UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Jorge Paulino da Silva Filho

Título: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA SEMIOCOGNITIVA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DE RAYMOND DUVAL PARA A ANÁLISE DA PRODUÇÃO DISCENTE COM DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO

Florianópolis
2022

Jorge Paulino da Silva Filho

Título: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA SEMIOCOGNITIVA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DE RAYMOND DUVAL PARA A ANÁLISE DA PRODUÇÃO DISCENTE COM DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Doutor Educação Científica e Tecnológica.
Orientador: Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silva Filho, Jorge Paulino da
Contribuições da teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval para a análise da produção discente com Discalculia do Desenvolvimento / Jorge Paulino da Silva Filho ; orientador, Méricles Thadeu Moretti, 2022.
208 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Discalculia do Desenvolvimento. 3. Registros de Representação Semiótica. 4. Educação Inclusiva. 5. Dificuldades de Aprendizagem. I. Moretti, Méricles Thadeu . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

Jorge Paulino da Silva Filho

Contribuições da teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval para a análise da produção discente com Discalculia do Desenvolvimento

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelas seguintes membras:

Profª. Drª Celia Finck Brandt
Examinadora – UEPG

Profª. Drª. Cintia Rosa da Silva
Examinadora – UFSC/Blumenau

Profª. Drª. Lisani Geni Wachholz Coan
Examinadora – IFSC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Educação Científica e Tecnológica pelo Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Mariana Brasil Ramos
Data: 19/04/2022 13:27:58-0300
CPF: 037.586.089-45
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

GOV.BR
Documento assinado digitalmente
MERICLES THADEU MORETTI
Data: 19/04/2022 10:54:37-0300
CPF: 169.097.639-04
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti
Orientador

Florianópolis, 2022.

Dedico este trabalho à minha mãe, dona Izaura, símbolo de luta e intrepidez; aos meus irmãos e irmã, que dividiram comigo uma infância de alegrias, apesar da escassez e desafios; à minha esposa Juliana, que me ajudou a entender o sentido da palavra amor e, finalmente, aos nossos dois filhos, Pedro e Arthur, que enchem o nosso lar com a mais genuína bagunça, barulho, sentido e felicidade.

AGRADECIMENTOS

Dois grandes incentivadores desta empreitada chamam-se Sérgio Florentino da Silva e Otavio Bocheco. Outrora colegas de cursos pré-vestibulares da rede privada e, hoje, professores doutores dos Institutos Federais. Meu agradecimento pelas inúmeras conversas e recomendações acerca do Memorial e Projeto de inscrição para o doutorado. Obrigado por terem me ouvido e discutido sobre as inumeráveis demandas da minha tese. Amizades, verdadeiras, são essenciais.

Necessário, também, é reconhecer a importância dos colegas do GPEEM (Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática). Todos os nossos encontros e debates me ajudaram a refinar as compreensões sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Minha gratidão à professora Dr.ª Lisani Geni Wachholz Coan, grande incentivadora, ex-colega de trabalho e membra desta banca. Seu apoio e direcionamentos, desde a elaboração do Memorial e do Projeto de tese, foram imprescindíveis.

Agradecimento especial à colega de GPEEM e membra desta banca, professora Dr.ª Daiana Zanelato dos Anjos. Todo seu conhecimento e olhar sobre a Educação Inclusiva e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foram decisivos neste trabalho. Agradeço, especialmente, pela atenção dedicada aos inúmeros questionamentos, via mensagens de voz, que foram, em alguns momentos, respondidos e, em outros, provocados.

Às demais integrantes desta banca, professora Dr.ª Celia Finck Brandt e Dr.ª Cíntia Rosa da Silva, minha sincera gratidão. Os seus apontamentos e recomendações foram imprescindíveis para que esta pesquisa se tornasse, de fato, uma tese.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Méricles Thadeu Moretti, que me apoiou nesta proposta de investigar as dificuldades de aprendizagem de um aluno com Discalculia do Desenvolvimento, com o suporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Sem o seu direcionamento, suporte, e estímulo, esta pesquisa não teria terminado. Obrigado, professor.

Meu especial agradecimento ao jovem aluno, sujeito desta pesquisa, que optamos por chamar de José, e que esteve conosco ao longo de dois anos. Foram inúmeros encontros, presenciais e remotos, muitas discussões e, especialmente, muito aprendizado. De coração, obrigado José. Estendo os agradecimentos aos seus pais e a sua tia, que prontamente abraçaram o projeto e deram todo o apoio de que precisávamos.

Também sou grato ao Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), onde tenho o privilégio de lecionar desde 2015. Foi o estímulo desta instituição à pesquisa e à formação dos seus professores que me proporcionou a realização deste projeto. Obrigado, IFSC.

Finalmente, minha gratidão à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), que me recebeu na graduação, em 1991, quando tinha 20 anos de idade. Depois de 5 anos me formei e, três anos após, concluí o mestrado. Retornei em 2018 para o doutorado. Tenho um profundo carinho por esta instituição. Foi com as ferramentas que ela me oportunizou que construí minha dignidade econômica, social e boa parte da emocional. Obrigado, UFSC.

Qual é a contribuição da matemática para a formação do indivíduo?
A sua formulação varia consideravelmente em função daquele que a propõe. Para muitos alunos é: “Para que serve isto que querem que a gente aprenda?”. Para os professores de outras disciplinas desses mesmos alunos é: “Por que dar tal importância à matemática, uma vez que outras matérias parecem contribuir mais para a formação do espírito?”. E para aqueles que decidem a política educacional: “Quais são os tipos de saber que os alunos de um país devem adquirir para poder se empregar em profissões que a sociedade necessita?”. Todas as respostas em termos de “modelização de situações reais” ou de “desenvolvimento da racionalidade” ou de “aquisições do saber-fazer” são respostas consensuais, fúteis, e escamoteiam a questão.
A única resposta pertinente e decisiva que tem sentido, *primeiro, para o aluno*, cuja contribuição eles podem, por eles mesmos, descobrir rapidamente, é a resposta da autonomia intelectual e global, uma vez que somente a experiência da sua própria autonomia intelectual dá a confiança às suas próprias capacidades intelectuais e, desse modo, a si mesmos (DUVAL, 2016, p. 37, grifo do autor).

RESUMO

As dificuldades com as operações aritméticas básicas, a troca de operações, como a multiplicação pela adição, por exemplo, a confusão de cifras com grafias semelhantes e a escrita de rabiscos no caderno para apoiar a contagem, são algumas das características apresentadas pelos sujeitos com Discalculia do Desenvolvimento. Estas dificuldades podem trazer, como consequência, prejuízos na autoestima, a depressão, a empregabilidade com baixos salários, evasão escolar etc. Para compreender as dificuldades de aprendizagem de alunos com Discalculia do Desenvolvimento, sob o ponto de vista da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, coletou-se, ao longo de dois anos, em 64 encontros, em um estudo de caso, as produções orais e escritas de um aluno com esta condição, com 16-18 anos de idade, na resolução acompanhada de exercícios da disciplina de matemática referente ao nível do ensino médio. Por meio, principalmente, dessa teoria semiocognitiva de Duval, foi possível constatar que o sujeito da nossa pesquisa apresentou importantes dificuldades de acesso aos objetos matemáticos ainda em sua forma significante, dificuldades em tratamentos aritméticos e algébricos corriqueiros, dificuldades de recuperação de fatos aritméticos básicos da memória de longo prazo; confundiu o conteúdo de algumas representações; recorreu, com grande frequência, a representações com baixa valência semiótica e instrumental, como os dedos das mãos e risquinhos para, por exemplo, calcular $5 + 7$. Por outro lado, de forma surpreendente, fez operações semiocognitivas de nível mais apurado, como por exemplo, a conversão, de forma correta, do registro em língua natural "o quadrado de um número é igual a 121" para o registro algébrico "$x^2 = 121$".

Palavras-chave: Discalculia do Desenvolvimento; Dificuldades de Aprendizagem; Educação Inclusiva; Registros de Representação Semiótica; Funções Discursivas.

ABSTRACT

The difficulties with basic arithmetic operations, the change of operations, such as multiplication by addition, for example, the confusion of numbers with similar spellings and writing marks in the notebook to support counting, are some of the characteristics presented by subjects with Developmental Dyscalculia. These difficulties can bring, as a consequence, damage to self-esteem, depression, low-wage employment, school dropout etc. To understand the learning difficulties of students with Developmental Dyscalculia, from the point of view of Raymond Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation, over two years, in 64 meetings, in a case study, the oral and written productions of a student with this condition, aged 16-18 years old, were collected in a supervised resolution of exercises in the subject of mathematics at the high school level. Through, mainly, this semi cognitive theory of Duval, it was possible to verify that the subject of our research presented significant difficulties in accessing mathematical objects still in their meaningful form, difficulties in everyday arithmetic and algebraic treatments, difficulties in retrieving basic arithmetic facts from long-term memory; he confused the content of some representations; he used, with great frequency, representations with low semiotic and instrumental valence, such as fingers and marks to calculate $5 + 7$, for example. On the other hand, surprisingly, he performed semi cognitive operations at a more refined level, such as converting correctly from the natural language register "the square of a number is equal to 121" to the algebraic register “$x^2 = 121$”.

Keywords: Developmental Dyscalculia; Learning Disabilities; Inclusive Education; Registers of Semiotic Representation; Discourse Functions.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE – Atendimento Educacional Especializado

BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DA – Dificuldade de Aprendizagem

DD – Discalculia do Desenvolvimento

DUA – Desenho Universal para Aprendizagem

ENEMI – Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva

EJA – Educação de Jovens e Adultos

LDB - Lei de Diretrizes e Bases

MCP – Memória de Curto Prazo

MLP – Memória de Longo Prazo

MT – Memória de Trabalho

PNEEPEI - Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática

TA – Transtorno de Aprendizagem

TDAH - Transtorno do Deficit de Atenção com Hiperatividade

TRRS - Teoria dos Registros de Representação Semiótica

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UNESCO - Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura

UNICEF - Fundo das Nações Unidas para a Infância

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Foi no ano de 1995, com vinte e quatro anos de idade, que iniciamos nossa jornada como professor de matemática – o caminho da docência e das muitas inquietações. O contato inicial com os inúmeros desafios da profissão nos fez elaborar a frágil hipótese de que as dificuldades de aprendizagem em matemática seriam resolvidas na medida em que os alunos resolvessem intermináveis listas de exercícios de matemática básica. Além disso, incutir neles a ideia de que era necessário dispor de muito tempo e dedicação também era chave para o êxito nesta disciplina. Havíamos formulado, assim, uma espécie de equação para o bom desempenho na matemática: “sucesso = resolução de exercícios + dedicação”.

Naturalmente, essa rasa e incipiente fórmula foi malsucedida; não resistiu às primeiras verificações. Existiam muitos sujeitos e diversas variáveis, objetivas e subjetivas, nos contextos de sala de aula. Muitos alunos, apesar de investirem várias horas nos estudos, atingiam resultados muito aquém de outros que empregavam menos tempo. As notas baixas prevaleciam.

As muitas conversas de salas de professores, entre docentes da área da matemática, justificavam este rendimento com afirmações do tipo “a nossa matéria é difícil mesmo”, “são alunos fracos” ou “são preguiçosos, não querem estudar”. A culpa estava sempre no outro – na matemática ou no aluno. Era incomum que as notas baixas fossem justificadas por alguma escolha metodológica equivocada do professor, pela vulnerabilidade social de alguns estudantes, pelas condições físicas dos espaços escolares ou como decorrência das dificuldades de aprendizagem intrínsecas a algum Transtorno de Aprendizagem[1] (TA) apresentado pelo aluno. A regra era (é): nota baixa é resultado da preguiça, da falta de esforço ou da inaptidão para a matemática. Será mesmo?

Os vinte e sete anos de sala de aula nos proporcionaram encontros e experiências com alunos interessados pelo conhecimento e extremamente dedicados nas suas tarefas

[1] “Os transtornos da aprendizagem compreendem uma inabilidade específica, como de leitura, escrita ou matemática, em indivíduos que apresentam resultados significativamente abaixo do esperado para seu nível de desenvolvimento, escolaridade e capacidade intelectual” (OHLWEILER, 2016, p. 108). Os mais conhecidos são a dislexia, a discalculia, disortografia etc.

escolares, mas, apesar disso, com aproveitamento escolar muito baixo. Trabalhamos, especialmente, com o Ensino Médio e as fases iniciais do Ensino Superior, nas disciplinas de Cálculo e Geometria Analítica. Frequentemente, recebemos alunos apresentando significativas dificuldades com as operações aritméticas elementares, dificuldades em compreender conceitos já trabalhados no Ensino Fundamental, como o de número primo, fatoração, área, volume e nos procedimentos algébricos básicos, como resolução de equações de primeiro grau.

Em julho de 2019, fomos provocados e presenteados com a oportunidade de investigar com mais profundidade as dificuldades de aprendizagem apresentadas por um aluno que cursava o nono ano do Ensino Fundamental. O seu pai, um amigo de longa data, instou-nos: “Preciso de ajuda. Meu filho tem discalculia e dislexia. Está muito mal na escola, com medo de reprovar. Está pensando em desistir dos estudos. Você pode dar aula particular para ele?”.

Da dislexia já tínhamos ouvido falar, mas a discalculia era algo totalmente novo para nós. Dissemos sim ao pai do aluno e foram dados, ali, os primeiros passos da nossa tese. Mas, afinal de contas, o que é a discalculia e do que se trata este trabalho? Estas respostas serão dadas um pouco mais à frente, a partir da seção 1.3.

Uma outra indagação que poderia surgir é sobre porque, somente depois de vinte e cinco anos de docência, dispusemo-nos a investigar com mais profundidade as dificuldades de aprendizagem de algum aluno. A resposta não é curta e envolve muitos ingredientes. Um deles, e sobre o qual expandiremos um pouco mais a discussão, está relacionado com a visibilidade que determinado grupo de estudantes passou a ter com o movimento da Educação Inclusiva.

1.2 UMA NOVA PERSPECTIVA

Quando ingressamos na docência, em 1995, era muito difícil encontrar alunos com deficiência nas classes comuns. A segregação era o que vigorava à época. E era quase consenso, no meio escolar em que trabalhávamos, que deveria permanecer como estava: aluno "normal" nas classes comuns e os "deficientes"[2] nas suas classes exclusivas.

Com a Constituição Federal de 1988 e a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional, de 1996, começaram as primeiras mudanças no sentido de promover a inclusão de alunos com deficiência nas classes comuns no nosso país. A Carta Magna de 1988, no seu Art. 205, estabeleceu que a educação é "[...] direito de todos e dever do Estado e da família [...]" (BRASIL, 1988). No seu artigo 208, enfatiza que "O dever do Estado com educação será efetivado mediante a garantia de: [...] III - Atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino" (BRASIL, 1988).

Quanto à LDB, o seu artigo 4º, inciso 3, afirma que o Estado deve garantir "[...] atendimento educacional especializado gratuito aos educandos com necessidades especiais, preferencialmente na rede regular de ensino" (BRASIL, 1996).

Este movimento inclusivo chegou ao Brasil através do impulso dado pela Declaração Mundial sobre a Educação para Todos (UNICEF, 1990) e, principalmente, com a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994), documento que estabeleceu o princípio da inclusão como forma de alcançar a meta da educação para todos (SBEM, 2019). Na Declaração de Salamanca, há a compreensão de que as

> [...] escolas deveriam acomodar todas as crianças independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e super-dotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias lingüísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos desavantajados ou marginalizados (UNESCO, 1994, p. 3).

Neste novo paradigma educacional, Goffredo (1999, p. 31) redefine a escola como uma "[...] instituição social que tem por obrigação atender todas as crianças, sem exceção. A escola deve ser aberta, pluralista, democrática e de qualidade. Portanto, deve manter as suas portas abertas às pessoas com necessidades educativas especiais".

[2] A expressão usada nos dias de hoje, proposta na Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência, da Organização das Nações Unidas, em 2006 (BRASIL, 2007), é "pessoa com deficiência".

Para Ropoli et al. (2010, p. 9), “A escola comum se torna inclusiva quando reconhece as diferenças dos alunos diante do processo educativo e busca a participação e o progresso de todos, adotando novas práticas pedagógicas”. Assim, a Educação Inclusiva questiona as compreensões de homogeneidade dos alunos, já que abre espaço para a diferença e, ao mesmo tempo, busca promover novas práticas que contemplem essas múltiplas formas dos alunos aprenderem e se expressarem.

Aqui entra a Educação Especial, uma modalidade da Educação Básica (também uma das vertentes da Educação Inclusiva), que abrange os alunos com deficiência[3]. O público-alvo da Educação Especial, segundo a Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI), marco regulatório da Educação Especial no nosso país, é (são) “[...] os alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação” (BRASIL, 2008, p. 15).

Segundo este documento, os alunos com deficiência são aqueles que apresentam “[...] impedimentos de longo prazo, de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, que em interação com diversas barreiras podem ter restringida sua participação plena e efetiva na escola e na sociedade” (BRASIL, 2008, p. 15).

É incontestável o efeito que este movimento inclusivo trouxe à Educação Especial no nosso país, a partir dos anos 2000, pelo menos do ponto de vista dos dados numéricos:

> Dados do Censo Escolar, coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep) de 1998 e 2012, mostram a evolução do ingresso de estudantes com deficiência nas redes educacionais inclusivas. O Censo da Educação Básica de 1998 registrou 337,3 mil matrículas de estudantes com deficiência. Desses alunos, 13% estavam em classes comuns do ensino regular. Em 2012, o censo apontou 820,4 mil matrículas e constatou que 76% dos estudantes estavam em classes

3 Os termos utilizados para se referir às pessoas com deficiência mudaram muito ao longo do tempo. Até meados do século XX, era comum chamá-las de “inválidas”, “defeituosas” e “aleijadas”, com uma clara conotação de fardo social e inutilidade. A primeira mudança veio quando essas pessoas decidiram se organizar como um movimento social, propondo denominações que rompessem com a imagem negativa que as excluía. Assim, surgiu o termo “pessoas deficientes”, no início da década de 80, na esteira do Ano Internacional das Pessoas Deficientes. Mais tarde, a expressão mudou para “pessoas portadoras de deficiência”, sendo, inclusive, adotada pela Constituição Federal de 1988. Um pouco mais à frente, eufemismos foram adotados, como “pessoas com necessidades especiais” e “portadores de necessidades especiais”. Essas expressões foram criticadas, porque o termo “especial” vai de encontro à luta por inclusão e equiparação de direitos dessas pessoas. Do mesmo modo, o termo “portador” foi criticado, pois passava a ideia de que a deficiência não fazia parte da pessoa, mas era algo que ela portava. Finalmente, a expressão usada nos dias de hoje, e que ficou consagrada na Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência, da Organização das Nações Unidas, em 2006 (BRASIL, 2007), é “pessoa com deficiência”. Esta expressão mostra que a deficiência faz parte do corpo e humaniza a denominação, visto que, antes de ser uma “pessoa deficiente”, se é uma pessoa (LANNA JÚNIOR, 2010, p. 15).

> comuns do ensino regular, o que representa crescimento de 143% (Fonte: http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/32101-educacaoespecial. Acesso em: 17 ago. 2021).

Já de acordo com o Censo da Educação Básica de 2019, o número de alunos matriculados na Educação Especial, em classes comuns ou segregadas, chegou a 1,3 milhão, representando um acréscimo de 34,4% em relação a 2015 e, fazendo essa comparação apenas no âmbito do ensino médio, o aumento foi de 91,7% nesse período de quatro anos. (BRASIL, 2020, p. 43-44).

Este mesmo documento mostra, no entanto, que ainda há muito a ser feito em termos de condições físicas que atendam as demandas específicas do público da Educação Especial. Constatou-se, em relação às escolas estaduais, que apenas 62,9% delas têm banheiros adequados para esses alunos na etapa do ensino médio e 57,1% na etapa do ensino fundamental. Levando em conta recursos de acessibilidade (corrimão, elevador, pisos táteis, vão livre, rampas, salas acessíveis, sinalização sonora, tátil ou visuais) nas vias de circulação interna das escolas estaduais, 62,8% delas os têm na etapa do ensino médio e 58,0% na etapa do fundamental (BRASIL, 2020, p. 72 e 77).

Quanto à formação docente, o Censo da Educação Básica de 2019 mostra que o número de docentes com pós-graduação é de 41,3% e, com formação continuada, o percentual é de 38,3%. Além de não mostrarem em que domínios se concentram estas formações, estes números também evidenciam que nem metade dos docentes da Educação Básica tem, sequer, algum tipo de especialização (BRASIL, 2020, p. 59).

Isso nos permite inferir que ainda há carência de formação específica na área da Educação Especial. Entendemos que a abordagem de um tema escolar com um aluno cego tem exigências diferentes quando comparada a um aluno surdo, com dislexia ou discalculia, por exemplo. Assim, a busca pela compreensão das particularidades de aprendizagem dos estudantes da Educação Especial, por estratégias ou metodologias de ensino que contemplem as especificidades dos alunos nessas condições é (ou deveria ser) pauta cotidiana de quem lida diretamente com o ensino e a aprendizagem desses alunos, a saber, os profissionais da pedagogia e da docência.

Voltando aos resultados apontados pelos Censos que destacamos anteriormente, é possível constatar que o movimento da Educação Inclusiva atingiu de forma impactante as escolas brasileiras, gerando, como consequência, inúmeras demandas, sejam de natureza pedagógica, logística ou operacional.

E a Educação Inclusiva também chegou no terreno da pesquisa na Educação Matemática no Brasil. Tanto é que a SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) constituiu, em 2013, o Grupo de Trabalho Diferença, Inclusão e Educação Matemática, o GT13 (SBEM, 2019). De acordo com este Grupo de Trabalho, "[...] as particularidades associadas às práticas matemáticas dos diferentes aprendizes são [devem ser] valorizadas e entendidas, ao invés de serem esquecidas, ignoradas ou até mesmo consideradas ilegítimas" (SBEM, 2019). Na esteira desse movimento foram criados os Encontros Nacionais de Educação Matemática Inclusiva – ENEMI's - promovidos pela SBEM a partir de 2019[4].

1.3 O NOSSO RECORTE – A DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO

Retornando ao que deixamos em aberto no final da seção 1.1, em julho de 2019 chegou até nós um jovem aluno que, neste trabalho, chamaremos de José[5]. Na época, tinha quinze anos e cursava o nono ano do Ensino Fundamental. Segundo seu pai (um conhecido de longa data), o seu filho tinha discalculia e dislexia, condições que implicavam em uma série de dificuldades para a sua aprendizagem. Estava a ponto de abandonar os estudos.

Mas, afinal de contas, o que é a discalculia? É considerada uma deficiência? Alunos com discalculia são contemplados pela Educação Especial?

Nossas primeiras buscas mostraram que a discalculia se tratava de um TA, com uma prevalência que varia de 3% a 6,5% entre as crianças em idade escolar (SHALEV, 2004; HAASE et al., 2011; REIGOSA-CRESPO et al., 2012). O aluno com Discalculia do Desenvolvimento (DD) costuma ter muitas dificuldades com as operações aritméticas básicas. Troca, com alguma frequência, a operação de produto pela soma; recorre sistematicamente aos dedos das mãos como ferramenta de apoio aos cálculos aritméticos, entre outras dificuldades (DÍAZ, 2011, p. 323-324 e 340; APA, 2014, p. 66).

Para o *UK Department for Education and Skills*, a DD é

---

[4] Participamos do I ENEMI, realizado no Rio de Janeiro, em outubro de 2019, com a Comunicação Científica "As funções discursivas de Raymond Duval: análise do discurso de um aluno discalcúlico". Também participamos do II ENEMI, desta vez apenas como assistente, que ocorreu em 2020, de forma remota.

[5] Nome fictício.

> Uma condição que afeta a capacidade de adquirir habilidades aritméticas. Alunos com discalculia podem ter dificuldade em entender conceitos simples de números, falta de compreensão intuitiva de números e problemas em aprender fatos e procedimentos numéricos. Mesmo que produzam uma resposta correta ou usem um método correto, eles podem fazê-lo mecanicamente e sem confiança (DfES, 2001, p. 2).

Os impactos negativos no cotidiano do sujeito com DD, que extrapolam o baixo rendimento escolar em matemática e se refletem, por exemplo, em dificuldades para lidar com dinheiro e ver as horas, podem implicar em consequências mais graves, como baixa autoestima, depressão, empregabilidade com baixos salários, evasão escolar etc. (KAUFMANN et al., 2013). Naturalmente, estes reflexos não ficam circunscritos apenas à vida privada do sujeito, mas afetam também a família, a sociedade e o país em que mora.

Quanto ao amparo legal, alunos com DD (e demais TAs), não são considerados público-alvo da Educação Especial, não tendo direito, por exemplo, ao AEE (Atendimento Educacional Especializado)[6].

Na Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva, os TAs são considerados como "transtornos funcionais específicos" (BRASIL, 2008, p. 15). Além disso, os alunos nestas condições também serão abrigados pela estrutura escolar, de modo que a Educação Especial trabalhe de forma articulada com o ensino comum, na intenção de atender às suas necessidades educacionais específicas (BRASIL, 2008, p.15). Logo, ainda que os alunos com TAs não sejam vistos pela legislação vigente como público-alvo da Educação Especial, dentro da perspectiva da Educação Inclusiva as suas necessidades específicas de aprendizagem também deverão ser acolhidas. Alunos com DD, portanto, vale sublinhar, não são considerados pessoas com deficiência, mas ainda assim são contemplados pela perspectiva da Educação Inclusiva.

1.4 A LACUNA

6 Segundo Ropoli et al. (2010, p. 17) o AEE deve fazer parte do projeto político-pedagógico das escolas e obrigatoriamente ofertado por elas; é preferencialmente realizado em um espaço físico denominado Sala de Recursos Multifuncionais e deve complementar e/ou suplementar a formação do aluno, visando a sua autonomia, tanto na escola quanto fora dela.

Fizemos, também, um levantamento das pesquisas feitas pelas áreas da Educação e da Educação Matemática sobre a temática da DD. Procuramos, especificamente, o que já havia sido produzido de dissertações e teses acerca do ensino e da aprendizagem de sujeitos com DD[7]. Buscamos no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES[8] e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)[9] por trabalhos que estivessem apoiados em referenciais que perpassassem a Educação ou Educação Matemática. Usamos o descritor "discalculia" e filtramos por programas de pós-graduação em Educação ou Educação Matemática ou Educação em Ciências e Matemática ou por programas afins, como mestrados profissionais em matemática. Encontramos dezoito trabalhos tendo a DD como tema central, sendo uma tese e dezessete dissertações; um deles produzido em 2006 e os demais de 2015 a 2020. É possível dizer que isso é irrisório em termos de produção científica.

Ficamos surpresos ao constatar que as inúmeras teorias de ensino e aprendizagem do campo da Educação Matemática e da Didática da Matemática que, do nosso ponto de vista, poderiam servir de referencial teórico para abordar a temática das dificuldades de aprendizagem apresentadas por alunos com DD, foram totalmente negligenciadas nesses trabalhos levantados. Podemos citar, por exemplo, a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, a dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, a das Situações Didáticas de Guy Brousseau ou a da Transposição Didática e Antropológica do Didático de Yves Chevallard. Saindo dos aspectos focados no ensino e aprendizagem, e permitindo um olhar mais holístico para o sujeito, levando em conta suas interações com a família, com a sociedade e com a sua própria história, também apontamos teorias que poderiam contemplar pesquisas com alunos com DD, como a Da Relação com o Saber de Bernard Charlot e a Educação Dialógica de Paulo Freire, por exemplo. No entanto, teorias com este viés também estiveram ausentes nos trabalhos investigados, que se concentraram, prevalentemente, na neurociência e no uso lúdico/jogos como ferramentas potencializadoras da aprendizagem[10].

---

[7] Este tipo de levantamento, que foca apenas um setor das publicações (no nosso caso, apenas teses e dissertações), trata-se de um estado do conhecimento, segundo Romanowski e Ens (2006, p. 40). Ele está detalhado no Capítulo 3.
[8] <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/> Acesso em: 14 jan. 2020.
[9] <http://bdtd.ibict.br/vufind/> Acesso em: 14 jan. 2020.
[10] No Quadro 2 apontamos os principais referenciais adotados em cada um dos trabalhos.

Neste sentido, a partir dos nossos estudos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, entendemos que ela pode ser um referencial teórico e metodológico de grande importância para a compreensão das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos sujeitos com DD. Ela se assenta, sobretudo, nos aspectos semiocognitivos implicados na aprendizagem da matemática e na concepção de que o acesso aos objetos matemáticos só é possível através das suas representações ou, mais especificamente, através do trânsito entre, pelo menos, duas de suas representações (DUVAL, 2012a, p. 282).

A aprendizagem da matemática passa, inevitavelmente, pela manipulação de "objetos" não concretos, não acessíveis pelos órgãos dos sentidos. Isto impõe fortemente o recurso à atividade semiótica, à manipulação de símbolos (ou signos), o que pode servir como um dos argumentos para os insucessos da sua aprendizagem. Entendemos que a TRRS, além de servir de lente para investigar e descrever as dificuldades de aprendizagem de um aluno com DD, pode também, quiçá, trazer subsídios para a elaboração de estratégias de ensino, metodologias ou abordagens que levem em conta as dificuldades de aprendizagem da matemática apresentada pelos sujeitos nesta condição.

1.5 A PERGUNTA NORTEADORA

Assim, a discussão até aqui apresentada nos remeteu a pensar na Teoria dos Registros de Representação Semiótica como uma espécie de lente com a qual pretendemos investigar o modo como um aluno com DD aprende, trata e compreende os objetos matemáticos. Portanto, nossa **pergunta norteadora é: que contribuições a teoria semiocognitiva de Raymond Duval pode trazer à compreensão das dificuldades de aprendizagem de matemática apresentadas por um aluno com Discalculia do Desenvolvimento?**

1.6 OS OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

Na tentativa de responder a esta pergunta, propomos o

Objetivo Geral: realizar uma análise, sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, das dificuldades de aprendizagem da matemática apresentadas por um aluno com Discalculia do Desenvolvimento.

Além disso, elencamos os demais

Objetivos Específicos:

1) Investigar como se dá o acesso aos objetos matemáticos pelo sujeito com Discalculia do Desenvolvimento, com base nas premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica;

2) Descrever, do ponto de vista semiocognitivo, os procedimentos e as estratégias utilizadas pelo aluno durante a resolução de tarefas matemáticas;

3) Apontar de que maneira as Funções Discursivas podem ser utilizadas para análise das produções de um aluno com DD;

4) Apresentar contribuições, do ponto de vista didático e pedagógico, para a compreensão das dificuldades de aprendizagem da matemática apresentadas por um aluno com DD;

5) Expor sugestões, de carácter metodológico, para os professores que têm alunos com DD nas suas classes.

1.7 OS MÉTODOS

Esta é uma pesquisa Qualitativa, do tipo Exploratória em relação aos objetivos e, portanto, conforme Oliveira (2007, p, 65), "[...] sendo difícil a formulação e operacionalização de hipóteses". Por meio de um Estudo de Caso, acompanhamos um aluno por mais de dois anos e, além disso, com as Funções Discursivas da TRRS, estabelecemos a urdidura sobre a qual os Resultados e Discussões foram tecidos. Essas Funções, conforme Duval (1995), são ferramentas de cunho metodológico para análise das produções dos alunos. Assim, de agosto de 2019 a setembro de 2021, realizamos 64 encontros com o sujeito da nossa pesquisa, alguns presenciais e outros de forma remota. Na maioria deles, auxiliamos o nosso aluno com suas tarefas escolares de matemática e de física, de onde emergiram os elementos para as nossas análises.

Este número, possivelmente elevado de encontros, serviu-nos, entre outras coisas, para verificar a recorrência de alguns padrões de resolução de tarefas, para aprofundar investigações e aprimorar a análise das suas dificuldades de aprendizagem com base na TRRS, conforme nossa problemática de pesquisa.

1.8 A ESTRUTURA DA TESE

Com a intenção de possibilitar uma visão geral deste trabalho, elaboramos um mapa da tese (ou índice resumido), conforme o Quadro 1.

Quadro 1: Mapa da tese

1. A Introdução	• Justificamos, apontamos a lacuna, a pergunta norteadora, os objetivos, métodos e este mapa
2. O Cenário	• Os nossos primeiros suportes teóricos (o enquadramento deste trabalho): A Educação Inclusiva e o Modelo Social da deficiência • As bases para entender a Discalculia: as Dificuldade e os Transtornos de Aprendizagem, além de elementos sobre a Cognição Numérica e a Memória
3. O que já foi pesquisado	• Revisão bibliográfica: buscamos o que a Educação e a Educação Matemática já produziram de trabalhos tendo a DD como temática
4. O nosso principal suporte teórico	• A TRRS: o acesso ao objeto matemático, a aprendizagem da álgebra e as Funções Discursivas • Os Objetos Ostensivos e não Ostensivos
5. A nossa metodologia	• O Estudo de Caso – aspectos teóricos e práticos: quem é José?
6. Os Resultados e Discussões	• O que emergiu dos encontros? O que investigamos e propomos?
7. As Conclusões	• E agora José?

Fonte: elaborado pelo autor

No capítulo 2, intitulado “Em que cenário faremos a caminhada?”, serão apresentados os nossos primeiros referenciais teóricos, o lugar de onde falaremos: a Educação Inclusiva, o modelo social da deficiência e o seu antagônico, o modelo biomédico. São duas compreensões muito distintas, uma entendendo que a deficiência surge do conflito entre o sujeito com lesão e o ambiente pouco sensível (ou refratário) à diferença; a outra (modelo biomédico) personificando a deficiência, na medida em que a desloca para o sujeito.

Ainda neste mesmo capítulo, discutiremos os conceitos de Dificuldades de Aprendizagem (Das), TAs e DD. Como forma de ampliar a compreensão da DD, também elaboramos uma seção acerca dos mecanismos da Cognição Numérica e outra sobre os diversos tipos de Memórias, como a de curto prazo, a de longo prazo e a de trabalho.

No capítulo 3, com o título “A educação matemática tem se interessado pela DD? - um panorama de pesquisas brasileiras”, fizemos uma revisão de literatura, mais especificamente um Estado do Conhecimento. Optamos por investigar o já foi produzido de teses e dissertações, no âmbito da Educação e Educação Matemática no Brasil, tendo a DD como temática. Constatamos que as pesquisas nestas áreas ainda estão nos primeiros passos, pois apenas dezoito trabalhos foram realizados, sendo dezessete dissertações e apenas uma tese. Verificamos que grande parte dessas pesquisas se situou no modelo biomédico da deficiência, aplicando testes neuropsicológicos para a identificação de indícios de DD em alguns alunos e fizeram pouco (ou quase nenhum) uso de referenciais teóricos clássicos da Educação Matemática e da Didática da Matemática.

Na sequência, no capítulo 4**,** intitulado “Referenciais teóricos”, apresentamos o nosso principal suporte, a TRRS de Raymond Duval. Buscamos, nessa teoria, o que ela diz acerca do acesso aos objetos matemáticos, alguns elementos sobre a aprendizagem da álgebra e, especialmente, a sua contribuição no âmbito do discurso matemático – as Funções Discursivas. Incluímos, também, uma pequena fatia do trabalho de Yves Chevallard, a saber, os objetos ostensivos e não ostensivos. Entendemos que estes últimos constructos complementaram algumas ideias da TRRS e foram indispensáveis para analisar a potencialidade de alguns recursos ostensivos utilizados pelo nosso sujeito da pesquisa.

No capítulo 5, que nomeamos de “Metodologia: o Estudo de Caso”, discorremos sobre os aspectos ligados ao enquadramento teórico-metodológico desta tese.

Quanto ao capítulo 6, que chamamos de “Resultados e Discussões: o relato do Estudo de Caso”, finalmente nos debruçamos sobre a parte empírica desta pesquisa. Pautados no nosso referencial teórico, acompanhamos e observamos o nosso aluno ao longo de mais de dois anos, com 64 encontros. Relatamos, discutimos, fizemos propostas, conjecturas e perguntas, na forma de oito Apontamentos que retrataram o que nos propusemos a fazer: uma análise semiocognitivo das dificuldades de aprendizagem de José, à luz da TRRS.

Por último, no capítulo 7, as “Considerações Finais – E agora, José?”, apresentamos as nossas conclusões e indicamos algumas fronteiras que, no nosso ponto de vista, podem ser investigadas.

Agora, vamos dar início ao nosso trajeto.

2 EM QUE CENÁRIO FAREMOS A CAMINHADA?

Neste capítulo, falaremos, inicialmente, sobre aspectos históricos e conceituais ligados à Educação Inclusiva. Em seguida, apresentaremos os dois principais modelos ou concepções da deficiência: o modelo social e o biomédico.

2.1 A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO INCLUSIVA

A sociedade, ao longo da história, nunca teve muita tolerância com quem apresentasse comportamentos destoantes da maioria, especialmente em relação à cognição. Na Idade Média, por exemplo, a possessão demoníaca era apontada como a causa para esses problemas. Nos primórdios da genética, a partir de 1900, o movimento eugênico, embasado em conhecimentos pseudocientíficos, chegou a propor a esterilização de pessoas com transtornos, a fim de que não os transmitissem para as gerações futuras (GARCÍA, 1998, p.17).

Com o fim da Segunda Guerra Mundial, a partir da Declaração Universal dos Direitos Humanos, novas compreensões acerca da vida e da dignidade humana foram demarcadas, pelo menos documentalmente. Alicerçar o mundo sobre novos horizontes, que tivessem a paz, a liberdade e a democracia como pano de fundo, foram os fundamentos principais daquela Declaração, que traz no seu artigo XXVI a seguinte afirmação: “Todo ser humano tem direito à educação” (ONU, 1948). Surgiu naquela Declaração, portanto, uma das primeiras sementes da Educação Inclusiva.

O ativismo de pessoas preocupadas com o não cumprimento deste artigo e com a discriminação social fez com que, quase quarenta anos depois, fosse promulgada a Declaração Mundial sobre a Educação para Todos (UNICEF, 1990), na Tailândia, documento emblemático para a Educação Inclusiva. Na esteira deste movimento, em Salamanca, no ano de 1994, foi realizada pela UNESCO a Conferência sobre Necessidades Educativas Especiais: Acesso e Qualidade, onde foi elaborada a Declaração de Salamanca sobre Princípios, Política e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais[11], um documento que estabelece o princípio da inclusão como forma de alcançar a meta da Educação para Todos (UNESCO, 1994).

Nesta última Declaração, percebemos o que se entende por Educação Inclusiva, principalmente no âmbito da Educação Especial:

> O princípio que orienta esta Estrutura [de ação em Educação Especial] é o de que escolas deveriam acomodar todas as crianças independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e super-dotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias lingüísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos desavantajados ou marginalizados. [...] Escolas devem buscar formas de educar tais crianças bem-sucedidamente, incluindo aquelas que possuam desvantagens severas. Existe um consenso emergente de que crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devam ser incluídas em arranjos educacionais feitos para a maioria das crianças. Isto levou ao conceito de escola inclusiva. O desafio que confronta a escola inclusiva é no que diz respeito ao desenvolvimento de uma pedagogia centrada na criança e capaz de bem-sucedidamente educar todas as crianças, incluindo aquelas que possuam desvantagens severas. O mérito de tais escolas não reside somente no fato de que elas sejam capazes de prover uma educação de alta qualidade a todas as crianças: o estabelecimento de tais escolas é um passo crucial no sentido de modificar atitudes discriminatórias, de criar comunidades acolhedoras e de desenvolver uma sociedade inclusiva (UNESCO, 1994, p.3).

Corroborando com a abrangência da Educação Inclusiva proposta pela Declaração de Salamanca, Mendes (2020, p. 35) afirma que certa vez entrevistou o professor Mel Ainscow, da Universidade de Manchester, que tem um enorme legado de contribuições ao tema da inclusão em nível mundial e, ao perguntar-lhe como definiria a Educação Inclusiva, ouviu a resposta: "educação inclusiva não é sobre crianças com deficiência, mas sobre uma reforma educacional acerca da ideia de que cada criança é importante... Crianças com deficiência

[11] Lembremos que "Área das Necessidades Educativas Especiais" era uma nomenclatura de 1994. Com o tempo, adequações foram feitas e, hoje, poderíamos dizer que seria reescrita como "Área da Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva".

podem ser vulneráveis, mas muitas outras também são, como crianças advindas de lares pobres e outras".

Para Ropoli et al. (2010, p. 9), a pedagogia na perspectiva da escola inclusiva tem a obrigação de questionar, confrontar, discutir e reconfigurar as práticas que têm colaborado para perpetuar a exclusão, por terem instituído uma formatação de processos de ensino e aprendizagem estabelecidos sobre a exclusão dos diferentes, na medida em que estes são realocados em ambientes educacionais à parte. Além disso, para que essa escola inclusiva seja viável, é necessária a atualização e desenvolvimento de novos conceitos e novas práticas educacionais compatíveis com a inclusão. Em outras palavras para estas autoras, o conceito de inclusão está atrelado a duas lutas: uma contra a exclusão e a outra pela mudança das práticas pedagógicas que outrora eram destinadas apenas àqueles "aptos" a estarem na escola (ROPOLI et al., 2010, p. 9).

Nossa discussão vai se ater, a partir de agora, a uma das vertentes da Educação Inclusiva, a Educação Especial, que também é uma modalidade da Educação Básica. E aqui já cabe uma pergunta: por que a Educação Inclusiva é tão associada às pessoas com deficiência? Para Mendes (2020, p. 35), isto faz sentido porque elas sempre enfrentaram muitas discriminações e injustiças ao longo da história e, mesmo hoje, continuam sendo sistematicamente excluídas. "Além disso, essas pessoas estão associadas a um estigma de 'anormalidade', incompatível com os padrões homogeneizadores ainda adotados por grande parte das instituições de ensino" (MENDES, 2020, p. 35).

De acordo com a Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI)[12], marco regulatório da Educação Especial no nosso país, o público-alvo da Educação Especial é (são) "[...] os alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação" (BRASIL, 2008, p.15). Para estes alunos ou estudantes, a PNEEPEI orienta que as escolas devem garantir, conforme BRASIL (2008, p. 14), (1) acesso ao ensino regular; (2) transversalidade da modalidade de Educação

[12] É importante destacar que este documento, de 2008, está sendo atualizado pelo Decreto Lei 10.502/2020 (BRASIL, 2020), de 30/09/2020. No entanto, movimentos populares ligados à causa das pessoas com deficiência, assim como membros de comissões científicas que pesquisam a deficiência e a inclusão, conseguiram a suspensão liminar deste Decreto, com uma ação de inconstitucionalidade, através do Supremo Tribunal Federal, em 21/12/2020. A argumentação se baseia no caráter segregacionista do documento, desobrigando as escolas comuns de matricularem alunos da Educação Especial, e permitindo a volta do ensino regular em escolas especializadas, medida considerada retrógada pelos especialistas.

Especial da educação infantil até a superior; (3) oferta do Atendimento Educacional Especializado (AEE); (4) formação de professores para o AEE e demais profissionais da educação para a inclusão; (5) participação da família e da comunidade; (6) acessibilidade arquitetônica (no âmbito dos mobiliários, transporte, comunicação e informação) e (7) articulação dos mais variados setores na implementação de políticas públicas.

Conforme já pontuamos na seção 1.2, os alunos com TAs, como a DD, dislexia, disortografia etc. não são considerados público-alvo da Educação Especial. Para estas condições, a PNEEPEI usa o termo "transtornos funcionais específicos" (BRASIL, 2008, p. 15) e, no horizonte da Educação Inclusiva, esses alunos e as suas demandas específicas de aprendizagem devem também ser acolhidos nos sistemas de ensino. Além disso, para estes casos, "[...] a Educação Especial atua de forma articulada com o ensino comum, orientando para o atendimento às necessidades educacionais especiais desses alunos" (BRASIL, 2008, p. 15).

Cabe separarmos um breve espaço para citarmos duas leis estaduais e um projeto de lei federal que contemplam os estudantes com DD. A primeira delas é do Distrito Federal, a Lei 5.310/2014 (DISTRITO FEDERAL, 2014), que abarca os alunos da Educação Especial, mas também aqueles com dislexia, DD, disortografia, disgrafia, dislalia, entre outros. Essa lei prevê infraestrutura pública educacional que assegure adaptações necessárias ao atendimento integral aos alunos citados. Além disso, as instituições escolares ficam obrigadas a adotarem "medidas de apoio individualizadas e efetivas de maneira a ofertar ambientes que maximizem o desenvolvimento acadêmico e social dos estudantes especiais" (DISTRITO FEDERAL, 2014).

Outra regulamentação estadual, bem mais recente, vem do Mato Grosso. Trata-se da Lei 11.239/2020, que cria o "Plano de Atenção Educacional Especializado – PAE para os alunos diagnosticados com transtornos específicos de aprendizagem (dislexia, discalculia e disgrafia) nas instituições de ensino públicas e particulares" (MATO GROSSO, 2020).

Muito mais específica que a legislação do Distrito Federal, de que falamos anteriormente, esta lei assegura que o Estado e Municípios devem oportunizar, entre outros aspectos, avaliação diagnóstica, feita por equipe multidisciplinar (pedagogo, fonoaudiólogo, psicólogo e neurologista) e garantir o acompanhamento educacional especializado aos alunos diagnosticados com dislexia, DD e disgrafia. Esses alunos terão direito de acesso a recursos e estratégias didáticas que permitam o seu desenvolvimento escolar. Por exemplo, as provas podem ser orais e com tempo adicional, além de ser permitido o uso de calculadoras, tabelas e dicionários. No mais, esta lei prevê que o Estado e Municípios devem promover ações de combate ao preconceito em relação aos alunos com TAs, além de formação continuada a professores da rede, com o intuito de capacitá-los a identificar e atender alunos nestas condições (MATO GROSSO, 2020).

No âmbito federal, está em tramitação[13] o Projeto de Lei 8.489/2017, que “Dispõe sobre as condições de realização de provas para pessoas com dislexia comprovada por meio de laudo médico” (BRASIL, 2017). No Art 1º amplia-se o amparo deste Projeto de Lei para as pessoas com “outros transtornos funcionais específicos” (BRASIL, 2017), contemplando, assim, a DD. A proposta é a de assegurar a esses alunos o direito de participarem de processos seletivos para acesso a emprego ou instituição de ensino, com o acréscimo de, no mínimo, uma hora e trinta minutos no tempo das provas. Além disso, a pessoa com dislexia terá direito a um ledor que lhe auxilie nas leituras e, também, na escrita da redação, mediante ditado (BRASIL, 2017).

Ainda no âmbito federal, recentemente, em 30 de novembro de 2021, foi sancionada a Lei 14.254/21, que “Dispõe sobre o acompanhamento integral[14] para educandos com dislexia ou Transtorno do Deficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH) ou outro transtorno de aprendizagem” (BRASIL, 2021). Mesmo que esta lei possa representar um avanço, no sentido de contemplar de forma direta os alunos com TAs, entendemos que ela está concebida dentro da perspectiva do modelo biomédico, que discutiremos na subseção a seguir.

Recapitulando, então, a DD não é considerada uma deficiência e os alunos nesta condição não são considerados da Educação Especial. Ainda assim, de acordo com a PNEEPEI, devem ter as suas necessidades específicas de aprendizagem atendidas, numa articulação entre a Educação Especial e o ensino comum.

Na sequência, discutiremos dois conceitos que estão mais no âmbito da Educação Especial: os modelos biomédico e social da deficiência[15]. No entanto, como esses conceitos

---

[13] <https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=2150445>. Acesso em: 06 set. 2021.

[14] “[...] compreende a identificação precoce do transtorno, o encaminhamento do educando para diagnóstico, o apoio educacional na rede de ensino, bem como o apoio terapêutico especializado na rede de saúde” (BRASIL, 2021).

[15] Segundo Augustin (2012, p. 4), existem outros enquadramentos para a compreensão da deficiência, como o modelo religioso, o moral, o de reabilitação, o biopsicossocial, modelo da capacidade, modelo de mercado,

estão relacionados à forma como a sociedade, através de olhares e ações de ordem política, social, econômica, cultural, entre outros, concebe os sujeitos com deficiência, isto também ecoa na forma como são tratados os demais sujeitos da Educação Inclusiva, dentre os quais, aqueles com TAs, como a DD.

2.1.1 Os modelos biomédico e social da deficiência

Esses modelos são duas formas bastante diferentes de compreensão do que seja a deficiência. O modelo biomédico, segundo Lanna Júnior (2010, p. 14) surgiu no final do século XIX, com o Positivismo e a afirmação do saber médico. Neste modelo, as pessoas com deficiência eram consideradas com problemas orgânicos ou biológicos que precisavam de cura. Logo, as pessoas nestas condições eram tratadas como pacientes, para os quais o esforço médico estava orientado para a melhoria das suas condições, na intenção de torná-las aptas a cumprirem as exigências do seu meio social, assim como se adequarem a uma normalidade imposta pela sociedade. Segundo este mesmo autor, o modelo biomédico foi precedido pelo modelo caritativo, diretamente ligado ao crescimento do cristianismo ao longo da Idade Média, em que a deficiência era vista com um déficit ou uma tragédia pessoal e as pessoas com deficiência eram merecedoras do pesar alheio, por serem reféns da própria incapacidade (LANNA JÚNIOR, 2010, p. 14).

Já o modelo social, segundo Gesser et al. (2019, p. 11) emergiu na década de 1970, no Reino Unido, de uma área chamada Estudos sobre Deficiência (Disability Studies), vinculada ao Movimento Político de Pessoas com Deficiência. Este movimento trouxe fortes críticas ao modelo biomédico e inaugurou uma visão completamente nova da deficiência. Para Gesser et al. (2019, p. 11),

> O modelo social rompeu com as perspectivas que consideravam a deficiência como um fenômeno restrito ao corpo e passou a entendê-la como decorrente da interação das lesões e impedimentos corporais com as barreiras que obstaculizam a participação das pessoas com deficiência na sociedade. Ou seja, a partir dessa perspectiva teórica, a deficiência não está no sujeito, mas na sociedade que, por meio das múltiplas barreiras que impedem a participação social em igualdade de condições, oprimem e marginalizam as pessoas com deficiência. Com isso, surge o

entre outros. Para o escopo deste trabalho, optamos por apresentar uma breve discussões apenas dos modelos biomédico e social.

> indicativo de que o foco das políticas públicas para pessoas com deficiência deve ser centrado na perspectiva da justiça social, focando-se na eliminação das barreiras produtoras de desigualdades e não centrado na reabilitação dos corpos com base em um ideal de corponormatividade (GESSER et al., 2019, p. 11).

O conceito de deficiência é cuidadosamente separado do conceito de lesão neste modelo. Diniz (2007, p. 17) oferece uma pergunta bastante provocativa sobre isso: "Seria um corpo com lesão o que limitaria a participação social ou seriam os contextos pouco sensíveis à diversidade o que segregaria o deficiente?". Assim, a deficiência é considerada, no modelo social, como uma experiência de restrição provocada pelas barreiras e discriminações que a sociedade impõe. Ela deixa de ser uma questão médica, e passa a ser um problema político, econômico, cultural, social e dos direitos humanos (DINIZ, 2007, p. 17-19). Segundo esta mesma autora, "Para o modelo médico, a lesão levava à deficiência; para o Modelo Social, sistemas sociais opressivos levavam pessoas com lesão a experimentarem a deficiência" (DINIZ, 2007, p. 23).

Ampliando um pouco mais a compreensão do conceito de modelo social, Lanna Júnior (2010, p. 437), afirma que a deficiência é parte do ciclo de vida de todas as pessoas. O bebê precisa do colo ou ajuda de um adulto para andar na rua; a gestante tem dificuldades para subir no ônibus; a partir dos 65 anos de idade, a visão, audição, capacidade motriz e mental não são as mesmas da juventude. As pessoas com deficiência não são, deste modo, um grupo específico, que tem uma carteira de identidade e residência. Todos, em algum momento da vida, vão enfrentar alguma experiência de deficiência.

Nas próximas seções, faremos uma discussão sobre os conceitos de DAs e TAs. Toda uma terminologia biomédica estará presente, desde termos como déficits, disfunção cerebral, *handicap*, distúrbios, discapacidades, inabilidades, diagnósticos, remediação, entre outros. Não poderia ser de outro modo, já que os balizadores conceituais dos TAs são os manuais médicos, como o CID-10 (OMS, 1993) e o DSM-5 (APA, 2014), e estes, por sua vez, são produzidos a partir das pesquisas de profissionais da neurociência, neuropsicologia e neurologia.

No entanto, ainda que estes vocábulos sejam incontornáveis em grande parte deste trabalho, especialmente quando buscamos a compreensão dos TAs na literatura médica, é importante corroborar o nosso posicionamento dentro do modelo social da deficiência e da perspectiva da Educação Inclusiva. Neste horizonte, a deficiência não é vista como uma tragédia pessoal do sujeito, restrita apenas ao seu corpo, mas sim, conforme Gesser et al. (2019, p.11), como consequência da interação entre o sujeito com lesão com os obstáculos que impedem a sua participação na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas. O foco, no modelo social, não está na reabilitação dos corpos, mas na remoção das barreiras produtoras de desigualdades.

Deste modo, o nosso olhar para o sujeito da pesquisa não se conterá naquilo que os manuais caracterizam como “inabilidades” ou “déficits”, mas nas suas potencialidades cognitivas e nas possibilidades de remoção de barreiras criadas pela sociedade e que, potencialmente, podem impedir a sua plena aprendizagem da matemática. Além disso, à luz da TRRS, pretendemos estimular reflexões que nos permitam repensar o nosso fazer pedagógico e metodológico, a fim de oportunizar aos estudantes com DD uma aprendizagem da matemática que considere as suas singularidades. Vamos aos conceitos.

2.2 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Este termo – Dificuldades de Aprendizagem (DAs) - vem funcionando como um grande guarda-chuva, sob o qual se abrigam muitas concepções, principalmente as que o associam ao insucesso escolar. Expressões como dificuldades, problemas, déficits, distúrbios e TAs acabam se confundindo e sendo usadas como sinônimos. Para Correia (2007, p. 156), a área das DAs, por ser ainda jovem, tem experimentado muito crescimento, mas também bastante controvérsia quanto à sua definição e diagnóstico.

Essas controvérsias podem ser explicadas, em parte, pela variedade de pesquisadores do tema, desde médicos, psicólogos, nutricionistas, professores, pedagogos e pais, o que provocou o surgimento de propostas unidimensionais e unifatoriais dos conceitos, conforme a especificidade de formação do pesquisador proponente (FONSECA, 1984, p. 16). Vamos passar por algumas dessas concepções nos parágrafos seguintes.

De acordo com García (1998, p. 16), as discussões mais importantes sobre esse tema aconteceram inicialmente nos EUA e no Canadá, especialmente por conta da pressão das organizações de pais de crianças com DAs. Tanto é que o termo DAs foi usado pela primeira vez em 1962, nos EUA, pelo psicólogo Samuel A. Kirk[16], que o trouxe da seguinte forma:

[16] Samuel A. Kirk (1904 – 1966), psicólogo educacional americano, é considerado o pai do estudo das Dificuldades e Transtornos de Aprendizagem e da Educação Especial.

> Uma dificuldade de aprendizagem refere-se a um retardamento, transtorno ou desenvolvimento lento em um ou mais processos da fala, linguagem, leitura, escrita, aritmética ou outras áreas escolares, resultantes de um *handicap* causado por uma possível disfunção cerebral e/ou alteração emocional ou condutual. Não é o resultado de retardamento mental, deprivação sensorial ou fatores culturais e instrucionais (KIRK, 1962, p. 263 *apud* GARCÍA, 1988, p. 8).

