

Decantando “Multiplicações para Ensinar”, a partir da Análise de Manuais Pedagógicos

Decanting “Multiplications for Teaching”, according to Analyses in Teacher’s Books

<https://doi.org/10.37001/ripem.v10i3.2689>

Viviane Barros Maciel

<https://orcid.org/0000-0002-9883-3945>

Universidade Federal de Jataí - UFJ

vivianemaciel@ufj.edu.br

Resumo

Este texto, que apresenta resultados de uma pesquisa de doutorado, tem como objetivo caracterizar uma *multiplicação para ensinar*, a partir da análise de manuais pedagógicos de Aritmética do início do século XX. Para tanto, tem por aporte teórico-metodológico autores que colocam os saberes como tema central na constituição da formação profissional docente e que os consideram como construção social, histórica e cultural. Assim, os saberes passam por transformação, que ocorre de modo processual, segundo referenciais desta pesquisa. Ou seja, da observação e da descrição das informações presentes nos manuais pedagógicos, foram elencados os principais elementos que os autores destacavam como orientações para ensinar multiplicação. Com base nessas orientações, perguntas foram elaboradas, buscando organizar e analisar conhecimentos para formar o professor. A seguir foram interpretados e sistematizados os conhecimentos em saberes (objetivados) que o professor precisava dispor para ensinar a multiplicação. Os resultados apontaram que *multiplicações para ensinar* buscavam articular-se às transformações que a Aritmética vinha sofrendo no ensino, a *aritmética a ensinar*. À guisa de conclusão, elementos, como: apresentação, graduação, explicação, articulação, generalização e avaliação da multiplicação foram fundamentais na caracterização, ou seja na “decantação” dessas *multiplicações para ensinar*.

Palavras-chave: Matemática para ensinar. História da educação matemática. Saberes profissionais. Saberes objetivados. Ensino primário.

Abstract

This text, which shows the results of a doctoral research, aims to characterize a *multiplication for teaching*, based on the analysis of pedagogical manuals concerning Arithmetic from the beginning of the 20th century. Regarding this, the theoretical and methodological contribution is based on authors who can place knowledge as a central theme in the formation of professional teacher education and who consider them as a social, historical and cultural construction. Hence, knowledge undergoes transformation, which means that occurs in a procedural way, according to the references of this research. From the observation and description of the information presented in the pedagogical manuals, the main elements that the authors highlighted as

guidelines for using multiplication for teaching were listed. Based on these guidelines, questions were created, seeking to organize and analyze the knowledge to train the teacher. Later on, it was interpreted the sight in (objectified) knowledge that the teacher needed to provide in order to use multiplication for teaching systematized. The results presented that *multiplications for teaching* articulate the transformations that Arithmetic had been undergoing in teaching, the *arithmetic to teach*. In conclusion, elements such as: presentation, graduation, explanation, articulation, generalization and evaluation of multiplication were fundamental in this feature, which means, in the "decantation" of these *multiplications to teaching*.

Keywords: Mathematics for teaching. History of mathematical education. Professional knowledge. Objectified knowledge. Primary school.

1. Introdução

Este texto norteia-se na pesquisa de doutorado¹, nomeada "Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: uma *aritmética para ensinar* nos manuais pedagógicos (1880-1920)". A pesquisa integrou, em 2017, o projeto de cooperação internacional² intitulado "*L'enseignement des mathématiques à L'école primaire, XIXe-XXe siècle: Études comparatives, Brésil-France*" e tem colaborado com um novo projeto³, de âmbito nacional, "A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890 a 1990". Nela, foram analisados dois subconjuntos de manuais indicados ao uso do professor: os manuais de Aritmética⁴ e os manuais de Pedagogia, que traziam orientações para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares. Neste texto, dar-se-á acento ao primeiro subconjunto, tendo como questão norteadora: que elementos podem caracterizar uma *multiplicação para ensinar*, entre 1880 e 1920, a partir da análise de manuais pedagógicos de Aritmética?

A grande maioria dos manuais de Aritmética para os anos iniciais, indicada ao uso do professor⁵, traz, inicialmente, noções preliminares ao ensino da Aritmética, ensino da leitura e escrita dos números, operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), mas há ainda outros que apresentam orientações para ensinar regra de três, matemática financeira, sistema métrico decimal, geometria e até noções algébricas, entre outras. Assim, observam-se, num "tatear" inicial, que todos eles

¹ Pesquisa orientada pelo Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente.

² O projeto foi coordenado por Renaud D'Enfert (França) e por Wagner Rodrigues Valente (Brasil), financiado pela CAPES-COFECUB e executado entre 2014 e 2017.

³ O projeto de âmbito nacional, na modalidade Auxílio Temático, conta com a equipe responsável: Wagner Rodrigues Valente (coordenador) e as pesquisadoras associadas: Luciane de Fátima Bertini, Neuza Bertoni Pinto e Rosilda dos Santos Morais. Informações sobre esse projeto estão disponíveis na página virtual da Fapesp: <https://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-pr/>.

⁴ A Aritmética em alguns deles é definida como a ciência que estuda os números e a arte de calcular por meio dos algarismos (Trajano, 1907), ou, ainda, como a parte da matemática que ensina a calcular por meio dos números (Monteiro de Souza, 1910). Em minúsculas, "aritmética" tem relação com a matemática escolar, aritmética para a escola primária.

