

**O MANUAL PEDAGÓGICO “VER, SENTIR, DESCOBRIR A ARITMÉTICA”: o ensino de frações através das partes fracionárias****THE PEDAGOGICAL MANUAL “VER, SENTIR, DESCOBRIR A ARITMÉTICA”: the teaching of fractions through fractional parts**Jeremias Stein Rodrigues¹ ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7869-5856>Anieli Joana de Godoi² ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8396-2958>David Antonio da Costa³ ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>**RESUMO**

As contribuições de Rizza Porto para o ensino de Matemática e à formação de professores, no Brasil, já são há muito reconhecidas. A autora atuou para a disseminação do Movimento da Matemática Moderna no âmbito brasileiro e também participou de programa de parceria com os Estados Unidos, visando à melhoria da educação. Dentre suas produções, o manual pedagógico “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética” ganha relevância por estar relacionado ao programa Brasil-Estados Unidos, buscar a formação do professor e abordar o ensino de frações através da relação do registro visual com o numérico e do manuseio de objetos. Deste modo, neste artigo tem-se como objetivo analisar a proposta didática para o ensino de frações, a partir do material manipulável de partes fracionárias, no manual pedagógico “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”. Este trabalho fica então baseado em uma perspectiva sócio-histórica por meio da análise de manuais pedagógicos e sua relação com os saberes *a* e *para* ensinar. A análise destacou a presença de saberes objetivados na obra, colocando-os em circulação no âmbito brasileiro, de forma a reforçar o ensino de frações mediante o manuseio do material de partes fracionárias, bem como seu uso na compreensão das relações entre os registros visual e numérico no desenvolvimento de operações envolvendo frações. Deste modo, o material manipulável deixa de ser considerado apenas como recurso para o ensino e torna-se parte de uma metodologia de ensino.

Palavras-chave: História da educação matemática. PABAAE. Partes fracionárias. Material didático.

¹ Doutorando em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor de Matemática do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Douglas Seabra Levier, 163, ap. 204 Bloco A, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, CEP: 88040-410. E-mail: jeremias.stein@ifsc.edu.br

² Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professora de Matemática na Escola de Educação Básica Padre Anchieta da Secretaria de Educação do Estado de Santa Catarina (SED/SC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Luiz Oscar de Carvalho, 75, ap. 12 Bloco B14, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, CEP: 88036-400. E-mail: anieligodoi@gmail.com

³ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor associado do Departamento de Metodologia do Ensino (MEN) do Centro de Ciências da Educação (CED) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Douglas Seabra Levier, 163 ap. 208 Bloco B, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-410. E-mail: david.costa@ufsc.br

ABSTRACT

Rizza Porto's contributions to the teaching of Mathematics and teachers training in Brazil have long been recognized. The author worked for the dissemination of the Modern Mathematics Movement in the Brazilian scope and participated in a partnership program between the country and the United States, aimed at improving education. Among her works, the pedagogical manual “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética” (“Seeing, Feeling, Discovering Arithmetic”) gains relevance for being related to the Brazil-United States program, seeking the teacher training and addressing the teaching of fractions from the relationship of the visual register with the numerical register and of object manipulation. Thus, this article aims to analyze pedagogical ideas to the teaching of fractions using the manipulative of fractional parts in the manual “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”. This work is then based on a socio-historical perspective from the analysis of pedagogical manuals and their relationship with knowledge *to teach* and *for teaching*. The analysis highlighted the presence of objectified knowledge in the pedagogical manual, placing it in circulation in the Brazilian context, in order to reinforce the teaching of fractions from the manipulation of fractional parts material, as well as its use in understanding the relationship between the visual and numerical registers in the development of operations involving fractions. In this way, the manipulable material is no longer considered only as a resource used in the teaching and becomes part of a teaching methodology.

Keywords/Palabras clave: History of mathematics education. PABAE. Fractional parts. Teaching material.

INTRODUÇÃO

O livro “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”, de Rizza Araújo Porto, tem sua 10ª edição publicada no ano de 1968, mas circulou no Brasil entre 1959 e 1968, de acordo com Villela et al. (2016). Período em que vigorava um movimento de implementação e renovação do ensino, que teve reflexos no país e no mundo. Tal período foi nomeado como Movimento da Matemática Moderna (MMM), cuja disseminação mundial, por volta de 1960, mudou o paradigma das escolas e suscitou muitos estudos aos educadores que se debruçavam nesta nova forma de pensar a matemática (Godoi, Zimmer & Costa, 2020). Para o ensino primário havia

[...] uma proposta mais experimentalista, segundo a qual o aluno deveria permanecer em atividade constante durante a construção do conhecimento, por meio de situações de aprendizagem com materiais concretos. O professor deveria assumir o papel de orientador das descobertas, primeiramente intuitivas, que seriam sistematizadas e formalizadas gradativamente e tratadas sem grandes preocupações com a simbologia (Duarte et al., 2011, p. 134).

Além disso, trouxe a inserção da Teoria de Conjuntos, apropriada nos ideais de Jean Piaget, que eram utilizados nos estudos da época e no ensino de determinados conceitos matemáticos. Além deste autor, também teve destaque o matemático Zoltan Paul Dienes, que defendia um ensino mais estruturalista para a matemática, bem como a apropriação do conceito de concreto nos materiais apresentados de forma estruturada (Medina, 2012).

O MMM estava relacionado a um processo de modernização da Matemática em muitos países, que ocorreu após a Segunda Guerra Mundial, e resultou de muitas discussões em congressos, nacionais e internacionais, e formações sobre o tema. Dentre eles, vale destacar o Programa de Assistência Brasileiro-Americano ao Ensino Elementar (PABAE), que visava à melhoria do ensino primário no Brasil. Dentre suas ações, uma era enviar professores aos

Estados Unidos para realizar treinamentos voltados para os métodos e técnicas de ensino. Nesse sentido, segundo Novaes, Berticelli e Pinto (2020a, p. 4), no período em que ocorre o MMM se buscou romper com práticas que “valorizavam a memorização, a exposição oral, a repetição”, de modo a privilegiar um “ensino formalístico”, retificar princípios e inovar práticas pedagógicas. Assim, as formações desenvolvidas, como as realizadas pelo PABAE, buscavam renovar o ensino brasileiro.

Nessa renovação, os materiais didáticos para ensinar frações passam a ocupar um lugar de destaque na matemática para ensinar frações, tanto na formação de professores como no ensino dos primeiros anos escolares, desnaturalizando, com isso, a cultura do secundário impregnada nesse processo (Novaes, Berticelli & Pinto, 2020a, p. 4).

Uma das professoras brasileiras enviadas para treinamento pelo PABAE foi Rizza Araújo Porto, autora do livro analisado neste texto. Rizza Porto

Integrou o corpo docente do Instituto de Educação de Minas Gerais, sede do PABAE, e foi a principal integrante do Departamento de Aritmética, trabalhava diretamente com a técnica americana Evelyn L. Bull (Arithmetic Advisor). Foi uma das responsáveis pela formação Matemática dos cursistas que eram enviados ao PABAE. Foi autora dos livros *Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética*, *Contagem e Frações na Escola Elementar*. Publicou os artigos *Medidas, Contagem e Partes Fracionárias* na *Revista de Ensino do Rio Grande do Sul* (Batista, Santos, Carvalho & Souza, 2016, p. 88).

A autora defendia a ideia de que se deveria fazer uso de materiais e de atividades de experimentação e descobertas para o ensino da aritmética. Para Rizza Porto, o professor poderia utilizar materiais pedagógicos estruturados e até materiais construídos com objetos do dia a dia para o ensino em sala de aula. Sempre levando em consideração o nível das crianças, fazendo com que, assim, o material fosse utilizado de várias formas (Villela et al., 2016). Seus estudos ressoaram em livros didáticos/manuais pedagógicos sobre o tema, como um movimento que busca a passagem das perspectivas escolanovistas para uma abordagem a partir do viés do MMM (Novaes, Berticelli & Pinto, 2020a).

