

HEURÍSTICA HÍBRIDA PARA SEQUENCIAMENTO DE TAREFAS EM MÁQUINAS PARALELAS HETEROGÊNEAS¹

Lucas Henrique Lopes²

RESUMO

Este trabalho considera o problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas heterogêneas com o objetivo de redução da multa total aplicada pelo atraso na execução das tarefas. O problema é considerado *np-hard* e por isso apresenta-se uma heurística híbrida que utiliza um modelo de programação linear inteira de designação e regras de despacho em máquina única. O modelo de designação é resolvido utilizando-se o otimizador LINGO[®], e é responsável por definir em quais máquinas serão processadas as tarefas, considerando-se a minimização do tempo total de execução das tarefas. Para a obtenção do sequenciamento em cada máquina, visando a minimização da multa por atraso na data de entrega, é desenvolvido um algoritmo em Python que aplica regras de despacho. Ao se aplicar a heurística proposta para o cenário considerado em Barbosa et al. (2021) a solução ótima global não é alcançada, porém exige tempo computacional de processamento do algoritmo significativamente inferior quando se comparado com o modelo PLI proposto pela autora. Destaca-se que quando se considerou outros cenários de dados aleatórios, foi possível alcançar a solução ótima obtida pelo modelo de PLI em 100% dos casos em que foi possível também aplicar o PLI. Além disso, possibilitou resolver problemas com quantidades maiores de tarefas. O estudo traz como contribuição um método capaz de resolver problemas com grande quantidade de tarefas e de máquinas, que embora não garanta alcançar a solução ótima do problema, necessita de baixo tempo de processamento do algoritmo.

Palavras-chave: Sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas heterogêneas. Heurística híbrida. Regras de despacho. Programação Linear Inteira.

¹Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para titulação no Curso de Bacharelado em Ciências e Tecnologia, da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville, sob orientação da Dra. Silvia Lopes de Sena Taglialha.

²Formando do Curso de Bacharelado Ciências e Tecnologia. E-mail: lopeslucas350@gmail.com

ABSTRACT

This work considers the *scheduling* problem on heterogeneous parallel machines aiming to reduce the total fine for the delay in the execution of tasks. The problem is considered np-hard and therefore we present a hybrid heuristic that uses an integer linear programming model of assignment and dispatch rules in a single machine. The assignment model is solved using the LINGO® optimizer, and is responsible for defining on which machines the tasks will be processed, considering the makespan minimization. To obtain the sequencing on each machine, aiming to minimize the fine for late delivery, a Python algorithm is developed, that applies dispatch rules. When applying the proposed heuristic to the scenario considered in Barbosa et al. (2021) the global optimal solution is not reached, but it requires significantly lower computational time for processing the algorithm when compared to the ILP model proposed by the author. It is noteworthy that when considering other random data scenarios, it was possible to reach the optimal solution obtained by the ILP model in 100% of the cases in which it was also possible to apply the ILP. In addition, was possible to solve problems with larger amounts of tasks. The study brings as a contribution a method capable of solving problems with a large number of tasks and machines, which, even does not guarantee reaching the optimal solution of the problem, requires low processing time of the algorithm.

Keywords: *Scheduling* on heterogeneous parallel machines. Hybrid heuristics. Dispatch Rules. Integer Linear Programming.

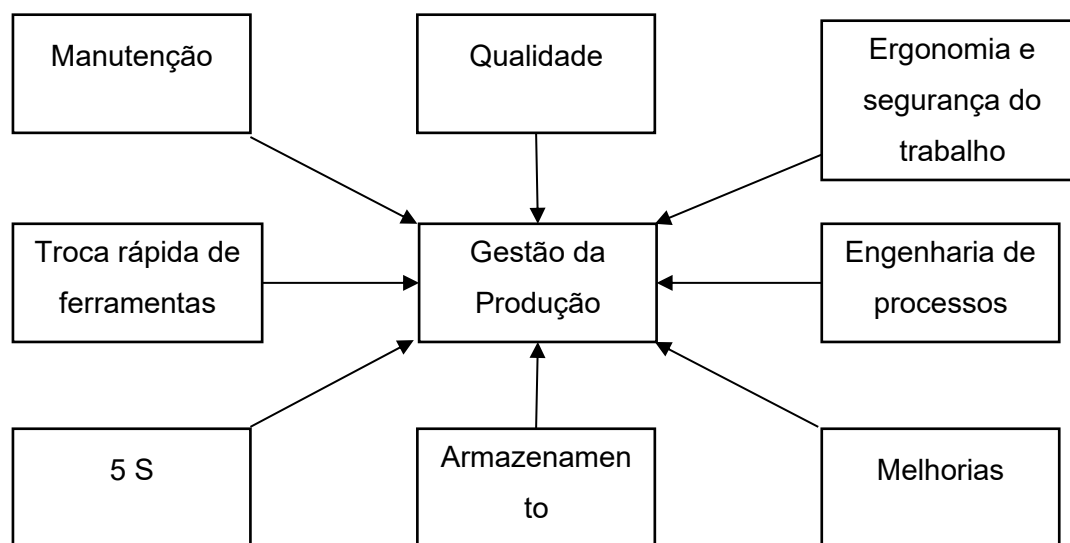
1. INTRODUÇÃO

A tecnologia da informação é uma grande aliada nos processos de planejamento e controle da produção. Com o auxílio dela é possível simular e prever comportamentos mercadológicos, projetar vendas e lucros, diminuir custos e despesas, trazendo assim diversos benefícios para as corporações.

Diante de um cenário econômico cada vez mais competitivo, gerenciar da melhor forma a linha de produção traz maior agilidade e segurança para as empresas.

Santos, Victor e Silva (2010) citam que existem inúmeras ferramentas (Figura 1) disponíveis para auxiliar na melhoria da gestão da produtividade de uma empresa e que quando bem alinhadas e aplicadas proporcionam resultados positivos.

Figura 1 – Ferramentas de gestão da produção



Fonte: Adaptado de Santos, Victor e Silva (2010)

É neste contexto que o planejamento e controle da produção (PCP) surge para facilitar a administração do setor operacional das empresas, visto que, segundo Estender et al. (2017), o PCP “é a área responsável por monitorar e gerenciar as atividades de produção para satisfazer continuamente a demanda dos consumidores, e reduzir os custos relacionados aos processos (matéria-prima, insumos, mão-de-obra, entre outros.)”.

Na mesma linha de pensamento, Tubino (2007) informa que o PCP busca seguir de forma exímia os planos estipulados nos diferentes níveis organizacionais, coordenando e aplicando os recursos disponíveis, além de afirmar que um dos principais objetivos de se ter um planejamento para controle da produção é identificar os gargalos rapidamente, visando fornecer as condições

para que os problemas sejam solucionados o mais breve possível, evitando maiores prejuízos para a empresa.

Conforme Castro (2018), após extensa pesquisa na literatura, o PCP tem mostrado ótimos resultados em relação ao suporte e desenvolvimento das empresas, tendo em vista que suas atividades são desenvolvidas por um setor criado excepcionalmente para este fim.

Na literatura existem diversas definições para PCP. Segundo Lima, Souza e Martins (2006), “os sistemas de planejamento e controle da produção são compostos por subsistemas responsáveis por controlar diversos aspectos das atividades de produção”.

Outra definição é dada por Kiran (2019) quando enuncia que o PCP é responsável por garantir que todos os materiais e maquinários estejam disponíveis na quantidade certa e no tempo determinado de acordo com uma rotina pré-determinada pelo sistema de produção, gerando assim o menor custo possível.