⁵ Neste texto, denominar-se-ão os livros indicados ao uso do professor como *manuais pedagógicos*, apesar de outras denominações serem usadas, como, por exemplo, *manuais didáticos*. Os livros didáticos de Aritmética, indicados ao uso dos alunos, mas que contivessem orientações aos professores, serão considerados, nas análises, como manuais pedagógicos.

orientam os professores, e, muitas vezes, os alunos, ou “discípulos”, como muitos autores os denominavam. No entanto, ao tomar um e outro manual, observando e descrevendo características neles presentes, verifica-se que as recomendações dadas aos professores apresentam variações. Algumas assemelham-se, outras são bem distintas. Por isso, para interpretá-las, cumpre estabelecer uma organização. Assim para tanto, escolheu-se, para esta interpretação e análise, o tema multiplicação, pois se apresenta nos manuais, de uma forma geral, com uma diversidade de procedimentos de ensino, processos, métodos e dispositivos didáticos.

A pesquisa pautou-se em autores que afirmam que a passagem de uma informação para conhecimento dá-se por meio de processos, ou seja, da “cientificação do conhecimento” (Burke, 2016, p. 44). Valente (2018) apropria-se da História do Conhecimento, de Burke, classificando o processo de passagem dos conhecimentos, presentes nas experiências docentes, em saberes, sistematizados e interpretados, em três etapas: recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes e sistematização e uso dos conhecimentos como saberes (Valente, 2018, p.381). Saberes estes em sua forma objetivada. De acordo com este autor:

Captar o movimento de sistematização de saberes da ação, em processo histórico, de modo que se tenha, para uma dada época escolar, a constituição de *saberes objetivados* em matérias e disciplinas escolares é o desafio que pesquisas recentes têm enfrentado. Tais investigações são fundamentais para a compreensão das dinâmicas de elaboração do saber profissional da docência. Elas colocam em relação os saberes instituídos, objetivados face àqueles *saberes da ação*. E, nessa relação, resultam novos saberes objetivados, fixados em normas oficiais, em programas de ensino, em livros e manuais pedagógicos, dentre outros documentos, vistos como referências, num dado tempo, para o trabalho docente [itálicos no original]. (Valente, 2019, p. 18)

Assim, as orientações para ensinar multiplicação, que constam dos manuais de Aritmética, necessitam passar por etapas de análise e interpretação. Para que conhecimentos sejam passíveis de interpretação e sistematização, cabe analisá-los, de modo a perceber consensos estabelecidos e, por fim, partir rumo à objetivação de saberes. Por isso, optou-se, no título, pela metáfora da “decantação”, uma vez que as etapas, da passagem de conhecimento para saber, são essenciais na busca de consensos, tal qual o refinamento de uma mistura em que se queira decantar um componente desejado.

Outro referencial teórico-metodológico que contribuiu para as análises são os autores que integram a *Équipe de Recherche en l’Histoire Sociale de l’Éducation* (ERHISE), da Universidade de Genebra, dentre os quais citam-se, especialmente, Rita Hofstetter e Bernard Schneuwly (2009). Eles colocam os saberes em posição central nos estudos sobre as profissões do ensino e da formação e definem dois tipos de saberes constitutivos da formação docente: os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*. Os primeiros, ligados ao campo disciplinar, objeto de ensino do professor; e os segundos, ao campo profissional, ferramenta de trabalho do professor.

Então, diante desse cenário, a questão norteadora pode ser enunciada como: que *multiplicações para ensinar* podem ser caracterizadas, a partir da análise das orientações dadas aos professores, nos manuais de Aritmética (1880-1920)?

O período, entre 1880 a 1920, se justifica por alguns motivos. Primeiro, pois abrange a inauguração da principal instituição de formação de professores neste País, Escola Normal de São Paulo (modelo de formação para outras escolas normais do Brasil). Segundo, porque estudos constatam que, nesse período houve a passagem de

uma aritmética tradicional no ensino para a “modernidade pedagógica”, uma aritmética intuitiva (Oliveira, 2017, pp. 126). E em terceiro, já que, a partir da segunda década do século XX, ocorreu um movimento de profissionalização do professor, marcado pelo surgimento de manuais inovadores para orientar sua prática pedagógica, conforme pontua Valente (2011).

2. Os saberes constitutivos da profissão docente

Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017), há dois tipos de saberes constitutivos da profissão docente, os *saberes para ensinar*, que tratam dos “saberes sobre o “objeto” do trabalho de ensino e de formação”, “sobre as práticas de ensino” e “sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional” (Hofstetter & Schneuwly, 2017, p.134). Enquanto os saberes a ensinar são resultados “de processos complexos que transformam fundamentalmente os saberes [no sentido amplo] a fim de torná-los ensináveis”. Para os autores saberes no sentido amplo engloba saber (*savoir*) e saber-fazer (*savoir-faire*), que, trazendo para este campo de pesquisa, compreenderiam, os saberes matemáticos e seu ensino.

Apropriando-se desta teoria, Bertini, Morais, e Valente (2017) partem da hipótese de que os elementos do saber profissional do professor que ensina matemática sejam constituídos por dois conjuntos de saberes, um deles que conflui para uma *matemática a ensinar*, outro, para a *matemática para ensinar*. O primeiro com as suas referências nos ramos estudados na Matemática (campo disciplinar); o segundo, nos saberes que cunham a profissão “professor de matemática” (campo profissional), diferenciando-a de outras, saberes que fundamentam a expertise desse profissional, no sentido de serem reconhecidos como profissionais especialistas no trato do saber matemático para ensinar alunos dos primeiros anos escolares (ensino) ou para preparar professores para atuarem nos primeiros anos escolares (formação).