Neste conceito podemos perceber um alinhamento das causas com questões de ordem neurológica ou emocionais. Além disso, ele se preocupa em afastar as DAs de elementos externos, como questões culturais, instrucionais e, também, do retardamento mental[17]. Mas o conceito que acabou se estabelecendo como consensual nos EUA veio em 1988, e foi sugerido pelo *National Joint Committee on Learning Disabilities* (NJCLD):

> Dificuldade de Aprendizagem (DA) é um termo geral que se refere a um grupo heterogêneo de transtornos que se manifestam por dificuldades significativas na aquisição e uso da escuta, fala, leitura, escrita, raciocínio ou habilidades matemáticas. Esses transtornos são intrínsecos ao indivíduo, supondo-se devido à disfunção do sistema nervoso central, e podem ocorrer ao longo do ciclo vital. Podem existir, junto com as dificuldades de aprendizagem, problemas nas condutas de auto-regulação, percepção social e interação social, mas não constituem, por si próprias, uma dificuldade de aprendizagem. Ainda que as dificuldades de aprendizagem possam ocorrer concomitantemente com outras condições incapacitantes (por exemplo, deficiência sensorial, retardamento mental, transtornos emocionais graves) ou com influências extrínsecas (tais como as diferenças culturais, instrução inapropriada ou insuficiente), não são o resultado dessas condições ou influências (NJCLD, 1988, p.1 *apud* GARCÍA, 1998, p. 31-32).

Para García (1988, p. 32), aqui está "a essência daquilo que podemos entender por DA, a partir de um enfoque fundamentalmente educativo e para a tomada de decisões de provisão de serviços de educação especial". Ele afirma também que esse conceito foi utilizado pela maioria das organizações científicas ligadas à temática da Educação Especial na América do Norte.

Este conceito mantém a suposição das causas às disfunções do sistema nervoso central e, novamente, preocupa-se em excluir o retardamento mental, os transtornos emocionais e as questões extrínsecas das causas, ainda que as DAs possam ocorrer em concomitância com essas condições.

A definição de DA usada nos Estados Unidos nos dias de hoje (EUA, 2021) ainda é muito parecida com a que foi proposta em 1988 e, segundo Kirk et al. (2009, p. 111), por ser

---

[17] Conforme já observamos, o termo "retardo mental" está em desuso. De acordo com Sassaki (2005, p. 4), as expressões "deficiência mental" e "retardo mental" foram substituídas por "deficiência intelectual".

tão abrangente, das crianças que recebem Educação Especial, quarenta e oito por cento (48%) são classificadas com DA.

Aqui no Brasil também existe uma certa confusão em meio a essa constelação de termos. Para Ohlweiler (2016, p. 107), “Os termos utilizados, tais como ‘distúrbios’, ‘dificuldades’, ‘problemas’, ‘discapacidades’, ‘transtornos’, são encontrados na literatura e, muitas vezes, são empregados de forma inadequada”.

Para Rotta (2016a, p. 97-98), “Dificuldades para a aprendizagem é um termo genérico que abrange um grupo heterogêneo de problemas capazes de alterar as possibilidades de a criança aprender, independentemente de suas condições neurológicas para fazê-lo”.

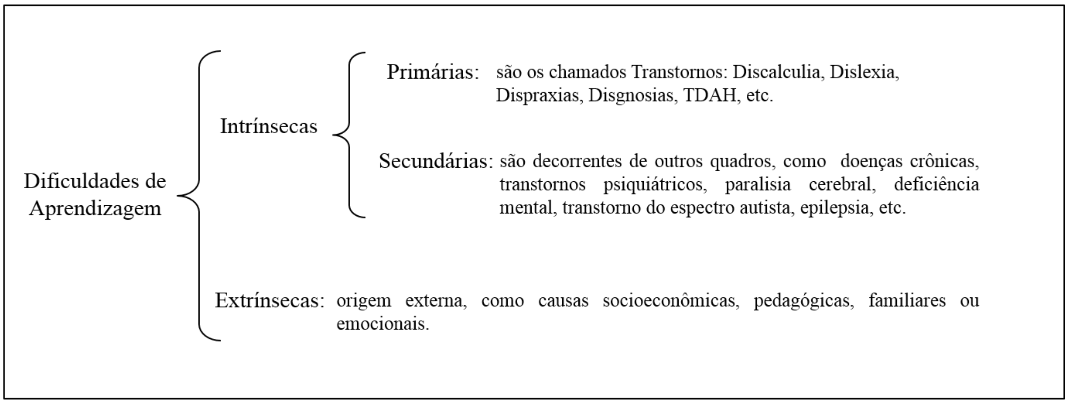
Esses problemas, que podem alterar as possibilidades de aprendizado, têm, segundo esta autora, duas origens: uma falha intrínseca (genética) ou extrínseca (experiência) - ou, ainda, as duas simultaneamente. As extrínsecas decorrem de questões socioeconômicas, culturais ou afetivas. Já as intrínsecas estão associadas a questões de ordem neurológica e são subdivididas em primárias e secundárias. As primárias estão relacionadas a alguma alteração do sistema nervoso central e compreendem os transtornos, entre os quais estão a as dislexias, discalculias, dispraxias, disgnosias, TDAH etc. As secundárias (ou secundárias a outros quadros diagnosticáveis) são as que decorrem, por exemplo, das doenças crônicas, dos transtornos psiquiátricos e doenças neurológicas, como a paralisia cerebral, deficiência mental, transtorno do espectro autista e epilepsia (ROTTA, 2016a, p. 97-98).

É como também entende Relvas (2015, p. 52), ao afirmar que as DAs não precisam estar ligadas, necessariamente, a questões de ordem biológica. Podem estar também associadas a problemas passageiros, como um específico conteúdo escolar, perda de algum ente próximo ou separação dos pais, acarretando problemas de ordem psicológica, desmotivação e baixa autoestima. Assim, ela considera que a presença de uma DA não implica, necessariamente, na existência de um transtorno.

Além disso, corroborando com Rotta (2016a, p. 97-98), ela afirma que as DAs podem ser secundárias a outros quadros, como “[...] alteração das funções sensoriais, doenças crônicas, transtornos psiquiátricos, deficiência mental e doenças neurológicas” (RELVAS, 2015, p. 53).

Como forma de compreender melhor a concepção dessas autoras, organizamos esses conceitos na Figura 1.

Figura 1: Tipos de Dificuldades de Aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Relvas (2015, p. 52-53) e Rotta (2016a, p. 97-98)

Diferentemente da concepção americana, apresentada no começo da seção, esta forma de interpretar as DAs, de acordo com a Figura 1, contempla as causas extrínsecas, ou de percurso, como os problemas de ordem socioeconômicos, pedagógicos, familiares ou emocionais. Como já pontuamos, a PNEEPEI não concebe todos os sujeitos com DAs como público-alvo da Educação Especial, pois entende que sejam apenas os "[...] alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação" (BRASIL, 2008, p.15). Porém, de acordo com Ropoli et al. (2010, p. 9), o motor da Educação Inclusiva deve ser a luta contra a exclusão e a implantação de novas práticas pedagógicas que contemplem a todos os alunos, inclusive os que apresentam DAs advindas de problemas familiares, socioeconômicos, emocionais, entre outros.

Na seção seguinte, abordaremos uma das causas intrínsecas das DAs, a saber, os TAs.

2.3 TRANSTORNOS DE APRENDIZAGEM

Nas palavras de Ohlweiler (2016, p. 108),

> Os transtornos da aprendizagem compreendem uma inabilidade específica, como de **leitura, escrita ou matemática**, em indivíduos que apresentam resultados significativamente abaixo do esperado para seu nível de desenvolvimento, escolaridade e capacidade intelectual (OHLWEILER, 2016, p. 108, grifo nosso).

Complementando, para Rotta (2016a, p. 98), "A expressão transtornos da aprendizagem deve ser reservada para aquelas dificuldades primárias ou específicas, que são resultado de alterações do SNC[18] e que constituem os transtornos capazes de comprometer o desenvolvimento".

Novamente, deparamo-nos com uma variedade de termos envolvendo essa temática. O que seriam TAs para as autoras citadas, são chamados de Transtornos Específicos de Aprendizagem para outros, como Amato et al. (2018) e Haase e Santos (2014). Estes últimos afirmam que o termo "transtornos específicos de aprendizagem" fazem referência a um "[...] grupo de condições nas quais existe uma discrepância entre o desempenho escolar em um ou mais domínios acadêmicos e a habilidade cognitiva geral do indivíduo [...]" (HAASE e SANTOS, 2014, p. 139).

Até mesmo nos documentos oficiais, usados como referência por profissionais da área da saúde, existe uma diferença no termo utilizado. A Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde (CID-10), produzido pela Organização Mundial da Saúde, usa o termo TA (OMS, 1993, p. 89). Já o Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5), da Associação Americana de Psiquiatria, insere o termo "específicos" e os chama de Transtornos Específicos de Aprendizagem (APA, 2014, p. 66). Além disso, de acordo com Ohlweiler (2016, p. 109), tanto a CID-10 quanto o DSM-5 apontam basicamente três tipos de transtorno: o da leitura (dislexia), o da matemática (discalculia) e o da expressão escrita (disgrafia).

As dificuldades específicas de aprendizagem, naturalmente, irão variar de acordo com o tipo de transtorno. De modo geral, conforme Haase e Santos (2014), diferentes domínios acadêmicos podem ser afetados, como o reconhecimento visual de palavras, a ortografia, a expressão escrita, o processamento numérico, o cálculo e o raciocínio aritmético. No DSM-5, com a intenção diagnóstica, são listados inúmeros sintomas que podem ser percebidos nos sujeitos com TAs:

> A. Dificuldades na aprendizagem e no uso de habilidades acadêmicas, conforme indicado pela presença de ao menos um dos sintomas a seguir que tenha persistido por pelo menos 6 meses, apesar da provisão de intervenções dirigidas a essas dificuldades:
> 1. Leitura de palavras de forma imprecisa ou lenta e com esforço. [...]
> 2. Dificuldade para compreender o sentido do que é lido. [...]
> 3. Dificuldades para ortografar (ou escrever ortograficamente). [...]
> 4. Dificuldades com a expressão escrita. [...]

[18] Sistema Nervoso Central.

> 5. Dificuldades para dominar o senso numérico[19], fatos numéricos ou cálculo (p. ex., entende números, sua magnitude e relações de forma insatisfatória; conta com os dedos para adicionar números de um dígito em vez de lembrar o fato aritmético, como fazem os colegas; perde-se no meio de cálculos aritméticos e pode trocar as operações).
> 6. Dificuldades no raciocínio (p. ex., tem grave dificuldade em aplicar conceitos, fatos ou operações matemáticas para solucionar problemas quantitativos).
> B. As habilidades acadêmicas afetadas estão substancial e quantitativamente abaixo do esperado para a idade cronológica do indivíduo, causando interferência significativa no desempenho acadêmico ou profissional ou nas atividades cotidianas, confirmada por meio de medidas de desempenho padronizadas administradas individualmente e por avaliação clínica abrangente. [...] (APA, 2014, p. 66-67).

A etiologia (origens ou causas) desses transtornos ainda não está bem definida. Ohlweiler (2016, p.109) aponta para fatores biológicos e afirma que “qualquer fator que possa alterar o desenvolvimento cerebral do feto facilita o surgimento de um quadro de transtorno da aprendizagem”. Kirk (2009) aponta que há evidências de fatores genéticos, bem como de causas externas, como pré-natal inadequado ou exposição do feto a substâncias nocivas. Haase e Santos (2014, p. 139) vêm corroborar com essa compreensão, ao afirmarem “[...] que as dificuldades são de origem intrínseca, resultando de disfunções neurogenéticas em interação com fatores ambientais de risco”.

Prematuridade, baixo peso ao nascer e exposição pré-natal à nicotina também podem ser fatores de risco. A influência genética é outra marca importante, pois parentes de primeiro grau de indivíduos que tenham os TAs têm possibilidades substancialmente maiores de terem os mesmos TAs do que os parentes de primeiro grau de quem não tem (APA, 2014, p. 72). Parece haver certo consenso, no entanto, ao não se atribuir aos TAs causas como socioeconômicas, raciais, falta de estimulação, experiências pedagógicas inadequadas, entre outras (APA, 2014; HAASE e SANTOS, 2014; OHLWEILER, 2016).

Quanto à prevalência dos TAs, O DSM-5 afirma que é de 5 a 15% entre as crianças em idade escolar, englobando culturas e idiomas variados. Não se tem dados quanto à prevalência nos adultos, mas estima-se que pode ser de 4% (APA, 2014, p. 70). Ressalta-se, ainda, que os TAs são mais comuns no sexo masculino do que no feminino, em proporções que variam, aproximadamente, de 2:1 a 3:1. (APA, 2014, p. 73). O CID-10 aponta que varia de 2 a 10%, dependendo do tipo de testagem.

[19] Para Dehaene (2001, p. 16, tradução nossa) o Senso Numérico, biologicamente determinado, é um termo utilizado para se referir a “nossa capacidade de entender, aproximar e manipular quantidades numéricas”. Falaremos um pouco mais sobre este importante conceito na seção 2.4.

Como o sujeito da pesquisa tem o diagnóstico de um TA, a DD, dedicaremos algumas páginas à compreensão deste transtorno, apresentando o que a literatura tem dito acerca das suas causas, prevalência, sintomas etc. No entanto, partiremos de um ponto que antecede essa discussão e apresentaremos, inicialmente, algumas ideias indispensáveis para uma compreensão mais detalhada da DD: a Cognição Numérica e a Memória.

2.4 A Cognição Numérica

Definida como a capacidade de representação de quantidades, nos domínios cognitivo e neural, através dos sistemas inatos e adquiridos (SANTOS, 2017, p. 192), a Cognição Numérica é uma área interdisciplinar. Ela reúne cientistas de diferentes campos de pesquisa (neuropsicologia, psicologia cognitiva, antropologia, educação, neurociência) e usa diferentes abordagens metodológicas, como estudos comportamentais, estudos de imagens cerebrais em humanos, modelagem computacional, entre outras (KADOSH; DOWKER, 2015). Vamos avançar apresentando alguns conceitos que permeiam esse campo, como o de Senso Numérico, o de habilidades aritméticas primárias e secundárias e o modelo do triplo código.

Atualmente, com todo o suporte da neurociência, é consenso que o ser humano nasce com características geneticamente programadas para lidar com números, isto é, possuindo ferramentas neurobiológicas responsáveis pela numerosidade[20], subtização[21] e, mais ainda, pelas habilidades aritméticas (IUCULANO, 2016, p. 307). O mesmo também ocorre com a linguagem, mas não com a leitura e escrita, já que essas últimas são habilidades recentes da espécie humana (a escrita surgiu há cerca de cinco mil anos). Para lidar com o processamento

---

[20] Butterworth (1999, p. 11) afirma que qualquer coleção de coisas tem um número ou, conforme ele prefere chamar, uma "numerosidade", para diferenciá-la de outros significados dos termos numéricos. Já Dehaene (1992, p. 9, tradução nossa) afirma que “para escapar da ambiguidade da palavra ‘número’, o termo numerosidade é usado para se referir especificamente a uma quantidade numérica mensurável”. Butterworth (2005a, p. 3, tradução nossa) afirma que “[...] a numerosidade é abstrata: não é um objeto físico ou a propriedade de um objeto (como uma cor ou forma). Em vez disso, é uma propriedade de um conjunto que pode ter qualquer tipo de membro: objetos físicos, sons ou outros objetos abstratos (como em três desejos)”.

[21] Segundo Dehaene (2011, p. 57), subtização (do latim subitus, que significa repentino), é a capacidade de apontar rapidamente o número de elementos de um conjunto sem o recurso da contagem. Butterworth (1999, p. 116, tradução nossa) afirma que subtização é a “[...] capacidade de captar a numerosidade de uma matriz visual de objetos de relance e sem contar. Mesmo em adultos, o limite é de cerca de 4 objetos”.

da escrita e leitura, o cérebro acaba recrutando estruturas e circuitos desenvolvidos ao longo da evolução para executarem outras funções (COZENSA; GUERRA, 2011, p. 101 e 109).

Essa aptidão inata para a aritmética foi constatada, por exemplo, num influente estudo feito pela psicóloga americana Karen Wynn, em 1992, publicado na revista *Nature*, e conhecido como o teste dos Mickeys (WYNN, 1992). O estudo consistia em apresentar bonecos (Mickeys) a bebês de aproximadamente cinco meses de idade. Inicialmente os bebês viam a mão do experimentador colocar um Mickey em um box vazio. Em seguida, um anteparo era levantado, fechando a frente do box e ocultando o boneco. Na sequência, os bebês viam a mão surgir outra vez colocando um segundo Mickey atrás do anteparo. A partir daí, o anteparo era baixado e duas situações eram testadas: na primeira, apareciam os dois Mickeys; na segunda, apenas um, pois um dos bonecos era retirado por um alçapão escondido. A pesquisadora constatou que os bebês ficavam, em média, cerca de um segundo a mais observando o resultado incoerente de um boneco (1 + 1 = 1) em relação ao resultado esperado de dois bonecos (1 +1 = 2) (WYNN, 1992).

Um experimento relacionando a ideia de subtração foi proposto a um segundo grupo de bebês. Com a mesma sistemática de colocar bonecos do Mickey dentro de um box e ocultá-los com um anteparo, esses bebês foram confrontados com as operações $2 - 1 = 1$ e $2 - 1 = 2$. Dessa vez, a operação incoerente (2 – 1 = 2) tomou-lhes a atenção cerca de três segundos a mais, em média, do que a coerente (2 – 1 = 1). A pesquisadora ainda fez o experimento com 1 + 1 = 2 e 1 + 1 = 3 e, novamente, a situação de soma incompatível foi a que chamou mais a atenção dos bebês (WYNN, 1992).

A autora desse estudo concluiu que os bebês

> têm habilidades que lhes permitem rastrear entidades distintas no tempo e no espaço. Isso, juntamente com a sensibilidade dos bebês a pequenas diferenças numéricas nas coleções de itens, dá suporte independente à hipótese de que os bebês possuem um mecanismo para quantificar coleções de entidades discretas. A explicação mais plausível para os achados apresentados aqui é que os bebês podem calcular os resultados de operações aritméticas. [...] A existência dessas habilidades aritméticas tão cedo na infância sugere que os seres humanos possuem inatamente a capacidade de realizar cálculos aritméticos simples, o que pode fornecer as bases para o desenvolvimento de novos conhecimentos aritméticos (WYNN, 1992, p. 750, tradução nossa).

Além de corroborar com a hipótese de que bebês nascem com um conjunto inato de habilidades aritméticas, Geary (1995, p. 25) propôs os conceitos de habilidades matemáticas biologicamente primárias e secundárias. As primeiras compreendem a numerosidade, ordinalidade, contagem e aritmética simples. Já as secundárias refletem o recrutamento das habilidades primárias para outros fins que não a função original baseada na evolução. Além disso, as secundárias desenvolvem-se somente em contextos culturais específicos, pois dependem do processo de escolarização, e dizem respeito ao conceito de número e à contagem, às operações aritméticas, ao cálculo e à resolução de problemas (GEARY, 1995, p. 25).

Para Haase (2010, p. 5), as habilidades secundárias podem ser ilustradas pelas invenções culturais como, por exemplo, as tabuadas de multiplicação, a notação arábica e os algoritmos de cálculo. Ele ainda destaca que essas "[...] ferramentas culturais exigem uma pedagogia explícita, treino e esforço deliberado para sua aquisição, não sendo aprendidas espontânea ou 'naturalmente' através da mera interação social" (HAASE, 2010, p. 5).

Outro importante constructo dentro dessa temática da cognição matemática é o de Senso Numérico*,* proposto por Dehaene (2011). Para este autor, o Senso Numérico, biologicamente determinado, é um termo usado para se referir a "nossa capacidade de entender, aproximar e manipular quantidades numéricas" (DEHAENE, 2001, p. 16, tradução nossa). Ele destaca que tomou o termo emprestado do matemático Tobias Dantzig quando, em 1954, este afirmou que o Senso Numérico é uma faculdade que permite ao sujeito "reconhecer que algo mudou numa pequena coleção quando, sem o seu conhecimento direto, um objeto foi removido ou adicionado à coleção" (DANTZIG, 1967 *apud* DEHAENE, 2011, p. 18, tradução nossa).

Silva e Santos (2011, p.170) entendem que o Senso Numérico é uma "[...] habilidade universal para representar e manipular magnitudes numéricas não-verbais em uma 'linha numérica mental' orientada espacialmente". Quando a criança começa a ter experiências com magnitudes na forma simbólica, o desenvolvimento dessa linha se automatiza e a aquisição do Senso Numérico seria então um dos ingredientes responsáveis pelas habilidades aritméticas básicas (SILVA; SANTOS, 2011, p.170).

Ele parece estar implicado tanto na capacidade para identificar, sem o recurso à contagem, a quantidade de elementos de um determinado conjunto (como ocorre na subtização), quanto na capacidade de estimar, sem contagem, qual de dois conjuntos possuem mais elementos. Isto é, o Senso Numérico incide no cálculo exato de pequenas quantidades e no aproximado de grandes quantidades (SANTOS, 2017, p. 195).

Para Dehaene (2001, p. 17, tradução nossa), "o senso numérico repousa nos circuitos cerebrais que evoluíram especificamente com o objetivo de representar o conhecimento aritmético básico". Desse modo, concordamos com Sanchez Júnior e Blanco (2018, p. 4), quando afirmam que as habilidades matemáticas biologicamente primárias (Geary, 1995, p. 25) têm um sentido semelhante ao do Senso Numérico. Mais ainda, entendemos que experimentos como o de Wynn (1992) reforçam, empiricamente, a validade desses constructos.

Outra significativa contribuição do neurocientista Stanislas Dehaene, em parceria com o neurologista Laurent Cohen, foi o modelo do triplo código (DEHAENE, 1992; DEHAENE; COHEN, 1995), uma proposta de compreensão da representação e do processamento numérico. Segundo Dehaene (2001, p. 25 e 26), nesse modelo os números podem ser representados mentalmente em três códigos distintos: o verbal auditivo, o visual arábico e o analógico de magnitude.

No código verbal, os números são representados como sequências de palavras (por exemplo, três) e se valem dos módulos da linguagem de uso geral; no código visual, eles figuram como uma sequência de dígitos (por exemplo, 3) e dependem da estrutura visuoespacial. Já o código analógico consiste em um sistema não-simbólico (analógico), responsável pela representação analógica da magnitude (por exemplo, ■■■). É apenas nele que ocorre o processo de informação semântica do número e, para isso, o sujeito se vale de uma linha numérica mental[22]. Assim, os dois códigos iniciais são simbólicos e o terceiro é não simbólico (DEHAENE, 2001, p. 25 e 26).

Segundo Dehaene (2001, p. 26), no modelo do triplo código, a operação de comparação de números se processa no código analógico, com o recurso da linha numérica; no código verbal ocorre a memorização das tabelas de multiplicação (tabuadas), através de associações verbais entre números representados como sequência de palavras; já as operações com vários dígitos são realizadas com o concurso do código visual.

Ferreira e Haase (2010, p. 121) apontam que é no código analógico que se processa a significação dos números, a noção de quantidade (9 é menor do que 10), de proximidade (9 está perto de 10) e de estimativas (estimar o tempo para ir de casa ao trabalho). A representação numérica verbal é o código primário de acesso à memória verbal dos números e está relacionada à nomeação, contagem e repetição dos números e fatos aritméticos. No código visual ocorre a percepção visual dos algarismos e dos sinais aritméticos como, por

[22]Essa linha, de acordo com Dehaene (2011, p. 70), é a forma como o ser humano representa mentalmente quantidades numéricas e se deve à associação automática que ele faz entre números e o espaço. É como se os números estivessem alinhados em um segmento, com cada quantidade ocupando sua respectiva posição.

exemplo, a compreensão de que 12 é par porque o último dígito é 2. Ferreira e Haase (2010, p. 121) ainda afirmam que os códigos verbal e visual são considerados representações auxiliares, pois não são responsáveis pela análise dos conceitos de quantidade e proximidade, estando mais associados, porém, ao formato dos estímulos numéricos e processos de resposta. Destacam, também, que o código analógico envolve um nível conceitual e é uma representação interna e abstrata dos processos numéricos.

Especificamente sobre as tabuadas, Dehaene (2011, p. 115 e 116) aponta que a dificuldade em as recuperar se situa exatamente no fato de que elas dependem da memória verbal. Assim, a multiplicação "três vezes sete é igual a vinte e um" é registrada do mesmo modo que "Pai nosso que estais no céu". Esse pesquisador traz um exemplo para ilustrar isso:

> Multiplique 7 por 8. É provável que, em vez de 56, você responda 63, 48 ou 54. Ninguém nunca responde 55, embora esse número esteja apenas a uma unidade do resultado correto. Praticamente todos resultados errados são números que também pertencem à tabela de multiplicação, muitas vezes na mesma linha ou coluna que o problema de multiplicação original. Por quê? Porque a mera apresentação de 7×8 é suficiente para não apenas recordarmos o resultado correto 56, mas também seus vizinhos fortemente associados 7×9, 6×8 ou 6×9. Todos esses fatos competem para obter acesso aos processos de produção de fala. Muitas vezes, tentamos recuperar 7×8 e o resultado de 6×8 aparece (DEHAENE, 2011, p. 114, tradução nossa).

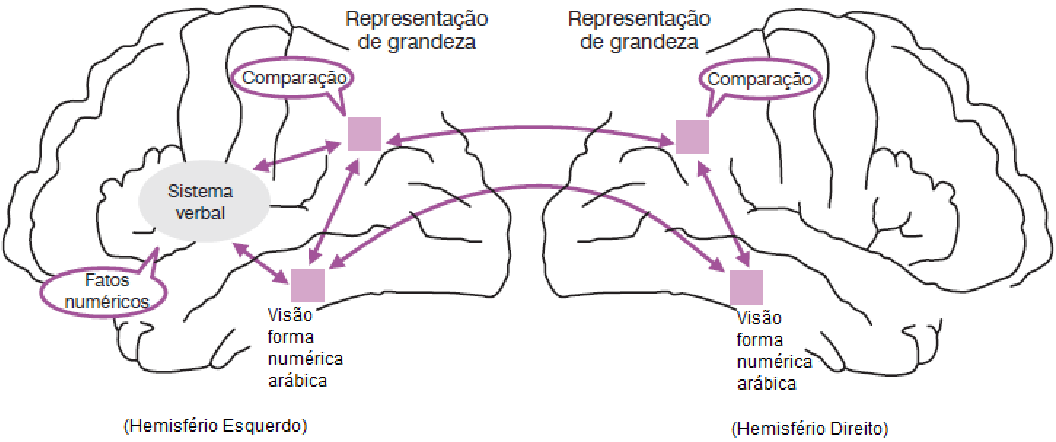
A estreita relação entre o código verbal e a habilidade com números é destacada por Dehaene (2011, p.116): "leitura e memória aritmética são procedimentos altamente interconectados que fazem uso da mesma codificação verbal de números". Isto implica, de acordo com Cosenza e Guerra (2011, p. 113), que crianças com dificuldades de leitura ou de linguagem podem vir a ter dificuldades com a matemática, embora possuam outras capacidades para lidar com ela.

Com relação à localização cerebral, Dehaene (2001, p. 26) afirma:

> Especulamos que os setores occipito-temporais ventrais de ambos os hemisférios estão envolvidos na forma visual arábica do número; que as áreas perisilvianas esquerdas estão implicadas nas representações verbais dos números (como qualquer outra sequência de palavras); e, o mais importante, que as áreas intraparietais de ambos os hemisférios estão envolvidos na representação analógica da quantidade (DEHAENE, 2001, p. 26, tradução nossa).

A Figura 2 traz um desenho da vista lateral dos dois hemisférios cerebrais, onde as regiões envolvidas no triplo código são destacadas. Dehaene (2001, p. 25) afirma que esta figura tem apenas o caráter esquemático, e não uma representação anatômica detalhada. Além disso, as setas indicam a transmissão funcional de informações através dos três códigos numéricos e não pretendem ser uma representação realista das fibras neurais, cuja organização não é totalmente compreendida nos humanos.

Figura 2: Substrato anatômico do modelo do triplo código



Fonte: Adaptado de Dehaene (2001, p. 25) e Bastos (2016, p. 177)

Esse modelo prevê que a memorização mecânica de fatos aritméticos depende do código verbal e de áreas da linguagem no hemisfério esquerdo; por outro lado, a capacidade de aproximar magnitudes, efetuar novas operações, como, por exemplo, a subtração por meio da manipulação de quantidades (29 – 13 = (29 – 10) – 3) e, principalmente, para lidar com as relações conceituais entre os números, baseia-se no código analógico, operacionalizado na região do Sulco Intraparietal (IPS). Alguns experimentos confirmam essas hipóteses, como o de que lesões cerebrais nas áreas citadas na Figura 2 podem dissociar o cálculo mecânico da compreensão conceitual das quantidades (DELAZER; BENKE, 1997 *apud* DEHAENE, 2001, p. 26), o cálculo exato do cálculo aproximado (DEHAENE; COHEN, 1991, *apud* DEHAENE, 2001, p. 26) e até mesmo a multiplicação da subtração (DEHAENE; COHEN, 1997, *apud* DEHAENE, 2001, p. 26). Mais ainda, estudos como o de Dehaene et al. (1999, *apud* DEHAENE, 2001, p. 26) mostraram, através da análise de imagens cerebrais, que os circuitos recrutados durante o cálculo exato são diferentes daqueles evocados no cálculo aproximado. Quando os indivíduos aproximam uma adição, a região intraparietal mostra maior ativação do que quando os indivíduos recuperam um resultado exato; nesse caso, uma maior ativação é vista nos circuitos relacionados à linguagem (DEHAENE, 2001, p. 26).

Conforme já pontuamos, esta discussão sobre Cognição Numérica se fez necessária para dar subsídios à seção 2.6, em que falaremos sobre a DD. Outro importante pré-requisito é a temática da Memória, ou Memórias, que virá a seguir.

2.5 A MEMÓRIA

> **Memória** é o meio pelo qual retemos e nos valemos de nossas experiências passadas para usar essas informações no presente (STERNBERG, 2010, p. 153, tradução nossa, grifo do autor).

A necessidade de uma discussão, sem a intenção de ser profunda, acerca do funcionamento da memória, impõem-se porque grande parte da literatura que investiga a DD dá destaque ao comprometimento da memória (ou memórias) nos sujeitos com este transtorno. De acordo com Szücs (2016, p. 278),

> Muitos estudos têm apontado que o déficit de aprendizagem matemática (MLD) ou discalculia do desenvolvimento (DD) pode estar ligado ao fraco desempenho em tarefas de memória de curto prazo (STM) e memória de trabalho (WM). Na verdade, vários aspectos da função da memória podem, plausivelmente, serem considerados importantes para o funcionamento e desenvolvimento matemático. [...] Resolver até mesmo uma equação trivial com números muito pequenos, por exemplo, $((3 + 4) + (2 - 1))/(2\times2)$, requer uma quantidade substancial de planejamento, focando a atenção em partes específicas, recuperando resultados parciais da memória de longo prazo, mantendo os resultados parciais em mente e imaginando manipulações. Todas essas demandas consomem memória imediata e capacidade de função executiva (EF), a última contribuindo para o desempenho da memória (SZÜCS, 2016, p. 278, tradução nossa).

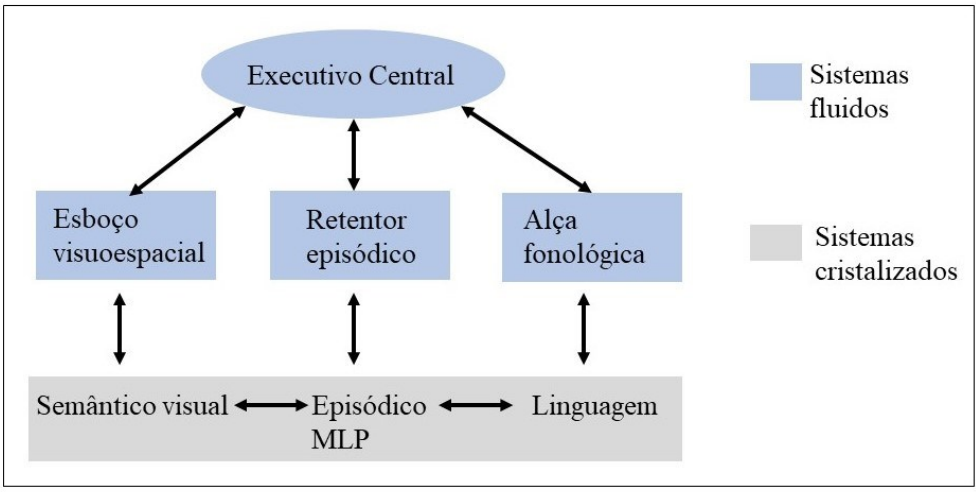
Desse modo, apresentaremos aqui algumas noções que cercam a teoria (ou teorias) da memória. Segundo Sternberg (2010, p. 158-164) o modelo de memória considerado tradicional foi o proposto por Richard Atkinson e Richard Shiffrin (1968), baseado em receptáculos ou sistemas de armazenamento: o armazenamento sensorial, o de curto prazo e o de longo prazo. Neste modelo, as informações do ambiente seriam percebidas através dos sentidos (visão, tato, audição etc.), em seguida processadas no segundo receptáculo, a memória de curto prazo (MCP), para finalmente serem absorvidas ou não pelo terceiro receptáculo, a memória de longo prazo (MLP). Enquanto a maioria das pessoas não possui acesso introspectivo à memória sensorial, todos têm este tipo de acesso à memória de curto prazo, que além de conservar dados por alguns segundos ou minutos, ainda gerencia o fluxo de entrada e saída de informações da memória de longo prazo. Nesta última, dados como o nome de pessoas ou o local onde guardamos objetos, por exemplo, ficariam retidos por longos anos ou até mesmo indefinidamente.

Outro modelo, considerado por Sternberg (2010, p. 168-169) como o mais amplamente utilizado e aceito na atualidade, é o da memória de trabalho (MT). Enquanto no modelo tradicional a MT era apenas sinônimo da memória de curto prazo (MCP) e esta, por sua vez, distinta da memória de longo prazo (MLP), na nova concepção a MT assume protagonismo, está contida na de longo prazo e contém a de curto prazo, como se fossem, metaforicamente, três esferas concêntricas ou, na linguagem matemática da teoria dos conjuntos, MCP⊂MT⊂MLP.

Um dos principais nomes por trás desse modelo é Alan Baddeley, que concebe a MT como um sistema multicomponente, que não somente armazena informações de forma temporária, mas também as manipula, possibilitando que os sujeitos possam realizar atividades de maior complexidade, como raciocínio, aprendizagem e compreensão. Já a MCP é englobada pela MT e está associada ao desempenho em tipos específicos de atividades que envolvem a simples retenção de pequenas quantidades de informações que vão sendo testadas instantaneamente ou com um pequeno atraso (BADDELEY; EYSENCK; ANDERSON, 2015, p. 41).

Especificamente sobre a MT, Baddeley e Hitch (1974) propuseram-na como um sistema formado por três componentes: um sistema supervisor, chamado de executivo central, que se comunica com a memória de longo prazo e coordena e integra informações de dois sistemas escravos, a alça fonológica e o esboço visuoespacial. Mais tarde, um quarto componente foi acrescido a este modelo, o retentor episódico (BADDELEY, 2000), responsável pela troca de informações entre a memória de longo e curto prazo (ABREU et al. 2014, p. 110). A Figura 3 mostra, esquematicamente, este modelo multicomponente da MT.

Figura 3: Modelo multicomponente da Memória de Trabalho



Fonte: Baddeley, Eysenck e Anderson (2015, p. 83, tradução nossa)

Segundo Sternberg (2010, p. 168), o esboço visuoespacial é o componente encarregado pela retenção momentânea das imagens visuais. A alça fonológica, por sua vez, tem o papel de reter por alguns instantes a fala interior para a compreensão verbal e ensaio acústico. É usada no dia a dia, por exemplo, quando pesquisamos alguma palavra nova e relativamente difícil ou quando estamos resolvendo algum problema que envolva palavras. O executivo central é responsável pelas atividades de atenção e controle de respostas, decide quais informações serão processadas e como processá-las, toma decisões sobre os recursos que devem ser atribuídos à memória, além de estar envolvido nos mecanismos de raciocínio e compreensão. Por último, o retentor episódico é o componente responsável pela integração de informações oriundas da alça fonológica e do esboço visuoespacial, numa síntese que tenha significado para o sujeito, a fim de auxiliar na resolução de problemas e na reavaliação de experiências anteriores através de informações mais atuais.

Em Raghubar, Barnes e Hecht (2010, p. 119) há uma revisão de trabalhos que investigaram o vínculo entre memória de trabalho e matemática. Os autores concluíram que inúmeros fatores estão envolvidos nesta relação, como a idade dos alunos, a linguagem utilizada durante a instrução, a forma de apresentação dos problemas matemáticos, o tipo de habilidade matemática em consideração e se essa habilidade está em processo de aquisição, consolidação ou domínio.

Os estudos revisados por estes autores também sugeriram que o acesso à informação permanente na memória de longo prazo não exige a intervenção dos sistemas escravos da memória de trabalho (alça fonológica e esboço visuoespacial) (RAGHUBAR; BARNES; HECHT, 2010, p. 111), corroborando com Baddeley (1996, p. 22). Em outras palavras, a capacidade da memória de trabalho fica liberada para realizar outros processos quando já se tem dados prontos para serem acessados da memória de longo prazo (CORSO; DORNELES, 2012, p. 639; SWELLER; VAN MERRIENBOER; PAAS, 1998, p. 258). Isso nos remete ao texto de Willingham (2011, p.148-149):

> Quando começam a aprender aritmética, os alunos resolvem os problemas usando estratégias para contar. Por exemplo, para somar $5 + 4$, começam no 5 e somam mais quatro números para chegar à resposta 9. Esta estratégia é suficiente para resolver operações simples, mas não é eficaz com outras mais complicadas: para calcular $97 + 89$, a técnica de contagem não é eficiente, pois para chegar à solução é necessário realizar mais processos na memória de trabalho. O aluno pode somar 7 e 9 contando e obter 16; então ele deve se lembrar de escrever o 6, contar $9 + 8$ e lembrar de adicionar o transporte ao resultado. O problema fica simplificado se for memorizado o fato de que 7 + 9 é 16, **pois o aluno obterá esse resultado (que faz parte das etapas para se chegar à resposta) sem fazer funcionar a memória de trabalho. Buscar um fato ou dado na memória de longo prazo e trazê-lo para a**

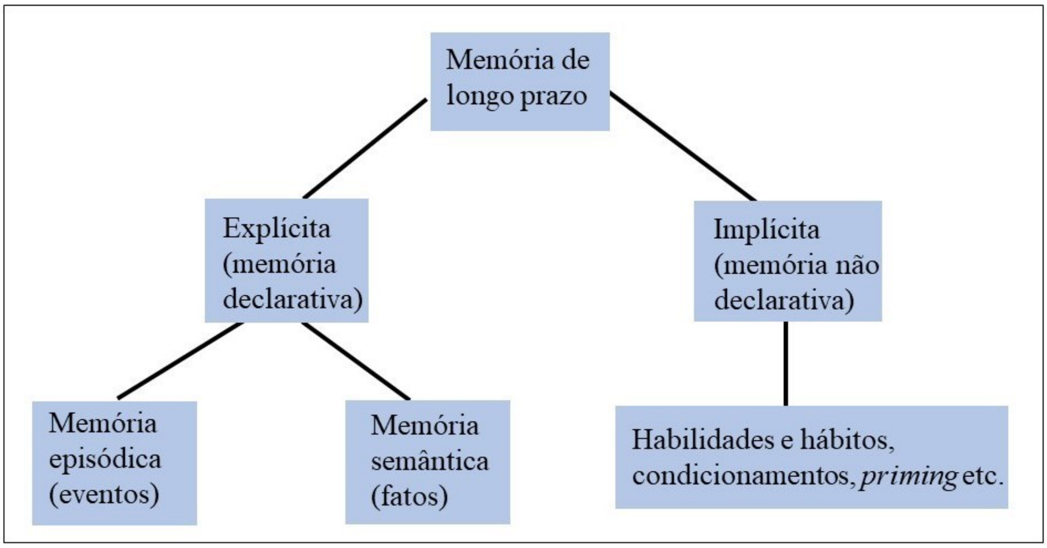
> **memória de trabalho dificilmente é um esforço para a memória de trabalho**. Não surpreende que os alunos que memorizam cálculos aritméticos resolvam melhor os problemas de matemática do que aqueles que não os dominam (WILLINGHAM, 2011, p.148-149, tradução nossa, grifo nosso).

Nesta mesma linha, Duval (2001, p. 41), ao se referir aos modos fenomenológicos (internos ou externos) dos Tratamentos[23] matemáticos, afirma que, por conta das limitações da memória de curto prazo, a capacidade de Tratamento na produção mental é extremamente reduzida. Por outro lado, a produção externa com o recurso do lápis e papel, ou com o computador, proporciona não apenas uma extensão quase ilimitada, mas também uma velocidade incomparável com o modo de Tratamento mental, reduzindo sensivelmente o custo cognitivo.

Para finalizar, quanto à memória de longo prazo, Baddeley, Eysenck e Anderson (2015, p. 13) a concebem como um sistema ou sistemas que sustentam a capacidade de armazenamento de informações por longos períodos de tempos. Estes autores usam a classificação de Squire (1992), em que a memória de longo prazo é subdividida em memória explícita ou declarativa e implícita ou não declarativa, conforme a Figura 4.

[23] Tratamento é um conceito importante da TRRS. Consiste em realizar transformações de representações semióticas, sem mudança de registro. Por exemplo, resolver uma equação ou um sistema de equações (DUVAL, 2013, p. 16). Este e outros conceitos da teoria duvalina serão discutidos com mais detalhes na seção 4.1.

Figura 4: Classificação da Memória de Longo Prazo



Fonte: adaptado de Squire (1992, p. 233) e Baddeley, Eysenck e Anderson (2015, p. 13)[24]

A memória explícita (declarativa) é aquela a que se recorre de forma intencional e é concebida de duas formas: a memória episódica, que se baseia na recordação de eventos pessoais como, por exemplo, o encontro inesperado com um amigo nas férias do ano passado; e a memória semântica, cuja característica é a recordação de fatos como, por exemplo, a lembrança da cor de uma banana madura ou o significado da palavra "testemunhar". Já a memória implícita ou não declarativa está associada a situações em que ocorreu algum tipo de aprendizagem, mas que se reflete no desempenho e não através da lembrança aberta. O exemplo clássico é saber andar de bicicleta (BADDELEY; EYSENCK; ANDERSON, 2015, p. 13).

Feitas essas considerações sobre alguns dos principais conceitos que envolvem a Memória e a Cognição Numérica, podemos, finalmente, discorrer sobre a DD.

2.6 A DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO

Nesta seção discutiremos vários aspectos que compõem o corpo teórico da DD, desde suas diversas conceituações, etiologias, manifestações clínicas, prevalências, subtipos,

[24] O termo *priming*, segundo Squire (1992, p. 234, tradução nossa), diz respeito à "facilidade para detectar ou processar um objeto perceptivo com base na experiência recente".

comorbidades, diagnósticos e remediações. Veremos que em vários pontos não há, ainda, muito consenso entre os pesquisadores, como a própria conceituação e os subtipos, por exemplo. Por outro lado, há certa convergência em torno dos sintomas ou características clínicas e, principalmente, é ponto pacífico a preocupação com as consequências educacionais, emocionais e profissionais que os sujeitos com esse transtorno sofrem ao longo de toda vida.

Também é importante pontuarmos que há muitas críticas ao que se tem chamado de "medicalização". Esse termo faz referência a uma apropriação, pelas ciências médicas, das condutas que se desviam de uma norma hegemônica, classificando-as como doenças que necessitam de tratamento e cura (BELTRAME; GESSER; SOUZA, 2019, p. 2). No âmbito escolar, segundo estes mesmos autores, quem não consegue se apropriar dos conteúdos ensinados ou apresenta algum comportamento fora do esperado, acaba sendo caracterizado como um sujeito com algum tipo de TA. Assim, os problemas intrínsecos ao processo de escolarização, e que poderiam ser resolvidos com intervenções pedagógicas, acabam sendo diagnosticados como doenças de aprendizagem, que necessitam de intervenção médica e medicamentosa. "Com frequência, a dislexia, o TDAH, a disartria, a discalculia, a dislalia, a ecolalia e a agrafia vêm sendo utilizadas como justificativas para o fracasso escolar, no processo de escolarização" (BELTRAME; GESSER; SOUZA, 2019, p. 3).

Esse processo de medicalização, naturalmente, está inserido no modelo biomédico da deficiência, concebendo que o problema está no sujeito, que deve ser tratado. Desse modo, exime-se todo o contexto político e social que compõem a paisagem do cotidiano escolar.

É preciso esclarecer que esta tese não tem a intenção de investigar o fenômeno da medicalização, muito menos questionar o laudo médico de DD do nosso sujeito da pesquisa. No entanto, ao apresentarmos, a seguir, todo o campo conceitual que abrange a DD, uma série de expressões da área médica se farão presentes e, portanto, achamos por bem indicar que há muitos questionamentos a respeito dessa abordagem.

Dado que a DD tem sido pesquisada, preponderantemente, por profissionais da área da neurologia, neuropsicologia e neurociência, é inevitável a presença de termos, como "sintomas", "inabilidades", "remediação", "tratamento", "diagnóstico", entre outros. No entanto, reafirmamos, esta tese tem o viés da Educação Inclusiva e concebe a deficiência pela perspectiva do modelo social. Sendo assim, entendemos que o sujeito da nossa pesquisa, ainda que tenha o diagnóstico médico de DD, isto não o incapacita para a aprendizagem. No modelo social, o foco está na "eliminação das barreiras produtoras de desigualdades e não centrado na reabilitação dos corpos com base em um ideal de corponormatividade" (GESSER et al., 2019, p. 11). Vamos aos conceitos.

2.6.1 Conceitos

Existe uma grande variedade de termos que tentam se referir aos déficits[25] ligados às habilidades matemáticas ou a cognição numérica. Além disso, crianças podem apresentar dificuldades em matemática de muitas formas diferentes, como inabilidade com a aritmética básica, com procedimentos e estratégias ou, como parece ser o caso da maioria, apresentar dificuldades em todo o espectro das atividades numéricas. Para efeito de diagnóstico médico, as definições dos manuais, como o DSM-5 (APA, 2014, p. 66-67), afirmam que as crianças devem apresentar resultados significativamente abaixo do esperado em testes padronizados[26]. Estes, por sua vez, examinam uma multiplicidade de habilidades e as resume em uma pontuação global associada a uma espécie de desempenho matemático. No entanto, levando em conta a pluralidade desses testes, o que se entende por desempenho matemático pode variar muito entre eles. Isto justifica a dificuldade encontrada pelos pesquisadores em identificar os principais déficits de numerosidade e de apresentar uma definição minimamente consensual (BUTTERWORTH, 2005a, p. 12-13).

Assim, surgiu uma série de termos para se referir a esses déficits ligados à cognição numérica, como *mathematical disability* (GEARY, 1993), *arithmetic learning disability* (GEARY; HOARD, 2001), *number fact disorder* (TEMPLE; SHERWOOD, 2002) e a própria *developmental dyscalculia* (DD) (SHALEV; GROSS-TSUR, 1993; TEMPLE, 1991). Estas diferentes classificações parecem, no entanto, descrever a mesma condição (BUTTERWORTH, 2005a, p. 13). Neste rol, podemos ainda acrescentar outros termos, como *mathematical learning disability* (SZÜCS, 2016), *arithmetic difficulties* (LEWIS; HITCH; WALKER, 1994), além dos termos adotados pelos manuais CID-10 - Transtorno específico da habilidade em aritmética (OMS, 1993, p. 48) – e pelo DSM-5 - Transtorno Específico da Aprendizagem com prejuízo na Matemática (APA, 2014, p. 67). Nesta tese, adotamos o termo Discalculia do Desenvolvimento (DD) e, na sequência, discorreremos sobre algumas

[25] Ou seriam dificuldades?
[26] É importante destacar que, na perspectiva da Educação Inclusiva, a ideia de padronização vem de encontro ao respeito às diferenças.

definições propostas pelos principais pesquisadores da área, iniciando pelo que consta nos manuais CID-10 e DSM-5.

De acordo com a Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionais à Saúde (CID-10), elaborado pela Organização Mundial da Saúde, a discalculia, ou Transtorno Específico da Habilidade em Aritmética, é um

> Transtorno que implica uma alteração específica da habilidade em aritmética, não atribuível exclusivamente a um retardo mental[27] global ou à escolarização inadequada. O déficit concerne ao domínio de habilidades computacionais básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão mais do que as habilidades matemáticas abstratas envolvidas na álgebra, trigonometria, geometria ou cálculo (OMS, 1993, p. 48).

Já no Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM–5), a discalculia, ou Transtorno Específico da Aprendizagem com prejuízo na matemática, é um transtorno associado a problemas no processamento de informações numéricas, aprendizagem de fatos aritméticos e realização de cálculos básicos com fluência e precisão. Além disso, como ocorre com os demais TAs, não resulta de educação escolar inadequada[28] ou falta de oportunidade (APA, 2014, p. 67 e 68).

Como já pontuamos, inúmeros autores usam o termo Discalculia do Desenvolvimento (DD). Kosc (1974, p. 165) menciona que a DD foi definida por Bakwin e Bakwin (1960) como uma “dificuldade em contar”. Cohn (1968, p. 651) afirma que a DD é uma “falha[29] em reconhecer ou manipular símbolos numéricos, em uma cultura avançada”. No mesmo artigo, ao entender que ela pode ser mais frequentemente observada em crianças em idade escolar, Cohn (1968, p. 651) passa então a agregar a palavra “desenvolvimento”. Ele ainda afirma que a origem precisa desse transtorno não pode ser apurada, e geralmente é uma faceta da inabilidade[30] da criança de se relacionar com símbolos gráficos.

27 O termo “retardo mental” está em desuso. Segundo Sassaki (2005, p. 4), expressões como “deficiência mental” e “retardo mental” foram substituídas por “deficiência intelectual”.
28 O termo “educação escolar inadequada” que consta no DSM-5 (APA, 2014, p. 68) tem o seu similar “escolarização inadequada” no CID-10 (OMS, 1993, p. 48). Ambos os termos suscitam o imediato questionamento dos seus opostos, isto é, o que seria uma “escolarização adequada” ou “educação escolar adequada”?
[29] Neste conceito, de 1968, conseguimos notar a forte influência do modelo biomédico, caracterizando a DD, sem meio termos, como uma “falha”.
[30] “Inabilidade” é outro termo que remete ao viés biomédico. Quem é inábil é incapaz, inapto.

Kosc (1974) lembra que também propôs seu próprio conceito em 1970:

> A discalculia do desenvolvimento é um distúrbio estrutural de habilidades matemáticas que tem sua origem em uma desordem genética ou congênita das partes do cérebro que são substratos anatomo-fisiológicos diretos da maturação das habilidades matemáticas adequadas à idade, sem uma desordem das funções mentais gerais (KOSC, 1970[31] *apud* KOSC, 1974, p. 165, tradução nossa).

Esse autor enfatiza que o termo "desenvolvimento" tem relação exclusivamente com a criança, pois a DD é um "[...] distúrbio da maturação das habilidades matemáticas" (KOSC, 1974, p. 166, tradução nossa).

Outra definição, bastante utilizada nos estudos sobre esse tema, foi trazida por Shalev (2004, p. 766). Ela define a DD como uma dificuldade específica de aprendizagem que afeta a aquisição das habilidades aritméticas, apesar da inteligência normal[32] e inexistência de desequilíbrios emocionais, fatores sociais impeditivos ou falta de motivação.

De modo geral, notamos que todas as definições até aqui citadas apontam para critérios de inclusão (o que faz com que o sujeito seja considerado com DD, como déficits nas funções cerebrais ligadas ao domínio da aritmética) e de exclusão (o que não está por trás das causas da DD, como não resultar de escolarização inadequada, ausência de desequilíbrio das funções mentais gerais etc.).

Uma definição mais atual, proposta pelo Consenso Internacional[33], entende que a DD é um "transtorno heterogêneo que decorre de diferenças individuais tanto no desenvolvimento quanto no funcionamento da cognição numérica, nos níveis neuroanatômico, neuropsicológico e comportamental, bem como em suas interações" (KAUFMANN et al., 2013).

Já Iuculano (2016, p. 306) propõe que a DD seja vista como um transtorno heterogêneo, decorrente de alterações multifacetadas em um ou vários sistemas neurocognitivos implicados na cascata hierárquica de cálculos mentais que é necessária para a

---

[31] KOSC, Ladislav. Psychology and psychopathology of mathematical abilities. Studia psychologica, 1970, v.12, p. 159-162.

[32] "Inteligência normal" também está dentro do viés biomédico, em que se assume que há uma medida padronizada para a inteligência.

[33] Grupo de 14 renomados investigadores de 6 países (Alemanha, Áustria, EUA, Israel, Reino Unido e Suíça) que elaboraram um artigo (Kaufmann et al., 2013) propondo diretrizes mais atuais para tratar a DD (SANTOS, 2017, p. 58).

execução das operações aritméticas. Para explicar o termo “cascata hierárquica de cálculos mentais”, Iuculano (2016, p. 306) traz um exemplo do que ocorre quando um sujeito realiza uma operação como, por exemplo, 3 + 4. Dentre outras coisas, ela aponta que há que se ter o Senso Numérico desses dois números; associar essas numerosidades aos símbolos definidos culturalmente que os denotam, isto é, “3” e “4”; decodificar e interpretar o símbolo da operação de adição (+); recorrer à memória de trabalho; efetuar o monitoramento de erros, entre outros.

Depois de todas essas definições biomédicas, com diversas características e enfoques, podemos concluir que nelas há certo consenso, pelo menos, na presença de DAs associadas ao mecanismo cognitivo responsável pelas habilidades aritméticas básicas. Na seção seguinte discutiremos a manifestação dessas dificuldades no cotidiano (principalmente escolar) do aluno com DD.

2.6.2 Sintomas (ou seriam DAs?)

Se ainda não há muito consenso em torno da conceituação da DD, o mesmo não ocorre em relação às DAs apresentadas pelos sujeitos com este transtorno. De acordo com diversos estudos, é geralmente aceito que crianças com DD têm dificuldade em aprender e se lembrar de fatos aritméticos básicos, dificuldade na execução de procedimentos de cálculo e dependem muito de estratégias imaturas (como contar nos dedos, por exemplo) para resolver problemas. Para Butterworth (2005b, p. 459), ainda que a dificuldade com a aritmética básica seja uma característica comum, parece haver um problema mais fundamental, subjacente, pois os indivíduos com DD apresentam fraco desempenho em tarefas que requerem uma compreensão de conceitos numéricos básicos, especialmente o de numerosidade que afeta, por exemplo, a contagem e a comparação de magnitudes.

O DSM-5 destaca que o aluno com DD tem

> Dificuldades para dominar o senso numérico, fatos numéricos ou cálculo (p. ex., entende números, sua magnitude e relações de forma insatisfatória; conta com os dedos para adicionar números de um dígito em vez de lembrar o fato aritmético, como fazem os colegas; perde-se no meio de cálculos aritméticos e pode trocar as operações). [...] Dificuldades no raciocínio (p. ex., tem grave dificuldade em aplicar conceitos, fatos ou operações matemáticas para solucionar problemas quantitativos) (APA, 2014, p. 66).

Santos (2017, p. 62) também aponta o uso recorrente de estratégias imaturas, como o contar nos dedos ou desenhar elementos não simbólicos no caderno para apoiar a contagem; dificuldades para aprender e lembrar fatos aritméticos; prejuízo no Senso Numérico; dificuldades para estimar quantidades; capacidade reduzida de subtização; dificuldades com a transcodificação de representações; dificuldades para contar em ordem decrescente; incompreensão do sistema decimal; dificuldades para decompor um problema em partes, incompreensão dos procedimentos de cálculo e seus conceitos etc.

Díaz (2011, p. 323-324) elenca as DAs apresentadas por um sujeito com DD de forma bastante esquemática

> 1) NÚMEROS E SIGNOS:
>
> - Não identificação;
> - Confusão de cifras de sons semelhantes;
> - Confusão de cifras simétricas;
> - Inversão de cifras;
> - Confusão de signos com formas semelhantes;
> - Seriação numérica.
>
> 2) SERIAÇÃO NUMÉRICA:
>
> - Translação;
> - Repetição de cifras;
> - Omissão de cifras;
> - Perseveração no não reconhecimento de um limite determinado;
> - Não abreviação (não poder contar de “2 em 2”);
> - Confusão de signos semelhantes (+ por – por exemplo).
>
> 3) ESCALAS:
>
> - Representação de cifras;
> - Omissão de cifras;
> - Perseveração (idem, seriação numérica);
> - Não abreviação (idem, seriação numérica);
> - Ruptura da ordem numérica.
>
> 4) OPERAÇÕES:
>
> - Colunamento deficiente;

- Início da adição ou subtração pela esquerda;

- Adicionar ou subtrair a unidade com a dezena;

- Realizar uma operação primeiramente com a mão direita e terminar (ou alternar) com a mão esquerda;

- Na multiplicação, iniciar a operação multiplicando o primeiro número da esquerda;

- Na divisão não saber calcular quantas vezes o divisor está contido no dividendo;

- Começar uma operação pegando as cifras à direita do dividendo.