Em concordância com as ideias acima descritas, a maioria dos autores encontrados na literatura definem o planejamento e controle da produção como peça essencial para o bom andamento das empresas e o colocam como um dos pilares para se obter um bom retorno financeiro, visto que ele é uma área que está interligada com toda a empresa.

As atividades desenvolvidas pelo PCP estão presentes e diretamente ligadas com os níveis estratégico, tático e operacional de uma empresa (TUBINO, 2007). Em se tratando do nível estratégico, o PCP auxilia na definição das metas e objetivos da corporação a longo prazo ao formular o Planejamento Estratégico da Produção (PEP), montando o Plano de Produção. Já no nível tático, sua principal contribuição é na construção do Plano Mestre de Produção (PMP), o qual determinará os planos a médio prazo. Por fim, no nível operacional, a elaboração da Programação de Produção determinará o comportamento a curto prazo.

Um dos principais objetivos do PEP é preparar a empresa para eventuais imprevistos que possam ocorrer a longo prazo, fazendo um mapeamento e desenvolvendo ações que devam ser tomadas caso alguma das situações

levantadas ocorram geralmente num prazo de até cinco anos. Exemplos de decisões a serem consideradas incluem adquirir ou vender equipamentos e aumentar ou reduzir jornadas de trabalho, bem como número de colaboradores (TUBINO, 2007; RUFFONI, 2012).

Já o PMP “[...] consiste na versão desagregada do planejamento de produção, detalhando os volumes a serem fabricados para cada tipo de produto” (PERSCH, 2019). Suas funções estão ligadas diretamente com a cadeia de suprimentos estando presentes desde a compra de matéria-prima e insumos, passando pela produção, pela venda e até na distribuição dos produtos (BAGNI, MARÇOLA, ANDRADE, 2018).

Uma das principais etapas do PMP é o chamado *Scheduling*, que segundo Arnold (1998), é o processo definido por estabelecer as datas de começo e fim para as operações necessárias para a produção de um item ou tarefa (*job*). Para isso o planejador necessita de informações sobre o roteiro, capacidade produtiva, e tempo de processamento dos centros de trabalho envolvidos.

Na literatura, o *scheduling* pode ser classificado quanto aos tipos de máquinas consideradas, ou quanto ao ambiente de produção, destacando-se os modelos de: máquina única; máquinas em paralelo; máquinas em série (*Flow-shop*); qualquer combinação desses casos (*Job-shop*) (Colin, 2013). Diversos problemas *scheduling* considerando-se diferentes restrições de conjunto de processamento foram amplamente estudados (LUH et al, 1998; SCHALLER, 2007; ALLAHVERDI et al, 2008; MENSENDIEK et al, 2015; PINEDO, 2016; SOLER, SANTOS, AKARTUNALI, 2021).

Um problema típico de *scheduling* ocorre em métodos de manufatura de moldes de injeção plástica, em que a programação das máquinas injetoras necessita ser realizada de modo a considerar vários moldes diferentes, restrições de prazo de entrega, de dependência de execução de sequência, entre outros ajustes. Como outras aplicações do problema de *scheduling*, pode-se citar problemas de máquina gargalo, sequenciamento de pousos e aeronaves, carregamento de navios ou container,

O trabalho de Barbosa *et al.* (2021) destaca-se por apresentar um modelo de programação matemática que determina a designação de tarefas em máquinas

paralelas e determina também o *scheduling*, objetivando a redução de incidência de multa por atraso na produção de peças em máquinas de injeção plástica. Mas, devido o *scheduling* ser um problema *NP-Hard*, ou seja, pertence à classe de problemas no qual não existem algoritmos polinomiais em função da entrada de dados que determinam as soluções ótimas (ORMAN, POTTS, 1997), o modelo proposto pela autora só pode ser aplicado para um máximo de 24 máquinas e 59 tipos de peças (tarefas).

Dessa forma, o objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um método de solução para o problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas heterogêneas em uma empresa multinacional brasileira, baseado em métodos heurísticos (aproximados) que consideram regras de sequenciamentos (despacho) em máquina única, aplicando-se inicialmente, um modelo de designação para identificar quais máquinas devem realizar quais tarefas. Pretende-se ainda, realizar análises comparativas quanto ao desempenho do método proposto e eficiência quanto ao tempo computacional de processamento requerido para a obtenção dos resultados.

Para o desenvolvimento do método heurístico, primeiramente, será considerado um modelo de programação matemática linear inteira (PLI) para determinar a designação das tarefas às máquinas, ou seja, para determinar quais tarefas serão executadas por quais máquinas minimizando o tempo total de processamento em cada máquina. Em uma segunda etapa, empregam-se as regras de sequenciamento consideradas em cada máquina, e, na sequência, calcula-se as multas por atraso e adiantamento com o auxílio de um código desenvolvido na linguagem Python. O método heurístico proposto é aplicado também em uma base de dados aleatórios para analisar sua performance e desempenho na solução do problema proposto.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Existem duas classes de métodos de resolução para os problemas de sequenciamento: os métodos exatos e os métodos aproximados. Dentre os principais métodos exatos de otimização, pode-se citar a Programação Linear

(PL), a Programação Dinâmica (PD), a Programação Linear Inteira (PLI), a Programação Não-Linear (PNL). Já na classe dos métodos aproximativos, pode-se citar as heurísticas e meta-heurísticas. Embora os métodos aproximados apresentem a característica de demandarem baixo tempo de execução, em geral não há garantia de se alcançar a solução ótima global do problema. Já os métodos exatos, em contrapartida, determinam a solução ótima, mas em geral, demandam tempo de execução muito alto para problemas de grande porte (elevado número de tarefas e máquinas).

No presente trabalho será utilizada uma abordagem híbrida, que considera a utilização da PLI para a resolução do problema de designação de todas as tarefas nas máquinas e a utilização de heurísticas baseadas em regras de sequenciamento em cada máquina.

Para melhor entendimento da metodologia proposta, será explicado o problema de *scheduling* e as regras de sequenciamento.

2.1 O problema de *scheduling*

O problema de *scheduling*, quando pensado em uma única máquina, já pressupõe que todas as tarefas já estão designadas à essa máquina. No entanto, quando se considera várias máquinas para a realização de um grupo de tarefas, é necessário conhecer previamente em quais máquinas serão processadas cada uma das tarefas antes de realizar o *scheduling*. E esse problema de definir em quais máquinas serão processadas as tarefas sem se preocupar com a sequência de realização, é conhecido como Problema da Designação, cujo modelo é detalhado na seção a seguir.

2.1.1 Problema de designação

O problema da designação é um tipo especial de problema de programação linear em que, por exemplo, um conjunto de atividades ou tarefas (*Jobs*) precisam

ser designadas a um conjunto de operadores, máquinas, pessoas, fábricas os veículos (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Para definir o modelo de designação (MD) considera-se os seguintes parâmetros:

- m : tarefas $\{i = 1, \dots, m\}$ – o número de tarefas a serem processadas;
- n : máquinas $\{k = 1, \dots, n\}$ – o número de máquinas ou operadores a serem considerados;
- p_{ik} : $\{i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n\}$ – o tempo de processamento da tarefa i na máquina k .

O modelo de PLI para determinar a designação das tarefas que minimiza o tempo total de processamento de todas as tarefas é então dado pelas Equações (1)-(4) (ARENALES *et al*, 2011).

