

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

FRANCINE VOLTOLINI

HEURÍSTICA PARA DIMENSIONAMENTO DE CAIXAS VISANDO A OTIMIZAÇÃO  
DA OCUPAÇÃO E DA PALETIZAÇÃO

Joinville

2022

FRANCINE VOLTOLINI

HEURÍSTICA PARA DIMENSIONAMENTO DE CAIXAS VISANDO A OTIMIZAÇÃO  
DA OCUPAÇÃO E DA PALETIZAÇÃO

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia de Transportes e Logística do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador(a): Dr(a). Silvia Lopes de Sena Tagliapietra

Joinville

2022

FRANCINE VOLTOLINI

HEURÍSTICA PARA DIMENSIONAMENTO DE CAIXAS VISANDO A OTIMIZAÇÃO  
DA OCUPAÇÃO E DA PALETIZAÇÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 10 de março de 2022.

**Banca Examinadora:**

---

Dra. Silvia Lopes de Sena Taglialha  
Orientador(a)/Presidente

---

Dra. Vanina Macowski Durski Silva  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Dr. Cauê Sauter Guazzelli  
Membro  
INPO

Dedico este trabalho a meu pai e minha mãe que sempre me incentivaram.

## RESUMO

O problema a respeito de ociosidades no espaço dentro de caixas de armazenagem de itens é muito custoso para a indústria e sua logística. Este trabalho apresenta um estudo sobre o Problema de Empacotamento 3D, bem como sua importância e diferentes heurísticas aplicadas para sua resolução. Um estudo de caso é feito em uma empresa do ramo alimentício a fim de encontrar os melhores padrões de caixas para aumentar a ocupação das caixas, e também diminuir o número de padrões de caixas utilizadas na armazenagem dos itens. Assim, um dos objetivos do trabalho é diminuir o espaço vazio dentro destas caixas, aplicando uma ferramenta adaptada, Spreadsheet Solver CLP, que utiliza a heurística de construção de parede para encontrar a melhor disponibilidade dos produtos, e assim calcular a ociosidade de cada padrão de caixa. Com esses dados de ocupações obtidos através dessa ferramenta, um modelo matemático é construído e resolvido no OpenSolver para a escolha das melhores embalagens. Os cenários simulados são comparados ao panorama base otimizado, ou seja, com o cenário otimizado das caixas de armazenagem já existentes na empresa. Então, os resultados, são de um aumento em até 8% da ocupação total das caixas utilizando 3 padrões com novas medidas.

**Palavras-chave:** Problema de Empacotamento. Métodos heurísticos. Ocupação. Logística.

## ABSTRACT

The problem regarding idle space inside item storage boxes is very costly for the industry and its logistics. This work presents a study on the 3D Packing Problem, as well as its importance and different heuristics applied to its resolution. A case study is carried out in a food company in order to find the best patterns of boxes to increase the occupancy of the boxes, and also to reduce the number of patterns of boxes used in the storage of the items. Thus, one of the objectives of the work is to reduce the empty space inside these boxes, applying an adapted tool, Spreadsheet Solver CLP, which uses the wall construction heuristic to find the best availability of the products, and thus calculate the idleness of each pattern of Cashier. With these occupation data obtained through this tool, a mathematical model is built and solved in OpenSolver to choose the best packaging. The simulated scenarios are compared to the optimized *baseline* scenario, that is, with the optimized scenario of the storage boxes already existing in the company. So, the results are an increase of up to 8% of the total occupancy of the boxes using 3 patterns with new measures.

**Keywords:** Packaging Problem. Heuristic. Occupation. Logistics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas de desenvolvimento.....	15
Figura 2 - Tipos de geometria.....	18
Figura 3 - Dimensões item e container .....	20
Figura 4 - Rotações de itens.....	24
Figura 5 - Classes de problemas .....	26
Figura 6 - Escolha do tipo de caixa a cada nova camada .....	32
Figura 7 - Escolha de posicionamento e quantidade de item .....	33
Figura 8 - Escolha dos tipos de caixas para espaços que sobram .....	34
Figura 9 - Escolha de um novo espaço .....	35
Figura 10 - Criação de novo espaço .....	35
Figura 11 - Exemplo criação novos espaços .....	36
Figura 12 - Preenchimento de camadas.....	36
Figura 13 - Preenchimento de coluna .....	38
Figura 14 - Preenchimento de camadas horizontais .....	39
Figura 15 - Etapas da heurística proposta .....	41
Figura 16 - Padrão de carregamento .....	42
Figura 17 - Modelo escolha caixas .....	43
Figura 18 - Planilha configuração CLP .....	44
Figura 19 - Planilha itens CLP Fonte: Autora (2022).....	45
Figura 20 - Planilha caixas CLP .....	45
Figura 21 - Planilha solução CLP .....	46
Figura 22 - Planilha visualização CLP .....	47
Figura 23 - Dimensões padrão de cada item.....	50
Figura 24 - Medidas caixas utilizadas na empresa.....	53
Figura 25 - Medidas <i>pallet</i> padrão .....	54
Figura 26 - Resultado cenário <i>baseline</i> .....	60
Figura 27 - Resultado cenário 1 caixa .....	61
Figura 28 - Resultado cenário 2 padrões de caixas .....	62
Figura 29 - Resultado cenário 3 caixas .....	63
Figura 30 - Resultado cenário 3 caixas .....	64
Figura 31 - Quantidade média de caixas necessárias .....	67

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Premissas e parâmetros considerados.....	50
---	----



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões dos itens e restrições de empacotamento.....	50
Tabela 2 - Quantidades mínimas e máximas de itens por caixa .....	51
Tabela 3 - Demanda média mensal dos itens .....	52
Tabela 4 - Capacidade e empilhamento máximo das caixas utilizadas .....	53
Tabela 5 - Dimensões considerados para os padrões de caixas.....	55
Tabela 6 - Altura das caixas testadas .....	56
Tabela 7 - Dados de entrada para planilha macro do Excel .....	57

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PE – Problema do Empacotamento

SKU – *Stock Keeping Unit*

3D-BPP – *Bin Packing Problem 3D*

DRL – *Deep Reinforcement Learning*

BSP – *Box Sizing Problem*

LIFO – *last-in-first-out*

CLP – *CLP Spreadsheet Solver*

CLT – Consolidação das Leis do Trabalho

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	11
1.1.1. Objetivo Geral .....	13
1.1.2. Objetivos Específicos .....	13
1.3. JUSTIFICATIVAS .....	13
1.2. MÉTODO DE PESQUISA .....	14
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	16
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	17
2.1. PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO .....	17
2.1.1. Variantes do 3D-BPP .....	23
2.1.2. Complexidade do Problema de Empacotamento .....	25
2.1.3. Aplicações do Problema de Empacotamento .....	27
2.2. PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE CAIXAS .....	29
2.3. HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO .....	31
2.3.1. Heurística de construção de parede .....	31
2.3.2. Heurística de construção de coluna .....	37
2.3.3. Heurística de construção de camada .....	38
3. MATERIAIS E MÉTODOS .....	40
3.1 DEFINIÇÃO E ESCOPO DO PROBLEMA .....	40
3.2. DEFINIÇÃO DA FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO DO EMPACOTAMENTO .....	43
3.3 TRATAMENTO DE DADOS E PREMISSAS .....	48
3.4 DEFINIÇÃO DOS PADRÕES DE CAIXAS .....	53
3.5 OTIMIZAÇÃO DA OCUPAÇÃO E ESCOLHA DE CAIXAS .....	58
4. RESULTADOS .....	60
4.1 CENÁRIO <i>BASELINE</i> .....	60
4.2 DEMAIS CENÁRIOS .....	61
4.2.1 CENÁRIO 1 .....	61
4.2.2 CENÁRIO 2 .....	62
4.2.3 CENÁRIO 3 .....	63
4.2.4 CENÁRIO 4 .....	64
4.3 ANÁLISE DE RESULTADOS .....	65
5. CONCLUSÕES .....	68

REFERÊNCIAS.....	70
APÊNDICE 1 .....	73

## 1. INTRODUÇÃO

Como os custos referentes à logística são impactados pelo custo de transporte e pelo custo de armazenamento, é natural pensar em otimizar a forma como se dá a utilização do uso de caixas nestas operações, bem como a forma de realizar o carregamento (MORALES, 1997). Assim, os Problemas de Empacotamento tratam dessa otimização e são importantes para a armazenagem e transportes de produtos em qualquer área de uma empresa.

Também podem proporcionar maior segurança, rapidez e garantia de qualidade em sua cadeia logística. Conseqüentemente, a otimização de um carregamento permite que uma menor quantidade de embalagens seja utilizada e uma maior quantidade de produtos seja armazenada ou transportada, o que diminui custos e complexidade de operação.

A logística moderna tem como característica uma grande complexidade operacional e isso envolve um aumento de pedidos, menor tempo de atendimento, mais variedade de produtos e também uma acuracidade alta quanto a separação de pedidos. Assim as empresas tendem a modernizar seus processos tecnológicos e também gerenciais, para que essas características de complexidade na opção não sejam um problema, afetando seus custos ou processos.

A logística nesse cenário também envolve o armazenamento e transportes de produtos, em que ambos devem ser realizados com eficiência e eficácia de modo que o produto chegue em condições ao cliente conforme o tempo estipulado. Para essas operações o uso de caixas para o empacotamento de produtos é muito comum, e envolvendo tanto o processo de transporte como o de armazenagem.

Conhecido na literatura especializada como Problema do Empacotamento (PE), consiste em arranjar objetos dentro de um compartimento, o qual pode ser um caminhão, uma aeronave, uma embarcação, ou, mais diretamente, um *container*, de modo a por exemplo, minimizar o espaço não ocupado no *container*. É um problema de extrema importância para a operação logística, visto que pode reduzir custos e aumentar a eficiência do transporte e armazenagem de produtos, trazendo maior competitividade para as empresas (JUNQUEIRA, 2013).

Outra problemática acerca de embalagens que pode impactar na otimização do carregamento, refere-se às especificações das caixas, ou seja, as dimensões de

altura, largura e comprimento das caixas, pois muitos produtos acabados são geralmente inseridos em caixas de embalagem antes de serem embalados em *containers* de transporte para os destinos finais. No entanto, como esses produtos podem vir em várias formas e tamanhos, um desafio consiste em decidir os tipos e tamanhos de embalagens para otimizar esse carregamento, uma vez que em embalagens muito grandes ou muito pequenas, podem não comportar esses itens.

O problema de projetar o tipo e tamanho mais adequado de embalagem para os produtos é um cenário frequentemente encontrado pelos fabricantes durante o planejamento do processo de transporte. Se houver apenas um tipo de embalagem para todos os produtos haverá facilidade na operação de armazenagem, mas isso não otimizaria a ocupação dessas caixas. Por outro lado, pode haver um tipo de embalagem para cada produto, mas haveria um aumento nos custos de estoque e a operação de armazenagem seria pouco prática e mais complexa.

Uma vez que as decisões envolvendo as dimensões da embalagem dos produtos afeta a taxa de utilização de *containers* de transporte, um estudo sobre o problema de embalagem é oportuno e pode levar a economias substanciais e mais eficiência no processo de transporte e armazenagem.

Portanto, neste trabalho apresenta-se um estudo sobre a otimização do carregamento de produtos de uma empresa da indústria do ramo alimentício em caixas de armazenagem, podendo também testar novas medidas e tamanhos de caixas que otimizem o espaço para a empresa implementar em sua operação. Para isso o estudo é dividido em duas etapas.

A primeira é a de dimensão das caixas de armazenagem destes itens. Mais de 115 medidas diferentes (padrões) são criadas para que assim seja possível identificar a melhor alocação de itens dentro das mesmas, visando diminuir o espaço vazio nas caixas usadas para armazenar os produtos, bem como mostrar o posicionamento de cada item de modo que sua ocupação seja a maior possível. Para isso, uma ferramenta *Open Source* do Excel para o Problema de Empacotamento 3D é utilizada para simular o carregamento destes produtos dentro das diferentes caixas com medidas sugeridas.

A segunda etapa é de otimização, para a escolha das melhores caixas e que se adequam a cada *Stock Keeping Unit* (SKU). Todas as medidas diferentes são testadas na ferramenta do OpenSolver do Excel a partir de um modelo matemático de otimização linear para a escolha das melhores embalagens minimizando a

ociosidades. Nesta etapa são discutidos 5 cenários para análise, um é o cenário base (*baseline*) com a operação atual, e no cenário de 1 a 4 são simuladas no modelo a escolha de 1, 2, 3 e 4 caixas conseqüentemente.

Para um melhor desenvolvimento deste trabalho, propõe-se os objetivos a seguir.

#### 1.1.1. Objetivo Geral

Desenvolver uma metodologia de otimização que aplica uma heurística híbrida (programação matemática e métodos aproximados) para identificar padrões de caixas e de carregamento.

#### 1.1.2. Objetivos Específicos

- Realizar um levantamento bibliográfico referente ao Problema de Empacotamento 3D;
- Desenvolver uma ferramenta para otimizar o dimensionamento das caixas, considerando/adaptando uma ferramenta já existente;
- Identificar padrões adequados para otimizar o carregamento para diferentes produtos de uma empresa;
- Propor um modelo MIP para determinar as dimensões otimizadas das caixas;
- Comparar o cenário atual praticado pela empresa com o cenário proposto através da aplicação do método proposto em um dia típico de operação da empresa.

#### 1.3. JUSTIFICATIVAS

Com o desenvolvimento deste trabalho busca-se a proposta de uma ferramenta que auxilie no aumento da eficiência operacional nos processos de armazenagem e distribuição de materiais alimentícios, dada a representatividade que estes têm nos custos logísticos totais.

Destaca-se, também, a importância econômica do estudo, pois a distribuição de produtos em ambientes complexos, como as cadeias de suprimentos compostas por diversos estágios, não é um processo trivial, podendo acarretar em impactos

negativos nos níveis de serviço ao cliente e nos custos totais. Caso haja um transporte oneroso, por exemplo, cobra-se pelo *container* alugado e não pela quantidade de produto que será carregada, por isso a vantagem de aproveitar o volume do *container* ao máximo. O carregamento do *container*, pode comprometer o valor final da mercadoria transportada (VENDRAMINI, 2007).

Além disso, é importante frisar a importância acadêmica do tema considerado, pois o presente trabalho também visa analisar as ferramentas e abordagens disponíveis na literatura para identificar padrões de caixas e de empacotamento em empresas que pretendem melhorar sua produtividade, otimizando a alocação dos materiais armazenados no Centro de Distribuição e testando diversos tipos de embalagens. Isso gera contribuição no meio acadêmico, visto que este assunto é pouco abordado.

É válido também destacar utilização da simulação e otimização por meio da Pesquisa Operacional (PO), amplamente utilizada no estudo de Transportes, nas decisões logísticas do cotidiano de uma empresa. Estudos provenientes deste trabalho já estão sendo discutidos e serão implementados pela empresa onde o estudo é realizado.

## 1.2. MÉTODO DE PESQUISA

A abordagem desta pesquisa é exploratória e bibliográfica, visto que pretende proporcionar maior familiaridade com o Problema de Empacotamento e assim torná-lo elucidado e contribuir para o meio acadêmico. A pesquisa exploratória tem como objetivo desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias visando a formulação de abordagens posteriores, proporcionando um conhecimento mais amplo para o pesquisador do tema em questão (GIL, 2002).

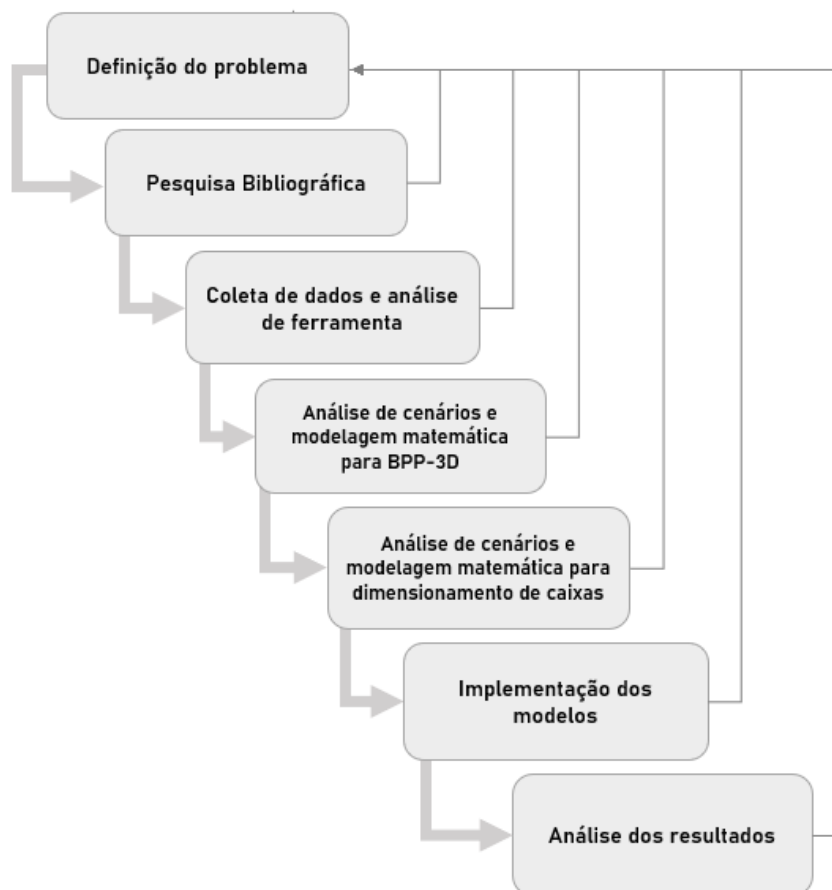
Já na pesquisa bibliográfica, segundo Lima e Mito (2007, pg. 41), "[...] a leitura apresenta-se como a principal técnica, pois é através dela que se pode identificar as informações e os dados contidos no material selecionado, bem como verificar as relações existentes entre eles de modo a analisar a sua consistência".

Um estudo de caso em uma empresa do ramo alimentício é realizado para aplicação e validação das metodologias propostas. Para isso, utiliza-se uma pesquisa de abordagem quantitativa, que proporciona uma proximidade com a questão, de



forma a usar números e estatísticas para classificação e análises dos resultados gerados.

Figura 1 – Etapas de desenvolvimento



Fonte: Autora (2022).

Como ilustrado na Figura 1, a primeira etapa de estruturação da pesquisa é a definição do problema. Após isso, um levantamento bibliográfico acerca do tema é proposto acerca de materiais e bibliografias como livros, artigos e revistas para embasamento teórico do tema para então tratar do estudo de caso coletando os dados quantitativos e reais, fornecidos diretamente pela empresa. Assim a aplicação de métodos heurísticos para a resolução do Problema de Empacotamento e Dimensionamento de Caixas são feitos.

Uma ferramenta que resolve o Problema de Empacotamento também é objeto de estudo, buscando suas principais aplicações, suas restrições e adequações referente ao objetivo deste trabalho. Assim, os dados são aplicados nessa ferramenta

para obtenção de resultados e análises gráfica e visuais referentes a alocação espacial e quantitativa de ocupação de itens dentro de uma determinada caixa.

Para Goldberg e Luna (2005) um modelo não é igual à realidade, mas é suficientemente similar para que as conclusões obtidas mediante sua análise e operação possam ser estendidas à realidade. Assim, esses dados comparam-se em um cenário atual de caixas e armazenagem de produtos relacionados a empresa e outro proposto após a aplicação de um modelo matemático existente na literatura e a ferramenta estudada, conforme as especificações feitas.

Posteriormente, análises são feitas de forma que sejam traduzidas em percentagens e gráficos para uma melhor compreensão. Deste modo, o foco do estudo é trazer uma melhoria no cenário atual da empresa, de forma que os itens fabricados sejam melhores acomodados dentro das caixas de transporte e que assim haja um ganho para a operacionalidade.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho apresenta-se dividido em cinco capítulos principais, que além deste primeira introdutório é composta pelo capítulo dois, Referencial Teórico, em que são levantadas informações referentes ao tema em estudo, como a importância da Logística, Pesquisa Operacional e empacotamento 3D.

No capítulo três é apresentada a empresa em estudo, cujos processos serão mapeados para a realização do estudo de caso, bem como o modelo matemático que será utilizado e a descrição de cada etapa de sua formulação. No quarto capítulo são apresentados os resultados dos cenários e no quinto as conclusões obtidas após a resolução do modelo matemático, assim como sugestões para trabalhos futuros.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o objetivo de compreender os problemas encontrados na prática, foi elaborado este referencial teórico com os conceitos fundamentais no Problema de Empacotamento 3D, comuns a muitas empresas da cadeia logística. Nos tópicos seguintes, apresenta-se uma revisão dos conceitos sobre o Problema de Empacotamento, Métodos de solução, bem como suas aplicações.

### 2.1. PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO

O Problema de Empacotamento 3D tem nomenclaturas variadas na literatura. Também é conhecido como *Bin Packing Problem 3D* (3D-BPP), Empacotamento de *Containers*, Carregamento de *Containers* ou até mesmo como Problema da Mochila Tridimensional.

O 3D-BPP consiste em empacotar itens em unidades maiores, como caixas, *pallets*, carrocerias ou *containers*, levando em consideração a disposição desses itens e as restrições impostas para cada problema. Quando reduzido a duas dimensões, tem-se o Problema de Corte unidimensional, com muitas aplicações relevantes para o processo de corte na indústria, como por exemplo, o corte de placas de madeira, chapas de aço, placas de vidro, tecido, etc. (MARQUES & ARENALES 2002).

A variedade destes problemas está associada ao tipo de geometria do mesmo, conforme Araujo (2016). Assim as classificações geométricas são demonstradas na Figura 2.

Figura 2 - Tipos de geometria



Fonte: Adaptado, Araujo (2016).

Ainda conforme sua geometria, as caixas podem ser (i) homogêneas, em que somente um tipo de caixa é considerado em um mesmo carregamento, (ii) heterogêneas fraca onde há poucos tipos de caixas mas com um número elevado de cada caixa, e (iii) fortemente heterogêneas com muitos tipos de caixas e poucas caixas de cada tipo.

