



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO – CTC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Larah Brüning Ascari

**Fusão de Estimativas Resiliente a Erros Grosseiros baseada no Critério de  
Máxima Correntropia com Aplicação na Estimação de Estados Híbrida em  
Sistemas Elétricos de Potência**

Florianópolis  
2022

Larah Brüning Ascari

**Fusão de Estimativas Resiliente a Erros Grosseiros baseada no Critério de Máxima Correntropia com Aplicação na Estimação de Estados Híbrida em Sistemas Elétricos de Potência**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ascari, Larah Brüning

Fusão de Estimativas Resiliente a Erros Grosseiros baseada no Critério de Máxima Correntropia com Aplicação na Estimação de Estados Híbrida em Sistemas Elétricos de Potência / Larah Brüning Ascari ; orientador, Antonio José Alves Simões Costa, 2022.

119 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Estimação Híbrida de Estados em Sistemas Elétricos de Potência. 3. Fusão de Estimativas. 4. Processamento de Erros Grosseiros. 5. Critério de Máxima Correntropia. I. Alves Simões Costa, Antonio José . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Larah Brüning Ascari

**Fusão de Estimativas Resiliente a Erros Grosseiros baseada no Critério de Máxima Correntropia com Aplicação na Estimação de Estados Híbrida em Sistemas Elétricos de Potência**

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D  
Universidade Federal de Santa Catarina

Julio Augusto Druzina Massignan, Dr.  
Siemens Infraestrutura e Indústria Ltda.

Prof. Eduardo Nobuhiro Asada, Dr.  
Universidade de São Paulo/S. Carlos

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica.

---

Prof. Telles Brunelli Lazzarin, Dr.  
Coordenação do Programa de  
Pós-Graduação

---

Prof. Antonio José Alves Simões Costa,  
Ph.D.  
Orientador

Florianópolis, 2022.



Dedico este trabalho a todos que estiveram ao meu lado  
ao longo desta caminhada.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus amigos e familiares pelo amor, torcida e incentivo. Em especial, agradeço aos meus pais, irmãos e companheiro que sempre estiveram presentes durante todos os momentos de minha trajetória e me acolhem incondicionalmente.

Ao meu orientador, professor Antonio José Alves Simões Costa, pela sincera atenção dada à pesquisa, pela amizade, confiança e sabedoria que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e meu amadurecimento acadêmico e profissional.

Aos professores e colegas do Grupo de Sistemas de Potência, por propiciarem um ambiente fértil ao aprendizado e pelos bons momentos de convivência.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e à Universidade Federal de Santa Catarina por terem proporcionado a oportunidade de realização de minha pós-graduação.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Por fim, agradeço a todos que direta ou indiretamente tornaram esse trabalho possível.