5) CÁLCULO MENTAL:

- Não fazer efetivo o "levar e pedir" ("pego e empresto");

- Esquecimento do quanto "levam e pedem" ("pegam e emprestam");

- Esquecimento do próprio cálculo (somar, subtrair, multiplicar, dividir);

- Dificuldade significativa com o cálculo utilizando dígitos e polidígitos.

6) PROBLEMAS:

- Incompreensão do enunciado;

- Linguagem inadequada, lenta, arrítmica;

- Incompreensão da relação entre o enunciado e a pergunta do problema;

- Erros na realização dos mecanismos operacionais (DÍAZ, 2011, p. 323-324).

A contribuição de Bastos (2016, p. 181-182) também corrobora com os autores já citados, já que ele dá destaque aos erros na formação de números, que geralmente ficam invertidos, como se fossem imagens em um espelho; aponta a dificuldade para efetuar somas e reconhecer sinais operacionais; destaca a dificuldade de leitura de números multidígitos; fraca memória para fatos numéricos básicos; dificuldades em transportar números para local adequado durante a realização de cálculos etc.

Por fim, trazemos as contribuições de Ferreira e Haase (2010, p. 120). Para eles, há prejuízos nas: 1) habilidades linguísticas, como a compreensão e nomeação de termos, operações e conceitos, além do prejuízos na decodificação de problemas escritos na linguagem simbólica da matemática; 2) habilidades perceptivas, como o reconhecimento e leitura de símbolos numéricos ou aritméticos; 3) habilidades de atenção, como fazer a cópia de números, figuras ou sinais de operações; 4) habilidades que são exigidas para a compreensão e memorização da tabuada, contagem de objetos ou sequência de passos.

Cabe, neste momento, voltarmos ao título desta subseção, Sintomas (ou seriam dificuldades de aprendizagem?). Propositalmente, questionamos se o termo a ser usado deve ser “sintomas” ou “DAs”. Isto porque a literatura que visitamos (APA, 2014; BASTOS, 2016; BUTTERWORTH, 2005b; DÍAZ, 2011; FERREIRA; HAASE, 2010; SANTOS, 2017) usa os termos “sintomas” ou “características clínicas” para se referir às recorrentes DAs de aprendizagem apresentadas pelos sujeitos com DD. Tomamos o cuidado de não usar estes termos ao longo desta subseção, pois, conforme já pontuamos, este trabalho tem o viés da modelo social da deficiência (ainda que a DD não seja considerada uma deficiência) e almeja a perspectiva da Educação Inclusiva. Assim, preferimos olhar para o nosso aluno não como tendo características clínicas ou sintomas (no sentido de manifestação de uma doença), mas apresentando DAs intrínsecas à sua condição e que, eventualmente, podem ser aumentadas, por exemplo, em decorrência de escolhas metodológicas ou pedagógicas do professor.

Mais do que uma questão de nomenclatura, existem importantes questões de ordem semântica que podem nos remeter, ou ao modelo biomédico, que vislumbra a deficiência no sujeito, ou ao modelo social, que vê a deficiência como um ente pertencente à sociedade, na medida em que esta cria obstáculos que impedem a participação, em igualdade de condições, das pessoas com deficiência (GESSER et al., 2019, p. 11).

Estas diversas DAs, aqui destacadas, podem ser relacionadas ou inseridas nos vários perfis ou subtipos de DD. A discussão a esse respeito é o que nos propomos a fazer na subseção seguinte.

2.6.3 Subtipos ou fenótipos

Esse também é outro aspecto deste transtorno que ainda não obteve consenso entre os pesquisadores. Existem várias propostas de subtipos de DD, desde as que levam em conta o hemisfério cerebral comprometido, as etiologias, bases neurais, manifestações cognitivas, níveis de habilidade e até mesmo as comorbidades.

A primeira proposta de tipologia, que levou em conta as manifestações cognitivas e níveis de habilidades, foi feita por Kosc (1974, p. 167-168), com seis subtipos:

(a) Discalculia verbal: manifesta-se pela perturbação na capacidade de designar verbalmente termos e relações matemáticas, como nomear quantidades, números, símbolos etc.

(b) Discalculia practognóstica: dificuldade de manipulação matemática de objetos reais ou representados, dificuldades com relação à enumeração e comparação de tamanhos e quantidades. Um indivíduo com essa DD, diante de dois cubos, é incapaz de dizer qual deles é o maior ou se são do mesmo tamanho.

(c) Discalculia léxica: Como o próprio nome já sugere, ocorre a dificuldade de leitura dos símbolos matemáticos (dígitos, números, sinais de operação, como +, -, ÷, ×). Em algumas situações, dígitos parecidos são trocados, como 6 por 9, ou pode ocorrer a inversão de números de dois dígitos, como 21 por 12.

(d) Discalculia gráfica: dificuldades na escrita de símbolos matemáticos.

(e) Discalculia ideognóstica: dificuldade de compreensão das ideias, conceitos e relações matemáticas, bem como dificuldades com o cálculo mental.

(f) Discalculia operacional: dificuldade de realização de operações e cálculos numéricos. É comum haver a troca de operações aritméticas, como a adição no lugar da multiplicação ou a subtração em vez da divisão.

Geary (1994, p. 184-186) propôs três subtipos, baseados nos hemisférios cerebrais comprometidos. Os dois primeiros, associados ao hemisfério esquerdo, são o subtipo de memória semântica, que se constitui pela baixa frequência de recuperação de fatos aritméticos, muitas vezes associada com dificuldades de leitura, e o subtipo processual, configurando-se pelo uso recorrente de estratégias imaturas de cálculo e por frequentes erros na execução de procedimentos. Já a disfunção do hemisfério direito está relacionada ao subtipo visuoespacial, associado a uma incapacidade de representar espacialmente informações numéricas (como o alinhamento inadequado de 35 + 174, por exemplo) e a incompreensão de informações numéricas representadas espacialmente (por exemplo, valor posicional).

Já Von Aster (2000, p. 48-49 e 53) apresentou três subtipos baseados em características cognitivas e fatores genéticos. O primeiro, denominado subtipo verbal, refere-se a sujeitos que apresentam dificuldades em usar procedimentos de contagem para realizar cálculos mentais e para armazenar fatos aritméticos; o segundo, chamado de subtipo arábico, engloba as crianças que cuja dificuldade principal encontra-se na leitura, em voz alta, de números arábicos e na escrita desses números sob ditado; o terceiro, denominado subtipo difuso, compreende os sujeitos que apresentam dificuldades associadas aos conceitos semânticos primários de número e numerosidade, implicando na incapacidade de desenvolver representações numéricas analógicas apropriadas, como a linha numérica mental, por exemplo. Esta condição também acarreta prejuízo no desenvolvimento de representações verbais e arábicas e nas habilidades computacionais relacionadas. Esse pesquisador também apontou que o subtipo difuso é, provavelmente, "causado por influências genéticas ou dano cerebral precoce, enquanto os subtipos verbal e arábico são mais prováveis de serem causados por distúrbios de desenvolvimento linguístico, provavelmente devido a influências genéticas e ambientais" (VON ASTER, 2000, p. 53, tradução nossa).

Para Ferreira e Haase (2010, p. 122), "[...] é provável que existam perfis distintos de Discalculia, dependendo da localização da região cerebral prejudicada e da extensão do prejuízo, seja este funcional ou estrutural". Estes autores ainda relatam que, de modo geral, com base em estudos de neuroimagem e resultados neuropsicológicos, existem quatro subtipos de DD.

O primeiro está associado a um déficit no Senso Numérico, em que a compreensão do senso de número e de quantidade está comprometida. Situações cotidianas, como manuseio de dinheiro, noção de tempo e de distância ficam bastante afetadas.

Quanto ao segundo subtipo, é o do déficit na representação simbólica verbal, caracterizando-se por dificuldades na aprendizagem e recuperação de fatos aritméticos básicos, como a multiplicação, além de dificuldades em tarefas que envolvam componentes linguísticas e verbais, como nomeação de números numa contagem e repetição de fatos.

O terceiro é o déficit nas funções executivas, relacionado a dificuldades de recuperação de fatos aritméticos e, principalmente, na criação estratégias para resolução de problemas. Esse déficit pode estar implicado na leitura incorreta de números e troca de sinais das quatro operações aritméticas básicas.

Por último, o quarto subtipo, é o de déficits visuoespaciais. Em virtude da forte correlação das representações numérica e espacial, é muito vinculado ao primeiro subtipo e caracteriza-se por dificuldades de subtização, resultando em déficits na percepção não simbólica da informação e na manipulação de quantidades, além de ordenamento errado de números numa soma – colunamento deficiente (dezena abaixo de dezena, unidade abaixo de unidade etc.) (FERREIRA e HAASE, 2010, p. 122-123).

Como se pode notar, pela variedade de propostas aqui revisadas, e que representam apenas um recorte, ainda não há muito consenso acerca dos fenótipos da DD. Confirmando isto, autores como Haase et al. (2011, p. 273) defenderam que a caracterização de diferentes subtipos de DD ainda carece de maiores investigações e, para Butterworth (2005b, p. 462), "a utilidade de apontar subtipos de discalculia [...] não ficará clara até se mostrar que os diferentes subtipos apresentam padrões qualitativamente diferentes de déficit numérico”.

Assim, entendemos que certo grau de convergência só houve com o artigo do Consenso Internacional (Kaufmann et al., 2013), que recomendou uma divisão pautada em aspectos etiológicos, simplificando a compreensão das características gerais deste transtorno. A proposta foi a de considerar dois tipos de DD: a primária e a secundária. Nas palavras dos próprios autores,

> DD primária é um distúrbio heterogêneo resultante de déficits individuais no funcionamento numérico ou aritmético em níveis comportamentais, cognitivos/neuropsicológicos e neuronais. O termo DD secundária deve ser usado se as disfunções numéricas/aritméticas forem inteiramente causadas por deficiências não numéricas (por exemplo, distúrbios de atenção) (KAUFMANN et al., 2013, p. 4, tradução nossa).

Assim, conforme Santos (2017, p. 75-76) a DD primária*,* também chamada de pura ou isolada, constitui-se da minoria dos dados de DD, e está associada a déficits exclusivos nos sistemas de cognição numérica. Já a secundária, com maior prevalência, é atribuída aos sujeitos nos quais “[...] as disfunções em numerosidade são suficientemente graves para constituir um diagnóstico de DD, e no entanto, estão acompanhadas de déficits cognitivos ‘não numéricos’ igualmente graves ou outros Transtornos do Desenvolvimento Psicológico”. Sobre esse segundo tipo, Santos (2017, p. 74) ainda pontua que, do ponto de vista cognitivo, ele parece ser rico em fenótipos, o que deve servir de base para que os profissionais responsáveis pelos diagnósticos de DD tenham o cuidado de detalhar as caracterizações dos déficits, tanto numéricos quanto não numéricos.

2.6.4 Prevalência e comorbidades

Neste ponto parece haver maior consenso, já que grande parte da literatura relata percentuais na faixa de 3 a 6,5% de prevalência de DD entre crianças em idade escolar, conforme elencamos na Tabela 1.

Tabela 1: Estudos de prevalência da DD

Prevalência (%)	País	Amostra	Faixa etária (em anos)	Estudo
6,4	Eslováquia	375	10 – 12	Kosc (1974)
6,5	Israel	3.029	10 – 11	Gross-Tsur, Manor e Shalev (1996)
6,3	Grécia	240	7 – 11	Koumoula et al. (2004)

2,3 a 7,7 (conforme a idade)	Bélgica	3.978	8 – 11	Desoete et al. (2004)
5,3	EUA	278	≅ 6	Geary et al. (2007)
6,0	Suiça	337	5 – 8	Von Aster, Schweiter e Zulauf (2007)
17,9	Holanda	799	8 – 12	Dirks et al. (2008)
6,1	Áustria	2.686	7 – 12	Landerl e Moll (2010)
3,4	Cuba	11.652	6,9 – 17,3	Reigosa-Crespo et al. (2012)
5,3	Inglaterra	1.004	7 – 10	Devine et al. (2013)
7,8	Brasil	2.893	≅ 10,8	Bastos et al. (2016)

Fonte: Elaborado pelo autor

As diferenças entre os percentuais se devem, principalmente, aos critérios de corte estabelecidos pelas pesquisas e aos tipos de testes neuropsicológicos aplicados. Sobre os critérios de corte, Geary et al. (2007, p. 1357) afirma que quanto mais alta for essa nota, torna-se menos precisa a diferença entre a DD e uma DA. Ou seja, no universo das crianças identificadas com DD é muito provável que tenham também crianças sem este transtorno, apenas apresentando DA.

Especificamente em relação ao Brasil, a pesquisa de Bastos et al. (2016, p. 201), que estimou uma prevalência de 7,8% de DD em uma população de 2.893 crianças do quinto ano de 28 escolas públicas do município de São José do Rio Preto – SP, também apontou que o nível socioeconômico do bairro em que as escolas estavam localizadas, a escolaridade dos pais e o gênero masculino influenciaram nesta prevalência. Os meninos não preponderaram apenas na pesquisa de Bastos et al. (2016) (56%), mas também na de Koumoula et al. (2004), com 60%, e no estudo de Reigosa-Crespo et al. (2012), onde a taxa menino/menina foi de 4 para 1. No entanto, o número de meninas com DD foi maior nas pesquisas de Gross-Tsur, Manor e Shalev (1996), com 54%, na de Devine et al. (2013), com 55% e sensivelmente maior em Landerl e Moll (2010), com 65,2%. Assim, estes números sugerem que ainda é inconclusiva a preponderância da DD em qualquer um dos gêneros.

Quanto aos estudos distinguindo a prevalência entre a DD primária e secundária, Santos (2017, p. 87) assinala que estes ainda são muito raros. Um deles, o de Von Aster, Schweiter e Zulauf (2007), realizado com 337 crianças, apontou uma prevalência de 1,8% de DD primária e 4,2% de secundária (comorbidade com transtornos de leitura e ortografia).

Já a ocorrência de comorbidade com a dislexia[34] foi alvo de investigação em, por exemplo, Dirks et al. (2008), apontando que cerca de 42% dos sujeitos com DD também tinham dislexia. Em Landerl e Moll (2010) esse percentual foi de 26%, no trabalho de Koumula et al. (2004) foi de aproximadamente 33% e a pesquisa de Gross-Tsur, Manor e Shalev (1996) apresentou um percentual menor, próximo de 17%. Em relação à coocorrência com TDAH, o trabalho de Gross-Tsur, Manor e Shalev (1996) revelou que 26% das crianças identificadas com DD também tinham sintomas de TDAH. Além disso, Santos (2010, p. 24) afirma que, em geral, “crianças com DD em comorbidade com dislexia são mais comprometidas do que as crianças com DD pura ou em combinação com TDAH”.

Para finalizar, é importante destacar o que afirma Santos (2017, p. 85) sobre a relação da prevalência entre a dislexia e a DD. Apesar de ambas estarem próximas de 6%, a DD recebe bem menos atenção por parte dos clínicos, pesquisadores e professores, bem como de toda sociedade. Segundo ela, isso explica-se, talvez porque, culturalmente, o insucesso na matemática seja socialmente mais tolerável.

2.6.5 Etiologia

Conforme já pontuamos na subseção sobre os TAs, a literatura tem indicado que tanto fatores genéticos quanto ambientais (ou os dois conjuntamente) estão implicados na etiologia da DD.

Quanto aos genéticos, o próprio Kosc (1974), um dos pioneiros nos estudos deste transtorno, já propôs a influência da hereditariedade na DD. Mais tarde, Butterworth (2005b, p. 463) defendeu que a hipótese do déficit central[35] (ou do déficit no Senso Numérico) é consistente com a existência de uma base genética para DD. Nesta linha, uma pesquisa bastante referenciada, de Alarcón et al. (1997, p. 618-620), estudou pares de gêmeos no estado do Colorado – EUA, na faixa dos 8 aos 20 anos, em que pelo menos um deles, no par, apresentassem sintomas de DD. A taxa de concordância (uma medida utilizada na biologia para confirmar a mesma ocorrência do fenômeno investigado no outro gêmeo) foi de 0,73 para os gêmeos monozigóticos e de 0,56 para os dizigóticos.

---

[34] O sujeito da nossa pesquisa também tem dislexia, conforme laudo médico.
[35] Essa temática será discutida na próxima subseção.

Corroborando com esta hipótese de etiologia genética, Shalev et al. (2001), em um estudo composto por 39 crianças com DD, 21 mães, 22 pais, 90 irmãos e 16 parentes do segundo grau, concluiu que 66% das mães, 40% dos pais, 53% dos irmãos e 44% dos parentes de segundo grau também tinham DD, indicando uma prevalência familiar quase dez vezes maior do que a esperada para a população em geral. Os autores concluíram que "a DD, assim como outros transtornos de aprendizagem, tem uma agregação familiar significativa, sugerindo um papel genético na evolução desse transtorno." (SHALEV et al., 2001, p. 59).

Dando sequência aos aspectos endógenos da etiologia DD, Shalev (2004, p. 768) cita que este transtorno também pode estar relacionado com outas condições médicas, como epilepsia, síndrome de Turner[36], disfasia do desenvolvimento[37], síndrome de Gerstmann[38] e em meninas com Síndrome do X frágil[39].

No que cerca as causas exógenas, ou fatores ambientais, o DSM-5 aponta que "Prematuridade e muito baixo peso ao nascer aumentam o risco de transtorno específico da aprendizagem, da mesma forma que exposição pré-natal à nicotina" (APA, 2014, p. 72).

Quanto ao tabagismo durante a gravidez, a pesquisa de Piper e Corbett (2011) recrutou 357 mães de crianças de 5 a 18 anos dos EUA que declararam fumar no período de gestação. As pesquisadoras concluíram que os filhos de mulheres que fumavam pelo menos dez cigarros por dia eram mais propensos a ter um desempenho pior do que seus colegas em matemática. Nesta linha, o estudo de Kiechl-Kohlendorfer et al. (2012) também apontou o tabagismo de mães austríacas durante a gravidez como preditivo de habilidades numéricas atrasadas aos cinco anos.

O uso do álcool pela mãe durante a gestação também tem sido apontado como fator de risco para a DD. Kopera-Frye, Dehaene e Streissguth (1996) apontaram uma relação entre a DD e a exposição pré-natal ao álcool. Estes pesquisadores realizaram um estudo com 29

---

[36] Doença derivada de uma alteração cromossômica que afeta meninas e que pode causar efeitos clínicos deletérios, prejudicando a adaptação do sujeito do ponto de vista biopsicossocial (BASTOS, 2016, p. 183).

[37] "A disfasia pode ser definida como a inabilidade para adquirir a linguagem oral em uma criança com competência cognitiva adequada, sem doença e/ou lesão cerebral importante, sem alterações sensitivo-motoras significativas, sem distúrbios comportamentais e ou psicoafetivos importantes e que teve adequada oportunidade para a aprendizagem" (PEDROSO; ROTTA, 2016, p. 124).

[38] Distúrbio neurológico raro caracterizado por lesão no giro angular do hemisfério cerebral dominante. A lesão geralmente é causada por isquemia cerebral, traumatismo ou AVC no local. Os sintomas clínicos são a incapacidade de reconhecer os dedos das mãos, perda da noção de direita e esquerda, dificuldades para se escrever, além da discalculia. Fonte: Wikipedia.

[39]Causa comum de atraso mental e de autismo, a síndrome do X frágil é consequência de uma mutação em um gene do cromossomo X (BASTOS, 2016, p. 185).

adolescentes e adultos com Síndrome do Alcoolismo Fetal[40] e concluíram que eles mostraram dificuldades em testes de cálculo e de estimativa, comparados com os controles.

Quanto à influência da prematuridade, ela foi investigada, por exemplo, por Pritchard et al. (2009). Estas pesquisadoras compararam o desempenho escolar de crianças prematuras (nascidas abaixo de 33 semanas de gestação) com crianças nascidas a termo. A conclusão foi de que, aos seis anos, as crianças prematuras tinham duas a três vezes mais probabilidade de apresentar atrasos em matemática do que as crianças nascidas a termo.

Quanto ao baixo peso ao nascer, Litt et al. (2012) avaliaram 181 adolescentes que nasceram com peso extremamente baixo (média de 809 gramas e idade gestacional média de 26,4 semanas). Os autores observaram que, comparados com os controles, estes adolescentes obtiveram pontuações significativamente mais baixas em testes de QI e em testes de desempenho de leitura e de matemática.

Shalev (2004, p. 766), ao postular uma etiologia multifatorial, afirma que além das causas aqui já elencadas, também a privação ambiental, ensino de baixa qualidade, classes escolares heterogêneas e currículos escolares não testados podem estar presentes nos aspectos causais da DD. Neste norte, Iuculano (2016, p. 321-322) também destaca que a aprendizagem não acontece dissociada dos fatores emocionais e sociais que compõem a vida do sujeito e, de modo crítico, ela aponta que a maioria dos esforços para caracterizar a DD têm se concentrado nos aspectos neurocognitivos, geralmente examinados de forma isolada, sem levar em conta uma visão mais abrangente e dinâmica deste transtorno. Ela defende que o avanço na compreensão e remediação da DD depende de pesquisas que tenham essa visão mais ampla da sua etiologia.

Na sequência traremos o que a literatura tem proposto acerca das possibilidades de tratamento e remediação da DD.

2.6.6 Alguns apontamentos sobre a remediação e o tratamento da DD

Certamente as palavras “remediação” e “tratamento” remetem ao viés biomédico, no sentido de que a DD seja um transtorno passível de tratamento. Outros termos, dentro desta

[40] Termo usado para descrever o dano sofrido por alguns fetos quando a mãe ingere bebidas alcoólicas durante a gravidez. Fonte: Wikipedia.

mesma concepção, também surgirão nesta subseção, como “paciente”, “avaliação diagnóstica”, “disfunções”, entre outros. Reiteramos que a nossa perspectiva é a da Educação Inclusiva e a do modelo social da deficiência. Assim, este trabalho não pretende remediar e nem tratar alunos com DD. Reiteramos que esta tese trata da investigação das DAs apresentadas por um aluno (não um paciente) com DD, sob a ótica semiocognitiva da TRRS. Vamos, portanto, ao que trata esta subseção.

A literatura afirma que o tratamento da DD é um tema bastante complexo, por conta da sua heterogeneidade e das frequentes comorbidades a ela associadas. Para Kaufmann e Von Aster (2012, p. 773), para um benefício terapêutico duradouro, o tratamento deve ser adaptado individualmente aos achados da avaliação diagnóstica e personalizado conforme o perfil cognitivo do paciente.

Também é importante pontuar que não se faz uso de farmacológicos para o tratamento da DD (SANTOS; SILVA; PAULA, 2011, p. 147), a não ser que, conforme afirmam Kaufmann e Von Aster (2012, p. 773), o transtorno venha acompanhado de graves manifestações psicopatológicas, como a depressão ou a ansiedade, por exemplo. Nas palavras de Ohlweiler (2016, p. 109) os TAs são [...] total ou parcialmente irreversíveis”, ou seja, a DD é uma condição persistente, que acompanha o sujeito ao longo de toda a vida. O DSM-5 afirma que um TA

> [...] permanece ao longo da vida, mas seu curso e expressão clínica variam, em parte, dependendo das interações entre as exigências ambientais, a variedade e a gravidade das dificuldades individuais de aprendizagem, as capacidades individuais de aprendizagem, comorbidades e sistemas de apoio e intervenção disponíveis. Ainda assim, na vida diária, problemas na fluência e compreensão da leitura, na soletração, na expressão escrita **e na habilidade com números costumam persistir na vida adulta** (APA, 2014, p. 71, grifo nosso).

Ou seja, apesar do caráter persistente da DD, a literatura aponta possibilidades de remediação. Conforme Santos (2017, p. 158), basicamente dois tipos de abordagens, aparentemente complementares, têm sido utilizadas como formas de tratamento ou intervenção: a pedagógica e a cognitiva. Ainda não foram encontrados estudos onde as duas foram usadas de forma combinada e a utilização de uma outra parece estar mais ligada ao perfil de disfunções de numerosidade de cada criança.

Iuculano (2016, p. 316-317) afirma que, em relação à perspectiva pedagógica, as remediações têm se baseado no uso do material concreto, como barras de *cuisenaire*, por exemplo, na intenção de fazer com que o aluno faça suas descobertas a partir da manipulação direta desses objetos. Já no âmbito cognitivo, os esforços estão voltados à produção de jogos de computador como apoio à aprendizagem das habilidades aritméticas básicas. Um dos mais conhecidos, desenvolvido por Anna Wilson e Stanislas Dehaene (WILSON et al., 2006), o *The Number Race*, foi o primeiro software criado com o objetivo de remediar a DD, projetado para atender tanto as dificuldades baseadas na hipótese do déficit central, quanto no déficit de acesso.

Iuculano (2016, p. 320) ainda cita uma abordagem que ela considera emergente, e que se baseia na noção de que as representações de número sofrem influência de algumas experiências sensoriais corporais. Ela se refere ao trabalho de Fischer et al. (2010), intitulado "Treinamento espacial sensório-motor de representações de magnitude numérica". Este estudo apontou que crianças de um jardim de infância na região de Stuttgart, Alemanha, treinadas para resolver uma tarefa de comparação de magnitudes em uma esteira de dança digital (um passo para a esquerda, um passo para a direita), mostraram melhorias significativas em uma tarefa de estimativas numéricas e de contagem, quando comparadas com um grupo de controle treinado em computador.

2.6.7 Como e por quem é feito o diagnóstico da DD?

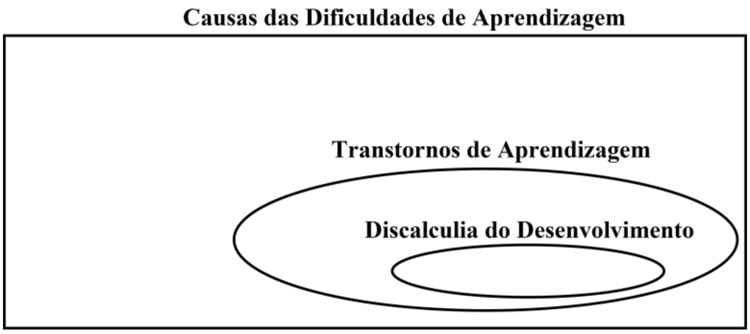
De acordo com Santos (2017, p. 139-140), o professor, em geral, é a primeira pessoa que percebe indícios de alguma DA na criança. O seu papel, por intermédio da escola, é auxiliar os pais a se conscientizarem sobre a necessidade de avaliação dessa criança com um profissional especializado, preferencialmente com formação em neuropsicologia. Esta avaliação deve ter um caráter abrangente, levando em conta aspectos que vão desde a cognição numérica, até as habilidades adquiridas, como a leitura. Além disso, também se consideram os aspectos motores, sensoriais, neurológicos, a dimensão emocional e social da criança, bem como o seu histórico familiar e educacional.

Especificamente sobre a avaliação neuropsicológica, Malloy-Diniz et al. (2016, p. 26) afirmam que é um procedimento de "investigação clínica cujo objetivo é esclarecer questões sobre os funcionamentos cognitivo, comportamental e – em menor grau – emocional de um paciente". Estes autores também destacam a multidimensionalidade desta avaliação, afirmando que ela se sustenta em quatro pilares: testes cognitivos, entrevistas, observação comportamental e escalas de avaliação de sintomas (IDEM, p. 26).

Para finalizar, Santos (2017, p. 140) acrescenta que, durante o diagnóstico, é imprescindível excluir causas secundárias, como problemas comportamentais, emocionais, o método de ensino e demais variáveis do contexto escolar que podem interferir no baixo desempenho da criança, evitando que uma DA seja equivocadamente diagnosticada como DD.

Encerramos, assim, este capítulo sobre os aspectos conceituais que envolvem a DD. Como ela é considerada um TA, ampliamos os limites da nossa investigação, fazendo uma breve discussão sobre essa temática, na seção 2.3. Os TAs, por sua vez, também integram o conjunto das causas das DAs e, por conta disso, usamos a seção 2.2 para abordar esse assunto. Muito simplificadamente, a Figura 5, a seguir, exibe o que acabamos de dizer com diagramas.

Figura 5: Relação entre DD, TA e DA



Fonte: elaborado pelo autor

Ainda neste mesmo capítulo, na seção 2.1, mostramos o caminho escolhido para a condução deste trabalho, a saber, a perspectiva da Educação Inclusiva e o modelo social da deficiência. Conforme já assinalamos em outros momentos, ainda que a DD não seja uma deficiência, de acordo com a PNEEPEI, ela, assim como os demais TAs, são designados como "transtornos funcionais específicos". Além disso, nestes casos, a Educação Especial deve atuar de modo articulado com o ensino regular, visando o atendimento às necessidades específicas dos alunos nestas condições (BRASIL, 2008, p. 15). Conceber a deficiência pelo modelo social é uma atitude política e pedagógica que extrapola o âmbito da deficiência, pois afeta, por exemplo, nossas escolhas metodológicas, nossas formas de avaliação escolar e, principalmente, sobre quem julgamos que consegue ou não aprender.

No próximo capítulo, vamos mostrar como está o cenário de investigação sobre a DD no nosso país, a partir de um levantamento baseado em um recorte de teses e dissertações.

3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA TEM SE INTERESSADO PELA DD? - UM PANORAMA DE PESQUISAS BRASILEIRAS[41]

Neste capítulo apresentaremos uma revisão de literatura sobre as pesquisas brasileiras envolvendo a temática da DD. Mais especificamente, este levantamento teve como foco as teses e dissertações produzidas no nosso país, envolvendo a DD e circunscritas à área de Educação, Educação Matemática e Educação em Ciências e Matemática. Entendemos que este recorte em teses e dissertações, que por essência prezam por uma maior profundidade nas temáticas às quais se debruçam do que artigos, já nos traz uma fotografia satisfatória do conhecimento que vem sendo produzido na área. Assim, faremos inicialmente alguns apontamentos acerca do referencial metodológico utilizado nesta revisão e, em seguida, traremos os resultados e as necessárias discussões.

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este levantamento consiste em uma pesquisa bibliográfica, com delineamento do Estado do Conhecimento. Com relação a essa terminologia, Romanowski e Ens (2006, p. 39-40) destacam que:

> Os estudos realizados a partir de uma sistematização de dados, denominada “estado da arte”, recebem esta denominação quando abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções. Por exemplo: para realizar um “estado da arte” sobre “Formação de Professores no Brasil” não basta apenas estudar os resumos de dissertações e teses, são necessários estudos sobre as produções em congressos na área, estudos sobre as publicações em periódicos da área. **O estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de “estado do conhecimento”** (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 39-40, grifo nosso).

Para Teixeira (2006, p. 60), o Estado da Arte (e do Conhecimento) tem caráter de levantamento bibliográfico, sistemático, crítico e analítico sobre a produção acadêmica acerca de um tema pontual, consistindo numa espécie de “exumação cultural”. Além disso,

[41] Uma versão mais antiga deste levantamento, com trabalhos feitos até 2019, foi tema do artigo “Um Estado do Conhecimento sobre a Discalculia do Desenvolvimento: tendências e perspectivas”, publicado pela revista Rein!, em 2020 (SILVA FILHO; MORETTI, 2020).

pesquisas do tipo estado do conhecimento também se caracterizam pela identificação de categorias que apontam, "[...] em cada texto e no conjunto deles, as facetas sob as quais o fenômeno vem sendo analisado" (SOARES; MACIEL, 2000, p. 9).

Nesse norte, usamos o descritor "discalculia" e filtramos por programas de pós-graduação em "Educação" ou "Educação Matemática" ou "Educação em Ciências e Matemática" ou por programas afins, como mestrados profissionais em matemática, por exemplo, e fizemos uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES[42] e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)[43]. Nosso intuito foi encontrar o que havia sido produzido a respeito dessa temática, apoiados em referenciais que perpassassem a Educação ou a Educação Matemática. A resposta à busca trouxe, dessas duas bases, dezoito trabalhos tendo a DD como tema central, sendo uma tese e dezessete dissertações.

No que segue, apresentaremos uma visão geral desses trabalhos através de um quadro e, em seguida, pontuaremos as várias categorias que emergiram dessa pesquisa, dando maior ênfase a duas delas, que se impuseram pela prevalência: o uso do lúdico/jogos como ferramentas potencializadoras da aprendizagem e a aplicação de testes neuropsicológicos com a intenção de diagnosticar a DD ou de investigar seus indícios.

3.2 ORGANIZAÇÃO, DESCRIÇÃO E ANÁLISE CRÍTICA DOS DADOS

3.2.1 Uma visão geral

A organização desses trabalhos foi feita no Quadro 2, em que indicamos a Identificação, Ano, Instituição, Nível, Objetivo, Referenciais teóricos e metodológicos e os Instrumentos de coleta. Tal escolha se justifica porque o exame minucioso dessas pesquisas fez com que algumas categorias dentro desses quesitos elencados se destacassem, seja pela força da controvérsia, da prevalência ou da ausência, conforme problematizaremos ao longo das análises.

---

[42] <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/> Acesso em: 01 set. 2021.
[43] <http://bdtd.ibict.br/vufind/> Acesso em: 01 set. 2021.

Quadro 2: Teses e Dissertações sobre DD – CAPES E BDTD

Identificação/Autor/Ano/ Instituição/ Nível				Objetivo	Referenciais Teóricos	Metodologia/ Métodos de análise	Instrumentos
D1	Bernardi, 2006	PUCRS	MESTRADO em Educação	Verificar a influência do lúdico na autoestima e na autoimagem de 5 crianças com discalculia através da intervenção educativa baseada na ludicidade.	- DD - DA - Autoestima e autoimagem - Teorias da aprendizagem - Lúdico	- Qualitativa - Estudo de Caso - Análise de conteúdo de Bardin[44]	- Teste - Questionário - Jogos
D2	Pimentel, 2015	PUCRS	MESTRADO em Educação em Ciências e Matemática	Analisar possíveis indícios de discalculia em Anos Iniciais por meio de um teste piloto de matemática.	- DD - DA - O Cérebro e as habilidades matemáticas (Neurociências) - Avaliação da educação básica no Brasil	- Quali/Quanti - Estudo de casos múltiplos - Análise Textual Discursiva[45]	- Testes - Questionários
D3	Silva, 2016	UFRRJ	MESTRADO PROFISSIONAL em Matemática em Rede Nacional	Detectar as dificuldades apresentadas por um aluno discalcúlico, analisando possíveis avanços na aprendizagem após análise das resoluções das atividades propostas.	- DD - DA - Teorias de aprendizagem - Neurociências - Afetividade e aprendizagem	- Estudo de Caso	- Questionário
D4	Nascimento, 2016	UNINOVE – SP	MESTRADO em Gestão e Práticas Educacionais	Avaliar os níveis de proficiência em matemática de alunos do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio, com a finalidade de identificar a pré-disposição à discalculia.	- DD - O lúdico na aprendizagem - DA - Processos de aprendizagem	- Quali/Quanti - Estudo de Caso	- Testes - Questionários - Atividades lúdicas

[44]Bardin, L. (2004). *Análise de conteúdo (3a. ed.).* Lisboa: Edições 70.
[45]Moraes, R. & Galiazzi, M. C. (2011). *Análise Textual Discursiva (2a. ed.).* Ijuí: Editora Unijuí.

D5	Avila, 2017	PUCRS	MESTRADO em Educação em Ciências e Matemática	Analisar a evolução do desenvolvimento das habilidades matemáticas envolvidas na discalculia de crianças com indícios desse transtorno, após a realização de intervenções psicopedagógicas.	- DD - Neurociências e Aprendizagem da matemática - DA - Jogos como ferramentas pedagógicas	- Quali/Quanti - Pesquisa experimental	- Testes
D6	Thiele, 2017	PUCRS	MESTRADO em Educação em Ciências e Matemática	Analisar como uma formação continuada oferecida a professores que ensinam matemática na educação básica pode modificar suas percepções sobre discalculia e o modo que isso repercute em sua prática pedagógica.	- DD - Neurociências - DA	- Qualitativa compreensiva - Análise Textual Discursiva	- Questionários - Observações - Narrativas
D7	Villar, 2017	UFJF	MESTRADO PROFISSIONAL em Educação Matemática	Investigar a discalculia e as dificuldades de aprendizagem de dois estudantes e avaliar jogos como ferramentas de intervenção e promoção da aprendizagem.	- DD - DA - Reabilitação da DD (lúdico e jogos como ferramentas)	- Qualitativa - Estudo de Caso	- Questionários - Teste - Jogos
D8	Majdalani, 2018	Col. Pedro II– RJ	MESTRADO PROFISSIONAL em Matemática em Rede Nacional	Investigar como um aluno discalcúlico pode desenvolver noções de quantificação numérica, construir sequências e realizar contagens e adições usando o dominó como material manipulativo.	- DD - Alfabetização matemática - O papel dos jogos e brincadeira	- Qualitativa - Estudo de Caso	- Questionário

D9	Cardoso, 2019	PUCRS	MESTRADO em Educação em Ciências e Matemática	Analisar o modo como crianças e adolescentes com prognóstico ou diagnóstico de discalculia resolvem problemas matemáticos convencionais e não convencionais.	- DD - Neurociências - DA - Resolução de problemas e algoritmos	- Qualitativa - Análise Textual Discursiva - Estudo de casos múltiplos	- Testes
D10	Trevisan, 2019	UFN-RS	MESTRADO em Ensino de Ciências e Matemática	Construir uma cartilha de orientações pedagógicas acerca do ensino da unidade temática "números naturais e suas operações fundamentais" abordando a aprendizagem por parte de estudantes com discalculia.	- DD - DA - Formação de professores - O ensino das operações fundamentais da matemática	- Qualitativa - Análise do Conteúdo de Bardin	- Enquetes - Oficinas - Questionários
D11	Araújo, 2019	UFPE	MESTRADO em Educação em Ciências e Matemática	Analisar quais os saberes docentes dos professores de matemática que atuam em sala de aula com alunos que apresentam discalculia.	- DD - Formação de professores - Educação Inclusiva - Saberes docentes	- Qualitativa - Análise do Conteúdo de Bardin - Pesquisa de campo	- Entrevistas - Observação não participante
D12	Albuquerque, 2020	UFC	MESTRADO em Educação	Analisar as estratégias de ensino utilizadas na disciplina de cálculo diferencial e integral, com uma variável, adaptadas para discente com Transtorno do Espectro Autista e Discalculia, a partir de seus conhecimentos prévios em matemática básica.	- DD - Educação Inclusiva - Transtorno do Espectro Autista -Teoria sociointeracionista - Inclusão escolar	- Qualitativa - Estudo de Caso	- Entrevistas - Testes diagnósticos - Observação participante - Dário de campo

D13	Costa, 2020	UFPR	MESTRADO em Educação em Ciências e em Matemática	Analisar discursos em torno do transtorno de aprendizagem em matemática, denominado discalculia, que o constituem como objeto de saber da medicina contemporânea e legitimam sua condição perante a sociedade.	- DD - Educação Inclusiva - Estudos pós-críticos - Teoria do discurso na perspectiva foucaultiana	- Qualitativa - Estudo bibliográfico documental	- Análise de livros, manuais e pesquisas sobre a DD
D14	Cunha, 2020	UniCarioca	MESTRADO em Novas Tecnologias Digitais na Educação.	Investigar uma metodologia para auxiliar o ensino da matemática para crianças de 6 a 9 anos com discalculia, por meio de uma sequência didática que utiliza de jogos digitais.	- DD - Jogos digitais na educação	- Qualitativa - Quantitativa	- Testes - Questionários
D15	Freitas, 2020	IFRS	MESTRADO PROFISSIONAL em Informática na Educação	Analisar como o uso pedagógico de um recurso tecnológico como o aplicativo educacional "No$$o Dinheiro" pode auxiliar na construção das habilidades relacionadas ao componente curricular de Matemática por parte de estudantes com discalculia	- DD - Neurociências - Teorias de aprendizagem - Tecnologias digitais da informação e comunicação - Educação financeira	- Qualitativa - Pesquisa-ação	Testes
D16	Gomes, 2020	UFF	MESTRADO em Diversidade e Inclusão	Rastrear a discalculia em escolas municipais de Niterói nos 1° e 2° Ciclos do Ensino Fundamental para atender as demandas de formação levantadas por meio da construção de um site	- DD - DA - História da matemática - Formação de professor	- Qualitativa - Pesquisa exploratória	- Entrevistas - Questionários

D17	Silva, 2020	Faculdade Vale do Cricaré – ES	MESTRADO PROFISSIONAL em Ciência, Tecnologia e Educação	Compreender as contribuições da tecnologia assistiva no processo de aprendizagem a uma estudante com discalculia.	- DD - Tecnologias assistivas	- Qualitativa	- Questionários - Jogos pedagógicos
T1	Sales, 2017	Unit – SE	DOUTORADO em Educação	Compreender como a Neurociência Educacional pode auxiliar no tratamento dos indivíduos diagnosticados com discalculia.	- DD - DA - Neurociência educacional - Estágios do desenvolvimento - Inteligências múltiplas	- Qualitativa - Estudo de Caso - Engenharia didática[46]	- Entrevistas - Teste - Provas de Piaget - Jogos

Fonte: elaborado pelo autor

Um primeiro olhar sobre este Quadro 2 nos permite constatar que existem pouquíssimas teses e dissertações sobre o tema da DD nas áreas de Educação/Educação Matemática e afins – são apenas dezessete dissertações e somente uma tese. Percebemos, também, o quão recentes são esses trabalhos, já que o primeiro deles data de 2006 (D1) e, somente após nove anos, a partir de 2015 é que os demais foram produzidos. Isto significa dizer que 94,44% dos trabalhos nesta área foram feitos de 2015 a 2020 e 38,88% no ano de 2020, demonstrando que o interesse pela temática é bastante recente e que as pesquisas estão apenas dando seus primeiros passos.

Apontamos que oito deles são de instituições públicas (D3, D7, D8, D11, D12, D13, D15 e D16) e cinco de Programas de Mestrado Profissional (D3, D7, D8, D15 e D17). Outro ponto que merece atenção é que boa parte desses trabalhos (cinco - D1, D2, D5, D6 e D9) veio do Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, da PUCRS, destacando-se como um importante polo em que a problemática da DD vem sendo pesquisada.

[46]Artigue, M. (1996). Engenharia Didáctica. In: J. Brun (Org.). *Didática das Matemáticas* (pp. 193-217). Lisboa: Instituto Piaget.

Quanto aos referenciais teóricos, em primeiro lugar, é natural que a DD estivesse presente, pois foi o transtorno investigado nesses trabalhos. E assim como também fizemos nesta tese, quase que todos os trabalhos revisados discutiram os conceitos, sintomas, causas, possibilidades de intervenção etc.

Também vale destacar a prevalência da Neurociência como referencial teórico. Seja de forma central ou periférica, ela esteve presente em sete desses trabalhos (38,88%). A temática das DAs apareceu mais da metade (onze – 61,11%), o que vemos com muita pertinência, levando-se em conta as formas da DD se manifestar. Também identificamos que o Lúdico/Jogos como ferramentas potencializadoras da aprendizagem foi um referencial bastante visitado (50%, - em D1, D4, D5, D7, D8, D14, D16, D17 e T1). Entendemos que isto está atrelado ao fato de que autores que tratam da reabilitação da DD (COSENZA; GUERRA, 2011; SANTOS et al., 2011[47]; SILVA, 2011[48]) indicam o uso dessas ferramentas.

Especificamente sobre o uso de jogos ou do lúdico como mecanismo de intervenção pedagógica, temos uma ponderação importante a fazer. Cabe inicialmente pontuar que não fazemos objeção a esse recurso. Pelo contrário, concordamos com o seu potencial pedagógico e nos alinhamos com Moura (2017, p. 100), ao afirmar que

> O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos. A matemática, dessa forma, deve buscar no jogo (com sentido amplo) a ludicidade das soluções construídas para as situações-problema seriamente vividas pelo homem (MOURA, 2017, p. 100).

No entanto, do mesmo modo que pontuamos a forte tendência ao uso desse aporte teórico (oito trabalhos), também lançamos luz sobre o que não foi utilizado. E, nessa linha, observamos, até com grande surpresa, que teorias de ensino e aprendizagem já consagradas no âmbito das pesquisas em Educação Matemática, como, por exemplo, a Teoria dos Campos

---

[47]Santos et. al. (2011). Discalculia do desenvolvimento: Identificação e intervenção. In: F. C. Capovilla (Org.). Transtornos de aprendizagem: progresso em avaliação e intervenção preventiva e remediativa (2a. ed.). São Paulo: Memnon.

48Silva, J. G. da. (2011). Discalculia: ressignificar para intervir na sala de aula. In: I. B. Freitas & S. Sampaio (Orgs). Transtornos de dificuldades de aprendizagem: entendendo melhor os alunos com necessidades educativas especiais. Rio de Janeiro: Wak Editora.

Conceituais de Gérard Vergnaud, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, a das Situações Didáticas de Guy Brousseau, e tantas outras, não figuraram como referenciais nem sequer em uma dessas dezoito pesquisas. Também não foram explorados referenciais que levam em conta a singularidade do sujeito do saber, sua história, sua subjetividade e seu movimento nos contextos escolar e familiar, como a teoria Da Relação com o Saber de Bernard Charlot e a da Educação Dialógica de Paulo Freire, por exemplo.

Para finalizar a questão do uso de jogos/lúdico, destacamos que parece haver uma certa tendência ao seu uso nas pesquisas sobre algumas deficiências e transtornos, pois além deste trabalho, Anjos e Moretti (2017, p. 19) também identificaram esse enfoque em um Estado da Arte sobre trabalhos envolvendo o ensino e a aprendizagem de matemática de estudantes cegos.

Destacamos, também, que em oito desses trabalhos (44,44% - D1, D3, D4, D6, D8, D12, D15 e T1) figuraram, com diferentes ênfases, elementos das teorias de Piaget e/ou Vygotsky. Já referenciais como Inteligências Múltiplas, Formação de Professores, Afetividade e aprendizagem, Avaliação da Educação Básica Brasileira, Resolução de Problemas e Algoritmos, Ensino das Operações Fundamentais da Matemática e Autoestima/Autoimagem estiveram presentes, cada um deles, em apenas um dos trabalhos.

Quanto à Educação Inclusiva, apenas três autores relacionaram suas pesquisas com esta temática, em trabalhos efetuados em 2019 e 2020 (D11, D12 e D13). Conforme já pontuamos, ainda que os alunos com DD não sejam público-alvo da Educação Especial, ela deve contemplá-los de modo articulado com o ensino regular. Assim, entendemos que as pesquisas da área da Educação, ao envolverem sujeitos que sejam minimamente tangenciados pela Educação Especial, deveriam levar em conta a perspectiva da Educação Inclusiva.

No tocante aos aspectos metodológicos, todas foram pesquisas qualitativas e, somente em quatro delas (D2, D4, D5 e D14), também foram usadas técnicas quantitativas. Este fato confirma que o percurso qualitativo tem sido mesmo o grande modelo metodológico sobre o qual as pesquisas em Educação Matemática vêm se sustentando. Houve grande prevalência pelo Estudo de Caso (nove vezes – 50%); a Análise Textual Discursiva (ATD) foi usada em três trabalhos (D2, D6 e D9); a Análise de Conteúdo de Bardin figurou em três deles (D1, D10 e D11); a pesquisa experimental uma única vez, em D5; a Engenharia Didática também uma única vez, em T1; o estudo bibliográfico documental uma vez, em D13.

Em se tratando dos Instrumentos de Coleta, foram usados, prevalentemente, questionários, testes e intervenções com jogos e/ou materiais lúdicos. Citamos, também, o recurso a entrevistas, enquetes, oficinas e Provas de Piaget.

Na sequência daremos destaque à preponderância da aplicação de testes neuropsicológicos como ferramentas de coleta. Faremos, também, algumas ponderações acerca do uso desses instrumentos por parte do professor.

3.2.2 A aplicação de testes neuropsicológicos – o professor pode fazer diagnóstico de DD?

A aplicação de testes neuropsicológicos para o diagnóstico ou identificação de indícios de DD foi instrumento central em 44,44% desses trabalhos (D1, D2, D4, D5, D7, D9, D14, D15) e figurou secundariamente em D6.

Um deles, o Teste Neuropsicológico Infantil, adaptado de Manga e Ramos (1991)[49], também conhecido como a Bateria Luria - DNI (Diagnóstico Neuropsicológico Infantil), foi usado parcialmente em D1 "[...] para identificar possíveis deficiências na construção do número e operações aritméticas, caracterizando uma discalculia" (BERNARDI, 2006, p. 5). Esta autora afirma que o referido teste permite avaliar habilidades sensório-motoras, cognitivas e linguísticas de crianças em fase escolar que apresentam alguma disfunção, caracterizando um TA (Idem, p. 67). Ela defende ainda que

> [...] o professor necessita de utilização e exploração de alguns instrumentos neuropsicológicos para a identificação de um aluno com discalculia. Ao serem detectados alguns sintomas durante o processo de aprendizagem específicos da matemática, o professor poderá diagnosticar o aluno com discalculia (BERNARDI, 2006, p. 30).

Na dissertação D2 foi aplicada a Provinha Brasil 2014 e um Teste Piloto de Matemática, elaborado pela autora e sua orientadora. A função do referido teste foi identificar, conforme o próprio título do trabalho, "Possíveis indícios de discalculia em Anos Iniciais: uma análise por meio de um Teste piloto de Matemática". Apesar disso, a autora

[49]Manga, Dionísio; Ramos, Francisco. Neuropsicologia de la edad escolar. Madrid: Visor, 1991.

destaca, nas suas conclusões, que "[...] não é possível diagnosticar a discalculia apenas por meio de um único instrumento, seja esse instrumento a Provinha Brasil ou o Teste piloto aqui apresentado" (PIMENTEL, 2015, p. 116).

Em D5 foi utilizado o Teste de Transcodificação (MOURA et al., 2013)[50], que avalia as habilidades de leitura e escrita de 28 numerais de um a quatro dígitos (AVILA, 2017, p. 55). Além disso, também foi utilizado o Subteste de Aritmética (STEIN, 1994)[51], parte integrante do Teste Desempenho Escolar - TDE (Stein, 1994). Segundo Knijnik, Giacomoni e Stein (2013[52], *apud* Avila, 2017, p. 56), o TDE é o "[...] o único instrumento psicopedagógico brasileiro que tem por objetivo avaliar amplamente o desempenho escolar, nas áreas da leitura, escrita e aritmética". Nas suas conclusões, Avila (2017, p. 222) afirma que "Ao realizar a avaliação psicopedagógica das 29 crianças participantes dessa pesquisa, apenas cinco delas não apresentaram indícios de Discalculia".

Em D9 foram aplicados quatro testes: o Teste de Transcodificação (MOURA et al., 2013), o Teste de Desempenho Escolar - TDE (STEIN, 1994), um Teste Piloto elaborado pelo autor e pela orientadora e, por último a Prova de Aritmética (SEABRA; MONTIEL; CAPOVILLA, 2013)[53]. Destacamos que os dois primeiros também foram utilizados em D6 e o Teste Piloto em D2, D5 e D9, elaborado sempre em conjunto com a orientadora, que foi a mesma nesses trabalhos. Acerca do último teste, a Prova de Aritmética, Cardoso (2019, p. 34 e 35) destaca que ela se propõe a examinar a escrita por extenso dos numerais em formato algébrico, a escrita indo arábica de numerais ditados, a escrita de numerais em ordem crescente e decrescente, além de verificar relação de ordem entre números e avaliar a resolução de cálculos e problemas envolvendo as quatro operações.

Ao comentar os erros dos alunos no Teste de Transcodificação, Cardoso (2019, p. 116) afirma que "evidenciam-se falhas na compreensão do sistema de numeração, principalmente no que diz respeito ao valor posicional dos numerais. A sugestão é a

---

[50]Moura, R.; Madeira, G.; Chagas, P. P.; Lonnemann, J.; Krinzinger, H.; Willmes, K.; Haase, V. G. Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: The role of working memory and lexical competencies. Journal of Experimental Child Psychology, p. 707-727, 2013.

[51]Stein, L. M. (1994). TDE: Teste de Desempenho Escolar: Manual para aplicação e interpretação. São Paulo: Casa do Psicólogo.

[52]Knijnik, L. F., Giacomoni, C. & Stein, L. M. (2013). Teste de Desempenho Escolar: um estudo de levantamento. *Psico-USF*,18(3), 407-416.

[53]Seabra, A. G., Dias, N. M. & Capovilla, F. C. (2013). *Avaliação neuropsicológica cognitiva: Leitura, escrita e aritmética.* São Paulo: Mennon.

possibilidade de indícios da Discalculia Ideognóstica". Em outro momento, ao avaliar individualmente o desempenho de um dos alunos em um dos testes, ele afirma que "reforça-se o prognóstico de Discalculia Operacional" (Idem, p. 112).

Ao contrário dos trabalhos anteriores, que usaram testes já consagrados na área da neuropsicologia, na dissertação D7 o autor produziu um teste, "[...] em forma de 13 exercícios problemas, com intuito de identificar e reconhecer traços característicos da Discalculia" (VILLAR, 2017, p. 79). Nas suas análises, ele afirma que

> [...] os equívocos cometidos pelos sujeitos parecem não ser características comuns que percebemos nos alunos que possuem dificuldades de aprendizagem. Podemos perceber que existe algo a mais, que pode ser ocasionado por fatores biológicos (VILLAR, 2017, p. 127).

Mais à frente, ao se referir a um aluno que não tem diagnóstico de DD, sustenta que ele "[...] manifesta perceptível perfil compatível com Discalculia, apresentando um rendimento matemático inferior ao esperado para sua faixa etária e nível de escolarização" (Idem, p.127).

Na dissertação D4 identificamos o mesmo que ocorreu em D7, a aplicação de uma avaliação (teste) formada por cinco questões, elaboradas pelo próprio autor, com a "[...] finalidade identificar a pré-disposição à discalculia entre os alunos avaliados e seu grau de dificuldade" (NASCIMENTO, 2016, p. 12). Avaliando o rendimento de um dos alunos nessa avaliação, ele dá o seguinte:

> Parecer: Conhece os números e consegue copiá-los do quadro, isso é demonstrado pela cópia da data da pesquisa em sua avaliação e também escrever seu nome, todavia precisaria ter uma intervenção mais apurada para saber se a sua escrita é somente cópia e desenho ou possui além de uma grande dificuldade na matemática uma possível dislexia (NASCIMENTO, 2016, p. 61).

Cabe ressaltar que em D6 não foi aplicado nenhum teste, no entanto, durante uma das intervenções feitas com uma turma de formação continuada, foram apresentados "testes padronizados para a identificação de sinais de discalculia" (THIELE, 2017, p. 31).

A partir de agora, teceremos algumas considerações sobre a aplicação, por professores, de testes para identificação ou diagnóstico da DD. No nosso entendimento, testes neuropsicológicos são instrumentos da neuropsicologia, usados, quando necessário, nos contextos de exames neuropsicológicos, conforme defende Paulo Mattos, presidente da

Sociedade Brasileira de Neuropsicologia de 2000 a 2002 e 2004 a 2006 (FUENTES et al. 2014, p. 16). E esses exames, onde os testes podem estar presentes, Malloy-Diniz et al. (2016, p. 26) afirmam que são procedimentos de "investigação clínica cujo objetivo é esclarecer questões sobre os funcionamentos cognitivo, comportamental e – em menor grau – emocional de um paciente". E mesmo que esses profissionais (neuropsicólogos) usem testes cognitivos com bastante frequência, eles são apenas um dos quatro pilares da avaliação neuropsicológica, juntos com a entrevista, a observação comportamental e as escalas de avaliação de sintomas (MALLOY-DINIZ et al., 2016, p. 26).