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n p_{ik} * x_{ik} \quad (1)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, n \quad (4)$$

Na Equação (1) é definida a Função Objetivo (FO) com o objetivo de minimizar o tempo total de processamento das tarefas. As restrições dadas na Equação (2) asseguram que todas as tarefas sejam processadas uma única vez e as Equações (3) asseguram que cada máquina execute exatamente uma tarefa. Já a Equação (4) define o domínio das variáveis como binárias.

Quando na Equação (3) considera-se restrições de ≥ 1 , então cada máquina poderá processar mais de uma tarefa.

Na literatura encontram-se várias aplicações de modelos de designação, como por exemplo o utilizado por Cunha *et al.* (2021), em que os autores

consideram o otimizador CPLEX® Optimization Studio para realizar a designação que minimiza o tempo total de produção (*makespan*) e aplica um segundo modelo de PLI para realizar o sequenciamento em um sistema híbrido de produção *flow-shop* (máquinas não estão organizadas em paralelo ou em série, mas uma combinação destas). No entanto, o estudo considerou apenas 15 tarefas (3 tipos e 5 subtipos de produtos) em 5 subcategorias e uma combinação de não mais que 15 máquinas (7 reatores, 6 máquinas de empacotamento e 4 máquinas de armazenamento).

Há também o estudo feito por Cereser et al. (2021) no qual se utilizou, além de modelos matemáticos implementados e resolvidos pelo CPLEX®, de algoritmos meta heurísticos a fim de comparar os resultados de alocação tanto de navios quanto de recursos em portos.

2.1.2 Modelo de designação e scheduling para máquinas em paralelo

O modelo (5)-(14) a seguir, foi apresentado em Barbosa et al. (2021), e determina a designação e o *scheduling* para máquinas heterogêneas em paralelo, e considera os seguintes parâmetros:

- m : tarefas $\{i = 1, \dots, m\}$ – o número de tarefas a serem processadas;
- n : máquinas $\{k = 1, \dots, n\}$ - O número de máquinas a serem consideradas;
- p_{ik} : $\{i = 1..m; k = 1, \dots, n\}$ - O tempo de processamento da tarefa i na máquina k ;
- d_i : $\{i = 1, \dots, m\}$ – Prazo (independente da máquina) de execução das n tarefas;
- w_i : $\{i = 1, \dots, m\}$ – Multa por atraso (independente da máquina) na execução da produção da tarefa i ;
- t_{ik} : atraso da tarefa i na máquina k ($t_{ik} = \{C_{ik} - d_i, 0\}$) em que C_{ik} = é o instante de término do processamento da tarefa i na máquina k ;
- e_{ik} : adiantamento da tarefa i na máquina k ($e_{ik} = \{d_i - C_{ik}, 0\}$);
- e as seguintes variáveis de decisão:

- x_{ik} = Tempo de início, em horas, da tarefa i na máquina k a partir da hora zero;
- $z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } i \text{ é processada na máquina } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

$$\forall i = 1, \dots, m, \forall k = 1, \dots, n$$

O modelo apresentado em Barbosa et al. (2021) é dado pelas Equações (5)-(14).

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n w_i * t_{ik} \quad (5)$$

S. a:

$$\sum_{k=1}^m z_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ik} \geq 1 \quad \forall k \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m z_{ik} = n \quad (8)$$

$$M * (1 - y_{ijk}) + (x_{jk} - x_{ik}) \geq p_{ik} \quad \forall i, j, k, i \neq j \quad (9)$$

$$M * y_{ijk} + (x_{ik} - x_{jk}) \geq p_{jk} \quad \forall i, j, k, i \neq j \quad (10)$$

$$x_{ik} + t_{ik}^- - t_{ik} \leq d_i - p_{ik} + M * yy_{ik} \quad \forall i, k \quad (11)$$

$$z_{ik} \leq M * (1 - yy_{ik}) \quad \forall i, k \quad (12)$$

$$e_{ik}, t_{ik}, x_{ik} \geq 0 \quad \forall i, k \quad (13)$$

$$y_{ijk}, yy_{ik}, z_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k \quad (14)$$

A Função Objetivo (FO) é definida na Equação (5), e determina a penalidade ou multa total por atraso. As restrições (6) asseguram que cada tarefa seja processada apenas uma única vez. As restrições (7) fazem com que todas as tarefas sejam processadas. As restrições (8) garantem que todas as máquinas sejam utilizadas (premissa da empresa).

As restrições (9) e (10) são restrições de não interferência e garantem que duas tarefas distintas i e j , com tempos de processamento na máquina k dados por p_{ik} e p_{jk} , respectivamente, não sejam processadas simultaneamente na máquina k .

As restrições (11) e (12) garantem que se a tarefa i for processada na máquina k (quando $y_{ik} = 1$), então o contador do tempo nesta máquina (x_{ik}) deverá obedecer o prazo de entrega (d_i) da tarefa i , ou identificar um possível atraso (t_{ik}) ou adiantamento (t_{ik}^-) nesta máquina.

As restrições (13) e (14) definem o domínio das variáveis de decisão.

Destaca-se que o Modelo (5)-(14) é considerado *NP-Hard* (ORMAN, POTTS, 1997), logo só é possível ser resolvido para um número limitado de máquinas e tarefas.

Outras abordagens para o problema de *scheduling* em máquinas paralelas podem ser encontrados na literatura, como por exemplo o trabalho dos autores Torres, Rosas e Jurburg (2021), que aplicaram múltiplas heurísticas com o objetivo de minimizar o tempo de produção e o atraso médio em um problema *flow shop* de permutação de duas máquinas com deterioração.

Já Toscano et al. (2020) buscaram otimizar o dimensionamento dos lotes de produção, custos de armazenamento, pedidos pendentes e limpezas de uma empresa de produção de bebidas à base de suco de frutas.

Em Li et al. (2018) os autores propõem um algoritmo heurístico multiobjetivo para resolver o problema *flow shop* considerando a minimização do *makespan* e do consumo de energia na produção total.

2.1.3 Métodos Heurísticos

Métodos Heurísticos são procedimentos, e que em geral são modelados para cada problema específico, e são utilizados para encontrar soluções viáveis para problemas complexos de PO (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Em geral, determinam bons resultados em tempos significativamente menores que os métodos de programação matemática, por exemplo, ou métodos estatísticos de busca, e são capazes de resolver problemas em escalas muito maiores, mas sem ter a garantia de alcançarem a solução globalmente ótima (GOLDBERG, 1989).

Os algoritmos heurísticos, apesar de trazerem quase sempre soluções aproximadas para problemas complexos, têm se mostrado boas alternativas para resolução de tais problemas, pois são de fácil aplicação, flexíveis à adaptação de restrições e em geral necessitam baixo tempo computacional (OSMAN e LAPORTE, 1996).

Segundo Colin (2015), dentre as heurísticas existentes para a solução de problemas de sequenciamento, as mais simples são regras de sequenciamento e regras de prioridade, nessa ordem. Comenta ainda, que embora a distinção entre ambas não seja comum na literatura especializada, convém utilizá-la tendo em vista que as funções de prioridade requerem uma sofisticação muito maior do que as regras de sequenciamento (ou despacho), as quais serão detalhadas a seguir.