## RESUMO

A estimação de estados consolida-se como uma das ferramentas fundamentais para operação em tempo real de sistemas elétricos de potência. Seu principal propósito é fornecer aos centros de operação, estimativas atualizadas que retratem as condições de operação da rede elétrica. Seja qual for a estratégia de estimação adotada, os algoritmos devem ser capazes de fornecer estimativas aderentes ao real estado operativo da rede, mesmo em condições adversas, como na presença de medições contaminadas por erros de elevadas magnitudes. Para lidar com esse problema, estimadores convencionais são dotados de etapas específicas para detecção, identificação, e remoção de dados espúrios. Em anos recentes, abordagens de estimação baseadas no critério de máxima correntropia (CMC) surgem como alternativas mais sofisticadas, pois apresentam propriedades naturais de resiliência contra efeitos causados por erros grosseiros. A adoção do CMC permite que a supressão de dados discrepantes ocorra ao longo do processo de estimação, dispensando etapas dedicadas exclusivamente a este fim. As medidas elétricas que subsidiam os processos de estimação de estados são convencionalmente coletadas por meio do sistema de supervisão SCADA. Entretanto, Unidades de Medição Fasorial Sincronizada (PMUs) constituem uma tecnologia em ascensão que disponibiliza uma nova classe de medições, cuja elevada qualidade desperta interesse às aplicações em estimação de estados. Nesse contexto, são propostas arquiteturas híbridas de fusão de estimativas. Através de um modelo em dois estágios, arquiteturas de fusão permitem incluir novas classes de dados, e em especial medidas provenientes de PMUs, fortalecendo o processo de estimação, sem demandar a exclusão dos bem consolidados estimadores SCADA. No primeiro estágio da arquitetura, estimadores individuais adaptados a cada classe de dados efetuam o processamento inicial das medidas. Em uma segunda etapa, as estimativas resultantes do estágio anterior são combinadas de maneira otimizada em um módulo de fusão, classicamente fundamentado em princípios que visam a minimização da variância dos erros de estimação. Neste paradigma clássico, o processamento de erros grosseiros está limitado à atuação dos estimadores do primeiro estágio da arquitetura de fusão. Na hipótese de que medidas espúrias passem despercebidas pelos estimadores individuais, as estimativas contaminadas produzidas no primeiro estágio irão inevitavelmente afetar o resultado final da fusão, caso não exista uma segunda linha de defesa contra os dados espúrios. Com o intuito de promover maior robustez contra dados discrepantes em arquiteturas de fusão, a presente tese introduz uma formulação fundamentada na função correntropia para constituir um novo módulo de fusão de estimativas. Na ausência de erros grosseiros, a metodologia de fusão baseada no CMC apresenta total equivalência à formulação clássica. Para além dessa compatibilidade, a estratégia proposta atribui uma função extra ao módulo de fusão, que passa a representar uma camada ativa de proteção contra dados espúrios nos casos em que erros grosseiros não foram devidamente filtrados pelos estimadores do primeiro estágio da arquitetura. Aplicações para a nova fusão de estimativas a sistemas elétricos de potência são estudadas supondo a disponibilidade de duas e três classes de estimativas. Uma ampla avaliação sobre o desempenho da arquitetura proposta é realizada a partir de diversos experimentos conduzidos em quatro sistemas-teste de referência do *IEEE*.

**Palavras-chave:** Modelagem em Tempo Real de Sistemas Elétricos de Potência. Estimação Híbrida de Estados em Sistemas Elétricos de Potência. Fusão de Estimativas. Processamento de Erros Grosseiros. Critério de Máxima Correntropia.

## ABSTRACT

State estimation constitutes a main functionality in electrical power systems real-time operation. Its purpose is to provide updated state estimates that characterize the current operating conditions of the electrical network. Even under adverse conditions such as the occurrence of gross measurements, state estimation algorithms must produce reliable estimates that reflect the network actual operational state. To accomplish that, conventional estimators are equipped with specialized steps for detection, identification, and removal of bad data. In the past few years, Maximum Correntropy Criterion (MCC) approaches have emerged as sophisticated alternatives to conventional estimators that exhibit natural properties of resilience against the harming effects of outliers. The adoption of such a criterion allows the suppression of bad data during the estimation process itself, thus doing away with dedicated steps for that purpose. Electrical measurements that feed state estimation processes are conventionally gathered by the SCADA supervisory system. However, the emergence of Synchronized Phasor Measurement Units (PMUs) provides a new class of measurements, whose superior quality encourages novel state estimation applications. In this context, hybrid estimation fusion architectures have been recently proposed. By employing a two-stage model, those architectures allow the inclusion of new data sources such as PMU-measurements, without requiring the exclusion of well-established SCADA estimators. In the first stage, individually customized estimators are employed to process each distinct class of measurements. As a second step, estimates resulting from the previous stage are optimally combined in a fusion module, which is classically based on minimum variance principles. According to the conventional fusion paradigm, bad data processing is limited to the performance of first-stage estimators. In case gross measurements pass unnoticed through first stage individual estimators, final fusion results will inevitably be also contaminated, as there is no second layer of defense against spurious data. To reinforce fusion architectures robustness against outliers, this thesis introduces a new fusion framework based on the maximum correntropy criterion. In the absence of gross errors, the fusion via MCC approach is completely equivalent to the classical minimum variance criterion. In addition to that, however, the proposed strategy equips the fusion module with an extra functionality, namely, to play the whole of an active layer of protection against inconsistent data, whenever gross errors are not properly filtered by the first-stage estimators. The proposed approach is applied to power systems by considering two and three distinct classes of estimates as inputs to the fusion module. The performance of the fusion via MCC architecture is evaluated through several experiments conducted on four *IEEE* test systems.

