



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO**  
**ESCOLA DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E SAÚDE NA**  
**INFÂNCIA E NA ADOLESCÊNCIA**

**JOANA KELLY SOUZA DOS SANTOS**

**CARACTERIZAÇÃO DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO* NO CURSO**  
**PRIMÁRIO (São Paulo, 1920-1960)**

UNIFESP, *Campus* Guarulhos

2022

**JOANA KELLY SOUZA DOS SANTOS**

**CARACTERIZAÇÃO DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO* NO CURSO  
PRIMÁRIO (São Paulo, 1920-1960)**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e Adolescência da Universidade Federal de São Paulo, *Campus* Guarulhos, como requisito parcial para obtenção de título de Doutora em Ciências.  
Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Luciane de Fatima Bertini.

UNIFESP, *Campus* Guarulhos

2022

Na qualidade de titular dos direitos autorais, em consonância com a Lei de direitos autorais nº 9610/98, autorizo a publicação livre e gratuita desse trabalho no Repositório Institucional da UNIFESP ou em outro meio eletrônico da instituição, sem qualquer ressarcimento dos direitos autorais para leitura, impressão e/ou download em meio eletrônico para fins de divulgação intelectual, desde que citada a fonte.

Santos, Joana Kelly Souza dos

Caracterização de uma *geometria do ensino* no curso primário (São Paulo, 1920-1960) / Joana Kelly Souza dos Santos. – 2022. – 133 f.

Tese (Doutorado). – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência – Guarulhos : Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Humanas.

Orientador: Luciane de Fatima Bertini.

Título em inglês: Characterization of a teaching geometry in primary school (São Paulo, 1920-1960).

1. geometria. 2. *Matemática do ensino*. 3. Ensino Primário. 4. Escola Nova.  
I. Luciane de Fatima Bertini. II. Caracterização de uma *geometria do ensino* no curso primário (São Paulo, 1920-1960).

**JOANA KELLY SOUZA DOS SANTOS**

**CARACTERIZAÇÃO DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO* NO CURSO  
PRIMÁRIO (São Paulo, 1920-1960)**

Tese apresentada à Universidade Federal de São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência.

Orientadora: Luciane de Fatima Bertini

Aprovada em 24 de janeiro de 2022.

---

Profª Drª Cármen Lúcia Brancaglion Passos

---

Profª Drª Ivanete Batista dos Santos

---

Profª Drª Luciane de Fatima Bertini

---

Profª Drª Maria Cristina Araújo de Oliveira

---

Prof Dr Wagner Rodrigues Valente

## AGRADECIMENTOS

“Ninguém vence sozinho, nem no campo, nem na vida!” (Papa Francisco). Foi com esta frase que iniciei os agradecimentos na minha dissertação e aqui a repito, com toda potência que ela ganhou ao longo de minha jornada de 4 anos. Agradeço a Deus e Nossa Senhora de Fátima pela sabedoria, força e amparo.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde da Infância e Adolescência, da Universidade Federal de São Paulo, aos professores vinculados que contribuíram para minha formação e, também, aos funcionários da UNIFESP Guarulhos, em especial à secretária Rute Dourado Lopes.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa demanda social (DO) para o financiamento desta pesquisa.

Aos professores que compuseram a banca do texto de qualificação: Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos, Profa. Dra. Maria Cristina de Araujo Oliveira e Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente pelos direcionamentos para a finalização desta tese. Reitero mais uma vez meus agradecimentos aos três, agora, juntamente com Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos, Profa. Dra. Nara Vilma Lima Pinheiro e Profa. Dra. Deoclecia de Andrade Trindade pelo aceite para compor a banca de defesa, bem como pela leitura atenta e cuidadosa no resultado da tese.

A presidente da banca e orientadora desta pesquisa, Profa. Dra. Luciane de Fatima Bertini. Obrigada por ter aceitado o desafio e me dado a oportunidade de ser sua orientanda e, assim, conceder a oportunidade de conhecer mais de perto o seu profissionalismo, o carinho e a seriedade que exerce sua profissão. Agradeço em especial pelo vínculo que construímos e que vai muito além de uma relação de orientadora/orientanda. Lu, muito obrigada pela parceria, paciência, pelas contribuições nas tantas versões do texto, por todos os ensinamentos e trocas, por me fazer sentir segura e feliz com a escrita, pela caminhada que travamos juntas ao longo dessa jornada e pelos “o que você acha?” mesmo sabendo que o seu direcionamento fazia sentido. Te admiro como amiga, como mulher, como professora e, especialmente, como orientadora. Espero seguir aprendendo contigo e me inspirando em você por muito tempo.

À professora Ivanete Batista dos Santos, responsável por cada linha desta pesquisa estar aqui escrita, minha para sempre “mãeorientadora”, afinal não existe essa de ex! Te agradeço por sempre ser minha incentivadora, por confiar em mim em todas as vezes que

não confiei (que não foram poucas), pelo acompanhamento lado a lado na graduação e mestrado, bem como pelo mesmo acompanhamento (não tão lado a lado assim) no doutorado. A senhora é e sempre será minha maior fonte de inspiração. Obrigada pelos puxões de orelha, pelas idas a São Paulo só para conferir se estava tudo em ordem, pelos passeios na José Paulino, pelas mensagens de “E A TESE, JOANA????”, pelas comidas, por sempre me guiar nas tomadas de decisões (mesmo falando para eu me virar), por transformar aquela menina magrelinha e chorona de Lagarto em uma doutora, por me mostrar o que é ser uma boa professora e me fazer amar a pesquisa e docência, assim como a senhora ama a profissão que tem.

Agradeço também ao professor Paulo Rabelo pelos abraços apertados e aconchegantes, pelo carinho, por todas as vezes que me mandou voar. Ao professor Gastão por todas as conversas, em especial à que me guiou na escolha de cursar o doutorado. Aos professores Adriano e Cristina por todo incentivo nas etapas de seleção do programa.

Agradeço a professora Célia Leme e ao seu grupo, Claudia Frizzarini, Gabriel Conceição, Marcio D’Esquivel e Clecia Trindade pela acolhida com minha chegada à São Paulo, pelas orientações e acompanhamento do começo desta pesquisa.

A toda minha família, em especial aos meus pais Nadieje e João e a minha irmã Jeniffer Keyla pelo suporte emocional, por sonharem comigo e não medir esforços para o alcance de todas as conquistas que tivemos até agora, por confiarem em mim, compreenderem as ausências, pelos abraços, colos e pelo orgulho com que sempre falam dos meus estudos. Agradeço aos meus tios, em especial Manoel e Iraci por todo apoio durante esse período, aos meus primos, aos meus avós Lina e José Ribeiro, e em especial, agradeço a minha avó Davina Maria dos Santos (*in memoriam*), que foi uma professora que ensinava Matemática durante muitos anos em Grupos Escolares e Escolas Ruais e que, mesmo com as limitações a que era acometida por seu AVC, tinha muito viva em sua memória sobre o meu prazo para a finalização da tese. Gostaria de ir em sua casa para concordar contigo ao te ouvir falar que estava no último semestre, vó. Sei que a senhora está feliz daí de cima!

A Alan por todo incentivo ao longo dessa caminhada, pelas incansáveis leituras e conversas sobre minha pesquisa, por me arrastar tantas e tantas vezes e mostrar que sou capaz, por percorrer comigo os momentos de distância, de incertezas, de dúvidas, de pandemia, mas de muita parceria, felicidade e partilha. Obrigada pelo carinho, aconchego e por escolher voar comigo.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática – GHEMAT, em particular ao grupo GHEMAT – SP ao professor Wagner, professoras Luciane e Rosilda, a Alan, Ana Rocha, Ana Basei, André, Andréia, Bruna, David, Diego, Erisvaldo, Gabriel, Gabriela, Gisele, Ivone, Janice, Jefferson, Juliana, Karina, Késia, Marcio, Marquito, Marcus, Marylucia, Nara, Relicler, Robert, Thayane, Victor e Viviane que contribuíram para o desenvolvimento desta tese a partir de discussões ao longo desses anos, bem como os momentos de descontração e, claro, pelos *happy hour*.

Aos meus amigos, em especial a Thayane que suportou minhas fases de estresse no velho 705, dividindo os bônus e ônus da vida acadêmica longe dos nossos, a Daiane que sempre se fez extremamente presente, a Rebeca, minha amiga de infância e irmã de alma, por sempre sonhar comigo, por seu incentivo e presença constante. A Alanne por ser o meu eu agitado e vibrar a cada fase realizada. Aos amigos do DMA/UFS Robert, Kika, Luciana, Rejane, Aila, Filipe, Gracy, Valdy, Joseph e Jefferson. Aos amigos de Sampa Deia, Thiago, Ygor, Lu, Marthinha e Eri por todos os momentos juntos que amenizaram a saudade de casa. Aos meus amigos de longa jornada Lucas, Clara, Herbert, Renata, Tais, Tatah, Diego, Diêgo, Deisinha, Ialy, Leila, Juninho pelo apoio e presença constante, mesmo distante.

À Marta Serafim, pelo brilhantismo que exerce sua profissão, por me acompanhar ao longo de tantos anos e me auxiliar na busca pelo autodesenvolvimento, me ajudando a superar medos e manter equilíbrio emocional durante essa trajetória.

Meu muito obrigada a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que esta etapa fosse finalizada.

## RESUMO

Neste trabalho é examinada a produção relativa às orientações para o ensino de geometria em manuais e artigos de revistas pedagógicas do Estado de São Paulo no período compreendido de 1920-1960. Tal exame baseia-se na questão *que geometria é constituída em orientações para o ensino primário do Estado de São Paulo de 1920 a 1960?* a fim de alcançar o objetivo de caracterizar uma *geometria do ensino* em tempos do movimento pedagógico da Escola Nova no Estado de São Paulo. A hipótese adotada leva em conta a existência de uma *matemática do ensino*, um saber resultante da produção histórica de uma cultura, dos sujeitos imersos na ambiência de uma cultura escolar a cada tempo que colocava em discussão aspectos relacionados ao ensino e à formação de professores. Dessa forma, a partir de uma perspectiva histórica, defende-se a tese que **há a elaboração de uma geometria do ensino proposta no ensino primário paulista durante o período de 1920 a 1960. Nesse período as discussões realizadas entre aspectos relacionados ao ensino e à formação de professores guiam para caracterização dessa geometria do ensino representada por meio de uma geometria prática, com um saber próprio, caracterizado pelas artes do ver e do fazer com foco na produção de um ensino para atividades cotidianas.** Dessa forma, a análise das fontes foi guiada tendo em vista aspectos teóricos-metodológicos vindos de autores da História Cultural, de Hofstetter e Schneuwly (2017) para tratar sobre *saber profissional* e Moraes, Bertini e Valente (2021) com relação à *matemática do ensino*. Assim, inicialmente são apresentados estudos anteriores que tomavam a geometria numa perspectiva da História da educação matemática, seguido da descrição dos aspectos teórico-metodológicos deste estudo. Em seguida são descritos os discursos proferidos nas fontes, de modo a organizar e apresentar as orientações destinadas a professores que ensinavam geometria. Da recompilação realizada, notou-se que a geometria, em grande parte, versava sobre um ensino guiado do todo para as partes e abordava os conteúdos de linhas, ângulos, vértices, áreas, figuras planas e sólidos geométricos seguindo dois caminhos: o da *observação por comparação* e da *ação da criança*. Estes dois caminhos colocaram em circulação uma *graduação* que tomava ilustrações, uso de materiais, desenhos, trabalhos manuais, medidas com ou sem uso de instrumentos e *exercícios e problemas* como ferramentas para o ensino que colocou em circulação uma *geometria do ensino* tendo seu *significado* como ciência das formas que constituía-se em si mesma, em seus conteúdos, na consideração desta ser um espaço da matemática possível de visualização e uso em materialidade, então, sua *graduação* versava por meio de uma prática guiada por artes de visualização e manuseio.

**Palavras-chave:** geometria. *Matemática do Ensino*. Ensino primário. Escola Nova.



## ABSTRACT

This work examines the production on guidelines for the teaching of geometry in manuals and articles in pedagogical journals in the State of São Paulo in the period from 1920 to 1960. This exam is based on the question "What geometry is constituted in guidelines for primary education in the State of São Paulo from 1920 to 1960?" in order to reach the objective of characterizing a geometry of teaching in times of the pedagogical movement of Escola Nova in the State of São Paulo. The hypothesis adopted takes into account the existence of a *mathematics of teaching*, a knowledge resulting from the historical production of a culture, of subjects immersed in the ambience of a school culture at each time that put into discussion aspects related to teaching and teacher training. Thus, from a historical perspective, the thesis is defended that **there is the elaboration of a teaching geometry proposed in São Paulo's primary school during the period from 1920 to 1960. In this period, the discussions held between aspects related to teaching and training of teachers guide the characterization of this teaching geometry represented by a practical geometry, with its own knowledge, characterized by the arts of seeing and doing with a focus on the production of teaching for everyday activities.** Thus, the analysis of the sources was guided in view of theoretical and methodological aspects coming from authors of Cultural History, from Hofstetter and Schneuwly (2017) to deal with *professional knowledge* and Morais, Bertini and Valente (2021) in relation to *teaching mathematics*. Thus, initially, previous studies that took geometry from a perspective of the History of mathematics education are presented, followed by the description of the theoretical-methodological aspects of this study. Next, the speeches given in the sources are described, in order to organize and present the guidelines intended for teachers who taught geometry. From the compilation carried out, it was noted that geometry, for the most part, was about a guided teaching from the whole to the parts and approached the contents of lines, angles, vertices, areas, plane figures and geometric solids following two paths: that of *observation by comparison* and the *child's action*. These two paths put into circulation a graduation that took illustrations, use of materials, drawings, manual works, measurements with or without the use of instruments and exercises and problems as tools for teaching that put into circulation a geometry of teaching having its meaning as a science. of the forms that it constituted in itself, in its contents, in the consideration of this being a possible space of mathematics of visualization and use in materiality, then, its graduation was through a practice guided by the arts of visualization and handling.

**Keywords:** Geometry. *Mathematics of teaching*. Primary school. New School.

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Pesquisas brasileiras sobre geometria em uma perspectiva histórica. ....	21
<b>Quadro 2</b> - Manuais que apresentam orientações para o ensino de geometria em tempos de Escola Nova .....	43
<b>Quadro 3</b> - Artigos de revistas pedagógicas com orientações para o ensino de geometria em tempos de Escola Nova.....	45
<b>Quadro 4</b> - <i>Saberes para ensinar geometria</i> guiados pela <i>observação por comparação</i> . .....	83
<b>Quadro 5</b> - <i>Saberes para ensinar geometria</i> a partir da <i>ação da criança</i> .....	96
<b>Quadro 6</b> - Conteúdos geométricos presentes nas orientações para o ensino .....	104

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> - Capa dos Manuais.....	44
<b>Figura 2</b> - Revistas pedagógicas paulistas com artigos sobre orientações para o professor que ensina geometria .....	47
<b>Figura 3</b> - A geometria presente no ensino de Desenho.....	54
<b>Figura 4</b> - Métodos para o professor do curso primário por Escobar.....	56
<b>Figura 5</b> - Orientações para trabalhar geometria por Escobar.....	57
<b>Figura 6</b> – Figuras para o estudo dos ângulos internos de um triângulo por Escobar...	59
<b>Figura 7</b> - Medidas com uso de instrumentos para ensinar geometria. ....	64
<b>Figura 8</b> - Estudo das linhas .....	68
<b>Figura 9</b> - Definição do que são linhas .....	69
<b>Figura 10</b> – Formas geométricas na construção de um galinheiro. ....	71
<b>Figura 11</b> – Construção de um galinheiro .....	71
<b>Figura 12</b> - Exercícios em orientações para o ensino da matéria Geometria .....	73
<b>Figura 13</b> - Retângulo dividido para trabalhar o conceito de área .....	73
<b>Figura 14</b> - Geometria na obra de Peixoto.....	75
<b>Figura 15</b> - Didática da Matemática por Santos (1960) .....	76

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BDTD – Biblioteca Digital de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

ERHISE – Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação

FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática

HEM – História da educação matemática

LABIEMAT – Laboratório Itinerante para o Ensino de Matemática

NIHPEMAT – Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas atuais da Educação Matemática

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

RCD – Repositório de conteúdos digitais

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UFS – Universidade Federal de Sergipe

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UNIFESP – Universidade Federal de São Paulo

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO I - O SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA E A <i>GEOMETRIA DO ENSINO</i> COMO TEMAS DE PESQUISA ..	18
<b>1.1 – Escola Nova e o saber profissional do professor que ensina geometria: uma justificativa a partir de pesquisas brasileiras .....</b>	<b>18</b>
<b>1.2 – O movimento pedagógico da Escola Nova no Brasil e as orientações para o ensino de geometria no curso primário .....</b>	<b>31</b>
<b>1.3 – A <i>geometria do ensino</i> como problema de pesquisa.....</b>	<b>35</b>
CAPÍTULO II – ELEMENTOS DE UMA <i>GEOMETRIA DO ENSINO</i> : RECOMPILANDO ORIENTAÇÕES PARA DOCÊNCIA A PARTIR DE REVISTAS PEDAGÓGICAS E MANUAIS PAULISTAS .....	51
<b>2.1 Recompilando orientações para o professor que ensina geometria em artigos de revistas pedagógicas .....</b>	<b>51</b>
<b>2.2 Recompilando orientações docentes para o professor que ensina geometria em manuais pedagógicos .....</b>	<b>74</b>
<b>2.4 – Breves considerações sobre as orientações para o ensino de geometria em artigos de revistas pedagógicas e manuais paulistas .....</b>	<b>80</b>
CAPÍTULO III – ELEMENTOS DE UMA <i>GEOMETRIA DO ENSINO</i> : ANÁLISE COMPARATIVA DE CONHECIMENTOS DOCENTES .....	82
<b>3.1 - Caminhos para a sistematização de uma <i>geometria do ensino</i>: a <i>observação por comparação</i> como fio condutor para o ensino .....</b>	<b>83</b>
<b>3.2 – Caminhos para a sistematização de uma geometria do ensino: a <i>ação da criança</i> como fio condutor para o ensino.....</b>	<b>95</b>
<b>3.3 – Breves considerações sobre os elementos constituintes para a caracterização da <i>geometria do ensino</i>.....</b>	<b>100</b>
CAPÍTULO IV - CARACTERIZAÇÃO DE UMA <i>GEOMETRIA DO ENSINO</i> NO CURSO PRIMÁRIO PAULISTA (1920-1960).....	102
<b>4.1 – Uma <i>geometria do ensino</i> do curso primário de São Paulo.....</b>	<b>102</b>

<b>4.2 – A geometria do ensino movida pelas artes de observar e agir.....</b>	<b>104</b>
CONSIDERAÇÕES .....	119
REFERÊNCIAS .....	125

## INTRODUÇÃO

---

A escrita histórica, de acordo com Certeau (2011), liga-se, entre outras esferas, a um lugar social de produção socioeconômica, política e cultural. Assim, com o intuito de construir um enredo que discuta sobre a problematização deste trabalho, apresento<sup>1</sup> brevemente o meu caminhar até aqui.

Minha filiação com pesquisas sobre História da educação matemática<sup>2</sup> começou há algum tempo. No ano de 2011, ingressei no curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS) e até o quarto semestre do curso havia tido contato apenas com disciplinas que tinham por construção a Matemática do campo científico, enquanto ciência, sem aprofundar em discussões sobre o ensino de Matemática<sup>3</sup> e que Matemática estava presente nele. A partir do quinto semestre, ao cursar a disciplina Metodologia do Ensino de Matemática<sup>4</sup>, ocorreu o meu primeiro contato com a Educação Matemática<sup>5</sup> e, então, fiz a opção de me enveredar por essa linha de pesquisa.

Como maneira de criar aproximações com a área da Educação Matemática, a partir do terceiro ano da graduação participei de dois projetos de extensão<sup>6</sup> que me possibilitou o primeiro contato com a prática docente, como também a realização de leituras da área de ensino e da formação de professores de Matemática.

Logo comecei a integrar o grupo Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática – NIHPEMAT<sup>7</sup>, a conhecer sobre a História

---

<sup>1</sup> O início deste texto está na primeira pessoa do singular por apresentar minha trajetória pessoal de contato com o tema.

<sup>2</sup> A História da educação matemática é a “[...] produção de uma representação sobre o passado da educação matemática. Não qualquer representação, mas aquela construída pelo ofício do historiador” (VALENTE, 2013, p. 26). Atualmente, esta produção toma os saberes constitutivos da formação e ensino como estruturantes no processo de construção do saber profissional do professor que ensina matemática.

<sup>3</sup> A referência à matemática enquanto ciência e o ensino de Matemática deve-se à apropriação de Moreira e David (2003) que consideram várias matemáticas. A matemática escolar, vista como um conjunto de práticas e saberes associados aos saberes profissionais do trabalho docente e do exercício na escola; a matemática acadêmica, ligada à constituição de um corpo científico de conhecimentos e a matemática do cotidiano, relacionada aos saberes da prática, da ação.

<sup>4</sup> Ministrada em 2013.1 pela Profa. Dra. Denize da Silva Souza.

<sup>5</sup> A Educação Matemática é neste texto considerada como “[...] uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou apropriação/construção do saber matemático escolar” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p.5).

<sup>6</sup> Laboratório Itinerante para o Ensino de Matemática (LABIEMAT) e Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), ambos coordenados pela profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos.

<sup>7</sup> Coordenado pela profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos.

da educação matemática e a desenvolver meu trabalho de conclusão de curso (TCC)<sup>8</sup> nessa área.

No ano de 2016, ingressei no mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (NPGEICIMA) da UFS e fui convidada a participar do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT)<sup>9</sup>. À época o grupo estava desenvolvendo o projeto *A constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparada, 1890-1970*, que possuía o objetivo de analisar a trajetória de constituição dos ensinamentos de Aritmética, Geometria e Desenho em diferentes Estados brasileiros numa perspectiva histórico-comparativa e então, como forma de contribuir para o projeto maior, desenvolvi o trabalho de dissertação *Apropriações do método intuitivo de Calkins nas orientações para o ensino de saberes geométricos em revistas pedagógicas brasileiras (1890-1930)*.

Com o objetivo de dar continuidade ao estudo com a temática da Geometria em uma perspectiva histórica, no ano de 2018, ingressei no curso de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP).

Ainda no GHEMAT, desenvolvi esta tese, que pertence ao novo projeto temático do grupo, a saber: *A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E NO ENSINO: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990*<sup>10</sup>. Do mesmo modo que no projeto maior, a discussão apresentada neste estudo está relacionada à construção de um entendimento histórico sobre saberes do professor que ensina matemática, em específico sobre a discussão da *matemática do ensino*<sup>11</sup> enquanto um *saber profissional*.

As pesquisas relacionadas ao projeto temático foram iniciadas mobilizando aportes teórico-metodológicos vindos de autores da Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE)<sup>12</sup> da Universidade de Genebra na Suíça, que

---

<sup>8</sup> Saberes elementares geométricos para o ensino primário: um exame de periódicos que circularam em Sergipe (1900-1931) sob orientação da Profa Dra Ivanete Batista dos Santos.

<sup>9</sup> Coordenado nacionalmente pelo prof Dr Wagner Rodrigues Valente e profa Dra Neuza Bertoni Pinto.

<sup>10</sup> Projeto de pesquisa em desenvolvimento com financiamento da FAPESP, coordenado pelo professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, com colaboração das professoras Dra. Luciane de Fatima Bertini, Dra. Neuza Bertoni Pinto e Dra. Rosilda dos Santos Moraes (processo 2017/15751-2).

<sup>11</sup> Um entendimento sobre a *matemática do ensino* será apresentado no capítulo I desta tese.

<sup>12</sup> Para maiores informações sobre esse grupo de pesquisa, liderado pela Profa. Rita Hofstetter, veja-se: <https://cms.unige.ch/fapse/SSE/erhise/>



estabelecem a existência de uma articulação entre saberes produzidos pelos diferentes campos disciplinares e que representam o objeto de trabalho do professor, *saberes a ensinar*, e os saberes próprios para o exercício da profissão, *saberes para ensinar*<sup>13</sup> (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). A relação entre esses dois saberes é o que caracteriza o *saber profissional do professor*, que tem sido amplamente discutido em todo GHEMAT.

As discussões têm como foco o fato de que a formação profissional do professor que ensina matemática não envolve somente os saberes disciplinares de um lado e de outro a pedagogia, dado que

[...] a matemática que integra a formação para a docência, a matemática como uma ferramenta do profissional do ensino tem outro caráter que a matemática de cunho disciplinar, própria da ciência matemática, não comprometida profissionalmente com o seu ensino. Há uma matemática para a docência, trata-se de uma matemática como um saber profissional (VALENTE *et al.*, 2017, p. 9).

Logo, considera-se que há uma matemática como um *saber profissional* que caracteriza e coloca em discussão a formação de professores e o ensino em diversas épocas. Essa discussão – da matemática enquanto um *saber profissional* – requer uma amplitude nos estudos, dado que levamos em consideração que a própria Matemática pode ser considerada de diversos modos. Nesse sentido, para alcançar o objetivo de investigar os processos e dinâmicas de constituição do *saber profissional do professor* que ensina matemática no período compreendido entre 1890-1990, Valente *et al.* (2017) destacam que houve a necessidade de criação de subtemáticas ao considerar tal amplitude da temática central do projeto.

Dentre essas subtemáticas, este texto está vinculado a do eixo 03, *A matemática na formação de professores para os primeiros anos escolares: a constituição da matemática para ensinar*, que se dedica, entre outros elementos, à sistematização dos saberes presentes nas orientações para o professor em diversas fontes. Em particular, neste trabalho tomou-se como fio condutor de análise o caso específico da geometria que estava presente em orientações para o professor do ensino primário no período demarcado de 1920 a 1960.

---

<sup>13</sup> Uma discussão mais aprofundada sobre estes saberes será realizada no primeiro capítulo desta tese.

A seleção de fontes pertencentes ao período demarcado pelo Movimento Pedagógico da Escola Nova<sup>14</sup> é justificado por considerar que, com outro movimento pedagógico, há produções de novos saberes a partir da emergência de novos debates para o tratamento do ensino dando conta que, como apontado por Chervel (1990), os conteúdos produzidos pelos agentes pertencentes à espaços da cultura escolar são o resultado de processos complexos de construções e transformações de saberes que passam a configurar o funcionamento escolar a partir da influência dos seus pares. Tais elementos, quando envolvidos na produção de novos saberes, colocam em destaque a necessidade de adequação aos discursos realizados em determinado período, por consequência, uma elaboração de novos *saberes profissionais*.

A adoção do marco temporal do ensino de geometria na Escola Nova não é algo que surge especificamente nesta pesquisa. Estudos anteriores<sup>15</sup> já se dedicaram a investigar sobre que geometria estava presente em períodos como do Método Intuitivo e da Escola Nova, porém, como a temática dos *saberes profissionais* é recente, identifica-se que, até o momento, há poucos estudos que se dedicam sobre a caracterização do *saber profissional* do professor, em particular, do professor que ensina geometria.

Nesse sentido, pesquisadores do GHEMAT têm desenvolvido trabalhos que contribuem para a produção de resultados acerca do *saber profissional* do professor que ensina matemática. Como exemplo pode-se citar Moraes, Bertini e Valente (2021), autores que caracterizam um saber resultante da produção histórica da cultura escolar, a *matemática do ensino*.

É a partir do que foi dito e dos estudos desses autores que se parte da hipótese da existência de uma *matemática do ensino*, um saber resultante da produção histórica de uma cultura, dos sujeitos imersos na ambiência de uma cultura escolar a cada tempo que colocava em discussão aspectos relacionados ao ensino e à formação de professores.

A *matemática do ensino* pode, então, ser caracterizada a partir de um processo de sistematização de saberes produzidos nesse processo histórico. Tal hipótese tem sido

---

<sup>14</sup> “A expressão Escola Nova, largamente difundida, abriga de modo impreciso diferentes propostas para a renovação escolar produzidas no século XX. Distinguir as múltiplas designações – Escola Ativa, Escola Experimental, Escola Modelo, Escola Progressiva – possibilita a compreensão das diferentes implicações metodológicas contidas em cada uma delas e, em consequência, suas prescrições para a prática pedagógica” (VALDEMARIN, 2010, p.89). Com este movimento surgiram debates no intuito de que o ensino deveria contribuir para a formação social do aluno, de modo a priorizar a experimentação infantil a partir de associações com a vida, em um modo de integrar escola e sociedade, acabando por reformular o papel do aluno e do professor na escola.

<sup>15</sup> Toma-se como exemplos os trabalhos de Frizzarini (2014), Nascimento Silva (2017), Caputo (2018) e Camara (2019).

considerada nesta pesquisa pelas fontes selecionadas permitirem um espaço de discussão tanto sobre os ambientes de formação de professores, quanto do ensino. Logo, é possível pensar na caracterização de uma geometria como parte da *matemática do ensino* a cada tempo. Dessa forma, neste estudo intenta-se responder à questão: *quais as características da geometria que integra a matemática do ensino no período de 1920 a 1960 em São Paulo?*

Com tal pergunta e hipótese apresentadas, defende-se a tese de que **há a elaboração de uma geometria do ensino proposta no ensino primário paulista durante o período de 1920 a 1960. Nesse período as discussões realizadas entre aspectos relacionados ao ensino e à formação de professores guiam para caracterização dessa geometria do ensino representada por meio de uma geometria prática, com um saber próprio, caracterizado pelas artes do ver e do fazer com foco na produção de um ensino para atividades cotidianas.**

Para a defesa desta tese, o caminho teórico-metodológico apresentado nas linhas seguintes segue os seguintes passos:

- Caracterização da questão de pesquisa;
- Recompilação de elementos nas orientações para o professor que ensina geometria no curso primário no período de 1920 a 1960;
- Análise comparativa dessas orientações;
- Sistematização da *geometria do ensino* a partir dessa análise comparativa.

Tais elementos serão problematizados mais adiante neste texto ao longo dos 4 capítulos que estruturam esta pesquisa. No capítulo 1 são apresentados aspectos teórico-metodológicos para melhor caracterizar a problemática desta pesquisa. No capítulo 2, foi realizada uma problematização acerca das orientações para ensinar geometria, na busca de recompilar elementos dessas propostas de ensino em manuais e artigos de revistas pedagógicas de São Paulo. No capítulo 3, foi efetuada uma análise comparativa das orientações para o professor que ensina geometria apresentadas no capítulo 2, tecendo comentários sobre o papel da *observação* e da *ação* nos direcionamentos adotados para os docentes. E, por fim, o capítulo 4 traz uma caracterização da *geometria do ensino* a partir das sistematizações dos elementos da geometria que foram recompilados e comparados nos capítulos anteriores.

## CAPÍTULO I - O SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA E A *GEOMETRIA DO ENSINO* COMO TEMAS DE PESQUISA

---

Para realizar uma pesquisa que toma manuais pedagógicos e artigos de revistas pedagógicas como produtos resultantes de discussões dos agentes geradores de uma cultura escolar, levar em conta os saberes que nesses documentos foram produzidos, identificá-los e assim caracterizar qual a *geometria do ensino* presente neles, faz-se necessário apontar os conceitos mobilizados na análise das fontes. Dessa forma, neste capítulo são apresentadas considerações teórico-metodológicas acerca da temática deste estudo com o intuito de delimitar a problemática desta tese.

### 1.1 – Escola Nova e o saber profissional do professor que ensina geometria: uma justificativa a partir de pesquisas brasileiras

Como já apontado, a produção desta tese está relacionada a um trabalho coletivo realizado por diversos pesquisadores vinculados ao GHEMAT-SP que, atualmente, tem se dedicado a discutir sobre qual o *saber profissional do professor* que ensina matemática em um período de cem anos (1890-1990). Como toda pesquisa coletiva, esta surge por meio de resultados de estudos anteriores que apontaram a necessidade de aprofundamento em outros aspectos da geometria do curso primário, além dos já estudados, como é o exemplo da *geometria do ensino* aqui caracterizada.

Dessa maneira, no decorrer deste capítulo são apresentadas algumas pesquisas relacionadas à geometria em uma perspectiva histórica e que a partir delas foi identificado que não há um consenso em um termo/definição ao se referir ao seu ensino ou orientação para o ensino. Há autores que adotam o termo *saberes elementares geométricos*, ou *saberes geométricos*<sup>16</sup>, até mesmo *Geometria*. Portanto, antes de serem apresentadas as fontes selecionadas para esta pesquisa e os estudos já realizados sobre a temática, cabe discutir sobre a opção de utilizar o termo geometria desde o início do texto.

Tendo isso em vista, no decorrer deste estudo é realizada uma discussão acerca do professor que ensinou geometria no curso primário paulista. Ao serem selecionadas as fontes – artigos de revistas pedagógicas e manuais para professores do curso primário do

---

<sup>16</sup> Tais termos foram largamente utilizados tomando como base a definição dada por Leme da Silva (2015, p. 42) de que saberes geométricos são “todos os conceitos, definições, temas, propriedades e práticas pedagógicas relacionadas à geometria que estejam presentes na cultura escolar primária”.

Estado de São Paulo – foi realizada a opção de não serem selecionados somente escritos presentes nas orientações para a matéria Geometria. Para tratar sobre o saber que o professor que ensinou geometria deveria incorporar ao longo das orientações identificadas, considera-se que a constituição de uma geometria para ser ensinada na escola primária pertence a processos históricos que apontam e configuram diversos elementos contidos no seio escolar, tais como os saberes que são próprios da formação do professor, os saberes para o ensino, as orientações pedagógicas de cada período, os conteúdos geométricos e como eles são adotados, suas definições e seus conceitos. Todo esse arsenal de passos constitui elementos que caracterizam o *saber profissional* do professor que ensina geometria e não pertencem somente à matéria do curso primário, mas a todos os espaços relacionados à cultura escolar<sup>17</sup>.

Dessa forma, a opção por adotar geometria com letra inicial minúscula na caracterização dos elementos do saber, que será apresentada nos capítulos que seguem, está relacionada à uma discussão apresentada por Moreira e David (2003) sobre quantas matemáticas existem. Tais autores consideram que há uma matemática vinda do cotidiano, daquele indivíduo que sabe calcular, mas não precisou de conceitos formais para isso; há também uma matemática vinda da escola, ligada às demandas da docência e, por fim, uma matemática enquanto objeto científico.

De posse dessa discussão, Valente *et al.* (2017) apresentam a produção de novos saberes para o ensino de matemática e, junto deles, a hipótese de constituição de uma nova configuração da matemática ao longo do tempo. Considera-se que os saberes que compõem a matemática não são invariantes, logo, a matemática também não é. Do mesmo modo a geometria, pertencente à matemática, também não é invariante, seus saberes a transformam de modo que ela se constitui conforme necessidade de um dado tempo, conforme veremos nos capítulos que seguem.

Para Valente *et al.* (2017), há uma matemática que exige uma certa abstração, a dos cursos superiores, mas ela também convoca do professor do curso primário uma linguagem cabível àqueles anos escolares, numa forma que seja perceptível para aquele grupo, que possa ser considerada como um saber próprio da cultura escolar. Desse modo, parte-se do entendimento de que há a produção de uma geometria que é própria das

---

<sup>17</sup> Por cultura escolar entende-se, de acordo com Julia (2001, p. 10) um “conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos, normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas”.

discussões postas pelos agentes da cultura escolar na produção de saberes da cultura escolar, dado que

[...] a escola tem papel fundamental na criação de saberes que ela mesma fabrica ao longo do tempo. Tais saberes são produtos próprios da cultura escolar. Assim, há uma matemática elaborada historicamente pelo meio escolar que serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas em que se exercem as práticas pedagógicas (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021, p. 09-10).

Diante disso, para realizar uma análise das fontes a fim de caracterizar a *geometria do ensino* no curso primário em tempos de Escola Nova, se faz necessário compreender o que já foi dito sobre o terreno que se ocupa, afinal “antes de saber o que a história diz de uma sociedade, é necessário saber como funciona dentro dela” (CERTEAU, 2011, p. 78) para que seja possível “convocar o passado, que já não está mais num discurso do presente; mostrar as competências do historiador, dono das fontes; e convencer o leitor” (CHARTIER, 2016, p. 15).

Na busca pelo entendimento do que já foi dito sobre o terreno que se ocupa, foram selecionadas dissertações e teses que tratavam da História da educação matemática no Brasil e possuíam relação com a formação do professor que ensinou geometria na escola primária brasileira. Para tanto, foi realizada uma pesquisa em alguns bancos de dados *online*, a saber: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Banco de Teses e Dissertações da Capes e o repositório de conteúdo digital (RCD) da UFSC<sup>18</sup>.

