



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Crislaine Costa

**TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA:  
ESTADO DO CONHECIMENTO EM DISSERTAÇÕES E TESES (1996-2019)**

Florianópolis  
2021

Crislaine Costa

**TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA:  
ESTADO DO CONHECIMENTO EM DISSERTAÇÕES E TESES (1996-2019)**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, da Universidade Federal de Santa Catarina, para a obtenção do título de mestra em Educação Científica e Tecnológica.  
Orientador: Prof. Dr. Mérciles Thadeu Moretti  
Coorientadora: Prof. Dra. Daiana Zanelato dos Anjos

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Costa, Crislaine

Teoria dos registros de representação semiótica : estado do conhecimento em dissertações e teses (1996-2019) / Crislaine Costa ; orientador, Méricles Thadeu Moretti, coorientadora, Daiana Zanelato dos Anjos, 2021.  
120 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Educação Matemática. 3. Registro de Representação Semiótica . 4. Estado do Conhecimento. I. Moretti, Méricles Thadeu . II. Anjos, Daiana Zanelato dos . III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. IV. Título.

Crislaine Costa

**Teoria dos registros de representação semiótica:  
estado do conhecimento em dissertações e teses (1996-2019)**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof.(a) Cintia Rosa da Silva, Dr.(a)

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rogério de Aguiar, Dr.

Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. David Antonio da Costa, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Educação Científica e Tecnológica.

---

Prof Juliano Camillo, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Coordenador do Programa

---

Prof. Mérciles Thadeu Moretti, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Orientador

---

Prof.(a) Daiana Zanelato dos Anjos, Dra.

Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina

Coorientadora

Florianópolis, 2021

A você, minha pequena Bellinha, com todo meu amor.

## AGRADECIMENTOS

“Agradecer é admitir que houve um minuto em que se precisou de alguém. Agradecer é reconhecer que o homem jamais poderá lograr para si o dom de ser autossuficiente”.

A Deus, pelo dom da vida e por me guiar nos momentos de dúvidas e incertezas.

Ao meu noivo, Junior Becker, pelo amor expresso de várias maneiras: cuidado, incentivo e apoio em todos os momentos desta caminhada.

À minha mãe, Marli Costa, por todo amor dedicado a mim e pela compreensão em muitas de minhas ausências.

À minha irmã Jucimara Costa Wachholz, por sempre acreditar em mim e me incentivar na busca de meus sonhos.

À minha amiga Cecília Larissa Pereira Cardoso, por vibrar comigo.

Ao meu amigo Eduardo Sabel, por todas as conversas, cafés, por todos os ensinamentos e pelas valiosas contribuições durante todo o percurso de escrita da dissertação.

Ao meu orientador, professor Dr. Mércles Thadeu Moretti, por aceitar me orientar, pela paciência, dedicação e atenção que me concedeu durante estes dois anos de mestrado.

À minha coorientadora, professora Dra. Daiana Zanelato dos Anjos, pelas orientações e sugestões, pela confiança em mim depositada, pelo incentivo e amizade.

## RESUMO

No presente estudo realizamos uma investigação sobre a utilização da Teoria de Registros de Representação Semiótica nas pesquisas científicas brasileiras. Nosso objetivo geral é compreender como está sendo utilizada a Teoria de Raymond Duval nas pesquisas em dissertações e teses brasileiras no período de 1996 a 2019. Tratou-se de uma pesquisa do tipo Estado do Conhecimento, no qual optamos por realizar o levantamento de dados através Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações com o propósito de selecionarmos as dissertações e teses defendidas, no período mencionado, que se apoiaram na Teoria. Desse modo, foram analisadas 266 pesquisas (225 dissertações e 41 teses). Utilizamos quatro categorias de análises que orientaram a pesquisa e contribuíram para a identificação de tendências. Os resultados obtidos nos levam a perceber uma concentração maior de trabalhos envolvendo a Teoria em duas instituições de ensino, PUC/SP e UFSC. Além disso, identificamos os conceitos da Teoria que são mais e menos trabalhados, indicando caminhos que precisam ser mais explorados nas futuras pesquisas como é o caso das funções discursivas e da aprendizagem da álgebra. Podemos inferir, após a conclusão de nossas análises que, a Teoria de Duval possibilita elementos para aplicação nas mais diversas investigações, com variados objetos matemáticos, metodologias e níveis de pesquisa, justificando seu uso crescente em investigações no processo de ensino/aprendizagem no campo da Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Registros de representação semiótica. Teses e dissertações. Estado do conhecimento. Educação Matemática.

## ABSTRACT

In the present study, we carried out an investigation on the use of the Semiotic Representation Records Theory in Brazilian scientific research. Our general objective is to understand how Raymond Duval's Theory is being used in research in Brazilian dissertations and theses from 1996 to 2019. It was a State of Knowledge research, in which we chose to carry out data collection through the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations with the purpose of selecting the dissertations and theses defended, in the mentioned period, that based on TRRS. Thus, 266 researches were analyzed (225 dissertations and 41 theses). We used four categories of analysis that guided the research and contributed to the identification of trends. The results obtained lead us to perceive a greater concentration of works involving Theory in two educational institutions, PUC/SP and UFSC. Furthermore, we identified the concepts of the theory that are more and less worked on, indicating paths that need to be further explored in future research, such as the case of discursive functions and algebra learning. We can infer, after the conclusion of our analysis, that Theory Duval provides elements for application in the most diverse investigations, with varied mathematical objects, methodologies and levels of research, justifying its growing use in in the teaching/learning process in the field of Mathematics Education.

**Keywords:** Semiotic Representation Records. Theses and dissertations. State of knowledge. Mathematics Education.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema da hipótese fundamental da aprendizagem de Duval.....	23
Figura 2 – Exemplo de congruência semântica entre duas expressões.....	25
Figura 3 – Funções metadiscursivas e discursivas.....	26
Figura 4 – Exemplo de diferentes organizações perceptivas de uma figura.....	30
Figura 5 – Os diferentes olhares em geometria.....	32
Figura 6 – Tela banco da BDTD.....	38
Figura 7 – Fichamento das dissertações e teses.....	42

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – As diferentes formas de expansão discursiva.....	29
Quadro 2 – Classificação por unidade temática.....	46
Quadro 3 – Nível de abrangência dos trabalhos investigados.....	52
Quadro 4 – Metodologia de pesquisa utilizada.....	55
Quadro 5 – Aspectos da TRRS abordados nos trabalhos pesquisados.....	60

## **LISTA DE ESQUEMAS**

Esquema 1 – Organização dos procedimentos metodológicos.....	40
--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações  
BNCC – Base Nacional Comum Curricular  
FURB – Fundação Universidade Regional de Blumenau  
PUC/RS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica  
UEL – Universidade Estadual de Londrina  
UEM – Universidade Estadual de Maringá  
UEPB – Universidade Estadual da Paraíba  
UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
UFAC – Universidade Federal do Acre  
UFAL – Universidade Federal de Alagoas  
UFAM – Universidade Federal do Amazonas  
UFMA – Universidade Federal do Maranhão  
UFMS – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul  
UFMT – Universidade Federal do Mato Grosso  
UFPA – Universidade Federal do Pará  
UFPE – Universidade Federal de Pernambuco  
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
UFRPE – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
UFS – Universidade Federal de Sergipe  
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos  
UFSM – Universidade Federal de Santa Maria  
UnB – Universidade de Brasília  
UNESP – Universidade Estadual Paulista  
UNICAM – Universidade Estadual de Campinas  
UNIFRA (UFN) – Centro Universitário Franciscano  
UNIGRANRIO – Universidade do Grande Rio  
UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina

UNIVALI – Universidade do Vale do Itajaí

UNIVATES – Centro Universitário UNIVATES

USP – Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL.....</b>	<b>19</b>
2.1	ALGUNS CONCEITOS IMPORTANTES DA TEORIA: ASPECTOS DA TRRS UTILIZADOS NA CATEORIZAÇÃO DAS PESQUISAS.....	21
2.1.1	<b>Os registros de representação semiótica e seu papel na aprendizagem.....</b>	<b>21</b>
2.1.2	<b>Congruência semântica.....</b>	<b>24</b>
2.1.3	<b>Funções discursivas.....</b>	<b>26</b>
2.1.4	<b>Aprendizagem da geometria: as apreensões que devem ser consideradas no ensino de geometria.....</b>	<b>30</b>
2.1.5	<b>Aprendizagem da álgebra.....</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>36</b>
3.1	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	37
3.2	FICHAMENTO DAS DISSERTAÇÕES E TESES.....	41
<b>4</b>	<b>PANORAMA DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE 1996 A 2019.....</b>	<b>43</b>
4.1	ANÁLISE GERAL DOS DADOS.....	43
4.2	CATEGORIAS DE ANÁLISES.....	44
4.2.1	<b>Primeira categoria – objeto de pesquisa.....</b>	<b>45</b>
4.2.2	<b>Segunda categoria – nível de abrangência.....</b>	<b>51</b>
4.2.3	<b>Terceira categoria – metodologia.....</b>	<b>54</b>
4.2.4	<b>Quarta categoria – aspectos da TRRS.....</b>	<b>58</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>69</b>
	<b>REFERÊNCIAS - MATERIAL EMPÍRICO.....</b>	<b>74</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>78</b>
	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>81</b>
	<b>Apêndice A – Número de publicações por instituição</b>	
	<b>Apêndice B – Fichamento das dissertações</b>	
	<b>Apêndice C – Fichamento das teses</b>	

## 1 INTRODUÇÃO

A pesquisa científica está presente em todos os cursos de pós-graduação, sendo um fator essencial que contribui diretamente na construção do conhecimento. Entendemos por pesquisa “a forma de estudo de um objeto. Estudo sistemático e realizado com a finalidade de incorporar os estudos obtidos em expressões comunicáveis e comprovadas aos níveis do conhecimento obtido” (BARROS; LEHFELD, 2000, p. 30). Porém, o ato de pesquisar e construir conhecimento não é uma tarefa fácil, ele nos traz muitas incertezas e desafios, mas é por meio da pesquisa que encontramos respostas para os problemas que investigamos.

Portanto, entendemos a Universidade como um lugar privilegiado, que proporciona novos conhecimentos através da pesquisa. Para que haja construção do conhecimento científico precisamos compreender o objeto em estudo e a partir dele criar aproximações conceituais, reelaborando as concepções que se tem.

Na Educação, a pesquisa também assume um papel importante, pois é através dela que encontramos novos caminhos para o processo de ensino/aprendizagem.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses-que-fazerem se encontram um corpo no outro. Enquanto ensino, continuo procurando, continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquisa para constatar e, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquisa para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 1996, p. 32).

Pois o ato de ensinar exige reflexão e debate, além de uma eterna busca pela construção do conhecimento, do contrário caímos na armadilha de fazer da educação um ato de transmitir conhecimento.

A Matemática é uma disciplina que historicamente tem sido estigmatizada como complexa e de difícil compreensão, a qual dificulta o sucesso escolar de inúmeros estudantes. Essas dificuldades de ensino/aprendizagem impulsionam as pesquisas voltadas para a Educação Matemática, sendo uma área de pesquisa e estudos das formas de ensinar matemática, assim como área que busca compreender os processos de aprendizagem dos estudantes. Com isto, conseguimos ir aperfeiçoando a prática educativa, de modo a favorecer a construção do conhecimento por parte do estudante.

Muitas destas pesquisas têm buscado na Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) respostas para as mais variadas problemáticas de ensino da matemática.

Tornando os estudos de Raymond Duval cada vez mais aceitos por pesquisadores, sendo uma Teoria de origem na Psicologia, por tratar-se de cognição, chegou ao Brasil por volta dos anos 90 e tem sido utilizada em investigações de diversos campos da Educação Matemática.

A Teoria de aprendizagem semio-cognitiva de Duval, fornece subsídios para o entendimento e reflexão do processo de ensino/aprendizagem da Matemática. A Teoria está fundamentada na mobilização de diferentes registros de representação para a compreensão dos conceitos da matemática. Essa Teoria tem potencial de explorar diferentes contextos do ensino da matemática, pois leva em conta tanto os aspectos epistemológicos quanto cognitivos da aprendizagem matemática. Para Duval, “a aprendizagem das matemáticas constitui, em evidência, um campo de estudos privilegiados para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos” (DUVAL 2009, p. 13).

Com isso, a análise das pesquisas desenvolvidas na pós-graduação, que se fundamentam na Teoria de Duval, constitui uma atividade importante, pois nos direcionam para novos entendimentos e abrem portas para as mais diversas aplicações na área da Educação Matemática.

Diante do contexto exposto, e com o desejo de identificar as pesquisas acadêmicas que utilizam como aporte teórico a Teoria Duval, mapeamos a produção de dissertações e teses defendidas no Brasil, buscando analisar a contribuição da Teoria nas mais diversas problemáticas de ensino/aprendizagem.

As motivações que nos levaram a adotar este tema e que nortearam nossa pesquisa foram as possibilidades de revelar os diversos enfoques e perspectivas da Teoria, contribuindo para apontar possíveis lacunas, as quais carecem de mais pesquisas.

No entanto, revisando a literatura encontramos algumas pesquisas semelhantes, feitas por meio de recortes temporais, cuja finalidade é contribuir para a difusão do histórico da Teoria nas pesquisas brasileiras. O primeiro trabalho realizado foi o de Colombo, Flores e Moretti (2008), que levantaram dados das pesquisas referentes aos anos de 1990 a 2005, nos quais foram encontradas 27 dissertações e 3 teses.

A pesquisa seguinte, de Brandt e Moretti (2014), buscou mapear dissertações, teses e artigos publicados em periódicos, entre os anos de 2006 e 2009, em que registraram vinte e cinco dissertações, quatro teses, sete artigos em periódicos e vinte comunicações científicas.

Ferreira, Santos e Curi (2013) investigaram as publicações disponíveis no banco de dados da CAPES, referentes aos anos de 2002 a 2012, em que encontraram setenta e três dissertações e sete teses.

E por último, Pontes, Finck e Nunes (2017) analisaram sessenta e cinco publicações no recorte de tempo de 2010 a 2015, sendo dessas 44 dissertações, 7 teses e 14 artigos publicados em periódicos.

Contudo, o atual levantamento, foco desta dissertação, encontrou um número mais expressivo de trabalhos, que serão analisados mais detalhadamente. As pesquisas científicas mencionadas neste trabalho foram coletadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e nos levantamentos anteriores citados.

Nesse sentido, o problema de pesquisa originou-se do seguinte questionamento: **Como o quadro teórico da TRRS tem sido mobilizado nas pesquisas em dissertações e teses de pesquisas brasileiras no período de 1996 a 2019?** Procurando encontrar respostas para a indagação, essa pesquisa de mestrado, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica E Tecnológica na UFSC, na linha de pesquisa “Ensino e Aprendizagem da Matemática”, tem como objetivo geral: compreender como está sendo utilizada a Teoria de Raymond Duval nas pesquisas em dissertações e teses brasileiras no período de 1996 a 2019.

Para conseguirmos responder o problema de pesquisa e o objetivo geral, elencamos os seguintes objetivos específicos: (i) identificar as dissertações e teses que abordam a Teoria de Duval, defendidas no Brasil entre os anos de 1996 a 2019; (ii) investigar quais são as principais temáticas privilegiadas nas dissertações e teses; (iii) apontar as lacunas existentes contribuindo para novas pesquisas na área.

Em sua organização, a presente dissertação conta com as seguintes etapas:

No capítulo 2 abordamos a fundamentação teórica, a importância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e apresentamos alguns conceitos da Teoria. No capítulo 3 discriminamos os procedimentos metodológicos, caracterizando a metodologia empregada como Estado do Conhecimento e a diferenciando do Estado da Arte, além de esclarecer as questões que orientaram a busca de dados e a construção da planilha para o fichamento da pesquisa.

Dando continuidade, no capítulo 4 expomos a análise geral dos dados referente às dissertações e teses, encontradas no recorte temporal 1996 a 2019, que abordam a TRRS de Duval, e, ainda, a análise das dissertações e teses por categoria de análise (objetos de pesquisa; nível de abrangência; metodologia e aspectos da TRRS).

Por fim, nossas considerações, buscando retomar os aspectos que nortearam o presente estudo, e destacamos as contribuições que esta investigação proporcionou, além de apontar lacunas para futuras pesquisas.

## 2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval fornece muitos elementos para compreender determinadas dificuldades encontradas pelos estudantes ao estudar matemática, em particular, nas complexidades do ponto de vista semiótico ao acesso a estes objetos em suas diferentes representações. Sendo, portanto, o aporte teórico escolhido por muitos pesquisadores, a partir do ano de 1996 aqui no Brasil, para nortear suas investigações no campo da Educação Matemática. Pois, os elementos da semiótica contribuem significativamente para as pesquisas em Educação Matemática, uma vez que, permiti compreender as especificidades do processo de ensino/aprendizagem em matemática através de uma abordagem sob o aspecto cognitivo.

Pensar a educação matemática sob o foco do funcionamento cognitivo nos permite refletir sobre as dificuldades que se apresentam no processo, tanto de ensino, quanto de aprendizagem da matemática. Compreender quais as atividades cognitivas que embasam esse funcionamento, como se apresentam e o que elas requerem na particularidade da matemática, são questões fundamentais para entender o porquê dessas dificuldades e buscar sua superação. E a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval vem ao encontro desse propósito (BRANDT; MORETTI; 2014).

Raymund Duval<sup>1</sup>, filósofo e psicólogo francês, voltou sua Teoria referente à Semiótica para a aprendizagem matemática, em razão da complexidade do processo de aprendizagem, pois o objeto de estudo no campo da matemática, na maioria das vezes, é abstrato. Nesta perspectiva, a Teoria está fundamentada no entendimento dos processos cognitivos da aprendizagem em matemática, promovendo uma reflexão sobre o processo de ensino/aprendizagem do estudante em matemática. Segundo Duval (2011), a compreensão dos conceitos matemáticos se dá através do desenvolvimento de um tipo de funcionamento cognitivo diferente das outras áreas do conhecimento.

A Teoria de Duval aborda o uso de Registros de Representações Semióticas para a apreensão do conhecimento matemático. A origem da palavra semiótica vem da raiz grega *semeion*, cujo significado é “signo”, ou seja, a semiótica pode ser entendida como “a ciência dos signos e dos processos significativos na natureza e na cultura” (NÖTH, 1995, p. 17).

---

<sup>1</sup> Raymond Duval desenvolveu estudos em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França de 1970 até 1999. Atualmente é professor emérito na Université du Littoral Côte 13 d’Opale na França.

As representações semióticas, para Duval (1993, p. 39), “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento”. Sendo assim, a real importância dos estudos da semiótica, é compreender como o sujeito interpreta este signo e na matemática, em particular, como ele acessa esses objetos. “Para evitar confusão nas denominações dos signos, Duval prefere o termo registro para os signos com a mesma referência em um sistema semiótico” (MORETTI; THIEL, 2012, p. 383).

De acordo com Duval (2009, p. 24), “em matemática as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática”. Logo, o desenvolvimento dos conceitos matemáticos está associado ao uso de um sistema semiótico de representações. Além disso, a compreensão de um objeto matemático está relacionada com a capacidade de mobilizar mais de um registro de representação semiótica do mesmo objeto. Segundo Duval (2003, p. 12), “precisamos considerar que a aquisição na matemática está relacionada à forma que a mesma se apresenta para nós, pois, os processos cognitivos envolvidos para mobilizar os objetos matemáticos pelo sujeito, não são os mesmos de outra área de conhecimento”.

O autor difere a matemática de outras áreas de conhecimento, visto que todos os objetos matemáticos apenas são acessíveis através de representações. Os objetos matemáticos são ideais e sendo assim não são acessíveis pelos sentidos, só pelas representações. Para Duval:

[...] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação. É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc, com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figura... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes (DUVAL, 2009, p. 14).

Compreender e articular diferentes registros de representação matemática proporciona um melhor entendimento do objeto de conhecimento em matemática, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. Sendo que, ao conseguirmos transitar entre os diferentes registros de representação, podemos optar por aquela que acharmos mais conveniente para ser trabalhada dependendo do custo cognitivo de umas em detrimento de outras. Dessa forma, saber qual registro utilizar e que conteúdos ele revela do objeto é interessante, pois permite um menor custo cognitivo para resolver a situação-problema.

## 2.1 ALGUNS ASPECTOS IMPORTANTES DA TEORIA: ASPECTOS DA TRRS UTILIZADOS NA CATEGORIZAÇÃO DAS PESQUISAS

A Teoria de Duval apresenta diferentes olhares para as aprendizagens dos objetos matemáticos, observando as características semióticas de cada um e apresentando reflexões acerca de suas aprendizagens. A TRRS dispõe de alguns conceitos primordiais para sua compreensão e por isso, entendemos ser necessário apresentar alguns destes conceitos da Teoria que serão usados mais adiante nas análises das dissertações e teses.

### 2.1.1 Os registros de representação semiótica e seu papel na aprendizagem

O primeiro ponto que precisamos compreender na Teoria de Duval é que nem todo sistema semiótico pode ser considerado um Registro de Representação Semiótica. Para que um sistema de representação possa ser considerado um Registro de Representação Semiótica, Duval (2009) aponta algumas definições a respeito das três atividades cognitivas fundamentais que o registro deve cumprir: a formação (que está ligado a características específicas do objeto, sendo uma maneira de reconhecê-lo), tratamento (mudança na representação que ocorre sempre no mesmo sistema semiótico) e conversão (ocorre quando saímos de um registro de partida para chegarmos em outro registro representação diferente do inicial).

- a) Formação de Representação Identificável: É a forma de reconhecer um objeto por meio de elementos específicos e regras que o compõem. Por exemplo, ao observarmos o registro algébrico  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} f(x) = 2x^2 - 3$ , identificamos que se trata de uma função pela presença da regra  $f(x)$ , do domínio  $\mathbb{R}$  e do contradomínio  $\mathbb{R}$ , portanto sabemos que se trata de uma função quadrática pela presença do  $x^2$ . A Formação de Representação Identificável é composta por todas as unidades, informações, princípios e regras que identificam qual objeto matemático se trata (DUVAL, 1995).
- b) Tratamento: Essa atividade acontece pela mudança do conteúdo da representação, por meio de operações coerentes que respeitem as regras internas do sistema semiótico, sem mudar o tipo de registro em que se encontra. Consideramos o exemplo da expressão  $(x + 4)^2$ , que com algumas operações pode ser substituída por  $x^2 + 8x + 16$ , onde o registro inicial era o algébrico e depois do tratamento

efetuado ainda permanecemos nele. Dessa forma, o tratamento faz alterações dentro do mesmo registro de representação semiótico.

- c) Conversão: Essa atividade ocorre no momento que estamos em uma representação semiótica inicial e através de algumas operações extrapolamos esse registro inicial e chegamos em outro. Pensamos por exemplo na expressão “um número ao quadrado menos 1” e “ $x^2 - 1$ ”, percebe que partindo do registro linguístico chegamos no algébrico, representando um mesmo objeto de conhecimento chamado polinômio. Essa atividade cognitiva é considerada a mais importante na aprendizagem, e para Duval (2005, p. 50), ela é a menos imediata e exige um maior custo cognitivo do sujeito, sendo a causa de muitos erros na resolução de problemas em matemática.

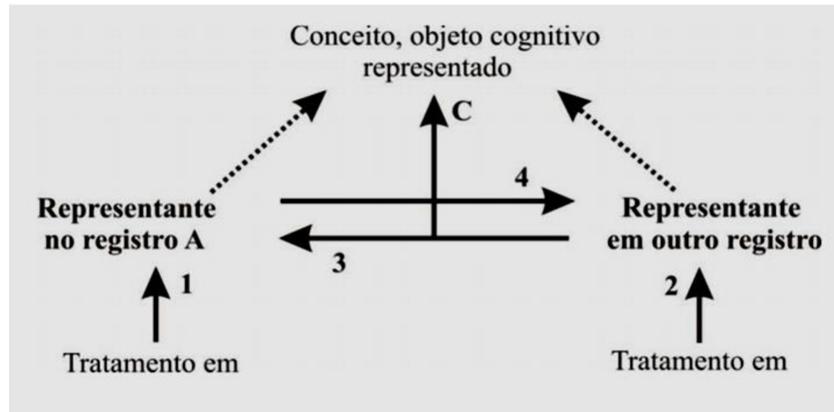
A compreensão do objeto matemático está diretamente ligada à capacidade de coordenação de diferentes representações em sistemas semióticos diferentes. Nas palavras de Duval:

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. [...] Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão (DUVAL, 2003, p. 14).

Portanto, o entendimento de um conceito matemático só é adquirido quando conseguimos trabalhar com pelo menos dois registros de representação diferentes, realizando as operações cognitivas pertinentes (DUVAL, 2003, p. 14). Vale lembrar que todo registro de representação contém limitações específicas, o que torna importante coordenar os sistemas de representação. Porém, muitas vezes, a dificuldade, por parte do estudante, está justamente em identificar as diferentes formas de representar um objeto matemático, tornando-se assim um obstáculo na aprendizagem.

