UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Otávio Bocheco

A ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA E SUA QUALIFICAÇÃO NO VIÉS SEMÂNTICO

Florianópolis
2021

Otávio Bocheco

A ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA E SUA QUALIFICAÇÃO NO VIÉS SEMÂNTICO

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Doutor em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Frederico Firmo Souza Cruz

Coorientador: Prof. Dr. Sandro da Silva Livramento Machado

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Bocheco, Otávio
A Abordagem Matemática no Ensino de Física e sua Qualificação no viés Semântico / Otávio Bocheco ; orientador, Frederico Firmo Souza Cruz, coorientador, Sandro da Silva Livramento Machado, 2021.
213 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Abordagem Matemática no Ensino de Física. 3. Matematização. 4. Teoria dos Códigos de Legitimação. 5. Densidade Semântica. I. Firmo Souza Cruz, Frederico. II. da Silva Livramento Machado, Sandro. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. IV. Título.

Otávio Bocheco

A Abordagem Matemática no Ensino de Física e sua Qualificação no Viés Semântico

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Ricardo Avelar Sotomaior Karam, Dr.
University of Copenhagen

Profª. Paula Andrea Grawieski Civiero Dra.
Instituto Federal Catarinense

Prof. Sérgio Florentino da Silva, Dr.
Instituto Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Educação Científica e Tecnológica.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Tatiana da Silva
Data: 23/12/2021 10:39:37-0300
CPF: 033.035.527-97
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

____

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Frederico Firmo de Souza Cruz
Data: 23/12/2021 10:27:56-0300
CPF: 007.500.488-75
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

____

Prof. Frederico Firmo Souza Cruz, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2021.

Àqueles que dedicam suas vidas a mim e para ele, a quem dedicarei toda a minha vida.

André, Eloi e Vitor.

RECONHECIMENTO

Reconhecer aqueles que colaboraram com este trabalho, de forma direta ou indireta, de modo racional, emocional ou espiritual, é fundamental!

Começo pelos meus orientadores, Fred e Sandro. Sem seus questionamentos, ideias, "*puxões de orelha*" e liberdade para criar, jamais esta tese seria escrita. Exercício da dúvida, leitura crítica, confiança e camaradagem, sem dúvida, compõem o maior legado formativo para o mundo da pesquisa, que ambos me concedem.

À minha família, pai, mãe, tios, tias, o meu filho Vitor. Toda a alma presente nesta tese vem desta fonte.

À pesquisadora educacional Ieda Santos, seu exemplo, impulso e perseverança foram fundamentais, do processo seletivo à entrega desta tese.

Ao professor e pesquisador educacional Henrique César, pelo acolhimento acadêmico, ideias e encorajamento, diante da dúvida e da criatividade.

Ao psicólogo Marcelo Laurentino, profissional responsável pela saúde mental e emocional saudável, durante a construção desta tese. Sua missão não era fácil, afinal, diversas pesquisas apontam altos índices de distúrbios mentais, ligados a atividade acadêmica. Minha solicitação foi de que não terminasse a tese esgotado, mas sim, com o gosto de *quero-mais*. Aqui estou. Cansado, mas inteiro, graças a sua atitude profissional.

Aos professores e pesquisadores educacionais Sergio Florentino e Ricardo Karam, pelo empenho em participarem da banca avaliativa desta tese.

À professora e pesquisadora educacional Paula Civiero, pelo empenho na leitura, sugestões e participações nas bancas de qualificação e avaliação da tese.

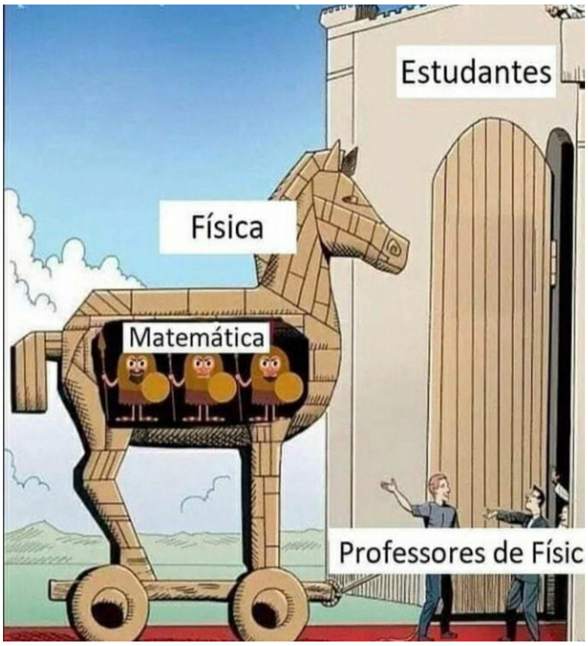
Ao professor Cláudio Cavalcanti, pelas ideias, referências e participação na banca de qualificação da tese.

Aos amigos da academia, em especial, Fábio Santana e Adriana Bortolleto, pela paciência, disposição para o debate de ideias e críticas, referentes a tese.

A todos os professores do PPGECT.

Às lutas da classe, que permitiram minha dedicação exclusiva às atividades de doutoramento. Privilégio, não! Conquista! O Estado não concede, faz sua obrigação perante as pessoas, o desenvolvimento científico e tecnológico, o bem-estar do ser humano.

“[**Matematização**] é uma grande coleção de resultados de pensamentos e raciocínios elaborados. Com a Matemática é possível ligar uma afirmação a outra [**estabelecer relações**]” (FEYNMAN, 2012, p. 46 – grifo nosso)



Fonte[1]

“[..] para se ensinar Física, é preciso também saber administrar a costura dos símbolos formais na realidade”. (ROBILOTTA, 1988, p. 12)

1 adaptado de https://aminoapps.com/c/ciencias-geografia-hist/page/blog/cavalo-de-troia-sovietico/0avR_DxskuYRxk6jbbomV5rgNlg6pXxDwj

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é apresentar uma ferramenta de análise para a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física. Constitui-se a mesma num viés semântico, de modo a potencializar a caracterização de um discurso de matematização, dentro do espectro semântico *técnico-estruturante*. Perspectivas historiográficas de matematização evidenciam um papel *estruturante* da Matemática na formalização de teorias físicas, como a Mecânica Racional de Newton e o Eletromagnetismo de Faraday/Maxwell. Tal relação estrutural se dá mediante a busca por sistemas de relações físico-matemáticas. Essência para a ponte entre os campos de teorização da Física e o seu ensino. Seja em salas de aula ou materiais didáticos. Com o entendimento de que matematizar consiste em estabelecer relações e construir significados, defende-se as relações físico-matemáticas, os significados tipológicos (aspecto nominal) e significados topológicos (aspecto relacional) como os princípios organizacionais de um discurso de matematização no ensino de Física. Tais princípios seriam uma espécie de códigos semânticos, condensados em estruturas matemáticas, como $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo, que, quando revelados ou manifestos, permitiriam a qualificação do discurso matematizador, dentro do espectro *técnico-estruturante*. No entanto, tal revelação só é possível mediante um dispositivo de tradução. Para isso, apresenta-se a Teoria do Códigos de Legitimação (TCL) de Karl Maton. Uma teoria multidimensional, composta pelo conceito de Densidade Semântica (DS), que diz respeito ao grau com que o conhecimento ou suas complexidades estão condensados em símbolos. Através de níveis de DS, baseados nas relações físico-matemáticas, nos significados tipológicos (nominal) e topológicos (relacional), apresenta-se a ferramenta de análise pretendida. Realiza-se a análise de três discursos de matematização, referentes da segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$, dispostos nos três livros didáticos mais distribuídos, nas duas últimas edições do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Uma espécie de laboratório empírico para investigar o comportamento e calibração da ferramenta. Mediante os perfis semânticos detectados em tal análise, infere-se que a ferramenta potencializa importantes reflexões para qualificar se um discurso inclina-se mais ao caráter *técnico* e/ou *estruturante*. Tanto em materiais didáticos quanto em salas de aula de Física.

Palavras-chave: Matemática na Física. Matematização. *Estruturante*. Teoria dos Códigos de Legitimação. Densidade Semântica. Perfil Semântico.

ABSTRACT

This research aims to present an analysis tool for the qualification of the Mathematics approach in teaching Physics. It is constituted in a semantic bias to enhance the characterization of a mathematization discourse within the *technical-structuring* semantic spectrum. Historiographic perspectives on mathematization show a structuring role of Mathematics in the formalization of physical theories, such as Newton's Rational Mechanics and Faraday/Maxwell's Electromagnetism. Such structural relationship takes place through the search for physical-mathematical relationship systems. This relationship is essential for bridging the theorization of Physics and its teaching, whether in classrooms or teaching materials. Taking into account that mathematizing consists of establishing relationships and making meanings, physical-mathematical relationships, typological meanings (nominal aspect), and topological meanings (relational aspect) are defended as the organizational principles of discourse on mathematization in teaching Physics. Such principles would be a kind of semantic code condensed in mathematical structures. When revealed or manifested, it would allow the qualification of the mathematizing discourse within the *technical-structuring* spectrum. However, such disclosure is only possible through a translation device. For this, the Legitimation Code Theory (LCT) of Karl Maton is presented. A multidimensional theory, composed of Semantic Density (SD), concerns the degree to which knowledge or its complexities are condensed into symbols. Through DS levels, based on physical-mathematical relations, typological (nominal), and topological (relational) meanings, the intended analysis tool is presented. Analysis of three mathematization discourses, referring to Newton's Second Law, is carried out in the three most widely distributed textbooks in the last two editions of the National Textbook Plan (PNLD). An empirical laboratory was adopted to investigate the behavior and calibration of the tool. It could be inferred from the semantic profiles detected in such analysis that the tool can facilitate important reflections to qualify whether a discourse is more inclined to a *technical* and/or *structuring* character, both in teaching materials and physics classrooms.

Keywords: Mathematics in Physics. Mathematics. *Structuring*. Legitimation Code Theory. Semantic Density. Semantic Profile.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 QUEM SOU EU E PORQUE ME PROPONHO A ESTA PESQUISA

Minha primeira experiência com a docência em Física foi no Ensino Médio presencial, destinado a Jovens e Adultos (EJA)[2]. Uma parcela dos estudantes, de fato, era jovem. Estavam corrigindo o tempo perdido devido a reprovações e desistências no passado. A outra parcela, jovens ou não, estavam aproveitando a primeira oportunidade real de estudos. Isto devido a impedimentos socioeconômicos, não compensados em função da falta de políticas públicas no passado. Enfim, uns haviam desperdiçado o tempo oficial de estudos e tentavam recuperá-lo, enquanto outros estavam usufruindo de um tempo que a sociedade brasileira não os havia proporcionado.

Foi na turma do primeiro ano da EJA, turno vespertino, que começou esta tese. Obviamente, eu não sabia disto, porém, veio a se revelar. Nesta turma, a imensa maioria eram senhores e senhoras da classe trabalhadora, que carregavam uma enorme dificuldade de escrita, leitura e interpretação. Malgrado as limitações, sobrava-lhes vontade de aprender. Fazer valer a pena a restauração do tempo não consentido.

Como era o início da carreira, resolvi seguir alguns protocolos para o ensino de Física, até ganhar confiança suficiente e me atrever com propostas mais inovadoras, condizentes com a formação que havia recebido. Assim, me agarrei ao livro didático e listas, contidas mais de exercícios do que problemas de Física. Obviamente, os problemas eram mais quantitativos do que conceituais, ou melhor dizendo, incentivavam mais a aplicação de fórmulas e interpretação de gráficos do que análises, subjacentes a relações físico-matemáticas entre grandezas físicas. Era o início, não tinha como colocar toda a bagagem de concepções apreendidas nas disciplinas de Instrumentação, Didática e Metodologia.

2- Na época, ano 2000, chamado de Supletivo

Uma metodologia que fez bem ao meu aprendizado de Física foi quando os professores da licenciatura resolviam listas de exercícios e/ou problemas, junto com os alunos, em sala de aula. Por esta experiência pessoal ser bem-sucedida, resolvi implementar tal método junto a esta turma do vespertino. Distribuía as listas e ia de carteira em carteira resolvê-las com os estudantes.

Com o tempo percebi que os estudantes tinham avançado no aprendizado, quanto a interpretar o exercício/problema, escolher uma equação, escrevê-la, substituir dados, executar os cálculos e, quando solicitados, até interpretar os resultados. Sim, eu sei que estava ensinando-lhes a fazer "continhas", não Física, propriamente dito.

No entanto, seria desonesto julgar tal processo educativo como inválido, pois houve uma evolução. Ciência e ensino não buscam resultados, buscam evoluções. Portanto, mesmo observando que meus estudantes estavam desenvolvendo mais *habilidades técnicas*, ao abordar a Matemática na resolução de exercícios/problemas de Física, me senti satisfeito e eles também. Tamanha felicidade deles em observar a capacidade de selecionar uma equação, interpretar o nome de cada símbolo[3], substitui-los por valores numéricos e chegar a um resultado. Mas eu tinha noção de que minha abordagem Matemática no ensino de Física tinha sido limitada e de baixo Alcance Semântico.

Isto aguçou minhas memórias, fazendo-me lembrar de um professor na Licenciatura em Física. Sua abordagem didática era composta por avaliações com questões, digamos tradicionais, aquelas retiradas de livros didáticos como Moysés e Halliday, e uma última questão do tipo aberta, subjacente a interpretação fenomenológica.

Lembro de uma questão, simples, nua e crua: *se você cortar uma árvore com um machado, a mesma tomba para o lado da batida ou para o lado contrário?* Mais da metade da turma errou a resposta. Na correção, o professor chamou a atenção para o fato de que

---

3 Academicamente, há um debate ao redor da distinção conceitual entre signo e símbolo. Esta tese não abrirá tal discussão, tratando as letras presentes em equações como símbolos.

muitas vezes os alunos usam modelos matemáticos para resolver diversas questões, mas não conseguem estabelecer as relações físico-matemáticas necessárias à interpretação de um fenômeno físico.

O que este professor pretendia mostrar é o fato de que não sabemos o que é saber física(?). Para alguns, saber resolver problemas e exercícios de livros didáticos tradicionais é sinal de domínio. Porém, muitos destes, frequentemente, não conseguem interpretar um fenômeno de acordo com as teorias e modelos matemáticos, utilizados com maestria para a resolução de exercícios e problemas.

Provavelmente, isto tem a ver com a abordagem da Matemática no ensino de Física.

Seguindo adiante, no caminho da docência, ao longo de 12 anos, dentro de diferentes experiências na educação básica, a matematização de ideias físicas continuaram me perturbando.

Depois desta caminhada pelo '*chão batido*' das salas de aula na educação básica, concluí um curso de mestrado na área de ensino de Física e, após três concursos públicos, cheguei ao cenário da formação de professores de Física, onde minha inquietação referente ao processo de matematização no ensino de Física atingiu o nível máximo.

Tal incomodação transbordou para o âmbito da insônia, quando solicitei aos meus bolsistas do PIBID (Programa Institucional Brasileiro de Iniciação à Docência) para observarem na aula do professor de Física, supervisor do projeto (uma espécie de co-formador), como este abordava a Matemática no seu ensino de Física. No entanto, mesmo diante de tal solicitação, fui impelido por uma questão *interna*, fulminante; observar o que? como descrever ou qualificar tal abordagem? Quais seriam os itens analíticos para isso?

Ao solicitar a uma bolsista para relatar sua observação, a mesma fez o seu relato e, ao final, perguntou se era aquilo que deveria ser observado. Ou seja, não havia critérios analíticos para a minha solicitação, tornando a atividade ineficaz em termos formativos.

Não só critérios, mas também não havia concepções analíticas que me permitissem preparar as próprias aulas e materiais didáticos, subjacentes a uma abordagem mais pertinente da Matemática no ensino de ideias físicas. Eu até tinha uma espécie de crença ou concepção do que seria bom ou ruim, porém, faltava algo dentro do âmbito científico.

O primeiro *insight* foi perceber que eu não tinha respostas por falta de boas perguntas. Ou melhor, por causa de uma boa sequência de boas perguntas. Por isso, esta tese começou a ser escrita quando me propus a buscar perguntas e não respostas.

Obviamente, esta busca teve início através da literatura e o primeiro artigo a ser encontrado e explorado foi "*A Matemática como estruturante do conhecimento físico*" de Maurício Pietrocola, publicado no Caderno Brasileiro de Ensino de Física.

A leitura deste artigo promoveu intensas reflexões, perguntas e o encontro do primeiro elemento analítico; a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física. Uma abordagem com nuances de extrapolar a tecnicidade de baixo Alcance Semântico. Tipo aquela promovida em minha primeira experiência docente e na maioria das salas de aula e materiais didáticos de Física. Se antes eu não tinha um termo ou nome para o tipo de abordagem Matemática que pretendia praticar ou defender no ensino de Física, seja na formação docente, prática de sala de aula ou materiais didáticos, agora detinha-o.

Porém, mediante este elemento analítico, surge uma das principais questões desta tese; o que caracteriza uma abordagem *estruturante* numa sala de aula ou num material didático, destinados ao ensino de Física? O artigo de Pietrocola deixa uma preciosa pista para responder esta questão: '*uma nova postura epistemológica*' no processo de matematização voltado ao ensino de ideias físicas.

Além de demonstrar que esta nova postura perpassa estudos e novas concepções a respeito do papel epistêmico da Matemática na produção teórica da Física, Pietrocola aponta duas vias complementares para atingi-la. Tanto em materiais didáticos quanto em salas de aula.

Uma delas seria pelo caminho da atitude didático-pedagógica. Diretamente, conectado com estratégias e métodos. Em seu artigo, aponta a Modelização como um bom caminho para que a Matemática desempenhe a sua atribuição *estruturante* no ensino de Física.

A outra trajetória seria trilhar um percurso pela semântica. Conectada à construção de significados que a Matemática propõe no ensino de Física. Inspirado no matemático polonês-britânico, Jacob Bronowski, Pietrocola apresenta os conceitos de *Linguagem de ordens* e *Linguagem de ideias.* O primeiro forneceria a ideia de uma linguagem ou caminho semântico subjacente a *técnica*. Enquanto o segundo, permearia o papel *estruturante.*

Ao continuar a caminhada pela literatura, me deparei com a pesquisa de doutoramento de Ricardo Karam; "*Estruturação matemática do pensamento físico no ensino: uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas*". Em sua tese, o pesquisador propõe, de forma pioneira, uma ferramenta teórica para qualificar o processo de matematização em salas de aula e materiais didáticos de Física.

Basicamente, Karam trilha por um viés epistemológico e, no tocante às salas de aula e materiais didáticos de Física, concentra-se na atitude didático-pedagógica, a fim encontrar meios para a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física.

Sua ferramenta compõe-se de uma teorização epistemológica, a respeito do papel da Matemática na produção teórica da Física, bem como da análise empírica de aulas ou da atitude didático-pedagógica de um professor, experiente e diferenciado. Esta é a espinha dorsal ou o seu percurso teórico-metodológico, para chegar à ferramenta proposta.

Independente de outros artigos, dissertações e teses, dentro da temática *abordagem matemática no ensino de Física*, o objeto que mais me chamou a atenção foi este, que diz respeito a sua qualificação.

A principal contribuição seria a apresentação de uma ferramenta teórica, capaz de complementar o trabalho de Karam. Mediante uma extensão de alguns conceitos e, principalmente, no que diz respeito a um caminho teórico-metodológico distinto, para a composição de uma ferramenta de análise. Ao invés de trilhar pelo viés da atitude didático-pedagógica, adentrar pela via semântica. Ambos, apontados por Pietrocola.

Se Karam descortina as atitudes didático-pedagógicas de um professor, que aborda a Matemática no ensino de Física, de forma a revelar a primeira como uma ferramenta de estrutura ou de pensamento para a segunda, talvez, estivesse na hora de descobrir os princípios organizacionais deste discurso matematizador *estruturante*, forjado em tais atitudes didático-pedagógicas. Estes princípios diriam respeito ao âmbito da semântica discursiva, por isso, o entendimento de uma pesquisa que complemente, ao invés de se opor.

Obviamente, a intenção desta tese é a disseminação da abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física. Um caminho já estabelecido como viável e promissor, em termos didático-pedagógico.

Disseminar no âmbito reflexivo. Longe de um tecnicismo operacional, em termos de docência em Física. Amparado em elementos teóricos, analíticos e, principalmente, nos princípios organizacionais de uma prática de matematização no ensino de ideias físicas.

Por outro lado, no campo da pesquisa em ensino de Física há a intenção de esticar o debate, alastrando conceitos, itens analíticos, concepções teóricas e metodológicas para a qualificação e aperfeiçoamento da abordagem Matemática no ensino de Física.

2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Um professor, com a missão de ensinar a Teoria da Relatividade Geral para seus alunos, ministra uma aula, onde preenche dois quadros apenas com cálculos! Um dos alunos manifesta-se, dizendo não ter entendido a teoria. Sendo assim, o professor repete sua explicação preenchendo um quadro com cálculos e outro com analogias. O aluno, ainda meio atordoado, manifesta que houve uma melhora, mas que ainda não havia compreendido a teoria. Então, o professor elimina os cálculos e explica, pela terceira vez, preenchendo dois quadros, apenas com analogias. Ao virar-se para o aluno, esse manifesta-se entusiasmado: "professor, agora compreendi a teoria!". Meio que sem graça e sem a intenção de causar desânimo, o professor fita o aluno e diz: "ok, mas agora, não é mais Teoria da Relatividade Geral!"

A Teoria da Relatividade Geral é emblemática quanto ao nível de matematização em teorizações da Física. Albert Einstein, seu criador, era bastante intuitivo, quanto aos atributos matemáticos. Ao encaixar como uma luva a geometria não-euclidiana de Bernhard Riemann às suas ideias, obteve relações físico-matemáticas capazes de navegar na estrutura do espaço e do tempo. Ou seja, a teoria não ficou isenta de uma fenomenologia, por mais que a mesma seja contra-intuitiva aos olhos do cotidiano.

Será que o aluno não compreendeu a teoria por que as explicações iniciais se basearam, unicamente, em supostos cálculos? Mesmo utilizando apenas cálculos seria possível uma abordagem discursiva capaz de revelar o caráter fenomenológico da teoria? Trocar os cálculos por analogias teria sido uma boa escolha didática? Ou, ambos poderiam ser abordados, concomitantemente, diante de uma nova semântica?

A história acima ilustra, não apenas os limites ou a complexa relação de interdependência entre a Matemática e a Física. Demonstra, também, as dificuldades que tal complexidade revela em relação ao ensino desta Ciência, altamente matematizada.

Há uma crença rasteira de que tais dificuldades são recentes, por conta do alto nível de matematização decorrente do avanço de teorias como a Relatividade e Mecânica Quântica. No entanto, matematizar a Mecânica racional de Newton é, de fato, tão menos abstrato?

Já em 1903, a abordagem Matemática no ensino de Física era pauta problemática. Isto é evidenciado pelo alerta de Pierre Duhem, que ao final do seu livro *L'Évolution de la Mécanique* (DUHEM, 1903) alerta para a importância de professores e estudantes de Física lerem e meditarem a respeito da forma como Ernst Mach matematiza a Mecânica em seu livro

Mechanik. Segundo Duhem, tal abordagem ajudaria a impedir que o ensino da Mecânica se degenerasse em uma sequência de fórmulas exatas e precisas, porém, secas e estéreis, sem conteúdo real. A leitura da obra do professor Mach seria o ímpeto para o renascimento da carne viva e palpitante sobre os ossos secos da Mecânica ensinada. (RICARDO, 2012).

Assim, para além da leitura de boas referências como inspiração epistemológica de matematização, concorda-se com o alerta de Karam (2012), sobre a necessidade de não medir esforços na área de pesquisa em ensino que rumem em direção a uma abordagem Matemática no ensino de Física mais rica, didaticamente, e mais próxima dos fundamentos epistemológicos que estas ciências trocam ao se relacionarem. *'Física não é Matemática'; 'Física não é Cálculo!',* alerta o pesquisador.

Assim como, não se deve poupar esforços de pesquisas e novas proposições a fim de contrapor a vertente que defende uma eliminação do processo de matematização no ensino das ideias físicas, dando lugar a um ensino de Física dito conceitual ou qualitativo. Um ensino isento da formalização matemática dos conceitos físicos abordados. Até porque, de fato, não existe uma física-conceitual! Assim como não existem teorias físicas que seriam teorias matemáticas, mas sim teorias físico-matemáticas, como a teoria da Relatividade Geral e a própria Mecânica Clássica de Newton.

Quando uma doença está além do conhecimento humano, não se elimina os doentes. Pelo contrário, investe-se em pesquisas a fim de descobrir a cura. O mesmo ocorre com a abordagem da Matemática no ensino de Física. Se isto caracteriza uma problemática educacional, não significa eliminar tal relação em nome de um ensino '*dito*' conceitual ou qualitativo. A exemplo da busca por uma cura, ao invés da eliminação, o melhor caminho é investir em pesquisas de diversas frentes; estudos epistemológicos e semânticos, formação de professores, estratégias didáticas, confecção de materiais didáticos e, principalmente, a caracterização teórica e qualificação analítica daquilo que se entende por uma abordagem '*saudável*' da Matemática no ensino de Física.

Salubridade que guiará esta tese para o âmbito da chamada abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física. Um caminho com fortes indícios, teóricos e práticos, de riqueza didático-pedagógica, para o discurso de matematização no ensino de ideias físicas.

2.1 O PROBLEMA EDUCACIONAL QUE ESTIMULA ESTA TESE

A carência de professores licenciados para atuar nas disciplinas de Matemática e Ciências da Natureza (Física, Química e Biologia), na educação básica, vem sendo objeto de discussão, tanto em artigos acadêmicos, órgãos do governo federal e até na mídia.

De acordo com o Censo Escolar da Educação Básica 2016 (BRASIL, 2017), apenas 41,4% dos professores de Física, que atuam em sala de aula, são licenciados para lecionar a disciplina. Sendo o terceiro pior indicador de adequação da formação docente do ensino médio por disciplina.

Para piorar a situação, Rabelo (2015) detecta em sua pesquisa que o índice de interesse pelo magistério em Física é o mais baixo, dentre todos os cursos de licenciatura na área das Ciências da Natureza e Matemática.

Este baixo interesse é o objeto de pesquisa de Lunkes e Rocha Filho (2011), que evidenciam a abordagem Matemática no ensino de Física como um dos grandes vilões perante a alta taxa de rejeição ao magistério da disciplina. Seus dados de pesquisa apontam um equívoco devido a uma confusão entre as disciplinas de Física e Matemática. Pela fala dos alunos subentende-se que os mesmos não conseguem distinguir uma da outra.

> Física é uma matéria parecida com Matemática
>
> Na verdade, eu não entendo quase nada, talvez devido a sua relação com a Matemática. (LUNKES e ROCHA FILHO, 2011, p. 27).

A mesma associação rasa foi detectada por Ricardo e Freire (2007), que entrevistaram alunos do ensino médio sobre as diferenças entre Física e Matemática, obtendo como resultado um número significativo de declarações afirmando não haver diferença entre as disciplinas. Segundo os pesquisadores, os alunos atribuem à Matemática um papel de instrumento das demais disciplinas científicas e consideram-na ausente de significado.

Para Brock e Rocha Filho (2011), também interessados nas origens da elevada taxa de rejeição para a carreira docente em Física, isto decorre da possibilidade de o professorado estar utilizando metodologias equivocadas ou impróprias para os objetivos educacionais da Física no ensino médio. De acordo com dados coletados, os autores concluem que

> […] a maneira com que as aulas de física estão sendo dadas segue um modelo disseminado nas escolas pesquisadas: o professor introduz o conteúdo colocando

> textos e equações no quadro, depois resolve um ou dois exemplos numéricos e, em seguida, aplica muitos exercícios, a título de fixação daquele conteúdo, alguns dos quais são escolhidos para constituir as provas. (BROCK e ROCHA FILHO, 2011, p.363).

Outra constatação, que a fala dos alunos sugere para os pesquisadores, é a de que eles enxergam a Física como uma disciplina centrada, unicamente, em cálculos numéricos, crendo que para ter sucesso ou domínio da mesma, basta decorar fórmulas, a elas aplicar números e obter outros números. De modo que a Física, para os mesmos, resume-se a exercícios envolvendo cálculos.

Este relato dos estudantes pressupõe a prática de uma abordagem *técnica* (KARAM e PIETROCOLA, 2009) da Matemática no ensino de Física. Assim como o incentivo a prática de exercícios tipo *plug-and-play* ou a famosa aplicação de fórmulas.

Na verdade, o equívoco, segundo Pietrocola (2002) e Karam (2012), estaria na concepção do professorado, em relação ao papel da Matemática na Física. Seria muito mais um equívoco epistêmico e semântico do que na metodologia de ensino.

É difícil não concordar com estes pesquisadores. No entanto, não seria prudente ignorar que o fato histórico de uma tradição de ensino, focada cada vez mais na resolução de exercícios e problemas, também colabora para que o processo de matematização em aulas e materiais didáticos de Física caminhasse para um âmbito mais *técnico*.

Não é o foco da pesquisa, mas não seria difícil demonstrar que até 1998 a prova de Física do processo seletivo para ingressar na Universidade Federal de Santa Catarina, por exemplo, era composta por 18 questões, cuja resolução era focada, em grande parte, pela aplicação de fórmulas, ao estilo quebra-cabeça. Candidatos a par das regras do jogo *plug-and-play*, praticamente gabaritavam a prova.

Entretanto, a exemplo de Pietrocola (2002) e Karam (2012), acredita-se que esta tradição de ensino pode ser modificada, mediante uma nova concepção a respeito do papel da Matemática no ensino de Física. Como diria Paty (1995), a análise histórica e epistemológica, subjacente as relações de troca entre a Matemática e a Física, é instrutiva. Pressupõe um papel estrutural para a primeira no processo de teorização da segunda.

Assim, durante o processo de ensino de ideias físicas, é necessário levar em consideração que a prática de matematização legitima significados. E, independente de metodologias de ensino, pode revelar uma legitimação *estrutural* ou *técnico-ferramental* de quantificação, quanto ao papel da Matemática na Física.

A segunda Lei de Newton, comumente apresentada através da equação ou modelo matemático $\vec{F}_R = m\vec{a}$, permite não apenas informar ou nominar proporções relacionadas a força resultante ($\vec{F}_R$), massa (m) e aceleração ($\vec{a}$), de um corpo ou sistema. Ela permite organizar o pensamento físico perante relações de causa (força) e efeitos (cinemática). O seu sinal de igualdade (=) carrega um significado físico-matemático. Afinal, ele permite relacionar objetos físicos que interligam não só a Dinâmica e a Cinemática, mas todos os objetos da mecânica clássica. Tais relações físico-matemáticas é que permitem a matematização em teorias físicas.

Este sinal de igualdade permite a simetria a = b então b = a, assim como a transitividade a = b e b = c, portanto, a = c. Porém, junto a estas propriedades caminha uma fenomenologia, uma realidade objetiva, que conecta objetos físicos da Dinâmica e da Cinemática. São estas conexões e relações que permitem investigar e questionar fenômenos físicos, pois as mesmas carregam uma essência física, que extrapola o âmbito da igualdade de quantificações. O próprio formato tradicional de apresentação da 2ª Lei já carrega, de forma implícita, uma essência física, afinal a mesma modeliza apenas corpos ou sistemas cuja massa é constante e aditiva.

Em geral, os modelos matemáticos são apresentados de forma simples e banal nas salas de aula de Física, tanto de nível básico, quanto de nível superior. Na maioria das vezes, transmite-se a ideia de uma Matemática com a função instrumental de quantificar grandezas físicas, de modo que grande parte do público estudantil adere à Matemática como ferramenta de cálculo, sem entender o seu poder de conectar ou relacionar ideias físicas. A construção destes significados tem ficado ineficaz, durante o processo de matematização.

Em termos de resolução de problemas, incentiva-se a prática de rotinas automatizadas, onde a interpretação física é separada da matematização de ideias. Conforme evidenciado pelas pesquisas supracitadas, muitos estudantes e até professores de outras áreas confundem a disciplina de Física com a Matemática, chegando ao exagero de interpretar a primeira como atividades ligadas a habilidades algébricas e geométricas da segunda.

A magnitude física concebida pela matematização possui significados que enfatizam aspectos relacionais e estruturais. Não está restrita apenas a uma simples quantificação ou valor numérico.

Esta abordagem *técnico-instrumental*, vazia de significado fenomenológico, está longe de revelar a Matemática como um instrumento para pensar fenômenos físicos, presentes no mundo empírico. Tanto que a maioria dos estudantes, quando se defronta com determinados questionamentos em Física, pensa logo na aplicação de fórmulas, ao invés de pensar em utilizá-las com a missão de organizar o raciocínio físico e estruturar seus pensamentos na investigação daquilo que se questiona.

Pesquisas como as de Ricardo e Freire (2007), Ricardo, Couso e Ahumada (2011), Lunkes e Rocha Filho (2011) e Brock e Rocha Filho (2011) detectam que a abordagem Matemática no ensino de Física é um dos fatores, segundo os estudantes, que potencializa uma ojeriza ao aprendizado desta ciência empírica, integralmente matematizada. Mesmo assim, não seria adequado elencar isto como o principal fator pelo baixo interesse no magistério em Física. Afinal, isto caracteriza-se como um fato multicausal.

Inegável é a existência de uma problemática educacional, subjacente a prática de matematização no ensino de ideias físicas. Obviamente, é esta problemática que conduzirá a presente tese ao seu problema de investigação, bem como a construção do objeto de pesquisa.

2.2 O PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO E PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Após evidências, de que a prática de matematização no ensino de Física constitui uma problemática educacional, é hora de pensar num problema de investigação, ligado a esta temática.

Nesta caminhada, a primeira questão refere-se a raiz de tal problemática educacional. Estaria ela no ensino de Física praticado na educação básica, na formação docente, na formação dos formadores, no discurso[4] dos docentes ou materiais didáticos? A

---

4 Daqui em diante, subtende-se discurso como algo que: 1) se constitui, a partir de uma memória do dizer que carrega um contexto histórico-ideológico; 2) é formulado em condições de produção e circunstância específica e 3) circula numa conjuntura e certas condições. Além disso, todo discurso se materializa através de um texto e este pode ser tanto oral como escrito. Portanto, considera-se o discurso oral, como o discurso do professorado

tentativa em responder este questionamento pressupõe que tal problemática é circular. Até pode-se considerar pontos de maior influência, porém, é infrutífera a tentativa de detectar uma raiz para atacá-la.

Entretanto, pressupõe-se que o foco na qualificação da prática discursiva em abordar a Matemática no ensino de Física diz respeito a todos os nichos de ensino de Física, levantados na questão do parágrafo anterior. Afinal, qualificar a prática de matematização no discurso provido em salas de aula ou materiais didáticos de Física traria benefícios reflexivos, tanto na educação básica quanto no ensino superior.

Um discurso, como pontua muito bem Orlandi (2012), possui efeitos de sentido. Carrega suas condições de produção – interlocutores, situação e contexto sociocultural – o que o caracteriza sempre como a retomada de um sentido pré-existente.

Segundo Orlandi (2012), é uma ilusão subjetiva acreditar que somos uma fonte exclusiva de sentido. Fazemos parte de uma formação discursiva, que, por sua vez, está embutida em uma formação ideológica.

O discurso pedagógico de matematização de ideias físicas constitui-se numa prática social não neutra, constituída de efeitos de sentido, entre locutor e destinatário. Por isso, considera-se que possui forte influência ou efeitos na formação docente, atuação de professores e escrita de materiais didáticos. Portanto, qualificá-la revela-se um bom caminho para surtir reflexões que ajudem a superar o problema educacional abordado nesta tese.

Uma superação voltada para a esfera de teorização daquilo que se almeja. Não apenas executar apontamentos referentes aos limites impostos pela abordagem *técnica* da Matemática no ensino da Física. Tampouco, cair na armadilha de prescrever uma prática

---

nas salas de aula de física, por exemplo. Enquanto o discurso textual pode ser encontrado em materiais didáticos. (ORLANDI, 2012).

discursiva '*ideal*' e, definitivamente, apelar para um '*tecnicismo*' que delimite o que, como e quando algo deve ser dito ou escrito.

É necessário fornecer munição para poder observar, interpretar e agir, a respeito deste processo. Conforme a indagação pedagógica de Karam (2012, p.58 – grifo nosso): "é relativamente fácil criticar uma abordagem excessivamente técnica **[da Matemática no ensino de Física]** na qual o formalismo é vazio de significado, isto é, sabemos o que não queremos: mas afinal, o que queremos?".

O próprio pesquisador oferta uma resposta para o seu questionamento. Apontando as limitações de uma abordagem Matemática quantitativa, ferramental e *técnica* no ensino de Física e, seguindo a linha de Pietrocola (2002), demonstra, através da epistemologia e posicionamentos filosóficos, de físicos, filósofos e matemáticos, que a Matemática compõe um papel *estruturante* perante a construção do conhecimento físico.

Desta forma, em oposição a abordagem *técnica*, o pesquisador defende a abordagem *estruturante* do processo de matematização no ensino de ideias físicas. Uma abordagem capaz de revelar o desenvolvimento de *habilidades estruturantes*, ligadas a um uso organizacional da Matemática, capaz de alavancar uma matematização conectada ao pensamento físico. (PIETROCOLA, 2008).

No entanto, o '*crème de la crème*' da pesquisa de Karam (2012) consiste na proposta de uma ferramenta teórica, capaz de qualificar a abordagem Matemática no ensino de Física. Tanto em salas de aula quanto materiais didáticos.

Sem qualquer atitude valorativa, esta tese se propõe a complementar sua pesquisa, mediante um outro rumo teórico-metodológico. Revelador de uma ferramenta analítica distinta, porém, com aproximações.

Distinta porque esta tese leva a problemática de pesquisa, ligada a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física, para o campo da semântica discursiva. Enquanto Karam (2012), trilha mais pelo percurso da atitude didático-pedagógica, cuja conexão com o ato discursivo é óbvia. Por isso, entende-se que estas duas vias, já anunciadas por Pietrocola (2002), complementam-se. A separação seria apenas de cunho analítico.

Assim, defende-se que o intuito de qualificar o processo de matematização no ensino de Física diz respeito a qualificar a dimensão *epistêmica* de sua prática discursiva, seja em salas de aula ou materiais didáticos. Tal dimensão diz respeito a construção do conhecimento, conectando-se, portanto, com a intencionalidade de um discurso pedagógico, estruturado por princípios organizacionais ou códigos pedagógicos.

Diante deste escopo, se abre espaço para a questão principal desta pesquisa:

Dentro do espectro *técnico-estruturante*, como qualificar a prática discursiva da abordagem Matemática no ensino de Física, através do viés semântico?

O caminho teórico-metodológico, para uma possível resposta, frente a esta questão, se inicia pelo elemento analítico *estruturante*. Seu entendimento se dá, via uma perspectiva historiográfica de processos de matematização ou formalização teórica da Física.

A análise historiográfica do estilo orgânico newtoniano, em matematizar sua Mecânica Racional, e do estilo analógico de Maxwell, que formaliza o Eletromagnetismo faradayniano, demonstram, nitidamente, que ambos os estilos buscam estruturar o pensamento físico, via relações físico-matemáticas. Estas seriam o ente *estruturante* nos processos de matematização que ocorrem no interior da teorização do conhecimento físico. São elas que permitem a integração *estruturante* da Matemática com a fenomenologia física.

Porém, este caráter *estruturante*, da Matemática na Física, via as relações físico-matemáticas, é identificado na episteme da produção teórica da segunda. Autores como Pietrocola (2002), Karam (2012), Ricardo (2012) e outros parecem executar uma ponte rigorosa, ao levarem esta essência para o campo do ensino.

É necessário amenizar o abismo entre questões intrínsecas à *episteme*, no campo da produção teórica do conhecimento físico e aquele destinado ao seu ensino. Nitidamente, há uma distinção entre os processos de matematização que ocorrem na produção teórica da Física, no seu discurso de comunicação cientifica e na sua prática discursiva pedagógica. Reconhecer a conexão entre estes campos é tão saudável quanto o reconhecimento de que os mesmos não são superponíveis.

Ao ser didatizado (tornar-se palatável), o conhecimento físico passa por um processo de transformação (CHEVALLARD, 1991) ou recontextualização (BERNSTEIN, 2001), que reconfigura-o e origina o conhecimento físico escolar. Neste desenvolvimento, novas formas de conhecimento são apresentadas e convertidas de forma entendível ao público estudantil.

Surge um novo discurso, voltado para o ato pedagógico, distinto daquele disposto no âmbito da comunicação científica. Uma prática discursiva, dotada de características conscientes e inconscientes, que tenta legitimar a construção de significados, voltados para um propósito formativo.

Na esfera do ensino há uma intencionalidade didática, constituída de efeitos discursivos. Porém, distintos do campo da comunicação científica.

Um possível caminho para transferir ao campo do ensino, a essência *estruturante* do processo de matematização do conhecimento físico, proposto na sua esfera de produção teórica e comunicação científica, diria respeito a utilizar tal essência para pensar ou teorizar os princípios organizacionais de uma prática discursiva do processo de matematização no ensino de ideias físicas. Isto amenizaria o abismo de uma transferência direta, subjacente a identificação imediata entre elementos dos dois campos.

Assim, pensar numa ferramenta analítica remete a algo que analise os princípios que organizam e perfilam a prática discursiva de abordagem Matemática para o ensino de Física. Algo diferente de se pensar numa ferramenta para a observação da própria prática didático-pedagógica. Ou seja, o que se pretende não é a descrição de uma prática empírica, mas sim a descrição seus princípios organizacionais.

Para isso, é necessário uma conceitualização destes princípios organizacionais, que, por sua vez, tornam-se os elementos analíticos de uma ferramenta. Um bom início para esta tarefa é guiar-se pela proposta de Karam (2012); distinguir dois tipos de habilidades possíveis, ao abordar a Matemática no ensino de Física – as *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes*.

Reconhecer que a prática discursiva de matematização no ensino de ideias físicas pode potencializar o desenvolvimento de *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes* abre caminhos para uma definição a respeito da constituição de uma abordagem mais voltada à *técnica* ou ao *estruturante*. A formação deste quadro conceitual revelaria elementos analíticos que permitiria a qualificação do ato discursivo em abordar a Matemática no ensino de Física. A princípio, em salas de aula ou materiais didáticos.

No entanto, intuir tais habilidades pressupõe tanto o âmbito da atitude didático-pedagógica quanto da semântica discursiva. Que, conforme dito, na perspectiva de uma intencionalidade didática, não são âmbitos distintos, mas complementares.

Assim, se Karam (2102) trilha a sua busca por princípios organizacionais, subjacentes ao desenvolvimento de *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes*, focando mais na atitude didático-pedagógica, esta tese muda a lente para o viés semântico, que envolve o processo de matematização no ensino de Física.

Diversas pesquisas apontam as diferenças entre a Matemática ensinada na disciplina de Matemática e a Matemática abordada no ensino de Física. Isto pressupõe o papel fundamental da semântica na prática discursiva do processo de matematização. Ou seja, o âmbito semântico parece fundamental à qualificação da prática discursiva em abordar a Matemática no ensino de Física.

Portanto, se as perspectivas historiográficas de matematização newtoniana e maxwelliana apontam as relações físico-matemáticas como fundamentos *estruturantes* de um processo de matematização na Física, dentro do ensino, tais relações pressupõem a base semântica dos princípios organizacionais que fundamentam um discurso matematizador *estruturante*. De forma que este processo intua, junto ao público estudantil, a construção de significados, voltados ao desenvolvimento de *habilidades técnicas* e/ou *estruturantes*.

Isto porque o discurso matematizador pode revelar as relações físico-matemáticas, que estão condensadas nas estruturas apresentadas, como $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo, com uma semântica nominal e/ou relacional. Uma espécie de códigos responsáveis por legitimá-las.

Estes códigos, nominal e relacional, estão imersos na teorização do físico-teórico Jay Lemke (LEMKE, 1999; 2002), que propõe à semântica matemática uma construção de dois tipos de significados; o tipológico e o topológico. O primeiro ligado ao âmbito simbólico ou nominal (categórico) e o segundo à perspectiva relacional, que caracterizaria o grau fenomenológico.

Quando ressignificados na prática discursiva de matematização no ensino de Física, a codificação tipológica ou nominal estaria conectada ao desenvolvimento de *habilidades técnicas*. Enquanto a codificação relacional seria subjacente às *habilidades estruturantes*.

Portanto, decifrar tais códigos ou princípios organizacionais, ao longo de um discurso de matematização no ensino de Física, permitiria averiguar um certo Alcance Semântico, para a prática discursiva. E, diante deste, averiguar se este inclina-se mais para o desenvolvimento de *habilidades técnicas* e/ou *habilidades estruturantes*.

No entanto, para descrever estes códigos necessita-se de um dispositivo de tradução, que torne explícito ou manifesto tais princípios. E isto, é possibilitado pela Teoria dos Códigos de Legitimação (TCL), de Karl Maton (MATON, 2014a). Uma teoria prática, que permite a construção de uma ferramenta de análise, capaz perfilar o discurso de matematização no ensino de ideias físicas.

Maton (2014a) disponibiliza em sua TCL, um quadro conceitual que viabiliza perfilar a prática de matematização, bem como explorar suas propriedades e poderes. Sua espinha dorsal é constituída por um conjunto ferramental, com conceitos multidimensionais, cuja dimensão semântica está presente.

Dentro da dimensão semântica há o conceito de Densidade Semântica (DS), condizente com o grau de condensação de significados dentro de uma prática sociocultural. Que não ocasião desta tese diz respeito a prática de matematização no ensino de Física.

Os códigos semânticos ou princípios organizacionais, baseados nas relações físico-matemáticas, significados tipológicos (nominais) e topológicos (relacional) estariam condensados nas estruturas matemáticas, como, por exemplo, $\vec{F} = m\vec{a}$. Decifrar como estes códigos são revelados num discurso de matematização, permitiria traçar um perfil semântico para tal ato discursivo.

No perfil semântico de um processo de matematização é possível identificar uma variável denominada de Alcance Semântico. É a pulsação deste último que permitirá refletir se o discurso matematizador está mais inclinado à *técnica* ou ao *estruturante*.

2.3 OBJETIVOS E A ESTRUTURA GERAL DA TESE

Até aqui, diante do exposto, fica evidente que o objetivo geral desta tese é apresentar uma ferramenta analítica que potencialize a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física. De modo que a mesma, consiga prover reflexões, referentes a tal abordagem inclinar-se mais à semântica *técnica* ou *estruturante.*

Para isso, são necessários determinados objetivos específicos como:

1) Defender a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física;
2) Evidenciar as relações físico-matemáticas como o *estruturante* no processo de matematização da Física;
3) Referente a abordagem Matemática, intermediar uma ponte entre os campos de teorização e ensino de Física, mediante a essência *estruturante* destas relações físico-matemáticas;
4) Defender a Matemática como uma Ciência das relações;
5) Defender a essência das relações físico-matemáticas, os significados tipológicos (nominais) e os significados topológicos (relacionais) como os princípios organizacionais ou códigos semânticos de uma prática do discurso de matematização no ensino de Física;
6) Apresentar uma ferramenta de análise ou dispositivo de tradução, baseado na Teoria dos Códigos de Legitimação, para detectar ou manifestar a legitimação de

tais códigos, de modo a prover um perfil semântico, que potencialize qualificar o discurso matematizador no ensino de Física;

7) Prover a análise e discussão de resultados, a partir de Livros Didáticos de Física, cujo objetivo é o exercício reflexivo da qualificação dos discursos de matematização em tais livros, calibração e potencialidades da ferramenta;

Além de uma apresentação introdutória (Capítulo 1) e considerações iniciais (Capítulo 2), esta tese é composta por mais cinco capítulos e as Considerações Finais. Do Capítulo 3 ao 7, teoriza-se, dentro de uma trama teórico-metodológica (uma espécie de espinha dorsal), aquilo que sustentaria o objetivo principal desta pesquisa.

No Capítulo 3, apresenta-se duas perspectivas historiográficas, subjacentes aos processos de matematização da Mecânica Racional de Newton e o Eletromagnetismo de Maxwell. O primeiro evidencia um estilo de matematização orgânica, que busca, através de uma grandeza física mensurável, estabelecer um sistema de relações explicativas. Já o segundo, possui um estilo analógico, onde o formal e material são transportados, de uma área da Física para outra, no intuito de prover sistemas de relações explicativas.

Ambos, tanto Newton quanto Maxwell caracterizam uma integração *estruturante* entre Matemática e natureza. Sendo uma característica marcante, mesmo diante de estilos diferentes, a busca de uma estruturação do pensamento físico, mediante relações físico-matemáticas. A essência para a ponte entre o campo da produção teórica da Física e a área do seu ensino.

No Capítulo 4, apresenta-se uma espécie de revisão bibliográfica, subjacente a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física, bem como tangente ao seu processo de qualificação. Tanto os alicerces quanto os conceitos fundamentais, ligados a tal abordagem são evidenciados. Além da proposta pioneira de Karam (2012), quanto a qualificação de abordagens em salas de aula e materiais didáticos de Física.

Geralmente, este seria o primeiro capítulo de uma tese. Porém, resolveu-se executar tal revisão já com a ideia referente as relações físico-matemáticas como percursoras dos princípios organizacionais ligados aos processos de matematização no ensino de Física.

No Capítulo 5, evidencia-se que processo de matematização no ensino de Física diz respeito ao um processo de construção de significados. Diferente de considerar a Matemática como uma linguagem de comunicação no ensino de Física. Pelo contrário, tal processo insere-se no campo da semântica. Cuja legitimação é *estruturante* caso carregue a essência das relações-físico matemáticas, evidenciadas nos estilos orgânico e analógico de Newton e Maxwell, respectivamente.

Neste Capítulo, apresenta-se a teorização do físico Jay Lemke (LEMKE, 1999; 2002) a respeito dos significados tipológicos (nominais) e topológicos (relacionais). A construção híbrida destes dois significados constituiria a semântica de um discurso de matematização no ensino de Física. Uma espécie de princípios organizacionais ou códigos semânticos do ato discursivo matematizador.

No Capítulo 6, apresenta-se a Teoria do Códigos de Legitimação (TCL) de Karl Maton (MATON, 2014a). A essência das relações físico-matemáticas e os significados tipológicos (nominais) e topológicos (relacionais) de Lemke (1999; 2002) apontam para a formação dos princípios organizacionais ou códigos semânticos que compõem a prática de matematização no ensino de Física. Porém, torná-los explícitos ou manifestos, no ato discursivo, exige um dispositivo de tradução e a TCL viabiliza tal tarefa, através do conceito de Densidade Semântica (DS), que se refere ao grau com que o conhecimento ou a sua complexidade semântica está condensado em símbolos.

Na análise de um discurso matematizador, a manifestação de um fortalecimento (mais complexidade semântica condensada – maior nível de DS) e de um enfraquecimento (menos complexidade semântica – menor nível de DS) permitirá traçar um perfil semântico do discurso em questão, revelador de reflexões importantes, dentro do espectro *técnico-estruturante*.

No capítulo 7, propõe-se o dispositivo de tradução ou a ferramenta de análise, composta pelos códigos semânticos, que seriam revelados ou manifestos através de níveis de DS. Também é apresentado um discurso modelo de matematização para a segunda Lei de Newton – $\vec{F} = m\vec{a}$, composto por todos os níveis de DS. A ideia é torná-lo uma espécie de instrumento metodológico para guiar a análise de três discursos de matematização, dispostos nos três livros didáticos mais distribuídos, nas duas últimas edições do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Uma espécie de laboratório empírico para analisar o comportamento e calibração da ferramenta de análise, proposta.

Nas Considerações Finais, retoma-se alguns pontos centrais da tese e levanta-se alguns desdobramentos futuros. Tanto na linha própria da tese quanto questões que podem surgir diante do exposto e proposto.

3 PERSPECTIVAS HISTORIOGRÁFICAS DO PROCESSO DE MATEMATIZAÇÃO NA TEORIZAÇÃO DA FÍSICA

Para Paty (1995, p. 234) "*a evolução histórica das relações entre Matemática e Física é epistemologicamente instrutiva*". Porém, conforme o próprio físico e filósofo francês, é necessário cautela para não cair na armadilha de generalizações, reducionismos e consensos. Afinal, só tem sentido analisar as relações entre estas duas ciências num determinado momento histórico situado, tanto em relação aos conceitos matemáticos disponíveis quanto aos problemas físicos específicos. Cada período histórico é subjacente a um conjunto de sistemas particulares de racionalidade física e matemática (PATY, 1994).

Karam (2012), por exemplo, cita três exemplos de conceitos matemáticos que tiveram impulso criativo em problemas físicos; 1) Cálculo Diferencial e Integral, cujas raízes encontram-se no método da exaustão e possui profundo relacionamento com a compreensão do movimento; 2) A análise de Fourier, cujas origens estão ligadas a descrição matemática do perfil de uma corda elástica sujeita a deformações e 3) A análise vetorial, cujo desenvolvimento pode ser conectado a tentativa de representação matemática de fenômenos eletromagnéticos. Segundo o autor, estes exemplos são suficientes para contrapor a generalização ingênua de que a Matemática sobrevive, totalmente, independente do mundo físico.

Enfim, seja em termos filosóficos ou epistemológicos, qualquer tipo de generalização referente as relações de troca entre Matemática e Física é ingênuo, perigoso e até danoso. Algo semelhante as falsas generalizações subjacentes às relações de troca entre Ciência e Tecnologia. Sendo que a mais danosa e rasteira é quando se conceitua a segunda como aplicação pura da primeira.

Para maiores estudos e aprofundamentos, em relação ao papel da Matemática na produção teórica da Física, Karam (2012) executa um vasto levantamento quanto aos posicionamentos, convergentes e divergentes, de físicos, matemáticos e filósofos.

Na presente pesquisa há o interesse no fato de que, apesar da armadilha, quanto a generalizações, é possível evidenciar, do ponto de vista histórico e epistêmico, o caráter *estruturante* que a Matemática desempenha na teorização da Física. A primeira constitui-se numa Ciência que lida com relações entre grandezas, enunciados e/ou objetos da segunda. É esta propriedade relacional que faz da Matemática estrutura para a teorização da Física.

A exemplo de outros pesquisadores, como Pietrocola (2002; 2008), Karam (2012) e Ricardo (2012), as pretensões aqui remetem a execução de uma ponte entre este aspecto *estrutural*, identificado na construção das teorias físicas, e a episteme de um discurso do processo de matematização no ensino de Física. Uma ponte nada trivial, porém, possível e que necessita de maiores contribuições.

As pesquisas apontam, do ponto de vista histórico e epistemológico, o papel *estruturante* da Matemática na teorização da Física. No entanto, são insuficientes quando se questiona a respeito do que seria o *estruturante* em tal relação. Isto parece ter ficado de forma oculta numa narrativa histórica e epistêmica, referentes as relações de troca entre estas duas ciências. Fato que permite um novo olhar, uma visão diferente. Afinal, o estudo do conhecimento não se esgota ao identificar somente processos e influências no conhecimento. Uma análise interna mais aguda pode ser mais esclarecedora, quanto a ponte que se pretende.

Assim, para evidenciar e delinear mais a fundo sobre o caráter estrutural da Matemática na constituição teórica da Física, elencou-se três estudos historiográficos.

O primeiro diz respeito a Física de Partículas, já apresentado em outras publicações, que versam sobre o caráter *estruturante* da Matemática na Física. Porém, tais publicações não aprofundam o que, de fato, constitui o *estruturante* na formalização teórica da Física de Partículas. Uma ausência que dificulta evidenciá-lo como um item analítico, dentro de um discurso do processo de matematização, voltado para o ensino da Física.

Desta forma, optou-se por uma perspectiva histórica mais aprofundada do processo de matematização de duas áreas da Física Clássica; a Mecânica Racional de Newton e o Eletromagnetismo de Faraday-Maxwell.

