportamento da curvatura dinâmica em outros tipos de configurações de risers.

## REFERÊNCIAS

LIMA, P. C. R. Os desafios, os impactos e a gestão da exploração do pré-sal. **Estudo da Consultoria Legislativa da Câmara dos Deputados**, 2008.

DESENVOLVEDORES MATPLOTLIB, T. de. 2021. Disponível em: <<https://matplotlib.org/>>.

GAY NETO, A.; MARTINS, C. d. A. **Estabilidade estrutural da configuração estática de risers em catenária**. 2012.

PATEL, M.; SEYED, F. **Review of flexible riser modelling and analysis techniques**. *Engineering structures*, Elsevier, v. 17, n. 4, p. 293–304, 1995.

PESCE, C. P. **Mecânica de cabos e tubos submersos lançados em catenária: uma abordagem analítica e experimental**. 1997.

PROVASI, R. **Contribuição ao projeto de cabos umbilicais e tubos flexíveis: ferramentas de CAD e modelo de macro elementos**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.

RABELO, M. A. **Investigação sobre a instabilidade axissimétrica de tubos de polietileno de alta densidade sujeitos a compressão axial e pressurização interna e um critério de previsão do fenômeno de 'birdcaging' em tubos flexíveis**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.

DESENVOLVEDORES SYMPY, T. de. 2021. Disponível em: <<https://www.sympy.org/pt/index.html>>.

WASKOM, M. **Seaborn**. 2021. Disponível em: <<https://seaborn.pydata.org/>>.

## APÊNDICE A - CÓDIGO PYTHON: CASO FIGURA 14

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(w, t, a, i, s):
9     tracao = 0.2*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(2*pi, t, 1, pi, 0.5)
17 y = resposta(2*pi, t, 1, pi, 0)
18 z = resposta(2*pi, t, 1, pi, 0.5)
19 sns.set()
20 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' ' })
21 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,1.8), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X
    (t)", label = 's/$\lambda$= 0,5', line_color='b', show=false, legend=True
    )
22 p.extend(plot(y, (t,0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)", line_color='m',
    label = 's/$\lambda$=0', show=false, legend=True))
23 p.extend(plot(z, (t,0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)", line_color='g',
    label = 's/$\lambda$=0,5', show=false, legend=True))
24 p.show()

```

---

## APÊNDICE B - CÓDIGO PYTHON: CASO FIGURA 15

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(T, w, t, a, i, s):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(0.1, 2*pi, t, 1, pi, 0)
17 y = resposta(0.2, 2*pi, t, 1, pi, 0)
18 z = resposta(0.4, 2*pi, t, 1, pi, 0)
19 g = resposta(1.0, 2*pi, t, 1, pi, 0)
20 sns.set()
21 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' '})
22 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,1.8), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X
    (t)", label = r'\tau_{0}/T_{0}$=0,1', line_color='b', show=false,
    legend=True)
23 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$=0,2', line_color='m', show=false, legend=True
    ))
24 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$=0,4', line_color='g', show=false, legend=
    True))
25 p.extend(plot(g, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$=1,0', line_color='y', show=false, legend=True
    ))
26 p.show()

```

---

## APÊNDICE C - CÓDIGO PYTHON: CASOS FIGURAS 16 E 17

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(w, t, a, i, s, T):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(2*pi, t, 1, pi/2, 0, 0.1)
17 y = resposta(2*pi, t, 1, pi/2, 0, 0.2)
18 z = resposta(2*pi, t, 1, pi/2, 0, 0.4)
19 g = resposta(2*pi, t, 1, pi/2, 0, 0.6)
20 sns.set()
21 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' '})
22 p = plot(x, (t,0,2), ylim=[0,1.8], xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X
    (t)", label = r'\tau_{0}/T_{0}$ = 0,1', line_color='b', show=false,
    legend=True)
23 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=[0,1.8], xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$ = 0,2', line_color='m', show=false, legend=
    True))
24 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=[0,1.8], xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$ = 0,4', line_color='g', show=false, legend=
    True))
25 p.extend(plot(g, (t,0,2), ylim=[0,1.8], xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
    label = r'\tau_{0}/T_{0}$ = 0,6', line_color='y', show=false, legend=
    True))
26 p.show()
27
28 x = resposta(2*pi, t, 1, 0, 0, 0.1)
29 y = resposta(2*pi, t, 1, 0, 0, 0.2)
30 z = resposta(2*pi, t, 1, 0, 0, 0.4)

```

```
31 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel = "t/T", ylabel = "X/X(t)",  
          line_color='b', label = r '$\tau_{0}/T_{0}$ = 0,1', show=false, legend=  
          True)  
32 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel = "t/T", ylabel = "X/X(t)",  
              line_color='m', label = r '$\tau_{0}/T_{0}$ = 0,2', show=false, legend=  
              True))  
33 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel = "t/T", ylabel = "X/X(t)",  
              line_color='g', label = r '$\tau_{0}/T_{0}$ = 0,4', show=false, legend=  
              True))  
34 p.show()
```

---

## APÊNDICE D - CÓDIGO PYTHON: CASO FIGURA 18

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(w, t, a, i):
9     tracao = 0.2*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*((a 1) mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(2*pi, t, 1, pi)
17 y = resposta(2*pi, t, 10, pi)
18 z = resposta(2*pi, t, 100, pi)
19 sns.set()
20 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' ' })
21 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label = '$a_{0}/\lambda$ = 1', show=false, legend=True)
22 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='m', label = '$a_{0}/\lambda$ = 10', show=false, legend=True)
        )
23 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='g', label = '$a_{0}/\lambda$ = 100', show=false, legend=True
        ))
24 p.show()