Os autores supracitados reforçam a articulação necessária dos saberes a ensinar – aqui, representados pela *matemática a ensinar*, e dos saberes para ensinar – *matemática para ensinar*. Segundo eles, a interdependência desses saberes:

Coloca em nível de superação as análises que congelam o saber matemático, cercando-o de didáticas especiais que não tem *status* epistemológico de saber. Faz-nos atentar de modo mais acurado para o movimento de produção e transformação de saberes profissionais. Indica-nos que os denominados saberes pedagógicos, didáticos, representam uma etapa histórica de promoção do reconhecimento da constituição dos saberes profissionais. Avançam para além da ideia de que a formação é somatório de bom conhecimento matemático com didáticas específicas de conteúdos. Apontam para a necessidade de consolidação de rubricas na formação de professores que sejam objetivadas como saberes, *saberes para ensinar, matemática para ensinar, matemática a ensinar* [itálicos no original]. (Bertini et al., 2017, p. 69)

Considerando os *saberes para ensinar* como passíveis de transformações (não congelados), portanto dinâmicos, infere-se que uma *multiplicação para ensinar*, vinculada a uma *aritmética para ensinar*, ou seja, aos *saberes para ensinar*, estaria articulada, respectivamente, a uma *multiplicação a ensinar*, a uma *aritmética a ensinar*, portanto, aos *saberes a ensinar*.

Oliveira (2017), em seu doutoramento, concluiu que vigorava no ensino, no final do século XIX e início do século XX, uma *aritmética intuitiva*⁶, segundo os princípios de Pestalozzi. Sua conclusão veio da análise que realizou em livros didáticos (livros indicados ao uso do aluno). Oliveira (2015) resumiu as diferentes apropriações do método intuitivo de Pestalozzi⁷ nas seguintes palavras:

experiências dos sentidos. Tais experiências levariam a criança a fazer uso dos sentidos a fim de explorar ao máximo suas faculdades, tais como: a de intuir; a de refletir; a de comparar; a de medir; e a de desenvolver a percepção. De acordo com os postulados desse método, quando as experiências ocorressem, a aquisição do conhecimento estaria mediada pela própria curiosidade da criança; isto é, pelo seu espírito natural do querer saber, de querer compreender. (p. 27)

Interpretando o resultado de Oliveira (2017) como uma *aritmética intuitiva a ensinar*, a questão pode ser retomada de um modo mais elaborado: que *multiplicação para ensinar* estaria articulada a uma aritmética intuitiva a ensinar, segundo manuais de Aritmética, entre 1880 e 1920? Desse modo, da leitura e da interpretação das orientações, tomar-se-ão as três etapas propostas por Valente (2018), de modo a organizar, analisar e interpretar as informações fornecidas pelos manuais de Aritmética: *a recompilação de experiências docentes*, *a análise comparativa dos conhecimentos dos docentes* e *a sistematização e o uso dos conhecimentos como saberes* (Valente, 2018, p. 381), abordadas na próxima seção.

3. A interpretação de saberes nos manuais de Aritmética

De acordo com Valente (2018), a primeira etapa de “cientifização” do saber é a *recompilação das experiências docentes*, que envolve

a seleção e separação de informações relatadas em revistas pedagógicas; organizadas em livros didáticos e manuais pedagógicos; normatizadas em leis do ensino; contidas em documentação pessoal de alunos e professores; materializadas em dispositivos pedagógicos para o ensino, dentre outros tipos de documentação passíveis de evidenciar informações sobre o trabalho pedagógico dos professores. O conjunto obtido de tal procedimento de pesquisa representa uma coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo histórico. (pp. 380-381)

A observação dos nove manuais resultou na seleção e na separação das informações ilustradas no Quadro 1. Pela limitação do número de páginas deste texto, serão detalhados os resultados das três etapas, sem, no entanto, descrever cada um dos

⁶ Estudos recentemente desenvolvidos no âmbito do projeto temático (Oliveira, 2017; Pinheiro, 2017) já constataram a existência de uma *aritmética intuitiva* e uma *aritmética sob medida*, vaga intuitiva e pedagogia científica, respectivamente. Isso comprova os vários fatores responsáveis pela transformação do saber a ser ensinado, sendo um deles a vaga pedagógica que se instaura em cada tempo, representando um conjunto de normativas e práticas sociais e históricas, coletivas ou individuais, que buscam transformar alguns elementos que integram a cultura escolar em um tempo e em um determinado contexto. Segundo Oliveira (2017, p. 24), “uma vaga pedagógica intenta varrer as práticas consideradas obsoletas da escola e as substituir por outras. Ela, a vaga, busca transformar não só as práticas escolares, mas também outros instrumentos/dispositivos que inventam o cotidiano escolar, a exemplo dos saberes e dos exames aplicados para se tornar professor das escolas primárias”.

⁷ O método foi divulgado pelo educador suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), pai da pedagogia moderna. De acordo com Zanata (2005), suas principais obras são *Leonardo y Gertrudis* (1781) e *Cómo Gertrudis enseña a sus hijos* (1827).

manuais, os quais podem ser acessados através das páginas divulgadas no mesmo quadro.