A ideia é ir além e extrapolar os apontamentos de valores epistêmicos, referentes as relações de troca entre a Matemática e a Física. Se a intenção é tornar o *estruturante* um elemento analítico, subjacente a abordagem da Matemática no ensino de Física, é necessário identificá-lo com maior clareza. Afinal, para a análise do discurso de matematização no ensino de ideias físicas há a necessidade de uma caracterização do que seria o *estruturante.* Apontar o seu papel na relação de troca entre a Matemática e a Física parece não ser suficiente. Enfim, dentro do elemento analítico *estruturante,* já estabelecido, parece haver mais itens analíticos e os estilos orgânico e analógico de Newton e Maxwell, ao formalizarem a teoria física são excelentes caminhos para evidenciá-los.

3.1 O CARÁTER ESTRUTURAL DA MATEMÁTICA NA FÍSICA DE PARTÍCULAS

Para Paty (1995), a relação pensamento físico e realidade objetiva consiste no alicerce da relação entre a Matemática e a Física.

Segundo este físico e filósofo francês, no pensamento dos antigos, a relação entre Matemática e Física constituía-se essencialmente de analogia, de referência a formas ou estruturas ideais. A partir de Galileu, esta relação modifica-se e passa a se constituir como uma verdadeira implicação, no sentido de que a Matemática intervém de forma mais profunda, quando comparado com o revestimento de uma forma ideal sobre fatos de observação. A abordagem Matemática deste físico italiano cultivava o próprio pensamento da Física na construção de estruturas teóricas, de forma a conceber uma maneira de acessar a leitura direta da natureza, sua língua, que naquela época cabia a geometria. Seu interesse, quanto ao entrelaçamento entre a Matemática e os fatos experimentais, era no sentido de quantificações.

Com o advento da física-matemática, esta tradução matemática da natureza, de essência mais descritiva, é substituída por uma mediação físico-matemática, onde o papel da Matemática evolui para um âmbito mais explicativo dentro da própria teorização da Física. Os conceitos passam a ser pensados matematicamente e o processo de matematização torna-se inerente aos conceitos físicos. Como exemplo, desta nova relação de construção teórica entre a Matemática e a Física, Paty (1995) cita o trabalho do francês Ampère, o qual, segundo o físico e filósofo, sempre buscava encurtar os caminhos entre o discurso matemático e os dados que este estaria destinado a elucidar.

Para sustentar sua tese, Paty (1995) explora como se efetua a estruturação matemática da teoria física contemporânea. Assim, usa como pano de fundo as Partículas Elementares, que, segundo o autor, desde a década de 30, constituem o objeto de um intenso trabalho de formalização e teorização.

Segundo o autor, as Partículas Elementares são especificadas e identificadas através de uma rede de modelos teóricos imbricados. Na evidência de suas propriedades, ligam-se umas às outras, em sua própria definição. Assim como transformam-se umas nas outras através de seus campos de interação.

Para Paty (1995), estes campos são tão reais quanto as partículas (materialidade) e exigem uma forma matemática dada por vetores de estado, que contém as informações sobre o estado físico de um sistema. Ao ponto que a relação entre campos e partículas é representada teoricamente por operadores que se aplicam a vetores de estado, sendo que para realizá-los recorre-se a entidades matemáticas apropriadas.

Na análise deste desenvolvimento teórico, Paty (1995) deixa clara sua intenção em mostrar o papel estruturador da Matemática na teorização da Física. Evidenciando que esta última se empenha no conhecimento de uma certa exterioridade, denominada realidade objetiva, tanto numa caracterização conceitual quanto simbólica. Suas preocupações estão no campo filosófico e apontam para a Matemática como um instrumento estruturante de teorias físicas, que, portanto, revelaria um pensamento da realidade objetiva. Não criam, revelam!

Mas o que permite tal revelação ou estrutura de pensamento, subjacente a uma realidade física objetiva?

Na visão do autor, em níveis diversos de abstração, referentes a conceitualização física, a Matemática aparece como parte integrante do processo de uma teorização que não apenas traduz, mas que contribui para construir.

> Em sua utilização na Física, a Matemática pode ser concebida como um instrumento que constrói, [...] – não como uma linguagem que traduz. Sua força é ser um pensamento propriamente dito – um pensamento seguro de sua linguagem. (PATY, 1995, p. 236).

Para Paty (1995) aquilo que é, primeiramente, pensado como simples representação matemática teria vocação para ser uma verdadeira explicação que expressa o mecanismo físico de uma constituição. Descrevendo o objeto como estrutura, suscetível de ser determinada pelo próprio formalismo, ou seja, tem-se o relacionamento de um modelo fenomenológico (ou modelo do mundo empírico) e de um modelo físico-matemático formalizado.

Segundo o autor, a revelação teórica de uma realidade física objetiva parte da incorporação de determinados ingredientes físicos iniciais, como conceitos físicos e dados fatuais, que são transcritos matematicamente e por um determinado momento prosseguem por si próprios incrustados em implicações do formalismo, dentro de uma lógica de relações que vai percorrendo a cadeia de deduções. Durante este processo, segundo o físico e filosofo, nenhum dado fatual é acrescentado nesta lógica interna, onde há apenas um rearranjo dos elementos de partida. Ao final deste processo de teorização, a predizibilidade reata a conexão entre a teoria e a experiência.

Para concretizar sua tese, Paty (1995) cita os casos do quantum de radiação, partículas como o pósitron, o neutrino e o méson. Alegando que tais elementos físicos foram previstos de modo mais ou menos formal, a partir de certas equações que expressavam leis de movimento, leis de conservação ou a lei de um campo de força.

Como arquétipo exemplar dos casos supracitados, Paty (1995) foca no caso do neutrino. O qual constitui uma partícula de extrema importância para compreensões a respeito da estrutura da matéria e a organização do universo, mas que, segundo Paty (1995), no seu início, viveu a condição de uma simples hipótese matemática[5].

Wolfgang Pauli, em 1930, propõe o neutrino como uma partícula neutra, de spin ½, submetido ao princípio de exclusão, de massa pequena, muito penetrante e emitido ao mesmo tempo que elétrons, de tal modo que a soma das energias entre neutrinos e elétrons seja constante. A ideia de Pauli foi fundamental para salvar as leis de conservação da energia. Colocadas em xeque no estudo dos espectros de elétrons, emitidos durante a desintegração beta dos corpos radioativos.

Para Paty (1995), inicialmente, o neutrino era uma falta, um fantasma nomeado que havia penetrado na Física por pura intrusão matemática no enunciado de uma reação física. Sua análise histórica e epistemológica leva-o a crer que depois de incrementado com sucesso em outras teorias, como foi o caso da teoria de Fermi, e detectado em 1953 revela-se a passagem de uma hipótese matemática à realidade física.

No entanto, ao que tudo indica, o neutrino, desde o início, estava contido de uma essência física. Afinal, a Física das Partículas Elementares, basicamente, se propõe com base em simetrias e leis de conservação. Portanto, talvez, ao invés de uma hipótese matemática, o neutrino seria mais do que isso; uma hipótese físico-matemática. Sua existência permite não apenas salvar o princípio da conservação da energia, mas também promover (ou esticar) as

5 Tal afirmação não condiz com o ponto de vista de certos físicos. Porém, a discussão foge do escopo desta tese.

relações físico-matemáticas que potencializam o avanço no campo da Física das Partículas Elementares. Tanto que o seu caráter de grão físico-matemático de energia e spin se encaixa como uma luva na teoria de Fermi, demonstrando sua aptidão para explicar e predizer. Se fosse, apenas um grão matemático, talvez, não fizesse jus a tal potencial explicativo e preditivo.

É inegável o papel estruturador da Matemática nesta teorização da Física. O neutrino, de fato, evidencia um processo de matematização inerente aos conceitos físicos. Diferente da traduzibilidade galileana. No entanto, não condiz com uma partícula matemática, mas sim com uma partícula físico-matemática.

Para Paty (1995), isto evidencia que a Matemática na Física não se constitui numa simples linguagem de comunicação, entre teoria e experimento. Tampouco uma ferramenta de cálculo. O protagonismo matemático na própria construção de teorias físicas fica evidente ao permitir o estabelecimento de relações físico-matemáticas. Isto fica evidente, mais adiante, na abordagem de uma perspectiva historiográfica dos processos de matematização newtoniana e maxwelliana.

Para o físico e filósofo, tal protagonismo supracitado se efetua mediante uma espécie de protocolo metodológico. Após um processo criativo inicial, onde premissas fatuais de conteúdo físico são transcritas de forma matemática, a lógica das relações caminha através da cadeia dedutiva de forma independente. No entanto, através deste caminho, '*dito*' puramente matemático, surge uma proposta preditiva, uma nova relação a ser verificada.

Paty (1995) deixa claro que tal proposta já carrega consigo, implicitamente, os princípios, conceitos e modelos iniciais. Fato que o leva a concluir, que o neutrino, na realidade, desde o início constituía uma hipótese físico-matemática, apenas disfarçada de hipótese matemática ou uma falta.

Mediante este procedimento metodológico, Paty (1995) elenca dois níveis de intervenção Matemática na teorização da Física; o *nível fraco* e o *nível forte*.

O primeiro diz respeito a uma Matemática despojada de conteúdo físico, um simples instrumento externo, como o cálculo, teoria das matrizes e teoria das perturbações, por exemplo. Variáveis ou unidades podem ser modificadas e não haverá qualquer mudança na teoria física, pois a Matemática segue o seu próprio jogo, de forma neutra, do ponto de vista físico ou fenomenológico. Nenhuma carga semântica lhe é outorgada, como foi o caso das probabilidades em Termodinâmica, que resultou numa transformação da teoria física.

Já no segundo nível, a Matemática adentra na própria construção de um conceito físico. Os conceitos de velocidade instantânea, $\frac{dx}{dt}$, de força, $m\frac{d^2x}{dt}$, as observáveis, definidas por operadores na Mecânica Quântica, os princípios de ação mínima e da relatividade seriam exemplos deste *nível forte*.

De acordo com as ideias de Paty (1995), aparenta que o *nível fraco* seria a parte que circula a partir das premissas fatuais, dentro das relações da cadeia dedutiva da Matemática, num processo sem alterações de tais premissas físicas. Já o *nível forte* estaria ligado ao surgimento de uma nova proposta preditiva, onde a Matemática demonstraria sua inerência física e, consequentemente, seu caráter estrutural na construção teórica do campo físico.

De fato, o mundo da Física das Partículas Elementares é propicio para a defesa de um elo de estrutura entre a Matemática e a Física. Partículas como neutrino, Bóson de Higgs, revelam-se com "vida" físico-matemática antes de serem detectadas. Ou seja, tais pressuposições teóricas, via a formalização do conhecimento físico, eram mais ricas de real do que aparentavam (PATY, 1995).

Porém, enfatiza-se que tais partículas não eram matemáticas, mas sim físico-matemáticas. Surgem na teorização física via relações físico-matemáticas e permitem que estas continuem estabelecendo explicações e predições. No caso do neutrino, desde o início, os princípios físicos designam matematicamente uma falta por energia, momento e spin, levando a sua descoberta como um buraco físico-matemático voltado a preservar as leis de conservação fundamentais e permitir, via relações físico-matemáticas, o avanço do campo teórico.

Por mais que o *nível fraco* de Paty (1995) seja estabelecido como algo externo ao conhecimento físico, há nele uma essência física implícita. Afinal, conforme o próprio autor, neste nível ocorre uma teorização a partir de premissas fatuais, sem modificá-las, mas carregando-as. Já o *nível forte*, este sim possui uma inerência aos conceitos físicos mais contundente, porque parece propor, desde o início, a representação de um real. Por isso, além de carregar a sua essência física, incrusta uma carga semântica significativa nas relações físico-matemáticas que o compõem.

Um exemplo deste *nível forte* seria o caso da teorização na constituição da Teoria da Relatividade Geral. A geometria de Riemann encaixa-se de forma tão perfeita nas ideias físicas de Einstein que, segundo o filósofo Elie Zahar (ZAHAR, 1980), aparenta ter surgido para o propósito einsteniano. Talvez, isso seja uma das armadilhas no ensino da Teoria da

Relatividade Geral, que, como visto no início desta tese, pode apresentar-se aos olhos do público estudantil num amontoado de cálculos ou cadeia de deduções. Os professores, familiarizados com tal teoria não distinguem, de forma consciente, a parte matemática e físico-matemática, pertencentes a mesma, tamanha é a força de entrelaçamento entre a geometria riemeniana e os conceitos físicos da Relatividade Geral. De modo a acharem que a lógica das relações e cadeia de deduções já falam da Física por si própria.

Será que a falta de conscientização do *nível forte* de Paty (1995) proporciona determinada cegueira no discurso de matematização, durante o ensino de ideias físicas? Assunto para mais adiante, quando a presente tese tratará da ponte entre ideias da matematização na construção da Física e o ensino desta última.

Porém, para esta ponte é necessário esclarecer o que consiste ou permite a Matemática compor um papel *estruturante* na teorização da Física. Os argumentos e análises de Paty (1995) esclarecem esta relação de estrutura, porém, não deixa claro o que consiste o *estruturante*, de forma que este torne-se um elemento analítico dentro do discurso de matematização no ensino de Física.

Defende-se que, apesar de possíveis diferenças metodológicas e ontológicas no processo de matematização, ocorre uma estruturação matemática do conhecimento físico, via as relações físico-matemáticas, responsáveis por interligar grandezas físicas, objetos e enunciados físicos, ligados ao grau fenomenológico de uma realidade objetiva.

Isto pode ser evidenciado, de forma mais profunda, nos estilos orgânico e analógico de Newton e Maxwell, ao matematizarem a Física.

A seguir, o estilo orgânico de matematizar de Isaac Newton!

3.2 O ESTILO ORGÂNICO DE MATEMATIZAÇÃO NEWTONIANA

Referente a construção da Física newtoniana, não seria exagero em afirmar que o seu estilo de matematização inaugura as mediações ou conjunções mais fortes entre Matemática e Física (PANZA, 2017; BLAY, 1995). Isto fica evidente na sua construção teórica da fenomenologia física, que utiliza de uma física-matemática para construir uma estrutura explicativa do movimento e das cores. Algo sutil e diferente da traduzibilidade matemática da natureza, praticada pelo estilo galileano de matematizar (PATY, 1995). Este último, apesar de ser tão estruturante quanto o newtoniano, estaria mais para o âmbito de uma construção descritiva do que explicativa.

O estilo newtoniano tinha como meta chegar a propriedades físico-matemáticas (trajetórias, velocidade, força, espectro de cores). A natureza de tais causas (da força gravitacional ou da luz) poderiam ser desconhecidas, no entanto, o problema que o impulsiona era tanto físico quanto matemático; dada a trajetória determinar a força; através da trajetória da luz, chegar a iridescência. Perguntas da Física, cujas respostas exigiam um casamento desta com a Matemática, pois suas suposições baseavam-se em relações físico-matemáticas. Assim, ao responder tal problemática obtém-se uma solução onde a Física e a Matemática aparecem dentro de uma conjugalidade orgânica e *estruturante*. Um casamento físico-matemático.

Mas qual a essência desta conjugalidade estrutural? Como se verá mais adiante, Newton procura caminhos metodológicos de matematização que o levem até uma grandeza física mensurável, capaz de gerar um sistema de relações que conecta estas grandezas físicas a outras. É dentro destas relações que Newton cria uma estrutura explicativa para o movimento e as cores. Newton busca na fenomenologia física um caminho que o conduz à Matemática. Uma organicidade onde a Física é entendida junto dos instrumentos/conceitos matemáticos, transformando o pensar físico num pensamento físico-matemático.

Conforme afirma Ricardo (2012, p. 69) "pensar o movimento matematicamente e não empiricamente exigiu de Newton uma física-matemática [...]". Curvas e figuras geométricas, entidades matemáticas, foram aproximadas da Física e explicadas como linhas em movimento (trajetória), de forma a levar Newton a compreensão do funcionamento do Universo. De modo que, mediante corpos matemáticos sujeitos a forças centrais, Newton explicou o movimento de planetas, satélites e outros fenômenos. (PANZA, 2017; BLAY, 1995).

Basicamente, a Mecânica Racional de Newton condiz com uma Mecânica do ponto material. Afinal, a trajetória constitui a sua essência Matemática e através dela chega-se a força.

O mesmo pode-se verificar em sua teoria matemática para as cores. Newton decide romper não só com a escolástica aristotélica, mas também com as teorias anti-escolásticas, principalmente, aquelas sob influência cartesiana e hookeana[6].

Com isto, rejeita a concepção de uma luz solar homogênea, de onde as cores proveriam, acidentalmente. Para Newton, a luz é composta desde a sua origem por raios de diferentes cores, que em certas circunstâncias (como a refração e a reflexão) podem se separar uns dos outros. Tal concepção concentra-se, perfeitamente, com a teorização da óptica geométrica, a qual dispensa hipóteses referentes a natureza da luz. Isto faz com que Newton afaste-se das concepções qualitativas de Descartes e Hooke, cujo objetivo era, basicamente, fornecer uma imagem da natureza da luz e a sua maneira de produzir efeitos. Mas, que, ao contrário de um caminho metodológico de matematização, através da óptica geométrica, não levaria a uma caracterização quantitativa dos efeitos luminosos. Afinal, não possibilitariam a identificação de nenhuma grandeza física mensurável, capaz de estabelecer um sistema de relações com potencial explicativo para a formação de um espectro de cores. (PANZA, 2017).

De acordo com Panza (2017), dentro de uma perspectiva parcial e certo desenvolvimento histórico, é possível definir a Matemática como a Ciência das quantidades e suas relações. Para este filósofo da Matemática, os objetos de estudo na geometria eram as formas ou figuras. Porém, a partir da metade do século XIX, ocorre uma transformação desta concepção restrita da Matemática para um projeto mais abrangente, onde tais estudos de formas ou figuras são conduzidos à considerações de relações entre quantidades, como as afirmações de que um quadrado se caracteriza pela igualdade entre seus lados e um círculo

[6] Este termo provém em nome do físico Robert Hooke.

pela igualdade de seus raios. Tal transformação não é devida, diretamente, a Newton. No entanto, graças a sua obra, duas mudanças iniciaram tal processo de modificação.

A primeira mudança diz respeito a Newton ampliar os métodos de Descartes, o qual encontra, no século XVII, uma forma de apresentar as curvas, através de equações. Newton torna tais equações objetos de estudo em si, contribuindo com o nascimento da noção de *função*, uma das noções-chave da Matemática moderna e da Física-Matemática. (PANZA, 2017).

A segunda mudança concerne à noção de variação. Num período muito anterior a Newton, as quantidades eram concebidas como constantes ou variáveis. Porém, conceber quantidades como variáveis não representa a mesma ideia de estudo subjacente a sua variação. Constatação que exige encontrar uma maneira de representar, além de suas quantidades e relações, as modalidades de suas respectivas variações. Esta seria a essência da ampliação dos métodos de Descartes, que Newton realiza. Compreender a maneira como devem ser estudadas as respectivas variações das grandezas envolvidas nas equações que expressam as curvas. Tarefa que Newton concretiza quando encontra, novamente, uma grandeza capaz de reproduzir um sistema de relações com potencial explicativo. (PANZA, 2017).

Esse era o objeto da teoria das fluxões de Newton, que, segundo Panza (2017), seria a primeira versão do que denomina-se, atualmente, de análise infinitesimal. Um dos ramos centrais da Matemática moderna que, conforme será visto, nasce a partir de uma mediação físico-matemática.

3.2.1 Do método das tangentes de Roberval à teoria das fluxões

Seria exagero afirmar que o prelúdio da mediação físico-matemática newtoniana ocorre quando Newton encontra-se com o método das tangentes de Roberval[7]. Tal encontro, talvez, represente mais a robustez de suas transformações à Matemática. Porém, caracteriza muito a essência do seu estilo orgânico em matematizar. Aquilo que a priori constitui-se em pontos puramente matemáticos, a seguir, são substituídos por corpos e originam uma estrutura explicativa física, através de um sistema de relações físico-matemáticas, que permitem descrever, pensar e generalizar a fenomenologia física.

Tal encontro ocorre durante a sua reclusão campestre em Woolsthorpe, devido a uma epidemia de peste que obrigou a Universidade de Cambridge fechar as portas, no verão de 1665. Segundo Panza (2017), provavelmente, Newton teria conhecido o método de Roberval antes de sua partida, dada a impossibilidade de contato com outros estudiosos, durante este isolamento.

O fundamento deste método reside na concepção de uma curva como traçado do movimento contínuo de um ponto. Roberval define a tangente como a direção pontual desse movimento, pressupondo que a determinação da tangente definiria a direção. Para isso, observa que, independentemente da forma, todo movimento é composto por dois movimentos básicos: o movimento retilíneo e o movimento circular. Assim, conhecendo o movimento prévio das direções dos movimentos componentes, o método de Roberval permitiria determinar a direção de um movimento composto. Lembrando, que o movimento retilíneo

---

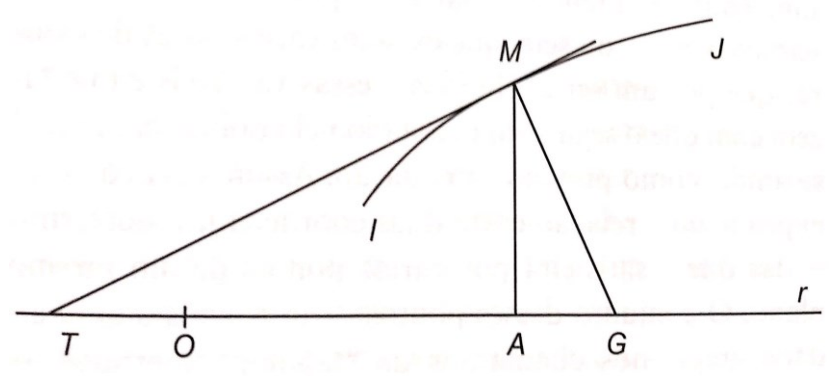
7 Gilles Personne de Roberval (1602-1675), matemático e físico, professor de matemática no Collège de France e um dos fundadores da Académie des Sciences, em 1666. Segundo Panza (2017), a intenção em reformar a geometria, por meio de uma revisão crítica dos *Elementos de Euclides*, levou-o ao método das tangentes (retirado do estudo dos movimentos compostos). Foi também o inventor da balança que recebe o seu nome, em 1670.

tem sua direção na própria trajetória deste movimento, enquanto a de um movimento circular é perpendicular ao raio da sua trajetória.

Newton não hesita em tomar esta ideia para si, segundo Panza (2017). Porém, reformula o método de Roberval, de modo a focar em problemas subjacentes às velocidades pontuais de vários movimentos que mantém uma relação entre si.

Numa nota redigida em torno de setembro de 1665, Newton representa uma curva IJ, referente a um sistema de coordenadas cartesianas de eixo r e de origem O, conforme a Figura 1, abaixo.

Figura 1 - Representação do movimento contínuo de um ponto sobre uma curva



Fonte: Panza (2017, p. 49)

É possível observar que a curva IJ pode ser traçada mediante a variação do tamanho de dois segmentos que se movimentam de forma retilínea, separadamente um do outro. O segmento AM, que tem o seu tamanho modificado no eixo das ordenadas, ao transladar sobre o eixo r, e o segmento OA, que tem seu comprimento alterado, no mesmo intervalo de tempo, no eixo das abcissas.

É através desta essência que Newton propõe a representação das velocidades dos movimentos, responsáveis pela geração das coordenadas cartesianas x e y de uma curva geométrica, como duas grandezas p e q, ligadas entre si por uma associação que depende da relação expressa por uma equação $f(x, y)$ dessa curva. (PANZA, 2017).

O principal resultado desta nota de setembro, segundo Panza (2017), foi estabelecer uma relação entre tangentes de uma curva e velocidades pontuais, cuja noção, na versão newtoniana do método de Roberval, é crucial.

Afinal, Newton compreende que, para encontrar a direção dos movimentos compostos, é necessário focar mais nas velocidades pontuais do que nas direções dos movimentos componentes. Há a necessidade de se considerar uma grandeza mensurável, pois somente a direção não era o suficiente. Para isso, sobre as retas que indicam as direções dos movimentos componentes, era necessário considerá-las como segmentos dotados de um comprimento que entrariam na determinação das tangentes procuradas. (PAZA, 2017).

Newton, então, ultrapassa esta etapa e passa a tratar estes segmentos como novos tipos de grandezas, portadoras de duas componentes: 1) uma determinada pelo seu comprimento e 2) outra caracterizada pela direção[8], dada pela posição da reta à qual tais segmentos pertencem. Portanto, as velocidades pontuais seriam representadas, geometricamente, de acordo com o comprimento e posição destes segmentos.

Com isso, Newton demonstra que o problema das tangentes a uma curva geométrica se reduz ao problema da determinação das velocidades pontuais dos movimentos retilíneos que geram suas coordenadas cartesianas. Ou seja, o algoritmo das tangentes, referente as curvas, pode ser reduzido ao algoritmo de velocidades puntuais, contanto que estas últimas sejam atribuídas a movimentos retilíneos que geram os segmentos.

Segundo Panza (2017), tais pressupostos representam a tamanha envergadura do estilo newtoniano de matematizar o movimento. Para a resolução de problemas subjacentes à composição de movimentos não retilíneos, o formalismo das velocidades pontuais de Newton exige o acoplamento de uma representação geométrica das mesmas.

Isto caracteriza a organicidade físico-matemática, no *modus operandi* de Newton, ao matematizar a Física. A caracterização do movimento pode ser uma questão física, no entanto, a resposta só é possível via um casamento físico-matemático. Este papel estruturador da Matemática na ideia física do movimento desloca-a de um âmbito descritivo ou tradutor de dados empíricos para uma esfera de ação mediadora na construção da ideia física. Por isso, a denominação de uma matematização físico-matemática.

[8] Segundo Panza (2017), isto representaria uma das primeiras aparições de *vetor*.

O encontro com uma grandeza mensurável foi fundamental para Newton sofisticar o método de Roberval. Atitude idêntica na teorização matemática das cores, quando Newton supõe a causa do espectro de cores ao grau de refringência para cada cor. E não mais uma modificação ou transformação da própria luz.

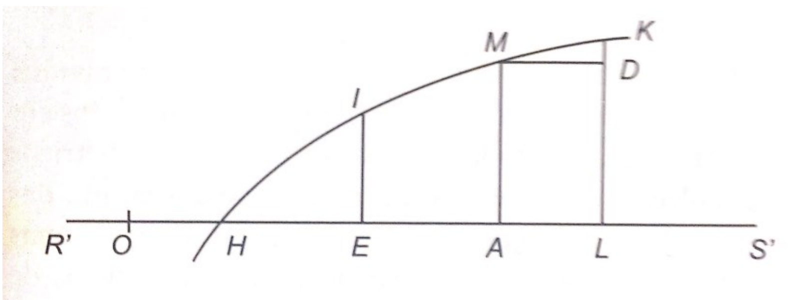
Este estilo orgânico de matematizar newtoniano demonstra que a partir de Newton a Física não busca mais respostas em uma causa essencial, como teorizar sobre a quantidade de água, terra, ar e fogo que compõem a matéria. As perguntas tornam-se mais objetivas e buscam o encontro de uma grandeza mensurável que conduz a um sistema de relações físico-matemáticas, cujo potencial explicativo permite questionar e interpretar a fenomenologia presente no mundo físico.

Mais adiante, Newton demonstra que a geração de uma outra variável, a área de uma curva, também é decorrente de um movimento que possui uma velocidade pontual. Ou seja, a noção de velocidade pontual newtoniana estende-se a todo movimento que se supõe gerar uma grandeza geométrica expressa por uma variável. Não limita-se mais apenas ao movimento que origina um segmento.

Segundo Panza (2017), esta extensão na noção da velocidade pontual é o embrião que se transforma na noção mais geral de fluxão. Fundamental à criação do cálculo infinitesimal newtoniano, bem como para várias de suas construções físico-matemáticas explicativas.

Em termos técnicos, considera-se uma curva HK, sobre um eixo R'S' e origem O. Assim como dois pontos sobre essa curva, I e M, conforme a Figura 2.

Figura 2 - Área de uma curva com variável devido a velocidade pontual



Fonte: Panza (2017, p. 80)

Se M é um ponto qualquer sobre a curva HK, o problema das áreas consiste, neste caso, na determinação da área do trapézio EAMI, gerado pelo movimento de translação da ordenada AM.

Assim, suponha-se que esse trapezoide seja representado pela variável y, que OA = x e que AM = z. Também, que o segmento MD representa a velocidade pontual do movimento que gera a abcissa OA, admitindo-se MD = p.

A velocidade pontual q do movimento que gera o trapezoide y será então representada pelo retângulo ALMD, cuja área é igual a zp. Portanto, tem-se a igualdade q = zp.

Buscando o segmento y, cuja velocidade pontual é dada por certa expressão [g(x)] p, encontra-se a área da curva de ordenada z = g(x). Portanto, para determinar essa área, é preciso retornar da equação q = [g(x)] p para a equação y = f(x), da qual ela deriva, pela aplicação do algoritmo das velocidades pontuais.

Segundo Panza (2017) o termo fluxão é empregado por Newton para designar as variáveis p e q, anteriormente concebidas como velocidades pontuais. No entanto, para este autor, tal mudança terminológica sinaliza algo mais profundo.

Em notas, de 1665-1666, e num tratado, conhecido como *Tratado de outubro de 1666*

> […] as variáveis p e q estavam associadas às variáveis x e y, através de um movimento que supostamente gerava essas variáveis, por sua vez concebidas como segmentos gerados pelo movimento de um ponto, ou como trapezoides gerados pela translação de um segmento variável. Portanto, a teoria de Newton era abertamente geométrica, assentada sobre uma concepção mecânica de grandezas geométricas, concebidas justamente como geradas por movimentos. (PANZA, 2017, p. 81).

No entanto, a partir de 1671, na publicação do *De Methodis*[9], as variáveis p e q são vinculadas, diretamente, às variáveis x e y. Sendo estas grandezas quaisquer que Newton denomina de “fluentes”. Assim, as fluxões seriam as grandezas que medem, de forma direta, o ritmo ou com que regularidade ocorre a variação dos fluentes. Portanto, conforme Panza (2017, p. 81), “a teoria das fluxões se apresenta diretamente como uma teoria geral da variação de grandezas”.

Para Panza (2017; 2010) isto não se trata de uma mudança trivial, pois, a partir disto, o formalismo algébrico passaria a ser concebido como uma ferramenta capaz de viabilizar uma generalidade maior que aquela própria da geometria e seus diagramas. Isto constituiria o fundamento do século seguinte na Matemática de Euler, de D’Alembert, de Laplace e de Lagrange.

Tanto a noção de grandeza quanto a de quantidade modificam-se, tornando-se mais abstratas. Segundo Panza (2017)

> A teoria das grandezas não é mais concebida como uma geometria, pois as grandezas, elas mesmas, não são mais concebidas como objetos geométricos: elas não são mais pensadas como uma natureza individual específica (como a de um segmento ou de um trapezoide), mas preferencialmente pelas modalidades de sua variação e, portanto, pelo sistema de relações que as liga a outras grandezas. (idem, 2017, p. 83).

É a partir da abstração deste sistema de relações, que liga uma grandeza a outra, que nasce, a partir deste momento, a condição de generalidade.

Está é a força da Matemática que impulsiona o desenvolvimento da Física Newtoniana; as relações que ela possibilita. Estas últimas permitem explicar e promover o pensamento físico generalizado, numa conjugação físico-matemática. A busca newtoniana por

9 Por volta de outubro e novembro de 1666, Newton redige um tratado, porém, deixa-o incompleto. Como resultado de uma revisão deste trabalho incompleto, Newton redige em 1671 o *De methodis.* Nesse período, Newton teria obtido seus principais resultados sobre a sua teoria das fluxões. (PANZA, 2010).

uma grandeza física mensurável, que se relacione com outras grandezas, é um fator crucial na estrutura dedutiva e demonstrativa de suas ideias físicas que são matematizadas.

Fica nítido no estilo newtoniano de matematizar, que pontos matemáticos, presentes em sua estrutura dedutiva e demonstrativa, podem ser substituídos por corpos e conjugarem uma explicação físico-matemática. Ou seja, aquilo que aparenta ser uma explicação, puramente matemática, na verdade, estava forjada dentro de uma conjugalidade físico-matemática.

3.2.2 A organização dos *Princípia* e o estilo newtoniano

Segundo Panza (2017), Newton redige, a partir de agosto de 1684, o que muitos consideram o mais extraordinário tratado científico de todos os tempos: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematicae* (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural) – (NEWTON, 2008; 2017). Um tratado de mecânica e de astronomia, dividido em três livros.

Antes do primeiro livro, os *Princípia* abrem com dois títulos preliminares, intitulados, respectivamente, por Definições, Axiomas ou Leis do Movimento, que juntos formam a base da estrutura dedutiva para demonstrar proposições presentes nos Livros I e II. De modo que o movimento dos corpos, sob a ação de forças centrais brota no interior de uma essência físico-matemática. (BLAY, 2002).

Para este intento, Newton implementa métodos matemáticos da geometria euclidiana clássica, enriquecida por estudos das cônicas (seções IV e V do Livro I) e pelo '*método das primeiras e últimas razões',* que introduz procedimentos de geometria infinitesimal e é apresentado na Seção I do Livro I. (BLAY, 2002).

Ainda no Livro I, Newton desencadeia o tratamento matemático do problema das forças centrais, nas seções II e IIII. Ou seja, lida com o movimento de um ponto sob a ação de uma força centrípeta, cujo centro de força é considerado apenas um ponto matemático. Isto muda na Seção XI, quando esse ponto matemático passa a portar uma massa e Newton inicia seus estudos relacionados ao problema de dois corpos. (BLAY, 2002).

Nas seções IV, V, VI e VII, Newton estuda as propriedades de diversas cônicas, a determinação dos movimentos em esferas e os movimentos de subida e descida dos corpos. Após esta análise, estritamente matemática, na Seção VIII Newton inverte a problemática das forças centrais; "encontrar a curva que deve ser descrita por um corpo lançado em uma direção com uma velocidade determinada e sujeito a uma força central que age de acordo com uma determinada lei". (BLAY, 2002, p. 101 – tradução nossa).

Para Blay (1995; 2002), o objeto principal das proposições do primeiro livro consiste no movimento dos corpos movidos pela ação das forças. Onde Newton forja a Matemática de que precisará, através de 11 Lemas e dois Escólios. Sua introdução procedimental de uma geometria infinitesimal, através do '*método das primeiras e últimas razões', a*lém de fornecer, nos Lemas IX, X e XI, resultados decisivos para a construção da teoria das forças centrais, estabelece um aparato ferramental para lidar com a ação contínua da força. Portanto, a Seção I aparenta, à primeira vista, ser apenas matemática, porém, tem papel decisivo na organização da teoria das forças centrais.

No Livro II, Newton apresenta o estudo do movimento sob os efeitos de meios resistivos. Inaugura, após pesquisas de Arquimedes e Pascal, o que se torna a Mecânica dos Fluidos. Executa críticas aos vórtices cartesianos e lança as bases para aquilo que se tornará a hidrodinâmica de Bernoulli. (BLAY, 2002).

No Livro III, os resultados do primeiro e segundo livros são retomados e utilizados para a construção de explicações subjacentes a problemas astronômicos e físicos (movimento de planetas, lua, formato da Terra, teoria das marés etc.), cujo coração da estrutura explicativa é a sua Lei da Gravitação Universal. (BLAY, 2002).

Com isso, o desmoronamento do universo hierárquico aristotélico é inevitável. Um novo modelo de universo homogêneo, no qual as leis são validas no céu e na terra, fica em evidência. Sendo que tal modelo tem como alicerces uma estrutura dedutiva baseada em princípios e conceitos bem definidos. Com a Ciência do movimento abre-se caminho para a Mecânica Racional. (BLAY, 2002).

Para Panza (2017), a luz que invade os pensadores em 1687, quando surgem os *Princípia*, não era apenas uma nova teoria que vinha se somar as outras, era uma física-matemática que desenvolveria, no futuro, a Mecânica Analítica de Lagrange, a Mecânica celeste de Laplace, a Teoria da Relatividade de Einstein, a Mecânica Quântica e a própria Física de Partículas.

Antes de Newton, explicar a velocidade instantânea ou a força e sua proporção inversa do quadrado da distância seria, praticamente, inconcebível. No máximo, seria possível uma descrição, pois, entender as causas passa a ser uma compreensão físico-matemática e esta relação não se dissocia mais. Este é o principal caráter revolucionário da obra de Newton; a partir dele toda a Física envolve equações ou estruturas físico-matemáticas.

Para Blay (1995; 2002), os *Princípia* de Newton sacramentam, de forma emblemática, o discurso físico-matemático newtoniano. Para este físico e historiador da ciência, cujo foco de pesquisa concentra-se no processo de matematização da Física, a demonstração notável da hipótese da Lei da Gravitação caracteriza-se como a certidão de nascimento da física-matemática. Onde o pensamento newtoniano qualifica-se como detentor de um objetivo matemático essencial: seguir internamente os próprios passos, de forma a obter um controle sobre a ordem demonstrativa.

Em sua teoria das forças centrais, Newton lida com pontos matemáticos, que logo são substituídos por corpos massivos. É nesta ordem que o pensamento newtoniano lida com o problema de dois e três corpos. Ou seja, é nítido ao longo dos *Princípia* a necessidade demonstrativa e construção matemática de conceitos e princípios físicos, bem definidos. A Matemática não explica, a explicação está nas causas físico-matemáticas. Uma força central, por exemplo, é a causa de uma trajetória curva.

Panza (2017) enfatiza que Newton, ao falar de força, não conceitua-a com clareza, concebendo diferentes contextos para a mesma. Não apresenta uma concepção de natureza clara, unívoca e geral, do que seria uma força. Em sua obra contemplam o entendimento da força como a sucessão de impulsos e como a causa de uma variação da quantidade de movimento ou de uma aceleração. Para Newton, segundo este filósofo da Matemática, a problemática não seria a natureza da força, mas sim encontrar uma forma objetiva de tratá-la matematicamente.

Assim, do mesmo modo que Newton adota a velocidade instantânea como uma característica intrínseca para todo movimento, concebe a força como uma condição intrínseca de um movimento não retilíneo e preocupa-se em buscar procedimentos matemáticos de expressá-la, representá-la e medi-la. (PANZA, 2017).

A gênese físico-matemática da teorização de Newton se inicia a partir da consideração de que a causa de uma mudança no estado de movimento de um corpo é a força, sendo que, dada a ausência desta, tal movimento tem a sua continuidade por inércia. Tais premissas justificam porque em $\vec{F} = m\vec{a}$, força e massa podem ficar de um lado e a trajetória de outro - $\frac{\vec{F}}{m} = \frac{d^2x}{dt^2}$. Isto pressupõe quão *estruturante* é a trajetória nesta relação entre causa (Dinâmica) e efeito (Cinemática).

Isto é crucial para o desenvolvimento da Física, principalmente a Mecânica Racional. Newton reduz o problema do movimento à problemática da trajetória, cuja causa é a força. A partir disto todo problema dentro da Mecânica envolve a Cinemática e a Dinâmica.

Para isso, além das premissas físicas, elencadas anteriormente, Newton admite a conjectura de Robert Hooke, de que para explicar os movimentos dos astros era necessária a suposição de uma força atrativa, dirigida para o Sol, cuja intensidade seria inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias. (PANZA, 2017; BLAY, 2002).

Segundo Panza (2017), Newton foi o primeiro a fornecer um conteúdo matemático preciso a esta conjectura físico-matemática. Assim como o pioneiro na compreensão de que a mesma poderia se transformar em uma Lei, via a sua compatibilização com as Leis de Kepler. Concebidas na época como uma descrição fiel do movimento dos planetas ao redor do Sol, mas ausentes de uma demonstração físico-matemática.

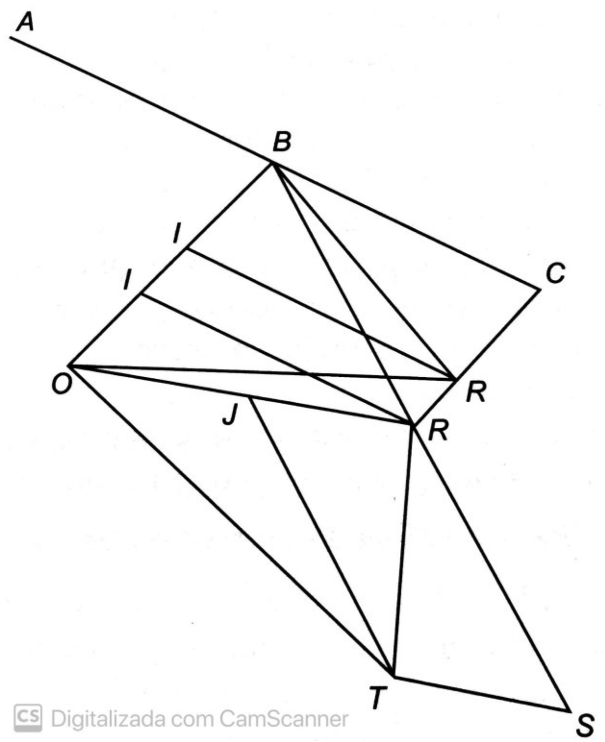
Para isso, Newton compara grandezas geométricas (segmentos e triângulos), tomadas como medidas de velocidades e de forças. Sendo que ao introduzir a segunda Lei de Kepler, isto também lhe serve para representar uma medida geométrica dos tempos (ver Figura).

Mais uma vez, fica evidente a organicidade do estilo newtoniano de matematizar. Buscar a generalidade, através de grandezas físicas mensuráveis. O pensar físico passa a ser físico-matemático. Afinal, propõe-se uma fenomenologia que, via estas grandezas quantificáveis, empurram a Física em direção à Matemática.

Assim, subjacente a prova da conjectura de Hooke, Newton demonstra que todo corpo em movimento inercial, ao sofrer a ação de uma força de atração direta, na direção de um centro fixo, orbitará conforme a segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas), independente da intensidade de tal força ou do modo como a mesma varia.

Conforme Panza (2017), para reconstrução desta prova, considera-se um corpo movendo-se sobre uma linha AB (ver Figura 3), em movimento retilíneo uniforme.

Figura 3 - Reconstrução da prova da conjectura de Hooke que Newton executa



Fonte: Panza (2017, p. 193)

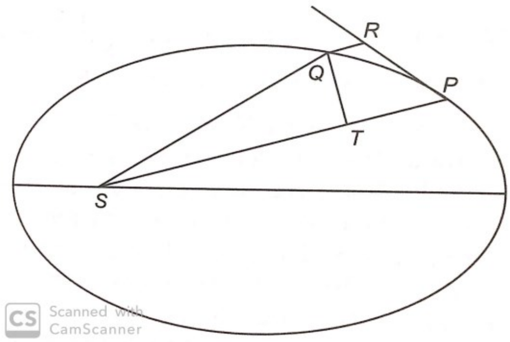
Ao passar pelo ponto B o corpo sofre um impulso instantâneo, em direção a O. Caso não houvesse tal impulso, o corpo chegaria a C, no mesmo tempo AB, ou seja, AB = BC. Supondo o corpo em repouso, no momento do impulso, o corpo chegaria no mesmo tempo AB a um certo ponto I, ao longo de BO, cuja posição nessa reta depende da intensidade do impulso. De fato, nesse mesmo tempo, o corpo chega em R, sendo fácil observar que a área do triângulo ORB é a mesma, caso o ponto I modifique-se ao longo de OB. O que sugere a conclusão de que a área varrida pelo raio vetor OB, ao longo do tempo considerado, não depende da intensidade do impulso.

Agora, supõe-se que em R, esse corpo receba um outro impulso, dirigido a O, novamente. Seguindo o mesmo raciocínio acima, no mesmo tempo para percorrer de B a R, o corpo chegaria a T, caso RS = BR = JT e ST = RJ, sendo J um ponto qualquer sobre RO. Com isto, seria facilmente demonstrável que os triângulos ORB e OTR são iguais (tendo uma base OR comum e alturas relativas a essa base iguais entre elas).

Para intervalos de tempos iguais, o raio vetor com origem em O, que liga tal ponto às posições do corpo B, R e T, descreve áreas iguais, independente da intensidade que age em B e R. Assim, é suficiente supor que esses impulsos se sucedam em intervalos de tempo cada vez menores, até se transformarem em uma força com ação contínua, de modo que a trajetória BRT se transformará numa curva e o corpo, devido a atração contínua, em direção à O, passará descrever áreas dessa curva proporcionais aos tempos nos quais elas são descritas.

Após a demonstração deste teorema, conforme a Figura 4, a área do setor elíptico SPQ pode ser considerada como uma medida do tempo que o corpo leva para percorrer o arco PQ de sua órbita elíptica, ao redor do Sol, posicionado em um dos focos da elipse.

Figura 4 - Órbita elíptica de um corpo ao redor do Sol



Fonte: Panza (2017, p. 201)

Diante da suposição de que o arco PQ seja infinitamente pequeno, esse setor pode ser identificado com um triângulo e sua área pode ser expressa pelo produto $\frac{1}{2}(SP)(QT)$.

Explorando essa possibilidade, Newton prova, através de uma argumentação geométrica, que, em cada ponto de uma órbita elíptica, a força de atração dirigida para um dos focos é inversamente proporcional ao quadrado da distância desse foco, o que significa demonstrar a conjectura de Hooke.

Fica explícito mais uma vez que a busca por uma grandeza mensurável, capaz de proporcionar um sistema de relações entre grandezas faz parte do estilo newtoniano de matematizar. Sendo que aqui tal grandeza seria a área varrida pelos planetas, que lhe permite uma relação com o tempo.

O que Newton promove não seria uma estruturação de ideias físicas, através de relações físico-matemáticas? Para além de uma discussão, referente a elementos filosóficos, de que a Matemática adentra nos conceitos e auxilia na construção de uma realidade objetiva, conforme Paty (1995), é interessante, também, observar que ao adentrar no estilo newtoniano, seus *estruturantes* são relações físico-matemáticas. Não apenas de proporções métricas, quantitativas. Mas, também, na conexão de objetos físicos, como, por exemplo, Dinâmica e Cinemática.

Assim, quais seriam os elementos *estruturantes* neste estilo newtoniano? A resposta estaria nas relações físico-matemáticas estabelecidas. Afinal, para responder suas perguntas, o casamento entre a Matemática e a Física era inevitável. Isto é que revela um papel epistêmico *estruturante* da primeira na teorização da segunda. Perguntas na Física que exigem uma resposta explicativa casada entre Física e Matemática. Algo diferente do papel instrumental adotado nos estilos ptolomaico e galileano de matematizar, mais subjacentes ao âmbito descritivo, através de uma espécie de tradução matemática da natureza (ou dados empíricos).

O estilo newtoniano está mais atrelado a uma explicação do mundo, através de uma mediação orgânica físico-matemática. Na Física newtoniana não é a Matemática que explica, afinal a explicação está na relação causa-efeito, que são esclarecidas por relações físico-matemáticas.

Parte do que Newton proporciona em seu *Princípia*, através da geometrização do movimento, atualmente, demonstra-se em sala de aula mediante vetores ou algebrização. As representações matemáticas podem ter sofridas alterações, porém, a essência das relações físico-matemáticas permanece condensada nas mesmas.

Conforme dito anteriormente, segundo Panza (2017), Newton é pioneiro em estabelecer a prova da conjectura de Hooke, assim como é o primeiro a interligar os enunciados daquilo que viria a tornar-se sua Lei da Gravitação com as Leis de Kepler. Um outro potencial que a Matemática possibilita na Física; a relação ou conexão físico-matemática entre vários enunciados.

Conforme Feynman (2012), cada Lei na Física pressupõe um enunciado físico-matemático que assume uma determinada forma, simples ou complexa. Segundo este físico, é importante observar que a Matemática permite a conexão entre objetos.

Dizer que uma força age na direção do Sol e que planetas varrem áreas iguais em intervalos de tempos iguais é, matematicamente, equivalente, segundo Feynman (2012). E isto pode ser demonstrado através das relações físico-matemáticas, de modo que sua lógica permite passar de um fato a outro, em meio a uma grande variedade de fatos.

Na mesma linha de pensamento, cita-se o exemplo de Maxwell, quando este deduz a equação do som. Com esta dedução surgem relações físico-matemáticas, cujo poder preditivo potencializam a incorporação e extensão fenomenológica, via outras relações físico-matemáticas. Inicia-se a explicação de um fenômeno e segue-se adiante.

3.3 O ESTILO ANALÓGICO DE MAXWELL NA MATEMATIZAÇÃO DO ELETROMAGNETISMO

A história da ciência é uma saga, que não condiz com várias aventuras convergentes a um único herói. Pelo contrário, condiz com vários heróis e somente uma aventura.

Berkson (1985), por exemplo, descreve a aventura histórica da Teoria de Campos, onde diversos heróis protagonizam suas ideias, desde Faraday até Einstein.

Segundo este historiador e filósofo da Ciência, após os estudos de Faraday, dois problemas impulsionam tal aventura: 1) a unificação teórica entre eletricidade estática, correntes permanentes e indução eletromagnética e 2) descobrir a relação entre a luz e o Eletromagnetismo.

Maxwell foi o primeiro a abordar estes dois problemas, sob o feitiço da Teoria de Campos faradayniana. Tanto que este físico escocês pressupôs resolver tais problemáticas através de uma teoria matemática clara e precisa. (BERKSON, 1985).

No entanto, segundo Berkson (1985), para descrever esta façanha de Maxwell é necessário enfatizar a existência de três aspectos importantes, subjacentes ao que representa a teorização maxwelliana na questão da natureza do mundo físico: 1) a ampliação da teoria de Ampère, realizada por F. E. Neumann, em 1845; 2) a ação à distância e a violação da conservação da energia e 3) a obra de William Thomson, que tentou desenvolver matematicamente as ideias de Faraday.

Para Thomson, por exemplo, as equações de fluxo de calor em um sólido infinito se aplicam, igualmente, à eletricidade estática. Para isto bastaria reinterpretar os símbolos. Por que Thomson procedeu esta analogia? A razão, segundo Berkson (1985), seria revelar se o campo elétrico poderia ser descrito mediante a ação de partículas contínuas, conforme sugestão de Faraday. O contrário de uma ação à distância, como, normalmente, era suposto.

Para Berkson (1985), o processo analógico de Thomson, via a ação contínua de Faraday, semeia a mente fértil de James Clerk Maxwell, no campo da física-matemática.

São as relações físico-matemáticas que, também, motivam a aproximação entre a Matemática e a Física e estruturam a teorização de um pensamento físico-matemático simbolizado no Eletromagnetismo. Porém, através de um caminho dedutivo ou estilo de matematização baseado em analogias mecânicas. Mas que na sua essência também busca relacionar grandezas mensuráveis e conectar objetos físicos, capazes de potencializar um sistema de relações físico-matemáticas.

Com certeza, Maxwell é influenciado pelo período newtoniano, cuja grande lição é de que tudo pode ser matematizado. Que as relações físico-matemáticas permitem pensar processos que conduzem a outros e leva a generalidade, propícia a investigação científica.

Com Maxwell, as analogias ganham um outro patamar. Se há um sistema que pode ser matematizado, então é possível levá-lo para outros sistemas e chegar a um conjunto de relações físico-matemáticas que interligam classes de objetos.

Na verdade, o pioneiro em estabelecer relações físico-matemáticas entre a eletricidade e o magnetismo foi Michael Faraday, através de suas investigações experimentais que permitiam questionar e testar suas hipóteses e especulações. Foi este inglês, de origem humilde e mente inquieta, que, em 1831, realiza o experimento que demonstra a variação de um campo magnético induzir corrente elétrica em circuitos secundários. Sendo que a execução de experimentos subsequentes a este fortalece a sua especulação que a causa física de fenômenos eletromagnéticos estaria associada a linhas de força, ou seja, devido a ação de um campo.

Ainda em 1850, Faraday, com seus sessenta anos de idade, não tinha sua teoria de campos muito bem aceita pela comunidade científica. Sendo a principal crítica que suas linhas de força seriam mais ilustrativas e sem um caráter físico.

Porém, Faraday refaz e explora alguns de seus experimentos anteriores, na tentativa de preencher, de forma mais rigorosa, esta lacuna apontada por seus pares, publicando, em 1852, resultados de tais análises em seu trabalho '*On the physical character of lines of force*', onde busca convencer a comunidade científica da fertilidade de suas conjecturas, bem como a virtude em explorar e investigar sua teoria de forma matemática e experimental, pois possibilitaria a dedução, interpretação e previsão de diversos fenômenos. (SOUZA CRUZ, 2005).

Faraday não estava errado! Afinal, suas conjecturas e relações físico-matemáticas carecem de uma formalização simbólica. No entanto, o escocês James Clerk Maxwell, através de analogias formais e materiais, estrutura, simbolicamente, as ideias faradeynianas. (SILVA, 2002; SILVA e PIETROCOLA, 2003; SOUZA CRUZ, 2005).

No entanto, naquela época imperava uma filosofia natural mecânica e os fenômenos físicos eram interpretados como alterações mecânicas de um meio material, mais precisamente o éter. Com o passar da história do pensamento físico, tal filosofia modifica-se, principalmente, em relação a existência do éter, de forma que as analogias supracitas são deixadas de lado, permanecendo, no entanto, as relações físico-matemáticas. Isto evidencia que, mais do que as analogias, o que estrutura o pensamento físico, via a Matemática, são as relações físico-matemáticas que esta proporciona. São tais relações que constroem a teoria física, não as analogias.

É isto que evidenciam as pesquisas de Darrigol (2000), Silva (2002) e Souza Cruz (2005), que apresentam as principais ideias contidas, basicamente, em quatro obras de Maxwell; *On Faraday's Lines of force* (MAXWELL, 1855), *On Physical Lines of Force* (MAXWELL, 1861); *A Dynamical Theory of the Eletromagnetic Field* (MAXWELL, 1865) e o *Treatise on Eletricity and Magnetism* (MAXWELL, 1954[10]).

Maxwell passa pelas melhores Universidades britânicas, sendo fortemente influenciado por Faraday e William Thomson. E, mesmo sendo um conhecedor das teorias de ação a distância, para o tratamento de fenômenos elétricos e magnéticos, cria uma ojeriza a tal teorização. De modo que, ainda jovem, incorpora como parte integrante de suas ideias o conceito de campo de Faraday.

Segundo Souza Cruz (2005), os trabalhos de Faraday tinham reconhecimento, porém, suas concepções eram renegadas por muitos integrantes da comunidade científica. Isto porque baseavam-se em campos de força que se opunham a visão newtoniana de forças agindo a distância. Além disso, as ideias de Faraday, adotadas por Maxwell, não eram escritas em uma linguagem matemática simbolizada, fazendo com que seus trabalhos fossem vistos com maus olhos, em Cambridge e outros centros científicos.

10 Este Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo é constituído por dois volumes, escritos por Maxwell em 1873. Maxwell vem a falecer em 1879, quando estava revisando-o para uma segunda edição. Tal revisão é concluída por William Davidson Niven e publicada em 1881. Uma terceira edição foi preparada por J. J. Thomson para publicação em 1892. Posteriormente esta terceira edição foi reimpressa em 1954 pela editora Dover.

Com os trabalhos de Laplace, Lagrange e Poisson, a física newtoniana atinge um alto grau de sofisticação matemática. Ampère e outros desenvolvem problemas de eletricidade e magnetismo e demonstram o poder de explicação e quantificação dos fenômenos, de modo que uma teoria não matematizada simbolicamente seria estigmatizada como incompleta.