Para esses autores, "Testes não devem ser aplicados de forma aleatória. Não é porque você os tem que você deve aplicá-los! É preciso selecionar tarefas que sejam relevantes para as hipóteses a serem testadas. A parcimônia é fundamental" (MALLOY-DINIZ et al., 2016, p. 34). Eles acrescentam, ainda, que "Nunca se deve fornecer diagnósticos com base em resultados isolados de testes. Diversos fatores podem explicar um resultado deficitário" (IDEM, p. 34). Corroborando com a defesa de que os testes neuropsicológicos não podem ser banalizados, Paulo Mattos chega a usar de ironia:

> Ainda hoje, é bastante comum em nosso meio que profissionais tenham uma visão "mecânica" do emprego de testes neuropsicológicos. Costumo dizer em minhas aulas que alguns colegas ainda têm uma ideia ingênua acerca do neuropsicólogo: desde que não fosse ele mesmo disléxico, bastaria comprar um teste, ler seu manual e aplicá-lo, corrigindo os escores de acordo com as tabelas fornecidas (FUENTES et al., 2014, p. 16).

É com este pano de fundo, ou com esses discursos de profissionais da área da neuropsicologia, que olhamos com muitas ressalvas e até com certa inquietação, para a aplicação de testes neuropsicológicos por professores de matemática. Entendemos que esses testes são ferramentas de trabalho da neuropsicologia, incluídos dentro de um contexto de formação bastante específico, e apenas um dos possíveis aspectos de um amplo diagnóstico de TA. No nosso ponto de vista, não é competência do professor a realização de diagnósticos de transtornos. Ele é um personagem de grande importância nesse processo, talvez o primeiro a identificar que a aprendizagem de um hipotético aluno esteja muito aquém do esperado para a sua idade e faixa escolar. Nesse movimento de inclusão do aluno, entendemos que o professor deve, no máximo, dividir suas preocupações com os profissionais da área pedagógica da escola, setor responsável para os demais encaminhamentos, caso necessários.

Das oito dissertações que fizeram testes para identificar ou diagnosticar possível DD, cinco usaram testes já prontos (D1, D2, D5, D9 e D15) e, em três delas (D4, D7 e D14), os autores criaram seus próprios testes, o que consideramos ainda mais ousado. Em D7, o autor elaborou um com treze questões e, após sua aplicação, em uma das análises, afirmou: “Percebe-se que os dois sujeitos de pesquisa apresentam efetivamente traços característicos de DD” (VILLAR, 2017, p. 127). Em D4, com a elaboração e aplicação de um teste com cinco questões, o autor faz o seguinte “Parecer: Aluno com pré-disposição a discalculia (apresentando sintomas descritos nessa dissertação)” (NASCIMENTO, p. 65). Ora, o insucesso em testes apenas mostra que o aluno não fez corretamente as questões propostas. Para investigar as causas, é preciso uma intervenção mais aprofundada com profissionais especializados. Entendemos que a mera análise da resolução de alguns exercícios de matemática é um instrumento muito frágil e incipiente para se tirar conclusões acerca de TAs.

3.3 RETROSPECTIVA E PERSPECTIVAS

Esta revisão tratou-se de um Estado do Conhecimento de teses e dissertações produzidas por programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática e afins, a respeito da temática da DD. Encontramos dezoito trabalhos (dezessete dissertações e uma tese), sendo que 94,44% deles foram feitos a partir de 2015 e a metade entre 2019 e 2020, o que nos permitiu inferir que esse campo de pesquisa é recente, está nos primeiros passos e ainda há muito a se produzir.

Muitas questões emergiram dessa investigação, dentre as quais, vale relembrar: 38,88% deles perpassaram por referenciais da neurociência; também em 44,44% desses trabalhos figuraram, com ênfases variadas, elementos das teorias de Piaget e/ou Vygotsky; metodologicamente o Estudo de Caso foi preponderante, já que figurou em 50% dessas pesquisas; 27,77% delas foram produzidas no Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS; 44,44% vieram de instituições públicas; os instrumentos de coleta mais usados foram questionários, testes e intervenções com jogos e/ou materiais lúdicos.

No entanto, consideramos duas questões como mais agudas e merecedoras de uma maior problematização. A primeira foi a aplicação de testes para a identificação de indícios ou de diagnóstico da DD – fio condutor de 44,44% dessas pesquisas. A segunda foi a do uso do lúdico/jogos como ferramenta de reabilitação do aluno com DD, ocupando também centralidade em 50% desses trabalhos.

Com relação aos testes, reafirmamos nosso entendimento de que a seara do diagnóstico não pertence ao professor. Testes neuropsicológicos são instrumentos de trabalho do neuropsicólogo e dos demais profissionais da área diagnóstica (psicologia, neuropsicologia, neurologia, fonoaudiologia e psicopedagogia). Além disso, esses testes são apenas mais um dos elementos que compõem uma ampla investigação de um possível TA e, conforme apontam os especialistas, há muito perigo no uso isolado desses instrumentos.

Mais temerário ainda do que usar testes já prontos da neuropsicologia, é criar, aplicar e tirar conclusões sobre a existência de indícios de DD, a partir de testes próprios. Um baixo rendimento em um teste pode indicar apenas que o aluno, naquele momento e naquele local, teve um baixo rendimento no referido teste. Nada além disso. Entendemos que, quando usados isoladamente, são instrumentos incipientes e frágeis para se tirar conclusões tão contundentes. O diagnóstico de TAs não está no âmbito da formação do professor ou, em outras palavras, é um papel que não lhe compete. Embora que a maioria dos autores dessas teses e dissertações tenham pontuado que seus resultados não sejam diagnósticos e defenderem que os alunos com traços ou indícios de DD precisem de um encaminhamento especializado, isso não elimina a intenção diagnóstica presente nessas pesquisas, algumas flagrantemente evidenciadas nos temas e nos objetivos.

Quanto ao uso de jogos e do lúdico como instrumentos potencializadores da aprendizagem, seja para aluno com DD ou não, reiteramos que de nossa parte não há objeção. Pelo contrário, defendemos e estimulamos o uso desses recursos. Ao apontarmos para a prevalência deles nesses trabalhos, muito longe de desaboná-los, lançamos luz para o que ainda não foi usado, para o que foi, talvez, negligenciado. Estamos nos referindo aos inúmeros embasamentos teóricos renomados da Educação e de Educação Matemática que não figuraram em nenhum dos dezoito trabalhos levantados, desde aqueles que focam o ensino e a aprendizagem do ponto de vista do objeto do saber, até os que problematizam os contextos pessoal, familiar e escolar do sujeito que aprende. Podemos citar, por exemplo, a Teoria dos Campos Conceituais, a dos Registros de Representação Semiótica, das Situações Didáticas, da Relação com o Saber, da Educação Dialógica, entre outras. No nosso entendimento, a Educação Matemática ainda não descobriu a DD.

Neste sentido, conforme já pontuamos anteriormente, interessa-nos investigar a aprendizagem de um aluno com DD sob a lente da TRRS de Raymond Duval, pois entendemos que ela pode contribuir para a compreensão dos aspectos semiocognitivos envolvidos na aprendizagem da matemática dos sujeitos nesta condição. No próximo capítulo, portanto, discutiremos alguns elementos dessa teoria.

4 REFERENCIAIS TEÓRICOS

Este capítulo discorre sobre os referencias teóricos. O primeiro deles, e o principal, é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval. Este filósofo e psicólogo francês elaborou a sua teoria (e ainda a refina) a partir de suas experiências como pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM de Estrasburgo, França, no período de 1970 até 1995. Naquele ano (1995), publicou sua mais importante obra, *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, sistematizando sua teoria (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 10).

Esta teoria se funda no fato de que, epistemologicamente, o acesso aos saberes na matemática se difere radicalmente das outras áreas do conhecimento. O objeto matemático, pela sua condição de imaterialidade, não pode ser acessado perceptivelmente, com os órgãos dos sentidos. A única forma de acesso é através das suas diversas representações semióticas. A TRRS é, para Duval (2018, p. 2), “essencialmente um instrumento que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a matemática quaisquer que sejam os conceitos e domínios (geometria, álgebra, análise...) tratados”.

Assim, de tudo o que trata esta teoria, entendemos que, para esta tese, bastavam-nos três de seus enfoques: como se dá o acesso aos objetos matemáticos, a análise do discurso matemático e, por último, alguns elementos relativos à aprendizagem da álgebra. Cada um desses temas é debatido em três subseções.

Quanto ao nosso segundo referencial teórico, cuja contribuição e uso serão mais discretos, trata-se de uma importante teoria que entendemos complementar alguns elementos da TRRS. Estamos falando dos objetos ostensivos e não ostensivos, dentro da Teoria Antropológica do Didático[54], de Yves Chevallard.

4.1 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (TRRS)

4.1.1 Como acessar o objeto do conhecimento?

[54] A Teoria Antropológica do Didático foi desenvolvida no âmbito da Didática da Matemática Francesa. Ela trata da análise de situações de ensino e aprendizagem da matemática.

> A matemática é, desde o princípio, *a experiência de uma autonomia intelectual completa* (DUVAL, 2015, p. 5, grifo do autor).

Um aluno, em uma aula de geografia, quando discute os conceitos de planície e de planalto, por exemplo, pode associá-los a sua possível vivência, em lugares por onde já passou ou mesmo habitou; numa discussão a respeito de clima quente, temperado ou frio, também tem a possibilidade de relacionar estes conceitos com sua experiência sensível. O professor de biologia, ao trabalhar temas de botânica, pode valer-se de exemplares de plantas, folhas e frutos das espécies em estudo, permitindo que os alunos possam tocá-las ou senti-las. Quanto ao professor de matemática, será que ele consegue fazer com que um aluno "veja" uma raiz quadrada de 16, "sinta o aroma" de um logaritmo, "toque" em um binômio de Newton ou "ouça o som" dos polinômios?

É neste ponto que tem lugar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, que traz importantes elementos para a compreensão dos mecanismos de aprendizagem dos objetos matemáticos. Segundo Duval (2001, p. 25; 2011a, p. 66), na matemática não se tem acesso, nem de forma perceptiva nem instrumental, aos objetos, ao contrário do que ocorre em outras áreas do conhecimento, como a biologia, a física ou a geografia, por exemplo. Em virtude do caráter abstrato, não concreto, dos objetos matemáticos, o acesso a eles só ocorre por intermédio das suas representações semióticas. Por exemplo, a função do primeiro grau $y = 2x - 1$, que além desta representação algébrica, também pode ser representada pelo conjunto de pares ordenados $\{(0, -1); (1,1); (2,3); (3,5); (4,7); (5,9), \ldots\}$ ou por uma reta crescente que corta o eixo das abcissas em $x = 1/2$ e o das ordenadas em $y = -1$. A questão que se impõe neste exemplo é: em que consiste este objeto matemático, ele "é" a primeira, a segunda ou a terceira representação? Duval (1995) responderia que nenhuma delas é o objeto em si, elas apenas o representam parcialmente, no sentido de que cada uma carrega diferentes particularidades (conteúdos) dele.

Duval (1995, p. 68[55]) afirma que quando "o objeto pode ser visto, apontado, tocado e manipulado, parece muito fácil fazer a distinção entre o representante e o representado". Já na

[55] Sempre que fizermos alguma citação direta de Duval (1995), a tradução será nossa.

matemática, por não termos acesso direto ao objeto, é muito frequente confundi-lo com qualquer um de seus representantes. Ele concebe esta situação como um paradoxo cognitivo: “Como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas?” (DUVAL, 2012a, p. 268). Ele ainda afirma que este paradoxo não costuma ser percebido porque, preponderantemente, é dada maior importância às representações mentais (conjunto de imagens associadas às conceitualizações que um sujeito pode ter acerca de um objeto ou de uma situação) do que às semióticas (produções constituídas pelo emprego de signos que pertencem a um sistema de representação e que tem inconvenientes específicos de significação e funcionamento. Por exemplo, as figuras geométricas, os gráficos de funções, as fórmulas algébricas, os enunciados em língua natural etc.) (DUVAL, 2012a, p. 269).

Para designar os diversos tipos de representações semióticas utilizados na matemática, Duval (2013, p. 14), parodiando Descartes, empregou o termo registro de representação e considerou que existem quatro tipos, os monofuncionais discursivos e não discursivos, assim como os multifuncionais com as mesmas características, conforme o Quadro 3.

Quadro 3: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2013, p. 14)

Quando, por exemplo, em um enunciado de um problema, usamos a expressão “metade de um número”, estamos usando o registro da língua natural (multifuncional/discursivo); ao reescrever como “*x/2*”, passamos para o registro algébrico (monofuncional/discursivo).

Vale acrescentar que os diversos recursos como legendas, desenhos, croquis, tabelas, esquemas, risquinhos etc., que costumam ser utilizados como ferramentas de aprendizagem da matemática, são nomeados por Duval (2001, p. 56-62) como representações auxiliares. Conforme o autor da TRRS, como o próprio termo já deixa claro, essas representações servem de auxílio para outra representação, que ele chama de “principal”. Além disso, uma representação principal pode ter várias representações auxiliares, constituindo o que ele entende como uma “hiper-representação”:

> Por comodidade de designação, chamaremos representação ‘principal’ à representação para a qual outra representação ‘auxiliar’ deve ser produzida. Uma representação principal está associada a uma ou várias representações auxiliares para formar um todo que funciona como uma ‘hiper-representação”. É no interior dessa hiper-representação que se pode determinar a função que cumpre uma representação auxiliar (DUVAL, 2001, p. 57, tradução nossa).

E Duval (2001, p. 57-62) afirma que existem oito funções que uma representação pode cumprir quando é mobilizada como representação auxiliar para outra representação semiótica. São elas: (1) o aporte de informações complementares – quando as representações auxiliares trazem informações que não estão presentes na representação principal ou que não podem ser deduzidas a partir do conteúdo da principal, que é o caso, por exemplo, das legendas; (2) interpretação heurística – quando a representação auxiliar traz possibilidades de Tratamentos diferentes das que são possíveis no registro de representação principal. As figuras que acompanham os enunciados de problemas de geometria são um exemplo; (3) interpretação explicativa – quando a representação auxiliar fornece, de modo diferente, informações já contidas, implícita ou implicitamente na representação principal. Os croquis e os desenhos são exemplos disso; (4) seleção de elementos pertinentes – esta função ocorre quando a representação principal fornece muitas informações e as que são realmente úteis não são facilmente discrimináveis. Os esquemas usados em problemas aditivos seriam um exemplo; (5) organização – muito parecida com a anterior, esta função é mais comum às representações do tipo tabelas ou esquemas e também permite a seleção de informações pertinentes em um enunciado de problema; (6) exemplo – situação em que a representação auxiliar apresenta um dos contextos em que a principal poderia ocorrer, como, por exemplo, a escrita $3^2 + 4^2 = 5^2$, exercendo uma função de exemplo para a fórmula $a^2 + b^2 = c^2$; (7) ilustração - corresponde a uma mudança específica de registro, em que a representação principal é um registro discursivo (comumente língua materna) e a auxiliar é um registro do tipo sinóptico (comumente uma imagem), cujo conteúdo apresenta certa semelhança com os objetos da realidade. Geralmente esta função tem a intenção de suprir a dificuldade que o destinatário possa ter para interpretar ou decifrar a representação principal. Os desenhos nas histórias infantis seriam exemplos disso; (8) função material (substituição de um objeto) - muito diferente das funções anteriores, aqui a representação auxiliar não serve à principal pelas possibilidades de correspondências entre seus conteúdos, mas sim pelas operações materiais ou mentais que permite efetuar. "Em outras palavras, a representação auxiliar serve de material para as operações cuja execução é necessária para compreender o que a representação principal representa" (DUVAL, 2001, p. 61, tradução nossa). É muito comum encontrar essas representações auxiliares em livros de educação infantil, como os "gravetos" (ou palitos, ou risquinhos) que se reagrupam ou que se separam e que podem servir de suporte para a realização de alguma operação aritmética básica.

Ainda sobre a última função (a material), vale trazer uma importante ponderação de Duval (2001, p. 62):

> O recurso a representações que podem cumprir a função de material é frequentemente feito em tarefas que se pretende ir de um material constituído por objetos fisicamente manipuláveis para uma simples codificação desses objetos. [...] **Mas tais representações não têm nem o poder semântico nem o poder combinatório que os sistemas semióticos fornecem. Tal recurso, pois, não é mais do que um esboço de semiotização que não preenche o abismo entre os objetos reais e as representações semióticas** (DUVAL, 2001, p. 62, tradução nossa, grifo nosso).

Estas representações, que cumprem a função material, como os risquinhos, por exemplo, que Duval (2001, p. 62) considera como "esboços de semiotização", são considerados por Kaspary; Bittar (2013, p. 1426) como objetos ostensivos[56] de baixa valência

[56]Discorreremos sobre objetos ostensivos e não ostensivos na seção 4.2.

instrumental. Santos (2017, p. 62) os chama de elementos não simbólicos ou de estratégias imaturas de cálculo e, segundo ela, a recorrência no seu uso pode indicar sintoma de DD.

Encerrada esta discussão acerca dos diversos tipos de registros e do papel das representações auxiliares, daremos destaque a uma questão que é central na TRRS: como reconhecer um mesmo objeto em duas representações diferentes, no mesmo registro ou não?

Duval (2011a, p. 47) afirma que essa "dificuldade cognitiva vem do fato de que duas representações diferentes não apresentam ou não explicitam a mesma coisa do objeto que elas representam". Ele acrescenta ainda que, ao falarmos em representação, lidamos com uma complexa relação em que o seu conteúdo depende tanto do tipo de representação (registro) mobilizado, quanto do objeto que está sendo representado. Neste sentido, para Duval (2008, p. 44, grifo do autor) toda representação compreende o trio "{{**conteúdo** da representação, registro semiótico usado}, **objeto** representado}". Esta relação entre o conteúdo (significação) da representação e o objeto representado foi alicerçada por Duval nos escritos de Frege (1978) acerca do sentido e referência:

> A distinção entre sentido e referência, *Sinn* e *Bedeutung*, mostrou-se ser uma das mais fecundas em todos os domínios nos quais a relação entre conceito e ideias efetua-se através da manipulação de signos, de símbolos ou de expressões. [...] Esta distinção induziu a separar com clareza a significação, que depende do registro de representação escolhido, da referência que depende dos objetos expressos ou representados. Por exemplo, 4/2, (1+1) e $\sqrt{4}$ são formas escritas que designam um mesmo número, quer dizer, são expressões que fazem referência a um mesmo objeto. Mas, não possuem o mesmo significado, uma vez que não são reveladores do mesmo domínio de descrição ou do mesmo ponto de vista: a primeira exprime o número em função de propriedades de divisibilidade e razão, a segunda em função da recorrência à unidade. Uma simples mudança na escrita é suficiente para exibir propriedades diferentes do objeto, mesmo se for mantida a mesma referência (DUVAL, 2012b, p. 99, grifo do autor).

Mais ainda, a distinção entre sentido e referência tem relação estreita com o que na matemática entende-se por princípio da substituição, essencial nos procedimentos de cálculo ou de dedução. Podemos trocar duas expressões como a mesma referência, em uma frase ou uma fórmula, sem mudar o valor verdade (DUVAL, 2012b, p. 99). Por exemplo, as expressões 1/2 + 1/2 e 0,5 + 0,5, que têm a mesma referência (o objeto número 1), mas com conteúdo (significações ou sentidos) diferentes, podem ser trocadas ao longo de um cálculo sem alterar o valor verdade da sentença onde estiverem inseridas. O exemplo clássico trazido por Frege (1978, p. 62) é o da "estrela matutina" e "estrela vespertina", que têm a mesma referência (o planeta Vênus), mas não o mesmo sentido (conteúdo).

Assim, na tentativa de organizar essas noções, Moretti e Thiel (2012, p. 383), propuseram o esquema dos polos constitutivos de uma representação (Figura 6) usando a metáfora dos dois lados de uma folha de papel, baseados em Saussure (2008, p. 131).

Figura 6: Esquema constitutivo dos polos da representação

Fonte: Moretti e Thiel (2012, p. 383)

Deste modo, o número “1/2”, que também pode ser escrito como “0,5”, “7/14”, “0,4999...” etc. tem, para cada uma destas representações escolhidas no interior dos registros numéricos fracionários ou decimais, uma forma (o próprio significante, que revela o registro escolhido), um conteúdo (toda a rede semântica que perpassa o registro escolhido - as regras operatórias de números decimais são diferentes dos números fracionários, por exemplo) e, por último, o objeto (número 1/2) ao qual todas essas representações fazem referência.

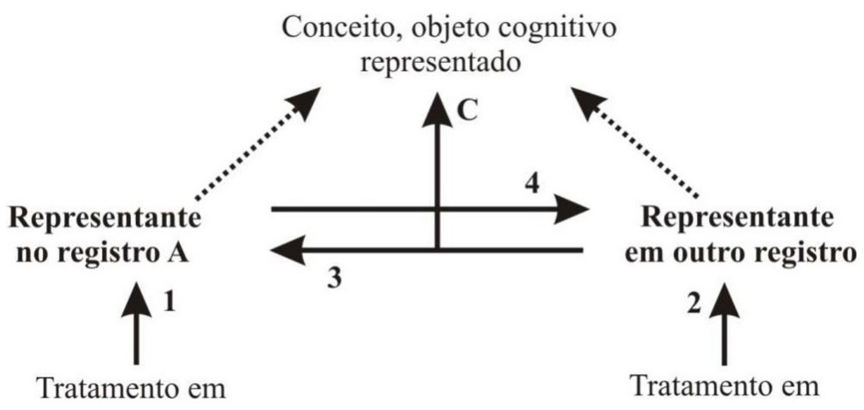
Elucidando com outro exemplo, destacamos que, com algumas manipulações algébricas, é possível transformar a parábola $y = 2x^2 - 4x + 6$ em $(y - 4) = 2(x - 1)^2$, em que ambas possuem a mesma forma (estão no mesmo registro algébrico), mas não carregam o mesmo conteúdo, já que somente na segunda está explicitado o vértice (1,4), enquanto apenas na primeira é possível identificar em que valor (y = 6) a representação gráfica corta o eixo das ordenadas. Por outro lado, a parábola $y = 2x^2 - 4x + 6$ e a sua representação gráfica não têm a mesma forma (registro algébrico versus registro gráfico) nem o mesmo conteúdo, apesar de fazerem referência ao mesmo objeto (MORETTI; THIEL, 2012, p. 384).

Feitas estas considerações, vamos retornar ao paradoxo cognitivo, apresentando a proposta de Duval para a sua superação. Como vimos anteriormente, este paradoxo consiste na confusão entre o representante com o representado, já que os objetos matemáticos são acessados apenas através de seus representantes. Para contornar este impasse, Duval (2012a, p. 270) propõe a sua tese da mobilização de registros de representação:

> [...] o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações. A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. É nestas duas condições que uma representação funciona verdadeiramente como representação, quer dizer, ela dá acesso ao objeto representado (DUVAL, 2012a, p. 270, grifo do autor).

Reforçando a necessidade de mobilização de mais de um registro de representação como pré-requisito para a aprendizagem, a sua hipótese fundamental de aprendizagem, destacada na Figura 7, é a de que "A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão" (DUVAL, 2012a, p. 282).

Figura 7: Hipótese fundamental de aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização



Fonte: Duval (2012a, p. 282)

As flechas pontilhadas indicam a diferença clássica entre o representante e o representado. As de números 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro de representação - Tratamento. Já as flechas 3 e 4 expressam transformações externas, onde ocorre a mudança de registro - Conversão. Finalmente, a flecha C indica que ocorre a compreensão integral de uma representação, apoiada na coordenação de dois registros (DUVAL, 2012a, p. 282).

É necessário discutir com mais detalhes estas duas operações cognitivas ou transformações entre (ou sobre) registros de representações semióticas, que são os Tratamentos e as Conversões.

Segundo Duval (2013, p. 16), “os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro”. Costuma-se dizer que é uma transformação interna ao registro. Um exemplo seria o processo de resolução de uma equação do primeiro grau, onde uma série de Tratamentos vão gerando novos representantes da equação, sempre no registro algébrico, até que sua solução seja obtida.

Já as Conversões, para Duval (2013, p. 16) “são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados”. Por exemplo, ocorre Conversão ao passarmos do registro algébrico de uma função para o registro gráfico ou, quando reescrevemos “1/2” em “0,5”, fazemos uma conversão entre o registro numérico fracionário para o decimal. Duval (2008, p. 46) salienta que a conversão “não é nem um processo de codificação/decodificação, nem um processo secundário para fazer matemática. É um processo semiocognitivo específico subjacente a qualquer atividade matemática com o qual os estudantes devem lidar por si próprios”. Além disso, ela é, segundo Duval (1995, p. 44) a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos. Contudo, é a transformação crucial para a aprendizagem. Nas palavras do próprio autor da teoria, “a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro” (DUVAL, 2013, p. 21).

Vê-se, então, que fazer matemática é uma tarefa inseparável da manipulação de registros de representação semiótica. Dito de outro modo, através de uma frase emblemática do próprio Duval (1995, p. 5, grifo nosso), “**não existe noesis sem semiosis**”, em que semiosis significa a apreensão ou produção de uma representação semiótica, enquanto noesis é a apreensão conceitual do objeto representado (DUVAL, 1995, p. 2-3).

Impõem-se, neste momento, um questionamento: considerando que na matemática a compreensão de um conteúdo conceitual depende da conversão entre registros de representação, o que já pressupõe a apreensão do significante (semiosis), como se daria a aprendizagem (noesis) de um sujeito com DD, cujos sintomas são, entre muitas outras coisas, a confusão de signos de formas semelhantes e dificuldades em reconhecer símbolos numéricos e aritméticos (DÍAZ, 2011; FERREIRA e HAASE, 2010)? Ou seja, se um sujeito não acessa nem mesmo o significante (a forma) - ver Figura 6 -, a que distância ele estaria da compreensão conceitual do objeto?

4.1.2 A Análise do discurso matemático

> O semiótico (o signo) deve ser RECONHECIDO; o semântico (o discurso) deve ser COMPREENDIDO (BENVENISTE, 2006, p. 66).

Todo professor de matemática, ao corrigir atividades ou questões de provas de seus alunos, questiona-se sobre como atribuir pontuações às resoluções parciais. Se uma questão vale dois pontos, o que significa resolver metade dela e, assim, conceder um ponto? E por qual motivo se atribui 0,75 ou 0,5 pontos, por exemplo? Via de regra, o professor cria seus próprios critérios locais, mas o balizamento teórico, tacitamente, está na face exposta da atividade matemática, que leva em conta apenas o conhecimento matemático em si. Ela, segundo Duval (2016, p. 1), é a “única realmente considerada na organização dos programas e das atividades em sala de aula”. Assim, ao avaliar a produção de um aluno, o professor pondera o uso correto de teoremas, cálculos, raciocínios, manipulações algébricas etc.

Já a face oculta da atividade matemática, que consiste nos gestos intelectuais – os Tratamentos e as Conversões – passa ao largo quando se elaboram os programas, tarefas e avaliações escolares (DUVAL, 2016, p. 1).

Deste modo, como avaliar as produções discursivas dos alunos levando em conta não apenas a face exposta da atividade matemática, mas, também, e principalmente, a face oculta? Existe algum tipo de instrumento que permita fazer isso? A resposta é sim, e esse ferramental teórico está presente nas Funções Discursivas da TRRS, que passaremos a discutir nas próximas linhas.

O que é o discurso? Para Duval (1995, p. 88-89) o discurso consiste no uso de uma língua para dizer alguma coisa, para falar de objetos físicos, ideais ou imaginários. Este autor destaca duas funções que uma língua deve cumprir para que possa, não somente haver o discurso, mas também para dar condições de existência à multiplicidade de discursos presentes em nosso entorno cultural. Ele as chama de funções Metadiscursivas e de Discursivas.

As Metadiscursivas são funções comuns a todos os sistemas de representação, linguísticos, simbólicos ou figurais. São três: a Comunicação (a língua natural é o sistema semiótico mais apropriado para cumprir essa função, sob a forma de conversação, interpelação, comentário, exposição etc.), o Tratamento (dá potencialidade ao discurso, tornando explícito o que está implícito) e a Objetivação (tomada de consciência) (DUVAL, 1995, p. 89-90).

Quanto à Comunicação, ela é “[...] necessária para a existência de uma organização que reagrupe os elementos (subsistemas, indivíduos) capazes de agir com seu próprio funcionamento” (DUVAL, 1995, p. 89). A língua natural é o sistema semiótico mais apropriado para cumprir essa função, sob a forma de conversação, interpelação, comentário, exposição, conferência etc. Porém, outros sistemas semióticos além da língua natural podem também cumprir a função de Comunicação e, muitas vezes, fazer o próprio papel da comunicação. Neste sentido ele afirma que “[...] todos os sistemas semióticos podem servir de ‘linguagem’ sem serem línguas” (DUVAL, 1995, p. 89).

Por outro lado, num discurso, a informação não é apenas comunicada, mas também transformada, tratada, de modo que se possa extrair dela outras informações, permitindo também tornar explícito o que está implícito. É a função meta-discursiva de Tratamento que dá essa potencialidade ao discurso (DUVAL, 1995, p. 90). Mais à frente (p. 95), nesse mesmo livro, este autor afirma que o discurso matemático privilegia o Tratamento em relação às outras duas funções Metadiscursivas, mesmo quando recorre à língua natural.

Por último, a função de Objetivação pode ser entendida como uma tomada de consciência, pelo sujeito, daquilo que ainda não lhe era compreensível. Novamente o autor destaca que essa função pode também estar presente em outros sistemas semióticos, além da língua natural, como os figurais, por exemplo (DUVAL, 1995, p. 90).

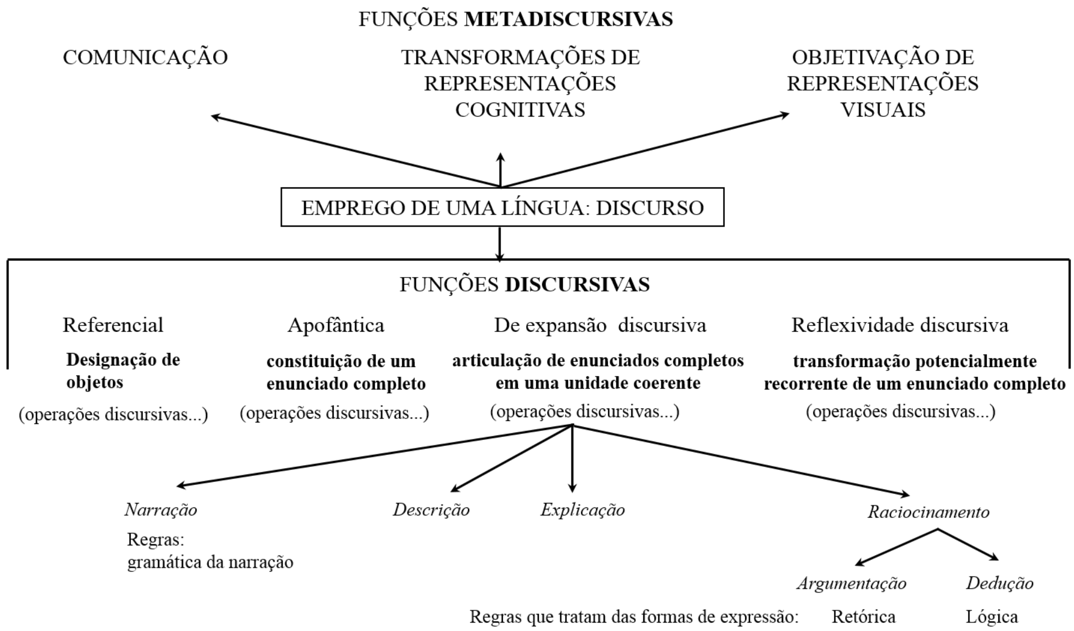
Ainda sobre a Objetivação, Duval (1995, p. 24) afirma que

> A passagem do não-consciente à consciência corresponde a um processo de objetivação para o sujeito que toma consciência. A objetivação corresponde à descoberta, **pelo próprio sujeito**, daquilo que até então não suspeitava, inclusive se outros já lhe tivessem explicado (DUVAL, 1995, p. 24, grifo nosso).

Já as funções Discursivas são específicas do emprego de uma língua e necessárias para que seja possível um discurso, ou seja, para que haja uma expressão que, segundo Benveniste (1966 *apud* Duval, 1995, p. 91) “faça referência ao mundo”, de tal modo que possa ser compartilhada com seus interlocutores. São elas: a função Referencial (que permite designar objetos), a Apofântica (que permite dizer alguma coisa sobre os objetos designados, sob a forma de proposições), a função de Expansão Discursiva (que permite vincular a proposição enunciada com outras, de forma coerente, no sentido de expandir o discurso) e a função de Reflexividade (que permite marcar o valor, o modo ou o estatuto de uma expressão por quem a declara). Um sistema semiótico que cumpre essas quatro funções pode ser então considerado como uma língua (DUVAL, 1995, p. 91).

Na Figura 8 podemos ver as funções Metadiscursivas e Discursivas de uma língua organizadas de forma esquemática.

Figura 8: Funções Metadiscursivas e Discursivas do emprego de uma língua



Fonte: DUVAL (1995, p. 92)

Cada uma das quatro funções Discursivas (Referencial, Apofântica, Expansão e Reflexividade) são cumpridas com base em diferentes Operações Discursivas. Falaremos, a seguir, de cada uma dessas funções e de algumas operações.

4.1.2.1 A função Referencial

É a que permite designar objetos. As operações Discursivas a ela associada são:

- A Designação Pura, que consiste na identificação de um objeto, seja mostrando-o com um gesto ou associando-o a um signo ou combinação de signos (DUVAL, 1995, p. 98). Por exemplo, chamar de V o vértice de uma pirâmide ou, conforme Brandt; Moretti e Bassoi (2014, p. 481, grifo dos autores), “consiste na identificação de um objeto. Por exemplo, P e r na frase seguinte: ‘Seja **P** um ponto qualquer da reta **r**...’”;

- A Categorização Simples: consiste em identificar um objeto baseado em uma de suas qualidades. Duval (1995, p. 99, grifo do autor) traz como exemplo “Seja I a **metade** do **segmento** AB...”, onde a palavra “metade” é a “qualidade” a que ele se refere. Ele acrescenta que essa operação não é suficiente para identificar um objeto. Ela deve estar combinada com a operação de Determinação;

- A Determinação: é a que dá precisão ao campo de aplicação da operação de Categorização Simples. No exemplo anterior “Seja I **a** metade do segmento AB...” o artigo “a” torna preciso o termo “metade”. Segundo Duval (1995, p. 99), “Os ‘pressupostos de existência e unicidade’ provém desta operação de determinação nas línguas naturais.”

- A Descrição: é usada para identificar um objeto através do cruzamento de diversas operações de Categorização. De acordo com Brandt; Moretti e Bassoi (2014, p. 482), na frase “Determinar o MMC dos números 3, 4 e 9”, MMC designa o Mínimo Múltiplo Comum; 3,4 e 9 são algarismos que designam os números e a preposição “dos = de + os” interliga essas duas designações. Em Duval (1999, p. 99, grifo do autor) encontramos o exemplo “Seja I o ponto **de** intersecção **das** alturas **de** um triângulo.” Aqui, “I” é uma designação pura; “intersecção”, “alturas” e “triângulo” são categorizações simples e as preposições em negrito fazem a interligação dessas categorizações.

Cabe observar, de acordo Duval (1995, p. 100), que no uso da língua natural é necessária a combinação de pelo menos duas operações para que se possa designar um objeto. A Descrição e a Categorização precisam ser combinadas com a Determinação, por exemplo. Além disso, nenhuma língua, nem mesmo a natural, disponibiliza um nome para cada objeto ou coleção de objetos. Nesse sentido, a operação de Descrição se impõe como saída para nomear um objeto quando o léxico disponível não deu conta de fazê-lo.

Em se tratando de léxico, Duval (1995, p. 100) afirma que

> Um léxico é um conjunto de elementos (signos, símbolos ou palavras) que permitem marcar explicitamente a realização de uma das quatro operações que contribuem para o cumprimento da função referencial (DUVAL, 1995, p. 100, tradução nossa).

Além disso, ele acrescenta que nem todos os léxicos permitem o cumprimento das quatro operações; alguns permitem apenas a operação de Designação, enquanto outros permitem a operação de Determinação, mas não as de Categorização e Descrição. Eles são de dois tipos: sistemáticos e associativos. Um léxico é sistemático quando, segundo Granger (1979 *apud* Duval, 1995, p. 101), “dados um conjunto de objetos elementares e suas designações por meio de símbolos arbitrários, os objetos complexos se designam por composição desses símbolos arbitrários”. Neste sentido, consideram-se léxicos iniciais (ou de partida) os símbolos que designam os objetos elementares. Um exemplo é a escrita de números em função de uma base, onde o léxico inicial comporta uma quantidade de signos igual ao número de algarismos da base (base dois, base dez etc.). Assim, todos os demais números são designados por combinação desses signos (DUVAL, 1995, p. 101).

Todos os números naturais podem assim serem designados com o léxico {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, onde os algarismos são os léxicos iniciais. Qualquer número natural, como 501, por exemplo, é designado pela combinação desses léxicos iniciais. No entanto, para designar outros números, como os relativos e os racionais, o léxico {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} é insuficiente. É necessário que outros símbolos sejam adicionados, como a barra de fração, a vírgula e o sinal de menos, por exemplo. Granger (1979, p. 51 *apud* Duval, 1995, p.102) chama esses símbolos de incompletos ou sem categoria. Eles não designam nada por si mesmos, nem constituem um léxico sistemático, mas tem a capacidade de modificar a significação e a referência dos termos da escrita posicional. Por exemplo, o número natural “16” é modificado (de significado e referência) quando a ele se acrescenta, respectivamente, os símbolos “-”, “,” e “$\sqrt{\ }$”, formando-se “-16”, “1,6” e “$\sqrt{16}$”. Vale pontuar que o léxico obtido pela ampliação do léxico inicial, com o acréscimo de notações associadas a símbolos de operações, segue funcionando como um léxico sistemático (DUVAL, 1995, p.102).

Por outro lado, para Duval (1995, p. 103) “Um léxico é associativo quando seu léxico inicial não remete a um conjunto de objetos teoricamente elementares, mas a uma diversidade de objetos e de fenômenos do meio físico e do entorno sociocultural.” Ele segue dizendo que esses objetos e fenômenos são designados, na maioria das vezes, em função de um caráter particular que os tipifica, de modo que a palavra usada para os designar desperta a imagem. A palavra em latim “navis” remete (ou associa) ao que nada ou flutua. Já a sua tradução para o francês, “vaisseu” ou “bâtiment” está associada a um grande vaso ou a uma construção. (DUVAL, 1995, p. 103).

Um exemplo na matemática, dado por Brandt; Moretti e Bassoi (2014, p. 482), está presente no cenário das frases “seja AB o segmento de reta; seja AB o lado de um triângulo ABC.” Percebe-se que o léxico AB está associado tanto ao segmento de reta como ao lado do triângulo.

Além desses dois tipos de léxicos, Duval (1995, p.103) chama a atenção para o procedimento de extensão semântica dos termos de um léxico, que se dá através da variação do emprego de palavras já existentes. Ele cita como exemplo de variação as figuras de linguagem metonímia, metáfora e sinédoque. Além disso, assinala que nesse procedimento de extensão semântica sempre ocorre a combinação da operação de Designação Pura com a operação de Categorização. Um exemplo é dado por Dionízio; Brandt e Moretti (2014, p. 484) ao fazerem referência aos léxicos usados para expressar relações trigonométricas. Segundo eles, a palavra "lado" pode ser combinada com as palavras dentro, fora, direito ou esquerdo das figuras geométricas, num procedimento de extensão semântica.

4.1.2.2 A função Apofântica

Está ligada ao ato de se produzir enunciados completos (ou unidades apofânticas, como Duval (1995) prefere) acerca dos objetos que já foram designados. Uma expressão é considerada um enunciado completo quando admite um valor determinado no universo cognitivo, representacional ou relacional dos interlocutores. O que diferencia um enunciado completo de uma mera expressão referencial está no valor que o primeiro assume, que pode ser lógico (verdadeiro ou falso), epistêmico (certeza, necessidade, absurdo etc.) ou social (uma pergunta, uma ordem, um desejo etc.) (DUVAL, 1995, p. 111).

O enunciado completo "venha rápido!" (DUVAL, 1995, p. 112) tem apenas um valor social (uma ordem). Por outro lado, "a soma dos ângulos de um triângulo é maior do que 180º" (DUVAL, 1995, p. 112) tem um valor epistêmico e lógico (epistêmico-certeza, lógico-falso, considerando o contexto da geometria euclidiana). Duval (1995, p. 112) também afirma que ao se fazer uma promessa cuja realização é improvável ou absurda, estamos diante de um enunciado completo com valores epistêmico e social combinados. Por exemplo, a frase "Serei o melhor jogador de futebol do mundo!" (epistêmico-certeza, social-promessa).

O cumprimento da função Apofântica se dá através de duas operações apofânticas que podem ocorrer simultaneamente ou individualmente: a Predicação e o Ato Ilocutório (DUVAL, 1995, p. 113).

A Predicação vincula a expressão de uma propriedade, de uma ação ou de uma relação, com uma expressão que designa objetos. Assim, esta operação é inseparável das expressões referenciais e, além disso, um enunciado produzido a partir da Predicação pode assumir um valor epistêmico combinado com um valor lógico ou, exclusivamente, um dos dois (DUVAL, 1995, p. 113).

Já o Ato Ilocutório está associado à intencionalidade do locutor. Para Duval (1995, p. 113), “[...] é o ato que, através da produção do enunciado, confere a este enunciado um valor social de ato que compromete o locutor ao destinatário”. Desse modo, o Ato Ilocutório é o responsável por atribuir a uma expressão que provém de uma Predicação o seu valor de afirmação, declaração, pergunta, ordem etc.

Por exemplo, a frase “Se a, b e c são lados de um triângulo retângulo, com a o maior lado, então $a^2 = b^2 + c^2$” é um enunciado completo (ou uma unidade apofântica), já que ela “fala algo” acerca de objetos já designados, como “a”, “b”, “c”, “triângulo retângulo” etc. A Predicação ocorre quando se vincula ao sujeito “a, b e c lados de um triângulo retângulo” o predicado “$a^2 = b^2 + c^2$”. Já o Ato Ilocutório está ligado à intencionalidade do locutor e o engaja ao interlocutor (leitor, por exemplo), conferindo a este enunciado um valor social de asserção.

4.1.2.3 A função Expansão Discursiva

Considerada por Duval (1995, p. 97) como a mais importante, tem a finalidade de vincular as unidades apofânticas (enunciados completos) de forma lógica, harmônica, sistemática, compreensível, cumprindo o sentido literal da expressão “expansão do discurso” e permitindo obter, por fim, o que costuma ser chamado de um relato, demonstração, dedução, narração, explicação, comentário, cálculo etc. (DUVAL, 1995, p. 121).

Para Brandt; Moretti e Bassoi (2014, p. 483), esta função “[...] é importante por permitir ao interlocutor fazer inferências, tornando explícito o que, no discurso, está implícito. Isto significa que o discurso diz mais do que parece dizer [...]”.

Ela se dá através de duas operações Discursivas: a Substituição e a Acumulação. Duval (1995, p. 122-123) destaca que a determinação dessas operações só pode se dar através da distinção entre os dois modos de progressão de discurso, o Lógico e o Natural. O primeiro, estruturado através de inferências que vão sendo substituídas por novas inferências, progride por Substituição. A compreensão desse tipo de discurso só é possível quando se identifica, a cada nova inferência, a regra que a justifica, esteja ela explícita ou implícita. Já a expansão Natural (relatos, descrições ou explicações) se caracteriza pelo progresso por Acumulação, onde as frases se adicionam umas às outras e o objeto de que se fala vai sendo enriquecido ou transformado ao longo do discurso. Para compreender esse tipo de discurso é necessária uma apreensão sinótica de todas as frases e das relações entre elas.

Neste sentido, dependendo de como o discurso se expande, de forma Lógica (por Substituição) ou de forma Natural (por Acumulação), as unidades apofânticas (frases ou proposições) podem ser consideradas a partir de seus conteúdos ou de seus estatutos. O conteúdo está ligado às diferentes formas pelas quais essas unidades apofânticas podem ser identificadas, a saber, a materialidade dos signos que permitem distingui-las de outras, a significação de suas expressões referenciais e predicativas, as associações permitidas pela rede semântica da qual elas provêm ou o seu eventual valor lógico de verdade (verdadeiro, falso ou indeterminado). Já o estatuto está ligado ao papel que ela desempenha (premissa, regra, conclusão etc.) em relação às outras unidades apofânticas na organização do discurso. Quando um discurso evolui por Substituição (Lógico), a passagem de um enunciado a outro não depende do conteúdo desses enunciados, mas sim dos seus estatutos, enquanto no discurso que evolui por Acumulação (Natural), a passagem entre os enunciados depende dos seus respectivos conteúdos (DUVAL, 1995, p. 123-124).

Além dessas duas operações de expansão do discurso, Duval (1995, p. 129) também categoriza quatro formas de expansão Discursiva: lexical, formal, natural e cognitiva. Elas são definidas através do cruzamento de quatro mecanismos de expansão que se caracterizam pela similaridade entre as unidades apofânticas: similaridade semiótica ou semântica e similaridade interna ou externa, conforme o Quadro 4.

Quadro 4: As quatro formas de Expansão Discursiva de uma expressão

Mecanismos de expansão	**Similaridade interna** (continuidade sem terceiro enunciado)	**Similaridade externa** (continuidade com terceiro enunciado)
Similaridade semiótica (são recuperados alguns significantes)	**Expansão LEXICAL** (recuperação plurívoca de uma mesma unidade lexical sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual) ***Associações verbais, ocorrências*** ***“linguagem do inconsciente”***	**Expansão FORMAL** (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica etc.) ***Raciocinamento dedutivo*** (proposição de estrutura funcional) ***Cálculo proposicional, cálculo de predicados, ...***
Similaridade semântica Lei de Frege: significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global)	**Expansão NATURAL** (é suficiente com o conhecimento da língua corrente) ***Descrição, Narração*** ***Argumentação retórica*** ***Silogismo Aristotélico*** (proposição de estrutura remática predicatica) ***Raciocinamento por absurdo***	**Expansão COGNITIVA** (exige o conhecimento de definições, regras ou leis para um domínio de objetos) ***Explicação*** ***Raciocinamento dedutivo*** (proposição de estrutura remática condicional) ***Raciocinamento por absurdo***

Fonte: Duval (1995, p. 129)

Essas questões de similaridades estão ligadas à relação de continuidade entre as unidades apofânticas, quando existe ou não significantes comuns às duas unidades que se pretende ligar e quando se necessita ou não de um terceiro enunciado (terceira unidade apofântica) para ligá-las. Quando houver significantes comuns entre as duas unidades, estaremos diante de uma similaridade semiótica. Por outro lado, quando não existirem significantes comuns, mas equivalência referencial entre duas expressões das duas unidades apofânticas, fazendo com que a diferença de sentido permita a continuidade do discurso, estaremos diante de uma similaridade semântica. Quanto às similaridades internas ou externas, elas ocorrem, respectivamente, quando a passagem de uma unidade apofântica a outra se dá de forma direta, sem a necessidade de se recorrer a um terceiro enunciado (terceira unidade apofântica), ou quando esta for necessária (DUVAL, 1995, 126-129).

Deste modo, a forma de expansão lexical, que conforme o Quadro 4 se dá por similaridade interna e semiótica, é baseada, segundo Duval (1995, p. 130) "[...] na recuperação de um mesmo significante, por identificação homofônica[57] ou homográfica[58], o que assegura a continuidade e a coesão do discurso de uma frase à outra". Esse autor destaca a importância deste tipo de expansão e aponta que nela se baseia o trabalho associativo inconsciente que subjaz a produção das representações mentais. Freud foi o primeiro a identificar esse tipo de mecanismo de expansão na linguagem do inconsciente (sonhos, lapsos, chistes) (DUVAL, 1995, p. 130).

Como exemplo, trazemos uma tirinha, na Figura 9, em que o uso de significantes homofônicos é utilizado na expansão do discurso:

---

[57] Homofônicas: palavras que tem a mesma pronúncia, mas grafia e significados diferentes, como "conserto" e "concerto".

[58] Homográficas: palavras com mesma grafia e pronúncia, mas com significados diferentes, como "manga" (fruta) e "manga" (de camisa).

Figura 9: Significantes homofônicos na Expansão Discursiva

Fonte: https://tirasarmandinho.tumblr.com/search/sestas%20sextas. Acesso em: 11 abr. 2020.

Já expansão formal (similaridade semiótica e externa), tem como característica, segundo Duval (1995, p. 130) “a aplicação de regras de substituição baseadas exclusivamente em símbolos que representam variáveis ou proposições [...]. Estas regras permitem obter uma nova asserção através da substituição de símbolos em uma asserção de partida”. Trazemos, como exemplo, uma proposição da teoria dos números: $\forall\, a, b\ \in \mathbb{Z}, se\ a/b\ e\ b/a, então\ a = b\ ou\ a = -b$. Não somente ela, mas também a sua demonstração são exemplos de expansão formal.

A expansão natural (similaridade semântica e interna), de acordo com Duval (1995, p. 132), tem seu habitat no uso da língua natural. Ela mobiliza a rede semântica da língua e os conhecimentos específicos do meio cultural dos interlocutores. Está presente nas descrições, narrações e, no âmbito da matemática, aparece, por exemplo, nas demonstrações por absurdo e no silogismo aristotélico. O encadeamento das frases “Um botijão de gás explodiu. A casa se queimou.” é um exemplo desse tipo de expansão (DUVAL, 1995, p. 132). Outro exemplo, via silogismo aristotélico, é: “Todo quadrilátero com dois lados paralelos é trapézio; um quadrado é um quadrilátero que tem dois lados paralelos; logo, todo quadrado é trapézio”.

Por fim, a expansão cognitiva (similaridade semântica e externa), caracterizada pelo uso especializado da língua natural, é utilizada nas descrições e explicações técnicas ou teóricas. Aqui se faz uso de um vocabulário altamente específico e técnico. No âmbito da matemática, está presente nas demonstrações (inclusive por absurdo), nas explicações e nos raciocínios dedutivos. No tocante às demonstrações, que são tecidas tanto com a expansão cognitiva quanto com a formal, é importante pontuar que as regras de substituição das unidades apofânticas (frases, proposições) que se baseavam somente na forma do símbolo (significante) na expansão formal, não são mais pertinentes na cognitiva, cujo progresso do discurso se baseia na similaridade semântica (DUVAL, 1995, p. 131-132).

Finalizando, destacamos a importância que o autor da TRRS dá a essas quatro formas de Expansão Discursiva, ao considerá-las imprescindíveis no cenário da aprendizagem. Para ele, “[...] não se pode pretender uma aprendizagem da produção escrita e da compreensão de textos sem tomar em consideração um desenvolvimento das capacidades de discriminação destas quatros formas de expansão discursiva” (DUVAL, 1995, p. 126).

4.1.2.4 A função de Reflexividade

Esta função permite assinalar o valor, o modo ou o estatuto de uma expressão por parte de quem a enuncia. Está ligada à intencionalidade que o locutor impõe no enunciado da expressão. É o elo entre o ato intencional de produção da expressão e as condições de interpretação por parte do interlocutor. E essas marcas de intencionalidade não se fazem necessárias apenas na comunicação do dia a dia, mas também nos discursos científicos (DUVAL, 1995, p. 91 e 132-133).

Este autor destaca uma diferença importante, e frequentemente ignorada, no uso dessa função: “aquela que separa o ato da fala realizado e a explicitação linguística do ato da fala realizado” (DUVAL, 1995, p. 132). Ele traz como exemplo os enunciados “Por um ponto exterior a uma reta dada passa uma e somente uma paralela” e “Se admitirá que por um ponto exterior a uma reta dada passa uma e somente uma paralela”. Na primeira, o valor epistêmico fica implícito. Ele pode ser o de asserção, opinião, certeza, convenção etc. É somente pelo Ato Ilocutório, no contexto da ocorrência, que a intencionalidade do locutor consegue demarcar esse valor. Já na segunda proposição, a explicitação língüística “Se admitirá” concede a ela um valor epistêmico de convenção. Neste sentido, a função de Reflexividade pode ser cumprida com a marca da intencionalidade implícita na fala do locutor (Ato Ilocutório) ou através da explicitação linguística dessa intencionalidade.

Finalizamos, assim, a discussão acerca das Funções Discursivas. A próxima subseção será dedicada à abordagem do ensino e da aprendizagem da álgebra, na perspectiva semiocognitiva da TRRS.

4.1.3 O ensino e a aprendizagem da álgebra

> O paradoxo de ensinar álgebra é que não se pode renunciar à língua natural para introduzi-la; no entanto, a sua contribuição

> epistemológica e matemática é, ao contrário, romper completamente com a língua (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p.125, tradução nossa).

Duval (2020, p. 22) afirma que o ponto de vista sobre o qual se costuma basear a organização do ensino de álgebra (na França) é o matemático, ou o matemático-regressivo. Isto porque o objetivo institucionalmente fixado para os alunos ao final do *collège*[59] é o uso de equações na resolução de problemas extra matemáticos. Assim, o currículo é elaborado em termos de pré-requisitos: o processo de aprendizado de uma equação é desconstruído por pré-requisitos de conhecimentos que, por sua vez, também o são por outros pré-requisitos mais básicos, retrocedendo até chegar ao ponto da introdução das letras nos cálculos com números. Assim, os currículos são elaborados de modo que o caminho inverso desse panorama matemático-regressivo seja trilhado. Duval (2011b) afirma que "Não haverá progresso decisivo na introdução da álgebra enquanto ficarmos prisioneiros deste quadro de decomposição matemática, considerado como quadro organizador das aprendizagens".

O outro ponto de vista, o que ele defende, é o que leva em conta o funcionamento semiocognitivo subjacente à atividade matemática, que busca compreender quais são os gestos intelectuais que permitem "fazer matemática". Neste viés, os primeiros passos a serem trabalhados com os alunos no ensino de álgebra devem ser a capacidade de discriminar os diversos escritos simbólicos e, em segundo lugar, estimular a tomada de consciência das múltiplas operações de substituições entre estes escritos. Além disso, os objetivos da aprendizagem deixam de ser a aquisição de conhecimentos e habilidades,

> "[...] mas uma tomada de consciência de operações semio-cognitivas, que permite entender como trabalhar com escritos algébricos e reconhecer quando e em qual situação aplicar os conhecimentos adquiridos" (DUVAL, 2020, p. 22-23).

Quanto aos escritos simbólicos, Duval (2020, p. 21) os concebe como sendo toda "[...] a variedade de expressões que combinam números, letras e símbolos de operações [...]" presentes no universo da matemática. O autor ainda pontua que eles foram desenvolvidos para fins exclusivos do cálculo, isto é, têm caráter operatório, e não podem ser enunciados em

[59] Equivalente ao Ensino Fundamental 2 no Brasil (crianças com idades entre 11 e 14 anos).

língua natural (DUVAL, 2020, p. 26). Ele também destaca a importância de não confundir dois níveis de unidades de sentido desses escritos, e esclarece comparando-os com os níveis de sentido de uma língua natural: o nível dos significantes (fonemas, morfemas e palavras da língua natural, dígitos que designam números em um sistema de numeração, como por exemplo os dígitos “0” e “1” quando são comparados no sistema decimal ou binário); o nível das expressões incompletas ou completas (sintagmas nominais e verbais para frases e os sintagmas operatórios para os escritos simbólicos) (DUVAL, 2020, p. 26). O Quadro 5, a seguir, traz exemplos desses dois níveis.