Na seleção, os estudos foram classificados como pertencentes à História da educação matemática ao serem utilizadas as palavras-chave *geometria*, *saberes geométricos* e *saberes elementares geométricos*, buscadas nos títulos, resumos e sumários, e identificada a relação com a pesquisa histórica. O resultado pode ser conferido no quadro 1.

---

<sup>18</sup> Trata-se de uma base de dados que armazena documentos online com o objetivo de divulgação de fontes digitalizadas dos projetos coletivos, frutos dos trabalhos de pesquisadores do Grupo de Pesquisa da História da Educação Matemática no Brasil – GHEMAT de diversos Estados brasileiros. Para maiores informações acessar <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>

**Quadro 1** - Pesquisas brasileiras sobre geometria em uma perspectiva histórica.

<b>Título do trabalho</b>	<b>Autor/ano</b>	<b>Tipo</b>
O ensino de Geometria nos Grupos Escolares do Estado de São Paulo (1890-1930)	Manoel Francisco Barreiro (2011)	Dissertação
Do ensino intuitivo para a Escola Ativa: os saberes geométricos nos programas do curso primário paulista, 1890-1950	Claudia Regina Boen Frizzarini (2014)	Dissertação
Aproximações da Geometria e do Desenho nos Programas de Ensino dos Grupos Escolares catarinenses	Thaline Thiesen Kuhn (2015)	Dissertação
O ensino de Desenho e Geometria para a Escola Primária na Bahia (1835-1925)	Marcio Oliveira D'Esquivel (2015)	Dissertação
O ensino de Geometria na formação de professores primários em Minas Gerais entre as décadas de 1890 e 1940	Silvia de Castro Barros (2015)	Dissertação
Aproximações e distanciamentos sobre os saberes elementares geométricos no ensino primário entre Sergipe e São Paulo (1911-1930)	Simone Silva da Fonseca (2015)	Dissertação
O ensino de primeiro ano primário em tempos de Escola Ativa: os saberes elementares geométricos nos programas brasileiros	Juliana Chiarini Balbino Fernandes (2015)	Dissertação
Por que ensinar desenho no curso primário? Um estudo sobre as suas finalidades (1829-1950)	Marcos Denilson Guimarães (2017)	Tese
O saber desenho no ensino primário a partir das revistas do ensino de Minas Gerais (1925 a 1932): sua concepção e as profissionalidades	Débora Rodrigues Caputo (2017)	Dissertação
O Desenho na reforma João Pinheiro de 1906 em Minas Gerais	Andréia Magalhães Dias Almeida (2017)	Dissertação
Apropriações do método intuitivo de Calkins nas orientações para o ensino de saberes geométricos em revistas pedagógicas brasileiras (1890-1930)	Joana Kelly Souza dos Santos (2017)	Dissertação
Saberes geométricos na revista do ensino de Minas Gerais no período de 1925 a 1932	Nicolly Peçanha do Nascimento Silva (2018)	Dissertação
Saberes matemáticos na matéria Trabalhos Manuais: processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960)	Claudia Regina Boen Frizzarini (2018)	Tese
As artes de medir: saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950	Deoclecia de Andrade Trindade (2018)	Tese
Saberes geométricos na educação primária paranaense: elementos das culturas escolares e da formação do cidadão republicano (1889-1946)	Alexsandra Camara (2019)	Tese

CONTINUAÇÃO DO QUADRO 1		
Experts em educação: circulação e sistematização de saberes geométricos para a formação de professores (Rio de Janeiro, final do século XIX)	Gabriel Luis Conceição (2019)	Tese
Primeiras noções de Geometria Prática (1894-1966): a obra e as mudanças no saber profissional do professor que ensina geometria	Márcio Oliveira D’Esquivel (2019)	Tese
Os saberes profissionais para o ensino de geometria e desenho presentes na Revista de Ensino de Minas Gerais na década de 1920	Robert Rene Michel Júnior (2020)	Dissertação
SABERES PARA ENSINAR GEOMETRIA NO ENSINO PRIMÁRIO: um estudo sobre manuais escolares produzidos por Theobaldo Miranda Santos	Aline Suemi Moroto (2021)	Dissertação
UMA <i>GEOMETRIA PARA ENSINAR</i> : elementos do saber profissional do professor que ensina matemática (1870-1920)	Francisca Janice dos Santos Fortaleza (2021)	Tese

**Fonte:** A autora (2022)

As teses foram selecionadas atendendo aos critérios apresentados anteriormente: pertencentes a HEM, tratassem sobre geometria. Diante das pesquisas identificadas, sendo a primeira de 2011, a última de 2021, quinze dissertações e sete teses, cabe questionar: qual geometria – ou quais elementos da geometria – sistematizada em pesquisas já desenvolvidas?

Os trabalhos versam sobre a formação para professores que ensinam geometria e sobre o ensino de geometria, além de marcos cronológicos amplos, que vão desde 1870 a 1968, mostrando que a geometria no curso primário possui uma vasta história, já explorada em muitos aspectos.

Como exemplo de estudos com marco cronológico no período do método intuitivo há os trabalhos de Barreiros (2011), D’Esquivel (2015) e Fonseca (2015), que partiam do uso de programas de ensino, legislações e decretos para apresentar como era proposto o ensino de geometria em tempos do método intuitivo, Santos (2017) que tomou as revistas pedagógicas brasileiras como fontes principais e Fortaleza (2021) com manuais pedagógicos. Há também a pesquisa de Kuhn (2015) com marco cronológico no período de 1910 a 1946, mas, assim como os outros autores citados, focou no ensino de geometria em relação ao método intuitivo.

De tais estudos é possível considerar que a geometria se configurou com centro no professor. Ela possuía um caráter centrado no estímulo dos sentidos da criança, com saberes constituídos no estímulo visual para a educação, realizado por meio da observação



de objetos e desenvolvimento de conversas direcionadas por perguntas e respostas a partir de questionamentos feitos pelo professor.

Um outro estudo que também apresentou discussões sobre o período de circulação do método intuitivo no Brasil foi a tese de Conceição (2019), realizada um pouco mais recente que as anteriores e que teve por objetivo analisar como foram sistematizados os saberes geométricos para a formação de professores no final do século XIX colocados em circulação no Rio de Janeiro por três professores – Amélia Fernandes da Costa, Luiz Augusto dos Reis e Manoel José Pereira Frazão – que foram designados pelo poder republicado a viajar à Europa com a missão de realizar estudos pedagógicos.

De acordo com Conceição (2019), como resultado dessa missão, os viajantes colocaram em circulação no Rio de Janeiro a proposta de uma nova *geometria para ensinar*, que estava diretamente atrelada ao desenho e trabalhos manuais em suas orientações, mas seguindo por princípios do método intuitivo de educar as crianças a partir de seus sentidos, centrado na percepção.

Considerando por espaço temporal o período designado por Escola Nova, há o estudo de Barros (2015), que investigou o ensino da matéria Geometria na formação de professores primários em Minas Gerais no período de 1890 a 1940. A autora constatou que, em se tratando da formação de professores, não havia grandes espaços para se trabalhar com a Geometria na formação de normalistas, especialmente se comparado com Aritmética e Desenho. O que se considera como orientações para a formação de professores no que diz respeito a como ensinar geometria, de acordo com Barros (2015), estava relacionado com os objetos que estavam à disposição das futuras professoras, em sua maioria, materiais contidos na própria sala de aula como cadeiras, mesas etc., as aulas deveriam fazer referência ao cotidiano, problematizando situações do dia a dia.

Outro trabalho que versou entre o período do método intuitivo e da Escola Nova foi o de Camara (2019), que investigou de que forma os saberes geométricos foram introduzidos na escola primária do Paraná entre as décadas de 1890 e 1940, buscando situar como se deu o processo de construção dos programas do ensino primário e analisar de que forma ocorreu a escolarização dos saberes geométricos no ensino primário, realizando um exame das práticas, apropriações e representações em suas fontes.

Camara (2019) identificou, durante o período que estava estudando, que o ensino primário era considerado como um importante elemento no desenvolvimento e progresso social, sendo indispensável para a construção da cidadania e de novas relações de trabalho. Em sua análise, nos primeiros anos, a geometria deveria ser ensinada seguindo

por princípios do método intuitivo, de maneira prática. O Estado do Paraná – espaço geográfico do estudo realizado por Camara (2019) – tomava por referência de direcionamentos para o ensino/formação de professores, as discussões ocorridas no estado de São Paulo.

As orientações para ensinar o que a autora chama de saberes geométricos estavam presentes nas matérias de Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais, sendo que havia a predominância do ensino prático e intuitivo durante todo o período, mas no período de 1910 e 1920 “ocorreram mudanças significativas. A preocupação inicial é com o estudo dos sólidos geométricos e da modelagem e, posteriormente, com as figuras geométricas planas, as construções geométricas e os cálculos de área e volume” (CAMARA, 2019, p. 219). Nesse período, além de trabalhar com a percepção e instintos da criança, as orientações para o ensino de geometria passam a fazer uso de instrumentos e certas definições.

Em linhas gerais, Camara (2019) constatou que a matéria de Geometria envolvia os conceitos e propriedades das formas, as construções geométricas com instrumentos de desenho e os inúmeros cálculos relacionados à taquimetria. Em Desenho, destacava-se o estudo de figuras geométricas, com construções livres, e na matéria Trabalhos Manuais eram privilegiadas atividades práticas da criança como recortes, modelagem, cartonagem, marcenaria e tecelagem.

Ainda com relação à geometria do curso primário com o movimento da Escola Nova, temos as pesquisas de Frizzarini (2014) e de Fernandes (2015) que, assim como outros autores, também tiveram por fontes os programas de ensino, legislações e decretos de alguns estados brasileiros e, cada uma, caracterizou como um ensino ativo no sentido de que o aluno passou a ter maior autonomia do que em relação ao papel da criança apresentado nas pesquisas elencadas anteriormente.

Além dessas duas autoras, há Nascimento Silva (2017) e Caputo (2018) que centraram suas análises sobre a geometria em tempos da Escola Nova, no Estado de Minas Gerais. A primeira com saberes geométricos e a segunda com saber desenho.

A partir dos estudos de Nascimento Silva (2017) e Caputo (2018), identifica-se que, durante o marco cronológico de 1925 a 1932, ao menos em Minas Gerais, o ensino da geometria se relacionava ao ensino como ciência, considerado por Nascimento Silva (2017) como elementar por se aproximar de saberes do campo disciplinar, mas também no tocante às exigências práticas da vida do aluno, o que a autora tratou como um ensino rudimentar por se aproximar de elementos da vida cotidiana do aluno.

Nesse sentido, as discussões realizadas nas fontes utilizadas pelas autoras, apontam que a geometria possuía um “cuidado em contribuir para a formação do professor no conteúdo que deveria desenvolver com seus alunos, e no modo como seria apresentado” (CAPUTO, 2018, p. 92) havendo diferentes abordagens, ora focando nos conteúdos, ora dando maior importância à experiência da criança em sala, mas tendo três finalidades à época: formação profissional, caráter utilitário para vida cotidiana e forma de expressão. Para atender a tais finalidades, de acordo com Caputo (2017), o ensino foi se modificando ano a ano.

Dito isso, agora trataremos sobre alguns estudos que não possuem como foco central a Geometria, seja como matéria ou seus saberes, mas que apresentam elementos geométricos dentro de suas propostas. Tais pesquisas foram selecionadas, pois os anteriores apontavam que a geometria não estava apenas relacionada à matéria do curso primário, estando também contida em outras matérias como Desenho, Trabalhos Manuais, Formas, entre outras.

Um primeiro trabalho é o de Trindade (2018) que, em um período compreendido entre o método intuitivo e o movimento pedagógico da Escola Nova, estudou sobre o que ela chamou de *artes do medir* e identificou que, para a Geometria enquanto matéria, as medidas serviam como auxiliar no estudo para a classificação de figuras geométricas e na construção de trabalhos manuais. Nesse caso, as medidas seguiam uma ideia de método auxiliar para o ensino da matéria de Geometria no curso primário.

Um segundo estudo é o de Frizzarini (2018) onde, ao dedicar-se sobre quais saberes matemáticos se articulavam na matéria Trabalhos Manuais do curso primário de São Paulo e Rio de Janeiro, identificou que os saberes que compuseram os trabalhos manuais pertenciam a dois momentos, por ela chamados de *saber a ensinar trabalhos manuais* e *saberes para ensinar matemática*, este último em articulação aos trabalhos manuais.

O primeiro momento, *saberes a ensinar trabalhos manuais*, foi representado por Frizzarini (2018) quando os saberes vindos de outros espaços da cultura escolar, como a geometria por exemplo, tinham por características elementos que puderam ser considerados como ferramentas para o ensino de Trabalhos Manuais, especialmente em se tratando de construções manuais. E o segundo momento foi decorrente da Pedagogia da Escola Nova em que os direcionamentos contidos na matéria Trabalhos Manuais foram concebidos como uma metodologia de ensino e assim atuavam com os saberes matemáticos como um *saber para ensinar matemática*.

Seguindo com trabalhos que pertencem ao rol de estudos que tomavam saberes concernentes a geometria, temos a tese de Guimarães (2017) onde o autor tratou sobre o ensino de Desenho e teve por objetivo investigar, em perspectiva histórica, que transformações sofreram as finalidades do ensino de Desenho no curso primário, durante o período de 1829-1950. Conforme já vem sendo discutido, a geometria se apresenta em diversas matérias, dentre elas, Desenho.

Apesar de não tratar especificamente sobre saberes vindos da geometria, Guimarães (2017) apresenta algumas considerações sobre um elo entre o ensino de geometria com o desenho e é sobre essas considerações que versaremos.

Em seu estudo, Guimarães (2017) aponta que o ensino de Desenho era marcado por instabilidades, tendo momentos em que era considerado como matéria do curso primário, mas em outros espaços ele surgia como optativo ao ensino. Inicialmente, o autor identificou três tipos de desenhos: Desenho Linear, Desenho Linear à vista e Desenho Geométrico. Neste período, elementos do ensino de geometria estavam relacionados ao desenho levando

[...] em consideração uma progressão por graus, conceitos teóricos, abstratos e extremamente atrelados à geometria euclidiana, fazendo apelo a uma atividade intelectual, visual e também, por assim dizer, a uma atividade que era extremamente manual. Esses desenhos, executados por parte dos alunos sem o uso de instrumentos, apelavam para o desenvolvimento de uma memória gráfica cuja finalidade principal educar a vista e tornar a mão firme (GUIMARÃES, 2017, p. 166).

Já na passagem do século XIX para o XX, há uma separação entre as matérias Desenho e Geometria e suas finalidades, ganhando o desenho um espaço próprio para o exercício de seu ofício: educar a mão e a percepção da criança. Não mais se devia investir num desenho puramente geométrico que visava somente à reprodução de figuras geométricas, a educação passava a ser concebida a partir do que era posto na natureza, com modelos desprendidos do rigor e reproduzidos ao natural, sem instrumentos.

Mas, pelo que consta nas análises de Guimarães (2017), o desenho geométrico não some definitivamente. Em 1925 ele é executado com o uso de instrumentos e em meados de 1949/50 era utilizado para o traçado de linhas nas orientações para o ensino.

Já em Minas Gerais, de acordo com Almeida (2017), que teve por objetivo investigar historicamente o Desenho enquanto disciplina na formação de professores primários e como matéria no curso primário, ocorria a mesma consideração dada por Guimarães (2017) do desenho inicialmente atrelado à geometria, depois abrindo espaço

para um desenho ao natural, mas sem desprender-se do desenho geométrico, também acontece.

Finalizando as pesquisas que estudaram sobre a geometria e seus saberes no ensino e/ou na formação do professor, com propostas mais próximas desta pesquisa, temos alguns estudos recentes que adotaram a geometria no cenário da problemática dos saberes profissionais. São eles: D’Esquivel (2019), Michel Júnior (2020), Fortaleza (2021) e Moroto (2021).

O primeiro autor, D’Esquivel (2019), teceu um enredo que enveredava sobre a trajetória profissional de Olavo Freire<sup>19</sup> e de que modo ela trazia pistas para a produção de saberes necessários à atuação do professor que ensinava matemática, em particular com desígnios voltados para a geometria.

D’Esquivel (2019) aponta que a trajetória profissional de Olavo Freire trouxe uma mudança no saber profissional do professor que ensina geometria, refletida em suas obras – *Primeiras Noções de Geometria Prática*. A mudança do saber dizia respeito a “[...] acréscimos de exercícios e problemas, a inclusão de novos temas de estudos e o ‘desaparecimento’ de outros, a indicação de métodos e uso de novos instrumentos para o ensino” (D’ESQUIVEL, 2019, p. 119). Tais conclusões feitas pelo autor apontam que a construção histórica de saberes da geometria não ocorre de forma linear, considera-se que cada tempo histórico legislações, movimentos pedagógicos, obras e instituições participam da configuração do repertório desse saber.

De modo semelhante temos a pesquisa de Michel Júnior (2020), com objetivo de analisar os saberes profissionais entre Geometria e Desenho sistematizados pela professora Emilia Truran<sup>20</sup> na década de 1920. Ao analisar revistas pedagógicas mineiras para tratar sobre a produção de saberes para essas duas matérias do curso primário, o autor identificou três movimentos nos saberes produzidos para os professores: um movimento de ruptura, um de continuidade e a produção de novos saberes.

Inicialmente a relação era dada na continuidade entre Desenho e Geometria, onde seus conceitos eram trabalhados em conjunto, seus conhecimentos se encontravam nas lições. Já a ruptura ocorreu na mudança justamente na mudança entre o que era trabalhado nas duas matérias, com o Desenho passando a desprender-se dos conhecimentos

---

<sup>19</sup> Olavo Freire da Silva (1869-1941) nasceu no Rio de Janeiro, e lá construiu sua carreira profissional, ocupando cargos institucionais de referência em ensino. Além disso, foi professor da Escola Normal do Distrito Federal e autor de diversas obras relacionadas a aritmética e geometria (D’ESQUIVEL, 2019).

<sup>20</sup> Emilia Truran foi professora do Ensino Primário e Normal de Minas Gerais, ocupando a cadeira de Desenho (MICHEL JUNIOR, 2020).

geométricos e passando então a compor novos elementos, que por Michel Junior (2020) foram entendidos como uma produção de novos saberes a partir da chegada do desenho ao natural, o ensino de sombreamento e a produção de desenhos por meio da observação de modelos.

Em continuidade ao levantamento de pesquisas, temos Moroto (2021) que apresenta Theobaldo Miranda Santos como um educador atuante no Rio de Janeiro, cuja carreira de escritor tem início em meados de 1930, quando passou a publicar artigos sobre educação em revistas pedagógicas locais. Foi um professor católico que, devido sua religião, possuía influências de ensino tradicionais, mas também enveredou pelos métodos Intuitivo e Escola Nova.

Em seu trabalho de dissertação, Moroto (2021) teve por objetivo analisar, sob a perspectiva histórica, os possíveis *saberes para ensinar* geometria no ensino primário brasileiro presentes em manuais escolares produzidos pelo educador Theobaldo Miranda Santos no período de 1946 a 1960. Esta pesquisa tem uma aproximação maior com a tese aqui desenvolvida, pois dois manuais estudados por Moroto (2021) também são aqui abordados.

A autora buscou responder à questão: que *saberes para ensinar* geometria no ensino primário podem ser identificados em manuais escolares de Theobaldo Miranda Santos? Selecionando quatro livros didáticos (Coleção Vamos Estudar? 1ª, 2ª, 3ª e 4ª série) e dois manuais pedagógicos do autor identifica que “para Santos (1952), o método é um princípio elaborado pelo professor a fim de provocar, estimular e dirigir a aprendizagem e cumprir com as finalidades da educação” (MOROTO, 2021, p. 92). Isso é aplicado ao ensino com o professor tendo o cuidado de “ter conhecimento sobre valor, objetivos e motivação da geometria para o ensino primário, afinal, a criança não se interessa pelo que não lhe parece útil à vida prática, e cabe ao professor mobilizar esses valores em suas aulas” (MOROTO, 2021, p. 32).

Por fim, Fortaleza (2021) com o objetivo de caracterizar uma *geometria para ensinar* a partir de manuais de Pedagogia direcionados à formação de professores nos primeiros anos escolares no Brasil entre 1870 e 1920 defendeu a tese de que nos manuais pedagógicos do período estudado foi elaborada uma *geometria intuitiva para ensinar*.

a *geometria a ensinar* está pautada em elementos da geometria euclidiana; os materiais de ensino são: uma coleção de formas sólidas, que podem ser talhadas em madeira ou feitos de papelão: esferas, cubos, cilindros, pirâmides, cones; placas e hastes de madeira, fios de ferro, esfera de cortiça e o quadro negro; a marcha de ensino é analítica-sintética, o que significa que as formas geométricas são ensinadas do

todo para as partes e depois faz-se o movimento inverso, os conteúdos são graduados do concreto para o abstrato, do conhecido para o desconhecido (FORTALEZA, 2021, p. 192, grifos da autora).

A *geometria intuitiva para ensinar* definida por Fortaleza (2021) tinha por concepção o estímulo dos sentidos das crianças nas lições. O professor estimulava, a partir do uso de materiais, a percepção da criança por meio de observações, o que levava a considerar que os saberes deveriam ser explorados de modo que os sentidos das crianças fossem explorados a partir do concreto, partindo do conhecido para o desconhecido e então gerada a abstração. Logo, em sua análise, Fortaleza (2021) aponta que os materiais de ensino, a marcha de ensino, o processo de apresentação e o de generalização são estruturantes na definição e composição dessa *geometria intuitiva para ensinar*.

Nos estudos desenvolvidos até o presente momento houve a mobilização sobre o ensino e a formação do professor que ensinou geometria a partir, principalmente, das matérias Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais. O marco cronológico estabelecido nas produções dizia respeito, em boa parte, ao período compreendido entre os métodos intuitivo e Escola Nova, com o primeiro com maior predominância. Foram tomadas como principais fontes documentos oficiais como legislação, decretos e programas de ensino, além de revistas pedagógicas, manuais didáticos e relatórios de ensino.

Considera-se que as pesquisas já apontam a produção de saberes para o ensino de geometria em diferentes momentos, cada um com a particularidade que lhe cabia no período, mas que estas, em sua grande maioria, foram realizadas tendo por foco um maior aprofundamento com relação ao que se dizia para o professor fazer em sala, não dedicando-se a apontar as mudanças ocorridas na geometria no decorrer dos discursos identificados. Diante do que foi apresentado até então, cabe retomar a questão inicial deste tópico: qual geometria – ou quais elementos da geometria – sistematizados em pesquisas já desenvolvidas?

A análise realizada desses trabalhos responde a essa pergunta, feita no singular, com uma pluralidade. Os estudos apresentaram diferentes geometrias, o que corrobora com Valente *et al* (2017), como já dito, que em cada tempo histórico são sedimentados diferentes saberes que constituem o ensino e a formação de professores e possuem como características uma geometria ora com finalidades que colocam a ação do aluno como elemento constituinte de sua formação, ora com atividades de estímulos mais visuais. É por essa vertente – das mudanças ocorridas na geometria – que compomos nossa análise em busca da caracterização da *geometria do ensino*.

Tais elementos guiam a consideração que há um *saber profissional* para o professor que ensina geometria, podendo ser caracterizado, por meio das análises, as relações que foram construídas ao longo do tempo entre os elementos de constituição desse saber.

A análise das pesquisas sobre geometria aponta que ela, com um caráter visual, ora mobilizada pelo estímulo da intuição, imaginação, ou visão da criança, produziu saberes necessários para efetuar o exercício do ensino no curso primário e estes estavam relacionados a aspectos que se aplicassem à vida das crianças, em especial ao estímulo dos sentidos dos alunos.

Além disso, até o presente momento há uma geometria que pode ser caracterizada, como dito por Fortaleza (2021), por *geometria intuitiva para ensinar*, que coloca em circulação a produção dos seus saberes no uso de materiais como estruturantes para o estímulo dos sentidos da criança e produção de uma graduação do ensino que vai desde o concreto para chegar ao abstrato.

De posse desses elementos, nos interessa aprofundar na concepção desses saberes e investigar de que maneira essa geometria era constituída para atender a necessidade de aplicar seus conhecimentos à vida das crianças, fato já apontado nas pesquisas anteriores. Em continuidade ao marco cronológico já caracterizado por Fortaleza (2021), com fontes pertencentes ao período de 1920 a 1960, investigando se há uma continuidade nos aspectos produzidos na *geometria intuitiva para ensinar* ou se com a chegada de um novo movimento a geometria passa por uma ruptura/transformação, buscamos identificar quais características possui o *saber profissional* do professor que ensina geometria. A este saber chamamos: *geometria do ensino*.

A análise das pesquisas aqui selecionadas levou a identificar que a produção de uma geometria em período intuitivo tem maior predominância, mas, principalmente, que a construção de seus saberes envolve elementos da *matemática do ensino* quando os autores apontam saberes produzidos na escola, para a escola e/ou pela escola que coloca em evidências a composição da produção de um saber específico à formação do professor, transformando os conteúdos e de que modo eles foram abordados.

Em outras palavras, na análise dos estudos produzidos sobre geometria, seja no ensino ou na formação de professores, foi apontado que há uma geometria elaborada historicamente pelos agentes inseridos no seio da cultura escolar, seja no ensino ou na formação de professores, e que apresenta diversas finalidades concernentes aos acontecimentos de cada época por meio de métodos de ensino, de diretrizes escolares ou



legislações. Analisar de que modo ocorria essa configuração da geometria apontará qual *saber profissional* estava presente em dada época, em particular nesta pesquisa, a *geometria do ensino* durante o período do movimento pedagógico da Escola Nova no Estado de São Paulo.

## **1.2 – O movimento pedagógico da Escola Nova no Brasil e as orientações para o ensino de geometria no curso primário**

Anteriormente foram apresentadas as pesquisas que compõe o acervo de estudos sobre a geometria em uma perspectiva histórica. Em sua maioria, centradas no período de maior predominância do método Intuitivo no Brasil. Apesar da existência de teses e dissertações que abordam o período da Escola Nova, a partir de Fortaleza (2021), há uma geometria caracterizada como uma *geometria intuitiva para ensinar* versada pelos sentidos, pela observação, pelo uso de materiais para comparação, um ensino centralizado no observar, no visual.

Em articulação com o que foi apresentado anteriormente, a produção desta tese está em caracterizar uma *geometria do ensino* elaborada durante o período de maior circulação de ideias do Movimento Pedagógico da Escola Nova no Brasil. A adoção do marco cronológico foi considerada após a identificação de que as pesquisas de cunho histórico sobre geometria têm uma maior centralidade no método intuitivo.

Tratar sobre uma pesquisa que toma o marco cronológico a partir do período de maior circulação de ideias de movimentos pedagógicos deve-se ao fato de que se considera, por Chervel (1990), que a pedagogia não é um lubrificante no ensino, ela possui um papel tão importante quanto os outros elementos da cultura escolar, colocando em circulação novos saberes para o professor.

Valdemarin (2010) aponta que o movimento pedagógico da Escola Nova era uma corrente de pensamento internacional e que começou a ganhar força no Brasil em meados de 1920, reafirmando a necessidade de partir da experiência que a criança já carregava em sua vida, visando o objetivo de aproximar a escola do cotidiano infantil para contribuir para a formação social dos alunos, caberia à sociedade determinar os rumos educacionais, uma ideia de concepção de escola como miniatura da sociedade.

A proposta era a construção de uma escola que, baseada em concepções psicopedagógicas, fosse adequada às necessidades do indivíduo por atividades que

envolvessem aspectos da comunidade nas quais estavam inseridos, então o professor deveria adaptar-se às necessidades sociais de seus alunos.

Essa nova configuração da escola colocava em circulação a problemática de repensar elementos ligados a cultura escolar, “[...] determinando a configuração do campo pedagógico, as políticas educacionais, a profissionalização dos educadores e o engendramento de práticas educativas” (SOUZA, 2009, p. 169), o que dissemina um novo modo de ensinar no curso primário, por consequência, de ensinar geometria. Tem-se então novos debates em ambientes de ensino e de formação de professores.

Logo, durante o período denominado de Escola Nova, era necessário um professor com novas especificidades, relacionado às ideias escolanovistas, dando conta de transformações e constituições de saberes para este profissional.

[...] O indissociável vínculo entre projeto político e projeto educacional articulou questões pedagógicas (pertinentes à discussão sobre métodos e processos de ensino) e questões sociopolíticas, como a ordenação do trabalho, a construção da nacionalidade, a modernização da sociedade e a democratização do país (SOUZA, 2009, p. 169).

Assim, considera-se então que os princípios da Escola Nova caracterizam, ou ao menos colocam em circulação, um novo modo de tratar o ensino a partir da implementação de novas orientações na configurações do saber escolar, consequentemente afetando nos direcionamentos para adoção de saberes para a geometria escolar, ao ser desenvolvido “[...] um método no qual não há distinção entre viver e aprender, e que fortalece a vida social, pois mantém unido o grupo de pessoas que trabalham com um espírito comum e tem objetivos em comum” (VALDEMARIN, 2000, p. 33). Nesse sentido, parece-nos pertinente examinar as transformações e continuidades ocorridas nas orientações para o ensino de geometria no sistema escolar do curso primário paulista durante a circulação de ideias deste movimento.

Dessa forma, vale dizer que o movimento da Escola Nova configura-se no Brasil em meados de 1920, em certa medida enfraquecendo a adoção do método intuitivo que foi considerado como um caminho para educação por meio dos sentidos, das coisas, dos objetos, com lições que levassem a criança, conforme apontado por Calkins (1886/1950, p. 32), “a exercer os sentidos em cada objeto que sucessivamente se lhe oferecer, vendo, apalpando, ouvindo, saboreando, ou cheirando, conforme couber”, em busca de uma melhor assimilação para o alcance do conhecimento.

Com manuais produzidos para o professor dos cursos elementares, ou o formador de professores, o método intuitivo era apresentado como uma forma de atender às

demandas sociais à época, com a finalidade de formar indivíduos capazes de desenvolver atividades básicas para realização de exercícios industriais.

Porém, mesmo com exercício do método intuitivo buscando aproximar o que era ensinado nas escolas com os conhecimentos comuns da criança, Valdemarin (2010, p. 23) aponta que, no início do século XX, foram retomados debates sobre a relação escola e criança e a escola “[...] é criticada por não cumprir sua função social e transmitir conhecimentos pouco úteis à vida”.

As novas orientações diziam respeito a experimentos científicos, considerando o desenvolvimento infantil como processo chave para o ensino, dando à criança uma maior autonomia. A educação que antes era instigada a partir dos sentidos, com centro no objeto, passa a ser concebida a partir da ação e com o uso de problemas geradores.

Esse período passa a ser demarcado por encontros de educadores que discutiam o que seria ensinado no curso primário e de que modo isso seria feito, dando luz a uma educação que, de acordo com Pinheiro (2017), utilizasse experimentos científicos para desenvolvimento mental das crianças, uma educação pela experiência. A ordem do ensino era realizada com base no sujeito que aprende, então ao professor caberia um processo de escuta dos seus alunos buscando “[...] a integridade da perspectiva psicológica atendendo as necessidades, os interesses e as peculiaridades do desenvolvimento infantil” (SOUZA, 2009, p. 189).

As condutas das crianças, entre elas o pensamento, antes já levadas em consideração, mas instigadas a partir do professor, passaram a ser tomadas como uma forma de ação. Pensar e agir ganharam importância no processo de aprendizagem, eram vistos os interesses do aluno e então relacionados com o exterior (LOURENÇO FILHO, 1930). Antes era conceituado que a criança *deveria* aprender, com a Escola Nova passou-se a acreditar no que ela *poderia* aprender de acordo com as condições do seu desenvolvimento (LOURENÇO FILHO, 1930).

Com a circulação de propostas do movimento pedagógico da Escola Nova, houve uma nova configuração no papel do aluno e do professor no processo de ensino, por consequência, ocorreram elementos de mudanças e continuidades nos saberes necessários para ensinar geometria, colocando em destaque uma nova configuração de *saber(es) profissional(is)* para o professor que ensina geometria.

Por conseguinte, no Estado de São Paulo, “[...] a introdução dos princípios da Escola Nova na educação paulista ocorreu, num primeiro momento, em relação de continuidade com o método intuitivo” (SOUZA, 2009, p. 180). O que, posteriormente,

“[...] propunha-se, ao mesmo tempo, como continuidade e como ruptura relativamente às práticas do *ensino intuitivo*” (CARVALHO, 2000, p. 117).

Com relação ao programa de ensino, estava em vigor o de 1925 que tinha: Leitura, Linguagem Oral e Escrita, Aritmética e Geometria, Geografia, História do Brasil e Instrução Cívica, Ciências Físicas e Naturais, Trabalhos Manuais, Desenho, Caligrafia, Canto e Ginástica. A condução dessas matérias deveria ser realizada pela valorização da experiência, da observação, do trabalho em cooperação e por meio de atividades como jogos e excursões (SOUZA, 2009).

No seio desta renovação pedagógica, Lourenço Filho (1930) apontava que a geometria deveria ser ensinada pela observação e pela experiência, dado que era considerada como a parte experimental dos conteúdos matemáticos. Lima e Lando (2020, p. 161) apontam que a geometria “[...] desempenharia papel importante na educação sensorial. Por meio da observação de sólidos geométricos”, atuando como um estudo que possibilitaria desenvolver a abstração e cultivar o raciocínio.

Desse modo, era proposta uma mudança nos direcionamentos realizados pelo professor em relação à forma como ele vinha ensinando geometria, não em níveis de novas práticas, mas na compreensão de novas concepções que existem, não apenas exercícios de estímulo das faculdades mentais das crianças, como no intuitivo, mas pensar na escola com novas finalidades sociais.

Ao professor que ensinava geometria caberia considerar a aprendizagem pela ação da criança, não pela observação dos materiais. Lima e Lando (2020) apontam que no Estado de São Paulo, nesse período, houve uma estabilidade da presença da geometria, plana e espacial, e do desenho.

Para o ensino de tais conceitos foram colocadas em circulação, então, finalidades sociais que levaram à necessidade de um novo indivíduo no ambiente escolar. Logo, o ensino não seria mais direcionado pelas coisas, por materiais, mas pela ação. A ação passava a ditar os cursos do ensino, deixando de ser um agir pelos objetos e passando a ser um agir pelo aluno a partir dos exercícios que lhes eram propostos. A partir desses exercícios práticos - pela ação - que novos saberes emanavam.

Existia uma necessidade de novas práticas em sala, logo também era necessário que o professor se adequasse a concepção de uma escola com novas finalidades sociais, não somente interessada em desenvolver as faculdades mentais da criança, mas, em torná-las cidadãos capazes de enfrentar problemas de seus ofícios cotidianos. Nesse sentido, e considerando que “[...] o exercício escolar é dispositivo que permite alcançar um duplo

objetivo: instruir e desenvolver *as faculdades naturais da criança*” (CARVALHO, 2000, p. 113), considera-se que ao se propor o movimento pedagógico da Escola Nova, há também uma nova configuração no *saber profissional* do professor que ensina geometria e, por consequência, também uma nova configuração da *geometria do ensino* nesse período.

Cabe acrescentar que, neste texto, não se considera um fechamento do método anterior vigente e uma “renovação” a partir da Escola Nova. Tomando por referência De Certeau (1990), considera-se que novos aspectos trazem consigo heranças do passado. O novo é parte de um processo histórico que vem carregado de elementos do que existia anteriormente.

Assim, foi tomado como marco cronológico o período de 1920 a 1960, por ser a época de maior divulgação de ideias do movimento pedagógico da Escola Nova nos seios de debates sobre a escola e a formação de professores que, em se tratando de aspectos relacionados à Matemática, tendo em vista o próprio levantamento realizado em páginas anteriores e o que foi apresentado até o momento.

Então, como os pressupostos da Escola Nova levariam a uma formação diferente da já existente, e identificada a partir do inventário de pesquisas sobre geometria? Quais saberes perpassam as orientações para o ensino de geometria naquele momento? Que saberes foram constituídos na objetivação de uma geometria em tempos de escolanovismo?

Tentar responder tais questões é, antes de tudo, buscar entender o processo de sistematização de saberes postos em circulação à época. Tais questionamentos levam-nos a considerar as revistas e os manuais pedagógicos como vetores importantes de estudo que versam sobre a formação de professores e o ensino, de modo a tornar inteligíveis os processos de circulações e representações de ideias escolanovistas para professores de geometria do curso primário.