**Keywords:** Real-Time Modeling State Estimation. Hybrid Power System State Estimation. Estimates Fusion. Bad Data Processing. Maximum Correntropy Criterion.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ilustração das etapas convencionais de processamento de erros grosseiros	34
Figura 2.2 – Ilustração esquemática da estimação de estados estatisticamente robusta	37
Figura 3.1 – (a) Comportamento da métrica $CIM(X,0)$ com $\sigma_w = 1$ ; (b) projeção da métrica no plano $(x_1, x_2)$ ;	42
Figura 3.2 – (a) Comportamento da métrica $CIM(X,0)$ com $\sigma_w = 2$ ; (b) projeção da métrica no plano $(x_1, x_2)$ ;	43
Figura 3.3 – Ilustração da função correntropia considerando diferentes larguras de <i>kernels</i> Gaussianos	44
Figura 3.4 – Representação de retas ajustadas com base em um método apoiado na função correntropia e no método MQP	45
Figura 4.1 – Arquitetura de fusão de múltiplas estimativas considerando $\ell$ sensores	53
Figura 5.1 – Arquitetura de fusão considerando duas classes de estimativas	70
Figura 5.2 – Sistema-teste de três barras: planos de medição e dados do sistema.	71
Figura 5.3 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 2$ , considerando $\sigma_w^0 = 7,74$ – condição normal de operação.	72
Figura 5.4 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 2$ , considerando $\sigma_w^0 = 7,74$ – erro grosseiro entre de medidas fasoriais.	73
Figura 5.5 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 2$ , considerando $\sigma_w^{min} = 2,45$ – erro grosseiro entre medidas fasoriais.	74
Figura 5.6 – Arquitetura de fusão considerando três classes de estimativas	75
Figura 5.7 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 3$ , considerando $\sigma_w^0 = 7,74$ – condição normal de operação.	77
Figura 5.8 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 3$ , considerando $\sigma_w^0 = 7,74$ – erro grosseiro entre de medidas fasoriais.	78
Figura 5.9 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para $\ell = 3$ , considerando $\sigma_w^{min} = 2,45$ – erro grosseiro entre medidas fasoriais.	79
Figura 6.1 – Médias dos erros entre os fasores de tensão nas barras estimados e verdadeiros para o sistema-teste <i>IEEE</i> 14 barras considerando cenários livres de erros grosseiros	86
Figura 6.2 – Erros absolutos dos fasores de tensão para o sistema de 14-barras – exemplo de cenário considerando erro grosseiro em uma das medidas fasoriais.	89
Figura 6.3 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste <i>IEEE</i> 14 barras considerando cenários com erros grosseiros: (a) método de fusão de mínima variância, $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto, $F_{CMC}$ .	91

Figura 6.4 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste <i>IEEE</i> 118 barras considerando cenários com erros grosseiros: (a) método de fusão de mínima variância, $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto, $F_{CMC}$ . . . . .	92
Figura 6.5 – Médias de 67 simulações dos erros absolutos de tensão para o sistema de 14 barras – erros grosseiros múltiplos simultaneamente em $\hat{\mathbf{x}}_s$ e $\hat{\mathbf{x}}_p$ .	93
Figura 6.6 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste <i>IEEE</i> 14 barras considerando as 67 simulações com EGs múltiplos: (a) método de fusão de mínima variância, $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto, $F_{CMC}$ . . . . .	94
Figura 6.7 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando variações de 5% das cargas entre os pontos de operação atual e anterior . . . . .	95
Figura 6.8 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando a contingência de uma linha de transmissão	97
Figura 6.9 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando a saída de operação do gerador conectado à barra 3 . . . . .	98
Figura 6.10–Taxas de sucesso da fusão via CMC para diferentes magnitudes de EGs e variações do fator de esquecimento $k_a$ . . . . .	99
Figura C.1 – Sistema-teste de 14 barras do <i>IEEE</i> e planos de medição . . . . .	119