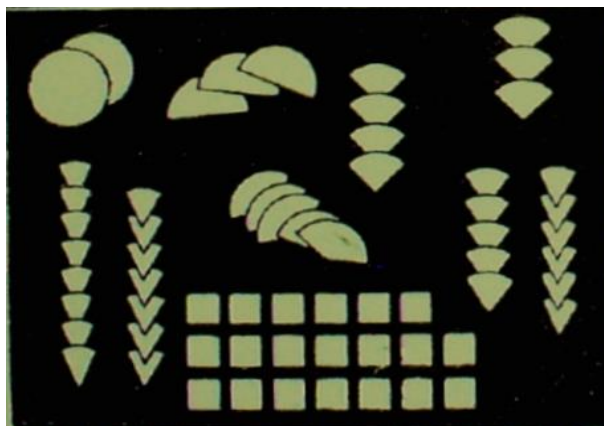
Nesse sentido, em seu livro, a abordagem de frações e suas operações é iniciada⁴ pelas partes fracionárias. Este tema já havia sido abordado pela autora no artigo intitulado “Partes Fracionárias”, publicado na *Revista do Ensino* (Porto, 1962)⁵. Segundo a autora, “As Partes Fracionárias formam um jogo completo de material que a professora usa para demonstrar os vários conceitos e relações envolvidas nas frações ordinárias, bem como todas as operações com frações” (Porto, 1968, p. 100).

⁴ O manual também apresenta, posteriormente, o ensino de frações a partir do uso do “quadro de frações”, que utiliza abordagem diferenciada da que se expõe aqui. Contudo, a análise aqui realizada é direcionada aos primeiros contatos com as frações.

⁵ Diversas partes do artigo, inclusive as figuras, estão apresentadas da mesma maneira em Porto (1968).

Um jogo de Partes Fracionárias consiste em um flanelógrafo⁶ [...], com o formato de uma capa de livro que possa fechar e ser facilmente guardado; e um mínimo de 63 peças: 20 quadrados de mais ou menos 5 centímetros; 2 discos inteiros de mais ou menos 20 centímetros de diâmetro; 3 metades; 7 quartos; 15 oitavos; 5 terços; 11 sextos. A professora aumenta o número dessas peças à proporção que delas sentir necessidade, na concretização de suas aulas (Porto, 1968, p. 100).

Figura 1 – O material manipulável de partes fracionárias



Fonte: Porto (1968, p. 100)

Na sala de aula, os estudantes também deveriam ter esse material, que seria elaborado com papelão coberto de flanela e seria utilizado para a resolução de operações e problemas. Desse modo, de acordo com Porto (1968, p. 107), a criança deveria ser conduzida a resolver operações de diversas maneiras como forma de “verificar a exatidão do resultado”, uma vez que “Isto proporciona muitas oportunidades para o aluno operar com o pensamento quantitativo. Compara frações e descobre relações entre elas” (Porto, 1968, p. 107). Ademais, deveria se fazer uso de problemas que fizessem parte da “vida diária para introduzir um novo processo” (Porto, 1968, p. 109), assim “À criança dar-se-á a oportunidade e descobrir por sua própria maneira, a resposta para o problema. Ela tem, então, oportunidade de manusear as suas partes fracionárias para procurar a solução. Vem, depois, ao flanelógrafo demonstrar o raciocínio” (Porto, 1968, p. 109).

A favor disso, a própria autora, no manual pedagógico intitulado “Frações na escola elementar”⁷, na 4ª edição publicada em 1967, indica que “a proporção que as imagens mentais se formam, a própria criança deixa de buscar o material quando necessita encontrar soluções para seus problemas aritméticos” (Porto, 1967, p. 48). Estes seriam os primeiros indícios de que as propostas de Rizza Porto, mesmo fazendo parte de um movimento de reformulação do ensino brasileiro, ainda se baseavam em perspectivas anteriores, neste caso da Escola Nova, uma vez

⁶ Quadro feito de material que aderiria as partes fracionárias, que seriam feitas de/cobertas com flanela.

⁷ A autora também indica o uso do flanelógrafo e das partes fracionárias, nesta obra, na abordagem de frações.

que na sua orientação adota a manuseio de materiais, mas que não se limita a estes.

Algumas produções já trazem contribuições de Rizza Porto para a História da educação matemática. Os trabalhos de Novaes, Berticelli e Pinto (2020a; 2020b) buscam discutir diretrizes para o uso de materiais didáticos para o ensino de frações entre 1930 e 1970, no que apresentam contribuições das obras “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética” e “Frações na escola elementar”, de Rizza Porto. As autoras destacam que os materiais didáticos ganham grande relevância em termos de saber *para* ensinar frações na escola primária, vinculando-se a saberes da formação de professores e do ensino de matemática, ao mesmo tempo que tomam o espaço de uma cultura secundarista de ensino (Novaes, Berticelli & Pinto, 2020a; 2020b).

Já o trabalho de França e Santos (2019) aponta o reconhecimento de Rizza Porto no âmbito brasileiro, o que a levou a participar dos esforços do país para a melhoria da educação através da formação e capacitação de professores. Segundo as autoras (França; Santos, 2019), diversas ações contribuíram para a circulação das obras de Porto, principalmente o livro “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”, tais como: ser membro do PABAAE, fazendo com que sua obra fosse divulgada e utilizada para a formação de professores; a divulgação e distribuição de obras pela Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático; a publicação de artigos na Revista de Ensino; seu chamado para a elaboração de programas de ensino em Minas Gerais. Além disso, de acordo com as autoras, a participação de Rizza Porto na elaboração de programas de ensino denota o reconhecimento de sua *expertise* no âmbito educacional brasileiro.

Assim, pode-se observar que, ao discutirem as contribuições deste manual pedagógico e de Rizza Porto, os trabalhos não tiveram o objetivo de analisar a abordagem utilizada no ensino de frações por meio do material manipulável de partes fracionárias. Deste modo, tem-se como objetivo neste estudo analisar a proposta didática para o ensino de frações, a partir do material manipulável de partes fracionárias, no livro “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”. Para tanto, foram utilizados, como apoio para a análise, dois outros manuais que permitem compreender como as propostas para o ensino de frações enunciadas pela autora se articulam e circulam em outras obras da época. O primeiro, intitulado “O ensino de aritmética pela compreensão” (Grossnickle & Brueckner, 1965a, 1965b), foi selecionado por ter como autores Grossnickle e Brueckner, que, segundo Porto (1968), teriam apresentado materiais que serviram de inspiração para a elaboração de sua obra. O segundo, “Frações na escola elementar” (Porto, 1967), fez parte da análise por ser posterior a Porto (1968), de modo que poderia ser observado como a autora dá continuidade às perspectivas para o ensino de frações. Isto leva a elaborar a questão: *Quais saberes objetivados são postos em circulação por Rizza Porto em seu manual pedagógico “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética” em relação ao ensino de frações?*

REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO

Esta análise tem como base os pressupostos da História Cultural, que centra a atenção sobre as estratégias representativas que determinam posições e relações e que, ainda, valoriza o manuseio dos documentos e, nesta ação, ao analisá-los, o historiador procura reconstruir e vivenciar aspectos de sociedades, buscando compreender as subjetividades das representações feitas a partir de seu olhar (Chartier, 1991).

Em particular, tem-se como fonte o manual pedagógico como objeto de análise. Este documento, segundo Choppin (2002), antigamente era apenas de ordem política e humanista, porém com o passar dos anos ganha um novo papel, e determina que o manual está

[...] inscrito na realidade material, participa do universo cultural e sobressai-se, da mesma forma que a bandeira ou a moeda, na esfera do simbólico. Depositário de um conteúdo educativo, o manual tem, antes de mais nada, o papel de transmitir às jovens gerações os saberes, as habilidades (mesmo o "saber-ser") os quais, em uma dada área e a um dado momento, são julgados indispensáveis à sociedade para perpetuar-se (Choppin, 2002, p. 14).

Para tanto, implica que o mesmo aborda aspectos que se relacionam com o desenvolvimento de determinado local/época, de modo que “veicula [...] um sistema de valores morais, religiosos, políticos, uma ideologia que conduz ao grupo social de que ele é a emanção: participa, assim, estreitamente do processo de socialização, de aculturação (até mesmo de doutrinação) da juventude” (Choppin, 2002, p. 14). Destarte, do mesmo modo em que é instrumento pedagógico, propondo métodos e técnicas de aprendizagem, “enquanto objeto fabricado, difundido e ‘consumido’, o manual está sujeito às limitações técnicas de sua época e participa de um sistema econômico cujas regras e usos [...] influem necessariamente na sua concepção quanto na sua realização material” (Choppin, 2002, p. 14).

Assim, emanam perspectivas de ensino e a produção de tipos específicos de saberes. Estes são aqui considerados sob a ótica dos saberes objetivados, decorrentes de um processo de sedimentação, circulação e que deixam de carregar as subjetividades de uma pessoa ou pequeno grupo, tornando-se um saber objetivado, ou seja, que é formalizado, transmitido e que ganha *status* social principalmente pela escrita (Vincent, Lahire & Thin, 2001, p. 29). Deste modo, a análise de manuais didáticos permite observar não apenas as características do ensino e da formação de professores, mas também compreender quais saberes objetivados/em processo de objetivação circulavam em uma dada época registrados nas páginas dos manuais.