2.1.3.1 *Regras de sequenciamento*

As regras de sequenciamento/despachos (para máquina única) utilizadas neste estudo foram apresentadas em Colin (2015). Primeiramente, o autor define regras de despacho como sendo “[...] procedimento que utiliza regras de decisão lógica para selecionar uma ordem de produção, dentre as disponíveis, para o processamento em uma máquina que acabou de ficar livre”. Em seguida, ele as define como:

- SPT (*Shortest Processing Time*): sequencia as tarefas em ordem crescente de acordo com o menor tempo de processamento, ou seja, processam-se primeiro as que possuem menor tempo de processamento;
- LPT (*Longest Processing Time*): sequencia as tarefas em ordem decrescente de acordo com o maior tempo de processamento, ou seja, processam-se primeiro as que possuem maior tempo de processamento;

- *WSPT (Weighted Shortest Processing Time)*: sequencia as tarefas em ordem crescente de acordo com o menor tempo ponderado de processamento, ou seja, processam-se primeiro as que possuem menor razão entre a multa por atraso e o tempo de processamento;
- *WLPT (Weighted Longest Processing Time)*: sequencia as tarefas em ordem crescente de acordo com o menor tempo ponderado de processamento, ou seja, processam-se primeiro as que possuem menor razão entre a multa por adiantamento e o tempo de processamento;
- *EDD (Earliest Due Date)*: sequencia as tarefas em ordem crescente de acordo com a menor data de entrega;
- *MST (Minimum Slack Time)*: sequencia as tarefas em ordem crescente de acordo com o menor tempo de folga, ou seja, processam-se primeiro as que possuem menor valor de diminuição entre tempo de entrega – tempo de processamento.

Após a aplicação da regra de despacho e definida a sequência completa de realização das tarefas em cada máquina, aplica-se uma avaliação para determinar a função-objetivo (medida de desempenho) da sequência considerada. Em termos práticos, a escolha da regra de despacho mais apropriada para ser utilizada provém da avaliação da função-objetivo bem como da estruturação e proposta de cada empresa.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

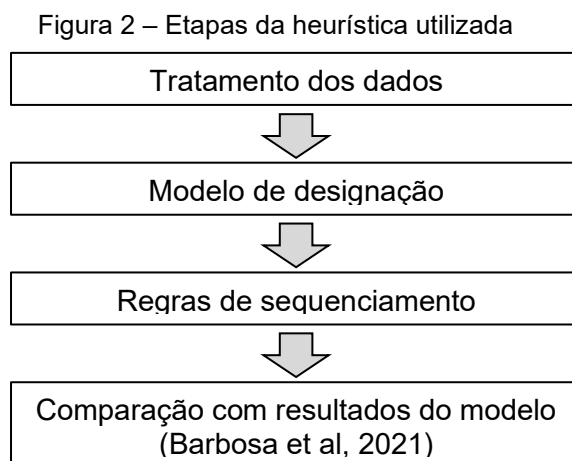
Para esse estudo utilizou-se dados de uma empresa multinacional do setor plástico considerado no trabalho de Barbosa et al. (2021). Visto que a identidade da empresa será preservada, os materiais utilizados são sigilosos e os dados estão multiplicados por um fator de segurança a fim de garantir a privacidade dos mesmos.

Os dados utilizados no estudo foram fornecidos por Barbosa (2017), sendo eles idênticos aos utilizados pela autora no desenvolvimento de seu trabalho. Segundo Barbosa (2017), considerou-se para o estudo um total de 24 máquinas de injeção plástica as quais produzem mais de 2000 itens. Para otimizar a

quantidade de variáveis agrupou-se os itens com características semelhantes, resultando num total de 496 itens diferentes, definindo-se como uma tarefa um grupo de itens do mesmo tipo. Cada uma das máquinas pode processar um conjunto de tarefas (itens), e cada item possui um conjunto de máquinas que podem processá-los.

Ressalta-se que alguns itens não podem ser processados por algumas máquinas e o tempo de processamento de um mesmo item pode variar em diferentes máquinas.

O estudo desenvolvido por Barbosa et al (2021) buscou encontrar o melhor sequenciamento das tarefas nas máquinas a fim de reduzir a multa total aplicada pelo atraso na produção de todos as tarefas. A autora desenvolveu um modelo de programação matemática linear inteira (PLI), que até o momento da publicação era inédito, para determinar a atribuição e o sequenciamento (*scheduling*) das tarefas baseado em modelo de máquinas heterogêneas em paralelo. No entanto, devido à complexidade do modelo ser NP-hard, a autora alcançou o máximo de 24 máquinas e 59 tarefas, tendo então que realizar um agrupamento de itens do mesmo tipo para realizar todo o sequenciamento.



Fonte: Autor (2022)

Como já mencionado, o intuito deste estudo é desenvolver uma heurística híbrida que utiliza o modelo de designação (MD) e as regras de sequenciamento para esta problemática de modo a resolver o problema de sequenciamento que considere um número maior de tarefas ou de máquinas, e realizar uma análise comparativa dos resultados utilizando o modelo PLI, seguindo o esquema da Figura 2.

Como as regras de sequenciamento são dadas para sequenciamento em máquina única, e estamos considerando o caso de máquinas em paralelo, para aplicar as regras de sequenciamento, inicialmente será necessário aplicar um modelo PLI para determinar a designação das tarefas às máquinas. Para o modelo de designação utilizado na heurística, será considerado o modelo (MD) dado pelas Equações (1) a (4), com o objetivo de minimização do tempo total de processamento das tarefas em cada máquina.

Em seguida, emprega-se um algoritmo em Python para aplicar as regras de sequenciamento em cada máquina e, também, para calcular a multa total por atraso na realização de todas as tarefas.

Além disso, aplicasse a heurística híbrida proposta para resolver problemas com número maior de tarefas, mantendo a mesma quantidade de máquinas, visto que o modelo desenvolvido por Barbosa et al (2021) ficou limitado a resolução de apenas 59 tarefas e 24 máquinas.

A partir dos resultados obtidos, realiza-se as comparações a fim de determinar qual metodologia obteve maior sucesso.

3.1 Definição de Cenários e premissas

A modelagem matemática utilizada é dada no modelo da designação (1)-(4), exceto que em (3), a restrição é de \geq e considera-se ainda as restrições dadas pela Inequação (15):

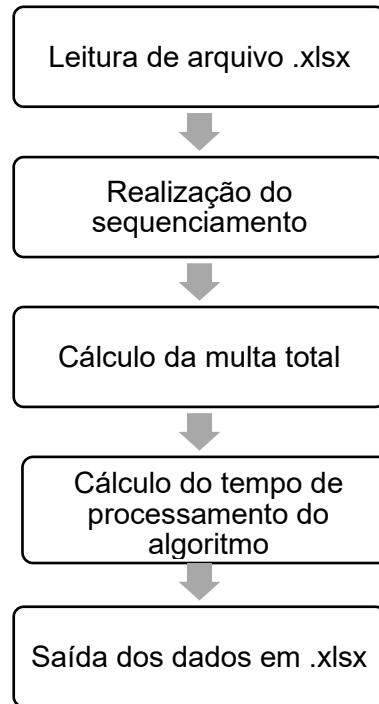
$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} = n \quad (15)$$

Para a resolução do modelo (MD) utilizou-se a linguagem AML (*Algebraic Modeling Language*) e o *Software* de otimização LINGO® (LINGO, 2020).

Para a aplicação das regras de sequenciamento desenvolveu-se um algoritmo em linguagem Python, conforme etapas descritas na Figura 3.

Para facilitar as análises foram elaborados gráficos de *Gantt* para os diferentes sequenciamentos obtidos em cada máquina, e gráficos de barra para comparar os valores de multas por atraso.