O trabalho com ao menos dois registros de representação não deve ser apenas em um sentido único da conversão, partindo de um registro A e chegando ao B, mas também o contrário, onde o B é a partida e o registro A é a chegada. Duval (2004) fala que os registros devem ser coordenados simultaneamente, ou seja, o sujeito deve saber o que muda em um registro quando o outro é alterado. Isso pode ser entendido com a Figura 1 a seguir, que apresenta a hipótese fundamental da aprendizagem de Duval:

Figura 1 – Esquema da hipótese fundamental da aprendizagem de Duval



Fonte: Duval (2012b, p. 282).

A Figura 1 apresenta os processos cognitivos presentes na hipótese de aprendizagem de Duval. Ela consiste em dois registros A e B, onde é no processo de coordenação (conversão) entre estes registros que promove compreensão do objeto matemático. Cada um destes registros possui seus tratamentos próprios, mas é na coordenação dos registros que ocorre a aprendizagem. Devemos ser capazes de alterar o registro A e saber o que será alterado no registro B, identificando as unidades significantes em um registro e no outro e reconhecendo quais aspectos que a representação de uma influência na mudança do outro.

Para exemplificar podemos pensar no caso na parábola  $ax^2 + bx + c = 0$ . Sabemos que este tipo de equação quando apresentada em sua forma geométrica no plano cartesiano gera uma parábola. Cada equação gera uma parábola diferente, onde a concavidade pode estar para cima ou para baixo, ou ela pode interceptar o eixo das abcissas ou não, o tamanho de sua abertura e o ponto que intercepta no eixo das ordenadas. Em geral, quando este conceito é trabalhado o professor apresenta a equação quadrática e o estudante constrói o gráfico utilizando instrumentos como uma tabela de pontos, impedindo o olhar global sob o conteúdo e fecha o estudante em uma única forma de representação.

Na ideia de Duval, devemos ensinar os estudantes a perceber quais alterações nas unidades significantes da parte algébrica interferem nas unidades significantes do gráfico e vice-versa. O que acontece com a curva da função quando alteramos o sinal do coeficiente  $a$ ? O que muda quando alteramos o valor ou sinal dos outros coeficientes? Que influências as mudanças na equação têm em relação a parábola no plano? Se ensinarmos com estas perspectivas estaremos trabalhando no sentido de atingir a hipótese fundamental de aprendizagem de Duval, estudando um objeto por meio da coordenação de registros. A

ocorrência disto nos leva a ter a compreensão global do objeto, que Duval (2012b) seria a aprendizagem do objeto de forma integral e não parcial, olhando para o máximo de conteúdos dos objetos que as diferentes representações nos oferecem.

A necessidade de basearmos o ensino da matemática na mobilização de diferentes representações, ocorre pela relação que a Teoria defende entre *noesis* e *semiose*. A *noesis* é a apreensão conceitual do objeto, no cognitivo do sujeito, enquanto a *semiose* é a representação semiótica do objeto. Para haver *noesis* deve fazer *semiose* (DUVAL, 2012b), ou seja, a compreensão conceitual está condicionada na mobilização de Registros de Representação Semiótica.

O entendimento destes conceitos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica é necessário para, posteriormente compreendermos seus usos em diferentes pesquisas. Acreditamos que das três atividades cognitivas, a conversão tem maior destaque, pois é por ela que se coordenam diferentes registros. Porém, algumas conversões podem ser mais complexas que outras e a seguir, vamos apresentar alguns conceitos da Teoria que ajudam a entender o porquê de algumas conversões terem maior custo cognitivo que outras.

### 2.1.2 Congruência semântica

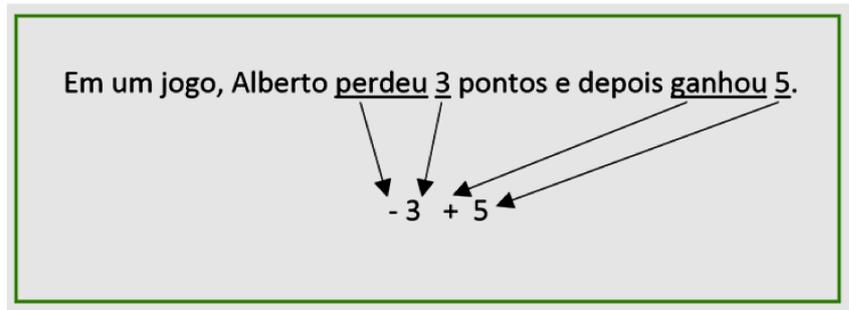
Para Duval (2012c, p. 100), “duas expressões podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes e não serem semanticamente congruentes: neste caso, há um custo cognitivo importante para a compreensão”. Entende-se por congruência semântica o trânsito de uma representação semiótica a um outro sistema, de maneira espontânea, com pouco custo cognitivo. Para o autor, haverá congruência semântica, se os seguintes critérios forem obedecidos:

- a) correspondência semântica entre os elementos significantes (unidade significativa do primeiro registro relacionado a uma unidade significativa do segundo registro);
- b) univocidade semântica terminal: cada unidade significativa no registro de partida corresponde uma unidade significativa no registro de chegada;
- c) ter a mesma ordem da organização das unidades dentro dos dois registros de representação.

Veja que, se um dos critérios acima não for obedecido, então não há congruência semântica, ou seja, falamos que existe uma não-congruência entre os registros de representações. Para Duval (2009), o principal obstáculo encontrado para converter um registro

em outro, está justamente no grau de não-congruência entre as duas representações. Para exemplificar vamos observar a situação da Figura 2 a seguir:

Figura 2 – Exemplo de congruência semântica entre duas expressões



Fonte: elaborada pela autora.

Neste caso, percebemos que as duas expressões são semanticamente congruentes, pois todos os critérios são atendidos. As unidades significantes da frase são: perdeu, 3 pontos, ganhou e 5 pontos, que estão correspondidas com as unidades significantes da outra expressão na mesma ordem entre os registros de partida (perdeu, 3, ganhou, 5) com os de chegada (-, 3, +, 5). Cada um dos registros de partida tem um de chegada, atendendo a existência de univocidade semântica terminal, e ainda, organizadas na mesma ordem. Logo, temos duas expressões semanticamente congruentes.

Agora veremos um exemplo de duas expressões que não apresentam congruência: Ontem estava fazendo 2 graus Celsius de temperatura na cidade e hoje está fazendo 4 graus Celsius negativos. Qual a variação da temperatura entre ontem e hoje? Sabemos a expressão que gera a resposta do problema seria  $(-4) - (+2)$ , que não tem congruência semântica com a expressão, pois na frase o quatro negativo aparece no final e o dois no começo da frase, enquanto na segunda expressão os registros estão invertidos. A expressão que teria congruência semântica seria  $(+2) + (-4)$  pois responderia ao problema, mas não atende a necessidade do problema.

Quanto menos duas expressões são congruentes maior é a distância cognitiva entre suas representações, ou seja, mais custo cognitivo terá o estudante para acessar o objeto de conhecimento. Duval (2011, p. 124) também reconhece que existe dificuldade em trabalhar com problemas cujas expressões não tenham congruência semântica, mas também explica que é importante que tais situações sejam estudados, pois são nestes casos de não congruência que o estudante tem maior custo cognitivo. O autor menciona que:

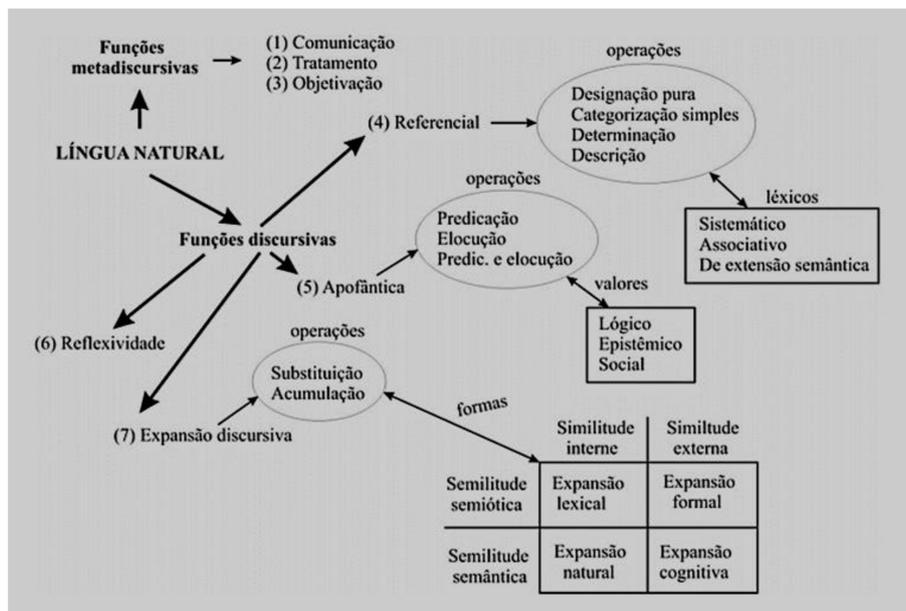
Os fenômenos de não congruência semântica são mais numerosos que os fenômenos de congruência. É isso que faz a riqueza criadora da diversidade de registros. Eles não são previsíveis, mas devem ser estudados caso a caso, para cada atividade ou cada problema que propomos (DUVAL, 2011, p. 124).

Essa discussão sobre expressões serem ou não congruentes está diretamente relacionada às atividades de conversão. Muitos estudantes apresentam dificuldades em problemas como o do exemplo anterior, pois convertem os enunciados em expressões que mesmo que tenham congruência, não fazem referência ao objeto de conhecimento. É necessário termos isso em mente ao ensinarmos matemática e olhar para as situações matemática tendo clareza em quais processos semio-cognitivos dos problemas a congruência ou não congruência pode levar ao erro.

### 2.1.3 Funções discursivas

Para Duval (1995), uma língua é composta de dois grupos de funções discursivas, ambos completamente diferentes. O grupo das funções discursivas é próprio. Já o grupo que reúne as funções metadiscursivas é comum a qualquer sistema de representação (linguísticos, simbólicos, figurativos). Na Figura 3, compreendemos melhor o conjunto das funções determinadas por Duval (2004).

Figura 3 – Funções metadiscursivas e discursivas



Fonte: Esquema das funções e operações discursivas elaborado por Dionizio, Brandt e Moretti (2014, p. 517), a partir de Duval (2004).

As funções metadiscursivas estão classificadas em: Comunicação, Tratamento e Objetivação. A comunicação é uma função que todo sistema de representação deve cumprir. Sendo assim, ela age como instrumento de comunicação entre os sujeitos. Já o tratamento está relacionado às operações que podem ser realizadas dentro do próprio sistema de representação semiótica de partida. E por fim, a objetivação, que remete ao desenvolvimento do sujeito em suas atividades. “É a externalização ou conscientização que não se tinha antes” (DUVAL, 2004, p. 88).

Contudo, para um sistema semiótico ser considerado uma língua, ele deve desempenhar, além das funções vista anteriormente, as funções discursivas, que são compreendidas por: função referencial (designação de objetos), apofântica (dizer algo sobre os objetos por meio de enunciados), expansão discursiva (interligar preposições) e reflexividade social (indicar o estatuto, modo ou valor da expressão). Na sequência, apresentamos cada uma das funções discursivas de uma língua separadamente, apontando alguns exemplos.

a) Função Referencial: esta função tem objetivo de designar os objetos matemáticos. Designar é atribuir símbolos, palavras, letras, números, dentro outros recursos para representar e indicar um determinado objeto. A função referencial ocorre por meio de algumas operações discursivas (DUVAL, 2004), são elas: designação pura, categorização simples, determinação e descrição.

A designação pura designa para um terminado objeto um signo ou palavra que o identifique. Quando dizemos: seja  $h$  o raio da base do cone, a letra  $h$  é designada para representar a medida do raio do cone em questão. Já a categorização simples, designa uma qualidade/característica do objeto envolvido, como na frase: a função  $f$  é bijetora, onde bijetora indica uma característica da função.

A determinação utiliza artigos definidos e indefinidos (o, a, os, as) nas frases para falar da existência ou unidade dos objetos, sendo essa operação trabalhava em conjunto com as demais. E no caso da descrição, operação que combina todas as outras com objetivo de expressar e descrever objetos. Existem situações em que não temos nomes específicos para as coisas e temos necessidade de construirmos algo para designar o objeto, sendo esse o objetivo da operação de descrição.

b) Função Apofântica: Duval (DUVAL, 2004, p. 104) explica que “somente designar objetos não cria uma língua, é preciso poder dizer qualquer coisa sobre os objetos sob a forma de uma proposição, ou seja, cumprir a função apofântica”. Esta função tem objetivo de construir expressões e frases com sentido completo, podendo ser de forma escrita ou oralizada. Além

disso, é a função apofântica que permite atribuímos os valores lógico (de verdade ou não), epistêmico (se a expressão respeita as regras matemáticas de cada objeto) e o social (a intenção ou motivo que levou o sujeito a construir a frase). A função apofântica age por meio de duas operações: a predicação e o ato ilocutório.

A predicação serve para falar dos objetos de forma escrita, utilizando a língua natural e/ou a linguagem específica da matemática. Enquanto o ato ilocutório, ocorre em momentos de diálogo entre professor e estudante, onde são expressos os raciocínios, explicações e pensamentos com o uso da oralidade.

c) A função de expansão discursiva: esta função serve para “articular diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, de uma descrição, de uma explicação ou de um raciocínio” (DUVAL, 2004, p. 94). Ela possibilita ampliar um discurso, para o sujeito fazer inferências e promover novas informações a partir de um discurso inicial. A expansão discursiva ocorre por duas operações: a acumulação e a substituição.

A substituição, permite a continuidade de um discurso substituindo informações por outras, mudança a primeira obtendo novos resultados e inferências. A substituição precisa respeitar as regras internas do sistema semiótico que ele sendo trabalhado e geralmente acontece em discursos com linguagens mais formais, como o registro simbólico (números), o algébrico e outras estruturas mais formais.

Na acumulação, o discurso é expandido unindo e relacionando frases que são conectadas de forma coerente, agregando novas informações ao discurso. Ela pode acontecer em situações de narração, descrição, explicações, e geralmente conduzida pela linguagem natural.

Além disso, Duval (2004, p. 118) explica que existem algumas formas que a expansão pode ocorrer, são elas: expansão natural, expansão formal, expansão cognitiva e expansão lexical.

As expansões formais e lexicais acontecem por similaridade semiótica, onde os significantes são recuperados no decorrer da progressão do discurso. A expansão formal pode ser exemplificada tomando como partida a expressão  $(a-b)(a+b)$  e a partir do tratamento algébrico adequado chegar em  $a^2 - b$ . Assim os mesmos elementos  $a$  e  $b$  foram recuperados, mas agora em um outro formato informando algo novo.

A expansão natural acontece quando um discurso se expande com a língua natural, inserindo novas frases e conectando as informações, como no exemplo: Este triângulo é retângulo, então ele possui um ângulo reto. A partir da frase que diz que ele é retângulo podemos

expandir criando outra dizendo que tem um ângulo reto. Na expansão cognitiva, o sujeito faz inferências a partir de enunciados, chegando a novas conclusões, como por exemplo: Um estudante vê um triângulo e traça um segmento indicado a sua altura  $h$  corretamente, se ele fez isto significa que sabe que a altura precisa ser perpendicular à base, sendo esse um enunciado que ele precisou considerar e produzir (mesmo que em sua mente) a partir das informações apresentadas.

A seguir, temos o Quadro 1 que apresenta todas as formas de expansões discursivas:

Quadro 1 – As diferentes formas de expansão discursiva

Mecanismos de expansão	<b>Similaridade interna</b> (continuidade sem um terceiro enunciado)	<b>Similaridade externa</b> (continuidade com um terceiro enunciado)
<b>Similaridade semiótica</b> (são recuperados alguns significantes).	Expansão LEXICAL (recuperação do sentido de uma mesma unidade do vocabulário sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual).  Associações verbais, ocorrências.  Linguagem do inconsciente.	Expansão FORMAL (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica...). Raciocínio dedutivo (proposições de estrutura funcional).  Cálculo proposicional, cálculos de predicados.
<b>Similaridade semântica</b> Lei de Frege: Significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global).	Expansão NATURAL (somente o conhecimento da linguagem corrente é suficiente). Descrição, Narração. Argumentação retórica. Silogismo aristotélico. (proposição de estrutura temática predicativa). Raciocínio pelo absurdo.	Expansão COGNITIVA (exige o conhecimento de definições, regras e leis para um domínio de objetos). Explicação. Raciocínio dedutivo.

Fonte: Duval (2004, p. 119), tradução de Dionizio, Brandt e Moretti (2014, p. 8).

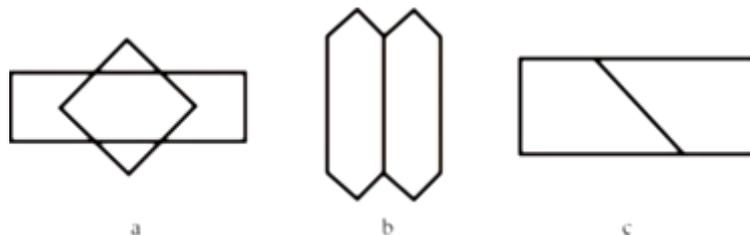
Todas as formas de expansão discursiva estão relacionadas e são aplicadas em conjunto, assim como as demais funções e operações discursivas. Esta parte da Teoria oferece subsídios para estudar a influência da linguagem no ensino/aprendizagem da matemática, e traz para a língua outro papel que não seja apenas comutativo e assim agindo como registro de representação semiótico para o funcionamento cognitivo.

### 2.1.4 Aprendizagem da geometria: as apreensões que devem ser consideradas no ensino de geometria

O pensamento geométrico também é destaque na Teoria de Duval (2005, 2011, 2012a, 2012b), na qual o autor defende que o aprendizado de geometria perpassa por três processos cognitivos, a visualização (exploração heurística de uma situação complexa), a construção (a qual pode ser trabalhada através de um modelo, em que as ações realizadas, bem como, os resultados observados, associam-se aos objetos matemáticos representados) e o raciocínio (processo do discurso para a prova e a explicação). Duval afirma ainda a importância dos tratamentos figurais, uma vez que a figura traz em si um complicador que é a interpretação imediata pela percepção. Por isso, faz-se necessário um trabalho articulado entre dois registros de representação, a figura e o discurso, deve haver aí, o que Duval chama de sinergia.

As apreensões em geometria, que são, perceptiva, discursiva, operatória e sequencial são essenciais e precisam ser trabalhadas em sala de aula com o suporte de vários registros de representação. Para toda figura geométrica existem os níveis de apreensão, que foram os citados anteriormente, mas há necessidade de um trabalho do professor para que o estudante saia de uma apreensão unicamente perceptiva e chegue à sequencial, por exemplo. Para Duval (2004), as apreensões perceptivas e operatórias fazem parte dos níveis de compreensão das figuras geométricas relacionadas com certos tratamentos, correspondendo a escolha de alternativas para que seja possível resolver um determinado problema que envolve alguma figura. A apreensão perceptiva realiza “o reconhecimento das diferentes unidades figurais que são discerníveis em uma figura dada” (DUVAL, 2004, p.162). É a observação imediata das características, a primeira percepção que temos automaticamente ao olhar uma figura e possibilita a interpretação da figura e sua organização. Veja na figura a seguir, um exemplo da apreensão perceptiva:

Figura 4 – Exemplo de diferentes organizações perceptivas de uma figura



Fonte: Duval (2012a, p. 121).

Por meio da apreensão perceptiva, percebemos que a Figura 4a resulta de uma sobreposição de um quadrado com um retângulo. Já com Figura 4b temos a percepção imediata de duas formas iguais que possuem um lado em comum, e no caso da Figura 4c, percebemos um retângulo com duas partes iguais. Para Duval (2012b), essas percepções seriam resultado da apreensão perceptiva, sendo ela automática e imediata, destacando na figura geométrica certos elementos que independem de qualquer enunciado.

A apreensão operatória está relacionada com certas modificações que as figuras permitem e que ajudam a resolver um certo problema. Essas modificações são divididas em três tipos: a mereológica, a ótica e a posicional. No caso da modificação mereológica, esta se volta para as operações que dividem uma figura em subfiguras, dado uma relação parte-todo. A modificação ótica tem objetivo de ampliar ou diminuir uma imagem, ou até mesmo deformar uma figura transformando em outra. A modificação posicional, por sua vez, está relacionada a rotações da figura, deslocamentos e reflexões da figura sobre o campo se referência que se encontra.

No caso da apreensão sequencial, seu objetivo “é explicitamente solicitada em atividades de construção ou em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura” (DUVAL, 2012a, p. 120). Este tipo de apreensão ocorre nos momentos em que o sujeito recebe uma lista de instruções para formar alguma figura, sendo esta prática comum em aulas de matemática em que os estudantes receberam passos para construções geométricas com retas, compasso, régua, dentro outros.

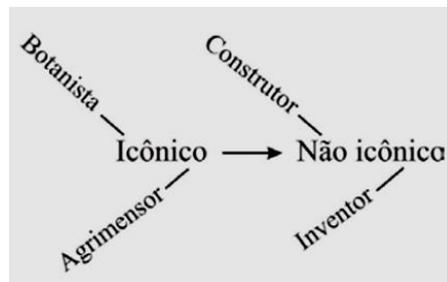
Por fim, temos a apreensão discursiva, que é responsável pela interpretação das figuras dando atenção para o que os enunciados falam sobre ela. Duval (2012a) diz que, em geral, os estudantes valorizam a apreensão perceptiva, não levando em consideração o que o discurso diz sobre a figura. Não podemos olhar para um triângulo e supor que ele seja retângulo, é preciso verificar as informações discursivas que o enunciado diz sobre ele que possa indicar que seja retângulo.

Outra discussão que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica traz está relacionada à necessidade de aprender a ver em geometria. Uma mesma figura pode ser visualizada e descrita de maneiras completamente diferentes, dependendo de quem as analisa e dos olhares que empreende sobre ela. Ensinar a ver em geometria pode auxiliar o estudante na condução de uma interpretação diferente, permitindo assim, o acesso aos objetos de conhecimento geométricos. Para Moretti (2005, p. 5), “aprender a olhar em geometria é

aprender a fazer os olhares deste percurso”, mas isso não é espontânea e precisa de um investimento pedagógico e didático do professor.

Ainda com relação aos diferentes olhares que devemos desenvolver no ensino de matemática sobre as figuras geométricas, partiremos do ensino de um olhar botanista, que apenas diferencia formas, até o olhar do inventor, que é mais aprimorado e permite resolver um problema. O passo inicial na aprendizagem parte do olhar icônico transmutando ao olhar não icônico com o aprimoramento da capacidade de olhar. No mais, a seguir, a Figura 5 apresenta estes olhares:

Figura 5 – Os diferentes olhares em geometria



Fonte: Moretti (2013, p. 293), a partir de Duval (2005, p. 5-12).

O olhar botanista trata-se de uma visualização qualitativa da figura, observando seus lados, ângulos, contornos da forma, sendo capaz de diferenciar um quadrado de um pentágono, por exemplo. Já o olhar agrimensor, ocorre no momento que o sujeito transfere a medida de uma área real para um papel, necessitante de tratamento de escalas e proporções. Segundo Duval, “neste tipo de atividade, as propriedades geométricas são as mobilizadas para fins de medida” (DUVAL, 2005, p. 6).

O olhar construtor forma-se com uso de instrumentos, onde o sujeito toma consciência das propriedades geométricas e ultrapasse a esfera apenas perceptiva (DUVAL, 2005). E o olhar do inventor, tem objetivo de resolver problemas, modificando a figura e incorporando novos segmentos, trações e procedimentos pertinentes. Um exemplo seria pedir ao estudante que dividisse uma figura para que a reconstruísse em outra, necessitando efetuar trações de repartição e deslocamentos.

Esse conjunto de apreensões e olhares apresentados pela Teoria permite uma perspectiva diferente sobre o ensino da geometria. Estes conceitos revelam que na aprendizagem da geometria, o trabalho com as figuras geométricas precisa considerar alguns

aspectos como: organizacionais das formas (Gestalt do objeto), as diferentes formas de apreensões e suas características; praticar a evolução dos olhares em geometria; compreender a figura como algo que é dito tanto de forma figural quanto escrita (discurso que acompanha a figura). Esses aspectos propostos por Duval (2004) podem ser considerados como a Semiosfera<sup>2</sup> de Aprendizagem da geometria.

### 2.1.5 Aprendizagem da álgebra

Neste tópico apresentamos as discussões sobre a aprendizagem da álgebra na perspectiva de Duval (2011) e de Duval *et al.* (2015). Além das atividades cognitivas de tratamento e conversão que um registro deve cumprir, para o aprendizado do registro de representação algébrico, o autor traz em suas discussões mais recentes alguns aspectos que devem ser levados em conta para o aprendizado da álgebra. Não significa que os estudantes não precisem realizar tratamentos internos ao sistema algébrico ou converter a língua natural (materna) na formal (álgebra), mas que para este tipo de conhecimento outras questões cognitivas precisam ser levadas em conta.