### **1.3 – A geometria do ensino como problema de pesquisa**

Conforme já citado no tópico anterior, ao realizar uma análise histórica de como o *saber profissional* do professor que ensina matemática foi constituído, pesquisas vinculadas ao GHEMAT consideram que há saberes vindos da formação docente e do

ensino e que ambos colocam em relação a tensão entre saberes do campo profissional e saberes vindos do campo disciplinar.

Tais relações não são simples, elas evidenciam que o debate, em se tratando da natureza dos saberes nas instituições de formação e ensino, é intenso e esse processo leva a considerar que a profissionalização docente, ao longo do tempo, valeu-se de saberes na sua constituição (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). Leva-se em conta que tais estudos debruçam-se sobre quais conteúdos disciplinares são elencados, como eles são configurados, de que modo eles estão presentes nos documentos, quais os saberes que permeiam o currículo, como estão postos *o saber para ensinar, o saber a ensinar* e todo o conjunto de normas que são próprias das profissões docentes.

Essas discussões surgem pela mobilização de estudos de autores da Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra, na Suíça. Os estudos de Hofstetter, Schneuwly (2017) consideram duas formas de saberes que se articulam ao considerar o processo de formação dos professores: *saberes para ensinar e saberes a ensinar*. O *saber a ensinar* diz respeito ao objeto de trabalho do professor, os saberes aos quais formar, transformam os saberes a fim de torná-los ensináveis. Já o *saber para ensinar* constitui a ferramenta de trabalho do professor, são saberes para realizar a tarefa de formar, multiformes, exercidos sobre o *saber a ensinar*, sobre as práticas de ensino, sobre a instituição, entre outros aspectos, possibilitam o processo de ensino. Estes saberes passam por processos de articulação, tendo momentos em que um ou outro melhor se evidenciam, então se considera a caracterização de saberes transmissíveis, ensináveis a partir dessa articulação.

Tais discussões apontam a produção de diferentes matemáticas vindas dos campos disciplinares e profissionais. O primeiro desses campos está relacionado à produção científica, trata sobre a Matemática como ciência e a considera como inalterável diante de seus saberes enquanto objeto científico, já o segundo relaciona-se à profissionalização do professor, suas experiências docentes, as discussões científicas, os conhecimentos e práticas que levam a essa profissão. Neste estudo é considerada que a tensão entre o campo disciplinar e o campo profissional coloca em discussão a sistematização de saberes importantes na construção de *sabere(s) profissional(is)*, conferindo especial atenção à articulação entre as ciências da educação e os campos disciplinares exercida no processo de profissionalização docente.

Nesse sentido, com o desenvolvimento do projeto temático ao qual esta tese está vinculada, um primeiro exercício foi apropriar-se dos estudos de Hofstetter, Schneuwly

(2017) para discutir sobre quais elementos considerar acerca da produção dos *saberes profissionais* dos professores que ensinam matemática. Diante dessas relações, Valente *et al* (2017) consideraram que existe uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar*, a cada tempo histórico, que coloca a centralidade das discussões em torno do saber matemático, mais uma vez levando em conta que a matemática não é invariante, dado que os saberes nela e por ela produzidos a altera ao longo do tempo.

Ganha força a caracterização sobre o que se entende por *matemática a ensinar*, referente ao objeto de ensino do professor, possui como referência os saberes vindos da matemática enquanto ciência quais são transformados pela ação da cultura escolar em dados contextos históricos, e por *matemática para ensinar*, que foi constituída por intermédio de embates entre o campo disciplinar e as ciências da educação, neste caso ela volta-se mais para o campo profissional em termos de formação do professor que ensina matemática (VALENTE *et. al.*, 2017).

Com os resultados de pesquisas e discussões do grupo<sup>21</sup> sobre o referido projeto, surge uma produção epistemológica da *matemática do ensino* ao considerar que ao longo do tempo os espaços pertencentes às discussões acerca da cultura escolar foram elaborando saberes em forma de disciplinas escolares, então a essa *matemática do ensino* é conferido “um saber resultante da produção histórica da cultura escolar”, ela “interessa-se prioritariamente por questões epistemológicas. Analisa processos e dinâmicas de constituições dos saberes escolares, da matemática presente na escola, da matemática do ensino” (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021, p. 10).

Ademais, ao levar em consideração que a *matemática do ensino* envolve a produção em articulação de dois espaços: a escola e os ambientes de formação de professores, leva-se em conta estudar os saberes elaborados no e para o curso primário, tendo em vista aspectos relacionados a geometria do movimento pedagógico da Escola Nova, analisando quais fatores da geometria produzida no e para o curso primário paulista configuram uma *geometria do ensino*, atentando para o fato de que “cada cultura constrói historicamente sua matemática” (VALENTE, 2020, p. 165).

Dentro dessas considerações, ao questionar-se sobre “que matemática foi sendo elaborada ao longo do tempo para estar presente na formação dos futuros professores,

---

<sup>21</sup> Cabe aqui apontar que o GHEMAT compõe um grupo amplo de pesquisadores de diversos Estados brasileiros, mas nesta pesquisa nos referimos especificamente ao GHEMAT-SP que reúne professores e alunos em Osasco – e na modalidade remota durante o período de pandemia do COVID-19 – para discutir sobre o andamento do projeto temático e produções a ele relacionado.

tendo em vista a necessidade do seu ensino nos primeiros anos escolares?” (BERTINI, VALENTE, 2021, p. 231), tem-se considerado que os espaços pertencentes à escola e à formação de professores constituem meios de criação, com componentes que lhes são próprios e que atuam como lugar de produção de saberes.

Assim, pode-se pensar na *matemática do ensino* como uma produção que envolve aspectos da formação de professores e do ensino que “coloca em evidência embates e tensões entre campos disciplinares e o campo profissional da docência no processo de produção e sistematização de saberes” (BERTINI, VALENTE, 2021, p. 233).

Ter em conta a *matemática do ensino* é considerar uma análise de pressupostos que envolve a produção de saberes em um “espaço descontínuo, que articula o ensino e a formação de professores” (BERTINI, VALENTE, 2021, p. 234). A noção de *matemática do ensino* vem de uma hipótese teórica

[...] que consideramos basilar, buscando uma ruptura com a dicotomia escolar/matemática acadêmica, leva-nos a analisar o estudo das relações mantidas entre a formação de professores e a docência propriamente dita. Do nosso ponto de vista, ao estudar historicamente as relações entre a matemática da formação dos professores e aquela matemática presente no ensino ganha-se a possibilidade de analisar processos e dinâmicas de construção e transformação do saber profissional do professor que ensina matemática (VALENTE, 2020, p. 166-167).

Ademais, ao considerar a produção dos agentes da cultura escolar como espaço de constituição de saberes para o ensino e para a formação de professores, tomar a *matemática do ensino* como categoria de análise é levar em conta as questões epistemológicas surgidas por meio do processo histórico de produção da articulação entre aspectos pertencentes a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. Tais processos condicionam “[...] a produção desses saberes, pois a cultura escolar é regida por uma organização espaço-temporal a que as práticas pedagógicas se sujeitam” (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021, p. 18).

Morais, Bertini e Valente (2021) apontam na análise da *matemática do ensino* a possibilidade de que quatro integrantes sejam considerados como elementos na composição de uma anatomia do saber escolar: *sequência, graduação, significado e exercícios e problemas*, tais elementos são aqui tomados como categoria de análise para a caracterização da *geometria do ensino*.

Por *sequência* entende-se a forma com a qual o saber matemático é apresentado, qual o conjunto de temas que o professor mobiliza – ou deverá mobilizar – em sua aula de modo que seja efetiva a aprendizagem de seus alunos em um determinado período.



O *significado* está relacionado ao modo que o professor se refere a um dado tema da matemática ao conferir os primeiros contatos deste com seus alunos. Um terceiro elemento é a *graduação* que está ligada a uma concepção de ensino, a forma que o professor se utiliza da sequência e significado de determinado tema da matemática e a estrutura para apresentar a seus alunos.

Por fim, os *exercícios e problemas* representam a forma que o professor espera que os temas tenham chegado aos seus alunos, compõem as respostas esperadas sobre os temas que foram trabalhados.

Ao considerar a investigação epistemológica que emerge a partir de tais estudos e os resultados anteriormente apresentados sobre as pesquisas realizadas sobre geometria, considera-se a análise da *geometria do ensino* por meio do tratamento das representações de propostas para o professor que ensinou geometria no curso primário em tempos de Escola Nova, pensando em seu saber próprio a partir de revistas e manuais pedagógicos, dando conta de que a caracterização de processos e dinâmicas de constituição do saber profissional do professor que ensina geometria determina a forma estruturante desse saber.

Assim, ter por objeto de análise a *geometria do ensino* requer que sejam tomados como pontos de exame a construção, sistematização e institucionalização de um saber, ou seja, é necessário examinar os contextos que participam da elaboração desse saber. Cabe acrescentar que nesta pesquisa consideramos que há uma diferença entre conhecimento e saber,

[...] o primeiro mais ligado à subjetividade, às experiências vividas pelo sujeito, meios implícitos da ação, do raciocínio; o segundo fruto de sistematização, de caráter mais consensual, passível de generalização e objetivação, produto cultural historicamente institucionalizado cujo resultado é a sistematização e organização de determinados conhecimentos com o fim de propiciar a sua comunicação (VALENTE, 2018, p. 381).

Conhecimentos são todos aqueles conjuntos de informações ligados à experiência vivida por determinado sujeito seja individual e/ou coletivamente. Por sua vez, o saber pode ser considerado como aquele relacionado a uma objetivação, quando a informação atravessa uma fase de sistematização e validação e sua comunicação não necessariamente está mais ligada ao sujeito que a produziu, ele perde a centralidade nesse sujeito e torna-se então desincorporado, passível de julgamento social (VICENT, LAHIRE e THIN, 2001).

A partir da consideração de que os saberes são sistematizados e objetivados por meio de diversas categorias e feitos de diferentes tipos, tem-se em vista que as representações realizadas sobre as orientações para o ensino de geometria tendem a conduzir para uma construção de passos que nos levam a ponderar a sistematização de uma *geometria o ensino*. Fato que se deve à análise do quanto essas orientações iniciais ganham um estado englobado na própria geometria a ponto de incorporar-se como elemento de uma cultura escolar.

Por conseguinte, Burke (2016), em sua obra “O que é *história do conhecimento?*”, discute sobre processos de transformação de informações dispersas em saber. Valente (2018), ao apropriar-se das ideias desse autor, aponta que a análise de um saber está relacionada a três etapas: *recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos docentes, sistematização e uso de conhecimentos como saber*.

A primeira etapa, de *recompilação de experiências docentes*, está relacionada à seleção e separação de informações em documentos como revistas pedagógicas, manuais pedagógicos, livros didáticos, legislações e demais espaços que apresentem informações sobre o trabalho pedagógico docente. A recompilação consiste em catalogar uma “coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo histórico” (VALENTE, 2018, p. 380).

A segunda etapa, *análise comparativa dos conhecimentos docentes*, consiste na tomada do inventário efetuado na categoria da recompilação, realizando uma análise dos conhecimentos dispersos em um dado tempo histórico que consiste em efetuar “um novo inventário, agora composto pela seleção daquelas informações sobre experiências docentes que se mostram convergentes do ponto de vista da orientação para o trabalho do professor” (VALENTE, 2018, p. 381) e identificar quais os consensos nas orientações destinadas ao professor, quais as tendências que foram perpetuando-se no tempo e que passam a ganhar um status de saber.

Por fim, a terceira e última etapa, *sistematização e uso de conhecimentos como saber*, “transforma informações sobre experiências docentes em saber profissional do professor” (VALENTE, 2018, p. 381). Consiste na análise das tendências que se perpetuaram ao longo do tempo e que se tornaram passíveis de generalização e uso, efetivamente, um saber.

Dessa forma, pode-se dizer que tais estudos dão arcabouço para uma possibilidade de caminho teórico-metodológico para nossa hipótese citada na introdução desta tese, a da existência de um saber resultante da produção histórica de uma cultura, de uma cultura escolar, da existência de uma *matemática do ensino*, produto da sistematização de um

saber, dado que as fontes selecionadas para esta pesquisa nos dão espaço de discussão tanto sobre os ambientes de formação de professores, quanto do ensino. Assim, seguindo essa linha de raciocínio, é razoável pensar essa condução para o estudo da caracterização de *uma geometria escolar*.

Dito isso, então, como ensinar geometria nos primeiros anos escolares? Qual é a geometria que perpassa as orientações para o professor do curso primário? Os apontamentos feitos indicam que o professor mobiliza diferentes saberes, não só vindos do campo disciplinar da matemática, mas saberes advindos, também, das ciências da educação, do conhecimento comum, do método vigente à época, de diversos elementos da cultura escolar.

Assim, ao pautar-se pela problemática do saber profissional do professor que ensina geometria e, mais ainda, da *geometria do ensino*, considera-se que há aspectos da geometria relacionados a formação de professores e as orientações para o ensino que ganham um status de saber, de um *saber profissional* específico para este docente, analisado em manuais e revistas pedagógicas.

Na discussão do que constitui um saber, Valente (2018, p. 378), ao apresentar o questionamento: *como analisar historicamente os processos de elaboração do saber profissional do professor que ensina matemática?* e expor as possibilidades de categorias de análise de um saber, aponta que documentos como artigos de revistas pedagógicas e manuais constituem um campo possível de realizar tal pesquisa.

As revistas pedagógicas constituem

[...] uma instância privilegiada para a apreensão dos modos de funcionamento do campo educacional enquanto fazem circular informações sobre o trabalho pedagógico e o aperfeiçoamento das práticas docentes, o ensino específico das disciplinas, a organização dos sistemas, as reivindicações da categoria do magistério e outros temas que emergem do espaço profissional (CATANI, 1996, p. 117).

Elas são tomadas como um espaço de divulgação de ideias pedagógicas por, no período estudado, guiar o professorado “[...] na compreensão da distância que fica entre os textos e as práticas escolares, entre os discursos que propõem a formação ideal e as realidades resistentes às injunções institucionais” (CATANI e SOUSA, 2001, p. 244), por colocar em disseminação

[...] informações sobre o trabalho docente, a organização dos sistemas de ensino, as lutas da categoria profissional do magistério, bem como os debates e polêmicas que incidem sobre aspectos dos saberes ou das práticas pedagógicas, tornam as mesmas uma instância privilegiada

para a investigação dos modos de funcionamento do campo educacional (CATANI, 1996, p. 116).

Tais periódicos, no contexto histórico ao qual este estudo pertence, eram constituídos como “[...] fontes informativas específicas para a construção de explicações acerca da história do campo educacional das práticas escolares, dos saberes pedagógicos, do movimento e das lutas dos professores” (CATANI, 1996, p. 114). Logo, compõe um importante elemento para a representação da *geometria do ensino*.

Assim como as revistas pedagógicas, os manuais pedagógicos são levados em consideração como fontes possíveis de circulação de saberes para o ensino de geometria por, a partir de Chopin (2004), considerar que eles são livros que apresentam conteúdos e atividades que dão suporte ao ensino a partir de saberes sistematizados nas obras e que

a imagem da sociedade apresentada nos livros didáticos corresponde a uma reconstrução que obedece a motivações diversas, segundo época e local, e possui como característica apresentar a sociedade mais do modo como aqueles que, em seu sentido amplo, conceberam o livro didático gostariam que ela fosse, do que como ela realmente é. Os autores de livros didáticos não são simples espectadores de seu tempo: eles reivindicam um outro status, o de agente (CHOPPIN, 2004, p. 557).

Os manuais selecionados para esta pesquisa são aqueles que foram destinados à formação de professores, à época considerados como manuais pedagógicos por apresentarem discussões relacionadas como o professor poderia ensinar.

As fontes utilizadas nesta pesquisa foram coletadas no RCD e nelas buscou-se analisar como foram produzidas as orientações para o ensino de geometria para o professor do curso primário a partir de processos e dinâmicas de constituição do saber profissional.

Os manuais e as revistas pedagógicas selecionadas apresentam orientações para o ensino de geometria em diferentes perspectivas. Considera-se que os autores dessas fontes realizaram uma apropriação<sup>22</sup> de métodos para o ensino e apresentaram o que eles consideravam relevantes para o professor. Esse processo dá conta de uma primeira sistematização de saberes, em que os autores realizaram uma recompilação de experiências e conhecimentos, os decantando e sistematizando em uma obra com a finalidade de o professor se apropriar dela e mobilizá-la em seu contexto escolar.

---

<sup>22</sup> Por apropriações, entende-se os usos e transformações que apontam o funcionamento de uma sociedade em diferentes lugares e momentos históricos (CHARTIER, 2013).

A partir dessas sistematizações nos interessou “identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler” (CHARTIER, 1990, p. 16-17). Ao considerar os manuais e as revistas pedagógicas, identifica-se que em cada momento – de 1920 a 1960 – foram colocadas em circulação diferentes orientações para o ensino de geometria. O que interessou nesta pesquisa foi o que, nesse período amplo, foi utilizado por diferentes autores que tinham a finalidade de formar o professor, o que se considerava que perpetuou na formação do professor que ensinou geometria durante o período de 1920 a 1960.

Para isso, foram considerados e catalogados artigos de revistas pedagógicas que apresentam a geometria em diferentes espaços, como nas orientações para o ensino de Aritmética, Geometria, Desenho, Formas, Trabalhos Manuais, nos estudos sobre métodos e onde couber. Já os manuais selecionados são obras dedicadas a professores do curso primário e estudantes normalistas nas quais havia um espaço destinado à geometria.

Burke (2016) apresenta que no processo de sistematização de um saber são tomados alguns passos que levam a este propósito. O primeiro deles é a *coleta* de documentos que posteriormente passam a compor as fontes para a pesquisa.

O local de análise tomado neste estudo é São Paulo. Tal Estado foi selecionado por compor o espaço de produção<sup>23</sup> dos manuais identificados que apresentam orientações para o professor que ensinava geometria. Como a busca está relacionada a uma representação de como era orientado que o professor do curso primário conduzisse o ensino, as obras selecionadas eram a que tinham por destino os professores. As revistas pedagógicas foram selecionadas considerando o mesmo espaço de produção dos manuais. Os manuais selecionados podem ser conferidos no quadro 1, e os artigos das revistas no quadro 2.

**Quadro 2** - Manuais que apresentam orientações para o ensino de geometria em tempos de Escola Nova

Manual	Autoria	Ano de Publicação/Local
Metodologia do Professor Primário	Theobaldo Miranda Santos	1952, 3ª Ed., São Paulo

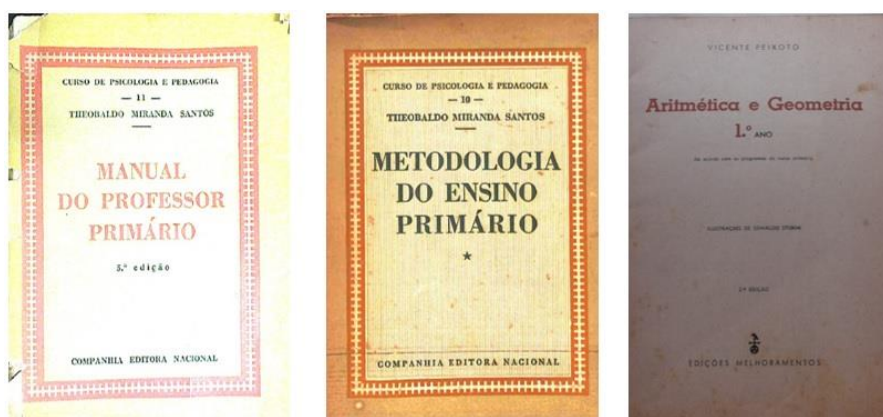
<sup>23</sup> Cabe aqui apontar que tomamos como parâmetro a identificação nas obras de onde os manuais e revistas foram produzidos, mas sua circulação pertencia a todo território nacional.

Metodologia do Ensino Primário	Theobaldo Miranda Santos	1960, 9ª Ed., São Paulo <sup>24</sup>
Aritmética e Geometria, 1º ano	Vicente Peixoto	1958, 2ª Ed., São Paulo

**Fonte:** A autora (2021).

A busca por essas fontes, como já apontado anteriormente, foi realizada no espaço do RCD destinado a alocação de documentos pertencentes à história da educação matemática. Neste ambiente, na aba denominada *Livros Didáticos e Manuais Pedagógicos* temos a disposição um total de 621 (seiscentos e vinte e uma) obras entre manuais pedagógicos e livros didáticos de diversos Estados e marcos cronológicos. A seleção dos manuais aqui apresentados foi realizada após uma pesquisa em todas as obras utilizando alguns critérios: que estivesse dentro do marco cronológico da pesquisa já previamente estabelecido, trouxesse orientações para o ensino relacionadas aos conteúdos de geometria e fossem destinados a professores. Como resultados, identificamos as obras aqui apresentadas.

**Figura 1 - Capa dos Manuais**



**Fonte:** RCD da UFSC (2022)

Pelo próprio título das obras, conforme figura 1, nota-se que nenhum dos três manuais pedagógicos selecionados trata especificamente sobre orientações para o ensino de geometria. Dois são de mesma autoria, Santos (1952, 1960) e apresentam uma proposta para o ensino do curso primário, são divididos em duas partes, a primeira com discussões acerca de uma metodologia geral, e a segunda parte com o que o autor chama de metodologia especial, sendo que relacionadas a saberes da geometria estão a metodologia

<sup>24</sup> A edição que tivemos acesso foi a 9ª, publicada em 1960, mas sua primeira edição foi da década de 1940, provavelmente publicado em 1948 (ALMEIDA FILHO, 2008).

da Geometria, metodologia do Desenho e metodologia dos Trabalhos Manuais e o terceiro, de Vicente Peixoto (1958), traz recomendações para o ensino de Aritmética e Geometria.

No exame de qualificação realizado em setembro de 2020, apresentamos um exame de manuais e artigos de revistas pedagógicas do Rio de Janeiro e São Paulo. Uma recomendação da banca foi que limitássemos o estudo a um Estado para que pudéssemos aprofundar em aspectos antes não vistos. Como São Paulo apresentava um maior quantitativo de documentos, fizemos a opção de focar nele. No quadro 2 são apresentados os artigos de revistas pedagógicas identificados sobre a temática.

**Quadro 3** - Artigos de revistas pedagógicas com orientações para o ensino de geometria em tempos de Escola Nova

Artigo	Autor	Revista
O Desenho nas classes infantis	Rafhael Falco	Revista da Escola Normal de São Carlos, dezembro de 1923, vol III, n. 13
Uma aula sobre rectangulos	José Ribeiro Escobar	Revista da Educação, junho de 1923, n. 2
A somma dos ângulos internos de um triângulo	Não identificado	Revista da Sociedade de Educação, dezembro de 1924, vol III, n. 9
Area do rectangulo	Não identificado	Revista da Sociedade de Educação, dezembro de 1924, vol III, n. 9
Geometria O rectangulo	Não identificado	Revista Escolar, janeiro de 1925, n. 1
Geometria Linhas	Não identificado	Revista Escolar, fevereiro de 1925, n. 2

CONTINUAÇÃO DO QUADRO 3		
Geometria Sólidos Geométricos Lição I A esfera	Não identificado	Revista Escolar, março de 1925, n. 3
Geometria Sólidos Geométricos Lição II O hemisfério	Não identificado	Revista Escolar, abril de 1925, n. 4
Geometria Sólidos Geométricos Lição III O cubo	Não identificado	Revista Escolar, maio de 1925, n. 5
Geometria Sólidos Geométricos Lição IV O cilindro	Não identificado	Revista Escolar, junho de 1925, n. 6
Geometria A Geometria na aula primária	Evilasio A. Souza	Revista Escolar, agosto de 1925, n. 8
Geometria (formas) Prisma Triangular	Não identificado	Revista Escolar, outubro de 1925, n.10
Geometria Area do paralelogramo	Não identificado	Revista Escolar, março de 1926, n. 10
Geometria Relação entre a circunferência e o seu diâmetro	Não identificado	Revista Escolar, junho de 1926, n.18
O ensino da Geometria	P. Deodato de Moraes	Revista Escolar, agosto de 1926, n. 20
Geometria Circunferencia	Não identificado	Revista Escolar, fevereiro de 1927, n. 28
Trabalhos Manuais Como se faz uma tela de arame para galinheiro	Pedro Crescenti	Revista Escolar, abril de 1927, n.28
Geometria	Não identificado	Revista Escolar, agosto de 1927, n. 32
Do fato a ideia Geometria	Não identificado	Educação, agosto-setembro de 1931, vol IV, n. 1-2
Passeios Escolares	José Ribeiro Escobar	Educação, abril-maio de 1932, vol VII, n. 4-5
Geometria Para o 3º grau	Clotilde Castilho de Andrade	Educação, outubro-novembro de 1932, vol X, n. 10-11



CONTINUAÇÃO DO QUADRO 3		
Trabalhos Manuais Cartonagem	Não identificado	Educação, janeiro-fevereiro-março de 1923, vol VI, n. 1-2-3
O programa de Didática	José Ribeiro Escobar	Revista de Educação, março de 1934, vol V, n. 5
Noções educativas de modelagem	Benedito Candido de Moraes	Revista de Educação, março de 1934, vol V, n. 5

Fonte: A autora (2022).

Além dos três manuais apresentados anteriormente, também foram objetos de análise vinte e seis artigos de revistas pedagógicas. Do mesmo modo que realizado nos manuais, as revistas foram buscadas no RCD da UFSC, dentro de seu respectivo espaço do site, a aba *Revistas e impressos pedagógicos / São Paulo*, contém um total de 407 (quatrocentos e sete) exemplares de revistas. Deles selecionamos aqueles que apresentavam artigos sobre orientações para o ensino de geometria. Esta seleção foi realizada identificando quais conteúdos pertencentes à geometria eram abordados, conteúdos estes já apontados nas pesquisas realizadas anteriormente. A figura 2 apresenta as capas das revistas em que foram identificados os artigos selecionados para esta pesquisa.

**Figura 2** - Revistas pedagógicas paulistas com artigos sobre orientações para o professor que ensina geometria



FONTE: A autora (2022).

A *Revista Educação* pertencia ao órgão da diretoria geral do ensino de São Paulo e tinha publicações bimensais. A *Escola Nova* era a segunda fase da revista *Educação*, então também pertencia ao órgão da diretoria geral do ensino de São Paulo. A *Revista da Escola Normal de São Carlos* possuía publicação semestral e era propriedade do corpo docente dessa escola, que também realizava as redações da revista.

Tais fontes são um importante veículo de circulação de ideais pedagógicos por elas terem representado um meio de comunicação para os professores, utilizado para transmitir notícias voltadas para a sala de aula. Considera-se aqui por circulação um meio utilizado para propagar orientações para professores que ensinam geometria no curso primário “afinal de contas, cada exemplo, ou melhor cada contexto pode evidenciar uma interpretação sobre a noção de circulação” (OLIVEIRA, 2018, p. 15), que não deve ser efetuada em uma definição fechada para não correr o risco da trivialidade.

Anteriormente foi citado que a *geometria do ensino* é constituída a partir de uma investigação epistemológica oriunda dos aspectos relacionados aos espaços de ensino e formação de professores. Tal opção teórica foi realizada considerando, também, as fontes selecionadas para esta pesquisa. Tanto os artigos de revistas pedagógicas quanto os manuais, identificados na busca apresentada anteriormente, foram produzidos por professores, diretores, inspetores, algum produtor de conteúdo que estava inserido no ambiente escolar, seja em espaços de ensino ou de formação de professores. Dessa maneira, os periódicos e os manuais pedagógicos são tidos nesta pesquisa como espaços de circulação de discursos de órgãos oficiais, bem como de produções próprias do ambiente escolar, que colocavam em curso processos de produção da escola e da formação de professores em articulação.

Logo, o processo de analisar de que modo é possível caracterizar a *geometria do ensino*, tomando como fontes tais obras, requer idas e vindas nos materiais a fim de compreender, conforme já discutido anteriormente, quais saberes resistiram ao tempo. Para isso, a análise foi realizada tomando pressupostos metodológicos da História Cultural para buscar elementos de criticidade dos fatos, examinando a circulação de representações (CHARTIER, 1990) de propostas para ensinar geometria, levando em conta que a produção, sistematização e transformação de saberes “[...] também tem uma história (e uma sociologia) e que o significado dos textos depende das capacidades, das convenções e das práticas de leitura próprias das comunidades que constituem” (CHARTIER, 2016, p. 37).

Desse modo, a análise dos manuais pedagógicos e dos artigos destinados a orientações para o ensino de geometria nas revistas pedagógicas ocorreu em sua totalidade, considerando que, se os textos carregam consigo leituras próprias das comunidades que os constituem, é importante examinar toda a configuração textual, referindo-se a

[...] opções temático-conteudísticas (o quê?) e estruturais-formais (como?), projetadas por um determinado autor (quem?), que se apresenta como sujeito de um discurso produzido de determinado ponto de vista e lugar social (de onde?) e momento histórico (quando?), movido por certas necessidades (por quê?) e propósitos (para quê?) e visando a determinado efeito em determinado tipo de leitor (para quem?); e à circulação, utilização e repercussão logradas pelo projeto do autor, ao longo da trajetória da obra (MORTATTI, 1996, p. 147).

Assim, na intenção de produzir uma narrativa histórica que caracteriza a *geometria do ensino* em tempos do movimento pedagógico da Escola Nova, tem-se por caminhos os critérios de conhecer quem é o sujeito que apontava direcionamentos para o ensino de geometria, de que forma eles eram realizados, para quem foram destinados, quais eram as orientações para o professor que ensina geometria postas em circulação nas revistas e manuais pedagógicos brasileiros buscando responder.

Tais caminhos nos direcionam para o objetivo de caracterizar uma *geometria do ensino* em orientações destinadas a professores do curso primário de São Paulo em manuais e revistas pedagógicas de 1920 a 1960. Melhor dizendo, buscamos responder: *quais as características da geometria que integra a matemática do ensino no período de 1920 a 1960 em São Paulo?*

Com o pressuposto que cada tempo estabelece orientações para a formação de professores a partir de propostas estabelecidas por agentes influentes da cultura escolar, leva-se em conta que, a partir do exame das revistas e manuais pedagógicos brasileiros, é possível considerar uma representação sobre a formação do professor primário, dando conta que a produção dos textos está relacionada a discursos próprios do lugar do qual se fala, dando à cultura escrita “sentidos para os quais apontam as próprias obras, dos usos e significados impostos pelas formas de sua publicação e circulação e das concorrências e expectativas que regem a relação de cada comunidade” (CHARTIER, 2016, p. 43).

Portanto, analisar em revistas e manuais pedagógicos os elementos constituintes da *geometria do ensino* e, assim, caracterizá-la, parece ser um caminho para pontuar o saber profissional do professor que ensina geometria. Dessa forma, considera-se possível apresentar apropriações e circulação de ideias pedagógicas para o ensino primário,

considerando que “[...] a leitura e a análise das revistas, dos manuais etc. buscaria capturar métodos, didáticas, objetivos pedagógicos que poderiam ser lidos como integrantes do movimento de constituição de *saberes para ensinar e saberes a ensinar*” (VALENTE et al., 2017, p. 232). Tais elementos serão apresentados nas discussões seguintes, a partir da problematização da recompilação das orientações para a docência.

## **CAPÍTULO II – ELEMENTOS DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO*: RECOMPILANDO ORIENTAÇÕES PARA DOCÊNCIA A PARTIR DE REVISTAS PEDAGÓGICAS E MANUAIS PAULISTAS**

---

No capítulo anterior foi discutido que identificar e caracterizar a *matemática do ensino* a partir de orientações para o professor que ensina geometria é considerar a existência de saberes específicos para o ensino e para a profissão docente, saberes estes relacionados ao ofício dos sujeitos inserido nestes espaços. A maneira pela qual os professores trabalhavam à época é um dos elementos que coloca em evidência modos que caracterizam os saberes pertencentes àquele tempo.

Em particular, neste capítulo buscaremos apresentar, a partir dos artigos de revistas pedagógicas e manuais para o ensino selecionados, em que medida a geometria aparecia no curso primário e de que forma ela era considerada, quais eram as orientações dadas aos professores e de que maneira o ensino deveria ser conduzido.

Tendo isso em vista, ao considerar a categoria teórica da *matemática do ensino* por Morais, Bertini e Valente (2021) e realizar uma apropriação que considera a *geometria do ensino*, buscou-se inicialmente entender que geometria é esta que estamos tratando no curso primário, para posteriormente caracterizar quais foram os processos de transformação de conhecimentos em saberes, sobretudo em um saber que se mantém durante o tempo.

Nesse sentido, conforme já apontado anteriormente, considera-se por passos metodológicos uma apropriação dos elementos que Valente (2018) chama de *recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes* e, por fim, *sistematização e uso dos conhecimentos como saberes*. Assim, neste capítulo é realizada a *recompilação de orientações docentes*, ou melhor dizendo, uma recompilação de orientações para o ensino de geometria e a reunião de fontes inventariadas neste trabalho.

### **2.1 Recompilando orientações para o professor que ensina geometria em artigos de revistas pedagógicas**

Neste capítulo é realizada uma análise de artigos de revistas pedagógicas e de manuais para professores do Ensino Primário de São Paulo, priorizando as seções

relacionadas às orientações para o ensino de geometria, a fim de identificar elementos que foram considerados como indispensáveis para a formação desse.

São Paulo apresenta um total de vinte e quatro artigos, datados de 1923 a 1934<sup>25</sup>. Os textos que pertencem a orientações para o ensino de geometria indicam que conceitos e conteúdos geométricos estavam presentes em diversas matérias como Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais, confirmando o que foi identificado nos estudos de Frizzarini (2014), Fonseca (2015) e Santos (2017). Além disso, nesse período, o ensino primário do Estado de São Paulo, de acordo com Frizzarini (2014), tinha em sua estruturação a duração de quatro anos.

Os artigos foram escritos por autores que, de algum modo, pertenciam a espaços que carregavam influências vindas de discussões relacionadas ao ensino, a formação de professores ou a articulação entre ambos. São eles:

- Rafael Falco, pintor e professor de Desenho;
- José Ribeiro Escobar, lente de Matemática da Escola Normal de São Paulo;
- Benedito Candido de Moraes, professor de Trabalhos Manuais, autor de livros sobre modelagem;
- Pedro Deodato de Moraes, professor de Psicologia Experimental na Escola Normal de Casa Branca (SP);
- Evilasio Antonio de Souza, diretor do grupo escolar de Santo Antônio da Alegria (SP);
- Pedro Crescenti, professor de Matemática da Escola Profissional Masculina de Rio Claro (SP);
- Clotilde Castilho de Andrade, adjunta do grupo escolar São João da Bocaina (SP).

Como eram as orientações para o ensino de geometria nesses artigos? Havia uma orientação que perpassa todos os discursos? Busca-se responder tais indagações nos tópicos que seguem.

O período que marca a escrita de tais artigos revela uma transição entre o método intuitivo e o movimento pedagógico da Escola Nova, o que ajuda a pensar em respostas para essas perguntas. Santos (2017) aponta que, em artigos de revistas pedagógicas de todo o território nacional, de 1890 a 1924 as orientações para o ensino de geometria estavam relacionadas ao estudo das formas e figuras geométricas, guiadas pela educação

---

<sup>25</sup> Cabe acrescentar que, apesar da pesquisa considerar o período de 1920 a 1960, os artigos localizados a partir dos critérios considerados limitam-se ao período de 1923 a 1934.

dos sentidos da criança, mas também apresentavam constituintes que transitavam entre a ação centralizada no professor e um ensino de reprodução das lições dadas em aula e a criança guiando os conceitos a partir de ideias surgidas da imaginação e/ou com apoio do uso de objetos.

Leme da Silva (2020), por sua vez, apresenta um panorama da geometria e aponta que esta, tendo como guias para o seu ensino os saberes vindos dos trabalhos manuais, desenho e medidas, era adotada por conteúdos como traçados de linhas, traçado e divisão de ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos regulares e irregulares, pirâmides, prismas, cones, cilindros, esferas, entre outros.

Já Fortaleza (2021) destaca a construção de uma *geometria intuitiva para ensinar* que, em sua grande maioria, continuava tomando os conteúdos identificados por Leme da Silva (2020) e versava por uma ordem da geometria espacial para a geometria plana, fazendo uso de materiais de ensino para sua constituição, propondo um ensino pautado na realização de comparação e recomposição das formas geométricas.