Quadro 1: Manuais de Aritmética analisados

Manual		Autor	Presença do manual
1907	Curso Normal de Mathematica https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159276	J. Eulálio	Rio de Janeiro
1907	Arithmética Elementar Ilustrada https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104081	Antônio Trajano ⁸	Paraná, Mato Grosso, Goiás, Rio de Janeiro.
1910	Arithmetica Elementar https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159291	Antonio M. de Souza	Amazonas, Pará, Pernambuco, Rio de Janeiro etc. (premiado na exposição universal de São Luiz, EUA, em 1904; e na Universal do Rio de Janeiro em 1908)
1912	Série Graduada de Mathematica volume 1 https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100346	René Barreto	Escola Normal de São Paulo
1914	Arithmetica dos Principiantes https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96572	Arthur Thiré	Fortaleza, Rio de Janeiro, São Paulo (sob críticas – Arnaldo Barreto)
1915	Arithmetica Escolar – Livro do mestre https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126787	Ramon Roca Dordal	Pernambuco, Sergipe, Rio Grande do Norte, São Paulo
1915	Série Graduada de Mathematica volume2 https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100347	René Barreto	Escola Normal de São Paulo
[1919]?	Aritmética Complementar https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573	Tito Cardoso de Oliveira	Escola Normal de São Paulo
(192-)?	Caderno de Problemas Arithmeticos https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96549	Benedicto Maria Tolosa	Escola Normal de São Paulo

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores

A etapa de análise das informações constantes nos manuais aconteceu em dois momentos. Primeiramente, foi criado um quadro-ficha de cada manual, mostrando dados materiais e informações contidas em elementos pré-textuais e pós-textuais, seguido de um resumo do manual, destacando suas especificidades, temas abordados e o que outras pesquisas já divulgaram sobre ele.

Na sequência, elaborou-se um rol de indagações, ou o que Burke (2016) denomina de questionamento, a fim de organizar e interpretar informações trazidas por cada autor de manual pedagógico, à luz dos referenciais teórico-metodológicos, escolhidos para este estudo.

⁸ Internamente se coloca 76.^a edição, e aprovações de 1907. Na capa, 68.^a. A edição de número 109.^a deu-se em 1936.

As interrogações realizadas ajustaram-se às obras que contivessem a multiplicação como tema para ensinar, representando o questionamento. Desse modo, cada manual foi “questionado” com sete indagações:

- a. *Como o autor introduz a operação de multiplicação?*
- b. *Como desenvolve a explicação didático-pedagógica sobre o ensino da multiplicação?*
- c. *Como sugere que seja graduado esse ensino?*
- d. *O que está implícito no texto didático, sobre os saberes necessários prévios para o ensino de multiplicação?*
- e. *Como a multiplicação articula-se/não se articula com os temas seguintes da aritmética?*
- f. *Como o texto didático trata a generalização de procedimentos operatórios multiplicativos?*
- g. *Que tipo de verificação sobre o ensino da multiplicação está posto no manual?*

Portanto, a maneira de introduzir, de conduzir a explicação didático-pedagógica sobre o tema; o modo com que o autor orienta a generalização de procedimentos operatórios; a graduação de saberes prévios necessários para ensinar o tema; a forma como o tema em análise articula-se com os temas seguintes; e os elementos utilizados para verificação do ensino postos nos manuais, seriam um campo fértil para caracterizar os elementos de uma aritmética para ensinar.

Dadas a separação, a seleção e a organização de informações referentes a esses questionamentos, seguiu-se para a etapa de análise comparativa dos conhecimentos docentes, fornecidos pelas “respostas dadas” aos questionamentos. De acordo com Valente (2018), essa etapa

visa promover uma nova seleção no âmbito do inventário elaborado anteriormente, com a montagem da coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo da história da educação escolar. Tal seleção envolve um novo inventário, agora composto pela separação daquelas informações sobre experiências docentes que se mostram convergentes do ponto de vista da orientação para o trabalho do professor. Por este procedimento de pesquisa tem-se a possibilidade de que sejam reveladas tendências de assentamento de propostas e construção de consensos pedagógicos sobre o que deve o professor saber para a realização de seu ofício. (p.380)

A terceira etapa constituiu a *sistematização e uso dos conhecimentos como saberes*, que, como a própria denominação indica, sistematiza e interpreta conhecimentos docentes como saber profissional do professor, no caso uma multiplicação para ensinar. Segundo Valente (2018), ela

representa a última etapa do percurso que transforma informações sobre experiências docentes em saber profissional do professor. Sistematização e análise de uso são procedimentos realizados concomitantemente. Assim, cabe ao pesquisador ou grupo de pesquisadores organizar, a partir da etapa anterior, uma assepsia de elementos subjetivos e conjunturais dos consensos pedagógicos, de modo a que os conhecimentos possam ser vistos com caráter passível de generalização e de uso, isto é, como saber. De outra parte, a análise inclui, de modo conjunto, a verificação em instâncias normativas e/ou didático-pedagógicas da ocorrência de uso dos elementos sistematizados pelo pesquisador. (p.381)

Assim posto, o emparelhamento dos dados mostraria as transformações ocorridas ao longo do período analisado, configurando, desse modo,

multiplicação(ções) para ensinar, a partir dos critérios metodológicos da análise de conhecimentos, segundo a apresentação, a explicação, a graduação, a articulação, a generalização e a verificação de um tema para ensinar.

4. Critérios metodológicos e sistematização da análise de conhecimentos

A apresentação, como o próprio nome sugere, refere-se ao modo como os autores apresentam o tema multiplicação. Para a descrição, é necessário quantificar, numa espécie de detalhamento, estatísticas, medidas, o que se deseja descrever. Para isso, esmiúça-se cada uma das formas de apresentação, de iniciação ao tema multiplicação.