Em Duval (2011, p. 57) encontramos muitas discussões sobre este tema em que é defendido que na álgebra “não são as letras que são importantes, mas as operações discursivas de designação dos objetos feita por meio da língua natural ou formal”. Isso nos remete a uma mudança no pensamento sobre o ensino de álgebra, que muitas vezes é reduzido à mobilização de letras sem levar em conta as operações discursivas e atividades cognitivas envolvidas.

Duval *et al.* (2015) também expandem esta discussão e acrescenta novas ideias para o aprendizado algébrico. Aqui encontramos as diferentes designações que precisam ser coordenadas na álgebra, como por exemplo, a redesignação ou a designação funcional. Duval *et al.* (2015) fala de uma “ruptura epistemológica” que acontece quando saímos do campo aritmético para o algébrico, uma vez que difícil para os estudantes substituir o uso de números por letras.

Um exemplo das dificuldades enfrentadas no ensino da álgebra é a resolução de uma situação como: Um retângulo tem perímetro de 780m onde a medida do comprimento é 30m maior que a largura. Esta situação é interpretada pelos estudantes e estabelecida em geral como

---

<sup>2</sup> A Semiosfera proposta por Moretti (2013) congrega duas teorias de aprendizagem, a ideia de capacidade espacial em Frostig e Horne (1964), Hoffer (1977) e dos olhares icônico e não icônico em Duval.

$780 = 2C + 2L$ , porém, a outra parte que seria estabelecer  $C = L + 30$  não é realizada. Esta designação do comprimento é uma designação funcional, pois colocada uma variável em função da outra. É uma atividade cognitiva importante advinda das funções do discurso, mas que muitas vezes, são alvo de dificuldades (DUVAL, 2015).

Duval (2011) defende algumas ideias para serem consideradas no ensino da álgebra, sob um olhar cognitivo. A primeira ideia tem a ver com a função da designação, pois ele deixa claro que não são as letras que são importantes, mas as operações discursivas que ocorrem, em particular, a designação de objetos. Como já mencionado anteriormente, os estudantes precisam designar as relações algébricas por meio da combinação de léxicos sistemáticos (números) e associativos (letras).

A segunda ideia fala da importância da resolução de problemas neste processo, em que Duval (2011) destaca o trabalho com as equações deve voltar-se não a como resolver um problema, mas sim, elaborá-lo.

A terceira ideia volta-se sobre a necessidade de cruzar dimensões semânticas diferentes. Um exemplo seria o problema: As rodas dos carros e motos de um estacionamento somam 120. Sabendo que o total de veículos é 40, determine a quantidade de cada um. As informações deste problema não estão no número de carros ou de motos, mas no cruzamento das informações. Irá necessitar certos cruzamentos para os estudantes designarem as relações  $4x + 2y = 168$ , pois precisam relacionar as variáveis descritas em linguagem algébrica com os números que são relacionados a cada uma delas.

A quarta ideia diz que as fórmulas são mais importantes que as equações, pois nas fórmulas “as letras codificam o termo genérico, dando lugar a medidas. Por exemplo: a área de um retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura:  $A = b.h$ ” (BRANDT; MORETTI, 2018). E a quinta ideia defende que não são as letras em si que importam, mas sua ocorrência. Duval (2011), pois é preciso que se entenda quando uma letra é uma incógnita ou uma variável, dependendo do significado que ela tem no problema, embora semanticamente sejam iguais.

Todas estas ideias fazem parte do olhar mais recente da TRRS sobre o ensino/aprendizagem da álgebra. Os conceitos de tratamento de conversão permanecessem como importantes no processo, mas a álgebra requer extrapolar essa visão e suscita outros olhares cognitivos do ponto de vista matemático e semiótico. Alguns trabalhos como Brandt e Moretti (2018) e Brandt *et al.* (2018) são artigos que trazem tais reflexões.

Por fim, de acordo com Duval (2011), para a resolução de equações não são as letras que contam, mas a ocorrência das letras (quinta ideia). Segundo o autor, muitas pesquisas em álgebra que se valem de teorias semióticas buscam a diferença entre objeto e signo. Mas essa diferença não tem interesse para a álgebra quando olhamos para o terreno algébrico, mais especificamente para os cálculos que trabalham com a ocorrência das letras e não para a significação das letras. Duval (2011) sugere que as coisas (ocorrência e significação das letras) não sejam feitas sucessivamente e sim em paralelo. A introdução das letras deve ser dissociada de toda atividade de resolução de problemas. Ela deve ser associada logo de entrada à designação funcional. A razão por que dissociar: as letras são introduzidas como incógnitas e isso faz criar uma associação durável entre uma letra e um número. O estatuto de letra co-variável termina e 90% dos estudantes entendem que o estatuto da letra é variável.

Segundo Duval (2011), para resolver problemas reais não são as equações que são úteis, mas sim as fórmulas (quarta ideia). Numa fórmula, as letras codificam o termo genérico, dando lugar a medidas. Por exemplo: a área de um retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura:  $A = b \cdot h$ .

Exemplo: As bicicletas e os carros de um estacionamento somam 52 veículos e 168 rodas. Quantos carros e quantas bicicletas existem no estacionamento? Nesse problema, existem duas informações de dimensões semânticas diferentes que se cruzam. Aqui o estudante precisa construir uma expressão algébrica que relacione tanto o número de carros e motos quanto o número de rodas. Apesar de ser dois elementos diferentes a serem encontrados, estarão presentes na mesma equação que terá papel fundamental para resolver o problema e dependerá da capacidade de designar os objetos e relações algébricas.

De acordo com Duval (2011), não são as letras que são importantes, mas as operações discursivas de designação dos objetos, que são feitas por meio da língua natural ou formal (primeira ideia). É a semiosfera da designação que é exigida. Em relação às práticas espontâneas de designação dos objetos, a álgebra exige que utilizemos, de imediato, outro tipo de designação. Os objetos que precisaremos designar são quantidades, números, grandezas ou listas abertas de números que podem ter uma relação entre si.

Estes são os aspectos escolhidos para compor nossa análise referente à TRRS. No capítulo 4 faremos uma apreciação mais detalhada sobre o uso destes conceitos da Teoria, no qual, todos os procedimentos metodológicos utilizados para compor esta análise estão descritos no próximo capítulo.

### 3 METODOLOGIA

Toda pesquisa surge de um questionamento, em que procuramos investigar e encontrar respostas. Para isto, necessitamos de uma metodologia, que serve como indicativos de um caminho que nos levam a responder a nossa questão problema, no qual fundamentamos a pesquisa. Segundo o dicionário Michaelis (2000), metodologia é um conjunto de regras e procedimentos para a realização de uma pesquisa. Portanto, neste capítulo procuramos esclarecer a metodologia que pretendemos usar, as estratégias de pesquisa que serão adotadas, bem como detalhar os critérios que nos levaram a escolher determinadas pesquisas científicas na base de dados consultada.

O presente trabalho configura-se como uma pesquisa com viés tanto quantitativo com qualitativo, pois as nossas discussões são advindas diretamente da quantidade de pesquisas fichadas, mas também das discussões teóricas realizadas a partir delas. Nas palavras de Souza e Kerbauy (2017), “o qualitativo e o quantitativo se complementam e podem ser utilizados em conjunto nas pesquisas, possibilitando melhor contribuição para compreender os fenômenos educacionais investigados, que a cada vez mais se apresentam a partir de múltiplas facetas”. Sendo assim, mesmo que a pesquisa qualitativa busca propiciar reflexões sobre determinada temática ela não exclui a necessidade da utilização de dados quantitativos, que por sua vez, nos permitem uma quantificação dos dados, além da possibilidade de trabalhar estatisticamente.

Cabe enfatizar que, para encontrarmos respostas para o problema de pesquisa, e atingirmos os objetivos propostos, utilizamos como metodologia o Estado do Conhecimento. Na qual buscamos em Ferreira (2002) e Romanowski e Ens (2006) nossa fundamentação.

Para Ferreira (2002), pesquisas definidas como Estado do Conhecimento tem por finalidade analisar produções científicas em um certo período a respeito de um determinado tema, com caráter bibliográfico e mapeando publicações de outros pesquisadores. Para Romanowski e Ens (2006, p. 39) um estudo que “aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de Estado do Conhecimento”, ou seja, o Estado do Conhecimento vem sendo utilizado para mapear as pesquisas científicas de um determinado campo de estudo e contribuir para uma visão sistemática desse conhecimento, pontuando aspectos teóricos e metodológicos, e possibilitando encontrar novos caminhos para serem abordados.

No entanto, precisamos diferenciar o Estado da Arte em relação ao Estado do Conhecimento, embora alguns autores utilizem esses termos como sinônimo.

Os estudos realizados a partir de uma sistematização de dados, denominada “estado da arte”, recebem esta denominação quando abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções. Por exemplo: para realizar um “estado da arte” sobre “Formação de Professores no Brasil” não basta apenas estudar os resumos de dissertações e teses, são necessários estudos sobre as produções em congressos na área, estudos sobre as publicações em periódicos da área. O estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de “estado do conhecimento” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 39).

Entendemos que a metodologia Estado da Arte aborda as pesquisas de uma determinada área de conhecimento (artigos, dissertações, teses, congressos e publicações em periódicos), enquanto o Estado do Conhecimento trabalha com dados apenas de um setor específico. Além disso, outra característica do Estado do Conhecimento é em relação à sua conclusão, uma vez que este tipo de pesquisa não pode ser considerado como concluído, pois:

[...] da mesma forma que a ciência se vai construindo ao longo do tempo, privilegiando ora um aspecto ora outro, ora uma metodologia ora outra, ora um referencial teórico ora outro, também a análise, em pesquisa do estado de conhecimento produzidas ao longo do tempo, deve ir sendo paralelamente construída, identificando e explicando os caminhos da ciência, para que se revele o processo de construção do conhecimento sobre determinado tema, para que se possa tentar a integração de resultados e, também, identificar duplicações, contradições e, sobretudo, lacunas, isto é, aspectos não estudados ou ainda precariamente estudados, metodologias de pesquisa pouco exploradas (MACIEL; SOARES, 2000, p. 6).

Todavia, as metodologias Estado da Arte e Estado do Conhecimento possuem as mesmas características e métodos, embora se diferenciem pelo foco de estudo. E ambas apresentam grandes contribuições às pesquisas científicas e produção do conhecimento.

Assim, nossa pesquisa se desenhou como um Estado do Conhecimento, cujo propósito foi realizar um levantamento da produção de trabalhos científicos abordados e organizados no que tange à utilização dos Registros de Representação Semiótica de Duval, analisando as dissertações e teses entre os anos de 1996 a 2019.

### 3.1 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS

Esta pesquisa, enquadrada na metodologia Estado do Conhecimento, como apresentamos anteriormente, foi desenvolvida em diversas etapas. Aqui procuramos evidenciar as fontes de pesquisa consultadas, os critérios para a coleta, a preparação dos dados e como procedemos nas análises das dissertações e teses.

Para termos condições de organizar todo esse estudo descritivo seguimos os passos de Romanowski e Ens (2006).

Deste modo, começamos a elaborar nossa pesquisa, com consultas em meios eletrônicos e nos mapeamentos anteriores que serviram de base para este levantamento. O recorte temporal estabelecido para a seleção de dissertações e teses publicadas no Brasil foi de 1996<sup>3</sup>, ano da publicação do primeiro trabalho utilizando como aporte teórico a TRRS, a 2019.

- a) Definição dos descritores: “Registros de Representação Semiótica de Duval”; “Raymond Duval”, “Representação Semiótica”.
- b) A coleta de dados foi realizada no sítio da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações<sup>4</sup>, a escolha por esse portal se deu em virtude da facilidade em encontrar à produção científica nacional. A Figura 6 demonstra a tela de busca da BDTD.

Figura 6 – Tela BDTD

Fonte: [bdtd.ibict.br](http://bdtd.ibict.br)

3 Vale lembrar também que foi em 1995 que Duval lançou a obra mais icônica de sua carreira: *Semiose e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (termo traduzido para o Português e referência da versão em espanhol de anos posteriores) (DUVAL, 2004), ou seja, a partir desse texto, todas as pesquisas foram sendo construídas utilizando Duval como referencial teórico-metodológico.

4 Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>.

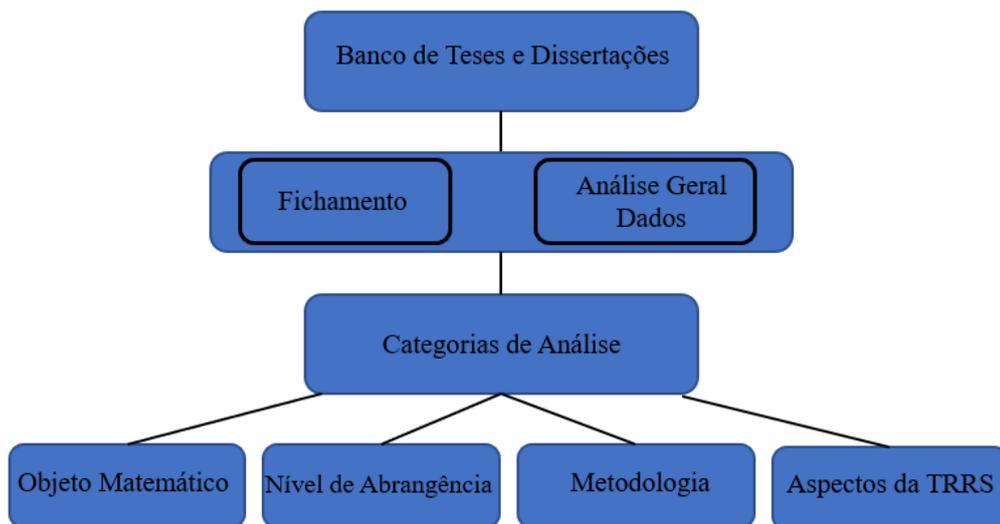
- c) Com esta delimitação encontramos 234 trabalhos, entre dissertações e teses, produzidas por pesquisadores das universidades. Como tínhamos conhecimento de alguns trabalhos, que não apareceram neste sítio, decidimos realizar nova busca. Consultamos em pesquisas anteriores que já fizeram esse levantamento com algum recorte de tempo, encontrando mais 35 trabalhos. Sendo que, estabelecemos os seguintes critérios de inclusão nas seleções descritas: a) Trabalhos que focam nas abordagens educacionais. b) Fundamentar-se na TRRS como aporte teórico; c) Conter no resumo ou nas palavras-chave termos relacionados com "registro de representação semiótica"; "representações semióticas" "Duval" "conversão de representação";
- d) De posse de todo esse material coletado, a etapa seguinte foi a leitura do título, resumo, introdução e conclusão de todas as dissertações e teses encontradas, com o intuito de verificar se os trabalhos realmente correspondiam com os objetivos da nossa pesquisa. Porém, nem todos os trabalhos retornados entraram para o escopo de nossa pesquisa. Só foram considerados aqueles que, de algum modo, utilizaram a TRRS, deixando expressa esta informação num dos campos analisados, resultando na exclusão de três trabalhos. Formamos assim o *corpus* da investigação com o total de 266 trabalhos entre dissertações e teses.
- e) Elaboramos uma planilha no Excel, para o fichamento das dissertações e teses, após a coleta e redução dos trabalhos, como citado nos procedimentos anteriores, resultando em 225 dissertações e 41. A planilha foi elaborada com os seguintes indicadores escolhidos *a priori*: sigla da instituição de ensino, ano da publicação, título da dissertação ou tese, autor, nível de abrangência, objeto matemático, aspectos da Teoria que foram abordados e metodologia de pesquisa. Escolhemos utilizar essas informações para o fichamento não apenas para apresentar os trabalhos coletados, mas também para nos auxiliar nas análises futuras. O quadro com o fichamento aparece integralmente no Apêndice B e Apêndice C do trabalho;
- f) Criamos quatro categorias analíticas *a posteriori*, para compor nossas análises, são elas: Objeto matemático (os conteúdos investigados), acreditamos que com esta categoria conseguiremos sinalizar onde estão as maiores dificuldades de

ensino/aprendizagem, além de verificar quais objetos não receberam destaque; Nível de abrangência (qual etapa/modalidade da vida escolar a pesquisa se concentrou), pois esta categoria demonstra qual etapa da educação não está sendo contemplada com pesquisas; Metodologia, nos permite identificar quais estratégias metodológicas e investigativas tem sido mais empregadas nas pesquisas sobre a TRRS; Aspectos da Teoria (quais conceitos da TRRS que foram abordados nas pesquisas), sinalizando os conceitos mais utilizados e os que carecem ainda de pesquisas. Estas categorias contribuirão para direcionar o olhar que teríamos para as produções encontradas no levantamento, implicando diretamente em nossos resultados.

Outro fator importante a ser registrado é que, a busca resultou em um amplo número de dissertações e teses defendidas no Brasil, no recorte de tempo investigado. Porém, estamos cientes que outros trabalhos que utilizaram a TRRS podem não ter feito parte dos dados coletados.

A seguir, apresentamos o Esquema 1 que sistematiza os processos metodológicos da pesquisa dentro do Estado do Conhecimento.

Esquema 1 – Organização dos procedimentos metodológicos



Fonte: elaborado pela autora.

### 3.2 FICHAMENTO DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Com as etapas definidas e explicadas nos procedimentos metodológicos, reservamos este espaço para justificar os fichamentos que realizamos com os dados coletados em nossa busca. Pois, o ato de realizar o fichamento de todos os trabalhos de uma maneira lógica, facilitou as análises que realizamos, inclusive apontando os caminhos que deveríamos seguir na elaboração de categorias.

A importância do fichamento para a assimilação e produção do conhecimento é dada pela necessidade que tanto o estudante, como o docente e o pesquisador têm de manipular uma considerável quantidade de material bibliográfico, cuja informação teórica ou factual mais significativa deve ser não apenas assimilada, como também registrada e documentada, para utilização posterior em suas produções escritas (CAMPOS, 2018, p. 16).

Nesse viés, construímos uma planilha no Excel para guardar e organizar os dados das leituras que realizamos das dissertações e teses. Visando retirar o máximo de informações dos resumos, introduções e conclusões das obras encontradas em nossa busca. Com o intuito de preencher os campos destinados a sigla da instituição de ensino, ano da publicação, título da dissertação ou tese, autor, nível de abrangência, objeto matemático, aspectos da Teoria que foram abordados e metodologia de pesquisa. De maneira mais detalhada, apresentamos os descritores:

- i. Instituição: instituição de nível superior na qual a pesquisa está vinculada;
- ii. Ano: ano de defesa da dissertação ou tese conforme consta no Banco da BDTD;
- iii. Título: título da pesquisa de acordo com a informação disponível no Banco da BDTD;
- iv. Autor(a): nome e sobrenome do(a) autor(a) da pesquisa;
- v. Nível de abrangência: segundo o nível de ensino investigado pelo autor (anos iniciais, anos finais, ensino médio, educação de jovens e adultos, ensino superior, livro didático, pesquisa com professor, não se aplica);
- vi. Objeto matemático: identificar o objeto matemático contemplado na pesquisa;
- vii. Aspectos da TRRS: identificar os aspectos da Teoria que foram abordados (formação, tratamento e conversão; congruência e não congruência semântica; aprendizagem da geometria; aprendizagem da álgebra; função discursiva e outros conceitos);
- viii. Metodologia: investigar qual a metodologia de pesquisa utilizada.

Os trabalhos podem ser identificados pelo ano, instituição, autor e demais características da produção, como pode ser observado na figura 7 a seguir, que apresenta uma parte da planilha elaborada.

Figura 7 – Fichamento das dissertações e teses

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ano/ Instituição	Título	Autor	Conteúdo	Nível	TRRS	Metodologia
2	1996 UFSC (01)	A Multiplicação E Seus Registros Nas Séries Iniciais	Nehring, Cátia M.	Multiplicação com números naturais	S.I	Formação, tratamento e conversão	Pesquisa-ação e Engenharia didática
3	1997 UFSC (02)	Geometria E Visualização: Desenvolvendo A Competência Heurística Através Da Reconfiguração	Bolda, Cláudia Regina Flores	Geometria (Cálculo de área)	S.F	Apreensões operatórias	Pesquisa-ação
4	1999 PUC/SP (03)	Demonstração: Uma Sequência Didática Para A Introdução De Seu Aprendizado No Ensino De Geometria	Mello, Elisabeth Gervazoni Silva De	Geometria	S.F	Apreensões (sequencial, perceptiva, discursiva, operatória)	Engenharia didática
5	1999 PUC/SP (04)	Números Racionais No Ensino Fundamental: Múltiplas Representações	Woerle, Nilce Helena	Números racionais	S.I	Não Foi Possível Identificar	Pesquisa Qualitativa

Fonte: elaborada pela autora.

Vale ressaltar que, em alguns casos, não conseguimos verificar todos os elementos necessários para o correto preenchimento do fichamento da obra, mesmo recorrendo a mecanismos de busca dentro do próprio trabalho.

## **4 PANORAMA DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE 1996 A 2019**

Neste capítulo, apresentamos os dados coletados e analisamos os trabalhos encontrados com o objetivo de compreender os aspectos abordados da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, bem como perceber quais as temáticas são contempladas. Convém frisar, que, para compor esse panorama das pesquisas brasileiras, utilizamos os resumos, introduções e conclusões das dissertações e teses, encontradas no banco de dados da BDTD e em levantamentos anteriores, como justificado na metodologia. Outro ponto importante a enfatizar, é referente a algumas dificuldades encontradas no que diz respeito à falta de determinadas informações no resumo, introdução ou conclusão das pesquisas, ocasionando certos obstáculos para categorizar alguns trabalhos.

### **4.1 ANÁLISE GERAL DOS DADOS**

Com a finalidade de organizar os dados coletados, que serviram de base para responder nosso problema de pesquisa, e almejando atingir o objetivo geral desta pesquisa, “compreender como está sendo utilizada a Teoria de Raymond Duval nas pesquisas em dissertações e teses brasileiras no período de 1996 a 2019”, elaboramos um Quadro (disponível no apêndice), no qual agrupamos os trabalhos pesquisados (dissertações e teses) por instituição de ensino e o número de trabalhos correspondente a cada ano, referente ao período 1996 a 2019, por ser a concentração do nosso mapeamento.

Com a pesquisa encontramos 225 dissertações e 41 teses, totalizando 266 trabalhos que utilizaram como aporte teórico a TRRS de Duval, ainda que não somente ou totalmente. Em posse da planilha com as dissertações e teses, tivemos o cuidado de analisar todos os trabalhos, mas com uma leitura focada no resumo, introdução e conclusão, pois o nosso empenho rondava a extração dos seguintes dados: autor, instituição, nível de ensino, objeto matemático, aspectos da TRRS e metodologia. Em alguns casos usamos mecanismos de busca dentro do próprio arquivo, quando as informações não estavam explícitas no resumo.

Identificamos que a instituição PUC/SP obteve 100 trabalhos no período analisado, sendo a instituição como maior número de trabalhos produzidos que fizeram uso da TRRS, seguida pela UFSC com 25 trabalhos publicados no mesmo período. Outro ponto a destacar é o início discreto do emprego desse aporte teórico nas pesquisas acadêmicas, com concentração

apenas nas duas instituições citadas anteriormente, na década de 1990. Inferimos que, o número relativamente pequeno de trabalhos que fizeram uso da TRRS se dá ao fato que a Teoria ainda estava em desenvolvimento, surgiu na década de 80 na França, levando um tempo até chegar ao conhecimento dos pesquisadores nacionais.

Com o passar das décadas há um aumento significativo no número de trabalhos, inclusive podemos observar instituições de outros Estados utilizando a TRRS. Contudo, a concentração maior ainda se mantém na PUC/SP. Esta instituição possui um Programa de mestrado e doutorado em Educação Matemática e alguns de seus professores são Pesquisadores que concentram os estudos na Didática Francesa, o que pode justificar o forte número de produções.

Após análise minuciosa dos trabalhos, observando o emprego da TRRS nas mais variadas pesquisas, percebemos que seria válido categorizar os nossos achados em quatro categorias de análise, definidas a seguir.

## 4.2 CATEGORIAS DE ANÁLISE

Para melhor entendimento dos dados coletados elaboramos categorias de análise que compreendem a: delimitação dos objetos de pesquisa; nível de abrangência; metodologia e aspectos da TRRS.

Na primeira categoria, denominada **Objetos de Pesquisa** evidenciamos os conteúdos matemáticos abordados nos trabalhos pesquisados. Neste ponto pretendemos verificar quais objetos matemáticos tem sido investigado com a TRRS e quais precisam ser mais trabalhados. Para realizar nossa categorização buscamos subsídios na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), quanto suas Unidades Temáticas, que compreendem: Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria e Estatística e Probabilidade. Contudo, encontramos a necessidade de incluir os trabalhos voltados ao Ensino Superior, além de algumas adaptações para facilitar a identificação dos objetos de pesquisa. Sendo assim, procurando continuar o mais condizente com as Unidades Temáticas da BNCC, ajustamos nossas subcategorias em: Números e Operações; Álgebra/Álgebra Linear; Funções; Geometria/Grandezas e Medidas; Estatística e Probabilidade; Cálculo Diferencial e Integral e Outras Situações.