Conforme Wäscher *et al.* (2007), cinco critérios são utilizados para caracterização de problemas de corte e empacotamento:

- I. Dimensionalidade: O número de dimensões para descrever os objetos e os *containers*;
- II. Classe de atribuição: Representa o objetivo da resolução do problema, podendo ser de minimização de entrada ou maximização de saída. Na minimização de entrada, todos os itens devem ser atribuídos a um conjunto de *containers* e o conjunto desses *containers* é suficiente para empacotar todos objetos. Já na maximização de saída, um conjunto de itens deve ser atribuído a um conjunto de *containers*, porém é possível que a quantidade de *containers* não seja suficiente para acomodar todos itens;
- III. Sortimento dos objetos: O quão variados são os itens em relação a sua geometria. Podem ser classificados em: objetos idênticos (formas e dimensões iguais), sortimento fracamente heterogêneo (demanda de cada

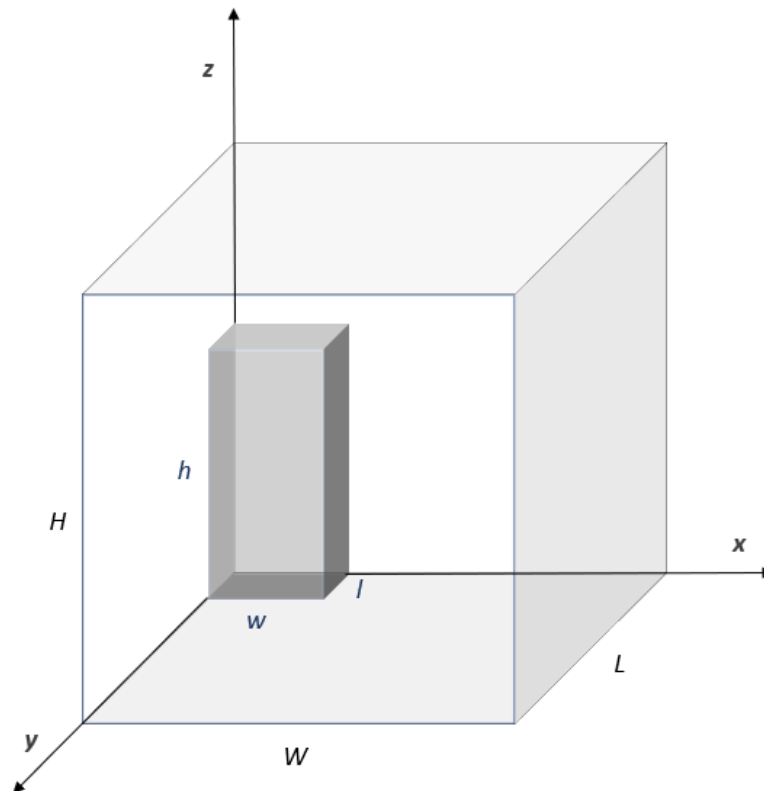
objeto é grande), ou sortimento fortemente heterogêneo (demanda de cada item é baixa);

- IV. Sortimento dos *bins*: Representa a diversidade dos *containers* (*bins*) em relação as suas dimensões;
- V. Forma dos Objetos: Representação geométrica dos itens (regular ou irregular).

Um modelo matemático analítico foi proposto em Chen *et al.* (1995) para o problema de carregamento de *container* utilizando variáveis inteiras e binárias, onde são consideradas caixas retangulares e de tamanhos não uniformes, com objetivo de encontrar uma solução que minimize o espaço vazio ou não ocupado do *container* e conseqüentemente, minimizar o número de *containers* necessários para carregar todas as caixas.

Cada item a ser empacotado possui uma orientação espacial fixa e é empacotado de forma ortogonal aos lados do container. Para cada item  $i$  existem três dimensões: largura ( $w_i$ ), altura ( $h_i$ ) e profundidade ( $l_i$ ); também há um volume ( $v$ ). Cada *container* possui uma largura ( $W$ ), altura ( $H$ ) e profundidade ( $L$ ). Desta forma o objetivo do problema é diminuir o espaço ocioso dentro de cada container. As dimensões são ilustradas na Figura 3.

Figura 3 - Dimensões item e container



Fonte: Autora (2022).

Destaca-se que a largura do *container* será a dimensão horizontal ( $y$ ) e tem a dimensão de maior medida da caixa, o comprimento ( $x$ ) do *container* tem a dimensão de menor valor da caixa.

Os autores Chen *et al.* (1995) assumem as seguintes premissas:

- As dimensões das caixas e do *container* são conhecidas, bem como a quantidade de caixas a serem carregadas.
- As caixas são independentes e são posicionadas ortogonalmente no container, ou seja, são posicionadas em paralelo ou perpendicularmente aos eixos.
- As caixas podem sofrer rotações no posicionamento, de tal forma que a largura e o comprimento da caixa não sejam posicionados obrigatoriamente em paralelo à largura e ao comprimento do container, respectivamente, contudo a altura da caixa sempre será posicionada em paralelo ao eixo da altura do container.

E definem os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

$N$  - Número de caixas disponíveis para o carregamento;

$M$  - Número arbitrário e grande;

$s_i$  - Variável binária que indica se a caixa  $i$  foi colocada no container. Caso a caixa seja alocada ao *container*  $s_i = 1$ , caso contrário  $s_i = 0$ ;

$(L, W, H)$  - Vetor que indica comprimento, largura e altura do container, respectivamente;

$(l_i, w_i, h_i)$  - Vetor que indica comprimento, largura e altura da caixa  $i$ , respectivamente;

$(x_i, y_i, z_i)$  - Vetor que indica alocação da caixa  $i$  pelo canto inferior esquerdo traseiro;

$(l_{xi}, l_{yi}, l_{zi})$  - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com o comprimento da caixa  $i$ . Como a altura da caixa sempre está em paralelo com a altura do container, pode-se trabalhar com o vetor  $(l_{xi}, l_{yi}, 0)$ ;

$(w_{xi}, w_{yi}, w_{zi})$  - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com a largura da caixa  $i$ . Como a altura da caixa sempre está em paralelo com a altura do container, esse vetor pode ser  $(w_{xi}, w_{yi}, 0)$ ;

$(h_{xi}, h_{yi}, h_{zi})$  - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com a altura da caixa  $i$ . Porém como a altura da caixa é fixa sempre em paralelo com a altura do container, então esse vetor será fixo  $(0,0,1)$ ;

Consideram-se ainda, outras variáveis para indicar o posicionamento de uma dada caixa  $i$  em relação a outras caixas:

$a_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está à esquerda da caixa  $k$ ;

$b_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está à direita da caixa  $k$ ;

$c_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está atrás da caixa  $k$ ;

$d_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está à frente da caixa  $k$ ;

$e_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está abaixo da caixa  $k$ ;

$f_{ik}$  - Caso seja 1, indica que a caixa  $i$  está acima da caixa  $k$ ;

O problema é então formulado pelo conjunto de equações e inequações (1) - (19), cuja função objetivo é definida em (1), de modo a minimizar o espaço não preenchido do container.

$$\text{Minimizar } V = L \cdot W \cdot H - \sum_{i=1}^N l_i \cdot w_i \cdot h_i \cdot s_i \quad (1)$$

Sujeito à:

$$0 \leq x_i \leq W - w_i \quad (2)$$

$$0 \leq y_i \leq H - h_i \quad (3)$$

$$0 \leq z_i \leq L - l_i \quad (4)$$

$$x_i + l_i \cdot l_{xi} + w_i \cdot w_{xi} + h_i \cdot h_{xi} \leq x_k + (1 - c_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (5)$$

$$x_k + l_k \cdot l_{xk} + w_k \cdot w_{xk} + h_k \cdot h_{xk} \leq x_i + (1 - d_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (6)$$

$$y_i + l_i \cdot l_{yi} + w_i \cdot w_{yi} + h_i \cdot h_{yi} \leq y_k + (1 - a_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (7)$$

$$y_k + l_k \cdot l_{yk} + w_k \cdot w_{yk} + h_k \cdot h_{yk} \leq y_i + (1 - b_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (8)$$

$$z_i + l_i \cdot l_{zi} + w_i \cdot w_{zi} + h_i \cdot h_{zi} \leq z_k + (1 - e_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (9)$$

$$z_k + p_k \cdot l_{zk} + q_k \cdot w_{zk} + r_k \cdot h_{zk} \leq y_i + (1 - f_{ik}) \cdot M, \forall i, k, i < k \quad (10)$$

$$a_{ik} + b_{ik} + c_{ik} + d_{ik} + e_{ik} + f_{ik} \geq s_i + s_k - 1, \forall i, k, i < k \quad (11)$$

$$x_i + p_i \cdot l_{xi} + q_i \cdot w_{xi} + r_i \cdot h_{xi} \leq L + (1 - s_i) \cdot M, \forall i \quad (12)$$

$$y_i + p_i \cdot l_{yi} + q_i \cdot w_{yi} + r_i \cdot h_{yi} \leq W + (1 - s_i) \cdot M, \forall i \quad (13)$$

$$z_i + p_i \cdot l_{zi} + q_i \cdot w_{zi} + r_i \cdot h_{zi} \leq H + (1 - s_i) \cdot M, \forall i \quad (14)$$

$$l_{xi} + l_{yi} + l_{zi} = 1 \quad (15)$$

$$w_{xi} + w_{yi} + w_{zi} = 1 \quad (16)$$

$$z_{xi} + z_{yi} + z_{zi} = 1 \quad (17)$$

$$l_{xi} + w_{xi} + h_{xi} = 1 \quad (18)$$

$$l_{yi} + w_{yi} + h_{yi} = 1 \quad (19)$$

As restrições (2) a (4) garantem que todos os itens empacotados estejam totalmente contidos dentro do container, de forma que nenhuma medida ultrapasse os limites do container.



As restrições de (5) a (10) asseguram que não haja sobreposição das caixas, ou seja, a caixa  $i$  está, ou à frente, ou atrás, ou a direita, ou à esquerda, ou acima, ou abaixo da caixa  $j$ .

A restrição (11) garante que o par de caixas avaliados nas equações (5) a (10) esteja no container.

As restrições de (12) a (14) asseguram o posicionamento das caixas carregadas obedeça às limitações físicas dimensionais do container.

Nas equações de (15) a (19), tem-se os vetores binários que identificam o posicionamento das caixas com relação aos eixos coordenados do container.

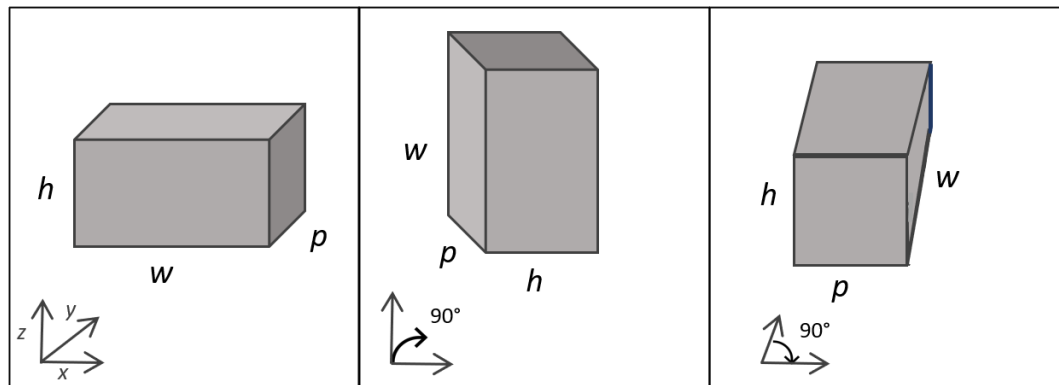
Existem diversas restrições para o problema do empacotamento, dependendo do cenário aplicado, definindo outras variações do problema, como descrito a seguir.

#### 2.1.1. Variantes do 3D-BPP

As restrições necessárias para o PE são basicamente a respeito dos itens e *containers*:

- I. Restrições relacionadas aos *containers*: existem duas restrições a respeito dos *containers*. A primeira é o limite de peso, em que o peso total dos itens empacotados deve ser menor que o limite de peso suportado pela caixa. A segunda é a distribuição de peso, que exige que o peso da carga seja distribuído de modo a reduzir a possibilidade de deslocamento dos itens;
- II. Restrições relacionadas aos itens: são determinadas em relação ao posicionamento dos itens, ou seja, se eles podem ser rotacionados ou não em uma determinada direção dentro da caixa. Um exemplo é ilustrado na Figura 4;

Figura 4 - Rotações de itens



Fonte: Autora (2022).

- III. Restrições relacionadas ao empilhamento: determina-se o número de itens ou caixas que podem ser empilhados um sobre o outro, ou até mesmo a capacidade de peso máximo empilhado (se houver);
- IV. Restrições relacionadas ao padrão de empilhamento: dizem respeito ao padrão de arranjo dos itens dentro do *container* e suas necessidades. Uma restrição é a de estabilidade da carga, pois um carregamento com uma carga instável pode resultar em diversos problemas e é inadequado. Esse é um ponto crítico do empacotamento pois a falha nesta etapa pode levar a danos à carga e possivelmente a pessoas envolvidas no processo de carregamento e transporte dos itens. A estabilidade pode ser vertical, evitando que as caixas caiam no *container* ou sobre a superfície de outras caixas quando o *container* não está em movimento, podendo ser utilizado acessórios para tal como abraçadeiras ou espumas. Essa estabilidade descreve a capacidade do padrão de carga de resistir à força da gravidade (JUNQUEIRA et al., 2012).

A estabilidade pode ser também horizontal, quando há movimento do *container*, e refere-se à capacidade do padrão de carga de resistir à inércia das caixas (JUNQUEIRA et al., 2012). Ela é alcançada quando se garante que cada peça empacotada está adjacente de outra caixa ou de uma parede do *container* (BISCHOFF; RATCLIFF, 1995).

### 2.1.2. Complexidade do Problema de Empacotamento

Segundo Goldberg e Luna (2005), estimar a complexidade de um algoritmo é uma tarefa crucial, pois pode influenciar na decisão de qual método de solução deve ser melhor empregado.

Problemas algorítmicos podem ser classificados em três categorias: problemas de decisão, de localização e de otimização. Os problemas de decisão são aqueles cujo objetivo da solução é responder a perguntas com resposta do tipo sim ou não. Nos problemas de localização, as respostas devem possuir determinadas estruturas que satisfaçam os requisitos especificados pela pergunta. Já os problemas de otimização buscam respostas que satisfaçam requisitos especificados pela pergunta e que, além disso, sejam ótimos para um critério predefinido (SZWARCFITER, 1984).

Há uma certa hierarquização, de que para se resolver um problema de otimização, deve-se resolver pelo menos um problema de localização, que por sua vez requer a solução de pelo menos um problema de decisão. Como em geral o problema de decisão é o mais fácil de se resolver, a intratabilidade do problema pode ser definida nesse nível. A ideia geral é que, se um problema possui uma determinada dificuldade de solução no nível de decisão, ele também terá, na melhor das hipóteses, a mesma dificuldade de solução nos níveis de localização e de otimização.

Em geral, os problemas computacionais são classificados quanto à sua complexidade em (GOLDBARG e LUNA, 2005):

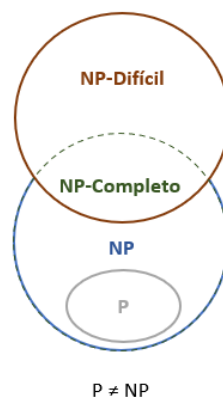
- Problemas da Classe P: São problemas cujos algoritmos conhecidos fornecem soluções que podem ser obtidas em tempo de solução dados por uma função polinomial de ordem  $n$  (tamanho das entradas), ou seja,  $f(n) = O(n^k)$ , em que  $k$  é uma constante.
- Problemas da Classe NP: São subproblemas cujos algoritmos de solução conhecidos são baseados em enumeração, quer seja ela implícita ou não. De maneira geral, o número de combinações possíveis é grande fazendo com que os algoritmos enumerativos não consigam resolver problemas com um número grande de entradas em tempo hábil. São denominados algoritmos de tempo exponencial, ou, mais corretamente, tempo super polinomial.

- Problemas da Classe NP-completos: São subproblemas que possuem uma forte evidência de não existência de um algoritmo cujo tempo de solução seja uma função polinomial do tamanho da entrada. São considerados os mais difíceis da classe NP, e se algum deles for resolvido em tempo polinomial, então todos os problemas NP também serão.
- Problemas da Classe NP-difíceis (N-hard): Os problemas de otimização cujos problemas de decisão correspondentes são NP-completos são denominados NP-difíceis. Quando se sabe que um problema de otimização é NP-difícil, tem-se a certeza de que nem sempre a solução ótima será encontrada em tempo hábil.

Conforme Aaronson (2008) o 3D-BPP pertence à classe de problemas NP-Completos, o que significa que não existe um algoritmo que execute um programa em ordem polinomial para resolvê-lo. Deste modo, métodos aproximativos são utilizados para resolver esses problemas, como por exemplo métodos heurísticos e meta-heurísticos, de forma a encontrar uma solução aproximada de boa qualidade, sem, entretanto, ter a garantia de se obter a solução ótima global.

Se um problema for NP-Completo, isso significa que ele é NP-difícil e está em NP. Muitas variações do problema de empacotamento são da classe NP-Difícil (NPD), em que são pelo menos tão difíceis quanto aqueles mais difíceis em NP. Isso significa que um problema pertence a classe NPD se houver uma redução polinomial de todos problemas em NP para ele mesmo (FEOFILOFF 2021).

Figura 5 - Classes de problemas



Fonte: Adaptado de NP-DIFÍCIL (2020).

É comum o uso de métodos heurísticos para a solução de problemas complexos combinatórios, assim como para problemas não lineares multimodais ou descontínuos. Os algoritmos heurísticos são aqueles que não apresentam garantia de determinação da solução ótima para o problema estudado. De uma forma geral, um método heurístico consiste em um conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas específicos.

Até o final dos anos 80, os métodos heurísticos propostos para resolver problemas de otimização combinatória eram, em sua maioria, específicos e dedicados a um dado problema. A partir de então, esse paradigma muda e surge um grande interesse em técnicas que sejam mais gerais e por isso, aplicáveis a diversos problemas. Técnicas assim são conhecidas por meta-heurísticas. Destacam-se: algoritmos genéticos, *simulated annealing*, colônia de formigas, busca em vizinhança variável, conhecida também por VNS (*variable neighbourhood search*), busca tabu, *scatter search*, entre outros (SÖRENSEN e GLOVER, 2013).

### 2.1.3. Aplicações do Problema de Empacotamento

O Problema de Empacotamento (PE) possui uma grande quantidade de publicações quando se trata dos casos uni ou bidimensionais. Já para o Problema de Empacotamento 3D ou *3D Bin Packing problem* (3D-BPP), que considera o caso do problema tridimensional, embora tenha tido um aumento no número de estudos publicados a partir da década de 90, representam uma fração menor. Pelo fato de o PE ser NP-difícil, uma forma de resolvê-lo é com a utilização de heurísticas.

Faroe (2003) apresentou um algoritmo heurístico baseado em busca local guiada. Partindo de um limite superior para o número de itens, o algoritmo desenvolvido diminui iterativamente essa quantidade, sempre buscando um empacotamento viável das caixas. O processo termina quando um determinado limite de tempo é atingido ou o limite superior corresponde a um limite inferior pré-calculado. Experimentos computacionais realizados para instâncias com até 200 caixas, mostram que, em média, o algoritmo encontra soluções melhores do que as heurísticas da literatura comparadas no estudo.

Um algoritmo baseado em Busca Tabu de dois níveis foi desenvolvido em Crainic (2009). O primeiro nível visa reduzir o número de caixas e o segundo otimiza

o acondicionamento dos itens. Também é feita a aplicação de um método geral para aumentar o tamanho das vizinhanças associadas de busca, sem aumentar a complexidade geral do algoritmo. Os resultados computacionais em instâncias destes problemas mostram a eficácia da abordagem proposta, obtendo melhores resultados em relação aos existentes.

Em Zhaoyi et al. (2011), uma heurística de desfragmentação é aplicada para combinar o espaço da caixa fragmentado em um espaço utilizável contínuo, permitindo a embalagem de itens adicionais. Ao incorporar a desfragmentação do espaço na heurística construtiva de inserção de ponto extremo junto com uma estratégia de melhoria de embaralhamento de itens, alterando a sequência de inserção de cada item. O algoritmo supera todas as abordagens existentes para o problema de empacotamento bi e tridimensional.

Hifi et al. (2014) propõe a resolução do BPP-3D para carregamento de *containers* idênticos, usando uma estratégia simples baseada em heurísticas de programação linear inteira e técnicas de relaxação, sem usar nenhuma melhoria baseada em meta-heurísticas. A primeira heurística sob medida pode ser vista como uma abordagem híbrida na qual as fases de "seleção", onde um subconjunto de itens é selecionado, e "posicionamento", que embala esse subconjunto para um *container* ativo, são combinadas. Ambas as fases cooperam até embalar todos os itens em seus recipientes correspondentes.

A segunda heurística pode ser vista como uma versão estendida da primeira. Assim, antes de decidir se o *container* atual é fechado ou um novo *container* é ativado, uma reotimização local é considerada. Os resultados fornecidos mostram que ambas as heurísticas propostas permanecem competitivas quando comparadas aos resultados obtidos por um dos melhores métodos da literatura analisada.

Já em trabalhos mais recentes, como Haoyuan et al. (2017), aplica-se um método baseado em *Deep Reinforcement Learning* (DRL) para otimizar uma sequência de itens que são embalados em uma caixa, de forma a minimizar a área de superfície da mesma. A técnica de DLR tem como objetivo treinar um agente (código, algoritmo, etc.) para interagir, por meio de ações, em um ambiente de modo a atingir um objetivo. Obteve-se uma melhora de 5% para o método proposto em relação aos métodos heurísticos comparados.

Outra forma de resolução do PE é com a utilização de meta-heurísticas, que resolvem problemas de otimização de forma genérica e para isso aplica-se uma

heurística de busca de forma iterativa. Muitos trabalhos utilizam heurísticas, como Sánchez (2008), que aplica o algoritmo de construção GRASP para o 3D-BPP com restrição de estabilidade dos itens dentro da embalagem. Para a resolução, uma condição de otimalidade suficiente e um procedimento de melhoria são estabelecidos, e os resultados numéricos mostram superioridade da solução em relação ao algoritmo *Best Fit Decreasing* guloso.