A explicação representa o segundo critério metodológico de conhecimentos docentes. Em manuais em que vigorava uma aritmética tradicional e até mesmo naqueles que marcaram a ruptura dessa mesma aritmética com uma aritmética intuitiva (como é o caso do manual pedagógico de Thiré (1907)), eram utilizados como base para a explicação do saber multiplicação os diferentes “casos da multiplicação” ou “regras para se multiplicar um número por outro”: o 1.º caso – entre dois números simples, ou seja, números de um só algarismo; o 2.º caso – entre um número simples e um número composto, mais de um algarismo; o 3.º caso – entre dois números compostos.

Logo após a explicação ou entre a explicação de cada caso, notam-se algumas variações. Alguns autores apresentavam o caso dos zeros intercalados ao multiplicador, ou zeros nos fatores, à direita de números significativos. A multiplicação era ensinada tomando casos específicos até se generalizar na regra de multiplicar entre dois números quaisquer ou entre dois números compostos. À explicação de cada caso seguiam-se os exemplos numéricos e a regra geral, respectivamente.

A marcha de ensino ou graduação é outro quesito importante e que deve ser analisado. No manual de Trajano (1907) e nos manuais de Monteiro Souza (1910) e Eulálio (1907), identifica-se a marcha de ensino “sintética”, a qual, para Oliveira (2017, p. 121), significa que, primeiro se ensinam os números; depois, adição, subtração, multiplicação, divisão, conforme a divisão científica: definição, axioma, estudo dos casos, regra e exercício resolvido. Assim, para ensinar multiplicação, bastaria ao professor, segundo o que se observa nos manuais, seguir a ordem estabelecida proposta pelo autor. No manual de Barreto (1912), a graduação sofre alteração. Os conteúdos passam a ser graduados em espiral, relacionando uma operação com outra, especialmente quando se trata de operações de um mesmo campo (aditivo ou multiplicativo).

Mas afinal, como articular o saber a ser ensinado com os saberes prévios e posteriores? Este parece ser outro saber sobre os saberes a ensinar de um formador. Os autores de manuais nos quais vigorava a aritmética tradicional, com marcha sintética, orientavam que, previamente, se deveriam ensinar números, adição e subtração, após a multiplicação e, depois, viria o ensino da operação de divisão.

Como generalização, compreende-se a sistematização de uma ideia, de uma forma de resolver um problema ou operação. A sistematização, a depender de seu nível de abstração e de objetivação, representa um conceito. Segundo Pais (2002, p. 55), “os conceitos são ideias gerais e abstratas desenvolvidas no âmbito de uma área específica

de conhecimento, criados para sintetizar a essência de uma classe de objetos, situações ou problemas relacionados ao mundo-da-vida”.

A ideia de ensinar para generalizar, ou partir de uma generalização para ensinar, parece estar “diluída” nas orientações dos autores. Foi comum encontrar, ao final das explicações dos casos, a “regra geral” ou simplesmente, “regra”. No entanto, o que se observa é que a generalização dessa maneira vai, aos poucos, perdendo espaço. A migração do elementar para o rudimentar (ensino prático e utilitário) vai afastando a preocupação com a generalização. Ela, gradativamente, vai aparecendo apenas no último caso até desaparecer quase que por completo. Desse modo, as generalizações, em alguns manuais, foram sendo transferidas aos princípios multiplicativos que, de intuitivos, se apresentavam cada vez mais detalhados e generalizados, acompanhados de teoremas e demonstrações.

A avaliação mostra como os autores verificavam as orientações propostas ao ensino de multiplicação. Os problemas, em alguns manuais, encontravam-se durante a apresentação ou a explicação da multiplicação (problemas como meios); em outros, serviam para praticar o que foi ensinado, encontrando-se ao final das explicações sobre a multiplicação, problemas, como prática do contar, ou prática das operações (problemas como fins).

A etapa de sistematização representa a última etapa do processo de passagem de conhecimentos a saberes. Assim, pensou-se em um método de sistematização que pudesse organizar os resultados das análises, conforme os critérios emergidos delas. O emparelhamento dos dados poderia indicar transformações ao longo do período analisado, configurando, desse modo, *multiplicação (ões) para ensinar*.

Sendo assim, levando em conta os critérios de apresentação, explicação, graduação, articulação, generalização e avaliação de um saber, foram construídos quadros-síntese de critérios identificados em cada um dos manuais, que sistematizam a interpretação das análises acerca da distribuição da multiplicação no manual (Quadros 2 a 10).

Quadro 2: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Eulálio (1907)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
--------------	------------	-------------	---------------	-----------	-----------