De outro lado, em um período posterior ao estudado por Fortaleza (2021), a geometria em São Paulo estava presente desde o primeiro ano do curso primário. Frizzarini (2014) apresenta que no programa de 1925, a geometria relacionava-se às matérias Formas, Trabalhos Manuais, Desenho e Geometria - esta última aparecendo somente a partir do 3º ano do curso primário - e tinha como rol de conteúdos: para o primeiro ano os sólidos geométricos, tais como esfera, cubo, bem como a geometria plana com quadrado e retângulo; no segundo ano cubo, prisma e cilindro, superfícies planas e curvas, lados e ângulos do quadrado e retângulo, cone e assim sucessivamente. Em todos os anos que seguem, os conteúdos geométricos vão versando entre sólidos geométricos, figuras planas e seus componentes.

Com relação às fontes examinadas, os conteúdos adotados também versam sobre formas e figuras geométricas, os sólidos, as figuras e os seus componentes, tais como linhas, ângulos, lados, assim chamados pelos autores anteriormente listados. O primeiro autor, Raphael Falco, professor de Desenho da Escola Normal de São Carlos, publicou seu artigo contendo orientações para o professor ensinar Desenho nas classes infantis, apresentando modelos construídos por seus alunos e discutindo, a partir deles, a concepção de que as crianças possuíam um modo especial de compreender as coisas que tomavam seus espaços.

Falco (1923) afirmava que, de acordo com os desenhos, “a criança, igualmente, não cuida ao traçar uma linha, de fazê-la de um comprimento seguro ou certo: os traços

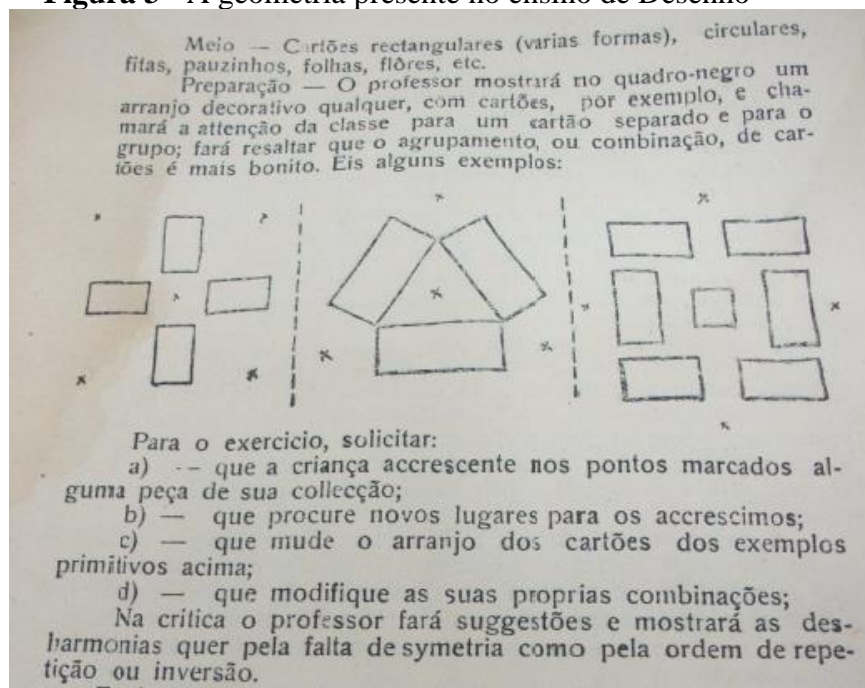
se transpassam ou não se definem em suas extremidades” (FALCO, 1923, p. 19). Nesse sentido, pensando em como a criança se desenvolvia nas aulas de Desenho, o autor propôs: “o primeiro passo no ensino do desenho, é, ao meu ver, na escola preliminar, - *fazer a criança exprimir pelo desenho a maneira de compreender as coisas afim de se corrigir mediante a critica do professor*” (FALCO, 1923, p. 20, grifos do autor).

Logo, Falco (1923) sugeria a realização de um ensino pelo erro, considerando ser a partir de tentativas que a criança criaria habilidades, errando e corrigindo. Em sua orientação, o Desenho foi dividido em cinco etapas,

- 1º - desenho de forma mal visualizada, quando a criança olha de relance os objetos em sua volta e os reproduz;
- 2º - desenho de formas muitas vezes vistas, quando a criança tem uma preocupação de reproduzir as formas o mais próximas possíveis da real;
- 3º - desenho de formas atuais ou presentes, reprodução de uma forma que está diante da criança;
- 4º - desenho de memória, quando a criança já está bem familiarizada com as formas e consegue reproduzi-las por sua imaginação;
- 5º - desenho de fantasia, criados pela ideia das crianças (FALCO, 1923, p. 21).

Pelo extrato anterior observa-se que não havia uma prioridade no trabalho com desenhos geométricos ou de formas geométricas. Nesse caso, a geometria participava de um *como* ensinar desenho, uma maneira de chegar à reprodução das obras desejadas, conforme figura 3.

**Figura 3 - A geometria presente no ensino de Desenho**



Fonte: FALCO (1923, p. 29).



A primeira constatação foi que a geometria participava da orientação de Falco (1923) como um elemento para o ensino de Desenho, cabe então apresentar de que maneira isso foi identificado. Na figura 3 há a exposição de quadros decorativos, não havia uma preocupação em relacionar quais tipos de figuras geométricas foram desenhadas. Seria então uma proposta “que este ensino do Desenho aperfeiçoasse os sentidos da criança, desenvolvesse o gosto por aquilo que lhe despertasse interesse e educasse a vista” (GUIMARÃES, 2017, p. 166).

A orientação do ensino de Desenho para Falco (1923) era quanto a natureza estética da construção das figuras, não havia uma atenção a quais formatos foram construídos ou de que modo os alunos o interpretam, mas somente no desenvolvimento das figuras pelas crianças. Porém, um elemento chama a atenção quando o autor aponta que “na crítica o professor fará sugestões e mostrará as desharmonias quer pela falta de symetria como pela ordem de repetição ou inversão” (FALCO, 1923, p. 29). Nele é possível identificar que a geometria, mesmo não aparecendo diretamente, estava relacionada à exatidão das formas, a realizar os desenhos de modo perfeito, à simetria entre elas. Logo, considera-se que a geometria funcionava como uma ferramenta para ensinar Desenho na orientação de Falco (1923).

Importante destacar, também, o papel do professor e da criança nessa orientação. Nota-se que o professor não era o agente construtor de conhecimento. Este, por sua vez, tinha a função de mediar a atividade em sala, estava relacionado ao estímulo para a criança chegar ao que se espera, corrigi-la, incentivando sua imaginação de modo que ela própria fosse capaz de alcançar os conceitos esperados na aula.

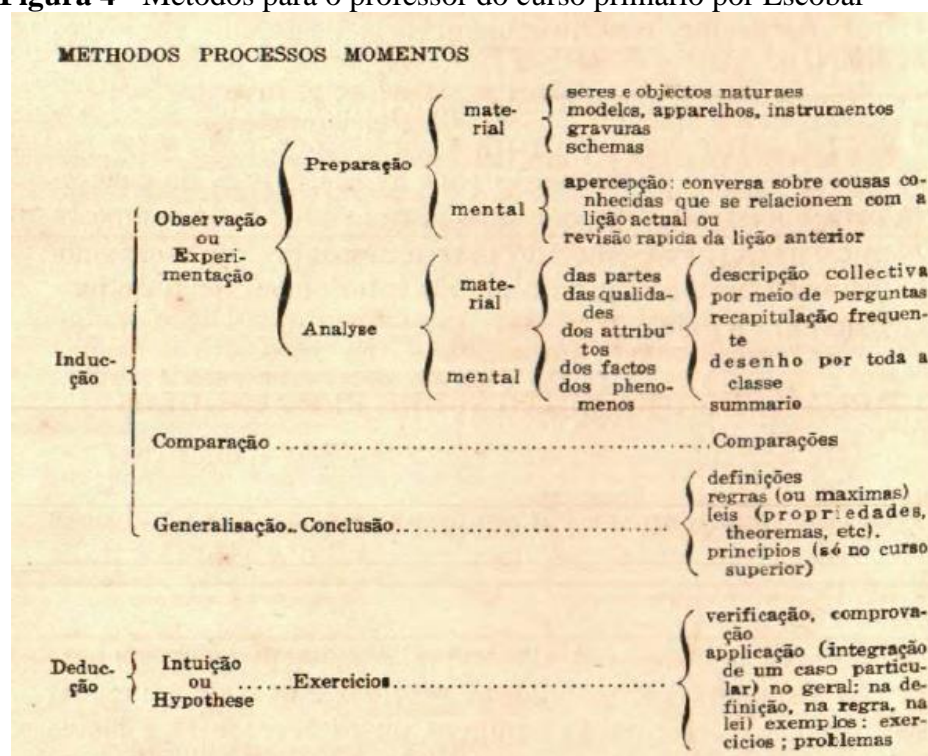
Seguindo com o exame das fontes, ainda em 1923 temos um artigo de autoria de José Ribeiro Escobar, professor da Escola Normal e autor de diversos artigos sobre vários temas do curso primário à época. Com um artigo que tratava sobre o aprendizado indutivo e uma nota de aula sobre retângulos, Escobar (1923) trouxe orientações que consideravam o conhecimento adquirido por três graus, três etapas ascendentes por ele chamadas. A observação era a primeira, quando saía dela e chegava às definições era a segunda, e a última era a síntese de tudo o que fora apreendido, a relação das leis, termos e princípios.

A marcha que o espirito segue para adquirir conhecimentos: Os seres ou cousas não podem ser conhecidos em si, em substancia, mas têm propriedades que os tornam capazes de produzir phenomenos (como: números, extensão, movimento, peso, luz, som, combustão, ou respiração, revolução, vingança); os phenomenos impressionam os sentidos, e por meio das sensações produzem as imagens; as imagens por meio da percepção se transformam em idéias; as ideias por meio

das relações formam os juízos; os juízos, pelo raciocínio, as ilações; as ilações, por meio dos processos (observação, comparação, etc) dão o empirismo, conhecimento dos phenomenos ou factos; o empirismo, por meio do methodo, se torna sciencia, conhecimento das leis dos phenomenos; a sciencia, por meio das therias passa a ser filosofia conhecimento dos princípios (ESCOBAR, 1923, p. 165).

Para o alcance de todos esses passos elencados, Escobar (1923) propôs que “a indução é o melhor methodo para adquirir conhecimentos e a dedução para verificar a verdade das leis induzidas” (ESCOBAR, 1923, p. 167). Então, fez-se necessário que nas aulas o professor explorasse os processos de observação, experimentação, comparação e generalização, seguindo os passos, conforme figura 4.

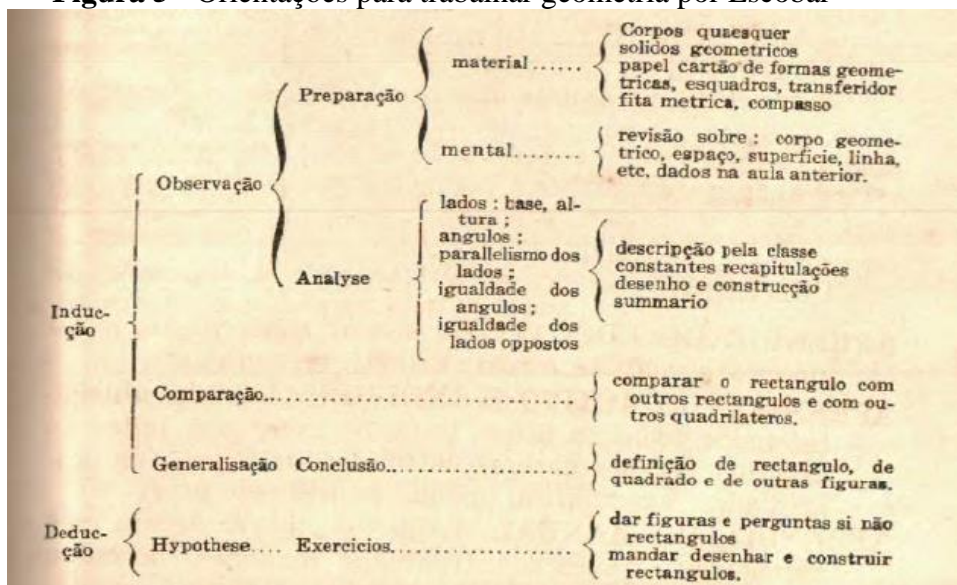
**Figura 4** - Métodos para o professor do curso primário por Escobar



Fonte: ESCOBAR (1923, p. 170).

Para trabalhar com a temática dos retângulos seguindo esse método proposto, Escobar (1923) orientava que fossem considerados critérios de aprendizado educativo, desenvolvendo o sentido tátil e muscular por meio de corpos geométricos, levar as crianças a observar, analisar e abstrair por meio das superfícies, linhas, ângulos, a cultivar a linguagem e generalizar, devendo a definição ter sido realizada pelo aluno, aplicado os passos da figura 4 no ensino de geometria, conforme figura 5.

**Figura 5 - Orientações para trabalhar geometria por Escobar**



Fonte: ESCOBAR (1923, p.171).

A aula deveria ser realizada a partir de questionamentos realizados pelo professor e direcionado aos alunos, seguindo os passos apresentados na figura 5. Era recomendado que o professor iniciasse a lição apresentando um prisma e apontando que aquele material se tratava de um corpo geométrico e, então, instigasse as crianças a identificar materiais semelhantes a corpos geométricos presentes na sala. A partir daí o professor trabalharia superfície, linhas, ângulos.

Mas, o que essa organização do ensino representa em termos de primeiros passos para a caracterização da *geometria do ensino*? O que Escobar (1923) propôs tratava-se de um processo de ensino de conceitualizar a geometria do todo para as partes. Alguns estudos desenvolvidos por Leme da Silva (2014, 2016) apontam que as orientações para o ensino de geometria envolviam dois movimentos: o ensino das partes para o todo e do todo para as partes. Primeiro trabalhava-se o conceito de pontos, as linhas, os ângulos, chegava nas figuras e suas características para então o exercício com os sólidos geométricos. Já o ensino do todo para as partes fazia o processo contrário, apresentava o sólido, objetos semelhantes e diante desta visualização os outros conceitos geométricos eram trabalhados.

Na orientação proposta por Escobar (1923) identifica-se um ensino seguido do todo para as partes. Isto diz respeito a ordem que os conteúdos foram selecionados pelo autor, indo dos sólidos geométricos para figuras planas e seus componentes, do trabalho

no concreto para as formas e definições, uma ordem lógica que não é a dos conteúdos, mas a do desenvolvimento das habilidades da criança.

Dito de outro modo, a aula de Escobar (1923) foi realizada por meio do que ele considerava como concepções intuitivas, que priorizavam a associação, percepção, memória e raciocínio nas atividades, elementos estimulados a partir de medições com uso de instrumentos, como régua, e atividades desenvolvidas do espaço para o plano.

O professor tinha um papel no estímulo da criança ao alcance do conhecimento. Ele era o ponto central para o desenvolvimento da aula, tudo passava pelo professor, os materiais a sua mão, a conversa promovida por questões por ele realizadas, porém não era destinado ao professor apontar para as crianças as definições dos conteúdos geométricos. Estas, por sua vez, deveriam ser construídas junto à turma, levando os alunos a apontar aspectos relacionados ao que foi construído em aula, estimulando uma relação entre observação e comparação para o alcance da teoria. Caberia ao docente, quando necessário, apenas realizar correções.

Além desse artigo, outros escritos identificados possuem autoria de José Ribeiro Escobar. Dois de 1924, com orientações para o ensino de retângulo, seguindo com direcionamentos semelhantes aos do artigo de 1923, um do ano de 1932, que tratava sobre passeios escolares e trazia uma nova característica na lição: uma maior participação da criança, não mais apenas observando o que o professor realizava, mas envolvido na lição por meio de uma ação, ganhando mais espaço na aula e outro de 1933, detalhando sobre um programa de didática.

Em 1924 Escobar publica dois artigos em uma mesma edição da revista da *Sociedade de Educação*. Ambos trataram sobre orientações para o ensino de triângulo. O primeiro sobre a soma dos seus ângulos internos e logo em seguida a área desta figura. De modo semelhante a orientação identificada sobre o retângulo, os dois artigos de Escobar (1924) foram divididos em I) Preparação material; II) Preparação mental; III) Atividade manual; IV) Observação; V) Comparação; VI) Generalização; VII) Indução da lei; VIII) Retenção e finalizado com a etapa de dedução que trazia vários exemplos de tipos de problemas diversos, XIX) Dedução (problema gráfico, problema numérico, problema simbólico, problema mental, problema sem números, problemas imaginados pelos alunos e exercícios para casa).

Cada uma das etapas apresentadas anteriormente dizia respeito a um momento da aula. No artigo anteriormente apresentado, Escobar (1923) dividia em um esquema estas etapas e indicava ao professor que seu uso deveria ser realizado por meio de

questionamentos e estímulo dos tátil, de observação e de ação das crianças. O mesmo ocorria para o ensino do triângulo.

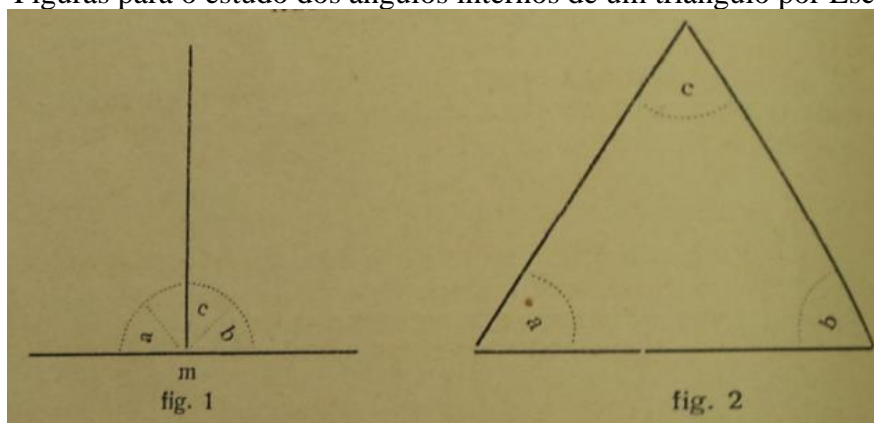
Existia uma ordem nos passos estabelecidos por Escobar (1924) que ditavam o modo como a própria geometria era transformada na lição. Ao iniciar com a preparação, seja material ou mental, o autor sugeria que o professor estivesse preparado e organizasse previamente sua aula, selecionando materiais de uso próprio e dos alunos e estabelecendo uma revisão em busca de partir o ensino daquilo que o aluno já conhecia.

Na *preparação mental*, espaço destinado a uma revisão de conteúdos já trabalhados, foi sugerido ao professor que perguntasse a seus alunos o que eram ângulos e quais os seus tipos, como era possível medi-los, o que eram vértices, linhas, o que era um triângulo e como seria possível classificá-los. Nota-se que para chegar nesse momento de estudar sobre os ângulos internos de um triângulo, era necessário todo um processo anterior que, como foi questionado já no início da aula, parecia ser uma espécie de “pré-requisito” para estudos posteriores, uma sequência que ia da figura (triângulo) para o estudo de suas particularidades (soma dos seus ângulos internos; cálculo da área).

Para dar sequência a aula, Escobar (1924) sugeria um momento chamado de *atividade manual*. As crianças realizavam traçados utilizando materiais como régua e compasso, reproduzindo o que o professor realizava no quadro,

- a) tracem nos seus papeis uma recta e uma perpendicular a ella, como faço no quadro negro; b) com o compasso fazendo centro em *m*, façam uma semi-circumferencia. Conservem a abertura do compasso; a) Desenhem no papel-cartão um triangulo. Com a abertura já feita, do compasso, tracem arcos de circulo nos tres angulos do triangulo e ponham as letras a, b, c. b) Recortem o triangulo com a tesourinha. Cortem-lhe os vértices, pelos arcos de circulo (ESCOBAR, 1924, p. 252).

**Figura 6** – Figuras para o estudo dos ângulos internos de um triângulo por Escobar



Fonte: ESCOBAR (1924, p. 252).

Toda a aula foi centralizada nesses passos, a *atividade manual* realizada pelas crianças com os passos anteriormente apresentados foi dada, ao que parece, a partir das imagens da figura 6. Para a finalização da aula caberia o desenvolvimento de problemas realizados por construção, por observação, cálculo mental e formulação de exercícios diante do que foi trabalhado.

Nota-se a proposta de uma nova forma de construção da aula, que colocava em evidência a participação da criança, uma participação que envolvia reprodução e repetição. Outro importante elemento evidenciado nesta proposta era que o professor deveria ter o cuidado de construir com seus alunos a exatidão das medidas a partir do uso de instrumentos como régua, compasso e transferidor, impondo a importância das medidas na construção de figuras geométricas.

A prática das medidas em busca de cálculos exatos na aula continuava com o trabalho relacionado ao conteúdo de área do triângulo. Após ser apresentada aos alunos uma atividade sobre jardinagem<sup>26</sup> e serem indagados sobre como a resolveria, a aula destinada ao estudo da área do retângulo<sup>27</sup>, seguiu com a mesma proposta da anterior, a diferença estava no final da lição com o surgimento de construção por *sloid*<sup>28</sup> e “investigações locais”, destinado a analisar problemas de vida prática, ou que fizesse parte de atividades da vida social, como uma preparação para a vida: “quanto custa um lote de terreno na Penha? Em Hygienopolis? Em Sant’Ana? Na rua 15 de novembro? No jardim Japão? Em Itaquera? Na villa Buarque? Em Vila Marianna? Etc” (ESCOBAR, 1924, p. 259).

As propostas de Escobar (1923, 1924, 1924a) apresentavam uma transição entre os modos de ensinar, que partia da observação, comparação e repetição e aos poucos chegava na construção própria da criança, era uma orientação que seguia uma série de elementos que se misturavam e compunham o que pode ser resumido em uma geometria que “[...] congrega saberes variados, oriundos de atividades práticas e da necessidade de medir, desenhar, construir manualmente, representar, entre outras” (LEME DA SILVA, 2020, p. 179).

---

<sup>26</sup> “Um jardineiro desenhou um rectangulo no jardim e alli plantou diversas flores. Um dia o patrão perguntou si sabia qual era a area daquelle rectangulo. O jardineiro disse que o comprimento tinha 4 metros e a largura 3, mas a area elle não a sabia. Si um de vocês estivesse lá, saberia como fazer? Vocês vão desenhar, pensar, e a mais esperta dirá o que deverá fazer seu José, o jardineiro” (ESCOBAR, 1924a, p. 255).

<sup>27</sup> A fonte a qual tivemos acesso estava com duas páginas faltando, porém foi possível realizar uma análise do conteúdo que estava disponível.

<sup>28</sup> Trabalho manual com madeira.

Oito anos depois, Escobar (1932) continuava a escrever orientações direcionadas a professores que ensinavam geometria, neste artigo tratando sobre a ideia dos passeios escolares, ou seja, trazendo um princípio escolanovista para o ensino de geometria. Tal princípio era apontado pelo autor como excursões que poderiam ser caracterizadas como passeio instrutivo, quando os alunos realizavam visitas a campos, por exemplo.

Relacionada a um plano direcionado por princípios da Escola Nova, nessa orientação Escobar (1932) tratou especificamente sobre os centros de interesse de Decroly<sup>29</sup>, sugerindo uma preparação do professor que estivesse relacionada a ter um técnico que os acompanhasse na visita, instigasse os alunos a tomar nota de tudo o que foi visto e levasse para casa todo material que fosse permitido, dividindo o passeio por etapas para não ficar muitas informações para os alunos, instigasse a escrever questionários sobre o que foi vivido e “consultar livros e jornais sobre as lições que vão dar; fazem um plano, por exemplo, o plano decrolyano – observação, associação e expressão – em torno de um centro de interesse e escrevem a lição” (ESCOBAR, 1932, p. 20).

Nessa aula Escobar (1932) selecionou como exemplo uma visita ao ribeirão. A geometria foi trabalhada de três formas: pelo desenho, trabalhos manuais e observação, essa última sendo a principal delas, guiando todo o processo da aula, que ia desde o passeio até a execução das propostas em sala.

Sobre as propostas em sala, com o auxílio do desenho e do trabalho manual, Escobar (1932) direcionava orientações ao professor para que ele estimulasse as crianças a desenhar ou modelar esboços do que foi visto. Por exemplo, havia uma estrada de ferro para chegar no ambiente que seria a aula, o professor então deveria questionar qual o formato dos trilhos, de que material eram feitos, como e se era possível medi-los, se havia espaçamento entre os trilhos, qual formato esse espaçamento tinha, qual a medida em seus desenhos e assim por diante.

Não tinha uma divisão do que era destinado a cada uma das matérias do curso primário nessa aula, porém, identifica-se que havia a necessidade de deixar firmado na criança concepções como o que eram formas geométricas e de que modo elas apareciam

---

<sup>29</sup> Os centros de interesse fazem parte de preceitos escolanovistas e representa um método qual levava em conta “[...] o ensino ativo a partir de temas lúdicos e apontava a importância de atividades livres e prazerosas, estimulando o sensorio-motor e psicomotricidade nas crianças da pré-escola. O educador deveria orientar e observar as atividades dos alunos, além de criar condições para que o aluno pudesse atingir determinadas metas. Decroly sugeriu uma aprendizagem globalizada, por meio de Centros de Interesse, onde os alunos elegem o que querem aprender e estabelecem o próprio currículo e sem a separação clássica entre as disciplinas” (FERNANDES, 2017, p. 02).

no cotidiano. A geometria possuía, então, a finalidade de aplicação para a vida, regida a partir do desenho e trabalhos manuais que não tinha o propósito de trabalhar conceitos, pelo contrário, havia uma mudança nos conteúdos geométricos que passaram a ter a função de atender essa nova necessidade da escola, de uma escola como parte da sociedade, que educava e preparava a criança e, ao mesmo tempo, participava do ambiente externo. Uma escola que não deveria ser mais vista como uma representação de lugar que doutrinava e forjava a criança, em um ambiente que a considerava como miniatura do adulto, mas sim um ambiente com uma cultura própria, uma cultura escolar, que estava em articulação com a sociedade. Não era necessário, então, entender definições do que eram corpos geométricos, mas como ele aparecia no cotidiano da criança e qual sua função, como o caso da estrada de ferro, o ensino não deveria estar relacionado às abstrações, mas a aplicações para a vida.

Outro conjunto de artigos que trazia orientações para o ensino de geometria refere-se a treze notas de aulas da matéria Geometria na *Revista Escolar*. Apesar de localizar artigos presentes em diferentes exemplares da revista, na maioria das obras não foi possível identificar de quem era a autoria dos estudos, porém, todos eles aparentam seguir uma ordem tanto de conteúdo a ser abordado, quanto na maneira que o ensino deveria ser direcionado. Tais indícios apontam, possivelmente, que o conjunto dos artigos tenham sido escritos por um mesmo autor.

O primeiro artigo é datado de 1925 e o último de 1927. Nota-se que os discursos ao longo desse período de dois anos vão se modificando conforme o decorrer das orientações, pelos conteúdos abordados e pela forma que a revista considerava a educação primária. A geometria adequava-se aos direcionamentos que iniciavam com o ensino centralizado nos objetos e passava por uma transição que envolvia o foco com a ação da criança, mas ainda sem desprender-se do centro nos materiais e nos direcionamentos dados pelo professor.

As orientações apresentavam um estudo para o ensino do retângulo, seguida de linhas, sólidos geométricos, a começar pela esfera, hemisfério, cubo, cilindro, prisma retangular, área do paralelogramo, relação entre a circunferência e seu diâmetro e pirâmide. Esse é o primeiro artigo da série de treze estudos para geometria e nele foi orientado que a condução do ensino, anteriormente limitada ao estudo dos sólidos geométricos, ao desenho, recorte e descrição de linhas e figuras geométricas nas primeiras séries, ao serem apresentadas em classes superiores tivesse como centralidade o estudo de áreas e volumes considerando a resolução de problemas por meio de cálculos, que



deveriam ser adotados quando as crianças já possuíam um certo conhecimento vindo dos saberes aritméticos. Mais uma vez os problemas passaram a compor o rol de orientações para o ensino de geometria. Ao que parece, eles atuavam como um elemento na busca de um elo entre a forma que os conteúdos eram adotados em sala e as vivências do contexto social, uma aproximação entre escola e sociedade.

Nesse caso, observam-se dois importantes elementos: o primeiro deles diz respeito a forma que os conteúdos eram conduzidos nas séries dos artigos, considerando a recomendação de que o professor abordasse os saberes geométricos indo do espaço para o plano, assim como já orientado por Escobar (1923), adotando uma proposta de ensinar geometria a partir das visualizações do completo, da figura toda formada, para cada um de seus elementos, como ângulos, linhas, vértices.

O segundo elemento é sobre a abordagem que a geometria possuía e qual o tratamento que lhe deveria ser conferido em se tratando do curso primário. Caberia ao professor considerar em que nível estava sua turma e atuar abrangendo outros saberes, como o da aritmética, dando a geometria um caráter um pouco mais centralizado no próprio conteúdo, que considerasse as definições de modo menos visuais e mais abstratas, essa ação deveria ser conferida quando o aluno já tivesse a capacidade de observar para além de conceitos apenas visuais como formas e elementos, mas também trabalhando com a necessidade de realização de figuras com medidas realizadas pelo uso de instrumentos como régua, compasso e transferidor, explorando conceitos vindos da aritmética para dar a atenção na necessidade de medidas calculadas com rigor em se tratando das figuras geométricas.

Esse tratamento estava a exigir uma nova postura do professor que ensinava geometria, orientado a ser realizada ao considerar um novo modo de ver a geometria, saindo de definições que contemplassem mais uma linguagem mais próxima daquela utilizada pela criança e passasse a usar definições, deveria ser abordado pelo professor com o apoio das medidas para ensinar conceitos geométricos. Estava em discussão um saber que não estava no campo disciplinar da matemática, da geometria, mas, de uma cultura própria da escola. As definições, antes construídas pela comparação de figuras e objetos ao alcance da criança, passam então a ser determinadas a partir do uso de instrumentos, conforme questionamentos da figura 7.

**Figura 7 -** Medidas com uso de instrumentos para ensinar geometria.

*Professor* — Poderá você, Manoel, desenhar na lousa um verdadeiro rectângulo, apenas tendo o giz na mão?

*Alumno* — Não, senhor.

*P.* — E porque?

*A.* — Porque as medidas dos lados, bem como a dos ângulos, não sahiriam certas.

*P.* — Respondeu bem. Como fazer, então?

*A.* — Primeiramente, com o auxilio da regua, traçarei uma horizontal sobre a lousa.

*P.* — E não podia ser vertical essa linha?

*A.* — Podia, mas para facilitar o trabalho, traço uma horizontal.

*P.* — Continúe.

*A.* — Depois, marcarei nessa linha a base do rectângulo por meio de dois pontos que assignalarão não só a dimensão como as extremidades dessa base. Para este primeiro trabalho, servir-me-ei duma regua graduada.

*P.* — E em seguida?

*A.* — Em seguida, com o compasso, fazendo centro numa das extremidades da base, marcarei sobre a linha e equidistantes dessa extremidade, outros dois pontos. Finalmente, fazendo centro nestes ultimos pontos, descreverei, acima da base, dois arcos que se cruzem. Applicando depois a regua, traçarei uma perpendicular que, partindo da extremidade da base, passe pelo ponto de cruzamento dos arcos.

**Fonte:** A ESCOLA (1925, p.8).

Como já citado, esse artigo é o primeiro de uma série de treze identificados na mesma revista, foram publicados em edições sequenciais e, ao que parece, representavam uma continuidade do que fora publicado na edição anterior. Tais constatações são referentes pelos números das revistas e pelas escritas iniciais das orientações, que apontam indícios de uma continuidade nas lições. O(s) autor(es) iniciava(m) apontando que fossem trabalhados conceitos geométricos não mais considerando apenas o estudo das formas e figuras geométricas elementarmente, mas que ao adotar estas figuras também apresentasse uma definição de como cada uma se caracterizava, possuindo como auxiliares a régua e compasso. Mais uma vez, as medidas com uso de instrumentos compuseram o rol de orientações para o ensino de geometria com a proposta de averiguação das definições, tomando elementos da aritmética, como o sistema métrico decimal, com a sugestão de apresentar os conteúdos não mais intuitivamente, pela percepção, mas com definições previamente estabelecidas pelo campo disciplinar matemático.

Os artigos não apresentavam qual o público considerado nesses estudos, mas de acordo com Frizzarini (2014), em meados de 1925, o uso de instrumentos como régua e

compasso era destinado aos últimos anos do curso primário em São Paulo, quando a criança já estava bem familiarizada com as formas geométricas. A ordem dos artigos realmente parecia seguir o que já fora constatado por Frizzarini (2014), pois indicavam

a Geometria que nas classes inferiores do curso primário pôde se limitar ao desenho e descrição das linhas e figuras, ao recôrte destas em papel cartão, ao seu estudo por meio dos solidos geometricos e a outros exercicios adequados aos pequenos daquellas classes, deve ter maior desenvolvimento nas classes superiores onde os alumnos, dados seus conhecimentos arithmeticos, estão aptos para fazer os calculos necessarios á avaliação de areas, volumes, etc. Além disso, cada figura poderá sêr estudada não só sob o aspecto referido, como tambem quanto á sua construcção e applicação pratica (REVISTA ESCOLAR, 1925, p. 08).

O rol de orientações para o ensino de geometria, quando indicada para crianças maiores, passou a ter um novo componente: os saberes vindos da aritmética. E este, por sua vez, carregava consigo um elemento também já utilizado por Escobar: o uso dos problemas. Em estudos realizados e já apresentados no capítulo 1, os problemas não possuíam um espaço privilegiado nas orientações para o ensino de geometria, pelo menos não de maneira explícita. Até o presente momento o ensino de geometria estava centralizado em trabalhar com as crianças um método de caráter visual, centralizado na observação e comparação com o ambiente em que vive. Os problemas passam então a compor o rol de orientações para ensinar geometria com o objetivo de atender a demanda de aproximar a escola do cotidiano do aluno.

Seguindo com a sequência de artigos da Revista Escolar, o caráter visual e de comparação nas orientações para o ensino de geometria passaram a ser limitados ao estudo dos sólidos geométricos, conferindo a outros conteúdos, como o estudo de áreas, uma geometria voltada para o uso dos problemas e de conceitos vindos da aritmética, como o cálculo das operações (soma, subtração, multiplicação e divisão), porém, uma indicação continuava permeando os escritos dos artigos, os conteúdos geométricos deveriam sempre estar relacionados à luz daquilo que era conhecido pela criança, que em alguma medida tivesse aproximação com o seu cotidiano.

Com essa proposta, os problemas, então, não deveriam ser elaborados de modo que fugisse do contexto social da criança, eles deveriam ser construídos de maneira que pudessem, em certa medida, estabelecer uma relação com o que o indivíduo vivia ou tinha contato, para que fosse possível criar uma conexão com o que estava sendo trabalhado em sala de aula: *“Bem... Supponha-se que precisamos saber o valor dum terreno rectangular que mede 30 metros de largura e 50 de comprimento, a razão de 40\$000 por*

*metro quadrado. Quem me responderá?* (REVISTA ESCOLAR, 1925a, p. 09, grifos do autor).

Pelo exemplo anterior, e com sua resposta que segue, observa-se que havia a proposta de relacionar o que estava sendo trabalhado em sala com exercícios que contextualizavam com o cotidiano da criança, que muitas vezes envolvia situações da vida adulta, como no exemplo que trouxe um problema de área contextualizado sobre o valor de um terreno. Nesses artigos havia uma preocupação não somente com as definições geométricas, mas com um outro tema matemático à época considerado como importante para a educação para a vida: o cálculo.

Diferente do que foi identificado até então, em que a geometria possuía um caráter de adequar-se ao ambiente escolar, com a finalidade de aproximar-se do cotidiano do aluno, no decorrer das lições, de acordo com esses problemas e como eles foram adotados, havia um foco em uma geometria mais abstrata, que se ocupava de conceitos geométricos, e a utilização da relação com o cotidiano concatenava ao auxílio de uma definição abstrata dos conteúdos, como exemplificado no excerto que segue.

[...] considerando o terreno um retângulo cuja altura é representada pela largura (30 metros) e cuja base é representada pelo comprimento (50 metros) – multiplicarei primeiramente 30 por 50 e terei a área de 1500 metros quadrados. Sabendo que cada metro quadrado custa 40\$000, 1500 metros custarão 1500 vezes 40\$000 ou 60:000\$, preço total do terreno (REVISTA ESCOLAR, 1925a, p. 09).