De acordo com Souza Cruz (2005), o desejo pela extensão da teoria newtoniana à eletricidade é concretizado, em partes, quando os trabalhos de F. E. Neumann e Wilhelm Weber ampliam a teoria de Ampère e obtém um tratamento matemático que unifica a eletricidade estática, a atração entre correntes e a indução das mesmas. Tal unificação parecia relegar as ideias de Faraday ao esquecimento, no entanto, Maxwell permanece renitente à aceitação destes trabalhos, devido a concepção de ação instantânea à distância e determinadas extensões à Física newtoniana, que Weber havia proposto. Assim, após conversas com Thomson, Maxwell decide romper com a leitura destes denominados matemáticos, mergulhando firme e forte na obra de Faraday. No prefácio da primeira edição de seu Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo (*Treatise on Eletricity and Magnetism*) Maxwell escreve:

> Na medida em que eu prosseguia meus estudos sobre Faraday, percebi que seus métodos de conceber os fenômenos eram também matematizados, embora não fossem exibidos na forma matemática convencional. Descobri também que esses métodos podiam ser expressos na forma convencional de símbolos matemáticos e então ser comparados com os resultados dos denominados matemáticos. (MAXWELL, 1954, p. 9 – tradução nossa)

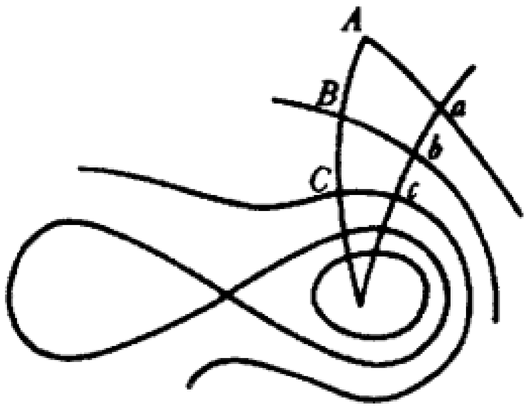
Maxwell era um grande matemático. Detentor de um enorme potencial para a matematização simbólica das ideias de Faraday. Sendo crucial para esta tarefa, a sua capacidade de transpor as relações físico-matemáticas presentes em modelos mecânicos para a esfera do Eletromagnetismo.

De acordo com Darrigol (2000), mesmo com a diferença de setenta anos entre Thomson e Maxwell, os dois cientistas tinham estilos de pesquisa, profundamente, semelhantes. Ambos consideravam como central o papel da geometria ao expressar matematicamente suas ideias físicas. Sendo que o primeiro envolvia-se mais com questões técnicas e práticas, quando comparado com o segundo. Afinal, devido a uma tendência artística advinda da família, Maxwell tinha um incentivo maior em relação ao fascínio pelas belezas de figuras geométricas.

Darrigol (2000), analisando manuscritos de Maxwell, sobre eletricidade, verifica que, antes de 1854, o mesmo já definia as linhas de força como linhas tangentes à força que age sobre um polo magnético ou uma carga puntiforme. Seguindo as ideias de Gauss e

Thomson, introduz superfícies equipotenciais normais a estas linhas de força. Ao considerar, linhas e superfícies simultâneas, tal inovação permite um raciocínio geométrico quantitativo, de modo que, na representação de problemas elétricos e magnéticos, a diferença de potencial entre duas equipotenciais sucessivas deveria ser constante. Em uma dada superfície equipotencial, Maxwell desenha dois conjuntos de curvas que definem células cujos tamanhos variam de forma inversamente proporcional à intensidade da força elétrica ou magnética, desenhando então tubos de força que passam através destas células, como mostra a Figura 5, abaixo.

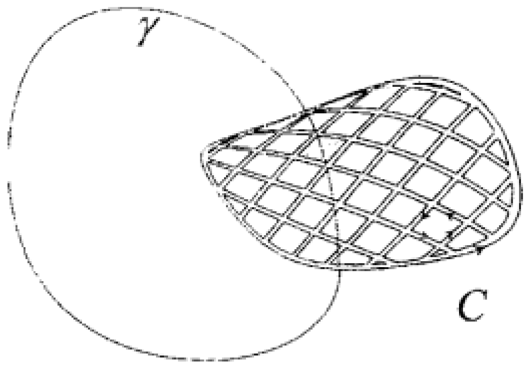
Figura 5 - Linhas de força elétrica e superfícies equipotenciais



Fonte: Darrigol (2000, p. 140)

A representação geométrica também auxilia Maxwell a reconstruir a relação entre uma corrente elétrica e o campo magnético resultante. Sua ideia era que a corrente num circuito elétrico fechado determinaria uma série de equipotenciais limitadas pelo circuito, cujo número de equipotenciais seria uma característica geométrica natural e dependente da intensidade da corrente. Para definir tal número, Maxwell recorre à equivalência de Ampère entre um circuito C e uma rede de rotações contínuas, conforme a Figura 6, abaixo.

Figura 6 - Linhas de força elétrica e superfícies equipotenciais



Fonte: Darrigol (2000, p. 142)

De acordo com Darrigol (2000, p. 142, tradução nossa), o raciocínio de Maxwell leva-o a enunciar o que hoje é, erroneamente, enunciada como Lei de Ampère; “[...], a integral de linha da força magnética em qualquer curva fechada é medida pela soma das intensidades das correntes abraçadas”.

Percebe-se que a representação geométrica permite a Maxwell estabelecer relações físico-matemáticas e simbolizá-las através de equações. No entanto, para Maxwell, além da importância das equações, a construção de uma teoria mecânica do campo eletromagnético, onde este seria um meio material e contínuo, também era fundamental. Afinal, tais equações viriam do tratamento formal de meios materiais contínuos, aprendidos, principalmente, com Thomson. A relação do Eletromagnetismo com o éter era importante para Maxwell, pois para ele era fundamental a existência de modelos mecânicos adequados para explicar os fenômenos físicos.

Para Souza Cruz (2005), a metodologia de Maxwell é bastante peculiar. Em primeiro plano sua ideia era construir um modelo que não seria a explicação final para os fenômenos. Pelo contrário, consistiria em analogias, formais e materiais[11] (HESSE, 1972), que permitiriam matematizar simbolicamente e estabelecer determinadas relações físico-matemáticas.

Teorizar matematicamente os fluidos, utilizando grandezas como pressão e velocidade, estava ao alcance de Maxwell. Porém, este não sabia como operar a mesma tarefa para os campos magnético e elétrico. Sua ideia foi utilizar a analogia para inferir relações físico-matemáticas referente a grandezas físicas associadas ao campo (SOUZA CRUZ, 2005). Assim, seus modelos foram baseados em analogias como o fluxo de calor de Fourier, modelos hidrodinâmicos e de meios elásticos desenvolvidos por Stokes, Thomson, Green e outros. (SILVA, 2005).

Tais analogias foram fundamentais para a estruturação matemática do Eletromagnetismo, pois permitiram mostrar a correspondência entre equações dos fenômenos mecânicos com a fenomenologia do Eletromagnetismo. Cujas relações físico-matemáticas já haviam sido estabelecidas pelos estudos de Faraday, porém, sem um formalismo simbólico.

Conforme dito anteriormente, o método analógico de matematização de Maxwell evidencia o quanto as relações físico-matemáticas potencializam pensar processos que conduzem a outros. De certa forma, o aspecto essencial, que Maxwell emprega para matematizar simbolicamente o Eletromagnetismo, não são somente modelos materiais e formais que o mesmo transpõe da Mecânica para o Eletromagnetismo. Isto até garante a

11 Segundo Hesse (1972), a relação entre modelo e fenômeno modelado geralmente é uma relação de analogia. A autora diferencia entre dois tipos de analogia: formal e material. A primeira implica em estabelecer relações axiomáticas e dedutivas, de modo que sistemas análogos são descritos por equações semelhantes. Por exemplo, um pêndulo e um circuito elétrico oscilante podem ser descritos por uma mesma equação, por isso podem ser considerados análogos formalmente. Já a segunda, analogia material, há semelhanças físicas entre os sistemas, como por exemplo, na teoria cinética dos gases que considera um gás como um conjunto de pequenas esferas.

Física do contínuo, na qual Maxwell defendia e era fundamental. No entanto, conforme se verifica mais adiante, o aspecto primordial que este físico escocês transpõe, em seu método analógico, são as relações físico-matemáticas da Mecânica para o Eletromagnetismo. Conforme supracitado, ele mesmo menciona que os métodos de Faraday, apesar de não serem apresentados de acordo com uma Matemática convencional, já eram matematizados, ou seja, já evidenciavam as relações físico-matemáticas. Bastava apresentá-las em símbolos convencionais da Matemática e isto foi operado de forma analógica.

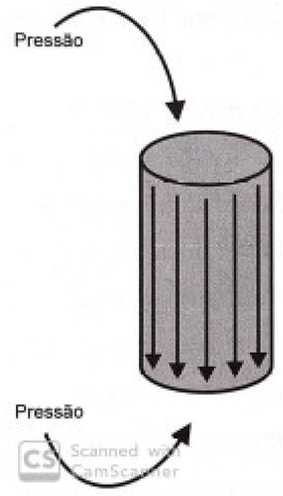
Em resumo, o estilo maxwelliano fundamentava-se na ideia de que se há um sistema de relações físico-matemáticas que podem matematizar processos físicos, que ocorrem em um meio material e contínuo de determinada área da Física, como a Mecânica, tal sistema tem potencial para ser levado a outra área, como o Eletromagnetismo. É como pensar a respeito da relação entre a força e o inverso do quadrado da distância ser levada da Gravitação para a Eletrostática. Ou considerar as relações físico-matemáticas de um oscilador harmônico linear para estruturar processos de troca de energia nas paredes de um corpo negro, conforme executa Max Planck ao construir explicações sobre o espectro de radiação emitida por um corpo.

O estilo de matematização de Maxwell é diferente do newtoniano por um lado e similar por outro. Distinto porque o newtoniano tinha uma estrutura dedutiva, para as suas relações físico-matemáticas, advinda ou concentrada na própria ideia Matemática. Enquanto o maxwelliano fundamenta-se nas analogias. Similar porque ambos os estilos caminham em direção a uma teorização matemática da Física através de grandezas físicas precisas e mensuráveis. Tanto para Newton quanto para Maxwell fundamentar explicações com base apenas em imagens mecânicas seria muito vago.

Assim, no artigo de 1856, *On Faraday's lines of force (Sobre as Linhas de Força de Faraday)* - (MAXWELL, 1856), Maxwell estabelece um modelo mental onde o campo de Faraday seria um líquido imaginário que ocuparia todo o espaço e que, a exemplo de um rio, tem a direção e o movimento dos corpos definida pela sua correnteza. As linhas de força do campo seriam as linhas de corrente no fluido, devido a uma diferença de pressão (Figura 7).

Para isso, Maxwell constrói um modelo supondo um fluido viscoso, incompressível, imponderável e com movimento uniforme, ou seja, fluxo constante. No entanto, para isso, deduz que a viscosidade (resistência) deveria ser vencida, de modo que tal movimento só ocorreria mediante uma diferença de pressão, caracterizando fontes e sorvedouros (Figura 7).

Figura 7 - Campo de Faraday como um líquido imaginário



Fonte: Souza Cruz (2005, p. 187)

Maxwell aborda as relações físico-matemáticas entre pressão e velocidade e as aplica para diversas situações. De modo que isto o possibilita, produzir um método que exige imaginação, mas sem cálculos. Criar análogos para linhas de indução elétrica, na Eletrostática, e linhas magnéticas de força, no magnetismo. Além de outras analogias formais e materiais. (SILVA, 2005; DARRIGOL, 2000).

Descrevendo o movimento uniforme do fluido incompressível e imponderável, através de um meio resistivo com fontes e sorvedouros, Maxwell divide tal fluido em tubos considerando uma unidade de volume passando na unidade de tempo e admite que a resistência do meio é proporcional a velocidade do fluido, de modo que para uma velocidade do fluido v, então a resistência é igual a uma força igual a kv, que age sobre um elemento de fluido, na direção oposta ao movimento.

Conforme dito, anteriormente, é necessária uma diferença de pressão entre a fonte e o sorvedouro, na direção do movimento, de forma a manter a velocidade do elemento de fluido constante, sendo que tal pressão varia continuamente no fluido. Isto resulta que todos os pontos sob uma mesma pressão definem uma superfície de pressão igual, perpendicular as linhas de movimento do fluido. A exemplo do fluxo de calor de Fourier, que é proporcional ao gradiente de temperatura, como o movimento do fluido é uniforme e sem massa, o gradiente de pressão é proporcional a velocidade. (SILVA, 2005).

Para que o fluido se expanda, num fluxo uniforme e constante, a pressão e a velocidade devem ir diminuindo, à medida que afasta-se da fonte. Analisando esta situação, Maxwell define a velocidade e a pressão em um ponto qualquer de um fluido infinito, de forma que a pressão varia com o inverso da distância e a velocidade com o inverso do quadrado da distância; $p = \frac{1}{4\pi r}$, $v = \frac{1}{4\pi r^2}$.

Assim, estabelecidas tais relações físico-matemáticas para a pressão e velocidade no modelo do fluido, cada grandeza física deste modelo é identificada com grandezas de campo de Faraday, sendo as linhas de força análogas às linhas de corrente. (SILVA, 2005; SOUZA CRUZ, 2005).

A importância disto para Maxwell seria chegar na Lei de Coulomb, sem pensar na ação à distância. A dedução poderia ocorrer via a mecânica do contínuo.

Para a Eletrostática, por exemplo, os tubos corresponderiam às linhas de indução elétrica de Faraday, a pressão ao potencial elétrico e a resistência do meio à capacidade indutiva do dielétrico. Enquanto para o magnetismo, os tubos corresponderiam às linhas de força magnética de Faraday, o gradiente de pressão à uma força resultante do magnetismo e a resistência do meio ao inverso do poder do condutor das linhas de força de Faraday. Para a eletrodinâmica, os tubos corresponderiam a um fluxo de linhas de corrente, a pressão ao potencial eletrostático ou tensão e a resistência do meio à resistência elétrica. (SILVA, 2005).

No caso da Eletrostática, a atração entre todas as partículas seria proporcional à velocidade do fluido, promovida pelas fontes. Considerando que tal atração elétrica é atribuída por Maxwell como resultado da diminuição da pressão no problema imaginário dos tubos. Sendo, numericamente válido que a atração em qualquer direção é igual à diminuição da pressão. Assim,

$$V = -p,$$

$$X = -\frac{dp}{dx} = -ku,$$

$$dm = \frac{k}{4\eth} S,$$

Onde Vé o potencial elétrico, Xa intensidade da força elétrica entre partículas, ka capacidade indutiva do dielétrico, dm as cargas elétricas produzidas pela fonte S. Sendo que as linhas de força são os tubos unitários do movimento do fluido e podem ser estimadas, numericamente, por esses tubos. (SILVA, 2005, p. 33).

É através deste número de tubos que Maxwell expressa a Lei de Indução Eletromagnética de Faraday. Considerando, para um circuito fechado, que a força eletromotriz seria proporcional a variação do número de tubos que atravessam o seu interior.

Souza Cruz (2005) enfatiza que para Maxwell o essencial nos sistemas denominados mecânicos é que os processos físicos ocorressem devido a transformação de energia potencial em energia cinética e vice-versa. Daí o interesse de Maxwell pelo conceito de estado eletrotônico, abandonado por Faraday. Pois, para Maxwell, uma descrição matemática do estado eletrotônico permitiria caracterizar as transformações e trocas de energia do campo. Seu almejo era chegar a uma teoria matemática que pudesse ser contrastada com os experimentos.

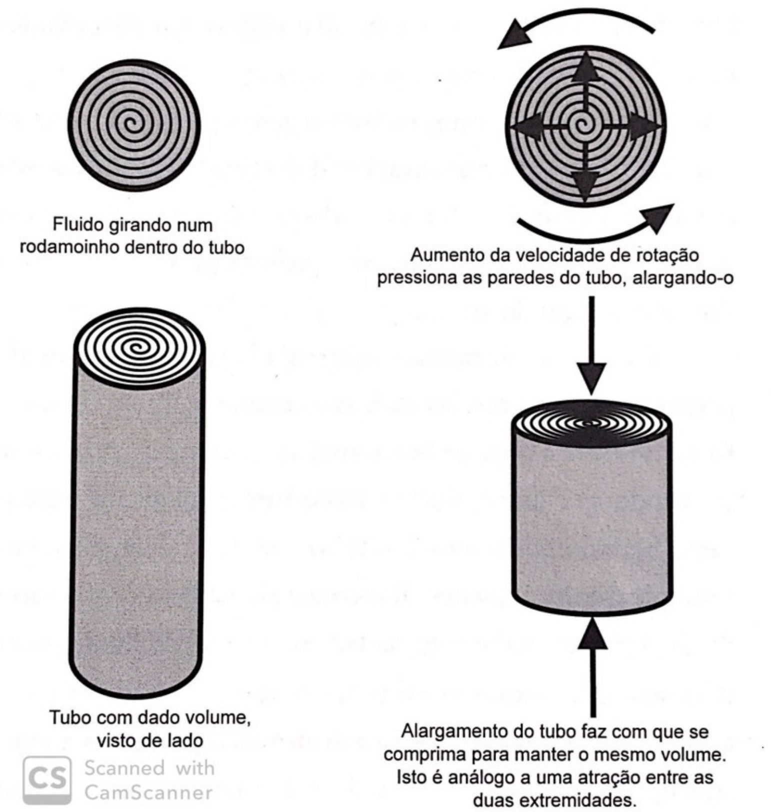
Conforme Souza Cruz (2005), para Maxwell o seu modelo de fluido do primeiro artigo não dava conta ou não tinha uma estrutura interna suficiente para caracterizar o tal estado eletrotônico. Por isso, os resultados deste estudo apareceriam num segundo artigo - *On Physical Lines of Force (Sobre as Linhas Físicas de Força).* (MAXWELL, 1861).

Em seu primeiro artigo, Maxwell conseguiu mostrar como as linhas de força de um campo poderiam se distribuir no espaço, com base em um modelo de fluido viscoso e incompressível, com fluxo constante e uniforme. Isto deu conta de tratar sistemas em estado de equilíbrio com o campo.

Neste segundo artigo, Maxwell se interessa por correntes e fenômenos de indução em situações com variações no estado eletrotônico, ou seja, fora de equilíbrio. Para isso Maxwell considerou as propriedades do campo a partir de um meio com estrutura mais complexa, pois o mesmo passaria a ter uma dinâmica interna capaz de promover o armazenamento e transporte de energia. Enfim, isto significava pressupor um meio com propriedades elásticas, dentro de uma visão mecânica. Sendo que tal elasticidade seria correspondente às tensões do estado eletrotônico.

Assim, segundo Souza Cruz (2005), a engenhosidade de Maxwell leva-o a propor um meio constituído por tubos com paredes externas elásticas e rugosas. No interior dos tubos um fluido incompressível teria movimento rotacional, em torno do eixo central do tubo. Seria uma espécie de vórtice, na linguagem cartesiana. Como este movimento rotacional do fluido é contido pelas paredes elásticas do tubo, ao girar mais depressa o fluido tende a se espalhar, pressionando as paredes do tubo, de modo a provocar o seu alargamento (ver Figura 8).

Figura 8 - Tubos elásticos com fluido incompressível girando no seu interior



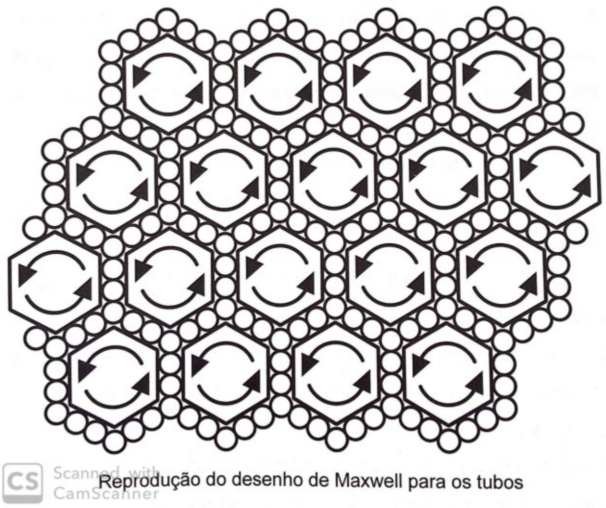
Fonte: Souza Cruz (2005, p. 195)

Quanto maior a velocidade rotacional do fluido, mais o tubo se alarga na horizontal e mais se comprime na vertical. Ou seja, com este aumento da velocidade rotacional, aumenta a tensão ao longo do eixo do tubo, fazendo com que possíveis corpos grudados nas extremidades opostas do tubo sentissem uma força atrativa devido a uma tensão que tenta juntá-los.

Esta tensão foi associada por Maxwell a intensidade do campo magnético, ou seja, quanto maior a velocidade rotacional, mais intenso é o campo magnético.

Desta forma, o campo seria formado por tubos ocupando todo o espaço. Porém, Maxwell percebe a impossibilidade de preenchê-lo com tubos paralelos, por isso, para evitar o vazio entre dois tubos, o escocês coloca pequenas esferas elétricas sempre em contato com as paredes rugosas dos tubos, interpretando a movimentação dessas esferas como uma corrente elétrica (ver Figura 9).

Figura 9 - Modelo desenhado por Maxwell com tubos na forma de hexágonos e esferas

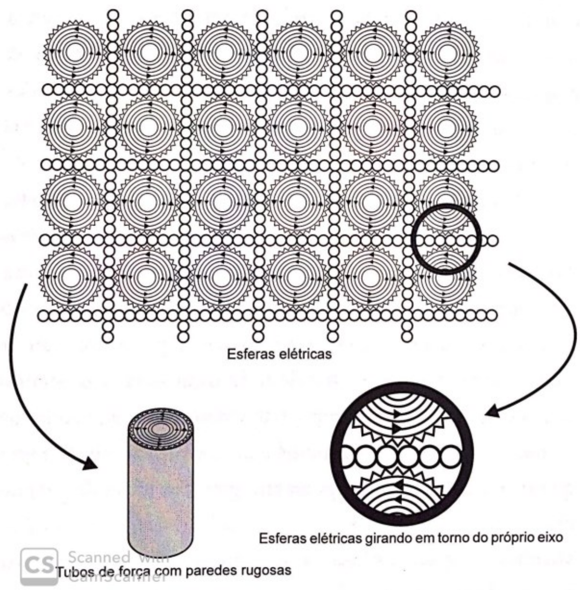


Fonte: Souza Cruz (2005, p. 199)

Os vórtices no interior dos tubos seriam o campo magnético e o movimento das esferas a corrente elétrica.

Os tubos paralelos girando na mesma direção e com a mesma velocidade rotacional representaria um campo magnético constante. Porém, isto seria um problema para o modelo de Maxwell. Afinal, com a rugosidade externa dos tubos, as esferas também seriam deslocadas, identificando uma corrente elétrica induzida a partir de um campo magnético constante. Para solucionar isto, Maxwell admite que as esferas pudessem girar em torno do próprio eixo. Desta forma, para velocidades rotacionais dos tubos vizinhos na mesma intensidade, geraria forças tangenciais, devido ao atrito, de mesma intensidade, porém opostas, fazendo com que as esferas girem ao redor de si mesmas, sem qualquer tipo de deslocamento (ver detalhe da Figura 10).

Figura 10 - Conexão dinâmica entre os tubos e esferas no modelo de Maxwell



Fonte: SOUZA CRUZ (2005, p. 198)

Neste modelo de Maxwell, a corrente elétrica é resultado da ação de uma força externa sobre as esferas. Consequentemente, com o deslocamento destas surgirá uma força tangencial sobre os tubos, modificando a velocidade de rotação, ou seja, induzindo uma variação no campo magnético.

A associação entre a dinâmica do modelo mecânico de Maxwell e grandezas físicas elétricas e magnéticas tinha o propósito de permitir ao escocês representar, simbolicamente, as relações físico-matemáticas que estruturariam o Eletromagnetismo. Tal processo de formalização é apresentado, em detalhes, pelas pesquisas de Silva (2005) e Simpson (1997).

Conforme Silva (2005, p. 36), Maxwell conclui que uma corrente elétrica de intensidade r, fluindo na direção z, através de uma área unitária pode ser calculada a partir das componentes da força que age sobre uma extremidade de uma barra magnética unitária α, β e γ da seguinte forma:

$$r = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}\right)$$

Escrevendo

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) = p,$$
$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx}\right) = q,$$
$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}\right) = r$$

Então p, q, r serão as quantidades de corrente por unidade de área, perpendiculares aos eixos x, y, z, respectivamente.

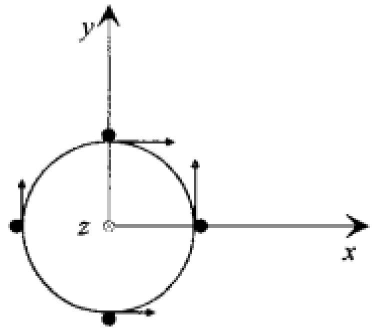
Conforme a pesquisadora relata, o cálculo vetorial, na época, ainda não havia sido desenvolvido, por isso, para representar o seu formalismo de componentes, Maxwell expressava uma grandeza vetorial por suas três componentes, utilizando três letras diferentes.

Fato importante, mencionado por Silva (2005), é que estas equações relacionavam grandezas físicas lineares (p, q, r) com grandezas físicas rotacionais (α, β, γ). As primeiras interpretadas como grandezas físicas elétricas, com deslocamentos lineares, e as segundas como grandezas físicas magnéticas, com grandezas físicas angulares ou rotacionais.

Para além da parte cinemática, a dinâmica do modelo mecânico de Maxwell também seria formalizado.

Recorda-se que no modelo de Maxwell, apresentado em detalhes, nas Figuras 9 e 10, as correntes elétricas representam o deslocamento das esferas elétricas, de forma a exercer uma força tangencial sobre os tubos, modificando suas velocidades de rotação. Ou seja, surge um torque sobre os tubos que seria igual a sua variação temporal do momento angular, cuja intensidade é proporcional a intensidade do campo magnético (ver Figura 11).

Figura 11 - Forças tangenciais de quatro esferas sobre um tubo



Fonte: Darrigol (2000, p. 150)

De acordo com a 3ª Lei de Newton (ação e reação), surgirá uma força tangencial de mesma intensidade, porém oposta, sobre as esferas. Maxwell associa esta força a uma força eletromotriz agindo sobre a corrente. Conforme Silva (2005, p. 38), este raciocínio levaria à seguinte equação final:

$$\frac{dQ}{dz} - \frac{dR}{dy} = \mu \frac{d\alpha}{dt},$$
$$\frac{dR}{dx} - \frac{dP}{dz} = \mu \frac{d\beta}{dt},$$
$$\frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx} = \mu \frac{d\gamma}{dt}.$$

Onde P, Q e R representam as componentes da força eletromotriz (campo elétrico E) e α, β e γ representam componentes do campo magnético (B). Chama-se a atenção para o fato de que, novamente, grandezas físicas lineares são relacionadas com grandezas físicas rotatórias, nesta última equação.

Em notação moderna esta equação final seria $\nabla x\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$. Observa-se que mesmo com as modificações no formato da notação, as relações físico-matemáticas entre grandezas físicas elétricas e magnéticas, resultantes das analogias, 'sobrevivem'. O mesmo não ocorre com estas últimas, que, segundo Souza Cruz (2005), no seu artigo *A Dynamical Theory of the Eletromagnetic Field (Uma Teoria Dinâmica do Campo Eletromagnético)* - (MAXWELL, 1864), Maxwell esclarece seu método e abandona os tubos, as engrenagens e outras hipóteses contidas nos modelos mecânicos anteriores, ficando apenas com o essencial; as relações físico-matemáticas possibilitadas pela suposição de que ações elétricas e magnéticas entre os corpos poderia ser interpretada ou explicada pela ação de um campo. Este último seria o responsável pela conexão dinâmica, entre corpos elétricos e magnéticos, de forma a promover a absorção e transmissão de energia, agindo sobre os corpos e sofrendo a ação dos mesmos.

Por considerar que esta conexão entre Eletricidade e Magnetismo deveria seguir as Leis da Mecânica, Maxwell acreditava que as equações que viriam a ser deduzidas, com auxílio de seu modelo mecânico, deveriam ser consistentes com a dinâmica em um sistema onde dois corpos interagem através de um terceiro.

Assim, ao deduzir as equações para dois corpos conectados por um terceiro, Maxwell introduz nas equações as especificidades dos fenômenos elétricos e magnéticos. Mediante a análise de fenômenos subjacentes a indução, exibe, com clareza, o papel do campo na conexão dinâmica entre dois corpos ou sistemas.

Por fim, dentro de um esquema puramente mecânico, Maxwell explora as equações do campo eletromagnético, derivando-as para o âmbito da energia, de modo a obter, também, expressões para as forças elétrica e magnética.

Maxwell sintetiza todas as relações físico-matemáticas, subjacentes aos fenômenos eletromagnéticos, num conjunto de quatro equações:

1. $\vec{\nabla}.\vec{E} = \rho / \varepsilon_0$
2. $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$
3. $\vec{\nabla} X \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
4. $\vec{\nabla} X \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}$

Na verdade, Maxwell não enunciou as equações neste formato. Ele apresentou-as numa forma mais extensa, afinal, eram cerca de 20 equações (SOUZA CRUZ, 2005). No entanto, conforme dito anteriormente, '*sobrevivem*' as relações físico-matemáticas que estruturam o pensamento físico ligado a fenomenologia do Eletromagnetismo.

A intenção aqui não é mostrar, detalhadamente, toda as associações analógicas e consequente dedução matemática operada por Maxwell. O foco diz respeito a expor como o mesmo faz uso de suas analogias, associando grandezas em sistemas mecânicos com grandezas elétricas e magnéticas, de modo a chegar numa representação formalizada do Eletromagnetismo. Para estudos mais aprofundados, quanto ao processo dedutivo das equações, sugere-se consulta aos trabalhos de Simpson (1997), Berkson (1985) e Darrigol (2000), além, é claro, dos próprios artigos originais de Maxwell, citados anteriormente.

Os modelos mecânicos analógicos de Maxwell seriam uma espécie de licença poética. Uma forma instrumental que permitiu-o lidar com o campo não newtoniano de Faraday, mesmo em acordo com a leis da Mecânica de Newton. Um processo que lhe abriu caminhos para a construção de uma imagem mecânica dos campos e a escrita de relações entre várias grandezas físicas, mediante equações matemáticas. (SOUZA CRUZ, 2005).

Como pode-se observar, Maxwell se utiliza de analogias formais e materiais, de modo a estruturar teoricamente, em símbolos, as relações físico-matemáticas do Eletromagnetismo. Um estudo mais aprofundado da obra de Faraday pode demonstrar que tais relações já haviam sido obtidas por este experimentalista. Porém, de forma não simbolizada.

Isto até permite um debate, referente ao fato de que um processo de matematização pode ocorrer de forma verbal. Afinal, a matematização na Física, simbólica ou verbal, proporciona relacionar ou estruturar tanto grandezas quanto classes de objetos. Porém, neste momento, tal escopo foge dos objetivos desta tese.

O importante aqui é verificar as implicações dos estilos orgânico e analógico, de Newton e Maxwell, respectivamente, para a esfera do ensino.

3.4 IMPLICAÇÕES PARA A ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

A proposição desta tese diz respeito ao problema educacional subjacente a abordagem da Matemática no ensino de Física. Sendo que dentro desta temática, elencou-se um problema de investigação conectado a qualificação do discurso de matematização no ensino de ideias físicas.

A perspectiva historiográfica deste capítulo demonstra o caráter estrutural da Matemática no processo de construção da Física Contemporânea e Clássica. O que não condiz com nenhuma novidade. Afinal, outros autores, pioneiros nesta temática, como Pietrocola (2002) e Karam (2012), já denunciam tal característica.

A novidade diz respeito a uma análise mais esclarecedora sobre o que, de fato, pode constituir como a essência *estruturante*, num processo de matematização. Procura-se evidenciar isto, na descrição dos estilos orgânico e analógico de Newton e Maxwell, que matematizam a Mecânica Racional e o Eletromagnetismo, respectivamente.

Como o próximo passo é costurar uma ponte entre o papel *estruturante* da Matemática na construção da Física e a dimensão epistêmica do discurso de matematização na esfera do seu ensino, cabe o seguinte questionamento: *o que se deve levar do processo de matematização realizado no campo de produção teórica da Física para o âmbito do discurso de matematização no seu ensino*?

A resposta desta pergunta pode originar dois caminhos diferentes.

O primeiro seria entender que o provimento de um discurso matematizador no ensino de Física diz respeito a construir um caminho didático-pedagógico para ensinar os estudantes a matematizarem de forma *estruturante*, via os métodos orgânico e analógico de Newton e Maxwell.

Ou seja, ensinar os estudantes a matematizar ideias físicas, de acordo com os mesmos procedimentos metodológicos de matematização empregados por Newton e Maxwell. Quanto ao primeiro, via a busca de uma grandeza física mensurável, capaz de revelar um sistema de relações físico-matemáticas. No caso do segundo, a inspiração estaria embasada numa matematização via analogias materiais e formais. Incentivar os estudantes a promoverem analogias entre diferentes áreas da Física.

Mas é isso que se busca? Trazer os métodos de matematização da Física, aplicados pelos físicos, para o ensino desta, a fim de que os estudantes aprendam a matematizar ideias físicas, não seria uma espécie de intencionalidade didática voltada para a formação de pequenos cientistas? Em relação a uma formação no nível básico, isto estaria fora de contexto. Afinal, neste nível o objetivo central condiz com uma formação voltada para a cidadania e não de especialistas. No nível superior dependeria do tipo de curso. Para a formação de físicos poderia até ser interessante, mas para a formação de professores de Física e outras áreas das exatas, talvez, ficaria fora de contexto, novamente.

Além disso, a ideia de uma abordagem *estruturante* nasce quando Pietrocola (2002) alenta para o detalhe de que o problema de uma abordagem excessivamente *técnica* não é metodológico e sim epistemológico. Independentemente do método de ensino, uma abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física condiz com a construção deste significado. Ou seja, ensinar estudantes de Física a reproduzir analogias formais, ao estilo maxwelliano, pode ser tão *técnico* quanto um ensino cujo discurso de matematização é voltado para a aplicação *técnica* de fórmulas. Enfatizando que, em hipótese alguma, nega-se a importância do desenvolvimento de técnicas de matematização, na produção ou ensino da Física.

A modelização, por exemplo, indicada por Pietrocola (2002), como um caminho para a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física, constitui tal característica didático-pedagógica porque carrega, na sua essência, esclarecer as relações físico-matemáticas que as estruturas matemáticas propiciam no ensino de ideias físicas. Não é o método em si que garante a abordagem *estruturante.* Mas sim a essência de um discurso do processo de matematização que carregue a construção de significados tangentes as relações físico-matemáticas. São elas que propiciam um Alcance Semântico *estruturante,* no ensino de Física e carregam a essência da matematização na teorização da Física.

Desta forma, opta-se por um segundo caminho, cujo objetivo central abrange todos os níveis e contextos de intencionalidade didática/formação. Supera a tecnicidade de um ensino voltado para o desenvolvimento de técnicas de matematização e conjugaria um caminho capaz de potencializar um discurso de matematização voltado para a construção de significados, independente do caminho metodológico ou didático-pedagógico propostos.

Tais significados, de acordo com as perspectivas historiográficas dos estilos orgânico e analógico de Newton e Maxwell, estariam conectados as relações físico-matemáticas. A essência *estruturante* de um pensamento físico, é o que possibilita o questionamento e interpretação fenomenológica, presente no mundo empírico.

É a construção destes significados que permitiria aos estudantes desenvolverem habilidades de estrutura físico-matemática. Como irão matematizar seus raciocínios físicos, em aulas, debates ou resolução de problemas, seria indiferente. Afinal, matematizar é estabelecer relações físico-matemáticas, capazes de interligar objetos físicos. Se isto se proceder, via o encontro de uma grandeza física mensurável, como foi o caso de Newton, ou através de analogias, como o método maxwelliano, pouco importa. Desde que estejam conscientes dos significados que permeiam as relações físico-matemáticas e que estão condensados nas estruturas matemáticas, apresentadas durante o processo de matematização.

Já os procedimentos de matematização são diversos. No capítulo anterior foram apresentadas duas escolas. Porém, outras perspectivas historiográficas poderão revelar outras. Se de toda perspectiva fossem extraídos diferentes procedimentos para tal façanha, haveria diversos caminhos didáticos-pedagógicos para o discurso de matematização no ensino de Física.

Além disso, sua análise ou qualificação seria algo do tipo '*closed box*' (MATON, 2014a). Uma espécie de categorização dicotômica, ao estilo '*tem – não tem*', '*faz – 'não faz*'.

Portanto, o foco seria a construção dos significados físico-matemáticos que estão condensados nas estruturas matemáticas. Não métodos da sua construção em si.

Mas quais seriam os significados, referentes as relações físico-matemáticas, nos processos de matematização newtoniana e maxwelliana que guiariam a episteme de um discurso de matematização no ensino de Física?

Os mais evidentes ao âmbito do ensino seriam dois tipos de significados, bem caracterizados por Newton e Maxwell, durante a matematização da Mecânica Racional e do Eletromagnetismo, respectivamente. Tais significados estariam condensados nas estruturas simbólicas apresentadas por ambos e que, em diferentes formatos, são utilizadas para matematizar explicações físicas em salas de aula ou materiais didáticos de Física.

O primeiro tipo, diz respeito a um significado de estrutura físico-matemática que permite a ponte entre uma classe de objetos físicos de diferentes áreas. Seria o caso da Trajetória, uma estrutura que permite Newton chegar à Força e que une Cinemática e Dinâmica em $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\frac{\vec{F}}{m} = \frac{d^2x}{dt^2}$, por exemplo.

Outro caso seria o papel estruturante que o campo faradayniano executa na matematização simbólica do Eletromagnetismo. É ele que viabiliza o êxito do estilo analógico de Maxwell, em unir objetos da eletricidade e do magnetismo.

Este significado, de alta complexidade semântica, está fortemente condensado na equação da indução eletromagnética, $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$, por exemplo.

Portanto, entender que é possível chegar à Força através da Trajetória e vice-versa ou que o Campo, mediante a sua constância ou variação, dita o ritmo das relações entre a Eletricidade e o Magnetismo é construir significados estruturais, subjacentes a matematização de ideias físicas.

Esta complexidade semântica estrutural, subjacente a capacidade que uma teoria física tem em conectar objetos e fenômenos físicos entre si, bem como associar um efeito a uma causa, tal como ocorre entre Cinemática e Dinâmica ou entre Eletricidade e Magnetismo, está condensada nas estruturas matemáticas apresentadas, durante um processo de matematização. Explorá-la pode intuir no público estudantil *habilidades estruturantes*.

O segundo tipo diz respeito as proporcionalidades físico-matemáticas que também estão condensadas nas estruturas simbólicas, matematizadas. Possuem uma complexidade semântica mais fraca, porém, permitem estruturar o questionamento e a interpretação de fenômenos físicos.

Este segundo tipo fica evidente no estilo de matematização orgânica de Newton, quando este esquece causas e naturezas, como foi o caso da Força e da Luz, e foca em grandezas físicas mensuráveis ou quantitativas (PANZA, 2017; BLAY, 1995). São estas que alavancam os sistemas de relações físico-matemáticas, que permitem-no chegar à força por meio da trajetória ou a explicação física do espectro de cores.

Mesma evidência pode ser observada no estilo analógico de Maxwell. Suas analogias, no âmbito formal, visam chegar a um sistema de relações físico-matemáticas capazes de proporcionar o questionamento e a interpretação de fenômenos elétricos, magnéticos e eletromagnéticos.

Não está se falando de proporcionalidades matemáticas, apenas. Denomina-se tais relações de proporção físico-matemáticas porque é algo superior a uma tecnicidade em apenas nominar que quando uma grandeza aumenta, a outra diminui ou vice-versa.

As relações físico-matemáticas de proporção estão condensadas na segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo. Porém, construir os seus significados extrapolam nominar que '*quanto maior a força, maior a aceleração'*. Esta complexidade semântica também está condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$. No entanto, estabelecer relações de proporção físico-matemática significa construir o significado de que uma massa maior resiste mais a uma mudança de estado e que, portanto, exigem mais força, para proporcionar uma determinada aceleração ou variação temporal de velocidade. Por isso, a importância do entendimento de massa como inércia e não como constante de proporcionalidade. Um outro nível de complexidade semântica.

As relações físico-matemáticas de proporção (ou de grau) estão nos fenômenos físicos (MAXWELL, 1965 apud VIDEIRA e PUIG, 2017). Por isso a geometria cinemática de Newton adentra na explicação física que o mesmo constrói para a sua Mecânica. Cuja base é uma Mecânica do ponto material.

O mesmo ocorre no caso analítico de Maxwell. Quando este leva um sistema de relações de fenômenos ligados ao fluxo de calor para a eletricidade evidencia como as relações físico-matemáticas de proporção já estavam presentes na fenomenologia.

Portanto, ao se pensar na ponte entre a esfera de produção teórica da Física e o ensino desta, no que diz respeito a abordagem Matemática, seriam os significados referentes as relações físico-matemáticas que devem ser consideradas. As do tipo estrutural e de proporcionalidades físico-matemáticas.

4 A ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA E A SUA QUALIFICAÇÃO

Ao consultar periódicos, bancos de dados de dissertações ou teses e atas de eventos pode-se encontrar oito eixos, ligados a temática da abordagem Matemática no ensino de Física:

- Abordagem matemática na resolução de problemas de Física
- Modelagem matemática no ensino de Física
- Relações históricas e epistemológicas entre a Matemática e a Física
- Matematização no ensino de Física
- Linguagem matemática e o ensino de Física
- Escolas de pensamento matemático na Física
- Integração entre as disciplinas de Matemática e Física
- Abordagem de equações matemáticas no ensino de Física

Porém, dentro destes oito eixos, condizente com a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física, a incidência de pesquisas/publicações é extremamente baixa. Principalmente, subjacente a ideias e proposições, ligadas a mecanismos voltados para a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física.

Ainda há uma determinada concentração no uso dos conceitos e ferramentas propostos pelos pioneiros na temática. Tanto no arcabouço teórico da abordagem *estruturante* quanto a sua qualificação, em salas de aula e materiais didáticos.

Por isso, talvez, o capítulo a seguir pareça um pouco localizado ou concentrado em somente alguns autores ou pesquisas. Isto se efetua porque são os mesmos que vem disponibilizando ideias conceituais e ferramentas para outros trabalhos.

A ideia desta tese é avançar com a abordagem *estruturante*, em termos de um alastramento nos seus conceitos, itens analíticos e, principalmente, na proposta de sua qualificação.

Assim, independente do eixo de pesquisa, dentre os supracitados, o foco aqui diz respeito à abordagem *estruturante* da Matemática no discurso de matematização voltado ao ensino de Física, que se encaixaria em todas as temáticas, ligadas a abordagem Matemática no ensino de Física. Afinal, tem a ver com a resolução de problemas, modelagem, relações de troca entre estas duas ciências, matematização, linguagem, integração disciplinar e abordagem de equações.

Mas o que a literatura tem publicado a respeito desta abordagem *estruturante* e a sua qualificação?

4.1 OS ALICERCES DA ABORDAGEM *ESTRUTURANTE*

Sem dúvida, um dos trabalhos pioneiros que lançam ideias reflexivas a respeito de uma abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física é o de Pietrocola (2002). Para este autor, é essencial conhecer Matemática para se compreender as teorias físicas, no entanto, relegar a primeira como pré-requisito para o aprendizado da segunda faz surgir uma espécie de máscara, que inibe uma visão mais ampla de como a Matemática deveria ser abordada no contexto do ensino da Física. Muitas vezes, argumenta o autor, atribui-se o fracasso do aprendizado em Física como fonte do baixo conhecimento em Matemática. Posicionamento epistêmico ingênuo, afinal posiciona a segunda como simples instrumento ferramental para a primeira.

Como solução para corrigir estes equívocos, Pietrocola (2002) propõe o caminho de uma análise mais profunda a respeito do papel epistêmico da Matemática na produção teórica da Física, bem como o seu papel como linguagem e comunicação dentro desta Ciência[12].

Este viés analítico, segundo o autor, poderia revelar novas posturas epistemológicas, que potencializariam novos posicionamentos didático-pedagógicos, no que diz respeito a abordagem matemática para o ensino de ideias físicas. Provavelmente, esta inovação seria oposta ao tradicional ensino de Física, cujo foco tem sido a resolução de exercícios numéricos

---

12 As ideias do autor, referentes ao papel da Matemática como linguagem e comunicação no ensino de Física, serão abordadas no próximo capítulo.

e problemas fechados, que revela esta disciplina como sinônimo de um operacionalismo matemático.

Para Pietrocola (2002), os livros didáticos não acompanham a evolução histórica e epistemológica, apontada por Paty (1995), ao apresentarem, de forma implícita ou explicita, imagens referentes ao papel da Matemática na Física. Principalmente, no que diz respeito ao papel *estruturante* da primeira na constituição teórica da segunda. Para isso, demonstra exemplos de autores que categorizam tal relação em acordo com uma visão galileana (Matemática como mecanismo de tradução, entre o empírico e o teórico), enquanto outros apelam para um empiricismo e realismo ingênuos.

Pietrocola (2002) não chega a definir, precisamente, no que consiste uma abordagem *estruturante* da Matemática ao ensinar Física. Seu pioneirismo gira em torno das bases ou fundamentos que impulsionam o ato reflexivo, em busca de novas posturas epistemológicas e didático-pedagógicas. Suas análises, referentes a evolução histórica e epistemológica do papel que a Matemática desempenha na construção teórica da Física, baseiam-se nos pressupostos de Paty (1995), já descritos no capítulo 3.

Salientando que o foco de sua proposta não seria o âmbito metodológico no ensino de Física, Pietrocola (2002) fornece alguns indicativos para revestir a Matemática de uma função *estruturante* no ensino da Física. Para isso, cita pesquisas em ensino que estariam voltadas para a Modelização Matemática, enfatizando que uma boa atividade modelizadora promoveria a passagem de dados brutos, extraídos em uma atividade de experimentação, até uma representação conceitual de um fenômeno enfocado.

Conforme vasta literatura na área de ensino de Física, constam nos pressupostos da atividade de modelização uma intencionalidade didática voltada para a elaboração de modelos mediante a identificação de variáveis e interpretação de equações, bem como a construção de diferentes tipos de representações de tais modelos e a habilidade de transitar entre os mesmos.

Obviamente, a atividade modelizadora busca construir significados para estruturas matemáticas utilizadas na Física. Além do que, consiste numa metodologia que possibilita aos estudantes apropriar-se de modelos matemáticos porque propicia estruturar relações. Ou seja, que o papel da Matemática na Física não é apenas de quantificação, mas um recurso constituinte no processo e produto dela. Fato que potencializa uma abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física, porque abordaria as relações físico-matemáticas que estruturam o pensamento físico.

No entanto, ao se falar em ensino de Física é necessário reconhecer a existência de um discurso que forja uma intencionalidade didática. O método de ensino, por si só, não garante tal intenção. A modelização, por exemplo, pode carregar ferramentas que potencializem uma abordagem *estruturante*, porém, sua execução, quando ausente de um discurso voltado para uma semântica *estruturante*, poderá revelar-se tão *técnica* quanto um ensino tradicional. Afinal, a legitimação da Matemática como estrutura, no ensino de ideias físicas, é caracterizada pela construção de significados e não pela forma como se usa a Matemática na Física.

Uma atividade modelizadora, com certeza, tem potencial para impulsionar o pensamento *estruturante*, porém, isto não é suficiente, no âmbito didático-pedagógico em abordar a Matemática para ensinar ideias físicas. Afinal, um método que carrega potencialidades estruturais associado a um discurso tecnicista teria tal potencial anulado. Por isso, é necessário reconhecer a importância do discurso de matematização presente em materiais didáticos e salas de aula de Física. De modo que a sua semântica esteja voltada para o desenvolvimento de *habilidades estruturantes.*

São estas que impulsionam o autor, na busca por uma definição mais clara do que viria a ser a abordagem *estruturante.* Tanto que, em outra publicação, Pietrocola (2008), defende tal forma em abordar a Matemática no ensino de Física, como fruto do foco em promover ou privilegiar uma matematização subjacente à instrumentalização do pensamento físico e não, apenas, focada na técnica de quantificar grandezas físicas.

Mais uma vez, o autor questiona a postura de professores de Física que justificam o fracasso no aprendizado estudantil, devido à falta de conhecimento matemático. Tal concepção colabora com a crença de que um dos problemas não seria a maneira como a Matemática é abordada nas salas de aula de Física. A problemática estaria no aprendizado da primeira, considerada, por esta crença rasteira, um acessório para aprender a segunda.

Com isso, o autor discorre sua argumentação sobre a evolução histórica da matematização na Física e a seguir, propõe que o viés epistemológico de uma Matemática *estruturante* na construção de teorias físicas seja levado para as salas de aula e materiais didáticos, de forma a encaminhar o desenvolvimento de um novo tipo de habilidade junto ao público estudantil; as *habilidades estruturantes*.

Tais habilidades seriam um contraste às *habilidades técnicas*, as quais, segundo Pietrocola (2008), são insuficientes para que os estudantes possam instrumentar ou estruturar o pensamento físico através da Matemática. Isto porque tais habilidades estariam circunscritas no âmbito do domínio técnico da matemática, como operação de algoritmos, construção de gráficos, solução de equações, operações matriciais e/ou vetoriais. Enfim, estariam conectadas a um contexto interno do conhecimento matemático, específico a regras e propriedades do sistema matemático.

Já as *habilidades estruturantes*, argumenta o autor, extrapolam o âmbito técnico e estariam conectadas ao domínio estrutural e organizacional da Matemática. Capacitariam os estudantes a empregarem o conhecimento matemático na estruturação/interpretação de situações físicas.

Na definição primária de *habilidades estruturantes*, o autor enfatiza que estas compreenderiam o uso ou emprego de ferramentas matemáticas na representação de teorias físicas. Ou seja, o foco seria desenvolver a habilidade de uso da Matemática na Física?

Seguindo adiante, Pietrocola (2008) enfatiza que distinguir as *habilidades técnicas* das *habilidades estruturantes* derrubaria o mito a respeito da abordagem Matemática no ensino de Física e no ensino da própria Matemática. Haja vista, enquanto as *habilidades técnicas* podem ser adquiridas em assuntos exclusivos da Matemática, as *habilidades estruturantes* não poderiam. Em outras palavras, argumenta o autor, dominar ferramentas matemáticas não garante a capacidade de empregá-las na estruturação do pensamento em outros domínios externos a elas.

A distinção entre *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes* proporciona excelentes indicativos para qualificar uma intencionalidade didática, cuja abordagem da Matemática no ensino de Física seja *estruturante*. No entanto, as definições de Pietrocola (2008) ainda são muito genéricas, e, talvez, suscetíveis de uma crítica e complementação de ideias conceituais.

A primeira, diz respeito ao reconhecimento de que existem *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes* tanto na Física quanto na Matemática. Afinal, esta última também possui seus *estruturantes*. A fatoração e o teorema de Pitágoras não são apenas operacionais, possuem seus estruturantes que fundamentam tais processos. Um aluno pode ter a habilidade de fatorar, sem ter em mente a ideia matemática que a estrutura. Assim como pode derivar uma equação sem nunca compreender a definição matemática de derivada. Quantos estudantes em uma aula de Matemática apenas aguardam o momento em que o professor demonstra a operacionalidade de um processo matemático, de forma a repetir a *técnica* em exercícios e problemas propostos mais adiante?

Ainda nesta seara das *habilidades técnicas* e *habilidades estruturantes,* em outra publicação, Karam e Pietrocola (2009) exploram mais sobre o assunto, porém focados no âmbito da resolução de problemas.

Os autores apontam para o fato de que pesquisas (REDISH, 2005; TUMINARO e REDISH, 2007) tem sugerido uma semântica diferente entre a Matemática utilizada na resolução de problemas de Física e ensinada na disciplina de Matemática. Isto, segundo os autores, reforça a necessidade do desenvolvimento de *habilidades estruturantes,* de forma a capacitar os estudantes a estruturarem, matematicamente, situações físicas.

De acordo com os autores, é necessária uma abordagem da Matemática no ensino de Física, de forma que os estudantes não aprendam, unicamente, a operar a Matemática em teorias físicas que representam a realidade, mas adquirir habilidades de forma a "apreender o real através de uma estruturação matemática" (PIETROCOLA, 2002, p.110).

Sendo mais específicos, os autores salientam a necessidade em "ensinar os alunos a pensar matematicamente quando se deparam com problemas de física" (KARAM e PIETROCOLA, 2009, p.190) e somente *habilidades técnicas* não são suficientes para isto. Ou seja, o domínio instrumental de algoritmos, regras, fórmulas, gráficos e equações, aprendidos na disciplina de Matemática, não lhes garantem o sucesso em salas de aula de Física, pois as *habilidades técnicas* não se transformam em *habilidades estruturantes*, de forma automática.

Os autores não negam o caráter imprescindível das *habilidades técnicas* para o entendimento e manipulação das teorias físicas, porém, questionam a concepção de que estudantes detentores de tais habilidades, certamente, serão bem-sucedidos no aprendizado em Física. Conforme citam, o domínio de *habilidades técnicas* possibilitaria "a previsão do fracasso, mas não a garantia do sucesso" dos estudantes (HUDSON e MCITIRE, 1977, p. 470 apud KARAM e PIETROCOLA, 2009, p.191).

Os autores mencionam que o desenvolvimento das *habilidades estruturantes* passa pela discussão que envolve modelos e modelização no ensino de Física, enfatizando que a modelização está fortemente conectada a habilidade de transitar entre distintas formas de representação de um fenômeno físico. Seja a forma conceitual (utilizando palavras); Matemática (através de relações algébricas); gráfica (construindo gráficos e relacionando grandezas físicas); pictórica (desenhando figuras esquemáticas de um fenômeno) ou experimental (realizando ou interpretando um experimento).

No entanto, questionam: como se dá o processo de criação de um modelo matemático para representar fenômenos do mundo físico? Ao apresentarem um esquema do processo de modelagem (STEWART, 2007) onde o primeiro passo para isso seria partir de um '*problema real'* e formular ou mapear um modelo matemático, indagam novamente: "quais seriam as habilidades necessárias para o sucesso de um estudante nesta etapa? O que difere um especialista de um iniciante em relação a essa capacidade? Que tipo de problema deve ser proposto para instigar o desenvolvimento da capacidade de modelização matemática ou as *habilidades estruturantes*?". (KARAM e PIETROCOLA, 2009, p. 195).

A resposta de Karam e Pietrocola (2009) vem com Redish (2005, p. 7), para quem a formulação ou mapeamento de um modelo matemático necessita "entender quais estruturas matemáticas estão disponíveis e quais são os aspectos das mesmas que são relevantes para as características físicas que se pretende modelizar".

É neste âmbito que Karam e Pietrocola (2009) propõem que uma das *habilidades estruturantes* a ser desenvolvida junto ao público estudantil diz respeito a identificar os aspectos essenciais de estruturas matemáticas utilizadas na Física. Ou seja, entender os porquês de tais estruturas para modelar determinados fenômenos físicos.

Os autores esclarecem que estes aspectos essenciais dependem do fenômeno físico que será analisado, bem como do contexto educacional no qual está imerso o estudo. Para exemplificar o que entendem por aspectos essenciais de uma estrutura matemática na Física, apresentam uma abordagem diferenciada de problemas tradicionais (Figura 12), nos quais as funções trigonométricas (seno e cosseno) estão presentes nos modelos matemáticos que os solucionam.

Figura 12 - Problemas tradicionais de Física

1 – Uma força constante de intensidade F = 50N atua sobre um corpo numa direção que forma 60º com seu deslocamento horizontal. Sabendo que ele percorre 10m, determine o trabalho realizado por essa força.