Figura 3 – Fluxo de funcionamento do algoritmo para regras de sequenciamento



Fonte: Autor (2022)

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

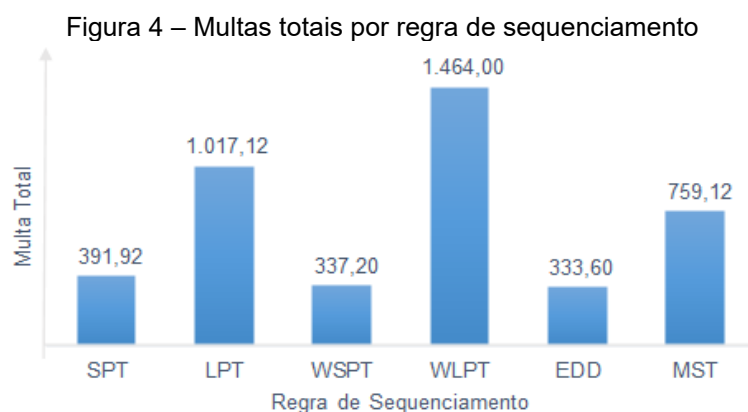
Na Tabela 1 apresentam-se os dados de datas de entrega e valor de multas por atraso das tarefas consideradas em Barbosa (2017). Os dados de tempos de processamento das tarefas em cada máquina estão disponíveis em Barbosa (2017) p. 85.

Tabela 1 – Dados das tarefas

Tarefa	d_i	w_i	Tarefa	d_i	w_i	Tarefa	d_i	w_i
1	48	0,17	21	144	0,08	41	120	0,21
2	120	0,33	22	96	0,33	42	96	0,33
3	72	0,33	23	192	0,33	43	96	0,25
4	288	0,21	24	72	0,33	44	96	0,38
5	48	0,33	25	72	0,33	45	96	0,38
6	72	0,25	26	48	0,33	46	72	0,17
7	144	0,33	27	312	0,33	47	72	0,29
8	120	0,33	28	96	0,33	48	144	0,08
9	96	0,33	29	96	0,33	49	72	0,25
10	96	0,33	30	120	0,33	50	96	0,38
11	144	0,33	31	120	0,33	51	72	0,33
12	192	0,33	32	120	0,17	52	72	0,29
13	96	0,33	33	168	0,33	53	96	0,29
14	48	0,33	34	72	0,33	54	72	0,33
15	120	0,33	35	72	0,33	55	72	0,33
16	168	0,33	36	72	0,17	56	72	0,33
17	192	0,33	37	72	0,33	57	72	0,38
18	48	0,08	38	120	0,33	58	72	0,38
19	96	0,33	39	120	0,33	59	168	0,17
20	72	0,33	40	120	0,38			

Fonte: Autor (2022)

Na Figura 4 ilustram-se os valores totais de multas por atraso/adiantamento obtidos com a aplicação da heurística híbrida proposta. Além disso, é possível observar que o melhor resultado foi uma multa de R\$ 333,60 obtido com a utilização da regra EDD. Por este motivo, utiliza-se a regra EDD para realizar as análises e discussões do estudo. Destaca-se que se utilizou multa por adiantamento $h_i = 1$.



Fonte: Autor (2022)

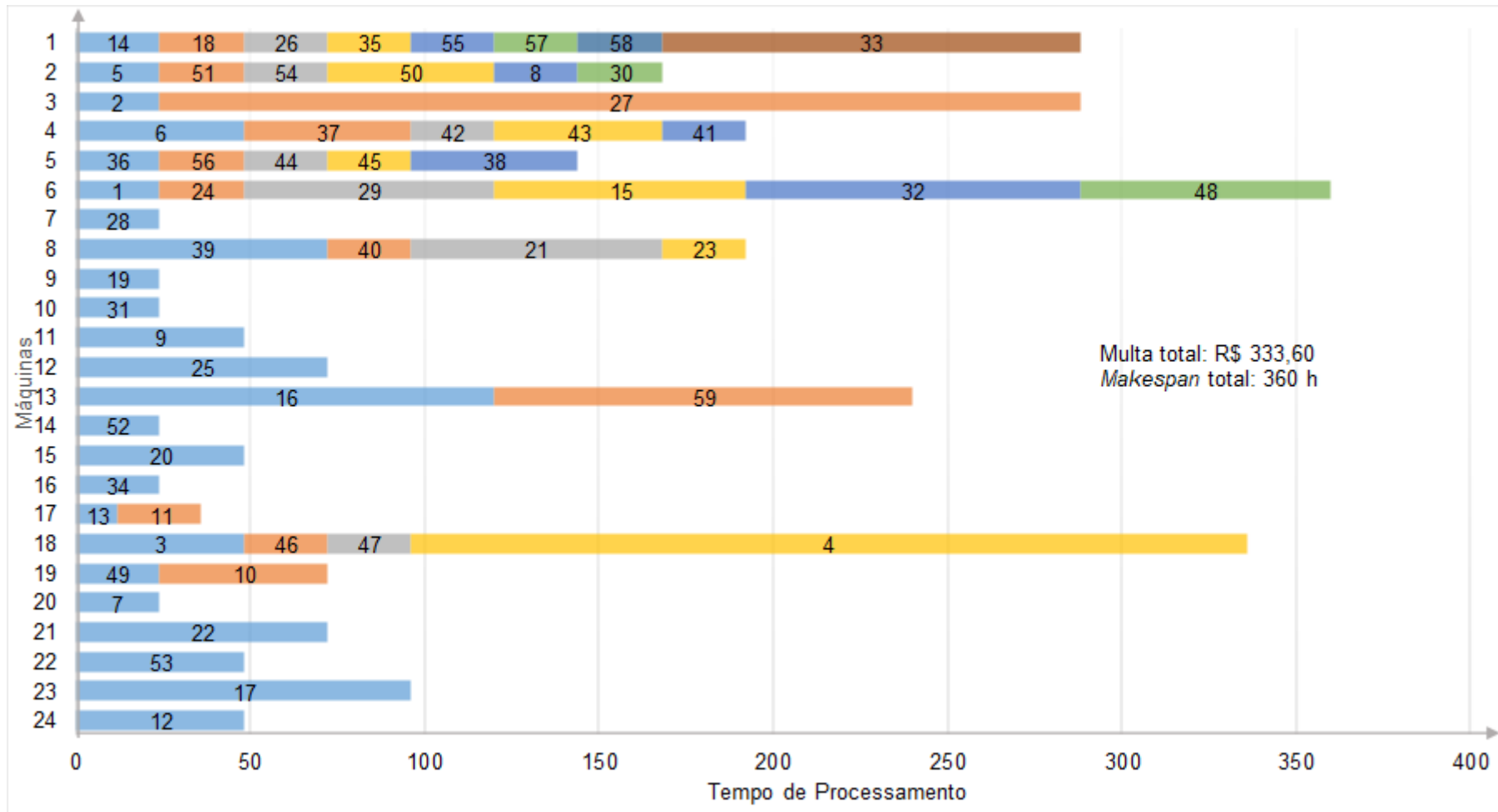
Na Figura 5 ilustra-se por meio de gráfico de Gantt os sequenciamentos obtidos em cada máquina.

A interpretação do sequenciamento das atividades nas máquinas se faz da seguinte forma: usando a máquina 8 da Figura 5 como base, a primeira tarefa (a 39) começa a ser processada na máquina na hora zero, ao transcorrer o tempo de processamento da tarefa em questão (72 horas) a máquina inicia o processamento da segunda tarefa e assim sucessivamente, até que a última tenha sido completada. Dessa forma, o tempo total de processamento na máquina 8 é de 336 horas, realizando a sequência $39 \rightarrow 40 \rightarrow 21 \rightarrow 23$. E assim similarmente para as demais máquinas.