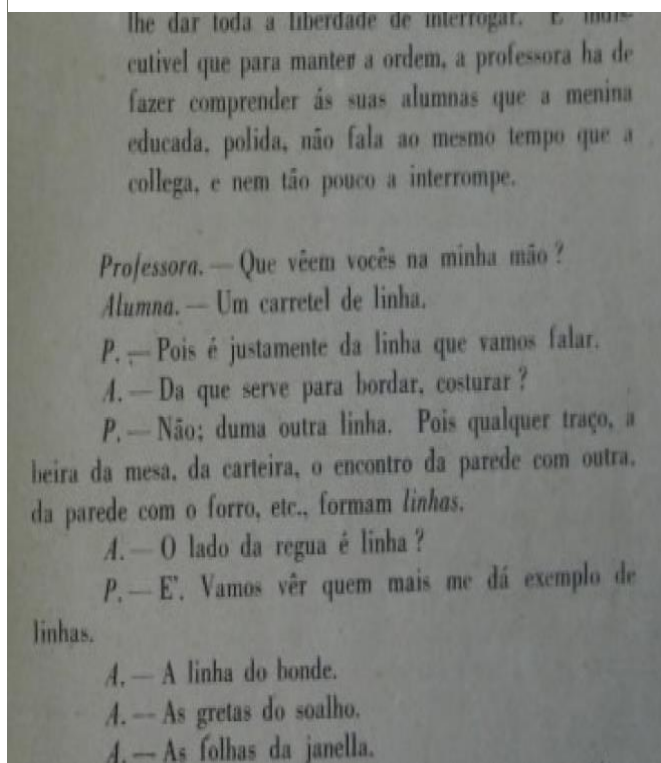
O caráter de considerar conceitos mais abstratos, em se tratando das orientações para o ensino de geometria, não aparecia com o mesmo padrão em todos os direcionamentos para o ensino presentes nos exemplares das revistas. Em notas de aulas destinadas ao estudo dos sólidos geométricos, a observação e comparação voltaram a ocupar espaço nas propostas, com o uso de materiais como carretéis de linha, régua e giz de cores. Foi sugerido aos professores uma tentativa de chamar atenção das classes a partir do uso de materiais, instigando nelas a observação, defendida nessas propostas - em se tratando dos estudos dos sólidos geométricos - como principal elemento para ocupar a atenção das crianças, conferindo que a geometria

[...] na aula primaria merece especial estudo por parte dos senhores professores. O methodo a adoptar deverá sêr sempre baseado na intuição analytica. Primeiramente, deverão sêr estudadas as fórmulas geométricas solidas, partindo sempre da mais homogênea. Os sólidos serão estudados como um todo, para depois serem analysados em suas partes (SOUZA, 1925, p. 26).

Nesse caso o estudo dos sólidos geométricos deveria ser o primeiro contato da criança com os conteúdos geométricos, por isso o seu caráter mais visual, ocupando-se mais com o entendimento das formas geométricas pela observação do que conceituando suas definições. A geometria passava a ter outra finalidade ao lidar com crianças maiores, continuava com o cotidiano como elemento participante do ensino, mas com o intuito de aproximação com situações da vida. Os conteúdos eram abordados e as definições realizadas de modo que fosse adotada uma linguagem próxima ao que a criança já conhecia ou que utilizaria em algum momento de sua experiência enquanto cidadã.

Sendo assim, é possível dizer que havia outra forma de abordagem na orientação para o ensino de geometria com as crianças menores. Iniciava-se com os sólidos geométricos e estimulava o estudo da observação de materiais e comparação com objetos conhecidos pelos alunos como elemento principal para o ensino desse saber.

Essa abordagem também foi realizada em um estudo sobre as linhas, conforme a figura 8. Os conceitos foram apresentados para as crianças adotando três momentos, o primeiro deles foi a *observação*, em que os alunos foram estimulados a identificar o que estava a mão do professor, o segundo referiu-se a *comparação* do material que o professor carregava, com exemplos que as crianças conseguisse imaginar e possuíssem a mesma forma, e o terceiro momento tratou-se da *associação e definição* do que eram linhas, mas sem ocupar-se de definições abstratas e trabalhos com problemas, como feito no estudo das áreas de figuras planas, por exemplo.

**Figura 8 - Estudo das linhas**

Como a criança tem a imperiosa necessidade de falar e falar sempre, a professora terá o cuidado de lhe dar toda a liberdade de interrogar. E' indiscutível que para manter a ordem, a professora ha de fazer compreender ás suas alumnas que a menina educada polida, não fala ao mesmo tempo que a collega e nem tão pouco a interrompe.

*Professora.* - Que vêm na minha mão?

*Alumna.* - Um carretel de linha.

*P.* - Pois é justamente da linha que vamos falar.

*A.* - Da que serve para bordar, costurar?

*P.* - Não; dum outra linha. Pois qualquer traço, a beira da mesa, da carteira, o encontro da parede com outra, da parede com o forro, etc., formam *linhas*.

*A.* - O lado da regua é linha?

*P.* - E'. Vamos vêr quem mais me dá exemplo de linhas.

*A.* - A linha do bonde.

*A.* - As gretas do soalho.

*A.* - As folhas da janella.

**Fonte:** A ESCOLA (1925c, p. 25).

Esse exercício, de partir do que era conhecido pela criança e realizar conceitos sem uma definição abstrata, indica o que possivelmente pudesse ser uma forma de adequar os conteúdos ao que era necessário naquele momento do ensino. Dito de outro modo, havia um elemento estruturante que atravessava o ensino de geometria no curso primário: a atenção à necessidade da criança enquanto agente de determinada sociedade. E, sobre essa necessidade, o professor deveria adequar seus direcionamentos em aula, focando no que a realidade escolar o permitisse, seja com adequação de adoção de conteúdos e modificação nos mesmos, uso de determinados métodos, posição própria e dos seus alunos perante as aulas.

O foco das orientações estava o tempo todo centralizado na necessidade da criança, como apontado na figura 8, em levá-las a falar e instigá-las a interagir na aula. Portanto, para familiarizar a criança com o conteúdo, as definições geométricas foram realizadas conforme a figura 9 a seguir.

**Figura 9** - Definição do que são linhas

Repitam os nomes das linhas, apontem na pedra as diversas especies e digam como ellas são.

*A.* — *Recta*: uma linha bem direita.

*A.* — *Curva*: uma linha arqueada.

*A.* — *Quebrada*: uma linha composta de linhas rectas.

*A.* — *Mista*: uma linha composta de rectas e curvas.

*A.* — *Vertical*: uma linha como a do fio de prumo.

*A.* — *Horizontal*: uma linha deitada.

*A.* — *Inclinada*: uma linha pensa para um lado.

*P.* — Na proxima lição havemos de fazer uma série de exercicios sobre as linhas estudadas.

Fonte: A ESCOLA (1925c, p. 25).

Em linhas gerais, nos treze artigos contidos na Revista Escolar que tratavam de orientações para o ensino de Geometria, foi identificado que havia diversas finalidades em se tratando das orientações destinadas ao professor. Não constava um padrão para o ensino de geometria, mas distintos modos de se trabalhar e que seguiam de acordo com quem era o público atendido. Quanto menores as crianças, mais a observação e comparação era estimulada, quanto maiores os alunos, mais definições abstratas deveriam ser cobradas deles, e aí a observação passava a ganhar outra maneira de ser adotada, saindo de uma observação por comparação, para auxiliar na construção de definições no uso de métodos como o ensino a partir de problemas cotidianos.

Nesse sentido, nos artigos da Revista Escolar, de acordo com os passos metodológicos que temos considerado nesta tese, a geometria possuía dois momentos. Inicialmente, com os conteúdos sendo adaptados de modo a atender as necessidades da criança de estimular os seus sentidos, por meio da observação e comparação. Eram os exercícios práticos que levavam às definições, as crianças foram estimuladas a identificar, sempre por meio da observação, figuras geométricas, suas partes e realizar pequenos cálculos, como por exemplo identificar a área de figuras geométricas vendo objetos, cortando papéis cartões, construindo sólidos geométricos em barras.

O segundo momento foi quando a criança já conseguia ter essa primeira percepção de uma *geometria prático visual* e passava necessitar de uma maior abstração dos seus conceitos. Nesse caso, a geometria deixou de ter foco nos sentidos da criança, pois, os alunos não estavam mais partindo do desconhecido. Familiarizados com esse primeiro

momento de uma *geometria visual*, era hora de trabalhar os conceitos com definições mais abstratas. Daí passou a ter a configuração de tomar os problemas e as situações cotidianas como elementos para o alcance de uma maior abstração de conceitos geométricos. Porém, mesmo tendo a proposta da “resolução de problemas práticos á vida da criança, em vez de questões abstractas, dará ao ensino da Geometria uma feição mais útil e mais atraente” (REVISTA ESCOLAR, 1926, p. 11), o que se identifica é um ensino voltado para a definição de conceitos, mas com exemplos práticos como *facilitadores* do alcance dele.

Agora, com a proposta de colocar a criança como central no seu processo de aprendizagem, temos um artigo com autoria de Pedro Crescenti, que tratou sobre orientações para o ensino de Trabalhos Manuais, especificamente, uma aula sobre como fazer uma tela de arame para construir um galinheiro. Já pelo título observa-se que o foco não estava no estudo de geometria enquanto conceitos e definições abstratas, mas na aplicação do conhecimento de seus conteúdos e saberes em atividade prática para a vida do aluno.

É o que foi apresentado por Frizzarini (2018) como um saber geométrico para os trabalhos manuais<sup>30</sup>. Essa autora apresenta que, em se tratando dos trabalhos manuais, no período de publicação deste artigo, 1927, a finalidade era de ser um elemento para o ensino de saberes matemáticos.

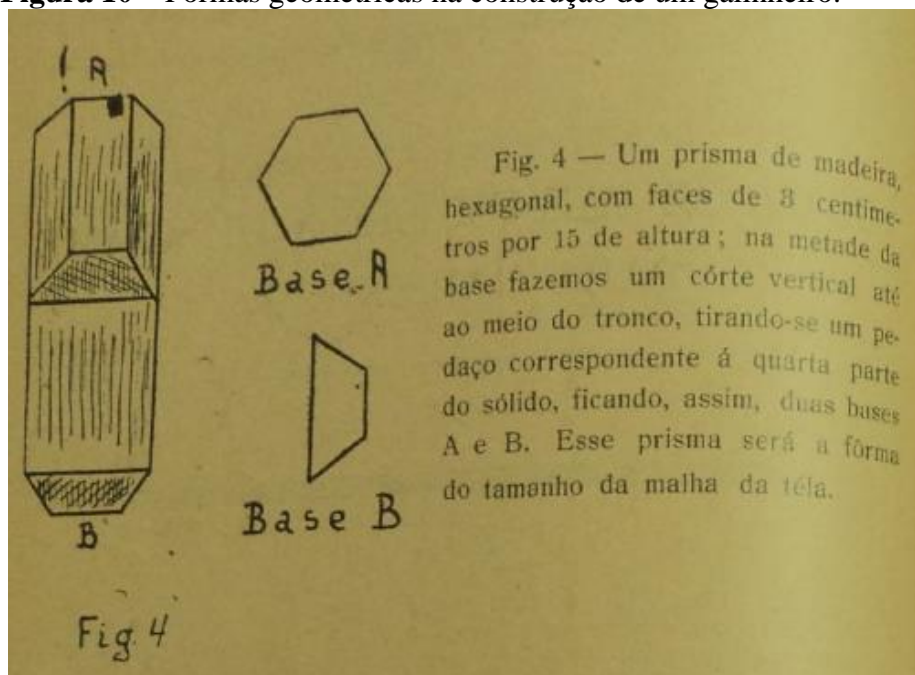
No caso da orientação de Crescenti (1927), a geometria caracterizava-se como uma ferramenta para ensinar a matéria Trabalhos Manuais no curso primário, com a finalidade de estimular na criança a destreza das mãos, a exatidão nas medidas e formas geométricas, sem ocupar-se disso como um conteúdo exposto, mas com indícios de sua aplicação como elemento prático utilitário, conforme a figura 10.

---

<sup>30</sup> Neste texto os trabalhos manuais serão referidos de duas maneiras: com letras iniciais maiúsculas quando indicam a matéria do curso primário, em letras minúsculas quando representam elementos de um saber escolar.



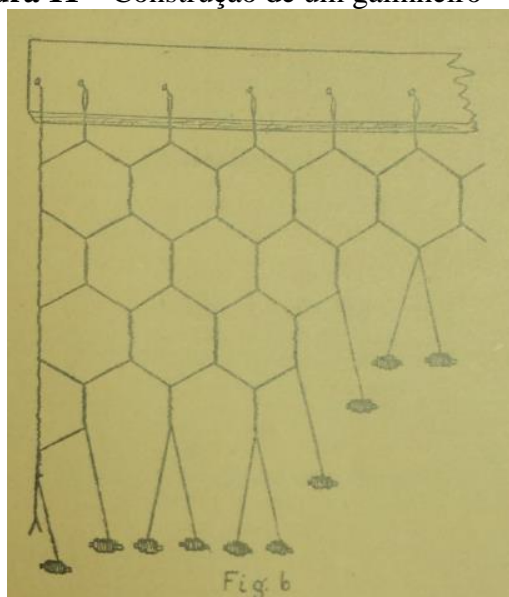
**Figura 10** – Formas geométricas na construção de um galinheiro.



Fonte: CRESCENTI (1927, p. 54).

Pelo que está posto na figura 10, observa-se que Crescenti (1927) orientava ao professor que adotasse uma explicação às crianças sobre quais as figuras geométricas que deveriam ser feitas para se obter um galinheiro no formato apresentado na figura 11.

**Figura 11** – Construção de um galinheiro



Fonte: CRESCENTI (1927, p. 55).

Algumas importantes observações podem ser extraídas do artigo de Crescenti (1927). A primeira delas é que esse experimento deveria ser realizado com alunos que já tinham um certo conhecimento geométrico ou, ao menos, que soubessem o que eram prismas hexagonais e contassem com algum tipo de conhecimento sobre áreas de figuras planas. Outra observação é que o ensino estava todo relacionado ao aluno. Anteriormente o ensino de geometria estava relacionado ao uso de objetos, mas estimulando a observação, então o professor deveria centralizar o ensino nos materiais, era a partir dos objetos que os conteúdos eram trabalhados.

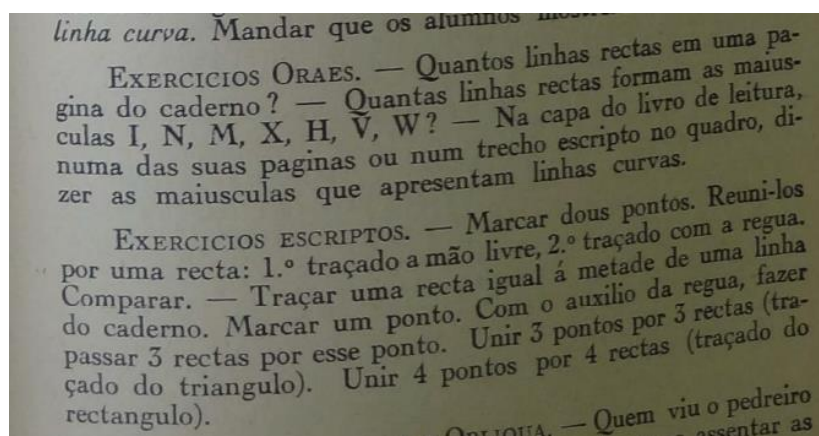
No caso da orientação de Crescenti (1927), foi a partir da ação da criança que os conteúdos foram trabalhados. Existia o uso de materiais, de madeiras, arames, mas as correções e explicações eram realizadas a partir do que a criança realizou na aula. Talvez essa tenha sido uma característica do estudo dos Trabalhos Manuais, pois Frizzarini (2018) apontou que essa matéria tinha por foco o desenvolvimento estético, destreza das mãos e desenvolvimento do amor e gosto pelo trabalho.

Seguindo com os direcionamentos das orientações para o ensino de geometria, temos mais dois artigos, um de 1931, com autoria não identificada, e outro de 1932, com autoria de Clotilde Castilho Andrade.

O primeiro artigo trata sobre o ensino das linhas e realiza a orientação de trabalhar este conteúdo a partir de exercícios de dois tipos, orais e escritos. Nos exercícios orais as crianças tinham a postura de responder verbalmente a professora quando solicitadas a apontar, por exemplo, quantas linhas retas possuíam um caderno, como aponta a figura 12. Nesse caso, as respostas deveriam ser realizadas tendo por centro a observação, então era direcionado ao professor a adoção do uso de problemas, mas a noção de observação e comparação mais uma vez se apresentava no ensino de geometria.

Sobre os exercícios escritos existia uma certa ação da criança, mas ainda sobre os comandos do professor. Os alunos realizavam traços a mão livre e com uso de régua e o professor instigava que eles identificassem as diferenças nessas duas ações e como isso impactaria no trabalho realizado, já levando a criança a concluir por si só a necessidade de desenhos com medidas exatas em se tratando dos conceitos de geometria.

**Figura 12** - Exercícios em orientações para o ensino da matéria Geometria

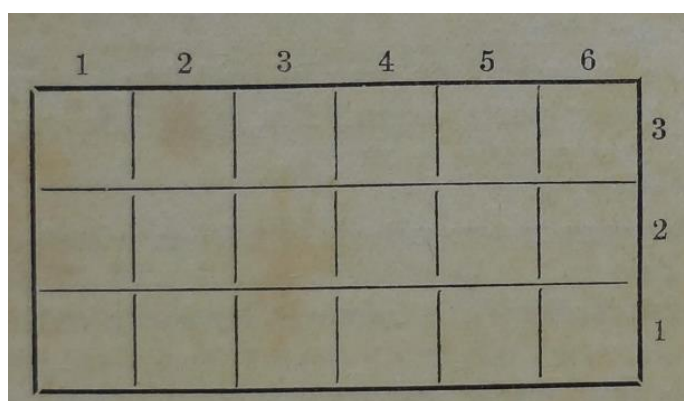


Fonte: EDUCAÇÃO (1931, p. 83).

Nesse caso os exercícios serviam como auxiliares na construção dos conceitos geométricos, mas a finalidade desse ensino pertenceu a dois caminhos: o da observação, quando eram realizados problemas orais, e o caminho da ação quando se realizava estudo por problemas escritos.

Os questionamentos também estavam presentes na orientação de Andrade (1932), não em forma de exercício como na orientação anterior, mas de diálogo. Destinada ao estudo de área, a professora começava a aula apresentando uma folha para as crianças e dizia que ela custava \$400, dobrava na metade e pergunta quando aquele pedaço custava, depois dobrava mais uma vez e ia fazendo assim sucessivamente até apontar que cada um dos quadriculados resultantes na dobradura da folha representava um centímetro e assim introduzia o conceito de área, conforme a figura 13.

**Figura 13** - Retângulo dividido para trabalhar o conceito de área



Fonte: ANDRADE (1932, p. 216).

A partir desse esboço, na figura 13, Andrade (1932) orientava que o professor trabalhasse o conceito de área do triângulo, ao dividir o retângulo, e iniciasse o processo de abstração a partir de perguntas e respostas, levando as crianças a concluir de que modo

seria possível considerar a fórmula da área do triângulo. O centro da orientação de ensino estava na observação, pois a utilização do trabalho manual pertencia a comandos do professor. A criança não estava apalpando, nem construindo por ela mesma as dobraduras, estava vendo o objeto à mão do professor e, a partir desse material o conceito geométrico foi apresentado.

Dito isso, até o presente momento vimos que as orientações para o professor que ensinava geometria estavam relacionadas ao uso de materiais, a observação e ação como fios condutores e, também, ao uso de problemas como associação dos temas matemáticos com o cotidiano do aluno. O tópico a seguir apresenta de que modo tais orientações estavam postas em manuais pedagógicos.

## **2.2 Recompilando orientações docentes para o professor que ensina geometria em manuais pedagógicos**

Como modo de identificar quais discursos estavam presentes em outros materiais com orientações para o professor que ensina geometria, temos a análise dos manuais de Vicente Peixoto e Theobaldo Miranda Santos. O manual *Aritmética e Geometria*, destinado ao professor do primeiro ano do curso primário com autoria de Vicente Peixoto, era uma obra destinada a professores de São Paulo e demais Estados para “oferecer, sempre que possível, aos prezados colegas, algum material didático que lhes facilite o desempenho do árduo labor escolar de transmitir conhecimentos a seus alunos” (PEIXOTO, 1958, p. 03).

A obra, como já apontado no próprio título, era direcionada ao ensino de Aritmética e Geometria, porém, esta última matéria ocupava somente duas páginas finais do manual, sendo as anteriores destinadas a Aritmética no tratamento de ideia de quantidade, tamanho e peso, numeração e suas partes, operações fundamentais e problemas. Com relação a Geometria, segue a figura 14.

**Figura 14 - Geometria na obra de Peixoto**



Fonte: PEIXOTO (1958, p. 67-68).

Apesar do curto espaço destinado a geometria na obra de Peixoto, ela apresentava importantes elementos na caracterização do ensino da geometria primária paulista. A proposta envolvia um ensino centralizado na observação por comparação, no estudo das formas. A ordem dos conteúdos presentes nessa obra iniciava-se pela esfera, o cubo, o cilindro, e posteriormente sendo desenrolado o exercício de comparação dessas formas com objetos cotidianos.

Outro elemento a ser observado nos direcionamentos de Peixoto (1958, p. 68) é com relação ao exercício por ele deixado no final da obra: “indique as formas dos objetos do cartaz acima, comparando-as com as formas da esfera, do cubo e do cilindro”. Logo, a observação por comparação e relação com elementos cotidianos era central em toda a orientação de Peixoto, indicando que a geometria foi estimulada por meio de ilustrações.

Também com a proposta de orientar professores do curso primário que ensinavam geometria, temos dois manuais, *Manual do Ensino Primário* (1952) e *Noções de Didática Especial* (1960) que possuíam mesma autoria, Theobaldo Miranda Santos, e direcionamentos estritamente semelhantes.

Assim como na obra de 1952, Santos (1960) dividiu seu manual em duas partes, a primeira com metodologias gerais e a segunda com metodologia especial. Em se tratando do ensino de geometria, o autor orientava que o professor buscasse entender de que forma eram realizados os métodos para ensinar geometria anteriormente a sua obra,

mas afirmava “o ensino da geometria só tomou, entretanto, uma orientação realmente intuitiva a partir de Pestalozzi” (SANTOS, 1952, p. 181). Para Santos (1952, p. 183) a geometria era a *ciência das formas* e, como tal, deveria atender esse propósito, cumprindo quatro objetivos, que também apareceram no manual de 1960, conforme consta a seguir:

- 1) Dotar a criança de um instrumento para resolver as situações da vida relacionadas com as questões de forma, extensão e posição;
- 2) Proporcionar à criança conhecimentos relativos a linhas, superfícies e volumes como recursos para a solução de problemas práticos da existência cotidiana
- 3) Habitua-la à análise e resolução desses problemas
- 4) Formar no espírito infantil, por meio do estudo da matéria, certos hábitos fundamentais do pensamento e da ação. (SANTOS, 1960, p. 154).

Dividido em *Didática da Geografia, Didática da História, Didática das Ciências Naturais, Didática da Matemática e Didática da Língua Portuguesa*, o manual *Noções de Didática Especial*, de acordo com Santos (1960), foi elaborado seguindo as orientações dos programas dos Institutos de Educação e das Escolas Normais e trazia direcionamentos sobre métodos e técnicas de ensino das matérias básicas dos cursos primários e secundários, então pode-se considerar que eram obras destinadas aos professores da época. Nele interessou investigar sobre o capítulo destinado à didática da matemática e como a *geometria* estava disposta nele. A figura 15 apresenta de que modo este capítulo estava organizado na obra.

**Figura 15 - Didática da Matemática por Santos (1960)**

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA	
I. CONCEITO DE MATEMÁTICA: Definição de matemática. — Método da matemática. — Valor da matemática. — Ensino da aritmética. — Ensino da geometria. — Trabalhos práticos. ....	133
II. A MATEMÁTICA NA ESCOLA PRIMÁRIA: Objetivos do ensino da aritmética. — Análise dos objetivos. — Métodos e técnicas de ensino da aritmética. — Prática de ensino da aritmética. — Motivação do ensino da aritmética. — Material de ensino da aritmética. — Objetivos do ensino da geometria. — Métodos e técnicas do ensino da geometria. — Motivação do ensino da geometria. — Trabalhos práticos. ....	143
III. A MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA: Objetivos do ensino da matemática. — Métodos e técnicas do ensino da matemática. — Motivação do ensino da matemática. — Material de ensino da matemática. — Trabalhos práticos. ....	159

**Fonte:** SANTOS (1960, p. 06).

Diferente da obra de 1952, na de 1960, Santos dividiu o que ele chamou de didática da Matemática em três partes, a primeira sobre um modo geral de ser trabalhada a Matemática, a segunda sobre a Matemática do curso primário e a terceira sobre a do

curso secundário. Aqui foram discutidas as duas primeiras partes. Inicialmente Santos (1960) atentava para o fato de que

[...] as matemáticas são também denominadas ciências *abstratas* porque consideram as relações com abstração da realidade, e *exatas* porque não saem da esfera da idéia pura, limitam-se a noção simples e precisas e partem de princípios ideais e necessários, dos quais se tiram, por processos dedutivos, conclusões rigorosas (SANTOS, 1960, p. 133, *grifos do autor*).

Sobre essa ideia de considerar a matemática ao mesmo tempo como uma ciência abstrata e exata, Santos (1960) dividiu seu conhecimento em partes contínuas e descontínuas, a primeira voltada ao que ele chamava de ciência dos números, dedicada à Aritmética e a segunda como a ciência das figuras, dedicada a Geometria.

Então, nesse sentido era necessário um professor que fosse capaz de não somente conhecer sobre a aritmética e a geometria enquanto campos disciplinares, mas um que buscasse compreender a fundo de que modo elas eram aplicadas em sala justamente para atender a essa demanda de configurar noções abstratas, mas também exatas. E de que modo isso ocorreu?

Tratando em termos de direcionamentos para o professor que ensinava *geometria*, Santos (1960) trouxe que os docentes deveriam considerá-la como a ciência das formas, e, desse modo, construir seu ensino de modo mais intuitivo que abstrato. Havia então a formulação de um ensino prático no sentido de caminhar em torno dos sentidos da criança e de contribuição para a vida, ao que tudo indica era papel do professor relacionar o ensino das formas por meio das vivências dos seus alunos para apontar uma relação entre escola e cotidiano social.

Diante desse cenário do *prático* sendo colocado em evidência para o ensino de geometria, considerada por Santos (1960) como a ciência das formas, o autor apontou alguns indícios de como o professor poderia trabalhar esse ensino prático com seus alunos. Inicialmente ele falava ser mais acessível a quem estava iniciando nos estudos da matemática o trabalho com materiais que enfatizassem o valor utilitário e prático da geometria em termos de trabalho e vida, mas que ao mesmo tempo evidenciasse a função educacional e formal desse saber por meio de validações como medições e escrita.

O professor tinha que, em suas aulas, conduzir tais entendimentos a partir do estímulo visual da criança, “a aprendizagem da construção de figuras geométricas é de grande utilidade pelas suas múltiplas aplicações na vida pratica e profissional” (SANTOS, 1960, p. 138), pois com esses aspectos era possível levar o aluno a identificar que a forma

é um dos elementos principais dos objetos que a todo tempo estavam à sua disposição, seja pelo toque ou simplesmente pelo olhar, e eles desempenhavam um papel educativo “no traçar figuras e problemas, adquirimos habilidade manual, segurança no pulso e hábitos de precisão; no resolver problemas ou no fazer demonstrações, exercitamos o raciocínio” (SANTOS, 1960, p. 138).

Essa orientação de empregar o uso de objetos, iniciar o estudo pela noção dos sólidos para instigar a observação da criança para aspectos práticos da sua vida e principalmente, dar ao professor orientações de que ele estimulasse o processo de escrita das crianças, pelo no traçado de desenhos, pela na resolução de problemas como um modo de alcançar o conhecimento, coloca em destaque elementos que levaram a passos da caracterização de uma geometria que, considerando a necessidade presente no contexto escolar a época, conferia ao professor um papel de auxiliador que atendesse à demanda de estimular seus alunos a conseguir perceber os conteúdos que estavam presentes em sua volta, um aluno reflexivo e um ensino voltado não para o conteúdo como o alcance do conhecimento, mas sua aplicação como finalidade maior, em outras palavras, uma geometria com característica utilitária da vida cotidiana da criança, que passava pela validação a partir do processo de escrita. Fato que se confirma ao ser orientado por Santos (1960) que os professores deveriam seguir princípios dos

educadores modernos conferem ao estudo da geometria uma feição objetiva e concreta, associando-a aos diversos aspectos da vida real, articulando-a com os trabalhos manuais e, sobretudo, subordinando-a à atividade criadora do estudante. “geometria viva”, “geometria vital”, “geometria ativa”, são as denominações comuns dessa disciplina nos compêndios atuais, o que bem exprime as novas diretrizes do estudo de geometria. (SANTOS, 1960, p. 139)

Alguns pontos do excerto anterior chamam a atenção, o primeiro deles é que Santos (1960) tratava a geometria como uma atividade criadora do estudante e o segundo é quando ele concordava com autores que a chamavam de “geometria ativa”. Seria essa “geometria ativa” um ensino que segue preceitos escolanovistas?

É possível dizer que sim. Ao tratar sobre a noção de interesse na Escola Nova, Mattos (2008) a apresentava como o que pode ser suscitado na relação entre as pessoas e as coisas do mundo. Proposta muito semelhante ao que Santos (1960) trouxe em sua obra ao articular o ensino de geometria à atividade de criação da criança, ao seu interesse pelo mundo, apresentados nas duas obras aqui abordadas.

Em ambos os manuais, com direcionamentos bastante semelhantes, Santos (1952, 1960) colocava o professor como mediador no processo de ensino. Era a partir da



criança que os conceitos seriam trabalhados, pelo interesse e pelo estímulo visual pelo uso de objetos. Havia então uma geometria que considerava a intuição, observação e interesse como elementos principais para o alcance do conhecimento, dando ao professor a função de mediador.

Além disso, era necessário também que existisse um elo entre o ensino de geometria e o de Aritmética, de modo que uma conseguisse explicar o princípio do ensino da outra. A geometria deveria possuir caráter prático, “nascer dos objetos reais, das coisas do meio ambiente [...]. A associação da geometria com o desenho, os jogos e os trabalhos manuais também contribuem para tornar a aprendizagem viva, atraente e divertida” (SOUZA, 1952, p. 184).

Isso aponta que em algum momento a geometria passou a ocupar um *status* de saber diante do cenário escolar do curso primário, dado que a escola produziu novos critérios para o ensino, considerando que não interessava somente indicar o que eram linhas, o que eram figuras ou sólidos geométricos, mas em perpetuar esses conceitos de modo que fosse identificada uma aplicabilidade naquilo que estava sendo aprendido.

Nesse sentido, o professor que ensinava geometria no curso primário, a partir das orientações de Santos (1960), precisava ensinar uma geometria para as crianças que trouxesse aplicabilidade prática para a vida de seus alunos. Santos (1960) apontava que isso poderia ser feito tanto pelo método analítico (partindo do corpo geométrico para as linhas), quanto pelo sintético (das linhas para os corpos geométricos), realizados por sólidos e materiais. E os alunos precisavam reconhecer, descrever e classificar as formas geométricas não necessariamente de modo científico com conceitos abstratos, mas considerando a “intuição de fora pra dentro e descoberta de dentro pra fora” (SANTOS, 1960, p. 154).

Diante do que foi recompilado na obra de Santos (1960), a geometria proposta pelo autor para professores do curso primário participou como parte estruturante da produção de um novo saber no processo de ensino da escola primária, consideração feita por ser identificada uma geometria que partia do princípio de que era necessário formar um aluno capaz de utilizar os conceitos geométricos em situações que atendessem alguma necessidade real, movimento realizado a partir da ação da criança pelo desenho, no trabalho de aquisição de conhecimento pelo estímulo visual e da ação e a validação dos conceitos pela escrita com uso da resolução de problemas, direcionando para a possibilidade de caracterizar uma *geometria do ensino* ao serem analisados os elementos aqui elencados.

#### **2.4 – Breves considerações sobre as orientações para o ensino de geometria em artigos de revistas pedagógicas e manuais paulistas**

A proposta deste capítulo foi reunir as fontes inventariadas da pesquisa e recompilar as orientações propostas ao professor que ensinava geometria. Foi identificado que a observação e o trabalho visual com a geometria estavam presentes nas orientações de todos os autores, tanto dos manuais quanto das revistas pedagógicas.

A geometria em São Paulo apareceu nas matérias Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais, mas também havia artigos que tratavam sobre um conteúdo em específico, sem direcionar sobre qual matéria ele deveria ser abordado. Alguns autores se aproximaram de orientações escolanovistas, outros com maior ênfase nos preceitos do método intuitivo. Porém, novos direcionamentos foram colocados ao professor.

Nas orientações para o ensino de geometria foi identificado que ela se adequava aos direcionamentos que iniciavam com o ensino centralizado nos objetos, e passava por uma transição de considerar a aprendizagem guiada pela própria criança, em sua ação, mas sem ainda desprender-se do foco central nos materiais e nos direcionamentos feitos pelo professor. A observação tinha grande importância e possuía como finalidade a comparação de objetos.

Além disso, começava a aparecer nas orientações o uso de exercícios e problemas. Nos exercícios havia duas maneiras de abordagem, exercícios escritos, em que consistia numa certa ação da criança com traços a mão livre e com uso de régua, e exercícios orais, instigando a observação e comparação da criança.

Era sugerido tratar sobre a geometria, configurando no ensino a necessidade de considerar que a criança possuía um modo diferente de compreender as coisas que tomavam os espaços que elas ocupavam. A partir daí era recomendado instigar o aluno a exprimir, pelo desenho, a maneira pela qual ela compreendia o meio em que vivia. Nesse caso o ensino saiu da observação como ponto central e passou a contemplar a ação do aluno, era a partir da ação da criança que os conteúdos foram trabalhados. Havia o uso de materiais, mas as correções e explicações eram realizadas a partir do que a criança operava na aula, do seu agir.

As orientações paulistas para ensinar geometria tanto nos artigos das revistas pedagógicas, quanto nos manuais diziam respeito ao trabalho com a observação, desenho, trabalhos manuais e problemas. A geometria possuía a finalidade de aplicação para a vida, havia uma mudança nos conteúdos geométricos que passaram a ter a função de atender

essa nova necessidade da escola: a concepção de uma escola como miniatura da sociedade, então não era necessário entender definições geométricas, mas sempre relacionar a como elas apareciam no cotidiano da criança e qual sua função. Tais objetivos versavam por dois principais elementos que serão mais bem discutidos no próximo capítulo: a *observação por comparação* e a *ação do aluno* como fios condutores para ensinar geometria.

### CAPÍTULO III – ELEMENTOS DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO*: ANÁLISE COMPARATIVA DE CONHECIMENTOS DOCENTES

---

Como já apontado, a caracterização de uma *geometria do ensino* realiza-se mediante análise do processo de objetivação e sistematização desse saber. Dado o referencial teórico considerando, tal caracterização é efetuada analisando nas fontes selecionadas os constituintes: *sequência*, *significado*, *graduação* e *exercícios e problemas* considerados como uma anatomia desse saber escolar (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021). A *sequência*, da maneira que é posta por tais autores, não foi tomada neste estudo como uma categoria de análise devido a limitação das fontes selecionadas.

Na realização de uma análise que busca caracterizar a *geometria do ensino* do curso primário do Estado de São Paulo em tempos de maior circulação de ideias escolanovistas, foram tomados os artigos de revistas pedagógicas e manuais de ensino, ambos destinados a professores ou futuros professores. Tais fontes não apresentavam um sumário que apontasse a ordem que os conteúdos deveriam ser adotados e, além do mais, os artigos contidos nos exemplares foram escritos por diferentes autores os quais, em sua grande maioria, não continha uma continuidade das obras em exemplares posteriores.