Em Yong et al. (2010) aplica-se uma variante do 3D-BPP, em que a altura dos itens empacotados pode ser ajustada as caixas que o embalam. Para a resolução do problema, um algoritmo especial para o empacotamento é desenvolvido para a resolução do problema espacial e também se utiliza o algoritmo genético para resolução do 3D-BPP.

Martello et al. (2000) desenvolvem um algoritmo heurístico híbrido, ou seja, usa a programação matemática e técnicas de relaxação baseadas no algoritmo *Branch-and-Bound* e um limite exato para o problema de empacotamento de compartimento tridimensional, que também incorpora algoritmos de aproximação originais. Os resultados computacionais, com instâncias de até 90 itens, são de que muitas instâncias podem ser resolvidas de forma otimizada dentro de um limite de tempo razoável.

## 2.2. PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE CAIXAS

O tamanho e formato das caixas impactam consideravelmente na eficiência da ocupação do espaço em que são armazenadas ou transportadas. Por esse motivo, é considerado um fator determinante para a logística de uma empresa.

Com o avanço das áreas de otimização e com a modernização de ferramentas, poder levar a quantidade de produtos mais próximo do adequado na rede de entrega com a menor quantidade de espaço ocioso é uma solução importante a ser tomada.

De acordo com Martins (apud MORAES, 2014), a embalagem influencia diretamente no custo dos produtos ao longo da cadeia de abastecimento, particularmente no que diz respeito aos componentes relativos à mão de obra associada.

Saghir (2002) afirma que “a embalagem é um sistema coordenado de preparação de produtos para o manuseio seguro, eficiente e eficaz. Também o transporte, distribuição, armazenamento, consumo e recuperação, reutilização ou

eliminação. Tudo isto combinado com a agregação de máximo valor ao cliente, às vendas e conseqüentemente, ao lucro.”

O Problema de Dimensionamento de Caixas, conhecido como *Box Sizing Problem* (BSP) retrata essa influência da embalagem para a operação e os custos de uma empresa. O problema consiste em determinar as melhores dimensões para as caixas utilizadas na armazenagem ou transporte de itens. Até o momento do desenvolvimento desta pesquisa, observou-se que poucos trabalhos existentes na literatura retratam o BSP, bem como este termo ainda é pouco difundido.

Em Morales et al. (1997) é feita a aplicação de um modelo de otimização para os problemas de arranjar produtos (embalados em caixas) sobre *paletes*, e de arranjar *paletes* sobre carrocerias de caminhões. Diversos resultados são apresentados ao resolver milhares de exemplos gerados aleatoriamente, utilizando um microcomputador.

Assim, os autores descrevem como a metodologia pode ser empregada no (i) carregamento de produtos embalados sobre paletes, (ii) carregamento de paletes sobre carrocerias de caminhões, e (iii) dimensionamento de embalagens, paletes e carrocerias.

Um estudo sobre o problema de dimensionamento de caixas é feito em Lee (2015) para predeterminar os tamanhos padrão ideais das caixas de embalagem, para uma demanda de diversos tamanhos de produtos. O objetivo é minimizar a perda total de espaço extra dentro das caixas de engradados e os custos de estoque. Primeiramente, um modelo linear de otimização do comprimento da caixa é introduzido com o objetivo de minimizar a perda total de espaço extra dentro das caixas para uma determinada distribuição das demandas dos clientes.

A fim de levar em consideração os custos de estoque das caixas, um segundo problema é introduzido para encontrar o número ideal de tipos de caixas e os comprimentos correspondentes de forma que os custos totais de embalagem e estoque sejam minimizados.

O último problema é formulado como um modelo de otimização não linear e, em seguida, resolvido utilizando-se uma abordagem de programação dinâmica para equilibrar a troca de ganhos entre o número de tipos de caixas e os custos de penalidade por desperdício de espaço dentro das caixas.

Já em Xu (2008) as soluções geradas são de boa qualidade e com eficiência de tempo pela estrutura proposta com os tamanhos das caixas podendo ser



determinados. Um redesenho dos tamanhos das caixas é feito para as caixas em que vários produtos são embalados, de modo que a taxa de utilização do volume total da embalagem seja maximizada para o transporte. O trabalho apresenta uma estrutura de corte, empacotamento e seleção que decompõem o BSP em vários subproblemas para reduzir sua complexidade.

Um modelo Programação Inteira Linear (PLI) é utilizado para a resolução do problema original, enquanto que para a resolução do Problema de Carregamento de Container, um algoritmo heurístico é utilizado. Restrições de espaço físico e de processos operacionais utilizados na empresa objeto de estudo são levadas em consideração.

Destaca-se a falta de referências e estudos voltados para a dimensão de embalagens para armazenagem e carregamentos de produtos. Isso intensifica a importância deste estudo de caso para a literatura bem como para a resolução e uma nova visão do problema, buscando a otimização de embalagens de itens sem desperdiçar o espaço.

### 2.3. HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO

As heurísticas construtivas são procedimentos que formulam uma solução passo a passo, construindo um elemento da solução a cada vez exaustivamente e muitas vezes de forma determinística, e fornecem uma solução inicial (SILVER, 1980).

Os algoritmos heurísticos, de uma forma geral, são de fácil entendimento e apresentam baixo esforço computacional. Entretanto, a principal desvantagem dessa técnica é a qualidade das soluções obtidas, principalmente para sistemas de grande porte, ou seja, o ponto ótimo global dificilmente é encontrado.

Alguns algoritmos são aplicados com frequência na resolução de PE e nesta sessão são discutidas as lógicas e conceitos das heurísticas construtivas utilizadas na ferramenta de estudo.

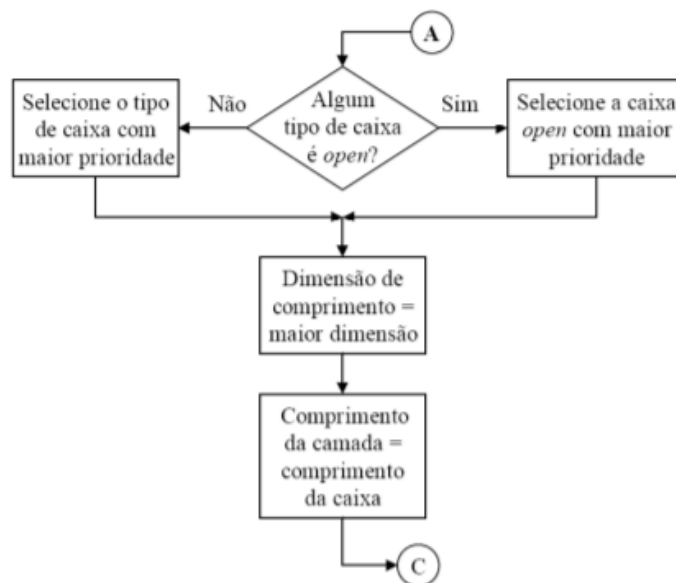
#### 2.3.1. Heurística de construção de parede

O algoritmo proposto por George e Robinson (1980), também conhecido como *wall-building* ou construção de parede, empacota itens no sentido que vai do fundo do *container* até sua frente. A ideia do algoritmo é construir o padrão de carregamento

de itens ou caixas em camadas verticais, como se fossem paredes. Originalmente, ele não impõe restrições quanto a rotação de itens, nem mesmo o empilhamento, mas isso pode ser adaptado para que possa ser considerado. O método tem a tendência de deixar os itens com as mesmas medidas próximos uns dos outros e para tal, o algoritmo utiliza dois principais conceitos, o de caixa fechada (*close*) e aberta (*open*).

Uma caixa, ou item, que já foi utilizada e carregada ao menos uma vez no empacotamento é chamada de caixa aberta. Por conseguinte, o item que não foi utilizado nenhuma vez no empacotamento é conhecido como caixa fechada. Desse modo, o algoritmo de construção de parede prioriza a embalagem de itens abertos, ou seja, aqueles que já foram utilizados no carregamento. Posteriormente, Ceccilio e Morabito (2004) aperfeiçoaram o algoritmo para poder criar alternativas de avaliação dos critérios de empacotamento.

Figura 6 - Escolha do tipo de caixa a cada nova camada



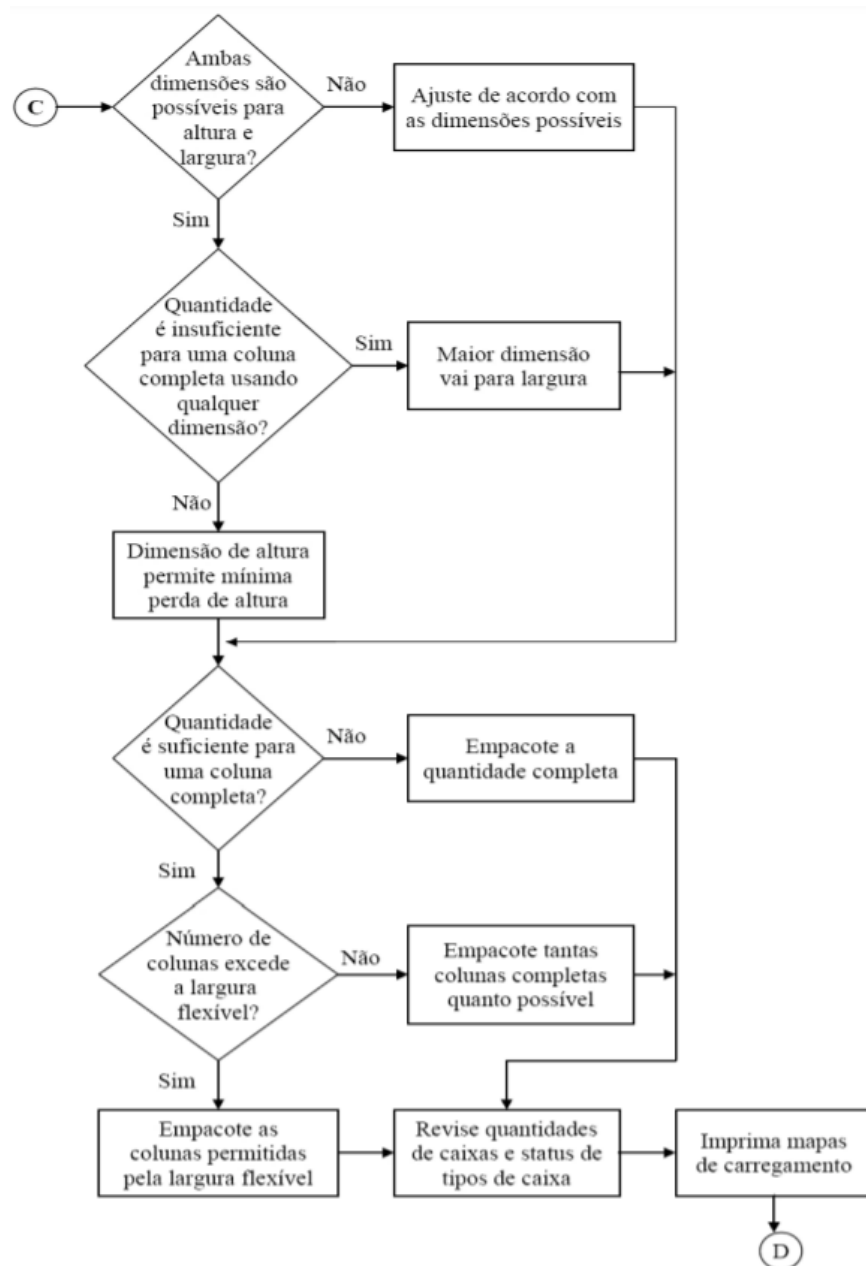
Fonte: Ceccilio e Morabito (2004).

Os critérios de seleção do tipo de caixa que iniciará a nova camada, referenciados na Figura 6 como prioridade, são:

- I. Tipo de caixa com a maior das menores dimensões;
- II. Tipo de caixa com a maior quantidade disponível;
- III. Tipo de caixa com a maior dimensão;

Assim, o critério de escolha da caixa segue as prioridades I, II, III. Caso ocorra empate no primeiro critério, o segundo é o utilizado e consequentemente, se houver empate no segundo critério o terceiro será utilizado. Então, o próximo passo do algoritmo é determinar em quais dimensões o item deve ser posicionado e a quantidade de vezes que isso deve ocorrer. O primeiro item carregado na camada é que determina a profundidade da mesma.

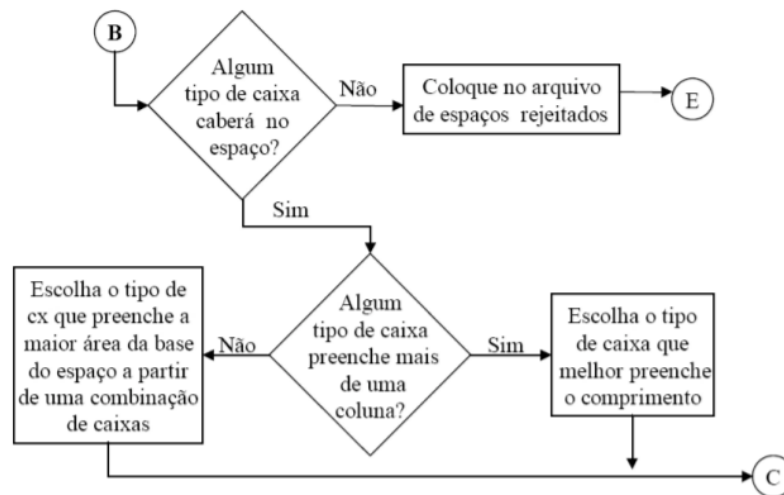
Figura 7 - Escolha de posicionamento e quantidade de item



Fonte: Ceccilio e Morabito (2004).

Após a inserção das caixas conforme a Figura 7, podem haver alguns espaços na camada ainda não preenchidos completamente pela caixa que a iniciou e que podem ser aproveitados. Nesses casos, ao invés da etapa de criação de uma nova camada, são feitas as abordagens conforme o fluxograma da Figura 8.

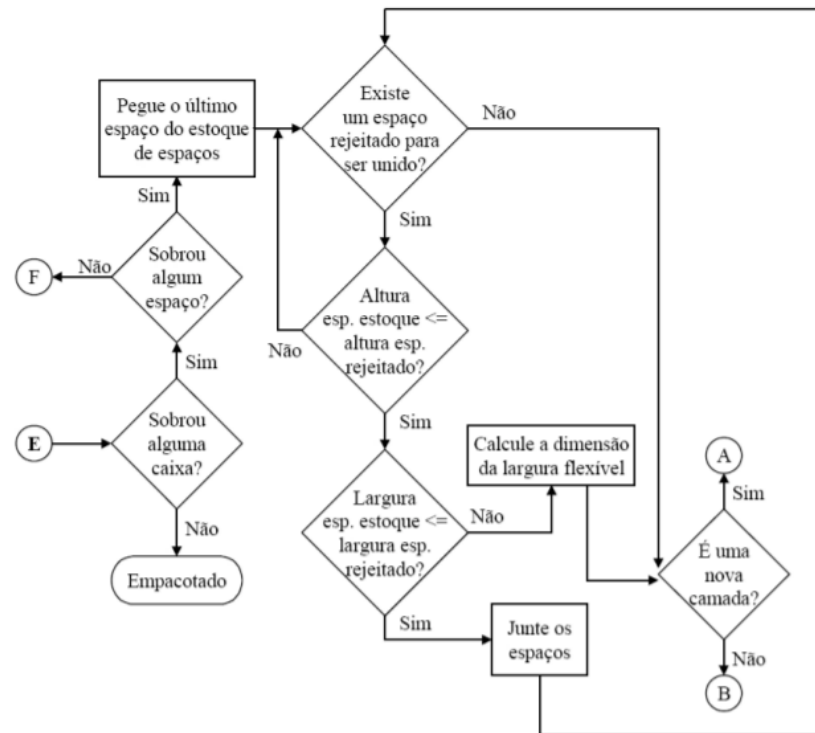
Figura 8 - Escolha dos tipos de caixas para espaços que sobram



Fonte: Ceccilio e Morabito (2004).

Portanto, busca-se encontrar a caixa que minimize a perda de comprimento de espaço e assim permitir que várias colunas dessa caixa possam preencher o comprimento do container. As escolhas dessas caixas seguem os critérios de prioridade I, II e III citados anteriormente. Caso não haja nenhuma caixa que se enquadre, o espaço de sobra é armazenado em um arquivo e então inicia-se o processo de construção de nova camada, como ilustra o fluxograma da Figura 9.

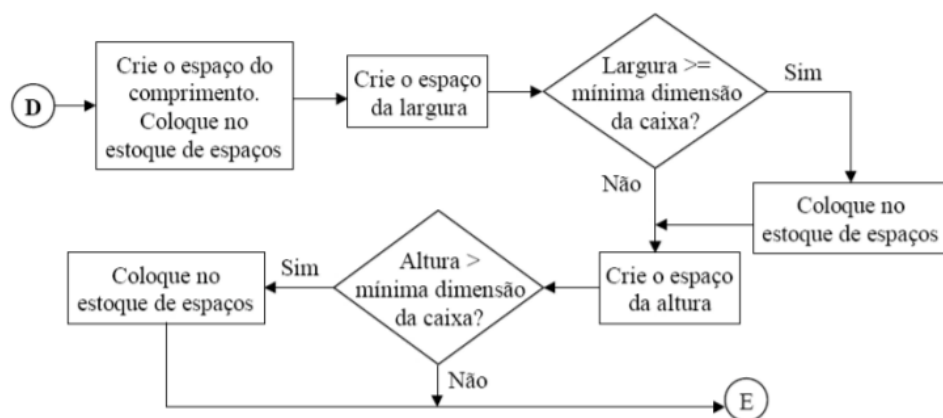
Figura 9 - Escolha de um novo espaço



Fonte: Ceccilio e Morabito (2004).

Assim, como os espaços que sobram são armazenados, posteriormente esses dados são consultados para a escolha ou união dos mesmos. Então essa é a última etapa da heurística, conforme a Figura 10.

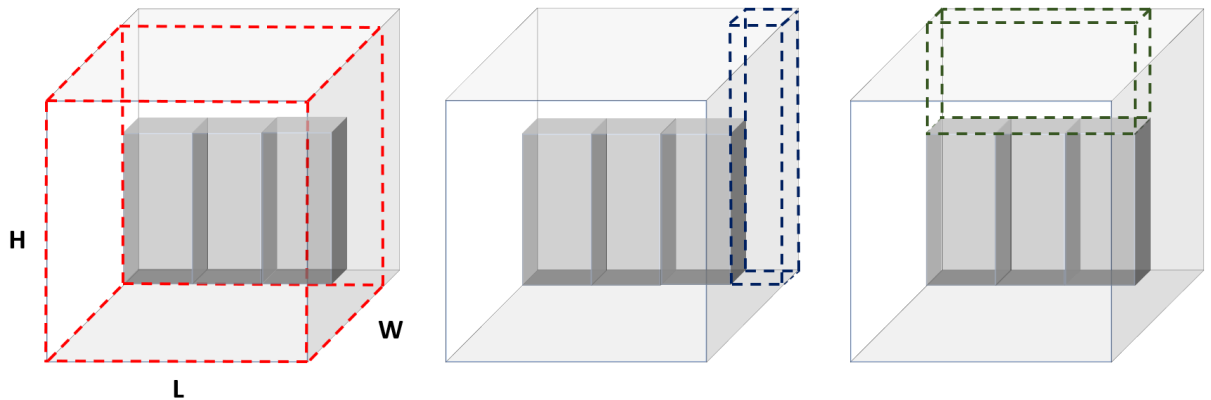
Figura 10 - Criação de novo espaço



Fonte: Ceccilio e Morabito (2004).

Geralmente os itens carregados não preenchem completamente a camada de uma vez, para isso é feita a criação desses novos espaços. A ordem de criação das camadas disponíveis na heurística de *wall-building* é primeiro ao longo do preenchimento longitudinal da caixa (W), seguido pelo preenchimento lateral (L) e por fim superior (H). Um exemplo é ilustrado na Figura 11.

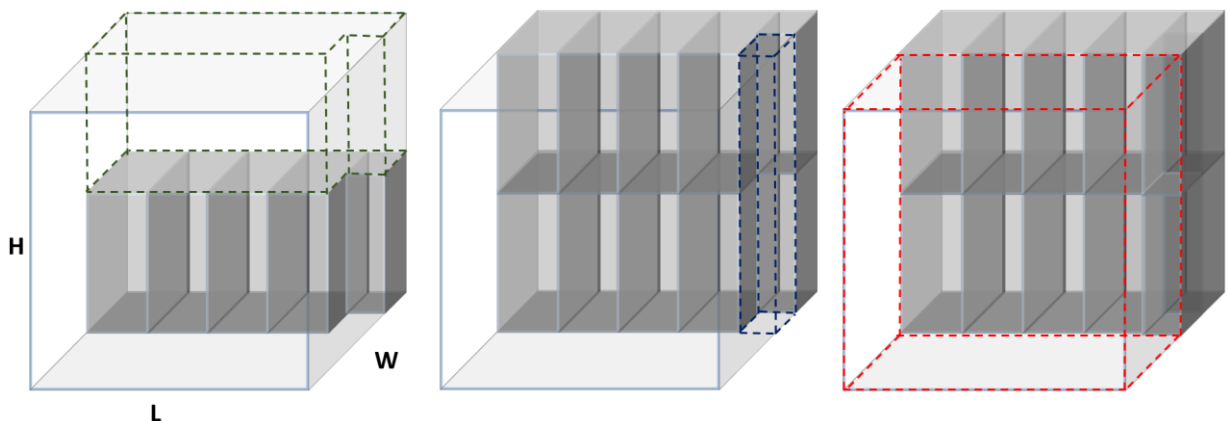
Figura 11 - Exemplo criação novos espaços



Fonte: Autora (2022).

A ordem de seleção dos espaços segue a lógica *last-in-first-out* (LIFO), onde a última camada criada é a primeira a ser preenchida e assim sequentemente, como o exemplo da Figura 12. Em suma, o preenchimento dos itens segue para completar o espaço do empilhamento, ao longo de H, se possível e então o preenchimento, ao longo de L, é feito. Por fim, a criação das camadas segue a mesma sequência conforme o preenchimento ao longo de W.