Definição com exemplos.	1.º caso - Tabuada de 1 (um) ao 12. Não denomina casos. Traz vários exemplos de multiplicação como soma, métodos de resolução de multiplicação (novo e velho), multiplicação abreviada como sendo o novo.	Entre subtração e divisão. *Apresenta noções sobre potências com exemplos resolvidos.	Explicações dos exercícios, de modo bem intuitivo, com exercícios entre uma e outra explicação, mas sem generalizações algébricas ou por regras.	Sintético.	Exercícios com multiplicações diversas. Sem problemas como verificação. Pede para resolver da direita para esquerda e da esquerda para direita.
-------------------------	---	--	--	------------	---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 3: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Trajano (1907)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Gradação	Avaliação
Inicialmente são apresentadas as tabuadas, Pythagoras e tradicional 1(um) ao 12. A seguir, exemplos, imagens. O autor não divide o texto por “lições”.	Apresentação dos casos, sem chamá-los de casos. Sempre um problema, solução, operação indicada e exercícios diversos. No decorrer da explicação da multiplicação, o autor apresenta algumas figuras.	Entre subtração e divisão. *Apresenta noções comerciais (contabilidade).	Não há regras, mas os casos são indicativos de um modo de fazer. Ao resolver vários exercícios, supõe a observação da regularidade dos resultados e dos processos.	Sintético – analítico. Marca a ruptura entre sintético e analítico. Talvez esteja mais na transição.	Muitos exercícios, problemas, contas comerciais. Mais exercícios do que problemas. A aritmética para os alunos mais adiantados dá-se com uma exposição mais resumida do que a Arithmetica Primária.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 4: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Monteiro de Souza (1910)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Gradação	Avaliação
---------------------	-------------------	--------------------	----------------------	-----------------	------------------

Definição com exemplos.	1.º caso - Tabuada de Pythagoras com explicação e imagem. 2.º caso com regra e exemplo. 3.º caso com regra e exemplo.	Entre subtração e divisão. *Apresenta noções sobre potências com exemplos resolvidos.	Regras dos casos 2.º e 3.º e prova dos noves.	Sintético.	Não há.
-------------------------	---	--	---	------------	---------

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 5: Sistematização a partir das análises da Etapa, 2 do manual de Barreto (1912)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
Introdução com a observação de objetos e questionamentos.	Não há casos, apenas as lições em torno do número. Inicia com uma série de observações e perguntas sempre na oralidade, com a parte escrita somente no final.	As primeiras lições enfatizam mais a adição e a subtração em conjunto.	Generalização está mais próximo do abstrair. Entendimento do conceito de número sem precisar de uma imagem ou objeto que o represente. Parte da imagem depois se desapega dela.	Analítico-sintético, do todo para as partes com objetos, mas tem como objetivo abstrair. Ao final, procura pelos elementos e não apenas pelos rudimentos.	Exemplos e questões para completar, responder e resolver. Exercícios com uso de imagens. Geralmente para serem respondidos oralmente. Apenas ao final, aparecem exercícios escritos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 6: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Thiré (1914)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
---------------------	-------------------	--------------------	----------------------	------------------	------------------

<p>Tabuada na capa. Introduz com definição, exemplos e duas tabuadas, a tradicional e a tabuada de Pythagoras.</p>	<p>A explicação dos casos é permeada por exercícios diversos.</p> <p>Ensina a contar para trás e em forma agrupada.</p>	<p>Entre subtração e divisão com diversos exercícios geralmente apresentando a conta indicada.</p>	<p>A generalização não se dá de forma explícita. Talvez na repetição e na observação de soma de quantidades agrupadas.</p>	<p>Sintético-analítico. Ainda preso na divisão dos manuais anteriores, mas apresenta movimento de ruptura com o modelo tradicional.</p>	<p>Exercícios de cada etapa ensinada. Desde resolução de multiplicação o de número simples, até contar de forma agrupada, operações indicadas para serem resolvidas. Ao final, problemas, contas e cálculo mental para exercitar.</p>
--	---	--	--	---	---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 7: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Roca Dordal (1915)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Gradação	Avaliação
<p>Explicação intuitiva do multiplicar, exercícios iniciais e problemas.</p>	<p>Explicação intuitiva do multiplicar exercícios iniciais e problemas até o final do tema.</p>	<p>Entre subtração e divisão.</p>	<p>A generalização não se dá de forma explícita. Talvez na repetição e na observação de soma de quantidades agrupadas.</p>	<p>Sintético-analítico. O tema se dá de modo bem intuitivo, mas seguindo a divisão dos manuais anteriores. O autor toma apenas um tema por lição.</p>	<p>Exercícios com operação indicada, problemas resolvidos (no caso do livro do mestre).</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 8: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Barreto (1915)

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
Introdução com a observação de objetos e assertivas para preencher.	Não há casos, apenas as lições em torno de agrupamento de quantidades e operações com ajuda de interpretação de figuras geométricas. Inicia com uma série de observações e perguntas sempre na oralidade, a parte escrita aparece somente no final.	Da primeira parte para a segunda parte. Mas as primeiras lições enfatizam mais a adição e a subtração em conjunto.	Generalizar está mais próximo do abstrair. Entender o conceito de número sem precisar de uma imagem ou objeto que o represente. Parte da imagem, depois vai ao número.	Analítica, depois sintética, para o caso da abstração.	Exemplos e questões para completar, responder e resolver. Exercícios com uso de imagens, geralmente para serem respondidos oralmente. Apenas ao final, aparecem exercícios escritos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 9: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Oliveira [1919?]