Por outro lado, em tais artigos foi identificado que os autores apresentavam o que aqui tem sido considerado como uma *sequência interna* dos conteúdos. Logo, mesmo não tomando a *sequência* de maneira explícita na análise das fontes, considera-se que esta perpassa pelos espaços na caracterização dos demais constituintes da *matemática do ensino*, dada a consideração de que por vezes eles apresentam-se em conjunto, sendo um uma continuidade do outro. Isso aponta a possibilidade de realizar uma apropriação do entendimento teórico da *matemática do ensino*, admitindo que a constituição desta não depende exclusivamente da presença explícita dos quatro constituintes como elementos indispensáveis na sua caracterização, estes, por sua vez, são compostos a depender do espaço a ser analisado e podem se apresentar de diversas maneiras e sua análise depende da interpretação do pesquisador.

Além disso, ao considerar a tese de uma geometria vinda da *matemática do ensino*, a *geometria do ensino*, é admitido saberes não somente compostos como ferramentas de trabalho do professor que ensina geometria, o auxiliando na condução da abordagem de conteúdos matemáticos, mas que tais ferramentas transformam-se em elementos constituintes dessa *geometria do ensino* que se busca caracterizar.

Em continuidade ao que fora realizado no capítulo II, para este capítulo o objetivo é realizar uma análise comparativa dos discursos apresentados anteriormente. Para tanto, a recompilação realizada foi retomada e ela foi reanalisada, buscando caracterizar quais os elementos que compõe os *saberes para ensinar geometria* diante das categorias da *matemática do ensino* no curso primário nos manuais e revistas pedagógicas, efetuado a partir de um segundo inventário das fontes apresentadas, comparando elementos de aproximação e distanciamento nos discursos identificados, caracterizando quais as contribuições dessas ferramentas do ensino para a constituição de uma *geometria do ensino*.

No levantamento realizado na recompilação, foi identificado que tanto os autores de manuais quanto de revistas pedagógicas tratavam sobre orientações para o ensino de geometria seguindo dois principais caminhos: com foco central na *observação por comparação* ou na *ação da criança*. É sobre esses dois elementos que trataremos neste capítulo. De início, no quadro 3 é apresentado um levantamento de artigos que centralizava as orientações para um ensino na condução da aprendizagem guiada pela *observação por comparação*.

### 3.1 - Caminhos para a sistematização de uma *geometria do ensino*: a *observação por comparação* como fio condutor para o ensino

**Quadro 4 - Saberes para ensinar geometria guiados pela *observação por comparação*.**

Artigo	Autor	Conteúdo	Ferramentas utilizadas para o ensino
Aprendizado indutivo A marcha do conhecimento Uma aula sobre retângulos	José Ribeiro Escobar	Geometria plana: retângulo	Comparação; uso de objetos (sólidos geométricos, papel cartão de formas geométricas); medidas com instrumento (esquadro, transferidor, fita métrica, compasso); exercícios (orais, questionados pelo professor).
Geometria O retângulo	---	Geometria plana: retângulo	Comparação, aritmética, medidas com uso de instrumento

CONTINUAÇÃO DO QUADRO 4			
Geometria As linhas	---	Linhas	Uso de materiais; comparação; problemas.
Geometria A Esfera	---	Geometria espacial: esfera	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria Sólidos Geométricos O hemisfério	---	Geometria espacial: hemisfério	Medidas a olho nu; materiais; comparação.
Geometria Sólidos geométricos O cubo	---	Geometria espacial: cubo	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria A geometria na aula primária	Evilasio A. Sousa	Geometria espacial: esfera	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria Formas Prisma Retangular	---	Geometria espacial: prisma retangular	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria Sólidos geométricos O Cilindro	---	Geometria espacial: cilindro	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria Relação entre a circunferência e seu diâmetro	---	Geometria plana: circunferência	Problemas; Medidas com uso de instrumentos.
Geometria Area do paralelogramo	---	Geometria plana: paralelogramo	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
Geometria	---	Área e superfície	Comparação; Uso de materiais.
Geometria	Clotilde Castilho de Andrade	Área de figuras quadrangulares	Medidas a olho nu; uso de materiais; comparação.
A soma dos angulos internos de um triangulo	José Ribeiro Escobar	Geometria plana: triângulo	Problemas; Desenho; Aritmética; Medidas com uso de instrumentos; Comparação
Área do retângulo	José Ribeiro Escobar	Geometria plana: retângulo	Problemas; Desenho; Aritmética; Comparação; Medidas com uso de instrumentos.

FONTE: A autora (2021).

No quadro anterior são apresentados os artigos, os autores, quais conteúdos eles adotaram e quais as ferramentas utilizadas nos direcionamentos para o ensino de geometria. Todos tinham em comum a *observação por comparação* como um elemento

constituente para a construção do conhecimento geométrico. As orientações para o ensino eram guiadas por *saberes para ensinar* geometria como uso de materiais, exercícios e problemas, desenhos, observação para comparação e medidas a olho nu e/ou com uso de instrumentos.

Os conteúdos versavam sobre geometria plana e espacial. Tratavam da noção de sólidos e figuras geométricas, linhas, ângulos, áreas, superfícies. Nestes artigos, por pertencerem a revistas pedagógicas, não foi possível identificar qual a *sequência* adotada para trabalhar com tais conceitos, porém alguns autores citam a necessidade de um conhecimento prévio de alguns conteúdos para adoção de suas aulas, determinando uma *sequência interna* na adoção dos conteúdos, como se um fosse uma espécie de pré-requisito para adoção do conhecimento do posterior.

Pelo que consta no quadro 3, ao falar sobre *observação por comparação* há Escobar (1923) que, como já apontado, apresentou orientações considerando que o conhecimento possuía três graus, três etapas ascendentes: iniciando com observação (por comparação), seguido de ciência (definição) e filosofia (síntese, último grau de conhecimento).

Escobar (1923) adotou, nas orientações ao professor, uma *graduação* que levava em conta uma *sequência* dos conteúdos indo do todo para as partes, da forma geométrica para as figuras e seus constituintes como linhas, pontos e ângulos. Essa *graduação* proposta pelo autor considerava uma *sequência interna* dos conteúdos que demandava atender ao exercício do estímulo aos sentidos da criança a fim de que fosse considerado que “nossos pensamentos theoreticos e praticos têm por fim explicar o Mundo e o Homem” (ESCOBAR, 1923, p. 163). Por meio dos sentidos eram produzidas imagens (estimuladas por observação, comparação e análise) e enfim construído um conceito. Uma aprendizagem realizada por intermédio da *observação por comparação*, do estímulo visual da criança.

Para Escobar (1923) as composições dos objetos em sua cor, movimento, extensão, exercia uma função sobre a visão humana, “essas impressões são recebidas pelos olhos e pelos ouvidos e levadas pelos nervos optico e auditivo ao cerebro” (ESCOBAR, 1923, p. 163). Apesar do seu artigo ter sido escrito em um período no qual estavam chegando ao Brasil ideias escolanovistas (VALDEMARIN, 2010), este autor considerava uma educação realizada pelo estímulo dos sentidos da criança. As informações eram processadas inicialmente pelos olhos e ouvidos e, por eles, levadas à consciência, considerada como juízo.

O juízo representava para Escobar (1923) o espaço reservado para o alcance do conhecimento, quando as informações proferidas na lição ganhavam um espaço de entendimento por parte dos alunos. Mas o juízo não era considerado de qualquer maneira, sua validação estava condicionada a sentenças proferidas ou. Neste caso, o alcance do conhecimento era efetuado quando, ao final da lição, fosse possível proferir uma sentença que resumisse o que fora trabalhado, seja de modo escrito ou oral.

O processo de alcance do conhecimento ocorreria por meio da *observação por comparação*. Tanto a *observação por comparação* quanto os experimentos, percepção, comparação e generalização representavam nesta lição elementos constituintes da concepção de um ensino que deveria buscar a aprendizagem para a formação do homem. Sobre essa concepção de ensino e aprendizagem identificada na orientação de Escobar (1923), a divisão posta para as aulas de matemática diziam respeito ao método indutivo, utilizado “se um alumno observa objectos ou factos nos quaes se repetem circunstancias, qualidades, ou phenomenos constantes, dos quaes tira uma “regra”, uma “definição” ou uma “lei”, isto é, se de muitos casos particulares tira uma asserção geral, segue o methodo inductivo” (ESCOBAR, 1923, p. 165).

Dentro da adoção de uma proposta relacionada ao método indutivo, a constituição da lição para o estudo de retângulo relacionava-se ao que Escobar (1923) chamou de aprendizado educativo, que consistia em “educar a percepção, o raciocínio, a vontade, o senso esthetico e moral, etc” (ESCOBAR, 1923, p.170). Para trabalhar a noção de retângulo, o autor sugeriu o trabalho de educação da percepção realizado por meio de *observação* de corpos geométricos como parte estruturante da lição, conduzindo as crianças a observar, analisar e abstrair, por intermédio das superfícies desse objeto, as linhas, ângulos, a cultivar a linguagem e generalizar, chegando à conclusão do que seria um retângulo, devendo a definição ter sido realizada pelo aluno.

Ao iniciar a aula apresentando objetos para que a criança fosse capaz de *observar* em um primeiro momento, seguindo de uma *comparação* e passando a realizar uma *produção de sentenças* sobre o mesmo para que fossem extraídas as definições, Escobar (1923) propôs um estudo que adaptasse o aluno a “observar, a analisar, a abstrair (superfícies, angulos, linhas, etc.) a generalizar (a definição é tirada pelo alumno); cultivar a linguagem, o senso esthetico e moral, o sentimento civico” (ESCOBAR, 1923, p. 171). Tais orientações adotavam seis movimentos:



- 1- Apresentamos objectos ou seres aos alumnos; si possível: cada um deve ter um exemplar; ou cada um deve construí-lo; ou cada um deve procurá-lo ou apresentá-lo espontaneamente.
- 2- As propriedades dos seres produzem fenómenos; os fenómenos impressionam os sentidos e deixam imagens; as crianças percebem as imagens ou os seres e têm ideias sobre os seres; o professor agora dá os termos, os nomes, às ideias.
- 3- Os alumnos relacionam as ideias em juízos e formam sentenças.
- 4- Os alumnos raciocinam com essas sentenças e tiram ilações.
- 5- Os alumnos observam (ou experimentam) e comparam os fenómenos, os factos e as cousas, e só obtêm conhecimentos empiricos; generalizando, induzem a lei, a regra, a definição, obtendo conhecimentos scientificos.
- 6- Os alumnos fazem aplicações, deduzem os exemplos (ESCOBAR, 1923, p. 169).

Ao mostrar um prisma para a turma, o professor realizaria questionamentos, estimulando a *observação* das crianças. Os passos para a comunicação entre professor e aluno deveria seguir os direcionamentos do excerto anterior. Era trabalhado o conceito de superfície, linhas, ângulos, para então chegar ao quadrilátero retângulo, uma *graduação* da geometria que a conduzia a ser direcionada do todo (observando o sólido e identificando as formas de suas faces) para as partes (linhas, ângulos, lados), finalizando com a figura geométrica (retângulo) ilustrada.

Uma justificativa para esta *graduação* está no que já fora apresentado anteriormente sobre as considerações de Escobar (1923) em relação a recepção de informações mediante os sentidos, especialmente a visão. Para ele, ficaria mais fácil para a criança habituar-se a ver primeiro o todo (os sólidos geométricos) e, por ele, passar a observar suas partes (lados) para então chegar ao conteúdo da lição (retângulo).

A condução destes passos nos leva a uma outra consideração, o *significado* atribuído ao conteúdo geométrico. A orientação para o ensino de geometria foi dividida em: *preparação: revisão* (onde são revistos conceitos de corpos geométricos, espaço, superfície, linhas e lados), *observação: análise, comparação, generalização, dedução* e, para finalizar, *aplicações morais e cívicas*. Tais passos seguiam como uma adoção de algumas etapas no conteúdo, desde a revisão de conceitos anteriores: iniciava do espaço (chamado por Escobar (1923) de corpos geométricos), até o plano e as composições de uma forma geométrica.

Considera-se então que a *sequência interna* da geometria colocava em evidência o objeto do professor que ensina geometria, tendo o constituído por meio de uma linguagem que de algum modo fosse de melhor entendimento para a criança. A ordem dos conteúdos versava partindo dos sólidos geométricos para as figuras geométricas, suas

propriedades foram realizadas considerando a capacidade de percepção da criança, que deveria ser direcionada a finalizar a lição identificando que as formas retangulares estavam presentes nos jardins, nas hortas e até na bandeira nacional. Logo, considera-se que a ordem que os conteúdos foram selecionados, a *observação* e a *comparação* participavam da educação dos sentidos da criança como uma forma de tornar a aprendizagem aplicável à vida em sociedade ou, como dito por Escobar (1923), para explicar sobre o homem e o mundo, indicando uma mudança no conjunto de *saberes a ensinar* geometria e, por consequência, também em seus *saberes para ensinar* que trabalhavam em vias de construção de um novo saber geométrico, saber este que alterava a ordem dos conteúdos de modo que estes tivessem um novo significado, de acordo com a necessidade da escola naquele momento.

Posterior ao artigo apresentado, Escobar (1924, 1924a) produziu mais duas obras destinadas à orientação para o ensino de geometria no curso primário. Uma com o conteúdo da soma dos ângulos internos de um triângulo e outra relacionada a área do retângulo. Nestes dois artigos havia um importante elemento que diferencia a produção anterior: a presença dos *exercícios e problemas*.

Escobar (1923) também apontava o uso de *exercícios*, destinado ao espaço por ele chamado de dedução na lição. Porém, ao tratar sobre a noção de retângulo, os *exercícios e problemas* não foram identificados de maneira explícita, pertencendo a esta lição a condução de um aluno responder no quadro perguntas realizadas pelo professor e os demais observar, como mostra a seguir

Maria, faça no quadro negro um lado de  $0^m,40$  (a classe fará no papael uma linha de  $0m,10$ ). Que é que precisa ter o rectangulo?

Classe. - Primeiro angulos rectos.

Prof. - Muito bem. Faça com o esquadro um angulo recto tendo como um dos lados essa linha que você traçou. Todos façam o mesmo. E agora, que altura você quer que o rectangulo tenha?

Maria. - 25 centímetros de altura.

Prof. - Marque então uma altura de  $0^m,25$ . Que é preciso para que os lados sejam paralelos?

Maria - É preciso que guardem sempre as mesmas distancias.

Prof. - Marquem as mesmas distancias; faça o outro lado: ligue por uma recta as extremidades desses dois lados. Que é que vocês tem?

Classe - Um rectangulo. [...] (ESCOBAR, 1923, p.177).

Pelo excerto, o espaço destinado a dedução na lição de Escobar (1923) estava mais relacionado a uma conversa guiada por questionamentos por parte do professor, do que com *exercícios* propriamente ditos. E isto diferencia nas lições que seguem. As duas aulas

foram divididas em várias sessões, desde a preparação dos materiais dos alunos e do professor, até uma proposta de exercícios para casa.

Com relação ao conteúdo de soma dos ângulos internos de um triângulo, Escobar (1924) dividiu o artigo em: *preparação material; preparação mental; atividade manual; observação; comparação; generalização; indução da lei; retenção e dedução* que se apresenta com uma sequência de problemas dos tipos *gráfico, numérico, simbólico, mental, sem números e imaginado pelos alunos*.

O mesmo ocorreu no artigo destinado a área do retângulo que também apresentava *preparação material; preparação mental; atividade manual; observação; comparação; generalização; indução da lei; retenção e dedução* que se apresenta com uma sequência de problemas dos tipos *gráfico, numérico, simbólico, mental, sem números e imaginado pelos alunos*.

A diferença entre os dois estava no que diz respeito à presença dos *problemas* nas lições. Enquanto para trabalhar sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo os *exercícios e problemas* ocupavam duas funções, para iniciar a lição e para ser verificação de aprendizagem, na atividade de área de um retângulo, eles estavam somente no espaço destinado à verificação de aprendizagem.

A análise da proposta de Escobar (1924, 1924a) indica uma *graduação* do ensino que disse respeito ao aluno já conhecer previamente o que eram ângulos, lados, algumas figuras geométricas e toda sua composição como linhas, vértices, os conteúdos eram uma espécie de pré-requisito para a aquisição de novos conhecimentos, então essa *graduação* partia dos elementos geométricos para a figura geométrica formada.

Havia uma preocupação do autor em dar significado ao que estava sendo trabalhado em aula perante o grau de dificuldade dos alunos. É possível dizer que essa preocupação referia-se a aproximar os conceitos geométricos da realidade da criança por meio da aproximação dos conteúdos com o que pudesse ser visualizado ou imaginado.

Tratando em específico sobre os *problemas*, foram identificadas duas formas de abordagem: *problemas* como um exercício indutivo, que abordava a observação, comparação e generalização, e *problemas* dedutivos, como aplicação, comprovação e verificação.

O primeiro, *problema* como um exercício indutivo, estava associado ao início da aula, como forma de despertar o interesse do aluno, garantindo um ensino próximo ao cotidiano da criança, foi adotado na primeira lição, destinada ao estudo da soma dos ângulos internos de um triângulo e utilizava dos sentidos da criança, especialmente o

despertar da imaginação, para compor a introdução da aula. Já o segundo, *problema* como um exercício dedutivo, estava apoiado em outras ferramentas para o ensino, como desenho e medidas com uso de instrumento e atuam como um espaço em que é possível verificar o que foi sistematizado da aula pelos alunos. Logo, ganham o status de validação de aprendizagem.

Dos três artigos escritos por Escobar (1923), nota-se que há uma diferença na *graduação* adotada pelo autor. Tal *graduação* diz respeito ao nível que a criança está em termos de contato com a geometria. Enquanto para o ensino de retângulo o contato que o professor deveria direcionar na lição estava relacionado ao uso dos materiais instigando uma *observação por comparação*, a continuidade dos conteúdos com alunos de séries posteriores trazia consigo outros constituintes, como é o exemplo dos *exercícios e problemas*.

O uso dos *exercícios e problemas* caracterizavam uma nova geometria, carregada de saberes vindos da aritmética e das medidas com o uso do instrumento. Entrava em cena também uma nova proposta de *observação*. Enquanto com crianças menores a *observação* estava relacionada à *comparação* como item de aproximação do aluno com os conhecimentos geométricos, de posse de tais conteúdos, com crianças maiores a *observação* possuía um papel de estímulo para uma participação da criança em sala. Era direcionado ao aluno que cada um realizasse em seus papéis o desenho de um retângulo de 4cm de base e 3cm de altura. A partir deste desenho, questionava “quantos  $\text{cm}^2$  ha sobre a base? (4 cm). Quantas carreiras ha de  $4\text{cm}^2$ ? (3). E quantos  $\text{cm}^2$  ha no rectangulo? ( $12\text{cm}^2$ )” (ESCOBAR, 1924a).

Neste caso, nota-se uma transição no papel do professor e do aluno, bem como na adoção da *graduação* nestes artigos. Enquanto para Escobar (1923) a geometria estava condicionada a formar as primeiras noções dos elementos geométricos na criança, já de posse de tais conhecimentos, em turmas maiores o professor começava, ainda por meio da *observação por comparação* a estimular que a criança passasse a formar novas sentenças e construísse por si só figuras geométricas, realizadas tomando aspectos vindos da aritmética, como o sistema métrico, e das medidas com uso de instrumentos. Ambos atuavam como uma *graduação* direcionada a uma geometria com medidas exatas.

Sobre essa geometria com medidas exatas, cabe uma consideração que a diferencia das lições anteriores. Enquanto para Escobar (1923) a proposta era de uma geometria que se aproximasse do cotidiano da criança, por meio da materialidade, em artigos posteriores com conteúdos voltados para alunos de maior idade e séries mais

avançadas no curso primário, Escobar (1924) apontou uma geometria ocupada não somente na associação com a vida por meio da materialidade, mas na validação de seus conteúdos por meio do uso de *exercícios e problemas* que apontavam a necessidade de criar definições vindas do uso de medidas com instrumentos como validação de suas formas.

Em continuação aos artigos que trabalhavam a geometria pela *observação por comparação*, temos uma lista de onze notas de aulas sobre conteúdos geométricos na *Revista Escolar*. Os artigos são datados de 1925 a 1927 e, pela semelhança nos discursos, indicavam ser uma continuidade nas edições da revista, dado que as notas de aulas representavam uma sequência da anterior. Os conteúdos versavam entre o ensino do retângulo, seguido de linhas, sólidos geométricos, a começar pela esfera, hemisfério, cubo, cilindro, prisma retangular, área do paralelogramo, relação entre a circunferência e seu diâmetro e pirâmide.

Como já abordado no capítulo II, nestes artigos existia uma ordem no decorrer das orientações, desde os conteúdos que eram abordados, até a forma como ensiná-los que começava pela *observação por comparação* com centro nos materiais e passava por uma transição de considerar o ensino na *ação da criança*, mas sem ainda desprender-se do foco central nos materiais e nos direcionamentos do professor. Tais aspectos ganhavam destaques pelo fato de determinarem os rumos que as lições traçariam no decorrer das notas inseridas nas revistas.

Assim como realizado por Escobar (1923), o primeiro artigo dessa série estava relacionado ao estudo das figuras geométricas, em particular o retângulo. Nota-se que os discursos se aproximavam na consideração de elementos como o foco no estímulo da *observação por comparação*, analisar e abstrair as informações, e na adoção do conteúdo que foi do espaço para o plano, mas diferencia-se pela presença da *resolução de problemas* por meio de cálculos e conteúdos trabalhados na aritmética como contribuinte na síntese.

Apesar da presença dos *exercícios e problemas* para tratar de um conteúdo voltado para crianças menores, nesta orientação a posição ocupada pelo *problema* ainda pertencia ao professor, que o tomava como elemento para a conversa por meio de questionamento com a turma e direcionado a apenas um aluno e, também, estava voltado a estimular a imaginação das crianças.

As notas de aula da *Revista Escolar* (1925) apontaram para um importante elemento também já visto antes nas orientações de Escobar: a *sequência* que os conteúdos

foram adotados nas notas de aulas (retângulo, seguida de linhas, sólidos geométricos, a começar pela esfera, hemisfério, cubo, cilindro, prisma retangular, área do paralelogramo, relação entre a circunferência e seu diâmetro e pirâmide) davam *significados* também sobre o que era considerado por geometria, ou seja, como ela era caracterizada a época a partir da *graduação* sugerida.

Na aula de Escobar (1923) o conteúdo era adotado seguindo por processos de estímulo dos sentidos da criança para que fossem formados cidadãos aptos a conviver e trabalhar em sociedade, característica que ganha um novo entendimento na Revista Escolar. Nos artigos sobre geometria contidos nos exemplares desta revista, passava a ser considerado não somente o estímulo da *observação por comparação*, nem tão somente o uso de instrumentos, mas a relação com outros conteúdos matemáticos, em especial o vínculo com os saberes pertencentes à aritmética, assim como realizado por Escobar (1924, 1924a). Além disso, encontrava-se também uma transição nas propostas encerradas nos artigos. Inicialmente caberia ao professor estimular a *observação por comparação* para dedução e síntese das lições, mas conforme as crianças já adquiriam os conceitos iniciais da geometria, as definições passaram a ganhar um espaço que aplicava suas formas e elementos a termos do campo matemático. A geometria então caminhava por um processo de se fundamentar nela mesma, em seus próprios saberes.

Nesses direcionamentos entravam em cena alguns elementos constituintes da *graduação* para o ensino de geometria nesta série de artigos. As medidas (a olho nu e com uso de instrumentos) é um exemplo da transição que ocorreu na *graduação* do ensino de geometria nestas fontes.

Na condução realizada nos artigos de geometria da Revista Escolar que tomaram a *observação* como meio principal de circulação de ideias, identificou-se que os conteúdos da geometria foram abordados de acordo com a classe escolar que os recebeu. A *generalização* nessas notas de aula seguiu por dois caminhos: primeiro pela relação com o cotidiano do aluno, com o uso de materiais de apoio, especialmente para estimular a *observação por comparação* por meio de objetos, ilustrações e medidas a olho nu – sem uso de instrumentos, efetuado com crianças menores, geralmente para determinar a primeira aproximação do aluno com a geometria.

O segundo caminho estava relacionado à presença dos *exercícios e problemas* e medidas com uso de instrumento como uma função de adequar a geometria ao ambiente escolar, com a finalidade de aproximar-se do cotidiano do aluno, mas tecendo considerações da utilização de *problemas* que se ocupam de conceitos geométricos. Nesse

caso, tanto os *problemas* quanto a medida com uso de instrumentos constituíram *saberes para ensinar* geometria que caminham para a validação do alcance do conhecimento, como construtores da *graduação*.

As duas etapas identificadas diziam respeito ao conteúdo que já era conhecido pela criança. Pelas orientações deixadas nos discursos dos autores, a geometria possuía a finalidade de educar a criança de acordo com sua necessidade. Em séries iniciais a preocupação estava em criar uma aproximação do aluno com os conceitos geométricos, de modo que ele conhecesse do que se tratava, então as lições eram exploradas, em sua maioria, com uso de materiais e os conteúdos trabalhados com medidas por comparação, a olho nu. Realizava-se desenhos, ou era verbalizado em aula quais objetos tinham semelhanças, quais eram maiores, menores e assim em diante.

Fator que foi ganhando novas formas ao ser inserida a geometria em séries mais avançadas do curso primário. Começava a entrar em cena o cálculo de área de figuras geométricas e, junto dele, as medidas que antes eram realizadas pela *observação por comparação*, ganhavam a validação do uso do sistema métrico decimal por meio de régua e compasso – inicialmente à mão do professor – para ser considerado que, além da geometria estar presente em objetos cotidianos do aluno, era necessário que fossem realizadas medidas com uso de instrumentos para uma definição mais concreta da mesma.

Considerada como uma construção de aplicação prática, após os primeiros contatos das crianças com os conteúdos geométricos, os autores tinham um cuidado de apontar que a geometria precisava estar com as medidas bem definidas. Paralelo a isto, os *exercícios e problemas* também adentraram no cenário das orientações para o ensino de geometria, cumprindo o papel de verificação dos conceitos abordados. Antes o alcance dos conteúdos era realizado por meio de diálogos com a turma, neste momento posterior, os *problemas* constituíam um modo de verificação por meio da escrita.

Das treze notas de aula sobre geometria contidas na Revista Escolar, onze buscavam conceitualizar a geometria do curso primário pela *observação* como elemento estruturante do ensino. Esta *observação* possuía duas funções que variavam de acordo com a idade das crianças e as séries das turmas. Para as crianças menores o papel da *observação* pertencia a comparação, era o primeiro contato dos alunos com os temas da geometria, então a função era a de explorar os materiais de modo que, por meio deles, os conceitos geométricos pudessem ser abstraídos.

Já com relação às crianças maiores, a *observação* passou a compor um status de validação dos conceitos. Saiu de uma *observação por comparação*, para auxiliar na

construção de definições no uso de métodos como o ensino a partir de *problemas* cotidianos.

A maneira que o conteúdo foi adotado nessas aulas apontou para a construção da geometria à época e, por consequência, a *sequência interna* desses conteúdos e sua *graduação*, davam conta de uma nova caracterização da geometria, um novo saber que será melhor caracterizado posteriormente. Independente se a *observação* estava centralizada na comparação ou na construção de definições do campo matemático, a aula sempre era iniciada pelo diálogo, mesmo com propostas escolanovistas, a geometria tinha uma forma particular de se caracterizar no curso primário paulista, seus conteúdos alteravam-se de acordo com as necessidades da criança de estimular os seus sentidos, considerando que ela seria uma parte experimental da matemática, de fácil visualização e associação com elementos contidos em sala.

Era então realizada a adoção de um ensino, quando regido pela *observação por comparação* que se atentava ao caráter visual, ao ensino de elementos passíveis de serem verificados e comparados. A geometria foi adotada inicialmente com foco nos sentidos da criança, quando ocupava um terreno desconhecido pelos alunos, depois os conceitos com definições mais abstratas ganharam espaço. Daí, passava a ter a configuração de tomar os *problemas* e as situações cotidianas como elementos para o alcance de uma maior abstração de conceitos geométricos.

Para encerrar esta etapa da *observação por comparação* como um fio condutor para ensinar geometria, temos mais um artigo na revista pedagógica, de autoria de Clotilde Castilho de Andrade e o manual de Vicente Peixoto.

Andrade (1932) conduziu o ensino de linhas pelo que ela chamou de *exercícios* de dois tipos, orais e escritos. Nos *exercícios orais* as respostas das crianças deveriam ser realizadas tendo por centro a *observação*, então foi direcionado ao professor o uso de *problemas*. A noção de *observação por comparação* mais uma vez se apresentou no ensino de geometria, juntamente aos *problemas* para generalização da lição, em busca de demonstrar o alcance do conhecimento.

Estes *exercícios* foram realizados sob os comandos do professor. Os alunos realizavam traçados a mão livre e com uso de régua, apoiando-se nas medidas com uso de instrumento, e ao professor iria instigando que identificassem as diferenças nessas duas ações e como isso impactaria no trabalho realizado, já levando a criança a concluir por si só a necessidade de desenhos com medidas perfeitas em se tratando da matéria de Geometria no curso primário de São Paulo.



Assim como na proposta de Escobar (1924, 1924a), os aqui chamados por Andrade (1932) como *exercícios* serviam como auxiliares na construção dos conceitos geométricos, mas a finalidade desse ensino pertence a dois caminhos: o da *observação*, quando são realizados problemas orais, e uma *ação da criança* que se restringia ao registro de problemas escritos.

Discurso semelhante aos que foram aqui apresentados foi identificado no manual de Vicente Peixoto, o autor adotava o conceito de *observação por comparação* para trabalhar o estudo das formas geométricas. Primeiro apresentavam-se os conteúdos geométricos espaciais, a esfera, o cubo, o cilindro, e posteriormente foi sendo desenrolado o exercício de comparação dessas formas com objetos cotidianos, indicando um caráter visual para a geometria por meio da *observação por comparação* que passava a ser validada com o estímulo de desenhos a mão livre.

Com esses artigos apresentados até então, identifica-se que, em se tratando da adoção da *observação por comparação* como fio condutor de uma *graduação*, havia a participação de *saberes para ensinar* como desenho, uso dos problemas, ação centralizada no professor, comparação e generalização, medidas com instrumentos como forma de validação dos conceitos, acompanhada dos *problemas* de validação, todos elementos que compuseram uma *graduação* para o ensino de geometria que colocava o estímulo dos sentidos da criança como elemento estruturante no alcance do conhecimento.

### **3.2 – Caminhos para a sistematização de uma geometria do ensino: a ação da criança como fio condutor para o ensino**

Agora, trataremos sobre a geometria tendo a *ação da criança* como fio condutor. Assim como no tópico anterior, temos o quadro 5 que apresenta os autores, artigos, conteúdos e saberes utilizados nos discursos sobre como ensinar geometria no curso primário. Um primeiro diferencial que pode ser observado é que a geometria conduzida com centro na *ação da criança* apresenta-se em menor quantidade que na *observação por comparação*. Um outro elemento diz respeito às ferramentas utilizadas para o ensino. Saiu o processo de *observação por comparação* e entrou o agir para fixar os conceitos.

**Quadro 5 - Saberes para ensinar geometria a partir da ação da criança.**

Artigo	Autor	Conteúdo	Ferramentas para o ensino utilizadas
O ensino de geometria	P. Deodato de Moraes	---	Passos do ensino intuitivo
Trabalhos Manuais Como se faz uma tela de arame para galinheiro	Pedro Crescenti	Pentágonos	Manuseio de materiais; ideias e ação das crianças
Trabalhos Manuais Cartonagem	---	Sólidos geométricos	Manuseio de materiais; ideias e ação das crianças
Noções educativas de modelagem	Benedito Candido de Moraes	Sólidos geométricos	Manuseio de sólidos geométricos
Passeios escolares	José Ribero Escobar	Formas geométricas	Centro de interesses: Decroly; trabalhos manuais; medidas a olho nu; desenho.
Geometria Circunferencia	---	Circunferência	Uso de instrumentos; ação da criança; problemas.

FONTE: A autora (2021)

O primeiro autor do quadro 5, Moraes (1926), não elencou especificamente sobre qual conteúdo trabalhar a geometria, mas quais elementos eram por ele considerados como essenciais para trabalhar com essa matéria no curso primário. Para este autor, a geometria deveria ter uma finalidade para a prática, no sentido da ação do aluno.

Na minha vida magistral combati sempre o dessorado systema de se querer infiltrar conhecimentos geometricos atraves duma enfadonha collecção de sólidos, que as crianças manejam com indiferença ou horror, e umas figuras no quadro preto cuja applicação jámais encontram na vida quotidiana (MORAES, 1926, p. 11).

Para Moraes (1926) era essencial que fosse apontada a importância do “esquadro na construção de caixas, bancos, mesas, carros, navios, no traçado de paralelas e perpendiculares, na aplicação, enfim de mil e uma questões geométricas” (MORAES, 1926, p. 12), afinal de contas “aprendi geometria assim; ou, antes, me ensinaram assim, e eu só vim compreender esse conjunto de admiráveis conhecimentos quando me fiz homem e já possuía um diploma de escola superior” (MORAES, 1926, p. 11). A consideração de um ensino pautado pela *ação da criança*, observação da vida e relação com o cotidiano fez parte da orientação de Moraes (1926) e das demais que seguem. Para este autor, não havia matéria que fosse mais prática que a Geometria, a mesma poderia

ser trabalhada com carpintaria, brinquedos das crianças, mesas, canteiros, plantas e demais objetos que estivessem à disposição da turma e do professor. Posteriormente é apresentado de que maneira os autores que trataram da geometria como foco na *ação da criança* tinham essa mesma proposta.

Uma nova configuração foi dada a geometria quando a *ação da criança* passou a compor uma maior evidência no rol de constituição da *graduação*. Antes considerava-se que a criança deveria ser estimulada por meio dos sentidos, em especial da visão. Posteriormente entrou em cena um forte aliado da *ação da criança*: a consideração da geometria como uma ciência da prática do manuseio.

Sobre essa prática, um importante elemento no trabalho geométrico por meio da *ação da criança* foi a adoção dos trabalhos manuais. Nessa linha, Pedro Crescenti (1927) ao apresentar uma aula sobre como fazer uma tela de arame para construir um galinheiro, adotou conceitos e definições geométricas em aplicação na atividade prática para a vida do aluno.

Crescenti (1927) expôs uma geometria como ferramenta para o ensino de trabalhos manuais, com a finalidade de estimular na criança a destreza das mãos, a exatidão nas medidas e formas geométricas, sem ocupar-se disso como um conteúdo do curso primário, mas como elemento prático utilitário.

Uma característica da *graduação* dessa geometria guiada pela *ação da criança* como fio condutor é que ela se apresentou totalmente relacionada ao aluno. Anteriormente foi apresentado o ensino de uma geometria a partir do uso de objetos, mas estimulando a *observação por comparação*, então o professor deveria centralizar o ensino na visualização dos materiais, era a partir dos objetos que os conteúdos eram trabalhados.

No caso da orientação de Crescenti (1927), de Moraes (1926) e das demais que tomaram a *ação da criança*, os objetos, a observação, a comparação, todos esses elementos continuavam sendo explorados, porém não possuíam um foco central, este era direcionado pelo interesse da criança e mediante a forma que ela aprendia.

Os autores que tomaram a *ação da criança* como fio condutor para o estudo da geometria a consideravam, em sua maioria, como a *ciência das formas* e, por ser assim, havia uma mudança na *graduação* anteriormente caracterizada.

Enquanto por meio da *observação por comparação* havia uma proposta de educar o espírito como forma de preparar a criança para as atividades realizadas em contexto social, quando a *ação da criança* entrou no cenário dos direcionamentos para o ensino de geometria, aconteceu o inverso.

A *graduação* do ensino de geometria por meio da *ação* tomava a geometria como um elemento já pertencente ao contexto social da criança, seguindo de acordo com a concepção escolanovista de considerar a escola como uma miniatura da sociedade.

Os trabalhos manuais representavam um importante elemento na construção da participação da criança em aula por meio da *ação* e na caracterização de uma *graduação* que tomava a geometria como uma prática do manuseio. O uso de materiais, de madeiras, arames não eram vistos como construtores do conteúdo, eles não participam da lição como um *saber para ensinar*, mas como uma ferramenta de apoio para este saber, que estava centralizado no estímulo da construção pela criança. Considerava-se então que os próprios conteúdos da geometria já eram estruturantes no contexto em sociedade, a relação feita nas aulas estava condicionada a estimular a criança a conseguir realizar esta relação.