Nesta perspectiva há de se considerar saberes em duas categorias: saberes *a* ensinar e saberes *para* ensinar. Os saberes *a* ensinar, grosso modo, referem-se àqueles que se constituem

como objetos do ensino, são produzidos pela cultura escolar e estão vinculados às disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos julgados essenciais na formação dos professores. Já os saberes *para* ensinar têm por característica a docência e ligam-se aos saberes para o exercício da profissão docente, eles são sobre o instrumento do trabalho de ensino e de formação, as práticas de ensino e a instituição que define o seu campo de atividade profissional (Hofstetter & Schneuwly, 2017).

A presença de saberes em uma abordagem de ensino em manuais pedagógicos está também atrelada ao movimento de circulação e apropriação de ideias. Chartier (1991) indica que a apropriação, como parte de um movimento de circulação de ideias, denota a relevância da pessoa que se apropria de um conjunto de pensamentos dando sentido próprio a estas, a partir do lugar em que ocupa na sociedade. Neste texto, os trabalhos realizados por Rizza Porto no âmbito estadunidense, no PABAAE e no seu contato com referenciais norte-americanos, revelam as apropriações realizadas pela autora e a presença destas em suas obras, de modo a circular no âmbito brasileiro. Isto pode levar à observação de indícios de saberes relativos ao ensino de frações e ao uso do material manipulável a partir do manual de Porto.

ANÁLISES E RESULTADOS

As ideias apresentadas na obra “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética”, de Rizza Porto, teriam tido como base o material aconselhado por Foster E. Grossnickle, William Metzner e Francis A. Wade, bem como por Grossnickle e Leo J. Brueckner. Além dos dois últimos serem uma das referências de Porto (1968)⁸, Grossnickle e Brueckner escreverem o livro “O ensino da aritmética pela compreensão” (Grossnickle & Brueckner, 1965a), em que afirmam:

Quando se ensina frações ordinárias e decimais como processos isolados, a criança não percebe a relação entre números como $1/8$ e $0,12\frac{1}{2}$. Da mesma forma, se se ensina a criança a achar a resposta para $4 = 1/2$ de ..., $6 = 0,5 \times \dots$ e $8 = 50\%$ de ..., como exemplos isolados ela não poderá perceber a relação entre fração ordinária, decimal e porcentagem. Quando se ensina a Aritmética como matéria estruturada, é certo que o nível de comportamento aritmético será mais elevado que quando os fatos e processos numéricos são ensinados como itens isolados (p. 21).

Com isso, Porto (1968) apresenta que, inicialmente, deveria se enxergar o material manipulável, ou seja, os discos e suas partes, como um bolo ou um queijo, de modo que fosse possível concretizar e compreender a relação das partes com o todo (o inteiro). Isso, segundo a autora, facilitaria a transição entre a manipulação do objeto real, as partes fracionárias, para o posterior uso da simbologia. Deste modo, “Quando o aluno usa os símbolos para representar a

⁸ Livro “How to Make Arithmetic Meaningful” (“Como tornar a Aritmética significativa”), de 1953.

operação que efetuou concretamente, compreende êsses símbolos, vê o seu sentido e, depois, formula regras que apreendeu, mediante uso e compreensão” (Porto, 1968, p. 101-102). Estas concepções denotam que as propostas de Porto (1968) carregam características da Escola Nova, uma vez que o ensino deveria partir da experiência e manuseio do material pelo estudante.

Assim, segundo a autora, o material manipulável poderia ser utilizado para:

1. Desenvolvimento do conceito de inteiros e das várias partes iguais da unidade.
2. Desenvolvimento do conceito de número misto e da fração imprópria.
3. Compreensão do verdadeiro sentido e uso dos termos: numerador e denominador.
4. Comparação exata e aproximada das frações.
5. Relação entre frações ordinárias com diferentes numeradores ou diferentes denominadores.
6. Descobrimto dos princípios e regras envolvidas na transformação de frações em termos maiores ou menores ou na transformação de números mistos em frações impróprias e vice-versa.
- [7.] Descobrimto dos princípios e regras envolvidas nos 4 processos fundamentais com as frações (Porto, 1968, p. 104, interpolação dos autores).

Ao abordar a sala de aula como um laboratório de aprendizagem, Grossnickle e Brueckner (1965a, p. 88) apontam também que os materiais poderiam ser classificados de três formas: exploratórios, visuais e simbólicos. O “material exploratório é todo aquele que a criança pode tocar, mover, manipular, como o ábaco, partes fracionárias etc.”. Para Porto (1968), a partir da manipulação do material seria possível compreender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, envolvendo frações e números inteiros. Contudo, Grossnickle e Brueckner (1965a, p. 88) reforçam que

Quando a criança usa partes fracionárias para descobrir um princípio que ela não pode compreender em uma pura discussão verbal, essas partes fracionárias são usadas com objetivos exploratórios. Se a criança usa essas partes fracionárias de maneira superficial, êste material é apenas manipulativo, sem nenhum propósito exploratório.

Segundo Porto (1968, p. 102), a simplificação e equivalência de frações poderia ser abordada, como indica a autora, pela superposição de partes equivalentes. Por exemplo, na Figura 2 é possível observar que $1/2$ (metade do disco) seria igual a duas partes fracionárias de $1/4$ ou quatro partes fracionárias de $1/8$, ou seja, $2/4$ ou $4/8$. Aqui se observa o primeiro, o quarto e o quinto item que Porto (1968) aponta como saberes do ensino com as partes fracionárias, ou seja, a compreensão das partes de uma unidade, a comparação de frações e relações entre frações com diferentes numeradores ou denominadores.

Figura 2 – A equivalência de frações



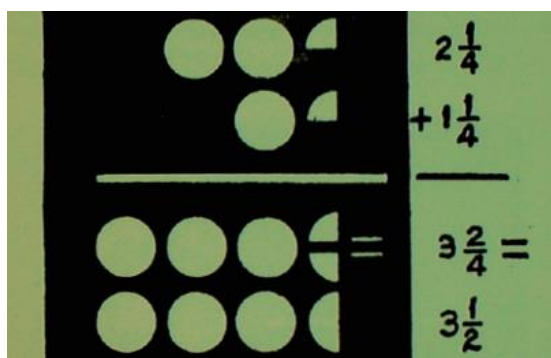
Fonte: Porto (1968, p. 102)

Desse modo, “O hábito de ver 2 pedaços ($2/4$) e reconhecê-los, formando apenas 1 pedaço ($1/2$), ajuda a criança a lembrar que deve reduzir a fração, quando trabalhar com os símbolos abstratos” (Porto, 1968, p. 108-109), ao mesmo tempo que relaciona a representação material e simbólica deste procedimento. Para além da simplificação de frações na sua forma simbólica, essa abordagem também possibilitaria o entendimento do numerador e denominador da fração, item 3 destacado por Porto (1968) no ensino com este material.

Assim, é da relação entre a manipulação das partes fracionárias e o registro simbólico que se observaria a aprendizagem do estudante, uma vez que este só deveria partir para o registro escrito quando compreendesse o objeto de estudo. Com isso, relata que a representação simbólica seria “sempre uma anotação de uma experiência vivida pela criança” (Porto, 1968, p. 103) e iria destacar sua maturidade e compreensão do que era ensinado.

A adição de frações, utilizando o material manipulável, poderia fazer uso de números inteiros e fracionários. Como primeiro exemplo, a autora (Porto, 1968, p. 104) traz a soma $2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$, o que indica que esta seria representada no flanelógrafo com dois discos e uma parte fracionária de $1/4$ mais um disco e uma parte fracionária de $1/4$. Seria fácil perceber que a união dos três discos representaria três partes inteiras e as duas partes fracionárias de $1/4$ seriam então equivalentes a $1/2$. Disso, seguiria o resultado $3\frac{1}{2}$.