Na segunda categoria, **Nível de Abrangência**, destacamos os níveis (anos iniciais; anos finais, ambos do Ensino Fundamental; Ensino Médio; Ensino Superior; pesquisa com

professor e livro didático) em que houve a maior concentração de pesquisa e os possíveis motivos que levam os pesquisadores a investigar com maior frequência tal nível.

A terceira categoria, intitulada **Metodologia** é alvo dos diferentes tipos de estratégias metodológicas que foram utilizados nos trabalhos investigados. A relevância de tal categoria se dá para sabermos quais referenciais metodológicos tem amparado as pesquisas sobre a TRRS. Alguns exemplos são: Engenharia Didática; Estudo de Caso; Análise Documental; Pesquisa de Campo; Pesquisa-ação; Pesquisas bibliográficas; dentre outros, que serão detalhados com maior profundidade no momento oportuno.

Na última categoria, denominada **Aspectos da TRRS** destacamos a utilização de alguns conceitos utilizados por Raymond Duval para compor a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, sendo eles: formação, tratamento e conversão; congruência e não congruência semântica; aprendizagem da álgebra; apreensões de geometria e os olhares e funções discursivas.

Os conceitos formação, tratamento e conversão foram escolhidos por caracterizarem um sistema de representações como registro de representação semiótica, sendo estes conceitos centrais e de especial relevância na Teoria. O fenômeno da não congruência semântica, foi escolhido por oferecer uma discussão mais ampla e detalhada sobre a operação de conversão e contribui diretamente para analisarmos as dificuldades entre as coordenações realizadas entre registros. Tratar do fenômeno da não congruência, por sua vez, só é possível abordando a congruência semântica e a referência ao objeto de conhecimento. As apreensões em geometria estão presentes em nossa investigação, pois são conceitos específicos para a geometria e base para as discussões que Duval propõe neste campo, assim como os olhares necessários para aprender a ver uma figura geométrica. As funções discursivas são apontadas por Duval como essenciais para a produção de um discurso e oferecem discussões sobre o papel da linguagem na aprendizagem matemática. Por fim, a aprendizagem da álgebra aparece e se faz necessária para analisarmos os trabalhos que se debruçaram nos estudos de conceitos algébricos.

#### **4.2.1 Primeira categoria – objetos de pesquisa**

Na primeira categoria investigamos o objeto matemático nos trabalhos analisados. Entretanto, sentimos a necessidade de agrupar os trabalhos por áreas, facilitando nossas análises, em virtude da quantidade de trabalhos que compõem nossa pesquisa. Pela variedade de conteúdos abordados, em uma proposta de análise como a nossa, não seria viável identificar

todos separadamente então, decidimos criar grupos de objetos matemáticos associados por assuntos comuns.

Nossa primeira ideia foi classificar segundo os critérios da BNCC, na qual encontramos as seguintes categorias: Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria e Estatística e Probabilidade. Porém necessitamos fazer algumas adaptações para atender melhor os dados de nossa pesquisa. Decidimos por alocar os objetos de pesquisa nas subcategorias: Números e Operações; Álgebra/Álgebra Linear; Funções; Geometria/Grandezas e Medidas; Estatística e Probabilidade; Cálculo Diferencial e Integral e Outras Situações.

Optamos então, por inserir Cálculo Diferencial e Integral para agrupar os trabalhos do ensino superior que abordaram limites, derivadas e integral. Unimos Álgebra e Álgebra Linear, uma vez que, havíamos encontrado poucos trabalhos específicos de Álgebra Linear. Preferimos deixar Funções como uma subcategoria separada, pelo número expressivo de trabalhos e incluímos Outras Situações para destacar os trabalhos cujo objeto matemático era amplo sem especificar exatamente qual era o foco, como os que trabalharam a resolução de problemas e modelagem com vários conceitos. Também acrescentamos nesta subcategoria os trabalhos que não se aplicam a identificação de um conteúdo, como os que mencionaram o letramento matemático, por exemplo. E os trabalhos que exploraram outros temas como, por exemplo, a linguagem de programação.

O Quadro 2 apresenta um resumo do objeto matemático pesquisado separado nas 7 subcategorias mencionadas.

Quadro 2 – Classificação por unidade temática

Área da Matemática	Nº de Dissertações	Nº de Teses	Nº Total de Trabalhos	Percentual
Números e Operações	38	4	42	15,79%
Álgebra e Álgebra Linear	36	7	43	16,17%
Funções	47	6	53	19,92%
Geometria/Grandezas e Medidas	57	9	66	24,81%
Estatística e Probabilidade	19	2	21	7,89%
Cálculo Diferencial e Integral	14	6	20	7,52%
Outras Situações	14	7	21	7,89%

Fonte: elaborado pela autora.

Conforme exposto, essa subcategorização relacionada aos objetos de pesquisa dos trabalhos investigados nos permitiu identificar os objetos matemáticos com maior predominância nas dissertações e teses, o que sinaliza o campo que concentra as maiores dificuldades de ensino/aprendizagem em matemática, por isso, concentram mais pesquisas. Contudo, mostra possíveis lacunas que poderão ser exploradas por pesquisas futuras.

A constatação do grande número de objetos matemáticos abordados, levando-nos a subclassificar por Unidade Temática os trabalhos, demonstra que a TRRS tem potencialidade para estar diretamente ligada ao ensino/aprendizagem em todos os níveis de ensino e áreas da matemática. No intuito de conhecer um pouco mais das pesquisas apresentamos, nas linhas que seguem, alguns dos trabalhos que se dedicaram a investigar distintos objetos matemáticos, mostrando diferentes formas de explorar a TRRS nas Unidades Temáticas da matemática.

Em Números e Operações atribuímos os trabalhos que englobaram conhecimentos dos campos numéricos, os quais favorecem o ensino/aprendizagem das diversas categorias numéricas (números naturais, números inteiros, números racionais e números reais) e as operações envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Gonçalves (2007) mostrou um estudo sobre números inteiros, trabalhando com situações problemas e o programa computacional Aplusix. A autora investigou como os estudantes fazem a conversão do enunciado do problema do registro da língua natural para o registro simbólico numérico, segundo a TRRS. Gonçalves (2007) afirmou que os estudantes demonstraram motivação em realizarem as atividades propostas com auxílio de tecnologia. Contudo, apontou algumas dificuldades dos estudantes nas operações de adição e subtração envolvendo o conjunto dos números inteiros.

Na pesquisa de Silva (2009), a autora optou por uma sequência didática, com os estudantes da quinta série do Ensino Fundamental (atualmente chamado de sexto ano) com o objetivo de investigar a apropriação das expressões numéricas a partir das conversões propostas pela TRRS. Para a realização do tratamento aritmético foi utilizado um jogo<sup>5</sup> de estratégia, com a intenção de desenvolver o raciocínio e estimular o questionamento. Em Reis (2017) o objeto matemático de investigação foi o campo aditivo, analisado a partir de jogos, utilizando a TRRS em relação aos registros como representação do ato cognitivo. Participaram da pesquisa

---

<sup>5</sup> O jogo Contig 60® foi desenvolvido pelo Dr. John C. Del Regato. Trata-se de um jogo que estimula o cálculo mental com as operações básicas no conjunto dos números naturais.

estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental. Reis (2017) sinaliza como relevante sua pesquisa, proporcionando a construção de conceitos matemáticos de maneira atrativa e lúdica.

Na unidade temática Álgebra/Álgebra Linear temos as pesquisas cujo objeto matemático, na grande maioria, foram: as equações do 1º e 2º graus; introdução ao pensamento algébrico; inequações; polinômios, sistemas lineares. Em Azevedo (2002), houve um trabalho com o foco no processo de ensino/aprendizagem de equações na EJA, transitando por diferentes registros de representação. Como resultado a pesquisa apontou que o trânsito nos registros oportunizou a aprendizagem em relação ao sinal de igual enquanto relacional, mas as dificuldades em relação a incógnita como valor desconhecido não foram superadas.

Na pesquisa de Rodrigues (2008), foi realizado um trabalho com estudantes dos oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, no qual se buscou maneiras para superar os resultados insatisfatórios nas seguintes avaliações: Sistema de Avaliação Educação Básica (SAEB) e Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). O objeto matemático em questão foi os produtos notáveis, e as análises foram realizadas à luz da TRRS. Para a resolução das atividades utilizaram-se as conversões entre registros de representação e os tratamentos em um mesmo registro.

Enquanto, Francisco (2018), explorou aprendizagem de conceitos algébricos por alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA), demonstrando que as contribuições da TRRS são válidas numa perspectiva inclusiva. Em seu trabalho de investigação, Francisco (2018) utilizou a Teoria para a análise da produção dos estudantes, verificando o papel das mobilizações de diversos registros semióticos, o uso da língua natural para expressar raciocínios e na superação de dificuldades quanto ao fenômeno de congruência semântica. No qual, o autor apontou que a mobilização de diversos registros é uma estratégia para superar as dificuldades relacionadas com a linguagem encontradas por estudantes com TEA.

Na Unidade Temática Funções, Santos (2013), empregou em sua dissertação uma estratégia pedagógica, composta por uma sequência de atividades, em que utilizou o software Winplot, objetivando favorecer a aprendizagem da função seno e a compreensão de um contexto físico-matemático. Ferreira (2013), averiguou o estudo da função afim e da função quadrática no ensino superior, em curso de licenciatura em matemática, sondando as contribuições do GeoGebra para o processo de ensino/aprendizagem. Debruçando-se no pressuposto teórico de Registros de Representação Semiótica para elaboração e análise das atividades. Já Silva (2010), investigou o conceito de função em quatro livros didáticos da educação básica, buscando em Duval a fundamentação teórica necessária para analisar o

tratamento dado a esse objeto matemático, se dedicando, portanto, a identificar as preocupações dos autores com o ensino de funções.

Na parte de Geometria podemos destacar os trabalhos de Santos (2007), cuja pesquisa apresentou uma proposta de capacitação em Geometria para o professor de Matemática, permitindo a reflexão sobre a prática em sala de aula e troca de experiências com outros professores. A pesquisa utilizou a plataforma de educação a distância Moodle, facilitando a implementação do curso, Tópicos em Geometria, que contou com encontros virtuais e presenciais para a leitura e discussão de texto de Duval e outros autores. Em Lino (2014), empreendeu-se um estudo fazendo uso das transformações geométricas desenvolvendo uma concepção ampla desse conteúdo. O autor recorreu a TRRS para significar as transformações geométricas e as mobilizações desses registros a partir do tratamento e da conversão. Enquanto Medeiros (2012), apresentou em sua dissertação uma proposta para o ensino de transformações geométricas no plano, com recurso do GeoGebra, dirigida para professores do Ensino Fundamental. A proposta conseguiu integrar as áreas de Geometria e Arte mediante a construção de pavimentações do plano e de mosaicos de Escher.

Na Unidade Temática destinada a Estatística e Probabilidade tem-se um número reduzido de estudos, se comparado com as áreas anteriores. Integrarão esta área as dissertações e teses que investigaram as noções de estatística, de probabilidade e combinatória. Os estudos voltados à estatística têm como finalidade os procedimentos de coleta, organização e interpretação de dados, fazendo uso de tabelas e gráficos. Com relação à probabilidade, verificamos as possibilidades de um evento aleatório ocorrer e as chances de se obter determinado resultado. Ao passo que, a combinatória, envolve os assuntos de: princípio multiplicativo da contagem, combinações, arranjos e permutações. Representam esta área da matemática os trabalhos: Amaral (2010) trabalhou com uma sequência didática para investigar como as professoras do Ensino Fundamental entendem e trabalham o objeto matemático medidas de tendência central, utilizando diversos registros para abordar todas as possibilidades de aprendizagem.

Em Schmidt (2016), o objetivo foi investigar como é empregado a TRRS nas investigações *stricto sensu*, cujo objeto matemático foi o desenvolvimento do raciocínio combinatório, envolvendo atividades didáticas com participação de estudantes do Ensino Médio. A pesquisa de Custódio (2017) abordou o conceito de probabilidade, recorrendo a diversidade de Registros de Representação Semiótica, disponíveis nas situações de

aprendizagem presentes no livro didático (caderno do professor), do Ensino Médio e, suas possíveis contribuições para o letramento probabilístico.

Constam na subcategoria Cálculo Diferencial e Integral as pesquisas que tratam dos objetos matemáticos limite, derivada e integral. Lobo (2012) apoiado nos TRRS analisou os livros didáticos para compreender a abordagem que trazem em relação ao objeto matemático: derivadas. Investigando se os autores mobilizam os registros de Representação Semiótica favorecendo a compreensão da Derivada e verificando se há ênfase no aspecto da Taxa de Variação. Breunig (2015) estudou a mediação docente em um curso do ensino superior na disciplina de Cálculo I, analisando os registros de representação semiótica na prática de ensino do conceito de Limite. Enquanto o trabalho de Alves (2011), investigou o ensino/aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral a Várias Variáveis, em que procurou identificar as categorias do raciocínio intuitivo nas fases da metodologia designada Sequência Fedathi.

Na subcategoria que destinamos para destacar trabalhos que não se encaixaram nas opções anteriores, no qual chamamos de Outras Situações. Como mencionado anteriormente, criamos essa subcategoria para alocar os trabalhos cujo objeto matemático não ficou claro, como os que apresentaram resolução de problemas e modelagem abordando vários conceitos. Além dos que visaram o letramento matemático e temas como, por exemplo, a linguagem de programação. Destacamos, portanto, o trabalho de Tozetto (2010), que discutiu a formação inicial de professores dos anos iniciais. O trabalho da autora analisou se as competências e habilidades para a docência em matemática são contempladas no currículo do curso de licenciatura em pedagogia (UEPG), e se resultam em um letramento para a docência, indicando as possíveis lacunas neste processo.

Em Martins (2010) aplicou-se uma sequência de atividades em um curso de Ciência da Computação para investigar o processo de aprendizagem em Introdução aos Algoritmos e Programação, utilizando como aporte teórico a TRRS. Pontes (2018) conduziu sua pesquisa com uma turma de nono ano, utilizando a TRRS e as ideias de Paulo Freire, buscando resposta para entender as implicações do ensino, na perspectiva da modelagem Matemática. Os estudantes puderam escolher os temas de estudo, que compreendia assuntos como, dengue, crise econômica, assim como a reutilização do lixo. Pontes (2018) afirma que interação entre professora e estudantes revelou manifestações e registros que, quando analisados à luz dos pressupostos da Teoria de Duval, evidenciaram fragilidades nos conhecimentos matemáticos.

Outro fator que chamou nossa atenção, foi a predominância no uso do software GeoGebra, utilizado como ferramenta nas pesquisas, especialmente, direcionadas a área da

álgebra e da geometria. Esta busca expressiva na associação do GeoGebra com estratégias de ensino/aprendizagem para explorarem determinados objetos matemáticos está ligada ao fato do software permitir visualizar duas ou mais representações de um mesmo objeto, facilitando a compreensão do conceito.

Percebemos que as análises das pesquisas demonstram a potencialidade da TRRS nos mais diversos objetos matemáticos. Inferimos que todas as áreas da matemática receberam atenção. Alguns conteúdos/conceitos se destacaram em um número maior de trabalhos pesquisados, provavelmente, por ser um conteúdo que concentra maior dificuldade no processo de ensino/aprendizagem ou até mesmo, familiaridade/afinidade do pesquisador com determinada área da matemática.

#### **4.2.2 Segunda categoria – nível de abrangência**

Na segunda categoria de análise nível de abrangência evidenciamos o nível escolar retratado nos trabalhos pesquisados. Sendo assim, classificamos os trabalhos em: anos iniciais – 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental; anos finais – 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental; Ensino Médio – 1ª a 3ª série do Ensino Médio; EJA – Educação de Jovens e Adultos; ensino superior; pesquisa com professor; análise de livros didáticos e não se aplica. Optamos por acrescentar esses três últimos níveis (pesquisa com professor, livros didáticos e não se aplica) com a seguinte finalidade. Pesquisa com professor, para incluir os trabalhos cujo foco era investigar a atuação docente ou a formação continuada de professores; livros didáticos, no qual atribuímos todos os trabalhos que contemplaram livros ou materiais didáticos e a categoria não se aplica para abranger os trabalhos cuja abordagem não se preocupou com um nível de ensino específico.

Investigar o nível de abrangência dos trabalhos nos permite verificar quais são as etapas do processo escolar mais privilegiadas nas pesquisas científicas que abordam a TRRS, o que porventura nos faz pensar que esses sejam o nível onde se concentra as maiores dificuldades de ensino/aprendizagem e, portanto, desperta maior inquietação por parte dos pesquisadores. Além disso, nos permite identificar os níveis que receberam menos enfoque, apontando deste modo, possíveis lacunas de investigação na pesquisa contribuindo para pesquisas na área.

No Quadro 3 apresentamos o nível de abrangência juntamente com a quantidade de trabalhos relativos a cada nível. Para facilitar a compreensão dos dados, optamos por classificar o nível de abrangência em níveis educacionais (Educação Básica e Ensino Superior) porém,

separamos as etapas que compreendem a Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), como surgiu trabalhos voltados ao EJA decidimos acrescentar também esta modalidade de ensino da Educação Básica. Em alguns trabalhos o autor optou por investigar mais de um nível de ensino, motivo este, pelo qual o total de trabalhos exposto no Quadro 3 excede o número de 266.

Quadro 3 – Nível de abrangência dos trabalhos investigados

<b>Nível de Ensino</b>	<b>Nº de Dissertações</b>	<b>Nº de Teses</b>	<b>Nº Total de Trabalhos</b>	<b>Percentual</b>
Ensino Fundamental - Anos Iniciais	12	4	16	6,02%
Ensino Fundamental - Anos Finais	49	7	56	21,05%
Ensino Médio	77	7	84	31,58%
Ensino Superior	29	15	44	16,54%
Educação de Jovens e Adultos	4	1	5	1,88%
Pesquisa com Professores	25	5	30	11,28%
Análise de Livros Didáticos	29	2	31	11,65%
Não se Aplica	5	5	10	3,76%
Não encontrado	0	1	1	0,38%

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com o Quadro 3 a concentração maior de trabalhos pesquisados está na etapa da Educação Básica referente ao Ensino Médio (31,58%) seguido das pesquisas que investigaram os anos finais do Ensino Fundamental, cujo total foi de 56 trabalhos (21,05%). A maioria das pesquisas teve como finalidade buscar propostas didáticas para superar as dificuldades de ensino/aprendizagem nestas etapas de ensino da Educação Básica. Percebemos que muitas destas pesquisas vêm de inquietações pessoais e profissionais dos próprios pesquisadores frente aos obstáculos encontrados no ensino da matemática. Nas palavras de Mello, (2000, p. 103) “a capacidade de pesquisar dentro da área de especialidade aplicada ao ensino, refletir sobre a atividade de ensinar e formular alternativas para seu aperfeiçoamento é indispensável para o futuro professor”.

Inferimos que o número maior de pesquisas voltado à Educação Básica se concentra nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, devido ao fato que somente a partir do 6º ano do Ensino Fundamental que o ensino da matemática passa a ser ministrado por um professor da área. Sendo assim, a partir deste nível, na própria atuação, o professor consegue

detectar os principais fatores que contribuem para as dificuldades de aprendizagem, recorrendo posteriormente à pesquisa para encontrar estratégias que minimizam essas dificuldades.

Essa inferência anterior, podemos perceber que dos 266 trabalhos analisados apenas 16 (6,02%) investigaram os anos iniciais, número muito inferior se comparado com as demais etapas da educação básica (anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). Percebemos uma lacuna que necessita do empreendimento de pesquisas, pois no caso do nível inicial a importância de estudos se dá ao desenvolvimento do letramento matemático, ou seja, é neste ciclo que o estudante irá apropriar-se da linguagem matemática, dando significado aos conceitos matemáticos que serão essenciais como base para as séries posteriores.

Também inferimos que a pesquisa voltada aos anos iniciais, em matemática, não recebe tanto enfoque, embora seja uma área extremamente importante e que merece atenção, pois precisamos considerar que os professores são pedagogos, e que por diversas vezes apresentam limitações em seus conhecimentos no campo da matemática. Curi (2004) aponta que, os cursos de Pedagogia priorizam questões metodológicas como essenciais à formação desse profissional, apresentando uma carência nos conhecimentos matemáticos. Ainda segundo Curi (2004), há a possibilidade que os futuros professores concluem sua formação inicial sem se apropriar de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar. Além disso, (MELLO, 2000) menciona também o maior distanciamento entre os professores da pedagogia com as demais áreas específicas, o que contribui, de certa maneira, com a falta de aplicação de pesquisas com professores nos anos iniciais.

Identificamos apenas 44 (16,54%) trabalhos cuja investigação teve como foco o ensino superior. Percebemos que na maioria dos trabalhos investigados optou por sequência didática, utilizando como aporte teórico os Registros de Representação Semiótica, para investigar o ensino/aprendizagem ou introduzir algum conceito matemático. Sendo que, apenas três trabalhos destacam a formação inicial, um voltado para o curso de pedagogia e dois em licenciatura em matemática.

E ainda, com um número menos expressivo, seis trabalhos no total, investigaram a compreensão de conhecimentos matemáticos à luz da TRRS, por parte dos estudantes, dos cursos de engenharias, ciências da computação, física e administração.

Os trabalhos voltados à análise de livro didático (11,65%) e pesquisas com professores (11,28%) tiveram resultados próximos, 30 e 31 trabalhos em cada uma das subcategorias.

Quanto os trabalhos voltados a análise de livros didáticos, a maioria enfatizou como a obra selecionada aborda determinado objeto matemático à luz da TRRS, mostrando os

tratamentos realizados e as conversões entre os registros presente nos livros. O interesse em pesquisar os livros, segundo Grande (2006), vem do fato que o livro didático é um recurso amplamente utilizado pelos professores, o qual apresenta muitos registros de representação que podem ser analisados qualitativamente contribuindo no processo de ensino/aprendizagem. Nesse ínterim, vale frisar ainda, que muitas vezes o livro didático é o único material acessível ao professor para o planejamento de suas aulas.

Kluppel (2012) salienta que o livro didático constitui uma mediação entre sujeito e objeto de conhecimento, em sua dissertação intitulada “Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval”. Kluppel (2012) Aponta a importância de rever os livros didáticos e sugere a inclusão de aspectos significativos para a aprendizagem da Geometria a serem contemplados nos livros. Para isto, será necessário que os autores tenham conhecimento da TRRS, o que lhe permitirá expor as definições, proporcionar o entendimento dos estudantes na demonstração de teoremas e para a resolução de exercícios.

As pesquisas que abordaram a subcategoria de trabalho com professores, na grande maioria, sinalizaram a preocupação com o processo de ensino/aprendizagem, e buscaram estratégias distintas para capacitar os professores em formação inicial ou continuada. Amaral (2010) destaca a importância da formação continuada com o intuito de suprir as necessidades daqueles professores que não tiveram a oportunidade de construir determinados conhecimentos. Para atingir os objetivos, a maioria dos trabalhos realizou cursos, oficinas, aplicação de questionário/entrevista ou observação. Sendo que, a maioria dos autores trazem considerações satisfatórias em relação às contribuições oportunizadas por suas pesquisas frente ao processo de ensino/aprendizagem.

Ainda referente a abrangência das pesquisas, podemos destacar que a TRRS vem sendo utilizada para aperfeiçoar o ensino/aprendizagem em todos os níveis escolares. Contudo, na modalidade de Educação de Jovens e Adultos e no nível do Ensino Superior, apresenta lacuna de investigações, o que suscita o debate sobre a necessidade de serem mais exploradas pela TRRS.

#### **4.2.3 Terceira categoria - metodologia**

Quanto à terceira categoria de análise intitulada Metodologia, organizamos os dados coletados referentes ao tipo de referencial metodológico de pesquisa utilizado nos trabalhos. Observamos que em alguns trabalhos o autor optou por usar mais de uma metodologia para alcançar os objetivos propostos, motivo este, pelo qual o total de trabalhos exposto no Quadro 4 excede o número de 266. Também é possível perceber a ampla variedade na escolha da metodologia.

Em três (1,13%) trabalhos não conseguimos identificar a metodologia utilizada, por não ter acesso ao texto completo. Cabe-nos, ainda, ressaltar que, a falta de objetividade nos elementos textuais consultados acarretou certos obstáculos para categorizar alguns trabalhos pesquisados. Sendo assim, trinta e seis trabalhos (13,56%) foram classificados como não define a metodologia, por não conterem informações que permitissem localizarmos no texto a metodologia empregada.