Figura 12 - Preenchimento de camadas



Fonte: Autora (2022).

Quando um desses espaços é selecionado, escolhe-se o item que pode preencher o maior número de colunas completas ao longo da largura da camada, para assim otimizar o espaço que está disponível.

### 2.3.2. Heurística de construção de coluna

Muitos problemas de empacotamento podem ser formulados com programas lineares que possuem um número muito grande de colunas. Desta forma, a resolução de tais programas lineares por métodos tradicionais se torna impraticável. Muitos destes programas lineares fornecem soluções fracionárias muito próximas das soluções inteiras. Portanto, há um grande interesse em resolver tais sistemas lineares, e usá-los para obter soluções inteiras. Como o número de colunas é muito grande aplica-se o método de geração de colunas (XAVIER et al., 2006).

Uma estratégia de sucesso para contornar o grande número de variáveis do PE é a geração de colunas. O problema principal, segundo Dos Santos (2008), é decomposto em dois problemas:

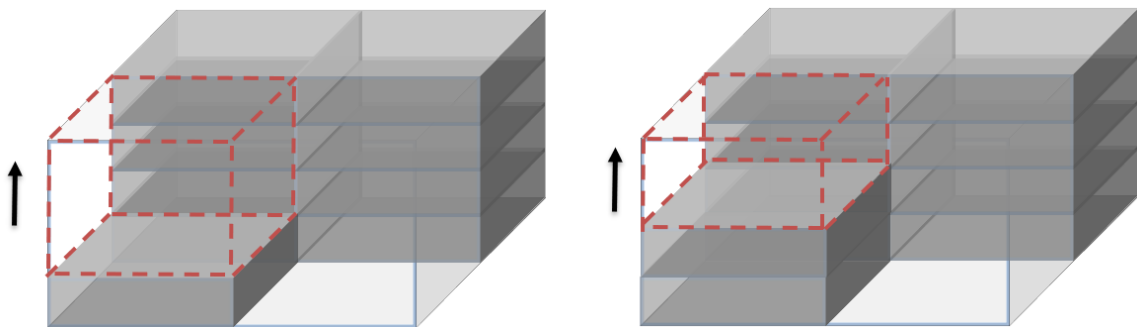
- Problema mestre (PM): o problema a ser resolvido (nesse caso o PE), porém com menos colunas (nesse caso menos itens empacotados).
- Sub-problema: gerador de novas colunas para o problema mestre (nesse caso gerador de novos itens no empacotamento), colunas estas que quando incorporadas no conjunto de colunas utilizadas pelo problema mestre melhora a solução atual.

A geração de colunas (*column-building*) é um processo iterativo, sendo adicionadas novas colunas ao PM obtidas através da resolução dos subproblemas. Em todas as iterações o PM é resolvido otimamente e os seus valores ótimos duais são utilizados na função objetivo dos subproblemas, que determinam se ainda existem colunas atrativas para inserir no PM. Assim, a geração de colunas alterna entre o PM e os subproblemas. (SILVA, 2012).

O método Geração de Colunas foi inicialmente usado por Manne (1958), Dantzig e Wolfe (1960) e Gilmore e Gomory (1961). Esses autores aplicaram esta

técnica para resolver problemas de corte de estoque, que consiste em relaxar a condição de integralidade das variáveis do problema e resolver o problema resultante pelo método simplex. Para selecionar uma coluna (ou padrão de corte) para o problema são analisados os custos relativos, para isso é resolvido um subproblema. Se for encontrado um custo relativo negativo (caso o problema seja de minimização) a coluna é adicionada. Caso contrário a solução atual é ótima para o problema relaxado (LEÃO et al., 2009)

Figura 13 - Preenchimento de coluna



Fonte: Autora (2022).

Conforme a Figura 13, o preenchimento das camadas segue a orientação horizontal, de modo que a preferência seja para a total formação de uma coluna e assim sucessivamente. Como o problema mestre trabalha apenas com um subconjunto de colunas, um pacote de programação linear rapidamente encontra a solução. E como novas colunas são acrescentadas pouco a pouco, uma solução pode ser obtida a partir da solução anterior geralmente com alguns poucos pivoteamentos de colunas no método simplex.

### 2.3.3. Heurística de construção de camada

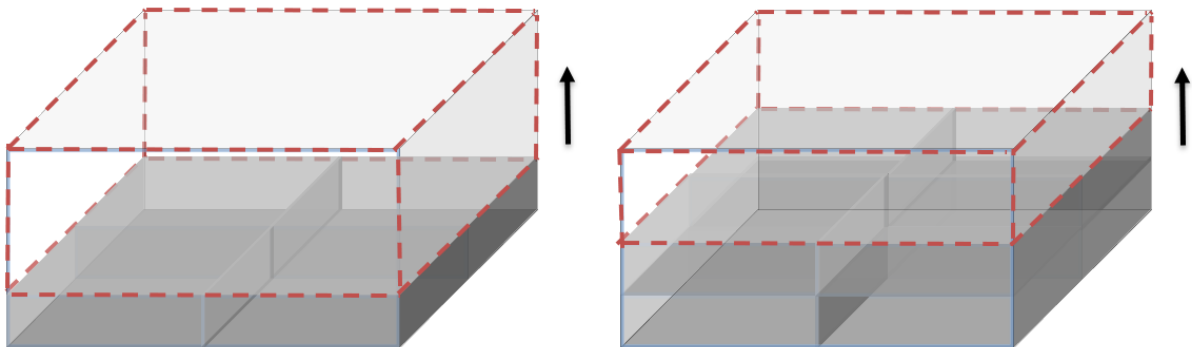
A estratégia de construção de camadas, ou geração de camada (GC) ou *layer-building*, funciona de forma semelhante à de Construção de Parede, mas através de camadas horizontais ao longo do chão do contentor. Assim, cada uma destas camadas corresponde a uma secção da altura do contentor, com largura e comprimento iguais à largura e ao comprimento do contentor. Cada vez que uma camada fica cheia, passa-se à camada seguinte que é construída sobre a camada



anterior, e assim sucessivamente, até não haver mais altura suficiente para construir uma nova camada (COSTA, 2015).

Assim, ao invés de a heurística possivelmente trabalhar com o volume total do container, a GC restringe-se a analisar uma região (camada) específica. Isso é feito repetidamente até que todas essas regiões contemplem todo container. Segundo Ranck et al. (2014), essas camadas podem ser horizontais, em que as camadas são construídas paralelamente a face inferior do container, ou verticais, no caso em que as camadas são ortogonais à face inferior/superior do contêiner, elas são denominadas de verticais (heurística de construção de parede).

Figura 14 - Preenchimento de camadas horizontais



Fonte: Autora (2022).

A Figura 14 ilustra um exemplo desse preenchimento de camada horizontal, onde o espaço vazio no *container* é preenchido com itens paralelamente a base do container. A lógica dessa heurística segue a mesma citada na Seção 2.3.1, porém a prioridade é um empacotamento de itens de forma que ocupe totalmente a base das camadas geradas.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 DEFINIÇÃO E ESCOPO DO PROBLEMA

A empresa considerada para o desenvolvimento deste estudo de caso é uma empresa do ramo alimentício que fabrica chocolates de linha *premium*. A companhia possui algumas lojas em operação e estima-se que deve expandir sua operação em todo Brasil nos próximos anos, o que significa uma operação logística de maior complexidade acarretando em maiores custos.

Um dos problemas enfrentados atualmente pela empresa é que as caixas (padrões de caixas) consideradas pela empresa para realizar o armazenamento de seus produtos, tem apresentado baixo volume de ocupação no carregamento dos produtos. Também observa-se que não há um aproveitamento adequado do espaço interno ocupado (volume ocupado) conforme a disposição dos itens dentro dessas caixas. Assim, a empresa deseja analisar a possibilidade de definir novos modelos ou padrões de caixas para que não haja alta ociosidade na ocupação desses itens, bem como facilite o processo de paletização e carregamento dessas caixas.

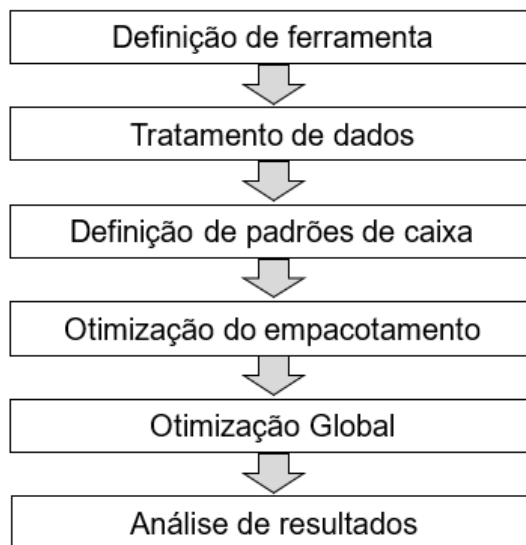
Apenas dois modelos de caixas são utilizados pela empresa atualmente para armazenamento e transporte dos produtos e não pode haver mais de um tipo de produto na mesma caixa (mix de produtos). A proposta é analisar a criação de novos modelos dessas caixas, definindo-se novas dimensões (altura, largura ou comprimento), para assim otimizar o carregamento de itens dentro das mesmas com a maior ocupação possível, bem como otimizar a ocupação dessas caixas quando dispostas ou armazenadas em pallets padrões utilizados para armazenamento, movimentação e transportes dos produtos.

Além disso, espera-se também, que a quantidade de modelos (tipos) diferentes de caixas de armazenamento não seja grande, já que uma operação com mais de 4 padrões implicaria em uma maior complexidade de operação na logística de estocagem e de transporte dos produtos.

Para resolver essa problemática será considerada uma metodologia de otimização que aplica uma heurística híbrida (programação matemática e métodos aproximados) para identificar padrões de caixas e de carregamento, seguindo o esquema da Figura 15.

Após a definição da ferramenta a ser utilizada e do tratamento dos dados, a terceira etapa do método proposto consiste em definir os padrões de caixas, que consiste em definir diferentes medidas de caixas que podem possivelmente resultar em uma melhor disposição dos itens nas caixas, aumentando, portanto, o volume ocupado pelos itens nas caixas.

Figura 15 - Etapas propostas

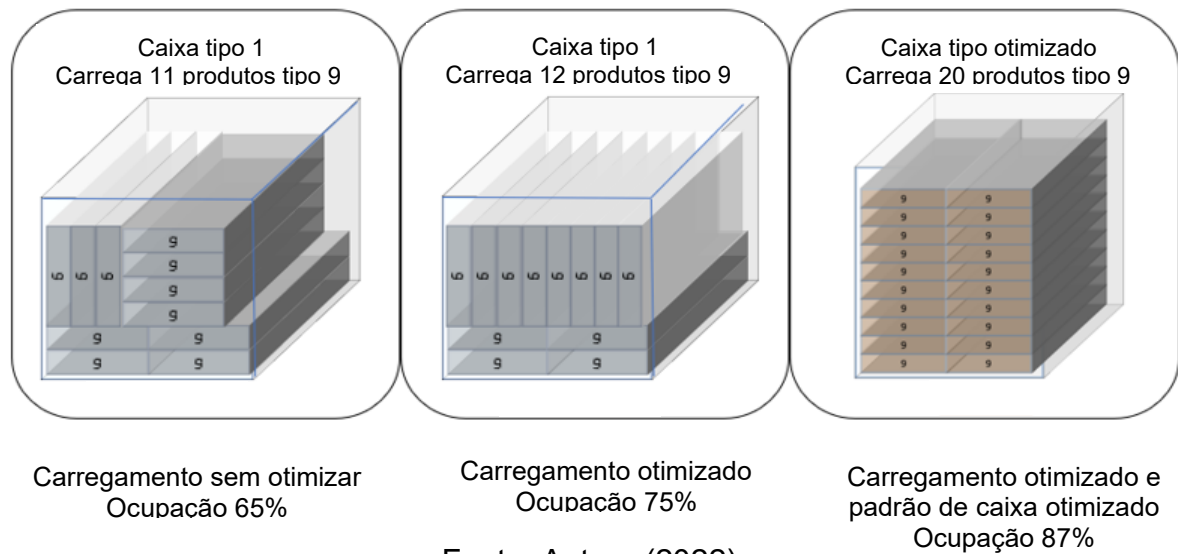


Fonte: Autora (2022).

Já na quarta etapa um modelo de empacotamento é aplicado, justamente para identificar o volume otimizado de ocupação de cada um dos 19 itens em todos os modelos de caixas definidos na segunda etapa. Esse modelo de empacotamento consiste em uma ferramenta que utiliza o OpenSolver do Excel, e utilizada a CLP *Spreadsheet Solver* (CLP) e suas especificações são discutidas na Seção 4.2.

Para melhor entendimento, um exemplo é ilustrado na Figura 16, considerando-se um padrão de caixa de tipo 1 e o item de tipo 9.

Figura 16 - Padrão de carregamento



Fonte: Autora (2022).

O primeiro padrão de carregamento (carregamento não otimizado) retrata uma operação em que um determinado tipo de caixa (tipo 9) possibilita embalar 11 itens, com uma ocupação total na caixa de 65%. Já o segundo padrão de carregamento é otimizado na ferramenta e possui o mesmo tipo de caixa (tipo 9), obtendo uma ocupação de 75% com 12 itens embalados. Assim, um novo padrão de caixa (tipo otimizado) com novas medidas é proposto e com aplicação da ferramenta obtém-se uma ocupação de 87% e com todos os 20 itens demandados embalados.

Deste modo, esse exemplo ilustra a primeira parte do estudo, que é feita para todos os itens da empresa, simulando a alocação destes para várias medidas de caixas diferentes afim de encontrar a melhor ocupação para cada cenário.

Na quinta etapa, conforme a Figura 15, aplica-se um modelo para a otimização da ocupação global das caixas testadas na CLP da etapa anterior. Isso acontece com a escolha dos padrões de caixa que possam ter a maior ocupação global para os itens. Para isso um modelo de programação linear inteira é proposto e resolvido com o OpenSolver do Excel, possibilitando, portanto, simular cenários com diferentes quantidades de modelos de caixas escolhidas.

Como um exemplo, na Figura 17, ilustram-se algumas caixas com medidas diferentes testadas para o item hipotético 9 juntamente com os itens 1, 3 e 5. A simulação é feita na ferramenta de otimização de empacotamento para 3 medidas de caixas diferentes. Com um modelo matemático e utilizando o OpenSolver do Excel

para resolvê-lo, a escolha da melhor caixa para esses itens de modo a maximizar a ocupação é feita.

Figura 17 - Modelo escolha caixas

<b>Ocupação Global</b>	<b>81,69%</b>			
<b>Demanda</b>	<b>32</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>12</b>
<b>Ocupação</b>	<b>92%</b>	<b>68%</b>	<b>72%</b>	<b>90%</b>
<b>Quantidade Itens</b>	<b>32</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>12</b>

<b>Itens →</b>					
<b>Caixas ↓</b>		<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Fonte: Autora (2022).

Neste de exemplo, a melhor caixa é a de tipo 3, conforme a indicação do número 1 na matriz de caixas e itens, com o resultado de uma ocupação global de 81,69%. Para essa escolha, foi possível carregar na caixa tipo 3, 32 unidades do item 1, 20 unidades do item 3, 15 unidades do item 5 e 12 unidades do item 9, o que corresponde a exatamente a demanda de cada um dos itens.

Os detalhes da modelagem utilizada nas duas etapas propostas são apresentados a seguir.

### 3.2. DEFINIÇÃO DA FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO DO EMPACOTAMENTO

Para possibilitar a visualização dos padrões de empacotamento pelo tomador de decisão na empresa, ilustrando os detalhes do empacotamento e a alocação de itens em cada caixa, utilizou-se uma ferramenta de simulação *Open Source* (Código Aberto).

Observou-se que diversas ferramentas e bibliotecas em várias linguagens são disponibilizadas relacionadas ao 3D-BPP. Dentre essas a ferramenta CLP Spreadsheet Solver é escolhida.

Figura 18 - Planilha configuração CLP

	A	B	C	D
1	<b>Sequence</b>	<b>Parameter</b>	<b>Value</b>	<b>Remarks</b>
2	<b>0.Interface</b>	Language	English	Please refer to the manual for modifying the interface.
3		Length unit	mm	
4		Weight unit	kg	
5				
6	<b>1.Items</b>	Number of types of items	2	[1,100]
7				
8	<b>2.Containers</b>	Number of types of containers	1	[1,10]
9				
10	<b>3.Solution</b>	Front side support required?	No	
11				
12	<b>4.Visualization</b>	Item labels	Yes	
13		Container labels	No	
14		Animation advances by:	One second intervals	
15				
16	<b>5.Solver</b>	First-Fit-Decreasing based on:	Volume	
17		Constructive heuristic:	Wall-building	
18		Also optimize balance?	No	
19		CPU time limit (seconds)	60	Recommendation: At least one second per item.
20				

Fonte: Autora (2022).

Desenvolvida por Güneş Erdoğan em 2017, a CLP possibilita a resolução de problemas de empacotamento em 3D, permite vários tipos de caixas e a possibilidade de adicionar restrições de compatibilidade entre itens e caixas. Também permite adicionar restrições de posicionamento dos itens.

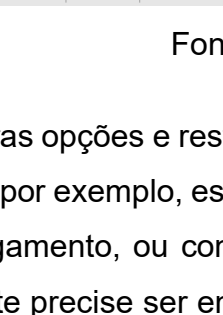
Essa ferramenta utiliza três heurísticas diferentes que podem ser escolhidas para a resolução do empacotamento, a de construção de camada, construção de coluna e construção de parede, discutidas na Seção 2.4. Algumas informações sobre as limitações de tipos de itens e *containers* e opções de escolhas de heurística e tempo de rodagem, por exemplo, são mostradas na primeira planilha “CLP Solver Console” da ferramenta, conforme a Figura 18.

Nessa planilha é possível alterar a linguagem padrão e o tipo de heurística a considerar, por exemplo. Nesse estudo somente esses dois campos foram alterados, e outros pontos e parâmetros não são relevantes para o problema.

Já a segunda planilha, “1.Items”, refere-se aos itens que fazem parte do empacotamento. Aqui devem ser adicionadas as medidas dos produtos e suas restrições de posicionamento e a quantidade de itens, conforme a Figura 19. Um ponto importante, é de que o eixo de coordenadas da ferramenta não segue o usual e a altura dos itens é direcionada no eixo  $y$ .

Figura 19 - Planilha itens CLP

Item Type ID	Name	Colour / Image file name	Width (x)	Height (y)	Length (z)	Volume	Can be placed on:			Weight (kg)	Heavy item?	Fragile item?	Must be packed?	Profit	Number of items
							x/z surface?	x/y surface?	y/z surface?						
1			1,30	3,00	2,50	9,75	Yes	No	No	0,00	No	No	Must be pack	0,00	30
2			1,30	3,00	0,80	3,12	Yes	No	No	0,00	No	No	Must be pack	0,00	5
Total volume:						308,10	Total weight:			0,00					



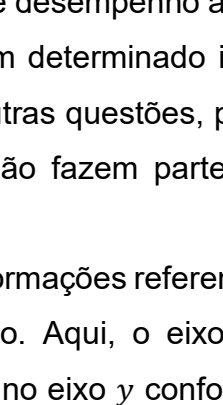
Fonte: Autora (2022).

Algumas outras opções e restrições podem ser consideradas ou alteradas para a otimização, como por exemplo, escolher o lucro como medida de desempenho a ser otimizada no carregamento, ou considerar a restrição de que um determinado item não obrigatoriamente precise ser empacotado. Porém essas e outras questões, para as demais planilhas da ferramenta, não são discutidas, pois não fazem parte do escopo ou não são o foco desse estudo.

A planilha seguinte, “2.Containers”, onde colocam-se as informações referentes às caixas, como a capacidade de volume e peso por exemplo. Aqui, o eixo de coordenadas segue o mesmo padrão, com as alturas das caixas no eixo  $y$  conforme a Figura 20.

Figura 20 - Planilha caixas CLP

Container Type ID	Name	Width (x)	Height (y)	Length (z)	Volume capacity	Weight capacity (kg)	May be used?	Cost	Estimated number of containers	Number of containers
1	Item	6,00	6,00	6,00	216,00	1,00	May be used	1,00	2	1



Fonte: Autora (2022).

Na planilha “3.Solution”, Figura 21, após a aplicação da otimização do Solver, identificam-se todos os itens que são empacotados juntamente com sua posição em coordenadas cartesianas. Ressalta-se aqui uma informação importante, que neste caso a medida de desempenho considerada na otimização, é o percentual de ocupação da caixa embalada com os itens determinados.