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
Introdução com a definição sem exemplos.	Regra geral para multiplicar dois números quaisquer. Provas e multiplicação continuada (mais de dois algarismos).	Entre subtração e divisão. Trabalha exercícios com parcelas desconhecidas, com problemas mental e gráfico, com o emprego do parêntese e sua eliminação.	Há generalização e utilização de "x" para representar um valor desconhecido nas propriedades da multiplicação. Uma iniciação algébrica.	Sintético (álgebra).	Problemas e exercícios com ênfase na álgebra.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 10: Sistematização a partir das análises da Etapa 2, do manual de Tolosa [192_]

Apresentação	Explicação	Articulação	Generalização	Graduação	Avaliação
--------------	------------	-------------	---------------	-----------	-----------

A introdução dá-se numa miscelânea de exercícios nos cadernos.	Os cadernos trazem diversos exercícios, envolvendo as quatro operações e as diversas representações de um número (fracionária, decimal etc.).	O que se vê é um aumento de complexidade dos exercícios.	Generalização apenas em termos de percepção de regularidades. Ou seja, uma iniciação algébrica.	Analítico-sintético (álgebra).	Os cadernos são formados por exercícios, incluindo as cartas de Parker.
--	---	--	--	--------------------------------	---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Tendo como base os quadros, cada um dos elementos apresentação, explicação, graduação, articulação (com conhecimentos prévios e posteriores), generalização, avaliação foram analisados. Buscou-se interpretar como estas características, em cada manual, articulada à Aritmética intuitiva e sob medida, confluíam para a caracterização de uma aritmética para ensinar. Para essa interpretação, foi indispensável buscar os resultados das pesquisas, no âmbito do Projeto Temático, de Oliveira (2017), as quais constataram a existência de uma aritmética intuitiva no ensino (entre 1880 e 1930), e da pesquisa de Pinheiro (2017), que mostrou que, entre 1920 e 1950, houve a entrada de uma “aritmética sob medida”, apontando como resultado principal a constituição de uma aritmética sob medida no ensino. Tais “aritméticas”, sob a ótica dos referenciais utilizados neste texto, podem ser consideradas como “aritmética intuitiva a ensinar” e “aritmética sob medida a ensinar”, respectivamente.

Assim, tomando os manuais pedagógicos de Aritmética, sobretudo o ensino de multiplicação, verificou-se que havia variações nos elementos analisados nos quadros apresentados, conforme a etapa de análise de conhecimentos nos manuais. Por limitação do número de páginas neste texto, tão somente as interpretações finais serão apresentadas.

A partir das três etapas, verificou-se que, no período analisado – 1880 a 1920 –, houve transformações na multiplicação para formar o professor, tendo em vista que ela tencionava articular-se com as aritméticas “tradicional”, “intuitiva” e “sob medida”, que vigoravam no ensino. A partir dessas considerações, as multiplicações para ensinar, constatadas a partir da análise desses elementos (apresentação, explicação, articulação, graduação, generalização e avaliação), foram:

- a) Uma “*multiplicação tradicional*” para ensinar. Principais características: apresentação do conteúdo geralmente por uma definição, sem exemplos; ensino pelo método sintético com divisão científica dos conteúdos, com foco num ensino elementar, das partes para o todo; após a adição e a subtração seria ensinada a multiplicação, na sequência a divisão; a “prova dos nove” finalizava o ensino da operação, logo após a explicação dos casos da multiplicação (números com um algarismo (números simples) entre si, entre número simples e número composto e entre números compostos). Articulada a uma aritmética tradicional a ensinar.

- b) Uma “*multiplicação tradicional - intuitiva*” para ensinar. Principais características: ensino pelo método sintético com inserção de dispositivos didáticos da aritmética intuitiva, como problemas e imagens para exemplificar, inserindo uso de objetos; o ensino tinha foco nos rudimentos, buscava romper com a multiplicação tradicional para ensinar (anterior), apesar da divisão científica dos conteúdos permanecer, a multiplicação ainda era ensinada antes da divisão e depois do ensino da subtração; após a explicação dos casos da multiplicação (números com um algarismo (números simples) entre si, entre número simples e número composto e entre números compostos) a prova real e prova dos nove; exercícios e problemas, bem como contas do comércio eram introduzidos nesses manuais. Articulada a uma aritmética intuitiva a ensinar.
- c) Uma “*multiplicação intuitiva*” para ensinar. Principais características: ensino pelo método analítico com foco nos rudimentos; marcha de ensino analítica, com ênfase nos rudimentos, em que o professor deveria ensinar inicialmente com objetos e na sequência com o cálculo oral, somente depois, com o cálculo escrito; o ensino das operações dava-se em torno do ensino de números; o professor a todo tempo era chamado pelo autor para dialogar com os alunos, com a ajuda de objetos, que deveriam levá-los à participação; uma multiplicação marcada pela ruptura com manuais pedagógicos de uma aritmética tradicional. Articulada a uma aritmética intuitiva a ensinar.
- d) Uma “*multiplicação intuitiva - sob medida*” para ensinar. Principal caracterização: ensinar pelo método analítico-sintético, com foco no desenvolvimento psicológico da criança. Apesar de o autor mostrar que se devia, primeiramente, ensinar com objetos concretos, com uso das cartas de Parker, e depois com o cálculo oral e escrito, ele enfatizava as repetições e as revisões. A memória – exercícios como um meio para se ensinar a multiplicação – era colocada como um meio de ensinar e não para fins de avaliação. Articulada a uma aritmética sob medida no ensino.

O Quadro 11 sintetiza, a partir das sistematizações anteriores, a coexistência, ao longo das primeiras décadas do século XX, de diferentes multiplicações para ensinar.

Quadro 11: Multiplicação para ensinar ao longo do tempo

“Multiplicação tradicional” para ensinar	J. EULÁLIO (1907)	A. MONTEIRO DE SOUZA (1910)	
“Multiplicação tradicional-intuitiva” para ensinar	A. TRAJANO (1907)	A. THIRÉ (1914); R. ROCA DORDAL (1915)	T. OLIVEIRA [1919?]
“Multiplicação intuitiva” para ensinar		R. BARRETO (1912)	
“Multiplicação intuitiva - sob medida” para ensinar		R. BARRETO (1915)	B. TOLOSA [192-?]