Quadro 4 – Metodologia de pesquisa utilizada

<b>Metodologia</b>	<b>D</b>	<b>T</b>	<b>Total</b>	<b>Percentual</b>
Engenharia Didática	70	9	79	29,70%
Não Define a Metodologia	32	4	36	13,53%
Estudo de Caso	23	5	28	10,53%
Análise de Conteúdo	17	6	23	8,65%
Pesquisa Qualitativa	13	3	16	6,02%
Pesquisa Documental	11	1	12	4,51%
Pesquisa-ação	9	0	9	3,38%
Pesquisa Descritiva e Interpretativa	7	0	7	2,63%
Pesquisa de Campo	5	0	5	1,88%
Pesquisa Bibliográfica	4	1	5	1,88%
Meta-Análise	4	0	4	1,50%
Pesquisa Diagnóstica	4	0	4	1,50%
Design Experiment	1	3	4	1,50%
Pesquisa Descritiva	3	0	3	1,13%
Não Foi Possível Verificar	1	2	3	1,13%
Estudo Exploratório	2	0	2	0,75%
Estudo Experimental	2	0	2	0,75%
Pesquisa Pedagógica	2	0	2	0,75%
Pesquisa de Intervenção	2	0	2	0,75%
Pré Análise Comparativa	1	0	1	0,38%

Pesquisa Experimental	1	0	1	0,38%
Experimento de Ensino	1	0	1	0,38%
Metodologia de Design	1	0	1	0,38%
Design Instrucional	1	0	1	0,38%
Design Research	1	0	1	0,38%
Estudo de Campo	1	0	1	0,38%
Análise de Erros	1	0	1	0,38%
Pesquisa Participante	1	0	1	0,38%
Observação Naturalista em Classe	1	0	1	0,38%
Naturalístico-construtiva	1	0	1	0,38%
Pesquisa Quase-Experimental	1	0	1	0,38%
Pesquisa bibliográfica, documental e interpretativa	1	0	1	0,38%
Pesquisa Qualitativa e Interpretativa	1	0	1	0,38%
Método Clínico-Crítico	0	1	1	0,38%
Ensaio Teórico	0	1	1	0,38%
Estudo de Casos Múltiplos	0	1	1	0,38%
Estudo de Caso Etnográfico	0	1	1	0,38%
Estado da Arte	0	1	1	0,38%
Bibliográfico-Teórico	0	1	1	0,38%
Teoria Fundamentada	0	1	1	0,38%

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com os dados expostos no Quadro 4, verificamos que entre as variadas metodologias três tiveram maior predominância: a Engenharia Didática (29,70%), o Estudo de Caso (10,53%) e Análise de Conteúdo (8,65%).

Inferimos que a Engenharia Didática foi a metodologia mais utilizada pelo fato de ter sua origem na área de estudos da Didática Francesa, e está totalmente voltada para a Educação Matemática, embora possa ser aplicada em outros campos de estudo. Os pesquisadores tendem em optar por esta metodologia quando vão para a sala de aula, uma vez que, trata-se de uma teoria que oferece muitos elementos para organizar um trabalho e validar os dados coletados (análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*).

Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), a “Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino”. Desta forma ela atrai muitos pesquisadores da Educação Matemática que pretendem realizar algum estudo com prática em sala de aula, oferecendo possibilidades de organização e estrutura para a pesquisa.

Quanto à escolha pelo Estudo de Caso, vem provavelmente, por ser uma metodologia que permite o pesquisador ter mais liberdade na sua investigação, coleta de dados e interpretações, sendo assim “pessoas que se sentem mais à vontade com esquemas flexíveis em relação a esquemas mais estruturados, se adaptarão melhor ao estudo de caso” (ROCHA 2016). Também é uma metodologia que pode ser aplicada a diversas áreas do conhecimento e em casos concretos, facilitando o trabalho do pesquisador, permitindo assim uma visão integral do processo.

O estudo de caso qualitativo segundo autores como Ludke e André (1986) e Yin (1993; 2005) pretende estudar um fenômeno particular e promover contribuições para contextos mais amplos. Nos trabalhos que optam por utilizar esta metodologia de pesquisa “o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenvolver do estudo” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17). As autoras explicam que esse tipo de pesquisa se aplica em contextos em que o pesquisador pretende analisar uma situação particular em sua complexidade. Já Yin (2005, p. 32) atribui ao contexto a característica de um estudo de caso, definindo como “uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro do seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos”.

Por ser uma investigação da particularidade e da complexidade de um caso singular, levando a entender sua atividade dentro de importantes circunstâncias (ROCHA, 2016), e ser aberta para incorporarmos diferentes elementos que ajudam a investigar o contexto, os estudos de caso oferecem uma estratégia investigativa que também é interessante para pesquisadores que vão para a sala de aula, pois lá podem utilizar de diferentes formas de obtenção de dados e compreender o fenômeno estudado. Essas considerações podem justificar a grande procura pelos estudos de caso nos trabalhos encontrados, uma vez que a maioria buscou analisar situações reais no contexto da sala de aula.

A Análise de Conteúdo foi a metodologia escolhida por 23 pesquisadores (8,65%), percebemos que 8 deles encontraram nesta metodologia ferramentas para investigar o livro didático. Embora a Análise de Conteúdo refere-se a estratégia utilizada pelos pesquisadores para coletar e analisar dados de qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não verbal, ou seja, trata-se de uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Segundo Laville e Dionne:

[...] esse tipo de análise abre porta ao estudo do implícito tanto quanto do explícito e se aplica a todo tipo de material literal, até àquele que não é absolutamente organizado

em função da pesquisa, dando assim acesso a minas de informações, de outra forma, difíceis, se não impossíveis, de alcançar (LAVILLE; DIONE, 1999, p. 228).

Como apresentado no Quadro 4, alguns trabalhos não definiram a metodologia, ou simplesmente, não possível localizar o referencial metodológico nos elementos textuais que mencionamos (resumo, introdução e conclusão). Como é o caso da pesquisa de Souza (2002) que utilizou uma sequência didática para explorar a distribuição binomial no ensino/aprendizagem de probabilidades. A autora optou por aplicar a Sequência Didática em um curso de Administração de Empresas, chamando, portanto, nossa atenção, visto que, o principal enfoque do curso não a matemática. No trabalho, Souza (2002) cita algumas etapas da metodologia (análise a priori, experimentação, resultados da experimentação e análise qualitativa dos resultados da experimentação), porém sem classificar em alguma metodologia.

A análise relacionada aos tipos de metodologia utilizadas nos trabalhos investigados nos oferece um norte para compreender quais caminhos são revelados como mais eficazes para uma pesquisa com a TRRS. A metodologia pode influenciar diretamente na organização de uma pesquisa, inclusive na forma como se apresentam as suas discussões. Por meio do Quadro 4 apresentado podemos oferecer a futuros pesquisadores uma referência de metodologias que tem dado certo, assim como revelar quais tem sido pouco explorada, desafiando os pesquisadores a utilizá-las.

Finalizando esta categoria de análise, é relevante reforçar que a TRRS pode ser associada a diferentes metodologias de pesquisa e estratégias de ensino como, por exemplo, a modelagem matemática, softwares educacionais, entre outros. Como a TRRS é uma Teoria de aprendizagem que não possui passos limitados a serem seguidos, há permissão para que suas ideias sejam aplicadas em diversos cenários que podem ser organizados por diferentes perspectivas.

#### **4.2.4 Quarta categoria – aspectos da TRRS**

Na última categoria de análise, intitulada Aspectos da TRRS apresentamos um panorama dos conceitos da Teoria abordados nos trabalhos que compõem nossa pesquisa – dissertações e teses defendidas entre 1996 e 2019.

Nesta subseção, então, tem-se a intenção de revelar quais aspectos da Teoria foram mais privilegiados nas dissertações e teses e quais ainda são pouco utilizados. Para uma melhor compreensão, dentro dos diferentes conceitos apresentados na TRRS, para identificá-las e

sistematizá-las em nossa análise, organizamos algumas subcategorias para explorar os aspectos da Teoria. São elas:

a) Formação, Tratamento e Conversão: Consideramos aqui os conceitos de Duval (1995) sobre a Formação de uma Representação Identificável, o Tratamento e a Conversão. Os trabalhos que discutiram esses aspectos da TRRS abordaram pelo menos um destes conceitos da Teoria. Consideramos que eles poderiam estar agrupados, pois são as definições base da TRRS e a maioria dos trabalhos ao apresentar a Teoria necessita discutir sobre elas visto que são as atividades cognitivas elementares que identificam um sistema semiótico como registro de representação semiótica;

b) Congruência semântica e não-congruência semântica: Neste aspecto observamos nas obras as discussões sobre o que Duval (2003) explica do fenômeno da congruência semântica. Foi pertinente agruparmos estes dois aspectos da Teoria em uma subcategoria pois quando um autor apresentava a congruência semântica geralmente aborda exemplos de não congruência. Então, estão classificados com esta subcategoria os estudos que falaram de um ou dos dois aspectos mencionados;

c) Apreensões em geometria: Neste eixo reunimos as diferentes apreensões que TRRS defende como necessárias para o aprendizado da geometria, (perceptiva, sequencial, operatória e discursiva) e os trabalhos analisados que discorrem sobre os olhares em geometria. Os trabalhos que receberam este eixo como aspecto da Teoria, utilizou pelo menos uma delas em suas discussões. Por serem conceitos complementares, em geral, quando um deles foi apresentado os demais também estavam presentes;

d) Funções discursivas: Duval (2004) apresenta uma discussão sobre o papel das funções e operações discursivas que uma língua deve cumprir. Os trabalhos que apresentaram as funções discursivas, de forma total ou ainda parcial, compuseram essa subcategoria em nossa análise;

e) Aprendizagem da álgebra: a TRRS apresenta muitos conceitos que podem ser aplicados no campo do aprendizado algébrico, porém, esta subcategoria está relacionada com umas discussões mais recentes de Duval (2011) e Duval *et al.* (2015) que descrevem processos específicos para a aprendizagem da álgebra. Muitos trabalhos tratavam de objetos algébricos, mas não compuseram esta subcategoria, pois limitaram suas análises utilizando os outros eixos teóricos de Duval.

Os principais aspectos percebidos nos trabalhos analisados se encontram no Quadro 5 (cada trabalho que integra nossa pesquisa pode ter abordado mais de um aspecto teórico em seu desenvolvimento, portanto a leitura do percentual deve ser realizada horizontalmente).

Quadro 5 – Aspectos da TRRS abordados nos trabalhos pesquisados

Aspectos da TRRS	Nº de Dissertações	Nº de Teses	Nº Total de Trabalhos	Percentual
Formação, Tratamento e Conversão	217	39	256	96,24%
Congruência e Não Congruência Semântica	76	29	105	39,47%
Aprendizagem da Álgebra	0	1	1	0,38%
Apreensões em Geometria	31	7	38	14,29%
Funções Discursivas	7	9	16	6,02%
Outros Conceitos	1	0	1	0,38%
Não Foi Possível Identificar	4	2	6	2,26%

Fonte: elaborado pela autora.

É possível perceber que 96,24% das investigações exploraram as operações de formação, tratamento e conversão dos diversos registros que representam o objeto matemático pesquisado. Este conjunto de aspectos da Teoria de Duval (formação, tratamento e conversão) é o mais utilizado nas pesquisas, pois embasa a ideia fundamental de Duval para a aprendizagem, repousando na importância da mobilização de pelo menos dois registros coordenados, simultaneamente. Estes conceitos são os mais conhecidos da TRRS e a base para compreender o trabalho com diferentes registros, tendo eles um olhar mais prático (DUVAL, 2012b). Os demais aspectos da Teoria já adentram discussões mais teóricas das operações cognitivas da aprendizagem matemática, o que pode justificar serem usados de forma mais moderada.

As dissertações e teses que utilizaram este aspecto da Teoria exploraram os mais diversos contextos, tanto em nível de abrangência, objeto matemático estudado, utilização de recursos tecnológicos (Geogebra, Winplot, Cabri 3D) e metodologia de pesquisa.

Na dissertação de Almeida (2008), o nível de escolaridade escolhido para investigar a linguagem matemática e os registros semióticos foi ao EJA, chamando, portanto, nossa atenção, por se tratar de um nível pouco explorado. O objetivo desta pesquisa foi verificar como os estudantes da EJA transitam da linguagem natural à linguagem matemática e quais as contribuições dos registros semióticos no quadro de escrever para a construção de novos

conhecimentos. Almeida (2008) destaca que o quadro de escrever é um recurso importante para a comunicação das representações matemáticas (e em muitas situações a única “mídia” disponível ao professor e estudante) uma vez que, a grande maioria das escolas não tem amplo acesso à tecnologia. Ela usou o conceito de formação, tratamento e conversão para trabalhar com resoluções de problemas aditivos e multiplicativos recorrendo à classificação de Huete e Bravo (2006). Em suas considerações finais a autora apontou a construção do conhecimento matemático é favorecida com a utilização dos registros semióticos associado ao quadro de escrever, pois permitiu que os registros fossem compartilhados pela turma, possibilitando a negociação de significados entre os estudantes e entre a professora e os estudantes.

Sobre a subcategoria congruência semântica e não congruência semântica, a partir dos dados apontados no quadro, percebemos que 39,47% dos trabalhos utilizaram esta parte da Teoria nas investigações que conduziram. Os fatores de não congruência semântica, segundo a TRRS, podem impossibilitar a coordenação dos registros de representação de um objeto matemático entre diferentes registros, aumentando as dificuldades de aprendizagem matemática, o que justifica o interesse dos pesquisadores em analisar os fenômenos de congruência e não congruência semântica. Segundo Hillesheim e Moretti:

Para analisarmos as dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, precisamos estudar a conversão das representações, considerando os fenômenos da congruência semântica. A articulação de diferentes registros de representação semiótica é uma condição necessária para a compreensão em matemática. No entanto, várias abordagens didáticas não levam isso em conta, porque o que chama a atenção nos processos de ensino são os tratamentos e não a conversão (HILLESHEIM; MORETTI, 2020, p. 111).

Entre os trabalhos que lançaram olhares para os fenômenos de congruência e não-congruência semântica, podemos perceber que muitos dos autores que se dedicaram em analisar os conteúdos dos livros didáticos investigaram se este aspecto da Teoria foi contemplado nos exercícios propostos pelo livro. Esse interesse por explorar os livros didáticos está associado às abordagens específicas que o livro propõe para os diferentes conteúdos (língua materna, linguagem algébrica, linguagem gráfica, figuras geométricas). A congruência semântica presente nos livros contribuiu para entendermos como estes processos são trabalhados em sala de aula, visto que o conteúdo do livro muitas vezes é a principal fonte de referência aos professores.

Em sua dissertação, Kluppel (2012) verificou se a abordagem do conteúdo de geometria nos livros didáticos contempla os conceitos da Teoria. Ela aponta que há muitas

lacunas referentes à TRRS. Um dos pontos destacados sobre a congruência semântica, é que estimular a articulação entre o registro figural e o discursivo contribui para minimizar o fenômeno da não congruência semântica.

É possível inferir, que a congruência e não congruência semântica foi investigada no ensino/aprendizagem dos mais diversos objetos matemáticos. Se considerarmos as grandes Unidades Temáticas, segundo a BNCC (álgebra, geometria, números e operações, probabilidade e estatística) o alvo predominou em álgebra e geometria. A área da álgebra recebe mais atenção, pois as conversões, por exemplo, da língua natural para a linguagem algébrica apresentam um maior obstáculo aos estudantes.

Como podemos constatar na dissertação de Costa (2010) que examina a influência da congruência e não congruência semântica na aprendizagem das equações do primeiro grau, verificando a conversão da língua natural para a algébrica. Segundo a autora, a pesquisa confirmou exatamente o que a Teoria afirma a respeito do estudante encontrar dificuldades para representar o objeto em dois registros diferentes quando a conversão num sentido é totalmente não congruente.

Outro trabalho que contribuiu para compreensão do fenômeno da congruência e não congruência semântica foi a dissertação Silva (2008), na qual, uma de suas questões de pesquisa foi: o fenômeno de congruência e não-congruência (estabelecido por Duval) de conversões realizadas entre os diferentes registros que emergem em atividades de modelagem matemática influencia a caracterização do objeto matemático? A autora fundamentou sua pesquisa na modelagem matemática, estabelecendo relações entre modelagem, os conceitos da semiótica de Pierce e a TRRS de Duval. Para tal, analisou as atividades de modelagem matemática existentes na literatura, sendo, uma no campo de estudos no qual a pesquisa se insere, e outra presente nos anais da V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática e uma dos anais da XIII International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications.

Silva (2008) considera que a partir das atividades foi possível identificar que as conversões analisadas na pesquisa, demonstram, de modo geral, que os modeladores da pesquisa não possuem dificuldades na caracterização dos objetos matemáticos quando não há congruência semântica nas conversões. Porém, em uma determinada atividade, em uma conversão não congruente com nível de não congruência baixo do registro algébrico para o registro gráfico, o objeto matemático em questão não foi caracterizado. Segundo a autora, essa falta de caracterização do objeto matemático poderia ter sido evitada, caso fosse realizada o tratamento adequado no registro algébrico, resultando em um registro gráfico correspondente à

situação em estudo. No entanto, quando a conversão é congruente com nível de congruência alto, a conversão é realizada com facilidade na atividade.

As apreensões em geometria (perceptiva, sequencial, operatória e discursiva) foram pesquisadas em 14,29% dos trabalhos. Todos os níveis de ensino foram contemplados com pelo menos uma pesquisa. A maioria das pesquisas utilizou todos os quatro tipos de apreensões, embora algumas delas tenham se limitado em estudar somente algumas.

Bolda (1997), em sua investigação, trabalhou as apreensões em geometria voltada para o Ensino Fundamental, desenvolvendo uma sequência didática que abordasse atividades de geometria elementar que podem ser resolvidas através de figuras geométricas, contribuindo assim, para a melhoria no processo de ensino/aprendizagem. Esta foi a primeira dissertação que usou as apreensões da geometria, ainda que não todas e focou na apreensão operatória cujo foco é fazer operações nas figuras, permitindo-as desenvolverem seu papel heurístico. A pesquisadora justificou o fato de destacar esta apreensão:

A escolha desta operação se deu porquanto, historicamente, esta foi a primeira operação figural a ser mobilizada, permitindo a resolução de problemas de cálculos de áreas. Além disso, um trabalho desenvolvido a partir desta operação nos permite ver que esta modificação funciona sobre configurações perceptivamente bastante diferentes, sendo imediatamente mais visível e alguns problemas do que em outros (BOLDA, 1997, p. 12).

A pesquisa de Silva (2004) foi a primeira que discutiu tais apreensões em livros didáticos, citando todas as apreensões e teve objetivo de analisar as representações gráficas de triângulos em livros didáticos de Matemática destinados aos cinco anos iniciais do ensino fundamenta à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Enquanto o estudo de Amaral (2010) foi pioneiro em usar estes aspectos da Teoria em uma pesquisa com professores, onde as apreensões foram sugeridas da seguinte maneira: apreensão perceptiva, na identificação da moda em um gráfico de colunas; a apreensão discursiva, que pode ser compreendida quando há a necessidade de determinar a mediana em um conjunto de dados distribuídos de forma aleatória, sendo necessário colocar os dados em ordem para em seguida identificar o(s) termo(s) no meio da distribuição; a apreensão sequencial de uma tabela primitiva para o cálculo da mediana seria a sequência de passos para encontrar a mediana; Já a apreensão operatória que pode ser visualizada, segundo a autora, contribui para observar a distribuição das frequências relativas, favorecendo a identificação de um elementos que corresponde a uma parte do total.

Também destacamos a dissertação de Palles (2013) por apresentar um estudo sobre as apreensões dentro um software de geometria dinâmica. Esta pesquisa aplicou estes aspectos da TRRS com o uso das tecnologias e mostrou que é possível estabelecer um diálogo com tais apreensões e o uso de instrumentos tecnológicos.

No campo da formação docente, a pesquisa realizada por Buratto (2006) apresentou uma proposta de atividades didáticas com a finalidade de auxiliar na formação docente (cursos de licenciatura), baseada na TRRS e no processo de apreensões em geometria plana, após verificar a existência de problemas de ensino/aprendizagem na área de geometria. Nas considerações a autora destaca que o processo desenvolvido propiciou aos licenciandos a oportunidade de um ensino/aprendizagem reflexivo e motivador. Nas palavras de Buratto:

Assim, entendemos que a geometria, quando ensinada através de situações-problema envolvendo os registros de representação semiótica e seus tratamentos próprios, propicia que as figuras se tornem um objeto de exploração heurística, levando o licenciando a um crescimento visual e a uma desenvoltura na sua capacidade interpretativa da matemática (BURATTO, 2006, p. 122).

Os anos iniciais também foi contemplado nos trabalhos envolvendo o conceito de apreensões em geometria. No qual, podemos apontar o trabalho de Pirola (2012) que investigou a importância da visualização para a aprendizagem em geometria neste nível de escolaridade. Seu objetivo foi explorar as relações entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual. A autora observou que a apreensão perceptiva contribui significativamente para a compreensão da apreensão operatória, enquanto a apreensão discursiva auxiliou na identificação de propriedades de uma figura geométrica. Mesmo que as apreensões aconteçam de maneira concomitante, dependendo da atividade a ser realizada, uma apreensão pode ser mais necessária que outra.

Uma tese que utilizou as apreensões em um contexto menos explorado é o caso de Mello (2015) cujo objetivo da pesquisa consistia em investigar como estudantes cegos visualizam objetos geométricos, embasada na TRRS. Ela usou as apreensões para sondar a percepção de objetos geométricos por parte dos dois estudantes entrevistados. A entrevista era composta de dezessete questões relacionadas às representações geométricas, com as quais ela observou se, e como os estudantes cegos reconhecem figuras geométricas representadas em relevo no papel e ainda se conseguem compreender definições e enunciados de problemas geométricos. E em seus resultados trouxe que, nas entrevistas, foi possível contemplar os momentos em que estudantes se apropriaram das apreensões perceptiva, operatória e discursiva,

embora apresentem um repertório bem limitado de termos geométricos. Quanto à apreensão sequencial, não foi possível observar na investigação, pois os estudantes nunca tiveram a oportunidade de construir figuras geométricas de forma que pudessem reconhecê-las.

De forma geral, as pesquisas sobre as apreensões foram bem amplas, uma vez que estiveram presentes nos diversos níveis e modalidades de ensino, em pesquisas com livros didáticos e professores. Não houve um conteúdo matemática em específico que ficou em destaque, mas sentimos falta de sua abordagem em partes da geometria como, por exemplo, trigonometria, sólidos geométricos, ângulos, círculos, entre outros.

No caso da aprendizagem da álgebra, já era esperado que encontrássemos poucas pesquisas (0,38%), visto que, quando tratamos deste aspecto, esta pesquisa quis falar das discussões mais recentes sobre as novas questões da álgebra debatidas por Duval (2015), por exemplo. Nenhuma pesquisa teve este enfoque, porém, uma tese foi a que mais se aproximou e recebeu tal classificação. É caso de Frizzarini (2014), que analisou os Registros de Representação Semiótica e suas coordenações possíveis no ensino/aprendizagem da álgebra para estudantes surdos fluentes em língua de sinais.

Contudo, tivemos várias pesquisas que o foco foi a álgebra, mas que não receberam este aspecto da aprendizagem da álgebra por não apresentar as discussões que esperávamos. É o caso de Santos (2002) que verificou a aquisição do conhecimento matemático relacionados aos coeficientes da equação  $y = ax + b$  pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função polinomial do primeiro grau. Para alcançar seus objetivos o autor elaborou uma sequência didática, além de utilizar um software. Nas considerações o autor relata que os houve uma evolução na apreensão de significados dos coeficientes da representação algébrica da função polinomial do primeiro grau com a reta correspondente. O autor também chama a atenção para o fato que a conversão do registro gráfico para o algébrico foi beneficiada pela utilização do ambiente informático, possibilitando uma nova forma de abordar o objeto matemático com os estudantes e de avaliar seus desempenhos. Embora a investigação esteja no campo da álgebra, gerando contribuições significativas para o processo de ensino/aprendizagem, ficou limitada apenas aos conceitos de formação, tratamento e conversão da Teoria.

Nesse contexto, é importante destacar que, apesar de apenas um trabalho ter se encaixado no aspecto aprendizagem da álgebra, vários trabalhos estudaram conceitos algébricos, porém dentro dos conceitos de formação, tratamento, conversão e congruência e não congruência semântica. Podemos evidenciar os trabalhos da Educação Básica que

abordaram vários objetos matemáticos, como: funções, progressões, sistemas lineares. Já na educação superior com pesquisa sobre cálculo e álgebra linear. E ainda, uma pesquisa que analisou os anos iniciais, o que é justificável, pois o registro de representação algébrico só é formalizado nos anos finais, o que dificulta fazer pesquisa sobre esta perspectiva nos anos iniciais.

É importante ressaltar a necessidade de essas análises serem feitas à luz dos novos conceitos de Duval, que é exatamente este aspecto da aprendizagem da álgebra que não foi observado nas dissertações e teses aqui investigadas, ou seja, que as investigações passem a discutir sobre as funções de designação na álgebra, e também sobre as funções do discurso dentro da linguagem algébrica.