Figura 3 – A adição de números mistos

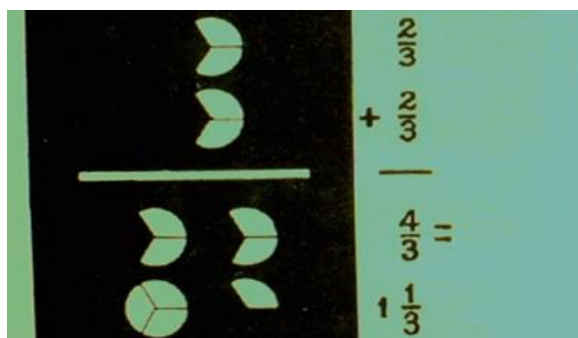


Fonte: Porto (1968, p. 105)

Para expressar frações como número misto a autora (Porto, 1968, p. 106) apresenta o

exemplo em que se deseja calcular $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$, que teria como resultado $\frac{4}{3}$. Contudo, ao utilizar o material de partes fracionárias, a operação seria realizada com duas partes fracionárias de $\frac{1}{3}$, mais duas partes fracionárias de $\frac{1}{3}$. O resultado, quatro partes fracionárias de $\frac{1}{3}$, poderia ser também vista como um disco completo e uma parte fracionária de $\frac{1}{3}$, ou seja, $1\frac{1}{3}$.

Figura 4 – A adição de frações

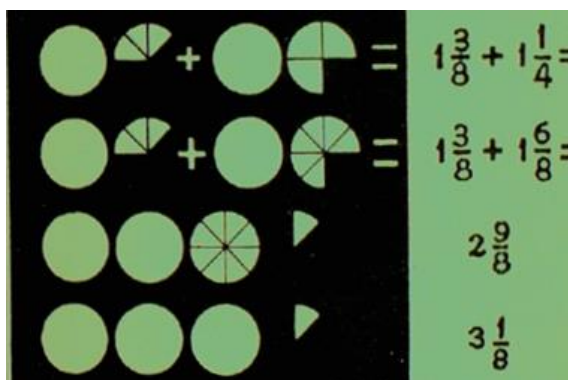


Fonte: Porto (1968, p. 106)

Aqui, pode-se notar que a autora inicia o processo de compreensão de número misto e de fração imprópria, que não é definido com formalidade, mas por meio de uma abordagem que utiliza o material manipulável e o registro simbólico. Estes números surgem em outras operações, de modo a alcançar o segundo item de o que seria possível ensinar com o jogo.

Um último exemplo é abordado por Porto (1968), em que se busca realizar a adição de dois números mistos com denominadores distintos, sendo eles $1\frac{3}{8}$ e $1\frac{1}{4}$. A estratégia, como poderia ser o esperado, seria utilizar a equivalência de frações, ou seja, perceber que a parte fracionária $\frac{1}{4}$ seria equivalente a duas partes fracionárias de $\frac{1}{8}$.

Figura 5 – A adição de números mistos com denominadores distintos

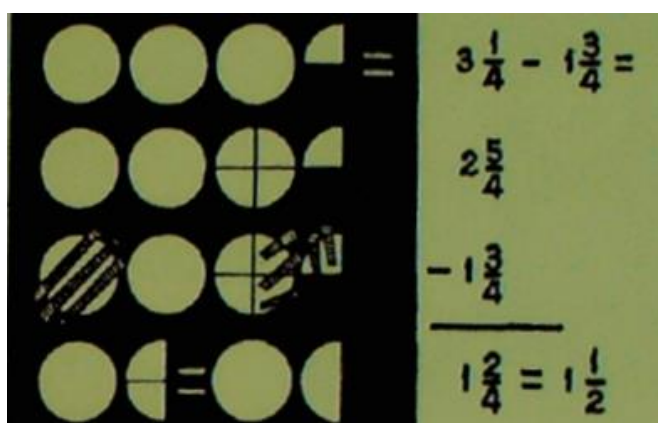


Fonte: Porto (1968, p. 107)

No caso da subtração, Porto (1968) aborda o exemplo em que se tem $3\frac{1}{4}$ e disto se deseja subtrair $1\frac{3}{4}$. A autora começa chamando a atenção de que não seria possível realizar a subtração

das partes fracionárias como foram apresentadas, uma vez que não seria possível tirar $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$, pois isto levaria a um resultado negativo. Assim, a equivalência é utilizada de modo que um dos discos inteiros é transformado em quatro partes fracionárias de $\frac{1}{4}$, o que faz com que o primeiro termo da operação se torne “duas partes inteiras e cinco partes de $\frac{1}{4}$ ”, ou seja, $2\frac{5}{4}$. Agora seria possível realizar a operação, já que se consegue retirar um disco inteiro e três partes fracionárias de $\frac{1}{4}$, resultando em um disco e duas partes de $\frac{1}{4}$.

Figura 6 – A subtração de números mistos



Fonte: Porto (1968, p. 109)

A autora inicia a multiplicação de número inteiro por fração a partir do exemplo: “D. Lúcia deu $\frac{3}{4}$ da maçã para cada um de seus filhos. Ela tem 4 filhos. D. Lúcia distribuiu...” (Porto, 1968, p. 109). Com isso, o estudante iria ao flanelógrafo e colaria três partes fracionárias de $\frac{1}{4}$, quatro vezes. As partes poderiam então ser reorganizadas em três discos inteiros, chegando a solução do problema.

Figura 7 – A multiplicação de um número inteiro e uma fração

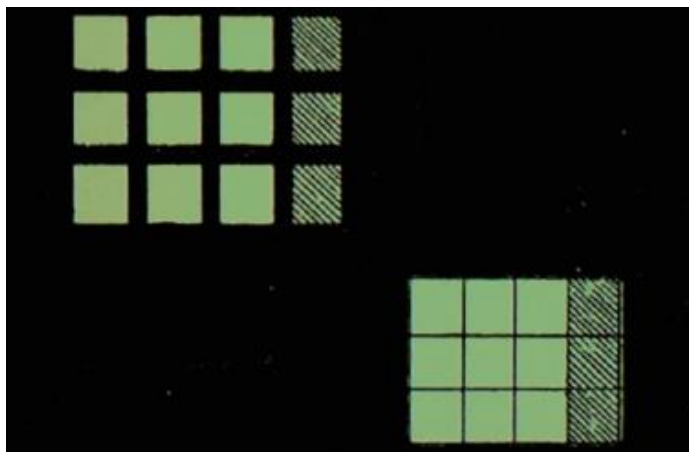


Fonte: Porto (1968, p. 110)

Outra forma de abordar a multiplicação de um número inteiro por uma fração poderia ser compreendida pelo uso das peças quadradas,

Vários quadrados [...] podem ser agrupados, bem justapostos, numa unidade retangular. Virados alguns quadrados de modo que as cores se contrastem, a criança tem uma fração como $1/4$ ou $3/4$. Quando êsses quadrados são ligeiramente separados, a criança poderá ver a fração de um grupo de quadrados como $1/4$ ou $3/4$ de 12 (Porto, 1968, p. 103).

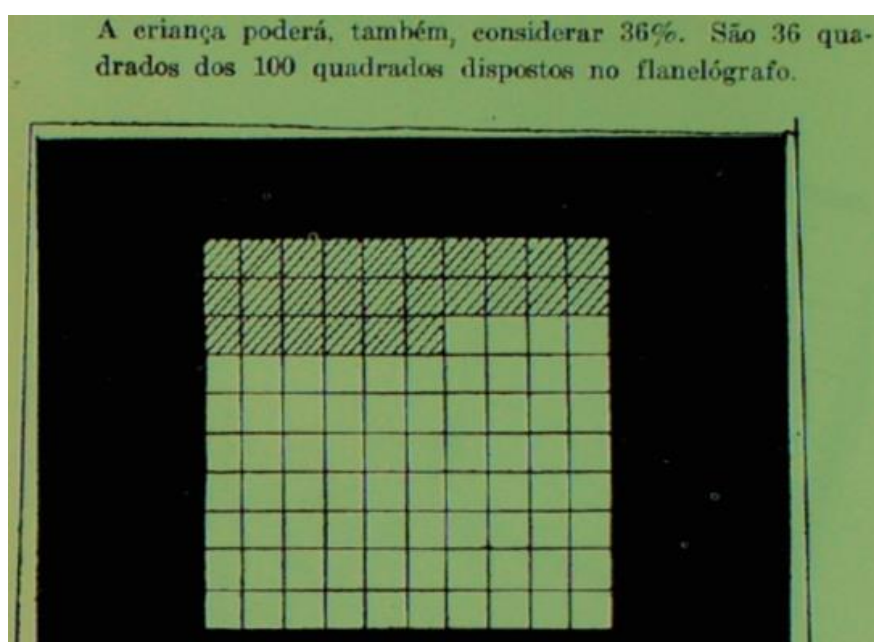
Figura 8 – A multiplicação de número inteiro com fração utilizando os quadrados



Fonte: Porto (1968, p. 103)

Pode-se notar que, nesta abordagem, Porto (1968) não busca relacionar a representação gráfica utilizando partes fracionárias com a simbologia matemática. Assim, 12 vezes $1/4$ fica reduzido à perspectiva de calcular a multiplicação, manipulando/visualmente, com base na ideia da parte do todo, ou seja, um quadrado, a cada quatro, é virado e se observa que a multiplicação teria como resultado 3. De modo semelhante, se produto fosse entre 12 e $3/4$, estariam sendo tomados os quadrados não virados, tendo como resultado 9. Esta abordagem é vista novamente ao fim desta parte da obra, relacionada com a divisão, em que se poderia discutir números decimais, a partir de décimos e centésimos, e porcentagem. Este seria o único indício, aparente, para a necessidade em trazer uma segunda perspectiva para a multiplicação e divisão de frações.