2 – Calcule o momento do binário aplicado à barra de 2m de comprimento conforme o esquema a seguir considerando positivo o sentido horário.

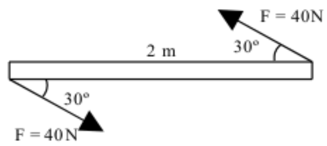


Figura 4: Barra submetida a um binário. Problema 2. Criada pelos autores.

3 – Uma pequena esfera eletrizada com carga q = 3 μC desloca-se com velocidade $|\vec{v}|$ = 300 m/s, cuja direção forma um ângulo de 30º com o vetor campo magnético $|\vec{B}|$ = 5. 10^{-2} T. Qual é o módulo da força magnética que agirá sobre a carga?

Fonte: Karam e Pietrocola (2009, p.196)

Em relação a estes problemas apresentados acima, os autores denunciam que a solução dos mesmos pode se efetuar, de maneira '*cega*', através das seguintes expressões matemáticas, respectivamente: $W = Fdcos\theta$; $M = Fdsen\theta$ e $F = qvBsen\theta$.

Sem discordarem da crítica, que remete a abordagem desta categoria de problemas fechados e, de certa forma, não estimula a formulação de hipóteses para sua resolução, os autores enfatizam que, mesmo assim, é possível formular novas perguntas que instiguem os estudantes "a refletirem sobre o porquê da presença de determinadas estruturas matemáticas em fórmulas utilizadas na física, fazendo com que os mesmos reflitam sobre algumas semelhanças existentes entre elas". (KARAM e PIETROCOLA, 2009, p. 197).

Nesta perspectiva, os autores propõem os seguintes questionamentos para os três problemas tradicionais apresentados acima:

> - Por que as funções trigonométricas (seno e cosseno) aparecem nas fórmulas matemáticas utilizadas na resolução destes problemas? O que os mesmos tem em comum?
> - Quais são os aspectos relevantes para que as funções trigonométricas sejam úteis como estruturas matemáticas para modelizar fenômenos físicos?
> - Poderíamos trocar seno por cosseno (ou vice-versa) em da um dos três problemas? Por que? (KARAM e PIETROCOLA, 2009, p. 197).

Para os autores, identificar o aspecto essencial de que tais funções trigonométricas permitem o cálculo de projeções vetoriais caracterizaria uma das *habilidades estruturantes* a serem desenvolvidas com os estudantes.

No primeiro problema seria a componente da força paralela ao deslocamento que produziria o trabalho físico, por isso a necessidade de um cosseno. No segundo, o que produz torque ou momento é a componente perpendicular da força em relação a linha que liga um eixo de rotação ao ponto de aplicação desta força, por isso a presença do seno. Enquanto no terceiro, uma força magnética se manifesta quando uma partícula carregada se desloca, no interior do campo magnético, com uma velocidade não paralela à direção do campo magnético, por isso o aparecimento de um seno.

Na verdade, conforme enfatizam os autores, o cosseno e os senos, que caracterizam os modelos matemáticos das projeções, são devidos a um produto escalar e dois produtos vetoriais; [$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$; $M = \vec{F} \times \vec{d}$; $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$]. No entanto, para eles, tais explicações seriam suficientes tratando-se de um ensino de Física no nível médio.

Discutir com estudantes, de forma profunda, a respeito da presença das funções trigonométricas (seno e cosseno) para o cálculo de projeções, nos modelos matemáticos aplicados às resoluções dos problemas propostos, capacitaria os estudantes a entenderem a real utilidade dessa estrutura matemática na Física, defendem os autores. Para os mesmos, isto poderia incentivá-los ao ato analógico em utilizar tais estruturas em outros contextos que julguem pertinentes, como no estudo de movimento de projéteis, plano inclinado, fluxo magnético e outros.

Do ponto de vista semântico, o que estrutura o pensamento físico nestes problemas tradicionais, expostos pelos autores, não seriam as relações físico-matemáticas, de cada situação física apresentada? No caso do momento de uma força, por exemplo, o que estabelece o pensamento físico-matemático seria a relação entre uma força perpendicular à linha que interliga seu ponto de aplicação com outro ponto de rotação e a distância entre ambos. É a partir desta relação físico-matemática, com estes elementos (ponto, força, perpendicular, linha geométrica, distância) que os estudantes estruturariam matematicamente o processo físico problematizado. De certa forma, há uma geometrização de grandezas físicas que estruturam o pensamento físico. A diferença é que em tempos atuais prevalecem relações vetoriais e não relações puramente geométricas.

Sem o reconhecimento destas relações físico-matemáticas, talvez, saber que o seno estrutura projeções vetoriais na Física seja tão técnico quanto aplicar $M = Fdsen\theta$ para a solução, sem saber o aspecto essencial de $sen\theta$ na Física.

Portanto, talvez, além de reconhecer aspectos essenciais do uso de estruturas matemáticas na Física seja interessante o reconhecimento das relações físico-matemáticas que as permeiam. São elas que permitem o acesso ao pensamento físico capaz de questionar e interpretar a fenomenologia presente no mundo empírico.

Karam e Pietrocola (2009) ainda exemplificam, mediante outros problemas tradicionais e novas perguntas, a possibilidade de abrir uma discussão com os estudantes, de forma que estes identifiquem a utilização de funções trigonométricas para a representação de fenômenos periódicos. Outro formato de estrutura matemática comum em osciladores, pêndulos, ondas, circuitos elétricos RC, movimento circular, dentre outros.

Novamente, os autores enfatizam que a identificação das funções trigonométricas para representar a periodicidade de fenômenos físicos seria uma *habilidade estruturante*, pois os mesmos saberiam os porquês daquele modelo matemático para representar a periodicidade de alguns fenômenos e isto potencializaria um uso mais consciente destas estruturas matemáticas, livre de uma aplicação '*cega*' de fórmulas.

Ao final, Karam e Pietrocola (2009) anunciam a necessidade de um debate mais amplo para maiores atributos às definições de *habilidade estruturante*. Além do desenvolvimento de estratégias didáticas voltadas ao aprimoramento das mesmas.

Fica nítido que o viés defendido pelos autores caracteriza as (ou uma das) *habilidades estruturantes* como algo subjacente ao uso da Matemática na Física. Ou, de entender os porquês das estruturas matemáticas na Física para fins de possíveis conclusões ou raciocínios analógicos, entre diferentes áreas como Mecânica e Eletricidade, por exemplo. Similar ao método analógico empregado por Maxwell.

Isto diz mais a respeito do empenho estratégico ou didático-pedagógico, na abordagem Matemática no ensino de Física, do que do âmbito semântico. Portanto, julgá-lo, desta perspectiva, seria imprudente.

No entanto, é importante lembrar, conforme descrito anteriormente, que o foco principal do estilo maxwelliano era chegar as relações físico-matemáticas, via analogias. Promover analogias sem a construção de significados físico-matemáticos prévios pode ser tão *técnico* quanto substituir, cegamente, valores numéricos em uma determinada equação.

As analogias estruturam o pensamento físico, mas porque carregam as relações físico-matemáticas. Se o desejo é instrumentalizar o público estudantil de *habilidades estruturantes,* defende-se que estas tenham projeção naquilo que há de essencial no estilo analógico maxwelliano; os significados subjacentes as relações físico-matemáticas e não, unicamente, na forma como a Matemática é ou foi utilizada na Física.

Toma-se como exemplo, a estrutura matemática da indução eletromagnética, $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$, onde $\phi = BAcos\theta$. Nesta última equação, não é o cosθ que estrutura uma ideia física. Seu papel é possibilitar a representação da relação físico-matemática entre o fluxo magnético e a sua possível variação, mediante a um movimento de rotação. O cosseno teta permite relacionar um objeto do Magnetismo (fluxo magnético) com um objeto da Mecânica (movimento de rotação). É esta relação que estrutura o pensamento físico, subjacente a uma variação do fluxo magnético. Sem construir o significado físico-matemático desta relação, saber, apenas, que o cosseno pode representar um movimento periódico pode ser tão *técnico*[13], quanto a aplicação de fórmulas.

Do ponto de vista semântico, defende-se que o ensino de Física privilegie um processo de matematização, focado no discurso contido de elementos, implícitos ou explícitos, subjacentes as relações físico-matemáticas, pertinentes ao pensamento físico. Afinal, o processo de matematização de ideias físicas não se constitui, somente, via uma simbologia formalizada.

Em hipótese alguma, esta tese posiciona-se a favor de uma abordagem dita apenas conceitual no ensino de Física. Aquela que prega a eliminação da formalização simbólica.

13 Salienta-se, que, tangente à matematização, a *técnica* tem a sua importância dentro da produção teórica e ensino da Física. Não pretende-se esticar este debate, porém, é impossível defender uma abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física, de modo a extirpar as suas nuances ligadas à *técnica*. Há, inclusive, um forte questionamento para desdobramentos futuros: a abordagem *técnica* poderia viabilizar a abordagem *estruturante* ou vice-versa?

Pelo contrário, a missão aqui é atender o chamado de Karam (2012), que convoca a comunidade em não medir esforços para a defesa de um ensino de Física focado no conceitual-formal.

Seja em pesquisas, formação de professores e confecção de materiais didáticos. Porém, é importante salientar evidências histórico-epistemológicas de que nem sempre um ato de matematização na Física está, necessariamente, atrelado ao simbolismo formal da Matemática.

A construção da teoria eletromagnética pode evidenciar este fato. Afinal, os constructos físicos de Faraday, baseados em suas linhas de campo com ação contígua, não foram formalizados simbolicamente pelo mesmo. Porém, isto não significa que o mesmo não tenha chegado as relações físico-matemáticas que estruturaram o Eletromagnetismo. O responsável pela simbolização foi Maxwell, via o seu método analógico de matematização, mas a inspiração, conforme o próprio físico escocês esclarece, advém da forma como Faraday expõe suas ideias.

A inspiração de Maxwell nas ideias não formalizadas de Faraday, exige a expansão do conceito de matematização. Talvez, para o âmbito da construção de significados relacionais entre grandezas físicas e classes de objetos físicos.

Maxwell enxerga nos métodos de Faraday as relações e, através de analogias formais e materiais, matematiza-as, simbolicamente. Sendo que, na sequência da história da Física, tais analogias são deixadas de lado, porém, permanecem as relações que, até então, estruturam as ideias físico-matemáticas do Eletromagnetismo.

Habilidade pressupõe a instrumentalização. A distinção entre *habilidades técnicas* e *estruturantes* tem enorme pertinência. Afinal, conforme Karam e Pietrocola (2009), permitem perfilar ou fundamentar uma distinção entre aquilo que se entende por abordagem *técnica* e/ou *estruturante.*

Porém, talvez, seja mais interessante prover a definição de tais habilidades mediante análise do próprio conhecimento físico, porque é deste que provém o *estruturante.* O qual possui a sua essência nas relações físico-matemáticas. Sejam as ligadas a proporções físico-matemáticas ou de estrutura físico-matemática.

A instrumentalização *estruturante* não está, unicamente, contida na forma como os estudantes utilizam a Matemática na aprendizagem de teorias físicas ou resolução de exercícios e problemas, que também tem sido pauta de investigação.

Bing (2008) e Bing e Redish (2009), por exemplo, defendem que a Matemática desempenha diferentes papeis epistemológicos em uma aula de Física. Reflete em cálculos estruturais, relações físicas, fornece um sistema conciso de ideias e permite a previsão de resultados. Segundo os autores, uma simples equação como $x = x_0 + vt$ pode desencadear estes nichos epistêmicos.

Considerando a Matemática como espinha dorsal da Física, provedora de uma linguagem capaz de expressar e aplicar leis e relações, estes autores analisam estudantes de nível superior em Física resolvendo e justificando as soluções de problemas propostos.

Mediante a observação dos dados coletados, estes autores propõem uma ferramenta de análise, denominada *epistemological framing,* que potencializaria a análise do desenvolvimento de habilidades necessárias a resolução de problemas de Física. Considerando que isto poderia auxiliar o ensino de Física, quanto a seleção de atividades que facilitem o desenvolvimento de determinados conhecimentos, assim como permitiria aos professores reconhecerem o desenvolvimento de um sofisticado comportamento na solução de problemas, mesmo diante de erros matemáticos.

A grosso modo, esta análise refere-se a percepção ou julgamento dos alunos (inconsciente ou consciente) sobre que ferramentas e habilidades são apropriadas para determinado contexto ou situação específica. Embora estes *framings* sejam tácitos, em determinadas ocasiões tornam-se explícitos. Como é o caso de quando os estudantes debatem a respeito do que fazer para solucionar um problema de Física. Ao discordarem tendem a construir um discurso de justificativas para a composição de conclusões. Os autores demonstram através de suas pesquisas que tais justificativas enquadram-se em categorias, de forma a iluminar a maneira como os estudantes estruturam epistemicamente uma situação problemática.

Seus resultados apontam quatro grupos de *framings*: *calculation, physical mapping, invoking authority e math consistency.* Os autores teorizam estes recursos epistemológicos para a solução de problemas de Física como estruturas de controle, que permitiriam aos estudantes enquadrarem o conhecimento que dispõem, de forma a se concentrarem em um subconjunto específico do conhecimento total que disponibilizam.

O problema do Quadro 1, abaixo, é um exemplar utilizado pelos pesquisadores no estudo de caso, referente a três estudantes executando e debatendo a solução do mesmo.

Quadro 1 - Problema de Física proposto para os alunos solucionarem

A rocket (mass m) is taken from a point (A) near an asteroid (mass M) to another point (B). We will consider two (unrealistic) paths as shown in the Fig. 1. Calculate the work done by the asteroid on the rocket along each path. Use the full form of Newton's universal law of gravitation (not the flat earth approximation mg). Calculate the work done by using the fundamental definition of work: $W_{A\to B}=\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$.

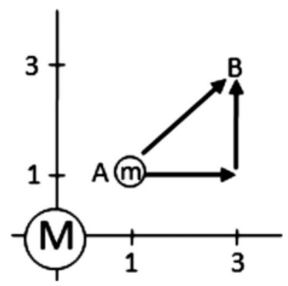


FIG. 1. Case study problem.

Fonte: Bing e Redish (2009, p. 9)

Para exemplificar os *framings,* utilizados durante a solução do problema acima, os pesquisadores identificam as seguintes negociações entre os estudantes que foram gravados no estudo de caso.

Um deles, inicialmente, propõe a solução do problema via a ideia errada que quanto maior o caminho, maior o trabalho físico, caracterizando o uso do recurso epistemológico denominado *physical mapping*. O mesmo, ao observar a integral $w_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dr}$, valida a proporcionalidade direta entre trabalho físico e distância, justificando que quanto maior a distância, maior o trabalho físico. Escrevendo na sequência a equação incorreta $\int_{\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}}\left(\frac{1}{r^2}\right)dr = \int_1^3\left(\frac{1}{y^2+9}\right)dy + \int_1^3\left(\frac{1}{x^2+1}\right)dx$ para representar o trabalho total.

Um outro aluno, tenta convencê-lo de que o trabalho físico independe do caminho, utilizando o recurso epistemológico *invoking authority*. Segundo os pesquisadores, o aluno propõe o uso da Matemática como autoridade, uma espécie de mantra tácito, que diz respeito a regras e definições, embora, o estudante, nesta parte do estudo de caso, tenha omitido, em suas justificativas, que sua afirmação só é válida para forças conservativas, como é o caso da força gravitacional.

Na sequência, o mesmo estudante que estava imerso no *framing physical mapping* redireciona seu posicionamento epistemológico para o *framing calculation,* a fim de garantir que o trabalho depende do caminho. Para isso, propõe que a solução se realize mediante a resolução da equação incorreta acima, de forma que o resultado demonstre um valor confiável ao ponto de comprovar sua tese.

Segundo os autores, neste *framing calculation* os estudantes creem que a Matemática consiste num conjunto padronizado e auto-consistente de manipulações e transformações capazes de fornecer um resultado válido e confiável. Tanto que, ao final da resolução, independente dos erros matemáticos, o aluno obtém os resultados esperados, que comprovariam sua tese de que o trabalho depende do caminho. Segundo os pesquisadores, este estudante teria utilizado o *framing calculation* como uma sub-rotina para comprovar sua argumentação inicial, baseada no *framing physical mapping*.

Neste exemplo nenhum dos estudantes fez uso do recurso epistêmico *math consistency*, que diz respeito ao aluno reproduzir analogias entre representações matemáticas em diferentes áreas da Física. Um exemplo seriam as analogias possíveis entre as expressões matemáticas da força gravitacional, $F = G\left(\frac{Mm}{d^2}\right)$, e da força elétrica, $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Qq}{d^2}\right)$.

Ataíde (2012) também desenvolve estudos com estudantes do nível superior para mapear como estes entendem a função da Matemática na construção de conceitos físicos e de que forma empregam esta inter-relação na resolução de problemas de Física, subjacentes a Termodinâmica. Os estudos foram conduzidos utilizando os referenciais teóricos dos Modelos Mentais de P. Johnson-Laird, da Teoria dos Campos Conceituais de G. Vergnaud e de uma integração destas duas teorias proposta por Greca e Moreira (2002). Assim como estudos históricos gerais acerca das relações entre a Física e a Matemática e, também, focado no processo histórico de matematização da própria Termodinâmica.

Seus resultados apontam a existência de uma forte relação entre o sucesso no processo de resolução de problemas e a visão que os estudantes têm do papel da Matemática na construção do conhecimento Físico. Visões que para a maioria destes estudantes se apresentam como teoremas-em-ação coerentes com elas.

Apesar de pertinentes estes estudos, concorda-se com Georgiou, Maton e Sharma (2014), os quais salientam que o conhecimento tem sido negligenciado em pesquisas educacionais, de forma a ser visto de acordo com as concepções estudantis.

Maton (2014a) denomina isto de uma crença subjetivista do conhecimento. Para este sociólogo da educação, defensor do realismo social, tal negligência se deve a crença de que o conhecimento compreende um estado mental, consciência ou disposição para agir, sendo necessário estar associado a um sujeito conhecedor.

Ao que tudo indica, as pesquisas de Bing (2008), Bing e Redish (2009) e Ataíde (2012) valorizam as diferentes formas de conhecimentos assumidas pelos alunos. Assim, conforme a crítica de Georgiou, Maton e Sharma (2014), ao equiparar isto a conceitualização do próprio conhecimento, a compreensão do assunto seria reduzida à análise do estudante. Ambos parecem priorizar o conhecimento dos conhecedores, de forma a obscurecer a natureza do que está sendo aprendido, tratando o próprio conhecimento como algo homogêneo e neutro.

Ou seja, nestes trabalhos, e outros não citados aqui, a questão do processo de matematização no ensino das ideias físicas tem o foco e sustentação na atividade estudantil. O conteúdo físico em si, a ser matematizado, parece deslocado para as concepções dos estudantes. Neles, as bases epistemológicas, em que a Matemática é evidenciada como estrutura para a confecção de ideias físicas, ficam obscurecidas ou em segundo plano.

4.2 A QUALIFICAÇÃO DA ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Obviamente, até aqui, certos posicionamentos já foram estabelecidos nesse tabuleiro. No entanto, a grande questão desta tese diz respeito a qualificação ou análise do discurso de matematização no ensino de Física. De forma, que haja capacidade de estabelecer um espectro entre dois extremos; a abordagem *estruturante* e a abordagem *técnica* em tal ato discursivo.

Até então, a proposta mais avançada, quiçá única, é a de Karam (2012), que em sua tese propõe uma ferramenta teórica para esta análise ou qualificação. Praticamente, todas as outras propostas derivam desta, sem grandes proposições quanto ao quadro conceitual ou ferramental.

Assim, de início, faz-se uma descrição da proposta de Karam (2012) e, na sequência, estabelece-se as contribuições pretendidas, nesta seara.

Karam (2012), ciente do abismo existente entre constatações epistemológicas das relações entre a Matemática e a Física e o contexto de uma sala de aula, preocupa-se com a exacerbada ênfase no caráter *técnico* da matematização disponibilizada em salas de aula de Física. Equações matemáticas sendo apresentadas sem justificativas ou deduções, problemas numéricos resolvidos de maneira algorítmica e acrítica, modelos matemáticos isentos de interpretações físicas etc. Uma abordagem ‘*seca*’ e ‘*estéril*’ da Matemática. Praticamente, voltada para aplicação de fórmulas.

Imerso na linha de Pietrocola (2002), o autor defende que o ensino de Física capacite o público estudantil em utilizar a matemática como instrumento para pensar o mundo físico. A ênfase no seu caráter *técnico* induz no público discente uma espécie de aversão aos aspectos matemáticos das teorias físicas.

Para Karam (2012), esta aversão ou falta de entendimento do papel da Matemática na Física tem motivado professores e pesquisadores a defenderem uma abordagem denominada '*conceitual*'. O argumento é de que seria mais produtivo privilegiar questões teórico-conceituais, eliminar as complicadas equações matemáticas e focar na compreensão, puramente conceitual, de fenômenos físicos. Uma espécie de solução para a doença, cuja proposta não é investir na cura, mas sim, eliminar o paciente. Afinal, existe Física, sem o seu processo de formalização físico-matemático?

O autor argumenta que, independentemente do nível escolar, abrir mão do formalismo matemático não seria um bom caminho para solucionar a exagerada ênfase no papel técnico-instrumental, concedido a Matemática. Seu repúdio se concretiza pela convocação da comunidade acadêmica em não medir esforços na área de pesquisa em ensino de Física, de forma a romper com a ilusória dicotomia '*conceitual-formal*' e fortalecer um ensino focado na compreensão conceitual da física, auxiliada pelo formalismo matemático. Em resumo, gerar resultados e discussões que demonstrem a possibilidade de um ensino de Física em acordo com o papel estrutural da Matemática, de modo a se promover caminhos didático-pedagógicos para uma abordagem *estruturante*, capaz de desenvolver, junto ao público estudantil, *habilidades estruturantes.*

No entanto, Karam (2012) se depara com certos questionamentos:

> Como definir, caracterizar e exemplificar tais habilidades? E ainda, como abordá-las num contexto de ensino? É relativamente fácil criticar uma abordagem excessivamente técnica na qual o formalismo é vazio de significado, isto é, sabemos o que não queremos: mas afinal, o que queremos? (idem, 2012, p. 58).

Segundo o próprio pesquisador, para responder estes questionamentos foram seguidas duas linhas complementares: uma epistemológica e outra empírica.

Em sua investigação, Karam (2012) descobre que a temática referente as relações entre Matemática e Física tem sido pouco pesquisada sob a ótica do ensino. Em sua revisão bibliográfica o autor analisa trabalhos selecionados em três grupos: 1) modelagem matemática, 2) compreensão de fórmulas de Física e 3) o uso de Matemática na resolução de problemas de Física.

Para efeitos de conclusão, identifica duas lacunas a serem preenchidas. Primeiramente, nenhum dos trabalhos analisados apresenta considerações históricas e/ou epistemológicas sobre as relações de troca entre a Matemática e a Física. Em segundo lugar, raros foram os trabalhos que investigaram tal questão no contexto do ensino, sendo mais focados no processo de aprendizagem.

Para suprir a primeira lacuna, o pesquisador apresenta argumentações referentes a importância da Matemática para a Física, aspectos históricos da matematização na Física e um levantamento abrangente sobre posicionamentos históricos, filosóficos e epistemológicos, de físicos, matemáticos e filósofos, a respeito da complexa relação entre estas duas ciências.

As principais ideias coletadas nos trabalhos analisados são apresentadas no Quadro 2, abaixo.

Quadro 2 - Resumo das principais ideias a respeito do papel da Matemática na Física

Autor(es)	**Ideias principais**
Bachelard	- Matemática como linguagem descritiva é insuficiente para o novo espírito científico; - O esforço matemático constitui o eixo da descoberta, é a expressão matemática a única que permite pensar o fenômeno
Bochner	Análise da importância de conceitos matemáticos básicos (multiplicação, funções, números reais, complexos, entre outros) para a física por meio de estudos de caso
Boniolo *et al.*	- Coleção de artigos contendo diversos posicionamentos filosóficos sobre o tema - Discussão de inúmeros estudos de caso e abordagens interdisciplinares
Boniolo e Budinich	- 5 posicionamentos filosóficos para justificar a efetividade da matemática na física - Releitura da semiótica de Peirce: Signo físico-matemático como ícone, índice e símbolo - Revolução metodológica de Dirac: do ícone para o índice
Einstein	- Pensamento matemático puro como chave para o entendimento da natureza - Método da física teórica e geometria euclidiana: valor dedutivo dos princípios físicos
Feynman	- Necessidade de matemática para as leis fundamentais da física - Tradições babilônica e euclidiana: físico faz matemática babilônica - Física ≠ Matemática: físicos se interessam por casos específicos e concretos
Gingras	O que a matemática fez com a física? - Abordagem histórica (1700-1900) das consequências social, epistemológica e ontológica da matematização da física
Kline	- Matemática e o mundo físico - Diversos exemplos de como fenômenos do mundo físico influenciaram o desenvolvimento de teorias matemáticas
Koyré	- Profunda análise da física aristotélica e das razões para seu caráter não matemático - Galileu e Platão: a importância da obra de Galileu para a matematização da física
Paty	- Necessidade de análise detalhada, caso a caso, para não cometer falsas generalizações - Mecânica e cálculo diferencial, Hidrodinâmica e derivadas parciais - Das matemáticas mistas à física matemática - Níveis "*fraco*" e "*forte*" - Neutrino: da partícula matemática à física - Incapacidade da lógica em fornecer conhecimento sobre o mundo da experiência - História da noção de grandeza física: de qualidades para quantidades - Importância do pensamento de Descartes - Extensão da noção de grandeza física para enfatizar aspectos estruturais e relacionais
Poincaré	- Objetivo estético e físico da análise matemática - Importância da física para a matemática e vice-versa - O poder da analogia formal
Steiner	- "Analogia pitagórica" como estratégia responsável pelo sucesso da física

	contemporânea - Análise detalhada da aplicação de analogias pitagóricas em suas principais descobertas
Wigner	- Questiona a possibilidade de se entender a efetividade da matemática nas ciências - Produz considerável impacto e estimula diversas discussões filosóficas
Zahar	- Razões para a matematização da física: 1) Ganho de conteúdo através da tradução para uma linguagem matemática e 2) Interpretação realista das entidades matemáticas

Fonte: Karam (2012, p. 34)

Conforme menciona em sua tese, estas ideias foram cruciais para interpretar a atitude didático-pedagógica ligada a abordagem Matemática em aulas de Física, ministradas no ensino superior, por um professor, experiente e diferenciado. Esta seria a complementação empírica para preencher a segunda lacuna, diagnosticada em sua revisão bibliográfica.

Como forma de distinguir entre uma abordagem *estruturante* e uma abordagem *técnica*, para a análise das aulas gravadas, Karam (2012) propõe se pautar pelas definições de *habilidades estruturantes* e *habilidades técnicas*, cujas definições são propostas por Pietrocola (2008) e aperfeiçoadas por ambos em Karam e Pietrocola (2009).

Para o pesquisador, as *habilidades estruturantes* seriam condizentes com o "uso organizacional da Matemática em domínios externos" a ela, como seria o caso da Física. Definição primária de Pietrocola (2008, p. 7 – tradução nossa).

Segundo Karam (2012), pode-se estender tal definição para "a habilidade de pensar matematicamente os fenômenos do mundo físico, ou seja, de utilizar estruturas matemáticas (lógicas, dedutivas, seguras) para a construção teórica de conceitos e explicações físicas". (KARAM, 2012, p. 57).

Karam (2012) associa as *habilidades estruturantes* 1) ao *nível forte* proposto por Paty (1995), onde a Matemática desempenharia o papel de estrutura de ideias físicas, ou seja, dotada de uma carga semântica na produção teórica da Física; 2) a ideia do filósofo Zahar (1980), para quem a formulação matemática de uma teoria física implica em encorpar um princípio físico, ou seja, ocorre um ganho de conteúdo, e 3) às categorias *physical mapping e math consistency* de Bing e Redish (2009).

Já as *habilidades técnicas,* segundo Karam (2012), estariam associadas ao *nível fraco* de Paty (1995), onde a Matemática teria um papel de simples instrumento externo, nada mais que isso. Sua abordagem no ensino de Física seria neutra, despojada de conteúdo físico e sem qualquer carga semântica. Uma espécie de '*caixa de ferramentas*' com propósitos para uma linguagem descritiva ou nominal.

Karam (2012) também apresenta um quadro resumo para diferenciar as características entre as abordagens *estruturante* e *técnica* (Quadro 3).

Quadro 3 - Aspectos da dualidade *técnico-estrutural* para analisar o uso da Matemática no ensino de Física

Caráter *técnico*/instrumental/procedimental	**Caráter *estrutural*/relacional/organizacional**
Usar uma fórmula para resolver problemas quantitativos	Demonstrar uma fórmula a partir de princípios físicos
Como/quando uso essa equação?	Por que essa equação é assim?
Plug-and-chug	Significado físico de expressões matemáticas
Professor *Alfa*: Manipulação de algoritmos de cálculo	Professor *Beta*: foco na interpretação física
Professor *Gama:* Argumentos de autoridade, regras prontas	Professor *Delta:* consistência matemática
Nível Fraco – descrição e comunicação	Nível Forte – conceituação e estrutura
Ferramenta de cálculo	Instrumento de pensamento
Ler uma equação de maneira literal. Ex: Explicar $\Delta x = v.\Delta t$ como "*deslocamento é igual à velocidade vezes o intervalo de tempo*"	Mostrar equivalência entre asserções físicas aparentemente distintas (ex. Lei da Gravitação Universal e Lei das Áreas)
Semelhanças superficiais	Analogias profundas

Fonte: Karam (2012, p. 58)

A categorização de professores tipo *Alfa, Beta, Gama* e *Delta*, presentes no Quadro 3, acima, são inspiradas na pesquisa de Bing (2008). Nela, o pesquisador cria e expõe uma situação hipotética de quatro professores de Física, de um mesmo departamento, responsáveis por lecionar a disciplina de Física Geral I, em quatro turmas diferentes.

Após uma reunião em grupo, uma semana antes do início das aulas, estes professores concluem a respeito da importância da Matemática para a Física e decidem que o pensamento matemático deve ser enfatizado em suas aulas. Assim, combinam que logo no início do curso deverá ser abordada a equação horário do movimento $x = x_0 + v\Delta t$. Após a reunião os quatro professores retornam aos seus respectivos gabinetes e iniciam a preparação desta aula inicial.

O professor *Alfa* ao observar a expressão acima, conclui que a mesma codifica um esquema de cálculo. Suas pretensões giram em torno da prática em resolver exemplos em sala de aula, de modo que os estudantes percebam que técnicas algébricas permitem manipular a expressão.

O professor *Beta* pensa diferente. Para o mesmo a expressão representa uma ideia física. Por isso conclui que o melhor caminho é escrever a equação em termos conceituais: '*a posição do móvel é igual à sua posição inicial somada ao seu deslocamento*'.

Com outra interpretação, o professor *Gama* adere a ótica de que a expressão representa uma regra conveniente para a cinemática. Portanto, o importante para ele diz respeito a explicar para os estudantes sobre a importância da aplicação da regra mais adequada para cada problema. Em sua visão a Matemática potencializa aos físicos encurtar os caminhos para a resolução de um problema e as fórmulas auxiliam neste intento.

Por último, o professor *Delta*, cuja interpretação é a de que a expressão permite desenvolver uma interconexão de ideias. Fornece uma estrutura formal, uma lógica que conecta diferentes aplicações. Fazendo com que a sua decisão didático-pedagógica opte por mostrar aos seus estudantes como a expressão se encaixa numa rede mais ampla de ideias matemáticas. Por isso, planeja deduzi-la da definição de velocidade média $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, chamar a atenção para o fato de que a posição final constitui-se na soma da inicial mais a variação $v\Delta t$, que sua estrutura também se encontra em $v = v_0 + a\Delta t$ e que, na sua essência, constitui-se como uma solução de um conjunto de equações diferenciais do tipo $\frac{d^2x}{dt^2} = k$.

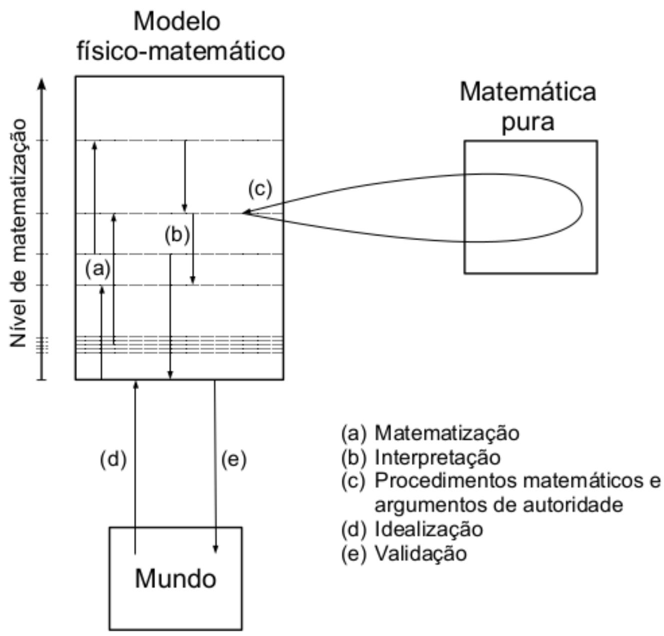
Percebe-se que tais estereótipos de professores são caracterizados por diferentes abordagens da Matemática no ensino de Física. De modo que, para Karam (2012), os professores *Alfa* e *Gama* são subjacentes aquilo que se entende por uma abordagem *técnica* e os demais, *Beta e Delta*, são referentes a abordagem *estruturante.*

Além disso, Karam (2012) apresenta um modelo teórico alternativo que distinguiria as *habilidades técnicas e habilidades estruturantes,* ao longo dos processos de matematização no ensino de Física.

Como a sua concepção de habilidades estruturais gira em torno do uso da Matemática na Física, Karam (2012) busca auxílio para a distinção delas, em modelos que representam atividades cognitivas, envolvidas no processo de modelagem matemática, que segundo o pesquisador, são denominados de ciclos de modelagem.

Com uma certa adaptação, para satisfazer a análise do processo de matematização na Física, o pesquisador apresenta o modelo abaixo, de acordo com a Figura 13.

Figura 13 - Modelo alternativo para analisar as relações entre matemática e física



Fonte: Karam (2012, p. 62)

Segundo o pesquisador, no contexto do ensino, este modelo alternativo daria conta de obter uma imagem mais fiel das relações de troca entre a Matemática e a Física, observar uma distinção entre *habilidades estruturantes* e *habilidades técnicas* e representar diferentes níveis de matematização, através das setas a e b, de forma flexível em relação a ordem das etapas apresentadas no modelo.

Diante deste escopo teórico, o pesquisador parte para a etapa empírica, a fim de constituir uma ferramenta de análise. Capaz de qualificar a abordagem Matemática no ensino de Física.

Assim, executa um estudo piloto com a gravação de parte de uma disciplina de Física Básica em um curso de Bacharelado em Física. Especificamente, foram gravadas aulas referentes ao módulo sobre a Teoria da Relatividade Restrita. Tal assunto, segundo o pesquisador, justifica-se pelo seu caráter contraintuitivo, ou seja, bastante dependente do formalismo matemático que a compõe para a instrumentalização do pensamento físico.

Por último, Karam (2012) executa a gravação de um curso de Física III, sobre Eletromagnetismo. Sendo este justificado por ser uma teoria física altamente estruturada matematicamente.

A ferramenta computacional utilizada para categorizar momentos da aula do professor, quanto ao papel da Matemática nas teorias físicas, foi o *videograph*, cujo processo de categorização auxiliou na própria definição das categorias elencadas. Como resultado, o pesquisador apresenta uma ferramenta teórica composta por oito categorias e oito subcategorias, conforme breve descrição no Quadro 4, abaixo.

Quadro 4 - Resumo das categorias de análise para qualificar a abordagem da Matemática no ensino de Física

Categoria		Descrição	Exemplos das aulas
Matematização	M2 Estruturas Matemáticas	Estruturas matemáticas são utilizadas para representar grandezas físicas e suas relações. Aspectos essenciais são identificados e justificativas físicas são oferecidas.	*Então o problema do i é que ele é um escalar. E se eu quiser ser mais preciso eu tenho que usar um vetor (j, densidade de corrente).*
	M1 Modelização	Idealizações, aproximações e seleção de variáveis relevantes são abordadas de maneira explícita.	*Se a carga estiver concentrada num ponto fica difícil. Mas supõe que ela seja uma bolinha.*
Interpretação		Estruturas matemáticas são interpretadas fisicamente. Casos particulares e limites são comumente utilizados.	*O que significa integrar em dy? [...] O que essa expressão fala? [...] O que acontece se x, y, z forem nulos?*
Técnica	T2 Entendimento Conceitual	Explicações conceituais para regras e procedimentos matemáticos são dadas. A justificativa é somente matemática.	*Imagina um vetor r qualquer de componentes x y z. Se você fizer essa conta, isso dá $x^2 + y^2 + z^2$ que é igual ao módulo do vetor ao quadrado.*
	T1 Manipulação e Autoridade	Manipulações técnicas são realizadas e argumentos de autoridade são evocados. Postura displicente.	*Agora você está autorizado a virar a manivela matemática. Então joga lá e começa a manipular.*
Visual	V2 Pictórico	Desenhos, diagramas e esquemas são utilizados como fonte de explicação.	*A carga positiva cria um campo amarelo assim (desenha). A negativa cria um campo laranja assim.*
	V1 Gestual	Gestos desempenham um papel essencial para a construção de significados.	*O objeto matemático adequado para descrever coisas que fazem assim (gira o dedo) é o rotacional.*
Analogia	A2 Formal	Semelhanças e diferenças formais são destacadas. Caráter unificador de estruturas matemáticas é esclarecido.	*Eles pegaram essa formulação matemática e utilizaram em situações diversas. [...] Mas existem diferenças importantes.*
	A1 Material	Diferentes situações cotidianas, analogias e metáforas são utilizadas para a significação de conceitos abstratos.	*Cachorro sabe calcular gradiente? Sabe. [...] Como ele consegue achar um bife numa sala escura?*
Dedução		Aspectos do caráter lógico-dedutivo do conhecimento físico são mencionados. Fórmulas são deduzidas a partir de princípios físicos.	*A lei de Gauss inverte a ordem lógica dessas duas afirmações. Ela eleva a constância do fluxo a uma verdade maior do que aquela (Lei de Coulomb).*
Epistemologia		Discussões filosóficas são conduzidas. Diversos aspectos do fazer física são problematizados.	*Na física a gente usa A gente usa matemática de um jeito bastante intuitivo. O nosso pensar é mais ligado ao mundo material.*
Metacognição		Estudantes são encorajados a refletirem sobre seus próprios pensamentos. Dificuldades para a compreensão de conceitos abstratos são frequentemente explicitadas.	*Essa confusão ocorre sempre com todo mundo que estudou esse negócio. E se ela não ocorreu com você, é porque você não percebeu isso ainda. Ela está ocorrendo e você não sabe.*

Fonte: Karam (2012, p. 117)

Para validar sua ferramenta, Karam (2012) compara as suas categorias propostas a uma categorização de outros quatro pesquisadores. Executadas a partir dos mesmos trechos de gravação analisados por ele. Com isso, obtém um nível satisfatório de concordância.

Numa segunda etapa de validação, o pesquisador executa duas entrevistas com o professor investigado, visando averiguar suas justificativas para as diferentes características didático-pedagógicas representadas em cada categoria.

Nesta entrevista, o pesquisador (E), inicialmente, apresenta as suas categorias num quadro. A primeira observação do professor (P), seguida de uma resposta do pesquisador (E) foram as seguintes:

> P – Eu estou com medo disto pelo seguinte: se um tecnocrata pega isso daqui o cara vai começar a ir no concurso e levar uma maquininha dessa, em vez de focar na aula que o cara dá, ele vai ficar fazendo isso e se ele tiver um padrão do que ele considera o ideal, ele vai dar nota pela máquina.
>
> E – Aí ele deturpou totalmente. Eu tenho esse cuidado na minha cabeça. Essa imagem é legal, ela me mostra uma diferença, mas não é suficiente. É preciso analisar o que está sendo abordado mais profundamente de maneira qualitativa. (KARAM, 2012, p.203).

A seguir, o professor aprova a ferramenta de análise como instrumento de pensamento.

É louvável o pioneirismo de Karam (2012) que, praticamente, parte do *zero* em busca da qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física. No entanto, conforme o rito acadêmico, sua proposta permite desdobramentos. Afinal, uma boa tese propõe, no mínimo, a resolução de uma problemática e dentro desta deixa lacunas ou a oportunidade de contrapropostas. É isso que incendeia o avanço na pesquisa científica. Sem lacunas, nada de avanços e qualquer área científica estaria condenada ao desaparecimento.

Portanto, sem o intento de uma avaliação valorativa, subjacente a ferramenta teórica de Karam (2012), aponta-se onde a presente tese pretende contribuir, de modo a colaborar tanto com o campo da pesquisa quanto do ensino.

A primeira contribuição, diz respeito aquilo que se entende por *estruturante*. Desde a raiz que propõe a abordagem *estruturante* (PIETROCOLA, 2002), não parece claro o que significa este elemento. A não ser quanto ao papel da Matemática na Física. Porém, se há um elemento que torna a Matemática uma estrutura para a Física, isto não fica evidente. Tanto nas análises históricas e epistemológicas quanto na sua transposição para o ensino.

Há o vislumbre de que esta característica epistêmica estrutural da Matemática adentre no discurso de matematização proferido em materiais didáticos e salas de aula de Física. No entanto, ao que tudo indica, até aqui, o elemento estruturante diz respeito apenas ao papel da Matemática empregado na atitude didático-pedagógica do ensino de Física.

Isto implicaria que o *estruturante* constitui-se num elemento analítico característico da atitude didático-pedagógica em si. No entanto, *tal elemento viria desta ou do próprio conhecimento físico matematizado*?

O caminho teórico-metodológico para responder esta pergunta, a fim de caracterizar o *estruturante* como item analítico, é apresentado no capítulo 3. De lá provém as relações físico-matemáticas que permitem a construção de significados *estruturantes* na abordagem matemática no ensino de Física. Relações físico-matemática de dois tipos; relações físico-matemáticas de proporção e de estrutura.

Esta é a essência dos estilos orgânico newtoniano e analógico maxwelliano de matematizar a Física. Ou seja, a aposta desta tese é a de que o elemento que caracteriza o *estruturante* provém do próprio conteúdo físico. Sendo as relações físico-matemáticas o elo entre o epistemológico da teorização da Física e o discurso do processo de matematização no ensino dela.

Por este viés, uma abordagem *estruturante* se caracteriza por carregar em seu discurso de matematização, uma essência em direção as relações físico-matemáticas. Afinal, são estas que estruturam o pensamento físico. Instrumentalizam o questionamento e interpretação de fenômenos presentes no mundo empírico.

Pela ótica da semântica, portanto, analisar o discurso do processo de matematização, em materiais didáticos ou salas de aula de Física, estabeleceria os holofotes nas relações físico-matemáticas. A essência ou força que a Matemática provém à Física.

Isto pressupõe algo complementar à análise da atitude-didático pedagógica matematizadora. Afinal, de certa forma, ambas se concentram na construção de significados.

Com certeza, o professor analisado por Karam (2012) carrega esta essência, em sua abordagem matemática para o ensino de ideias físicas. Pois é esta essência que forja as suas atitudes didático-pedagógicas em *matematizar, interpretar,* prover a técnica, destacar o aspecto *visual*, *fazer analogias, deduzir*, promover o debate *epistemológico* e incentivar o ato *metacognitivo.*

Portanto, mesmo que esta tese proponha um caminho teórico-metodológico distinto, para a constituição de uma ferramenta de análise, capaz de distinguir o espectro existente entre as abordagens *estruturante* e *técnica,* pressupõe-se a existência de uma convergência com a proposta de Karam (2012).

Dentro deste viés semântico é possível detectar, via a Teoria dos Códigos de Legitimação de Maton (2014a), um Alcance Semântico da abordagem Matemática no ensino de Física. Tal possibilidade se concretiza mediante a construção de um perfil semântico, via a análise epistêmica do discurso de matematização empregado no ensino de ideias físicas. Seja em salas de aula ou materiais didáticos.

O modo como este Alcance Semântico oscila, ao longo do ato discursivo que forja a atitude didático-pedagógica, potencializaria qualificar a abordagem dentro do espectro *técnico-estruturante.* Enfim, o perfil semântico permitiria uma espécie de qualificação a respeito de quão *estruturante* ou *técnica* é a abordagem. Eliminando a dicotomia '*é estruturante*' ou '*é técnica*'.

5 A ABORDAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA NO ESPECTRO SEMÂNTICO

Conforme visto, a caracterização estrutural da Matemática na teorização da Física advém de uma análise histórico-epistemológica do próprio conteúdo físico, produzido na esfera de um *saber sábio*[14] (CHEVALLARD, 1991). Porém, o *estruturante* subjacente a um discurso de matematização ligado ao ensino de Física localiza-se em outras duas esferas, a do *saber a ensinar*[15] e do *saber ensinado*[16]. (CHEVALLARD, 1991).

Portanto, transpor tal característica estruturante para o ensino de física pressupõe a existência de alguns degraus importantes. A forma como cientistas matematizam ideias físicas e dão corpo a uma realidade objetiva pode ser instrutiva, porém, constitui uma esfera de construção de saberes e desenvolvimento de habilidades que não são, diretamente, transponíveis aos materiais didáticos e salas de aula de Física, principalmente, numa formação de nível básico.

Construir saberes na esfera do ensino pressupõe, necessariamente, uma intencionalidade didática e um projeto de formação educacional. Algo que pressupõe um discurso diferente, quando comparado a comunicação científica proporcionada na esfera do *saber sábio*.

Conforme argumenta Bernstein (1998), o discurso pedagógico possui uma lógica própria e diferencia-se da lógica do discurso do conhecimento originado em seu campo de produção. Segundo o autor, "o discurso pedagógico está constituído por um princípio

---

14 *Saber sábio* diz respeito a esfera de produção das ideias científicas, produzido por cientistas (físicos, matemáticos, biólogos, químicos etc.).
15 *Saber ensinar* diz respeito a esfera de produção de um conhecimento ensinável, mediante a transformação do *saber sábio.* O *saber ensinar* é produzido por autores de livros didáticos, por exemplo.
16 *Saber ensinado* diz respeito ao saber presente na sala de aula, produzido pelos docentes.

recontextualizador que se apropria, desloca, re-enfoca e relaciona seletivamente outros discursos para estabelecer sua própria ordem". (BERNSTEIN, 1998, p. 63 – tradução nossa).

Para Chevallard (1991) isto não é diferente. Para chegar aos materiais didáticos e salas de aula, o conhecimento passa por um processo de didatização, que o torna ensinável. Sendo que no '*percurso'* didatizador *saber sábio* ► *saber a ensinar* ► *saber ensinado,* os saberes passam por transformações, reorganizações e adaptações, principalmente, por adequações ligadas a um projeto de ensino, formação e intenções didáticas definidos. O saber escolar, portanto, segundo Chevallard (1991) condiz com um novo saber.

Isto pressupõe questionar o tipo de formação que se pretende mediante ao ensino daquilo que foi legitimado como *saber ensinar* e o modo como se ensina. Portanto, a Matemática pode ser considerada uma ferramenta de estruturação teórica de ideias físicas como princípio de pensamento, porém, o uso deste ferramental realizado por cientistas, na criação de teorias físicas, não é o mesmo que se deseja para estudantes expostos ao ensino de tais teorias.

Deseja-se que estes últimos também se apropriem da habilidade de pensar mediante as estruturas matemáticas da física, de modo a revelar uma maneira científica de pensar ou raciocinar perante a análise e questionamento de fenômenos físicos. Principalmente, na atividade de resolução de problemas. Porém, mesmo que esta habilidade revele a construção de modelos, estes últimos são distintos no âmbito explicativo, quando comparados com os modelos construídos e propostos na esfera do *saber sábio.* Afinal, o funcionamento didático do saber é distinto do funcionamento acadêmico, pois compõem-se em dois regimes de saber, cuja relação é mútua, porém não superponível. (CHEVALLARD, 1991).

Vizcaíno Arevalo e Terrazzan (2015) reconhecem que o processo de formalização de teorias físicas, interligando conceitos, leis, princípios, deve-se muito ao processo de matematização. Isto tem permitido à Física apresentar progressos, novas descobertas e a formalização de teorias físicas bastante preditivas.

No entanto, como enfatizam os autores, para assumir as formas da Matemática tomadas pela Física como parte de uma estrutura de explicação, para justificar um ensino de Física, baseado na matematização, é necessário distinguir com clareza o que constitui este processo no construto de teorias físicas e, também, no ensino de física, de forma a reconhecer os limites e restrições de tal fundamentação. Em resumo, conforme os autores, a abordagem matemática na construção de teorias físicas tem como foco a constituição de '*explicações* *científicas*', enquanto a abordagem matemática no ensino de física está imersa numa intencionalidade didática, de modo a prover uma explicação destas '*explicações científicas*'.

Em relação a isto, Vizcaíno Arevalo (2013) complementa, que no contexto do ensino de Física os termos '*explicação*' e '*linguagem'* apresentam diferenças, uma vez que o papel dos professores em sala de aula não condiz com o objetivo de formular leis que buscam novas formas de explicar a natureza, como é o caso dos físicos. O papel principal condiz em explicar para outras pessoas como tais leis foram construídas pela comunidade científica e explicar como podem ser construídas explicações para investigar ou questionar o comportamento da natureza.

Enfim, é necessário levar em consideração que o discurso do processo de matematização no ensino de Física envolve a construção de significados, ou seja, insere-se dentro do campo da semântica.

Mais do que comunicar ou veicular informações, a matemática atua como uma linguagem no ensino de Física, em vias da construção de significados. Estes é que permitiriam abordar a essência do *estruturante;* as relações físico-matemáticas.

Mas quais significados permitiriam a identificação de itens analíticos, atrelados a essência das relações físico-matemáticas?

Esta resposta pode ser dada pela teorização do físico-teórico Jay Lemke (LEMKE, 1999; 2002), que caracteriza dois tipos de significados, na construção semântica de um significado matemático. Os significados tipológicos e topológicos.

Estes últimos estariam nas estruturas matemáticas e encontram-se de forma condensada, dependendo de uma determinada Densidade Semântica. (MATON, 2014a; DORAN, 2017).

5.1 O *ESTRUTURANTE* NO ÂMBITO LINGUÍSTICO E SEMÂNTICO

Ideias isoladas não dão conta de abarcar a complexidade do mundo. Esta certeza caracteriza o grande salto epistemológico da Ciência. Afinal, o grande valor do pensamento conceitual está no fato das ideias se articularem entre si e conjugarem teorias. Sendo que a linguagem constitui um meio de inter-relacionar tais ideias e originar significados individuais ou coletivos com muita precisão. É através da linguagem que se permite a produção de significados, subjacentes ao entendimento de diferentes situações do mundo. (SILVA e PIETROCOLA, 2003).

Conforme visto no primeiro capítulo, a Matemática potencializa estabelecer relações, de forma que na Física, classes de objetos, conceitos e enunciados podem ser interligados e constituir significados físico-matemáticos, capazes de instrumentalizar a interpretação e o questionamento de fenômenos físicos. Neste momento, mais importante que apontar os elementos filosóficos ou técnicos do processo de matematização do conhecimento físico, seja na constituição teórica da Física ou no seu ensino, é importante enfatizar que tal processo constitui-se numa prática discursiva, seja oral ou escrita. E que, portanto, remete-o ao âmbito semântico dentro da linguística.

Quando Pietrocola (2002) preconiza a necessidade de uma nova abordagem da Matemática no ensino de Física, via uma nova postura epistemológica, delimita, também, um novo olhar para questões subjacentes a linguagem. Na ocasião, o autor inspira-se nos entes categóricos de Bronowski (1983); *linguagem de ordens* e l*inguagem de ideias.* Aponta a necessidade de uma abordagem atrelada a construção de ideias e não, apenas, descritiva ou reveladora de códigos de informação. Ou seja, salienta a necessidade de olhar para o discurso do processo de matematização no ensino de Física, no âmbito da construção de significados.

Pesquisas como as de Redish (2005) e Tuminaro e Redish (2007) tem sugerido uma semântica diferente entre a Matemática abordada no ensino de Física e a ensinada na disciplina de Matemática. O primeiro, por exemplo, chama a atenção para o fato de que a Matemática na Física se destina a representar sistemas físicos, ao invés de apenas expressar relações abstratas.

As pesquisas de Tuminaro (2004) apontam que os próprios estudantes alegam diferenças entre a Matemática abordada nas aulas de Física e a Matemática das aulas de Matemática.

Pospiech (2006) apresenta um quadro para demonstrar interpretações e significados distintos entre conceitos matemáticos e seus correspondentes na Física (Quadro 5).

Quadro 5 - Diferenças semânticas entre representações em Matemática e Física

Matemática	**Física**
Números	Números com unidades
Fração	Relação
Função em sentido abstrato	Relações funcionais entre grandezas físicas
Objetos geométricos	Representações simbólicas de sistemas físicos
Derivada	Taxa de variação
Integral	Soma de infinitos infinitesimais

Fonte: Pospiech (2006, p. 8) apud Karam (2012, p. 196)

A princípio, observando o quadro acima, aparenta apenas uma distinção referente a nomenclaturas dadas na Matemática e na Física. Porém, é necessário observar o contexto semântico que cada conceito carrega, tanto no lado direito, quanto no lado esquerdo do quadro.

Enquanto na Matemática os conceitos representam ou constituem significados subjacentes a relações algébricas, geométricas, vetoriais e/ou matriciais generalizantes, na Física todos estes significados são encorpados dentro de um contexto físico-matemático, também generalizante, dentro do universo físico.

Um sinal negativo na Matemática significa uma subtração, na Física pode representar mais do que isso. Por exemplo, em $v = v_0 - at$, o sinal negativo indica o sentido do vetor aceleração. Este, quando relacionado ao sentido do vetor velocidade, outra grandeza vetorial, define ou caracteriza o tipo de movimento (acelerado ou retardado), criando significados físico-matemáticos.

É como se a Matemática operasse como uma ciência das relações dentro da Física. Porém, ao invés de relacionar apenas variáveis e constantes abstratas, as relações são inerentes a grandezas físicas, que por sua vez caracterizam processos e princípios. Portanto, tais relações são embutidas de uma essencialidade ou carga semântica ligada a uma fenomenologia. Em resumo, são as relações físico-matemáticas que carregam uma semântica capaz de estruturar ideias fundamentais de uma teoria física. Sejam relações limitadas no interior de uma equação ou outros tipos de representações como gráficos, vetores, matrizes.

Isto é diferente de considerar a Matemática uma linguagem de comunicação para a Física. Afinal, linguagem de comunicação pressupõe a função de comunicar ideias e representar conceitos através de um sistema de signos ou códigos de informação (*linguagem de ordens*). A Matemática não carrega informações da Física, constrói ou estabelece significados, subjacentes às relações físico-matemáticas.

Este é um fator ligeiramente equivocado na tese de Karam (2012). Quando o pesquisador classifica a Matemática como linguagem de comunicação para a Física. Segundo o autor, "o papel da matemática na física tem vários aspectos: ela serve como ferramenta (perspectiva pragmática), **como uma linguagem (função comunicativa)**, além de propiciar uma estrutura lógico-dedutiva (função estrutural). (KARAM, 2012, p. 1 – grifo nosso).

Este seu posicionamento fica ainda mais evidente, quando o pesquisador presta esclarecimentos de que o conceito de linguagem escolhido para a sua tese seria "a noção tradicional de linguagem como um sistema de signos que têm a função de comunicar ideias e representar conceitos". (KARAM, 2012, p. 13).