Quadro 5: Dois níveis de sentido dos escritos simbólicos

	ESCRITOS SIMBÓLICOS
1. SISTEMA DE ESCRITA DECIMAL	*4 (elemento que designa um número)* *44 (sequência de dois elementos que designam um outro número)*
2. EXPRESSÃO INCOMPLETA: Os sintagmas operatórios articulam ao menos um dígito (ou uma letra) e um SÍMBOLO DE OPERAÇÃO	(2 + 2), (5 – 1), (2 × 2), (8:2), 8/2 40 + 4, 12 × 2 *Sintagmas operatórios*

Fonte: Duval (2020, p.27)

As expressões completas, constituídas a partir dos símbolos de relação “=”, “<”, “>”, “≤”, “≥”, são as equações, fórmulas e desigualdades e podem ou não ser verdadeiras, como, por exemplo $x > 1$ ou $1 - (2 - a) = a - 1$. Nesta última equação, os dois membros representam expressões incompletas, como, também, a própria expressão “$(2 - a)$” já é por si só incompleta (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 124). Estes autores ainda destacam que:

> A articulação de duas expressões incompletas em uma expressão completa é baseada em uma relação de equivalência semântica (elas designam o mesmo objeto, um número ou um conjunto de valores), ou em uma relação de identidade (é sempre verdadeiro quaisquer que sejam os valores da variável). Esta relação é marcada pelo sinal "=", que é o mesmo quer se trate de uma fórmula ou de uma equação, uma simples equivalência semântica ou uma identidade formal. Isso obviamente levanta questões de discernibilidade e mudança de pontos de vista (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 144, tradução nossa).

A equivalência semântica não tem relação com o objeto representado, mas com a maneira de designá-lo, conforme a distinção proposta por Frege entre sentido e referência. E este é o ponto de maior dificuldade no processo de colocar em equação: obter duas maneiras diferentes de designar o mesmo objeto (quantidade, medida etc.), isto é, encontrar dois membros semanticamente equivalentes (DUVAL, PLUVINAGE, 2016, p. 138). Os autores citam, como exemplo, o problema da idade de Lola: "No próximo ano, disse Lola, terei três vezes a idade que tinha nove anos atrás, quando minha família se mudou para este apartamento. Quantos anos tem a Lola hoje?" (DUVAL, PLUVINAGE, 2016, 135, tradução nossa). Na solução deste problema, dois membros semanticamente equivalentes (sintagmas operacionais) formam a equação $x + 1 = 3(x - 9)$.

Com relação às substituições que ocorrem nos escritos simbólicos, Duval (2020, p. 28) entende que elas podem ser de dois tipos: operatórias ou semânticas. As operatórias são feitas entre expressões incompletas e consiste em reduzi-las a um outro elemento do sistema de escrita decimal, por exemplo $(2 + 2) \rightarrow 4$; a um sintagma operacional mais simples, por exemplo $3\left(a + \frac{2}{3}b\right) \rightarrow 3a + 2b$; ou a um sintagma operacional de grau inferior, por exemplo $x^2 \rightarrow (x.x)$. Já a substituição semântica ocorre entre as expressões completas e é o processo recorrentemente utilizado na resolução de equações, por exemplo $3x + 3 = 11 - x \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$. Com relação às flechas (→) que o autor utilizou nos exemplos das substituições operatórias, não foi sem propósito, já que para Duval (2020, p. 30), qualquer expressão simbólica em que o símbolo de "=" possa ser trocado pelo símbolo "→", que designa um resultado, não pode ser considerada completa. Além disso, alerta ele, "O uso do símbolo "=" para designar o resultado de uma operação aritmética cria um equívoco que constituirá um obstáculo aos primeiros passos na entrada dos escritos simbólicos algébricos" (DUVAL, 2020, p. 30-31).

Ainda com relação ao uso do sinal de "=", Duval; Pluvinage (2016, p. 122) afirmam que ele parece ser um símbolo "camaleão" e entendem que ele pode funcionar de três formas diferentes: como uma relação operacional orientada para um resultado (um signo de procedimento), por exemplo, nas fórmulas, como a da área do triângulo $A = \frac{bh}{2}$, da velocidade $v = \frac{d}{t}$ ou da lei dos cossenos $a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.cosA$. Aqui, novamente, os autores entendem que o sinal de igual poderia ser substituído por uma seta. "Basta verbalizar a relação denotada por este signo para ver que ela pode ser expressa por verbos como 'dá', 'faz' etc." (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 137, tradução nossa); como uma identidade formal entre duas expressões incompletas, por exemplo, nas igualdades $\sqrt{x^2} = |x|$ e $a(b + c) = ab + ac$; como uma relação de equivalência semântica, isto é, quando se igualam duas maneiras diferentes de representar o mesmo objeto, como no problema da Lola já citado nesta subseção (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 137-138).

Dentro desta abordagem semiocognitiva para o ensino e aprendizagem da álgebra, três ideias fundamentais são propostas por pelo autor da TRSS. A primeira é a de que "**não são as letras que são importantes, mas as operações (Discursivas) de designação de objetos**" (DUVAL, 2011b, grifo nosso). Colocar um simples problema em forma de equação, com o intuito de introduzir as letras, pode exigir que sejamos capazes de realizar diversas operações de designação, em que duas são fundamentais para colocar em equação: a designação funcional (designar dois objetos diferentes como a mesma letra) e a necessidade de ter duas designações diferentes para um mesmo objeto, que está na base da escrita de uma equação. O exemplo por ele trazido é o seguinte: "Um jornal e seu suplemento custam 1,10 reais. O jornal custa 1 real a mais que o seu suplemento. Quanto custa o jornal?" (DUVAL, 2011b). No Quadro 6, pode-se observar todos os tipos de designação exigidos no problema.

Quadro 6: A colocação na forma de equação como conversão de um enunciado verbal

	Designação verbal	Dados numéricos (designação numérica)	Redesignação literal
Designação direta	Custo do jornal Custo do suplemento Custo dos dois	...?... ...?... 1,1	a b (a + b)
Designação funcional	O jornal custa 1 real a mais que o suplemento	(... + 1)	(b + 1)
Dupla designação de um mesmo objeto	Objeto: o custo dos dois "um jornal e seu suplemento custam 1,10"	1,1	(a + b) ou ((b + 1) + b)?
Equivalência referencial			2b + 1 = 1,1

Fonte: Duval et al. (2015, p. 73) e Duval (2011b)

Este quadro exibe todos os encaminhamentos semiocognitivos que estão por trás da tarefa de colocar um problema em forma de equação, que podem ser sintetizados pela observação em paralelo da segunda e da quarta coluna (designação verbal e a redesignação literal), que nada mais é do que uma conversão entre o registro da língua natural e do registro algébrico.

Para Duval et al (2015, p. 72-73), a designação direta dos objetos (quantidades, grandezas) do enunciado se dá através de um procedimento linguístico denominado "nominalização", "[...] que consiste em transformar uma frase em um sintagma nominal. 'Um jornal custa...' torna-se 'o custo do jornal'". De acordo com o Quadro 6, três objetos (grandezas) foram designados diretamente (custo do jornal, custo do suplemento e o custo dos dois) e as suas respectivas redesignações literais foram "a", "b" e "(a + b)". Duval et al. (2015, p.73) afirmam que o professor costuma escolher de imediato o custo do suplemento como incógnita, porque ele já pensa na redesignação funcional "(b + 1)", isto é, quando um objeto é designado em relação a outros.

Em seguida, a dupla designação de um mesmo objeto, "[...] uma operação quase reflexo totalmente estranha, até mesmo bizarra, em relação à prática do discurso, na palavra ou na escrita, fora da matemática" (DUVAL et al, 2015, p. 72). Por último, que está diretamente ligada à dupla designação, vem a equivalência referencial entre as duas designações diferentes do mesmo objeto, ou seja, a escrita da equação propriamente dita.

Finalmente, como tentativa de sensibilizar o professor para tudo o que está por trás da escrita de um problema em forma de equação, Duval et al (2015, p. 73) alertam:

> Qualquer que seja o enunciado do problema que consideramos, veja o mínimo de operações cognitivas que pedimos aos alunos para colocar na forma de equação: escolher uma redesignação literal direta para poder fazer uma redesignação funcional de outro objeto, discriminar duas designações diferentes do mesmo objeto e, enfim, compreender que a equação é primeiro uma equivalência referencial na escrita de número e não somente uma equação numérica com espaços em branco. Logo, o aluno já deve ter compreendido tudo o que concerne ao que queremos lhe ensinar (DUVAL et al., 2015, p. 73).

A segunda ideia, para Duval (2011b, grifo nosso) é que "**para compreender o funcionamento do colocar em equação, não é a resolução de problemas que é importante, mas a fabricação de problemas**", e isto através do que ele chama de variações e supressões. Em outras palavras, dado um problema numérico, efetuam-se supressões de alguns signos e, paralelamente, novos problemas podem ser criados. Brandt; Moretti (2018, p. 19) trazem como exemplo a descrição numérica "$2 + 3 = 5$" e os cinco signos 2, +, 3, =, 5 que podem ser suprimidos. Sugerem, então, como primeira variação, a supressão dos signos "+" e "=", ficando com a expressão "2 ... 3 ... 5" e propõem que um problema a ser elaborado poderia ser "dois multiplicado por três é maior do que cinco ($2 \times 3 > 5$)". Outra opção seria suprimir somente o número "2", resultando na equação "$\ldots + 3 = 5$", implicando, também, em diversas possibilidades de elaboração de enunciados concretos como, por exemplo, "Tenho algumas flores, e ganhei de presente 3 da minha amiga. No final fiquei com 5. Quantas flores tenho?" (BRANDT; MORETTI, 2018, p.19).

Para Duval et al. (2015, p. 69-70), “Partir de uma igualdade numérica para elaborar problemas aditivos com uma operação é o caminho mais direto e natural para entrar na álgebra”. Além disso, ele entende que a transformação da igualdade numérica, por exemplo “$2 + 3 = 5$”, na equação (“$... + 3 = 5$”), sem a introdução de letras, e sua posterior resolução, ajuda a criar no aluno a consciência de que é possível suprimir informações sem perder a possibilidade de encontrá-las. Em outras palavras, o primeiro degrau para a compreensão do que seja uma equação e da operação fundamental de “mudança de lado” para isolar o lugar vazio.

Mais à frente, Duval (2011b, grifo nosso) propõe a sua terceira ideia: “**a passagem de um enunciado para a escrita simbólica [...] exige sempre o recurso à uma representação auxiliar transitória**”. E essa representação auxiliar[60] a que o autor se refere nada mais é do que um quadro ou tabela, (representação bidimensional) com a qual se pode encontrar as informações pertinentes do enunciado ao se fazer o cruzamento de duas designações de objetos com distintas dimensões semânticas. Duval et al. (2015, p. 81) afirmam que há poucas chances de se compreender o enunciado de um problema ao se efetuar uma leitura linear, como ocorre fora da matemática. Daí a necessidade de se recorrer a uma organização bidimensional dos objetos designados no texto.

Como exemplo, Duval et al. (2015, p. 82) propõem o seguinte problema: “Recolhendo todas as galinhas e ovelhas de uma fazenda, contamos 3 (ou 37 ou...) cabeças e 8 (ou 96 ou...) patas. Qual a quantidade de galinhas e ovelhas dessa fazenda?” A organização bidimensional (representação auxiliar transitória) pode ser dada através da Tabela 2, a seguir.

Tabela 2: Cruzamento de duas designações de objetos de dimensões semânticas diferentes

	Galinhas	Ovelhas	Total
Número de cabeças			
Número de patas			

Fonte: Duval et al. (2015, p. 83)

[60] Já fizemos uma discussão acerca das representações auxiliares e suas diversas funções na seção 4.1.1.

Duval (2011b) é enfático ao afirmar que "A importância na utilização das tabelas é de construir as margens e não preencher as casas interiores", pois são nas margens que se deve colocar as dimensões semânticas e cruzá-las, a fim de preencher as células. No cruzamento, isto é, em cada célula, podemos inserir as informações pertinentes que, neste caso, serão x, 2x, y e 4y, conforme a Tabela 3.

Tabela 3: Conversão dos dados do problema em termos de um sistema de equações

	Galinhas	Ovelhas	Total
Número de cabeças	X	Y	3 (ou 37 ou ...)
Número de patas	2x	4y	8 (ou 96 ou ...)

Fonte: Duval et al. (2015, p. 83)

É importante destacar que estas informações pertinentes (x, 2x, y e 4y) são obtidas sempre a partir do cruzamento de duas designações de objetos com diferentes dimensões semânticas. Naturalmente que, além disso, a elaboração do sistema de equações associado ao problema ainda passa pela dupla designação e equivalência referencial.

Recapitulando, na perspectiva da TRRS, os dois primeiros degraus a serem considerados no ensino de álgebra devem ser a discriminação dos escritos simbólicos (expressões que combinam números, letras e símbolos operacionais) e a tomada de consciência das várias substituições possíveis entre esses escritos (DUVAL, 2020, p. 21).

Em relação ao primeiro degrau, a discriminação dos escritos simbólicos é feita em dois níveis de unidades de sentido: o dos significantes (fonemas, morfemas, dígitos que designam números em um sistema de numeração) e o nível das expressões incompletas (por exemplo, o sintagma operacional $2x + 1$) ou completas (equações e inequações) (DUVAL, 2020, p. 26).

Quanto ao segundo degrau, a tomada de consciência das substituições entre os escritos simbólicos, elas são de dois tipos: substituições operatórias ou semânticas. As operatórias ocorrem entre expressões incompletas e consistem, em primeiro lugar, na redução de uma delas a um outro elemento do sistema de escrita decimal, por exemplo $(3 + 2) \to 5$; em segundo lugar, na redução a um sintagma operacional mais simples, como, por exemplo $6\left(x + \frac{5}{3}y\right) \to 6x + 10y$; em terceiro lugar, na redução a um sintagma operacional de grau inferior, por exemplo $x^2 \rightarrow x.x$. A substituição semântica, por sua vez, ocorre entre as expressões completas e é comumente usada na resolução de equações (DUVAL, 2020, p. 28).

O autor da TRRS também chama a atenção para o papel mutável e confuso do sinal de "=", e afirma que ele pode assumir três papéis: o de uma relação operacional orientada para um resultado (um signo de procedimento), que normalmente ocorre com as fórmulas; o de identidade formal entre duas expressões incompletas, como na igualdade $\sqrt{x^2} = |x|$, por exemplo; e como um relação de equivalência semântica, que ocorre quando se igualam duas maneiras diferentes de representar o mesmo objeto, incontornável quando se reescreve simbolicamente os problemas aditivos, por exemplo (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 137-138).

Além disso, Duval (2011b) também destaca três ideias fundamentais, quando se concebe o ensino da álgebra pelo viés da TRRS. A primeira delas é que as operações discursivas de designação de objetos são mais importantes do que a introdução das letras; a segunda é que a compreensão do funcionamento do colocar em equação não depende da resolução de problemas, mas sim da fabricação de problemas; a terceira é que a conversão do enunciado de um problema, em língua natural, para a escrita simbólica, exige, inevitavelmente, o recurso às representações auxiliares transitórias, como os quadros ou tabelas.

Apresentadas as ideias centrais da TRRS acerca do ensino da álgebra, iremos, agora, para o último referencial teórico desta tese, os objetos ostensivos e não ostensivos. Mesmo não sendo da autoria de Duval, entendemos que estes constructos complementam a abordagem semiocognitiva da aprendizagem da matemática deste autor.

4.2 OS OBJETOS OSTENSIVOS E NÃO OSTENSIVOS

Estes conceitos estão inseridos na Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard, no âmbito da Didática da Matemática Francesa. Não é nossa intenção discorrer amplamente sobre esta teoria, apenas nos deter em dois importantes constructos que ela fornece, a de objeto ostensivo e a de objeto não ostensivo.

Chevallard (1994, p. 4-5), afirma que objetos ostensivos são aqueles que

> têm uma forma material, sensível para nós, que é, de qualquer forma, arbitrária. Um objeto material (uma caneta, um compasso etc.) é um ostensivo. Mas também são os (as)

- gestos: vamos falar sobre **ostensivos gestuais**;

- palavras, e, mais geralmente, o discurso: vamos falar aqui de **ostensivos discursivos** (ou de linguagem);

- diagramas, desenhos, gráficos: neste caso, falaremos de **ostensivos gráficos**;

- escritas e formalismos: falaremos então de **ostensivos escritos**.

A característica dos ostensivos é poderem ser manipulados, palavra esta entendida num sentido amplo: manipulação no sentido estrito (o da caneta ou do compasso, por exemplo), mas também pela voz, pelo olhar etc." (CHEVALLARD, 1994, p. 4-5, tradução nossa, grifo nosso).

Em outras palavras, como o próprio termo propõe, objeto ostensivo é aquele que se faz mostrar por algum órgão do sentido, que pode ser percebido, manipulado, que possui característica material.

Ao contrário dos ostensivos, os objetos não ostensivos, de acordo com Chevallard (1994, p. 5, tradução nossa) são os que "costumamos chamar de noções, conceitos, ideias etc. - não podem, estritamente falando, serem manipulados: eles só podem ser evocados, através da manipulação de ostensivos associados".

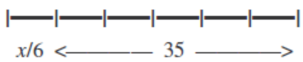
Por exemplo, quando propomos tomar o logaritmo dos dois membros para resolver a equação $2^x = 10$, pressupomos a existência do objeto não ostensivo que é o conceito de logaritmo, mas cuja evocação só ocorre através do objeto ostensivo "logaritmo" (linguagem/ grafismo). Além disso, outros ostensivos escritos também precisam ser adequadamente recrutados para a resolução da equação: $2^x = 10 \Leftrightarrow ln2^x = ln10 \Leftrightarrow xln2 = ln10 \Leftrightarrow x = \frac{ln10}{ln2}$ (CHEVALLARD, 1994, p. 5).

De igual maneira, para dar destaque aos gestos como ostensivos presentes na atividade matemática, Chevallard (1994, p. 5, tradução nossa) afirma que "o não ostensivo 'produto de duas matrizes' não pode existir (sempre a um nível elementar) sem o ostensivo gestual que consiste em relacionar uma linha da primeira matriz com uma coluna da segunda".

A coexistência de objetos ostensivos (gestuais, discursivos, gráficos e escritos) é frequente na atividade matemática. Bosch; Chevallard (1999, p. 15-16) citam um antigo problema de aritmética, com três técnicas de resolução, cada uma privilegiando um tipo particular de objeto ostensivo, mas também integrando outros tipos ao longo do processo resolutivo. O problema proposto é: "Diga o número que diminuído de 35 resulta na sua divisão por 6" (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 15, tradução nossa). Estes autores ressaltam que o termo “Diga” aponta a característica oral dos antigos problemas de aritmética, e uma primeira resolução seria neste viés, oralizada, privilegiando os objetos ostensivos discursivos (palavras/linguagem), a saber, “O quociente do número desconhecido por 6 é a sexta parte desse número. Assim, esse quociente é o número reduzido em 5/6 desse número. O 5/6 do número procurado vale 35, o número procurado é 6/5 de 35, que é 42” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 15, tradução nossa).

Outra técnica empregada na resolução deste problema é a que conta com o recurso do registro gráfico, conforme a figura a seguir.

Figura 10: Resolução gráfica



Fonte: Bosch e Chevallard (1999, p. 16)

Vinculado a este desenho, de um segmento dividido em seis partes iguais, segue um discurso do tipo “Temos um segmento dividido em 6 partes iguais. Se as 5 partes à direita forem 35, então, cada parte mede 35:5 = 7 e o número procurado é 7×6 = 42” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 16, tradução nossa). Finalmente, a terceira resolução, para Bosch e Chevallard (1999, p. 16), é a que recorre aos objetos ostensivos escritos (algébricos), através da equação $x - 35 = \frac{x}{6}$.

É importante destacar que, na primeira resolução, prevalentemente oralizada, os registros escritos também são mobilizados durante a resolução dos cálculos, ainda que de forma mental. Na segunda, aonde os ostensivos gráficos dão suporte a uma resolução com ostensivos discursivos (oralizados), estes são articulados com ostensivos gestuais que gerenciam a correspondência entre os dois primeiros. Quanto à resolução com o encaminhamento algébrico, apesar dos ostensivos escritos (formais) terem prevalecido, também ocorre a ativação de um discurso interior, muitas vezes silencioso, mas indispensável ao longo da tarefa (“x é o número procurado, x menos 35 vai dar $x/6$, ...”) (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 15-16).

Cabe abrir um parêntese nesta discussão para associarmos o comentário de Bosch e Chevallard (1999, p. 16, tradução nossa) sobre “discurso interior, às vezes silencioso”, referindo-se aos objetos ostensivos discursivos (oralizados), com alguns dos elementos que compõem a Memória de Trabalho, discutidos na seção 2.5. Lá, vimos que, segundo Sternberg

(2010, p. 168), o esboço visuoespacial é o componente encarregado pela retenção momentânea das imagens visuais; a alça fonológica faz o mesmo com a fala interior; o retentor episódico, por sua vez, é o responsável pela integração das informações oriundas dos dois primeiros, numa síntese que tenha algum significado. Assim, quando um sujeito elabora mentalmente a equação $x - 35 = \frac{x}{6}$, ao mesmo tempo em que silenciosamente afirma “xis menos trinta e cinco é igual a xis sobre seis”, os escritos algébricos ostensivos contam com o apoio do esboço visuoespacial, enquanto o ostensivo discursivo é sustentado pela alça fonológica.

Chevallard (1994, p. 6) ainda considera que os objetos ostensivos possuem dois tipos de valência, a instrumental e a semiótica, ou de instrumentalidade e semioticidade. “Dizer que um ostensivo tem uma valência instrumental significa que ele permite agir, trabalhar” (CHEVALLARD, 1994, p. 6, tradução nossa). Por outro lado, “Dizer que um ostensivo tem uma valência semiótica significa que ele permite ver, apreciar de forma sensível o trabalho realizado, o trabalho em andamento, e visualizar o trabalho a ser feito” (CHEVALLARD, 1994, p. 7, tradução nossa).

Acerca da semioticidade de um objeto ostensivo, Bosch e Bachellard (1999, p. 25) afirmam que este conceito está ligado ao fato de que ostensividade de um objeto lhe permite funcionar como um signo, como o significante de outros objetos. Em outras palavras, a semioticidade de um objeto é a sua potência como signo. Por exemplo, a notação $\sqrt{\ }$, a expressão em língua natural "raiz quadrada" e uma certa representação gráfica em um sistema de coordenadas cartesiano podem fazer referência ao objeto não ostensivo que é a raiz quadrada (ou a função raiz quadrada); outro exemplo seria a escrita "130 km/h", que pode evocar uma grandeza ou um limite de velocidade (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 25).

Para exemplificar o conceito de valência instrumental de um ostensivo, Bosch e Chevallard (1999, p. 23) citam o uso da notação $\sqrt{\ }$ em comparação com o expoente fracionário 1/2. Não faz muita diferença a escolha da notação, por exemplo, na escrita das expressões $\sqrt{2.3} = \sqrt{2}.\sqrt{3}$ e $(2.3)^{1/2} = 2^{1/2}.3^{1/2}$. No entanto, quando se trata do cálculo da derivada da função $y = \sqrt{x}$, a notação $y = x^{1/2}$ “mostra-se instrumentalmente superior na medida em que permite realizar trabalhos que não podem ser reproduzidos formalmente com a primeira” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 23, tradução nossa). Decorre daí que a notação exponencial tem maior instrumentalidade do que a notação $\sqrt{\ }$, em se tratando da técnica de derivação empregada.

Ainda sobre valência instrumental de um ostensivo, Kaspary e Bittar (2013, p. 1426) afirmam que ela depende das atividades nas quais o objeto é aplicado.

> Para ilustrar tomemos o ostensivo ‘risquinhos’ utilizados pelas crianças – e sugeridos em livros didáticos - para representar quantidades em uma operação de adição, por exemplo. Esse ostensivo pode ser utilizado com eficácia em situações nas quais o trabalho é realizado com números naturais até 10, quiçá até 20, mas não mais que isso, pois caso contrário, será custoso e propício a erros, sendo mais adequada a mobilização de outros ostensivos.

Kaspary e Bittar (2013, p. 1426) acrescentam que o conceito de valência instrumental possibilita a discussão sobre a potencialidade de um dado objeto ostensivo como ferramenta de trabalho em uma certa atividade matemática. Para elas, isto permite entender como ocorre a substituição de alguns ostensivos necessários para atender a determinado tipo de tarefa por outros que a abreviam ou compactam. Isto foi por elas confirmado na análise de livros didáticos de séries iniciais, em que os dedos das mãos, a reta numérica, o material dourado e os risquinhos foram gradativamente substituídos pelos algoritmos da adição e da subtração.

Isto vem ao encontro do que afirmam Bosch e Chevallard (1999, p. 20, tradução nossa): “Toda matematização, em geral, acarreta uma redução ostensiva dos instrumentos do trabalho matemático, que ‘projeta’ os diferentes registros inicialmente ativados sobre aqueles que podem ser colocados por escrito”. Em outras palavras, o desenvolvimento da atividade matemática induz o abandono dos ostensivos que estavam presentes na construção inicial dos objetos matemáticos, ao mesmo tempo em que são substituídos por outros ostensivos (escritos) de maior valência instrumental e semiótica.

Ficam integrados ao nosso referencial teórico, portanto, os conceitos de objetos ostensivos e não ostensivos, assim como os conceitos de valência instrumental e semiótica de um objeto ostensivo. Como o próprio termo propõe, ostensivo é aquilo que se faz mostrar, que se revela, que pode ser tocado, manipulado. Neste sentido, os gráficos, figuras, discursos, escritos, a fala, os gestos, são objetos ostensivos na matemática. Já os conceitos, as ideias, noções, que são evocados pelos ostensivos, são considerados objetos não ostensivos. O conceito de polinômio é um objeto não ostensivo; já o registro algébrico $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ é um dos objetos ostensivos responsáveis pela sua evocação.

Enquanto a valência semiótica de um ostensivo tem relação com a potencialidade semiótica do objeto, ou com os significados que o objeto pode produzir, a valência instrumental se refere à eficácia do objeto em determinada tarefa. Vimos, por exemplo, que do ponto de vista da derivação da função raiz quadrada, a notação exponencial $y = x^{1/2}$ é instrumentalmente superior à notação $y = \sqrt{x}$. Do mesmo modo, o uso de risquinhos como ferramenta de apoio aos cálculos aritméticos básicos, comum nas séries iniciais, tem sua valência instrumental diminuída em tarefas mais elaboradas. Neste caso, conforme Bosch e Chevallard (1999, p. 20) e Kaspari e Bittar (2013, p. 1426), gradativamente, com o aumento da complexidade das noções e tarefas matemáticas, os objetos ostensivos são substituídos por outros de maior valência semiótica e instrumental.

No próximo capítulo, falaremos sobre os aspectos metodológicos da tese, que optamos por fazer através de um Estudo de Caso. Apresentaremos, também, o aluno pesquisado e como chegamos até ele (ou como ele chegou até nós). Quem é José?

5 METODOLOGIA: O ESTUDO DE CASO

5.1 ASPECTOS TEÓRICOS

Nossa pesquisa é, essencialmente, Qualitativa e, metodologicamente, um Estudo de Caso. Como forma de lembrar e estabelecer as bases sobre as quais estamos nos alicerçando, trazemos as cinco características básicas da pesquisa qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 47):

1. A fonte direta de dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal. Este investe grande quantidade de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais em busca da elucidação de questões de natureza educacional (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47).

2. É uma investigação descritiva. Coleta-se dados em forma de palavras ou imagens, não de números. Esses dados podem vir em forma de transcrição de entrevistas, notas de campo, vídeos, fotografias, áudios, documentos pessoais etc. Nesse tipo de abordagem, o investigador precisa estar atento a detalhes que eventualmente possam servir de pistas que o ajudem na compreensão do objeto de estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48).

3. O interesse com o processo deve ser maior do que com o produto. O olhar do pesquisador se lança nas atividades e nas interações cotidianas, na intenção de perceber como ali se manifesta o problema em estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49).

4. Os investigadores tendem a analisar seus dados de forma indutiva. Os dados não são recolhidos na intenção de confirmar hipóteses prévias; pelo contrário, à medida em que os dados são coletados e o tempo com os sujeitos pesquisados vai se avolumando, é que o horizonte da pesquisa vai sendo vislumbrado. “O processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50).

5. Os significados que as pessoas dão às coisas e as suas vidas são foco de atenção por parte do investigador. Tenta-se sempre capturar a perspectiva dos sujeitos pesquisados. Como eles encaram as questões em estudo e como dão sentido às suas vidas (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50-51).

Quanto aos objetivos gerais da nossa pesquisa, podemos classificá-la como Exploratória, pois tem como objetivo

> [...] proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado (GIL, 2002, p. 41).

O tema da DD ainda é pouco pesquisado no âmbito da Educação Matemática, conforme já destacamos no Capítulo 3. A exploração desse tema se deu, portanto, não apenas com base na literatura especializada, mas também no cotidiano dos encontros com o aluno.

Por fim, em relação aos procedimentos técnicos ou delineamento, conforme Gil (2002, p. 43), nossa pesquisa enquadra-se em um Estudo de Caso, já que estamos investigando como se dão os aspectos semiocognitivos implicados na aprendizagem da matemática de um aluno com DD, levando em conta suas produções orais e escritas, sob a ótica metodológica das Funções Discursivas da TRRS. Ora, o Estudo de Caso, nas palavras de Yin (2001, p.19), é a estratégia adequada "quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real".

As principais características de um Estudo de Caso, segundo Lüdke e André (2018, p. 21), muito se assemelham às da pesquisa Qualitativa. Podemos citar, por exemplo:

1. Visam à descoberta. Isto significa que o pesquisador estará atento e flexível a possíveis mudanças no decorrer do caminho. Os pressupostos iniciais não serão estáticos ou imutáveis, pelo contrário, servirão como um esqueleto ou croqui que orientarão os primeiros passos da investigação. Novas indagações e respostas podem surgir de forma dinâmica, gerando novos cenários e perspectivas (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 21).

2. Usam uma variedade de fontes de informação. Os dados podem ser coletados em diversos momentos e de diversas fontes como, por exemplo, numa escola, pode-se ouvir professores, alunos, merendeiras, orientadores educacionais. Pode-se ainda fazer observações em sala de aula, no pátio do colégio durante a merenda etc. (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 22).

3. Procuram destacar diferentes e conflitantes pontos de vista presentes numa situação. O investigador, diante de uma situação sobre a qual podem repousar compreensões conflitantes, procura trazê-las e, além disso, apresentar também seu próprio ponto de vista. É deixado a cargo do leitor do estudo as conclusões acerca dos aspectos eventualmente contraditórios (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 23).

4. Usam linguagem e formato mais acessível ao leitor do que outros relatórios de pesquisa. Em geral, recorre-se ao estilo narrativo, que pode vir ilustrado por figuras de

linguagens, exemplos e descrições. Os dados coletados podem ser apresentados na forma de desenhos, fotografias, colagens etc. (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 23-24).

5. Buscam retratar a realidade de forma completa e profunda. O pesquisador busca apresentar as variadas dimensões que se inter-relacionam no problema em estudo (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 22).

Na próxima seção, discutiremos os procedimentos de coleta e demais detalhamentos metodológicos.

5.2 ASPECTOS PRÁTICOS – QUEM É JOSÉ? COMO COLETAMOS OS DADOS?

Curiosamente não fomos atrás de José, ele veio até nós, conforme já pontuamos na introdução desta tese. Ao finalizarmos o primeiro ano de doutorado, envoltos em becos sem saída no tema inicial de pesquisa, recebemos uma mensagem, numa rede social, de um amigo de adolescência, com quem não tínhamos contato há quase 30 anos. Pediu-nos ajuda com um de seus filhos, que estava tendo dificuldades em matemática por ter um TA chamado discalculia. “Não sei se podes me ajudar dando aula pra ele ou indicando algum professor, mas estou muito preocupado com meu filho”. Dissemos a ele que iríamos indicar alguém, provavelmente para ganhar algum tempo na intenção de buscar informações sobre a, até então, desconhecida “discalculia”. As primeiras buscas já mostravam que o tema era pouco estudado pelos pesquisadores da Educação Matemática; a maioria dos trabalhos encontrados vinham da neuropsicologia, neurologia, neurociência, psicopedagogia e fonoaudiologia. Essa escassez de trabalhos e o ingrediente da inclusão talvez tenham sido os impulsionadores da nossa decisão de mudar a temática inicial da tese, migrando para a pesquisa sobre a aprendizagem de um aluno com DD. Assim, ligamos para o pai do José e lhe fizemos a seguinte proposta: “Que tal se eu for o professor particular do seu filho pelos próximos três anos e, em contrapartida, obter seu consentimento (e do José também), para que ele seja o sujeito principal de uma pesquisa de doutorado sobre a aprendizagem da matemática de um aluno com discalculia?”. A resposta dos seus pais foi positiva e, no Anexo 9.1, trazemos o Termo de Consentimento por eles assinado.

Mas quem é esse aluno? José é um garoto de 18 anos de idade (nasceu em 16/10/2003), interessado, criativo e responsável com os estudos, além de gostar muito de desenhar.

Segundo seu pai, as dificuldades de aprendizagem de José começaram a ser detectadas no início da sua alfabetização, ao ingressar no Ensino Fundamental. Naquele ano, o setor pedagógico da escola em que estava recomendou que ele repetisse a série. Seus pais acataram a recomendação, e aquela foi a única vez em que ele experimentou a repetência.

A busca pela compreensão da sua condição iniciou-se no ano seguinte, com visitas a clínicas especializadas, exames, consultas etc. Com sete anos de idade iniciou um tratamento com uma fonoaudióloga, que o acompanhou até os dezesseis.

Esta profissional, essencial na vida de José, enviou a sua escola de Ensino Fundamental 2 um Planejamento de Inclusão (Anexo 9.3), em março de 2016. Neste documento, ela cita que José "Vem apresentando melhoras marcantes em seu desenvolvimento dentro das suas possibilidades" (ANEXO 9.3, p. 1). Ela também afirma que

> Além da dislexia, José apresenta <u>discalculia</u>. Tem dificuldade em organização espacial de informações, tabelas, gráficos, montagem de contas, simbolização de números. Resolve problemas contando nos dedos ou usando materiais concretos. As dificuldades se estendem para <u>localização no tempo</u>: para ler as horas, para sequências como dia, mês e estação do ano (ANEXO 9.3, p. 5, grifo da autora).

Ele também foi avaliado por um neurologista quando tinha nove anos de idade e, conforme o laudo (Anexo 9.2), ele apresentou dificuldades cognitivas específicas na leitura, escrita e na matemática. Vale destacar que, tanto no diagnóstico da fonoaudióloga, quanto no laudo neurológico, não há enquadramento do nosso aluno em qualquer subtipo de DD.

Ele concluiu o nono ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do município de São José, SC, em dezembro de 2019 (a mesma escola para a qual a sua fonoaudióloga enviou o Planejamento de Inclusão – Anexo 9.3). De agosto a dezembro daquele ano, fizemos 12 encontros semanais, os dois primeiros na casa do próprio aluno, e os demais na biblioteca da sua escola, no contraturno, com duração próxima de 50 minutos. Aqueles primeiros encontros tiveram o formato de aula particular, onde tirávamos suas dúvidas e o ajudávamos a refazer algumas provas. A pretensão era, também, a de promover um laço de confiança recíproca, pois pretendíamos continuar com esses encontros semanais por, pelo menos, mais 18 meses. Fomos bem-sucedidos. Tanto no laço de confiança quanto na sua aprovação naquele ano letivo.

A pedagoga daquela escola, durante uma conversa informal, relatou-nos que acompanhou José por quatro anos, desde quando ele lá chegou, para estudar no sexto ano. Ele era, segundo ela, um garoto bastante introvertido, com muitas dificuldades de interagir com os professores e demais colegas de sala. “Quando José entrou no colégio, em 2016, escondia-se atrás de uma coluna da sala e sob o capuz do moletom”, confidenciou-nos. A intenção, acrescenta a pedagoga, “era não ser visto e, consequentemente, não ser chamado pelos professores para participar da aula, seja respondendo a alguma pergunta ou indo ao quadro”. No entanto, com o passar do tempo, ele adquiriu mais autoconfiança e autonomia, envolvendo-se, principalmente, em atividades artísticas, como o desenho e a pintura.

Inclusive, vale relatar, no ano de 2019, em um concurso de desenho sobre o folclore do litoral de Santa Catarina, promovido pela sua escola, o trabalho de José ficou em segundo lugar. Até hoje, ele está emoldurado no saguão daquela escola (Figura 11).

Figura 11 - Desenho sobre o folclore do litoral de Santa Catarina elaborado por José

Fonte: acervo do autor

O ano de 2020 trouxe consigo o desafio do ensino médio, em uma nova escola do mesmo município de São José, SC e, inesperadamente, os encontros remotos, por conta da pandemia do novo Coronavírus[61]. Realizamos 31 videoconferências em 2020, algumas com duração de uma hora e meia, outras com duração de uma hora, totalizando cerca de 37 horas de encontros remotos. Novamente, fizemos um trabalho de tutoria, auxiliando-o com listas de exercícios de matemática e de física. José foi novamente aprovado e o segundo ano do ensino médio o aguardava.

Em 2021, ainda em virtude da pandemia do novo Coronavírus, continuamos no modo remoto até dezembro. No entanto, por uma questão de logística desta pesquisa, optamos por relatar os encontros ocorridos até setembro, totalizando, assim, 21 encontros, ao longo de mais de 23 horas.

Portanto, o nosso acompanhamento com o aluno ultrapassou dois anos, com 64 encontros catalogados, perfazendo mais de 70 horas. Todos esses encontros foram organizados com base na data, tema estudado e duração, conforme o Quadro 7 da seção 6.1.

A coleta de dados era feita através de relatórios. Nos encontros presenciais, registrávamos os fatos mais relevantes, logo após o seu encerramento. Já nos remotos, os registros eram feitos quase que de modo simultâneo ao nosso diálogo. Foram inúmeras anotações e muito material coletado, como listas de exercícios, figuras, provas, cadernos, entre outros.

Não optamos por dar destaque a alguma temática específica dentro dos conteúdos curriculares da matemática. Trabalhamos conforme a demanda apresentada pelo aluno. Esta escolha se deu por dois motivos: (1) como o auxiliávamos, tanto em matemática quanto em física, sempre havia muitas tarefas escolares para realizar. Assim, propor a ele outras tarefas, desvinculadas das suas obrigações curriculares, poderia gerar sobrecarga de trabalho e, quem sabe, um consequente desinteresse em permanecer como sujeito da nossa pesquisa; (2) as tarefas que ele trazia já contemplavam um conjunto significativo de temáticas, como Trigonometria, Equações, Expressões Numéricas e Algébricas, Geometria, Conjuntos,

[61] A pandemia do novo Coronavírus impactou (está impactando) o mundo de forma significativa. A doença causada por este vírus (SARS-Cov-2) foi nomeada como COVID-19 e os seus principais sintomas são febres, cansaço e tosse seca. A maioria das pessoas (cerca de 80%) se recupera da doença sem precisar de tratamento hospitalar e 1/6 das pessoas infectadas fica gravemente doente e desenvolve dificuldade de respirar. Até esta data, há mais de 422 milhões de casos e mais de 5,8 milhões de óbitos confirmados em todo o mundo. Fonte: https://www.paho.org/pt e https://www.who.int/publications/m/item/weekly-epidemiological-update-on-covid-19---22-february-2022. Acesso em: 20 Fev. 2022.

Funções, entre outras, capazes de proporcionar variadas observações acerca da sua aprendizagem.

O que buscamos nesta longa caminhada, vale lembrar, foi usar o filtro da TRRS como ferramenta para investigar o seu modo de aprender, tratar e compreender a matemática. O que a teoria duvalina pode dizer sobre os processos semiocognitivos implicados na aprendizagem da matemática pelo aluno José? A resposta a esta pergunta foi a bússola que nos guiou ao longo desses tantos encontros. Destacamos, também, que o nosso percurso investigativo foi ladrilhado com as Funções do Discurso (subseção 4.1.2), que bem se presta à análise semiocognitiva do discurso matemático.

Assim, no capítulo seguinte, iremos descortinar muito do que emergiu nos encontros com José e que julgamos pertinente para esta pesquisa, levando em conta, naturalmente, os seus objetivos. Vamos aos resultados e discussões.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES: O RELATO DO ESTUDO DE CASO

6.1 UMA VISÃO GERAL

Chegou o momento de detalharmos o que emergiu de mais importante ao longo dos nossos encontros com José. Lembramos que o nosso acompanhamento com o aluno ultrapassou dois anos, com 64 encontros catalogados, perfazendo mais de 70 horas. Todos esses encontros foram organizados com base na data, tema estudado e duração, conforme o Quadro 7, a seguir.

Quadro 7: Catalogação dos encontros com José

Encontros	Data	Assunto	Duração
1	30/08/2019	Teorema de Pitágoras	50 min
2	06/09/2019	Soma dos ângulos internos de um polígono convexo	45 min
3	18/09/2019	Relações trigonométricas no triângulo retângulo	50 min
4	25/09/2019	Relações trigonométricas no triângulo retângulo	50 min
5	04/10/2019	Relações trigonométricas no triângulo retângulo	50 min
6	09/10/2019	Semelhança de triângulos	50 min
7	16/10/2019	Semelhança de triângulos	50 min
8	23/10/2019	Semelhança de triângulos	50 min
9	30/10/2019	Semelhança de triângulos	50 min
10	06/11/2019	Teorema de Tales	50 min
11	13/11/2019	Semelhança de triângulos e Teorema de Tales	50 min
12	20/11/2019	Semelhança de triângulos e Teorema de Tales	50 min
13	29/04/2020	Movimento retilíneo uniforme	1h10min
14	13/05/2020	Transformação de unidades	1h30min
15	20/05/2020	Conjuntos numéricos	1h30min
16	27/05/2020	Conjuntos numéricos	1h30min
17	10/06/2020	Conjuntos numéricos	1h
18	17/06/2020	Conjuntos numéricos	1h
19	24/06/2020	Operações com números na forma fracionária	1h30min
20	01/07/2020	Operações com números na forma decimal	1h10min
21	08/07/2020	Movimento retilíneo uniforme	1h30min
22	15/07/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h
23	22/07/2020	Discussão a respeito de um problema aditivo	1h
24	14/08/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h20min
25	21/08/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h20min
26	28/08/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h20min
27	05/09/2020	Equações do segundo grau	1h20min
28	12/09/2020	Equações do segundo grau	1h
29	25/09/2020	Equações do segundo grau	1h
30	01/10/2020	Equações do segundo grau	1h10min
31	07/10/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h10min
32	13/10/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h10min
33	16/10/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h10min
34	20/10/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h
35	23/10/2020	Movimento retilíneo uniformemente variado	1h10min
36	26/10/2020	Queda livre	1h
37	28/10/2020	Queda livre	1h

38	05/11/2020	Queda livre	1h
39	10/11/2020	Queda livre	1h
40	27/11/2020	Equações do segundo grau	50min
41	01/12/2020	Equações do segundo grau	1h
42	04/12/2020	Lançamento oblíquo	40min
43	07/12/2020	Lançamento oblíquo	1h
44	02/03/2021	Progressão Aritmética	1h20min
45	16/03/2021	Termometria	50min
46	19/03/2021	Termometria	1h
47	23/03/2021	Termometria	1h
48	01/04/2021	Termometria	1h20min
49	26/04/2021	Progressão Geométrica	1h20min
50	29/04/2021	Termometria	1h
51	14/05/2021	Trigonometria	1h
52	20/05/2021	Matrizes	1h
53	08/06/2021	Matrizes	1h
54	11/06/2021	Dilatação térmica	1h
55	15/06/2021	Matrizes	50min
56	25/06/2021	Calorimetria	1h
57	29/06/2021	Calorimetria	1h30min
58	08/07/2021	Sistemas de equações lineares	1h
59	09/07/2021	Trigonometria	1h
60	05/08/2021	Matrizes	1h
61	24/08/2021	Porcentagem	1h45min
62	06/09/2021	Determinantes	1h
63	10/09/2021	Sistemas de equações lineares	1h
64	16/09/2021	Gases ideais	1h30min

Fonte: produção do autor

Elencaremos, a seguir, alguns apontamentos que julgamos importante destacar, por conta da regularidade e potência com que emergiram ao longo dos encontros. Nem todos os 64 encontros serão citados. Isto se justifica porque os aspectos semiocognitivos da aprendizagem da matemática que destacamos acabaram se repetindo em muitos deles.

Também esclarecemos que, como esta tese está dentro da perspectiva da Educação Inclusiva, ao citarmos alguns tipos de erros cometidos pelo nosso aluno, e que a literatura relata como típicos dos sujeitos com DD, nossa intenção, muito longe de sentenciar incapacidades, é levantar questionamentos e, quem sabe, acrescentar um diferente caminho para a compreensão da dinâmica de aprendizagem de um aluno com DD, à luz da TRRS. Entendemos que esta teoria pode trazer outros olhares para a compreensão da problemática da DD e, quiçá, contribuir para uma aprendizagem da matemática de forma mais eficaz pelo nosso aluno. Vamos aos apontamentos.

6.2 APONTAMENTOS

6.2.1 Apontamento 1: A memória

É consenso na literatura que crianças com DD têm dificuldade de lembrar fatos aritméticos básicos, bem como na execução de procedimentos de cálculo (BASTOS, 2016, p. 182; BUTTERWORTH, 2005b, p. 458; CORSO; DORNELES, 2012, p. 637; DÍAZ, 2011, p. 324; FERREIRA; HAASE, 2010, p. 120; SANTOS, 2017, p. 62; SZÜCS, 2016, p. 278). Constatamos em nossos encontros, recorrentemente, que operações aritméticas básicas, como a soma $7 + 8$ ou o produto 7×3, por exemplo, não eram recuperadas de modo automático da Memória de Longo Prazo (MLP) pelo nosso aluno, tinham que ser executadas a cada nova ocorrência, geralmente com o recurso dos dedos das mãos, provavelmente como forma de reduzir as demandas da Memória de Trabalho (MT), conforme aponta Geary (1990, p. 380).

Mas qual o problema em usar os dedos das mãos para efetuar operações aritméticas básicas? No nosso ponto de vista, nenhum. No entanto, isto mostra que o sujeito está efetuando o cálculo e não simplesmente recuperando o resultado da MLP, ou seja, está usando um espaço da MT que poderia ser utilizado para atender a outras demandas (CORSO; DORNELES, 2012, p. 639; SWELLER; VAN MERRIENBOER; PAAS, 1998, p. 258; WILLINGHAM, 2011, p. 149). No encontro 16, por exemplo, durante a resolução de um problema, fez-se necessário efetuar um cálculo auxiliar, o produto 8×5.

"Vai dar 41, professor!" – respondeu José com este enunciado completo de valor social de certeza e valor lógico falso.

"Pense um pouco melhor" – solicitamos a ele.

"Sim, vai dar 41." – reafirmou

"Tente mais uma vez" – insistimos.

"Ahhh, vai dar 39!" – respondeu-nos com este novo enunciado completo, e com o mesmo valor social e lógico do primeiro.

Em todas as tentativas ele usou o procedimento de somas de parcelas iguais, contando com o auxílio dos dedos das mãos. A simples operação de 8×5, após todas as nossas intervenções, consumiu um tempo próximo de quatro minutos. É importante ainda pontuar que este era apenas um cálculo de percurso, não a questão central do problema.

Em outro momento, no encontro 30, José começou a resolver o seguinte exercício: "Um móvel parte do repouso e desenvolve uma aceleração constante de $3m/s^2$ durante 4 segundos. Determine o deslocamento desse móvel". Ele identificou que a incógnita do problema (designada em língua natural por "deslocamento") deveria ser redesignada pela letra

S; que o tempo deveria ser redesignado por $t = 4$; com a nossa ajuda, concluiu que pelo móvel estar em repouso, segundo as suas palavras, “a velocidade inicial vale zero” (um enunciado completo com valor lógico verdadeiro); em seguida, converteu este enunciado em língua natural para o registro algébrica “$v_0 = 0$”; por fim, buscou corretamente a fórmula $S = S_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, configurando uma operação de Predicação dentro da Função Apofântica. Percebemos, deste modo, que José iniciou a expansão do discurso da maneira esperada. Em seguida, ao substituir os dados na fórmula, precisou efetuar o cálculo de 4^2. Usando os dedos das mãos, José respondeu:

“Deu 17, professor”.

“Acho que não, tente refazer”.

“Espera... 13, 14, 15, 16. Ah, dá 16!” – novamente se apoiando nos dedos das mãos e na fala, que, para Kaspary e Bittar (2013, p. 1428) são objetos ostensivos de baixa valência instrumental.

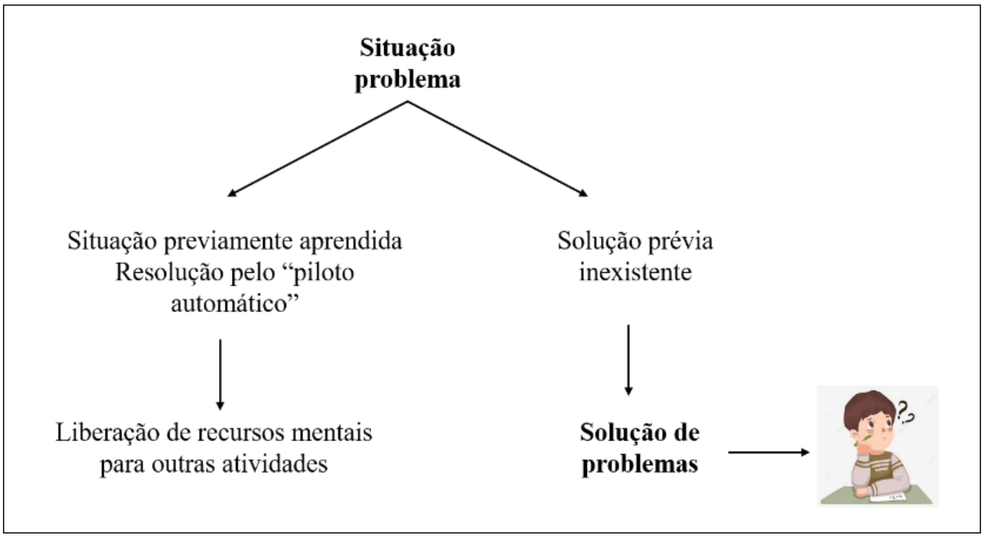
Isto nos remeteu ao que disse Willingham (2011, p. 150) acerca da MT. Segundo ele,

> [...] a memória de trabalho é o lugar no cérebro onde ocorre a reflexão, onde combinamos ideias e as transformamos em algo novo. A dificuldade está em que o espaço da memória de trabalho é limitado e quando tentamos colocar muito conteúdo nela, surge a confusão e perdemos de vista o problema que estamos tentando resolver, a história que queremos seguir, os fatores que tentamos pesar antes de tomarmos uma decisão complexa (WILLINGHAM, 2011, p. 150, tradução nossa).

Assim, os cálculos de percurso (8×5 ou 4^2), inicialmente periféricos em um problema e que poderiam ser simplesmente recuperados da MLP (caso já estivessem automatizados), transformam-se em um novo problema, perdendo-se de vista o objetivo inicial.

Deste modo, com base no que afirmam Corso e Dorneles (2012, p. 639), Sweller; Van Merrienboer e Paas (1998, p. 258), Willingham (2011, p. 149-150) a respeito da liberação de recursos da MT quando já se tem dados e informações previamente armazenados na MLP e, também, apoiado nas observações do nosso Estudo de Caso, entendemos que a Figura 12, a seguir, apresentada na palestra “Ciências cognitivas e filosofias educacionais: contribuições e obstáculos epistemológicos” (SIMPLÍCIO, 2020), durante no I Encontro Potiguar de Neurociência Cognitiva e Educação Matemática, resume de forma simplificada o comportamento do nosso aluno diante de alguns problemas de matemática.

Figura 12: Enfrentamento de uma situação problema



Fonte: Simplício (2020)

Ou seja, em uma situação-problema, um cálculo de percurso, como 8×5, transforma-se uma nova situação-problema. E este encadeamento pode se repetir muitas vezes, dependendo da complexidade da situação-problema original.

Na sequência, daremos destaque a mais alguns dos inúmeros problemas que exigiram de José a execução de subtarefas e cálculos de percurso, fazendo com que ele perdesse, com certa facilidade, o fio da meada do problema inicial.

No encontro 20, uma das suas tarefas consistia em resolver problemas com números racionais, como: "Escreva na forma de fração irredutível: $0{,}2.1{,}\overline{3} + 0{,}8$". Já no início, José não se lembrava da Conversão dos números decimais 0,2 e 0,8 para o registro na forma fracionária, isto é, não recuperou este fato da MLP. Na sequência, além de ele não reconhecer a dízima periódica $1{,}333\ldots$ no representante $1{,}\overline{3}$, também não recordava como efetuar a sua transformação em fração, precisando novamente alocar recursos da MT. Intervimos propondo o seguinte cálculo:

$$1{,}\overline{3} = 1{,}333\ldots$$
$$= 1 + 0{,}333\ldots$$
$$= 1 + \frac{3}{9}$$
$$= \frac{9}{9} + \frac{3}{9}$$

$$= \frac{12}{9}$$

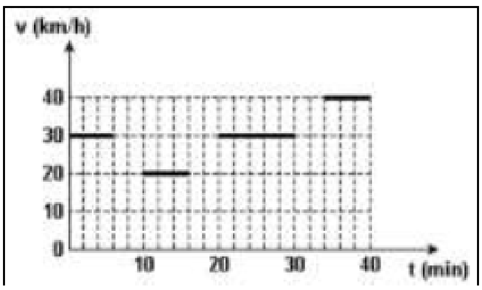
$$= \frac{4}{3}$$

Cabe destacar que durante esses procedimentos ainda discutimos o processo de transformação de $0,333 \dots$ na fração $\frac{3}{9}$. Após isso, retornamos à expressão original, substituímos os números decimais pelos fracionários e obtivemos $0,2.1,\overline{3} + 0,8 = \frac{2}{10} \cdot \frac{4}{3} + \frac{8}{10}$. Nesta última etapa, foi necessário efetuar o produto das duas primeiras frações (conceito que ele não conseguiu recuperar da MLP); em seguida, somar este resultado com a fração $\frac{8}{10}$ e simplificar a fração final, já que o enunciado pedia o resultado na forma de fração irredutível. Vale destacar que José também não conseguiu recuperar os conceitos de soma de frações e de fração irredutível da MLP. Notemos, além disso, os inúmeros cálculos aritméticos básicos que foram necessários em todas as etapas (cálculos de percurso), praticamente todos exigindo recursos da sua MT, já que em poucas vezes observamos ele recuperar resultados já armazenados na MLP. Assim, a situação da coluna da direita descrita na Figura 12 ocorreu de forma recorrente na resolução da questão originalmente proposta.

Outro exemplo de exercício que vale à pena destacar surgiu no encontro 34, conforme Figura 13.

Figura 13: Exercício de Movimento Retilíneo Uniforme

06. O gráfico desta questão representa a velocidade de um ônibus, no decorrer do tempo, que faz o trajeto entre sua casa e a escola, parando em alguns pontos pelo caminho. Você entra no veículo e, 40 min. depois, está parando bem em frente da escola. Com as informações contidas no gráfico, pode-se dizer que a distância percorrida pelo ônibus, nesses 40 min., foi de:



a) 920 km.
b) 14 km.
c) 12 km.
d) 24 km.
e) 40 km.

Fonte: Lista de exercícios do professor

José identificou que a incógnita do problema, designada no enunciado, em língua natural, por “distância percorrida”, poderia ser redesignada por S; apontou, corretamente, que a fórmula a ser utilizada era $S = S_0 + v_0t$, isto é, efetuou a operação de Predicação. Porém, o discurso estacionou neste estágio, ele não compreendia como dar segmento ao problema. Ficou, como disse Duval (2011a, p. 119), “[...] com o espírito bloqueado, sem nada reconhecer daquilo que é possível fazer”. Explicamos a ele, então, que a resolução passaria por cinco etapas: usar a fórmula anterior em cada um dos quatro intervalos de tempo (0 a 6, 10 a 16, 20 a 30 e 34 a 40) e, em seguida, adicionar os valores da distância percorrida obtidos em cada um desses intervalos. Não bastasse tudo isso, ainda era necessário encontrar os valores da velocidade e do tempo de deslocamentos em cada desses intervalos. Juntando-se a tudo isto os inevitáveis cálculos aritméticos básicos (que orientamos fazer com a calculadora), o tempo de resolução ficou próximo de 30 minutos, mesmo com o nosso acompanhamento e orientação. Observamos, novamente, que quanto maior é o número de subtarefas em um problema, mais improvável o sucesso do nosso aluno, nem mesmo pelo ponto de vista matemático[62].