Neste sentido, no ensino do trabalho manual notou-se o estímulo da *ação da criança* como principal ferramenta. Logo, considera-se que os trabalhos manuais convergiam para uma mesma ideia de trabalho do professor: colocar a *ação da criança* como central no processo de aprendizagem, então os elementos de observar, comparar, analisar e generalizar mantinham-se presentes nas lições nesse formato, mas conduzidas pela própria criança e sua percepção.

Com relação aos *exercícios e problemas* que foram adotados na seção de *observação*, estes também apareceram quando a *ação da criança* estava posta como fio condutor, porém com finalidades diferentes das que foram apresentadas antes.

Os *exercícios e problemas* guiados pela *observação* eram chamados de *problemas*. Os autores consideraram o termo *exercício* e estes apareceram durante toda a lição, com a finalidade de apresentar o conteúdo dos sólidos geométricos para a criança.

Além disso, a *graduação* da geometria guiada pela *ação da criança* estava direcionada para crianças menores, alunos que estavam ganhando seus primeiros contatos com a geometria e construindo, por meio dos *exercícios* de trabalhos manuais, os sólidos que estavam estudando e, enquanto realizavam a cartonagem, tinham também contatos com os elementos que compõem tais objetos, como linhas, figuras geométricas planas etc.

Já com as crianças maiores, os trabalhos manuais na *ação da criança* na geometria estavam destinados ao ofício dela em atividades cotidianas, como por exemplo construir um galinheiro. Logo, considera-se que a *graduação* da geometria pela *ação* estava diretamente relacionada aos trabalhos manuais da criança e caracterizava uma geometria prática movida pela arte do fazer.

A *observação por comparação* e a *ação da criança* atuaram então como estruturantes no processo de produção de uma *graduação* para ensinar geometria. Quando guiada pela *ação da criança*, a geometria passava a ser composta por meio de comparação, medidas (a olho nu e com uso de instrumentos), trabalhos manuais e desenho que ganharam *status* de saber e participaram na construção de um novo significado dado a geometria: parte prática da matemática, que tinha seus conteúdos diretamente relacionado com o cotidiano.

Uma outra importante ferramenta para o ensino de geometria foi a utilização de centros de interesse que, como já visto, representavam uma linha do movimento pedagógico da Escola Nova. Quem o utilizou para a geometria foi Escobar (1932) com a proposta de passeios escolares.

A aula conduzida em um passeio escolar utilizou de ferramentas como trabalhos manuais com cartonagem para instigar os conceitos por meio das construções, a educação das mãos das crianças e representou a forma de alcance do conhecimento desta aula que conceituava a noção de sólidos e figuras geométricas. Além da cartonagem, as medidas também possuíam um importante papel na validação dos conceitos geométricos, por meio delas era trabalhada a necessidade da exatidão dos conceitos geométricos nas construções manuais.

A relação da geometria com uma aula guiada pela metodologia dos centros de interesse guiou para a consideração da geometria como uma ciência das formas. Escobar (1932) trouxe direcionamentos que buscava relações do cotidiano como forma de reconhecer os conteúdos no cotidiano (na natureza ou em objetos), como tocar em laranjas e ver que seu formato dizia respeito a uma esfera, as linhas de um trem também possuíam relação com a geometria e assim sucessivamente, indicando que a mesma poderia ser considerada como a parte da matemática de melhor associação com formas materiais.

Consentindo com a proposta de um ensino prático no sentido de ter as atividades da criança como elemento estruturante no processo de ensino de geometria, em suas obras Santos (1953, 1960) conduziu o que nesta pesquisa tem sido considerado por ensino de geometria com centro na *ação da criança*. Fazendo uso de elementos como trabalhos manuais e medidas com uso de instrumentos – ao alcance dos alunos – este autor propôs um ensino que estivesse relacionado a vivência das crianças, que aproximasse do que para ela era conhecido de modo a ter na escola uma preparação para atividades que seriam exercidas posteriormente, em situações de comunidade. Neste caso, a *ação da criança* e seus interesses em sala de aula estavam condicionados a preparar para a vida.

Considera-se então que se tratando da *ação da criança* como produtora de *saberes para ensinar* geometria, o ensino tinha por centro a criança e como ela aprendia. Tem-se então uma condução que colocou em circulação uma *ação da criança* para *observar e agir* em sociedade.

### **3.3 – Breves considerações sobre os elementos constituintes para a caracterização da geometria do ensino**

Neste capítulo foi posto em circulação que o rol de saberes que compôs as orientações para ensinar geometria seguiam por duas vertentes: a *observação* e a *ação* como fios condutores para o ensino.

Os elementos compostos da *sequência interna*, *graduação*, *significado e exercícios e problemas* apresentavam-se como constituintes da *observação* e da *ação* por meio de materiais e objetos de ensino, processo de comparação e análise, generalização, os trabalhos manuais, desenhos, ilustrações e medidas (a olho nu e com uso de instrumentos).

De posse desses saberes, nota-se que as concepções sobre como as crianças aprendiam mudaram ao longo das orientações. Tais mudanças caminharam em consonância com a idade que os alunos tinham, em quais séries eles estavam, então “o processo de ensino precisa acompanhar o desenvolvimento infantil, que tem sua própria lógica até que a criança se torne adulto” (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021, p. 82).

Neste sentido, os conteúdos adotados nas orientações para o ensino de geometria possuíam uma *sequência interna* e uma *graduação* em comum: partir sempre do todo para as partes. Dos sólidos para as figuras geométricas, das figuras para seus componentes como linhas, ângulos, pontos.

O *significado* atribuído aos conteúdos geométricos estava relacionado ao próprio entendimento conferido a geometria que, parafraseando Santos (1953, 1960), era tida como a *ciência das formas* e, como tal, deveria ser guiada à luz da prática, seja a prática de *observação* ou prática de *ação* que serão discutidos mais profundamente no capítulo 4.

Nesse sentido, de conceder à geometria *significado* de uma ciência das formas conduzida pelas práticas, no plural, havia então diferentes estruturas de *graduação* do ensino, no que diz respeito a como conduzir o ensino do todo para as partes, que foi afetada seja pela prática da *observação* ou pela prática da *ação*.

Quando configurada pela prática da *observação*, a *graduação* estava relacionada a levar a criança a observar, comparar, analisar e abstrair as formas geométricas. Os materiais eram os principais vetores como constituintes da *graduação* do ensino de geometria, pois representavam um primeiro contato do aluno com o tema, então quanto maior a visualização, melhor, pois estimulava suas faculdades mentais.

Com as crianças maiores, ainda na *observação* como fio condutor, a *graduação* ganhou um outro aliado, os *exercícios e problemas*. Esta articulação atuou na explicitação de definições e relação com o cotidiano da criança e aplicação dos conceitos para a vida em sociedade.

É possível dizer que a proposta de articular os temas da geometria com a vida em sociedade foi o principal foco do exercício da *graduação* que possuía a *ação* como fio condutor para o ensino de geometria. Ao considerar que a criança tinha um modo especial de aprender, o centro deixava de estar no professor e passava a compor um diálogo na sala que levava em conta os interesses dos alunos.

Trabalhos manuais, desenhos e medidas (a olho nu e com uso de instrumentos) passaram a ser elementos da *graduação* geometria que agora além de buscar observar, comparar, analisar e abstrair, também se interessava pelo agir.

Considera-se, então, que elementos como a adoção dos conteúdos geométricos, a *observação*, comparação e *ação* participaram da educação dos sentidos da criança como uma forma de tornar a aprendizagem aplicável à vida em sociedade, o que levou a uma mudança na geometria do curso primário, na composição de seus saberes.

A consideração de um ensino pautado pela *ação*, *observação* da vida e relação com o cotidiano levaram a considerar que os processos de constituição da geometria conduzida pela *observação* e pela *ação* articularam-se por meio de princípios constitutivos que passam a compor uma *geometria prática visual* que será discutida a seguir.

## CAPÍTULO IV - CARACTERIZAÇÃO DE UMA *GEOMETRIA DO ENSINO* NO CURSO PRIMÁRIO PAULISTA (1920-1960)

---

Esta tese está estruturada em três passos metodológicos construídos por Valente (2018), recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos docentes e sistematização e uso de conhecimentos como saber. Chegou o momento da sistematização do saber, de organizar as ideias que mais circularam nas orientações para o ensino de geometria, em busca de direcionamentos comuns, que se constituem como elementos importantes na discussão de uma geometria objetivada no período de 1920 a 1960. Busca-se, assim, a caracterização de uma *geometria do ensino* primário em tempos escolanovistas nas revistas e manuais paulistas direcionados a professores do curso primário.

### 4.1 – Uma *geometria do ensino* do curso primário de São Paulo

Nos capítulos anteriores foi realizada uma recompilação e uma análise comparativa dos manuais e artigos de revistas pedagógicas, que nos apontaram os saberes que determinaram as orientações para o ensino de geometria no curso primário e a formação dos professores desse segmento. A geometria perpassou por dois principais componentes: a *observação por comparação* e a *ação da criança* teciam fios de condução nos discursos elaborados por agentes que compunham o seio escolar à época, dentre eles professores, diretores, inspetores, pessoas que estavam inseridas na ambiência da cultura escolar e atuavam nas transformações desta.

Assim, caracterizar uma *geometria do ensino* está condicionado a analisar o saber que relaciona a formação do professor e seu exercício docente, examinando “[...] as relações estabelecidas num dado tempo entre o campo disciplinar matemático, o campo disciplinar das ciências da educação e o campo profissional da docência em matemática” (VALENTE, 2021, p.167), a identificar um saber institucionalizado, saber este que pertencia ao espaço temporal de 1920 a 1960 e carregava consigo as finalidades que eram atribuídas à geometria naquele período ao considerar ser “[...] um dado histórico a presença dos saberes na atividade do ensino” (VALENTE, 2021, p. 166).

No seio desta busca, a *observação por comparação* e a *ação da criança* atuaram como elementos que sedimentaram um movimento indicativo de como o ensino seguiria



atendendo às necessidades da cultura escolar no período estabelecido, uma *graduação* que seguiria em concordância com as necessidades escolares.

*Quais as características da geometria que integra a matemática do ensino no período de 1920 a 1960 em São Paulo?* Foi a questão que guiou esta tese. Diante do que já foi dito até aqui, de posse dos elementos que tomaram os discursos proferidos para a formação de professores e o ensino no curso primário realizados nos capítulos anteriores, bem como as problematizações teóricas aqui apresentadas sobre a geometria formada pelos aspectos construídos por sujeitos imersos na ambiência da cultura escolar nessa relação da formação de professores e do ensino, tal questão guia para a caracterização de uma *geometria do ensino* no período estudado.

Assim como já considerado por Moraes, Bertini e Valente (2021) ao representar a *matemática do ensino* de frações, o processo de caracterização de elementos de uma *geometria do ensino* vem sendo apresentado em linhas anteriores e indica que esta constitui-se em articulação entre uma matemática vinda da formação de professores e a matemática presente no exercício da docência.

Diferente do que fora construído por Moraes, Bertini e Valente (2021), a apropriação realizada da *matemática do ensino* para construir uma *geometria do ensino* nas fontes selecionadas para esta tese não considerou explicitamente os quatro elementos por eles indicados: *sequência*, *significado*, *graduação* e *exercícios e problemas*. Ao tratar sobre artigos de revistas pedagógicas e manuais destinados a formação de professores, não foi possível identificar explicitamente as *sequências* de conteúdos consideradas pelos autores, restando, a partir de uma apropriação, caracterizar a *geometria do ensino* a partir do que foi considerado como uma *sequência interna* dos conteúdos apresentados em cada um dos manuais e artigos contidos nos exemplares das revistas pedagógicas, dando conta que por vezes foi possível tecer alguns comentários sobre a ordem que os conteúdos deveriam ser abordados, trazendo – ou não – alguns conceitos que serviriam de pré-requisito para os demais, além da *graduação*, *significado* e presença e função dos *exercícios e problemas*.

Dessa forma, organizar as ideias que mais circularam sobre o que o professor precisava saber para ensinar geometria considerando a articulação entre ensino e formação, requer que sejam compreendidas e apontadas as transformações sofridas pela *sequência interna*, *graduação*, *significado* e *exercícios e problemas* ao longo das orientações. Posto isso, foi abandonada a apresentação por autores, como fora feita nos capítulos anteriores, passando a utilizar, a partir da recompilação e análise comparativa,

o que ficou em comum nos discursos destinados ao professor que ensinava geometria e assim construir a sistematização de um saber, da *geometria do ensino*. Em outras palavras, neste capítulo é apresentada uma análise do que foi estável durante este período, passível de uso em qualquer contexto do processo histórico construído pela forma escolar.

#### 4.2 – A geometria do ensino movida pelas artes de observar e agir

Na análise sobre os saberes que compõem os aspectos relacionados ao ensino e a formação de professores do curso primário, foi apontado que uma opção teórica de pesquisadores vinculados ao GHEMAT está na consideração de que a matemática não é invariante. Esta, por sua vez, em cada tempo histórico sofre alterações vindas dos discursos proferidos em espaços pertencentes a discussões dos construtores de uma cultura escolar. Alterações que, no que lhe concerne, são realizadas para atender a uma demanda própria daquele espaço temporal e geográfico.

Tais alterações ocorreram, também, em se tratando da geometria presente nas orientações para o curso primário de São Paulo no período de 1920 a 1960. No quadro 6 consta o rol de conteúdos que formaram as orientações para os docentes, bem como o modo pelo qual eles se apresentavam: se seguiam por orientações que priorizavam a *observação por comparação* ou a *ação da criança*. Estes elementos, como serão apontados posteriormente, indicavam que a ordem que os conteúdos apareciam e a maneira pela qual eles eram adotados constituíram espaços de produção de saberes que modificaram a forma como a matemática era vista à época.

**Quadro 6** - Conteúdos geométricos presentes nas orientações para o ensino

Fios condutores	Conteúdos
<i>Observação por comparação</i>	<p>→ Figuras geométricas e seus elementos:</p> <p>Retângulo; Linhas; Triângulo; Área e superfície; Área de figuras planas; circunferência.</p>
	<p>→ Sólidos geométricos:</p> <p>Esfera; Hemisfério; Pirâmide; Cubo; Cilindro.</p>

<i>Ação da criança</i>	<p>→ Figuras geométricas e seus elementos:</p> <p>Pentágonos;  Circunferência;  Área de figuras planas;  Linhas;  A soma dos ângulos internos de um triângulo;  Área do retângulo;  Área do paralelogramo;  Relação entre circunferência e seu diâmetro.</p>
	<p>→ Sólidos geométricos:</p> <p>prisma retangular;  cubo;  prisma;  pirâmide;  cilindro;  cone;  esfera.</p>

**Fonte:** A autora (2021)

As narrativas construídas nos capítulos II e III levam a considerar que “[...] está posta a premissa de que o papel da escola é o da transmissão dos saberes do campo disciplinar. Neste caso, do campo disciplinar matemático” (VALENTE, 2021, p. 168), revelando-se como um meio de passagem dos saberes vindos do campo disciplinar matemático para o ambiente escolar. Mas não de qualquer maneira, considera-se que o papel da escola, em se tratando das orientações para o ensino de geometria, era o de não somente transformar os saberes do campo disciplinar matemático, mas de construir seus próprios saberes a partir dos elementos presentes na cultura escolar.

A produção dos saberes concernentes à geometria era realizada de modo que, a partir dos saberes vindos das ciências da educação e da prática pedagógica, a geometria fosse construída como um saber pertencente ao espaço das discussões concernentes aos agentes da cultura escolar naquela época, formado pela articulação entre aspectos vindos da formação de professores e do ensino, passível de usos. Tal produção coloca em cena a *geometria do ensino*.

No quadro 6 estão contidos elementos que levaram a constituição de uma *geometria do ensino* posta em circulação em meados de 1920 a 1960 no curso primário paulista. Os conteúdos geométricos estavam relacionados às figuras e sólidos geométricos e ambos apareciam tanto quando o foco estava na *observação por comparação*, como na *ação da criança*. A forma como cada um desses conteúdos foram inseridos no ambiente

escolar aponta que cabia à escola “[...] a tarefa de organização do saber matemático, em seus elementos, para que ele possa ser transmitido aos alunos” (VALENTE, 2021, p. 168).

Os direcionamentos da geometria guiada pela *observação por comparação* datam os anos de 1923 a 1958 e os da *ação da criança* de 1926 a 1960. A cada um caberia uma função, mas algo em comum versava tais direcionamentos: o *significado* da geometria, atribuída como uma ciência das formas, como a parte da matemática que poderia ser considerada como *prática*. O que era considerada esta *geometria prática* nos dois direcionamentos – da geometria guiada pela *observação por comparação* e por *ação da criança* – serão tratados nas linhas que seguem.

Como já mencionado, os agentes envolvidos na ambiência da cultura escolar produziam elementos que se constituíam como saberes a partir das necessidades de determinadas épocas. Aos aspectos pertencentes à cultura escolar, então, caberia a função de direcionar o professor que ensinava geometria no curso primário a tarefa de organizar os saberes vindos da geometria de modo que pudesse ser transmitido aos alunos em uma linguagem que caberia para seu entendimento. Considera-se então uma geometria que tomava os saberes do campo disciplinar matemático, porém, ao ser inserida no seio escolar, sofria modificações a ponto de ter um novo status: uma geometria transformada pelos agentes da cultura escolar. E que geometria era esta?

A geometria estava relacionada a aspectos de conteúdos vindos dos sólidos e figuras geométricas, suas formas e as relações de seus componentes. Porém, esta geometria sofreu modificações ao longo do período estudado, tais modificações tinham por característica a necessidade de reconhecimento de como o aluno aprendia, então o ensino deveria seguir em concordância com o desenvolvimento da criança, seja guiado pela *observação por comparação* ou pela *ação da criança*.

Na condução da geometria guiada pela *observação por comparação*, a característica posta estava relacionada com o estímulo da percepção das crianças, um ensino guiado pelos sentidos, em especial a visão. Os conteúdos eram então abordados de modo que fossem construídos por meio de uma *observação por comparação*, qual caberia o papel de tomar os conteúdos e as ferramentas para o ensino de geometria e estimular o alcance do conhecimento por meio do exercício visual das crianças, mas não de qualquer maneira, sendo realizada por intermédio de uma observação que comparava e associava os conceitos com aspectos de fácil visualização dos alunos.

As orientações giravam em torno de “[...] seguir sempre o methodo pratico e intuitivo. Não importa que o aluno guarde ou não o nome do sólido, das suas superficies

etc., com tanto que grave a fôrma, que possa distinguil-o de objectos semelhantes” (REVISTA ESCOLAR, 1925, p. 14), isto levando em conta que os autores consideravam ser por meio dos sentidos que as informações chegavam ao cérebro e se alcançava o conhecimento ou juízo, assim por eles chamado.

As primeiras noções geométricas trabalhadas sob a lente da *observação por comparação* referiam-se ao estudo partindo dos sólidos geométricos, uma espécie de alfabetização geométrica. Em seus primeiros contatos com a criança, a geometria então tinha um *significado* de servir como algo que pudesse ser visto na natureza, de fácil identificação. Não importava se as definições estavam ou não sendo bem estabelecidas matematicamente falando, os conceitos geométricos eram determinados recorrendo a uma *observação por comparação*. Se era possível estabelecer semelhanças entre o que via e o que era trabalhado em sala de aula, então estava posta a geometria esperada.

Havia então uma geometria com uma *graduação* associada a uma *seqüência interna* organizada do todo para as partes e relacionada às ilustrações geométricas presentes em materiais utilizados no ensino. Esta geometria colocava em circulação elementos de uma *graduação* que levava em consideração o papel do professor como o principal agente no controle de construção e avaliação de aprendizagem. Havia então, inicialmente, a proposta de uma *geometria prática do ensino*, onde o prático representava aquilo que pelas crianças pudesse ser visualizado e comparado.

Passados os primeiros contatos das crianças com os conteúdos geométricos – que geralmente iniciava-se com a apresentação dos sólidos geométricos, comparação com objetos contidos em sala e partia para seus componentes –, entrava em cena um outro elemento no ensino de geometria: as ilustrações. Juntamente com os sólidos geométricos, as ilustrações tinham por função auxiliar a criança no processo de comparar o que estava sendo visualizado.

Por exemplo, tomava-se um sólido geométrico, um paralelepípedo, observava-se algumas características como formato, cor, tamanho, espessura e partia-se para o estudo das formas de suas faces. No exercício de identificar sobre o que se tratava a figura geométrica retângulo, uma das faces do paralelepípedo era tomada como exemplo, ilustrada na lousa por um aluno ou pelo professor, e aos demais caberia o exercício visual de identificar seus elementos a partir de uma série de questionamentos realizados pelo docente. A geometria passava então a compor um novo elemento para o seu ensino, as ilustrações, mas ainda seguia partindo do todo para as partes, bem como com o exercício da *observação por comparação*.

Paralelo ao exercício das ilustrações, entravam em cena as medidas, por vezes a olho nu, mas também ganhando espaço as medições com uso de instrumentos - régua, compasso, transferidor - e um certo exercício das crianças que solicitava sua *ação* em sala de aula a partir da prática do desenho. Assim como em recomendações intuitivas vindas de Pestalozzi (FERREIRA, 2017), a *geometria do ensino* começava a considerar que a *prática* passaria a compor a visão e a *ação da criança*, limitada a efetuar desenhos de repetição de acordo com os comandos do professor, levando em consideração que o ensino de geometria “[...] deve sêr iniciado pêlo que se pode ver e examinar” (SOUZA, 1925, p. 26).

Apesar de notar-se uma breve introdução da *ação da criança* nas lições de geometria, esta estava condicionada à reprodução dos comandos do professor, o aluno ainda não possuía uma certa autonomia de modo que suas ideias e as coisas que por ele já eram conhecidas pudessem ser levadas em conta como forma de alcance do conhecimento. Fato que seguiu durante todo o direcionamento da *geometria do ensino* guiada pela *observação por comparação*.

Uma outra característica da *geometria do ensino* guiada pela *observação por comparação* está condicionada a presença dos *exercícios e problemas*. Estes, por sua vez, passavam por dois momentos nos direcionamentos das orientações. Quando destinados às crianças menores, a proposta de *exercícios e problemas* estava relacionada a atividades orais de respostas às questões colocadas pelo professor e discussões tendo em vista as atividades de ilustrações. Outro tipo de tarefa era direcionado às crianças maiores, pertencentes “[...] a classes superiores onde os alumnos, dados seus conhecimentos arithmeticos, estão aptos para fazer os calculos necessarios á avaliação de áreas, volumes, etc.” (REVISTA ESCOLAR, 1925b, p. 08), os *exercícios e problemas* passavam a compor etapas escritas, apareciam nas lições cujos conteúdos estavam em um momento mais avançados, com alunos de turmas maiores e que já possuíam um certo conhecimento de saberes da geometria e da aritmética.

Os *problemas*, quando direcionados a crianças maiores e por meio da escrita, em sua grande maioria, estavam acompanhados de saberes da aritmética, destinados a aplicação de situações conhecidas pelos alunos ou de sua vivência, construindo uma relação entre as atividades cotidianas e convívio social da criança, com os conteúdos geométricos, geralmente relacionados ao cálculo de área de figuras planas.

Tais *problemas* obedeciam a algumas tipologias, como as descritas por Escobar: problema gráfico, problema escrito, problema sem número, problema mental, problema

imaginado pelos alunos e problema da vida real. Todos eram utilizados como modo de aproximação com a criança, com o objetivo de educá-las para atividades além da escola, para práticas da sociedade, “[...] a resolução de problemas praticos á vida da criança, em ves de questões abstractas, dará no ensino da Geometria uma feição mais util e mais attraente” (REVISTA ESCOLAR, 1926, p. 11).

Logo, os *exercícios e problemas* constituíam, também, como construtores de uma *graduação* para o ensino de geometria, sua forma escrita passou a ser característica das orientações para o ensino pertencente ao período de maior circulação de ideias da Escola Nova no Brasil dado que, no levantamento das pesquisas apresentado no capítulo I, não foi identificada uma recorrência da presença dos *problemas* em se tratando de orientações para o ensino de geometria, em especial a períodos anteriores ao estudado nesta tese. D’Esquivel (2019) foi um dos poucos pesquisadores que apontou a presença dos *exercícios e problemas* em termos de direcionamentos da geometria e o apontou como um elemento de mudança do saber profissional, dado que suas transformações recorreriam do professor “[...] um saber cada vez mais específico para o ensino de geometria” (D’ESQUIVEL, 2019, p. 101).

A presença dos *problemas* e seus mais variados tipos aponta os primeiros passos de uma nova concepção da geometria à época. Uma transição que direcionava os discursos educacionais a saírem da condução do professor por meio de questões orais, do uso de materiais, ilustrações e desenhos como meios para uma *observação por comparação*, em um ensino estimulado pelos sentidos da criança, para conceber um ensino que tivesse foco na relação dos saberes escolares com atividades cotidianas, isso direcionado pela presença da aritmética e uma primeira transição entre os aspectos relacionados ao ensino pela *observação por comparação*, passando a *ação da criança* a começar a ganhar espaço nas lições.

Antes a geometria conduzida na *observação por comparação* estava relacionada ao que Fortaleza (2021) considerou como uma *geometria para ensinar intuitiva*, ao ponderar

[...] a marcha de ensino que empregamos na sistematização também condensa saberes profissionais, pois não é uma ordem aleatória ou disciplinar que estrutura o ensino de geometria, mas uma sequência determinada por princípios pedagógicos que estabelecem que o que é mais fácil para o aluno aprender é o que exige um exercício de abstração mais simples, sendo os objetos de ensino graduados numa marcha crescente do grau de abstração das formas geométricas: formas espaciais, formas planas, linhas e ponto. Assim, essa marcha representa saberes que designam que o trabalho pedagógico do professor deve

proceder do fácil - o que é mais simples para o aluno aprender, para o difícil; do conhecido para o desconhecido; do concreto para o abstrato. Isso nos leva a refletir sobre os processos de apresentação e generalização. (FORTALEZA, 2021, p. 177).

O excerto de Fortaleza (2021) leva a considerar que não aconteceram mudanças significativas na *geometria para ensinar intuitiva* por ela caracterizada e os aspectos relacionados a *geometria do ensino* conduzida pela *observação por comparação* que foram identificados nos discursos proferidos para o ensino de geometria pertencentes a um período posterior. Os elementos da marcha do ensino, que foi do todo para as partes, da articulação entre *seqüência(s) interna(s)* e *graduação(ões)* que tomavam a geometria dos sólidos para as figuras geométricas e seus componentes, tendem a conduzir uma consideração de orientação para o ensino que seguia do conhecido para o desconhecido do aluno e ganhou espaço nas orientações em período escolanovistas.

Ademais, cabe considerar que Fortaleza (2021) traz uma relação da geometria espacial para a plana como indo do todo para as partes, do concreto para o abstrato. Fator que ocorre também nas lições aqui analisadas. Apesar das fontes não apresentarem sobre geometria plana e espacial, a consideração do concreto em termos do ensino de geometria de 1920 a 1960 estava relacionada às formas geométricas, ao ensino guiado pela *observação por comparação* indo do concreto, com uso de materiais, para o abstrato com a chegada dos *exercícios e problemas* tomando saberes vindos da aritmética nas orientações no tratamento do ensino dos sólidos e figuras geométricas. Neste caso o uso de materiais, a prática do professor realizar perguntas e respostas, a presença das ilustrações e desenhos concebiam a parte concreta da geometria, enquanto o uso dos *problemas* representava um caminho em busca do abstrato.

Nessa relação merece destaque o papel do que era *prático* para geometria que, nesse período, referia-se ao que a criança conseguia visualizar e relacionar com objetos em seu cotidiano, o *prático* das orientações guiadas pela *observação por comparação* dizia respeito então ao exercício da visão, conduzindo para uma por meio de artes da visualização.

Tais constatações começam a sofrer modificações com a chegada de novos componentes nos discursos com orientações ao professor que ensinava geometria. A geometria guiada pela *observação por comparação*, em termos do uso de *exercícios e problemas*, ia abrindo espaço para uma nova concepção da *prática*, que agora se relacionava ao exercício de aproximar a escola do cotidiano do aluno. “A resolução de



problemas praticos á vida da criança, em vez de questões abstractas, dará ao ensino da Geometria uma feição mais util e mais attraente” (REVISTA ESCOLAR, 1926, p. 11).

A utilidade dos *problemas* estava na relação dos conteúdos com aspectos que pudessem preparar a criança para a vida além da escola, seguindo com ideais dos princípios escolanovistas, a consideração de que a escola deveria seguir o mesmo processo de desenvolvimento da sociedade, “[...] de instituição que prepara para a vida, fornecendo instrução que poderá ser utilizada fora dela, a escola precisa se tornar a própria vida cotidiana dos alunos” (MORAIS, BERTINI E VALENTE, 2021, p. 72).

No seio das orientações para o ensino de geometria, os *problemas* foram indicados em dois espaços, como abertura da aula, sendo uma “historieta para despertar o interesse” (ESCOBAR, 1924, p. 255) e ao final da lição, sendo o meio de comprovação do alcance do conhecimento, este último com maior recorrência. Em ambos os espaços – no começo ou final da lição –, os *problemas* tinham a mesma finalidade, de servir como um entremeio da escola com a sociedade.

Porém, algumas características são postas na relação conteúdos geométricos e uso dos *problemas*. Os *problemas* representavam tanto o concreto quanto o abstrato em termos da *gradação* do ensino de geometria. Concreto no sentido da abordagem dos conceitos, apontando que a geometria por si só possuía maneiras de se relacionar com contextos da sociedade, e abstrato no que diz respeito ao que o aluno já conhecia sobre os conteúdos de geometria e que pudessem ser aplicados na resolução dos *exercícios*.

Os *problemas*, tanto quando guiados por processos que levava ao concreto, quanto ao abstrato, traziam aspectos de vinculação da escola com a sociedade. No entanto, a geometria que era colocada nestes problemas, geralmente relacionada ao cálculo de áreas de figuras planas, não tinha um fundamento nos aspectos da sociedade. Não era o contexto social que configurava os conceitos, mas o conteúdo que se mostrava como aplicável a situações cotidianas.

Quando adotados no início das lições, os *problemas* traziam relações mais diretas com contextos sociais, com o concreto, na intenção de despertar o interesse das crianças a partir de conhecimentos prévios. Já ao final das lições, os aspectos sociais serviam de base, de exemplos para contextualizar as questões que colocava a criança a refletir nas relações vindas da aritmética, do sistema métrico decimal, com a geometria.

Foi a partir da identificação do uso dos *problemas*, em especial àqueles que sua maioria estavam direcionados a crianças maiores, que já possuía um certo nível de abstração dos conteúdos geométricos, que entrou em cena um novo cenário nas

orientações para o ensino de geometria, cenário este guiado por um novo elemento que compôs as orientações: a *ação da criança* por meio do raciocínio e da validação de alcance do conhecimento em termos de escrita.

Enquanto anteriormente a geometria estava relacionada com o visual, com a *observação por comparação* servindo de intermediário para que ao comparar objetos as crianças fossem capazes de alcançar o conhecimento, nos direcionamentos pela *ação da criança* de modo a “[...] deixae a criança empregar sua actividade em construir praticamente applicando a lei psychologica: conhecer, fazendo e fazer, conhecendo” (REVISTA ESCOLAR, 1925, p. 08), o fazer ganhava centralidade nas lições, era a partir das atividades manuais que o conhecimento seria então adquirido.

Este novo posicionamento referente a geometria carregou consigo novos papéis do professor e do aluno, a *prática*, já tão discutida nas lições, passou a ter um significado de trazer para a geometria a utilidade de aplicação dos seus conceitos às atividades do cotidiano por meio de artes do manuseio do aluno.

A mudança na *geometria do ensino* que foi da *observação por comparação* para a *ação da criança* não foi realizada de imediato. Além disso, a *observação por comparação* não perdeu espaço nas orientações para o ensino de geometria, da mesma forma que foi possível identificar aspectos da *ação da criança* nas lições centralizadas na *observação por comparação*, o mesmo aconteceu na *ação da criança*. O que se alterou foi o papel do *prático* em termos de *significado* dado à geometria.

A geometria muitas vezes foi considerada como a parte mais visual da matemática, era carregada de saberes muito facilmente inseridos em materiais, ilustrações e gravuras, por isso os direcionamentos para seu ensino envolviam a prática da visualização. Mas tal consideração recebeu críticas em termos de como seria possível relacionar o que era visto e comparado em sala de aula, com o que era aplicado em diversas situações do cotidiano da criança.

Pergunte-se a um pequeno em que pensa aproveitar as noções de triangulos, sectores e áreas e elle ficará boquiaberto julgando que estamos brincando. E quando lhe mostrarmos um esquadro e lhe dissermos que é indispensável na construcção de caixas, bancos, mesas, carros, navios, no traçado de parallelas e perpendiculares, na applicação, enfim, de mil e uma questões geometricas, o pobrezinho sorrirá, como a duvidar de que tudo isso seja geometria. E’ que a geometria que lhe ensinaram foi aérea, illogica, incompreensivel (MORAES, 1926, p. 11-12)

A crítica expressa no excerto anterior apontou que a *geometria do ensino* que estava sendo guiada pela *ação da criança* conduziria professores e alunos a uma nova lógica, um novo trabalho pedagógico que levava em conta o experimental da criança.

Durante o processo, que saía de uma geometria guiada pela *observação por comparação* para a *ação da criança*, a *sequência interna* dos conteúdos continuava a estar relacionada com uma condução dos sólidos geométricos às figuras e seus componentes, conforme apontado no quadro 5. Uma observação com relação a isto é que, tanto na geometria da *observação por comparação*, quanto na da *ação da criança*, eram considerados os níveis a que as crianças pertenciam, se tinham ou não um contato anterior com a geometria e seus componentes.

A geometria continuava a seguir do plano para o espaço, dos sólidos para as faces, figuras, linhas, pontos, etc. Os direcionamentos consideravam a noção de que “[...] as definições geométricas não têm tanta importância como os exercícios práticos, que habilitam a criança a reconhecer as figuras. Vendo, cortando, verificando como é formada a área de uma figura, aprenderão a calcular essa área” (REVISTA ESCOLAR, 1926, p. 21).

Entrava em cena um importante componente para o ensino de geometria: o trabalho manual. Era a partir do fazer que a aquisição dos conhecimentos seria então efetivada, o *prático* ganhava um novo status: auxiliar de uma geometria pela arte do fazer.

Os conteúdos iam desde sólidos geométricos como cubos, prismas, pirâmides, até o estudo de áreas de figuras planas como paralelogramo e retângulos. As ideias das crianças passaram a compor o principal componente em termos de alcance do conhecimento nas lições.

A geometria tornava-se não somente a ciência das formas, como modelo do que poderiam ser bem visualizados nas lições do curso primário, ela ganhava o *status* de espaço de maior aproximação no elo entre escola e sociedade, seus direcionamentos estavam todos voltados a aplicação cotidiana e a maneira como o aluno aprendia.

A transição entre a *geometria do ensino* pela *observação por comparação* para a *ação da criança* colocou em cena diferentes modos de ensinar e aprender e, em paralelo, a concepção de uma nova geometria relacionada não somente a aspectos visuais, mas ao ato de agir que relacionava os saberes da geometria a conhecimentos da vida cotidiana.

As orientações levavam em conta uma *graduação* que “[...] o verdadeiro valor do ensino não pôde ser medido pela energia que despende o professor em falar, mas sim pela actividade despertada nos alunos” (REVISTA ESCOLAR, 1927, p. 21). Estas

atividades estavam inicialmente ligadas ao que era conhecido pela criança, as ideias dos alunos era então o primeiro ato de ação identificado nas orientações desprendidas.

Tais ideias não ficavam somente no campo da imaginação. A missão do professor estava composta em relacionar o que chegava em sala de aula, por meio de conversa com seus alunos, com os conteúdos geométricos.

A *geometria do ensino* por meio da *ação da criança* congregava saberes referente às atividades práticas, do manuseio. No exercício de conhecer sobre os sólidos geométricos, por exemplo, as conversas não estavam mais direcionadas a responder questionamentos feitos pelo professor, mas a junto a ele construir as noções desejadas.