Como pode-se observar, quando se considera a designação das tarefas pelo modelo (MD), o qual considera o tempo total de processamento das tarefas, obtém-se um tempo máximo de processamento de 360 horas, definido pelo tempo na máquina 6.

O cálculo para obtenção dos valores das multas pelo atraso foi realizado considerando-se que o início do processamento da primeira tarefa é considerado a hora 0, sendo assim, as primeiras tarefas têm seu horário de processamento configurado para a hora 0. Para definir a finalização do processamento de cada tarefa na máquina k , bastou fazer $C_{ik} = x_{ik} + p_{ik}$.

Figura 5 - Sequenciamento das tarefas após a aplicação da regra EDD



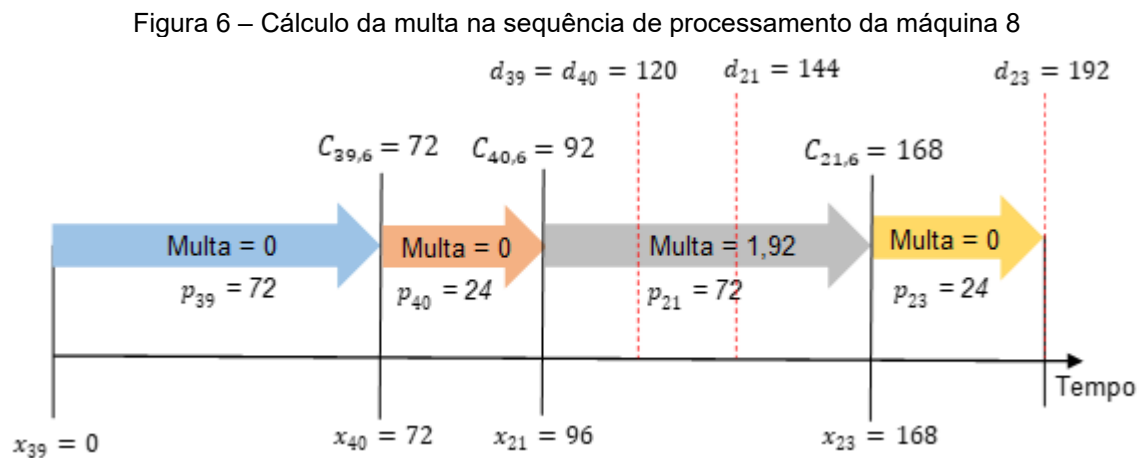
Fonte: Autor (2022)

Se a finalização do processo de produção de uma determinada tarefa é posterior à data de sua entrega, ou seja, se $C_{ik} > d_i$, significa que a mesma está atrasada.

Para calcular esse atraso, basta fazer $t_{ik} = \{C_{ik} - d_i, 0\}$.

Quando $t_{ik} > 0$, tem-se que a tarefa k foi finalizada com atraso e, portanto, foi aplicada uma multa proporcional ao atraso ($t_{ik} * w_i$)

A multa é calculada conforme ilustrado na Figura 6, onde pode-se observar a linha temporal da máquina 8, na qual tem-se a sequência de processamento 39 → 40 → 21 → 23.

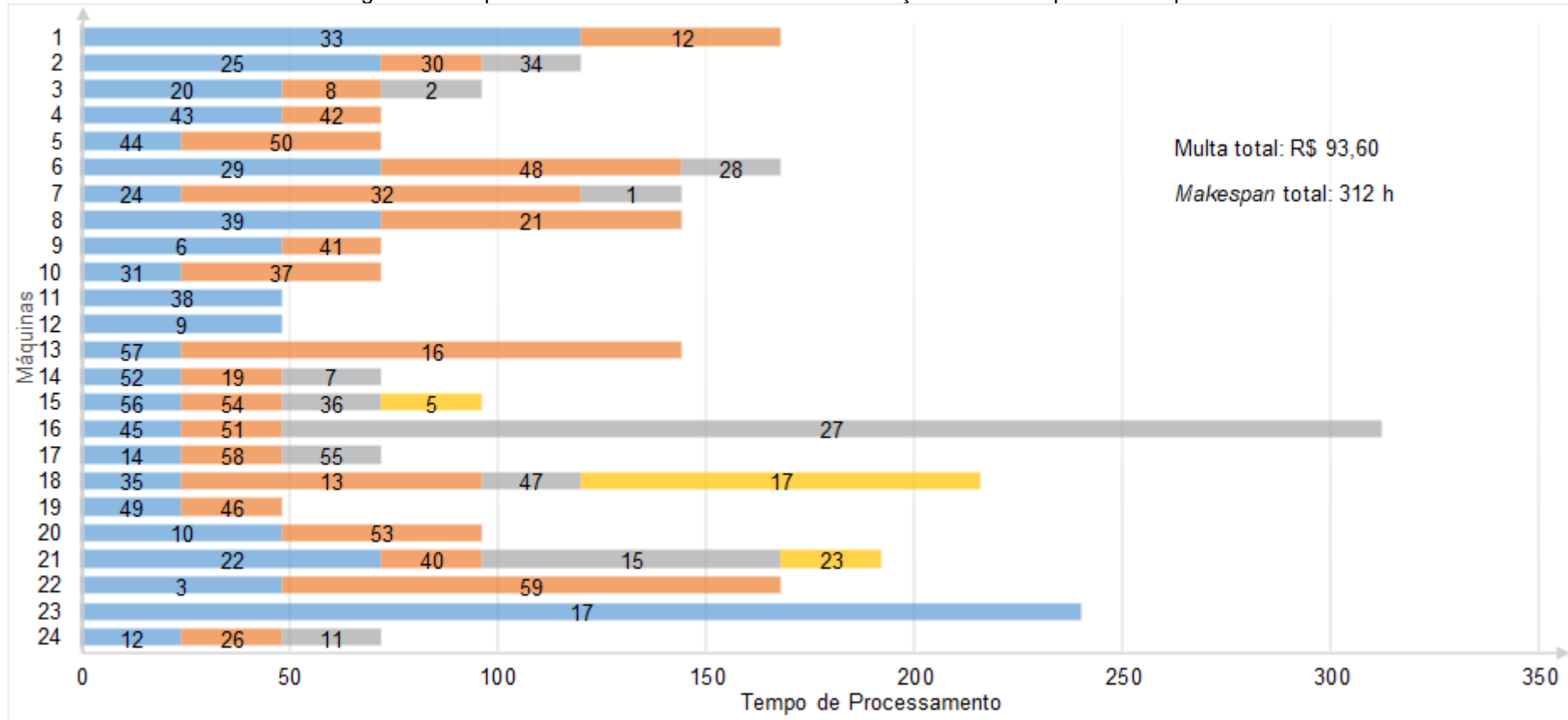


Fonte: Autor (2022)

Este processo é feito para todas as tarefas em todas as máquinas e seus valores são somados ao final, obtendo-se assim, o valor total de multa por atraso a ser pago pela empresa pelo atraso na entrega de todas as tarefas.

Destaca-se que, para os dados considerados, ao se comparar o melhor resultado obtido com a aplicação do método heurístico aqui proposto ou seja, com a regra de sequenciamento EDD (sequenciamento ilustrado na Figura 5), com os resultados obtidos pelo modelo PLI proposto em (BARBOSA et al., 2021), observa-se que os resultados da autora citada (sequenciamento ilustrado na Figura 7), são superiores aos aqui obtidos.