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Número de medidas e índices de redundância SCADA . . . . .	84
Tabela 2	– Número de medidas e índices de redundância PMU . . . . .	84
Tabela 3	– Valores médios das métricas de tensão considerando 100 simulações conduzidas para cada sistema sob cenários livres de erros grosseiros . .	87
Tabela 4	– Taxas de falso alarme para os sistemas-teste <i>IEEE</i> . . . . .	87
Tabela 5	– Taxas de sucesso do processamento de dados discrepantes pela fusão via CMC sob condições de erros grosseiros (EGs) . . . . .	90
Tabela 6	– Valores médios das métricas de tensão considerando simulações nas quais o EG não foi detectado no primeiro estágio . . . . .	90
Tabela 7	– Valores médios das métricas de tensão para as 67 simulações nas quais EGs afetam simultaneamente $\hat{\mathbf{x}}_s$ e $\hat{\mathbf{x}}_p$ . . . . .	94
Tabela 8	– Médias dos tempos de execução e médias das contagens de iterações do método de Newton para os sistemas-teste do <i>IEEE</i> . . . . .	101

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APSI	<i>A Priori State Information</i>
CIM	<i>Correntropy Induced Metric</i>
CMC	Cr�terio de Máxima Correntropia
EESP	Estima�o de Estados em Sistemas de Potência
EG	Erro Grosseiro
fdp	Fun�o densidade de probabilidade
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>
LMSE	<i>Least Mean Square Error</i>
LUMV	<i>Linear Unbaised Minumum Variance</i>
MQP	Mínimos Quadrados Ponderados
MV	Mínima Variância
PMU	<i>Phasor Measurement Unit</i>
RTU	<i>Remote Terminal Unit</i>
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Aquisition</i>
SEP	Sistemas Elétricos de Potência



## LISTA DE SÍMBOLOS

$N$	Número total de barras do sistema
$m$	Número de medidas
$n$	Número de estados do sistema
$\mathbf{x}$	Vetor de estados verdadeiros
$\hat{\mathbf{x}}$	Vetor de estados estimados
$\mathbf{z}$	Vetor de medidas
$\mathbf{z}_0$	Vetor de valores verdadeiros de medidas
$\boldsymbol{\eta}$	Vetor de erros de medição
$h(\cdot)$	Vetor de funções não-lineares das medidas
$\sigma_i$	Desvio-padrão associado ao medidor $i$
$\sigma_i^2$	Variância associada ao medidor $i$
$E[\cdot]$	Operador esperança matemática
$\mathbf{R}$	Matriz de covariância dos erros de medição
$\rho$	Índice de redundância global
$\mathbf{r}$	Vetor de resíduos de estimação
$J_{MQP}$	Função-objetivo do método de MQP
$\mathbf{H}$	Matriz Jacobiana das medidas
$\mathbf{G}$	Matriz ganho
$k$	Iteração corrente
$\Delta$	Operador incremento
$\mathbf{P}$	Matriz de covariância dos erros de estimação
$\mathbf{r}_w$	Vetor de resíduos de estimação ponderados
$\chi^2$	Distribuição do qui-quadrado
$gl$	Graus de liberdade do qui-quadrado
$\alpha$	Probabilidade de falso alarme do teste- $\chi^2$
$K$	Limiar de detecção do teste- $\chi^2$
$\mathbf{r}_N$	Vetor de resíduos de estimação normalizados
$\boldsymbol{\Omega}$	Matriz de covariância dos resíduos
$f(x)$	Função densidade de probabilidade associada a variável $x$
$\hat{f}(x)$	Estimativa para $f(x)$
$\kappa(\cdot)$	Função núcleo ou <i>kernel</i>
$\kappa_G$	Função <i>kernel</i> Gaussiana
$\sigma_w$	Largura do <i>kernel</i> Gaussiano ou janela de observação
$\mathcal{V}$	Função correntropia
$f_{XY}$	Função densidade de probabilidade conjunta
$CIM$	Métrica induzida pela função correntropia
$l_p$	Norma matemática ordem $p$