O mesmo equívoco é proporcionado por Ricardo (2012, p. 66), ao tentar justificar porque a Matemática se encaixa perfeitamente nas explicações do mundo físico, sujeito a prova empírica. Para o autor, esta associação íntima deve-se ao fato de que a Matemática seria a linguagem "que melhor se adéqua a comunicação das teorias físicas, posto que possibilita, entre outras coisas, o tratamento dos dados empíricos e a previsão de seus comportamentos futuros".

Ambos os autores comentem um equívoco, mediante a ideia limitada de que a linguagem seria um sistema de signos com a função de veicular informações. Pelo contrário, quando vista de forma mais profunda, seu papel se alastra para além desta tarefa e pode ser vista como um recurso à construção de significados (*linguagem de ideias)*. Algo mais nobre do que a simples comunicação.

O poder da Matemática está em estabelecer relações. Seja relações de proporção ou estrutura (conexão de objetos e enunciados físicos). Portanto, o que se pretende na abordagem da Matemática no ensino de Física, não seria a construção de significados?

Pietrocola (2002) defende uma abordagem Matemática no ensino de Física, com inspirações semânticas, ligadas às categorias de *linguagem de ordens* e *linguagem de ideias*, conceituadas por Bronowski (1983). A primeira diz respeito a comunicações imediatas que ocorrem no cotidiano, sendo exercida pela maioria dos seres vivos. Já a segunda é exclusiva dos seres humanos, capaz de construir significados em universos distintos.

Quando animais e plantas se limitam ao envio de ordens e necessidades imediatas, como, "*estou com fome*", "*não se aproxime*" ou "*encontrei comida*", emparelham a comunicação e linguagem no mesmo patamar. A linguagem estaria apenas veiculando um código de informação. Isto seria o entendimento da categoria denominada *linguagem de ordens*. Diz respeito a comunicações imediatas que ocorrem no cotidiano, com uso corrente pela maioria dos seres vivos. (PIETROCOLA, 2002).

Todavia, a função da linguagem para os seres humanos é mais complexa e extrapola o âmbito da simples comunicação, ordem ou descrição. Fatos, situações concretas, imaginação ou acontecimentos passados, guardados na memória, podem vir a tona mediante uma única palavra. O emprego da palavra "*bonito*", por exemplo, não remete apenas a descrição ou avaliação de uma situação ou objeto.

Dependendo do contexto, diferentes ideias poderão surgir. Isto porque as palavras são influenciadas pelo contexto, devido a um julgamento pessoal ou coletivo. Um exemplo, novamente, seria a palavra "*bonito*", pois o conceito de beleza perpassa civilizações e épocas. Portanto, palavras podem proliferar ideias, intencionalmente elaboradas e que ganham sentido num contexto definido. (PIETROCOLA, 2002).

Assim, a linguagem humana tem a capacidade de estruturar o mundo imaginário das ideias. Através dela, novas ideias podem surgir mediante ideias anteriores. Podemos imaginar a constituição da atmosfera solar através de ideias constituídas aqui na Terra. Como átomo, moléculas e reações nucleares. Isto é o que nos distingue dos outros seres vivos; a capacidade de criar um mundo de ideias, através da linguagem, cujo entendimento deveria ser o de estruturar o pensamento. Isto é o que se entende por *linguagem de ideias.* (PIETROCOLA, 2002).

Portanto, se a Matemática é dada como a linguagem da Física, a mesma deve ser analisada como expressão do pensamento e não apenas como instrumento de comunicação ou descrição. Afinal, esta última categorização aproximaria a Matemática da *linguagem de ordens* de Bronowski (1983) e suporia um mundo físico estruturado antes dos resultados da pesquisa científica. Em contraste, a maior importância seria a Matemática emprestar todas as suas regras, axiomas e teoremas para o processo de produção de objetos que permitirão a construção de significados e, consequentemente, a interpretação do mundo empírico.

O físico Richard Feynman afirma que: "Matemática não é somente outra linguagem. Matemática é linguagem mais raciocínio, linguagem mais lógica. Matemática é uma ferramenta para o pensamento". (FEYNMAN, 2012). Porém, o que da Matemática permite estruturar um pensamento físico de forma a promover a análise e questionamento de fenômenos físicos?

A Matemática opera na Física como uma ciência das relações. É isto que permite a estruturação de teorias físicas, que por sua vez, abarcarão toda a precisão, universalidade e lógica-dedutiva disponibilizada pela Matemática. A força desta última é propiciar as relações físico-matemáticas que estruturarão processos e fenômenos que, por sua vez, potencializarão a análise e questionamento de outros fenômenos e processos. Ou seja, ideias que desencadearão outras ideias. Talvez, o acréscimo de conteúdo de Zahar (1980).

Portanto, a nova postura epistemológica evocada por Pietrocola (2002), para a abordagem Matemática no ensino de Física, diz respeito a um discurso de matematização conectado a uma linguagem com semântica *estruturante.* Isto extrapola a linguagem *técnica-*comunicativa (ou *de ordens)* para o âmbito da construção de significados ou *de ideias*.

5.2 SIGNIFICADOS TIPOLÓGICOS E TOPOLÓGICOS

Para Jay Lemke[17], a análise de um discurso constitui-se como um procedimento metodológico capaz de avaliar dados verbais (textos escritos e transcrições da linguagem falada). Mais especificamente, seria uma característica da linguística do discurso, no que diz respeito à construção de sentidos ou significados, mediante o uso de recursos da semiótica linguística.

Segundo o próprio autor, sua abordagem analítica é subjacente à de Michael Halliday e da "Sydney School". Também estariam inclusos princípios básicos das teorias de Mikhail Bakhtin, V.N. Voloshinov e Michel Foucault (que defende a historicidade do discurso e sua gênese em um conjunto de enunciados, providos do mesmo sistema de formação).

Lemke (2002) constrói sua argumentação com base na semiótica social, a qual denomina como uma abordagem funcional para a análise da construção de significados. Sua concepção é a de que a Matemática não pode ser identificada pelo uso exclusivo de símbolos ou qualquer tipo único de sinais, mas sim pela construção de significados que ela pode proporcionar.

Segundo este pesquisador, a história da matemática demonstra a extensão gradual de um Alcance Semântico da linguagem natural para novos domínios de significado (adição,

---

17 Professor emérito da Universidade de New York. Apesar de ser P.h.D em Física Teórica, atua mais na área de S*cience Education*, com pesquisas que abrangem a teoria social e semiótica social, análise de discurso, análise de vídeo, estudos de multimídia, pesquisa de jogos e, mais recentemente, o papel do sentimento na criação de significado – http://www.jaylemke.com/

subtração, multiplicação e divisão; diferença numérica e igualdade; sobre relações geométricas de paralelismo, ortogonalidade, similaridade, congruência, tangência e muitos outros esforços na história da Matemática).

Com base em Cajori (1928), Lemke chama a atenção para o fato de que expressões simbólicas eram raras na história da Matemática, antes dos tempos modernos. Sua escrita consistia no texto verbal, claramente destinado a ser lido em palavras. O simbolismo matemático teria surgido para abreviações do grego, latim, palavras ou frases europeias modernas, porém, com uma carga na construção de significados que a linguagem natural tinha dificuldades de prover.

Diante desta perspectiva, Lemke (2002) aponta a dificuldade em dizer se este ou aquele discurso é matemático ou linguístico, matemático ou diagramático. O autor chama a atenção para o fato de que, no geral, esquece-se que na escrita todos os signos linguísticos também são visuais e a organização visual é importante para a leitura (parágrafos, cabeçalhos, rodapés, margens, espaçamentos).

Assim como, negligencia-se o fato de que expressões matemáticas são, simbolicamente, agrupadas visualmente (numeradores e denominadores, expressões fracionárias, lados esquerdo e direito da igualdade) e isto é importante para a compreensão dos significados condensados nas mesmas. Desta forma o autor enfatiza que são os significados que construímos não as formas ou sistemas de signos que determinam o que é matemático.

Lemke defende que os sinais matemáticos (equações, argumentação matematizada por escrito ou diagrama) não são diferentes da maioria dos sinais linguísticos. Sua peculiaridade restringe-se aos significados que eles podem proporcionar. Na perspectiva da semiótica social, o autor aponta para a importância de se analisar como as pessoas utilizam signos para fazer sentido e de quão importante é identificar como os sistemas de signos evoluem com o passar do tempo, a fim de permitir a construção de determinados significados.

Diante deste escopo teórico, Lemke (2002) lança mão de uma argumentação mais específica quanto à construção de significados matemáticos. Segundo o autor, estes teriam evoluído historicamente, de forma a permitir a integração entre dois tipos diferentes de construção: a edificação de significado por espécie e a edificação de significado por grau.

O primeiro estaria conectado à linguagem natural, sendo denominado de significado tipológico. Enquanto o segundo é subjacente a gestos motores e símbolos visuais, cuja denominação é significado topológico. Um significado matemático seria a construção hibrida entre estes dois tipos de significados.

Em geral, utiliza-se a linguagem natural para descrever questões, problemas e conceitos relacionados ao cotidiano que nos cerca. É na sua semântica que reproduzimos a maior parte do nosso raciocínio e lógica informal. Mesmo que se utilize de expressões matemáticas é necessária uma linguagem verbal para prover relações simbólicas dentro destas. Porém, o sistema que possibilita a construção de significados na linguagem natural está, originalmente, subjacente a um sistema de contraste categorial, um sistema de tipos ou classes de equivalência. Um sujeito é singular ou plural, sem graus no meio; um verbo possui graus de tempos distintos e bem definidos, sem qualquer intermediário.

Imagine uma criança que ainda não é alfabetizada. Uma possibilidade de construir significados como bonito, cheiroso e corajoso, seria através dos seus opostos como feio, fedido e medroso. Isto evidencia que a linguagem tipológica pode proporcionar a construção de significados ou de sentido pelo contraste de categorias ou espécies. Enfim, nominar algo seria criar um significado categórico ou tipológico.

Na linguagem natural ou tipológica não é possível expressar uma variação continua, quase-contínua ou intermediária. Fato que a torna indisponível à descrição de fenômenos naturais, os quais são constituídos por questões quantitativas. O autor enfatiza seu posicionamento alertando para a impossibilidade de se descrever, de forma precisa, apenas com palavras, a diferença entre duas tonalidades de cores, gostos ou cheiros, a trajetória de uma mosca que se movimenta no espaço ou a forma exata de uma cadeia de montanhas e nuvens.

Quando se almeja uma descrição precisa de movimentos no espaço ou irregularidades, Lemke (2002) chama a atenção para a necessidade de se apelar para gestos ou ferramentas visuais. Estes seriam os recursos primários referentes à construção de significados de grau (topológicos).

Outras categorias importantes de significado, que estariam conectados a questões de grau, seriam: forma, distância, proporção, intensidade, altura, tempo, velocidade, temperatura, pressão, densidade, taxa de variação. Tente descrevê-los, somente, através da linguagem categórica ou tipológica. Segundo Lemke, isto não seria tão eficaz quanto a abordagem gestual e visual.

A Tabela 1 resume o contraste destes dois tipos de significados.

Tabela 1 - Contraste entre os significados topológico e tipológico

Topológico	Tipológico
Significado por grau	Significado por espécie
Diferença quantitativa	Diferença qualitativa
Gradiente	Categoria
Variação contínua	Variação discreta

Fonte: Lemke (2002, p. 8)

Os significados tipológico e topológico são complementares na construção de significados matemáticos e, em geral, ocorrem juntos. No discurso, a escolha de palavras gramaticais é tipológica, entonação e prosódia são efeitos tipológicos e topológicos. Enquanto gestos dinâmicos no espaço-tempo, para ênfases quantitativas, seriam puramente topológicos. Muitas vezes, uma entonação de voz que representa uma dinâmica no tempo, ou seja, um significado topológico, pode ser perdida na transcrição de uma entrevista, por exemplo. (LEMKE, 1999).

A Tabela 2 apresenta exemplos de significados topológicos e tipológicos.

Tabela 2 - Exemplos de significados tipológicos e topológicos

Topológico	Tipológico
Tamanho, forma	Palavra pronunciada
Espectro de cores	Palavra escrita
Intensidade visual	Símbolo matemático
Passo, sonoridade	espécie química

Fonte: Lemke (2002, p. 8)

Gestos corporais podem ser tipológicos, porém, quando são articulados dinamicamente no espaço e no tempo seriam topológicos. Entonação de voz, sinais visuais impressos podem ajudar na representação de significados topológicos.

Significados topológicos podem, facilmente, ser representados por escalas, termômetro, voltímetro, gráficos, equações, vetores, matrizes etc.

Em Lemke (1999), o autor defende que a cultura intelectual dominante privilegia a lógica clássica, cuja proposição seriam análises entre o que seria verdadeiro ou falso. Uma visão subjacente a significados tipológicos e que, de acordo com a história, estaria ultrapassada. A linguagem natural teria evoluído de forma a prover recursos que permitem a construção de significados ligados a quantidades, graus de certeza e incerteza. Segundo o autor a maior parte da língua inglesa e indo-europeia não tratam proposições como verdadeiras ou falsas, boas ou más.

Lemke (1999; 2002) defende a ideia de que a Matemática se constitui num meio que interliga significados conceituais-tipológicos, da linguagem natural, com significados quantitativos-topológicos, cuja necessidade é inerente a interpretação ou questionamento de fenômenos naturais.

Estes significados, tipológicos e topológicos, constituiriam uma espécie de entidades ou unidades de análise, que permitiriam, mediante a inter-calibração existente entre eles, detectar a construção de significados matemáticos.

Quanto a expressões matemáticas, em geral, são formadas por símbolos tipológicos. No entanto, as relações que elas proporcionam, condensam significados topológicos.

Isto fica explicito quando se escreve uma fração 5/3, por exemplo. Os números e a barra oblíqua (/) são tipológicos. Afinal, visualizar um asterisco (*) entre os números 5 e 3, significaria uma multiplicação entre ambos. Assim, de acordo com as ideias de Lemke (2002), por contraste, entre a barra (/) e o asterisco (*), interpreta-se uma divisão, levando a leitura do conjunto simbólico (5; /; 3) como uma fração; '*cinco terços'*.

Já proporção que esta fração gera tem um significado topológico. Afinal, representa um grau; quantas vezes o número 5 (signo tipológico) é maior que no número 3 (signo tipológico).

Todos estes significados, tipológicos e topológicos, estariam condensados na fração 5/3. A construção do seu significado matemático consistiria numa construção híbrida destes dois significados.

No entanto, o interesse desta tese é pela construção de significados condensados em estruturas matemáticas, a serem matematizadas. Como é o caso da segunda Lei de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo.

Ressignificando as ideias de Lemke (1999; 2002). Descrever ou nominar os símbolos desta equação, como força, massa e aceleração, proveria a construção de significados tipológicos (descritivos ou nominais). Mesmo que em um grau de complexidade maior, nominar ou descrever as proporções condensadas nesta equação, construiria um significado tipológico (descritivo ou nominal). O discurso do '*quanto maior este, menor aquele*', '*diretamente ou inversamente proporcional*' é tão tipológico ou categórico quanto nomear os símbolos, dentro do ensino de Física. Afinal, nominar, nem sempre constrói a ideia relacional, que envolve as proporções.

Desta forma, seja através de gráficos ou vetores, observar ou promover raciocínios que implicam as relações físico-matemáticas de proporção, entre força, massa e aceleração, bem como, relações físico-matemáticas de estrutura, caracterizaria uma construção de significados topológicos. Estaria em evidência a construção do aspecto relacional, que envolve o processo de matematização de ideias físicas. Não, unicamente, uma nominação, '*seca*' e '*estéril*', do ponto de vista fenomenológico.

Esta integração ou organicidade é o que Newton proporciona em seu estilo orgânico de matematizar. Sua obra, *Princípia*: *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* (NEWTON, 2008; 2017) anuncia constructos matemáticos, em seus livros I e II, a partir da Geometria. Porém, uma geometria que considera questões do movimento e situações limites, através do seu '*método das últimas razões*'. Uma geometria cinemática do ponto material, que considera a composição de movimento. Geradora de quantidades matemáticas pelo movimento e caracterizada pelo aspecto causal (forças).

Portanto, no livro I, fica nítida uma matematização newtoniana com a característica de levar em conta o movimento. Suas figuras ilustrativas são geradas pelo movimento. Por isso, tem uma característica causal, a força na Mecânica Racional. Apesar de não estar falando, diretamente, da natureza ou do mundo empírico.

Somente no livro III, Newton extrai ou deriva a força da gravidade, a partir de fenômenos. É quando aparecem as grandezas físicas da natureza, mas as mesmas já estavam forjadas nos livros I e II. Tanto que, em seus exemplos matemáticos ilustrativos, nomeia um ponto em movimento curvilíneo de p, ao contrário da nomenclatura comum a, b, c ou d. Talvez, porque já anuncia o movimento de um planeta, abordado somente no livro III. Newton teria proporcionado isto ao acaso, esperteza ou por estar imerso numa certa base ontológica, referente a Matemática e a Física?

Newton integra o espaço da geometria com o espaço da natureza, não há uma distinção entre ambos, estão na mesma base ontológica. Sua preocupação é tanto com a Matemática quanto com a Natureza, comprometendo-se com um certo realismo. (A MATEMÁTICA...2020).

Portanto, Newton anuncia um tratamento matemático em seus dois primeiros livros e a aplicação destes no terceiro, porém, todos os seus constructos, ditos matemáticos, já traziam a fenomenologia do mundo empírico, extrapolando as ditas relações matemáticas para o âmbito de relações físico-matemáticas. Uma espécie de *nível forte* (PATY, 1995), onde a Matemática intermedeia a construção de ideias físicas e estabelece uma relação de estrutura com a Física e a realidade.

Assim, um professor que matematize a segunda Lei de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$, caso tenha uma intencionalidade didática estruturante*,* focará nas relações físico-matemáticas. Poderá desenvolver significados do tipo tipológico (descrever as representações simbólicas, nominar proporções). Porém, para atingir uma semântica *estruturante,* focará na construção dos significados topológicos, que se referem as relações físico-matemáticas. Ou seja, integrar em seu discurso de matematização as ferramentas da Matemática às grandezas físicas, neste caso, ligadas a Dinâmica e a Cinemática.

É importante lembrar que o estilo newtoniano de matematizar sempre buscava uma grandeza física mensurável, capaz de prover um sistema de relações. Ou seja, que possibilitaria a construção de significados topológicos necessários a estrutura explicativa da fenomenologia em questão. O mesmo pode-se afirmar a respeito do estilo maxwelliano de matematizar, porém, pelo caminho das analogias.

A categoria de Karam (2012), denominada *Visual,* constituída pelas sub-categorias *V2 – Pictórico* e *V1 – Gestual,* nada mais são do que recursos didático-pedagógicos que o professor pesquisado utiliza para construir, principalmente, significados topológicos ou de grau. Mesmo sem acesso aos dados, não seria exagero pressupor que o professor busca evidenciar as relações físico-matemáticas, através de tais recursos.

Portanto, um discurso do processo de matematização no ensino de Física, subjacente a uma linguagem com semântica *estruturante*, que supere a concepção rasteira de linguagem comunicativa ou *de ordens*, seria pensar na construção intercalada de significados tipológicos e topológicos, via a relações físico-matemáticas.

Estas relações seriam a essência dos princípios organizacionais de um discurso de matematização subjacente a abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física. Porém, não bastam os princípios organizacionais. É necessária uma ferramenta que possibilite decifrá-los, de modo a auxiliar a construção de um perfil semântico deste discurso.

A dimensão semântica da Teoria dos Códigos de Legitimação de Maton (2014a) possibilita a construção desta ferramenta analítica.

6 CÓDIGOS DE LEGITIMAÇÃO

O conhecimento em Física é multifacetado. Envolve inúmeras e complexas relações que descrevem, explicam, predizem e permitem questionar os fenômenos do mundo empírico. O discurso que legitima e organiza este conhecimento também é igualmente multifacetado, condizente a elementos funcionais como linguagem, matemática, imagens e gestos. Cujos papeis são cruciais e distintos na construção do conhecimento físico.

No entanto, o desejo por entender como se organiza o discurso que legitima explicações físicas, em salas de aula e materiais didáticos, implica em considerar a grande ênfase que este discurso dá ao processo de matematização de ideias físicas. (DORAN, 2018).

O estudo quantitativo de Parodi (2012), em livros didáticos de diversas disciplinas acadêmicas, sugere que o discurso do conhecimento físico apresenta a maior dependência da Matemática, dentre todas as ciências básicas.

Mesmo apontamento é feito pelo estudo de Lemke (1998), realizado em artigos publicados no prestigiado periódico *Physical Review Letters*. Sua pesquisa revela que a média de equações por página é, significativamente, maior. Isto quando comparado às publicações em periódicos correspondentes as outras ciências.

Até o capítulo anterior, procura-se deixar claro ou evidente os princípios organizacionais que sustentariam a semântica de um discurso de matematização no ensino de Física. As relações físico-matemáticas, essência dos processos de matematização newtoniana e maxwelliana, os significados tipológicos e topológicos comporiam a base de tais princípios.

No entanto, é necessário um dispositivo de tradução, que torne explícito ou manifesto tais princípios organizacionais.

A Teoria dos Códigos de Legitimação (TCL) de Karl Maton[18] apresenta uma teorização capaz de potencializar esta ação.

6.1 CRENÇA SUBJETIVISTA, DILEMA EPISTEMOLÓGICO E O REALISMO SOCIAL

Para Maton (2014a) o conhecimento é visto como crucial para entender ou caracterizar uma sociedade moderna. No entanto, para que isto se concretize é necessário levar em consideração suas estruturas internas, como propriedades, poderes e tendências próprios. Ignorar ou ofuscar estas características manifesta a concepção de que todas as formas de conhecimento são idênticas, homogêneas e neutras.

Para este sociólogo, o que sustenta a educação como um campo social da prática é o conhecimento. A sua criação, transformação, circulação, curricularização, o seu ensino e/ou didatização é que caracterizam a educação.

Porém, segundo Maton (2014a), uma crença subjetiva no campo da pesquisa educacional tem reduzido o conhecimento a conhecer, de modo a tendenciar um profundo relativismo.

Nesta crença, o conhecimento passa a ser considerado um estado mental, consciência ou disposição para agir. Algo sensorial que deve estar associado a um sujeito conhecedor. Ou seja, tem sido reduzido a processos de construções mentais de conhecedores, principalmente de acordo com ideias construtivistas radicais.

Como resultado, a pesquisa em educação tem promovido uma determinada cegueira, colocando de lado o conhecimento. Provocando um subdesenvolvimento do estudo da

18 Karl Maton é um sociólogo da educação, criador da Teoria dos Códigos de Legitimação (TCL) – *em inglês Legitimation Code Theory* (LCT). Esta teoria vem sendo amplamente usada para moldar a pesquisa e a prática em educação.

educação e promovendo uma sociologia do conhecimento inconsciente do seu objeto de estudo.

Para este sociólogo, nas últimas décadas, as práticas de conhecimento foram reduzidas à lógica da aprendizagem, baseadas na convicção de que o mais importante e básico seria este fenômeno. Uma perspectiva que diminui a importância daquilo que está sendo aprendido. Levando a pesquisa educacional para o âmbito de processos genéricos de aprendizado e deixando em segundo plano as formas de conhecimento, propostas a tais processos.

Reduzir o conhecimento a conhecer (aquilo que está sendo processado mentalmente) potencializa ao público estudantil enxergar aquilo que está sendo aprendido como o mundo. Não como um sistema de conhecimento sobre o mundo. Confunde-se epistemologia com aprendizagem, criando-se uma falácia, por ignorar o conhecimento devido a um empirismo subjetivista. Questões do conhecimento são reduzidas a uma epistemologia do sujeito conhecedor.

Nesta perspectiva, a criação e transformação do conhecimento, sua didatização, o que está sendo ensinado e aprendido torna-se insignificante. Ao contrário disto, a pesquisa educacional acaba explorando as influências psicológicas e sociológicas a respeito de como os diferentes tipos de conhecedores agem, pensam e sentem.

Para Maton (2014a), esta cegueira tem implicações que extrapolam o âmbito epistemológico. Na pesquisa, promover o foco em processos de aprendizagem obscurece como o conhecimento, aquilo que está sendo aprendido, molda tais processos e as relações de poder. Isto ofusca o que se entende por conhecimento, poder e deixa de lado questões cruciais referentes a relações internas do conhecimento. Principalmente em relação aos princípios organizacionais de uma prática educacional, como o processo de matematização no ensino de Física, que muitas vezes não são explícitos para professores e estudantes.

É inegável a importância que se tem em considerar as concepções espontâneas ou intuitivas (VIENNOT, 1979; ZYLBERSZTAJN, 1983; PEDUZZI, 2001) dos estudantes, ou seja, o fato de que eles não chegam as salas de aula de Física como tábulas rasas ou baldes vazios. No entanto, focar basicamente no aluno como criador do conhecimento, segundo Maton (2014a), obscurece a forma como o conhecimento é estruturado na disciplina em geral. Além disso, cria-se uma lacuna na formulação dos princípios básicos que sustentam os motivos pelos quais uma estrutura de conhecimento é formatada. Como pode ocorrer a sua progressão e qual estrutura de conhecimento necessita ser ensinado aos estudantes, de forma que estes se apropriem e sejam bem-sucedidos.

Na verdade, Maton (2014a) denuncia que há uma certa aversão a estudos internos ou das características intrínsecas do conhecimento. Já que estes são estigmatizados como a-históricos, a-sociológicos, idealistas, positivistas e conservadores. Tal estigma é fundamentado na contrariedade ao positivismo, em nome de abordagens mais humanistas e sociais, sob o disfarce progressista. Teorias críticas, teorias pós-, construtivismo social e outros, apesar de diferenças, criam um certo dilema epistemológico. Uma falsa dicotomia entre absolutismo positivista e relativismo construtivista.

No entanto, apenas o reconhecimento de que é necessário analisar o conhecimento não significa já estar analisando-o. Segundo Maton (2014a), requer ferramentas conceituais, de modo a escapar de uma certa miopia do conhecimento e armadilhas como: 1) convocar para a importância do conhecimento, mas não fornecer os meios para a sua análise; 2) quando ofertar ferramentas analíticas que estas não sejam modelos de conhecimento, como taxionomia de Bloom e PCK de Shulman (1986) e 3) que tais ferramentas não se reduzam a tipologias e taxionomias segmentares, com poder explicativo limitado a '*é*' ou '*não é*', '*tem*' ou '*não tem*'.

Para neutralizar a crença subjetivista, que reduz o conhecimento apenas ao conhecimento dos conhecedores, e o dilema epistemológico, que estigmatiza o estudo das relações internas do conhecimento como conservador ou positivista, Maton (2014a, p. 30) apresenta o realismo social. Uma escola de pensamento que se une a Teoria dos Códigos de Legitimação (TCL), lançando bases para demonstrar que "explorar o conhecimento não é positivista nem conservador, que as análises de 'relações com' e 'relações dentro' do conhecimento podem ser reunidas e que o conhecimento não é redutível a conhecer".

O realismo social diz respeito a um rótulo para vários movimentos. É heterogêneo em termos de contribuições no âmbito da construção de ideias. Porém, conforme afirma Maton (2014a), seu principal esclarecimento diz respeito a fundamentar o diagnóstico de erros no pensamento educacional, bem como destacar a negligência ao conhecimento, conforme escrito anteriormente, mostrando que este, além de social, também é real. No sentido de ter propriedades, poderes e tendências capazes de causarem efeitos sociais.

A pesquisa educacional associada ao realismo social explora os princípios organizadores (ou relações internas) de diferentes formas de conhecimento. As suas transformações e implicações, perante questões ligadas a inclusão social, desempenho estudantil e construção de conhecimento. Neste viés, é possível unir análises da educação e conhecimento, subjacentes a "relações com" (aspectos sociais – análise externalista do conhecimento) e "relações dentro" (análise internalista do conhecimento), para oferecer maior poder explicativo, negando assim o dilema epistemológico, supracitado.

Dentro desta perspectiva, o conhecimento é construído por atores socialmente situados, de forma que suas propostas de construção não são realizadas como querem (livres de consequências mundanas), ou simplesmente sob condições ou de maneira própria. Pelo contrário, o conhecimento construído baseia-se naquilo que já está posto como conhecimento, de forma que sua produção e julgamento se dá por atores situados em um contexto histórico e social.

Estas ideias neutralizam o dilema epistemológico da pesquisa educacional. Afinal, contra o estigma positivista, o conhecimento é reconhecido como um processo social e histórico. E, ao contrário do relativismo construtivista, o conhecimento não é reduzido apenas ao poder social, afinal algumas reivindicações de conhecimento são dotadas de um poder explicativo mais encorpado que outras.

Assim, o realismo social não se preocupa com definições essencialistas de conhecimento como 'verdade' ou 'crença', nem proclama que todas as definições são idênticas. Maton (2014a) destaca

> […] a necessidade de explorar como os conhecimentos passam a ser definidos em contextos sociais e históricos particulares, suas formas e efeitos. Nesse sentido, essa perspectiva vê campos intelectuais e educacionais como compreendendo estruturas relacionais de práticas de conhecimento e atores situados em contextos sociais e históricos específicos. Ao fazê-lo, mostra que as práticas de conhecimento são emergentes e irredutíveis em seus contextos de produção - as formas adotadas pela prática de conhecimento, por sua vez, moldam esses contextos. (*Idem*, p.34 – tradução nossa).

Desta forma, o realismo social revela que a análise das características intrínsecas do conhecimento não é neutra, socialmente falando. Pelo contrário, os estudos que ignoram o conhecimento é que não são suficientemente sociais. Apesar de anunciarem o foco na natureza social do conhecimento, estas abordagens construtivistas e programas '*fortes*', na sociologia do conhecimento, ocultam uma característica crítica que molda as comunidades envolvidas em sua produção. Foca-se tanto num aspecto social, "*relações com*" o conhecimento, que acabam negligenciando outro aspecto social: relações com o conhecimento que são geradas, mantidas e alteradas socialmente. Não entendem e não enxergam que o conhecimento não é produzido pelos indivíduos ou atores como cada um entende, mas sim produzido por protagonistas nos campos sociais de prática, caracterizados por suposições compartilhadas intersubjetivamente, métodos de trabalho, crenças e assim por diante. Há '*regras para o jogo*', dentro dos campos sociais da prática.

Enfim, o realismo social não está alinhado a visão empirista dos campos sociais de prática como compreendidos por interações sociais diretas. Os atores que compartilham uma comunidade epistêmica podem não se encontrar pessoalmente. No entanto, suas práticas de conhecimento compõem o produto de uma enorme cooperação estendida pelo espaço e pelo tempo. Muitas mentes diferentes associaram, misturaram e combinaram suas ideias e sentimentos. Longas gerações acumularam sua experiência e conhecimento.

O realismo social também desafia a crença subjetivista, considerando o conhecimento como algo além de estados, processos mentais ou disposições para agir de conhecedores. Apesar da consideração de que o conhecimento é um produto da mente, há uma relativa autonomia perante o que é conhecido – o conhecimento possui propriedades e poderes emergentes de si próprio. Isto pode ser identificado quando o conhecimento intermedeia criatividade, aprendizado e relações entre conhecedores.

Criatividade envolve tanto um desdobramento de algo interno a mente quanto uma troca entre o criador e o objeto que está evoluindo, dentro da ação criativa. Portanto, criar cientificamente e artisticamente experimenta esse 'dar e receber', junto a realidade das ideias. Até porque uma vez formulado o conhecimento, mediante suas ideias internas podem remodelar o próprio conhecimento interno. Uma espécie de retroalimentação.

Melhorar e aprimorar através do que se cria é possível. Assim, pode-se argumentar que o conhecimento se origina internamente à mente, sem reduzir o primeiro ao segundo, afinal, um produto simbólico nunca é idêntico aos processos mentais e físicos de sua gênese.

Outro ponto, segundo Maton (2014a), é que não podemos aprender sobre o mundo de forma direta, sem mediar relações com o conhecimento já existente sobre o mundo. Pode-se conectar ao conhecimento existente, de modo a não haver a necessidade em recriar do zero. Ganha-se mais desta herança do que contribui-se. Enfim, estudos de aprendizagem que negligenciam o conhecimento falham no alcance de uma das dimensões mais significativas que moldam o desenvolvimento das formas de conhecer.

Retornando ao aspecto social do conhecimento, para Maton (2014a), este último proporciona relações entre conhecedores nos campos da prática. Einstein, por exemplo, teria alegado que seu lápis era mais inteligente do que ele porque suas ideias formuladas permitiram conectar-se a um mundo de ideias externas a sua própria mente, relacionar produtos da sua mente com outras mentes e, desta forma, obter resultados para além de seus objetivos e expectativas. Paul Dirac também teria dito que sua equação seria mais inteligente que ele próprio devido as consequências estranhas e surpreendentes que não teriam sido intencionais, imprevistas e inexplicável perante sua própria consciência. Como conhecimento a equação de Dirac pode ser estendida, relacionada ou aplicada a ideias por outros conhecedores. Portanto, para oferecer um relato adequado sobre o valor social do conhecimento, é necessário analisar o próprio conhecimento.

Porém, só reconhecer a necessidade de se levar o conhecimento a sério, não é o suficiente. Esta parte crítica do realismo social, em busca da recuperação do conhecimento como objeto de estudo na pesquisa educacional, necessita de ferramentas conceituais para a sua análise.

6.2 AS ESTRUTURAS DE CONHECIMENTO DE BASIL BERNSTEIN

Para Doran (2018), entender o conhecimento físico, envolve o entendimento de suas semelhanças e diferenças em relação a outras áreas. Afinal, toda disciplina acadêmica é dotada de princípios próprios para organizar o seu conhecimento. Objetos de estudo, procedimentos metodológicos, fundamentação teórica de argumentação, bem como princípios de julgamento são intrínsecos a cada área disciplinar.

A Teoria dos Códigos Linguísticos de Basil Bernstein, sociólogo britânico, oferece uma teorização do próprio conhecimento, de modo a permitir o entendimento dos princípios que sustentam as diferentes maneiras de significado, dentro das disciplinas acadêmicas.

Assim, para entender como o conhecimento físico está organizado, um bom começo seria a partir da categorização de Bernstein (1999), que distingue entre dois tipos de discursos ligados ao conhecimento; o discurso vertical e o discurso horizontal.

Para este sociólogo britânico, um discurso horizontal diz respeito ao conhecimento do dia-dia ou, comumente denominado, senso comum. Em geral, acessível a todos e procedente de problemas comuns. Possui características bem conhecidas; é praticamente oral, tácito, local e dependente de um contexto específico, ou seja, é um conhecimento segmentado.

Já o discurso vertical identifica-se com o discurso acadêmico. É estruturado, e sistematizado através de princípios. Pode ser organizado de forma hierárquica, como nas Ciências, ou de forma coerente com linguagens, questionamentos e critérios especializados, como as Ciências Sociais e Humanas.

A forma como estes discursos circulam também é distinta. No caso do discurso vertical, seu acesso, transmissão e avaliação são fortemente regrados, de forma que sua circulação, geralmente realizada através de uma recontextualização explícita, é afetada em termos de tempo, espaço e atores.

Já o discurso horizontal, onde há um mínimo de princípios sistemáticos de organização, a circulação ocorre via uma recontextualização tácita, com regras circunscritas ao âmbito comportamental ou de expectativas relacionadas a posição/status. Tais regras, de certa forma, estruturam e especializam as relações sociais, práticas e seus contextos.

Outra diferença importante entre estes dois tipos de discursos diz respeito a sua apreensão, que por sua vez depende de uma abordagem de ensino, seja formal ou informal. O discurso vertical é apreendido através da integração de significados, hierarquizados por princípios organizacionais.

Por outro lado, a apreensão do discurso horizontal ocorre de acordo com relações funcionais de segmentos e contextos. Um conhecimento apreendido e a sua forma de apreensão, dentro de um contexto, podem não ter relação com a aquisição e forma de apreensão em um outro contexto. "Aprender a amarrar os sapatos não tem relação com o uso correto do banheiro", exemplifica Bernstein (1999, p. 160 – tradução nossa).

A organização segmentar dos conhecimentos oriundos de um discurso horizontal conduz a apreensão dos mesmos dentro de uma estrutura segmentada. Ou seja, os conhecimentos são mais dependentes do contexto, de forma a originar habilidades com localização restrita, que não originam práticas altamente codificadas, restringindo-se mais ao desenvolvimento de um repertório de conhecimentos operacionais.

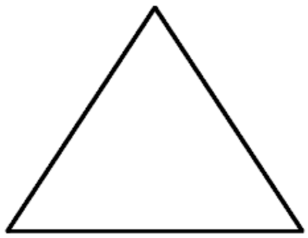
Já em relação ao discurso vertical, Bernstein (1999) propõe um exame mais detalhado e elenca outras duas categorias adicionais no seu interior. Esta categorização diz respeito a estruturas hierárquicas do conhecimento, associadas às Ciências Naturais de um lado, e estruturas horizontais de conhecimento, referentes às Ciências Sociais e Humanas do outro.

De acordo com o sociólogo britânico, uma estrutura hierárquica de conhecimento, associada às Ciências Naturais, "tenta criar proposições e teorias muito gerais, que integram o conhecimento em níveis mais baixos e, dessa maneira, mostra uniformidades subjacentes em uma gama crescente de fenômenos aparentemente diferentes". (BERNSTEIN, 1999, p. 162 – tradução nossa).

Tais estruturas são motivadas pela integração cada vez maior de proposições, que operam em níveis de abstração cada vez mais abrangentes. Pode-se dizer que tais estruturas hierárquicas de conhecimento são produzidas por um código de integração. Progridem de forma integrativa, através de uma expansão explicativa, e de forma empírica, mediante a corroboração empírica.

Bernstein (1999) exemplifica estruturas hierárquicas de conhecimento através de um triângulo, conforme a Figura 14, abaixo.

Figura 14 - Representação de estruturas hierárquicas de conhecimento



Fonte: Bernstein (1999, p. 162).

A ponta do triângulo representaria o número de axiomas ou proposições e a base representaria a ampla gama de fenômenos empíricos cobertos pelas teorias generalizadoras, baseadas nesses axiomas e/ou proposições.

Já as estruturas horizontais de conhecimento, referente às Ciências Sociais e Humanas, segundo Bernstein (1999), consistem em uma série de linguagens especializadas, com os modos de questionamento, produção e circulação guiados por critérios especializados. Ao contrário de uma estrutura hierárquica de conhecimento, que é baseada em códigos de integração, as estruturas horizontais de conhecimento são baseadas em códigos de série, conforme representação na Figura 15.

Figura 15 - Representação da estrutura horizontal de conhecimento

$$L^1 L^2 L^3 L^4 L^5 L^6 L^7 L^8 L^9 \ldots L^n$$

Fonte: Bernstein (1999, p. 162)

Na área acadêmica de Literatura, por exemplo, suas linguagens especializadas seriam referentes a crítica literária baseada em escolas como o romantismo ou modernismo.

Na Sociologia o estruturalismo, pós-estruturalismo, pós-modernismo ou marxismo formam sua base linguística especializada. Sendo que estas últimas constituiriam categorias linguísticas mais amplas, dentro das quais haveria a construção de discursos particulares.

Neste caso, pode-se perceber que a construção da estrutura horizontal de conhecimento se dá através de um acúmulo de linguagens ou códigos seriais. Diferente da estrutura hierárquica onde a construção opera de acordo com a integração de linguagens ou códigos de integração.

Importante frisar que o termo '*código*', utilizado por Bernstein (1999), não se refere à língua, enquanto sistema de regras ou signos. De acordo com Santos (2003), a definição mais aprimorada de '*código*' teria sido elaborada por volta de 1981; "código é um princípio, tacitamente adquirido, que seleciona e integra significados relevantes, a forma de suas realizações e dos contextos que evoca." (BERNSTEIN, 1996, p. 143). Ou seja, '*código*' para Bernstein significa um princípio regulador subjacente às manifestações do discurso, tanto em termos de percepção quanto da ordem do sentido. Está relacionado aos princípios que regulam a seleção e organização dos discursos. (MAINARDES e STREMEL, 2010; SANTOS, 2003).

O objetivo de Bernstein é descrever as práticas organizacionais, discursivas e de transmissão, presentes nos dispositivos pedagógicos. Sua preocupação é subjacente a reprodução cultural, ou seja, as relações de poder externas à educação, geradoras de uma dominação de classe, patriarcal e étnica. Entretanto, diferente de outras teorias da reprodução, sua preocupação condiz com uma análise interna da estrutura do discurso pedagógico.

Tal análise se concentra em uma teorização a respeito da "estrutura do discurso, a lógica do discurso, que fornece os meios pelos quais as relações externas de poder possam ser transportadas por ele." (BERNSTEIN, 1996, p. 18).

De todas as Ciências Naturais, o exemplo mais emblemático de estrutura de conhecimento hierárquico é a Física (BERNSTEIN, 1999), que procura a construção de teorias generalizantes que deem conta de uma ampla variedade de fenômenos empíricos. Isto é diferente da Sociologia, por exemplo, que envolve diversas abordagens para interpretar o mesmo objeto de estudo.

Estas generalizações providas no campo da Física integram a Matemática, criando assim um discurso de matematização, tanto na esfera da sua produção quanto na esfera do seu ensino. Portanto, seria razoável questionar-se a respeito de como o ensino de Física organiza este discurso de matematização? Quais princípios organizacionais estruturariam um discurso do processo de matematização no ensino de Física?

As análises historiográficas, apresentadas no capítulo 3, demonstram que as relações físico-matemáticas seriam a essência dos códigos ou princípios organizacionais que legitimariam discurso de matematização *estruturante* no ensino de Física. Tais relações, seja de forma tácita ou explicita, é que promoveriam a construção de significados topológicos ou relacionais (LEMKE, 1999; 2002). Propícios ao questionamento e a interpretação de fenômenos, mediante a estruturação de um pensamento físico.

Já os códigos ou princípios organizacionais que legitimariam um discurso de matematização *técnico*, dizem respeito aos significados tipológicos ou nominais (LEMKE, 1999; 2002). Uma semântica conectada com a representatividade simbólica e a nominalização de proporções entre grandezas físicas.

Porém, não basta a identificação teórica dos princípios organizacionais de um discurso de matematização, dentro do espectro *técnico-estruturante.* É necessário ferramentas para a sua análise refinada.

A categorização de Bernstein aponta uma etapa inicial para isto. No entanto, sua categorização é insuficiente quanto a missão em observar tais princípios organizacionais, em dados. Além disso, sua classificação sugere alocar o conhecimento dentro de categorias discretas e relativamente homogêneas.

O discurso de matematização em uma sala de aula ou material didático constitui num processo em que o conhecimento a ser construído vai se modificando ou se integrando ao longo do tempo, linhas, parágrafos ou páginas. Por isso, seria interessante extrapolar a tipologização ou categorização dicotômica (*tem, não tem, isto ou aquilo*) para um perfilamento de como tal processo modifica-se ou é construído ao longo do tempo, linhas, parágrafos ou páginas.

Tal intento é possível através de uma espécie de reencarnação da Teoria dos Códigos de Bernstein, conhecida como Teoria dos Códigos de Legitimação[19] (TCL), proposta por Maton (2014a).

6.3 A TEORIA DOS CÓDIGOS DE LEGITIMAÇÃO (TCL)

A Teoria dos Códigos de Legitimação (TCL) constitui uma teoria prática, subjacente à construção de conhecimento em educação e outras áreas. Seus conceitos ou ferramentas tem sido adotado por professores/pesquisadores, que buscam mapear as propostas de construção do conhecimento, com a finalidade de entender, mudar e melhorar suas práticas. (MATON, 2013; MATON, 2014a; MATON; HOOD; SHAY, 2016; MARTIN; MATON; DORAN, 2020;).

Esta teoria é subjacente a uma abordagem sociológica do conhecimento e da educação. Está imersa no realismo social e sua teorização apoia-se nas noções de discurso e estruturas de conhecimento de Bernstein (1999), que, conforme visto, determinam as diferenças entre as formas de estruturação do conhecimento (científico e cotidiano). Assim como na obra de Pierre Bourdieu, a qual estabelece a relação dos atores sociais com o conhecimento como uma luta por poderes e recursos.

A teoria de campos de Bourdieu descreve os campos sociais em termos de luta por status e recursos. A Teoria dos Códigos de Bernstein conceitualiza a estruturação do conhecimento.

Ou seja, a abordagem de Bourdieu edifica questões referentes a '*quem*', '*onde', 'quando' e 'como'*. Enquanto a estrutura explicativa de Bernstein a questão principal diz respeito a '*o que'*.

---

19 Em inglês; Legitimation Code Theory (LCT)

Em resumo, a teoria dos campos sociais de Bourdieu destaca como os campos sociais de prática estruturam o conhecimento, enquanto a Teoria dos Códigos de Bernstein destaca o significado estrutural (fundamentação) das estruturas de conhecimento para estes campos.

Maton (2014a) propõe um quadro conceitual que viabiliza a observação de práticas de conhecimento, de modo a permitir uma conceitualização de seus princípios organizadores, bem como explorar suas propriedades e poderes.

A TCL condiz com uma teoria prática e não um paradigma. Fornece um kit de ferramentas conceituais e de metodologia analítica. Além de se caracterizar como uma teoria sociológica e não filosófica.

Seu desenvolvimento parte da pesquisa de problemas substantivos, de modo a se retroalimentar. Afinal, uma característica marcante é ser evolutiva perante a pesquisa de diversos tópicos, cujos dados retornam a teoria exigindo esclarecimentos, aprimoramentos e desenvolvimentos.

A TCL não constitui um relato substantivo específico de conhecimento ou educação. Pesquisas que utilizam seus conceitos originam hipóteses explicativas relativas a situações-problemas. O convite para o seu uso é para gerar explicações. Mais do que conhecimento e conhecedores, constitui-se numa sociologia da legitimidade.

Dentro da TCL, considera-se a sociedade composta por um conjunto de universos sociais relativamente autônomos, que não estão totalmente separados, bem como não são redutíveis uns aos outros. Cada campo é constituído por suas distintas formas de funcionamento, recursos e status, porém, similares no que diz respeito aos seus princípios geradores. Os atores cooperam e lutam, tentando maximizar suas posições relacionais dentro de suas hierarquias. Todos tentam chegar mais próximo daquilo que se define como conquista, assim como moldam a definição de conquista, a fim de combinarem com suas próprias práticas.

Para a TCL as práticas destes atores, como formas rotineiras de trabalho, por exemplo, representam reivindicações concorrentes de legitimidade, explicitas ou implícitas. Elas são a linguagem da legitimidade. As estratégias que moldam as '*regras do jogo*' são moldadas pelas disposições relacionais entre os atores, dentro de um processo de retroalimentação entre experiências passadas e contínuas no campo, bem como pela estrutura atual deste último.

O envolvimento dos atores em práticas de conhecimento nada mais é do que uma reivindicação de legitimidade daquilo que estão fazendo. Na verdade, tentam legitimar os princípios organizadores que são incorporados em suas ações.

Portanto, as práticas de conhecimento, segundo Maton (2014a), podem ser entendidas como linguagens de legitimação; reivindicações realizadas pelos atores dispostos a criarem e manterem espaços dentro dos campos sociais da prática. Tal linguagem propõe regras e critérios dentro de um campo, sendo que as primeiras ditam a conduta de participação e os segundos avaliam as conquistas no campo.

A TCL conceitua os princípios organizadores de disposições, práticas e campos em termos de códigos de legitimação. Conforme Maton (2014a)

> Subjacente à estruturação de campos e agindo como uma espécie de mecanismo de taxa de câmbio entre moedas, está o Dispositivo de Legitimação [...]. Quem controla esse 'dispositivo' estabelece códigos de legitimação específicos como dominantes e define o que é legítimo, moldando o campo social da prática como um campo dinâmico de possibilidades. (idem, p. 44 – tradução nossa – grifos do autor).

Portanto, analisar códigos de legitimação, nada mais é do que a exploração *do que é possível para quem, quando, onde e como*. Assim como consiste em explorar quem tem a capacidade de definir tais possibilidades, *quando, onde e como.*

De modo genérico, a TCL consiste num "conjunto de ferramentas [...] para o estudo da prática" (MATON, 2013, p.10 – tradução nossa). Em sua formação central, a TCL constitui um kit ferramental de conceitos multidimensionais, onde cada dimensão oferece conceitos para analisar um conjunto específico de princípios organizadores (ou códigos de legitimação), tangentes a estas práticas. Como o discurso do processo de matematização no ensino de ideias físicas, por exemplo.

A TCL é constituída por cinco dimensões que integram o seu mecanismo de legitimação: Autonomia, Densidade, Especialização, Semântica e Temporalidade. Cada dimensão inclui conceitos para analisar os princípios organizadores como tipos específicos de códigos de legitimação, tais como *códigos semânticos*, que serão abordados nesta tese.

A Tabela 3, abaixo, mostra um resumo das cinco dimensões da TCL e seus códigos de legitimação, respectivamente.

Tabela 3 - Resumo das dimensões e códigos de legitimação da TCL

DIMENSÃO	CONCEITOS	CÓDIGOS DE LEGITIMAÇÃO
Autonomia	autonomia posicional e autonomia relacional	AP+/- e AR +/-
Densidade	densidade material e densidade moral	DMa +/- e DMo +/-
Especialização	relações epistêmicas e relações sociais	RE +/- e RS +/-
Semântica	gravidade semântica e densidade semântica	GS +/- e DS +/-
Temporalidade	posição temporal e orientação temporal	PT +/- e OT +/-

Fonte: Maton (2014a, p. 44 – tradução nossa)

Importante ressaltar que as dimensões não exploram diferentes práticas empíricas, mas sim os diferentes princípios organizadores de tais práticas. De modo que estas dimensões, bem como seus conceitos internos, podem ser utilizadas de forma articulada ou independente, sendo esta escolha subordinada ao objeto de estudo.

Assim, a TCL de Maton (2014a) permite teorizar não apenas a estrutura do próprio conhecimento físico, como também revelar os princípios organizadores que sustentam, estruturam e legitimam a complexa funcionalidade do seu discurso. Em específico, para esta tese, ligado ao discurso do processo de matematização no ensino de Física.

Ao que tudo indica, esta teoria oportuniza um mapeamento da prática de matematização no ensino de ideias físicas. Não apenas descrever a construção deste processo, mas, também, descrever a base desta construção, via princípios organizadores que o legitimam.

Considerando, porém, que o foco desta tese condiz com a análise dos significados que se consubstanciam no discurso do processo de matematização do ensino de Física afigurou-se pertinente adotar o conceito da dimensão Semântica, que lida com as estruturas de significados.

6.3.1 TCL e sua dimensão semântica

A dimensão Semântica da TCL considera os campos sociais das práticas como estruturas semânticas, cujos princípios organizadores são conceituados como códigos semânticos, compreendendo forças da Gravidade Semântica (GS) e Densidade Semântica (DS).

Alexandre (2012) argumenta que esta dimensão está preocupada com duas questões: Em que grau o conhecimento se relaciona com o contexto (gravidade)? Em que grau o conhecimento ou a sua complexidade está condensado em símbolos (densidade)?

Gravidade Semântica (GS) refere-se ao grau de dependência que um significado possui com o contexto. Conforme preconiza Maton (2013), todo significado está relacionado, em seu alcance, a algum contexto. Portanto, a gravidade semântica pode ser relativamente mais forte (+) ou mais fraca (-), ao longo de um continuum de forças. Quanto mais dependentes do contexto, mais forte a gravidade semântica (+GS) e quanto menos dependente, mais fraca a gravidade semântica (-GS).

Nesta tese considera-se um processo de matematização *estruturante,* no ensino de Física, aquele que culmina em estabelecer relações físico-matemáticas, de proporção e estrutura. As primeiras delimitam o grau fenomenológico e as segundas a conexão estrutural entre classes de objetos físicos ou enunciados.

Geralmente, tais relações são expressas de forma simbólica, cuja capacidade de generalização e grau de abstração são elevados. Tal processo, caso se revele subjacente ao decurso do processo de modelização, por exemplo, poderá prover um discurso, numa sala de aula ou material didático, voltado para a passagem de um real imediato (concretude forjada no dia-dia) para um real idealizado pela física (neste caso uma estrutura matemática simbolizada). (PIETROCOLA, 1999).

Nitidamente, há uma relação de extremos entre o real imediato (concretude onde encontram-se fenômenos e processos) e o real idealizado (estruturas matemáticas). Fica evidente um continuum de forças na Gravidade Semântica. No primeiro há uma forte GS, pois os significados construídos estariam restritos a uma legitimação dentro do próprio contexto. Enquanto no segundo, percebe-se uma fraca GS, pois os significados construídos seriam generalizáveis e extensos a diversos contextos.

Pensando desta forma, é possível questionar, por exemplo, como é matematizado a representação simbólica da Segunda Lei de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, em salas de aula e livros didáticos de Física. Pelo seu caráter universal é interessante notar que o discurso para enunciar a estrutura matemática supracitada não deve limitar-se a questionamentos ou interpretações conectadas a apenas um contexto, como a tradicional interação entre blocos, por exemplo. Se o desejo é por um caráter estruturante da Matemática no ensino de Física, presume-se o maior Alcance Semântico possível em termos de forças relativas ligadas ao contexto ou a GS.

Já a Densidade Semântica (DS) condiz com o grau de condensação de significados dentro de uma prática sociocultural (símbolos, termos, conceitos, frases, expressões, gestos, ações, roupas etc.). De acordo com Maton (2013), a DS pode ser relativamente fortalecida (+) ou enfraquecida (-) ao longo de um continuum de forças.

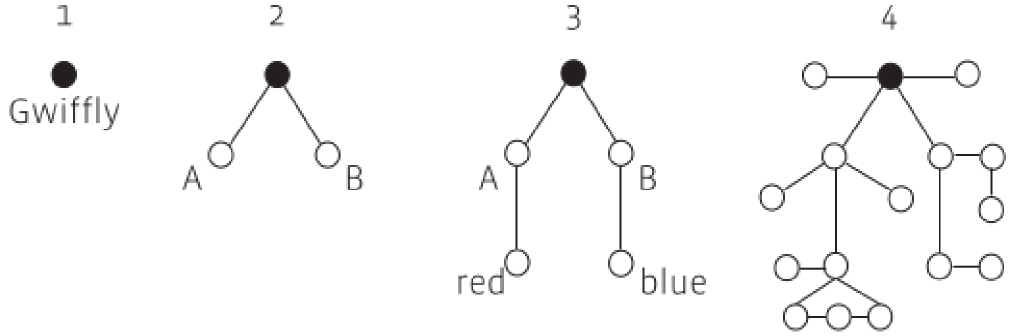
No fortalecimento da Densidade Semântica (+DS), aumento da complexidade que está condensada dentro das práticas, enquanto o enfraquecimento (-DS) condiz com o oposto. “A força da densidade semântica de uma prática ou símbolo refere-se à estrutura semântica em que está localizada”. (MATON, 2013, p.211 – tradução nossa).

Essa força, no entanto, não é intrínseca à própria palavra. É provável que a DS do conhecimento expresso em publicações de pesquisa seja mais forte do que nos livros didáticos, o que, por sua vez, pode ser mais forte do que nos produtos do discurso em sala de aula ou do trabalho do aluno. Afinal, a aprendizagem em uma área temática envolve o aprendizado de uma articulação cada vez mais complexa de estrutura semântica de significados.

Segundo Maton e Doran (2017a, p. 49) “[…] a densidade semântica explora a relacionalidade dos significados: quanto mais os significados estão relacionados, mais forte é a densidade semântica.”

Para ilustrar a noção de relacionalidade, os autores apresentam a Figura 16, onde aparece uma palavra sem sentido, Gwiffly.