No encontro 39 resolvemos mais um exercício repleto de subtarefas, conforme a Figura 14.

[62] Raymond Duval concebe o sucesso visto pelo ponto de vista matemático e pelo ponto de vista cognitivo: “Ter sucesso, de um ponto de vista matemático, é alcançar um resultado matematicamente correto para uma pergunta ou um problema. No ensino, isso é avaliado em uma escala de tempo muito pequena, logo após a sequência de atividades que visava uma nova aquisição. Do ponto de vista cognitivo, ter sucesso é ser capaz de realizar com êxito a transferência de um conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes e sem jamais tê-las visto antes. Isso é avaliado numa outra escala de tempo muito maior, ou seja, com o decorrer dos anos e para além do término dos estudos” (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 20-21).

Figura 14: Exercício de Lançamento Vertical

08. Dois objetos A e B, de massas m_A = 1 kg e m_B = 2 kg, são simultaneamente lançados verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial, a partir do solo. Desprezando a resistência do ar, podemos a firmar que:

a) A atinge uma altura maior do que B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
b) A atinge uma altura menor do que B e volta ao solo antes de B.
c) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo antes que B.
d) A atinge uma altura igual à de B e volta ao solo ao mesmo tempo que B.
e) A atinge uma altura maior do que B e volta ao solo depois de B.

Fonte: Lista de exercícios do professor

O grau de complexidade deste exercício mostrou-se acima dos anteriores para José. Primeiro, por se tratar de uma questão que exigia a comparação da altura e do tempo de dois objetos diferentes (A e B); segundo, pela falta de dados numéricos para a velocidade inicial; terceiro, pelo enunciado ter fornecido dados de massa ($m_A = 1kg$ e $m_B = 2kg$), cujos significantes não estavam presentes em nenhuma das fórmulas disponibilizadas sobre o tema (movimentos verticais no vácuo). “Por onde começo, professor?”, questionou José diante de mais um exercício.

Inicialmente, propomos a ele designar um valor numérico qualquer para a velocidade inicial dos dois objetos ($v_0 = 10m/s$, por exemplo). Em seguida, como desejávamos obter a altura, discutimos qual a melhor fórmula a ser utilizada e concluímos que seria $v^2 = {v_0}^2 - 2g\Delta h$. Neste ponto foi preciso recorrer a um fato conceitual, que é o valor da velocidade ser nula quando o objeto está na sua altura máxima (ele lembrava desse fato – uso da função Apofântica, com valor epistêmico de certeza e lógico de verdade). Ao substituirmos estes dados na fórmula (o valor da gravidade $g = 10$ já vinha sendo por nós utilizado ao longo dos encontros), obtivemos $0 = 100 - 20\Delta h$. Ao efetuar um Tratamento equivocado[63], José obteve $0 = 80\Delta h$. Depois que interferimos, ele refez os cálculos, chegando em $0 + 20 =$

[63] Este tipo de equívoco será discutido com mais detalhes na seção 6.2.4.

100Δh, novamente equivocado. Após mais uma intervenção nossa, ele finalmente resolveu a equação e obteve $\Delta h = 5m$ (que representava a altura máxima do primeiro objeto).

Para obter o tempo em que o objeto retornaria ao solo, conjuntamente concluímos que a fórmula mais adequada seria $H = v_0 t - \frac{g}{2}t^2$. A substituição dos dados numéricos nos levaram a uma equação do segundo grau na variável t, a saber, $5 = 10t - 5t^2$. Quando o questionamos sobre como resolvê-la, ele disse que não sabia (é importante destacar que a resolução de equações do segundo grau já havia sido bastante discutida por nós em diversas aulas), isto é, ele não conseguiu recuperar da MLP. A partir deste ponto, outras dificuldades foram surgindo, como o Tratamento da equação para se chegar ao modelo canônico $t^2 - 2t + 1 = 0$, a identificação dos coeficientes a, b e c, a sua substituição na fórmula de Báskara e, finalmente, a obtenção das raízes. Cada uma destas etapas configurou-se como um novo problema a ser enfrentado pela MT, conforme a segunda coluna da Figura 12.

Feitos esses cálculos para o objeto A, ainda tivemos dificuldade em ajudá-lo a compreender que não era necessário refazê-los para o objeto B, pois seriam exatamente os mesmos de A. Pudemos notar, novamente, o grande número de subtarefas exigidas nesta questão, demandando grande atenção, capacidade de gerenciamento das etapas e dos valores intermediários obtidos, exigindo grande desempenho do executivo central e, por conseguinte, da MT.

Estes foram apenas três dos vários exercícios que estiveram presentes nas tarefas de escola do José e que exigiram inúmeras subtarefas ou cálculos de percurso, mostrando grande incidência da segunda coluna na Figura 12. Em outras palavras, de maneira recorrente, quase todos os problemas ou tarefas tinham um caráter de novidade, exigiam recursos da MT, pois não eram resgatados da MLP, logo, transformando-se em um novo problema no interior de um problema. Encontrar o fio da meada, refazer o caminho de volta e tomar consciência do problema inicial era um grande desafio e, inevitavelmente, o nosso aluno sucumbia ou ficava à deriva em meio a tantas subtarefas e cálculos de percurso. No nosso entendimento, então, exercícios com estas características precisam ser repensados antes de serem propostos aos alunos com DD. Além disso, percebemos maior sucesso de José na resolução de exercícios que apresentavam poucas ou quase nenhuma subtarefa.

Por outro lado, é também importante dar destaque a alguns momentos em que ele recuperou da MLP conteúdos que já havíamos abordado. No encontro 3, por exemplo, ele respondeu de pronto à nossa pergunta inicial sobre o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo. Mais ainda, lembrou do procedimento de dividir um polígono convexo em triângulos, como estratégia para obter a soma dos ângulos internos de um quadrilátero, pentágono etc. (expansão do discurso do tipo Cognitiva), temática trabalhada no encontro anterior, ocorrido há doze dias.

No encontro 4, iniciamos perguntando o que ele sabia a respeito do triângulo retângulo, assunto que discutimos na semana anterior. Ele automaticamente apontou onde estavam os catetos e a hipotenusa no triângulo que havíamos desenhado e, além disso, enunciou o teorema de Pitágoras de forma precisa (uso das funções Referencial e Apofântica – uso da Predicação com valor lógico de verdade).

Por último, destacamos um fato curioso ocorrido no encontro 15, onde esteve presente a temática de conjuntos numéricos. Ao lhe perguntarmos se lembrava do conceito de número primo, ele respondeu que "é quando divide só por ele e por 1, né?" (Ato Ilocutório bem demarcado, caracterizando um valor social de pergunta a essa unidade Apofântica). Mas, de forma contrastante, não soube listar os meses do ano, quando resolvemos um problema que solicitava a escrita do conjunto dos meses que iniciavam pela letra "p". Além disso, ao lhe perguntarmos sobre qual a capital do Brasil, situação que surgiu por conta de um novo exercício sobre conjuntos que envolvia capitais de países sul-americanos, respondeu que era São Paulo e, depois, tentou corrigir afirmando que era Rio de Janeiro. Também não sabia se o Estado de Santa Catarina ficava no sul ou no norte do país.

Certamente, esses episódios em que ele recuperou da MLP alguns fatos não tão corriqueiros (como o conceito de número primo), mas não teve o mesmo sucesso com fatos do cotidiano, como a capital do Brasil, merecem uma maior investigação, algo que está fora do objetivo deste trabalho. No entanto, retornando ao que observamos ao longo da resolução dos problemas de matemática e de física, entendemos como imprescindível que todos os profissionais envolvidos, direta ou indiretamente, nos processos de ensino e aprendizagem, sejam autores de livros didáticos, professores, pedagogos etc., levem em conta a condição dos sujeitos com DD, em particular aqui, as suas dificuldades com a(s) memória(s). Reiteramos que problemas que envolveram muitas subtarefas ou cálculos de percurso representaram um desafio quase instransponível para o nosso aluno. Neste sentido, a presença destes tipos de problemas nas tarefas escolares de alunos com DD merece ser repensada ou, no mínimo, vista com boa dose de parcimônia.

Quanto aos cálculos de percurso, entendemos que uma maneira de evitar que eles se transformem em uma nova situação-problema dentro de uma situação-problema dada, pode ser, por exemplo, com o recurso às calculadoras. Cast (2011, p. 26, tradução nossa) afirma que “Onde quer que a capacidade de memória de trabalho não seja relevante para uma lição, é importante fornecer uma variedade de andaimes internos e ajudas organizacionais externas [...] para manter a informação organizada e ‘em mente’”.

Mais ainda, Cast (2011, p. 24) observa que há uma tendência na escolarização de se dar foco nas ferramentas tradicionais ao invés das contemporâneas, trazendo muitas consequências ruins para o processo de inclusão, como a limitação de conteúdos e métodos de ensino que podem ser implementados, além de restringir a pluralidade de alunos que podem ter sucesso na aprendizagem. Assim, a menos que uma lição tenha como foco a aprendizagem de uma específica ferramenta (como desenhar com o compasso, por exemplo), os currículos devem oferecer uma grande variedade de ferramentas para os alunos, dentre as quais, calculadoras, blocos de papel milimetrado, verificadores ortográficos ou gramaticais, software de reconhecimento de voz etc.

É fundamental também destacar a compreensão de Duval (2001, p. 41) acerca dos modos fenomenológicos (internos e externos) dos Tratamentos matemáticos, como as operações aritméticas básicas, e o custo cognitivo que essas formas de tramento representam. Para ele,

> A capacidade de tratamento mental é extremamente limitada em razão das limitações da memória de curto prazo e da necessidade de repetição para não esquecer quase tudo instantaneamente (multiplicar mentalmente dois números primos de três dígitos cada um). Ao contrário, a produção externa escrita e não a produção externa oral oferece uma extensão considerável dessa capacidade, **reduzindo o custo cognitivo**. Nesse sentido, será possível distinguir a produção escrita do lápis/papel e a produção na tela do computador. A produção externa escrita oferece não apenas uma extensão quase ilimitada, mas também uma velocidade incomparável com o modo de tratamento mental” (DUVAL, 2001, p. 41, tradução nossa, grifo nosso).

Ainda que o autor da TRRS não tenha explicitamente defendido o uso de calculadoras em salas de aula, é possível perceber que ele é defensor das produções externas (lápis/papel e computador), considerando sua capacidade de ampliação do modo mental de realização de Tratamentos matemáticos.

Com respeito aos problemas ou exercícios que apresentam muitas subtarefas, voltamos a assinalar que eles devem ser repensados, dado que não são um objetivo de aprendizagem em si, mas uma forma, meio, estratégia ou caminho para se chegar no objetivo.

Portanto, como os problemas de matemática e de física propostos aos alunos são meios, eles podem ser diversificados e terem, ou não, muitas subtarefas. Assim, entendemos que compete ao professor fazer as escolhas das ferramentas, estratégias e meios mais adequados para que todos os alunos atinjam o objetivo de aprendizagem.

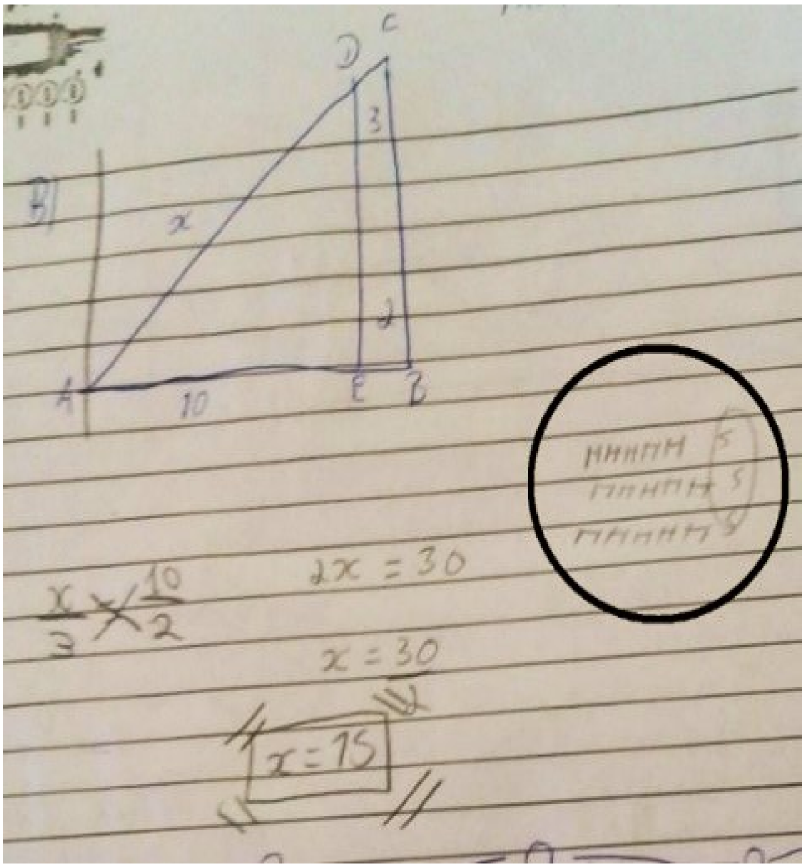
Finalizamos com um questionamento: se a automatização de processos libera espaço na memória de trabalho, como fica um aluno com DD que, mesmo fazendo inúmeras repetições, não consegue automatizar nem mesmo as tabuadas básicas?

6.2.2 Apontamento 2: O recurso às representações auxiliares e/ou objetos ostensivos de baixa valência instrumental e semiótica

Conforme já destacamos na seção anterior, José recorria aos dedos das mãos sempre que precisava efetuar algum cálculo aritmético básico, desde tabuadas a simples adições e subtrações. Esta situação costuma ser relatada na literatura como marcante nos sujeitos com DD (APA, 2014, p. 66; DÍAZ, 2011, p. 340; SANTOS, 2017, p. 62) e, para Geary (1990, p. 380), pode estar ligada à tentativa de redução das demandas da Memória de Trabalho (MT).

Além dos dedos das mãos, José também recorria a outros dois expedientes como apoio nos cálculos aritméticos básicos: os risquinhos, que Santos (2017, p. 62) chama de elementos não simbólicos; e a escrita de parcelas ou fatores iguais para cálculo de produtos e potências. Alguns autores nomeiam estas práticas de estratégias imaturas de cálculo e entendem que a sua recorrência pode indicar sintoma de DD (BUTTERWORTH, 2005b, p. 459; SANTOS, 2017, p. 62). Geary (1994, p. 184-186) chega a associar o uso desses artifícios a um subtipo de DD, o processual, conforme seção 2.6.3. Trazemos, a seguir, algumas imagens em que estas situações ocorreram.

Figura 15: Exercício de Trigonometria resolvido por José

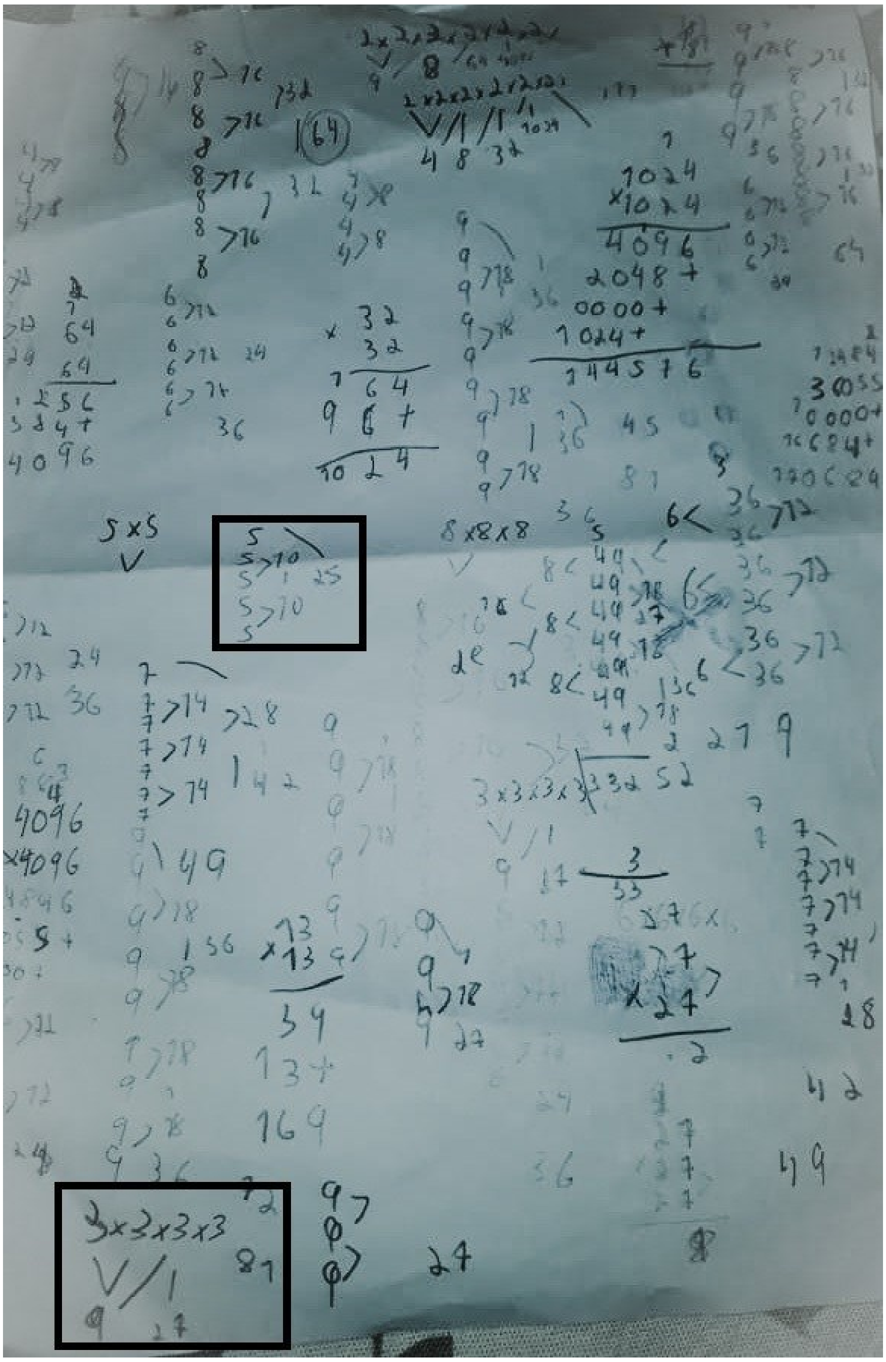


Fonte: acervo do autor

Aqui, vemos a imagem de um exercício resolvido por José, em que colocamos em destaque sua estratégia para resolver a divisão de 30 por 2. Percebemos, inicialmente, que ele identificou o número 30 com três blocos de dez risquinhos. Em seguida, agrupou-os de dois em dois, totalizando cinco destes grupos em cada linha, conforme ele mesmo grafou ao final de cada uma delas. Somando estes três valores (5 + 5 + 5), obteve o resultado da divisão de 30 por 2, isto é, 15.

A seguir, na Figura 16, trazemos a imagem do verso de uma de suas provas, que ele usou como rascunho para efetuar alguns cálculos aritméticos básicos.

Figura 16: Folha de cálculos utilizada por José (a)



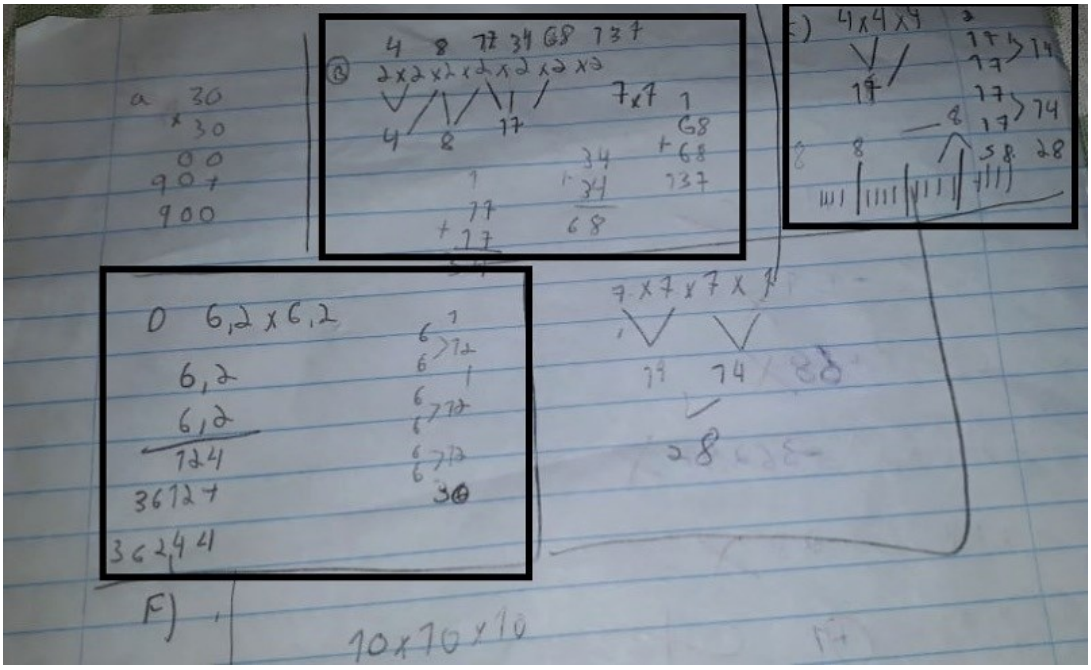
Fonte: acervo do autor

Podemos perceber como ele recorreu, sistematicamente, à escrita de parcelas iguais para efetuar produtos, como destacamos no primeiro retângulo da imagem. Ali, ele calculou 5×5, inicialmente escrevendo cinco números 5, em seguida somando-os dois a dois, de baixo para cima, para obter dois valores iguais a 10 e, finalmente, adicionou o primeiro número 5 aos dois números 10 para chegar no resultado 25.

Outra situação que ilustramos encontra-se no retângulo da parte de baixo da imagem (Figura 16). José calculou a potência 3^4 escrevendo quatro fatores iguais a 3. Ele multiplicou os dois primeiros, obtendo 9, em seguida multiplicou este resultado pelo próximo número 3, chegando em 27 e, finalmente, multiplicou-o pelo quarto número 3, obtendo 81.

Para finalizar, apresentamos a Figura 17, destacando três situações nos retângulos indicados.

Figura 17: Folha de cálculos utilizada por José (b)



Fonte: acervo do autor

No primeiro retângulo podemos novamente observar a escrita de fatores iguais para o cálculo da potência 2^7. José multiplicou os dois primeiros fatores, obtendo 4. Depois o produto deste 4 pelo próximo 2 resultou em 8, mas, a multiplicação do 8 pelo próximo 2 resultou, equivocadamente, em 17.

No retângulo logo abaixo deste podemos observar a resolução que o aluno apresentou para o produto $6{,}2 \times 6{,}2$. Ele armou o algoritmo, multiplicou 2 por 2, obtendo 4; depois 2 por 6, chegando em 12 e finalizou esta primeira etapa escrevendo o número 124, resultado do produto de 2 por 62. Na sequência do algoritmo, ele corretamente deixou em branco a casa embaixo do algarismo das unidades e pôs-se a efetuar o produto do 6 por 62. Aí podemos notar que ele se equivocou, pois multiplicou 6 por 2 e escreveu este resultado (12) ao invés de escrever apenas o algarismo das unidades (2) e armazenar a dezena (dígito 1) para adicionar ao resultado do produto seguinte. Na sequência, ele efetuou o produto de 6 por 6, obteve 36 e o escreveu ao lado do 12, trazendo o número 3612 com resultado do produto de 6 por 62. Além desses equívocos, vale destacar que para realizar o produto 6×6, José novamente recorreu à estratégia de somas de parcelas iguais, como se pode constatar na parte direita do retângulo, em que ele escreveu seis números 6, adicionou-os em grupos de 2, obtendo três parcelas de 12 e, ao final, adicionou-os para chegar em 36.

Ainda com relação à Figura 17, no retângulo localizado no canto direito percebemos a sua intenção de resolver a potência 4^3. Como em outras situações aqui já apontadas, ele usou a estratégia de multiplicar os fatores da esquerda para a direita. Notamos que ele já cometeu um erro na largada, ao multiplicar $4 \times 4 = 17$. Na parte de baixo do retângulo podemos observar 16 risquinhos, separados por 3 riscos maiores, que entendemos terem sido usados por José como suporte para efetuar o produto 4×4, isto é, ele fez quatro parcelas de quatro. Possivelmente, ao nosso ver, ele adicionou um dos riscos maiores aos 16 risquinhos menores, chegando no equivocado resultado 17. No lado direito do retângulo percebemos sua intenção de efetuar o produto do número 17 pelo 4 seguinte, novamente recorrendo à escrita de parcelas iguais. Ele efetuou a soma clássica, primeiro adicionando as unidades. Notamos que ele somou os dois primeiros 7 obtendo 14 e fez o mesmo com os dois últimos 7. Em seguida, adicionou os dois valores 14, chegando em 28. A seguir, transportou o número 2 para a parte de cima da coluna das dezenas. No entanto, ao somar 2+1+1+1+1, obteve 5, e não 6. Desse modo, seu produto de 17 por 4 resultou em 58, não em 68.

No âmbito da TRRS, os dedos das mãos e os risquinhos podem ser considerados como representações auxiliares que exercem funções materiais, em virtude das operações mentais ou materiais que permitem realizar (DUVAL, 2001, p. 58). Na teoria duvalina, esse tipo de representação auxiliar "[...] serve de material para as operações cuja execução é necessária para compreender o que a representação principal representa" (DUVAL, 2001, p. 58, tradução nossa). Isto se confirma ao percebemos José escrevendo quatro fatores iguais a 3 como material para a execução da operação presente na representação principal 3^4 (Figura 17); o mesmo ocorrendo quando José manipula os dedos das mãos ou escreve quatro blocos de quatro risquinhos como material (representação auxiliar) para efetuar a operação identificada na representação principal 4×4 (Figura 17); de igual modo, quando ele escreveu trinta risquinhos, agrupo-os de dois em dois e depois de cinco em cinco, para efetuar a divisão $30/2$ (Figura 15). Claramente, os risquinhos serviram de material manipulativo para execução de uma operação aritmética.

Conforme já nos posicionamos no Apontamento 1, não fazemos ressalvas quanto ao uso dos dedos das mãos como auxílio na execução de cálculos aritméticos básicos. Acrescentamos que também não nos opomos ao uso dos risquinhos como suporte para a execução de cálculos. No entanto, o autor da TRRS afirma que, como representações semióticas auxiliares com função material, eles

> [...] não têm nem a potência semântica nem a potência combinatória que estão presentes nos sistemas semióticos. Tal recurso, pois, não é mais do que um esboço de semiotização que não preenche o abismo entre os objetos reais e as representações semióticas (DUVAL, 2001, p. 62, tradução nossa).

Em outras palavras, na TRRS os dedos das mãos, os risquinhos e a escrita de parcelas ou fatores iguais para o cálculo de produtos e potências são considerados uma ferramenta de baixa potência semântica e semiótica. E, especificamente em relação aos risquinhos, Duval (2001, p. 61-62) afirma que há um abismo entre eles o sistema de numeração decimal.

Isto vem ao encontro do que Bosch; Chevallard (1999, p. 23-27) chamam de instrumentalidade (ou valência instrumental) e semioticidade (ou valência semiótica) dos objetos ostensivos, discutidos na seção 4.2. Para estes autores,

> Toda matematização, em geral, acarreta uma redução ostensiva dos instrumentos do trabalho matemático, que 'projeta' os diferentes registros inicialmente ativados sobre aqueles que podem ser colocados por escrito (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 20, tradução nossa).

Em outras palavras, o desenvolvimento da atividade matemática induz o abandono dos ostensivos que estavam presentes na construção inicial dos objetos matemáticos, ao mesmo tempo em que são substituídos por outros ostensivos (escritos) de maior valência instrumental e semiótica.

A este respeito, Duval (2018, p. 6) afirma que

> as operações numéricas que se pode fazer com elementos materiais ou com traços dizem respeito à sua disposição espacial [...]. Estes elementos servem apenas de suporte para uma operação de contagem, quer dizer, para uma designação verbal sucessiva de cada um desses elementos [...]. Em contrapartida, as operações que se pode fazer com os números no sistema decimal estão relacionadas aos dígitos e a posição deles na escrita. Estes sistemas permitem que se calcule sem precisar fazer

> alguma contagem e de forma independente da grandeza dos números. Portanto, oferecem um potencial de cálculo ilimitado quando comparado a outros tipos de representações.

Nesta linha, a respeito do ostensivo “risquinhos”, utilizados pelas crianças e sugeridos em livros didáticos, Kaspary; Bittar (2013, p. 1426) afirmam que eles podem ser utilizados com eficácia “em situações nas quais o trabalho é realizado com números naturais até 10, quiçá até 20, mas não mais que isso, pois caso contrário, será custoso e propício a erros, sendo mais adequada a mobilização de outros ostensivos”.

Ora, já apontamos, no retângulo do canto direito da Figura 17, que José, ao desenhar dezesseis risquinhos, separados por três riscos maiores, como suporte para efetuar o produto 4×4, equivocou-se, provavelmente adicionando um dos riscos maiores aos dezesseis menores, chegando no número 17 como resultado do produto 4×4.

Na mesma Figura 17, no primeiro retângulo, o nosso aluno escreveu sete fatores iguais a 2 ($2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$) para efetuar a potência 2^7, mas, ainda assim, resolveu de forma equivocada. Perguntamo-nos como ele efetuaria, por exemplo, 2^{15}? Ele iria escrever quinze fatores iguais a 2?

Assim, os dedos das mãos, risquinhos e a escrita de parcelas ou fatores iguais são objetos ostensivos de baixa valência, tanto semiótica quanto instrumental. São úteis e oportunos quando as primeiras noções de operações aritméticas básicas são introduzidas, mas pouco eficazes, instrumental e semioticamente falando, à medida em que os conhecimentos matemáticos se tornam mais abstratos.

Deste modo, a fim de evitar que as operações aritméticas básicas se transformem numa barreira para a compreensão de outros saberes matemáticos para os alunos com DD, propomos, conforme já assinalamos no Apontamento 1, que elas sejam efetuadas com o auxílio de calculadoras.

6.2.3 Apontamento 3: A troca de operações aritméticas

Pequeno excerto do nosso primeiro encontro, realizado em 30/08/2019:

“Oito vezes oito dá dezesseis, né professor?” – questionou-nos José com este enunciado completo com valor social de pergunta.

“Vamos fazer assim, quanto dá oito mais oito?” - retrucamos.

“Ah, tá certo, era pra multiplicar e eu somei!” - admitiu José, através de um enunciado completo com valor epistêmico de certeza, instante em que parece ter havido uma Objetivação.

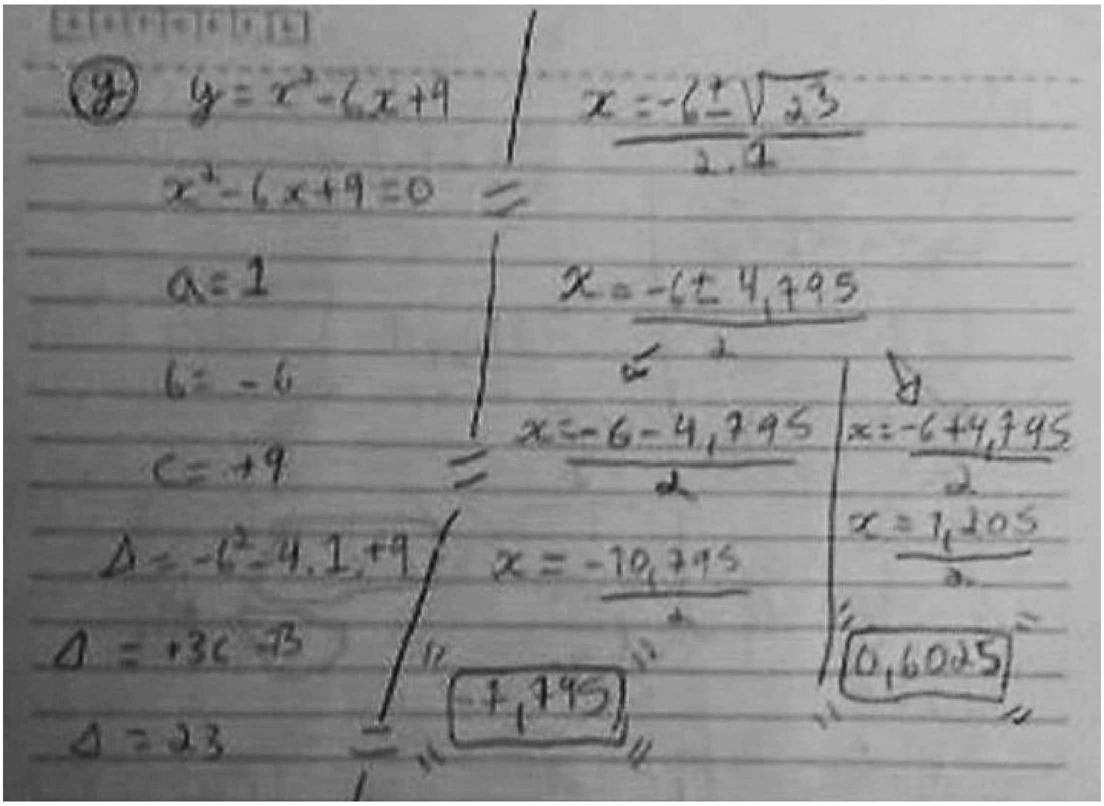
A inversão de cifras da aritmética básica é uma importante dificuldade apresentada pelos sujeitos com DD (DÍAZ, 2011, p. 323 e 340; FERREIRA; HAASE, 2010, p. 120; KOSC, 1974, p. 167-168; APA, 2014, p. 66). No caso do nosso aluno, concentrou-se, recorrentemente, na troca da multiplicação pela adição, mas, também, na troca da potenciação pelo produto (elevar ao quadrado era substituído pelo dobro) e da radiciação pela divisão (a extração da raiz quadrada era efetuada como uma divisão por dois).

Esta dificuldade com as operações aritméticas básicas é tão marcante na DD, que está presente na própria nomenclatura e nas definições que os dois principais manuais médicos atribuem a este transtorno. No CID-10, a DD é chamada de Transtorno Específico da Habilidade em Aritmética e está relacionada a déficits de “domínio de habilidades computacionais básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão” (OMS, 1993, p. 48). Já o DSM-5 concebe a DD como Transtorno Específico da Aprendizagem com prejuízo na matemática, associada a problemas no processamento de informações numéricas, aprendizagem de fatos aritméticos e realização de cálculos básicos com fluência e precisão, não resultando de escolarização inadequada ou falta de oportunidade (APA, 2014, p. 67 e 68).

Retornando ao nosso Estudo de Caso, a troca da multiplicação pela adição ocorria de forma tão natural, que muitas vezes deixamos de registrar. Apontaremos apenas mais algumas ocorrências.

No encontro 27, ele efetuou o produto “$4.24 = 28$”; no vigésimo oitavo encontro, a troca foi na operação “$(-3).(-3) = -6$”; no 36, registramos “$20.20 = 40$”; já no 40, ao calcular o valor do delta de uma equação do segundo grau, ele efetuou “$1.(-15) = -14$” e depois “$-4.1.(-15) = -19$”; no encontro 41, ainda trabalhando com equações do segundo grau, José fez a operação “$0^2 - 4.9.(-1) = 4$” e afirmou que “nove menos um dá oito e, com o menos quatro, vai dar quatro”. Ainda neste mesmo encontro (41), destacamos, na Figura 18, o cálculo “$-4.1.+9 = 13$”. Parece-nos que ele efetuou inicialmente “$4.1 = 4$” e, a este resultou adicionou 9, provavelmente ignorando o ponto de multiplicação e assumindo o sinal positivo na frente do 9 como uma espécie de comando para efetuar a soma.

Figura 18: Troca do produto pela soma (a)



Fonte: acervo do autor

No encontro 43, a respeito de uma tarefa que estávamos corrigindo (Figura 19), tivemos o seguinte diálogo:

"Na terceira linha, qual é o sinal depois do 20?" – perguntamos a ele.

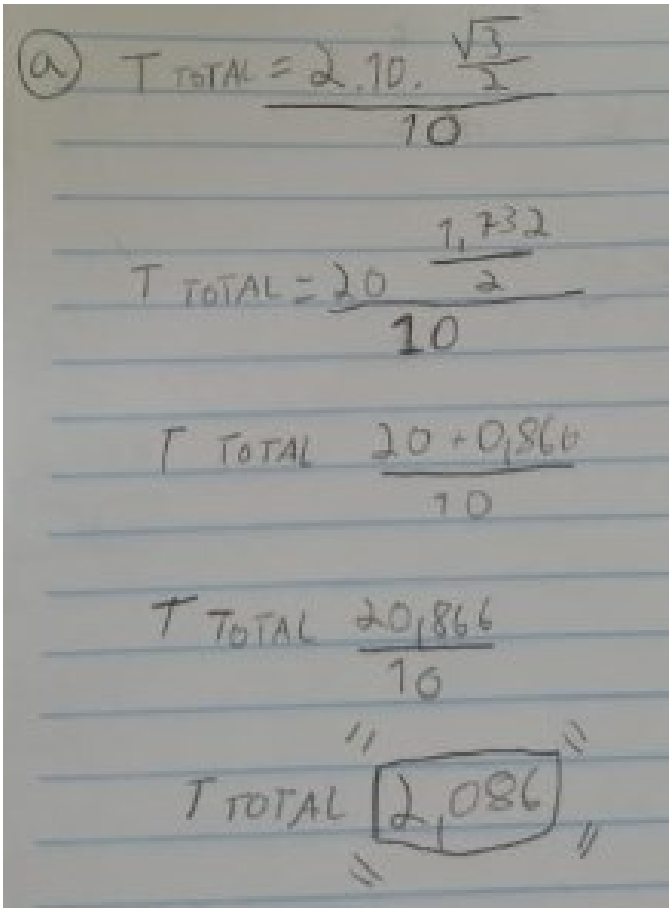
"É de soma".

"E que sinal era na linha anterior?"

"Era o de vezes... ah, eu troquei!!" – momento em que entendemos ter ocorrido a função Metadiscursiva de Objetivação.

Poderíamos cogitar, baseado na Figura 18, que o signo "+" tenha se imposto a ponto de José não considerar o signo de multiplicação "." no sintagma "$-4.1.+9$", estando aí o motivo para a troca do produto pela soma. No entanto, na Figura 19 não há o sinal de "+" entre os números 20 e $\frac{1,732}{2}$, mas ainda assim ele fez a adição.

Figura 19: Troca do produto pela soma (b)



Fonte: acervo do autor

Como afirmamos no começo desta subseção, José também trocava, com bastante frequência, a potenciação pelo produto. Especificamente, a troca do quadrado de um número pelo seu dobro. Foi o que registramos, por exemplo, no encontro 37, quando ele efetuou "$10^2 = 20$", no 39, "$4^2 = 8$" e, no encontro 47, novamente "$10^2 = 20$".

No encontro 30, durante a resolução de um problema que exigia a conversão do registro da língua natural para o algébrico, registramos um fato importante relacionado à frase "[...] o comprimento é o dobro da largura". Propomos a ele que usasse a letra "x" para fazer a redesignação literal da "largura" e o questionamos sobre o que fazer a respeito do comprimento. Ele corretamente fez uma redesignação funcional, respondendo "dois xis" (língua natural), mas no registro algébrico grafou como "x^2". Ora, isto sugere que ele não apenas troca o quadrado pelo dobro, mas também a recíproca, isto é, o dobro pelo quadrado.

Também notamos, algumas vezes, que José, diante da raiz quadrada de um número, efetuava a divisão desse número por dois. Foi o que ocorreu, por exemplo, no encontro 40, em que ele efetuou "$\sqrt{1} = 0{,}5$" e insistiu conosco que seria mesmo 0,5, demonstrando até certa surpresa pelo resultado ser 1. No encontro 48, ao perguntarmos como calcular o valor de $\sqrt[4]{16}$, ele respondeu questionando "é para dividir o 4 pelo 16?", sugerindo, novamente, a confusão entre a operação de radiciação e a de divisão.

Vale acrescentar que dentre os dezoito trabalhos que revisamos no Capítulo 3, Pimentel (2015, p. 106) também identificou em seus sujeitos de pesquisa a resolução de exercícios em que eles efetuaram a troca do produto pela soma.

À primeira vista, no âmbito semiocognitivo, estas situações relatadas podem ser consideradas como erros de Tratamentos, já que as transformações foram feitas dentro do mesmo registro monofuncional do sistema de escrita numérica (conforme Quadro 3). Por exemplo, "$4.24 = 4 + 24 = 28$", "$10^2 = 2.10 = 20$" e "$\sqrt{1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$" foram algumas dessas transformações equivocadas.

No entanto, parece-nos oportuno questionar se não há outro problema subjacente ao do Tratamento, pois José, ao efetuar o cálculo "4.24", não está errando apenas o algoritmo da multiplicação, mas trocando toda a rede conceitual da multiplicação para a adição. Do mesmo modo, o cálculo de "10^2" não foi feito de modo errado por ter havido algum equívoco no algoritmo do produto de "10.10", mas há um erro inicial na rede semântica associada ao conceito de potência. O mesmo pode ser dito acerca dos problemas com a extração das raízes quadradas. Com isto, postulamos que, dentro da abordagem semiocognitva duvalina, os erros apontados nas três situações desta subseção podem ser caracterizados como de Tratamento, mas, sobretudo, há uma forte confusão primária acerca dos conteúdos ou significados (ver Figura 6) implicados nas representações em forma de produto, potência de dois e de raiz quadrada. Assim, nos erros de Tratamentos aqui indicados, há, no nosso entender, confusões de conteúdos (ou significados), causas inaugurais dos erros de Tratamentos.

Para encerrar, entendemos que, a situação ocorrida no encontro 30, em que José verbalizou a expressão "dois xis", mas escreveu "x^2", claramente há um problema de Conversão entre os registros da língua natural e o registro algébrico. Porém, também postulamos que esta situação confirma o subjacente problema da confusão de conteúdo associado à representação em forma de potência de dois.

6.2.4 Apontamento 4: A hierarquia dos Tratamentos algébricos e das operações matemáticas

As dificuldades com a execução de procedimentos de cálculo apontadas, por exemplo, por Butterworth (2005b, p. 458), Santos (2017, p. 62) e por Díaz (2011, p. 324), também observamos nas atividades com o nosso aluno. Elencamos alguns episódios em que elas se sobressaíram.

No encontro 19, precisamos resolver a letra "a" do exercício que consta na Figura 20.

Figura 20: Exercício do livro didático – Números Racionais (a)

9 Sabendo que $m = 3 - 2n$ e $n = -\frac{2}{3}$, escreva os seguintes números racionais na forma decimal e na forma de fração:

a) $-m + n$ **b)** $m + n - \frac{13}{4}$

Fonte: Iezzi et al. (2016, p. 27)

Assim que ele escreveu a igualdade $m = 3 - 2n$ no seu caderno, perguntamos-lhe:

"Quanto você acha que deve ser o valor do m?"

"m é igual a 3" – valor epistêmico de certeza.

"Você tem certeza?"

"Sim" – valor epistêmico de certeza.

"Pense novamente".

"Ah, m vale $3 - 2$. Vai dar 1" – valor epistêmico de certeza.

"Você tem certeza de que $m = 1$?"

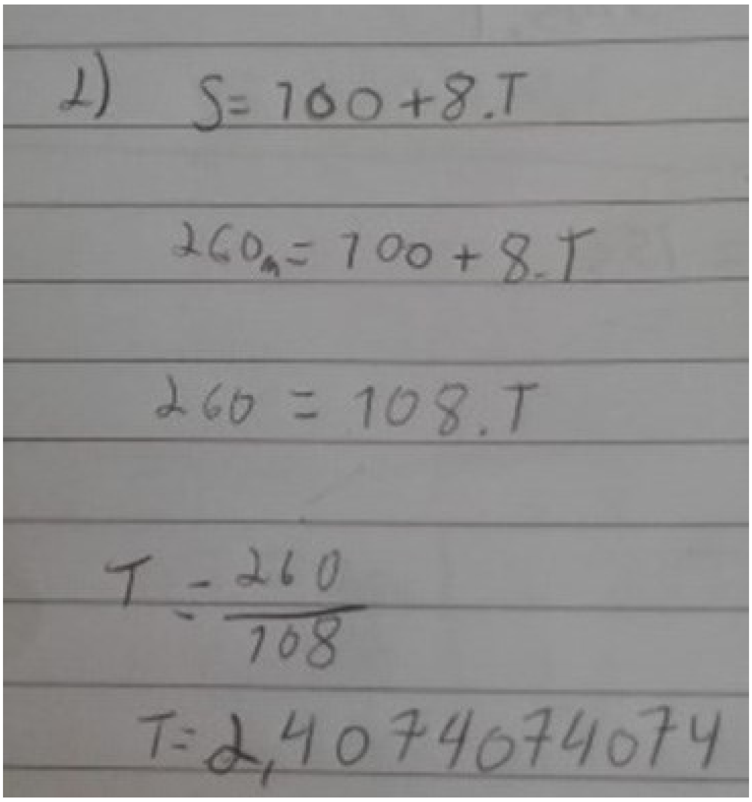
"Sim" – novamente valor epistêmico de certeza.

De acordo com Duval e Pluvinage (2016, p. 147), a expressão completa $m = 3 - 2n$ pode ser concebida como uma fórmula, em que o valor de m é obtido pela instanciação de $n = -\frac{2}{3}$. Pelo diálogo que acabamos de relatar, percebe-se que José não teve essa tomada de consciência, dadas as suas afirmações de que $m = 3$ e, em seguida, $m = 1$. O que se impôs, no primeiro momento, foi a leitura da parte que indicamos em negrito na equação $\boldsymbol{m = 3} - 2n$, como se a segunda parcela $(-2n)$ dela não fizesse parte. No segundo momento, o destaque foi dado ao signo de subtração $(-)$, como se fosse um comando para realizar a subtração $3 - 2$, negligenciando a existência da letra n e transformando, equivocadamente, o sintagma operatório $3 - 2n$ no sintagma $3 - 2$.

Segundo Duval e Pluvinage (2016, p. 122 e 137) o “camaleônico” sinal de “=” pode estar por trás destes equívocos. Estes autores entendem que este sinal funciona de três formas diferentes, como já vimos na seção 4.1.3 e, uma delas, é como uma relação operacional orientada para um resultado (como um signo de procedimento), situação em que ele poderia até ser substituído por uma seta, pois a relação por ele denotada lograria ser expressa por verbos como “dá”, “faz”, “é” etc. Isto ficou marcado na fala de José: “Ah, m vale $3 - 2$. Vai dar 1”. Duval (2020, p. 30-31) aponta que o uso do “=” para designar o resultado de uma operação aritmética cria um equívoco que se torna um grande obstáculo para a introdução da álgebra.

Algumas situações semelhantes aconteceram em outros momentos, como no exercício de física, sobre Movimento Retilíneo Uniforme, resolvido por ela através de expansão Formal, conforme a Figura 21. É possível observar que, da segunda para a terceira linha, ele reduziu o sintagma operatório $100 + 8T$ a $108T$.

Figura 21: Exercício de Movimento Retilíneo Uniforme resolvido por José



Fonte: acervo do autor

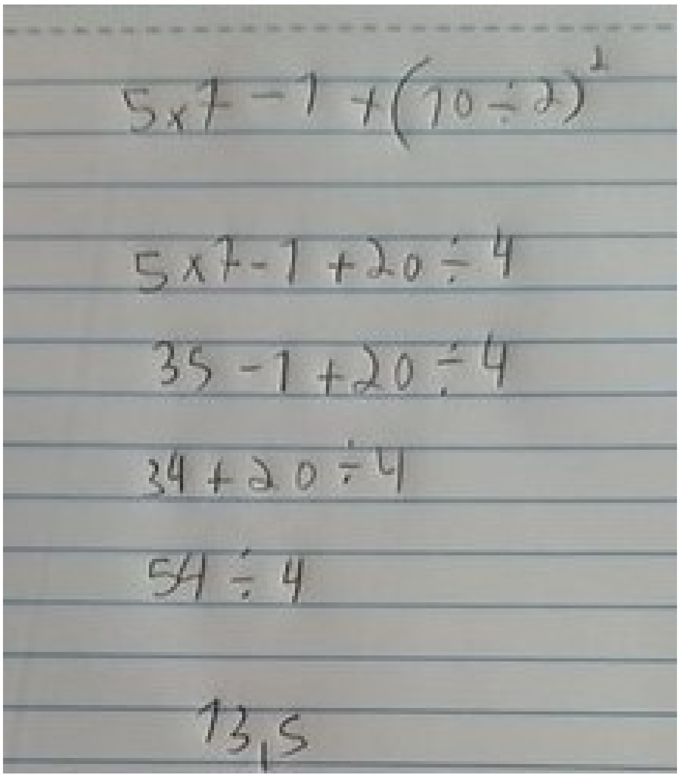
Estes Tratamentos equivocados ocorreram com grande frequência, como no encontro 21, em que ele transformou $5x + 2$ em $7x$; no encontro 22, o Tratamento efetuado em $2a + 10$ resultou em $12a$; no encontro 35, transformou $6t^2 - 18t$ em $-12t$ e, em outro exercício, quando o perguntamos como resolver a equação $t^2 - 4t = 0$, ele respondeu "vai dar $-3t$" (enunciando completo com valor epistêmico de certeza e lógico falso); já no encontro 39, a equação $0 = 100 - 20\Delta h$ resultou em $0 = 80\Delta h$. Reiteramos que, no nosso entendimento, estes erros podem estar relacionados ao uso do sinal de "=" como um signo de procedimento (DUVAL, 2020, p. 30-31; DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 122 e 137), fazendo com que os signos "+" e "$-$" se imponham a ponto de obliterarem as letras, como nos exemplos citados.

Para além do que acabamos de pontuar, desde os primeiros encontros, notamos que José apresentava muitas dificuldades com a hierarquia dos procedimentos imbricados na resolução de expressões, tanto numéricas quanto algébricas.

Em relação à hierarquia das operações em expressões numéricas, vale trazer duas questões que José resolveu nos encontros 47 e 48, respectivamente na Figura 22 e 23.

Na Figura 22, ele inicialmente resolveu (erroneamente) a operação entre os parênteses (trocou a potência de dois pelo dobro, como já discutimos na subseção 6.2.3) e, em seguida, pôs-se a resolver no sentido da esquerda para a direita, não respeitando a hierarquia das operações. Na passagem da quarta para a quinta linha fica bem claro o não respeito à hierarquia, quando ele substituiu "$34 + 20 \div 4$" por "$54 \div 4$".

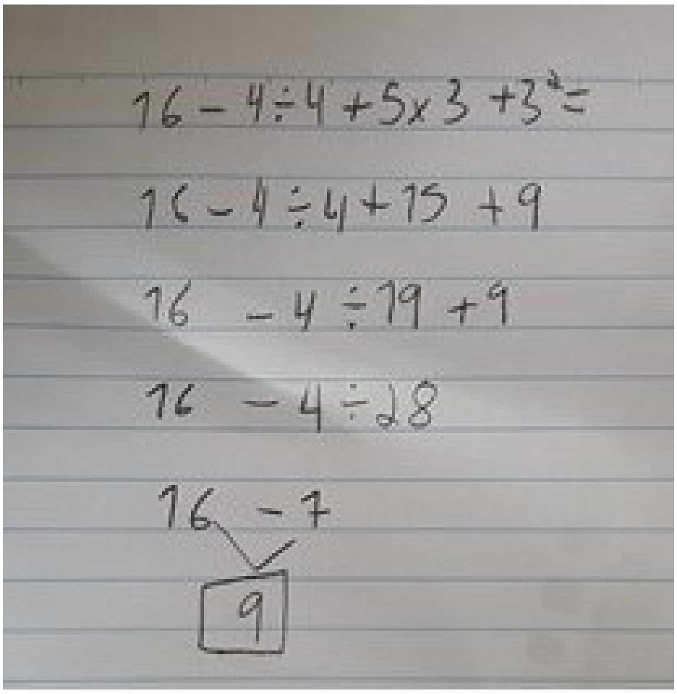
Figura 22: Exercício de expressões numéricas resolvido por José (a)



Fonte: acervo do autor

Também se constata a quebra da hierarquia das operações na Figura 23, da segunda para a terceira linha e desta para a quarta. Além disso, da quarta para a quinta linha, a divisão "$-4 \div 28$" resulta em "-7".

Figura 23: Exercício de expressões numéricas resolvido por José (b)



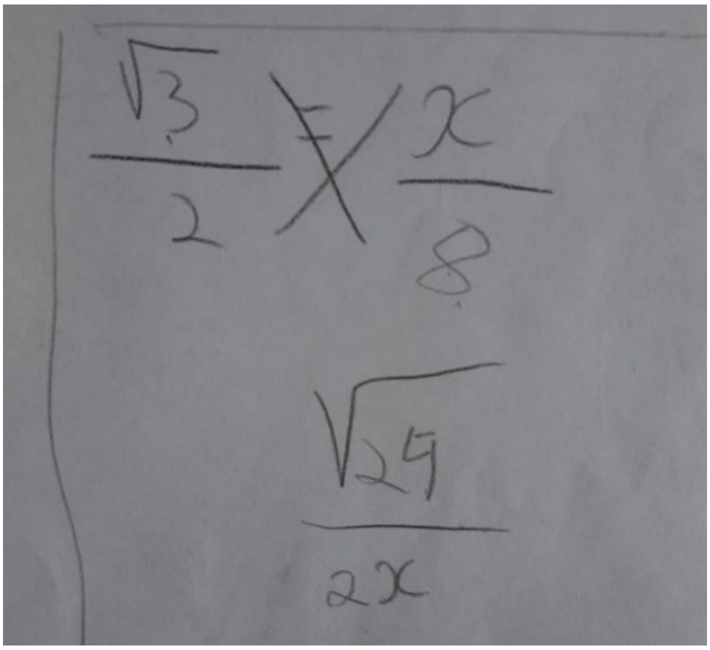
Fonte: acervo do autor

Esse desrespeito às hierarquias das operações aritméticas claramente configura problemas de Tratamentos e, além disso, uma fissura na equivalência referencial, já que, por exemplo, “$16 - 4 \div 28$” tem um referente, enquanto que “$16 - 7$” tem outro.

No encontro 3, como lidávamos com o tema das Relações Trigonométricas em triângulos retângulos, inevitavelmente era preciso trabalhar com os conceitos de seno, cosseno e tangente em igualdades de frações (proporções), em que um dos valores era uma incógnita e os outros três eram numéricos. Desta maneira, recorremos à propriedade fundamental das proporções, isto é, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Notamos que José identificava, em alguns momentos de forma independente, mas em outros com nossa ajuda, qual a razão trigonométrica a ser usada (Predicação no uso da Função Apofântica). Na linha seguinte, organizava a proporção substituindo o valor do seno, cosseno ou tangente do ângulo em questão, caracterizando um passo na expansão do discurso, via expansão Formal. Em seguida, oralizava a expressão “o produto dos meios é igual ao produto dos extremos”, o que identificamos como o uso da operação de Predicação dentro da Função Apofântica, mas, de forma recorrente, essa oralização não se materializava na sua produção escrita, pois na linha seguinte ele escrevia uma única fração em que o numerador consistia no produto dos meios e o denominador no produto dos extremos. Claramente, ele teve muitas dificuldades para converter o enunciado em língua natural “o produto dos meios é igual ao produto dos extremos” para a linguagem simbólica.

Como exemplo, ainda no encontro 3, em um destes problemas sobre Relações Trigonométricas em triângulos retângulos, chegamos na equação $\frac{1}{2} = \frac{7}{x}$. Ele lembrou que deveria “multiplicar cruzado” (Função Apofântica), mas, no entanto, multiplicou o número 2 pela incógnita x e 1 por 7. Pedimos que pensasse um pouco melhor sobre o que havia feito e ele concluiu que, de fato, não estava “multiplicando cruzado”. Na linha seguinte, então, apresentou simplesmente a fração $\frac{14}{x}$ como resultado do seu novo cálculo. Neste mesmo encontro, ao resolver outra equação na forma de proporção, ele efetuou a multiplicação cruzada, mas, na linha seguinte, como no caso anterior, apresentou uma mera expressão algébrica fracionária, não uma nova equação semanticamente equivalente à anterior, conforme podemos observar na Figura 24. Além disso, também é possível notar o equívoco no produto “$8\sqrt{3} = \sqrt{24}$”.