Figura 9 – A abordagem de porcentagem e números decimais através da divisão



Fonte: Porto (1968, p. 103)

Já a multiplicação de frações, por exemplo, $1/2$ vezes $6/8$, poderia ser entendida como a busca pela metade de $6/8$, ou seja, a operação poderia ser iniciada pela disposição das seis partes fracionárias de $1/8$ e, em seguida, verificar quanto seria a metade disso (Porto, 1968, p. 102). Contudo, casos mais complexos, como a multiplicação de $3/4$ por $1/2$ poderiam ser resolvidos de outras formas. Na obra, a autora apresenta a seguinte solução: “A criança toma a Parte Fracionária relativa a um meio. Divide esta metade em quartos e vê que cada quarto desta metade é do tamanho de um oitavo do inteiro. Assim sendo, três quartos serão três oitavos” (Porto, 1968, p. 111).

Figura 10 – A multiplicação de frações na resolução da autora



Fonte: Porto (1968, p. 111)

Aqui poderia haver um problema na compreensão da solução, por parte do estudante,

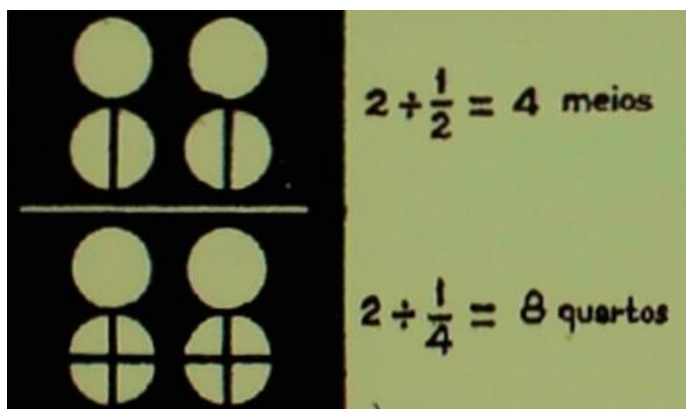
uma vez que esta opera sobre a parte inteira (o disco), mas o problema quer $1/2$. Sob a perspectiva da Matemática não existe problema na solução, uma vez que calcular $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = 1 \times \frac{3}{2 \times 4} = 1 \times \frac{3}{8}$, ou seja, é equivalente a fazer a multiplicação do inteiro (o disco) com três partes de $1/8$. Contudo, uma outra opção metodológica para a resolução desta operação seria utilizando o raciocínio apresentado no início do texto, para o cálculo da multiplicação de frações, aparenta ser mais simples. Isto é, calcular a multiplicação de $1/2$ por $3/4$ seria equivalente a distribuir três partes fracionárias de $1/4$ e pegar metade destas. Como não seria possível dividir as três partes em dois, igualmente e sem cortar a peças, bastaria lembrar que uma parte fracionária de $1/4$ seria equivalente a duas de $1/8$, assim três partes fracionárias de $1/4$ seriam equivalentes a seis de $1/8$, que pode ser dividido ao meio e resultado em três partes de $1/8$, ou seja, $3/8$. Aqui, pode-se perceber que Porto (1968) não considera a perspectiva da comutatividade da multiplicação de frações, ou seja, a autora apresenta a solução apenas sob a perspectiva de calcular três quartos de $1/2$, ignorando a possibilidade de se calcular a metade de $3/4$.

A divisão também é iniciada pela operação entre inteiro e fração. Neste caso, Porto (1968) inicia com a divisão de 2 por $1/4$. A autora logo indica que muitos acham difícil entender por que a resposta a um problema deste tipo tem resultado maior que o número que está sendo dividido e indica que, para isso, seria necessário compreender o sentido real da operação. Assim,

A professora guia o pensamento da criança com perguntas como: ‘Se eu tenho 2 laranjas e divido-as ao meio, quantas metade terei? Se eu tenho 2 laranjas e divido-as em quartos, quantos quartos terei? Quantas vezes posso retirar um quarto de 2? Manipulando as Partes Fracionárias, a criança pode ver que, quando dividimos 2 laranjas ao meio nós temos 4 meios. Quando dividimos 2 laranjas em quartos, nós temos 8 quartos. Assim procedendo, entende o porquê da resposta. A interpretação da resposta é mais importante que a resposta em si mesma (Porto, 1968, p. 112).

Deste modo, dividir 2 por $1/2$ seria equivalente a pegar dois discos e dividi-los ao meio, resultando em quatro meios. Já a divisão de 2 por $1/4$ poderia ser compreendida como a divisão dos dois discos em quatro partes, resultando em 8 partes, como se observa na Figura 11.

Figura 11 – A divisão de número inteiro por fração



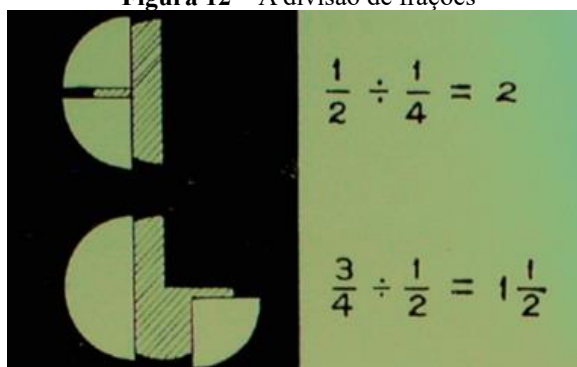
Fonte: Porto (1968, p. 112)

Aqui, a representação visual permite superar um obstáculo para a aprendizagem que a simbologia matemática, por si só, não conseguiria resolver. Desse modo, não só pelas perspectivas exploratórias de aquisição do conhecimento por meio da manipulação, o material das partes fracionárias permite também tornar mais simples o ensino de conceitos e ideias que sem o seu uso, ou o uso da representação visual, seriam muito mais complexos.

Em seguida, a autora traz exemplos de divisão entre frações. Primeiro a divisão de $1/2$ por $1/4$. Nesse caso bastaria seguir o raciocínio anterior, em que a parte fracionária de $1/2$ é posicionada e, então, dividida em partes de $1/4$, resultando em dois pedaços. Um segundo exemplo, a divisão de $3/4$ por $1/2$, é apresentado e Porto (1968) parte para a seguinte abordagem na sua resolução:

A criança coloca no flanelógrafo 3 partes fracionárias de um quarto. Toma uma parte de $1/2$ para descobrir quantas vezes $1/2$ está contido em $3/4$. Pela superposição verifica que $1/2$ está contido uma vez em $3/4$, mas que ainda sobra uma parte dos $3/4$. Que representa esta parte? Naturalmente é um resto dos $3/4$. Mas que fração da medida será este resto? A criança pode ver que a parte restante é a metade da medida com a qual trabalhamos ($1/2$). Desta maneira, chega ao resultado do problema (Porto, 1968, p. 113).

Figura 12 – A divisão de frações



Fonte: Porto (1968, p. 113)

Perceber que na divisão de $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$ tem-se como resultado uma parte de $\frac{1}{2}$ e que sobra uma parte de $\frac{1}{4}$, o resto da divisão, é relativamente simples, contudo, chegar à conclusão de que a resposta seria o número misto 1 (referente a uma parte de $\frac{1}{2}$) com $\frac{1}{2}$ (a parte de $\frac{1}{4}$ equivale à metade da parte de $\frac{1}{2}$)⁹ poderia ser algo difícil para o estudante. Este último exemplo denota que a compreensão das operações com frações poderia ser facilitada por meio de uma abordagem a partir das partes fracionárias, mas isto não significaria que a solução de todo problema seria simples. Disso, talvez, surgiria a necessidade de Porto (1968) constantemente relacionar a representação das operações visualmente com a simbologia, de modo que uma auxiliasse a outra ou, ainda, que a forma de resolução escolhida levasse em consideração a dificuldade do problema e seu desenvolvimento.