As funções e operações discursivas da língua apresentadas por Duval (2004) são fonte de importantes discussões sobre o papel da linguagem e da escrita na aprendizagem matemática. Contudo, fazem parte de um eixo menos explorado pelas pesquisas, configurando apenas 6,02% das pesquisas que compõem o *corpus* deste nosso trabalho, talvez pela complexidade teórica que elas apresentam. A primeira pesquisa que se propôs a discutir, ainda que nem todas as funções discursivas, foi a de Passoni (2002).

Neste trabalho o autor pesquisou sobre os números inteiros nos anos iniciais e as noções pré-algébricas que podem ser trabalhadas. O autor não explorou todas as funções e abordou a função referencial e a apofântica. Estas funções foram usadas para as construções dos enunciados e sentenças matemáticas trabalhadas com os estudantes. Um de seus resultados foi que a capacidade de designar e criar sentenças matemáticas que precisam ser estimuladas desde os anos iniciais.

Na pesquisa de Tozetto (2010), o campo de investigação foi o curso de Licenciatura em Pedagogia da UEPG, na qual a autora procurou compreender as competências e habilidades desenvolvidas pelo curso que resulte em um letramento para a docência em matemática nos anos iniciais, apontando as lacunas que dificultam este letramento. Recorrendo as contribuições das funções discursivas, a autora verificou que os sujeitos da pesquisa empregavam na construção do discurso à descrição e narração, sendo estes níveis mais simples de discurso.

Em Pasa (2017) apresenta-se uma tese que favorece a compreensão do campo das funções discursivas, sendo os sujeitos da pesquisa uma turma de terceiro ano do Ensino Médio. A autora investigou o estudo do esboço de curvas, propondo alternativas para fazê-lo com base na abordagem de interpretação global das propriedades figurais segundo a TRRS. A pesquisa

utilizou como recurso as taxas de variação da função entendidas por meio da noção de infinitésimo, porém, sem formalizar com o conceito de limite.

Houve a aplicação de uma sequência didática, na qual as funções e operações discursivas foram empregadas para analisar as produções dos estudantes. Para a autora a atenção dada as funções do discurso mobilizadas pelos estudantes, promoveu a compreensão dos conhecimentos, além de permitir os estudantes elaborarem narrações, explicações, descrições e inferências com uso principalmente da função referencial, apofântica e da expansão discursiva. Nesta investigação a autora empregou as funções discursivas como referencial analítico das produções escritas dos estudantes, ainda que, o alvo da pesquisa tenha sido a construção do esboço das curvas e da noção de infinitésimo.

Em Anjos (2015) são analisados os materiais didáticos utilizados no ensino de estudantes cegos, o Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa – CMU e o Livro Didático transcrito para o Braille (LDB), com base nos conceitos da Teoria. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, sendo uma sala inclusiva. Quanto aos conceitos da Teoria, a pesquisa investigou, em ambos os materiais, a existência do fenômeno da não congruência semântica e as suas influências no processo de ensino/aprendizagem dos estudantes.

Ainda que, as funções discursivas não sejam o foco da investigação, a autora as utilizou para discutir como o Braille poderia cumprir todas as funções discursivas iguais às que acontecem com as demais línguas. Esta pesquisa foi a única a investigar as funções discursivas dentro do Sistema Braille e em uma pesquisa com uma estudante cega, se tornando pioneira neste aspecto.

Podemos considerar por meio de nosso levantamento que este aspecto da Teoria (funções discursivas) tem sido pouco explorado até o momento. Nas dissertações e teses que analisamos, percebemos que os estudos, em geral, as utilizaram como referencial de análise de discurso em alguma parte da pesquisa. Contudo, não tivemos nenhuma pesquisa que buscasse explorá-las em si, com enfoque maior no seu papel e desdobramentos para a aprendizagem matemática. Consequentemente, são necessários mais estudos que permitam compreendê-las de forma prática e tragam contribuições no que tange a importância das funções e operações discursivas na prática da educação matemática.

Dentre os trabalhos que não usaram os aspectos da TRRS (0,38%) que foram observados, destacamos a pesquisa de Rocha (2009), que buscou desenvolver um ambiente computacional para o aprendizado da geometria hiperbólica para a formação de professores.

Ele elaborou uma sequência didática sobre o tema amparado por outras teorias, porém, utilizou também estudos de Duval (1993) que discutem sobre a compreensão das demonstrações matemáticas. O pesquisador encontrou discussões sobre a importância das demonstrações no ensino de matemática e Duval (1993) apresenta uma estrutura ternária que deve ser presente em uma demonstração: a premissa (hipótese), as regras (axiomas, definições, teoremas) e a afirmação (tese).

Estes conceitos foram utilizados na pesquisa no momento de analisar e estruturar as atividades da sequência didática que continham demonstrações e contribuiu para alguns resultados. Dentre eles, Rocha (2009) diz que as demonstrações precisam ser ensinadas de forma direcionada, pois não é uma atividade natural promovida pelos estudantes. Consideramos importante trazer este exemplo de uma pesquisa que apesar de não usar a TRRS em si, mas usufruiu das contribuições de Duval para sua pesquisa.

De modo geral, podemos inferir, a partir das dissertações e teses analisadas, que os principais aspectos da TRRS, considerados neste trabalho (formação, tratamento e conversão, congruência e não congruência semântica, apreensão perceptiva, sequencial, operatória e discursiva, funções discursivas e aprendizagem da álgebra), foram abordados, em maior ou menor proporção, mesmo que não contempladas todas na mesma pesquisa.

É importante ressaltar que, a maioria dos trabalhos centralizou o foco da investigação no conceito de formação, tratamento e conversão de Duval e na variedade de Registros de Representação Semiótica. Os dados coletados e analisados que obtemos são importantes para os pesquisadores da área saberem em quais campos da matemática ainda precisamos avançar mais, no que tange pesquisas com a TRRS.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tecemos as considerações finais de nossa pesquisa com os trabalhos selecionados e analisados de acordo com as categorias de análise, dialogando com a nossa pergunta inicial, **Como o quadro teórico da TRRS tem sido mobilizado nas pesquisas em dissertações e teses de pesquisas brasileiras no período de 1996 a 2019?**

Para obtermos resposta, ao encaminhar nossa investigação apresentamos a metodologia escolhida, Estado do Conhecimento, que tem por finalidade o levantamento de dados em uma determinada área do conhecimento. Em nosso caso optamos por mapear especificamente as dissertações e teses disponíveis em meio eletrônico. Trilhar o caminho metodológico sustentado por esta metodologia de pesquisa nos permite conhecer o que já foi construído e produzido até o momento, dando subsídios para depois outros pesquisadores se dedicarem ao que ainda falta desenvolver.

Como necessitamos identificar, categorizar, analisar para podermos alcançar nosso objetivo geral, compreender como está sendo utilizada a Teoria de Raymond Duval nas pesquisas em dissertações e teses brasileiras no período de 1996 a 2019, a metodologia empregada permitiu mapear os trabalhos que utilizaram a TRRS, compondo assim, uma planilha com os dados de cada dissertação e tese, que fundamentaram as análises realizadas à luz da Teoria de Duval, revelando os múltiplos enfoques e perspectivas frente esta teoria de aprendizagem.

Desta maneira, nossa pesquisa contribui com os pesquisadores da Educação Matemática, mais especificamente, aos que se debruçam sobre a TRRS, fornecendo um panorama sobre as principais temáticas privilegiadas nas dissertações e teses e as lacunas existentes, contribuindo para novas pesquisas na área.

Porém, encontramos alguns obstáculos no desenvolvimento de nossa pesquisa, o que dificultou algumas análises, como: o número expressivo de dissertações e teses, não viabilizando tempo para efetuar uma leitura por completo; a possibilidade de algum trabalho, que utilizou TRRS, não ter sido encontrado nos instrumentos de busca que utilizamos; a ausência de informações nos resumos, introduções e conclusões dos trabalhos, uma vez que, utilizamos estes fragmentos para análise; e, por último, nossa interpretação no momento em que realizamos as análises, considerando que talvez nosso olhar possa não ter conseguido alcançar o que o autor quis demonstrar.

Entendemos que a Teoria tem sido mobilizada nos trabalhos analisados, especialmente, para investigar o ensino e a aprendizagem de objetos matemáticos específicos, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior. Sendo que muitos pesquisadores investigaram em sala de aula os processos cognitivos da aprendizagem matemática sob o olhar da semiótica. Outro ponto a destacar é referente aos conceitos da TRRS mobilizados em tais trabalhos, no qual observamos a predominância na diversidade de registros, com foco no tratamento e conversão. Ressaltamos que os demais conceitos da Teoria foram pouco explorados, especialmente a aprendizagem da álgebra, por se tratar de estudos mais recentes de Duval.

Portanto, apontamos a necessidade de investimento em pesquisa nos trabalhos que abordam o campo da Educação Matemática, buscando alternativas para apresentar todos os conceitos da TRRS. É preciso ir além da ideia de utilizar várias representações de um mesmo objeto matemático, e as operações de tratamento e conversão como, por exemplo, a utilização de materiais manipulativos que possam levar o estudante à apreensão do objeto matemático, pesquisa nos anos iniciais, estudos voltados a Educação Matemática Inclusiva e também sobre o pensamento algébrico. A formação docente também carece mais atenção, pois faltam trabalhos que forneçam subsídios teóricos mais amplas para compreender a TRRS.

Ainda dialogando com a nossa questão de pesquisa, através das análises e discussões dos trabalhos selecionados, criamos quatro categorias para facilitar a compreensão, objetos de pesquisa; nível de abrangência; metodologia e aspectos da TRRS. Com estes dados, pudemos compreender quais os principais focos de investigação que abordam a Teoria, indicando destaques e lacunas no campo de pesquisa sobre a TRRS e até nas pesquisas em Educação Matemática em geral.

Assim, no que se refere ao objeto matemático, os trabalhos estão bem divididos nas áreas de: Números e Operações, Álgebra/Álgebra Linear, Funções e Geometria/Grandezas e Medidas. Um aspecto interessante a destacar é a quantidade de pesquisas voltadas ao estudo de funções. Porém os trabalhos voltados a Estatística e Probabilidade e Cálculo Diferencial e Integral contam com um número bem inferior de pesquisas. Percebemos a falta de aproximação de conteúdos do nível superior com a TRRS nas pesquisas brasileiras.

Outro aspecto interessante, ainda nesta categoria de análise, foi a aplicação das pesquisas em sala de aula, na qual muitos pesquisadores optaram por sequência didática, além das associações que fizeram entre Teoria e softwares educacionais para facilitar a compreensão do objeto em estudo. Também encontramos o uso da TRRS com a modelagem matemática,

embora ainda seja um uso discreto. O que nos permite inferir que uma teoria de aprendizagem como a TRRS pode ser trabalhada em conjunto com uma metodologia de ensino como é o caso da modelagem.

Em relação ao nível de abrangência, o Ensino Médio é a etapa mais investigada, seguido dos trabalhos que investigaram os anos finais do Ensino Fundamental. Contudo, há uma carência de trabalhos voltados aos anos iniciais, como por exemplo, não encontramos trabalhos dirigidos a este nível de ensino que abordasse alguma noção de Grandezas e Medidas. Os conceitos matemáticos de medidas de comprimento, massa, capacidade, tempo ou mesmo voltado ao sistema monetário, estão dentro dos conteúdos a serem trabalhados desde os anos iniciais, o que deveria estimular mais pesquisas sobre.

Vale destacar que encontramos trabalhos dirigidos a Educação Matemática Inclusiva, porém ainda de uma maneira tímida, pois apenas 8 trabalhos têm relacionado a TRRS neste subcampo da Educação Matemática. Salienta-se que a Educação Matemática Inclusiva vem se consolidando como subcampo da Educação Matemática há, pelo menos, cinco anos. Atualmente, temos, inclusive eventos acadêmicos que trabalham a temática, a saber, Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva.

De maneira semelhante temos os trabalhos que investigaram a modalidade de ensino voltada a Educação de Jovens e Adultos, com 5 pesquisas, revelando que a que a Teoria de Duval tem sido abordada, em sua grande maioria, na etapa Educação Básica dita regular.

Sobre as metodologias conseguimos identificar a Engenharia Didática, o Estudo de Caso e Pesquisas de Campo como principais aportes metodológicos que foram utilizados. Salientamos que tivemos muitas metodologias diferentes que reforçam a versatilidade que a TRSS permite enquanto fundamental teórico. Como a Teoria de Duval é uma teoria de aprendizagem intelectual que não contém um passo a passo a ser seguido, mas oferece uma perspectiva para a aprendizagem matemática, isso tem permitido que as pesquisas a explorem com variadas metodologias.

Em relação aos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os conceitos de formação, tratamento e conversão são os citados em quase todos os trabalhos, ainda que parcialmente. Percebemos que tais aspectos base para a TRSS já parecem ter consolidado um campo de pesquisa e está difundido no cenário brasileiro de pesquisas sobre Duval.

O fenômeno da congruência e não congruência semântica é o segundo aspecto mais pesquisado, o que era esperado uma vez que está diretamente conectada com o conceito de conversão, amplamente debatido.

No campo da geometria, possui uma quantidade de trabalhos significativa, ainda que menor que os aspectos citados anteriormente. Estes aspectos parecem que continua em expansão e vem sendo usados com mais frequência nas pesquisas mais recentes.

Já as funções discursivas possuem uma quantidade muito menor de trabalhos, onde a maioria está nos últimos dez anos. Isso deve ocorrer, pois é uma parte da TRRS que demorou mais tempo para ser conhecida e agora que está começando a ser mais utilizada nas pesquisas brasileiras. De forma similar, o aspecto da aprendizagem da álgebra que apesar de muitas pesquisas serem sobre objetos algébricos, apenas 1 abordou (parcialmente) discussões que queríamos identificar aqui. As discussões de Duval sobre a aprendizagem da álgebra ainda estão em andamento e são recentes, levando este aspecto a ser o que mais precisa ser expandido.

Assim sendo, elencamos algumas contribuições deste Estado do Conhecimento, que poderá servir como norteador de projetos futuros, oferecendo informações sobre as áreas que precisam ser exploradas e que consideramos fundamentais neste trabalho:

- i) Sinalizar a concentração das pesquisas brasileiras (dissertações e teses) nas instituições do país;
- ii) Identificar as principais temáticas abordadas nas dissertações e teses, sendo possível assim, compreender onde estão as maiores preocupações relacionadas ao ensino/aprendizagem da matemática;
- iii) Demonstrar a aplicabilidade da TRRS aos mais diversos objetos matemáticos, bem como nível de ensino, além de conversar com as mais variadas metodologias de pesquisas;
- iv) Compreender que a TRRS pode ser associada com outros referenciais teóricos nas investigações.

Esperamos que este trabalho, no qual nos debruçamos sobre as potencialidades da TRRS, proporcione subsídios para novas investigações desenvolvidas no campo da Educação Matemática sob o olhar da Teoria de Duval. Acreditamos que a presente pesquisa apresenta potencialidades para nortear acadêmicos em busca de temas de pesquisa, que poderão saber quais caminhos ainda temos mais perguntas a serem respondidas por esta Teoria.

A TRRS possui menos de quarenta anos e mesmo assim podemos considerar que foi e tem sido muito utilizada nas pesquisas brasileiras. Sua Teoria, apesar de ampla e densa, não

atribui ao pesquisador possibilidades limitadas para pesquisa, pois oferece uma mudança de olhar para a aprendizagem matemática que pode ser base para discussões de diversas naturezas. O campo da Educação Matemática ainda tem muitas problemáticas a serem pesquisadas e nosso estudo apenas reforçou que a versatilidade e potencialidade da TRRS, pode ser um caminho interessante para tais desafios. Sendo assim, os dados que obtemos se mostram importantes para os pesquisadores da área saberem em quais campos da matemática ainda precisamos avançar no que tange pesquisas com a TRRS.

## REFERÊNCIAS – MATERIAL EMPÍRICO

ALVES, Francisco Régis Vieira. **Aplicações da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no cálculo a várias variáveis.** Tese de Doutorado. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

AMARAL, Fábio Muniz do. **Validação de sequência didática para (re)construção de conhecimentos estatísticos por professores do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.

ANJOS, Daiana Zanelato dos. **Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em braille.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

AZEVEDO, Patricia Maria Almeida Sader. **Um processo de ensino/aprendizagem de equações vivido por alunos jovens e adultos em sala de aula: transitando por registros de representação.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 2002.

BOLDA, Cláudia Regina Flores. **Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BREUNIG, Raquel Taís. **Coordenação de registros de representação e processo de mediação docente: conceito de limite em cursos de Engenharia.** Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

COSTA, Wagner Rodrigues. **Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.** Tese de Doutorado em Educação. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

CUSTÓDIO, Leandro Aparecido Alves. **Letramento probabilístico: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos, 2017.

FERREIRA, Ronaldo Dias. **Contribuições do GeoGebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de Licenciatura em Matemática.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

FRANCISCO, Mateus Bibiano. **Desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos com transtorno do espectro autista (TEA): um estudo à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá, 2018.

FRIZZARINI, Silvia Teresinha. **Estudo dos registros de representação semiótica: implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais.** Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Maringá, 2014.

GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

GRANDE, André Lúcio. **O conceito de independência e dependência linear e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de Álgebra Linear.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2012.

LINO, Eliedete Pinheiro. **As transformações geométricas em um jogo interativo entre quadros: um estudo teórico.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

LOBO, Rogério dos Santos. **O tratamento dado por livros didáticos ao conceito de derivada.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.

MARTINS, Custódio Thomaz Kerry. **Uma engenharia didática para explorar o aspecto de processo dinâmico presente nos algoritmos.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.

MEDEIROS, Margarete Farias. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano: uma experiência com professores da educação básica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MELLO, Elisabete Marcon. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2015.

PALLES, Camila Molina. **Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

PASA, Bárbara Cristina. **A noção de infinitésimo no esboço de curvas no ensino médio: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais.** Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

PASSONI, João Carlos. **(Pré-) álgebra: introduzindo os números inteiros negativos.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

PIROLA, Daiani Lodete. **Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

PONTES, Helaine Maria de Souza. **Modelagem matemática sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica e da educação dialógica.** Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2018.

REIS, Keila Cristina de Araújo. **Jogos e registros orais e gráficos: desenvolvimento da criança no campo conceitual aditivo.** Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, 2017.

ROCHA, Marília Valério. **Uma proposta de ensino para o estudo da geometria hiperbólica em ambiente de geometria dinâmica.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

RODRIGUES, Salete. **Uma análise da aprendizagem de produtos notáveis com o auxílio do programa Aplusix.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

SANTOS, Cláudia Pereira dos. **Função seno: um estudo com o uso do software Winplot com alunos do ensino médio.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

SANTOS, Edivaldo Pinto dos. **Função afim  $y = ax + b$ : a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

SANTOS, Jefferson Almeida. **Formação continuada de professores em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância: uma experiência com professores de ensino médio.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SCHMIDT, Wilian. **Raciocínio combinatório: uma meta-análise a partir dos registros de representação semiótica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria, 2016.

SILVA, Amanda Barbosa da. **Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

SILVA, Grazielle Cristine Moraes da. **O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do ensino fundamental com a utilização do jogo Contig 60®.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

SILVA, Karina Alessandra Pessôa da. **Modelagem matemática e semiótica: algumas relações.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina, 2008.

SILVA, Ligia Maria da. **O tratamento dado ao conceito de função em livros didáticos da educação básica.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.

SOUZA, Cibele de Almeida. **A distribuição binomial no ensino superior.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

TOZETTO, Annaly Schewtschik. **Letramento para a docência em matemática nos anos iniciais.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2010.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo A.; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 6, p. 62-77, UFSC: 2008.

BARROS, A. J. da S.; LEHFELD, N. A. de S. **Fundamentos de metodologia científica: um guia para a iniciação científica**. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu; DIONISIO, Fátima Aparecida Queiroz; SCHEIFER, C. A importância da função discursiva de designações de relações algébricas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, p. 182-198, 2018.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. O cenário da pesquisa no campo da educação matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectiva da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37, 2014.

\_\_\_\_\_. **A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria**. Resumo. Disponível em: [www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geometricles-celia-fim.pdf](http://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geometricles-celia-fim.pdf). Acesso em: 06 nov. 2020.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v. 2, n. 1, p. 1-26, maio 2018.

CAMPOS, Magna. **Manual de gêneros acadêmicos: Resenha, Fichamento, Memorial, Resumo Científico, Relatório, Projeto de Pesquisa, Artigo científico/paper, Normas da ABNT**. Mariana: EA, 2012-2013.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. **Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 29, p. 41- 72, 2008.

**DICIONÁRIO MICHAELIS**. São Paulo: Melhoramentos, 2000.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. de Méricles T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a.

\_\_\_\_\_. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. Trad. de Méricles T. Moretti. **Revemat**. Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 97-117, 2012c.

\_\_\_\_\_. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: **Annales de didactique et sciences cognitives**. V. 10. 2005, p. 5-53.

\_\_\_\_\_. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de Méricles T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012b.

\_\_\_\_\_. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Trad. de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: **Annales de Didactique et de Sciences cognitives**. IREM, Strasbourg, 1993.

\_\_\_\_\_. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

\_\_\_\_\_. **Semiósio e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (fascículo I). São Paulo: Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Trad. de Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

DUVAL, R.; CAMPOS, T. M. M.; BARROS, L. G. X.; DIAS, M. A. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: introduzir a álgebra no ensino: qual o objetivo e como fazer isso. São Paulo: PROEM, 2015.

FERREIRA, F. A.; SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14. 2013.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, n. 79, p. 257-272, agosto 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

FROSTIG, M.; HORNE, D. **The Frostig Program for the Development of Visual Perception**. Chicago: Follet Publishing Co., 1964.

HILLESHEIM, S.; MORETTI, M. Congruência semântica: implicações didáticas no ensino da regra dos sinais. **Revista Intermaths**, v. 1, n. 1 (2020).

HOFFER, A. R. **Mathematics Resource Project**: Geometry and Visualization. Palo Alto: Creative Publications, 1977.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber**. Belo Horizonte: UFMG, 1999.

LUDKE, Megan; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MELLO, Guiomar Namó de. Formação inicial de professores para a educação básica uma (re)visão radical. **Revista São Paulo em Perspectiva**, v. 14, n. 1, jan/mar. 2000.

MORETTI, Mércles Thadeu; THIEL, Afrânio Austregésilo. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa**, v. 7, n. 2, julho-diciembre, p. 379-396 (2012).

MORETTI, Mércles Thadeu. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 2, p. 289-303 (2013).

NÖTH, Winfried. **Panorama da Semiótica: de Platão a Peirce**. São Paulo: Annablume, 1995.

PONTES, H. M. S; FINCK, C. B; NUNES, A. L. R. O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática. **Educação Matemática**, São Paulo, v. 19, n. 1 (2017).

ROCHA, José Cláudio. Estudo de Caso como metodologia de pesquisa aplicada. **Revista Gestão Universitária**, 29/05/2016.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte”**. Diálogo Educacional, Curitiba, 2006.

SOARES, M. B.; MACIEL, F. **Alfabetização**. Brasília: MEC/Inep/Comped, 2000. *Série Estado do Conhecimento*, n. 1.

SOUZA, Kellcia Rezende; KERBAUY, Maria Teresa Miceli. Abordagem quanti-qualitativa: superação da dicotomia quantitativa-qualitativa na pesquisa em educação. **Educação e Filosofia**, v. 31, n. 61, jan./abr. 2017.

YIN, Robert. K. **Estudo de Caso. Planejamento e Métodos**. Porto Alegre: Bookman. 2005.

## **APÊNDICES**







### APÊNDICE B – Fichamento das dissertações

O presente Quadro traz os dados do fichamento das dissertações consultadas e utilizadas como um guia para análise geral dos dados e categorias de análise. Na quinta coluna apresentamos o nível de abrangência, em que optamos por utilizar as seguintes abreviações: A.I. anos iniciais, A.F. anos finais, E.M. ensino médio, EJA educação de jovens e adultos, E.S. ensino superior, L.D. livro didático, P.P. pesquisa com professor. Na sexta coluna mostramos os aspectos da TRRS, conforme a legenda: 1- formação, tratamento e conversão; 2- congruência e não congruência semântica; 3-aprendizagem da álgebra; 4- aprendizagem da geometria; 5- função discursiva e outros conceitos; 6 – outros conceitos e 7- não foi possível identificar.