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

5. Considerações finais

A partir das análises desses manuais, verifica-se que uma “multiplicação para ensinar” trazia sempre traços de uma “aritmética a ensinar” que vigorava no ensino, o que demonstra a conexão entre os *saberes para e a ensinar*. Ao observar e analisar as orientações nos manuais pedagógicos de Aritmética, percebe-se que eles enunciavam formas de apresentar, explicar, articular, generalizar e avaliar a multiplicação. E, ao analisar os manuais, sob a égide de cada uma dessas formas, as transformações são percebidas. De um ensino pautado na divisão científica da Aritmética, as orientações vão em direção a um ensino em espiral, que indica retorno aos tópicos ensinados, aprofundando-os e representando-os de formas diferentes. Para isso, o autor relaciona uma operação com outra, e, para resolvê-las, incentiva a utilização de objetos até mesmo partes do corpo.

O aluno, aos poucos, ia se tornando protagonista do seu processo de aprender, e o professor, cada vez mais, procurava a participação desse aluno, num diálogo constante. Primeiro, o ensino com objetos, depois o ensino mental e oral, por último, a escrita. Novos dispositivos e métodos estiveram presentes, como, por exemplo, as cartas de Parker. A generalização, antes representada por regras, a partir dos casos da multiplicação, passou a explicar e demonstrar processos multiplicativos de forma intuitiva. Havia, cada vez mais, problemas, não para fins avaliativos, mas como métodos para ensinar multiplicação.

Com tais critérios metodológicos de análise de conhecimentos, foi possível determinar, nos manuais, alguns tipos de multiplicações para ensinar: uma multiplicação tradicional para ensinar (Eulálio (1907) e Monteiro de Souza (1910)); uma multiplicação tradicional-intuitiva para ensinar (Trajano (1907), Thiré (1914), Roca Dordal (1915), Oliveira [1919?]); uma multiplicação intuitiva para ensinar (Barreto (1912)) e uma multiplicação intuitiva-sob medida para ensinar (Barreto (1915) e Tolosa [192_]?). Essas “multiplicações para ensinar”, articuladas às “aritméticas a ensinar”, caracterizaram elementos do saber profissional do professor que ensina matemática. E é essa articulação que mobiliza elementos para fornecer uma identidade ao saber profissional, ao professor em formação.

Referências Bibliográficas

- Barreto, R. (1912). *Série graduada de matemática elementa: escrita para uso das escolas primárias e secundárias do E. de S. Paulo*. São Paulo: Escolas profissionais Salesianas.
- Barreto, R. (1915). *Série graduada de matemática elementar: escrita para uso das escolas primárias e secundárias do E. de S. Paulo*. São Paulo: Escolas profissionais Salesianas.
- Bertini, L. F., Morais, R. S., & Valente, W. R. (2017). *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos para a formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Burke, P. (2016). *O que é a história do conhecimento?* (Cláudia Freire, Trad.). São Paulo: Editora Unesp.

- Eulalio, J. (1907). *Curso Normal de Mathematica*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional.
- Hofstetter, R. , & Schneuwly, B.(2009). Savoirs en (trans) formation: Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation. In R. Hofstetter & B. Schneuwly (Eds.), *Savoirs in (trans) formation: au coeur des professions de l'enseignement et de la formation* (pp. 7-40). Raisons éducatives. Bruxelles: De Boeck Université.
- Hofstetter, R. , & Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação, 2017. In R. Hofstetter, & W. R. Valente (Eds.), *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores* (pp. 113-172). São Paulo: Livraria da Física.
- Monteiro de Souza, A. (1910). *Aritmética Elementar*. Rio de Janeiro: Typ. do Jornal do Comércio de Rodrigues & C.
- Oliveira, M. A. (2015). A escola elementar de Pestalozzi e Calkins: como ensinar número? *Revista Linhas*, 16(31), 173 - 201. Recuperado de <https://www.revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/1984723816312015173>
- Oliveira, M. A. (2017). *A aritmética escolar e o método intuitivo: um novo saber para o curso primário (1870 – 1920)*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, Brasil. Recuperado de: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/178956>.
- Pinheiro, N. V. L. (2017). *A aritmética sob medida: a matemática em tempos da pedagogia científica*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, Brasil. Recuperado de: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179942>.
- Roca Dordal, R. (1915). *Aritmética Escolar: exercícios e problemas para escolas primárias, famílias e colégios (livro do mestre)*. São Paulo: Livraria Francisco Alves.
- Thiré, A. (1914). *Aritmética dos principiantes* (3. ed.). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Trajano, A. (1907). *Arithmetica Elementar Illustrada: ensino theorico e pratico* (68ª ed.). Rio de Janeiro: Typ. Martins de Araújo & Cia.
- Tolosa, B. M. [192–]. *Cadernos de Problemas Aritméticos: para o 1º ano preliminar*. São Paulo: Monteiro Lobato & C.
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(1), 28-49. doi.org/10.5007/%x.
- Valente, W. R. (2011). *A matemática na formação do professor do ensino primário: São Paulo, 1875-1930*. São Paulo: Annablume (Fapesp).

Valente, W. R. (2018). Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. *Acta Scientiae*, 20(3), 377-385. doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss3id3906.

Zanatta, B. A. (2005). O método intuitivo e a percepção sensorial como legado de Pestalozzi para a geografia escolar. *Cad. CEDES*, 25(66), 165-184. doi.org/10.1590/S0101-32622005000200003.