Figura 16 - Constelação Gwiffly



Fonte: Maton e Doran (2017a, p. 49)

De acordo com Maton e Doran (2017a, p. 49), a declaração '*há um Gwiffly*' (uma palavra sem sentido) estabelece um nó solitário de significado (número 1 na Figura 16). Porém, descrever ou desmembrar dois tipos de '*Gwiffly*', como '*A*' e '*B*' (número 2), estabelece uma relação entre '*Gwiffly*' e dois outros termos ou significados. Ao continuar descrevendo que '*Gwiffly A*' é vermelho e '*Gwiffly B*' é azul, as relações destes termos com outros significados ficam ainda maiores (número 3). De modo que se inicia a constituição de uma constelação de significados. Um processo que pode se dar de forma contínua e indefinida (número 4).

No caso da Segunda Lei de Newton, por exemplo, uma matematização focada apenas na apresentação dos significados tipológicos de $\vec{F} = m\vec{a}$, ou seja, que apenas descreve o que representam $\vec{F}$, m e $\vec{a}$, revelaria um grau de estrutura semântica ligada apenas a representatividade simbólica. Algo restrito ao âmbito nominal, onde menos significados estão relacionados.

A mesma restrição estaria presente numa matematização cujo foco é o processo nominal de ler ou descrever as proporções entre $\vec{F}$, m e $\vec{a}$. Tratar a massa como uma constante de proporcionalidade e evocar um discurso matematizador estéril, perante a fenomenologia, do tipo '*a aceleração é proporcional a força*' ou que '*para uma mesma força, quanto maior a massa, menor a aceleração*', por exemplo. Mais significados estariam relacionados neste tipo de discurso matematizador, porém, seria tão nominal quanto abordar apenas o que representam os símbolos.

A estrutura semântica apresentada pelos supostos discursos de matematização, descritos nos dois parágrafos anteriores, caracterizaria a construção de significados referente a uma complexidade semântica bastante *técnica.* Ligada ao âmbito tipológico. Uma espécie de *linguagem de ordens* de Bronowisk (1983).

No entanto, uma matematização que extrapolasse os significados tipológicos e abordasse, também, os significados topológicos, referentes às relações físico-matemáticas de proporção e estrutura, que estão condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$, caracterizaria a construção de estruturas semânticas mais complexas. Uma complexidade tangente ao grau fenomenológico e a conexão de objetos físicos da Cinemática e da Dinâmica, por exemplo.

Isto revelaria um discurso matematizador caracterizado pela construção relacional de significados subjacentes a uma complexidade semântica *estruturante*. Ligada a ao âmbito topológico. Uma espécie de *linguagem de ideias* de Bronowisk (1983).

Portanto, o conceito de DS permitiria qualificar o discurso que forja a abordagem Matemática no ensino de Física, via o perfilamento deste processo. Ao invés de uma análise focada em categorias ou caixas fechadas, que dicotomizariam um processo dinâmico, em termos de tempo e espaço de linhas/parágrafos.

6.3.2 Perfil semântico da abordagem Matemática no ensino de Física

Os conceitos de Gravidade Semântica (GS) e Densidade Semântica (DS), ao invés de analisarem características empíricas, potencializam a análise dos princípios organizadores, subjacentes a estas características (MATON, 2013). Como apresentam um continuum de forças relativas, que podem representar infinitas graduações de valores ou níveis, é possível traçar tais variações num plano cartesiano, de forma a traçar um perfil semântico. Tal movimentação entre diferentes graus de relações com o contexto (GS) e a condensação de significados (DS) potencializa a identificação de um Alcance Semântico. (MATON, 2014a; 2013).

Conforme o autor da TCL, os conceitos de GS e DS são independentes. O funcionamento de ambos não está condicionado a uma aplicação integrada.

Como o entendimento desta tese diz respeito a existência de diferentes níveis de complexidade semântica condensados nas estruturas matemáticas, opta-se, de início, por uma ferramenta que qualifique o discurso de matematização no ensino de Física, via o conceito de Densidade Semântica (DS).

Em $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo, estão condensados tanto os significados referentes a representação simbólica quanto os significados subjacentes às relações físico-matemáticas de estrutura. Nitidamente, os primeiros condizem com um grau de complexidade menor que os segundos. Afinal, nominar aos estudantes o que representam os símbolos $\vec{F}$, m e $\vec{a}$ estabelece menos relações de significados do que tentar construir o papel relacional que a trajetória desempenha, ao estruturar objetos da Dinâmica (causas) com objetos da Cinemática (efeitos).

Estes níveis de complexidade semântica, condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$, quando vistos do ponto de vista gradual, representam forças de DS.

Por exemplo, a estrutura semântica ligada a representação simbólica, condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$, implica numa rede menor de significados relacionados. Portanto, caracterizaria um nível de complexidade semântica menor e, consequentemente, uma DS mais fraca.

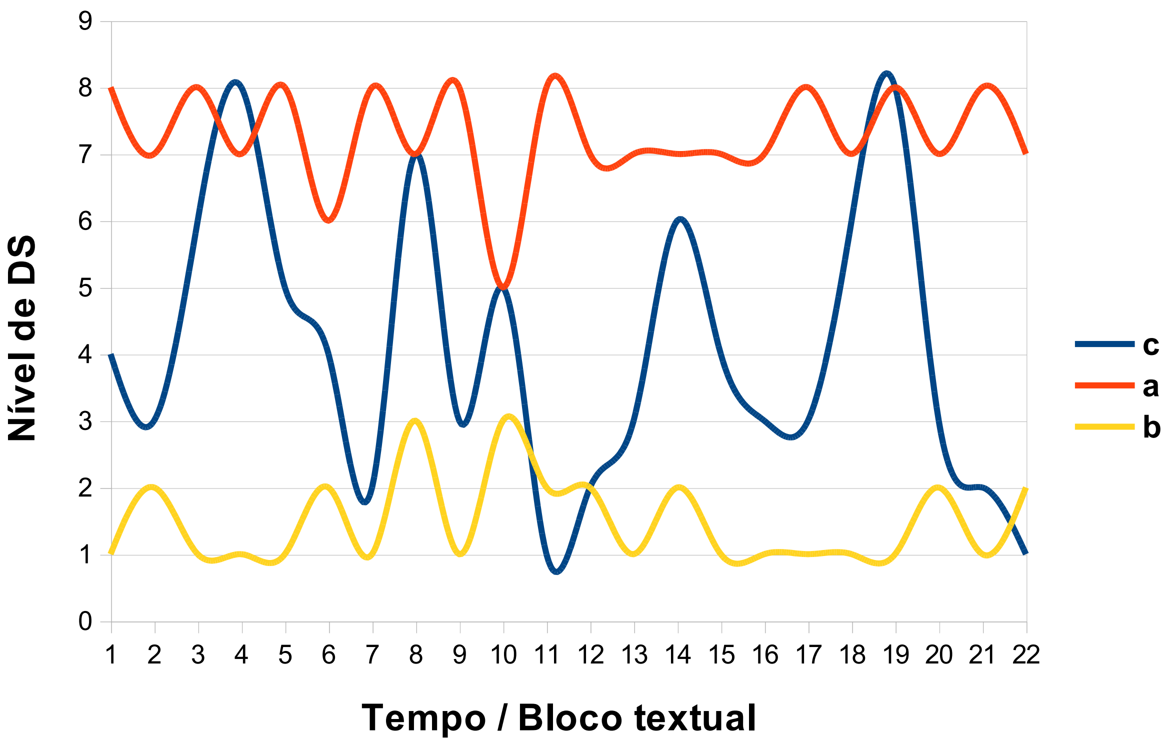
Já a estrutura semântica ligada às relações físico-matemáticas de estrutura, também condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$, envolve uma cojuntura mais ampla de significados relacionados. O que caracterizaria um nível de complexidade semântica maior e, portanto, uma DS mais forte.

A identificação destes níveis de DS, por exemplo, ao longo de um discurso matematizador, permitiria traçar um perfil semântico para ele. De modo a evidenciar como oscila o seu Alcance Semântico. Tal pulsação permitiria refletir sobre a qualificação do discurso no espectro *técnico-estruturante.*

Desta forma, uma prática discursiva de matematização poderia ser analisada numa espécie de onda semântica. A construção de significados seria caracterizada pelo fortalecimento ou enfraquecimento da DS.

Em tal movimentação, a onda semântica evidenciaria uma distância entre pontos de DS '*mais forte*' e '*mais fraco*', o que caracterizaria aquilo que denomina-se de Alcance Semântico. Uma espécie de Amplitude, na curva que representaria a oscilação de uma onda física. A Figura 17, abaixo, ilustra três perfis semânticos.

Figura 17 - Ilustração de três Perfis Semânticos



Fonte: adaptado de Maton (2014b, p. 6)

As curvas A, B e C ilustram, hipoteticamente, 3 perfis semânticos, que demonstrariam como ocorre o fortalecimento e o enfraquecimento da DS, subjacentes a três discursos diferentes. Hipoteticamente, proferidos através da fala de um professor ou um texto. Por isso, no eixo das abcissas ilustra-se as variáveis tempo ou bloco textual. Os números neste eixo seriam referentes aos minutos de aula ou quantidade de blocos textuais.

Pela Figura 17, percebe-se que as ondas pulsam com Amplitudes ou Alcances Semânticos diferentes. A curva C, por exemplo, é a que oscila com maior Alcance Semântico. Diria respeito a um discurso que abrange todos os níveis de DS. Ou seja, abrange a construção de significados referentes a diferentes níveis de estrutura ou complexidade semântica.

Já as curvas A e B pulsam ou oscilam até mais que a curva C, porém, limitados no que diz respeito ao Alcance Semântico. Como se a movimentação do fortalecimento e/ou enfraquecimento da DS ficasse restrita a uma construção de significados com alta complexidade semântica, no caso do perfil A, e uma baixa complexidade semântica, tratando-se do perfil B.

Trazendo a interpretação destas curvas para o ensino de Física, propõe-se imaginar um discurso matematizador da segunda Lei de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo.

No caso da curva A, cujo Alcance Semântico do discurso de matematização fica, praticamente, oscilando entre os níveis de DS 7 e 8, pode-se interpretar um discurso caracterizado pela construção de significados condizentes com um alto nível de complexidade semântica. É como se um material didático ou professor dispusessem blocos textuais semânticos ou tempo de fala focados nas relações físico-matemáticas de estrutura, que estão condensadas em $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo. Duas páginas de texto ou uma aula inteira de 45 minutos apenas matematizando os aspectos estruturais que envolvem $\vec{F} = m\vec{a}$.

Já a curva B, cujo Alcance Semântico também fica, basicamente, flutuando entre os níveis de DS 1, 2 e 3, pode-se interpretar um discurso matematizador de $\vec{F} = m\vec{a}$, onde um material didático ou professor dispendem blocos textuais ou tempo de fala focados em descrever ou nominar os símbolos e relações de proporção, que estão condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Enquanto a curva C, o material didático ou professor dispendem um discurso de matematização que permeia a construção de significados ligados tanto a representação simbólica quanto às relações físico-matemáticas de estrutura, que estão condensados em $\vec{F} =$

$m\vec{a}$. Ou seja, o fortalecimento e enfraquecimento da DS oscila com um Alcance Semântico mais amplo.

A exemplo de Georgiou, Maton e Sharma (2014) e Steenkamp, Grange e Muller-Nedebock (2019), o foco aqui também está no Alcance Semântico. É este que permitirá refletir se o discurso matematizador intui no público estudantil o alcance de *habilidades estruturantes* ou *habilidades técnicas*. Ou seja, se o discurso matematizador está mais inclinado para o âmbito de uma abordagem *técnica* ou *estruturante* da Matemática no ensino de Física.

O formato do perfil semântico também ajudará na qualificação. Mas em termos de averiguar como o Alcance Semântico oscila. Não em termos de prescrever um formato específico de perfil semântico para a prática em abordar a Matemática no ensino de Física. Tal intento seria subjacente a uma espécie de homogeneização que potencializaria a rigidez do tecnicismo.

Conforme Maton (2014b) destaca, estes perfis consistem em uma ideia ou diretriz para traçar ou calibrar um perfil semântico. Diferentes práticas pesquisadas revelarão perfis semânticos com diferentes amplitudes, frequências e formatos, distantes de uma homogeneização.

Os graus de matematização, enunciados num modelo alternativo de Karam (2012), seriam referentes aos graus de estrutura semântica que podem ser revelados no discurso do processo de matematização. Talvez, o tamanho das setas em seu modelo, agora, torne-se um item analítico, através do que denomina-se de Alcance Semântico.

Aparentemente, isto concentraria a qualificação da abordagem Matemática no ensino de Física na primeira categoria da ferramenta teórica proposta por Karam (2012) – *matematização*. No entanto, isto não é verdade. Pois, um professor ou material didático, quando estiver evidenciando os graus de estrutura semântica, em seu processo de matematização proposto, possivelmente utilizará recursos didático-pedagógicos que contarão com a *interpretação,* a *técnica*, o aspecto *visual*, *analogias, dedução*, o debate *epistemológico* e incentivo a metacognição. Todas estas, categorias que formam a ferramenta de análise de Karam (2012).

Por isso, enfatiza-se que as proposições desta tese não contrapõem a proposta pioneira de Karam (2012), em qualificar a abordagem Matemática no ensino de Física. Pelo contrário, poderá complementar, ressignificar e encorpar, teoricamente, as suas categorias.

Outro complemento à proposta de Karam (2012) seria de ordem estritamente teórico-metodológica. Sua ferramenta é composta por categorias, que integrariam uma abordagem *estruturante* da Matemática no ensino de Física. No entanto, por se basear em categorias, sua ferramenta promove uma qualificação dicotômica. Ou seja, as categorias podem ou não permearem o discurso do processo de matematização. Desta forma, parece haver uma tipologização na qualificação.

Esta tese propõe a confecção de uma ferramenta que qualifique o discurso de matematização mediante a descrição de princípios organizacionais que caracterizariam a prática empírica de matematização. Tais princípios seriam os mecanismos de legitimação do processo matematizador. Baseados nas relações físico-matemáticas, os significados tipológicos-nominais e topológicos-relacionais.

Ou seja, os princípios organizacionais seriam extraídos de uma análise do próprio conhecimento físico. Ofuscando a cegueira, denunciada por Maton (2014a), em negligenciar o conhecimento na pesquisa educacional.

Porém, traçar um perfil semântico ou construir uma onda semântica, referente a estrutura epistêmica do discurso de matematização, em salas de aula de Física ou materiais didáticos, exige um dispositivo de tradução. Considerando que este último seria a ferramenta de análise, proposta para a qualificação da Matemática no ensino de Física.

7 DISPOSITIVO DE TRADUÇÃO

Para rastrear o perfil semântico da abordagem Matemática no ensino de Física, via o conceito de DS, é importante conceituar o seu processo de fortalecimento e enfraquecimento (DS ↑ ↓). O intervalo semântico entre as forças mais altas e mais baixas caracterizará um Alcance Semântico e a oscilação/pulsação deste poderá potencializar a qualificação da abordagem, dentro do espectro *técnico-estruturante*.

Uma qualificação longe do caráter valorativo (‘*boa ou ruim*’; ‘*adequada ou não adequada*’). Voltada para o ato reflexivo, que permita visualizar se abordagem se inclina mais para o desenvolvimento de *habilidades técnicas* ou *habilidades estruturantes*.

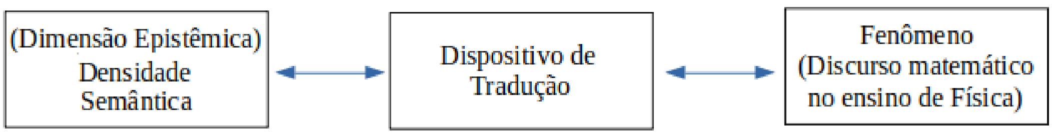
Apenas valorar ou taxar, como *técnica* ou *estruturante,* poderia verter o pensamento pedagógico prescritivo, voltado para a tecnicalidade. É sempre importante lembrar que a pesquisa em ensino de Física é propositiva, reflexiva e não prescritiva.

Portanto, a qualificação constitui-se no ato analítico. Capaz de potencializar elementos reflexivos que colaborem para com a construção ‘*saudável*’ de um discurso de matematização no ensino de Física. Saber como qualificar, significa ter elementos que oportunizem caminhos construtivos, seja na formação de professores, em salas de aula e materiais didáticos.

No entanto, para traçar o fortalecimento e enfraquecimento da DS, de um discurso matematizador, de modo a perfilar a estrutura epistêmica deste discurso, exige um dispositivo de tradução.

Conforme Maton e Doran (2017a; 2017b) este dispositivo de tradução oferece um modo de analisar o discurso pelo qual uma prática, como a abordagem da Matemática no ensino de Física, pode expressar os seus princípios organizadores.

Figura 18 - Conceito, dispositivo de tradução e fenômeno



Fonte: Adaptado de Maton e Doran (2017a, p. 52).

De acordo com a Figura 18, o dispositivo de tradução consiste em um meio de transposição entre um conceito de ordem superior e o fenômeno em análise. Na ocasião, o primeiro consiste aqui na dimensão epistêmica representada por níveis de DS, enquanto o segundo refere-se ao discurso da abordagem Matemática no ensino de Física.

Importante salientar que o dispositivo oferece uma classe de categorias que caracterizam o discurso em níveis de estrutura epistêmica, permitindo representar o fortalecimento ou enfraquecimento do grau de complexidade com que os significados estão condensados (DS ↑ ↓).

Porém, tais categorias, que permitem '*ler*' o discurso, não se constituem em conceitos, unicamente, linguísticos. São atributos do próprio conhecimento, subjacentes a prática discursiva.

Em outras palavras, Maton e Doran (2017a; 2017b) enfatizam que o conhecimento pode ser expresso de diversas formas, uma das quais através do discurso. A função do dispositivo de tradução consiste em explorar como essa expressão no discurso pode revelar uma característica do conhecimento, que está sendo expresso ou construído. Portanto, o dispositivo refere-se aos princípios organizacionais (níveis de DS) que compõem a episteme de uma prática discursiva, como realizados em um fenômeno.

Como pretende-se traçar um perfil semântico do discurso de matematização no ensino de Física, de forma a qualificá-lo no espectro *técnico-estruturante*, obviamente, é necessário elencar níveis de DS tanto para o âmbito *técnico* quanto o *estruturante*.

Assim, entende-se que o discurso de um processo de matematização no ensino de Física pode intuir no público estudantil tanto *habilidades técnicas* quanto *habilidades estruturantes*. Onde as primeiras estariam alinhadas a significados tipológicos-nominais, presentes nas estruturas matemáticas. Condizentes com o âmbito nominalista. Enquanto as segundas dizem respeito aos significados topológicos, subjacentes ao âmbito relacional. Que estão condensados em tais estruturas e tangenciam as relações físico-matemáticas, de proporção e estrutura.

Significados tipológicos e topológicos são intrínsecos ao conhecimento físico, expresso pela integração Matemática mais natureza/mundo empírico. É a representação ou leitura simbólica (nominal), associados aos seus aspectos relacionais, que constroem, de forma hibrida, os significados subjacentes as relações físico-matemáticas, de proporção e estrutura.

7.1 A FERRAMENTA DE ANÁLISE NO VIÉS SEMÂNTICO

Como dito, para formar a ferramenta de análise do discurso de matematização no ensino de Física, via o conceito de DS, é necessário elencar níveis para tal densidade. Estes níveis, condizentes com a condensação de uma complexidade semântica, permitiriam analisar a estrutura epistêmica do discurso de matematização.

Um nível mais fraco de complexidade semântica (menos significados relacionados) identificaria uma estrutura epistêmica inclinada ao discurso matematizador *técnico*. Enquanto um nível mais forte (mais significados entrelaçados) identificaria uma estrutura epistêmica discursiva mais *estruturante.*

Estes níveis estariam conectados com o próprio conhecimento a ser analisado, que aqui diz respeito ao conteúdo físico escolar. Algo diferente do conhecimento físico produzido e comunicado pelos físicos, como, por exemplo, Newton e Maxwell. Ou seja, a Física escolar não é a mesma que está no *Princípia* de Newton ou no Tratado/artigos de Maxwell. Isto ficaria nítido numa vigilância epistemológica promovida através da ferramenta de análise de Chevallard (1991), a Transposição Didática.

Para este autor, existem três esferas de saberes: o saber sábio (saber de referência, a Física dos físicos como Newton e Maxwell, por exemplo), o saber a ser ensinado (materiais didáticos) e o saber ensinado (aquele presente na sala de aula). Estas esferas estão inter-relacionadas, porém, não são superponíveis. Afinal, o funcionamento didático do conhecimento é distinto do seu funcionamento acadêmico.

Assim, para Chevallard (1991), existe um indispensável processo de didatização, que possibilita o conhecimento físico tornar-se ensinável. Porém, no decurso didatizador *saber sábio* ► *saber a ensinar* ► *saber ensinado* há inevitáveis transformações e adaptações. Principalmente, subjacentes a um projeto de ensino ou propósitos formativos. Pelo menos em um determinado momento histórico.

É, portanto, legítimo, reconhecer que o conhecimento físico escolar (o saber a ensinar/saber ensinado) é diferente do conhecimento físico produzido na academia (a esfera superior do saber sábio). Porém, tal distinção não se caracteriza em âmbito integral. O que a vigilância epistemológica permite diagnosticar é quão afastada estão as esferas do saber. Dizer que o conhecimento físico escolar não tem nada da Física produzida na esfera do saber sábio seria insano e equivocado.

Assim, em temos da matematização do conhecimento físico, uma das essências que, apesar de transformações e adaptações, é carregado da esfera do saber sábio para as esferas do saber a ser ensinado e saber ensinado (materiais didáticos e salas de aula, respectivamente) são as relações físico-matemáticas. Que, conforme demonstrado na perspectiva historiográfica de matematização, apresentada no capítulo 3, caracterizam o papel estruturante da Matemática, durante a produção teórica da Física, na esfera acadêmica ou do saber sábio.

E aqui, agora, considera-se que caracterizam a episteme do ato discursivo estruturante na esfera do saber a ser ensinado (materiais didáticos) e saber a ensinar (salas de aula).

É esta complexidade ligada as relações físico-matemáticas que estaria condensada na episteme de um ato discursivo estruturante, ao longo de um processo de matematização para ensinar ideias físicas. Tanto na esfera do saber a ensinar (materiais didáticos) quanto na do saber ensinado (salas de aula).

Uma condensação em dois níveis diferentes: um conectado as relações físico-matemáticas de proporção, que evidenciam o grau fenomenológico e permitem raciocínios físicos ligados a natureza. O outro subjacente as relações físico-matemáticas de estrutura, que manifestam a conexão entre objetos físicos (trajetória, que permite a estruturação de um pensamento físico interligando objetos físicos da Cinemática com objetos físicos da Dinâmica, ou o exemplo do campo magnético, que permite estruturar o pensamento físico na interligação de objetos da Eletricidade com objetos do Magnetismo).

Ambos é que intuiriam nos estudantes uma habilidade estruturante de questionar e interpretar a fenomenologia física, através da matematização. Considerada aqui, no ensino de Física, o ato de estabelecer relações. Seja entre grandezas físicas ou entre objetos físicos, que permitem estruturar a Matemática com a natureza/mundo empírico.

Esta intencionalidade didática de intuir *habilidades estruturantes,* portanto, tem a ver com uma abordagem Matemática no ensino de Física focada na construção de significados, atrelados a essência das relações físico-matemáticas. De forma que, neste âmbito semântico, é possível conectar os níveis *estruturantes* de DS aos significados topológicos de Lemke (1999; 2002). Caracterizados justamente pelo aspecto relacional, próprio do conhecimento físico, seja escolar ou produzido na esfera do saber sábio.

Um discurso matematizador, portanto, focado na construção de significados, subjacentes às relações físico-matemáticas de proporção e estrutura, estaria construindo conhecimento ligado a uma estrutura ou complexidade semântica de níveis *estruturantes*. Condensados nas estruturas matemáticas.

Por outro lado, se a complexidade semântica relacional, baseada na essência das relações físico-matemáticas, perfila o ato discursivo matematizador *estruturante*, é a complexidade nominal ou descritiva que caracteriza o discurso *técnico* de matematização no ensino de Física. Uma complexidade, condizente com os significados tipológicos de Lemke (199, 2002). Que, também, está condensada nas estruturas matemáticas, porém, intui um pensamento físico mais atrelado ao âmbito operacional, onde a Matemática e natureza parecem caminhar separados. Dando a impressão, no ensino de Física, de que há uma parte conceitual (fenomenológica) e outra matemática.

É próprio do conhecimento físico matematizado[20] a representação e leitura simbólica (ato nominal). Seja numa frase '*velocidade é igual a distância sobre o tempo'* ou $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

No entanto, esta complexidade semântica, condensada no conhecimento físico matematizado, possui uma DS mais branda, já que está se falando da nominação (descrição) de símbolos, equações, relações e/ou proporções entre grandezas físicas. Não condiz com a profundidade que confecciona a integração da Matemática mais natureza, caracterizada pelas relações físico-matemáticas. A simples descrição de símbolos ou relações pode não evidenciar o grau fenomenológico ou a conexão de objetos físicos, que estruturam o pensamento físico matematizado. Intui a construção de significados referentes a uma complexidade semântica subjacente a um caráter operacional e *técnico*.

Este caráter nominal do conhecimento físico matematizado não manifesta, por exemplo, os estilos orgânico newtoniano ou analógico maxwelliano, cujos processos de matematização evidenciam uma integração *estruturante*, entre Matemática e fenomenologia.

Seria exagero dizer que um discurso matematizador nominal não envolve a fenomenologia física. Porém, tende a intuir *habilidades técnicas,* no público estudantil.

20 Nesta tese, considera-se a matematização como o ato de estabelecer relações, tanto de forma verbal quanto simbólica. Vide o caso histórico de Faraday e Maxwell. O primeiro estabelece relações verbais, entre grandezas físicas e objetos físicos, da Eletricidade e do Magnetismo. Já o segundo, simboliza tais relações verbalizadas. Justante, por enxergar no métodos do primeiro tal possibilidade.

Voltadas para atividades de aplicação de fórmulas, substituição de variáveis e cálculos quantitativos.

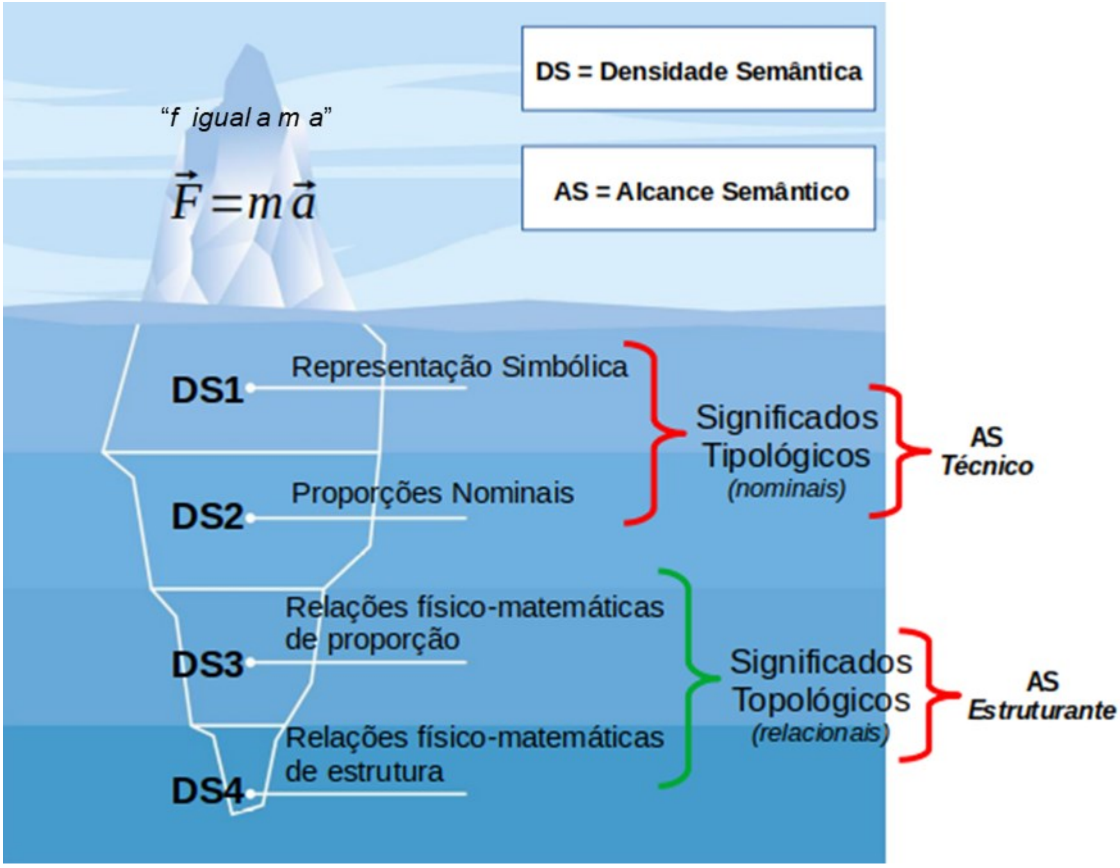
Um exemplo disto, seria o discurso matematizador de $\vec{F} = m\vec{a}$ que trata a massa como uma constante de proporcionalidade. Diante desta construção semântica, um estudante pode até raciocinar as proporções entre massa, aceleração e força, entre um carro e uma bicicleta. Porém, tal raciocínio seria mais abrangente, se ele construísse os significados, mediante o tratamento fenomenológico de massa como inércia e não como uma constante de proporcionalidade.

Há uma grande diferença de complexidade semântica entre um discurso matematizador da segunda Lei de Newton que trata a massa como constante de proporcionalidade e outro que atribui o seu teor fenomenológico de propriedade intrínseca da matéria em manter o seu estado (repouso ou MRU). No primeiro, intui habilidades limitadas a relação de proporção, *seca e estéril*, em termos de uma fenomenologia. Enquanto no segundo, além de uma construção relacional de proporção matemática, também haveria a apreensão fenomenológica, na relação *força-movimento*.

Enfim, a complexidade semântica nominal, de massa como constante de proporcionalidade, estaria mais para o âmbito *técnico* de relações de proporções matemáticas. Distinto da complexidade semântica fenomenológica, de massa como inércia, subjacente ao âmbito *estruturante* de relações físico-matemáticas.

No total, foram elencados quatro níveis de DS, dois ligados a uma estrutura ou complexidade semântica *técnica* e outros dois tangentes a uma estrutura ou complexidade semântica *estruturante.* Tais níveis são ilustrados na Figura 19, abaixo, mediante uma alusão metafórica com um Iceberg.

Figura 19 - Níveis de DS para a matematização no ensino de Física



Fonte: Elaboração Própria[21]

A ideia de utilizar um Iceberg, para apresentar os níveis de Densidade Semântica (DS1, DS2, DS3 e DS4), decorre de uma alusão referente ao posicionamento de sua massa, em relação à superfície d'água. Aproximadamente, 20% dela está emersa, ou seja, visível aos

---

21 Fonte da ilustração do Iceberg: https://www.v/ctorstock.com/royalty-free-vector/iceberg-infographic-with-lines-design-vector-34233998 (acesso em 16/08/2021)

olhos de quem navega nas proximidades. Já os outros 80% estão submersos, escondidos nas profundezas do oceano.

O ato alusivo diz respeito ao fato de que uma estrutura matemática na Física, como $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo, exprime uma complexidade de significados, que nem sempre estão nítidos. Ou seja, na ponta do Iceberg aparecem as letras (F, m e a), as setas sobre letras e os símbolos matemáticos (igualdade e multiplicação, por exemplo). Além de possíveis leituras como: '*f é igual a m a*'.

Porém, é nas profundezas que estão os seus significados, pertinentes a estruturação de um pensamento físico. E ainda lá, alguns significados, que aparentam estruturar ideias físicas, na verdade, apenas promovem uma tecnicalidade operacional delas, tratando-se do ensino de Física.

Portanto, independente do caminho ou etapas didático-pedagógicas matematizadoras, que levem até uma estrutura como $\vec{F} = m\vec{a}$, o que importa é a construção dos significados ou os diferentes níveis de complexidade semântica que esta carrega. Sendo proposto aqui, que, uma forma de captar tal constituição semântica seria através dos níveis DS1, DS2, DS3 e DS4.

Tais níveis formariam os princípios organizacionais de uma prática de matematização no ensino de Física. Seriam os códigos semânticos (item analíticos) que permitiriam descrever o perfil semântico da estrutura epistêmica discursiva de matematização no ensino de ideias físicas. De modo que, através da oscilação do Alcance Semântico, traçada neste perfil, permitiria refletir ou qualificar tal discurso âmbito *técnico-estruturante.*

O foco estaria no fato de que uma frase como '*força é igual a massa vezes aceleração'* estabelece aspectos simbólicos/nominais e relacionais, tanto quanto $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\vec{F} = \frac{\vec{d}p}{dt}$. Porém, a estrutura epistêmica do discurso de matematização poderá evidenciar um perfil semântico mais simbólico/nominalista (linguagem de ordens/tipológico) ou relacional (linguagem de ideias/topológico). O primeiro ficaria relegado ao âmbito *técnico,* enquanto o segundo à seara *estruturante.*

Defende-se que há diferentes significados com distintos níveis de complexidade semântica, envolvendo o caráter tipológico/nominalista e topológico/relacional, que estão condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\vec{F} = \frac{\vec{d}p}{dt}$. A construção destes significados, antes ou depois, de enunciar, simbolicamente, $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\vec{F} = \frac{\vec{d}p}{dt}$, sob a ótica destes distintos níveis de complexidade semântica, nominalista ou relacional, permitirão avaliar se o discurso matematizador revela uma intencionalidade didática voltada a intuir, junto ao público estudantil, *habilidades técnicas* ou *habilidades estruturantes*.

Os níveis DS1 e DS2 diriam respeito aos códigos semânticos de uma estrutura epistêmica discursiva de matematização limitada ao ato descritivo, ligado a representatividade simbólica e nominação de relações e proporções. Algo fraco, perante a integração Matemática mais natureza. Capaz, apenas, de habilitar o público estudantil para a *técnica* de leitura e aplicação de fórmulas, ou então, o uso de um raciocínio engessado e mecanizado.

O nível DS1, por exemplo, seria representado por um discurso do tipo: *'a segunda lei de Newton pode ser representada por $\vec{F} = m\vec{a}$, onde $\vec{F}$ representa a força resultante, m a massa e $\vec{a}$ a aceleração'.* Preocupado apenas com o que representa cada símbolo.

Não há um padrão discursivo, para a construção da complexidade semântica de nível DS1. Ou seja, este código semântico pode aparecer de diferentes formas discursivas.

No livro didático de ensino médio Luz et al (2016), oitavo e quarto título mais distribuído no PNLD 2018 e PNLD 2015, respectivamente, (BRASIL, 2018a; BRASIL, 2015a) o discurso de matematização da 2ª Lei de Newton, por exemplo, conta com um bloco preocupado em abordar o código semântico referente a representatividade simbólica. Isto fica claro quando os autores anunciam que

> O valor da força $\vec{F}$ que atua em um objeto, o valor da aceleração $\vec{a}$ que ele adquire e sua massa m estão relacionados, conforme vimos, pela expressão: $m = \frac{F}{a} \Rightarrow F = ma$. (LUZ et al, 2016, p. 115).

Fica nítido que dentro da intencionalidade didática dos autores há a preocupação em construir significados tipológicos, subjacentes a representatividade simbólica. Ou seja, neste bloco textual, o discurso matematizador da segunda Lei de Newton aborda uma estrutura semântica, condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$, tangente ao nível DS1.

Já o nível DS2, tem haver com um discurso matematizador do tipo: '*quanto maior este menor aquele*' ou '*se aumenta a força, aumenta a aceleração*'. Está conectado com as relações e proporções entre as grandezas físicas, que estão condensadas nas estruturas matematizadas. Porém, dependendo da forma como estas relações ou grau de proporção são apresentados, pode caracterizar a construção de um significado tipológico, tão nominal quanto aquele ligado a representatividade simbólica.

Em Luz et al (2016), por exemplo, isto fica explicito quando os autores discursam que

> […], para um dado valor da força $\vec{F}$ aplicada no objeto, podemos medir o valor da aceleração $\vec{a}$ que o objeto adquiri. Repetindo o procedimento com diversos valores da força $\vec{F}$, verificamos que:
>
> - duplicando **F**, o valor de **a** também duplica;
> - triplicando **F**, o valor de **a** também triplica;
> - quadruplicando **F**, o valor de **a** também quadruplica, e assim sucessivamente. (LUZ et al, 2016, p. 113 – grifos nossos).

Fica claro o caráter nominal do discurso matematizador, que tenta relacionar as grandezas físicas força, massa e aceleração. Porém, apresenta uma caracterização fenomenológica limitada, restrita ao arquétipo tipológico/nominal.

Apenas nominar relações reduz as mesmas ao âmbito de um raciocínio matemático calculista, que aparenta de um lado a Matemática e do outro a fenomenologia/mundo empírico. Como se o estudante tivesse que construir duas estruturas semânticas, o conceitual físico e o quantitativo matemático. A integração entre estes ocorreria de forma operacional, *técnica* e não *estruturante*.

Outro exemplo disto estaria no livro didático Yamamoto e Fuke (2016), quarto título mais distribuído, nas edições do PNLD 2018 e PNLD 2012 (BRASIL, 2012), e o sexto na edição PNLD 2015.

Ou seja, um livro bastante presente nas salas de aula de Física das escolas públicas brasileiras.

Abaixo, um bloco do discurso matematizador da segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$, apresentada pelos autores

> A relação entre grandezas $\vec{F}$ e $\vec{a}$ é dada por uma constante de proporcionalidade (k), de modo que podemos escrever: $\vec{F}_r = k\vec{a}_r$. (YAMAMOTO e FUKE, 2016, p. 140).

Percebe-se que os autores tentam matematizar as relações entre força, massa e aceleração apresentando a massa como constante de proporcionalidade.

Porém, o real significado que estabelece uma relação *estruturante* entre força (causas) e movimento (efeitos), condensado em $\vec{F} = m\vec{a}$, está conectado com a ideia de uma massa inercial e aditiva. Isto é o que integra o grau fenomenológico e evidencia a trajetória como estrutura para relacionar Dinâmica e Cinemática em $\vec{F} = m\vec{a}$. Sem este significado, as proporcionalidades entre força, massa e aceleração estabelecem-se no âmbito calculista (*técnico*) e não físico-matemático (*estruturante*).

Portanto, tratar a massa como uma constante de proporcionalidade evidencia um discurso matematizador limitado a construção de uma complexidade semântica de nível DS2. Pois, caracteriza a construção de significados de proporção limitados ao âmbito nominal.

O livro didático Gonçalves Filho e Toscano (2016) tem ocupado a décima posição, nas listas de distribuições das três últimas edições do PNLD, 2012, 2015 e 2018. Neste título, os autores apresentam uma estrutura epistêmica para o discurso matematizador de $\vec{F} = m\vec{a}$, onde a massa é considerada como sinônimo de inércia e não uma constante de proporção.

Após deduzir $\vec{F} = m\vec{a}$, a partir da variação temporal da quantidade de movimento ($\vec{F} = \frac{\overrightarrow{dQ}}{dt}$), os autores tentam construir os seguintes significados no bloco textual abaixo:

> Essa forma de expressar a segunda lei de Newton [$\vec{F} = m\vec{a}$] é importante **porque evidencia o conceito físico de massa.** Uma mesma força $\vec{F}$ aplicada a objetos com diferentes massas provoca variações distintas de velocidade, ainda que o intervalo de tempo seja o mesmo. Aliás, muitas situações do dia a dia **evidenciam que a massa de um objeto representa a dificuldade de variar sua velocidade**. Quando empurramos um carrinho de supermercado, aplicando sobre ele uma determinada força, variamos mais a sua velocidade quando ele está vazio do que quando está cheio. Do mesmo modo, uma composição de trem, por ter uma massa muito maior, precisa de um motor muito mais potente para ser colocada em movimento do que um automóvel. (GONÇALVES DIAS e TOSCANO, 20126, p. 48 – grifos nossos).

Na citação acima, percebe-se uma intencionalidade didática em construir significados subjacentes ao caráter de proporção. Porém, diferente de padrões nominais.

Os autores não nominam as relações entre força, massa e aceleração, a exemplo de Luz et al (2016). Tampouco, tratam a massa como uma constante de proporcionalidade, como Yamamoto e Fuke (2016).

Os mesmos trazem no discurso matematizador a constituição fenomenológica da massa como sinônimo de Inércia, a fim de construir os significados relacionais de proporção que estão condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$. Isto eleva o nível de complexidade semântica para o âmbito das relações físico-matemáticas de proporção. Evidenciam um pensamento físico, de forma integrada, entre Matemática e natureza/mundo empírico.

Este discurso matematizador estaria de acordo com o nível DS3.

O mesmo nível encontrado em um livro texto, voltado para o ensino superior, não muito comum nas disciplinas de Física, porém, bastante conhecido e referenciado, o '*Lições de Física'* do físico Richard Feynman. (FEYNMAN, 2008).

Este autor também matematiza a segunda Lei de Newton, mediante a ideia de variação temporal da quantidade de movimento ($\vec{F} = \frac{\vec{d}p}{dt}$), porém, utilizando a forma diferencial.

> Se exercermos um certo empurrão com nossos braços em um objeto que é leve, ele se move facilmente; se empurrarmos na mesma quantidade um outro objeto que é muito mais pesado no senso comum, então ele se move muito menos rápido. Na verdade, devemos mudar as palavras de "leve" e "pesado" para menos massivo e mais massivo, respectivamente, porque existe uma diferença a ser entendida entre peso de um objeto e sua inércia. (O quão difícil é colocar um objeto em movimento, e o quanto ele pesa é outra coisa.) Peso e inércia são proporcionais, e na superfície da Terra são muitas vezes numericamente iguais, o que causa uma certa confusão para os estudantes. Em Marte, pesos poderiam ser diferentes, mas a quantidade de força necessária para superar a inércia seria a mesma.
> Usamos o termo massa como uma medida quantitativa da inércia, e podemos medir massa, por exemplo, ao balançar um objeto em um círculo em uma certa velocidade e medindo quanta força é necessária para mantê-lo no círculo. Dessa maneira, achamos uma certa quantidade de massa para cada objeto. Agora o momento de um objeto é o produto de duas partes: sua *massa* e sua *velocidade*. Assim, a Segunda Lei de Newton pode ser escrita matematicamente desta maneira:$F = \frac{d}{dt}(mv)$. (FEYNMAN, 2008, p. 9-1 a 9-2[22] - grifo do autor)

Importante salientar que Feynman (2008) inicia o seu discurso matematizador da segunda Lei de Newton, justamente, esclarecendo o avanço no pensamento físico, a partir da ideia galileana de Inércia. Sendo que a seguir, o mesmo começa a construir os aspectos relacionais condensados na grandeza física quantidade de movimento, que envolvem massa e velocidade. Portanto, sua definição de quantidade de movimento como produto da massa e velocidade não é tão *seca* e *estéril*, como aparente nesta citação.

22Apesar e estranho não há erro de digitação aqui. A paginação apresentada no livro Lições de Física de Feynman é bastante peculiar. Cada capítulo reinicia a contabilidade de páginas. Assim, no caso aqui, por exemplo, 9-2 significa a página 2 do capítulo 9.

Observa-se que os significados de proporção, condensados em $F = \frac{d}{dt}(mv)$ são abordados do ponto de vista físico-matemático e não nominal. A massa sendo tratada como inércia e não como constante de proporcionalidade. Novamente, a fenomenologia ou o mundo empírico se condensam na estrutura matemática $F = \frac{d}{dt}(mv)$, de modo orgânico, como na matematização newtoniana.

Não ocorre um discurso descritivo ou nominal, perante as relações de proporção físico-matemáticas. As mesmas são construídas, mediante um discurso matematizador que envolve grandezas físicas e fenomenologia, basicamente, estruturado na massa inercial e aditiva. Um discurso matematizador que exemplifica o desempacotamento de significados subjacentes ao nível DS3.

Tanto Feynman (2008) quanto Gonçalves Filho e Toscano (2016) revelam um discurso matematizador da segunda Lei de Newton capazes de construírem significados referentes ao nível DS3. Ou seja, intuem um pensamento físico de proporções físico-matemáticas, onde a Matemática e conceitos físicos caminham juntos, de forma integrada, *estruturante.*

Diferente de Luz et al (2016) e Yamamoto e Fuke (2016), cuja construção semântica intui um pensamento físico que separa a Matemática dos conceitos físicos. Primeiro, nomina-se as proporções matemáticas, para depois integrar, por aglutinação, os conceitos físicos. Um discurso matematizador *técnico,* limitado a construir significados atrelados a resolução de questões do tipo '*plug-and-play'.*

Outro nível de DS, que diz respeito a um discurso matematizador *estruturante*, refere-se ao nível DS4. Onde há uma complexidade semântica condensada mais forte. Aquela que diz respeito ao âmbito relacional, porém, ligado a relação entre objetos físicos e que está presente em estruturas matemáticas.

Este nível pode ser exemplificado por um trecho do livro Feynman (2008):

> [...] a Segunda Lei de Newton **[$\vec{F} = m\vec{a}$]** diz mais do que o efeito de que uma dada força varia inversamente com a massa; **ela também diz que a direção da mudança na velocidade e a direção da força são as mesmas.** Assim devemos entender que uma mudança em uma velocidade, ou uma aceleração, tem um significado mais amplo do que na linguagem comum: **a velocidade de um objeto se movendo pode mudar pelo aumento da sua velocidade, pela sua diminuição (quando diminui dizemos que acelerou com uma aceleração negativa), ou mudando a sua direção de movimento**. (FEYNMAN, 2008, p. 9-2 - grifos nossos)

Fica nítida a intenção didática de Feynman (2008) em construir o significado físico-matemático de estrutura, que diz respeito ao papel da trajetória. Fortemente condensado em $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}$.

A segunda Lei de Newton não diz respeito apenas a relação *força-movimento* em termos de proporções físico-matemáticas. É possível estabelecer conclusões dinâmicas e cinemáticas, através da trajetória. Assim como, definir esta última, mediante características dinâmicas e cinemáticas.

Conforme Panza (2017), uma característica marcante do processo de matematização orgânica de Newton condiz com a sua astúcia em encontrar uma grandeza mensurável, capaz de proporcionar um sistema de relações físico-matemático, interligando objetos físicos.

A perspectiva historiográfica do processo de matematização newtoniana (ver capítulo 3) aponta que a trajetória condiz com uma destas grandezas, no que diz respeito a matematização da Mecânica Racional. É através dela que Newton matematiza a hipótese de Hooke, de que uma força, à distância, é inversamente proporcional quadrado da distância - $\vec{F}\alpha\frac{1}{d^2}$. Ou seja, a trajetória é o '*experimento'* que permite Newton medir e encontrar a natureza física do objeto em análise.

Portanto, dissecar $\vec{F} = m\vec{a}$ em $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}$ mostra, nitidamente, as causas físicas da Dinâmica $(\frac{\vec{F}}{m})$ de um lado e os efeitos cinemáticos observados do outro $(\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2})$. Um detalhe que explica muito a capacidade de teorização ou construção de significados que está, fortemente, condensado em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Geralmente, no ensino de Física, a programabilidade didática separa Cinemática e Dinâmica. Ensina-se a primeira (descrição dos movimentos) e depois a segunda (as causas destes movimentos). Porém, frequentemente, no ensino da segunda não há um retorno à primeira. Tornando a separação um artifício *técnico*, em termos de matematização.

Em $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$, também há a condensação de uma complexidade semântica, referente ao significado físico-matemático de estrutura. É o campo faradayniano que permite unir Matemática e natureza para prover o pensamento físico-matemático que conecta objetos físicos da Eletricidade com o Magnetismo.

Sem a intenção de esgotar a lista, pode-se citar outros exemplos.

Em $E = hf$ é a quantização de energia, que permite relacionar Frequência e Energia de um fóton luminoso. Ou seja, integrar Matemática mais natureza na união de objetos físicos da ondulatória com aspectos da energia. Até então, na Física Clássica, a energia de uma onda era vinculada a sua intensidade.

Em $Q = \pm Ne$ é a quantização da carga elétrica que conecta a carga elétrica de um corpo ao número de prótons ou elétrons em excesso.

Parece trivial, mas estes significados físico-matemáticos estruturais, que permitem a Matemática conectar objetos físicos, condizem com um alto nível de complexidade semântica e estão condensados nestas estruturas matemáticas.

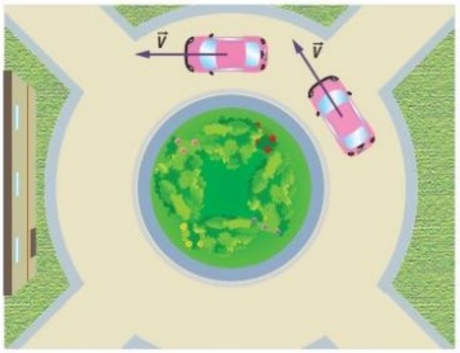
Portanto, é importante que a episteme do discurso matematizador das mesmas construa ou intua nos estudantes tais significados. Ou seja, é importante desempacotar tal complexidade semântica que se encontra condensada.

Em relação a segunda Lei de Newton, geralmente, a evidência do papel *estruturante* da trajetória, na conexão de objetos físicos da Dinâmica e da Cinemática, aparece no assunto denominado '*Força Centrípeta'*. Cujo ensino tem uma programação posterior a matematização de $\vec{F} = m\vec{a}$.

No texto referente a tal assunto*,* Gonçalves Filho e Toscano (2016), por exemplo, matematizam a resultante centrípeta, a partir da segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$ e abordam esta complexidade semântica

> No Sistema Solar, todos os planetas estão em órbita em torno do Sol, isto é, giram ao redor dele. O mesmo vale para os satélites naturais em relação a seus planetas, como a Lua, que gira em torno da Terra.
> Ao realizarem este movimento, a velocidade dos planetas varia em módulo, direção e sentido durante a trajetória.
> De acordo com a lei fundamental dos movimentos, essa variação é produzida pela ação de uma força. […].
> Quando uma força age sobre um corpo de modo que este realize um movimento circular, ela recebe o nome de **força centrípeta** ($\vec{F_c}$). […].
> Admitindo-se que a massa não varie, podemos aplicar a lei fundamental dos movimentos e considerar que a força centrípeta ($\vec{F_c}$) resulta do produto entre a massa (*m*) e a aceleração, chamada, então, de aceleração centrípeta ($\vec{a}_c$). $\vec{F_c} = m\vec{a}_c$
> O módulo da aceleração centrípeta ($\vec{a}_c$) é calculado dividindo o valor do quadrado da velocidade instantânea pelo raio de curvatura da trajetória (*R*).
> $$a_c = \frac{v^2}{R}$$
> Sua direção é normal (perpendicular) à trajetória em cada posição do objeto, e seu sentido é orientado para o centro de curvatura. A direção e o sentido da força centrípeta são os mesmos da aceleração centrípeta: o vetor aponta para o centro da curva em todos os pontos da trajetória circular. Substituindo esta expressão na anterior, o módulo da força centrípeta pode ser obtido por:
> $F_c = m\frac{v^2}{R}$. (GONÇALVES DIAS e TOSCANO, 2016, p. 99-100).

A seguir os autores ainda explicitam

> Vamos analisar com mais detalhes a situação a em que um carro faz uma curva.
> Em uma trajetória circular, pelo menos a direção do vetor velocidade varia, como se pode ver na figura 17.
>
> 
>
>
> Nesse exemplo, mesmo quando o velocímetro do carro indica um valor constante, sua velocidade varia em direção e sentido durante a curva. De acordo com a segunda lei de Newton, a variação na direção da velocidade está associada à ação de uma força que, neste caso, recebe o nome de **força centrípeta** ($\vec{F}_c$). (GONÇALVES DIAS e TOSCANO, 2016, p. 100 – grifo do autor).

Há que se considerar que o conteúdo físico escolar conta com uma programabilidade e, geralmente, no ensino brasileiro, o assunto '*Força Centrípeta',* que diz respeito a dinâmica ou relação '*força-movimento'* em curvas, está presente após conteúdos subjacentes as '*Leis de Newton'* e '*força de atrito'*. Ou seja, o papel físico-matemático *estruturante* que a trajetória desempenha, em conectar elementos da Cinemática e da Dinâmica, bastante evidente em curvas, geralmente, está explícito após a matematização da segunda Lei de Newton. E não durante a mesma.

O que não significa algo depreciativo. Porém, não estar presente no ato de matematização da segunda Lei, influencia no comportamento do Alcance Semântico menor do que se estivesse.

Importante salientar que estes extratos textuais supracitados não condizem com o perfil semântico de um discurso de matematização, presente nos livros explorados. Referem-se a uma exemplificação da complexidade semântica que compõem os níveis de DS, elencados no Iceberg.

Estes extratos textuais seriam blocos textuais de construção de significados. Uma forma de particionar o decorrer de um discurso de matematização, presente em um texto. Se a análise fosse em sala de aula tal partição seria mensurada pelo tempo de aula.

Assim, para além destes exemplos, é possível esclarecer, ainda mais, estes níveis de DS, através de um discurso de matematização exemplar ou modelo. De forma que em tal discurso contemple todos os níveis DS1, DS2, DS3, DS4 e permita demonstrar como traçar um perfil semântico do discurso de matematização.

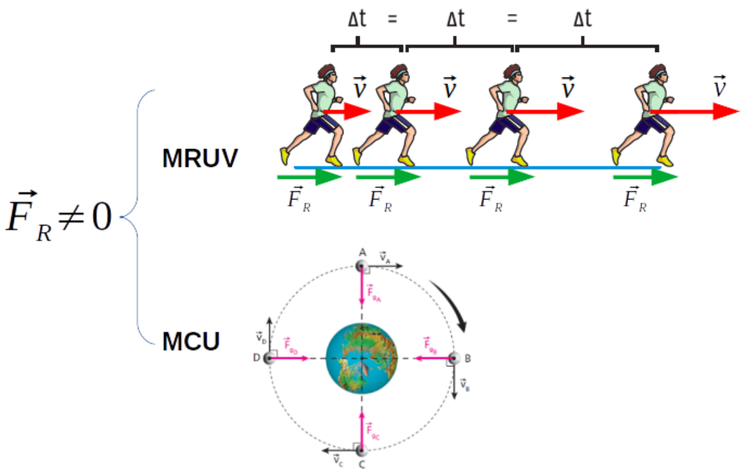
Este modelo exemplar condiz como um parâmetro de análise. Ou seja, diz respeito a um instrumento metodológico para esta tese. Já que poderá ajudar a parametrizar discursos analisados, na parte empírica da mesma.

O conteúdo escolhido para apresentar um modelo ou exemplar discursivo de matematização é a segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$.

Importante salientar que o foco neste exemplar ou modelo de matematização está na construção dos significados. De forma que a atitude didático-pedagógica ou a qualidade textual, para atingir a intenção didática em construir os significados, subjacentes a uma complexidade semântica ou nível de DS, não importam, neste momento.