Ano/ Instituição	Título	Autor	Objeto Matemático	Nível	TRRS	Metodologia
1996 UFSC	A multiplicação e seus registros nas séries iniciais	Nehring, Cátia M.	multiplicação com números naturais	A.I	1	Pesquisa-ação e Engenharia didática
1997 UFSC	Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração	Bolda, Cláudia Regina Flores	geometria (cálculo de área)	A.F	4	Pesquisa-ação
1999 PUC/SP	Demonstração: uma sequência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino de geometria	Mello, Elisabeth Gervazoni Silva De	geometria	A.F	4	Engenharia didática
1999 PUC/SP	Números racionais no ensino fundamental: múltiplas representações	Woerle, Nilce Helena	números racionais	A.I	7	Pesquisa Qualitativa
2000 PUC/SP	Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos	Catto, Glória Garrido	números racionais	L.D	1	Pré análise comparativa

2000 PUC/SP	Probabilidade condicional: um enfoque de seu ensino-aprendizagem	Figueiredo, Auriluci De Carvalho	probabilidade	E.S	1	Engenharia didática
2000 PUC/SP	Teorema de thales: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem	Haruna, Nancy Cury Andraus	geometria (semelhança; teorema de thales)	A.F	1; 4	Engenharia didática
2001 UFSC	Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem	Vizolli, Idemar	porcentagem	A.F	1	Engenharia didática
2001 PUC/SP	Os vetores do plano e do espaço e os registros de representação	Castro, Samira Choukri De	geometria analítica (vetores)	E.S	1	Engenharia didática
2001 UFSC	Conceito de frações através do estudo dos registros de representação	Biffi, Darcy De Liz	números racionais	E.S	1	Pesquisa-ação
2002 PUC/SP	(Pré-) álgebra: introduzindo os números inteiros negativos	Passoni, João Carlos	números inteiros álgebra	A.I	1; 2; 5	Engenharia didática
2002 UNICAMP	Um processo de ensino/aprendizagem de equações vivido por alunos jovens e adultos em sala de aula : transitando por registros de representação	Azevedo, Patricia Maria Almeida Sader	álgebra equações	EJA	1	Pesquisa de campo
2002 PUC/SP	A distribuição binomial no ensino superior	Souza, Cibele De Almeida	probabilidade	E.S	1	Não deixou claro
2002 PUC/SP	Função afim $y = ax + b$ : a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo	Santos, Edivaldo Pinto Dos	função afim	E.M	1	Não deixou claro
2002 PUC/SP	Mensuração, algarismos significativos e notação científica: um estudo diagnóstico do processo ensino-aprendizagem, considerando o cálculo e a	Santos, Ailton Martins Dos	mensuração; algarismos significativos; notação científica	E.M	1	Não deixou claro

	precisão de medidas					
2003 PUC/SP	Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem	Facco, Sonia Regina	área figuras planas	A.F	1; 4	Engenharia didática
2003 PUC/SP	Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis	Pelho, Edelweissbenez Brandão	funções	E.M	1	Engenharia didática
2003 UFMS	Concepções de professores sobre possibilidades didáticas no ensino da geometria decorrentes do uso da informática	Sakate, Maria Massae	geometria	P.P	7	Não Foi Possível Identificar
2003 UNIVALI	A construção da noção de função linear: transitando em diferentes registros de representação semióticos	Souza, Roberta Nara Sodrê	função linear	A.F	7	Não Foi Possível Identificar
2003 PUC/SP	A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino	Lopes, Wagner Sanches	função afim	A.F	1	pesquisa de intervenção
2003 PUC/SP	Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico	Modanez, Leila	padrões geométricos	A.F	1; 4	Engenharia didática
2004 PUC/SP	A noção de integral em livros didáticos e os registros de representação semiótica	Silva, Carlos Antônio Da	integral	L.D	1; 2	Análise de conteúdo

2004 UEL	Representações gráficas: investigando apreensões perceptivas e operatórias em alunos do curso de licenciatura em matemática	Moreira, Denise Trindade	representações gráficas	E.S	1; 4	Engenharia didática
2004 UnB	Meus registros para frações e decimais: entre o que eu penso e o que eu escrevo; entre o que eu escrevo e o que você lê	Pires, Enam Lima	números racionais	A.I.	7	Pesquisa-ação
2004 PUC/SP	Concepções do professor do ensino médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade	Penteado, Cristina Berndt	números reais	P.P.	1	Engenharia didática
2004 PUC/SP	Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem	Godoy, Luiz Felipe Simões De	derivada	E.S	1; 2	Pesquisa diagnóstica
2004 PUC/SP	O conceito de semelhança: uma proposta de ensino	Maciel, Alexandra Camara	semelhança	E.M	1; 4	Pesquisa Experimental
2005 UFMS	Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções	Silva, José Roberto Damasceno Da	máximos e mínimos de funções	E.S	1; 2	Engenharia didática
2005 UEL	Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais	Dominoni, Nilceia Regina Ferreira	função exponencial	E.M	1	Engenharia didática
2006 PUC/SP	A utilização do livro didático pelo aluno ao estudar integral	Hsia, Yukwah	integral	E.S	1; 2	Pesquisa qualitativa

2006 PUC/SP	Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais: re-aplicação da pesquisa de passoni	Todesco, Humberto	números inteiros	A.I	1; 2	Pesquisa de Campo
2006 PUC/SP	O conceito de independência e dependência linear e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de álgebra linear	Grande, André Lúcio	álgebra linear	L.D	1; 2	Pesquisa documental
2006 UFSC	A linguagem natural e a linguagem algébrica: nos livros didáticos e em uma classe de 7a. Série do ensino fundamental	Jacomelli, Karina Zolia	álgebra	A.F/L.D	1; 2	Observação Naturalista em Classe
2006 UFMS	Função do 1º grau: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1º série do ensino médio	Lopes Junior, Dejahyr	função afim	E.M	1; 2	Engenharia didática
2006 UFSC	Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores	Buratto, Ivone Catarina Freitas	geometria	E.S	1; 2; 4	Não deixou claro.
2006 UFSC	Análise de dados no início da escolaridade : uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica	Buehring, Roberta Schnorr	análise de dados	A.I	1; 2	Engenharia didática
2007 PUC/SP	O ensino de desigualdades e inequações em um curso de licenciatura em matemática	Melo, Marcelo De	desigualdades e inequações	P.P	1	Estudo de Caso
2007 PUC/SP	Conceitos fundamentais de álgebra linear: uma abordagem integrando geometria necessária	França, Michele Viana Debus De	álgebra linear	E.S	1; 2	Experimento de Ensino

2007 PUC/SP	Cálculo diferencial e integral nos livros didáticos: uma análise do ponto de vista da organização praxeológica	Mateus, Pedro	cálculo diferencial e integral	L.D	1; 2	Não deixou claro
2007 PUC/SP	Docência de inequações no ensino fundamental da cidade de indaiatuba	Melo, José João De	inequações	P.P/L.D	1	Pesquisa-ação
2007 UEL	Um olhar sobre a modelagem à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Vertuan, Rodolfo Eduardo	derivada	E.S	1	Não deixou claro.
2007 PUC/SP	Formação continuada de professores em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância: uma experiência com professores de ensino médio	Santos, Jefferson Almeida	geometria	P.P.	1	Não deixou claro.
2007 PUC/SP	Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional	Maia, Diana	função quadrática	A.F	1	Engenharia didática
2007 PUC/SP	Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas	Cardia, Luciana Simoneti Ferreira	expressões algébricas	A.F	1; 4	Engenharia didática
2007 PUC/SP	A abordagem do teorema fundamental do cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica	Campos, Ronaldo Pereira	teorema fundamental do cálculo	L.D	1	Análise de conteúdo
2007 PUC/SP	Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos de matemática das educação básica	Silva, Umberto Almeida	noção de funções	L.D	1; 2	Pesquisa documental
2007 PUC/SP	Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema	Picone, Desireefrassonba lielo	teorema fundamental do cálculo	P.P.	1; 2	Não deixou claro

	fundamental do cálculo					
2007 PUC/SP	Ensino a distância: uma análise do design de um curso de cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real	Forster, Sandra Regina Leme	limites	E.S. (material para ensino a distância)	1; 2	Pesquisa metodologia de Desing
2007 PUC/SP	Um estudo com os números inteiros usando o programa aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental	Gonçalves, Renata Siano	números inteiros	A.F.	1; 2	Não deixou claro
2007 UNICAMP	Estratégias de utilização de registros de representação semiótica na resolução de problemas matemáticos	Silva, Lenir Morgado	conteúdos diversos (tratados na resolução de problemas)	E.M.	1; 2; 4	Não deixou claro
2008 UEL	Modelagem matemática e semiótica: algumas relações	Karina Alessandra Pessoa Da Silva	conteúdos diversos (tratados com modelagem matemática)	Não se aplica	1; 2	Pesquisa documental
2008 PUC/SP	Análise exploratória de dados: uma abordagem com os alunos do ensino médio	Vieira, Márcia	estatística	E.M.	1; 2; 4	Engenharia didática
2008 PUC/SP	Uma análise da aprendizagem de produtos notáveis com o auxílio do programa aplusix	Rodrigues, Saete	produtos notáveis	A.F.	1; 2	Engenharia didática
2008 PUC/SP	Contribuições de diferentes linguagens na habilidade de resolução de problemas: um estudo com alunos do ensino fundamental	Nishimoto, Helena	resolução de problemas	A.F.	1; 2	Pesquisa diagnóstica

2008 PUC/SP	Construções geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada	Jesus, Gilson Bispo De	geometria plana	P.P.	1	Pesquisa-ação
2008 PUC/SP	Sistemas lineares na segunda série do ensino médio: um olhar sobre os livros didáticos	Battaglioli, Carla Dos Santos Moreno	sistemas lineares	L.D.	1; 2	Pesquisa documental
2008 PUC/SP	Conceito de função: atividades introdutórias propostas no material de matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de são paulo	Silva, Alexandre De Paula	funções	L.D.	1; 2	Pesquisa documental
2008 PUC/SP	Reta graduada: um registro de representação dos números racionais	Silva, Marcelo Cordeiro Da	números racionais	L.D.	1; 2	Pesquisa descritiva
2008 UFPA	A linguagem matemática e os registros semióticos no quadro de escrever nas aulas da eja	Almeida, Maria Vani Magalhães	problemas aditivos e multiplicativos	EJA	1	Não deixou claro
2008 PUC/SP	Sobre a passagem do estudo de função de uma variável real para o caso de duas variáveis	Imafuku, Roberto Seidi	funções; cálculo diferencial e integral	E.S.	1	Não deixou claro
2008 UNIOESTE	O ensino de álgebra e os registros de representação semiótica: um olhar para a prática dos professores do 8º ano do ensino fundamental	Langwinski, Luanigreggio	álgebra	P.P.	1	Pesquisa qualitativa
2008 UFSC	Esboço de curvas : uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica	Silva, Madeline Odete	esboço de curvas	L.D.	1; 2	Não deixou claro

2008 UFSC	Estudo de formas de negação no ensino de matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica	FRANCO, Patricialanzini	cálculo e deduções	P.P.	1; 2; 5	Não deixou claro
2008 PUC/SP	Saresp/2005: uma análise de questões de matemática da 7ª série do ensino fundamental, sob a ótica dos níveis de mobilização de conhecimentos e dos registros de representação semiótica	Vaz, Rosana Aparecida Da Costa	álgebra	A.F.	1	Engenharia didática
2008 UFPA	A conversão de registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações algébricas lineares	Pantoja, Lígia Françoise Lemos	sistemas lineares	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2009 PUC/SP	Uma proposta de ensino para o estudo da geometria hiperbólica em ambiente de geometria dinâmica	Rocha, Marília Valério	geometria hiperbólica	P.P.	6	Engenharia didática
2009 PUC/SP	Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos ensinos fundamental e médio	Paais, Ana Maria	potenciação	A.F/ E.M.	1	Pesquisa descritiva
2009 UEL	Registros de representação semiótica e uso didático da história da matemática: um estudo sobre parábola	Cristina Aparecida De Melo Piza	parábola	E.S.	1	Engenharia didática
2009 PUC/SP	Gênese instrumental na interação com Cabri 3d: um estudo de transformações geométricas no espaço	Salazar, Jesus Victoria Flores	transformações geométricas no espaço	E.M.	1; 4	Engenharia didática

2009 PUC/SP	Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em matemática, sobre derivada e suas aplicações	Ramos, Vagner Valeiro	derivadas	E.S.	1; 2	Pesquisa diagnóstica
2009 PUC/SP	Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais	Bica, Luis Manuel Peliz Marques	função do 1º grau	L.D.	1	Não deixou claro
2009 PUC/SP	Os alunos do 1º ano do ensino médio e os padrões: observação, realização e compreensão	Ferreira, Cristiane Regina De Moura	regularidades e padrões	E.M.	1	Engenharia didática
2009 UNISUL	Conversão de registros de representação: desenvolvimento de aplicativos para o ensino-aprendizagem de funções	Silva, Cíntia Rosa Da	funções	E.S.	1	Não deixou claro
2009 PUC/SP	O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do ensino fundamental com a utilização do jogo contig 60@	Silva, Grazielle Cristine Moraes Da	expressões numéricas	A.F.	1	Engenharia didática
2009 PUC/SP	Um sistema baseado em conhecimento com interface em língua natural para o ensino de transformações geométricas	Miranda, Gina Magali Horvath	geometria	A.F.	1	Engenharia didática
2009 UNISUL	Sequências didáticas para o ensino de matemática em nível fundamental: análise da influência de um curso de capacitação fundamentado no conceito de registros de representação semiótica	Costa, Jeanine Ferreira Dos Anjos	frações; formas geométricas	A.F.	1	Estudo de caso
2009 PUC/SP	Equações e funções: descontinuidades conceituais	Lucas, Anderson Barros	equações e funções	E.M.	1	Análise de conteúdo

2009 PUC/SP	Sobre a utilização do livro didático no estudo de derivadas parciais	Marques, Leandro	derivadas	E.S.	1	Estudo de caso
2009 PUC/SP	Ambiente informatizado: para o aprofundamento da função quadrática por alunos da 2ª série do ensino médio	Santos, Sérgio Aparecido Dos	função quadrática	E.M.	1	Design Instrucional
2009 PUC/RS	As múltiplas representações e a construção do conceito de função	Bueno, Rafael Winicius Da Silva	funções	Não se aplica	1	Meta-análise
2009 PUC/RS	Números racionais e ensino médio: uma busca de significados	Severo, Daniela Fouchard	números racionais	E.M.	1	Naturalístico-construtiva
2009 UFPA	Matemática e linguagem : um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática	Evandro Dos Santos Paiva Feio	resolução de problemas *	E.M.	1	Pesquisa Qualitativa
2010 PUC/SP	As funções seno e cosseno: diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de sequências didáticas com diferentes mídias	Souza, Edilson Paiva De	funções trigonométricas	E.M.	1	Engenharia didática
2010 PUC/SP	A função exponencial no caderno do professor de 2008 da secretaria do estado de são paulo, análise de atividades realizadas por alunos da 2ª série do ensino médio	Souza, Cláudia Vicente De	função exponencial	E.M.	1	Engenharia didática
2010 PUC/SP	Validação de sequência didática para (re)construção de conhecimentos estatísticos por professores do ensino fundamental	Amaral, Fábio Muniz Do	estatística	P.P.	1; 4	Engenharia didática

2010 UEPG	Letramento para a docência em matemática nos anos iniciais	Tozetto, Annaly Schewtschik	letramento	E.S	1; 5	Análise de conteúdo
2010 PUC/SP	Representações gráficas: conhecimentos mobilizados por alunos do ensino médio na compreensão e análise de informações contidas em gráficos	Dell'orti, Marcelo Dugan	gráficos	E.M.	1	Pesquisa qualitativa
2010 PUC/SP	Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros	Maioli, Marcia	quadriláteros	P.P.	1	Não deixou claro
2010 PUC/SP	Prova e demonstração em geoanização matemática e didática em livros didáticos de 6ª a 8ª séries de moçambique	Ordem, Jacinto	triângulos	L.D.	1	Pesquisa documental
2010 PUC/SP	Sólidos arquimedianos e cabri 3d: um estudo de truncaturas baseadas no renascimento	Almeida, Talita Carvalho Silva De	sólidos arquimedianos	Não se aplica	1	Pesquisa bibliográfica
2010 PUC/SP	Funções monotônicas: alunos da 3ª série do ensino médio frente às olimpíadas de matemática das escolas públicas	Zucco, José	funções monotônicas	E.M.	1	Engenharia didática
2010 UNESP	(Res)significando a educação estatística no ensino fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas tecnologias de informação e comunicação	Estevam, Everton José Goldoni	estatística	A.F.	1	Engenharia didática
2010 PUC/SP	A interdisciplinaridade de como proposta pedagógica para o ensino de estatística na educação básica	Pagan, Maria Adriana	estatística	E.M.	1	Pesquisa quase-experimental

2010 PUC/SP	Números complexos: um estudo dos registros de representação e de aspectos gráficos	Oliveira, Carlos Nely Clementino De	números complexos	E.M.	1	Engenharia didática
2010 UNIGRAN RIO	O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica	Delgado, Carlos José Borges	função do 1º grau	E.M.	1	Estudo de caso
2010 UFPE	Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau	Costa, Wagner Rodrigues	equação do 1º grau	A.F.	1; 2	Não deixou claro
2010 UFSC	Registros de representação semiótica e o geogebra : um ensaio para o ensino de funções trigonométricas	Damasco Neto, Jose Roque	funções trigonométricas	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2010 PUC/SP	O tratamento dado ao conceito de função em livros didáticos da educação básica	Silva, Ligia Maria Da	função	L.D.	1	Análise de conteúdo
2011 UNIJUÍ	Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica	Maggio, Deise Pedroso	função	E.M.	1; 2	Estudo de caso
2011 PUC/SP	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software geogebra	Santos, Adriana Tiago Castro Dos	função logarítmica	E.M.	1	Engenharia didática
2011 UEL	Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções	Nilton Cesar Garcia Salgueiro	funções	E.M.	1	Engenharia didática

2011 USP	Semiótica e educação matemática: registros de representação aplicados à teoria das matrizes	Robinson Nelson Dos Santos	matrizes	L.D.	1	Pesquisa bibliográfica
2011 PUC/SP	Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no ensino médio	Conceição Junior, Fernando Da Silva	inequações	E.M.	1	Engenharia didática
2011 PUC/SP	Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo estado de são paulo após a nova proposta curricular	Malheiro, Diana Mazo	frações	L.D.	1	Análise de conteúdo
2011 PUC/SP	Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio	Reis, Adinilson Marques	função do 1º grau	E.M.	1	Engenharia didática
2011 PUC/SP	Geometria esférica: uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no ensino básico	Andrade, Maria Lúcia Torelli Doria De	geometria esférica	E.M.	1	Engenharia didática
2011 PUC/SP	Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do ensino fundamental	Castro, Edson Eduardo	álgebra	A.F.	1; 2	Engenharia didática
2011 PUC/SP	Uma abordagem conceitual de volumes no ensino médio	Rodrigues, Wagner Pulido	cálculo de volume	L.D.	1	Análise de conteúdo
2011 UFPE	Investigando estratégias mobilizadas pelos alunos no equacionamento de problemas de primeiro grau	Leonardo Leôncio Da Silva, Marcelo	equação do 1º grau	A.F.	1; 2	Não deixou claro

2011 UFPE	Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do saepe sobre números racionais	SANTOS, Rosivaldo Severino Dos	números racionais	A.F.	1	Não deixou claro
2011 UEL	Dificuldades semióticas na construção de gráficos cartesianos em cinemática	Paulo Sérgio De Camargo Filho	gráficos	E.S.	1	Estudo de caso
2012 UEL	Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental	Emerson Tortola	conteúdos diversos	A.I.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2012 PUC/SP	O tratamento dado por livros didáticos ao conceito de derivada	Lobo, Rogério Dos Santos	derivada	L.D.	1	Análise de conteúdo
2012 UFRGS	Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do ensino médio na modalidade proeja	Lutz, Mauricio Ramos	estatística	EJA	1	Engenharia didática
2012 UFRGS	Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano : uma experiência com professores da educação básica	Medeiros, Margarete Farias	geometria	P.P.	1; 4	Engenharia didática
2012 UFSC	Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual	Pirola, Daiani Lodete	geometria	A.I.	1; 2; 4	Estudo de caso

2012 UFS	A educação algébrica no 8º ano do ensino fundamental das escolas públicas de ribeirãopolis/se : entendimento dos professores de matemática	Passos, Dariela Santos	álgebra	P.P	1	Análise de conteúdo
2012 UNISUL	O número como signo: relatos de uma experiência de ensino de frações a partir das teorias sócio-interacionista e dos registros de representações semióticas	Martins, Fernanda Medeiros Alves Besouchet	frações	A.I.	1	Não deixou claro
2012 UFMT	A introdução de conceitos algébricos em livros didáticos do 8º ano do ensino fundamental à luz dos registros de representação semiótica	Silva, Edson Benedito Antunes Angelo Da	álgebra	L.D.	1; 2	Pesquisa documental e interpretativa
2012 UFSC	Registros de representação semiótica e análise de dados em ambiente informático	Gesser, Nicélio José	análise de dados	P.P.	1; 2	Estudo de caso
2012 UEPG	Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo raymond duval	Kluppel, Gabriela Teixeira	geometria	L.D.	1; 2; 5	Análise de conteúdo
2012 UFAL	Esboço de gráficos nos ambientes papel e lápis e geogebra: funções afins e funções quadráticas	SANTOS, Vívica Dayana Gomes Dos	função do 1º grau; função quadrática	E.M.	1	Não deixou claro
2013 UFSCar	O ensino-aprendizagem de probabilidade em uma escola pública de sorocaba/sp	Canaveze, Leila	probabilidade	E.M.	1; 2	Pesquisa de campo
2013 PUC/SP	Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica	Palles, Camila Molina	geometria espacial	E.M.	1; 2; 4	Estudo de caso

2013 UNISUL	Processos de conversão de registros em língua natural para linguagem de matemática: análise com base na teoria da relevância	Andrade Filho, Bazilio Manoel De	área e volume	E.M.	1; 2	Não deixou claro
2013 UNIVATES	Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da função afim com uso do software geogebra	Almeida, Dionara Freire De	função do 1º grau	E.M.	1	Engenharia didática
2013 UFRGS	Programação linear na escola básica	Martins, Tiago Vencato	matemática aplicada (programação linear)	E.M.	1; 2	Não deixou claro
2013 UFRGS	Números complexos : uma proposta geométrica	Caldeira, Cláudia Rosana Da Costa	números complexos	E.M.	1; 2	Não deixou claro
2013 PUC/SP	Contribuições do geogebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de licenciatura em matemática	Ferreira, Ronaldo Dias	função do 1º grau; função quadrática	E.S.	1	Design Research
2013 PUC/SP	As concepções da álgebra articuladas aos conteúdos de matemática no ensino fundamental	Guimarães, Jailma Ferreira	álgebra	A.F.	1	Pesquisa diagnóstica
2013 PUC/SP	Função seno: um estudo com o uso do software winplot com alunos do ensino médio	Santos, Cláudia Pereira Dos	função seno	E.M.	1	Engenharia didática
2013 PUC/SP	Um estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de sistemas lineares 3x3 no 2º ano do ensino médio	Jordão, Ana Lucia Infantozzi	sistemas de equações lineares	E.M.	1	Engenharia didática
2013 UFRPE	Significados e representações dos números racionais abordados no exame nacional do ensino médio - enem	Silva, Fernanda Andréa Fernandes	números racionais	E.M.	1; 2; 4	Não deixou claro

2013 UFSC	Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados	Vieira, Suelen Maggi Scheffer	porcentagem	A.F.	1; 2	Estudo de caso
2013 UFSC	A análise da linguagem matemática como elemento para pensar o ensino e a aprendizagem da prática de esboço de curvas no ensino superior	Adriano Luiz Dos Santos Né	cálculo (esboço de curvas)	E.S.	1; 2	Estudo de caso
2013 PUC/SP	Sistemas de equações lineares: uma proposta de atividades com abordagem de diferentes registros de representação semiótica	Nilza Aparecida De Freitas	sistemas de equações lineares	E.M.	1	Engenharia didática
2013 UEPG	Conhecimentos docentes: uma análise dos discursos de professores que ensinam matemática	Dionizio, Fátima Aparecida Queiroz	trigonometria	P.P.	1; 5	Análise de conteúdo
2013 UFAL	O geogebra como recurso didático para a aprendizagem do esboço de gráficos de funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias.	Santos, Anayara Gomes Dos	funções	E.M.	1	Engenharia didática
2013 FURB	Aplicação da teoria dos registros de representação semiótica de raymond duval no estudo de funções polinomiais do 1º grau no curso de administração	Ilizete Gonçalves Lenartovicz	função do 1º grau	E.S.	1; 2	Engenharia didática