Ao fim desta parte da obra, a autora (Porto, 1968, p. 114-115) ainda indica que o material poderia ser utilizado: para ensinar que o tamanho da unidade determina o tamanho das partes, uma vez que metade de um quadrado de lado 5 é maior que metade de um quadrado de lado 1; para revisão em séries mais avançadas; na fração decimal e porcentagem, a partir dos quadrados.

Do mesmo modo a autora destaca no início do manual, o que é reforçado pela perspectiva adotada na época, é possível observar a forte relação do ensino de frações com o uso do material manipulável, neste caso as partes fracionárias. De acordo com França e Santos (2019, p. 38),

Vale a pena destacar que se verifica, nas orientações desse livro, significativa preocupação da autora com o uso de material concreto nas atividades propostas; também é possível observar a importância dada pela autora aos materiais e às atividades de experimentação e de descobertas, portanto, mergulhada nas ideias escolanovistas.

Segundo Novaes, Berticelli e Pinto (2020b, p. 12), nas obras de Porto (1967; 1968)

[...] existe uma afirmação recorrente sobre a importância de usar materiais didáticos para o ensino de frações, permeando as recomendações de todas as séries da escola primária. Também é observado que as diretrizes para o uso dos materiais didáticos para o ensino de frações presente nos livros “Ver, sentir e descobrir a aritmética” e “Frações na escola elementar” expressa uma grande preocupação com o aspecto exploratório e a descoberta por parte dos estudantes, características marcantes da Escola Nova, em sua forma renovada. Para a autora, o uso de materiais na aprendizagem de frações favorece a superação de dificuldades em situações em que a criança confunde propriedades de números naturais com propriedades de números fracionários.

Há ainda de se ressaltar que o ensino de frações presente no manual reforça a presença da representação não numérica na busca por uma compreensão mais ampla e aprofundada de frações, bem como a relação com o social. Assim, o manual permite supor a constituição de um

⁹ A divisão realizada se dá em relação a partes de $\frac{1}{2}$, de modo que $\frac{1}{2}$ é “uma parte de $\frac{1}{2}$ ” e equivale a 1 no resultado. O mesmo vale para $\frac{1}{4}$, que é a “meia parte de $\frac{1}{2}$ ” e, portanto, equivale a $\frac{1}{2}$ no resultado da divisão.

possível saber *para* ensinar frações com material manipulável e um saber *a* ensinar “manipulação dos registros não numéricos em frações”, postos em circulação no âmbito brasileiro através da obra da autora e pela sua utilização na formação de professores. Caberia questionar se as propostas abordadas por Porto (1968) estariam apresentadas em outras obras, revelando uma sedimentação de saberes, na direção de uma objetivação. Para isso, a análise de dois outros manuais didáticos parece ser relevante para esta discussão, uma vez que, para Rezende e Valente (2020, p. 33), a “cultura material condensa saberes”, uma vez que “conhecimento pode ser sistematizado de modo a ser objetivado numa dada materialidade”.

O Manual “O ensino de aritmética pela compreensão”

Como dito anteriormente, o manual (Grossnickle & Brueckner, 1965a, 1965b) é escrito por parte dos autores que indicaram os materiais de base para a elaboração da obra de Porto (1968). Nele é possível observar ideias semelhantes das apresentadas por Rizza Porto. Na figura a seguir pode-se observar, por exemplo, a associação das partes fracionárias com tortas, trazendo a mesma perspectiva da autora para concretizar a abordagem. De modo similar, também se consegue observar a operação de soma a partir do registro não numérico.

Figura 13 – Similaridade da abordagem de Grossnickle e Brueckner com a obra de Porto

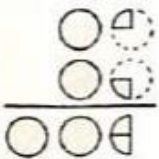


Fonte: Grossnickle e Brueckner (1965a, p. 104)

Na atividade seguinte se nota um processo semelhante ao utilizado por Rizza Porto, ao realizar a mesma operação com as partes fracionárias e com a representação numérica. O uso do flanelógrafo em conjunto com as partes fracionárias também é indicado por Grossnickle e Brueckner (1965a).

Figura 14 – A abordagem paralela entre o registro não numérico e numérico de Grossnickle e Brueckner

2. Nós podemos adicionar estes dois números mistos como mostra o desenho abaixo.



$$1 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{4} = 2 \frac{2}{4}$$

Primeiro encontrar a soma usando os desenhos, como é mostrado à esquerda.

Agora vamos trabalhar com o exemplo.

Primeiro adiciona $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Temos $\frac{2}{4}$.

Em seguida adiciona $1 + 1$. Temos 2.

A soma é $2 \frac{2}{4}$.

Como podemos mudar $2 \frac{2}{4}$ para $2 \frac{1}{2}$? Por que não mudamos $2 \frac{1}{2}$?

Fonte: Grossnickle e Brueckner (1965a, p. 105)

Nos dois volumes se observa que Grossnickle e Brueckner (1965a, 1965b) utilizam uma abordagem semelhante a que Rizza Porto adota em seu manual pedagógico para o ensino de operações com frações. Contudo, a utilização explícita das partes fracionárias quase não é observada quando os autores partem para os temas de multiplicação e divisão, denotando que a abordagem de Porto (1968) vai além de uma simples “influência” do referencial estrangeiro, uma vez que a autora produz novas perspectivas para o ensino de frações com o uso do material manipulável, destacando assim a apropriação e a produção de saberes no ensino de frações.

Tais perspectivas ressaltam a forte apropriação de Rizza Porto dos referenciais estadunidenses, o que provavelmente surge de forma natural uma vez que vai ao encontro dos propósitos do PABAE e de suas idas aos Estados Unidos. Ao mesmo tempo, o manual de Porto (1968) vai além das propostas de Grossnickle e Brueckner (1965a, 1965b) no que se refere ao ensino exploratório de frações, utilizando as partes fracionárias. Nesta medida, a autora contribui para um movimento de circulação de saberes objetivados atrelados a esta abordagem no âmbito brasileiro, principalmente no que se refere ao uso do material manipulável pelo professor, na compreensão das operações com frações e da relação do registro simbólico com o não numérico.

O Manual “Frações na escola elementar”

O manual, em sua 4ª edição publicada em 1967, é posterior a obra “Ver, Sentir, Descobrir

a aritmética”¹⁰ e, em seu prefácio, a autora Rizza Porto (1967) dá indícios de que este carrega também as influências dos trabalhos prestados pelo PABAE, uma vez que aponta que os membros teriam contribuído com sugestões. Todavia, como todo o manual é voltado para o ensino de frações, a autora pôde apresentar um ensino que fosse baseado em diversas perspectivas, utilizando, por exemplo, mais exercícios abstratos a partir do momento em que o trabalho com o concreto já permite essa abordagem.

Observa-se em toda a obra uma forte preocupação com o caráter exploratório e de descoberta por parte dos alunos, característica marcante do escolanovismo, em sua forma renovada. Para a autora, o uso de materiais na aprendizagem de frações favorece a superação de erros em situações em que a criança confunde propriedades dos números naturais com as propriedades dos números fracionários (Novaes, Berticelli & Pinto, 2020, p. 4)

Assim como Grossnickle e Brueckner (1965a, 1965b), Porto (1967) indica que a abordagem de frações deve também se basear no objetivo social deste ensino, bem como “O melhor processo de ensino é aquele que ajuda a criança a descobrir o significado de fatos, princípios e relações” (p. 15) e que “O material concreto é importante no ensino que leva em consideração o desenvolvimento gradual da criança na elaboração de um conceito” (p. 16). Nesse sentido, a autora complementa que “Consideramos o material concreto imprescindível, porque o processo de ensino escolhido dêe necessita”, uma vez que “A criança necessita de muitas experiências, nas quais usa material manipulativo e visual, para construir conceitos adequados do significado das frações” (Porto, 1967, p. 22).