Figura 21 - Planilha solução CLP

Warning: Problem data has changed since the last feasibility check / solver run.																
Container 1 of Container type 1																
Origin corner					Item count	Volume utilization	Weight utilization	Net profit	Non-packed items	Item count	Total volume	Total weight	Missed profit			
Item count	Item type name	x coordinate	y coordinate	z coordinate	Orientation	Item Type ID	Volume	Weight	Profit	Item count	Item type name	Item Type ID	Volume	Weight	Profit	
21							79,44%	0,00%	-1,00	14			136,50	0,00	0,00	
1		0,00	0,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	1		1	9,75	0,00	0,00	
2		1,30	0,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	2		1	9,75	0,00	0,00	
3		2,60	0,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	3		1	9,75	0,00	0,00	
4		3,90	0,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	4		1	9,75	0,00	0,00	
5		5,20	0,00	0,00	zyx	2	3,12	0,00	0,00	5		1	9,75	0,00	0,00	
6		0,00	3,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	6		1	9,75	0,00	0,00	
7		1,30	3,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	7		1	9,75	0,00	0,00	
8		2,60	3,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	8		1	9,75	0,00	0,00	
9		3,90	3,00	0,00	xyz	1	9,75	0,00	0,00	9		1	9,75	0,00	0,00	
10		5,20	3,00	0,00	zyx	2	3,12	0,00	0,00	10		1	9,75	0,00	0,00	
11		5,20	0,00	1,30	zyx	2	3,12	0,00	0,00	11		1	9,75	0,00	0,00	
12		5,20	3,00	1,30	zyx	2	3,12	0,00	0,00	12		1	9,75	0,00	0,00	
13		0,00	0,00	2,50	xyz	1	9,75	0,00	0,00	13		1	9,75	0,00	0,00	
14		1,30	0,00	2,50	xyz	1	9,75	0,00	0,00	14		1	9,75	0,00	0,00	
15		2,60	0,00	2,50	xyz	1	9,75	0,00	0,00	15		1	9,75	0,00	0,00	

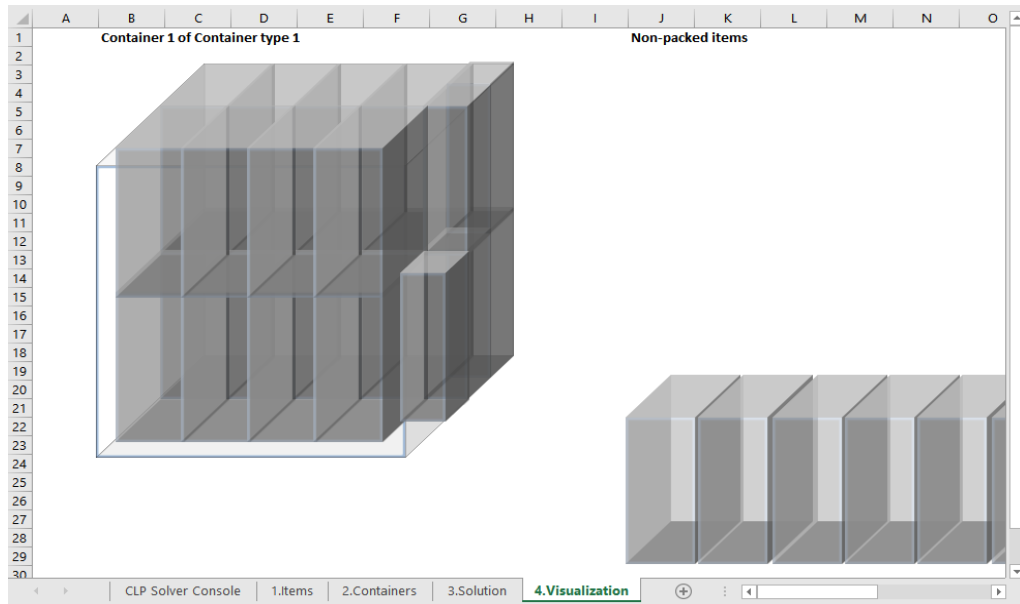
Fonte: Autora (2022).

Na Figura 21, como um exemplo, essa ocupação é de 79,44%. Os itens que não cabem na caixa ou não podem ser empacotados também são indicados, no campo “Non packed items” a partir da coluna L.

A última planilha, “4.Visualization” – Figura 22, possibilita então a visualização do empacotamento definido no processo de otimização.



Figura 22 - Planilha visualização CLP



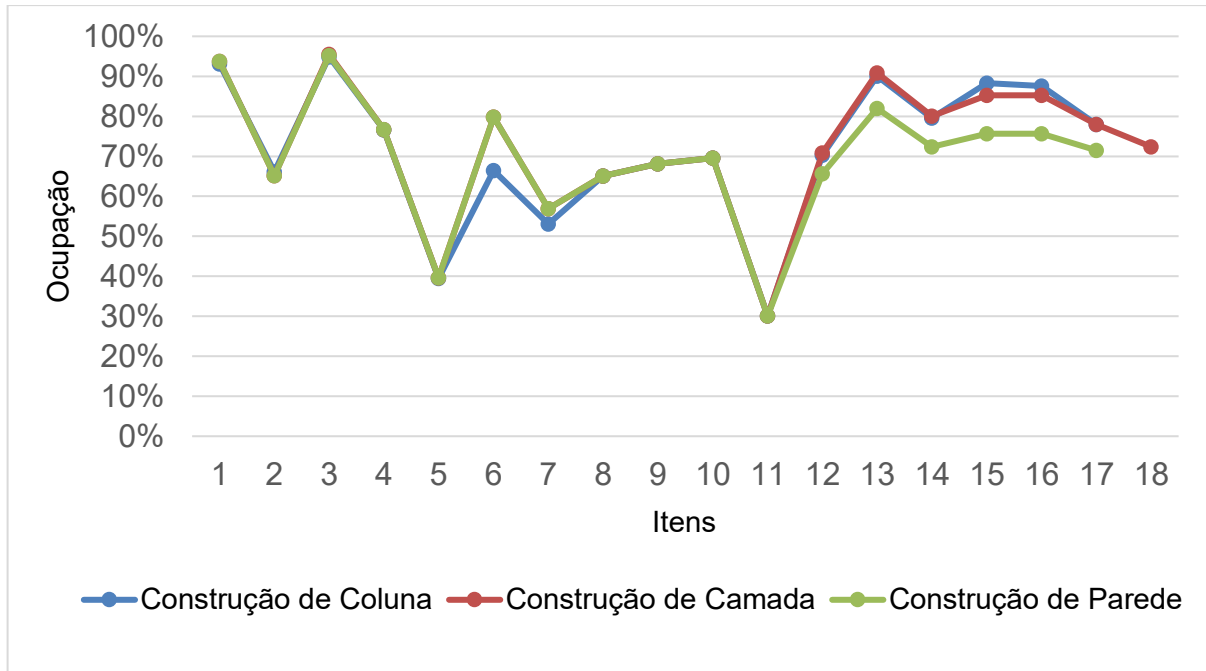
Fonte: Autora (2022).

É possível visualizar uma animação 3D de cada item sendo embalado em cada posição. A Figura 22 ilustra a visualização de uns dos cenários otimizados. No campo “Non-packed items” também são indicados os itens que não puderam ser empacotados na caixa.

Para a escolha da heurística a ser utilizada no modelo de carregamento, a decisão foi baseada em uma análise dos resultados da simulação considerando-se 17 itens aleatórios e 10 padrões de caixas também aleatórios, para cada uma das três heurísticas. Após isso, a ocupação média para cada item é obtida para cada heurística considerada, conforme indicado no Gráfico 1.

No Gráfico 1 é possível observar que, para esse grupo de 17 tipos de itens, a heurística que obteve melhor resultado foi a de Construção de Camada, com uma ocupação média total de 72%, seguida da heurística de Construção de Coluna com 71% e Construção de Parede com 69%.

Gráfico 1 – Ocupação média dos itens para cada heurística



Fonte: Autora (2022).

Destaca-se, de modo geral, que essa ferramenta foi escolhida devido ao fácil uso, e devido a facilidade de visualização iterativa, e principalmente, por ser *Open Source*. Um ponto negativo é de que ela demora aproximadamente 60 segundos para encontrar uma solução para a ocupação de cada caixa.

Outro fator importante é de que neste estudo há uma grande quantidade de padrões de caixas a serem utilizadas e esse trabalho manual de ajustes em cada planilha é muito repetitivo.

Deste modo, a ferramenta CLP é adaptada para este estudo, sendo automatizada de forma que todos os dados de entrada possam ser fornecidos em forma de tabela, de uma única vez, e então um macro do Excel faz todo o processo. Um exemplo de tabela de entrada, a partir dessa adaptação, será ilustrado na Seção 4.4.

### 3.3 TRATAMENTO DE DADOS E PREMISSAS

O primeiro passo para aplicação da heurística é a obtenção de informações e premissas necessárias para alimentação da ferramenta de otimização de empacotamento no Excel (CLP), discutida na seção anterior, juntamente com outras

informações importantes para tomada de decisão e definição das variáveis e do ambiente para a modelagem do problema. No Quadro 1 estão listadas as informações requisitadas e que podem influenciar todo o processo.

Quadro 1 – Premissas e parâmetros considerados

Tipo Informação	Informação	Observação
Lista de tipos de produtos	Dimensões	Largura, altura e comprimento e peso de cada tipo de produto.
	Regras de empilhamento	Identificar quais itens podem ser empilhados e se houver, a quantidade máxima de empilhamento
	Restrição quanto ao tipo de caixa	Identificar itens que não podem ser embalados em alguma determinada caixa (se houver)
	Rotação de itens	Identificar se existir alguma regra em relação à rotação do produto (não pode ir deitado, por exemplo)
Caixas	Dimensões	Largura, altura e comprimento de cada item.
	Limitação de empilhamento	Identificar limitação de empilhamento das caixas em um mesmo <i>pallet</i>
	Peso Máximo	Peso máximo suportado por cada caixa.
Vendas	Projeção anual de produção/venda de cada tipo de produto	Se não houver informação projetada para o futuro, fornecer o histórico de vendas

Fonte: Autora (2022).

A empresa forneceu dados relacionados a 19 tipos de produtos e dos 2 tipos de caixas consideradas para armazenagem dos itens utilizadas em suas operações. Para os itens, relaciona-se suas dimensões, peso e volume. Para as caixas, suas dimensões e capacidade máxima de peso, como descrito na Tabela 1.

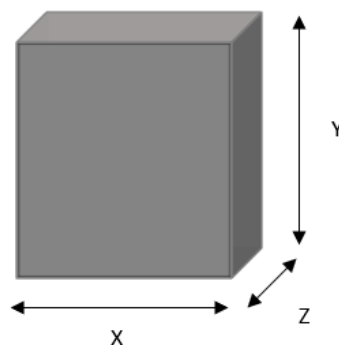
Tabela 1 - Dimensões dos itens e restrições de empacotamento

ID	Largura	Altura	Comprimento	Peso (kg)	Restrições de empacotamento
1	10,0	16,5	5,0	0,20	Sem restrição
2	6,0	15,5	5,5	0,15	Não pode deitado
3	6,0	9,0	4,0	0,12	Sem restrição
4	7,7	17,0	1,0	0,08	Só pode em pé
5	3,7	9,0	1,0	0,02	Só pode em pé
6	16,2	3,0	12,0	0,08	Só pode deitado
7	28,6	3,0	15,3	0,16	Só pode deitado
8	37,0	3,0	14,5	0,23	Só pode deitado
9	37,3	3,5	15,0	0,30	Só pode deitado
10	37,0	5,0	15,0	0,54	Só pode deitado
11	25,0	2,5	23,0	0,40	Só pode deitado
12	19,2	3,0	13,5	0,19	Só pode deitado
13	9,5	14,6	3,0	0,05	Sem restrição
14	17,0	22,7	6,0	0,50	Sem restrição
15	6,0	10,0	6,0	0,05	Sem restrição
16	6,0	10,0	6,0	0,07	Sem restrição
17	9,0	10,0	9,0	0,20	Sem restrição
18	10,0	21,0	6,0	0,26	Sem restrição
19	16,0	26,0	8,0	0,85	Sem restrição

Fonte: Autora (2022).

Todos estes 19 tipos de itens considerados são padronizados de forma retangular, como descrito na Figura 23, e armazenados separadamente em cada caixa, não sendo permitido mix de produtos na mesma caixa. É válido ressaltar que o eixo de altura dos itens é indicado como eixo  $y$  pelo fato de que a ferramenta CLP adota esse padrão.

Figura 23 - Dimensões padrão de cada item



Fonte: Autora (2022).

Ademais, outros dados relevantes para o escopo do estudo foram as quantidades máximas e mínimas de cada produto para uma caixa. Isso foi considerado pois se um padrão de caixa não atende à demanda mínima de um determinado produto, uma caixa extra ou mais teriam que ser utilizadas. Essa pode ser uma solução ruim pensando na logística operacional adotada pela empresa, pois seriam usados mais de uma caixa para a mesma remessa de produtos.

O mesmo vale para a quantidade máxima de cada produto em uma caixa, visto que os resultados de ocupação não podem ser enganosos e possivelmente alguma caixa ter uma baixa ociosidade, mas com produtos que não existiram no cenário real para ocupar todo o espaço disponível. Assim, esses dados são importantes para poder retratar com maior clareza e realidade a operação de armazenagem com base nessa estimativa. Os dados de quantidades mínimas e máximas de itens por caixa, considerando apenas sua demanda, são representados na Tabela 2.

Tabela 2 - Quantidades mínimas e máximas de itens por caixa

<b>ID</b>	<b>Quantidade mínima por caixa</b>	<b>Quantidade máxima por caixa</b>
<b>1</b>	10	30
<b>2</b>	10	30
<b>3</b>	10	30
<b>4</b>	50	50
<b>5</b>	50	100
<b>6</b>	15	20
<b>7</b>	15	20
<b>8</b>	15	20
<b>9</b>	15	20
<b>10</b>	15	20
<b>11</b>	15	20
<b>12</b>	15	20
<b>13</b>	10	20
<b>14</b>	5	10
<b>15</b>	15	20
<b>16</b>	15	20
<b>17</b>	5	10
<b>18</b>	10	10
<b>19</b>	6	6

Fonte: Autora (2022).

Outros dados fornecidos pela empresa referem-se à estimativa de demanda (demanda mensal média) de vendas da empresa para um horizonte anual, considerando o ano de 2021, como ilustrado na Tabela 3. Esses números indicam a representação da importância de cada item. Assim, a otimização global dos itens é feita considerando-se além de sua ocupação otimizada no carregamento nas caixas, sua importância pode ser ponderada proporcionalmente à sua respectiva demanda, melhorando o planejamento futuro da empresa.

Destaca-se ao observar os dados da Tabela 3, que o item mais representativo para a empresa em termos de venda, é o produto 1, seguido dos produtos 2 e 9. Esses três itens representam mais de 60% das vendas mensais entre os 19 itens considerados. Os dados de demanda são multiplicados por um fator qualquer para preservação da empresa.

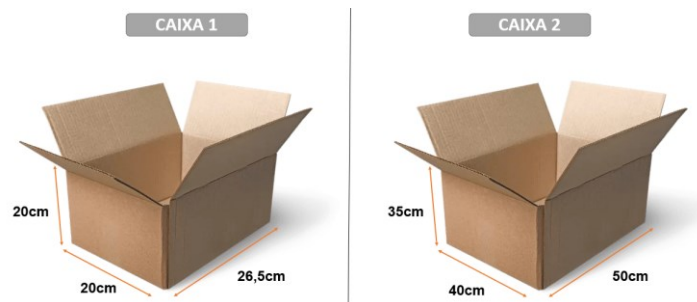
Tabela 3 - Demanda média mensal dos itens

<b>ID</b>	<b>Demanda média mensal (Unidades de produto)</b>
1	16.686
2	4.229
3	518
4	1.019
5	365
6	684
7	1.092
8	938
9	1.889
10	1.465
11	914
12	357
13	90
14	811
15	1.261
16	1.261
17	266
18	1.764
19	1.631

Fonte: Autora (2022).

Por fim, as dimensões das caixas (padrão de caixa) para armazenagem dos itens também são analisadas. Atualmente a empresa utiliza dois padrões diferentes de caixas, como ilustrado na Figura 24.

Figura 24 - Medidas caixas utilizadas na empresa



Fonte: Autora (2022).

Os dados de capacidades de peso e empilhamento dessas caixas também são fornecidos e são listados na Tabela 4.

Tabela 4 - Capacidade e empilhamento máximo das caixas utilizadas

Caixa T1		Caixa T2	
Peso	Empilhamento máximo	Peso	Empilhamento máximo
3 Kg	7 caixas	5 Kg	9 caixas
5 Kg	5 caixas	7 Kg	6 caixas
7 Kg	3 caixas	10 Kg	4 caixas
		15 Kg	2 caixas

Fonte: Autora (2022).

As capacidades máximas de peso suportadas pelas caixas utilizadas são de 7Kg e 15 kg, para as caixas de tipo 1 e tipo 2, respectivamente. O número máximo de caixas empilhadas, para um peso mínimo, é de 7 para a caixa 1 e 9 para a caixa 2. Essas restrições são fornecidas e determinadas pelo fabricante desses itens e devem ser respeitadas por questões de segurança.

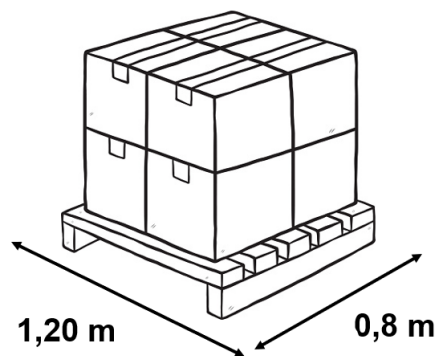
### 3.4 DEFINIÇÃO DOS PADRÕES DE CAIXAS

Para o empacotamento dos itens, primeiramente considera-se a criação de diferentes padrões de caixas (caixas com diferentes dimensões) de modo a otimizar a ocupação do carregamento dos itens nas mesmas.

Assim, para definir essas medidas, também deverá ser considerado o carregamento dessas caixas em um *pallet* padrão, que é utilizado pela empresa, para que a base do *pallet* possa ser totalmente ocupada e então reduzir o espaço ocioso também na paletização, ou seja, no agrupamento de caixas em um único *pallet*.

Portanto, o modelo deve identificar quais medidas as caixas devem possuir (largura, comprimento e altura), para que quando se considerar o carregamento destas caixas em um *pallet* padrão (como ilustrado na Figura 25), as caixas possam ocupar a base de um *pallet* completamente. Deste modo, esse fator envolvendo a paletização das caixas pode representar uma situação real e cabível na operação e os modelos de caixas criados podem ser implementados pela empresa, caso seja essa a escolha da empresa.

Figura 25 - Medidas *pallet* padrão



Fonte: Autora (2022).

Conforme ilustrado na Figura 25, a medida padrão de um *pallet* considerada é de 1,20m de largura e 0,8m de comprimento.



Tabela 5 - Dimensões considerados para os padrões de caixas

Medida	Largura (cm)	Comprimento (cm)
1	50	60
2	33	60
3	25	60
4	20	60
5	50	40
6	33	40
7	25	40
8	20	40
9	50	30
10	33	30
11	25	30
12	20	30
13	50	24
14	33	24
15	25	24
16	20	24
17	50	20
18	33	20

Fonte: Autora (2022).

A escolha das medidas deverá ser feita de tal forma que elas possam ocupar o máximo de espaço na base do *pallet*, podendo variar sua altura. Então, as medidas das bases das caixas foram obtidas por meio da divisão das dimensões da base do *pallet* em números inteiros, e estão ilustradas na Tabela 5. Deste modo, cada modelo de padrão de caixa pode ocupar ao máximo a base do *pallet*.

Para a definição da dimensão da altura das caixas, considera-se que, uma vez conhecida a altura dos produtos a serem empacotados, deverá existir pelo menos uma configuração de empacotamento que os acomodem dentro da caixa. Outra consideração para a criação das medidas, é de que não podem ser escolhidas dimensões de altura de caixas que sejam muito maiores que dois empilhamentos do item mais alto.

Como um exemplo, o produto de maior altura é o item 19, indicado na Tabela 1, com 26 cm. Assim, não se propõe nenhuma dimensão de altura de caixa maior que 52 cm, o que representa dois empilhamentos do item 19. Com isso, as medidas consideradas para as alturas das caixas são indicadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Altura das caixas testadas

Alturas (cm)
27
30
40
45,5
46,5
51

Fonte: Autora (2022).

Para cada uma das 18 dimensões de largura e comprimento ilustradas na Tabela 5, todas as alturas descritas na Tabela 6 são consideradas. Portanto para cada medida da Tabela 5, é possível considerar 6 tipos diferentes de caixas, totalizando então 108 padrões de caixas.

Posteriormente, são adicionados mais cinco padrões de caixas com alturas menores, para possivelmente acomodarem os itens menores ou de demandas menores com uma ocupação melhor no carregamento na caixa, visto que as medidas já existentes se aproximam mais dos itens de maior volume. Esses padrões adicionais são indicados na Tabela A1 (ID 111 a 115) no APÊNDICE 1, bem como todos os demais padrões considerados. Os padrões 1001 e 1002 são os padrões utilizados atualmente pela empresa.

Obtidos os padrões possíveis de acordo com as premissas adotadas, e inseridos na planilha CLP, aplica-se a simulação, possibilitando então a realização de análises e comparação de resultados. Para todos os padrões de caixa, o peso máximo considerado é de 60 kg, pois conforme o artigo 198 da Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), o peso máximo que o trabalhador pode carregar individualmente é de 60 kg.

Deste modo, ao todo são utilizados 115 tipos diferentes de padrões de caixas contando com os dois padrões de caixa já existentes, que para todos os 19 itens considerados resulta em 2.185 cenários diferentes. Para obter os dados de ocupação de cada item dentro de cada caixa a ferramenta CLP Spreadsheet Solver é utilizada.

A heurística empregada em todos os casos foi a de Construção de Camada, com tempo limite de 60 segundos para cada cenário, o que resulta em um tempo total de processamento de aproximadamente 36 horas. Como a ferramenta simula no

máximo 10 tipos diferentes de caixas por vez, o trabalho manual de fazer a simulação seria inviável, na prática. Por isso, um macro do Excel foi definido para que a simulação fosse feita automaticamente para todas as 2.185 possibilidades de combinação item-caixa.

Os dados de entrada para a planilha do Excel são referentes ao item (produto), a caixa (tipo) em que o empacotamento será feito e a operação. Nesse caso, o número 2 indica a Heurística de Camada de Construção, utilizada em todos os casos. Alguns dados de entrada são exemplificados na Tabela 7.

Tabela 7 - Dados de entrada para planilha macro do Excel

<b>Item</b>	<b>Padrão de caixa</b>	<b>Operação</b>
1	1	2
2	1	2
3	1	2
4	1	2
5	1	2
6	1	2

Fonte: Autora (2022).

A quantidade de itens a serem carregados em cada padrão de caixa é um parâmetro de entrada para o CLP e é escolhida diretamente na planilha como a quantidade máxima de itens conforme a Tabela 2, de modo que para os padrões de caixas considerados, não seja possível realizar um carregamento com quantidade de itens carregados maiores que os limites máximos definidos pela empresa, pois isso poderia resultar em uma ocupação alta mas com uma demanda por caixa não correspondente à indicada pela empresa.

Por conseguinte, são obtidos os resultados da simulação, indicando então a ocupação de cada item em cada caixa e também da quantidade máxima destes em cada uma. Os dados de ocupação e quantidade de itens obtidos por tipo de caixa estão detalhados na Tabela A2 e A3 do APÊNDICE 1.