Quadro 6 - Modelo de um discurso de matematização com todos os níveis de DS para a segunda Lei de Newton – $\vec{F} = m\vec{a}$

Bloco	DS	Intencionalidade semântica	Justificativas do nível de DS
1	2	No capítulo anterior, vimos no que consiste a Inércia de um corpo. Uma característica intrínseca da matéria em manter, de forma natural, o seu estado.	Nomina-se a relação entre Inércia corporal e o fenômeno natural de manter o estado. Não há uma construção fenomenológica explicativa desta relação.
2	3	Ou seja, se a força resultante $\vec{F}_R$, sobre um corpo for igual a zero, este corpo tende, naturalmente, devido a sua Inércia, a manter a sua velocidade vetorial: 1) se estiver parado, permanecerá parado ($\vec{v} = 0$); 2) se estiver em movimento, tenderá a manter sua velocidade vetorial constante ($\vec{v} = constante$).	Neste bloco, a relação entre Inércia corporal e o fenômeno natural de manutenção de um estado é explicado. As relações, entre força e movimento, não são apenas nominadas ou descritas. O discurso envolve uma fenomenologia, que matematiza (relaciona) ideias entre força, massa (inércia) e movimento.
3	2	Este pensamento físico pode ser representado através da seguinte simbolização:	As mesmas ideias do bloco anterior são nominadas neste bloco, através de uma

		$\overrightarrow{F_R} = 0 \begin{cases} \vec{v} = 0\ (repouso) \\ \vec{v} = constante\ (MRU) \end{cases}$	estrutura simbolizada.
4	1	Onde: $\vec{F}_R = força resultante$ $\vec{v} = vetor\ velocidade$	Neste bloco, descreve-se ou nomina o que representam os símbolos da estrutura matemática, apresentada no bloco anterior.
5	2	Portanto, se a $\vec{F}_R$ sobre o corpo for igual a zero, ($\vec{F}_R = 0$), então, há duas de estado para o mesmo: manter-se em repouso ou continuar em MRU. Mas, se a $\vec{F}_R$ sobre o corpo for diferente de zero? O que acontece? A resposta para esta pergunta é que haverá uma mudança temporal na velocidade do corpo. Porém, lembre-se que a velocidade ($\vec{v}$) caracteriza-se como uma grandeza vetorial. Ou seja, possuí intensidade, direção e sentido. Neste caso, para uma força resultante diferente de zero ($\vec{F}_R \neq 0$) poderá haver tanto uma alteração temporal na intensidade quanto na direção e sentido da velocidade.	Neste bloco, são nominados os efeitos causados por uma força resultante diferente de zero sobre um corpo. Se antes, quando a força resultante sobre o corpo era igual a zero, o mesmo ficava à mercê da sua inércia, agora, esta será vencida, ocasionando uma alteração temporal no vetor velocidade. Tal construção semântica não é envolvida numa fenomenologia, apenas nominalizada.
6	3	Isto pode ser esclarecido nos dois casos ilustrados, abaixo 	As relações que são nominalizadas ou descritas no bloco anterior, são envolvidas, neste bloco, numa construção semântica subjacente ao mundo empírico. Matemática mais natureza são envolvidos no discurso de construção das relações físico-matemáticas, subjacentes a relação força-movimento.
7	1	Sendo que: MRUV significa Movimento Retilíneo Uniformemente Variado e MCU significa Movimento Circular Uniforme. Ambos já detalhados, no âmbito cinemático.	Neste bloco, descreve-se ou nomina-se símbolos da estrutura matematizada,

			apresentada no bloco anterior.
8	3	Agora, é hora de entender as causas dos efeitos cinemáticos, em ambos os movimentos, ilustrados acima. Pode-se observar pela figura que, no caso do MRUV, a força resultante possui a mesma direção que o vetor velocidade, proporcionando uma alteração temporal na intensidade deste último e mantendo-o constante em termos de direção. Como a força resultante tem o mesmo sentido do vetor velocidade, caracteriza-se um aumento na intensidade da velocidade, demonstrando que o atleta acelera. Caso a força resultante estivesse apontando no sentido contrário, haveria uma diminuição na intensidade da velocidade e o atleta retardaria o seu movimento. Quanto maior a massa do atleta, maior a sua inércia (maior a sua tendência natural em manter a intensidade e direção do seu vetor velocidade). Ou seja, maior seria a força resultante necessária para alterar a intensidade do seu vetor velocidade. O mesmo raciocínio serve para o caso contrário, em que o atleta teria uma massa ou inércia menor.	No bloco 6, há um discurso matematizador que estabelece a construção de significados subjacentes a relações físico-matemáticas, via duas ilustrações. Neste bloco 8, há, basicamente, a mesma intencionalidade didática do bloco 6, porém, com uma explicação mais detalhada, focada na primeira ilustração. Ou seja, o nível de DS é o mesmo, porém, no bloco 6, via o discurso ilustrativo. Já neste bloco 8, via um discurso por escrito.
9	4	O fato de a força resultante estar na mesma direção que o vetor velocidade, então, implica numa alteração temporal na intensidade deste último. No mesmo sentido, aumenta a intensidade (no exemplo, acelera a massa inercial do atleta) e no sentido contrário diminui a intensidade (no exemplo, retarda a massa inercial do atleta). Isto identifica que não há uma mudança na trajetória do atleta, que pode acelerar e retardar, mas sempre em linha reta. E se a força resultante não estiver na mesma direção que o vetor velocidade? Ou seja, formar com o vetor velocidade, diferente de 0º (mesmo sentido) e 180º (sentido contrário)? Este o caso representado, na figura, pelo MCU, que modela o movimento da Lua ao redor da Terra. Percebe-se que a força resultante que atua sobre a Lua é perpendicular ao seu vetor velocidade. Neste caso, a força resultante faz o papel de uma resultante centrípeta, cuja função é a de provocar uma alteração temporal na direção do vetor velocidade do planeta. Não uma alteração na sua intensidade. Por isso o movimento da Lua é circular, dado que se altera a direção do seu vetor velocidade, em cada instante que este se movimenta. Porém, é uniforme, já que a sua intensidade é constante. Isto explica por que a força gravitacional da Terra sobre a Lua, atrai esta última, porém, não a desloca em direção à Terra. Por que o papel desta força é o de alterar a direção do vetor velocidade da Lua, que, ao invés de seguir, de acordo com a sua inércia (tendência natural de continuar em linha reta), compõem uma trajetória curvilínea.	Este bloco 9 complementa a explicação detalhada, iniciada no bloco anterior. Porém, agora há a intencionalidade didática em construir significados referentes as relações físico-matemáticas de estrutura. Evidenciadas pelo papel da trajetória em interligar objetos da Dinâmica e da Cinemática. Ou seja, a trajetória permite evidenciar as relações físico-matemáticas na relação força-movimento.
10	2	Percebe-se, então, que, tanto no caso retilíneo uniforme quanto curvilíneo uniforme, ilustrados e detalhados acima, há uma alteração temporal no vetor velocidade. No primeiro, uma variação na intensidade e, no segundo, uma variação na direção.	Neste bloco há uma descrição ou nominalização da aceleração.

		Conforme visto, no capítulo anterior, este efeito cinemático de uma variação de velocidade, num certo intervalo de tempo, caracteriza uma aceleração $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$.	Em geral, ao apresentar ou enunciar uma estrutura matemática, revela um discurso matematizador, voltado para a complexidade semântica nominal. Sendo que a construção da complexidade semântica relacional, condensada na mesma, poderá ser construída antes ou depois da sua enunciação.
11	1	Onde: ´ $\vec{a} = aceleração\ [m/s^2]$ $\Delta v = variação\ de\ velocidade\ [m/s]$ $\Delta t = tempo\ [s]$	Neste bloco, descreve-se ou nomina-se símbolos da estrutura matematizada, apresentada no bloco anterior.
12	2	Assim, podemos concluir que uma força resultante diferente de zero implica numa aceleração dos corpos ($\vec{F}_R \rightarrow \vec{a}$), ou seja, numa variação temporal da velocidade.	Neste bloco, de forma nominal, estabelece-se a relação entre força e aceleração.
13	3	Mediante tal conclusão, vamos analisar a seguinte situação. Aplica-se uma força resultante de 1000 N sobre um caminhão e sobre um fusca, ambos em repouso. A aceleração será a mesma? Não!! Porque o efeito cinemático em acelerar depende de outro fator dinâmico, além da intensidade e direção da força resultante. Depende da quantidade de inércia (ou massa) que se pretende acelerar. Como o caminhão possui maior massa, possui mais inércia. Ou seja, mais "vontade" natural, neste caso, de permanecer em repouso. O fusca, por sua vez, possui uma massa menor, menos inércia ou "*vontade*" natural de permanecer no mesmo estado. Logo, a força de 1000 N produzirá um efeito de aceleração maior no fusca do que no caminhão. Isto leva a conclusão de que quanto maior a massa (mais inércia), mais intensa terá que ser a força resultante, a fim de vencê-la e alterar a velocidade do corpo ou sistema. 	Neste bloco, o discurso matematizador intenta construir significados referentes ao papel dinâmico da massa e seus efeitos cinemáticos. Tal discurso se apoia na fenomenologia, mesmo que em um exemplo simples do mundo empírico. O pensamento físico é intermediado pela integração da Matemática com a natureza.
14	2	Assim, podemos concluir que	Neste bloco, há uma nominalização ou

		1) Quanto maior a massa (mais inércia), mais resistência a mudança de estado, portanto, teremos que ter uma força resultante maior, para acelerar (variar a velocidade). 2) Quanto menor a massa (menos inércia), menos resistência a mudança de estado, portanto, teremos que ter uma força resultante menor, para acelerar (variar a velocidade).	descrição das relações construídas, em blocos anteriores.
15	4	Estas conclusões servem tanto para o movimento retilíneo quanto curvilíneo. Afinal, para uma mesma curva, necessita-se de uma força resultante mais intensa para variar a direção do vetor velocidade de um caminhão (mais inércia) do que um fusca (menos inércia). O caminhão detém mais massa, ou seja, mais inércia ou uma tendência natural maior em manter o vetor velocidade constante e escapar pela tangente à trajetória curva. O que exige uma força resultante mais intensa para variar a direção deste vetor velocidade. Mais adiante, o estudo dinâmico do movimento curvilíneo detalhará mais sobre a relação *força-movimento* em trajetórias curvas.	Neste bloco 15, novamente, o foco está na construção de significados referentes as relações físico-matemáticas de estrutura. Porém, desta vez, focado no papel da dinâmico da massa e seus efeitos cinemáticos em trajetórias curvilíneas.
16	2	Todas estas relações entre força resultante, massa e aceleração debatidas até aqui podem ser condensadas na seguinte estrutura matemática: $$\vec{F} = m\vec{a}$$	Neste bloco, nomina-se as relações entre força, massa e aceleração, enunciando-se a estrutura matemática que condensa todos os 4 níveis de complexidade semântica, construídos nos blocos anteriores.
17	1	Onde: $$\vec{F}_R = força\ resultante\ [N]$$ $$m = massa\ [kg]$$ $$\vec{a} = aceleração\ [m/s^2]$$	Neste bloco, descreve-se ou nomina-se símbolos e unidades da estrutura matematizada, apresentada no bloco anterior.
18	4	Esta é a chamada segunda Lei de Newton ou princípio fundamental da dinâmica. Que, no formato $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ apresenta, de um lado fatores dinâmicos (causas) e dos outros fatores cinemáticos (efeitos), ou seja, a conexão entre objetos físicos da Cinemática (movimentos) e da Dinâmica (a causa de tais movimentos). Se, no primeiro capítulo aprendemos a descrever os movimentos, agora, passaremos as suas causas, tanto em movimentos retilíneos quanto curvilíneos.	Neste bloco, constrói-se significados subjacentes as relações físico-matemáticas de estrutura, uma complexidade semântica que está condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Como mencionou-se, anteriormente, o foco aqui não diz respeito a qualidade textual do discurso de matematização, que poderia ser qualificado mediante critérios textuais ou didático-pedagógicos. Se a linguagem textual está explicita ou adequada para determinado nível de ensino, uso de figuras, analogias e outros elementos didáticos não vem ao caso. O modelo diz respeito a demonstrar e esclarecer a contemplação dos níveis de complexidade semântica ou códigos de legitimação que estariam condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$ e que estruturariam um discurso de matematização, dentro do espectro *técnico-estruturante.*

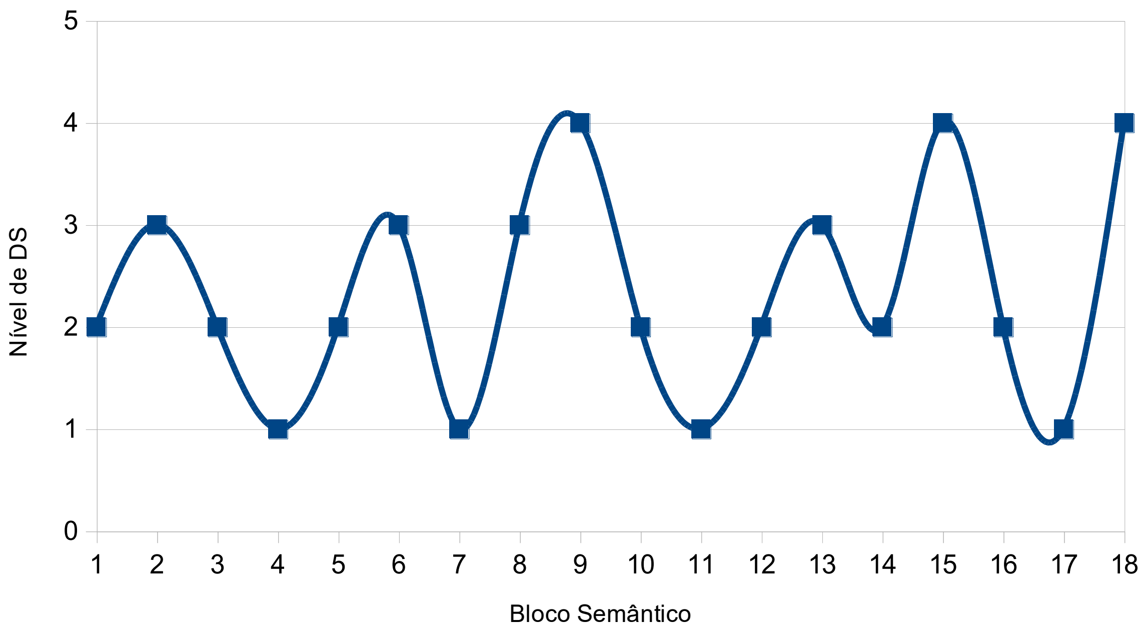
Obviamente, tal separação é artificial, porém, necessária ao ato analítico. Em hipótese alguma menospreza-se o emaranhamento conjunto de um discurso, que forja a intencionalidade didática.

Com certeza, também, haveria outros modelos, para a matematização de $\vec{F} = m\vec{a}$. O que poderia identificar um número de blocos textuais diferentes. Bem como uma pulsação do Alcance Semântico com características, também, distintas do modelo proposto.

O modelo propõe o ato reflexivo e não prescritivo.

Diante dos dados, expostos nas duas primeiras colunas do Quadro 6, pode-se construir um perfil semântico do discurso modelo de matematização, para a segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$, conforme a Figura 20, abaixo.

Figura 20 - Perfil Semântico Modelo para o Discurso de Matematização



Fonte: elaboração própria

Este gráfico evidencia um perfil semântico da episteme discursiva de matematização, no âmbito da construção dos significados ou princípios organizacionais matematizadores, subjacentes ao espectro *técnico-estruturante*. Seria uma episteme discursiva exemplar, que servirá como instrumento metodológico, para a parte empírica da tese. Onde serão analisados livros didáticos destinados ao ensino de Física.

Pelo perfil, é possível perceber que o discurso matematizador aborda, ao longo dos blocos semânticos, uma complexidade semântica fraca, DS1, até a uma mais forte, DS4. Supostamente condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Este intervalo é denominado de Alcance Semântico. Uma espécie de amplitude, se observarmos o perfil como uma onda semântica.

Não seria apenas este Alcance Semântico que permitiria a qualificação do discurso matematizador, dentro do espectro *técnico-estruturante*. Isto tornaria o processo qualificador engessado, dicotômico e taxativo.

Do tipo, se o discurso abordar todos os níveis de DS, indiferente do número de blocos textuais, é *estruturante*. A abordagem de apenas os dois primeiros níveis, DS1 e DS2, seria um discurso matematizador *técnico*.

Seria muito raso e taxativo qualificar um discurso matematizador, de forma dicotômica, como sendo *técnico* ou *estruturante*, através de uma ferramenta de análise. Ainda mais, mediante um item analítico, como o Alcance Semântico, projetado num plano cartesiano.

Por isso, o importante é a pulsação deste Alcance Semântico. Isto que permitiria qualificar se um discurso matematizador está mais inclinado a legitimar uma semântica *técnica* ou *estruturante*.

O pulsar do Alcance Semântico potencializa o ato reflexivo. Além de promover conclusões mais relacionais. Mediante a variação de níveis de DS e número de blocos textuais promovidos[23].

---

23 Para um discurso de sala de aula, tal relação seria construída com a variável tempo.

Assim como Karam (2012) aborda as atitudes didático-pedagógicas de um professor de Física experiente e diferenciado para modelar a análise de um discurso matematizador no ensino de Física, aqui o modelo ou exemplar baseia-se na seara semântica, ou seja, na construção de significados. Mais precisamente na oscilação do Alcance Semântico perfilado.

Diante desta teorização, elencou-se quatro níveis de DS ou códigos de legitimação, que permitiriam analisar como pulsa a estrutura epistêmica de um discurso de matematização no ensino de Física.

Conforme supracitado, a base para a construção de tais níveis foram os âmbitos nominal e relacional. Aspectos presentes no conteúdo físico escolar matematizado, portanto, uteis a eleição dos princípios organizacionais que legitimam um discurso de matematização, dentro do espectro *técnico-estruturante*.

O Quadro 7, abaixo, detalha tais níveis.

Quadro 7 - Níveis de DS para análise de um discurso de matematização no ensino de Física

DS	Nível	Complexidade semântica condensada	Intui uma Habilidade	Descrição	Exemplo discursivo
FRACA	DS1	Significados Tipológicos de representação Simbólica	Técnica	Descrever ou nominar o que representa cada símbolo de uma estrutura matemática apresentada	"a segunda de Newton diz que - $\vec{F} = m\vec{a}$. Onde: F = força [N] m = massa [kg] a = aceleração [m/s^2] Lembrando que a setinha em cima do F e do a diz respeito a grandezas físicas vetoriais. Possuem módulo, direção e sentido".
	DS2	Significados Tipológicos de proporção nominal	Técnica	Descrever ou nominar a proporcionalidade ou relação entre as grandezas físicas, condensadas numa estrutura matemática.	"observando a equação que representa a segunda Lei de Newton, conclui-se que: 1) a aceleração é diretamente proporcional a força; 2) quanto maior a força, maior a aceleração"; 3) massa e aceleração são inversamente proporcionais.'
	DS3	Significados Topológicos de proporção fsc-mtm	Estruturante	Proporcionar um raciocínio físico, ligado as relações físico-matemáticas de proporção, de modo integrado entre Matemática e a fenomenologia, presente no mundo empírico.	"Na segunda Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$, é importante observar que massa não representa uma constante de proporcionalidade, ela representa, fisicamente, a inércia. Por isso, necessita-se de mais força para colocar um carro em movimento, na comparação com uma bicicleta."
FORTE	DS4	Significados Topológicos de estrutura físico-matemática	Estruturante	Tornar evidente os elementos que possibilitam a Matemática conectar objetos físicos, de diferentes classes.	"Em $\vec{F} = m\vec{a}$, há a conexão entre objetos físicos da Cinemática e da Dinâmica e isto é possível através da trajetória." "Em $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$o campo é que permite estruturar esta ideia. Sem campo não há conexão entre eletricidade e magnetismo.'

Fonte: elaboração própria

No Quadro 7, a numeração destes níveis de Densidade Semântica indica o grau da complexidade semântica que estão condensados nas estruturas matemáticas a serem matematizadas. Não significa a ordem com que devam aparecer ao longo do discurso de matematização.

Reiterando, esta tese não defende uma direção e sentido no processo de matematização. Este último é estabelecer relações e até expressões verbais podem condensar tais complexidades, referente ao papel da Matemática na estruturação de ideias físicas.

Portanto, independente de etapas ou atitudes didático-pedagógicas, o foco é verificar, através de um perfilamento, a oscilação do Alcance Semântico, no discurso de matematização. Esta é que denunciará uma legitimação discursiva inclinada à *técnica* ou *estruturante.*

7.2 LABORATÓRIO EMPÍRICO EM LIVROS DIDÁTICOS DE FÍSICA

Até aqui, esta tese teorizou a construção de uma ferramenta de análise para qualificar o discurso de matematização no ensino de Física. Qualificação no sentido analítico, dentro de um espectro *técnico-estruturante*. Nada atrelado a uma caracterização valorativa. A questão diz respeito a intencionalidade didática na construção de significados.

Assim, após teorizar, é necessário aterrissar em objetos empíricos. Salas de aula, materiais didáticos e conteúdo físico escolar não podem ser reduzidos apenas ao mundo das ideias.

Este ato analítico, no campo semântico do processo de matematização, exige definir um conteúdo físico escolar, como objeto a ser analisado. Para esta escolha optou-se pela análise da construção dos significados no discurso de matematização da 2ª Lei de Newton - $\vec{F} = m\vec{a}$.

Tal escolha não se deve ao fato de a tese construir um modelo ou exemplar de matematização focado, justamente, na segunda Lei. Tem mais a ver com o capítulo 3 deste trabalho, onde abordou-se o caráter orgânico da matematização newtoniana, em unir Matemática mais natureza, de forma estruturante. Na matematização da sua Mecânica Racional, chegar à força através da trajetória diz muito do caráter estruturante dos processos de matematizações que se pretende nas salas de aula de Física.

O conteúdo físico escolar poderia ser a Lei de Faraday ($\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$) também abordado no capítulo 3, porém, optou-se pela segunda Lei.

Quanto ao cenário, em que ocorre este processo de matematização, a ideia inicial seria demonstrar o potencial da ferramenta mediante dados coletados em salas de aula de Física. No entanto, isto tornou-se inviável, por causa da pandemia, provocada pelo Coronavírus, que assolou o Brasil e o mundo.

Desde o início de 2020, as escolas foram fechadas e o ensino de Física tornou-se, totalmente, online. Mais adiante, no início de 2021, algumas escolas voltaram a funcionar, porém no formato híbrido.

Este fato direcionou a parte empírica desta tese para o que diz respeito a livros didáticos de Física. Deixando o âmbito da sala de aula para desdobramentos futuros.

Os livros didáticos dizem muito sobre o processo de matematização pretendido no ensino de Física. Localizam a intencionalidade didática na esfera do *saber a ensinar* e são referência para os professores que operam o ensino em salas de aula, dentro da esfera do *saber ensinado*. (CHEVALLARD, 1991).

Decidido por uma análise empírica focada em livros didáticos, houve a necessidade de eleger critérios para a escolha de quais os livros seriam analisados.

Optou-se, inicialmente, pelo universo de livros didáticos destinados ao nível médio. Guiando a escolha através das coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Tais coleções são compostas por livros destinados a estudantes do 1º, 2º e 3º anos, além de um manual docente.

Como a 2ª Lei de Newton trata-se de um assunto presente no 1º ano do ensino médio, foram selecionados livros destinados a estudantes desta etapa escolar. No entanto, quais títulos analisar?

Após a análise e aprovação das coleções, o Ministério da Educação (MEC) expede um guia do PNLD, com a descrição dos critérios analíticos, bem como uma resenha das coleções aprovadas. Este guia serve como referência aos professores, para que estes optem ou escolham dois títulos, dentre todas as coleções aprovadas.

Realizadas as escolhas e aquisições, o MEC divulga dados estatísticos das coleções mais distribuídas, por disciplina. Ao analisar estes dados, referentes as duas últimas edições do PNLD, 2015 e 2018, encontrou-se os seguintes dados, nos documentos oficiais Brasil 2015a e Brasil 2018a.

Tabela 4 - Livros de 1º ano mais distribuídos – PNLDs 2018 e 2015

2018 (BRASIL, 2018a)		**2015** (BRASIL, 2015a)	
Título	**Tiragem**	**Título**	**Tiragem**
FÍSICA: MECÂNICA (BONJORNO et al, 2016)	625.515	FÍSICA: MECÂNICA (BONJORNO et al, 2013)	572.631
FÍSICA AULA POR AULA: MECÂNICA (BARRETO e XAVIER, 2016)	398.118	SER PROTAGONISTA FÍSICA 1 (FUKUI et al, 2013)	362.353
SER PROTAGONISTA FÍSICA 1 (FUKUI et al, 2016)	313.297	FÍSICA AULA POR AULA: MECÂNICA (BARRETO e XAVIER, 2013)	306.892

Fonte: Elaboração própria

Estes dados apontam que três títulos dominaram a distribuição de livros de Física, destinados ao 1º ano do ensino médio. Tanto na edição PNLD 2018 (BRASIL, 2018b) quanto na edição PNLD 2015 (BRASIL, 2015b).

Na primeira, a soma dos três títulos distribuídos (1.336.930 livros) representa, aproximadamente, 42,7% do total de livros do 1º ano, adquiridos e distribuídos (3.013.0791). Na segunda, a soma dos três (1.241.876) constituí, aproximadamente, 30,7% deste total (4.042.863).

Tal apontamento revelou-se um dado interessante para o estudo empírico desta tese, afinal, denuncia os três discursos de matematização da 2ª de Newton, mais distribuídos nas escolas públicas brasileiras, em termos de livros didáticos. Fato que culminou na escolha das últimas edições destes três títulos, a nível de ensino médio, para serem analisados: Bonjorno et al (2016), Barreto e Xavier (2016) e Fukui et al (2016).

Apresenta-se, abaixo, uma tabela com os livros analisados e seus respectivos códigos de identificação, ao longo desta tese.

Tabela 5 - Livros Didáticos Analisados

Livro	Título	Nível de Ensino	Código
1	Física: Mecânica (BONJORNO ET AL, 2016)	Ensino Médio	Livro 01/EM
2	Física aula por aula: Mecânica (BARRETO e XAVIER, 2016)	Ensino Médio	Livro 02/EM
3	SER PROTAGONISTA: FÍSICA 1 (FUKUI et al, 2016)	Ensino Médio	Livro 03/EM

Fonte: elaboração própria

Em relação aos procedimentos metodológicos de análise e confecção do perfil semântico de matematização da segunda Lei de Newton, considerou-se que cada um dos títulos escolhidos possui um capítulo específico para a apresentação deste conteúdo, no qual ocorre a matematização a ser analisada. Por específico entende-se a construção de ideias, antes e depois da enunciação de $\vec{F} = m\vec{a}$.

Por uma questão de sistematização para a análise, ignora-se a possibilidade de alguns significados serem apontados em capítulos anteriores ou posteriores, àquele específico de matematização da segunda Lei de Newton.

Também, a análise não levou em consideração o ato comparativo na quantidade de texto, que identifica a construção de significados. Se um livro escreveu dois parágrafos para legitimar uma semântica ligada ao nível DS1, por exemplo, e outro escreveu apenas um, não foi considerado.

Como forma de mensurar a extensão do discurso de matematização, separou-se o mesmo em blocos textuais de construção de significados (blocos semânticos). Aquilo que seria o tempo didático na fala de um professor em sala de aula.

O critério de partição para estes blocos diz respeito a ideia ou significado que o discurso matematizador intenciona construir/legitimar. Considerando que a detecção do nível de DS diz respeito a algo explicito no texto. Não uma construção implícita ao ato discursivo.

7.2.1 Resultados e discussões

Livro 01/EM

O primeiro livro analisado foi o título **Física: Mecânica**. (BONJORNO ET AL, 2016). Identificado, daqui para frente, como Livro 01/EM.

Neste livro, os autores delimitam os assuntos de Física por Unidades, compostas por capítulos. Referente a segunda Lei de Newton, o tema encontra-se na Unidade 4 – Dinâmica. Dentro do segundo item do Capítulo 9.

Antes, nas Unidades 2 e 3, os autores trabalham toda a Cinemática Escalar e Cinemática Vetorial. Uma programabilidade tradicional. Primeiro o estudo dos movimentos (Cinemática) e depois o estudo de suas causas (Dinâmica).

Os autores tratam a 2ª Lei de Newton como o princípio fundamental da Dinâmica e discursam a construção dos significados, condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$, em menos 2 páginas.

Separou-se este discurso em 8 blocos semânticos.

No Bloco Semântico 1, os autores iniciam o discurso matematizador com uma questão problematizadora, subjacente à relação *força-movimento.* O contexto utilizado para problematizar é o deslocamento horizontal de um bloco, executado por dois meninos, conforme ilustração, abaixo.

Figura 21- Bloco Semântico 1 – Livro 01/EM

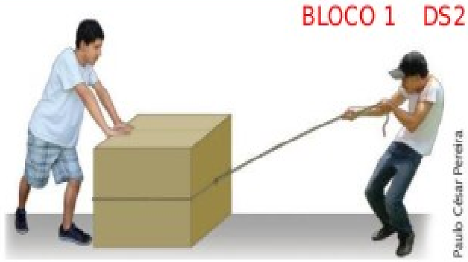
Que tipo de movimento um caixote muito pesado apresentaria se um colega o ajudasse a deslocá-lo?

Ainda de acordo com o seu famoso livro **Princípios matemáticos da Filosofia Natural**, Newton enunciou assim a 2ª lei:

"A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força."

E, na sequência, escreve o seguinte comentário:

"Se toda força produz algum movimento, uma força dupla produzirá um movimento duplo e uma tripla, um triplo, quer essa força se imprima conjuntamente e de uma vez só, quer seja impressa gradual e sucessivamente."



Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

Neste primeiro bloco semântico, o caminho matematizador dos autores identifica-se com o nível DS2. Restrito a uma construção de significados, condizentes com a nominação de relações ou proporções.

Isto fica evidente mediante ao uso de trechos do *Princípia* de Newton, com fins de nominar a proporcionalidade entre uma força motriz e a mudança de movimento. Nomina-se, claramente, proporções do tipo ‘*força dupla implica em movimento duplo’*, ‘*força tripla implica em movimento triplo’* e assim sucessivamente.

O fenômeno, apresentado pela figura, de dois meninos tentando movimentar um caixote não é explorado ou envolvido no processo de matematização. A complexidade semântica ligada as relações físico-matemáticas, advindas das forças de tração, devido a corda, a força de contato, devido ao empurrão, a presença ou não de atrito, ligadas a uma suposta movimentação da caixa, com velocidade constante ou variável, não são envolvidos na construção semântica.

Ou seja, a resposta da questão problematizadora é abordada de forma a legitimar uma construção de significados subjacentes a complexidade semântica de proporção nominal.

No bloco semântico 2, os autores permanecem legitimando uma matematização nominal.

Figura 22- Bloco Semântico 2 – Livro 01/EM

No caso do caixote, uma força dupla produzirá um “movimento duplo”! BLOCO 2 DS2

Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

Percebe-se, explicitamente, a intencionalidade didática do discurso matematizador, em conectar os trechos do *Princípia* com a construção de significados nominais. Dois meninos tentando deslocar o bloco, na mesma direção e sentido, implica numa força dupla, logo haverá um movimento duplo. Ou seja, os autores não alternam o nível de DS, permanecendo no nível DS2.

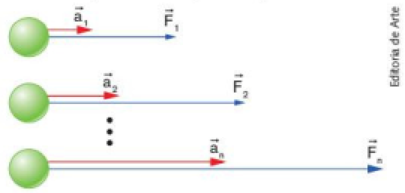
No Bloco Semântico 3, citando uma experiência, os autores legitimam ainda mais o caminho da construção semântica subjacente à proporção nominal.

Figura 23- Bloco Semântico 3 – Livro 01/EM

A experiência evidencia que uma mesma força produzirá diferentes acelerações sobre corpos com diferentes massas. Uma mesma força provoca uma aceleração maior numa bola de futebol do que numa bola de boliche. Do mesmo modo, quanto maior a massa de um corpo, mais força será necessária para produzir determinada aceleração.

BLOCO 3 DS2

Para compreender melhor esse fato, imagine uma experiência em que um corpo é sujeito, sucessivamente, a diferentes forças resultantes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ... $\vec{F}_n$ que produzem, respectivamente, acelerações $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, ... $\vec{a}_n$.



Efetuando-se o quociente entre a intensidade de cada força resultante e da respectiva aceleração tem-se:

$$\boxed{\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \ldots = \frac{F_n}{a_n} = k = \text{constante}}$$

O quociente mostra que, duplicando o valor da força resultante, o valor da aceleração duplica; triplicando o valor da força, o valor da aceleração triplica, e assim sucessivamente.

Dessa experiência, conclui-se que a constante **k** mede a resistência que o corpo opõe ao ser acelerado, isto é, mede a inércia do corpo. A constante **k** é denominada **massa inercial** do corpo (k = m).

Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

Fica explicita a intenção discursiva em estabelecer relações de proporções nominais, chegando a uma grandeza K, constante, que quantificaria a massa de um corpo. Ou seja, esta última é dada como uma constante de proporcionalidade.

O aspecto inercial da massa, que caracteriza o fenomenológico, ao matematizar a relação *força-movimento*, condensado em $\vec{F} = m\vec{a}$, não adentra no discurso matematizador. Mantendo-o no nível DS2.

No Bloco Semântico 4, os autores permanecem legitimando um discurso nominal.

Figura 24- Bloco Semântico 4 – Livro 01/EM

Desse modo, para corpos de mesma massa, a aceleração é diretamente proporcional à força resultante aplicada e tem a mesma direção e o mesmo sentido que ela. BLOCO 4 DS2

Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

A conclusão de que aceleração e força resultante são diretamente proporcionais fica evidente através de um discurso nominal. Não há um fenomenológico envolvido para a construção semântica de tal relação.

Apesar de uma problematização inicial envolvendo um fenômeno do mundo empírico, deslocar um bloco através de forças, os autores parecem preocupados em construir significados limitados a proporção nominal. '*Maior este, menor aquele, mesma direção e sentido*' e etc. Por isso o Bloco Semântico 4 permanece no nível DS2.

No bloco seguinte, Bloco Semântico 5, os autores enunciam ou apresentam a equação $\vec{F} = m\vec{a}$.

Figura 25 - Bloco Semântico 5 – Livro 01/EM

O fato de que a relação entre a força resultante aplicada a um corpo e a aceleração adquirida pelo corpo é constante e igual a **m** é expressa pela relação:

$$\boxed{\frac{\vec{F}_R}{\vec{a}} = m, \text{ ou seja, } \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}}$$

BLOCO 5 DS2

Esta fórmula é conhecida como 2ª lei de Newton ou **princípio fundamental da dinâmica**, que em módulo fica:

$$\boxed{F = m \cdot a}$$

Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

Geralmente, o enunciado da estrutura matemática ocorre no patamar da complexidade semântica nominal. Revelador de uma construção de significados tangente ao nível DS2.

Porém, isto não quer dizer que, antes ou depois da sua enunciação[24], não possa haver a construção das outras complexidades semânticas, condensadas na mesma.

A seguir, no Bloco Semântico 6, os autores abordam os significados subjacentes a representatividade simbólica.

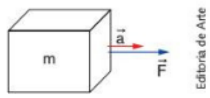
24 A ferramenta teórica de Karam (2012) atenta para as atitudes didático-pedagógicas *matematização* e *interpretação*. Ou seja, haveria uma construção semântica antes de enunciar a estrutura matemática (como $\vec{F} = m\vec{a}$, por exemplo) e depois. Sendo que, para aquilo que se propõe aqui, o ato de enunciar condiz com a construção de uma complexidade semântica nominal. Porém, isto não delimita em que momento ou de que forma se constrói a complexidade semântica relacional, condensada na mesma.

Figura 26- Bloco Semântico 6 - Livro 01/EM

em que:

- F_R: módulo da resultante de todas as forças que agem sobre o corpo;
- **m**: massa do corpo;
- **a**: módulo da aceleração adquirida.

BLOCO 6 DS1



Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 129)

Neste bloco, nitidamente, os autores possuem a intencionalidade didática em construir significados conectados à representação simbólica de $\vec{F}_R$, m e $\vec{a}$. Por isso a categorização deste bloco no nível DS1.

No Bloco Semântico 7, os autores alternam o nível de DS.

Figura 27- Bloco Semântico 7 - Livro 01/EM

BLOCO 7 DS2

A aceleração de um corpo é diretamente proporcional à força resultante que age sobre ele, inversamente proporcional à sua massa e tem a mesma direção e o mesmo sentido da força resultante.

Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 130)

Ao '*lerem*' ou descreverem as relações entre força resultante, massa e aceleração, os autores retornam à seara semântica nominal. Descrevem, nominalmente, relações que estão condensadas em $\vec{F} = m\vec{a}$. Por isso, este bloco é categorizado no nível DS2.

Os autores encerram o discurso de matematização no Bloco Semântico 8.

Figura 28- Bloco Semântico 8 - Livro 01/EM

A unidade de força no SI é o newton (N), que corresponde à força necessária para acelerar a massa de 1 kg a 1 m/s².

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

BLOCO 8 DS1

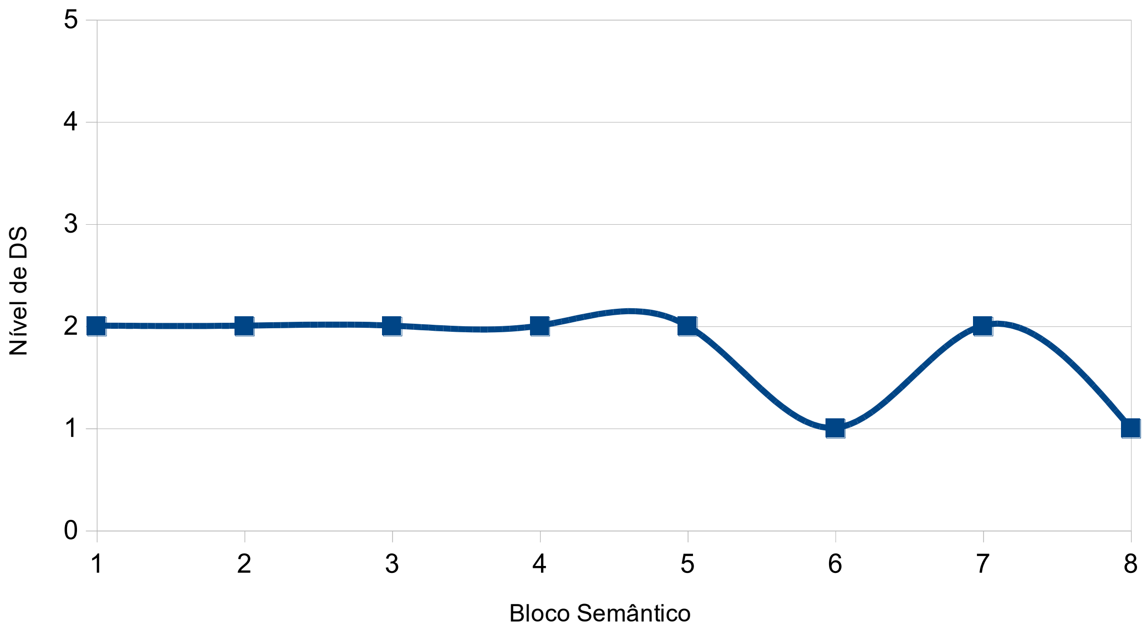
Fonte: Bonjorno et al (2016, p. 130)

Neste bloco, os autores nominam as unidades de medida, que compõem as grandezas físicas de $\vec{F} = m\vec{a}$. Uma intencionalidade didática discursiva voltada para a representação simbólica, ou seja, ao nível DS1.

A partir daí, os autores preocupam-se em exemplificar a aplicação da segunda Lei de Newton. Apesar de que problemas e tarefas dizerem muito sobre a intencionalidade didática (CHEVALLARD, 1999), esta análise limita-se ao discurso presente no texto didático.

Mediante os dados, referentes aos Bloco Semânticos e os níveis de DS categorizados, pode-se traçar o perfil semântico para o discurso de matematização analisado.

Figura 29- Perfil Semântico do discurso de matematização - Livro 01/EM



Fonte: elaboração própria

Pelo perfil semântico, acima, demonstra-se que a episteme discursiva de matematização para a segunda Lei de Newton, apresentada pelos autores do Livro 01/EM, fornece indicativos de uma legitimação discursiva mais inclinada ao âmbito semântico da *técnica*. O discurso matematizador não aborda os níveis de DS, subjacentes à semântica *estruturante*.

Quando comparado com o modelo de matematização para $\vec{F} = m\vec{a}$ (ver Figura 20), há evidências de que o discurso de matematização no Livro 01/EM possui uma construção de significados na qual o Alcance Semântico, praticamente, não pulsa. Limita-se à seara semântica nominal e inclina-se à uma intencionalidade didática voltada para o desenvolvimento de *habilidades técnicas*, muito conectadas com a resolução de questões tipo *plug-and-play*. A famosa prática de aplicação de fórmulas.

Este indicativo não significa taxar o discurso de matematização analisado como *técnico*. Não é a estigmatização ou ato valorativo do discurso em análise, que se propõe aqui.

A busca por uma análise rígida não condiz com qualificação e sim com a dicotomia '*bom'* ou '*ruim*', '*serve*' ou '*não serve*' etc. O que foge do principal propósito da Teoria dos Códigos de Legitimação; proporcionar uma análise dinâmica e não dicotômica.

Livro 02/EM

O segundo livro analisado foi o título **Física Aula por Aula: Mecânica**. (BARRETO e XAVIER, 2016). Identificado, daqui para frente, como Livro 02/EM.

Neste livro, os autores, também, delimitam os assuntos de Física por Unidades, compostas de capítulos.

Referente a segunda Lei de Newton, o tema encontra-se na Unidade 4 – Força e as leis de movimento da Dinâmica. Especificamente, dentro do terceiro item do Capítulo 9.

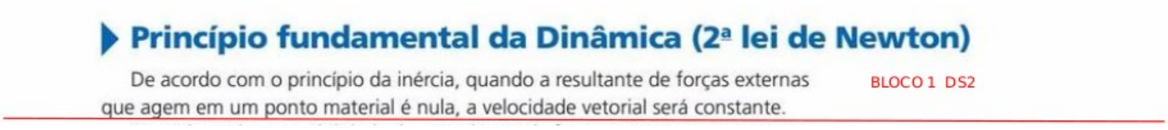
Idêntico ao Livro 01/EM, os autores seguem a programabilidade tradicional e, nas Unidades 2 e 3, os autores abordam sobre a Cinemática Escalar e Cinemática Vetorial, respectivamente, para depois abordarem a Dinâmica.

Também idêntico ao Livro 01/EM, os autores denominam a segunda Lei de Newton como o princípio fundamental da Dinâmica e, a seguir, discursam a construção de significados que estão condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$. Isto em uma página.

Separou-se este discurso de matematização em 7 Blocos Semânticos.

No Bloco Semântico 1, os autores discursam sobre o que acontece quando a força resultante sobre um ponto material é nula.

Figura 30- Bloco Semântico 1 - Livro 02/EM


Princípio fundamental da Dinâmica (2ª lei de Newton)

De acordo com o princípio da inércia, quando a resultante de forças externas que agem em um ponto material é nula, a velocidade vetorial será constante.

BLOCO 1 DS2

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Nitidamente, os autores nominam a relação de que uma força resultante nula, sobre um ponto material, implica na invariância do seu vetor velocidade. Isto identifica o bloco com o nível DS2.

Importante salientar que, mesmo que os autores tentassem discursar de forma mais fenomenológica, teriam dificuldades, afinal um ponto material não possui massa.

No Bloco Semântico 2, os autores mudam o discurso para o caso de uma força resultante não nula, acusando o efeito cinemático de uma aceleração.

Figura 31 - Bloco Semântico 2 - Livro 02/EM

Considerando a possibilidade de a resultante de forças externas que agem sobre o ponto material não ser nula, a velocidade vetorial deixará de ser constante, e o ponto material passará a apresentar aceleração.

BLOCO 2 DS2

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

O discurso de que uma aceleração é causada uma força resultante diferente de zero é nominal. Sem abordagem fenomenológica. Por isso, o bloco é caracterizado no nível DS2. Não modificando o nível de complexidade semântica discursiva.

No Bloco Semântico 3, os autores discursam, mediante um fenômeno.

Figura 32- Bloco Semântico 3 - Livro 02/EM

Acompanhe duas situações em que representamos uma criança sentada em um *skate*.

BLOCO 3 DS2

Juntos, a criança e o *skate* têm massa **m** que permanece constante nas situações 1 e 2. Mantidas as mesmas condições nas duas situações, para uma intensidade de $\vec{R}_2$ maior que a de $\vec{R}_1$, a intensidade de $\vec{a}_2$ será maior que a de $\vec{a}_1$.

Veja também que a direção e o sentido da aceleração $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$ são os mesmos de $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$, respectivamente.

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Percebe-se que os autores apresentam uma situação do mundo empírico, mas não exploram a sua fenomenologia no discurso que tenta construir significados subjacentes a relação força resultante (causa) e aceleração (efeito). As proporções são nominalizadas, sem uma explicação fenomenológica para isso. Não há um raciocínio ligado ao caráter inercial da massa. Por isso, mesmo apresentando um fenômeno, os autores não mudam o '*tom*' discursivo de matematização e permanecem legitimando um discurso ligado ao nível DS2.

O discurso de matematização, presente neste bloco, esclarece muito a respeito da sútil diferença entre os níveis DS2 e DS3. Não basta citar uma situação do mundo empírico ou um fenômeno, para caracterizar um discurso matematizador comprometido com o nível DS3. É necessário envolver a fenomenologia na construção dos significados. Do contrário, muito provável que se legitime uma estrutura semântica nominal, que não revela a integração entre Matemática (estabelecer relações) mais natureza. Uma complexidade semântica que está condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$.

No discurso de matematização modelo, que aborda todos os níveis de DS (ver Quadro 6), no bloco semântico 12 há a nominação (DS2) de que uma força resultante não nula implica numa aceleração. Sendo que a seguir, no bloco semântico 13, há uma construção semântica de tal relação físico-matemática (DS3), também, mediante uma situação do mundo empírico; aplicar uma força de 1000N sobre um fusca e sobre um caminhão. Porém, para construir os significados relacionais, de proporções físico-matemáticos, envolve-se a diferença inercial, entre a massa de um fusca e de um caminhão, no discurso matematizador.

Em comparação ao modelo, percebe-se que os autores nominam, no Bloco Semântico 2, a relação entre força resultante não-nula e aceleração. A seguir, no Bloco Semântico 3, continuam nominado tal relação, mesmo apresentando um sistema (menino + skate) sendo empurrado por uma força menos intensa e depois mais intensa, gerando acelerações diferentes.

Os autores, discursam que a massa do sistema (menino + skate) permanece constante, logo para uma força resultante maior (causa) geraria uma aceleração mais intensa (efeito). Porém, se a massa permanece constante, significa que a resistência à mudança temporal no movimento não se modifica. Tal complexidade semântica, condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$, não fica evidente no discurso deste bloco, o que o identifica com uma nominalização do tipo '*maior este, maior aquele*'.

Diferente de nominá-las, é construí-las mediante a matematização (estabelecer relações) associada a fenomenologia. Como se fosse uma matematização orgânica newtoniana, que através de uma grandeza física mensurável estabelece um sistema de relações, carregando Matemática mais natureza para '*dentro*' da ideia física.

Isto parece se evidenciar no Bloco Semântico 4, onde os autores fortalecem a DS, em seu discurso.

Figura 33 - Bloco Semântico 4 - Livro 02/EM


Observe outras duas situações, em que a resultante $\vec{R}$ (não nula) das forças que agem sobre o carro é a mesma, diferindo somente a massa **m**: na situação 1 o carro está vazio (m_1) e, na situação 2, o carro está com passageiros e bagagens (m_2).

Quanto maior a massa, maior será a resistência à variação de velocidade, isto é, para a mesma força resultante $\vec{R}$, se a massa aumentar, a intensidade de $\vec{a}$ diminuirá e vice-versa.

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Neste bloco, os autores elevam a semântica do discurso matematizador para o nível DS3. Incluem, na construção dos significados, o caráter inercial da massa (resistência à variação temporal da velocidade). Não apenas nominando que, para uma mesma intensidade de força resultante, a intensidade da aceleração varia de forma inversamente proporcional a massa.

A seguir, no Bloco Semântico 5, ocorre o enunciado da segunda Lei de Newton.

Figura 34 - Bloco Semântico 5 - Livro 02/EM

Quando um ponto material de massa m é submetido à ação da resultante $\vec{R}$ de forças, ele adquire uma aceleração $\vec{a}$, cuja direção e sentido são os mesmos de $\vec{R}$, e a intensidade é proporcional ao produto m · a.

$$\vec{R} = m\vec{a}$$

BLOCO 5 DS2

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Conforme outras ocasiões, tanto no exemplar de matematização quanto no Livro 01/EM analisado, o bloco onde há o enunciado de $\vec{F} = m\vec{a}$, geralmente, afere um discurso nominal, por isso o bloco oscila para o nível DS2.

No Bloco Semântico 6, os autores abordam o conceito de massa como uma medida da sua Inércia.

Figura 35 - Bloco Semântico 6 - Livro 02/EM

Fisicamente, a massa representa a maior ou menor resistência que um corpo apresenta à variação da velocidade, ou seja, é uma medida da sua inércia.

BLOCO 6 DS2

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Obviamente, os autores tentam construir um significado relacional, entre massa (Inércia) e variação temporal de velocidade. Porém, o discurso parece deslocado dos outros blocos semânticos, principalmente, do bloco em que se enuncia $\vec{F} = m\vec{a}$. Da maneira como se procede, apenas nomina-se a relação entre Inércia e variação temporal de velocidade. Por isso, o bloco é categorizado no nível DS2.

Para finalizar, no Bloco Semântico 7, os autores discursam sobre as unidades de medida, condensadas em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Figura 36 - Bloco Semântico 7 - Livro 02/EM

No SI utilizamos as seguintes unidades: quilograma (kg), para massa; metro por segundo ao quadrado (m/s^2), para aceleração; newton (N), para força.

Considerando o princípio fundamental da Dinâmica, $\vec{R} = m\vec{a}$, temos: 1 newton é a intensidade de uma força que, ao agir em um objeto de massa 1 kg, manifesta nele uma aceleração de 1 m/s^2, na sua direção e no seu sentido.

$$1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2$$

BLOCO 7 DS1

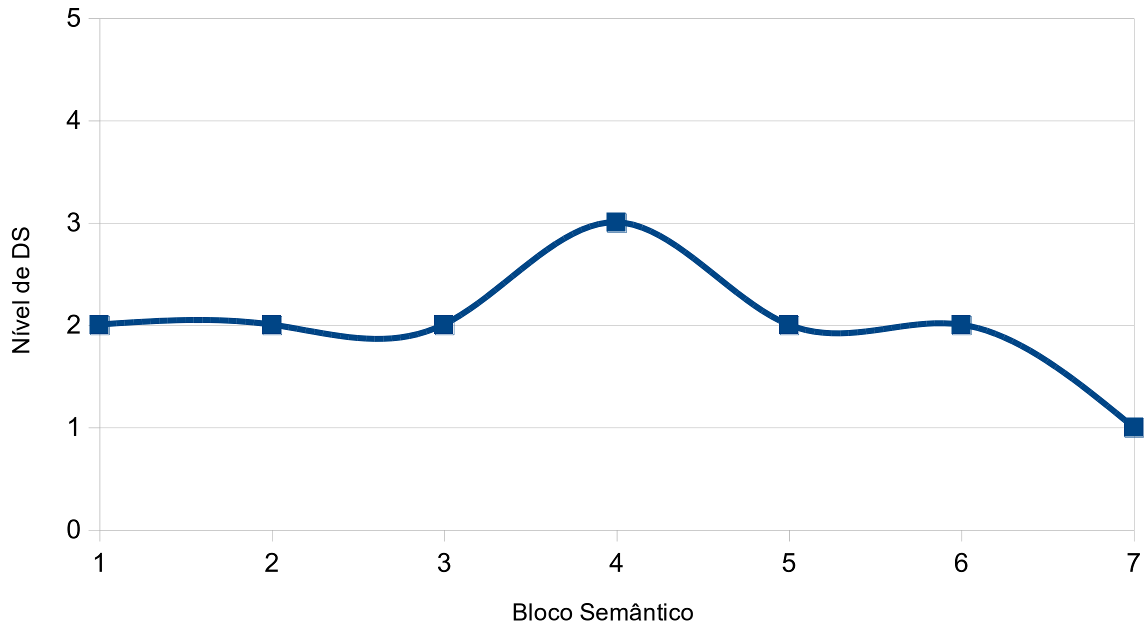
2

Fonte: Barreto e Xavier (2016, p. 121)

Fica nítido o discurso matematizador preocupado com a representatividade simbólica que está condensada na segunda Lei de Newton, no que diz respeito as unidades de medida, no Sistema Internacional. Por isso o bloco é categorizado no nível DS1.

Novamente, mediante os dados, referentes aos Bloco Semânticos e os níveis de DS categorizados, pode-se traçar o perfil semântico para o discurso de matematização analisado no Livro 02/EM.

Figura 37 - Perfil Semântico do discurso de matematização - Livro 02/EM



Fonte: Elaboração própria

Importante enfatizar que ondas semânticas representam a pulsação ligada à construção do conhecimento. Permitem envolver a confecção semântica dentro deste, mediante um perfil de legitimação de códigos semânticos, condensados, neste caso, em estruturas simbólicas.

Pelo perfil acima, observa-se que o discurso de matematização de $\vec{F} = m\vec{a}$ não apresenta uma pulsação intensa, como no modelo de matematização apresentado (ver Figura 20). Em apenas um bloco, pulsa ao redor de um Alcance Semântico condizente com um nível de DS subjacente a codificação *estruturante*. Concentrando-se mais numa legitimação à *técnica.*

Ter atingido, apenas uma vez, o nível DS3 não implica num discurso matematizador *estruturante*. Afinal, este Alcance Semântico não pulsa, no decorre do discurso.

Livro 03/EM

O terceiro livro do Ensino Médio analisado foi o título **Ser Protagonista: Física – 1º ano**. (FUKUI ET AL, 2016). Identificado, daqui para frente, como Livro 03/EM.

Neste livro, os autores, também, delimitam os assuntos de Física por Unidades, compostas de capítulos.

A segunda Lei de Newton encontra-se na Unidade 3 – Dinâmica. Dentro Capítulo 6 – Forças e as Leis de Newton.

Idêntico aos livros anteriores, o livro 03/EM segue a programabilidade tradicional, em primeiro abordar assuntos de Cinemática e depois de Dinâmica.

Também similar aos livros 01/EM e 02/EM, os autores denominam a segunda Lei de Newton como o princípio fundamental da Dinâmica e, a seguir, discursam para construir os significados ou a complexidade semântica condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$. Isto é realizado em, aproximadamente, uma página e meia.

Separou-se este discurso de matematização em quatro Blocos Semânticos.

No Bloco Semântico 1, os autores abrem o discurso de matematização alegando que uma força resultante diferente de zero implica numa alteração na velocidade vetorial, tanto em módulo (intensidade) quanto na direção.

Figura 38 - Bloco Semântico 1 - Livro 03/EM

O princípio fundamental da dinâmica e a segunda lei de Newton

Bloco 1 DS4

Quando a força resultante sobre um corpo é não nula, ocorre alteração na velocidade vetorial do corpo. Nas situações apresentadas abaixo, a velocidade sofre alteração em seu módulo ou direção, ou em ambos. Observe.

Marcelo S. Camargo/FramePhoto

Ao acionar os freios, o módulo da velocidade do carro diminui devido à interação entre os pneus e a pista. Autódromo de Interlagos (SP). Foto de 2015.

Danilo Verpa/Folhapress

Higor Alves no salto em distância. Ao longo do salto, a velocidade do atleta sofre alteração de módulo e de direção devido à interação, a distância, entre a Terra e o corpo do atleta. Toronto, Canadá. Foto de 2015.

Como a velocidade é uma grandeza vetorial, alterações em sua intensidade, direção ou sentido (separadamente ou de maneira conjunta) indicam a existência de aceleração, a qual, por sua vez, indica a existência de força resultante não nula agindo sobre o corpo.