Em defesa ao uso de materiais manipulativos, Grossnickle e Brueckner (1965b, p. 305-308) apresentam os resultados de uma pesquisa que mostrou que os estudantes que aprenderam frações com o uso de materiais manipulativos e pela resolução de diversos exercícios, demonstraram melhor aprendizagem, em longo prazo, do que os estudantes que haviam aprendido só com um ou outro método. Rizza Porto (1967) toma o mesmo posicionamento ao indicar este resultado em sua obra. Contudo, a autora destaca que “Nosso objetivo final é a abstração, o símbolo. A criança usa o material no início da elaboração conceitual, mas dêe desprender-se-á atingindo a abstração, que é, em essência, o material mais importante da aritmética” (Porto, 1967, p. 23). A esse respeito, a autora indica que:

No ensino de frações como o experimentamos, fizemos com que os significados aritméticos brotassem da manipulação e da visualização com propósitos específicos. Desta maneira o

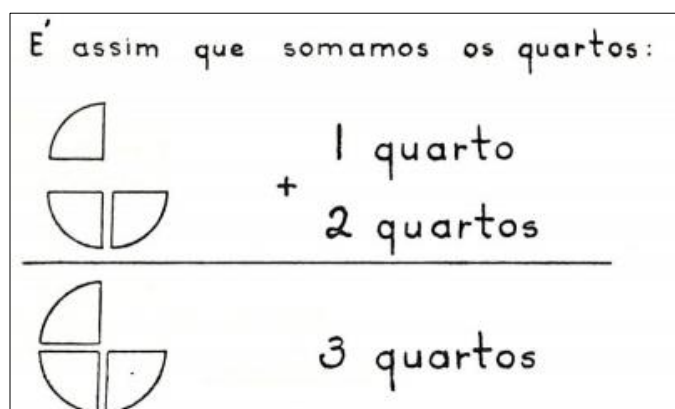
¹⁰ O manual “Ver, Sentir, Descobri a aritmética”, em sua edição de 1964, traz outros títulos de Rizza Porto, mas a obra “Frações na escola elementar” não é listada, o que aponta que esta última foi elaborada posteriormente e, assim, pôde carregar os pressupostos e ideários que são focos deste artigo. A versão de 1964 está disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/187786>. Acesso em: 26 maio 2021.

símbolo viria como o registro de idéias atingidas através de material exploratório, garantindo-se assim a compreensão (Porto, 1967, p. 20-21).

Deste modo, o livro dá indícios de carregar consigo as mesmas perspectivas da obra elaborada pelo PABAE e os pressupostos estadunidenses. O mesmo ocorre em relação ao uso do flanelógrafo, que é indicado para o ensino nas diversas séries.

Os primeiros indícios do uso das partes fracionárias, em um registro não numérico, para a realização de operações com frações surgem na 2ª série, como a figura a seguir mostra

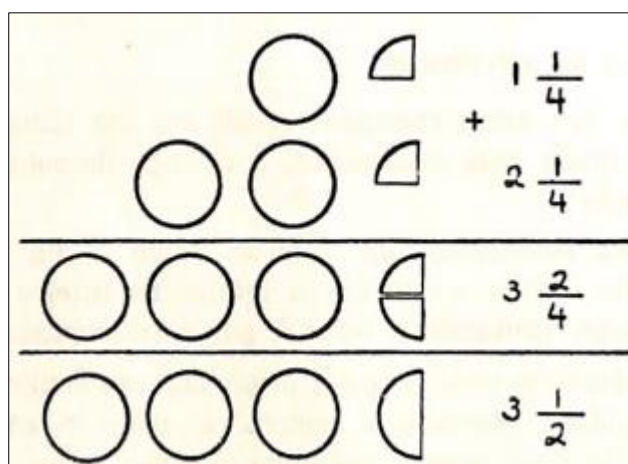
Figura 15 – Os primeiros indícios da abordagem de soma



Fonte: Porto (1967, p. 76)

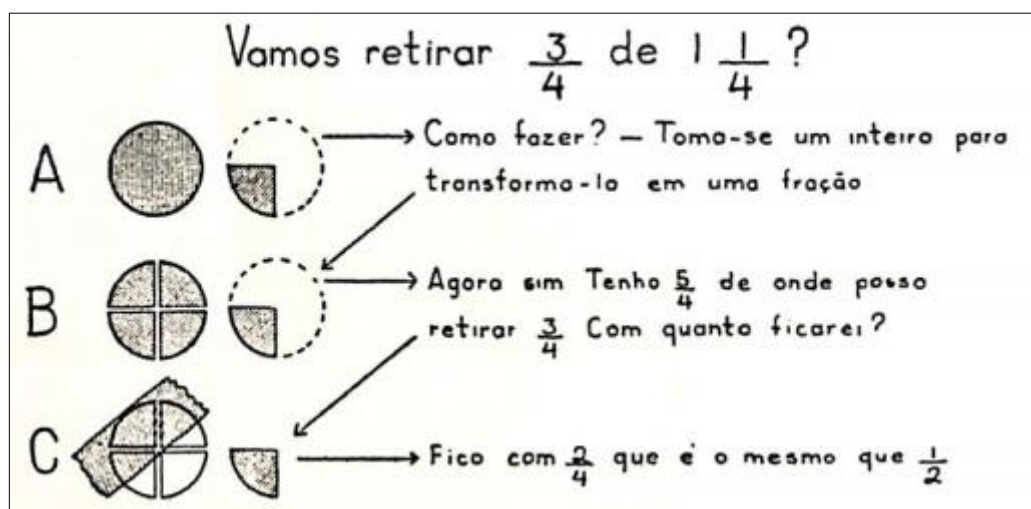
Na última parte do livro, a autora aborda as operações com frações sem indicar em qual série especificamente a abordagem seria utilizada. No caso da adição e subtração, que deveriam ser abordadas paralelamente, a abordagem prevê um uso muito semelhante das partes fracionárias e da resolução paralela com o registro numérico, como é possível observar a seguir.

Figura 16 – Abordagem da soma de modo similar ao de Porto (1968)



Fonte: Porto (1967, p. 176)

Figura 17 – Abordagem da subtração de modo similar ao de Porto (1968)



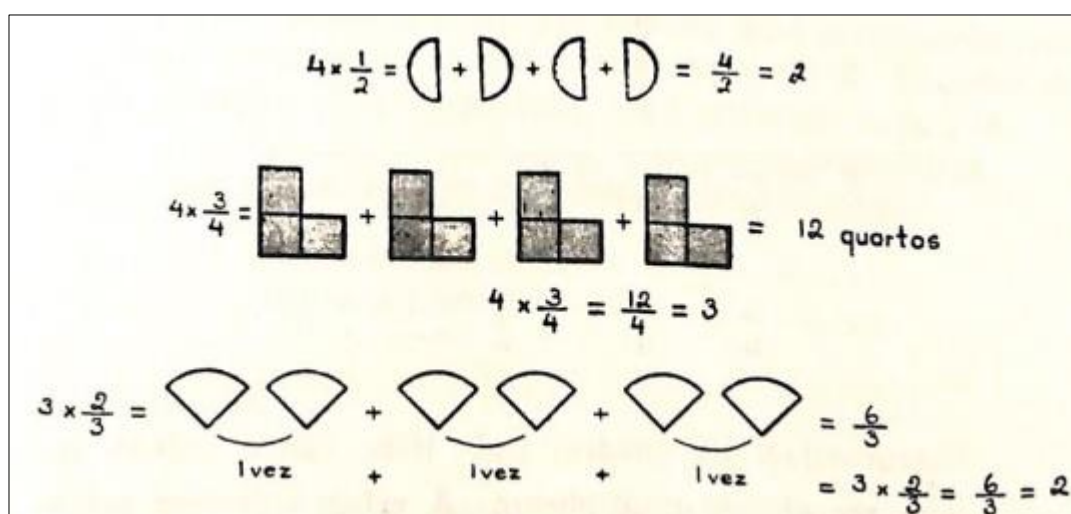
Fonte: Porto (1967, p. 214)

Segundo Porto (1967),

[...] desde a 2ª série, pequenas subtrações vêm sendo realizadas, mas sempre à vista do concreto. Na 3ª série esse trabalho se intensifica, numa passagem natural para o abstrato, em casos mais simples. Na 4ª série então, o material concreto ainda é usado com diferentes finalidades, mas a professora pretende conduzir a classe a abandoná-lo para um trabalho sistematizado com o simbolismo, vencendo etapas mais difíceis (Porto, 1967, p. 198).

Para iniciar a abordagem da multiplicação, a autora indica que não seria necessário esperar a compreensão de todos os casos de subtração, uma vez que casos simples de multiplicação poderiam ser abordados por meio de problemas orais e o uso do material concreto. O uso das partes fracionárias na multiplicação não adentra a abordagem de multiplicação envolvendo números mistos, do mesmo modo que em Porto (1968).

Figura 18 – Abordagem da multiplicação de modo similar ao de Porto (1968)



Fonte: Porto (1967, p. 227)

A figura acima demonstra como o raciocínio deveria ser desenvolvido na multiplicação, utilizando a repetição das partes fracionárias de modo a realizar a soma das parcelas iguais à quantidade de vezes estabelecida pela operação. Nesse sentido, segundo Porto (1967, p. 224),

Quando o aluno, na 2ª série, tenta encontrar solução para questões como:

— Tenho 2 meios litros de leite, quantos litros tenho?