Para a tabela A2, é necessário um ajuste nas ocupações totais. Caso a quantidade de itens em um padrão de caixa seja menor que a mínima que a empresa estabelece, uma nova ocupação é calculada conforme o número de caixas que serão necessários para atingir o carregamento mínimo fazendo uma regra simples da porcentagem que cada item ocupa dentro da caixa.

### 3.5 OTIMIZAÇÃO DA OCUPAÇÃO E ESCOLHA DE CAIXAS

Com a obtenção de todos os resultados de ocupação nos padrões de caixas considerados fornecido pelo resultado da simulação no CLP, o próximo passo consiste em escolher os padrões de caixas que maximizam a ocupação de itens no carregamento.

Para essa etapa, um modelo de programação linear inteira é proposto pelas Equações (20)-(25), considerando-se os parâmetros:

$M$ : a quantidade de padrões de caixa –  $c = 1, \dots, 117$ ;

$N$ : a quantidade de tipos de produtos –  $i = 1, \dots, 19$ ;

$d_i$ : demanda de cada produto  $i$ ;

$x_{ic}$ : ocupação do item  $i$  na caixa  $c$  - obtido como saída do modelo de carregamento;

$D$ : demanda total dos produtos;

$Np$ : número máximo de padrões de caixas;

$K$ : Uma constante positiva grande;

e as variáveis de decisão:

$y_{ic} = 1$ , se o item  $i$  é embalado na caixa  $c$ , 0 caso contrário;

$p_c = 1$ , se a caixa  $c$  é utilizada, 0 caso contrário;

$$\text{Maximizar } O = \sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^M (x_{ic} \cdot d_{ic} \cdot y_{ic}) \div D \quad (20)$$

Sujeito à:

$$\sum_{c=1}^M y_{ic} = 1 \quad \forall i \quad (21)$$

$$\sum_{c=1}^M p_c \leq Np \quad \forall c \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ic} \leq K * p_c \quad \forall c \quad (23)$$

$$y_{ic}, p_c \in \{0,1\} \quad \forall i, c \quad (24)$$

A Equação (20) define a função objetivo de modo a maximização da ocupação global  $O$ , o que corresponde ao valor da ocupação  $x_{ic}$  de cada item  $i$  dentro do modelo de caixa escolhido  $c$ , multiplicado pela demanda mensal média  $d_{ic}$  de cada produto. Esse valor é ponderado por  $D$  que é igual a demanda mensal média total dos itens, sendo  $D = 53.189$ . Portanto,  $M$  é o número de modelos de caixas totais, igual a 117 e  $N$  é o número total de itens, equivalente a 19.

A Equação (21) impede que um mesmo item seja alocado em duas caixas diferentes, então para todo item  $i$  que será alocado em alguma caixa  $c$  a somatória de sua variável de decisão de alocação  $y_{ic}$  deve ser igual a 1. A restrição de Equação (22) é correlata ao número de padrões de caixas  $p_c$  alocados no modelo, ou seja, de que esse número seja menor que o  $Np$  que é o número máximo de padrões de caixas definido pelo usuário. Deste modo, o número de modelos diferentes escolhidos  $p_c$  pelo modelo matemático, deve ser igual ao estipulado  $Np$ , que nesse caso será diferente para cada cenário.

Ambas restrições, Equação (21) e (22) são necessárias para haja garantia de que as premissas propostas pela modelagem do problema, de não haver um item embalado em mais de um modelo de caixa diferente e também de que todos os 19 itens sejam obrigatoriamente alocados em algum modelo de caixa, sejam atendidas. Assim a melhor alocação de cada item pode ser feita pelo modelo, juntamente com os modelos de caixas correspondentes.

A última restrição, Equação (23), tem como objetivo garantir que se um padrão de caixa for utilizado ( $p_c = 1$ ), então a somatória do número de diferentes itens alocado nesse padrão  $y_{ic}$ , deve ser menor que um número muito grande. Isso garante que o número total de itens  $i$  alocados em cada modelo de caixa diferente  $c$  deve ser menor ou igual que o número  $K$ , somente se esse padrão for escolhido pelo modelo.

Deste modo, resolução do modelo matemático é feita através do suplemento OpenSolver do Excel, onde os dados de ocupação e demanda foram utilizados e transcritos em uma planilha, juntamente com todas as outras variáveis de decisão e restrições de modo traduzir o modelo proposto para as conformidades da ferramenta. As simulações foram feitas para 5 cenários, variando a quantidade de modelos de caixas escolhidos  $Np$ .

Os resultados referentes a essas simulações são apresentados e discutidos no próximo capítulo.

## 4. RESULTADOS

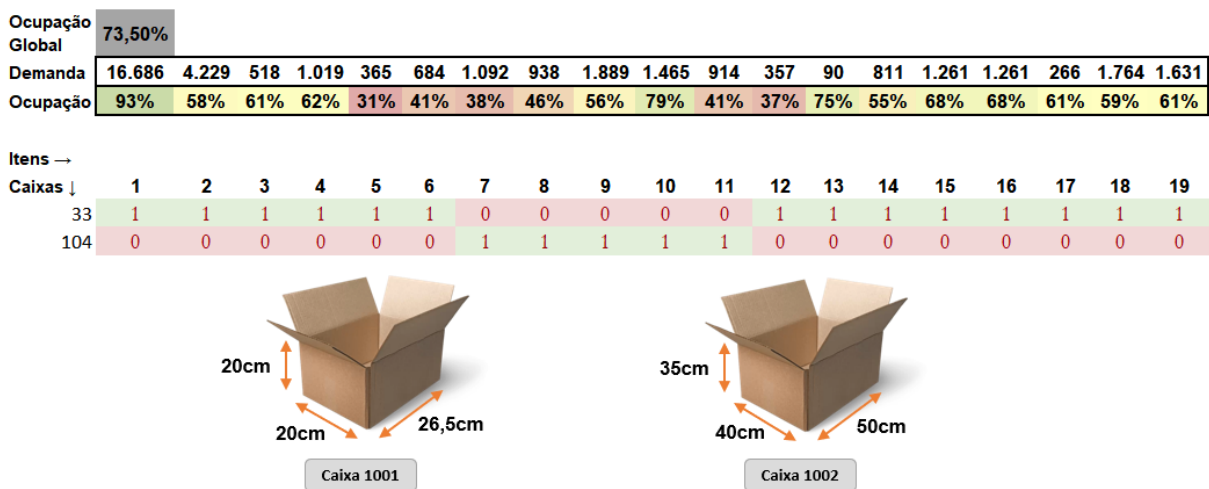
### 4.1 CENÁRIO *BASELINE*

A simulação do cenário atual (*baseline*) praticado pela empresa foi simulado para servir de base para comparações.

Para o cenário *baseline* a ocupação global é de 73,5%, como mostra a Figura 26, juntamente com a ocupação de cada item em cada caixa. Para cada caixa, os itens com marcação igual 1 indicam que ele foi embalado na respectiva caixa e para marcação 0 o contrário.

Por exemplo, na Figura 26, o item 2 é destinado a caixa 1001, pois está identificado como com o número 1.

Figura 26 - Resultado cenário *baseline*



Fonte: Autora (2022).

É possível observar que no *baseline*, a ocupação em cada caixa está entre 31 e 93%. Por exemplo, o produto 5 tem uma ocupação de 31% para a caixa padrão 1001, pois o item é considerado pequeno e devido a uma menor demanda se comparado aos outros, essa ocupação é menor.

Baixa ocupação também ocorre para produtos maiores, a exemplo dos produtos 6, 7 e 12, pelo fato de a caixa 1001 ser a menor do cenário.

## 4.2 DEMAIS CENÁRIOS

As simulações foram realizadas considerando-se cinco cenários, em que os cenários 1 a 4 correspondem a utilização de um, dois, três ou quatro padrões de caixas, respectivamente.

No cenário 5 são considerados todos os 19 padrões de caixas, sendo um para cada SKU diferente. Destaca-se que o número máximo de padrões de caixas desejados pela empresa, inicialmente é de 3 padrões. Porém, um panorama com 4 padrões (cenário 4) e 19 padrões (cenário 5) são considerados para fim de análises.

### 4.2.1 Cenário 1

No primeiro caso, para o cenário 1, a melhor caixa foi a 37 pois é a que tem maior ocupação global de 65,77%, com as medidas e a ocupação para cada item expostas na Figura 27. Pode-se analisar que a menor ocupação de para esta caixa é de 12% para o item 5, bem como para a maioria dos itens pequenos, visto que essa caixa é considerada grande se comparada a outras da simulação.

Figura 27 - Resultado cenário 1 caixa

Ocupação Global	65,77%																		
Demanda	16.686	4.229	518	1.019	365	684	1.092	938	1.889	1.465	914	357	90	811	1.261	1.261	266	1.764	1.631
Ocupação	92%	53%	24%	24%	12%	43%	36%	45%	36%	51%	40%	52%	31%	77%	27%	27%	30%	47%	74%
Itens →																			
Caixas ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



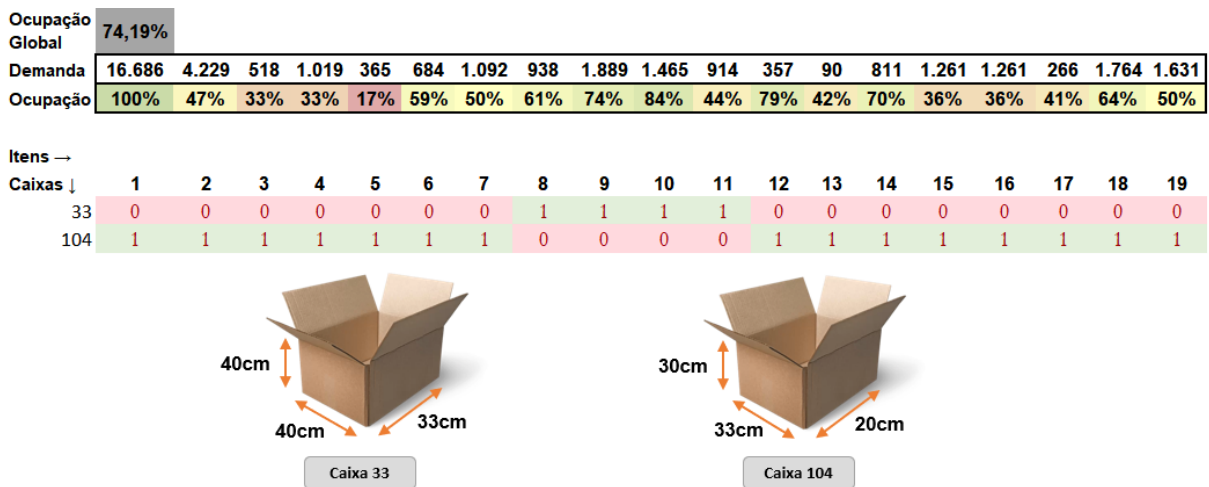
Fonte: Autora (2022).

Para o cenário 1, a caixa 37 comporta bem itens médios como o 1, que tem a maior demanda, e o 19. A ocupação global do recipiente é 66,77% inferior à do cenário *baseline* e, portanto, não é um resultado que será considerado para implementação na operação da empresa.

#### 4.2.2 Cenário 2

Já para o cenário 2, com duas caixas escolhidas, a ocupação global é de 74,19% o que torna um resultado melhor em quase 1% comparado ao atual da organização conforme a Figura 26, de 73,59%. A Figura 28 ilustra as ocupações dos itens e as caixas escolhidas.

Figura 28 - Resultado cenário 2 padrões de caixas



Fonte: Autora (2022).

Um detalhe interessante dessa perspectiva, é de que o item 1 possui ocupação de 100% conforme a Figura 28, o que não ocorre nos cenários anteriores para nenhum produto. A caixa 33 é de tamanho médio em relação a todos os padrões criados e comporta bem os produtos 8, 9, 10 e 11 que tem restrições e só podem ser empacotados sem rotacionamento no eixo vertical. Já na caixa 104 o restante dos produtos tem uma melhor ocupação, em torno de 7% maior do que para o cenário 1 com a caixa 33.

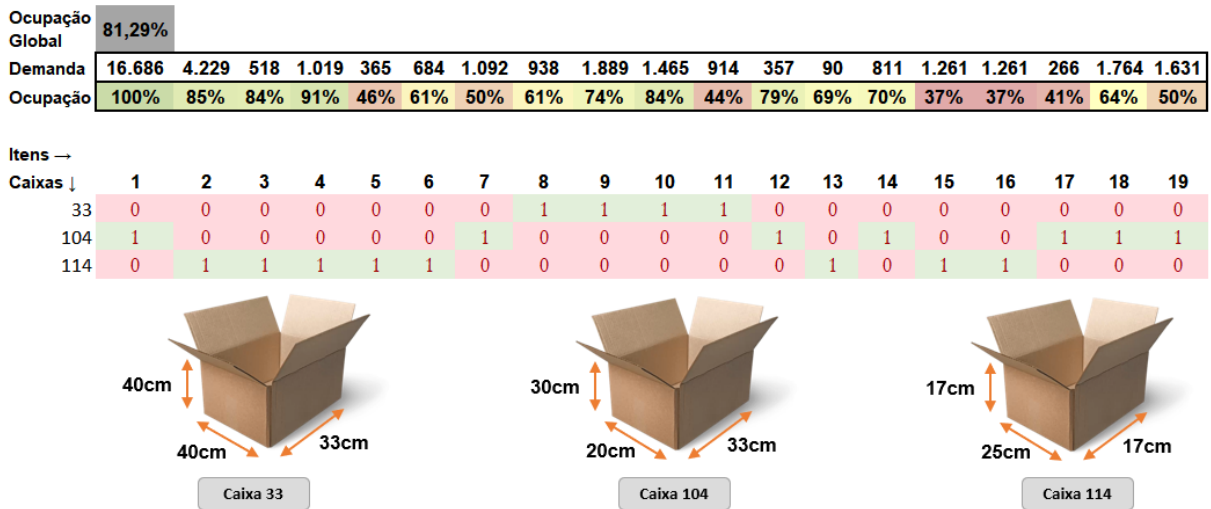
Se a empresa optar por escolher implementar esse cenário em sua operação, já é vantajoso comparado a sua operação atual (*baseline*). Porém o ganho em ocupação ainda pode ser maior para 3 padrões diferentes, para isso o cenário 3 é simulado com o modelo matemático para a comparação.



### 4.2.3 Cenário 3

Neste panorama, com 3 caixas escolhidas para a operação, a ocupação global tem um aumento significativo de 7% comparada ao cenário com 2 caixas. Se equiparado com o *baseline* esse aumento é de aproximadamente 8%. Os valores das ocupações e a alocação de cada produto na devida caixa são ilustrados na Figura 29.

Figura 29 - Resultado cenário 3 caixas



Fonte: Autora (2022).

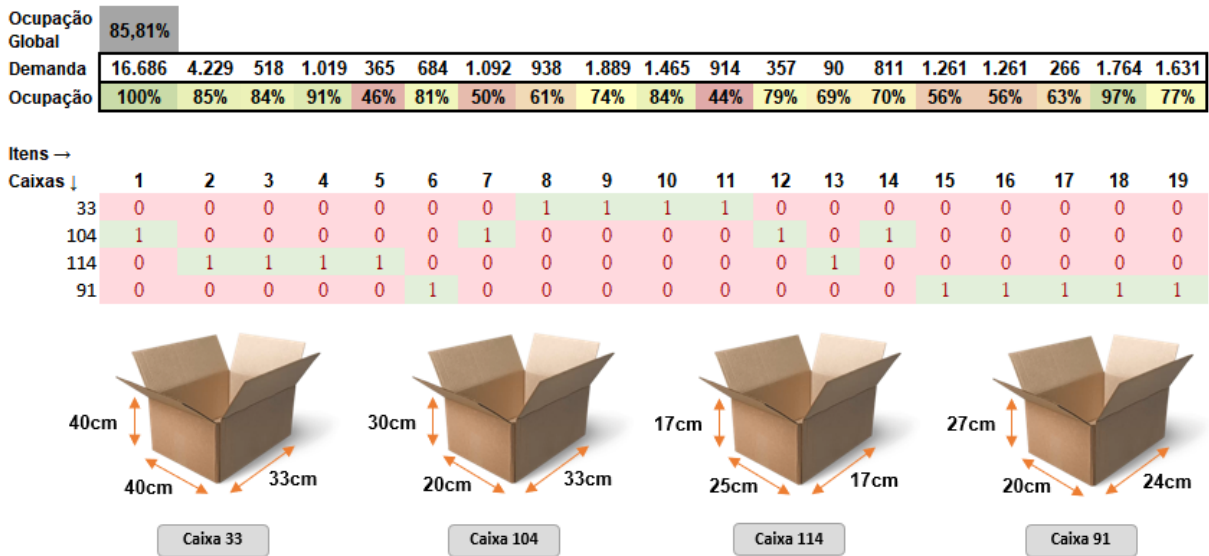
As caixas 33 e 104 permanecem sendo escolhidas, a 33 especificamente, permanece com os mesmos produtos a serem embalados, já para a caixa 104 alguns itens são removidos de sua alocação e alocados para a caixa 114. O terceiro padrão escolhido e adicionado nesse cenário (114) é considerado pequeno, por esse motivo comporta itens menores com uma ocupação melhor que no cenário 3.

Um exemplo que ilustra esse caso, são os produtos 2, 3 e 4 que possuem na caixa 114 uma ocupação de 85%, 84% e 91% respectivamente. Já para um cenário de 2 caixas, conforme a Figura 28, essas ocupações são de 47%, 33% e 33%. Isso demonstra um ganho de em média 49% no preenchimento de espaço para esses três itens.

#### 4.2.4 Cenário 4

Para considerar uma possibilidade de operar com 4 padrões de caixas diferentes, esse cenário também é simulado. Na Figura 30 ilustram-se os resultados obtidos na simulação deste cenário.

Figura 30 - Resultado cenário 3 caixas



Fonte: Autora (2022).

É possível observar na Figura 30, que a ocupação global é de 85,81% e se comparado ao cenário de 3 padrões de caixas, o aumento é de aproximadamente 4%. A embalagem 91 é inserida neste panorama, e o restante das outras caixas também já foi escolha de outros cenários. A nova caixa, é considerada de tamanho médio e possui uma boa ocupação para itens pequenos e sem restrição.

Por exemplo, os produtos 15, 16, 17, 18 e 19 que são embalados na caixa 91, apresentam uma ocupação média de 69,8%, enquanto para o cenário de 3 padrões de caixas esses itens tem ocupação média de 45,8%. Isso gera um aumento de aproximadamente 24% em média no preenchimento do espaço nas caixas para esses produtos.

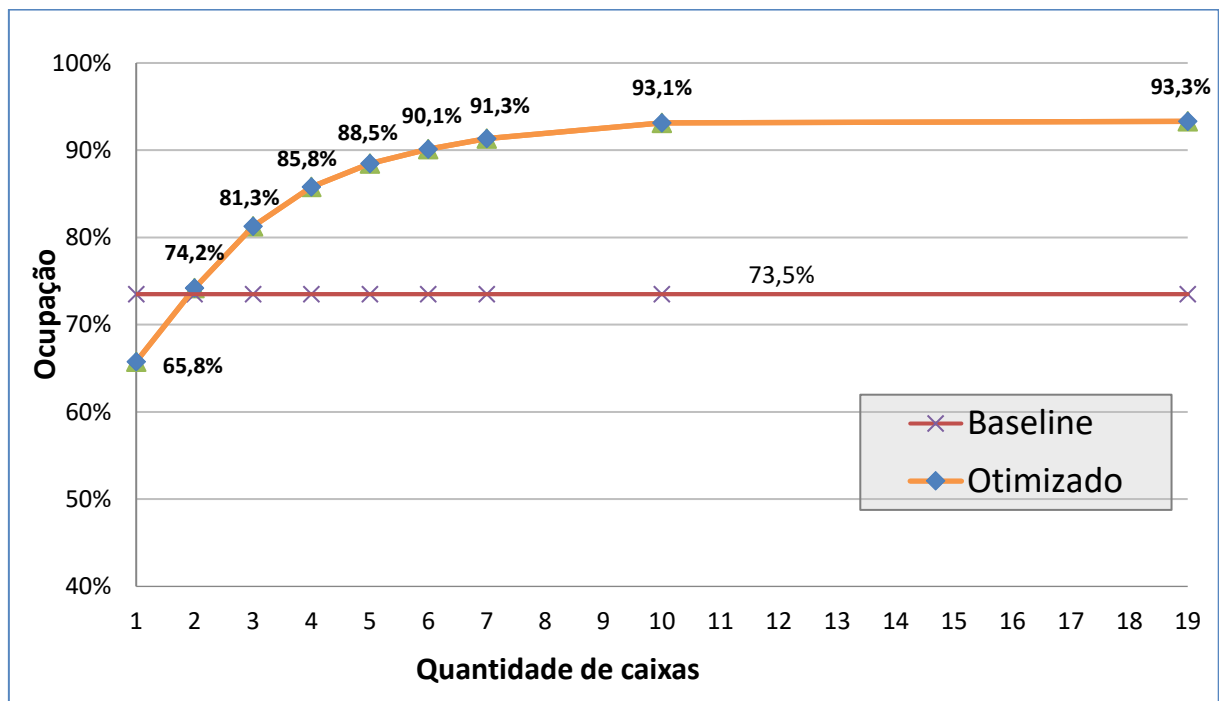
### 4.3 ANÁLISE DE RESULTADOS.

Ao se analisar os dados da Tabela A2, observa-se que muitos itens têm ocupação igual a 0. Isso se dá pelo fato de que devido a algumas restrições de posicionamento, eles não cabem dentro da caixa e não podem ser embalados. Um exemplo é a caixa 103, em que os itens 8, 9, 10 e 11 não podem ser embalados pois suas medidas, conforme Tabela 1, excedem as dimensões da caixa.

Já outros containers têm uma alta ocupação para itens grandes, mas uma ocupação muito baixa para itens pequenos, como a caixa 73 que tem uma ocupação de 10% para o item 5 que é pequeno, mas tem 89% do espaço ocupado com o item 11, considerado grande comparado aos outros.

Uma comparação para a simulação de todos os cenários é feita através do Gráfico 2, onde as ocupações médias são indicadas. Os primeiros três valores de ocupação de 65,8%, 74,2% e 81,3% são relacionados a ocupação global do cenário 1, 2 e 3 respectivamente bem como o valor de 73,5% do cenário *baseline*.