Figura 7 – Sequenciamento otimizado obtido com a solução do modelo para 24 máquinas



Fonte: Adaptado Barbosa et al. (2021)

As principais diferenças observadas entre os resultados dos estudos são expressas na Tabela 3. O modelo desenvolvido por Barbosa et al. (2021) obteve resultados melhores tanto no valor total da multa, quanto no *makespan*.

Porém, quando se analisa o tempo computacional gasto para executar os dois modelos, observa-se que a utilização da heurística híbrida retorna o resultado em um tempo bem inferior ao da autora.

Tabela 3 – Comparativo entre estudos

	Multa (R\$)	Tempo total	
		<i>Makespan</i> (h)	Computacional (s)
Empresa	104,9	264	
Barbosa et al. (2021)	93,6	312	29.344,08
Heurística Híbrida proposta	333,6	360	1,9574

Fonte: Autor (2022)

Ao analisar-se os resultados dos estudos com o praticado pela empresa, a metodologia aplicada por Barbosa et al. (2021) obteve, no que se refere ao tempo total de processamento das tarefas pelas máquinas (*makespan*), um tempo maior. Porém, ao analisar-se o valor da multa aplicada, o modelo proposto por Barbosa et al. (2021) obteve êxito, conseguindo reduzir o a multa paga em 11%. Por outro lado, a utilização da heurística híbrida obtém os resultados mais rapidamente.

Destaca-se que metodologia aplicada por Barbosa et al. (2021) considera um modelo de PLI, e, portanto, alcançou a solução ótima global para a problemática considerada. Contudo, existe a limitação de capacidade de variáveis e números de restrições que os PLI costumam enfrentar: só foi possível aplicar o modelo PLI para cenários com quantidades de máquinas e tarefas menores ou iguais ao considerado no estudo, ou seja, quando se considerou 24 máquinas, só foi possível resolver o PLI por o um máximo de 59 tarefas.

Destaca-se que os resultados obtidos foram influenciados pelas restrições impostas pela configuração das máquinas, as quais possuía grandes limitações quanto ao número de tarefas que cada uma podia processar. Tendo em vista essa limitação, e a constatação de que, para os dados considerados, a heurística híbrida proposta neste estudo ter sido insatisfatória, realizou-se a aplicação em instâncias considerando conjuntos construídos a partir de uma aleatoriedade

controlada e limitada pelos valores mínimos e máximos utilizados por Barbosa (2021), para avaliar o desempenho do método, conforme detalhado a seguir.

4.1. Aplicação da Heurística em diferentes cenários

A fim de comparativo, foram criados 13 cenários (10 com as mesmas configurações tarefa x máquina utilizados no estudo acima e outros 3 mantendo o número de máquinas e aumentando o número de tarefas) considerando que os dados de tempo de processamento, prazos de entrega e valores de multa por atraso foram obtidos através da utilização da função "*aleatorioentre(limite inferior; limite superior)*" do Excel, sendo os valores de limites inferior e limite superior definidos pelos valores máximos e mínimos ocorridos em Barbosa et al. (2021).

Destaca-se que para obtenção dos dados aleatórios utilizou-se como limitação do conjunto de números possíveis de serem gerados, os valores mínimos e máximos dos parâmetros mencionados utilizados no presente estudo, bem como em Barbosa et al. (2021). Esses máximos e mínimos foram obtidos através dos dados coletados na empresa utilizada tanto neste estudo quanto em Barbosa (2017).

Os novos cenários foram aplicados tanto na metodologia de Barbosa et al. (2021) quanto na heurística híbrida proposta. Porém, somente a heurística híbrida obteve sucesso na análise dos cenários de 118, 236 e 496 tarefas. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 4.

Ao se analisar os dados da Tabela 4, observa-se que para todos os cenários projetados com as mesmas configurações do utilizado nos estudos de Barbosa et al. (2021), encontrou-se a solução ótima global.

Dessa forma, acredita-se que os resultados insatisfatórios obtidos na aplicação da heurística híbrida proposta a se considerar os dados do cenário da empresa, se deve, em grande parte, devido às limitações impostas pela configuração da planta de fábrica da empresa em questão.

Além disso, como mostrado nos últimos 3 cenários, foi possível aplicar a heurística híbrida para problemas de dimensões maiores, obtendo respostas de forma rápida.

Tabela 4 – Comparação da aplicação das metodologias nos novos cenários

M	T	Modelo PLI Barbosa et al. (2021)		Autor (2022)		
		Tempo de processamento computacional (s)	Multa (R\$)	Tempo de processamento computacional (s)		Multa (R\$)
				Lingo	Algoritmo	
	59	1254,44	0,00	0,2040	0,0755	0,00
	59	928,06	0,00	0,3080	0,0673	0,00
	59	929,83	0,00	0,2220	0,0631	0,00
	59	555,72	0,00	0,2180	0,0653	0,00
	59	302,14	0,00	0,2140	0,0719	0,00
	59	748,91	0,00	0,1990	0,0649	0,00
24	59	521,89	0,00	0,2130	0,0690	0,00
	59	462,62	0,00	0,2520	0,0693	0,00
	59	401,64	0,00	0,2170	0,1570	0,00
	59	1083,61	0,00	0,2140	0,0756	0,00
	118	-	-	0,3570	0,0724	269,73
	236	-	-	0,4770	0,0882	4.850,58
	496	-	-	1,5380	0,1249	698.481,58

Fonte: Autor (2022)

Os tempos de processamentos acima citados foram obtidos com a utilização de duas máquinas distintas.

O modelo PLI desenvolvido por Barbosa et al. (2021) foi rodado em uma máquina com as seguintes configurações: Intel® Core™ i7-10700 CPU @ 2.90GHz 2.90 GHz | 32.0 GB RAM | Sistema operacional de 64 bits, processador baseado em x64.

Já as configurações da máquina na qual foi rodada a heurística híbrida são: Intel® Core™ i5-5200U CPU @ 2.20GHz 2.20 GHz | 8.00 GB RAM | Sistema operacional de 64 bits, processador baseado em x64.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi desenvolver um método heurístico para resolver o problema de sequenciamento (*scheduling*) de tarefas em máquinas paralelas heterogêneas, o qual é considerado *NP-hard*. Um *scheduling* otimizado pode trazer grandes vantagens para o Plano de Produção de uma empresa, e por tanto, poderá otimizar também o Planejamento Estratégico da Produção.

Destaca-se que na literatura especializada existem metodologias de PLI que obtém a solução ótima (modelos exatos) para problemas de configurações de pequena dimensão de dados (máquinas x tarefas), como a desenvolvida por Barbosa (2017), além de inúmeros estudos de aplicações de sequenciamento para modelos de produção *flow-shop* utilizando tanto modelos exatos, como heurísticas e todos apresentam resultados satisfatórios.

Neste trabalho, apresentou-se uma abordagem híbrida que utiliza um modelo de PLI para realização da designação das tarefas nas máquinas, e regras de despacho para máquinas únicas para a realização do sequenciamento.

Apesar da aplicação do método proposto neste estudo não tenha encontrado a resposta ótima para os dados considerados no estudo de Barbosa et al. (2021), apresenta-se uma proposta que possibilita a ampliação da quantidade de tarefas a serem sequenciadas.

Além disso, destaca-se que para um conjunto de cenários considerando-se diferentes quantidades de tarefas para dados de tempo de processamento, prazos de entrega e multas por atraso obtidos de forma aleatória, os casos em que foi possível aplicar o método de PLI, a heurística proposta, além de reduzir o tempo necessário para o processamento do algoritmo, também alcançou a solução ótima global em 100% dos casos.