— Comprei 4 retalhos de fita de meio metro cada, quantos metros de fita comprei?

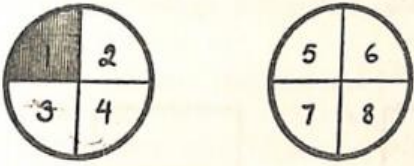
— Se colocarmos 3 vezes um quarto de círculo no flanelógrafo, quanto terei ao todo?

está efetuando a multiplicação em termos concretos, o que constitui uma excelente preparação para o trabalho em nível mais abstrato. Esta preparação torna-se mais sistemática na 3ª série, possibilitando enfrentar, em base sólida, o trabalho final e atingir as generalizações desejáveis.

A divisão envolvendo frações inicialmente toma abordagem semelhante à adotada em Porto (1968), apresentando primeiro a divisão de inteiro por fração e depois entre frações.

Figura 19 – Abordagem da divisão de modo similar ao de Porto (1968)

— Se dividirmos 2 em quartos, quantas vezes teremos $\frac{1}{4}$?



— Vamos fazer a operação?

$$2 : \frac{1}{4} = 8$$

Alguns problemas com esta orientação serão dados, possibilitando a aquisição da habilidade de usar o simbolismo com

Fonte: Porto (1967, p. 265)

Como se pode observar, há diversas semelhanças entre os dois manuais de Porto (1967; 1968), principalmente pelo uso das partes fracionárias paralelamente ao registro numérico, de modo a tornar a aprendizagem mais concreta a partir do material manipulativo, dando continuidade a um esforço para a circulação destes saberes no âmbito brasileiro. Contudo, é importante destacar que, nesta obra, Rizza Porto (1967) traz o processo de converter a “divisão por uma fração” em uma “multiplicação pela fração inversa” a partir da generalização de observações. A autora não indica a série em que este ensino da divisão ocorreria, mas ressalta que “a criança de 4ª série (10 a 12 anos de idade) não atingiu ainda o desenvolvimento mental necessário para apreender, com sucesso, todo o arcabouço de abstrações matemáticas que envolve a razão do «processo de inversão»” (Porto, 1967, p. 290). Na obra também é abordada

a divisão de uma fração por um número inteiro, sendo este aspecto não discutido no manual produzido pelo PABAE (Porto, 1968).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Perspectivas da Escola Nova parecem embasar o uso do manual pedagógico “Ver, Sentir, Descobrir a aritmética” para o ensino do frações. Não apenas pela possibilidade de resolver problemas a partir da manipulação e exploração por parte dos estudantes, mas também, por permitir que percursos de resolução próprios do estudante fossem observados e o fato de que, em um primeiro momento, o ensino de frações deveria estar relacionado com o cotidiano do estudante, alcançando assim um objetivo social do ensino.

Outra característica presente na abordagem da obra, mas que não é explicitada pela autora, é a relevância de um ensino que relacione a realização de processos visuais a partir da manipulação das partes fracionárias, ou seja, o registro não numérico, e o desenvolvimento simultâneo destes procedimentos em sua representação simbólica. Tais aspectos levam a considerar que a autora busca circular, no âmbito brasileiro, saberes objetivados referentes à relevância do material concreto para o ensino de frações e da sua manipulação, por parte dos estudantes, bem como dos registros não numéricos de frações que levassem a posterior abordagem simbólica. Observa-se, ainda, que o material de partes fracionárias deixa de se constituir apenas como um recurso para o ensino de frações, concretizando-se como parte de uma metodologia para o ensino de frações, uma vez que condensa saberes. Estes saberes advêm de um processo de apropriação de referenciais estadunidenses por parte de Rizza Porto.

No manual pedagógico analisado, no tema de partes fracionárias não se busca relacionar a fração com o valor decimal de forma ampla e aprofundada, apenas quando Porto (1968) aborda que o material poderia ser utilizado para o ensino de frações decimais e de porcentagem. De modo geral, a abordagem tem como foco a ideia da parte do todo/partes fracionárias, a partir das imagens e em sua relação com a simbologia aritmética.

Foi possível notar, ainda, que a autora desconsidera a possibilidade de se abordar a comutatividade de algumas operações, principalmente da multiplicação de frações, o que poderia levar a processos de resolução distintos que, por vezes, possibilitariam novas percepções sobre o material, o conteúdo e os saberes associados aos processos de resolução de problemas utilizando o material de partes fracionárias.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina do Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior (UNIEDU/FUMDES) Pós-Graduação vinculado à Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina. O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - Brasil.

REFERÊNCIAS

- Batista, C. O., Santos, E. S. C., Carvalho, R. P. F., Souza, M. M. (2016). Um olhar atento ao manual didático “Vamos aprender matemática: guia do professor - preliminar”. *Revista História da Educação Matemática*. 2, 1, 84-95.
- Chartier, R. (1991). O mundo como representação. *Estud. Av.* 5, 11 (jan./abr.).
- Choppin, A. (2002). O historiador e o livro escolar. *História da Educação*. 11(abr.), 5-24.
- Duarte, A. R. S. D et al. (2011). A Matemática Moderna para Crianças. In: Oliveira, M. C. A.; Silva, M. C. L.; Valente W. R (org.). *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular*. Editora UFJF, 121-136.
- França, D. M. & Santos, E. S. C. (2019). O Ensino de Aritmética no Curso de Formação de Professores e a Constituição de um Expert na Sistematização desse Saber em Tempos da Escola Nova (1950-1970). *REVISTA ACTA SCIENTIAE*. 21, 27-42.
- Godoi, A., Zimmer, I. & Costa, D. (2020). O Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário: um “Estado do Conhecimento” no Brasil. *Revista Paranaense de Educação Matemática*. 9, 18 (dez. 2020), 328-345.
- Grossnickle, F. E. & Brueckener, L. J. (1965a). *O Ensino da Aritmética pela Compreensão*. Lisboa: Editora Fundo de Cultura S/A. 1. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/182849>.
- Grossnickle, F. E. & Brueckener, L. J. (1965b). *O Ensino da Aritmética pela Compreensão*. Lisboa: Editora Fundo de Cultura S/A. 2. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159301>.
- Hofstetter, R. & Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Hofstetter, R. & Valente, W. R. (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. São Paulo: Livraria da Física, 113-172.
- Medina, D. (2012). *Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961-1979)*. Tese de Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

- Novaes, B. W. D., Berticelli, D. G. D., & Pinto, N. B. (2020a). Transformações nos saberes para ensinar frações no curso primário relacionadas ao uso de materiais escolares (1930-1970). *Anais Do ENAPHEM - Encontro Nacional De Pesquisa Em História Da Educação Matemática - ISSN 2596-3228*, (5), 1-5. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/11150>.
- Novaes, B. W. D., Berticelli, D. G. D., & Pinto, N. B. (2020b). Guidelines on the Use of Teaching Materials for Teaching Fractions in the Brazilian Primary Course (1930-1970). *Pedagogical Research*, 5(3), em0065. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://doi.org/10.29333/pr/8221>.
- Porto, R. A. (1962). Partes Fracionárias. *Revista do Ensino*. XII, 89 (nov.). 24-30. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127657>
- Porto, R. A. (1967). *Frações na escola elementar*. Belo Horizonte: Editora do professor LTDA. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/169836>.
- Porto, R. A. (1968). *Ver, sentir, descobrir a Aritmética*. Rio de Janeiro: Editora Nacional de Direito. Recuperado em 17 junho, 2021, de <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135016>.
- Rezende, A. M. S. & Valente, W. R. (2020). Materiais Didáticos para o ensino de matemática: Condensando Saberes Profissional da docência. In I. B. Santos, E. Z. Búrigo & W. R. Valente (Orgs.). *Materiais Didáticos e a História da educação matemática*. 1. pp. 25-47. São Paulo: Livraria da Física.
- Villela, L. M. A.; Lacava, A. G.; Costa, D. A.; Franca, D. M. A.; Oliveira Filho, F.; Salvador, H. H. F.; Silva, M. C.; Costa, R. R.; Carvalho, R. P. F. (2016). Os experts dos primeiros anos escolares: a construção de um corpo de especialistas no ensino de Matemática. In N. B. Pinto & W. R. Valente (Ed.). *Saberes elementares matemáticos em circulação no Brasil* (v. 1, pp. 245-325). São Paulo: Editora Livraria Física.
- Vincent, G., Lahire, B. & Thin, D. (2001). Sobre a história e a teoria da forma escolar. Tradução de Diana Gonçalves Vidal. *Educação em Revista*. 33 (jun), 7-47.