Gráfico 2 – Ocupação média por padrão de caixa

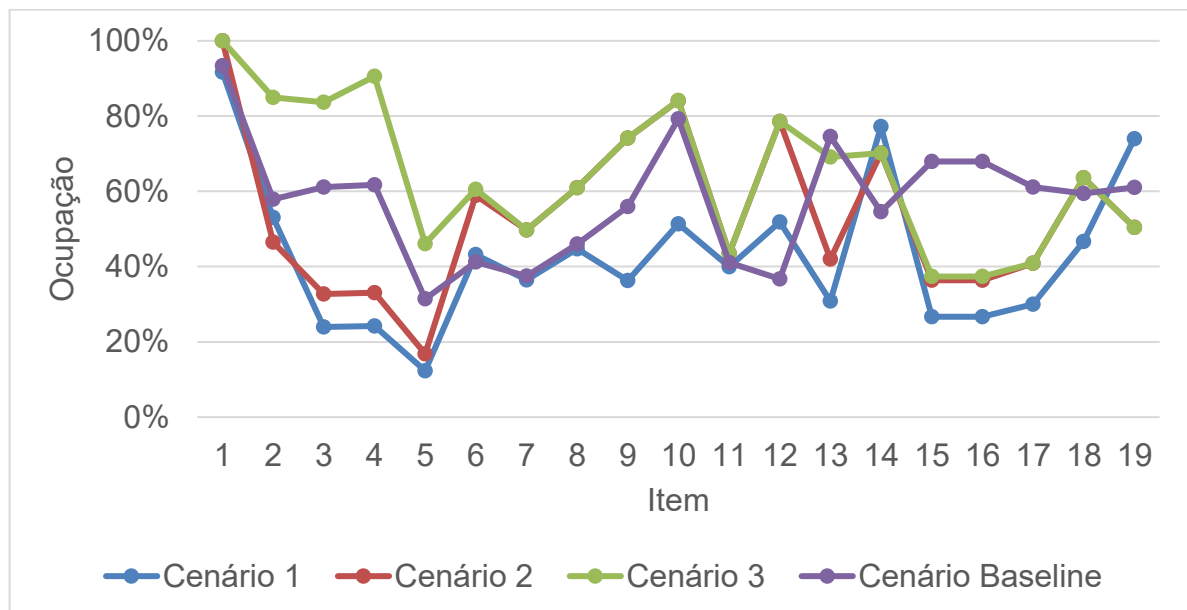


Fonte: Autora (2022).

Assim, a partir de uma operação com 10 padrões de caixas diferentes, a ocupação global estabiliza em torno de 93%, com o valor máximo de 93,3% para 19

caixas. O cenário de menor ocupação é com apenas um padrão de caixas. Já a partir do cenário 1 com 2 diferentes padrões de caixas, a ocupação de 74,2% já supera a do cenário *baseline* de 73,5%, bem como os cenários adiante. Para a maioria dos itens, analisados individualmente, há um aumento de ocupação e para alguns particularmente o ganho é muito significativo, essa comparação é ilustrada no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Ocupação média de item para cada cenário



Fonte: Autora (2022).

Percebe-se que o cenário 3 tem a melhor ocupação para a maioria dos itens, exceto os itens 13, 14 e 19 que tiveram as melhores ocupações para o cenário *baseline* e cenário 1.

Outra análise importante para a tomada de decisão é relacionada à quantidade de padrões de são necessários para a armazenagem mensal dos produtos. Considerando a demanda média de cada um e a quantidade de itens que cada caixa comporta, na Figura 31 estão indicadas essas demandas de caixas.

Figura 31 - Quantidade média de caixas necessárias

Cenário	Quantidade Média Caixas/mês			
1	Caixa 33 326			
2	Caixa 33 326	Caixa 104 5.137		
3	Caixa 33 326	Caixa 104 2.247	Caixa 114 2.890	
4	Caixa 33 326	Caixa 104 1.608	Caixa 114 2.195	Caixa 91 1.334

Fonte: Autora (2022).

A maior demanda é para a caixa 104 no cenário de escolha de 2 padrões de caixas (5.137), visto que ela embala itens de maior volume de vendas. O padrão com menor quantidade necessária é a caixa tipo 33, para todos cenários com 326 unidades, pois nela são alocados itens de baixa demanda. Conseqüentemente os padrões 114 e 91 tem uma demanda média comparada as outras por também terem itens com quantidade média de vendas para os cenários.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho considerou-se o problema de escolher o melhor padrão de medida de caixa para implementar em uma empresa do ramo alimentício de modo a maximizar a ocupação dos itens dentro das caixas. Após revisão bibliográfica foi proposta uma metodologia baseada em heurísticas e programação linear inteira para solução do problema.

Conforme os resultados finais gerados nos cenários simulados percebe-se que para uma escolha da empresa de operar com 2 modelos de caixas diferentes das atuais utilizadas, já haverá um aumento na ocupação global em aproximadamente 1%. Como a operação ideal segundo os diretores é de 3 caixas, esse cenário simulado aumenta a ocupação atual em aproximadamente 7%.

Esse resultado é satisfatório, visto que a atual ocupação nas caixas é vista como baixa pela empresa (73,5%) e esse aumento é significativo. Para a maioria dos itens, analisados individualmente, há um aumento de ocupação, o que demonstra que essas novas medidas de caixas podem ser de maior utilidade nas operações e no armazenamento dos produtos.

A ferramenta escolhida para gerar as otimizações é de fácil acesso e intuitiva, uma dificuldade com relação a ela é apenas para a simulação de muitos itens diferentes e o seu tempo de rodagem. O modelo matemático que é resolvido pelo OpenSolver do Excel para encontrar as melhores caixas, com maiores ocupações, é de rápida resolução e permite simular muitos cenários. Esse modelo, particularmente, é de grande contribuição acadêmica, visto que essa ideia é pouco discutida para a escolha de caixas de armazenagem, por exemplo.

Deste modo, esse estudo é importante para contribuição no meio acadêmico em relação ao problema de empacotamento, especificamente pelo fato de adicionar o problema de dimensionamento de caixas em sua resolução. Poucos trabalhos relacionados a esse tema são encontrados na literatura. Assim, este trabalho expõe uma nova metodologia e modelagem para escolha de medidas de caixas que otimizam a ocupação no carregamento dos produtos.

Com essa otimização, a empresa pode ter uma melhora em sua operação logística, visto que conseqüentemente precisará de um número menor de caixas em sua operação. O fato de poder ocupar de forma melhor o espaço de armazenamento

nessas caixas também pode contribuir com custos de estoques e embalagens, por exemplo, o que somente beneficia a empresa. Portanto, os objetivos propostos foram alcançados e os resultados finais são satisfatórios.

Um ponto importante é de que a escolha das medidas de caixas que são testadas e incluídas no modelo matemático de otimização é feita seguindo um critério adotado. Porém, o critério de escolha de medidas poderia ser diferente, seguindo outro tipo de regras, o que segue como sugestão de melhoria para trabalhos futuros. Outra sugestão, é a análise de outra ferramenta para encontrar os valores de ocupação, diferente da utilizada (CLP).

Outra possibilidade é escolher uma outra heurística para essa resolução de empacotamento, de forma a comparar os resultados e possivelmente obter melhores números de ocupação.

## REFERÊNCIAS

- AARONSON, S. Os Limites do Computador Quântico. Revista SCIENTIFIC AMERICAN BRASIL, Ed. 71, p. 56-63. 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14724**. Informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.
- ARAÚJO, Olinto Cesar Bassi de et al. Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos. 2006.
- BORTOLUZZI, R.; SANTOS, J.; SCHMID, C. Simulação e análise do processo de produção de uma indústria de confecção. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 6, n. 1, p. 18-19, jan./abr. 2014.
- CECCILIO, Fabiana Oliveira; MORABITO, Reinaldo. Refinamentos na heurística de George e Robinson para o problema do carregamento de caixas dentro de contêineres. **Transportes**, v. 12, n. 1, 2004.
- CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, v. 80, n. 1, p. 68-76, 1995.
- COSTA, M. D. G. Desenvolvimento de um sistema de apoio à decisão para problemas de empacotamento a três dimensões e com restrições adicionais. 2015.
- CRAINIC, Teodor Gabriel; PERBOLI, Guido; TADEI, Roberto. TS2PACK: A two-level tabu search for the three-dimensional bin packing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 3, p. 744-760, 2009.
- DOS SANTOS, A. G. Método de Geração de Colunas e Meta-heurísticas para Alocação de Tripulação. 2008.
- FAROE, Oluf; PISINGER, David; ZACHARIASEN, Martin. Guided local search for the three-dimensional bin-packing problem. **Inform's journal on computing**, v. 15, n. 3, p. 267-283, 2003.
- FEOFILOFF, Paulo. Complexidade e problemas NP-completos. **Instituto de matemática e estatística da Universidade de São Paulo**, 2021. Disponível em: <[https://www.ime.usp.br/~pf/analise\\_de\\_algoritmos/aulas/NPcompleto.html](https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/NPcompleto.html)>. Acesso em: 10 de janeiro de 2022.
- GEORGE, John A.; ROBINSON, David F. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers & Operations Research**, v. 7, n. 3, p. 147-156, 1980.
- GIL, Antonio Carlos et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- GOLDBARG, C. M.; LUNA; H.P.L. Otimização Combinatória e Programação Linear. **Rio de Janeiro: Editora Campus**, 2005.



HIFI, Mhand; NEGRE, Stéphane; WU, Lei. Hybrid greedy heuristics based on linear programming for the three-dimensional single bin-size bin packing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 21, n. 1, p. 59-79, 2014.

HU, Haoyuan et al. Solving a new 3d bin packing problem with deep reinforcement learning method. **arXiv preprint arXiv:1708.05930**, 2017.

JUNQUEIRA, L. Modelos e algoritmos para problemas integrados de roteamento e carregamento de veículos. 2013.

LEÃO, A. A. D. S.; DOS SANTOS, M. O.; ARENALES, Marcos Nereu. Método geração de colunas e heurísticas para o Problema da Mochila Compartimentada, 2009.

MARQUES, F. D. P.; ARENALES, M. N. O problema da mochila compartimentada e aplicações. *Pesquisa Operacional*, v. 22, n. 3, p. 285-304, 2002.

NP-DIFÍCIL. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2020. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=NP-dif%C3%ADcil&oldid=59741876>>. Acesso em: 6 nov. 2020.

XU, Jing et al. An optimization framework for the box sizing problem. In: **2008 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics**. IEEE, 2008. p. 2872-2877.

LEE, Shih Jia et al. A study on crate sizing problems. **International Journal of Production Research**, v. 53, n. 11, p. 3341-3353, 2015.

MORALES, Silvia Regina; MORABITO, Reinaldo; WIDMER, João Alexandre. Otimização do carregamento de produtos paletizados em caminhões. **Gestão & Produção**, v. 4, p. 234-252, 1997.

RANCK, J. R. R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Contribuições para um problema de carregamento de contêiner com múltiplos compartimentos. (2014).

SÁNCHEZ, David Mauricio; ROJAS, Ana; CALDERÓN, Gonzalo. Un algoritmo grasp con dos parámetros de relajación para el problema 3d-bin packing con restricciones de estabilidad. **Revista de investigación de Sistemas e Informática**, v. 5, n. 1, p. 75-85, 2008.

Szwarcfiter, J. (1984). Optimal multiway search trees for variable size keys. *Acta informatica*, 21(1), 47-60.

SILVA, Elsa. Modelos e métodos de otimização para problemas de corte e empacotamento a duas dimensões. 2012.

SILVER, Edward A. et al. A tutorial on heuristic methods. **European Journal of Operational Research**, v. 5, n. 3, p. 153-162, 1980.

SÖRENSEN, K.; GLOVER, F. Metaheuristics. In S.I. Gass and M. Fu, editors, **Encyclopedia of Operations Research and Management Science**, p. 960–970. Springer, New York, 2013.

VENDRAMINI, Eliane. Otimização do Problema de Carregamento de Container usando uma metaheurística eficiente. 2007.

WÄSCHER, G.; HAUSSNER, H.; SCHUMANN, H. 2007. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 183, n. 3, p. 1109-1130.

WU, Yong et al. Three-dimensional bin packing problem with variable bin height. **European Journal of Operational Research**, v. 202, n. 2, p. 347-355, 2010.

XAVIER, E. C.; MIYAZAWA, F. K. Algoritmos para Problemas de Empacotamento. 2006. Tese de Doutorado. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas. <http://www.ic.unicamp.br/para/tese.pdf>.

ZHANG, Zhaoyi et al. Space defragmentation heuristic for 2D and 3D bin packing problems. In: **Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence**. 2011.

## APÊNDICE 1

Tabela A1 – Dimensões de caixas

<b>Padrão ID</b>	<b>Largura (cm)</b>	<b>Comprimento (cm)</b>	<b>Altura (cm)</b>
1	50,0	60,0	27,0
2	50,0	60,0	30,0
3	50,0	60,0	40,0
4	50,0	60,0	45,5
5	50,0	60,0	46,5
6	50,0	60,0	51,0
7	33,0	60,0	27,0
8	33,0	60,0	30,0
9	33,0	60,0	40,0
10	33,0	60,0	45,5
11	33,0	60,0	46,5
12	33,0	60,0	51,0
13	25,0	60,0	27,0
14	25,0	60,0	30,0
15	25,0	60,0	40,0
16	25,0	60,0	45,5
17	25,0	60,0	46,5
18	25,0	60,0	51,0
19	20,0	60,0	27,0
20	20,0	60,0	30,0
21	20,0	60,0	40,0
22	20,0	60,0	45,5
23	20,0	60,0	46,5
24	20,0	60,0	51,0
25	50,0	40,0	27,0
26	50,0	40,0	30,0
27	50,0	40,0	40,0
28	50,0	40,0	45,5
29	50,0	40,0	46,5
30	50,0	40,0	51,0
31	33,0	40,0	27,0
32	33,0	40,0	30,0
33	33,0	40,0	40,0
34	33,0	40,0	45,5
35	33,0	40,0	46,5
36	33,0	40,0	51,0
37	25,0	40,0	27,0
38	25,0	40,0	30,0
39	25,0	40,0	40,0
40	25,0	40,0	45,5
41	25,0	40,0	46,5
42	25,0	40,0	51,0

<b>43</b>	20,0	40,0	27,0
<b>44</b>	20,0	40,0	30,0
<b>45</b>	20,0	40,0	40,0
<b>46</b>	20,0	40,0	45,5
<b>47</b>	20,0	40,0	46,5
<b>48</b>	20,0	40,0	51,0
<b>49</b>	50,0	30,0	27,0
<b>50</b>	50,0	30,0	30,0
<b>51</b>	50,0	30,0	40,0
<b>52</b>	50,0	30,0	45,5
<b>53</b>	50,0	30,0	46,5
<b>54</b>	50,0	30,0	51,0
<b>55</b>	33,0	30,0	27,0
<b>56</b>	33,0	30,0	30,0
<b>57</b>	33,0	30,0	40,0
<b>58</b>	33,0	30,0	45,5
<b>59</b>	33,0	30,0	46,5
<b>60</b>	33,0	30,0	51,0
<b>61</b>	25,0	30,0	27,0
<b>62</b>	25,0	30,0	30,0
<b>63</b>	25,0	30,0	40,0
<b>64</b>	25,0	30,0	45,5
<b>65</b>	25,0	30,0	46,5
<b>66</b>	25,0	30,0	51,0
<b>67</b>	20,0	30,0	27,0
<b>68</b>	20,0	30,0	30,0
<b>69</b>	20,0	30,0	40,0
<b>70</b>	20,0	30,0	45,5
<b>71</b>	20,0	30,0	46,5
<b>72</b>	20,0	30,0	51,0
<b>73</b>	50,0	24,0	27,0
<b>74</b>	50,0	24,0	30,0
<b>75</b>	50,0	24,0	40,0
<b>76</b>	50,0	24,0	45,5
<b>77</b>	50,0	24,0	46,5
<b>78</b>	50,0	24,0	51,0
<b>79</b>	33,0	24,0	27,0
<b>80</b>	33,0	24,0	30,0
<b>81</b>	33,0	24,0	40,0
<b>82</b>	33,0	24,0	45,5
<b>83</b>	33,0	24,0	46,5
<b>84</b>	33,0	24,0	51,0
<b>85</b>	25,0	24,0	27,0
<b>86</b>	25,0	24,0	30,0
<b>87</b>	25,0	24,0	40,0
<b>88</b>	25,0	24,0	45,5
<b>89</b>	25,0	24,0	46,5
<b>90</b>	25,0	24,0	51,0

<b>91</b>	20,0	24,0	27,0
<b>92</b>	20,0	24,0	30,0
<b>93</b>	20,0	24,0	40,0
<b>94</b>	20,0	24,0	45,5
<b>95</b>	20,0	24,0	46,5
<b>96</b>	20,0	24,0	51,0
<b>97</b>	50,0	20,0	27,0
<b>98</b>	50,0	20,0	30,0
<b>99</b>	50,0	20,0	40,0
<b>100</b>	50,0	20,0	45,5
<b>101</b>	50,0	20,0	46,5
<b>102</b>	50,0	20,0	51,0
<b>103</b>	33,0	20,0	27,0
<b>104</b>	33,0	20,0	30,0
<b>105</b>	33,0	20,0	40,0
<b>106</b>	33,0	20,0	45,5
<b>107</b>	33,0	20,0	46,5
<b>108</b>	33,0	20,0	51,0
<b>109</b>	20,0	17,0	20,0
<b>110</b>	25,0	20,0	15,0
<b>111</b>	10,0	15,0	20,0
<b>112</b>	20,0	18,0	10,0
<b>113</b>	20,0	18,0	20,0
<b>114</b>	25,0	17,0	17,0
<b>115</b>	25,0	15,0	20,0
<b>1001</b>	26,5	20,0	20,0
<b>1002</b>	50,0	40,0	35,0

---

Fonte: Autora (2022).

Tabela A2 – Dados de resultados das ocupações dos itens nas caixas

Caixa	Item																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	0,31	0,19	0,08	0,08	0,04	0,14	0,32	0,40	0,48	0,69	0,35	0,19	0,10	0,29	0,09	0,09	0,10	0,16	0,25
2	0,28	0,17	0,07	0,07	0,04	0,13	0,29	0,36	0,44	0,62	0,32	0,17	0,09	0,26	0,08	0,08	0,09	0,14	0,22
3	0,21	0,13	0,05	0,05	0,03	0,10	0,22	0,27	0,33	0,46	0,24	0,13	0,07	0,19	0,06	0,06	0,07	0,11	0,17
4	0,18	0,11	0,05	0,05	0,02	0,09	0,19	0,24	0,29	0,41	0,21	0,11	0,06	0,17	0,05	0,05	0,06	0,09	0,15
5	0,18	0,11	0,05	0,05	0,02	0,08	0,19	0,23	0,28	0,40	0,21	0,11	0,06	0,17	0,05	0,05	0,06	0,09	0,14
6	0,16	0,10	0,04	0,04	0,02	0,08	0,17	0,21	0,26	0,36	0,19	0,10	0,05	0,15	0,05	0,05	0,05	0,08	0,13
7	0,46	0,29	0,12	0,12	0,06	0,22	0,49	0,54	0,27	0,39	0,54	0,29	0,16	0,43	0,13	0,13	0,15	0,24	0,37
8	0,42	0,26	0,11	0,11	0,06	0,20	0,44	0,54	0,53	0,35	0,48	0,26	0,14	0,39	0,12	0,12	0,14	0,21	0,34
9	0,31	0,19	0,08	0,08	0,04	0,15	0,33	0,41	0,49	0,56	0,36	0,20	0,11	0,29	0,09	0,09	0,10	0,16	0,25
10	0,27	0,17	0,07	0,07	0,04	0,13	0,29	0,36	0,43	0,55	0,32	0,17	0,09	0,26	0,08	0,08	0,09	0,14	0,22
11	0,27	0,17	0,07	0,07	0,04	0,13	0,29	0,35	0,43	0,54	0,31	0,17	0,09	0,25	0,08	0,08	0,09	0,14	0,22
12	0,25	0,15	0,06	0,06	0,03	0,12	0,26	0,32	0,39	0,55	0,28	0,15	0,08	0,23	0,07	0,07	0,08	0,12	0,20
13	0,61	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,58	0,30	0,24	0,34	0,71	0,38	0,21	0,57	0,18	0,18	0,20	0,31	0,49
14	0,55	0,34	0,14	0,15	0,07	0,26	0,58	0,27	0,33	0,31	0,64	0,35	0,18	0,51	0,16	0,16	0,18	0,28	0,44
15	0,41	0,26	0,11	0,11	0,06	0,19	0,44	0,20	0,24	0,35	0,48	0,26	0,14	0,39	0,12	0,12	0,14	0,21	0,33
16	0,36	0,22	0,09	0,10	0,05	0,17	0,38	0,35	0,22	0,30	0,42	0,23	0,12	0,34	0,11	0,11	0,12	0,18	0,29
17	0,35	0,22	0,09	0,09	0,05	0,17	0,38	0,35	0,21	0,30	0,41	0,22	0,12	0,33	0,10	0,10	0,12	0,18	0,29
18	0,32	0,20	0,08	0,09	0,04	0,15	0,34	0,36	0,19	0,27	0,38	0,20	0,11	0,30	0,09	0,09	0,11	0,16	0,26
19	0,76	0,47	0,20	0,20	0,10	0,36	0,73	0,37	0,30	0,43	0,00	0,48	0,26	0,71	0,22	0,22	0,25	0,39	0,62
20	0,69	0,43	0,18	0,18	0,09	0,32	0,73	0,34	0,41	0,39	0,00	0,43	0,23	0,64	0,20	0,20	0,23	0,35	0,55
21	0,52	0,32	0,14	0,14	0,07	0,24	0,55	0,25	0,31	0,43	0,00	0,32	0,17	0,48	0,15	0,15	0,17	0,26	0,42
22	0,45	0,28	0,12	0,12	0,06	0,21	0,48	0,44	0,27	0,38	0,00	0,28	0,15	0,42	0,13	0,13	0,15	0,23	0,37
23	0,44	0,28	0,12	0,12	0,06	0,21	0,47	0,43	0,26	0,37	0,00	0,28	0,15	0,41	0,13	0,13	0,15	0,23	0,36
24	0,40	0,25	0,11	0,11	0,05	0,19	0,43	0,45	0,24	0,34	0,00	0,25	0,14	0,38	0,12	0,12	0,13	0,21	0,33
25	0,46	0,28	0,12	0,12	0,06	0,22	0,49	0,60	0,73	0,77	0,53	0,29	0,15	0,43	0,13	0,13	0,15	0,23	0,37
26	0,41	0,26	0,11	0,11	0,06	0,19	0,44	0,54	0,65	0,83	0,48	0,26	0,14	0,39	0,12	0,12	0,14	0,21	0,33
27	0,31	0,19	0,08	0,08	0,04	0,15	0,33	0,40	0,49	0,69	0,36	0,19	0,10	0,29	0,09	0,09	0,10	0,16	0,25
28	0,27	0,17	0,07	0,07	0,04	0,13	0,29	0,35	0,43	0,61	0,32	0,17	0,09	0,25	0,08	0,08	0,09	0,14	0,22
29	0,27	0,17	0,07	0,07	0,04	0,13	0,28	0,35	0,42	0,60	0,31	0,17	0,09	0,25	0,08	0,08	0,09	0,14	0,21
30	0,24	0,15	0,06	0,06	0,03	0,11	0,26	0,32	0,38	0,54	0,28	0,15	0,08	0,23	0,07	0,07	0,08	0,12	0,20
31	0,69	0,43	0,18	0,18	0,09	0,33	0,66	0,81	0,41	0,58	0,30	0,44	0,23	0,65	0,20	0,20	0,23	0,35	0,56
32	0,63	0,39	0,16	0,17	0,08	0,29	0,66	0,81	0,79	0,53	0,27	0,39	0,21	0,58	0,18	0,18	0,20	0,32	0,50
33	0,47	0,29	0,12	0,12	0,06	0,22	0,50	0,61	0,74	0,84	0,44	0,29	0,16	0,44	0,14	0,14	0,15	0,24	0,38
34	0,41	0,26	0,11	0,11	0,06	0,19	0,44	0,54	0,65	0,83	0,43	0,26	0,14	0,39	0,12	0,12	0,13	0,21	0,33
35	0,40	0,25	0,11	0,11	0,05	0,19	0,43	0,52	0,64	0,81	0,42	0,25	0,14	0,38	0,12	0,12	0,13	0,21	0,33
36	0,37	0,23	0,10	0,10	0,05	0,17	0,39	0,48	0,58	0,82	0,43	0,23	0,12	0,34	0,11	0,11	0,12	0,19	0,30
37	0,92	0,53	0,24	0,24	0,12	0,43	0,36	0,45	0,36	0,51	0,40	0,52	0,31	0,77	0,27	0,27	0,30	0,47	0,74
38	0,83	0,48	0,22	0,22	0,11	0,39	0,33	0,40	0,49	0,46	0,36	0,52	0,28	0,77	0,24	0,24	0,27	0,42	0,67
39	0,62	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,25	0,30	0,37	0,52	0,58	0,39	0,21	0,58	0,18	0,18	0,20	0,32	0,50
40	0,54	0,34	0,14	0,14	0,07	0,26	0,43	0,53	0,32	0,46	0,57	0,34	0,18	0,51	0,16	0,16	0,18	0,28	0,44