2014 UNIJUÍ	Registros de representação semiótica – atividades de conversão e tratamento em vetores e suas operações a partir da argumentação de estudantes de engenharia	Roncaglio, Viviane	geometria analítica	E.S.	1	Estudo de caso
2014 UFS	Representações mobilizadas nas turmas do 1º ano do colégio de aplicação da universidade federal de sergipe no ensino de função afim e quadrática	Meneses, Leonel Ricardo Machado	função do 1º grau; função quadrática	E.M.	1; 2	Análise de conteúdo
2014 PUC/SP	Uma sequência didática para o ensino de parábola enquanto lugar geométrico	Lopes, Sandra Pereira	parábola	E.M.	1	Engenharia didática
2014 UFRGS	Matemática dinâmica : uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas	Salin, Eliana Bevilacqua	função do 1º grau; função quadrática	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2014 UEL	Estudo dos registros de representação semiótica mediados por um objeto de aprendizagem	Anágela Cristina Morete Felix	equação do 1º grau	A.F.	1; 2	Análise de conteúdo
2014 PUC/SP	Análise do conhecimento de professores sobre o ensino de inequações	Dias, Regina Aparecida Xavier Gomes	álgebra (inequações)	P.P.	1	Estudo de caso
2014 UFSCar	O estudo dos números complexos no ensino médio: uma abordagem com a utilização do geogebra	Amorim, Tânia Mara	números complexos	E.M.	1; 2	Engenharia didática

2014 UNIJUÍ	O ensino da geometria analítica em um curso de licenciatura em matemática: uma análise da organização do processo educativo sob a ótica dos registros de representação semiótica	Cardoso, Franciele Catelan	geometria analítica	P.P.*	1; 2; 4	Estudo de caso
2014 UFS	Representações mobilizadas nas turmas do 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de itabaiana / se no ensino de geometria analítica	Oliveira, Jones Clécio	geometria analítica	E.M.	1; 2	Análise de conteúdo
2014 UFPE	Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica	Silva, Amanda Barbosa Da	triângulos	L.D.	1; 2; 4	Pesquisa documental
2014 PUC/SP	Estudo da reta em geometria analítica: uma proposta de atividades para o ensino médio a partir de conversões de registros de representação semiótica com o uso do software geogebra	Silva, Raquel Santos	geometria analítica	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2014 UFAL	A construção do conceito de número racional no sexto ano do ensino fundamental	ALVES, Vanessa Da Silva	números racionais	A.F.	1; 2	Engenharia didática
2015 UNIJUÍ	Coordenação de registros de representação e processo de mediação docente: conceito de limite em cursos de engenharia	Breunig, Raquel Taís	limites	P.P	1	Estudo de caso

2015 UFSC	Da tinta ao braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do código matemático unificado para a língua portuguesa - cmu e do livro didático em braille	Anjos, Daiana Zanelato Dos	não se aplica.	A.F.	1; 2; 5	Estudo exploratório
2015 UFSM	Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o geogebra sob o olhar das representações semióticas	Assumpção, Paula Gabrieli Santos De	geometria (perímetro e área)	A.F.	1; 2; 4; 5	Engenharia didática
2015 USP	Resolução de problemas e representações semióticas: uma experiência no ensino médio inspirada no rali matemático	Marilia Prado	resolução de problemas	E.M.	1; 2; 4	Estudo experimental
2015 UFPE	A compreensão do professor sobre os erros dos alunos, em itens envolvendo expectativas de aprendizagem dos números racionais, nos anos iniciais do ensino fundamental	Santos, John Kennedy	números racionais	P.P	1	Não deixou claro
2015 UFRGS	A contribuição da prova de matemática do enem para o ensino de probabilidade e estatística	Serra, Diego Da Silva	probabilidade e estatística	E.M	1	Engenharia didática
2015 PUC/SP	A multiplicação nos livros do professor usados nos anos iniciais do ensino fundamental em uma cidade de minas gerais	Diniz, Michele Jesus	multiplicação	L.D.	1	Pesquisa qualitativa
2015 UEM	Contribuições dos registros de representação semiótica para a compreensão dos números decimais : um estudo com alunos do 6 ° ano	Brita, Flávia Cheroni Da Silva	números decimais	A.F.	1; 4	Engenharia didática

2015 UFMS	A aprendizagem da geometria analítica do ensino médio e suas representações semióticas no grafeq	Halberstadt, Fabrício Fernando	geometria analítica	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2015 UNIFRA	Registros de representação semiótica e geometria dinâmica para o ensino de congruências de figuras geométricas planas	Fogaça, Leticia Dos Santos	geometria plana	E.S.	1; 2	Estudo de caso
2015 UFPE	Mediações didáticas da tutoria online da geometria analítica: uma análise à luz da orquestração instrumental e das representações semióticas	COUTO, Rosilângela Maria De Lucena Scanoni	geometria analítica	P.P (tutor)	1	Análise de conteúdo
2015 UFSCar	Desempenho em questões de álgebra do simave sob a perspectiva dos registros de representação semiótica	Duarte, Ronan César	Álgebra	A.F.	1; 2	Estudo de caso
2016 UFMS	Raciocínio combinatório: uma meta-análise a partir dos registros de representação semiótica	Schmidt, Wilian	raciocínio combinatório	E.M.	1	Meta-análise
2016 UFMS	Matemática financeira: uma meta-análise sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica	Schunemann, Tiele Aquino	matemática financeira	E.M.	1	Meta-análise
2016 UFRGS	Divisão euclidiana : um olhar para o resto	Soppelsa, Janete Jacinta Carrer	divisão euclidiana	A.F.	1	Estudo de caso
2016 UFRGS	Tracker physics : objetos em movimento e registros de representação	Meister, Julio César	limites e taxas de variação	E.M.	1	Estudo de caso

2016 USP	Uma proposta para o ensino de matemática na eja: abordagem contextualizada do tratamento da informação	Márcia De Oliveira Carvalho	Estatística	EJA	1	Engenharia didática
2016 UEL	A compreensão em atividades de modelagem matemática : uma análise à luz dos registros de representação semiótica	Leandro Meneses Da Costa	conteúdos diversos	E.M.	1; 2	Nao deixa claro.
2016 UFSC	A interpretação global de propriedades figurais no esboço de curvas dadas por equações paramétricas	Martins, Marcos Henrique Santos	equações paramétricas	Não se aplica	1; 2	Nao deixou claro.
2016 UFMS	Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica	Lied, Roberta	Geometria	E.S.	1	Estudo de caso
2016 UFSCar	Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim	Tozo, Fábio Luiz Dias	função do 1º grau	E.M.	1	pesquisa de intervenção
2016 PUC/SP	Um estudo da gênese instrumental para função de uma variável real com várias sentenças	Xavier Neto, Armênio Lannes	função de uma variável real	E.M.	1	Engenharia didática
2016 UFSCar	Um estudo sobre o uso do geogebra na aprendizagem de geometria analítica no ensino médio	Silva, Girleide Maria Da	geometria analítica	E.M.	1	Estudo de campo
2016 UEPB	Geometrias espacial e plana: uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas	Sousa, Zuleide Ferreira De	geometria espacial; geometria plana	A.F.	1; 4	Pesquisa Pedagógica

2016 UFMS	Representações semióticas de números racionais sob o olhar de um grupo de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental	Andrade, Keyla Ribeiro De	número racionais	P.P.	1	Pesquisa qualitativa
2016 UFAM	Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental ii	Lima, Elvécio Pereira	função quadrática	A.F.	1	Engenharia didática
2016 USP	Transformações geométricas na formação inicial e continuada de professores de matemática: atividades investigativas envolvendo reflexões por retas e geogebra	Herbert Wesley Azevedo	geometria (reflexão por retas)	P.P.	1; 4	Pesquisa Qualitativa
2016 UFSC	Reconfiguração e matemática : um caminho para a aprendizagem de geometria	Oliveira, Liza Santos De	Geometria	A.I.	1; 2; 4	Engenharia didática
2016 UFRGS	Possibilidades na conversão entre registros de geometria plana	Terra Neto, Platão Gonçalves	geometria plana; geometria analítica	E.M.	1; 2	Estudo de caso
2017 UEL	Integração multimodal e coordenação de representações semióticas em atividades de função do 1º grau	Renata Aparecida De Faria	função do 1º grau	E.M.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2017 PUC/SP	Produtos notáveis no 8º ano do ensino fundamental ii: contribuições da utilização de diferentes recursos didáticos	Dario, Érica Maria Rennó Villela	produtos notáveis	A.F.	1	Pesquisa qualitativa
2017 UNIFRA(UFN)	Análise de erros em questões sobre sequências numéricas: uma contribuição para a formação do professor de matemática	Heck, Miriam Ferrazza	sequências numéricas	E.S.	1	Análise de erros

2017 UFRN	Histórias em quadrinhos em contexto matemático: uma proposta para o ensino de triângulos à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Okaeda, Micarla Priscilla Freitas Da Silva	Triângulos	A.F.	1; 2	Pesquisa-ação
2017 UFSCar	Problemas de contagem no ensino fundamental : uma experiência com tarefas exploratório-investigativas e registros de representação semiótica	Lara, Wanderson Mendes De	problemas de contagem	A.F.	1; 2	Pesquisa Qualitativa e Interpretativa
2017 UFSCar	Letramento probabilístico : um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor	Custódio, Leandro Aparecido Alves	Probabilidade	L.D.	1; 2	Pesquisa documental
2017 UFMS	Explorando recursos do geogebra no estudo de quádras a partir de diferentes representações	Londero, Nandyne	superfícies quadráticas	L.D.	1	Pesquisa bibliográfica
2017 UFSCar	Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do ensino fundamental	Moraes, Carlos Afonso Silveira	Probabilidade	A.F.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2017 UFMA	A teoria dos registros de representação semióticas e o estudo de funções	Alencar, Alberto Cândido Sousa	Funções	L.D.	1	Não deixou claro
2017 UNIFRA	O geogebra 3d na construção da pirâmide a partir de seu tronco: registros de representação semiótica	Bettin, Anne Desconsihasselmann	geometria espacial (pirâmide)	E.M.	1; 4	Estudo exploratório

2017 UEPB	Um estudo dos registros de representação semiótica aplicado à problemas da olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (obmep)	Araújo, Joselito Elias De	resolução de problemas	A.F	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2017 UFAC	Ensino das unidades de medidas à luz da teoria dos registros de representação semiótica abordando textos injuntivos	Rovílio De Lima Nicácio	unidades de medidas	P.P.	1	Estudo de caso
2017 UEPG	Design metodológico para análise de atividades de geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica	Scheifer, Carine	Geometria	A.I/A.F./E.M	1; 4	Análise de conteúdo
2017 UFAM	O conceito de função: da operacionalização da definição à aprendizagem significativa	Souza, Jerson Sandro Santos De	Funções	E.M.	1	Engenharia didática
2017 UFMS	Registros de representação semiótica mobilizados na obtenção do volume de um cilindro: uma atividade orientada pelos princípios da modelagem matemática	Corrêa, Janaina Da Silva	geometria espacial (volume do cilindro)	E.S.	1; 2; 4	Pesquisa qualitativa
2017 UnB	Jogos e registros orais e gráficos : desenvolvimento da criança no campo conceitual aditivo	Reis, Keila Cristina De Araújo	campo aditivo	A.I.	1	Estudo de caso

2018 UEPG	O ambiente dinâmico geogebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo raymon duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional	Novak, Franciele Isabelita Lopes	Geometria	A.F.	1; 4	Análise de conteúdo
2018 UNIJUÍ	Aprendizagem de conceitos de geometria espacial por estudantes do ensino médio: entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica	Bullmann, Cátia Luana	geometria espacial	E.M.	1; 4	Pesquisa qualitativa
2018 UFSC	Registro de representação semiótica: conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando o software geogebra	Andrade, Jefferson Jacques	sistemas lineares	E.M.	1	Engenharia didática
2018 UEPB	Um estudo de representações semióticas em atividades de geometria	Cruz, José Laelson Gomes	geometria (semelhança de polígonos)	E.M.	1; 2	Pesquisa Pedagógica
2018 UEPB	Ensino de geometria: construção de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes	Santos, Lijecson Souza Dos	Geometria	A.F.	1	Engenharia didática
2018 UFSCar	Letramento estatístico: análise e reflexões sobre as tarefas contidas no material didático da secretária estadual de educação de são paulo para o ensino médio	Cobello, Lucas Soares	Estatística	L.D.	1	Pesquisa documental

2018 FURB	As contribuições da teoria de registros de representação semiótica de duval na aprendizagem de sistemas lineares no ensino médio	Eduardo Brandl	sistemas lineares	E.M.	1; 2	Pesquisa participante
2018 UFAM	Aprendizagem da geometria plana através da conversão de registros de representações geométricas e linguagem natural.	Bezerra, Francinaldo Da Silva	Geometria	A.F.	1	Engenharia didática
2018 USP	Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica	Wanessa Cristine Costa E Silva	Estatística	E.M.	1	Pesquisa-ação
2018 UNIOESTE	Perímetro e área: análise de pesquisas sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica	Miranda, Steffani Maiara Colaço	geometria (perímetro e área)	Não se aplica	1; 4	Meta-análise
2018 UFMA	Proporcionalidad e na educação básica: investigando as possíveis conexões com outros ramos da matemática, à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Almeida, Joemilia Maria Pinheiro	proporcionalidad e	P.P.	1	Pesquisa qualitativa.
2018 UFAM	Aprendizagem de geometria analítica a partir de conversões de registros de representação semiótica com exploração dos temas: ponto, reta e circunferência com o uso do geogebra no ensino médio	Azevedo, Alysson Roberto Garcia	geometria analítica (ponto, reta e circunferência)	E.M.	1	Engenharia didática

2018 UFAM	Uma proposta de aplicação das fórmulas de Moivre para potenciação e radiciação de números complexos por meio da sala invertida	Santana, Herminio Edson Maia	números complexos	E.M.	1	Não deixou claro
2019 UFRGS	Música e matemática: possibilidades no ensino médio	Lange, Carlos Henrique	frações, razão, incomensurabilidade,	E.M.	1	Pesquisa Qualitativa.
2019 UNIOESTE	Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre função afim	Lorencini, Pricila Basilio Marçal	função afim	E.M.	1	Pesquisa-ação
2019 UFRGS	Campo aditivo no conjunto dos números inteiros: um estudo a partir da teoria dos campos conceituais	Beck, Miguel Melendo	números inteiros	A.F.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2019 USP	O uso da modelagem matemática no ensino de funções: uma abordagem dinâmica e variacional	Ramunno, Ronaldo	Funções	E.M.	1	Estudo Experimental
2019 UFRGS	Um olhar para a introdução à escrita simbólica no ensino à luz da história da matemática	Führ, Luciane	simbologia algébrica na história	A.F.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa
2019 UFSCar	O estudo da congruência semântica em questões de equação de 1º grau nas avaliações de aprendizagem em processo	Garcia, Gladys Beatriz Churata	equação do 1º grau	L.D.	1; 2	Pesquisa documental
2019 UFSCar	Conexão entre matemática e música: um percurso para o estudo dos números racionais	Azevedo, Adalberto Tomaz De	Frações	A.F.	1	Pesquisa Descritiva e Interpretativa

2019 USP	Transformação de frações em números: uma experiência no ensino fundamental	Ananias, Izabela Cesario Correa	Frações	A.F.	1; 2	Design Experiment
2019 UEPB	Análise de discursos matemáticos a partir de conceitos bakhtinianos e registros de representações semióticas	Guimarães, Mozart Edson Lopes	área de regiões planas	E.S.	1	Não deixou claro
2019 UNIFEI	Desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos com transtorno do espectro autista (tea): um estudo à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Francisco, Mateus Bibiano	linguagem algébrica	A.F.	1; 2	Pesquisa de campo
2019 UFAC	Potencialidades do software geogebra como recurso tecnológico para consolidação do ensino da função afim	Ribeiro, Elizabeth Silva	função afim	E.M.	1; 2	Engenharia didática
2019 UFAC	Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo trigonometry unit circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática	Nascimento, Janeo Da Silva	Trigonometria	E.S.	1	Engenharia didática
2019 UFAM	Os sistemas de equações em livros didáticos do 7o ano do ensino fundamental sob a perspectiva da teoria dos registros de representações semióticas	Filho, Nilo Da Silva Sena	sistemas de equações	L.D.	1; 2	Pesquisa bibliográfica, documental e interpretativa
2019 UFAM	Utilizando a modelagem matemática para auxiliar o ensino-aprendizagem do	Cervino, Fábio Rivas Correia	Funções	E.M.	1	Pesquisa bibliográfica

	conteúdo de funções					
2019 UFAM	Proporcionalidad e e regra de três através de uma abordagem significativa	Santos, Frankson Dos Santos E	proporcionalidad e e regra de três	E.M.	1	Pesquisa de Campo
2019 UFPel	Ambiente de geometria dinâmica e seu potencial semiótico: uma abordagem no ensino dos números complexos	Paulo, Rafael Dos Reis	números complexos	E.M.	1	Engenharia Didática

Fonte: elaborado pela autora.

### APÊNDICE C – Fichamento das teses

O presente Quadro traz os dados do fichamento das teses consultadas e utilizadas como um guia para análise geral dos dados e categorias de análise. Na quinta coluna apresentamos o nível de abrangência, em que optamos por utilizar as seguintes abreviações: A.I. anos iniciais, A.F. anos finais, E.M. ensino médio, EJA educação de jovens e adultos, E.S. ensino superior, L.D. livro didático, P.P. pesquisa com professor. Na sexta coluna mostramos os aspectos da TRRS, conforme a legenda: 1- formação, tratamento e conversão; 2- congruência e não congruência semântica; 3-aprendizagem da álgebra; 4- aprendizagem da geometria; 5- função discursiva e outros conceitos; 6- outros conceitos e 7- não foi possível identificar.

Ano/ Instituição	Título	Autor	Objeto Matemático	Nível	TRRS	Metodologia
2001 PUC/S P	Estudo sobre a aplicação de uma sequência didática para o ensino dos números decimais	Bianchini, Barbara Lutaif	Número racional	Não encontrado	7	Não foi possível verificar
2003 FEUSP	Estatística nas séries iniciais do ensino fundamental: buscando caminhos	Cunha, Maria Carolina Cascino da	Estatística	A.I	7	Estudo de caso
2005 UFSC	Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração.	Brandt, Celia Finck	Sistema de numeração Decimal	A.I	1; 2	Método clínico-crítico
2006 PUC/S P	Articulação entre álgebra linear e geometria - um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica	Karrer, Mônica	Álgebra linear	E.S	1; 2	Design Experiments
2006 UFPR	Uma professora, seus alunos e as representações do objeto matemático funções em aula do ensino fundamental	Bassol, Tânia Stella	Funções	A.F	1; 2	Pesquisa qualitativa
2007 PUC/S P	Equação e seus multissignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico	Ribeiro, Alessandro Jacques	Equação	não se aplica	1; 2	Ensaio teórico

2008 UFSC	Representações semióticas no ensino: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar	Colombo, Janecler Aparecida Amorin	Números naturais	A.I/A.F	1; 2	Não deixou claro
2008 UFPE	Esboço do gráfico de função: um estudo semiótico	Gomes Ferraz, Ademir	Funções	E.S	1	Não deixou claro
2008 PUC/S P	O uso de vários registros na resolução de inequações: Uma abordagem funcional gráfica	Souza, Vera Helena Giusti de	Resolução algébrica de inequação	E.S/P.P	1; 2	Engenharia didática
2010 PUC/S P	Uma engenharia didática para explorar o aspecto de processo dinâmico presente nos algoritmos	Martins, Custódio Thomaz Kerry	Introdução aos Algoritmos e Programação	E.S	1	Engenharia didática
2011 UFC	Aplicações da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no cálculo a várias variáveis	Alves, Francisco Régis Vieira	Cálculo diferencial e integral	E.S	1	Engenharia didática
2013 UFPB	As representações semióticas de multiplicação: um instrumento de mediação pedagógica	Azerêdo, Maria Alves de	Multiplicação	P.P	1; 2	Análise de conteúdo
2013 UFSC	Práticas matemáticas no plano cartesiano: um estudo da coordenação de registros de representação	THIEL, Afrânio Austregésilo	Geometria analítica: plano cartesiano	A.F	1; 2; 5	Pesquisa qualitativa
2013 PUC/S P	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado	Santos, Maria Bethânia Sardeiro dos	Limite	E.S	1	Análise de conteúdo
2013 UFPE	O estilo cognitivo verbal e das imagens objeto/espacial: Três dimensões psicológicas apontando caminhos para a compreensão de aspectos da resolução de problemas matemáticos.	Pacheco, Auxiliadora Baraldi	resolução de problemas	E.M	1	Design experimental
2013 PUC/S P	Os signos peirceanos e os registros de representação semiótica: qual semiótica para a matemática e seu ensino?	Silva, Cintia Rosa da	geometria analítica espacial	L.D	1; 2	Não deixou claro
2014 PUC/S P	Função: concepções de professores e estudantes dos ensinos médio e superior	Pires, Rogério Fernando	Função	E.M/E.S/P. P	1; 2	Pesquisa qualitativa

2014 UEL	Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas	Santos, Gefferson	Conteúdos diversos	E.S	1; 2	Análise conteúdo
2014 PUC/S P	As transformações geométricas em um jogo interativo entre quadros: um estudo teórico	Lino, Eliedete Pinheiro	Transformações geométricas	não se aplica	1; 2; 4	Pesquisa bibliográfica
2014 UFPB	Funções lineares no ensino médio: contextualizações e representações	Fernandes, Maria Betania Sabino	Funções lineares	P.P	1; 2	Estudo de caso
2014 PUC/S P	A visualização na aprendizagem dos valores máximos e mínimos locais da função de duas variáveis reais	Ingar, Katia Vigo	Valores de máximos e mínimos locais de funções com duas variáveis	E.S	1; 2; 4	Engenharia didática
2014 UEM	Estudo dos registros de representação semiótica: implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais	Frizzarini, Silvia Teresinha	Inequação	E.M	1; 2; 3; 5	Engenharia didática
2015 PUC/S P	A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval	Mello, Elisabete Marcon	Objetos geométricos	E.M	1; 4	Estudo de caso
2015 UNISUL	Conciliação de metas, relevância e registros de representação semiótica em matemática	Cardoso, Marleide Coan	função quadrática	E.S	1; 2	Não deixou claro
2015 UnB	Ggbook: uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica geogebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmicas	Nóbriga, Jorge Cássio Costa	Geometria	E.S	1; 2	Análise de conteúdo
2015 UEM	As apreensões em geometria: um estudo com professores da educação básica acerca de registros figurais	Moran, Mariana	Geometria	P.P	1; 2; 4; 5	Estudo de casos múltiplos
2016 PUC/S P	Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri	Santos, Amarildo Aparecido dos	Poliedros	não se aplica	1; 4	Pesquisa documental

	3D: uma possível transposição didática					
2017 UFSC	A noção de infinito no esboço de curvas no ensino médio: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurativas	Pasa, Bárbara Cristina	Esboço de curvas de funções	E.M	1; 2; 5	Engenharia didática
2017 PUC/S P	A abordagem dada à taxa de variação no livro didático do ensino médio e a sua relação com o conceito da derivada no livro didático do ensino superior	Lobo, Rogério dos Santos	Variação, taxa de Variação e derivada	L.D	1	Análise de conteúdo
2018 USP	A abstração no ensino e aprendizagem da física: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica na resolução de problemas	Luís Gomes de Lima	Conteúdos diversos	E.M	1; 2	Análise de conteúdo
2018 UEPG	Modelagem matemática sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica e da educação dialógica	Pontes, Helaine Maria de Souza	Conteúdos diversos	A.F	1; 2; 5	Estudo de caso etnográfico
2018 PUC/S P	Resolução de problemas: enfoque metodológico e teórico	Souza, Helena Tavares de	Conteúdos diversos	não se aplica	1; 2	Teoria Fundamentada
2018 UNIJUÍ	Entrecruzamento teórico-metodológico entre registros de representação e teoria da objetivação	Maggio, Deise Pedroso	Conceitos algébricos	E.S	1; 2; 5	Estado da arte
2018 UFSC	O jogo das operações semióticas na aprendizagem da integral definida no cálculo de área	Menoncini, Lucia	Integral	E.S	1; 2; 4; 5	Engenharia didática
2006 UFPE	Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias	Montenegro, Juliana Azevedo	Análise combinatória	A.I/A.F	1; 2	Não deixou claro
2018 UFSC	Ensino e aprendizagem das superfícies quádricas no ensino superior: uma análise baseada na teoria dos registros de representações	SILVA, Sérgio Florentino da	Superfícies quádricas	E.S	1; 2; 5	Engenharia Didática

	semióticas com o uso do Geogebra					
2019 UFBA	Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental	Campos, Márcia Azevedo	Problemas algébricos	A.F	1; 2	Engenharia didática
2019 UFSC	O que se revela quando o olhar não alcança? em busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do saber matemático por uma estudante cega	Anjos, Daiana Zanelato dos	Conteúdos diversos	E.M	1; 2; 4; 5	Estudo de Caso
2019 PUC/S P	Geometria das dimensões e quadridimensionalidade	Souza, Samuel de	Geometria plana e espacial.	não se aplica	1	Pesquisa bibliográfico-teórico
2019 PUC/S P	Um estudo sobre os estilos de pensamento matemático mobilizados por um sujeito cego ao resolver sistemas de equações lineares	Martins, Elen Graciele	Equações lineares	A.F	1	Design Experiment
2019 UFN	Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática	Denardi, Vânia Bolzan	Cálculo diferencial e integral	E.S	1; 2	Estudo de caso

Fonte: elaborado pela autora.