Assim, podemos dizer que a existência de aceleração implica a existência de força e que a existência de força implica a existência de aceleração.

Fonte: Fukui et al (2016, p. 111)

Este bloco foi categorizado no nível DS4 porque os autores envolvem o papel da trajetória, na relação força resultante não-nula e aceleração. Portanto, é explicita a intencionalidade didática em construir significados subjacentes a esta complexidade semântica, condensada em $\vec{F} = m\vec{a}$.

Já no Bloco Semântico 2, os autores partem para as relações físico-matemáticas de proporção.

Figura 39 - Bloco Semântico 2 - Livro 03/EM

Enunciado da segunda lei de Newton

Bloco 2 DS3

A resultante das forças e a aceleração apresentada por um corpo guardam relação direta entre si. Por exemplo, na imagem abaixo, o triciclo sobre o qual uma criança está sentada é empurrado por outra criança. Ao empurrar, a criança encontrará duas dificuldades: a inércia do sistema e a interação das rodas do triciclo com o solo, que se manifesta por meio do atrito.

A seta que aponta para a esquerda representa a força aplicada no carrinho pela criança *A*, que o empurra; a seta que aponta para a direita representa o resultado da interação das rodas do carrinho com o solo (atrito). Todas as forças estão colocadas em um único ponto, chamado de centro de massa. Por ora basta saber que se considera a posição desse ponto como o centro geométrico do sistema.

Considerando que a força aplicada pela criança tem intensidade maior que a força de atrito, haverá uma resultante de forças horizontal e para a esquerda, cuja intensidade é dada por $R = F - A$. Assim, o triciclo inicia um movimento acelerado na mesma direção e sentido da resultante. Nesse movimento, a aceleração apresenta a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade do corpo. Assim, pode-se concluir que a resultante e a aceleração "apontam para o mesmo lado". Além disso, a experiência mostra que quanto maior a massa do corpo, maior deverá ser a intensidade da resultante para provocar nele a mesma aceleração. Isso permite que se conclua que a intensidade da resultante e a aceleração são proporcionais entre si.

Fonte: Fukui et al (2016, p. 111)

Neste bloco, os autores discursam em prol da construção semântica, subjacente ao nível DS3. Afinal, a complexidade semântica abordada refere-se as relações físico-matemáticas de proporção. Os autores constroem a relação diretamente proporcional entre forçar resultante e aceleração, de forma a envolver, no discurso matematizador, uma fenomenologia. Envolvem a inércia e a questão do atrito. Não apenas nominam a relação. No caso, uma criança empurrando outra sobre um triciclo.

No Bloco Semântico 3, os autores enunciam $\vec{F} = m\vec{a}$.

Figura 40 - Bloco Semântico 3 - Livro 03/EM

Quando a resultante das forças externas que atuam sobre um corpo é não nula ($\vec{R} \neq \vec{0}$), sua velocidade vetorial sofrerá alteração. Essa alteração de velocidade (aceleração) é proporcional à intensidade da resultante.

Bloco 3 DS2

Não escreva no livro. 111

Essa relação pode ser escrita como:

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

A intensidade da resultante é dada por:

$$R = m \cdot a$$

Fonte: Fukui et al (2016, p. 111-112)

Como elencado nos outros livros, neste bloco, os autores apresentam um discurso matematizador nominal, para a apresentação de $\vec{F} = m\vec{a}$. Como o discurso é nominal, categoriza-se este bloco no nível DS2.

No último Bloco Semântico 4, os autores apresentam os significados simbólicos de $\vec{F} = m\vec{a}$, bem como as suas respectivas unidades de medida no Sistema Internacional de Unidades.

Figura 41 - Bloco Semântico 4 - Livro 03/EM

em que:

- m é a massa do corpo expressa em kg;
- a é a intensidade da aceleração do corpo expressa em m/s^2.

No SI, a unidade de força é o newton, representado por N. Assim, 1 N = 1 kg · m/s^2.

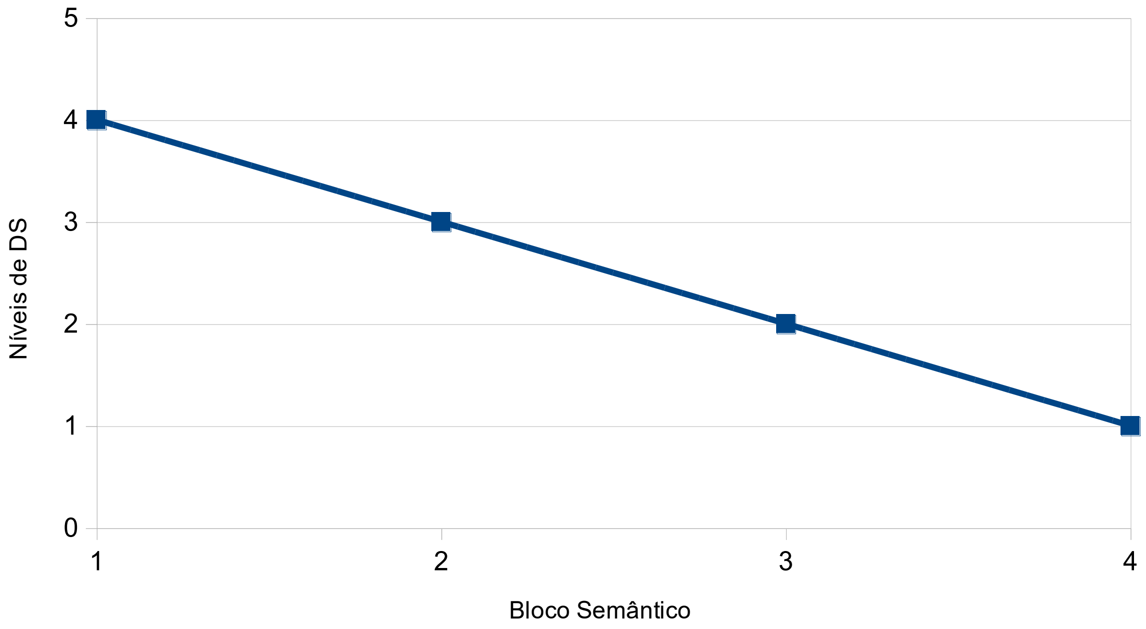
Bloco 4 DS1

Fonte: Fukui et al (2016, p. 112)

Por se tratar da complexidade semântica ligada a representatividade simbólica, este bloco é categorizado no nível DS1.

Diante dos dados, é possível traçar o perfil semântico do discurso de matematização, apresentado pelos autores no Livro 03/EM.

Figura 42 - Perfil Semântico do discurso de matematização - Livro 03/EM



Fonte: elaboração própria

Como pode ser observado, o perfil semântico acima demonstra que todos os níveis de DS são abordados. Porém, num movimento ascendente abrupto. A construção de significados tem um Alcance Semântico que não pulsa. Fator importante para a construção do conhecimento, de acordo com Maton (2013).

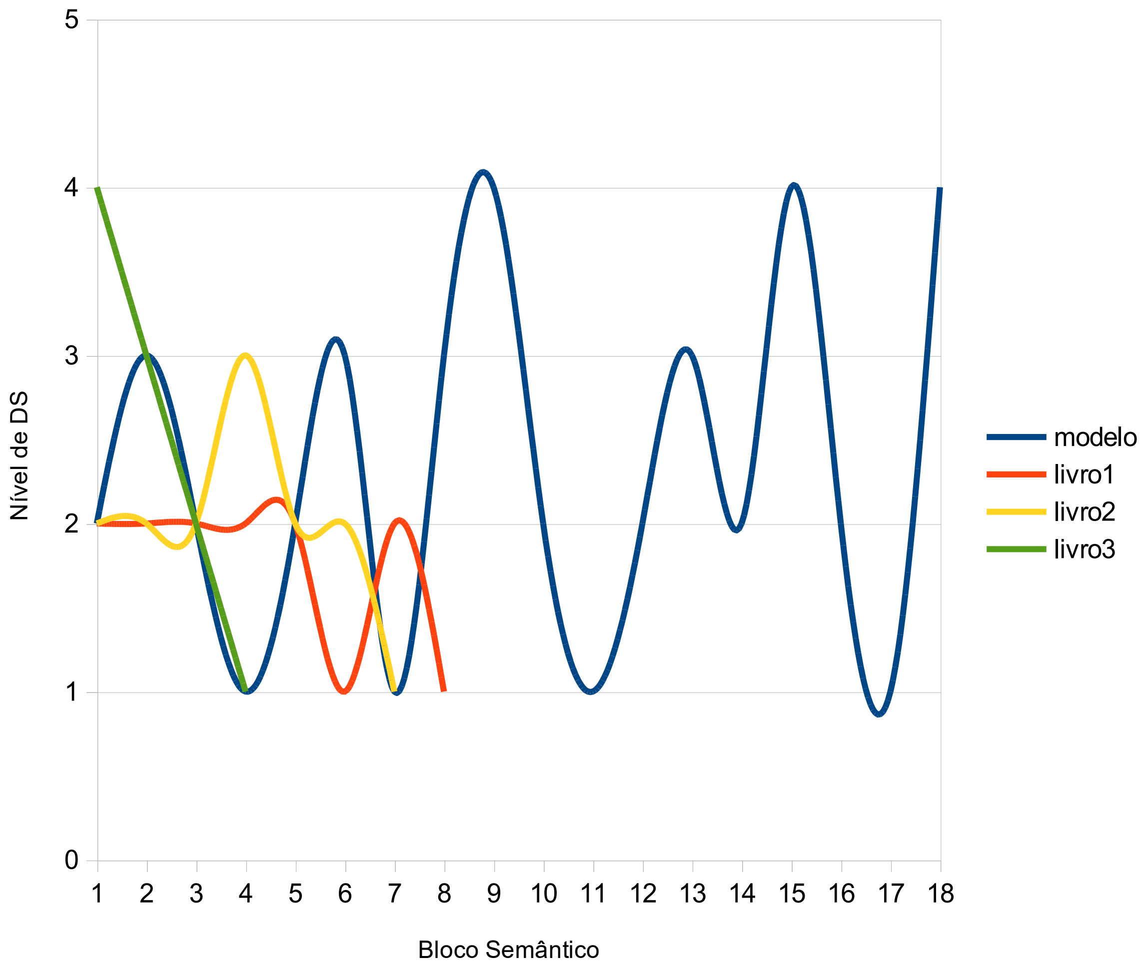
Conforme Maton (2013, p. 14), este perfil caracteriza-se como um perfil semântico do tipo "escada rolante descendente". Apresenta uma mudança de complexidade semântica, porém, em uma única direção. Privilegiando uma construção de significados segmentada ou fracionada e não progressiva ou gradativa.

Tipo aquela apresentada no modelo de matematização (ver Quadro 6 e Figura 20), onde o Alcance Semântico pulsa, em relação aos níveis de DS, e, progressivamente ou gradativamente, as complexidades semânticas vão se integrando no discurso de matematização. Os significados condensados em $\vec{F} = m\vec{a}$, que são desempacotados no ato discursivo se entrelaçam, fazendo sentido entre um bloco semântico e outro.

Isto é diferente do discurso de matematização apresentado no perfil semântico deste Livro 03/EM. Nitidamente as complexidades semânticas estão presentes no discurso matematizador, porém, de forma fracionada e abrupta.

De posse dos três perfis semânticos, oriundos da análise dos três livros didáticos, é possível construir um gráfico comparativo com o perfil semântico do modelo de matematização. Isto que é apresentado na Figura 43.

Figura 43 - Gráfico comparativo entre o perfil semântico modelo e os três perfis semânticos dos livros analisados



Fonte: elaboração própria

Umas das principais vantagens em analisar a prática de matematização, através de um perfil semântico é que ele dinamiza a análise. Captura a construção de significados, mediante um contínuo de fortalecimento ou enfraquecimento semânticos, ao longo do tempo ou discorrer de um texto. Como é o caso da presente análise. Categorias e contínuos são combinados, neutralizando a análise estática e dicotômica, realizada através de categorias ou tipologias. (MATON, 2013).

Uma construção do conhecimento conectada com uma pulsação semântica, proporciona uma construção progressiva. Onde os significados de baixa complexidade semântica (baixa DS) agregam-se ao de alta complexidade (alta DS). Este é o item analítico importante, na interpretação de um perfil semântico. Observar a sua pulsação.

Pelo gráfico comparativo, os perfis semânticos dos Livros 01/EM e 02/EM, inclinam-se fortemente para uma abordagem mais *técnica*. Praticamente, não pulsam em relação aos códigos semânticos que se identificam com uma abordagem *estruturante*.

Já o Livro 03/EM carece de uma pulsação semântica. Sendo insuficiente, quanto a um discurso matematizador progressivo ou a construção de significados.

No caso do gráfico comparativo (Figura 43) um fator que chama a atenção, diz respeito ao número de blocos semânticos. Se a pulsação é importante, o tempo de fala numa sala de aula ou o número de blocos semânticos num texto também seriam importantes.

Por exemplo, o livro Gonçalves Filho e Toscano (2016) – [Livro 04/EM] apresenta um discurso de matematização para $\vec{F} = m\vec{a}$, em 18 blocos semânticos. O mesmo número proposto no modelo de matematização (ver Quadro 6).

Este livro não segue uma programabilidade tradicional. Inicia os estudos da Mecânica, através da Dinâmica e tanto a Cinemática Escalar quanto a Cinemática Vetorial são abordadas em capítulos complementares.

O discurso de matematização da segunda Lei de Newton é exposto no segundo capítulo – *Lei fundamental dos movimentos*. Após a abordagem de assuntos como Impulso e Quantidade de Movimento, os autores apresentam a matematização de $\vec{F} = m\vec{a}$, em, aproximadamente, duas páginas.

No Bloco Semântico 1, os autores constroem significados tangentes a variação temporal na quantidade de movimento de um corpo - $\vec{Q} = m\vec{v}$.

Figura 44 - Bloco Semântico 1 - Livro 04/EM

O que provoca alteração na quantidade de movimento?

Bloco 1

DS2

A quantidade de movimento de um objeto varia nas situações em que ocorrem mudanças de velocidade, como o bloqueio em um jogo de vôlei ou a defesa de um pênalti no futebol. Apesar de a massa da bola permanecer constante, a variação da velocidade em módulo, direção ou sentido corresponde a uma variação em sua quantidade de movimento.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Neste bloco, fica evidente uma nominalização da quantidade de movimento e a sua possível variação. Não há um detalhamento de tais relações, de forma fenomenológica. Por isso o bloco identifica-se com o nível DS2.

No Bloco Semântico 2, os autores continuam a construir relações referentes a variação na quantidade de movimento.

Figura 45 - Bloco Semântico 2 - Livro 04/EM

Bloco 2

DS3

A mudança da quantidade de movimento da bola de vôlei pode ocorrer com o bloqueio de um ou mais jogadores. Na defesa do pênalti, essa mudança ocorre com a ação do goleiro, que impede a entrada da bola no gol. A Física explica essas situações da seguinte maneira: a variação da quantidade de movimento de um objeto ocorre durante a interação entre esse e outro objeto. Ou seja, essa interação se dá durante o tempo em que eles mantêm contato e se expressa pela ação de uma **força**.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Como neste bloco os autores envolvem uma fenomenologia, eleva-se o grau de complexidade semântica para o nível DS3.

No Bloco Semântico 3, os autores continuam a matematização construindo significados condizentes com a variação da quantidade de movimento.

Figura 46 - Bloco Semântico 3 - Livro 04/EM

Bloco 3

DS3

É importante perceber que a variação da quantidade de movimento que ocorre na ação de uma força depende do tempo durante o qual essa força atua sobre o objeto, como vimos no exemplo do carro enguiçado no tópico 1 deste capítulo. O mesmo raciocínio explica a freada de um automóvel que anda a determinada velocidade: quanto **maior a força** aplicada pelos freios, **menor o tempo** necessário para freá-lo e vice-versa.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Os autores continuam a construção de relações físico-matemáticas de proporção. Envolvem uma fenomenologia, por isso o bloco continua no nível DS3.

No Bloco Semântico 4, apresentam a expressão matemática para a força - $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t}$ e realizam interpretações.

Figura 47 - Bloco Semântico 4 - Livro 04/EM

Bloco 4

DS2

Observe que a **expressão da força** confirma a explicação dada: se o intervalo de tempo, ou tempo de interação, é menor, o denominador da fração é menor; consequentemente, para que a variação da quantidade de movimento seja a mesma, é necessário que a força seja maior.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Pode-se observar que os autores abordam uma semântica nominal para construir as relações, condensadas na expressão apresentada. Por isso o bloco identifica-se com o nível DS2.

No Bloco Semântico 5, os autores discursam sobre a representação simbólica, subjacente as unidades de medida, condensadas na expressão acima.

Figura 48 - Bloco Semântico 5 - Livro 04/EM

A expressão $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t}$ indica que a força e a variação da quantidade de movimento são grandezas vetoriais de mesma direção e mesmo sentido e que a unidade de força no SI é $\dfrac{kg \cdot m/s}{s}$ ou $\dfrac{kg \cdot m}{s^2}$. Esse produto recebe o nome de **newton (N)**.

Bloco 5

DS1

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Por ser um discurso condizente com a semântica ligada a representação simbólica, além de nominar duas grandezas físicas como grandezas vetoriais, o bloco identifica-se com o nível DS1.

A partir daí, do Bloco Semântico 6 ao 14, os autores discursam num mesmo nível de DS.

Figura 49 - Bloco Semântico 6 ao 14 - Livro 04/EM

A segunda lei de Newton estabelece um vínculo entre a intensidade da força e seu tempo de aplicação sobre o objeto e a variação da quantidade de movimento. Para um mesmo objeto (mesma massa), quanto maior for o intervalo de tempo de aplicação da força, maior será a variação da quantidade de movimento e vice-versa. De maneira semelhante, para uma mesma variação da quantidade de movimento, quanto mais intensa for a força aplicada, menor será o tempo de aplicação da força e vice-versa. Essas ideias estão resumidas na expressão:

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{Q}}$$

Bloco 6

DS2

O produto da força pelo tempo de aplicação é chamado impulso. Portanto, o impulso produzido por uma força aplicada a um objeto corresponde à variação da sua quantidade de movimento.

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{Q}}$$

Bloco 7

DS2

Isso nos permite expressar essa variação $(\Delta\vec{Q})$ pelo produto entre a massa do objeto e a variação de sua velocidade $(\Delta\vec{v})$.

$$\Delta\vec{Q} = m \cdot \Delta\vec{v}$$

Bloco 11 DS2

Substituindo essa última expressão de $\Delta\vec{Q}$ na equação da segunda lei de Newton, percebemos que a ação de uma força em um objeto de massa constante representa uma variação no vetor velocidade $(\Delta\vec{v})$ em função do tempo em que ela atua sobre ele (Δt).

$$\vec{F} = \frac{m \cdot \Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Bloco 12 DS2

Nessa expressão, a divisão da variação da velocidade $(\Delta\vec{v})$ pelo intervalo de tempo (Δt) define o conceito de aceleração média $(\vec{a}_m)$.

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$$

Bloco 13 DS2

Considerando a força constante, podemos estabelecer que a aceleração também é constante e representar a expressão da segunda lei de Newton como o produto entre a massa e a aceleração.

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

Bloco 14 DS2

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

O discurso de matematização dos autores percorrem um caminho de deduções, até enunciarem $\vec{F} = m\vec{a}$. As deduções, geralmente, caminham por uma semântica nominal. Por isso todos estes blocos foram classificados no nível DS2.

Isto não significa que antes ou depois de tais deduções, não haja uma construção fenomenológica, conectada ao encadeamento dedutivo.

No Bloco Semântico 15, os autores executam interpretações ligadas ao caráter inercial da massa.

Figura 50 - Bloco Semântico 15 - Livro 04/EM

Essa forma de expressar a segunda lei de Newton é importante porque evidencia o conceito físico de massa. Uma mesma força $(\vec{F})$ aplicada a objetos com diferentes massas provoca variações distintas de velocidade, ainda que o intervalo de tempo seja o mesmo.

Muitas situações do dia a dia evidenciam que a massa de um objeto representa a dificuldade de variar sua velocidade. Por exemplo, a velocidade de um carrinho de supermercado ao ser empurrado varia mais quando ele está vazio do que quando está cheio. Do mesmo modo, uma composição de trem precisa de um motor muito mais potente que o de um automóvel, por ter uma massa muito maior que a deste veículo.

Bloco 15 DS3

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Neste bloco os autores envolvem uma fenomenologia na relação $\vec{F} = m\vec{a}$. Identificando o bloco com o nível DS3.

No Bloco Semântico 16, os autores preocupam-se com as unidades de medidas.

Figura 51 - Bloco Semântico 16 - Livro 04/EM

Podemos estabelecer a unidade de aceleração levando em conta essa expressão da segunda lei de Newton. No SI, essa unidade deve ser medida em newton por quilograma (N/kg) ou em metros por segundo ao quadrado (m/s²).

Bloco 16

DS1

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Neste bloco o discurso matematizador tenta legitimar significados referentes a representação simbólica. Por isso identifica-se com o nível DS1.

No Bloco Semântico 17, os autores voltam a proferir interpretações, subjacentes a segunda Lei de Newton.

Figura 52 - Bloco Semântico 17 - Livro 04/EM

Bloco 17

DS3

Pela segunda lei de Newton, a força que atua sobre um objeto está associada a uma variação de sua quantidade de movimento. A observação de situações de choques que provocam mudanças de velocidade quase instantâneas nos ajuda a entender esse conceito. Para forças que atuam continuamente, a variação da quantidade de movimento num intervalo de tempo pequeno pode ser imperceptível.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Neste bloco os autores envolvem uma fenomenologia para construir relações físico-matemáticas de proporção. Por isso identifica-se com o nível DS3.

Por último, no Bloco Semântico 18 os autores finalizam suas interpretações discursivas ligadas a segunda lei.

Figura 53 - Bloco Semântico 18 - Livro 04/EM

Bloco 18

DS2

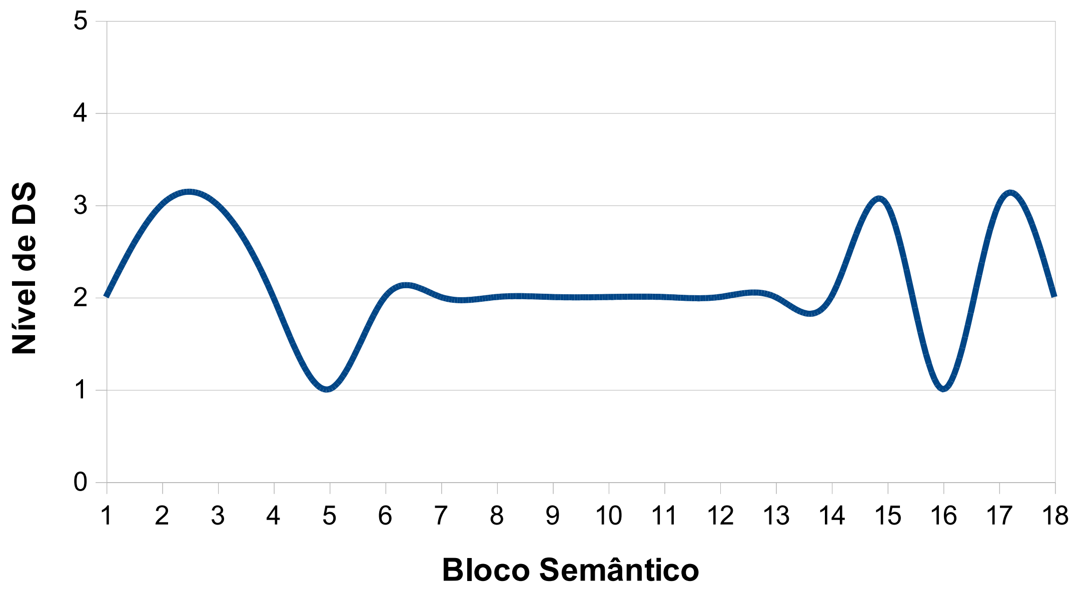
Nesse caso, é conveniente representar a segunda lei de Newton pela expressão $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, utilizando o conceito de aceleração. Essa formulação alternativa foi proposta, em 1750, pelo matemático suíço Leonard Euler (figura 9) e permite compreender que uma força constante está associada a uma aceleração constante, isto é, a mudança de velocidade será igual em intervalos iguais de tempo.

Fonte: Gonçalves Filho e Toscano (2016, p. 45)

Como são nominadas algumas relações, o bloco identifica-se com no nível DS2.

De posse dos dados, referentes aos blocos semânticos e níveis de DS, é possível construir o perfil semântico do discurso de matematização, apresentado pelo Livro 04/EM.

Figura 54 – Perfil semântico do discurso de matematização – Livro 04/EM



Fonte: Elaboração própria

Pelo perfil da figura 54, é possível observar, de início, que o discurso matematizador não contempla a complexidade semântica subjacente ao nível DS4. Ou seja, o papel físico-matemático *estruturante* que a trajetória desempenha em $\vec{F} = m\vec{a}$, não tem seus significados físico-matemáticos construídos ou desempacotados no ato discursivo matematizador.

A característica marcante do perfil diz respeito ao fato de que Alcance Semântico pulsa, antes e depois do encadeamento dedutivo, proporcionado do bloco semântico 6 ao 14.

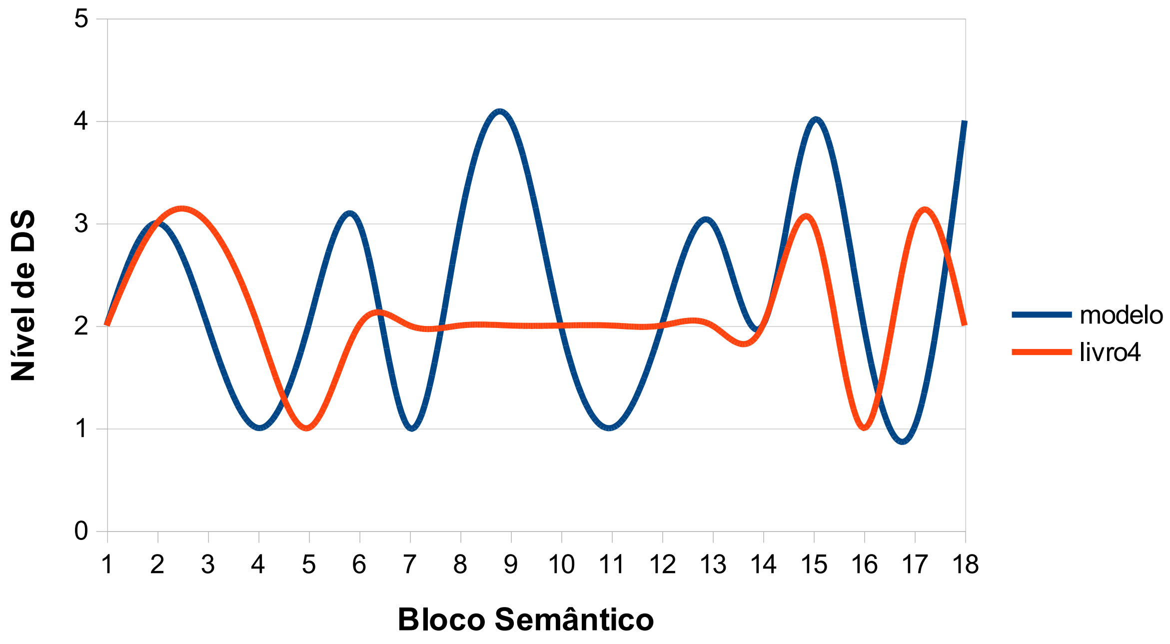
A pulsação na entrada pode inferir que o ato dedutivo, apesar de se caracterizar no nível de DS nominal, carrega uma fenomenologia. Dado que o Alcance Semântico pulsa, inicialmente, de modo a revelar um discurso matematizador subjacente a construção de significados com complexidade semântica *estruturante* ou fenomenológica.

O mesmo pode-se inferir na pulsação final. Uma espécie de interpretação, referente ao ato dedutivo. Cuja pulsação, atinge o Alcance Semântico *estruturante*.

Talvez, isto caracterize a falta de uma fenomenologia ligada às deduções matemáticas, presentes em materiais didáticos e até salas de aula de Física. Apenas o ato nominal dedutivo, sem uma entrada e uma saída *estruturante* caracteriza um discurso matemático inclinado à *técnica.*

Um gráfico comparativo, entre o perfil semântico apresentado pelo Livro 04/EM e o perfil semântico do modelo de matematização, provê mais reflexões a respeito disto.

Figura 55 - Gráfico comparativo entre o perfil semântico modelo e os três perfis semânticos dos livros analisados



Fonte: Elaboração própria

Percebe-se, pelas curvas do gráfico acima, que há uma certa similaridade entre os perfis de matematização, quanto a entrada e a saída. Ambos atingem, nestas regiões, patamares de uma pulsação do Alcance Semântico inclinados a matematização *estruturante*.

A discrepância está no fato de que o perfil do Livro 04/EM não tem uma pulsação do Alcance Semântico, na região central. Dado que a escolha discursiva dos autores do livro foi pela atitude didático-pedagógica do ato dedutivo. Categorizado em um nível de DS nominal, porém, devido a uma entrada *estruturante*, pode inferir um ato dedutivo que carrega uma certa fenomenologia.

Isto parece ambíguo. Categoriza-se o ato dedutivo como nominal, mas, em sua essência é fenomenológico. No entanto, tal ambiguidade se esfacela, mediante o olhar da totalidade.

Conforme Maton (2013) um perfil semântico representa uma parte de um quadro mais amplo. Não basta elencar o ‘*quanto maior, melhor’* ou o ‘*quanto mais, melhor’*.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideram-se atingidos, os objetivos educacional e de investigação, propostos nesta tese. Sendo pertinente, é claro, algumas considerações, mesmo que se caia no modo repetitivo.

O quadro empírico, dos processos de matematização analisados, origina hipóteses explicativas plausíveis, perante a situação-problema. Nada de soluções prontas e automáticas ou inferências fortemente conclusivas. Até porque, em sua totalidade, o processo de matematização no ensino de Física engloba tanto a semântica quanto a atitude didático-pedagógica. A ideia de percorrer pela perspectiva semântica é apenas analítica.

Um material didático constitui uma referência ao professorado. Não compõem, de imediato, o discurso matematizador de uma sala de aula de Física. Há duas intencionalidades didáticas envolvidas no conjunto material didático mais professor. A primeira diz respeito a esfera do *saber a ensinar* e a segunda insere-se na esfera do *saber ensinado.* (CHEVALLARD, 1991).

Portanto, observa-se o caso do Livro 03/EM, que apresenta um discurso matematizador com perfil semântico tipo “escada rolante descendente” (MATON, 2013) (ver Figura 42). Tal perfil aborda ou desempacota as quatro complexidades semânticas condensadas em $\vec{F} = m\vec{a}$. Mesmo assim, pela falta de uma pulsação no Alcance Semântico, conclui-se que o mesmo não se inclina a uma abordagem *estruturante*. No entanto, imagine um professor que, ao se referenciar neste discurso provido pelo Livro 03/EM, incremente em seu discurso matematizador a pulsação ausente. Através disto, o mesmo poderia prover um discurso matematizador *estruturante*, mediante a luz da referência escolhida. Afinal, o livro, ao abordar as quatro complexidades semânticas, condensadas em $\vec{F} = m\vec{a}$, potencializou ao professor pulsar o Alcance Semântico, subjacente as mesmas.

Isto não ocorreria no caso do Livro 01/EM, que apresenta um perfil semântico que desempacota, apenas complexidades semânticas subjacentes à *técnica* (ver Figura 29). Além de uma falta de pulsação no Alcance Semântico, o mesmo não extrapola complexidades de âmbito nominal. É insuficiente, quanto a abordagem de complexidades semânticas *estruturantes* ou fenomenológicas.

Um professor, usando o Livro 01/EM como referência, para matematizar $\vec{F} = m\vec{a}$, estaria mais propenso a nominalização das relações, condensadas nesta estrutura matemática, do que intuir a construção de um pensamento físico, mediante tais relações. Inferência que não desmerece o livro em questão.

Por estas e outras questões, a ferramenta de análise apresentada é suscetível de um aperfeiçoamento. Cuja sustentação ampara-se no seu quadro teórico-metodológico consistente. Por isso um denso investimento teórico, anterior a proposta da ferramenta. Sem uma espinha dorsal substanciosa, a mesma se esfacelaria, facilmente, perante a crítica acadêmica.

Mais fundamental que a própria ferramenta são os seus pilares; os códigos semânticos. Relações físico-matemáticas, significados tipológicos e topológicos são descobertas proeminentes para desdobramentos futuros. Uma prática discursiva de matematização no ensino de Física legitima a construção de significados. Intui no público estudantil *habilidades técnicas* e/ou *habilidades estruturantes*. Portanto, aproximar-se dos códigos que fazem parte desta legitimação semântica faz parte de um enorme avanço, relacionado a busca por uma abordagem Matemática saudável no ensino de Física. Tanto ligado ao âmbito semântico quanto a atitude didático-pedagógica.

Se antes, as pesquisas mencionavam uma relação *estruturante*, entre Matemática e Física, sem posicionar-se quanto ao que seria o *estruturante*, esta tese verte tal conceito para as relações físico-matemáticas. Evidenciadas, nas perspectivas historiográficas de matematização apresentadas no capítulo 3. A ponte entre a produção teórica e o ensino da Física torna-se mais suave. Ainda que a crítica acadêmica visualize ajustes.

Além disso, a ferramenta parece preencher o objetivo específico de apresentar critérios científicos para qualificar a abordagem Matemática no ensino de Física. De modo a permitir, que a comunidade científica dê continuidade a questões semelhantes ou dentro da temática. Afinal, tais critérios são frutos de pesquisa e teorização acadêmicos. Advindos tanto da análise epistêmica, das as relações de troca entre Matemática e Física, quanto a construção semântica discursiva no processo de matematização.

Qualificar, no âmbito semântico, significa ter elementos analíticos que permitam guiar abordagens em salas de aula e materiais didáticos. Seja na educação básica ou superior. Ligadas a formação para o ensino de Física ou outras áreas.

Mais do que traçar perfis semânticos é guiar as abordagens, mediante os códigos legitimadores. Ficar a atento perante o fato de que os mesmos estão condensados em estruturas matemáticas.

Importante salientar que a ferramenta tem um caráter generalizante, tanto em termos de materiais didáticos quanto salas de aula de Física. A escolha da estrutura físico-matemática $\vec{F} = m\vec{a}$, para exemplificar os níveis de Densidade Semântica (os códigos semânticos) é apenas um caminho teórico-metodológico para se chegar na escala ou régua que permite analisar a pulsação do Alcance Semântico. Tal caminho também poderia ser feito a partir da Lei de Faraday ($\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$), por exemplo, ou qualquer estrutura matemática, presente no ensino de Física.

Um dos desdobramentos mais interessantes seria calibrar a ferramenta, também, a partir da análise do discurso matematizador proferido em salas de aula de Física. Propósito inicial da pesquisa, porém, impedido pela situação pandêmica nas Escolas, Institutos e Universidades.

Por isto, apesar das discrepâncias, mais adiante, há a possibilidade de uma articulação com a ferramenta de Karam (2012). Ou seja, observar o elo entre a construção de significados (âmbito semântico) e a atitude didático-pedagógica. Tal interligação é inegável. Por isso, no início desta tese, apontou-se que as proposições feitas aqui estão mais para uma complementação da proposta de Karam (2012) do que um contraproposta.

No âmbito semântico, a entrada e saída de um discurso de matematização, ou seja, a legitimação de códigos ou manifestação de princípios organizacionais, condensados em estruturas matemáticas, como $\vec{F} = m\vec{a}$, dizem muito a respeito das categorias *Matematização* e *Interpretação* que compõem a ferramenta de Karam (2012) (ver Quadro 4). Se estas atitudes didático-pedagógicas, que buscam estabelecer e interpretar as relações físico-matemáticas de proporção e estrutura, careciam de uma sustância semântica, agora tal lacuna poderia ser preenchida.

O mesmo pode-se dizer da categoria *Dedução*, de caráter lógico-dedutivo e categorizada nesta tese como um ato nominal. Porém, conforme o gráfico comparativo da Figura 55, uma entrada e saída ou uma *Matematização* e *Interpretação* condizentes com uma pulsação do Alcance Semântico, em níveis *estruturantes*, poderá revelar um ato dedutivo voltado ao fenomenológico. Uma espécie de integração entre Matemática e natureza, nos moldes do estilo orgânico newtoniano e analógico maxwelliano.

A mesma sustância semântica seria evidenciada na categoria *Visual*, composta das sub-categorias *Pictórico* e *Gestual.* Ambas, dizem muito a respeito da construção híbrida dos significados tipológicos (nominal) e topológicos (relacional).

Diante disto, um questionamento poderia surgir: se a proposta nesta tese pretende complementar a ferramenta de Karam (2012), por que a confecção desta tese não se inicia mediante uma extensão desta última? A resposta seria em prol do teórico-metodológico distinto, que fundamenta ambas as ferramentas. Tudo se inicia pela relação de troca entre a Matemática e a Física, na produção teórica da última, porém, tangente ao seu ensino, os rumos teoréticos são distintos.

Uma tese ou pesquisa não pode fechar-se em si mesma. Deve contribuir com uma resposta, perante uma questão principal, e permitir desdobramentos futuros. Caso contrário, a Ciência não avançaria ou se desenvolveria.

Portanto, não há aqui um processo que se finaliza, mas que permite a continuidade. Dúvidas guiaram esta tese, não as certezas. Afinal, o protagonismo acadêmico está no questionamento. As respostas já estão com Alexa e Siri. Basta solicitá-las.

O protagonismo da busca exige, permanentemente, pensar por problemas e indicar as soluções possíveis. Com ousadia, criatividade e método. Bastante caracterizados nesta tese.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A Matemática na Compreensão da Natureza - Cibelle Celestino Silva, Thiago Hartz, Verônica Calazans. **Realização do Grupo de Teoria e História dos Conhecimentos da USP.** Coordenação de Ivã Gurgel. São Paulo, 2020. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=k7L2Gn-3ICo&t=1746s. Acesso em: 21 abr. 2021.

ALEXANDRE, Marta Susana Filipe. **Representação e legitimação do conhecimento científico e suas áreas de especialidade: análise crítica de entrevistas com cientistas portugueses.** Tese (Doutorado). Faculdade de Letras, área de Literaturas, Artes e Culturas, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal. 2012.

ATAÍDE, Ana Raquel Pereira de. **O papel da Matemática na compreensão de conceitos e resolução de problemas de Termodinâmica.** 2012. 181 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.

BARRETO, B.; XAVIER, C. **Física aula por aula.** São Paulo: FTD, 2016.

BERKSON, Willian. **Las teorias de los campos de fuerza**: desde Faraday hasta Einstein. 2. ed. Madrid: Alianza, 1985. 400 p. Versión española de Luisa González Seco.

BERNSTEIN, Basil. **A estruturação do discurso pedagógico**: classe, códigos e controle. Vozes: Petrópolis, 1996.

BERNSTEIN, Basil. **Pedagogía, control simbólico e identidad**: teoria, investigación y crítica. Madrid: Ediciones Morata, 1998.

BERNSTEIN, Basil. **Vertical and Horizontal Discourse**: An essay. British Journal of Sociology of Education, 20:2, 157-173. 1999.

BING, Thomas Joseph; REDISH, Edward. F. Analyzing Problem Solving Using Math in Physics: Epistemological Framing via Warrants. **Physical Review Special Topics – Physics Education Research**, v. 5, n. 2, 020108, p. 1-15, 2009.

BING, Thomas Joseph. **An Epistemic Framing Analysis of Upper-Level Physics Students' Use of Mathematics**. Tese de Doutorado, Physics Education, Universidade de Maryland, College Park, 2008.

BLAY, Michel. **La Science du Mouvement**: de Galilée à Lagrange. Paris: Éditions Belin, 2002.

BLAY, Michel. **Les "Principia" de Newton**. Paris: Presses Universitaires de France, 1995.

BONJORNO, J. R. et al. **Física**: Mecânica. 3ª. ed. São Paulo: FTD, 2016.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2016**: notas estatísticas. Brasília, 2017.

______. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **PNLD 2018 - VALORES DE AQUISIÇÃO POR TÍTULO**: todos os programas. 2018a. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/35-dados-estatisticos?download=13221:tabela_de_negociacao_pnld_2018_por_titulo. Acesso em: 20 jul. 2021.

______. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **PNLD 2018 - VALORES DE AQUISIÇÃO POR TÍTULO**: todos os programas. 2015a. https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/35-dados-estatisticos?download=9709:pnld. Acesso em 20 jul. 2021

______. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **PNLD 2012 - VALORES DE AQUISIÇÃO POR TÍTULO**: todos os programas. 2012. https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/125-guias?download=9160:pnld-2012-colecoes-mais-distribuidas-por-componente-curricular. Acesso em 03 set. 2021.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica**. Guia de livros didáticos PNLD 2018**: ensino médio – Física. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018b

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica**. Guia de livros didáticos PNLD 2015**: ensino médio – Física. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2015b

BROCK, Cátia; DA ROCHA FILHO, João Bernardes. Algumas origens da rejeição pela carreira profissional no magistério em Física**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. Florianópolis, v. 28, n. 2, p. 356-372, jan. 2011.

BRONOWSKI, Jacob. **Arte e Conhecimento**: ver, imaginar, criar. São Paulo. Martins Fontes, 1983.

CAJORI, Florian. **A History of Mathematical Notations.** Chicago: Open Court Publishing. 2 vols. 1928.

CHEVALLARD, Yves**. La transposición didáctica**: del saber sábio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S. A., 1991.

CHEVALLARD, Yves. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches En Didactique Des Mathématiques. **La Rochelle**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

DARRIGOL, Olivier. **Electrodynamics from Ampère to Einstein**. New York: Oxford University Press, 2000.

DORAN, Yaegan John. **The discourse of physics**: building knowledge through language, mathematics and image. London: Routledge, 2018. 239 p. (Routledge studies in multimodality).

DORAN, Yaegan John. The role of mathematics in physics: building knowledge and describing the empirical world. **Onomázein Revista de Lingüística, Filología y Traducción**, [S.L.], v. , p. 209-226, 5 mar. 2017.

DUHEM, Pierre. [1903]. **L´Évolution de la Mécanique**. Paris: Vrin, 1992.

FEYNMAN, Richard. **Lições de física de Feynman**. Edição definitiva. Porto Alegre: Bookman, 2008.

FEYNMAN, Richard. **Sobre as Leis da Física.** Rio de Janeiro: Contraponto, 2012. Tradução Marcel Novaes; revisão técnica Nelson Studart.

FUKUI, A.; MOLINA, M. D. M.; VENÊ; NANI, A. P. S. N. **Ser Protagonista**: Física. 3. ed. São Paulo: Editora SM, LTDA, 2016.

GEORGIOU, Helen; MATON, Karl; SHARMA, Manjula. Recovering Knowledge for Science Education Research: exploring the "icarus effect" in student work. **Canadian Journal Of Science, Mathematics And Technology Education**, v. 14, n. 3, p. 252-268, 3 jul. 2014.

GINGRAS, Yves. **What Did Mathematics Do to Physics?** History Of Science, [S.L.], v. 39, n. 4, p. 383-416, dez. 2001.

GONÇALVES FILHO, A.; TOSCANO, C. **Física**: interação e tecnologia. São Paulo: Leya, 2016.

GRECA, Ileana Maria; MOREIRA, Marco Antônio. Além da detecção de modelos mentais dos estudantes: uma proposta representacional integradora. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n.1, p. 30-45, 2002.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física - volume 1**: Mecânica. 10ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HESSE, Mary. Models and Analogy in Science. In: EDWARDS, P. (Ed.), **The Encyclopedia of Philosophy**. Vol. 5, MacMillan, New York, 1972. p. 354-359.

HOLTON, Gerald; RUTHERFORD, Floyd James; WATSON, Fletcher Guard. (Orgs.). **Projeto Física – HARVARD. Unidade 1**: Conceitos de Movimento (Vol. 1). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. 1980.

HUDSON, H. T.; McINTIRE, W. R. Correlation between mathematical skills and success in physics. **American Journal of Physics**, v. 45, n. 5, p. 470-471, mai. 1977.

KARAM, Ricardo Avelar Sotomaior; PIETROCOLA, Maurício. Habilidades Técnicas versus Habilidades Estruturantes: resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico. **Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.181-205, jul. 2009.

KARAM, Ricardo Avelar Sotomaior. **Estruturação matemática do Pensamento Físico no Ensino: uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas**. Tese de Doutorado. USP. São Paulo: 2012.

LEMKE, Jay. Mathematics In The Middle: measure, picture, gesture, sign, and word. In: ANDERSON, Myrdene; SAENZ-LUDLOW, Adalira; ZETLWEGER, Shea; CIFARELLI, Victor V. **Educational Perspectives On Mathematics As Semiosis**: from thinking to interpreting toknowing. Ottawa: Legas Publishing, 2002. p. 215-234.

LEMKE, Jay. Multiplying Meaning: Visual and Verbal Semiotics in Scientific Text. (In) MARTIN, James Robert; VEEL, Robert. (eds.) **Reading Science**: Critical and Functional Perspectiveson Discourse of Science. London: Routledge. 87-113. 1998.

LEMKE, Jay. Typological and topological meaning in diagnostic discourse. **Discourse Processes**, [S.L.], v. 27, n. 2, p. 173-185, jan. 1999.

LUNKES, Mércio José; ROCHA FILHO, João Bernardes da. A baixa procura pela licenciatura em física, com base em depoimentos de estudantes do ensino médio público do oeste catarinense. **Ciência & Educação (Bauru),** [S.L.], v. 17, n. 1, p. 21-34, 2011. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s1516-73132011000100002.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A.; GUIMARÃES, C. C. **Física**: contextos e aplicações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2016.

MAINARDES, Jefferson; STREMEL, Silvana. A teoria de Basil Bernstein e algumas de suas contribuições para as pesquisas sobre políticas educacionais e curriculares**. Revista Teias**. v. 11. n. 22. p. 31-54. maio/agosto 2010.

MARTIN, James Robert; MATON, Karl; DORAN, Yeagan. **Accessing academic discourse**: systemic functional linguistics and legitimation code theory. London & New York: Routledge, 2020. 303 p. (LCT Centre for Knowledge-Building).

MATON, Karl; DORAN, Y. J. Condensation: a translation device for revealing complexity of knowledge practices in discourse, part 2 .: clausing and sequencing. **Onomázein Revista de Lingüística, Filología y Traducción**, [S.L.], v., p. 77-110, 5 mar. 2017b.

MATON, Karl; DORAN, Yaegan. Semantic density: a translation device for revealing complexity of knowledge practices in discourse, part 1 .: wording. **Onomázein Revista de Lingüística, Filología y Traducción**, [S.L.], v. , p. 46-76, 5 mar. 2017a.

MATON, Karl; HOOD, Susan; SHAY, Suellen**.** Knowledge-building**: educational studies in legitimation code theory.** London & New York: Routledge, 2016. 334 p.

MATON, Karl. Building Powerful Knowledge: the significance of semantic waves. In: RATA, Elizabeth; BARRETT, Brian. **Knowledge and the Future of the Curriculum**: international studies in social realism. London, Uk: Palgrave Macmillan, 2014b. Cap. 12. p. 1-238.

MATON, Karl. **Knowledge and knowers**: towards a realist sociology of education. Abingdon: Routledge, 2014a.

MATON, Karl. Making semantic waves: a key to cumulative knowledge-building. **Linguistics and Education**, [S.L.], v. 24, n. 1, p. 8-22, abr. 2013.

MAXWELL, James Clerk. A dynamical theory of the electromagnetic field. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London.** 155: 459–512. 1865.

MAXWELL, James Clerk. **A Treatise on Electricity and Magnetism**, 2 vols., 1st ed., Oxford: Clarendon Press, 1873; 2d ed. W. D. Niven, ed. Oxford, 1881; 3d ed. J. J. Thomson, ed. Oxford, 1892; reprint New York: Dover Publications, 1953.

MAXWELL, James Clerk. **On Faraday's Lines of Force**, edited by W.D. Niven, The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, (Dover, New York, 1965), p. 155-229, v. 1. Article originally published in 1855.

MAXWELL, James Clerk. On physical lines of force**. Philosophical Magazine and Journal of Science**, 21:139, 161-175, 1861.

MAXWELL, James Clerk. Adress to the mathematical and physical sections of the British Association: report of the British association, v. xl., Liverpool, 15 de setembro de 1870. In: NIVEN, William Davidson. **The Scientific papers of James Clerk Maxwell**. New York: Dover, 1965. p. 215-290.

NEWTON, Sir Isaac**. Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – Livro I**. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2008. Tradução Trieste Ricci; Leonardo Gregory Brunet; Sônia Terezinha Gehring; Maria Helena Curcio Célia.

NEWTON, Sir Isaac. **Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – Livros II e III**. São Paulo: Edusp, 2017. Tradução André Koch Torres Assis.

NUSSENZVEIG, Moysés Herch. **Curso de Física Básica I**: mecânica. 4. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 2002.

ORLANDI, Eni Puccinelli. **Discurso e Texto**: formulação e circulação dos sentidos. 4. ed. Campinas: Pontes Editores, 2012.

PANZA, Marco. Das velocidades às fluxões. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 509-46, 2010.

PANZA, Marco. **Newton**. São Paulo: Estação Liberdade, 2017. 304 p. Tradução Alex Calazans, Veronica Calazans.

PARODI, Geovanni. **University Genres and Multisemiotic Features**: Accessing Specialized Knowledge Through Disciplinarity. Fórum Linguístico. 9:4, 259-282. 2012.

PATY, Michel. **A Matéria Roubada**: a apropriação crítica do objeto da física contemporânea. São Paulo: Edusp, 1995.

PATY, Michel. Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique. In: GARMA, S.; FLAMENT, D.; NAVARRO, V. (Eds.). **Contra los titanes de la rutina**. Comunidad de Madrid/C.S.I.C., Madrid, 1994, p. 401-428.

PEDUZZI, Sônia Silveira. Concepções alternativas em Mecânica. In: PIETROCOLA, Maurício. **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2001. p. 53-75.

PIETROCOLA, Maurício. A matemática como estruturante do conhecimento Físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 19, n. 1, p. 93-114, jan. 2002.

PIETROCOLA, Maurício. Construção e realidade: o realismo científico de Mário Bunge e o ensino de ciências através de modelos. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 4, n. 3, p. 213-227, 1999.

PIETROCOLA, Maurício. Mathematics as Structural Language of Physical Thought. VICENTINI, M. and e SASSI, E. (org**). Connecting Research in Physics Education with Teacher Education** - volume 2, ICPE – book, 2008.

POSPIECH, Gesche. **Promoting the competence of mathematical modeling in physics lessons.** Proceedings of the GIREP 2006 p. 575-583. Modelling in Physics and Physics Education. AMSTEL institute, Faculty of Science, University of Amsterdam, Netherlands. August, 2006.

RABELO, Rachel Pereira**. Projeção da oferta de professores de matemática, física, química e biologia para educação básica no Brasil até 2028**. Dissertação (Mestrado em Estudos populacionais e Pesquisas Sociais) – Escola Nacional de Ciências Estatísticas. Rio de Janeiro, 2015.

REDISH, Edward F. **Problem solving and the use of math in physics courses.** Palestra proferida na conferência World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change. Nova Delhi, 2005.

RICARDO, Elio Carlos; AHUMADA, Gérman; COUSO, Digna**. Um estudo exploratório das concepções dos alunos acerca do ensino da física no Brasil**, Chile e Espanha. Actas. I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tandil – Argentina, 2011.

RICARDO, Elio Carlos; FREIRE, Janaína C.A. A concepção dos alunos sobre a física do ensino médio: um estudo exploratório. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [S.L.], v. 29, n. 2, p. 251-266, 2007. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s1806-11172007000200010.

RICARDO, Elio Carlos. **Elementos Físicos e Matemáticos da Mecânica Analítica, a Relação entre as duas Ciências e a Vigilância Epistemológica**. Tese de Livre Docência. Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, 2012.

ROBILOTTA, Manoel Roberto. O cinza, o branco e o preto: relevância da história da ciência no ensino de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 7-22, jun. 1988

SANTOS, Lucíola Licínio de C. P.; Bernstein e o campo educacional: relevância, influências e incompreensões. Cadernos de Pesquisa, n. 120, p. 15-49, novembro/ 2003

SHULMAN, Lee S.. Those Who Understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, [S.L.], v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SILVA, Cibelle Celestino; PIETROCOLA, Maurício. **O papel estruturante da matemática no ensino de física: um estudo histórico e suas implicações didáticas**. In: IV ENCONTRO NACIONAL DA PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIêNCIAS - BAURU/SP, 4., 2003, Bauru. Anais [...] . Porto Alegre: Abrapec, 2003. v. 1, p. 1-100.

SILVA, Cibelle Celestino. **Da força ao tensor: evolução do conceito físico e da representação matemática do campo eletromagnético**. 2002. 250 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Fisica Gleb Wataghin, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/277072>. Acesso em: 29 abr. 2019.

SIMPSON, Thomas K. **Maxwell on the eletromagnetic field**: a guided study. New Jersey: Rutgers University Press, 1997. 979 p. Publicação dos artigos originais de Maxwell com análise e comentários.

SOUZA CRUZ, Frederico Firmo. **Faraday e Maxwell**: luz sobre os campos. São Paulo: Odysseus, 2005. 236 p. (Coleção Imortais da Ciência). Coordenação Marcelo Gleiser.

STEENKAMP, Christine M.; GRANGE, Ilse Rootman-Le; MÜLLER-NEDEBOCK, Kristian K.. Analysing assessments in introductory physics using semantic gravity: refocussing on core concepts and context-dependence. **Teaching In Higher Education**, [S.L.], p. 1-16, 20 nov. 2019.

STEWART, J. **Cálculo**. volume 1, 5a edição. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

TIPLER, Paul Allen; GENE, Mosca. **Física para cientistas e engenheiros - volume 1**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. [Reimpr.]. - Rio de Janeiro : LTC, 2014. Tradução e revisão técnica Paulo Machado Mors.

TUMINARO, Jonathan; REDISH, Edward. F. Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic Games. Physical Review Special Topics – **Physics Education Research**, v. 3, n. 2, 020101, p. 1-22, 2007.

TUMINARO, Jonathan. **A cognitive framework for analyzing and describing introductory students' use and understanding of mathematics in physics**. Tese de Doutorado, Physics Education, Universidade de Maryland, College Park, 2004.

VIDEIRA, Antônio Augusto Passos; PUIG, Carlos Fils (org.). **James Clerk Maxwell**: textos selecionados. Rio de Janeiro: Eduerj, 2017. 164 p.

VIENNOT, Laurence. Spontaneous Reasoning in Elementary Dynamics. **European Journal of Science Education**, [S.L.], v. 1, n. 2, p. 205-221, jan. 1979.

VIZCAINO ARÉVALO, Diego Fabian; TERRAZZAN, Eduardo Adofo. Diferencias trascendentales entre matematización de la física y matematización para la enseñanza de la física. **Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología - Tecné, Episteme y Didaxis**, (38), 95-111. 2015.

VIZCAÍNO, Diego Fabian. **Papel da "Matematização" nas explicações de professores e alunos em disciplinas de Física na formação inicial de professores**. 257f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2013.

YAMAMOTO, K.; FUKE, L. F. **Física para o Ensino Médio**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

ZAHAR, Elie. Einstein, Meyerson and the Role of Mathematics in Physical Discovery. **The British Journal for the Philosophy of Science**, v. 31, n. 1, p. 1-43, 1980.

ZYLBERSZTAJN, Arden. Concepções espontâneas em Física: exemplos em dinâmica e implicações para o ensino. **Revista de Ensino de Física**, v. 5, n. 2, p. 3-16, 1983.