$J_{CMC}$	Função-objetivo do método de estimação CMC
$\ell$	Número de classes de sensores
$S_i$	Classe de sensor $i$
$\hat{\mathbf{x}}_i$	Conjunto de estimativas $i$
$\hat{\mathbf{x}}^*$	Vetor final de estimativas otimizadas pela fusão
$\Psi$	Matriz de ponderação associada à fusão de mínima variância
$I$	Matriz de identidade
$\kappa_{\mathbf{G}_j}$	Função <i>kernel</i> Gaussiana ajustada conforme matriz de ganho $\mathbf{G}_j$
$\nabla$	Operador gradiente
$\hat{\mathbf{x}}_{MV}^*$	Vetor final de estimativas otimizadas pela fusão de mínima variância
$\bar{\Psi}_i$	Matriz de ponderação associada à fusão de máxima correntropia
$\nabla(\mathcal{V})$	Vetor gradiente da função correntropia
$\nabla^2(\mathcal{V})$	Matriz hessiana da função correntropia
$\hat{\mathbf{x}}_0^*$	Estimativas de inicialização do método de solução
$\varepsilon$	Tolerância do método de solução
$\mathcal{V}_i$	Componente da função correntropia associada às estimativas $\hat{\mathbf{x}}_i$
$\beta$	Parâmetro de ajuste das janelas de observação
$Z$	Limiar de detecção de inconsistências no contexto da fusão via CMC
$\sigma_w^0$	Janela de observação inicial
$\sigma_w^{min}$	Janela de observação mínima
$s$	Subíndice associado ao sistema SCADA
$p$	Subíndice associado ao sistema de medições realizadas por PMUs
$a$	Subíndice associado às estimativas anteriores
$\delta_j$	Ângulo de fase da tensão na barra $j$
$\hat{\delta}_j$	Estimativa do ângulo de fase da barra $j$
$k_a$	Fator de esquecimento associado às estimativas anteriores
$s$	Valor pseudoaleatório com distribuição Gaussiana
$\mathcal{E}_i$	Exatidão associada ao medidor $i$
$ V $	Magnitude de tensão
$P$	Injeção de potência ativa
$Q$	Injeção de potência reativa
$t$	Fluxo de potência ativa
$u$	Fluxo de potência reativa
$\vec{V}$	Fasor Tensão
$\vec{I}$	Fasor Corrente
$M_{\vec{V}}$	Métrica de tensão
$F_{MV}$	Fusão baseada no critério de mínima variância
$F_{CMC}$	Fusão baseada no critério de máxima correntropia

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>17</b>
1.1	INTRODUÇÃO . . . . .	17
1.2	CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA . . . . .	18
<b>1.2.1</b>	<b>Teoria da Informação Aplicada à Estimação de Estados em Sistemas de Potência . . . . .</b>	<b>19</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Arquiteturas Híbridas de Estimação de Estados . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>1.2.3</b>	<b>Processamento de Erros Grosseiros em Arquiteturas de Estimação Híbridas em Multi-Estágios . . . . .</b>	<b>23</b>
1.3	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DA TESE . . . . .	25
1.4	ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .	26
<b>2</b>	<b>ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1	INTRODUÇÃO . . . . .	28
2.2	MODELO DE MEDIÇÃO . . . . .	28
<b>2.2.1</b>	<b>Considerações sobre o Plano de Medição . . . . .</b>	<b>29</b>
2.3	CRITÉRIO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS . . . . .	30
<b>2.3.1</b>	<b>Método Clássico de Solução . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Matrizes Notáveis . . . . .</b>	<b>32</b>
2.4	PROCESSAMENTO DE ERROS GROSSEIROS . . . . .	33
<b>2.4.1</b>	<b>Processamento Convencional de Erros Grosseiros . . . . .</b>	<b>33</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Estimadores de Estados Estatisticamente Robustos . . . . .</b>	<b>36</b>
2.5	CONCLUSÕES . . . . .	38
<b>3</b>	<b>NOVOS CONCEITOS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO APLICADOS À ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA . . . . .</b>	<b>39</b>
3.1	INTRODUÇÃO . . . . .	39
3.2	ALGUNS CONCEITOS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO . . . . .	39
<b>3.2.1</b>	<b>Janelas de Parzen . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Correntropia . . . . .</b>	<b>40</b>
3.2.2.1	Propriedades da Função Correntropia . . . . .	41
3.2.2.2	Métrica Induzida pela Função Correntropia . . . . .	42
3.2.2.3	Exemplo Ilustrativo . . . . .	44
3.3	ESTIMAÇÃO DE ESTADOS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA . . . . .	45
<b>3.3.1</b>	<b>Processamento de Erros Grosseiros em Estimadores Baseados no Critério de Máxima Correntropia . . . . .</b>	<b>46</b>
3.4	CONCLUSÕES . . . . .	47