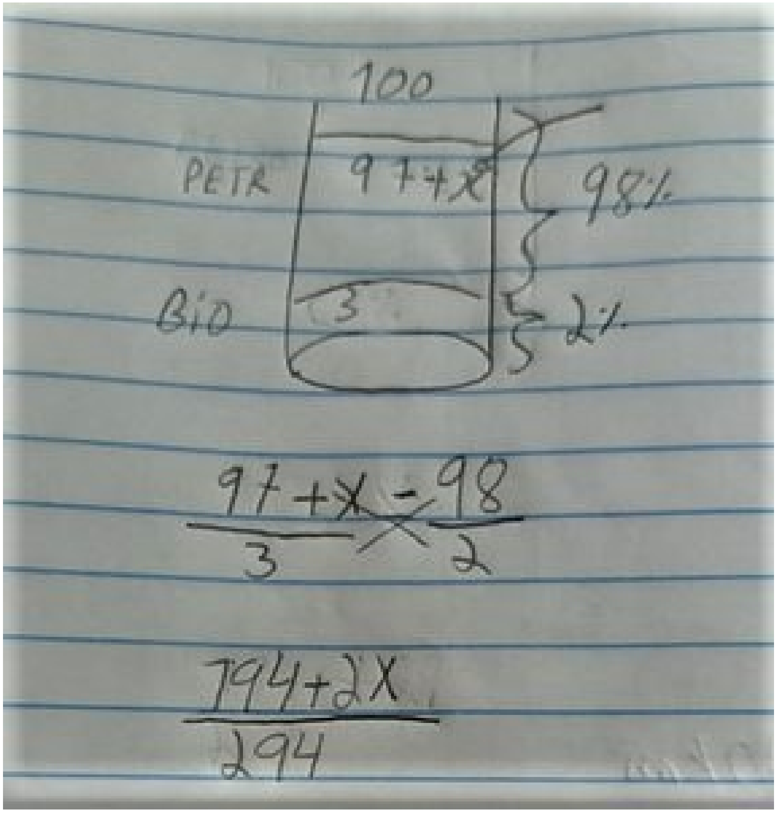
Figura 24: Exercício de Proporção resolvido por José



Fonte: acervo do autor

Vale trazer outra imagem, de um encontro mais à frente (61), em que ocorreu o mesmo problema, conforme a Figura 25.

Figura 25: Exercício de Porcentagem resolvido por José



Fonte: acervo do autor

Percebemos que, após a montagem da proporção $\frac{97+x}{3} = \frac{98}{2}$, a linha seguinte, em que se esperava pela equação $194 + 2x = 294$, semanticamente equivalente à primeira, José escreveu a fração $\frac{194+2x}{294}$.

Do ponto de vista da TRRS, as substituições das equações $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ por $\frac{\sqrt{24}}{2x}$, $\frac{1}{2} = \frac{7}{x}$ por $\frac{14}{x}$ e $\frac{97+x}{3} = \frac{98}{2}$ por $\frac{194+2x}{294}$ estiveram muito longe do que Duval (2020, p. 28) entende como substituições semânticas. Ocorreu uma grande ruptura entre as equações inicialmente formuladas e o passo seguinte, que, ao invés de ser reescrito através de uma nova equação, foi expresso por uma mera fração. Nas três situações descritas, quando ele escreveu meras frações como resultado da multiplicação cruzada, questionamos-lhe sobre o que fazer a partir dali, ao que ele respondeu: “Agora não sei o que fazer”.

Pontuamos que estes equívocos foram recorrentes no encontro 3 e, também, em quase todos os outros em que foi necessário resolver alguma equação na forma de proporção (encontros 4, 6, 10, 11, 46, 47, 48, 61). Ou seja, ele efetuava o produto dos meios e o dos extremos, mas, na linha seguinte, em vez de escrever uma nova equação com a mesma referência da anterior, simplesmente escrevia uma nova fração, em que o numerador era o produto dos meios e o denominador o dos extremos (ou vice-versa).

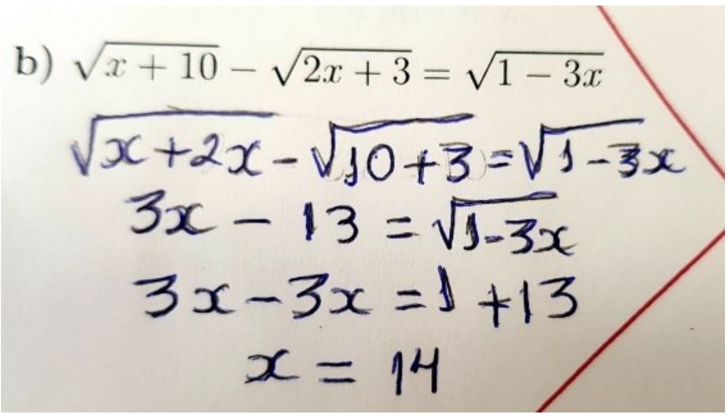
As dificuldades com a hierarquia dos procedimentos relacionados às transformações em expressões completas também ocorreram em outras situações, como no encontro 34, em que José resolveu a equação $64 = 2a16$ através de expansão Formal, da seguinte maneira:

$$64 = 2a16$$
$$a = 19 - 64$$
$$-45$$

Ele não percebeu, inicialmente, que no sintagma “$2a16$”, a ausência de sinal operatório entre os números e a letra deveria subentender uma operação de multiplicação. Assumiu como sendo uma adição entre os números 2 e 16; efetuou esta operação e, equivocadamente, obteve 19 como resultado. Ao mesmo tempo, na segunda linha, isolou a incógnita a sem levar em conta o seu coeficiente 2 e a troca de sinal que acarreta a mudança de lado. Por fim, apresentou o resultado -45, que entendemos como sendo o valor que ele obteve para a. Pareceu-nos, novamente, que o estatuto do sinal do “=” como um signo de procedimento, voltado para a busca de um resultado (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 122 e 137), é tão marcante para o nosso aluno, a ponto de obstruir sua tomada de consciência das hierarquias (tanto dos procedimentos quanto das operações aritméticas) presentes no processo de resolução de uma equação.

Vale destacar, também, na Figura 26, a resolução que o nosso aluno apresentou, via expansão Formal, para uma questão presente em uma das suas avaliações, quando cursava o nono ano do Ensino Fundamental.

Figura 26: Exercício de Equação Irracional resolvido por José



Fonte: acervo do autor

Trata-se de uma Equação Irracional, cuja resolução depende do procedimento de elevar ao quadrado ambos os lados da igualdade. No entanto, notamos que, no primeiro membro da equação, José juntou os termos com a incógnita x em um radical e os termos numéricos em outro, como se os radicais ali não estivessem. Em seguida, eliminou sem qualquer justificativa os dois radicais do primeiro membro e efetuou as operações de adição que neles constavam. No passo seguinte, também eliminou equivocadamente o radical do lado direito e mudou o termo "$-3x$" de lado sem trocar o seu sinal. Por fim, na última linha reduziu de forma errada o sintagma "$3x - 3x$" a "x". Nesta resolução, ele não reduziu o sintagma "$x + 10$" a "$11x$" nem "$2x + 3$" a "$5x$", como o fez em outros momentos já destacados nesta seção. Pareceu-nos que o seu movimento foi na direção de juntar os termos semelhantes, ignorando a presença dos radicais na segunda linha, e simplesmente eliminando-os na terceira e na quarta. Notamos incompreensões de procedimentos de cálculo em todas as etapas desta resolução. Mesmo que Duval e Pluvinage (2016, p. 122 e 137) e Duval (2020, p. 30-31) apontem que o uso do sinal "=" como um signo procedimental, orientado para a busca de um resultado, possa estar por trás de muitas incompreensões em álgebra e, em certa medida, pode explicar a resolução que José apresentou para esta questão, ainda assim parece ficar sem resposta o que o levou a abandonar os radicais na terceira e na quarta linha.

Para finalizar, no encontro 13, trabalhamos com cálculos envolvendo a fórmula da velocidade $V = \frac{E}{t}$. Nas duas primeiras questões, em que vinham instanciados os valores numéricos de E e t, José obteve o valor da velocidade sem qualquer dificuldade (com o uso da calculadora). Na terceira questão, era solicitado o valor de t, ao passo que E e V eram instanciados. Fazendo uso de uma expansão Cognitiva, ele respondeu que "com a fórmula $V = \frac{E}{t}$ dá pra achar apenas a velocidade; é impossível achar t com essa fórmula" – na segunda frase vemos um valor epistêmico de certeza e lógico falso. Ora, Duval e Pluvinage (2016, p. 124, tradução nossa), falando sobre os problemas que cercam o ensino e a aprendizagem da álgebra e, especificamente sobre passagens como $E = V.t$ para $V = \frac{E}{t}$, afirmam que "[...]mais da metade da população não passa dessa transição após vários anos de escolaridade, independente do país!". Isto significa que as dificuldades com estes tipos de expressões completas não são privilégio apenas do José ou de qualquer outro aluno com DD.

Mais ainda, Duval e Pluvinage (2016, p. 149) chegam a propor que, no lugar de se apresentar uma fórmula para os alunos, seja apresentado o conjunto de expressões completas sob as quais ela pode ser utilizada e entre as quais uma possa ser escolhida de acordo com o valor numérico ausente como, por exemplo, $\{E = V.t;\ t = \frac{E}{V};\ V = \frac{E}{t}\}$. Esta pode ser uma forma de os alunos tomarem consciência do funcionamento que permite transformá-las para torná-las utilizáveis e, dessa maneira, convencerem-se de que são fórmulas equivalentes. Estes autores afirmam que, neste sentido, "[...] o uso de fórmulas pode ser uma condição para entrar na solução de equações, ao invés da situação clássica em que é considerado [o uso de fórmulas] um dos resultados esperados do ensino do cálculo algébrico ou 'formal'" (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 149, tradução nossa).

6.2.5 Apontamento 5: Reconhecimento de signos – o acesso ao significante

A literatura aponta que os sujeitos com DD costumam apresentar certa confusão ao lidarem com signos de formas semelhantes e dificuldades de reconhecimento de símbolos numéricos e aritméticos (DÍAZ, 2011; FERREIRA; HAASE, 2010). Entendemos que isto está diretamente relacionado com os pressupostos da teoria de Duval - como se dá o acesso ao objeto do conhecimento -, discussão que apresentamos na subseção 4.1.1.

Dentro das nossas observações, no encontro 14, por exemplo, ao solicitarmos que José fizesse a leitura do enunciado de um problema, ele leu o número "13" como "quinze"; alguns minutos depois, o número "602" foi lido como "sessenta"; em seguida, "60.000" ele leu como "seiscentos" e o número "6.10^4" ele leu como "seis ponto dez sobre quatro".

No encontro 29, ao diminuir 123 de 15 com a calculadora, ele disse que o resultado era "cento e oitenta". Pedimos para resolver novamente e ele reafirmou que era "cento e oitenta", lendo o resultado no visor da calculadora. Insistimos, ainda mais uma vez, e ele persistiu na mesma resposta. Logo percebemos que ele estava efetuando o cálculo de modo correto; o equívoco estava na leitura do número 108, no visor da sua calculadora, como "cento e oitenta". Nesta mesma linha, no encontro 43, ele usou a calculadora para efetuar uma operação e afirmou: "Deu sete vírgula dois ou sete vírgula cinco... não sei". Pedimos a ele para mostrar o visor da calculadora e confirmamos que era "7,2".

De modo semelhante, no encontro 56, José efetuou cálculo, que de antemão sabíamos resultar em 16.000. Olhando para o visor da calculadora, ele nos disse: "sessenta mil". Insistimos, mas ele repetiu "sessenta mil". Quando pedimos para olhar o visor, o número mostrado era 16.000.

No encontro 31, trabalhamos exercícios envolvendo a equação de Torricelli $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$. Em dado momento, uma questão solicitava o valor do deslocamento "S" de um certo móvel. Ao perguntarmos qual fórmula ele julgava mais adequada, ele sugeriu a de Torricelli. Indagamos se nela havia a incógnita "*S*" e a sua resposta foi: "Claro que sim, ao lado do delta" (valor epistêmico de certeza e lógico falso). Ou seja, ele não reconheceu ΔS como um símbolo único.

Na nossa compreensão, os exemplos que citamos envolvem situações de naturezas semiocognitivas diferentes. Em primeiro lugar, entendemos que a troca do "13" pelo "15" e do "7,2" pelo "7,5" estão no âmbito da dificuldade de acesso à forma do significante. Vamos esclarecer.

É preciso retomar o pressuposto duvalino de acesso ao objeto do conhecimento no âmbito da matemática. Como esses objetos não são sensíveis, isto é, não podem ser tocados, manipulados, percebidos pelos órgãos dos sentidos, o que temos são as suas representações.

Conforme discorremos na subseção 4.1.1, toda representação compreende o trio "{{**conteúdo** da representação, registro semiótico usado}, **objeto** representado}" (DUVAL, 2008, p. 44, grifo do autor). Poderíamos parafrasear e dizer, conforme a Figura 6, que toda representação compreende o trio {{conteúdo, forma}, objeto}.

Entendemos que, em relação ao trio que compõe a representação, o nosso aluno confunde, no primeiro instante, a forma (registro semiótico). Como consequência, o conteúdo e o objeto (referente) também são trocados. Isto ocorre, quase sempre, quando há alguma similaridade na grafia, como é o caso dos números "2" e "5", por exemplo, corroborando com o que afirmam Díaz (2011) e Ferreira e Haase (2010) sobre a confusão, apresentada pelos sujeitos com DD, de signos de formas semelhantes. Nesta linha, Raymond Duval também afirma que "As dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso 'confuso' que fazem delas" (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 15).

Também subseção 4.1.1, apresentamos a hipótese fundamental de aprendizagem (Figura 7), segundo a qual, a apreensão conceitual de um objeto matemático depende da Conversão entre, pelo menos, dois diferentes registros de representação (DUVAL, 2012a, p. 282). Ora, aqui mais um questionamento se impõe: se José faz o primeiro acesso (à forma do representante) de modo equivocado, como vai transitar deste representante para outro, a fim de, finalmente, acessar ao objeto matemático?

Já a troca do número "60.000" por "600", do "108" por "180" etc., além de sugerir, novamente, uma confusão com a forma do significante, também parece-nos remeter a uma dificuldade de natureza semiocognitiva diferente. Aqui, entendemos que há uma situação de incompreensão do funcionamento do sistema de numeração decimal – que é um sistema semiótico. A designação e o valor do dígito estão diretamente atrelados à sua posição no número.

6.2.6 Apontamento 6: Dificuldades ligadas ao Senso Numérico

As dificuldades associadas ao Senso Numérico, mais do que uma característica, são concebidas por muitos autores como sendo o próprio mecanismo subjacente à DD, (BUTTERWORTH, 2005a; WILSON; DEHAENE, 2007; MAZZOCCO; FEIGENSON; HALBERDA, 2011; PIAZZA et al., 2010; KUCIAN et al., 2006). No entanto, no nosso Estudo de Caso, presenciamos episódios que puderam sugerir esse tipo de dificuldade, mas, também, situações em que o aluno demonstrou uma rica compreensão de conceitos e fatos relacionados a números. Antes de continuarmos, vale à pena relembrar o que se entende por Senso Numérico.

Dehaene (2001, p. 16, tradução nossa) propôs este conceito para se referir à capacidade que o ser humano possui para "[...] entender, aproximar e manipular quantidades numéricas". Para Santos (2017, p.195) o Senso Numérico parece estar implicado tanto na capacidade de identificação de uma quantidade de elementos de um determinado conjunto, sem o recurso da contagem, quanto na capacidade de estimar, também sem contagem, qual de dois conjuntos possuem mais elementos. Isto é, incide no cálculo exato de pequenas quantidades e no aproximado de grandes quantidades.

Algumas observações que fizemos sugerem que o nosso aluno apresenta importantes dificuldades relacionadas ao Senso Numérico. Foram recorrentes os cálculos equivocados envolvendo operações aritméticas básicas, como, por exemplo, a divisão "$40/5$" no encontro 25, cuja resposta, com certa demora, José afirmou ser "-2". Depois falou que não, demorou mais um pouco e respondeu que seria "20". Ao solicitarmos que corrigisse, desistiu e resolveu com a calculadora.

De modo semelhante, no encontro 28, efetuou a divisão "$10/2 = 2$". Quando pedimos que pensasse melhor, confirmou que daria "2"; só quando insistimos mais uma vez foi que ele percebeu que o resultado seria "5". Em outro momento, no encontro 24, não soube responder qual o resultado das subtrações "$10 - 1$" e "$5 - 2$".

No encontro 64, ele pegou a calculadora para resolver a divisão de 640 por 32, fruto da fração $\frac{640}{32}$ que havia acabado de escrever em seu caderno. Equivocadamente, trocou o dividendo pelo divisor e obteve o resultado 0,05. Questionamos se fazia sentido aquele resultado, e ele afirmou que sim.

Equívocos como estes podem ser reflexos de incompreensões básicas sobre magnitudes, como quantas vezes certa quantidade cabe em outra (divisão), o conceito de metade e, também, o de subtração (ou retirada de objetos de um conjunto), podendo sugerir alguma dificuldade ligado ao Senso Numérico.

Por outro lado, em diversos momentos, presenciamos o nosso aluno elaborando raciocínios matemáticos aprimorados, a ponto de nos fazer questionar se o sujeito com DD apresenta mesmo algum tipo de dificuldade relacionada ao Senso Numérico. Por exemplo, no encontro 5, foi preciso efetuar a subtração "$64 - 9$". Como ele demorou para responder, propomos a pergunta:

"José, você consegue dizer quanto é $64 - 10$?"

"Sim, é 54" – respondeu ele.

"Então, se tirando 10 dá 54, tirando 9 vai dar..."

"Ah, claro, vai dar 55" – declarou.

Em outro momento, no encontro 20, em que trabalhamos com números racionais, José demonstrou ótimo domínio de relação de ordem, pois resolveu o exercício que consta na Figura 27 sem cometer equívocos, contando apenas com a nossa sugestão de transformar as frações para a forma decimal. Ficamos, assim, questionando-nos se um aluno que consegue identificar oito números negativos no intervalo $[-2, -1]$, sendo apenas dois deles inteiros, tem mesmo alguma dificuldade de "[...] entender, aproximar e manipular quantidades numéricas" (DEHAENE, 2001, p. 16, tradução nossa).

Figura 27: Exercício do livro didático – Números Racionais (b)

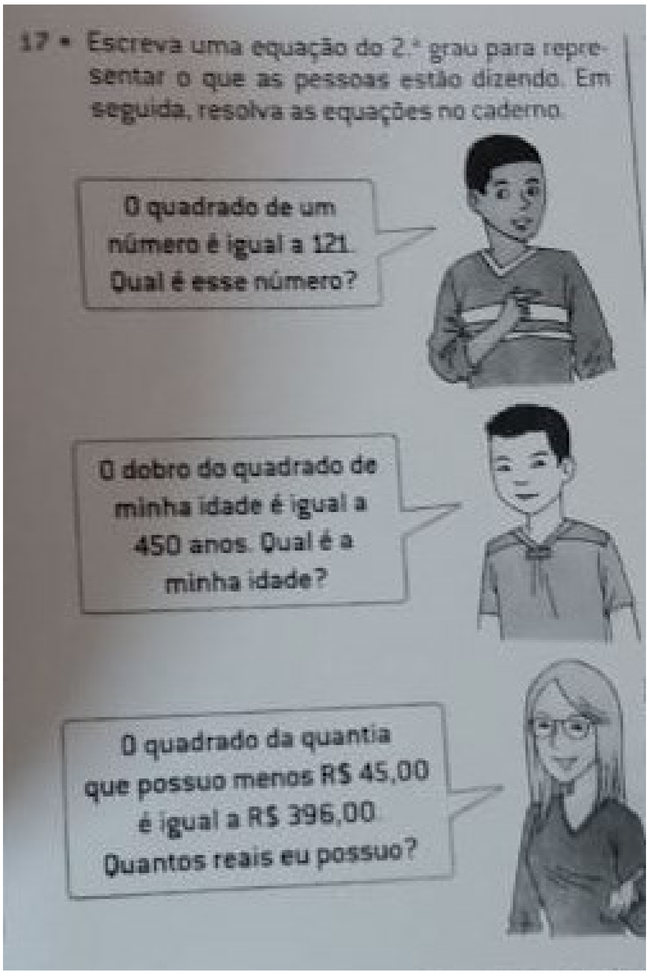
18 Represente na reta numerada os seguintes números racionais:

$-1;\ -1{,}76;\ -\frac{5}{4};\ -\frac{9}{5};\ -1{,}2\overline{3};\ -\frac{3}{2};\ -\frac{7}{5};$ e -2

Fonte: Iezzi et al. (2016, p. 27)

Outra situação, que nos chamou a atenção em relação ao seu desempenho no âmbito do que se concebe como Senso Numérico, deu-se no encontro 29. Eram problemas envolvendo equações incompletas do segundo grau, propostos em língua natural, que solicitavam a conversão para a linguagem algébrica e suas posteriores resoluções, conforme a Figura 28.

Figura 28: Exercício do livro didático - Equações do segundo grau (a)



Fonte: Acervo do autor

José resolveu os três problemas sem a nossa ajuda. Além disso, na segunda questão, cuja incógnita correspondia à idade de uma pessoa, após obter as raízes da equação do segundo grau, ele disse que a resposta era mais ou menos 15. Então dissemos que neste caso deveria ser apenas o positivo, e perguntamos o porquê. Ele respondeu: “Porque ninguém pode ter mais ou menos 15 anos” – valor epistêmico de certeza e lógico de verdade. Já no terceiro exercício, em que a incógnita se referia a um valor em dinheiro, ele afirmou que a única raiz que faria sentido seria o número positivo 21. Então, quando decidimos provocá-lo, afirmando que sendo dinheiro poderia ser negativo também, ele de pronto argumentou: “Mas no exercício está escrito ‘a quantia que eu possuo’, não a que perdi!” – valor epistêmico de certeza e lógico de verdade. Entendemos que novamente estivemos diante de uma situação em que José demonstrou habilidade na manipulação e na compreensão de magnitudes.

Finalizando, ainda que o nosso aluno tenha apresentado, recorrentemente, dificuldades com a aritmética básica, foram inúmeros os episódios em que ele demonstrou boa compreensão de fatos aritméticos básicos. De um lado, teríamos a confirmação das dificuldades associadas ao Senso Numérico, por outro, não.

6.2.7 Apontamento 7: O contraste

Faremos, agora, alguns relatos de episódios em que observamos raciocínios e argumentações do nosso aluno que contrastam com o seu desempenho em tarefas matemáticas consideradas triviais ou básicas, como as operações aritméticas ensinadas nas séries iniciais. Como já foi amplamente discutido e exemplificado nas subseções anteriores, José apresenta muitas dificuldades com estas operações. No entanto, não foram poucas as situações em que presenciamos o nosso aluno efetuando Tratamentos e Conversões – os gestos intelectuais (FREITAS; REZENDE, 2013, p. 16) – de modo fluido e bem elaborado.

Já no primeiro encontro, o enunciado de um exercício solicitava uma medida que faltava em um dos lados de um triângulo retângulo, em que os catetos vinham indicados por 8 e 6. José não teve dificuldades em usar a Função Referencial, designando o lado que faltava por x. Tanto neste exercício, quanto nos outros desse encontro, ele lançou mão do teorema de Pitágoras para a resolução, configurando o uso da Função Apofântica, mais especificamente da sua operação de Predicação. Em seguida, ao substituir os valores dados na intenção de obter os lados que faltavam em cada questão, ele usou a Função de expansão Discursiva, através da forma denominada expansão Formal. Ainda no encontro 1, apresentamos ao aluno alguns triângulos-retângulos em posições variadas e lados designados por letras diferentes. Em alguns, designamos os lados por x, y e z; em outros por r, s e t; outros por u, v e w (iniciando com a hipotenusa e depois os catetos). Em todos os casos, quando lhe solicitamos enunciar o teorema de Pitágoras, ele respondeu com correção: $x^2 = y^2 + z^2$, $r^2 = s^2 + t^2$ e $u^2 = v^2 + w^2$, indicando, via operação de Predicação na Função Apofântica, total compreensão do uso do teorema.

No segundo encontro fizemos uma discussão sobre a soma dos ângulos de um polígono convexo. Iniciamos desenhando um triângulo qualquer, designamos os ângulos por

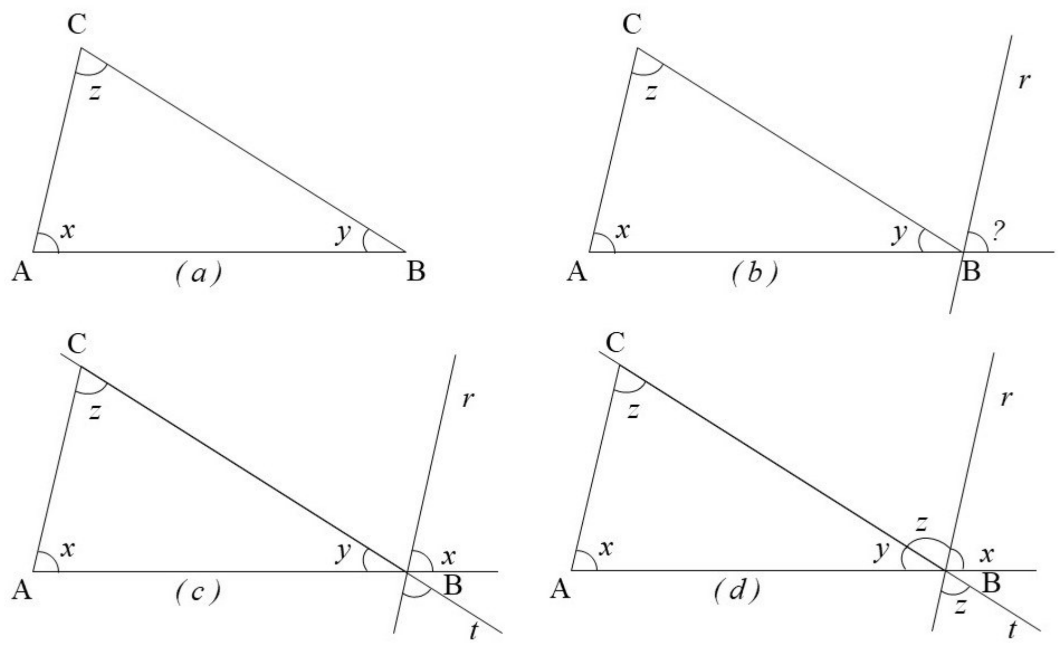
x, y e z e perguntamos se ele sabia quanto valia aquela soma. A resposta foi negativa. Dissemos, então, a ele:

"José, em qualquer triângulo essa soma dos ângulos internos sempre será 180 graus".

"Por quê?" – questionou-nos.

Motivados com o seu interesse, decidimos empreender a demonstração matemática desse fato. Inicialmente, desenhamos o triângulo ABC com ângulos x, y e z (Figura 29 (a)). Em seguida, propusemos traçar uma reta r paralela ao lado $\overline{AC}$, passando por B (Figura 29 (b)), depois prolongamos o lado $\overline{AB}$ e lhe perguntamos se o novo ângulo formado pela reta r e pela semi-reta $\overrightarrow{AB}$ (designado com o sinal "?" na Figura 29 (b)) se parecia com algum outro do triângulo. Naturalmente, esperávamos que ele nos dissesse que também media x, mas ele não percebeu de imediato. Para ajudá-lo, refizemos o mesmo esquema da Figura 29 (b) (triângulo ABC e reta r) usando quatro canetas (uma representação auxiliar). Em seguida, deslocamos a caneta que representava a reta r para a esquerda, até sobrepor a caneta que representava o lado AC. Funcionou; ele afirmou que o novo ângulo também media x.

Figura 29: Demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo



Fonte: Produção do autor

Depois disto, desenhamos a reta t que continha o lado BC (Figura 29 (c)) e repetimos o uso da representação auxiliar com canetas, a fim de ajudá-lo a concluir que o ângulo formado pelas retas r e t, abaixo da semi-reta $\overrightarrow{AB}$, também valia z. Como na situação anterior, o uso da representação auxiliar com canetas foi frutífero e ele identificou que o referido ângulo também tinha a mesma medida *z*. Na sequência, perguntamos a ele se o ângulo oposto pelo vértice (não mencionamos este termo, apenas apontamos com o dedo na figura) ao que media *z* se parecia com algum outro. Ele respondeu que não sabia. Falamos, então, sobre o conceito de ângulos opostos pelo vértice, apresentamos alguns exemplos e, em seguida, ele se convenceu que ângulo oposto pelo vértice ao ângulo *z* também deveria medir *z*, pois "se parece com *z*", afirmou ele (Figura 29 (d)). Para nossa surpresa, assim que José viu essa etapa do desenho (Figura 29 (d)), logo disse:

"Então a soma dos ângulos vai dar 180 graus, é isso!" – respondeu-nos através deste enunciado completo com valor epistêmico de certeza e lógico de verdade. Naquele exato instante pareceu-nos ter ocorrido o que Duval (1995, p. 24) chama de Objetivação (uma das três funções Metadiscursivas de uma língua), isto é, a tomada de consciência, pelo próprio sujeito, daquilo que até então não suspeitava, mesmo se outros já lhe tivessem explicado. É importante pontuar que, mesmo não tendo feito a demonstração sozinho, José apresentou ótima compreensão do processo dedutivo, isto é, uma Expansão Discursiva do tipo expansão Cognitiva.

Em seguida, desenhamos um quadrilátero e lhe perguntamos quanto deveria ser a soma dos ângulos internos.

"180 graus" – respondeu ele.

"Não. É outro valor. Vamos pensar juntos, já que você sabe quanto vale para qualquer triângulo, será que você conseguiria dividir essa figura em triângulos? Pegue o lápis e faça isso, por favor". Ele dividiu em 2 triângulos e logo disse:

"Então vai dar sempre 360 graus!" – exclamou.

"Isso mesmo. Agora vamos desenhar uma figura de 5 lados, um pentágono". Após desenharmos, pedimos a ele para novamente dividir em triângulos. Ele o fez e respondeu:

"Então a soma vai dar 540 graus".

"Perfeito!" – respondemos sem esconder a satisfação com a sua resposta.

Ele também acertou quando propusemos a mesma coisa para polígonos convexos de 6 e 7 lados. Estava no processo de 180 graus vezes 4, depois vezes 5... então lhe perguntamos quanto daria no caso de um polígono de 20 lados.

"180 vezes 20?" – arriscou José.

"Não... pense melhor". Ele não conseguiu concluir que deveria multiplicar por dois a menos que o número de lados.

Nossa intenção era introduzir uma letra para trabalhar a redesignação de lista aberta de números, o que a matemática costuma chamar de generalização, mas, do ponto de vista semiocognitivo, é chamado de condensação (DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 143). Como percebemos que ele teve dificuldades de extrapolar com o valor 20 que propusemos, optamos por não avançar com letras naquele momento. De todo modo, saímos daquele encontro muito satisfeitos com a sua compreensão do procedimento de divisão de polígonos convexos em triângulos, como método para encontrar a soma dos seus ângulos internos.

Em outra situação, no encontro 3, ao resolvermos um problema de trigonometria, chegamos no valor $4\sqrt{3}$ para a medida do lado de um triângulo. Ele questionou se deveríamos "deixar assim mesmo". Dissemos a ele que sim, exceto se fosse um problema, por exemplo, que pedisse uma quantidade, em metros, de arame suficiente para cercar o terreno representado pelo triângulo da questão que estávamos resolvendo. Neste caso, orientamos que ele usasse a calculadora para obter o valor de $\sqrt{3}$ na forma decimal. O diálogo seguiu com ele perguntando:

"Arredonda para três casas, né?"

"Podemos fazer com duas casas. Dá 1,73. Depois faz vezes 4, que vai dar 6,92. Então é só ir em uma loja de material de construção e pedir 6,92m de cerca" – respondemos.

"E não dá para usar o valor todo do raiz de 3? Tem medida que dá isso?"

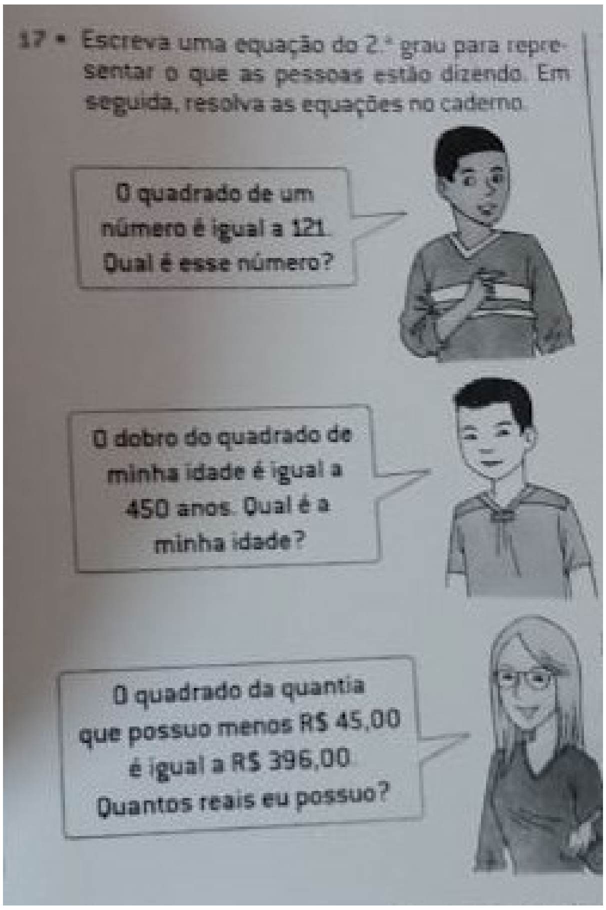
"Excelente pergunta. Você acha que dá?"

"Pois é, será que tem medida que vale tudo aquilo? Deixa-me ver... acho que não, porque nunca termina né, é infinito".

Naturalmente que a sua última afirmação poderia servir de trampolim para discutirmos a íntima relação entre números irracionais e medidas, mas optamos por não avançar mais. Demo-nos por satisfeito com o seu interesse e compreensão do caráter infinito da representação decimal do número $\sqrt{3}$.

Outra situação que novamente daremos destaque (parte dela já foi relatada na subseção 6.2.6) ocorreu no encontro 29. Um exercício do livro texto trazia três problemas envolvendo equações incompletas do segundo grau. O aluno era solicitado a convertê-los do registro da língua natural para o algébrico e, em seguida, resolvê-los, conforme a Figura 30.

Figura 30: Exercício do livro didático - Equações do segundo grau (b)



Fonte: Acervo do autor

Acerca da primeira exigência do exercício, Duval (2012b, p. 110) afirma que "A passagem de um enunciado do discurso natural para uma expressão escrita simbolicamente com variáveis, símbolos de relação ou operação, constitui, para muitos alunos, um abismo dificilmente transponível". José, no entanto, não apresentou uma dificuldade sequer em realizar a conversão desses três problemas.

Em seguida resolveu as equações sem a nossa ajuda e, no segundo problema, cuja incógnita correspondia à idade de uma pessoa, após obter as raízes da equação do segundo grau, afirmou:

"Vai dar ± 15".

"José, eu acho que neste caso o único que vai servir é o número $+15$. Por quê?"

"Porque ninguém pode ter mais ou menos 15 anos".

No terceiro problema, em que a incógnita se referia a um valor em dinheiro, após resolver a equação associada, afirmou:

"Vai dar ± 21, mas a única raiz que faz sentido é +21".

"Vamos pensar... como o problema fala sobre dinheiro, você não acha que também pode ser o resultado -21?" – decidimos provocá-lo.

"Mas no exercício está escrito 'a quantia que eu possuo', não a que perdi!".

Em outro momento, no encontro 44, começamos a tratar do tema Progressão Aritmética (P.A.). Foi a primeira vez que ele teve contato com este assunto, e precisava resolver uma lista de exercícios introdutórios. Um deles solicitava o décimo nono termo da P.A. (28, 36, 44, 52, ...).

José identificou corretamente que a razão era 8, subtraindo o segundo do primeiro termo. Podemos pontuar que neste simples procedimento já houve o uso da Função Referencial, através da operação de Designação, pois ele mencionou que o "primeiro vale 28 e o segundo é 36"; em seguida, ao efetuar a subtração "36 – 28 = 8", recorreu à Função Apofântica, mais especificamente à operação de Predicação, já que predicou como razão da P.A. a diferença dos termos anteriormente designados; expandiu o discurso através da expansão Formal e, quanto à Função de Reflexidade, entendemos que na sua afirmação ficou marcado o valor epistêmico de certeza.

Feito isto, José nos questionou se deveria obter o décimo nono termo "somando a razão até chegar nele" – frase que por si só já demonstra a sua compreensão do conceito de Progressão Aritmética. Podemos ainda acrescentar que ele articulou um enunciado completo, com valor epistêmico de certeza e lógico verdadeiro. Perguntamos a ele se não havia uma maneira diferente de resolver. Depois de pensar um pouco, perguntou:

"É só fazer 19 vezes oito?... espera aí... vou ver". Fez várias contas na calculadora e propôs:

"Dezenove vezes oito mais vinte e oito... dá cento e oitenta, é isso?" – enunciado completo com valor social de pergunta e lógico falso.

"Muito legal, José, parabéns. O que tu fizesses está muito bom. A gente vai mudar só uma coisa aí... vamos fazer 18×8 e não 19×8". Antes que prosseguíssemos, ele mesmo concluiu:

"Ah porque já começa no 28, né?" – mais um enunciado completo, com valor social de pergunta e lógico verdadeiro. Além disso, entendemos que com este enunciado ele fez também um processo de Objetivação.

"Isso mesmo. Muito bom!" – exclamamos.

"Então espera aí... vai dar 172" - depois de fazer mais alguns cálculos na calculadora.

Aproveitando o seu entusiasmo, resolvemos propor um problema parecido:

"Então, para fechar, na P.A. (5, 8, 11, 14, ...) o que você faria para achar o centésimo termo?"

"Hum.... 99 vezes 3 mais 5?" – valor social de pergunta e lógico de verdade.

Ora, o que José demonstrou nestes diálogos foi a perfeita compreensão do que significa uma P.A. e, mais ainda, mostrou saber usar a fórmula do termo geral $a_n = a_1 + (n-1).r$, apesar de não ter sido apresentado a ela e a todos os signos que a compõe. De fato, quando o questionamos sobre qual o centésimo termo da P.A. (5, 8, 11, 14, ...) e ele respondeu que era "99 vezes 3 mais 5", entendeu que para se obter um termo qualquer (a_n), bastaria adicionar ao primeiro termo (a_1) o número de vezes ($n-1$) que a razão (r) fosse adicionada, até chegar no termo procurado. Geralmente, quando um professor constata esse grau de resposta dos seus alunos nas aulas iniciais de P.A., percebe que pode dar o próximo passo, que é a apresentação da fórmula do termo geral. Dois foram os motivos pelos quais optamos por não ir adiante, naquele momento, com José. O primeiro era o tempo de aula, que já se aproximava de 1h20min; o segundo, e o mais importante, é que não queríamos comprometer a compreensão que ele já tinha alcançado até aquele momento, introduzindo novas fórmulas e símbolos.

Ainda que a literatura aponte que a DD esteja associada à dificuldade de compreensão da noção intuitiva de número e os demais problemas sejam consequência disso (BUTTERWORTH, 2005a, p.12) ou, conforme o CID-10, "O déficit concerne ao domínio de habilidades computacionais básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão mais do que as habilidades matemáticas abstratas envolvidas na álgebra, trigonometria, geometria ou cálculo" (OMS, 1993, p. 48), é perfeitamente legítimo o questionamento: como que um aluno converte um enunciado em língua natural para a algébrica, compreende o caráter da representação infinita do $\sqrt{3}$, entende que para se obter a soma dos ângulos internos de um polígono convexo basta dividi-lo em triângulos, obtém termos de uma PA como se estivesse usando a fórmula do termo geral (sem tê-la visto), mas, por outro lado, recorre aos dedos das mãos ou risquinhos para obter o valor de 6×7 ou afirma que é 13 por ter feito a soma ao invés da multiplicação? Em outras palavras, dá conta de tarefas consideradas cognitivamente mais exigentes, mas tem dificuldades com as mais elementares? Poderíamos, além disso, ponderar que se José foi capaz de realizar atividades com o grau de sofisticação citado, então também poderia realizar outras com semelhantes exigências cognitivas e, quem sabe, até com exigências maiores?

6.2.8 Apontamento 8: Uma compilação das dificuldades observadas

A proposta desta subseção é a de apresentar um quadro, no qual compilamos as principais DAs da matemática apresentadas por José. Buscamos elencar as dificuldades que se impuseram com maior frequência, já relatadas nas subseções anteriores. O Quadro 8, a seguir, traz mais detalhes sobre cada uma delas.

Quadro 8: Principais Dificuldades de Aprendizagem da matemática apresentadas por José

Dificuldades	Exemplos	Aspectos semiocognitivos envolvidos
Memória relacionada a fatos aritméticos básicos	Não lembra quanto é 3.7	Recorre a representações auxiliares ou objetos ostensivos com baixa valência instrumental e semiótica (dedos das mãos, risquinhos) Modo fenomenológico de produção (lápis/papel, computador, cálculo mental)
Troca do produto pela soma	$4.24 = 28$	Tratamentos Confusão de conteúdo (significado)
Troca da potenciação pelo produto	10^2=20	Tratamentos Confusão de conteúdo (significado)
Troca da radiciação pela divisão	$\sqrt{1} = 0{,}5$	Tratamentos Confusão de conteúdo (significado)
Reconhecimento de signos	Vê o número 108, mas fala 180	Acesso ao objeto Confunde a forma do representante
Hierarquia das operações aritméticas	Reescreve $34+20 \div 4$ como $54 \div 4$	Tratamento Equivalência referencial
Hierarquia das operações algébricas	$\sqrt{x+10} - \sqrt{2x+3}$ é reescrita como $\sqrt{x+2x} - \sqrt{10+3}$	Tratamento Equivalência referencial
Equações em forma de proporção	$\frac{1}{2} = \frac{7}{x}$ é reescrita como $\frac{14}{x}$	Tratamento Equivalência referencial
Adição de monômios de graus diferentes	$6t^2 - 18t$ é reescrito como $-12t$	Tratamento Equivalência referencial

Fonte: Elaborado pelo autor

Na segunda coluna, trouxemos alguns exemplos de situações que presenciamos durante os encontros, e que ilustram a dificuldade elencada na primeira coluna.

Quanto à terceira coluna, nela tentamos apontar os aspectos semiocognitivos relacionados a cada uma das dificuldades. Algumas delas, como a primeira (memória), podem estar ligadas outros vieses semiocognitivos, além daqueles que elencamos no Quadro 8, como os gestos intelectuais (Tratamentos e Conversões), o acesso à forma/conteúdo, entre outros. No entanto, procuramos listar apenas o que entendemos preponderar na relação com a dificuldade apontada.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS - E AGORA, JOSÉ?

É chegada a hora de apresentarmos as conclusões deste trabalho e trazermos as perspectivas de estudos futuros. Em outras palavras, assinalar aquilo que esta pesquisa trouxe de contribuição para a área da Educação Matemática e, também, pontuar aquilo que ainda pode ser feito, pois, conforme afirmam Bogdan e Biklen (1994, p. 128), "Não existe nenhum tema que não precise de ser mais investigado; é esta crença que dá sentido à vida de investigador".

Destacamos, mais uma vez, que esta tese consiste em um Estudo de Caso e, assim, "Em lugar da pergunta: este caso é representativo do quê?, o leitor vai [deveria] indagar: o que eu posso (ou não) aplicar deste caso na minha situação?" (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 22). Isto porque, a preocupação central no desenvolvimento de pesquisas como esta é a compreensão de uma instância singular. O objeto de estudo é tratado como único – aqui foi a análise das DAs apresentadas por um jovem aluno, com DD, com a lente da TRRS. Além disso, este sujeito cursa o Ensino Médio de uma escola da rede pública do Estado de Santa Catarina, tem 18 anos, tem pais separados, reside com sua mãe e seu irmão etc., etc., etc. Em outras palavras, está inserido num contexto multidimensional e historicamente situado. Assim, "a questão sobre o caso ser ou não 'típico', isto é, empiricamente representativo de uma população determinada, torna-se inadequada, já que cada caso é tratado como tendo um valor intrínseco" (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 24).

O imperativo, neste momento, é retomarmos os nossos objetivos e apontar se eles foram ou não atingidos. O Geral consistia em "realizar uma análise, sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, das dificuldades de aprendizagem da matemática apresentadas por um aluno com Discalculia do Desenvolvimento". Os Específicos, por sua vez, eram: (1) Investigar como se dá o acesso aos objetos matemáticos pelo sujeito com DD, com base nas premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica; (2) Descrever, do ponto de vista semiocognitivo, os procedimentos e as estratégias utilizadas pelo aluno durante a resolução de tarefas matemáticas; (3) Apontar de que maneira as Funções Discursivas podem ser utilizadas para análise das produções de um aluno com DD; (4) Trazer contribuições, do ponto de vista didático e pedagógico, para a compreensão das dificuldades de aprendizagem da matemática apresentadas por um aluno com DD; (5) Apresentar sugestões, de carácter metodológico, para os professores que têm alunos com DD nas suas classes.

Quanto ao primeiro objetivo específico, precisamos, antes de tudo, relembrar que o acesso aos objetos matemáticos só se dá por meio das suas representações – "não há noesis sem semiosis" (DUVAL, 1995, p. 5). Mais especificamente, o acesso depende do trânsito entre, pelo menos, duas representações do mesmo objeto (DUVAL, 2012a, p. 282). No entanto, constatamos, na subseção 6.2.5, que o nosso aluno apresenta uma dificuldade anterior a esta, que é o acesso à forma de alguns representantes (lembremos que, para Duval (2008, p. 44), toda representação é composta pelo trio {{conteúdo, forma}, objeto}). Ele troca, com alguma frequência, por exemplo, o número 180 pelo 108, o número 5 pelo 2, entre outros. Em efeito cascata, naturalmente que o conteúdo da representação também fica prejudicado, assim como a referência ao objeto.

Ora, se o acesso primeiro – à forma do representante - ocorre de modo incorreto, perguntamo-nos como seria possível transitar entre duas representações diferentes para, enfim, acessar ao objeto matemático? Portanto, concluímos que o nosso aluno apresenta, recorrentemente, dificuldades de acesso a alguns objetos matemáticos, pois o reconhecimento inicial, da forma do representante, já ocorre de modo equivocado.

Em relação ao segundo objetivo específico, descrevemos diversas estratégias, no âmbito semiocognitivo, empregadas por José durante a resolução das suas atividades de matemática. Uma delas, aprofundada na subseção 6.2.2, diz respeito ao recurso sistemático às representações auxiliares – os objetos ostensivos com baixa valência instrumental e semiótica. Notadamente, José recorria aos dedos das mãos sempre que era necessário efetuar alguma operação aritmética básica, como a adição "$5 + 7$" ou o produto "3×4", por exemplo. Além disso, também fazia uso frequente dos risquinhos como apoio na resolução de operações aritméticas, como exemplificamos nas Figuras 15, 16 e 17.

Para Duval (2001, p. 62), estas representações auxiliares – dedos das mãos e risquinhos -, que cumprem meramente uma função material, "não têm nem a potência semântica nem a potência combinatória dos sistemas semióticos. Tais recursos, pois, não são mais do que um esboço de semiotização [...]". O uso destes artifícios pode estar diretamente ligado às dificuldades com a memória, condição costumeiramente identificada nos sujeitos com DD, conforme já pontuamos no início da subseção 6.2.1. Na impossibilidade de resgatar o resultado de uma operação, por exemplo, 7×3, da Memória de Longo Prazo, o aluno usava os dedos das mãos ou os risquinhos como forma de diminuir a demanda da Memória de Trabalho (GEARY, 1990, p. 380).

Cabe, então, propor um raciocínio e um posterior questionamento. Considerando que os alunos com DD necessitam destas representações auxiliares, ou objetos ostensivos, com baixa valência instrumental e semiótica (dedos das mãos e risquinhos); considerando que, progressivamente, com a abstração das noções e tarefas matemáticas, os objetos ostensivos são substituídos por outros de maior valência instrumental e semiótica (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 20; KASPARI: BITTAR, 2013, p. 1426), questionamo-nos: como ficam os sujeitos com DD, que se amparam nestes instrumentos durante a resolução das suas tarefas, mas, por outro lado, precisam deles se emancipar, pressuposto para o engajamento nas tarefas matemáticas mais complexas?

Ainda em relação ao segundo objetivo específico, ganhou destaque nos nossos encontros um procedimento adotado por José para a resolução de equações na forma de proporção (subseção 6.2.4). Por exemplo, ao resolver a equação $\frac{1}{2} = \frac{7}{x}$, ele escreveu, na linha seguinte, a fração $\frac{14}{x}$. José entendeu a necessidade de efetuar o produto dos meios e o produto dos extremos, mas ficou distante do que Duval (2020, p. 28) chama de substituição semântica. Ou seja, esperava-se que a equação $\frac{1}{2} = \frac{7}{x}$ fosse substituída pela nova equação $x = 14$, semanticamente equivalente à anterior. Este tipo de equívoco, envolvendo equações em forma de proporção, ocorreu nos encontros 4, 6, 10, 11, 46, 47, 48 e 61.

Continuando no âmbito do segundo objetivo específico, também na subseção 6.2.4, percebemos que José, de forma recorrente, adicionava monômios de graus diferentes, como, por exemplo, $5x + 2$ resultando em $7x$ e $6t^2 - 18t$ em $-12t$. Estes procedimentos equivocados podem estar ligados ao uso do sinal de "=" como um signo de procedimento (DUVAL, 2020, p. 30-31; DUVAL; PLUVINAGE, 2016, p. 122 e 137), fazendo com que os signos operacionais ("+" e "$-$") se imponham de tal modo que as letras não sejam consideradas.

No tocante ao terceiro objetivo específico, as Funções Discursivas foram ferramentas essenciais para a análise das produções do nosso aluno. Através delas foi possível considerar não apenas a face exposta da atividade matemática, mas, principalmente, a face oculta – os gestos intelectuais.

Como muitas das atividades de matemática e de física resolvidas por José aconteceram durante nossos diálogos, boa parte do seu discurso se deu através da expansão Natural (Quadro 4), em que o aluno se valeu do seu repertório cultural e da língua natural para desenvolver seu raciocínio. Um exemplo disto ocorreu no Apontamento 8, onde José resolveu um problema de equação do segundo grau (Figura 28 – terceiro problema), cujas raízes foram ± 21, mas ele prontamente afirmou que seria apenas o resultado positivo, porque o problema dado falava em "quantia que eu possuo, não que eu perdi". O mesmo tipo de expansão também foi usado quando ele explicou de que forma se poderia obter o décimo nono termo da P.A. (28, 36, 44, 52, ...), na subseção 6.2.7.

Ainda em relação à Figura 28, José também usou a expansão Formal para resolver os três problemas ali propostos. Por exemplo, no primeiro deles, ele substitui a frase "o quadrado de um número é igual a 121" por "$x^2 = 121$".

A expansão Cognitiva também se fez presente inúmeras vezes, como, por exemplo, quando José dialogou conosco durante a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo (Figura 27).

Quando à Função Referencial, destacamos várias atividades em que o nosso aluno dela fez uso, especialmente através da operação de Designação que, em relação à álgebra, Duval (2011b) entende ser muito mais importante do que a introdução das letras. Quase ato contínuo à Função Referencial, vem a Função Apofântica, que permite, através de proposições, dizer algo sobre os objetos designados. Podemos citar, por exemplo, o que já relatamos na subseção 6.2.7, em que José designou por x o lado desconhecido de um triângulo retângulo, cujos catetos valiam 6 e 8. Em seguida, configurando o uso da Função Apofântica, enunciou o teorema de Pitágoras e, através de uma expansão Formal, obteve o valor de x.

Por último, vale destacar que a Função de Reflexividade esteve presente sempre que José demarcava a intencionalidade dos seus enunciados ou proposições, sendo através do valor lógico, epistêmico ou social.

Se um "[...] discurso diz mais do que parece dizer [...]" (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 483), com as Funções Discursivas pudemos, também, esquadrinhar aquilo que o aluno apresentou no seu discurso ainda de modo muito pobre ou incipiente, especialmente por sua falta de domínio da linguagem formal da matemática. Deste modo, entendemos que estas Funções, além de cumprirem seu papel de ferramenta metodológica para a análise das produções do nosso aluno, também revelaram, em muitos momentos, a capacidade de José em compreender diversos conceitos matemáticos, ainda que isto não estivesse completamente explícito nos seus escritos e nas suas falas.

Quanto aos dois últimos objetivos específicos, entendemos que eles estão conectados, pois, à medida em que apresentamos contribuições, de caráter didático e pedagógico, para a compreensão das DAs da matemática apresentadas por um aluno com DD, automaticamente encaminhamos sugestões, de cunho metodológico, para os professores que têm alunos nestas condições em suas classes.

Uma primeira contribuição, entendemos estar relacionada às dificuldades do nosso aluno com a(s) memória(s). Na subseção 6.2.1 fizemos uma ampla discussão a este respeito e percebemos que José não conseguia concluir atividades com um número muito grande de subtarefas. Cada uma delas, em virtude da sua dificuldade com a(s) memória(s), tomava a forma de um novo problema. Assim, dar conta de cada dessas subtarefas e retomar o caminho inicial era praticamente impossível. José se via em um labirinto sem saída, que o levava à exaustão e consequente desistência do problema. Para o caso específico do nosso aluno, entendemos que atividades com esta configuração (muitas subtarefas) não contribuem para a sua aprendizagem e, portanto, devem ser repensadas. Ainda que a natureza desta tese não permita a extrapolação dos resultados aqui apontados para um âmbito maior, sugerimos aos professores que tenham em suas classes alunos com DD, que fiquem atentos ao seu desempenho nas atividades que contenham exercícios com esta característica.

Do mesmo modo, também em função da dificuldade com a(s) memória(s), atrelada às dificuldades de execução de operações aritméticas básicas, o que faz com que José recorra a objetos ostensivos de baixa valência instrumental (dedos das mãos, risquinhos), entendemos que seja essencial oportunizar o uso da calculadora durante a realização das suas tarefas escolares que envolvam cálculos. Naturalmente, também sugerimos aos professores que tenham alunos com DD em suas classes, que considerem esta possibilidade.

Com base nos mesmos argumentos dos dois parágrafos anteriores (dificuldades com a(s) memória(s) e na realização de operações aritméticas básicas), também sugerimos que deve ser disponibilizado, ao aluno com DD, um tempo maior para a realização das suas tarefas escolares, especialmente provas e avaliações, momento em que pode haver maior sobrecarga emocional associada à necessidade de obtenção de notas.

Outras considerações também devem ser acrescentadas. Nos nossos encontros, recorrentemente, José trocava algumas operações aritméticas: a multiplicação pela adição, a potência de dois pelo dobro e a raiz quadrada era calculada como uma divisão por dois (subseção 6.2.3). Postulamos que, além de claros problemas de Tratamentos, ocorrem, principalmente, confusões inaugurais em relação ao conteúdo das representações em forma de produto, potência e radiciação. Fica, aqui, também, mais uma pergunta: de que maneira um aluno com DD pode transpor esta dificuldade associada à confusão dos conteúdos relacionados às operações de produto, potenciação e radiciação?

Além de tudo o que pontuamos, faz-se necessário acrescentar que esta tese é pioneira ao lançar o olhar da TRRS sobre a DD. Isto se confirmou ao realizarmos o levantamento (Capítulo 3) de teses e dissertações, no âmbito da Educação e da Educação Matemática, tendo a DD como tema central. Encontramos apenas dezoito trabalhos (dezessete dissertações e uma tese), sendo que dezessete deles foram feitos a partir de 2015, nove entre 2019 e 2020, mostrando que este campo de pesquisa é bastante recente e ainda há muito a se produzir. Além disso, nenhum desses dezoito trabalhos se apoiou em referenciais que explorassem os processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática, como a TRRS, por exemplo.