A *graduação*, que fora construída em termos da *ação da criança* como guia para a geometria do curso primário, tomava as figuras geométricas e seus componentes, os apresentando explicitamente, e geralmente envolvendo algum *problema* nas lições e compondo uma relação estreita com o cotidiano do aluno em termos de exercícios para serem realizados nos ofícios da vida adulta, como por exemplo, “[...] quem viu o pedreiro levantando um muro? Que precaução elle toma ao assentar as pedras ou os tijolos? Que poderia acontecer si elle não fizesse uso do prumo?” (EDUCAÇÃO, 1931, p. 83). Tais questionamentos foram realizados em uma lição destinada ao estudo das linhas, que apareceu posteriormente ao professor ter apresentado dois tipos de *exercícios* por ele chamados de orais e escritos, conforme excerto a seguir

EXERCICIOS ORAES - Quantos linhas rectas em uma pagina de caderno? - Quantas linhas rectas formam as maiusculas I, N, M, X, H, V, W? - Na capa do livro de leitura, numa das suas paginas ou num trecho escripto no quadro, dizer as maiusculas que apresentam linhas curvas.

EXERCICIOS ESCRITOS - Marcar dous pontos. Reuni-los por uma recta: 1º traçado a mão livre, 2º traçado com regua. Comparar. - Traçar uma recta igual á metade de uma linha do caderno. Marcar um ponto. Com o auxilio da regua, fazer passar 3 rectas por esse ponto. Unir 3 pontos por 3 rectas (traçado do triangulo). Unir 4 pontos por 4 rectas (traçado do rectangulo) (EDUCAÇÃO, 1931, p. 83).

Neste sentido, os exemplos de *exercícios* apresentados anteriormente direcionam para algumas considerações. A primeira delas é a transição entre o *observar* e o *agir*. Anteriormente foi citado que a *observação por comparação* não saia completamente das lições que tinham como fio principal de condução a *ação da criança*. Foi o que ocorreu nestes exemplos, primeiro a criança observava, comparava, identificava e posteriormente começava a fazer.

E essa *ação da criança* ocorria de duas maneiras: primeiro com o uso das medidas a olho nu, e em um momento posterior com as medidas com uso de instrumentos. Nota-se então uma transição na condução da lição que partiu da *observação por comparação*, passou a compor medidas pela imaginação da criança e finalizou com o uso de instrumentos e saberes vindos da aritmética, especialmente o sistema métrico decimal, para validar os conceitos, além de uma aproximação dos conteúdos com aspectos relacionados a atividades de trabalho.

A segunda consideração é com relação ao *significado* atribuído a geometria por meio desta *graduação*. Nota-se, pelo *exercício escrito*, uma direção da parte para o todo, característica pouco usada por outros autores que geralmente partiam do todo para as partes. Logo após estes *exercícios*, uma definição: “[...] a vertical é uma recta que segue a direcção dada pelo fio de prumo” (EDUCAÇÃO, 1931, p. 84). Não havia a preocupação em uma significação em termos do campo matemático, mas com a associação com a vida da criança, a percepção da geometria prática em termos de utilidade e aplicação.

Este *significado* foi ao encontro das considerações realizadas por Santos (1958, 1960) ao definir a geometria como a ciência das formas em que seus saberes eram comumente vistos na sociedade e deveriam ser explorados por esse viés. Sobre essas considerações, novos caminhos chegam na composição da *geometria do ensino* guiada pela ação, os centros de interesses e a geometria conduzida nas lições da matéria Trabalhos Manuais.

Nestas lições, as ideias das crianças, as medidas – com e sem uso de instrumentos – e os trabalhos manuais atuavam como auxiliares de uma geometria que definia seus conteúdos para aplicação da vida prática. Não havia uma preocupação em definir ou expor sobre quais conteúdos estavam sendo tratados, o próprio artigo não deixava claro sobre o que se referia, mas o exercício de trabalhar com linhas retas estava presente em excursão escolar num local que havia trilhos de trem, a figura geométrica pentagonal se fazia presente na construção de um galinheiro e assim sucessivamente.

Novos *exercícios e problemas* também passaram a compor estas orientações. Diferentes tipos foram apresentados anteriormente, orais, escritos, imaginados pelos alunos, gráficos, numéricos e assim sucessivamente. Em se tratando dos trabalhos manuais, a maior evidência estava relacionada aos *exercícios práticos*, com a prática direcionada ao manuseio da construção de sólidos geométricos, iniciando pela construção dos sólidos, bem estabelecidas suas bases, suas faces, todo ele medido com uso de instrumentos, trabalhadas a importância das medidas com uso de instrumentos e saberes

concernentes ao sistema métrico decimal, em se tratando da geometria para, posteriormente, realizar a construção de caixas e outros objetos de uso pessoal.

Logo, os saberes que compôs a *geometria do ensino* diziam respeito a uma produção dos espaços de ensino e de formação de professores que possuíam relações com o campo disciplinar matemático e o adequava ao seio escolar, o rol de conteúdos como linhas, pontos, figuras geométricas, sólidos geométricos, ângulos, entre outros, passou a compor uma ordem que não se fundamentava em si mesmo, mas na necessidade de atender ao fato de que a escola deveria educar a criança para a vida em sociedade, para espaços além da escola. A escola e o seio social deveriam estar em concordância.

Como modo de tomar essa *geometria do ensino* uma ferramenta de trabalho docente, os autores de revistas pedagógicas e manuais de ensino tomaram materiais tais como objetos tangíveis ao ambiente de sala de aula, sólidos geométricos e, também, construções de materiais com uso de ferramentas vindas dos trabalhos manuais que conduziam para uma *graduação* do ensino de geometria.

Além destas, as ilustrações, o desenho, e as medidas a olho nu e com uso de instrumentos, também atuaram como ferramentas necessárias para tornar o processo de ensinar próximo à criança, tendo as medidas e os desenhos a função de educar a mão da criança, a sua *ação* como forma de alcance do conhecimento.

Portanto, considera-se que a *geometria do ensino* que compôs o rol de orientações nos discursos identificados nas fontes, tanto nos manuais quanto nas revistas pedagógicas versava sobre os conteúdos de sólidos e figuras geométricas. A ordem em que estas apareciam deveria atender às necessidades da criança. Em séries iniciais, os autores recomendavam que fossem trabalhados o que seria mais fácil para o aluno, porém o que ficou em comum nas obras foi que o que é fácil ou difícil dependia do contexto em que se estava trabalhando.

Em sua grande maioria, o mais fácil seria ir do todo para as partes, dos sólidos para as figuras geométricas e só posteriormente trabalhar conceitos de linhas, pontos, ângulos, áreas e volumes. Nesse contexto, nas orientações iniciais a *observação* se sobressaía.

Os sólidos geométricos eram trabalhados na maior parte do tempo com crianças menores e séries iniciais, alunos que estavam tendo seus primeiros contatos com a geometria, então todos os movimentos realizados em sala ficavam a cargo do professor e a *observação por comparação* tinha o espaço de construção e validação dos conceitos.

As conversas entre professor e aluno se faziam presente neste espaço das lições, os materiais tinham a função de ilustrar lições como o que era cubo, esferas e demais sólidos geométricos e construir junto da criança uma noção dos conceitos presentes em sala.

Nesse contexto participava também o desenho e as medidas, inicialmente medidas a olho nu, como modo de comparar desenhos e objetos a cargo do professor. No decorrer da lição, outras formas de trabalhar a geometria foram ganhando espaço, a *graduação* que antes seguiria tendo por base objetos cotidianos centralizados nas medidas a olho nu, passou a ser composta pela medida com uso de instrumentos, geralmente com régua e compasso, e entraram nos discursos a necessidade de levar à criança a compreensão de que a geometria era composta por medidas exatas para o seu funcionamento.

Começava então uma transição nos saberes. A *graduação* que antes tomava a intuição como elemento chave para *observar* e comparar, passou a ter nas medidas um processo de validação. Entraram em cena novos elementos que compuseram o ensino de geometria: a associação com saberes vindos da aritmética e os *exercícios e problemas* como verificação de aprendizagem.

Continuava em cena a necessidade de tornar o ensino próximo da criança, mas o que antes era guiado pela intuição, passou a ter aproximações com o agir. A *observação* então passou por uma transição de *observação* por comparação para *observar* para agir e os *problemas* eram centrais nessa mudança, o que antes era validado por meio do diálogo entre professor e aluno, passou a ser generalizado e fixado com resolução de questões que tomassem os conteúdos trabalhados em sala e explorasse contextos de vida em sociedade, seja próximo da criança ou com algum exemplo de situação corriqueira.

Porém, outros elementos também passaram a compor o ensino. Anteriormente foi falado sobre uma transição da observação que partiu da *observação por comparação*, chegando à *observação* para agir. Essa mudança deu espaço para um novo elemento que compôs a *graduação* do ensino de geometria: a *ação*.

A *ação* estava relacionada às ideias da criança, ao seu agir, aos centros de interesse e *problemas*. O que antes estava associado a ter um primeiro contato das crianças com a geometria, por intermédio da *ação da criança*, já com esse contato realizado, passou a dar maior ênfase a sua utilidade. De que modo era possível tornar a *geometria prática*?

Alguns autores, como Santos (1953, 1960) consideravam a geometria como a ciência das formas e, por ser assim, deveria ser regida de modo que fosse o mais *prático* possível. Por *prático* tais autores consideravam aquilo que o aluno conseguiria fazer, que fossem explorados os seus sentidos para além da imaginação e intuição. Pensar e agir ganhava espaço nas orientações de modo que a geometria fosse o mais manual possível. A proposta estava centralizada em considerar que

[...] o processo de ensino precisa acompanhar o desenvolvimento infantil, que tem sua própria lógica até que a criança se torne adulto. Desse modo, substitui-se a finalidade da escola. De instituição que prepara para a vida, fornecendo instrução que poderá ser utilizada fora dela, a escola precisa se tornar a própria vida cotidiana do aluno (MORAIS, BERTINI e VALENTE, 2021, p. 72).

Ao considerar o agir da criança, os autores colocam em cena uma *geometria do ensino* que leva em conta que a criança aprende pelo interesse, pelo movimento, a partir do que para ela chama a atenção para fazer.

Nesse espaço ganhou forma na produção de saberes a utilização dos *problemas*. Este segundo momento, como já apontado, foi realizado por crianças que já possuíam contato com a geometria. O cálculo de área de figuras geométricas entrou em cena no ensino de geometria, acompanhado deles, vários tipos de *problemas* possuíam espaço de levar às crianças a elaborar uma abstração, a construção de um conhecimento que se tornava elemento para utilização na vida.

Logo, considera-se que durante o período de 1920 a 1960, a geometria passou por um processo de transformação que foi desde a consideração de uma *geometria prática* como arte de *visualização*, dando centralidade ao uso dos materiais e um ensino regido pelos sentidos, e passando a compor então uma *geometria prática do manuseio*, qual deixava de ser uma geometria apenas visual e passava a preocupar-se com o aprender fazendo.

Então, considera-se que a *geometria do ensino* possuía características próprias fundamentadas em seus conceitos e conteúdos, seguia por percursos destinados pelas marchas de ensino, mas por ser considerada como uma ciência das formas, sua transição do *prático da observação por comparação* para o *prático da ação da criança* estava relacionado a tomar contexto escolar e social para servir de exemplo de aplicação dos conteúdos, mostrando-a como a parte experimental da matemática quanto a adoção dos conceitos geométricos presentes no ensino primário, sendo então caracterizada como uma *geometria prática do ensino* pela arte do ver e fazer.



## CONSIDERAÇÕES

---

Com o objetivo de produzir uma narrativa histórica que caracteriza a *geometria do ensino* em tempos do movimento pedagógico da Escola Nova no Estado de São Paulo, esta tese foi guiada pela questão: *quais as características da geometria que integra a matemática do ensino* no período de 1920 a 1960 em São Paulo?

O caminho para responder a tal questão foi direcionado por processos de recompilação de orientações para o professor que ensinava geometria, seguido de uma análise comparativa dessas orientações e chegando, finalmente, à sistematização desse saber, melhor dizendo, à caracterização de uma *geometria do ensino*.

De posse dos passos descritos anteriormente, esta tese foi direcionada inicialmente por meio da apresentação de um levantamento das pesquisas brasileiras sobre geometria na perspectiva da História da educação matemática, de modo a catalogar e examinar os trabalhos que poderiam se aproximar da temática desta tese e justificar a relevância do desenvolvimento da pesquisa. Ao identificar que poucos trabalhos tomavam a análise do *saber profissional* do professor que ensinava geometria e, mais ainda, a *geometria do ensino* como uma perspectiva principal de estudo, enunciamos nossa hipótese teórica, apresentando aspectos teórico-metodológicos que conduziram as análises deste trabalho.

Tomar como ponto de partida de análise uma caracterização da *geometria do ensino* é considerar, inicialmente, que a *matemática do ensino* é um produto resultante da articulação entre os aspectos relacionados ao ensino e a formação de professores. Nesse ponto de vista, foram tomadas como fontes neste estudo artigos sobre o ensino de geometria presentes em exemplares de revistas pedagógicas e manuais pedagógicos destinados a professores do curso primário, ambos os documentos com publicações pertencentes ao Estado de São Paulo.

Destarte, tais fontes trouxeram discursos acerca de como o professor que ensinava geometria deveria trabalhar os conteúdos em um período que compreendia a percepção e ação da criança como elemento constitutivo do alcance do conhecimento. Considera-se que estes documentos se conceberam, à época, como espaço de divulgação de ideias tanto em ambientes de formação de professores, quanto de ensino e colocaram em circulação as mudanças que os sujeitos imersos na ambiência da cultura escolar proporcionavam nos saberes escolares.

Logo, a partir da recompilação de elementos relacionados a como ensinar geometria em orientações para os professores do curso primário, primeiro processo de caracterização da *geometria do ensino*, foram reunidos os documentos da pesquisa e identificado que os discursos proferidos versavam sobre indicações baseadas em processos da *observação*, do trabalho visual e do fazer.

Tais processos, dos trabalhos de ver e fazer, estavam relacionados aos conteúdos de linhas, pontos, ângulos, diagonais, figuras e áreas e do estudo dos sólidos geométricos e suas composições. Identificados nas matérias Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais a condução do estudo estava, inicialmente, centralizada nos objetos, passando posteriormente a ter a aprendizagem guiada pelo desenvolvimento da criança por meio de sua ação.

Com os processos do ver e do fazer, os autores de revistas pedagógicas e manuais traziam discussões acerca da relação da geometria com a necessidade de considerar que a criança possuía um modo diferente de compreender as coisas que tomavam os espaços que elas ocupavam. Passava-se, então, a utilizar de elementos que compunham uma *graduação* do ensino de geometria como desenho, ilustrações, medidas, trabalhos manuais e *exercícios e problemas* para guiar um ensino que se relacionasse com a maneira pela qual a criança compreendia o espaço em que vivia.

Para a geometria, então, cabia o espaço considerado pelos autores como ciência das formas, em que sua prática estivesse condicionada a relação com a vida, a atender um elo entre o contexto social e escolar que a criança estivesse inserida. Os conteúdos geométricos eram definidos em conexão com o cotidiano, em busca de associação que apresentasse a geometria com uma funcionalidade de aplicação. Considera-se que, para atender a estas demandas, os direcionamentos sobre a geometria atendiam a dois principais elementos: a *observação por comparação* e a *ação do aluno* como fios condutores.

A discussão acerca da *observação por comparação* e da *ação do aluno* como fios condutores para a geometria do curso primário paulista foi realizada no espaço destinado a análise comparativa dos conhecimentos docentes. Nesse capítulo foi identificado que os elementos de *sequência interna*, *graduação*, *significado* e *exercícios e problemas* atuavam como construtores de uma *geometria do ensino* prática, a partir do uso de materiais, ilustrações e objetos de ensino, o processo de comparação e análise, a generalização, os trabalhos manuais, desenhos e prática do medir. Categoria que

caminhava em termos de mudança do estímulo aos sentidos dos alunos para a *ação da criança* como principal indicador de alcance do conhecimento.

A indicação da palavra prática tanto para os elementos guiados pela *observação* quanto para os da *ação* não foi em vão. Por seus escritos, aponta-se que os autores consideravam a geometria como uma ciência das formas que representava o espaço de maior possibilidade de estímulos visuais e manuais da matemática e, portanto, representava a parte experimental dos conteúdos matemáticos.

Por conseguinte, para caracterizar uma *geometria do ensino*, coube discutir sobre o que era considerado como prática em termos de adoção da geometria e de que maneira ela era efetuada nos dois momentos, da *observação por comparação* e da *ação da criança*. Como dito, nesta tese foram tomados os passos estabelecidos como representantes de uma anatomia do saber escolar, *significado, sequência, graduação e exercícios e problemas*, ao analisar as fontes em vistas deste referencial teórico-metodológico, identificou-se que a geometria passava por uma *graduação* que considerava suas formas de condução em sua composição movida pela *observação por comparação* e *ação da criança*. Ambos os momentos possuíam suas particularidades e semelhanças, mas algo que chamou atenção foi que o termo prática atravessou os dois espaços.

Inicialmente a prática, quando conduzida pela *observação por comparação*, estava relacionada a tomar os objetos, desenhos ou ilustrações sempre pela condução do professor que guiava seus alunos a observar, comparar, analisar e abstrair as formas geométricas e seus componentes. Essa prática estava atrelada ao ensino para crianças menores, que estavam realizando seus primeiros contatos com a geometria. Então, levando em conta o *significado* atribuído a geometria como ciência das formas, a prática estava relacionada à arte do ver, um estímulo aos sentidos da criança como modo de aquisição dos conhecimentos.

A mesma palavra, prática, seguiu sendo adotada quando foram tomadas conduções pela *ação da criança* na geometria do curso primário. A geometria seguiu sendo considerada como uma ciência das formas e, como tal, ao ter o ensino direcionado pela *ação da criança*, tomava a prática como modo de relacionar os conteúdos geométricos com atividades cotidianas, exercidas por crianças maiores, que já tinham primeiras noções da geometria.

Logo, os direcionamentos de uma prática pautada pela *ação da criança* e *observação por comparação* da vida e relação com o cotidiano levaram a considerar que

os processos de constituição da geometria conduzida pela *observação por comparação* e pela *ação da criança* articularam-se por meio de princípios constitutivos que passaram a compor uma *geometria do ensino* com artes da visualização e do manuseio.

Ainda sobre o *significado* da geometria prática guiada pelas duas *graduações* anteriormente apontadas, cabe dizer que, tanto nos aspectos que levavam em conta a prática pela *observação por comparação* como pela *ação da criança*, essa prática tinha uma maior relação com a própria geometria, seus conceitos abordados e conteúdos elencados, buscando maneiras que eles pudessem ser visualizados e manipulados pelos alunos em aspectos vindos do uso de materiais e contextos sociais.

Diante desse processo do ver e fazer, de pôr vezes a condução estar centralizada no professor, noutras no aluno, em paralelo a essa função da prática no que tange os direcionamentos para ensinar geometria, surgiu um importante elemento nas orientações: o uso de *exercícios e problemas*. Tal constituinte passou a colocar em exercício formas de trabalhar a geometria relacionando os conteúdos com atividades do cotidiano da criança, aproximando a escola com atribuições exercidas na vida em sociedade.

A proposta da adoção dos conteúdos geométricos diante de atos da *observação*, *comparação* e *ação* das crianças participava da educação dos sentidos do aluno como uma forma de tornar a aprendizagem aplicável à vida em sociedade, o que levou a uma mudança na geometria do curso primário, na composição de seus saberes.

Sobre essa mudança, na relação dos saberes que competem à geometria com desenvolvimento de atividades cotidianas, os *exercícios e problemas* passavam por dois momentos. No primeiro momento a prática estava relacionada a ter em conta diversos tipos de materiais para que pudessem ser visualizados e comparados pelas crianças, as atividades eram guiadas por *exercícios* orais, questões colocadas pelo professor, que tinham a proposta de relacionar aquilo que tinha possibilidade de visualização pela criança para trabalhar os conceitos geométricos sem uma definição abstrata, fato que indica ser uma forma de adequar os conteúdos ao que era necessário naquele momento do ensino.

Nesse primeiro momento, então, a geometria tinha um significado de servir como algo que pudesse ser visto na natureza, na sala de aula ou em qualquer espaço onde fosse possível uma identificação das formas geométricas planas e espaciais, a exploração de seus conceitos e seus elementos constituintes por meio da *observação por comparação*. A geometria então ganhava um *significado* de visualização prática, tendo

suas definições estabelecidas mais nessas relações que em definições do campo matemático.

Posteriormente, com as crianças que já tinham noções prévias de conteúdos da geometria e da aritmética, os *exercícios e problemas* saíam então desse caráter oral, guiado por questionamentos realizados pelo professor, e passaram a ser escritos. Assim como com os *exercícios* orais, os *problemas* escritos, em seus diferentes tipos, também tinham por finalidade aproximar-se da realidade vivida pela criança, trazendo aproximações do ofício da vida para o trabalho com os conteúdos geométricos, porém, as definições estabelecidas na geometria tinham uma outra forma de ser estabelecida, saindo de uma definição tão somente na associação com a vida, mas ganhando uma caracterização a partir dos resultados obtidos nos cálculos de área e perímetro, nas relações entre os conteúdos da geometria e da aritmética.

Mas a maneira que essa aproximação com a realidade era feita, aponta que o caminho percorrido pela geometria tinha uma perspectiva relacionada à vida e a aspectos que estimulasse a visualização e a manipulação de materiais por meio dos seus próprios conteúdos. Melhor dizendo, os aspectos da geometria prática considerada ao longo das orientações na *observação*, na *ação* e nos *exercícios e problemas* orais e escritos estava relacionado com os conteúdos, figuras e formas geométricas, com um saber matemático visto como prático por ter objetos na própria geometria que se assemelhava com objetos do cotidiano, tendo os aspectos sociais como exemplo para a visualização do próprio saber geométrico. Logo, considera-se que a construção da *geometria do ensino* diz respeito a prática como arte da visualização e manuseio tomados em seus próprios conteúdos.

Assim, considerada como a parte experimental dos conteúdos matemáticos, a *geometria do ensino* durante o período de 1920 a 1960 no curso primário de São Paulo era representada por processos e dinâmicas de discussões realizadas por sujeitos envolvidos na ambiência da cultura escolar que produziu saberes que, em dados períodos, constituiu um resultado referente às necessidades daquela época.

A apropriação do conhecimento referente a *geometria do ensino* produzida por aspectos dos agentes envolvidos na cultura escolar que relacionava ensino e formação de professores, colocava em cena a necessidade que os objetos de estudo caminhassem em vinculação com aspectos experimentais. Professores e alunos, na execução de sua função social constituída historicamente, elaboravam os conceitos a partir dos conteúdos e os relacionavam com aspectos da vida.

Uma nova maneira de tratar o ensino e a formação de professores foi identificada, era necessário repensar elementos de modo que fosse construída uma *geometria do ensino* relacionando sua característica de ciência das formas com aspectos relacionados a *observar* e *agir*. Sobre esta *geometria do ensino*, não havia uma ruptura com a antiga forma de trabalhar geometria, mas outros elementos passaram a compor o rol de orientações, como os *exercícios e problemas*, de modo a conceber na ordem dos conteúdos do concreto para o abstrato, um ensino tendo em vista as artes da visualização e do manuseio.

Diante disso, pode-se então considerar que a cultura escolar produziu saberes referentes ao ensino de geometria e que estavam presentes nas orientações para os professores em artigos de revistas pedagógicas e manuais pedagógicos. Tais saberes são aqui considerados como uma *geometria do ensino*.

Essa *geometria do ensino* trazia aspectos que nos leva a considerar que ela se fundamentava em suas próprias características, de ciência das formas, e conteúdos. A geometria tinha uma forma particular de se caracterizar no curso primário paulista, sendo levada em conta como uma parte experimental da matemática, seus conteúdos alteram-se de acordo com as necessidades da criança de estimular os seus sentidos por artes da visualização e do manuseio, trazendo aspectos do convívio social da criança para o ambiente escolar.

Logo, a cultura escolar produziu saberes que direcionou a uma *geometria do ensino* caracterizada pela finalidade de aplicação para a vida por meio de exercícios visuais e manuais regidos a partir da proposta de não trabalhar conceitos, mas de transformar os conteúdos geométricos de modo que estes passassem a ter a função de atender a uma nova demanda da escola, de uma escola como parte da sociedade, que educa e prepara a criança e, ao mesmo tempo, participa do ambiente externo. Logo, aproveitando dos aspectos da geometria como uma parte prática e experimental da matemática, não era necessário, então, entender definições do que são corpos geométricos, mas como ele aparecia no cotidiano da criança e qual sua função, de modo que fosse possível construir uma escola como um ambiente com uma cultura própria, uma cultura escolar, que estava em articulação com a sociedade.

## REFERÊNCIAS

---

- ALMEIDA, A. M. D. **O Desenho na reforma João Pinheiro de 1906 em Minas Gerais**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2017.
- ANDRADE, C.C. Geometria Para o 3º grau. IN: Revista Educação, 1932 v. X, n. 10-11, out./nov. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/131297>
- BARREIROS, M. F. **O Ensino de Geometria nos Grupos Escolares do Estado de São Paulo (1890 a 1930)**. Dissertação (mestrado) – Universidade Bandeirante de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2011.
- BARROS, S. C. **O ensino de Geometria na formação de professores primários em Minas Gerais entre as décadas de 1890 e 1940**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2015.
- BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- BERTINI, L. F.; VALENTE, W. R. **Problemas aritméticos como elementos da matemática do ensino**. Cadernos CEDES, Campinas (SP), v. 41, n. 115, p. 230-238, set-dez, 2021.
- BURKE, P. **O que é história do conhecimento?** 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2016.
- CALKINS, N. A. **Primeiras Lições de Coisas**. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde [Volume XIII, tomo I das Obras completas de Rui Barbosa], 1886/1950.
- CAMARA, A. **SABERES GEOMÉTRICOS NA EDUCAÇÃO PRIMÁRIA PARANAENSE: ELEMENTOS DAS CULTURAS ESCOLARES E DA FORMAÇÃO DO CIDADÃO REPUBLICANO (1889-1946)**. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Programa de Pós-Graduação Educação, 2019.
- CAPUTO, D. R. **O saber desenho no ensino primário a partir das Revista do Ensino de Minas Gerais (1925 a 1932): sua concepção e as profissionalidades**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2018.
- CARVALHO, M. M. C. **Modernidade pedagógica e modelos de formação docente**. São Paulo em Perspectiva, São Paulo, SP, 14(01), p. 111-120, 2000.
- CATANI, D. B. A Imprensa Pedagógica Educacional: As Revistas de Ensino e o estudo do Campo Educacional. **Educação e Filosofia**. Uberlândia, MG, v. 10, n. 20, p. 115-130, Jul.-Dez. 1996.

CATANI, D.B.; SOUSA, C.P. **A geração de instrumentos de pesquisa em História da Educação: estudos sobre revistas de ensino.** In: VIDAL, D.G.; HILSDORF, M.L.S. Brasil 500 anos: tópicos em História da Educação. São Paulo: EDUSP, 2001.

CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações.** Rio de Janeiro: Bertrand, 1990.

CHARTIER, R. **A história ou a leitura do tempo.** Trad. Cristina Antunes. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

CHARTIER, R. **Formas e sentido. Cultura escrita: entre distinção e apropriação.** Campinas, SP: Mercado de Letras; Associação de Leitura do Brasil (ALB), 2003.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.** Teoria & Educação, n.2. Porto Alegre, RS, 1990.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Educação e Pesquisa.** Trad. Maria Adriana C. Cappello. São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set/dez, 2004.

CONCEIÇÃO, G. L. **Experts em Educação: circulação e sistematização de saberes geométricos para a formação de professores (Rio de Janeiro, final do Século XIX).** Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2019.

CRESCENTI, P. Trabalhos Manuais Como se faz uma tela de arame para galinheiro. IN: Revista Escolar, 1927, n. 28, abr. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130596>

D'ESQUIVEL, M. O. **O ensino de Desenho e Geometria para a Escola Primária na Bahia (1835-1925).** Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores, 2015.

D'ESQUIVEL, M. O. **Primeiras noções de Geometria Prática (1894-1966): a obra e as mudanças no saber profissional do professor que ensina geometria.** Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2019.

DE CERTEAU, M. **A escrita da história.** Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

DE CERTEAU, M. **A escrita da história.** Tradução de Maria de Lourdes Menezes; revisão técnica Arno Vogel. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense, 2011, 384p.

EDUCAÇÃO. Do fato a ideia Geometria. IN: Revista Educação, 1931, v. IV, n. 1-2, ago./set. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/131298>

EDUCAÇÃO. Trabalhos Manuais Cartonagem. IN: Revista Educação, 1923, v. VI, n. 1-2-3, jan./fev. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160043>

ESCOBAR, J.R. O programa de Didática. IN: Revista de Educação, 1934, v. V, n. 5, mar. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99939>



ESCOBAR, J.R. Passeios Escolares. IN: Revista Educação, 1932, v. VII, n. 4-5, abr./mai. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130660>

ESCOBAR, J.R. Uma aula sobre retângulos. IN: Revista da Educação, 1923, n.2, jun. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160193>

FALCO, R. O Desenho nas classes infantis. IN: Revista da Escola Normal de São Carlos, 1923, v. III, n. 13, dez. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/182630>

FERNANDES, J. C. B. **CADERNOS DE PRÁTICA (1958): os centros de interesse**. IN: Anais do XV Seminário Temático Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, Pelotas (RS), 2017. Disponível em: [https://xvseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2017/03/FERNANDES\\_T2.pdf](https://xvseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2017/03/FERNANDES_T2.pdf)

FERNANDES, J. C. B. **O ensino de primário ano primário em tempos de escola ativa: os saberes elementares geométricos nos programas brasileiros**. Dissertação (mestrado) – Universidade Vale do Sapucaí, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2015.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FONSECA, S.S. **Aproximações e distanciamentos sobre os saberes elementares geométricos no Ensino Primário entre Sergipe e São Paulo (1911-1930)**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2015.

FORTALEZA, F. J. S. **UMA GEOMETRIA PARA ENSINAR: elementos do saber profissional do professor que ensina matemática (1870-1920)**. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, 2021.

FRIZZARINI, C. R. B. **Do Ensino Intuitivo para a Escola Ativa: os saberes geométricos nos programas do curso primário paulista, 1890-1950**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2014.

FRIZZARINI, C. R. B. **Saberes matemáticos na matéria Trabalhos Manuais: processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960)**. Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2018.

GUIMARÃES, M. D. **Porque ensinar desenho no curso primário? Um estudo sobre as suas finalidades (1829-1950)**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde, Guarulhos, 2017.

HOFSTETTER, R.; SCHENEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R.; Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

KUHN, T. T. **Apropriações da Geometria e do Desenho nos Programas de Ensino dos Grupos Escolares catarinenses**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, 2015.

LEME DA SILVA, M. C. **Caminhos da pesquisa, caminhos pelos saberes elementares geométricos: A busca da historicidade da prática nos estudos da educação matemática no Brasil**. VALENTE, W. R. (Org.) Prática. In: Saberes matemáticos no curso primário: o que, como e por que ensinar? 1. Ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. p. 17-53.

LEME DA SILVA, M. C. **Histórias do ensino de geometria nos anos iniciais e seus parceiros: desenho, trabalhos manuais e medidas**. 1. Ed. São Paulo: Livraria da Física, 2020.

LIMA, E. B.; LANDO, J. C. **A observação e o fazer para ensinar Geometria, Desenho e Trabalhos Manuais: a formação de professores e a pedagogia escolanovista**. In: OLIVEIRA, M. C. A.; PINTO, N. B.; VALENTE, W. R. A Aritmética, a Geometria e o Desenho. A matemática nos primeiros anos escolares. São Paulo: Livraria da Física, 2020.

LOURENÇO FILHO M.B. **Introdução ao estudo da Escola Nova**. São Paulo: Cia. Melhoramentos, 1930 (Bibliotheca da Educação, v. XI).

MICHEL JUNIOR, R. R. **Os saberes profissionais para o ensino de geometria e desenho presentes na Revista de Ensino de Minas Gerais na década de 1920**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2020.

MORAES, B.C. Noções educativas de modelagem. IN: Revista de Educação, 1934, v. V, n. 5, mar. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99939>

MORAES, P.D. O ensino da Geometria. IN: Revista Escolar, 1926, n. 20, ago. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130594>

MORAIS, R. S., BERTINI, L. F. & VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetike**, v.11, n.19, pp. 57-80, 2003.

MOROTO, A. S. **SABERES PARA ENSINAR GEOMETRIA NO ENSINO PRIMÁRIO: um estudo sobre manuais escolares produzidos por Theobaldo Miranda Santos**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2021.

MORTATTI, M. R. L. **Notas sobre linguagem, texto e pesquisa histórica em educação.** História da educação. Pelotas, v. 6, p. 69-77, out. 1999.

NASCIMENTO SILVA, N. P. **Saberes geométricos na Revista do Ensino de Minas Gerais no período de 1925 a 1932.** Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2018.

OLIVEIRA, M. A. Circulação. In: Wagner Rodrigues Valente. (Org.). Cadernos de Trabalho II. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018, v. 1, p. 11-83.

PEIXOTO, V. **Aritmética e Geometria.** 1º ano, 2 ed. 1958, São Paulo, Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100098>. Acesso em 20 jan 2020.

PINHEIRO, N. V. L. **A ARITMÉTICA SOB MEDIDA: a matemática em tempos de pedagogia científica.** Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2017.

REVISTA DA SOCIEDADE DE EDUCAÇÃO. A somma dos ângulos internos de um triângulo. IN: Revista da Sociedade de Educação, 1924, v. III, n. 9, dez. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/131179>

REVISTA DA SOCIEDADE DE EDUCAÇÃO. Area do rectangulo. IN: Revista da Sociedade de Educação, 1924, v. III, n. 9, dez. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/131179>

REVISTA ESCOLAR. Geometria (formas) Prisma Triangular. IN: Revista Escolar, 1925f, n. 10, out. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130570>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Area do paralelogramo. IN: Revista Escolar, 1926, n. 15, mar. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130593>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Circunferencia. IN: Revista Escolar, 1927, n. 28, fev. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130596>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Linhas. IN: Revista Escolar, 1925a, n. 2, fev. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130587>

REVISTA ESCOLAR. Geometria O rectangulo. IN: Revista Escolar, 1925, n. 1, jan. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130561>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Relação entre a circunferência e o seu diâmetro. IN: Revista Escolar, 1926a, n. 18, jun. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130572>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Sólidos Geométricos Lição I A esfera. IN: Revista Escolar, 1925b, n. 3, mar. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130562>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Sólidos Geométricos Lição II O hemisfério. IN: Revista Escolar, 1925c, n. 4, abr. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130588>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Sólidos Geométricos Lição III O cubo. IN: Revista Escolar, 1925d, n. 5, mai. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130563>

REVISTA ESCOLAR. Geometria Sólidos Geométricos Lição IV O cilindro. IN: Revista Escolar, 1925e, n. 6, jun. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130564>

REVISTA ESCOLAR. Geometria. IN: Revista Escolar, 1927b, n. 32, ago. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130687>

SANTOS, J. K. S. **Apropriações do método intuitivo de Calkins nas orientações para o ensino de saberes geométricos em revistas pedagógicas brasileiras (1890-1930)**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, São Cristovão/SE, 2017.

SANTOS, T. M. **Metodologia do Ensino Primário**. 3. ed São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1960. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/168703>. Acesso em 20 jan 2020.

SANTOS, T. M. **Metodologia do Ensino Primário**. 9. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1952. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159304>. Acesso em 20 jan 2020.

SOUZA, E.A. Geometria A Geometria na aula prática. IN: Revista Escolar, 1925, n. 8, ago. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130565>

SOUZA, R. F. **Alicerces da pátria- história da escola primária no estado de São Paulo (1890-1976)**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009.

TRINDADE, D. A. **Artes de medir: saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950**. Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2018.

VALDEMARIN, V. T. **História dos métodos e materiais de ensino: a escola nova e seus modos de uso**. São Paulo: Cortez, 2010.

VALENTE, W. R. et. Al. Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam Matemática. **Revista Acta Scientiae**. Canoas, v. 19, p.224-235, 2017.

VALENTE, W. R. **História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino**. REMATEC, ano 15, n. 36, p.164-174, 2020.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre história da educação matemática. **Revista de Matemática, ensino e cultura**. Natal, RN, ano 8, n.12, p. 22-50, Jan.-Jun. 2013.

VALENTE, W. R. **Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática**. REVISTA ACTA SCIENTIAE, v. 20, p. 377-385, 2018.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; PINTO, N. B.; MORAIS, R. S. **A Matemática na Formação de Professores e no Ensino**: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990. Projeto de Pesquisa. São Paulo: FAPESP, 2017. Disponível em:

<http://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-p/?q=17/15751-2>

VICENT, G.; LAHIRE, B.; THIN, D. **Sobre a história e teoria da forma escolar.** Educação em Revista, Belo Horizonte, n. 33, jun, 2001.