```

---

## APÊNDICE E - CÓDIGO PYTHON: CASOS FIGURAS 20, 21, 22 E 23

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(T, w, t, a, i, s):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi, 0.23 1)
17 sns.set()
18 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' ' })
19 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t
    )", line_color='b', show=false)
20 p.show()
21
22 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.55 1)
23 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t
    )", line_color='b', show=false)
24 p.show()
25
26 x = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi, 0.22 1)
27 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t
    )", line_color='b', show=false)
28 p.show()
29
30 x = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi, 0.39 1)
31 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t
    )", line_color='b', show=false)
32 p.show()

```

---

## APÊNDICE F - CÓDIGO PYTHON: CASOS FIGURAS 24, 25, 26 E 27

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(T, w, t, a, i, s):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi, 0.23 1)
17 y = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi/2, 0.23 1)
18 sns.set()
19 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' ' })
20 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label = '$\phi= \pi$', show=false, legend=True)
21 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='y', label = '$\phi= \pi/2$', show=false, legend=True))
22 p.show()
23
24 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.55 1)
25 y = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi/2, 0.55 1)
26 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label = '$\phi= \pi$', show=false, legend=True)
27 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='y', label = '$\phi= \pi/2$', show=false, legend=True))
28 p.show()
29
30 x = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi, 0.22 1)
31 y = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi/2, 0.22 1)
32 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label = '$\phi= \pi$', show=false, legend=True)
33 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",

```

```
        line_color='y', label = '$\phi = \pi/2$', show=false, legend=True))
34 p.show()
35
36 x = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi, 0.39 1)
37 y = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi/2, 0.39 1)
38 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label = '$\phi = \pi$', show=false, legend=True)
39 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='y', label = '$\phi = \pi/2$', show=false, legend=True))
40 p.show()
```

---

## APÊNDICE G - CÓDIGO PYTHON: CASOS FIGURAS 28, 29, 30 E 31

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(T, w, t, a, i, s):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi, 0.23 1)
17 y = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi, 0.44)
18 z = resposta(0.06, 2*pi, t, 0.23, pi, 1)
19 sns.set()
20 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' '})
21 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
22         line_color='m', label='s/$\lambda$ = 0,77', show=false, legend=True)
23 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
24             line_color='g', label='s/$\lambda$ = 0,44', show=false, legend=True))
25 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
26             line_color='b', label='s/$\lambda$ = 1,00', show=false, legend=True))
27 p.show()
28
29 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.55 1)
30 y = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.1)
31 z = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.8)
32 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
33         line_color='m', label='s/$\lambda$ = 0,45', show=false, legend=True)
34 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
35             line_color='g', label='s/$\lambda$ = 0,1', show=false, legend=True))
36 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",

```

```

        line_color='b', label = 's/\lambda$ = 0,8', show=false, legend=True))
32 p.show()
33
34 x = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi, 0.22 1)
35 y = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi, 0.45)
36 z = resposta(0.07, 2*pi, t, 0.22, pi, 1.1)
37 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)
        ), label = 's/\lambda$ = 0,78', line_color='m', show=false, legend =
        True)
38 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label = 's/\lambda$ = 0,45', line_color='g', show=false, legend = True
        ))
39 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label = 's/\lambda$ = 1,10', line_color='b', show=false, legend = True
        ))
40 p.show()
41
42 x = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi, 0.39 1)
43 y = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi, 0.31)
44 z = resposta(0.1, 2*pi, t, 0.39, pi, 0.91)
45 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)
        ), label = 's/\lambda$ = 0,61', line_color='m', show=false, legend=
        True)
46 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label = 's/\lambda$ = 0,31', line_color='g', show=false, legend=True))
47 p.extend(plot(z, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label = 's/\lambda$ = 0,91', line_color='b', show=false, legend=True))
48 p.show()

```

---

## APÊNDICE H - CÓDIGO PYTHON: CASOS FIGURAS 33, 34, 35

---

```

1 from sympy import *
2 from sympy.plotting import *
3 import math
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 %matplotlib inline
6 import seaborn as sns
7 %matplotlib inline
8 def resposta(T, w, t, a, i, s):
9     tracao = T*cos(w*t)
10    mov = a*cos(w*t + i)
11    first = 1/(1+tracao)
12    second = 1 (exp( sqrt(1+tracao)*(s mov+1)))
13    third = first*second
14    return third
15 t = Symbol('t')
16 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.55 1)
17 y = resposta(0.2004, 2*pi, t, 1.1619, pi, 1.1619 1)
18 sns.set()
19 sns.set_style("whitegrid", {'grid.linestyle': ' '})
20 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='b', label='Riser 16" Mar 4', show=false, legend=True)
21 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        line_color='g', label='Se o Cr\ tica 41', show=false, legend=True))
22 p.show()
23
24 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.8)
25 y = resposta(0.2004, 2*pi, t, 1.1619, pi, 1.7054)
26 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label='Riser 16" Mar 4', line_color='b', show=false, legend=True)
27 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",
        label='Se o 05', line_color='g', show=false, legend=True))
28 p.show()
29
30 x = resposta(0.08, 2*pi, t, 0.55, pi, 0.1)
31 y = resposta(0.2004, 2*pi, t, 1.1619, pi, 6.0491)
32 p = plot(x, (t,0,2), ylim=(0,2), xlim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)

```

```
    )", label='Riser 16" Mar 4', line_color='b', show=false, legend=True)  
33 p.extend(plot(y, (t,0,2), ylim=(0,2), xlabel="t/T", ylabel="X/X(t)",  
    label='Se o 81', line_color='g', show=false, legend=True))  
34 p.show()
```

---