Para trabalhos futuros, sugere-se automatizar a utilização da heurística proposta, integrando-se o modelo PLI e as regras de despacho no algoritmo em Python, para de forma automática, realizar a designação, o sequenciamento e o cálculo da multa por atraso. Outra possibilidade, é considerar a minimização de tempo de preparo das máquinas, ou restrições de precedência ou de prioridade entre as tarefas.

Recomenda-se ainda, analisar o impacto da alteração do objetivo do modelo de designação para, por exemplo, minimizar o *makespan*, e não a soma de todos os tempos de processamento.

REFERÊNCIAS

- ALLAHVERDI, A.; NG, C.T.; CHENG, T.C.E.; KOVALYOV, M. Y. A survey of *scheduling* problems with setup times or costs, **European Journal of Operational Research**, Volume 187, Issue 3, p. 985-1032, 2008.
- ARNOLD, J. R. **Introduction to Materials Management**. Columbus, Ohio: Prentice Hall, 1998.
- ARENALES, Marcos *et al.* **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- BAGNI, G. MARÇOLA, J. A. ANDRADE, J. H. de. Desenvolvimento e implementação de um novo modelo de plano mestre de produção (MPS) para uma empresa fabricante de material de escrita. **FACEF Pesquisa: Desenvolvimento e Gestão**. Franca, São Paulo. v. 21, n. 2. Disponível em: <https://periodicos.unifacef.com.br/index.php/facefpesquisa/article/view/1564/1209>. Acesso em: 16 dez. 2021
- BARBOSA, L. B. et al. Modelo para sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas heterogêneas de injeção plástica com prazo de entrega. **Engenharia de Produção: alicerce da competitividade**. 4ed. Piracanjuba: Editora Conhecimento Livre, 2021, p 264-277.
- CASTRO, T. R. de. Planejamento e controle da produção em uma indústria de margarinas. **Revista Gestão Industrial**. 14(3), 1-22, 2018. doi: 10.3895/gi.v14n3.7115.
- CERESER, B. L. H. et al. A mathematical model and genetic algorithm solution methods for the berth allocation problem with several types of machines. **Pesquisa Operacional**. v.41(spe), 1-28, 2021. doi: <https://doi.org/10.1590/0101-7438.2021.041.00239994>.
- COLIN, Emerson C. **Pesquisa Operacional - 170 aplicações em estratégias, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- CUNHA, C. et al. Modeling A Hybrid Flow Shop Problem Applied To The Production Line Of A Hair Cosmetics Factory. **Pesquisa Operacional**. v.40(spe). 1-23, 2021. doi: <https://doi.org/10.1590/0101-7438.2020.040.00218849>.
- ESTENDER, A.C. et al. A importância do planejamento e controle de produção. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE GESTÃO DE PROJETOS, INOVAÇÃO E SUSTENTABILIDADE. 6., 2017, São Paulo. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <http://www.singep.org.br/6singep/resultado/422.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2021.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Addison-Wesley, Boston, 1989.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2013.
- KIRAN, D. R. **Production planning and control: A comprehensive approach**. Oxford: Butterworth-heinemann, 2019.
- KUO, W.; YANG, D. **Minimizing the total completion time in a single-machine scheduling problem with a time-dependent learning effect**. Taiwan: Elsevier, 2005.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2009.

Jun-qing LI, J.; Hong-yan Sang, Yu-yan Han, Cun-gang Wang, Kai-zhou Gao, Efficient multi-objective optimization algorithm for hybrid flow shop *scheduling* problems with setup energy consumptions, **Journal of Cleaner Production**, Volume 181, 2018, Pages 584-598, ISSN 0959-6526, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.02.004>.

LIMA, R. M.; SOUZA, R. M.; MARTINS, P. J. (2006) Distributed production planning and control agent-based system, **International Journal of Production Research**, 44:18-19, 3693-3709, doi: 10.1080/00207540600788992

LINGO, 2020. The Modeling Language and Optimizer. Disponível em <<https://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO.pdf>. Acesso em fevereiro de 2022.

LUH, P. B.; GOU L.; NAGAHORA, T.; TSUJI, M.; YONEDA, K.; HASEGAWA, T.; KYOYA, Y.; KANO, T. Job Shop *Scheduling* With Group-Dependent Setups, Finite Buffers, and Long Time Horizon. **Annals of Operations Research**, v 76, p: 233-259, 1998.

MENSENDIEK, A.; GUPTA, J.N.D.; HERRMANN, J. *Scheduling* identical parallel machines with fixed delivery dates to minimize total tardiness. **European Journal of Operational Research**, V. 243, (2), p. 514-522, 2015.

NEOS GUIDE SERVER, **User's Guide to the NEOS Server**, Disponível em < <https://neos-guide.org/Optimization-Guide> >. Acesso em fevereiro 2022.

ORMAN, A. J.; POTTS, C. N. On the complexity of coupled tasks *scheduling*, **Discrete Applied Mathematics** 72, p: 141-154, 1997.

PERSCH, D. I. **Plano mestre de produção como ferramenta para planejamento de produção de médio prazo na indústria de materiais injetados**. 2019. 25 f. Monografia (Especialização) - Curso de Gestão da Produção e Logística, Escola de Gestão e Negócios, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2019.

PINEDO, M.L. **Introduction**. In: **Scheduling**. Springer, Cham, 2016.

TORRES, A. R. J.; ROSAS, J. A.; JURBURG, D. Flowshop *scheduling* with machine deterioration based on job sequences. **Ingeniería y competitividad**, 23(2), e20410099. Epub May 18, 2021. <https://doi.org/10.25100/iyc.v23i2.10099>

RUFFONI, E. P. **O plano mestre de produção nos sistemas de produção em lotes: um estudo de caso na empresa conexões merkantil**. 2012. 70 f. TCC (Graduação) - Curso de Administração, Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/67487/000867447.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 jan. 2022.

SANTOS, J.; VICTOR, D.; SILVA, S. Planejamento e Controle de Produção: Um estudo de caso em uma indústria de calçados de Campina Grande – PB. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, 30., 2010, São Carlos. Disponível em: http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010_tn_sto_113_739_17576.pdf

SCHALLER, J. *Scheduling* on a single machine with family setups to minimize total tardiness. **International Journal of Production Economics**, V. 105, (2), p. 329-344, 2007.

SOLER, W. A. de O.; SANTOS, M. O.; AKARTUNALI, K. Decomposition Based Heuristics For A Lot Sizing And *Scheduling* Problem On Multiple Heterogeneous Production Lines With Perishable Products. **Pesquisa Operacional**. v.41(spe), 1-26, 2021. doi: <https://doi.org/10.1590/0101-7438.2021.041s1.00240377>.

TOSCANO, A. et al. A heuristic approach to optimize the production *scheduling* of fruit-based beverages. **Gestão & Produção** [online]. 2020, v. 27, n. 4 [Accessed 15 February 2022], e4869. Available from: <<https://doi.org/10.1590/0104-530X4869-20>>. Epub 21 Sept 2020. ISSN 1806-9649. <https://doi.org/10.1590/0104-530X4869-20>.

TUBINO, D.F. **Planejamento e controle da produção**: teoria e prática. São Paulo: Atlas, 2007.

YANG, D.; CHERN, M. **A two-machine flow shop-sequencing problem with limited waiting time constraints**. Elsevier, 1995.