Outros ingredientes importantes que tentamos utilizar na produção deste trabalho foram os olhares da Educação Inclusiva e o do modelo social da deficiência (ainda que a DD não seja considerada uma deficiência, como já pontuamos inúmeras vezes). Assim, mesmo que o nosso foco tenha sido a investigação das características semiocognitivas implicadas nas DAs da matemática apresentadas por José, à luz da TRRS, nossa intenção esteve muito longe de sentenciar incapacidades, de propor tratamentos ou remediações. Deste modo, entendemos que nosso trabalho também demonstra um certo pioneirismo ao se apoiar na perspectiva da Educação Inclusiva, já que o levantamento das teses e dissertações, que realizamos no capítulo 3, apontou apenas três pesquisas mantendo diálogos tangenciais com esta perspectiva.

É importante ponderar as limitações desta pesquisa. Esperávamos realizar todos os encontros de modo presencial, momentos em que poderíamos observar um pouco do movimento do aluno no seu cotidiano escolar. No entanto, a pandemia do novo Coronavírus nos impôs o não planejado modelo remoto de coleta de dados. Também é importante destacar que, por uma questão de delimitação da tese e pelo modo como permitimos a sua evolução, onde priorizamos o atendimento às demandas escolares de José, sem propor atividades extras, algumas dimensões deixaram de ser investigadas. Por exemplo, os aspectos semiocognitivos implicados na sua aprendizagem da geometria, temática importante na TRRS. Do mesmo modo, por conta do escopo desta pesquisa, não investigamos a implicação do seu entorno sociológico na sua aprendizagem.

Neste norte, vem a sugestão de estudos futuros. Como já pontuamos no Capítulo 3, a quantidade de pesquisas acerca da DD no âmbito da Educação e da Educação Matemática é muito pequena. Os primeiros degraus ainda estão em construção.

No nosso ponto de vista, a própria TRRS ainda tem condições de trazer outras contribuições para as pesquisas acerca da aprendizagem de sujeitos com DD. Por exemplo, os aspectos relacionados às figuras geométricas e o discurso matemático (DUVAL, 1995, p. 173), que não utilizamos neste trabalho por uma questão de prazo e de contingência, conforme já pontuamos. Como nos propomos a auxiliar José nas suas tarefas de matemática e de física, os temas analisados partiam sempre dele e, durante nossos encontros, a temática da geometria raramente apareceu. Além disso, por uma questão de respeito ao tempo e aos limites do aluno, entendemos por bem não propor atividades além daquelas que ele trazia da sala de aula.

No âmbito da Educação Inclusiva, consideramos que o Desenho Universal para a Aprendizagem – DUA (CAST, 2011) - apresenta um conjunto de princípios e ideias que dialogam muito bem com a perspectiva da inclusão e a complementa. Este termo (DUA) foi inspirado no conceito de desenho universal na área da arquitetura, que visava criar espaços, ambientes e ferramentas que fossem utilizáveis pelo maior número possível de pessoas (CAST, 2011, p. 3). Por que não levar estas mesmas ideias para os contextos de aprendizagem? Assim surgiu o DUA, que se concentra no acesso a todos os aspectos da aprendizagem, buscando "[...] eliminar barreiras desnecessárias sem eliminar os desafios necessários (CAST, 2011, p. 3, tradução nossa). Deste modo, entendemos que há espaço para pesquisas que discutam a remoção de barreiras à aprendizagem de alunos com DD, com o embasamento do DUA.

Ainda na linha da Educação Inclusiva, avaliamos que serão bem-vindas as pesquisas que problematizarem o uso dos termos biomédicos no âmbito da DD, como sintomas, causas, remediação, tratamento etc. Em que medida isto afeta o aluno com este transtorno e, também, o olhar dos demais sujeitos do universo escolar, desde professores, equipe pedagógica e os outros alunos da sua classe?

Além disso, diferentes linhas de abordagem, que considerem não apenas os aspectos semiocognitivos do fenômeno da aprendizagem, mas que levem em conta outras dimensões do sujeito, além da epistemológica, como o seu contexto social e pessoal, podem, e devem ser utilizadas. Neste sentido, entendemos que a teoria Da Relação com o Saber (CHARLOT, 2000) pode dar suporte a investigações com estas características, envolvendo alunos com DD.

Para finalizar, esperamos que pesquisas como esta, além de fomentarem as discussões no âmbito da aprendizagem da matemática dos sujeitos com DD, contribuam para que os alunos nesta condição não se sintam à margem nos espaços escolares e, principalmente, inadequados ou inaptos para a vida em sociedade.

8 REFERÊNCIAS

ABREU, Neander et al. Neuropsicologia da aprendizagem e memória. In: FUENTES, Daniel et al. **Neuropsicologia**: teoria e prática. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2014. Cap. 8. p. 103-114.

ALARCÓN, Maricela et al. A Twin Study of Mathematics Disability. **Journal Of Learning Disabilities,** [S.L.], v. 30, n. 6, p. 617-623, nov. 1997. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/002221949703000605.

ALBUQUERQUE, Rosângela Maria. **O ensino de cálculo diferencial e integral adaptado para discente com transtorno do espectro autista e discalculia**: um estudo de caso com base em Vigotski. 2020. 172 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.

AMATO, Cibelle Albuquerque de La Higuera; BRUNONI, Decio; BOGGIO, Paulo Sérgio (Org.). **Distúrbios do Desenvolvimento**: Estudos Interdisciplinares. São Paulo: Memnon, 2018. 508 p.

AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION. **DSM-5**: Manual diagnóstico e estatístico de transtornos mentais. 5 ed. Porto Alegre: Artmed, 2014. 948 p.

ANJOS, Daiana Zanelato dos; MORETTI, Méricles Thadeu. Ensino e Aprendizagem em Matemática para Estudantes Cegos: pesquisas, resultados e perspectivas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [s.l.], v. 10, n. 1, p. 15-22, 13 set. 2017. Editora e Distribuidora Educacional. http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.v10n1.

ARAÚJO, Karolina Lima dos Santos. **Os saberes docentes de professores de matemática que atuam com alunos discalcúlicos incluídos nos anos finais do ensino fundamental**. 2019. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas**. Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

AUGUSTIN, Ingrid. Modelos de deficiência e suas implicações na educação inclusiva. In: **IX SEMINÁRIO ANPED SUL**, 19., 2012, Caxias do Sul. Anais [...]. Caxias do Sul: Anped, 2012. p. 1-6.

AVILA, Lanúzia Almeida Brum. **Avaliação e intervenções psicopedagógicas em crianças com indícios de discalculia**. 2017. 280 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BADDELEY, Alan. Exploring the Central Executive. **The Quarterly Journal Of Experimental Psychology Section A**, [S.L.], v. 49, n. 1, p. 5-28, fev. 1996. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1080/713755608.

______. The episodic buffer: a new component of working memory?. **Trends In Cognitive Sciences**, [S.L.], v. 4, n. 11, p. 417-423, nov. 2000. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/s1364-6613(00)01538-2.

BADDELEY, Alan D.; HITCH, Graham. Working Memory. **Psychology Of Learning And Motivation**, [S.L.], p. 47-89, 1974. Elsevier. http://dx.doi.org/10.1016/s0079-7421(08)60452-1.

BADDELEY, Alan; EYSENCK, Michael W.; ANDERSON, Michael C.. **Memory**. 2. ed. New York: Psychology Press, 2015. 531 p.

BAKWIN, H.; BAKWIN, R. M. **Clinical Management of Behavior Disorders in Children**. 2. ed. Philadelphia: W. B. Saunders Co, 1960.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Lisboa/Portugal: Edições 70, 2004.

BASTOS, José Alexandre. Matemática: distúrbios específicos e dificuldades. In: ROTTA, Newra Tellechea; OHLWEILER, Lygia; RIESGO, Rudimar dos Santos (Org.). **Transtornos da aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2016. Cap. 14. p. 176-189.

BASTOS, José Alexandre et al. The prevalence of developmental dyscalculia in Brazilian public school system. **Arquivos de Neuro-psiquiatria**, [s.l.], v. 74, n. 3, p.201-206, mar. 2016. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/0004-282x20150212

BELTRAME, Rudinei Luiz; GESSER, Marivete; SOUZA, Simone Vieira de. Diálogos sobre medicalização da infância e educação: uma revisão de literatura. **Psicologia em Estudo**, [S.L.], v. 24, p. 1-15, 3 jun. 2019. Universidade Estadual de Maringa. http://dx.doi.org/10.4025/psicolestud.v24i0.42566.

BENVENISTE, Émile. **Problèmes de linguistique générale 1**. Paris: Gallimard, 1966.

BERNARDI, Jussara. **Alunos com discalculia: o resgate da auto-estima e da auto-imagem através do lúdico**. 2006. 189 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. 334 p.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problematique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Strasbourg, v. 19, n. 1, p. 77-124, 1999.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval. **ReBECEM – Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v. 2, n. 1, p. 1-26, 2018.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu; BASSOI, Tânia Stella. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 2, p.479-503, 2014.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

______. **LEI nº. 9.394**, de 20 dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, Diário Oficial, 1996.

______. Secretaria dos Direitos Humanos. **Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência**: Protocolo Facultativo à Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência: Brasília: SEDH, 2007.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

______. Câmara dos Deputados. **Projeto de Lei nº 8.489**, de 05 de setembro de 2017. Dispõe sobre as condições de realização de provas para pessoas com dislexia comprovada por meio de laudo médico. Brasília: Câmara dos Deputados, 2017. Disponível em: https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=2150445. Acesso em: 06 set. 2021.

______. **Censo da Educação Básica 2019**: Resumo Técnico. 2020. Brasília: Inep.

______. **Decreto nº 10.502**, de 30 de setembro de 2020. Institui a Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado ao Longo da Vida.. . Brasília, DF: D.O.U., 01 out. 2020. Seção 1, p. 6-8. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2020/decreto/D10502.htm. Acesso em: 26 ago. 2022.

______. **LEI nº. 14.254**, de 30 novembro de 2021. Dispõe sobre o acompanhamento integral para educandos com dislexia ou Transtorno do Deficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH) ou outro transtorno de aprendizagem. Brasília, DF: D.O.U., 01 dez. 2021. Seção 1, p. 5. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2021/lei-14254-30-novembro-2021-792022-publicacaooriginal-164005-pl.html

BUTTERWORTH, Brian. **The mathematical brain**. London: Macmillan, 1999. 446 p.

BUTTERWORTH, Brian. The development of arithmetical abilities. **Journal Of Child Psychology And Psychiatry**, [S.L.], v. 46, n. 1, p. 3-18, jan. 2005a. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x.

BUTTERWORTH, Brian. Developmental Dyscalculia. In: CAMPBELL, Jamie I.D. (ed.). **Handbook of Mathematical Cognition**. New York: Psychology Press, 2005b. Cap. 26. p. 455-467

CARDOSO, Jose Ricardo Barbosa. **Resolução de problemas convencionais e não convencionais**: Uma análise das estratégias utilizadas por estudantes com prognóstico e diagnóstico de Discalculia. 2019. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em

Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

CAST. **Universal Design for Learning Guidelines version 2.0**. Wakefield, MA: Author, 2011.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: Elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. 93 p.

CHEVALLARD, Yves. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. **Actes du Séminaire Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis**. Torino, 1994, p. 1-9.

CIASCA, Sylvia Maria. **Distúrbios e Dificuldades de Aprendizagem**: Questão de nomenclatura. In: CIASCA, Sylvia Maria (org.). **Distúrbios da Aprendizagem**: proposta de avaliação interdisciplinar. Proposta de Avaliação Interdisciplinar. 2. ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2003. Cap. 1. p. 19-31.

COHN, Robert. Developmental Dyscalculia. **Pediatric Clinics Of North America**, [s.l.], v. 15, n. 3, p.651-668, ago. 1968. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/s0031-3955(16)32167-8.

CORREIA, Luís de Miranda. Para uma definição portuguesa de dificuldades de aprendizagem específicas. **Revista Brasileira de Educação Especial**, Marília, v. 13, n. 2, p.155-172, 2007. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbee/v13n2/a02v13n2.pdf. Acesso em: 28 ago. 2019.

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas. Qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática? **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 26, n. 42, p. 627-648, abr. 2012. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s0103-636x2012000200011.

COSENZA, Ramon M.; GUERRA, Leonor B.. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011. 151 p.

COSTA, Nathiele. **Discalculia e inclusão escolar**: discursos que condicionam a normalização do sujeito. 2020. 72 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

CUNHA, Allan Costa. **O uso dos jogos digitais como ferramenta de apoio no ensino da matemática para crianças de 6 a 9 anos com Discalculia**. 2020. 147 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Novas Tecnologias Digitais na Educação, Centro Universitário UniCarioca, Rio de Janeiro, 2020.

DANTZIG, Tobias. **Number**: the language of science. New York: Free Press, 1967.

DEHAENE, Stanislas. Varieties of numerical abilities. **Cognition,** [s.l.], v. 44, n. 1-2, p. 1-42, jan. 1992. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n.

DEHAENE, Stanislas. Précis of The Number Sense. **Mind And Language**, [s.l.], v. 16, n. 1, p. 16-36, fev. 2001. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0017.00154.

DEHAENE, Stanislas. **The number sense**: how the mind creates mathematics. New York: Oxford University Press, 2011. 316 p.

DEHAENE, Stanislas; COHEN, Laurent. Two mental calculation systems: a case study of severe acalculia with preserved approximation. **Neuropsychologia**, [S.L.], v. 29, n. 11, p. 1045-1074, jan. 1991. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-k.

DEHAENE, S.; COHEN, L. Towards an Anatomical and Functional Model of Number Processing. **Mathematical Cognition**, New York, v. 1, p. 83-120, 1995.

DEHAENE, Stanislas; COHEN, Laurent. Cerebral Pathways for Calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. **Cortex,** [S.L.], v. 33, n. 2, p. 219-250, jan. 1997. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/s0010-9452(08)70002-9.

DEHAENE, S.; SPELKE, E.; PINEL, P.; STANESCU, R.; TSIVKIN, S.. Sources of Mathematical Thinking: behavioral and brain-imaging evidence. **Science**, [S.L.], v. 284, n. 5416, p. 970-974, 7 maio 1999. American Association for the Advancement of Science (AAAS). http://dx.doi.org/10.1126/science.284.5416.970.

DELAZER, M.; BENKE, Th.. Arithmetic Facts without Meaning. **Cortex**, [S.L.], v. 33, n. 4, p. 697-710, jan. 1997. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/s0010-9452(08)70727-5.

DESOETE, Annemie et al. Children with Mathematics Learning Disabilities in Belgium. **Journal Of Learning Disabilities**, [S.L.], v. 37, n. 1, p. 50-61, jan. 2004. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/00222194040370010601.

DEVINE, Amy et al. Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. **Learning And Instruction**, [S.L.], v. 27, p. 31-39, out. 2013. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.02.004.

DfES. Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia (DfES 0512/2001). London: **Department of Education and Skills**, 2001. Disponível em: <http://scotens.org/sen/resources/dyslexia_leaflet_maths.pdf>.

DISTRITO FEDERAL. **Lei nº 5.310**, de 18 de fevereiro de 2014. Dispõe sobre a educação especial e o atendimento e acompanhamento integral aos estudantes que apresentem necessidades especiais nos diferentes níveis, etapas e modalidades de educação. Disponível em < https://www.sinprodf.org.br/lei-no-5-310-de-18-de-fevereiro-de-2014/>.

DÍAZ, Félix. **O processo de aprendizagem e seus transtornos**. Salvador: Edufba, 2011. 396 p.

DINIZ, Debora. **O que é deficiência**. São Paulo: Brasilense, 2007. 89 p. Coleção Primeiros Passos.

DIRKS, Evelien et al. Prevalence of Combined Reading and Arithmetic Disabilities. **Journal Of Learning Disabilities**, [S.L.], v. 41, n. 5, p. 460-473, set. 2008. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/0022219408321128.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Bern: Peter Lang. 1995.

______. **Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo**. Santiago de Cali: Mérlin I.d., 2001. 121 p. Tradução de Myrian Vega Restrepo.

______. Eight Problems for a Semiotic Approach in Mathematics Education. **Semiotics In Mathematics Education**, [S.L.], p. 39-61, 1 jan. 2008. Brill | Sense. http://dx.doi.org/10.1163/9789087905972_004.

______. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Volume 1. São Paulo: Proem, 2011a. 160 p. Organização: Tânia M. M. Campos.

______. **Dois olhares opostos sobre os pontos críticos do ensino de álgebra no "collége" (11-15 anos, ensino fundamental)**: Introdução e utilização de letras, a resolução de problemas e a resolução de equações. Palestra proferida no III SIEMAT - Seminário Internacional de Educação Matemática, Curitiba, 2011b. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vvgiS6c_k5g. Acesso em: 01 fev. 2021.

______. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: Revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 13 dez. 2012a. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 18 nov. 2019.

______. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [S.L.], v. 7, n. 1, p. 97-117, 16 jul. 2012b. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p97.

______. Registros de representações semióticos e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. p. 11 - 33. In: Machado, Silvia D. A. (Orgs). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 8ª Ed. Campinas: Papirus. 2013.

______. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030!. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, [S.L.], v. 10, n. 1, p. 1, 4 set. 2015. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n1p1. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n1p1>. Acesso em: 15 abr. 2021.

______. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática1 **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [S.L.], v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p1

______. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. **Revemat**: Revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 11, n. 2,

p. 1-78, 02 mar. 2017. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n2p1/33628>. Acesso em: 14 out. 2021.

______. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática. **Revemat**: Revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 1-27, 12 dez. 2018. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/2731>. Acesso em: 14 out. 2021.

______. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. In: MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Celia Finck (org.). **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval**. Florianópolis: Revemat/ufsc, 2020. Cap. 1. p. 21-52. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982>. Acesso em: 29 jan. 2021.

DUVAL, Raymond; PLUVINAGE, François. Apprentissages algébriques I: points de vue sur l'algèbre élémentaire et son enseignement. **Annales de Didactique Et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, n. 21, p. 117-152, 2016.

DUVAL, Raymond *et al*. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: introduzir a álgebra no ensino: qual é o objetivo e como fazer isso?. São Paulo: Proem, 2015. 104 p. Organização: Tânia M. M. Campos.

EUA. U.s. Department Of Education. Idea Individuals Whit Disabilities Education Act. **Sec. 300.8 (c) (10)**: specific learning disability. Specific learning disability. 2021. Disponível em: <https://sites.ed.gov/idea/regs/b/a/300.8/c/10>. Acesso em: 30 ago. 2021.

FERREIRA, Fernanda de Oliveira; HAASE, Victor Geraldi. Discalculia do desenvolvimento e cognição matemática: aspectos neuropsicológicos. In: VALLE, Luiza Elena Ribeiro et al (Org.). **Aprendizagem na atualidade**: neuropsicologia e desenvolvimento na inclusão. São Paulo: Novo Conceito, 2010. Cap. 13. p. 119-127.

FISCHER, Ursula et al. Sensori-motor spatial training of number magnitude representation. **Psychonomic Bulletin & Review**, [S.L.], v. 18, n. 1, p. 177-183, 10 nov. 2010. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.3758/s13423-010-0031-3.

FONSECA, Vítor da. **Uma introdução às dificuldades de aprendizagem**. Lisboa: Editorial Notícias, 1984.

FREGE, Gottlob. **Lógica e filosofia da linguagem**. São Paulo: Cultrix, 1978. 157 p. Tradução e notas de Paulo Alcoforado.

FREITAS, Infância Bones. **O uso de tecnologias móveis para auxiliar na aprendizagem de estudantes com discalculia**. 2020. 128 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional Informática na Educação, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 3, n. 2, p. 10-34, 2013.

GARCÍA, Jesus Nicasio. **Manual de dificuldades de aprendizagem**: Linguagem, leitura, escrita e matemática. Porte Alegre: Artmed, 1998. 266 p.

GEARY, David C.. A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. **Journal Of Experimental Child Psychology**, [S.L.], v. 49, n. 3, p. 363-383, jun. 1990. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/0022-0965(90)90065-g.

GEARY, David C.. Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components.. **Psychological Bulletin**, [S.L.], v. 114, n. 2, p. 345-362, 1993. American Psychological Association (APA). http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.114.2.345.

GEARY, David C.. **Children's Mathematical Development**: research and practical applications. Washington: American Psychological Association, 1994.

GEARY, David C.. Reflections of evolution and culture in children's cognition: implications for mathematical development and instruction. **American Psychologist**, [S.L.], v. 50, n. 1, p. 24-37, jan. 1995. American Psychological Association (APA). http://dx.doi.org/10.1037/0003-066x.50.1.24.

GEARY, David C.; HOARD, Mary K.. Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: relation to dyscalculia and dyslexia. **Aphasiology**, [S.L.], v. 15, n. 7, p. 635-647, jul. 2001. Informa UK Limited. http://dx.doi.org/10.1080/02687040143000113.

GEARY, David C. et al. Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. **Child Development**, [S.L.], v. 78, n. 4, p. 1343-1359, jul. 2007. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x.

GESSER, Marivete et al. Psicologia e os estudos sobre deficiência: uma breve introdução. In: GESSER, Marivete et al (org.). **Psicologia e pessoas com deficiência**. Florianópolis: Tribo da Ilha, 2019. p. 10-17.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 176 p.

GOFFREDO, Vera Lúcia Flor Sénéchal. Educação: Direito de Todos os Brasileiros. In: **Salto para o futuro**: Educação Especial: Tendências atuais/ Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, SEED, 1999.

GOMES, Michelly Amarante da silva. **Criação de um site sobre discalculia em escolas municipais de 1º e 2º ciclos do Ensino fundamental de Niterói**. 2020. 166 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Diversidade e Inclusão, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020.

GRANGER, G**. Langages et épistémologie**. Paris: Klinksieck, 1979.

GROSS-TSUR, Varda; MANOR, Orly; SHALEV, Ruth S.. Developmental Dyscalculia: prevalence and demographic feature**. Developmental Medicine & Child Neurology**, [S.L.], v. 38, n. 1, p. 25-33, 1996

HAASE, Vitor Geraldi et al. Discalculia e Dislexia: semelhança epidemiológica e diversidade de mecanismos neurocognitivos. In: ALVES, Luciana Mendonça; MOUSINHO, Renata; CAPELLINI, Simone Aparecida (Org.). **Dislexia**: Novos temas, novas perspectivas. Rio de Janeiro: Wak, 2011. Cap. 13. p. 257-282.

HAASE, Vitor Geraldi; SANTOS, Flávia Heloísa dos. Transtornos específicos de aprendizagem: dislexia e discalculia. In: FUENTES, Daniel; MALLOY-DINIZ, Leandro F.; CAMARGO, Candida Helena Pires de; COSENZA, Ramon M. (org.). **Neuropsicologia**: teoria e prática. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2014. p. 139-153.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: ciências e aplicações (1º ano ensino médio). 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

IUCULANO, Teresa. Neurocognitive accounts of developmental dyscalculia and its remediation. **Progress In Brain Research**, [S.L.], p. 305-333, 2016. Elsevier. http://dx.doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.024.

KADOSH, Roi Cohen; DOWKER, Ann (ed.). **The Oxford Handbook of Numerical Cognition**. New York: Oxford University Press, 2015.

KASPARY, Danielly; BITTAR, Marilena. Ostensivos como instrumento no estudo das operações de adição e de subtração dos números naturais. In**: VII CIBEM**, 7., 2013, Montevideo: Cibem, 2013. p. 1424-1434.

KAUFMANN, Liane; VON ASTER, Michael. The Diagnosis and Management of Dyscalculia. **Deutsches Aerzteblatt Online**, [S.L.], p. 767-778, 9 nov. 2012. Deutscher Arzte-Verlag GmbH. http://dx.doi.org/10.3238/arztebl.2012.0767.

KAUFMANN, Liane et al. Dyscalculia from a developmental and differential perspective. **Frontiers In Psychology**, [s.l.], v. 4, p.1-5, 2013. Frontiers Media SA. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00516. Disponível em: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2013.00516/full>. Acesso em: 06 mar. 2020.

KIECHL-KOHLENDORFER, Ursula et al. Early risk predictors for impaired numerical skills in 5-year-old children born before 32 weeks of gestation. **Acta Paediatrica**, [S.L.], v. 102, n. 1, p. 66-71, 22 out. 2012. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/apa.12036.

KIRK, Samuel et al. **Educating Exceptional Children**. 12. ed. Boston: Houghton Miffin, 2009.

KOPERA-FRYE, Karen; DEHAENE, Stanislas; STREISSGUTH, Ann P.. Impairments of number processing induced by prenatal alcohol exposure. **Neuropsychologia**, [S.L.], v. 34, n. 12, p. 1187-1196, dez. 1996. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/0028-3932(96)00043-7.

KOSC, Ladislav. Psychology and psychopathology of mathematical abilities. **Studia psychologica**, 1970, v.12, p. 159-162.

KOSC, Ladislav. Developmental Dyscalculia. **Journal Of Learning Disabilities**, [s.l.], v. 7, n. 3, p.164-177, mar. 1974. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/002221947400700309.

KOUMOULA, Anastasia et al. An Epidemiological Study of Number Processing and Mental Calculation in Greek Schoolchildren. **Journal Of Learning Disabilities**, [S.L.], v. 37, n. 5, p. 377-388, set. 2004. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/00222194040370050201.

KUCIAN, Karin et al. Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional mri study. **Behavioral And Brain Functions**, [S.L.], v. 2, n. 1, p. 31, 2006. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1186/1744-9081-2-31.

LANDERL, Karin; MOLL, Kristina. Comorbidity of learning disorders: prevalence and familial transmission. **Journal Of Child Psychology And Psychiatry**, [S.L.], v. 51, n. 3, p. 287-294, mar. 2010. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-7610.2009.02164.x.

LANNA JÚNIOR, Mário Cléber Martins (comp.). **História do Movimento Político das Pessoas com Deficiência no Brasil.** Brasília: Secretaria de Direitos Humanos. Secretaria Nacional de Promoção dos Direitos da Pessoa Com Deficiência, 2010. 443 p.

LEWIS, Clive; HITCH, Graham J.; WALKER, Peter. The Prevalence of Specific Arithmetic Difficulties and Specific Reading Difficulties in 9- to 10-year-old Boys and Girls. **Journal Of Child Psychology And Psychiatry**, [S.L.], v. 35, n. 2, p. 283-292, fev. 1994. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-7610.1994.tb01162.x.

LITT, Jonathan s et al. Academic achievement of adolescents born with extremely low birth weight. **Acta Paediatrica**, [S.L.], v. 101, n. 12, p. 1240-1245, 23 ago. 2012. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1651-2227.2012.02790.x.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A.. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E. P. U., 2018. 112 p.

MAJDALANI, Leonardo Azevedo. **Uma análise da compreensão do conceito de número para um discalcúlico**. 2018. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2018.

MALLOY-DINIZ, Leando F. et al. O exame neuropsicológico: o que é e para que serve?: o que é e para que serve?. In: MALLOY-DINIZ, Leandro F. et al (org.). **Neuropsicologia**: aplicações clínicas. aplicações clínicas. Porto Alegre: Artmed, 2016. p. 26-39.

MANGA, Dionísio; RAMOS, Francisco. **Neuropsicologia de la edad escolar**. Madrid: Visor, 1991.

MATO GROSSO (Estado). **Lei nº 11.239**, de 29 de outubro de 2020. Institui o Plano de Atenção Educacional Especializado – PAE para os alunos diagnosticados com transtornos específicos de aprendizagem (dislexia, disgrafia e discalculia) nas instituições de ensino e dá outras providências. Disponível em < https://www.al.mt.gov.br/legislacao/?tipo=1&restringeBusca=e&palavraChave=&numeroNorma=11239&anoNorma=2020&autor=&dataInicio=&dataFim=&codAssunto=&search=>. Acesso em: 20 mar. 2021.

MAZZOCCO, Michèle M. M.; FEIGENSON, Lisa; HALBERDA, Justin. Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). **Child Development**, [S.L.], v. 82, n. 4, p. 1224-1237, 16 jun. 2011. Wiley. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x.

MENDES, Rodrigo Hübner. Conceitos fundamentais da educação inclusiva. In: MENDES, Rodrigo Hübner (org.). **Educação Inclusiva na prática**: experiências que ilustram como podemos acolher todos e perseguir altas expectativas para cada um. São Paulo: Fundação Santillana, 2020. p. 33-43

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C.. **Análise Textual Discursiva**. 2. ed. Ijuí: Editora Unijuí. 2011.

MORETTI, Méricles Thadeu; THIEL, Afrânio Austregésilo. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Praxis Educativa**, [s.l.], v. 7, n. 2, p.379-396, dez. 2012. Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). http://dx.doi.org/10.5212/praxeduc.v.7i2.0004.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2017. Cap. 4. p. 86-103.

NASCIMENTO, Leandro Tenório do. **Proficiência em matemática**: discalculia e características da aprendizagem no ensino fundamental II e no ensino médio. 2016. 211 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Gestão e Práticas Educacionais, Universidade Nove de Julho, São Paulo, 2016

OHLWEILER, Lygia. Introdução aos transtornos da aprendizagem. In: ROTTA, Newra Tellechea; OHLWEILER, Lygia; RIESGO, Rudimar dos Santos (org.). **Transtornos da aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. 2. ed. Porte Alegre: Artmed, 2016. Cap. 9. p. 107-111.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis: Vozes, 2007. 182 p.

ONU. **Declaração Universal dos Direitos Humanos**. 1948. Disponível em <https://www.ohchr.org/EN/UDHR/Pages/Language.aspx?LangID=por> . Acesso em: 08 mar. 2021.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. **CID-10**: Classificação de transtornos mentais e de comportamento da CID-10. Porto Alegre: Artmed, 1993. 554 p.

PEDROSO, Fleming Salvador; ROTTA, Newra Tellechea. Transtorno da linguagem. In: ROTTA, Newra Tellechea et al (org.). **Transtornos da aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2016. Cap. 10. p. 112-132.

PIAZZA, Manuela et al. Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. **Cognition**, [S.L.], v. 116, n. 1, p. 33-41, jul. 2010. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012.

PIMENTEL, Letícia da Silva**. Possíveis indícios de discalculia em Anos Iniciais**: uma análise por meio de um Teste piloto de matemática. 2015. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

PIPER, Brian J.; CORBETT, Selena M.. Executive Function Profile in the Offspring of Women That Smoked During Pregnancy. **Nicotine & Tobacco Research**, [S.L.], v. 14, n. 2, p. 191-199, 29 out. 2011. Oxford University Press (OUP). http://dx.doi.org/10.1093/ntr/ntr181.

PRITCHARD, Verena E. et al. Early school-based learning difficulties in children born very preterm. **Early Human Development**, [S.L.], v. 85, n. 4, p. 215-224, abr. 2009. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.earlhumdev.2008.10.004.

RAGHUBAR, Kimberly P.; BARNES, Marcia A.; HECHT, Steven A.. Working memory and mathematics: a review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. **Learning And Individual Differences**, [S.L.], v. 20, n. 2, p. 110-122, abr. 2010. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005.

REIGOSA-CRESPO, Vivian et al. Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: The Havana Survey. **Developmental Psychology**, [s.l.], v. 48, n. 1, p.123-135, 2012. American Psychological Association (APA). http://dx.doi.org/10.1037/a0025356.

RELVAS, Marta Pires. **Neurociência e transtornos de aprendizagem**: As múltiplas eficiências para uma educação inclusiva. 6. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2015. 144 p.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R.T. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

ROPOLI, Edilene Aparecida et al. **A educação especial na perspectiva da educação inclusiva**: a escola comum inclusiva. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Especial. Brasília: Ministério da Educação, Universidade Federal do Ceará, 2010.

ROTTA, Newra Tellechea. Dificuldades para aprendizagem. In: ROTTA, Newra Tellechea; OHLWEILER, Lygia; RIESGO, Rudimar dos Santos (org.). **Transtornos da aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2016a. Cap. 8. p. 94-104.

ROTTA, Newra Tellechea. Transtorno de déficit de atenção/hiperatividade: aspectos clínicos. In: ROTTA, Newra Tellechea; OHLWEILER, Lygia; RIESGO, Rudimar dos Santos (org.). **Transtornos da aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2016b. Cap. 20. p. 274-286.

RUBINSTEN, Orly; HENIK, Avishai. Developmental Dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. **Trends In Cognitive Sciences**, [S.L.], v. 13, n. 2, p. 92-99, fev. 2009. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.002.

SALES, Tâmara Regina Reis**. Educação, discalculia e neurociência**: um estudo de caso em Sergipe. 2017. 126 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação na Linha Educação e Formação Docente, Universidade Tiradentes, Aracaju, 2017

SANCHEZ JÚNIOR, Sidney; BLANCO, Marília. O desenvolvimento da Cognição Numérica: compreensão necessária para o professor que ensina matemática na educação infantil. **Revista Thema**, [s.l.], v. 15, n. 1, p. 241-254, 1 mar. 2018. Instituto Federal de Educacao, Ciencia e Tecnologia Sul-Rio-Grandense. http://dx.doi.org/10.15536/thema.15.2018.241-254.805.

SANTOS, Flávia Heloísa dos. **Discalculia do Desenvolvimento**. São Paulo: Pearson Clinical Brasil, 2017. 244 p.

SANTOS, Flávia Heloísa dos; SILVA, Paulo Adilson da; PAULA, André Luiz Damião de. Discalculia do Desenvolvimento: teoria, pesquisa e clínica. In: CAPELLINI, Simone Aparecida; SILVA, Cláudia da; PINHEIRO, Fábio Henrique (org.). **Tópicos em transtornos de aprendizagem**. São José dos Campos: Pulso Editorial, 2011. p. 140-153.

SASSAKI, Romeu Kazumi. Terminologia na era da inclusão. **Revista Nacional de Reabilitação**. São Paulo, ano IX, 2005.

SAUSSURE, F. de. **Curso de linguística geral**. Tradução de A. Chelini, J. P. Paes, I. Blikstein. São Paulo: Cultrix, 2008.

SBEM (Rio de Janeiro) (Org.). **I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva**: ENEMI 2019. 2019. Disponível em: <https://sites.google.com/view/enemi2019-gt13sbem/p%C3%A1gina-inicial?authuser=0>. Acesso em: 25 nov. 2019.

SHALEV, Ruth S.. Developmental Dyscalculia. **Journal Of Child Neurology**, [s.l.], v. 19, n. 10, p.765-771, out. 2004. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/08830738040190100601.

SHALEV, Ruth S.; GROSS-TSUR, Varda. Developmental Dyscalculia and Medical Assessment. **Journal Of Learning Disabilities**, [S.L.], v. 26, n. 2, p. 134-137, fev. 1993. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/002221949302600206.

SHALEV, Ruth S. et al. Developmental Dyscalculia Is a Familial Learning Disability. **Journal Of Learning Disabilities**, [S.L.], v. 34, n. 1, p. 59-65, jan. 2001. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/002221940103400105.

SILVA, Mônica Aparecida da. **Discalculia e aprendizagem de matemática: um estudo de caso para análise de possíveis intervenções pedagógicas**. 2016. 97 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Rural, Seropédica, 2016.

SILVA, Daciana Cedano da. **Tecnologia assistiva para aluno com discalculia**: um estudo de caso. 2020. 84 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado profissional em ciência, tecnologia e educação, Faculdade Vale do Cricaré, São Mateus, 2020.

SILVA, Paulo Adilson da; SANTOS, Flávia Heloísa dos. Discalculia do desenvolvimento: avaliação da representação numérica pela zareki-r. **Psicologia**: Teoria e Pesquisa, [S.L.], v. 27, n. 2, p. 169-177, jun. 2011. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s0102-37722011000200003.

SILVA FILHO, Jorge Paulino da; MORETTI, Méricles Thadeu. Um Estado do Conhecimento sobre a Discalculia do Desenvolvimento: tendências e perspectivas. **Revista Educação Inclusiva - Rein!**, Campina Grande, v. 4, n. 4, p. 21-38, 2020.

SIMPLÍCIO, Henrique Augusto Torres. Ciências cognitivas e filosofias educacionais: contribuições e obstáculos epistemológicos. Palestra proferida no **I Encontro Potiguar de Neurociência Cognitiva e Educação Matemática**, Natal, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qoPBerS60RE&t=4669s>. Acesso em:10 fev. 2021.

SOARES, Magda Becker; MACIEL, Francisca (org.). **Alfabetização**. Brasília: Mec/inep/ Comped, 2000. 173 p. (Estado do Conhecimento). Disponível em: http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484330/Alfabetiza%C3%A7%C3%A3o/f9ddff4f-1708-41fa-82e5-4f2aa7c6c581?version=1.3. Acesso em: 14 maio 2020.

SQUIRE, Larry R.. Declarative and Nondeclarative Memory: multiple brain systems supporting learning and memory. **Journal Of Cognitive Neuroscience**, [S.L.], v. 4, n. 3, p. 232-243, jul. 1992. MIT Press - Journals. http://dx.doi.org/10.1162/jocn.1992.4.3.232.

SWELLER, John; VAN MERRIENBOER, Jeroen J. G.; PAAS, Fred G. W. C.. Cognitive Architecture and Instructional Design. **Educational Psychology Review**, [S.L.], v. 10, n. 3, p. 251-296, 1998. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1023/a:1022193728205.

SZÜCS, D.. Subtypes and comorbidity in mathematical learning disabilities. **Progress In Brain Research**, [S.L.], p. 277-304, 2016. Elsevier. http://dx.doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.027.

TEIXEIRA, C. R. O "estado da arte": a concepção de avaliação educacional veiculada na produção acadêmica do programa de pós-graduação em educação: currículo (1975- 2000). **Cadernos de Pós-Graduação: educação**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 59-66, 2006.

TEMPLE, Christine M.. Procedural Dyscalculia and Number Fact Dyscalculia: double dissociation in developmental dyscalculia. **Cognitive Neuropsychology**, [S.L.], v. 8, n. 2, p. 155-176, mar. 1991. Informa UK Limited. http://dx.doi.org/10.1080/02643299108253370.

TEMPLE, Christine M.; SHERWOOD, Susan. Representation and retrieval of arithmetical facts: developmental difficulties. **The Quarterly Journal Of Experimental Psychology Section A**, [S.L.], v. 55, n. 3, p. 733-752, ago. 2002. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1080/02724980143000550.

THIELE, Ana Lúcia Purper. **Discalculia e formação continuada de professores**: suas implicações no ensino e aprendizagem de matemática. 2017. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

TREVISAN, Marlon Cantarelli. **Discalculia:** um olhar para o ensino dos números naturais e das operações fundamentais da matemática. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019.

UNESCO. **Declaração de Salamanca**: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. 1994. Disponível em <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000139394?posInSet=1&queryId=N-EXPLORE-2474669f-199b-4472-8f27-bd9fb8fd5411>. Acesso em: 08 mar. 2021.

UNICEF. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos**: Conferência de Jomtien. 1990. Disponível em <https://www.unicef.org/brazil/declaracao-mundial-sobre-educacao-para-todos-conferencia-de-jomtien-1990>. Acesso em: 08 mar. 2021.

VILLAR, José Marcelo Guimarães. **Discalculia na sala de aula de matemática**: um estudo de caso com dois estudantes. 2017. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

VON ASTER, Michael. Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. **European Child & Adolescent Psychiatry**, [S.L.], v. 9, n. 2, p. 41-57, jun. 2000. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s007870070008.

VON ASTER, Michael; SCHWEITER, Martin; ZULAUF, Monika Weinhold. Rechenstörungen bei Kindern. **Zeitschrift Für Entwicklungspsychologie Und Pädagogische Psychologie**, [S.L.], v. 39, n. 2, p. 85-96, abr. 2007. Hogrefe Publishing Group. http://dx.doi.org/10.1026/0049-8637.39.2.85.

WILLINGHAM, Daniel T.. **¿Por qué a los niños 1 no les gusta ir a la escuela?**: las respuestas de un neurocientífico al funcionamiento de la mente y sus consecuencias en el aula. Barcelona: Graó, 2011. 275 p.

WILSON, Anna J.; DEHAENE, Stanislas. Number Sense and Developmental Dyscalculia. In: COCH, Donna; DAWSON, Geraldine; FISCHER, Kurt W.. **Human behavior, learning, and the developing brain**: atypical development. New York: The Guilford Press, 2007. Cap. 9. p. 212-238.

WILSON, Anna J et al. An open trial assessment of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. **Behavioral And Brain Functions**, [S.L.], v. 2, n. 1, p. 1-16, 2006. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1186/1744-9081-2-20.

WYNN, Karen. Addition and subtraction by human infants. **Nature**, New York, v. 358, p. 749-750, 27 ago. 1992.

YIN, Robert K. **Estudo de caso**: Planejamento e métodos. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 205 p. Tradução de Daniel Grassi.

9 ANEXOS

9.1 TERMO DE CONSENTIMENTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

TERMO DE CONSENTIMENTO

Nós, [redacted], CPF [redacted], e [redacted], CPF [redacted], respectivamente pai e mãe de [redacted], autorizamos o professor de matemática, Jorge Paulino da Silva Filho, aluno de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, a ter encontros semanais com nosso filho, [redacted], com o intuito de coletar dados para a produção da sua Tese de Doutorado. Estamos cientes de que esses encontros iniciaram em agosto de 2019 e se estenderão até o ano de 2021. Também estamos cientes de que as informações pessoais do nosso filho serão preservadas.

Florianópolis, 30 de agosto de 2019.

[redacted]

[redacted]

CPF: [redacted]

[redacted]

[redacted]

CPF: [redacted]

9.2 LAUDO MÉDICO

Dr. Eugênio Grillo
Neurologia Infantil
Cremesc 4621
Clínica Pediátrica Arco-Íris – Rua Rui Barbosa 154 - Agronômica
88025 – 301 – Florianópolis – SC – Fone (48) 3228 0215

Paciente: [redacted]
Data de nascimento: [redacted]/2003
Idade: 8a
Para: Escola

Avaliei [redacted] por dificuldades cognitivas específicas na escola, especialmente na leitura e escrita (dislexia – CID 10 R48.0), mas também em matemática e seqüências como horário/ dias da semana, meses... Suas capacidades em outras áreas é apropriado.

Não encontro elementos associados de TDAH ou de outras condições neurocomportamentais passíveis de tratamento medicamentoso.

Nestas crianças, a educação deve ser diferenciada, com ênfase nos métodos de ensino e avaliação que possam prescindir da leitura e da escrita.

A Associação Brasileira de Dislexia (ABD) dispõe material didático para estes alunos.

Necessita de apoio pedagógico intra extra-classe.

Necessita prosseguir com tratamento fonoaudiológico.

Cordialmente.

Fpolis, 06/08/2012

Eugênio Grillo
Neurologia Infantil
CREMESC 4621

9.3 PLANEJAMENTO DE INCLUSÃO

FONOAUDIOLOGIA

Andréa Hackradt Silva
Fonoaudióloga – CRFa/SC 6071

NOME: [redacted]

Data de Nascimento: 16/10/2003

Planejamento de inclusão junto a Centro Educ Mun [redacted]

Na segunda feira dia 29 de fevereiro de 2016 realizamos uma reunião entre pai [redacted], mãe [redacted], tia [redacted] e fono Andréa para mapear todas as dificuldades apresentadas por [redacted] em casa e terapia, referentes a leitura escrita, aprendizagem, tarefas escolares, questões emocionais, dificuldades de manejo e mesmo de ordem pratica. Buscamos nos antecipara para junto a escola, elaborar e discutir soluções de adaptações que beneficiem [redacted] no seu processo de aprendizagem no decorrer de 2016. Após essa reunião foi realizada outra na escola no dia. Logo seguiu a greve e agora vemos a necessidade de retomar as discussões e efetivamente mudarmos de posturas em relação as formas de aprendizagem

Acreditamos que é importante os professores conhecerem seu historio e funcionamento. [redacted] foi diagnosticado com dislexia, discalculia e distúrbio do processamento auditivo central. Vem apresentando melhoras marcantes em seu desenvolvimento dentro de suas possibilidades.

Desenvolvimento no processo terapêutico:

Inicialmente faz-se necessário esclarecer qual etapa do processamento de informações está alterado:

Rota fonológica: é construída por meio da aplicação de regras de correspondência grafo-fonemicas (entre letras e sons). Necessita anterior trabalho de habilidade fonológica, ou seja, pensar em sons anteriormente as letras. A pronuncia da palavra ativa o sistema semântico, significado da palavra. "A medida que o leitor se torna mais competente o processo de conversão de segmentos ortográficos em fonológicos torna-se progressivamente mais automático".

Rota lexical: faz uso de um processo visual direto para leitura, mas só pode ser usada quando o item a ser lido já está pré armazenada no lexicon mental (já foi organizado e armazenado), exemplo rótulo da coca-cola, algumas palavras já decoradas como o seu nome, CASA, OVO, "Era uma vez..."

[redacted] desenvolveu em ambos os sentidos. Temos trabalhado especialmente a rota fonológica onde apresenta maior dificuldade. Entretanto também vem estabelecendo a rota lexical, criando palavras pré armazenadas no lexicon mental para a escrita e para leitura.

As relações grafema e fonema foram trabalhadas a partir das habilidades fonológicas, com pistas articulatórias e multisensoriais. Até o presente momento alcançamos muitas melhoras, [redacted] começou com sílabas, palavras, pequenas frases nosso principal objetivo é de alcançar inicialmente pequenos textos e gradualmente aumentar a complexidade.

Alcançamos melhores resultados partindo da linguagem oral organização das ideias e elaboração do texto oral, então: grava, escuta, analisa seu o discurso (jeitos de falar, vocabulário), refraseia (reconstrói a fala garantindo melhor organização e uso de vocabulário novo ou mais especifico), ouve, analisa estrutura da frase (de cada palavras – segmenta em fonemas – relaciona com as letras)

Separa a palavra em sílabas, analisa cada sílaba e tenta codificar em letras. Já estabelece a maioria das relações fixas, quando não há variação na relação entre letras som. Ex: o som de /p/ é sempre a letra P, assim como B, F, V e assim por diante. Diferente da letra C que assume o som de /s/ ou /k/, bem como G, S, entre outros. Mantem dificuldade especialmente com som /j/ referente as letras g e j.

Copia rapidamente palavras, entretanto com omissões e agrupamentos revelando a falta de compreensão da mensagem, não consegue decifrar o que escreveu. Não consegue ler letra cursiva.

No que se refere às habilidades auditivas, precisa de otimização no acesso a informação auditiva com apoio de contexto e multisensoriais. Necessita de um conhecimento prévio para se localizar dentro dos conteúdos e efetivamente participar das aulas e adquirir os conhecimentos. O trabalho com o vocabulário torna-se essencial e a verificação da compreensão. Nem sempre o uso do dicionário esclarece o sentido da palavra, precisa do uso de palavras mais coloquiais e familiares e dependendo do grau de complexidade visualizar (apoio de imagens) e aplicar os significados de uma palavra em situações concretas. É importante ensinar novas palavras para aumentar a familiaridade.

Neste contexto apresentou grande melhora ao introduzirmos textos orais, ou seja, no anos de 2015, passamos a gravar os textos das apostilas, [redacted] acompanha os textos ouvindo as gravações no gravador digital. Tal procedimento desencadeou num processo de atenção auditiva e melhor compreensão da linguagem formal. A linguagem escrita foi tornando-se mais familiar mais previsível. [redacted] passou a compreender e fazer uso de vocabulários novos e "jeitos de falar", próprios da linguagem escrita. Desta forma passou a se ater mais a temos técnicos próprios do aprendizado das diversas areas da ciência (geografia, historia, ciências, etc) Sua leitura também melhorou, no processo de leitura, sílaba a sílaba realizava o fechamento da palavra com maior rapidez e eficiência, a memoria de retenção auditiva também melhorou ao ler temos que reter a sequencia de palavras ate formar a frase tal qual quando ouvimos na gravação.

Desde os primeiro relatório algumas sugestões foram elegidas:

- Ambiente educacional com informações multissensoriais. Garantir bom acesso a informação auditiva. Linguagem clara e concisa, sem ambigüidades. Diminuir o ruído de fundo, se possível.
- Refrasear. Não basta repetir, é preciso reestruturar a linguagem oral em contextos lingüísticos mais simples, trabalhando novos vocabulários. Usar informações multissensoriais.
- Falar ao indivíduo as regras das tarefas antes de iniciá-las.
- Ensinar o indivíduo a visualizar e verbalizar os passos necessários para completar uma tarefa.
- Dar ênfase em aspectos semânticos e sintáticos. Categorizar palavras. Sentenças complexas (tempo, espaço). Regras da língua.

Em relação as dificuldades de leitura escrita é fundamental que a escola garanta acesso a informação e aprendizagem de conteúdos mesmo sem proficiência em leitura. Indicar textos a serrem trabalhados anteriormente com auxilio de leitor proficiente, vídeos educativos da internet ou acessíveis em locadora. Estabelecer planejamento que proporcione um pré-ensino dos conteúdos e favoreça melhor aproveitamento e participação em sala de aula. Encaminhar aos pais e demais profissionais lista de conteúdos a serem trabalhados e paginas dos livros que poderão ser trabalhadas previamente.

A apresentação do material escrito deve ser cuidadosa. Com cabeçalhos destacados, letras claras, maior uso de figuras e diagramas e menor uso de palavras escritas.

Suas habilidades e conhecimentos devem ser julgados mais pelas respostas orais do que pela produção escrita. O uso de tecnologias podem auxiliar nesse processo. Sugere- uso de gravador digital e entrega de trabalhos com informação áudio visual combinada a produção escrita em mídia digital.

Professores e pais devem evitar sugerir que a criança é lenta, preguiçosa ou pouco inteligente, bem como evitar comparar seu trabalho escrito ao de seus colegas. É importante incentivar explanações orais com de conteúdos cada vez mais complexos confirmando sua capacidade de aprender e elaborar conteúdos. Pode-se usar como apoio desenhos, figuras, cartazes como marcadores dentro do planejamento e organização do conteúdo estabelecendo esquemas ou mapas mentais que ajudem a seqüenciar a informação.

Estamos buscando novas formas de adaptação e crescimento também no ambiente escolar, para isso faz-se necessário contatos periódicos para melhor acompanhamento e planejamento em conjunto.

Entretanto acreditamos que devemos verificar junto aos professores quais estratégias realmente podem ser aplicadas dentro da possibilidade de cada educador. Por isso foi elaborado um arquivo com fotos e vídeos de [redacted] mostrando como realiza as diversas atividades e quais facilitações e técnicas terapêuticas vem instrumentalizando no processo de proficiência em leitura-escrita. Tal material pode ser apresentado em conselho de classe. É de caráter privativo e sigiloso, com permissão de [redacted] para ser mostrado com o devido respeito e cuidados. Tal material visa aproximar professores e aluno de forma que ao conhece-lo melhor possam perceber suas reais necessidades.

Inicialmente, como pauta para reunião Centro Educ. Mun. [redacted] – 3/03/2016, forma enumeradas algumas questões:

1- **<u>copia do quadro:</u>** [redacted] não lê letra cursiva. Perante suas dificuldades o texto em letra cursiva torna-se inacessível a ele. Caso o professor não leia o que esta no quadro ele perde essa informação. Além disso, segundo relato de [redacted], "eu desenho as letras" (uma a uma). O resultado são copias incompletas faltando alguns trechos palavras com inversões e omissões de letra. Ao chegar em casa grande parte dos trechos são ininteligíveis. Mãe precisa adivinhar o que ele escreveu. Ficam sem referencia dos deveres provas e trabalhos.

2- A fluência em **leitura é inadequada para a idade**. [redacted] consegue ler frases curtas, hesita em muitas palavras complexas e muitas vezes não chega a o sentido da frase. Pistas de contexto, pre-ensino ajudam a se localizar no assunto e permitem melhor compreensão do assunto. Em casa pais e tia leem os textos para ele. No ano passado os textos foram gravados e ele acompanhava na apostila, esse procedimento o ajudou muito a se apossar da linguagem escrita. Falamos de forma diferente ao escrever, existe um distanciamento entre a fala e a escrita. Ao **ouvir** com mais frequência "textos escritos" sua leitura "cresceu", desenvolveu maior familiaridade com expressões, concordância, vocabulários e demais aspectos linguísticos veiculados aos textos. (LEITURA E COMPREENSÃO)
[redacted] entende melhor o que lê, quando lê em voz alta para poder ouvir o som da palavra.

3- Para aprendizagem não basta ler e entender precisamos de fato aprender os conteúdos. Fez –se necessárias estratégias de retenção de informação: esquemas visuais com palavras chaves, domínio de alguns temos técnicos, etc. [redacted] cada vez mais mostra-se interessado pelo conhecimento se apossa dos conteúdos e em seu discurso oral reproduz o que aprendeu inclusice fazendo uso de expresso e termos associados ao conteúdo. Ate o ano passado sua linguagem era simplista. Dificuldades do processamento da informação melhoraram significativamente. Mesmo tendo boa memória e estar mais atento aos **novos vocabulários** ainda precisa de ajuda para **organizar conteúdos e informações complexas**.(LEITURA E RETENÇÃO)

4- [redacted] não sabe o nome dos professores e de muitos colegas. Ao ser questionado sobre os professores e matérias [redacted] descreveu cada um e falou o que estava aprendendo. Ex.: estou aprendendo sobre paisagem "cultural" e "natural", definiu com precisão os termos. Isso já um avanço, como foi dito no item 3. Entretanto descreveu aspectos físicos dos professores, características de personalidade e não sabia referir os nomes. Também tem duvidas em relação aos nomes das disciplinas. Muitas vezes não integra: professor, disciplina, conteúdo e grade de horário. Sem tal referencial fica tudo muito solto e desorganizado. Quando conversávamos sobre isso referiu: "Minha memoria é por foto, né?"

5- Além da dislexia [redacted] apresenta discalculia. Tem dificuldade em organização espacial de informações, tabelas, gráficos, montagem de contas, simbolização de números*. Resolve problemas contando nos dedos ou usando materiais concretos. As dificuldade se extendem para localização no tempo: para ler as horas, para seqüências como dia, mês e estação do ano.

6- Mantem um distanciamento e tem dificuldade em lidar com a dislexia. Faz de tudo para não revela-la. Tal movimento, gera baixa auto-imagem e auto-estima. Não gosta de ir para a escola. Pode estar sempre brincando, tentando ser aceito. Entratanto [redacted] e muito criativo, inteligente, desenha muito bem. Tais habilidades poderiam ser estimuladoras e reveladas para o grupo, mostrando-se outra potencialidades de [redacted] e aproximando dos demais alunos.

7- Ate o Ano passado fazia geralmente os deveres a noite quando a mãe chegava. As vezes depois das 9 horas. Cansado, e com todas as dificuldades, mesmo com mediação, acabava não tendo o desempenho esperado. Muitas vezes incompletos ou, ao contrário, seus deveres são feitos rapidamente e com muitos erros. Na reunião ficou estabelecido que o pai vai estudar com ele segundas e quintas, a mãe terças e sextas e a Tia [redacted] as quartas. Este revezamento será para rever conteúdos trabalhados em sala de aula, ajuda-lo com textos e deveres, e com organização de material, conteúdos e datas.

8- Em relação a escrita: evita o máximo possível escrever. Até recentemente paralisava em cada sílaba solicitando confirmação. Hoje arrisca escrever sozinho, fala em voz alta a palavra e analisa os segmentos de som, um a um, codificando em letras. Tem dificuldade nessa representação muitas vezes troca, ou omite tornando a palavra ininteligível. Além disso é o mais sucinto possível, reduz ao máximo o que vai escrever. Tal comportamento marca uma "enorme" discrepância entro o que explica oralmente e o que reproduz na escrita.

Dúvidas:

- Como é o seu comportamento em sala de aula?
- Como professores trabalham exercícios em sala de aula já que ele não domina a leitura e escrita?
- Como são realizadas as avaliações?
- Seria possível checar as anotações de [redacted] na agenda referente deveres e provas?
- Ele poderia tirar fotos ou receber material impresso do conteúdo apresentado no quadro quando muito extenso ou em forma de letra cursiva?

Coloco-me a disposição para qualquer esclarecimento que se fizer necessário.

Atenciosamente,

Andréa Hackradt Slva
Fonoaudióloga CRFa 6071

E-mail: happydeia@yahoo.com.br