41	0,53	0,33	0,14	0,14	0,07	0,25	0,42	0,52	0,32	0,45	0,56	0,33	0,18	0,50	0,15	0,15	0,17	0,27	0,43
42	0,49	0,30	0,13	0,13	0,07	0,23	0,44	0,54	0,29	0,41	0,56	0,30	0,16	0,45	0,14	0,14	0,16	0,25	0,39
43	0,95	0,50	0,30	0,30	0,15	0,54	0,46	0,56	0,45	0,64	0,00	0,65	0,39	0,75	0,33	0,33	0,38	0,58	0,46
44	0,93	0,45	0,27	0,27	0,14	0,49	0,41	0,50	0,61	0,58	0,00	0,65	0,35	0,77	0,30	0,30	0,34	0,53	0,42
45	0,77	0,48	0,20	0,20	0,10	0,36	0,31	0,38	0,46	0,65	0,00	0,49	0,26	0,72	0,23	0,23	0,25	0,39	0,62
46	0,68	0,42	0,18	0,18	0,09	0,32	0,54	0,66	0,40	0,57	0,00	0,43	0,23	0,64	0,20	0,20	0,22	0,35	0,55
47	0,67	0,41	0,17	0,18	0,09	0,31	0,53	0,65	0,39	0,56	0,00	0,42	0,22	0,62	0,19	0,19	0,22	0,34	0,54
48	0,61	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,55	0,67	0,36	0,51	0,00	0,38	0,20	0,57	0,18	0,18	0,20	0,31	0,49
49	0,61	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,65	0,72	0,36	0,51	0,71	0,38	0,21	0,57	0,18	0,18	0,20	0,31	0,49
50	0,55	0,34	0,14	0,15	0,07	0,26	0,58	0,72	0,70	0,46	0,64	0,35	0,18	0,51	0,16	0,16	0,18	0,28	0,44
51	0,41	0,26	0,11	0,11	0,06	0,19	0,44	0,54	0,65	0,74	0,48	0,26	0,14	0,39	0,12	0,12	0,14	0,21	0,33
52	0,36	0,22	0,09	0,10	0,05	0,17	0,38	0,47	0,57	0,73	0,42	0,23	0,12	0,34	0,11	0,11	0,12	0,18	0,29
53	0,35	0,22	0,09	0,09	0,05	0,17	0,38	0,46	0,56	0,72	0,41	0,22	0,12	0,33	0,10	0,10	0,12	0,18	0,29
54	0,32	0,20	0,08	0,09	0,04	0,15	0,34	0,42	0,51	0,73	0,38	0,20	0,11	0,30	0,09	0,09	0,11	0,16	0,26
55	0,93	0,57	0,24	0,24	0,12	0,44	0,88	0,00	0,00	0,00	0,40	0,58	0,31	0,61	0,27	0,27	0,30	0,47	0,75
56	0,83	0,52	0,22	0,22	0,11	0,39	0,88	0,00	0,00	0,00	0,36	0,52	0,28	0,62	0,24	0,24	0,27	0,42	0,67
57	0,63	0,39	0,16	0,17	0,08	0,29	0,66	0,00	0,00	0,00	0,58	0,39	0,21	0,58	0,18	0,18	0,20	0,32	0,50
58	0,55	0,34	0,14	0,15	0,07	0,26	0,58	0,00	0,00	0,00	0,57	0,35	0,18	0,51	0,16	0,16	0,18	0,28	0,44
59	0,54	0,33	0,14	0,14	0,07	0,25	0,57	0,00	0,00	0,00	0,56	0,34	0,18	0,50	0,16	0,16	0,18	0,27	0,43
60	0,49	0,30	0,13	0,13	0,07	0,23	0,52	0,00	0,00	0,00	0,57	0,31	0,16	0,46	0,14	0,14	0,16	0,25	0,40
61	0,90	0,51	0,32	0,32	0,16	0,58	0,49	0,00	0,00	0,00	0,53	0,69	0,41	0,69	0,36	0,36	0,40	0,62	0,49
62	0,81	0,45	0,29	0,29	0,15	0,52	0,44	0,00	0,00	0,00	0,48	0,69	0,37	0,72	0,32	0,32	0,36	0,56	0,44
63	0,83	0,51	0,22	0,22	0,11	0,39	0,33	0,00	0,00	0,00	0,77	0,52	0,28	0,77	0,24	0,24	0,27	0,42	0,67
64	0,73	0,45	0,19	0,19	0,10	0,34	0,58	0,00	0,00	0,00	0,76	0,46	0,24	0,68	0,21	0,21	0,24	0,37	0,59
65	0,71	0,44	0,19	0,19	0,10	0,33	0,56	0,00	0,00	0,00	0,74	0,45	0,24	0,66	0,21	0,21	0,23	0,36	0,57
66	0,65	0,40	0,17	0,17	0,09	0,30	0,58	0,00	0,00	0,00	0,75	0,41	0,22	0,61	0,19	0,19	0,21	0,33	0,52
67	0,92	0,47	0,40	0,40	0,21	0,65	0,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,86	0,51	0,71	0,44	0,44	0,50	0,78	0,62
68	0,83	0,43	0,36	0,36	0,19	0,65	0,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,86	0,46	0,77	0,40	0,40	0,45	0,70	0,55
69	0,93	0,64	0,27	0,27	0,14	0,49	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,65	0,35	0,77	0,30	0,30	0,34	0,53	0,42
70	0,91	0,56	0,24	0,24	0,12	0,43	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,57	0,30	0,85	0,26	0,26	0,30	0,46	0,37
71	0,89	0,55	0,23	0,23	0,12	0,42	0,71	0,00	0,00	0,00	0,00	0,56	0,30	0,83	0,26	0,26	0,29	0,45	0,36
72	0,81	0,50	0,21	0,21	0,11	0,38	0,73	0,00	0,00	0,00	0,00	0,51	0,27	0,76	0,24	0,24	0,26	0,41	0,65
73	0,76	0,47	0,20	0,20	0,10	0,36	0,30	0,37	0,30	0,43	0,89	0,48	0,26	0,71	0,22	0,22	0,25	0,39	0,62
74	0,69	0,43	0,18	0,18	0,09	0,32	0,27	0,34	0,41	0,39	0,80	0,43	0,23	0,64	0,20	0,20	0,23	0,35	0,55
75	0,52	0,32	0,14	0,14	0,07	0,24	0,21	0,25	0,31	0,43	0,60	0,32	0,17	0,48	0,15	0,15	0,17	0,26	0,42
76	0,45	0,28	0,12	0,12	0,06	0,21	0,36	0,44	0,27	0,38	0,53	0,28	0,15	0,42	0,13	0,13	0,15	0,23	0,37
77	0,44	0,28	0,12	0,12	0,06	0,21	0,35	0,43	0,26	0,37	0,52	0,28	0,15	0,41	0,13	0,13	0,15	0,23	0,36
78	0,40	0,25	0,11	0,11	0,05	0,19	0,36	0,45	0,24	0,34	0,47	0,25	0,14	0,38	0,12	0,12	0,13	0,21	0,33
79	0,77	0,57	0,30	0,31	0,16	0,55	0,46	0,00	0,00	0,00	0,50	0,65	0,39	0,65	0,34	0,34	0,38	0,59	0,93
80	0,83	0,52	0,27	0,28	0,14	0,49	0,41	0,00	0,00	0,00	0,45	0,65	0,35	0,68	0,30	0,30	0,34	0,53	0,84
81	0,78	0,48	0,20	0,21	0,11	0,37	0,31	0,00	0,00	0,00	0,73	0,49	0,26	0,73	0,23	0,23	0,26	0,40	0,63
82	0,69	0,43	0,18	0,18	0,09	0,32	0,55	0,00	0,00	0,00	0,72	0,43	0,23	0,64	0,20	0,20	0,22	0,35	0,55
83	0,67	0,42	0,18	0,18	0,09	0,32	0,53	0,00	0,00	0,00	0,70	0,42	0,23	0,63	0,20	0,20	0,22	0,34	0,54
84	0,61	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,55	0,00	0,00	0,00	0,71	0,39	0,21	0,57	0,18	0,18	0,20	0,31	0,49
85	0,81	0,51	0,40	0,40	0,21	0,65	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,36	0,51	0,71	0,44	0,44	0,50	0,78	0,62
86	0,83	0,45	0,36	0,36	0,19	0,65	0,00	0,00	0,00	0,00	0,60	0,32	0,46	0,77	0,40	0,40	0,45	0,70	0,55

87	0,83	0,64	0,27	0,27	0,14	0,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,96	0,24	0,35	0,87	0,30	0,30	0,34	0,53	0,42
88	0,85	0,56	0,24	0,24	0,12	0,43	0,00	0,00	0,00	0,00	0,95	0,43	0,30	0,85	0,26	0,26	0,30	0,46	0,37
89	0,83	0,55	0,23	0,23	0,12	0,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,93	0,42	0,30	0,83	0,26	0,26	0,29	0,45	0,36
90	0,81	0,50	0,21	0,21	0,11	0,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,94	0,43	0,27	0,76	0,24	0,24	0,26	0,41	0,33
91	0,83	0,47	0,50	0,51	0,26	0,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,45	0,64	0,45	0,56	0,56	0,63	0,97	0,77
92	0,86	0,43	0,45	0,45	0,23	0,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,41	0,58	0,80	0,50	0,50	0,56	0,88	0,69
93	0,86	0,64	0,34	0,34	0,17	0,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,30	0,43	0,84	0,38	0,38	0,42	0,66	0,52
94	0,87	0,56	0,30	0,30	0,15	0,53	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,53	0,38	0,85	0,33	0,33	0,37	0,58	0,46
95	0,85	0,69	0,29	0,29	0,15	0,52	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	0,37	0,83	0,32	0,32	0,36	0,56	0,45
96	0,88	0,63	0,26	0,27	0,14	0,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,54	0,34	0,85	0,29	0,29	0,33	0,51	0,41
97	0,92	0,51	0,24	0,24	0,12	0,43	0,36	0,45	0,36	0,51	0,00	0,58	0,31	0,69	0,27	0,27	0,30	0,47	0,74
98	0,83	0,46	0,22	0,22	0,11	0,39	0,33	0,40	0,49	0,46	0,00	0,52	0,28	0,77	0,24	0,24	0,27	0,42	0,67
99	0,62	0,38	0,16	0,16	0,08	0,29	0,25	0,30	0,37	0,52	0,00	0,39	0,21	0,58	0,18	0,18	0,20	0,32	0,50
100	0,54	0,34	0,14	0,14	0,07	0,26	0,43	0,53	0,32	0,46	0,00	0,34	0,18	0,51	0,16	0,16	0,18	0,28	0,44
101	0,53	0,33	0,14	0,14	0,07	0,25	0,42	0,52	0,32	0,45	0,00	0,33	0,18	0,50	0,15	0,15	0,17	0,27	0,43
102	0,49	0,30	0,13	0,13	0,07	0,23	0,44	0,54	0,29	0,41	0,00	0,30	0,16	0,45	0,14	0,14	0,16	0,25	0,39
103	0,93	0,52	0,36	0,37	0,19	0,59	0,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,79	0,47	0,65	0,40	0,40	0,45	0,71	0,56
104	1,00	0,47	0,33	0,33	0,17	0,59	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,79	0,42	0,70	0,36	0,36	0,41	0,64	0,50
105	0,94	0,58	0,25	0,25	0,13	0,44	0,37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,59	0,32	0,70	0,27	0,27	0,31	0,48	0,38
106	0,82	0,51	0,22	0,22	0,11	0,39	0,66	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	0,28	0,77	0,24	0,24	0,27	0,42	0,66
107	0,81	0,50	0,21	0,21	0,11	0,38	0,64	0,00	0,00	0,00	0,00	0,51	0,27	0,75	0,23	0,23	0,26	0,41	0,65
108	0,74	0,46	0,19	0,19	0,10	0,35	0,66	0,00	0,00	0,00	0,00	0,46	0,25	0,69	0,21	0,21	0,24	0,37	0,59
109	0,61	0,38	0,86	0,48	0,49	0,43	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,57	0,73	0,00	0,79	0,79	0,30	0,00	0,00
110	0,55	0,00	0,86	0,00	0,44	0,58	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	0,89	0,51	0,77	0,77	0,27	0,56	0,00
111	0,69	0,34	0,94	0,73	0,89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,69	0,00	0,60	0,60	0,45	0,00	0,00
112	0,76	0,00	0,96	0,00	0,88	0,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,65	0,58	0,00	0,75	0,75	0,56	0,00	0,00
113	0,57	0,36	0,90	0,45	0,46	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,54	0,81	0,00	0,90	0,90	0,90	0,00	0,00
114	0,57	0,85	0,84	0,91	0,46	0,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,54	0,69	0,53	0,37	0,37	0,19	0,44	0,00
115	0,55	0,34	0,86	0,44	0,44	0,39	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,52	0,89	0,51	0,77	0,77	0,27	0,56	0,00
1001	0,93	0,58	0,61	0,62	0,31	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	0,75	0,55	0,68	0,68	0,61	0,59	0,63
1002	0,35	0,22	0,09	0,09	0,05	0,17	0,38	0,46	0,56	0,79	0,41	0,22	0,12	0,33	0,10	0,10	0,12	0,18	0,29

Fonte: Autora (2022).

Tabela A3 – Dados de resultados da quantidade de itens nas caixas

Caixa	Item																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
2	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
3	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
4	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
5	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
6	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
7	10	10	10	50	50	15	15	10	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
8	10	10	10	50	50	15	15	15	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
9	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6



10	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
11	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
12	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
13	10	10	10	50	50	15	10	7	7	5	15	15	10	5	15	15	5	10	6
14	10	10	10	50	50	15	15	10	7	5	15	15	10	5	15	15	5	10	6
15	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
16	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
17	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
18	10	10	10	50	50	15	15	10	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
19	10	10	10	50	50	15	10	7	7	5	0	15	10	5	15	15	5	10	6
20	10	10	10	50	50	15	15	10	7	5	0	15	10	5	15	15	5	10	6
21	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
22	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
23	10	10	10	50	50	15	15	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
24	10	10	10	50	50	15	15	10	10	10	0	15	10	5	15	15	5	10	6
25	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
26	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
27	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
28	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
29	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
30	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
31	10	10	10	50	50	15	10	10	10	10	10	15	10	5	15	15	5	10	6
32	10	10	10	50	50	15	15	15	10	10	10	15	10	5	15	15	5	10	6
33	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	10	15	10	5	15	15	5	10	6
34	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	10	15	10	5	15	15	5	10	6
35	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	10	15	10	5	15	15	5	10	6
36	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
37	10	15	10	50	50	15	7	7	7	5	10	10	10	5	15	15	5	10	6
38	10	15	10	50	50	15	10	10	7	5	10	15	10	5	15	15	5	10	6
39	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	10	15	10	5	15	15	5	10	6
40	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	10	15	10	5	15	15	5	10	6
41	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	10	15	10	5	15	15	5	10	6
42	10	10	10	50	50	15	10	10	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
43	15	15	10	50	50	15	7	7	7	5	0	10	10	5	15	15	5	10	3
44	15	15	10	50	50	15	10	10	7	5	0	15	10	5	15	15	5	10	3
45	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
46	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
47	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
48	10	10	10	50	50	15	10	10	10	10	0	15	10	5	15	15	5	10	6
49	10	10	10	50	50	15	15	10	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
50	10	10	10	50	50	15	15	15	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
51	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
52	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
53	10	10	10	50	50	15	15	15	15	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
54	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6
55	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6

56	10	10	10	50	50	15	15	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
57	10	10	10	50	50	15	15	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
58	10	10	10	50	50	15	15	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
59	10	10	10	50	50	15	15	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
60	10	10	10	50	50	15	15	0	0	0	15	15	10	5	15	15	5	10	6
61	15	15	10	50	50	15	7	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	3
62	15	15	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	3
63	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
64	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
65	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
66	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	15	15	10	5	15	15	5	10	6
67	15	15	10	50	50	10	7	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
68	15	15	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
69	15	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
70	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
71	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
72	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	6
73	10	10	10	50	50	15	7	7	7	5	15	15	10	5	15	15	5	10	6
74	10	10	10	50	50	15	10	10	7	5	15	15	10	5	15	15	5	10	6
75	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
76	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
77	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	15	15	10	5	15	15	5	10	6
78	10	10	10	50	50	15	10	10	10	10	15	15	10	5	15	15	5	10	6
79	15	15	10	50	50	15	7	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	6
80	15	15	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
81	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
82	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
83	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	10	15	10	5	15	15	5	10	6
84	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	15	15	10	5	15	15	5	10	6
85	15	15	10	50	50	10	0	0	0	0	10	7	10	5	15	15	5	10	3
86	15	15	10	50	50	15	0	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	3
87	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	3
88	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	3
89	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	10	10	10	5	15	15	5	10	3
90	10	10	10	50	50	15	0	0	0	0	15	10	10	5	15	15	5	10	3
91	10	10	10	50	50	10	0	0	0	0	0	7	10	3	15	15	5	10	3
92	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
93	15	15	10	50	50	15	0	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
94	15	15	10	50	50	15	0	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
95	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
96	15	10	10	50	50	15	0	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
97	10	15	10	50	50	15	7	7	7	5	0	15	10	5	15	15	5	10	6
98	10	15	10	50	50	15	10	10	7	5	0	15	10	5	15	15	5	10	6
99	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
100	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6
101	10	10	10	50	50	15	10	10	10	7	0	15	10	5	15	15	5	10	6

<b>102</b>	10	10	10	50	50	15	10	10	10	10	0	15	10	5	15	15	5	10	6
<b>103</b>	15	15	10	50	50	10	7	0	0	0	0	10	10	5	15	15	5	10	3
<b>104</b>	15	15	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
<b>105</b>	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	3
<b>106</b>	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	6
<b>107</b>	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	6
<b>108</b>	10	10	10	50	50	15	10	0	0	0	0	15	10	5	15	15	5	10	6
<b>109</b>	8	8	15	25	50	5	0	0	0	0	0	5	10	0	10	10	3	0	0
<b>110</b>	6	0	10	0	50	10	0	0	0	0	0	5	10	2	10	10	3	3	0
<b>111</b>	3	2	10	17	50	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	5	2	0	0
<b>112</b>	4	0	15	0	50	3	0	0	0	0	0	3	7	0	7	7	3	0	0
<b>113</b>	8	8	10	25	50	5	0	0	0	0	0	5	10	0	10	10	5	0	0
<b>114</b>	6	10	15	50	50	10	0	0	0	0	0	5	10	2	10	10	2	3	0
<b>115</b>	6	8	10	25	50	5	0	0	0	0	0	5	10	2	10	10	3	3	0
<b>1001</b>	10	10	10	50	50	10	0	0	0	0	0	5	10	3	15	15	5	5	2
<b>1002</b>	10	10	10	50	50	15	15	15	15	15	15	15	10	5	15	15	5	10	6

Fonte: Autora (2022).