4	<b>FUSÃO DE ESTIMATIVAS</b> . . . . .	49
4.1	INTRODUÇÃO . . . . .	49
4.1.1	<b>Breve Revisão Bibliográfica sobre a Inclusão de Medidas Fatoriais à EESP</b> . . . . .	49
4.2	FUSÃO DE DADOS . . . . .	50
4.2.1	<b>Categorias de Redes de Fusão de Dados</b> . . . . .	51
4.3	ARQUITETURA DE FUSÃO DE ESTIMATIVAS . . . . .	52
4.3.1	<b>Fusão de Estimativas Baseada na Mínima Variância</b> . . . . .	53
4.3.2	<b>Fusão de Estimativas Aplicada à Estimação de Estados em Sistemas de Potência</b> . . . . .	55
4.3.3	<b>Processamento de Erros Grosseiros em Arquiteturas de Fusão</b> . . . . .	57
4.4	CONCLUSÕES . . . . .	58
5	<b>FUSÃO DE ESTIMATIVAS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA</b> . . . . .	60
5.1	INTRODUÇÃO . . . . .	60
5.2	FUSÃO DE MÚLTIPLAS ESTIMATIVAS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA . . . . .	61
5.2.1	<b>Consistência com a Fusão Clássica de Estimativas</b> . . . . .	62
5.3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL . . . . .	64
5.3.1	<b>Solução via Método de Newton</b> . . . . .	64
5.3.2	<b>Processamento De Erros Grosseiros através da Fusão via Critério de Máxima Correntropia</b> . . . . .	65
5.3.2.1	Estratégia de Ajuste das Janelas de Parzen . . . . .	66
5.3.2.2	Larguras da Janela de Observação . . . . .	67
5.3.3	<b>Algoritmo de Solução</b> . . . . .	68
5.4	FUSÃO BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA APLICADA À ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA . . . . .	69
5.4.1	<b>Fusão via Critério de Máxima Correntropia considerando Duas Classes de Estimativas</b> . . . . .	70
5.4.1.1	Exemplo Ilustrativo Considerando Duas Classes de Estimativas . . . . .	71
5.4.2	<b>Fusão via Critério de Máxima Correntropia considerando Três Classes de Estimativas</b> . . . . .	74
5.4.2.1	Matriz Ganho para Estimativas Anteriores . . . . .	75
5.4.2.2	Exemplo Ilustrativo Considerando Três Classes de Estimativas . . . . .	76
5.5	CONCLUSÕES . . . . .	79
6	<b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO</b> . . . . .	81
6.1	INTRODUÇÃO . . . . .	81
6.2	CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO . . . . .	81

6.2.1	Ambiente Computacional . . . . .	82
6.2.2	Planos de Medição . . . . .	83
6.2.3	Índices de Desempenho . . . . .	85
6.3	CENÁRIOS LIVRES DE ERROS GROSSEIROS . . . . .	85
6.3.1	Consistência com a Fusão Convencional . . . . .	86
6.3.2	Taxas de Falso Alarme . . . . .	87
6.4	PROCESSAMENTO DE ERROS GROSSEIROS . . . . .	88
6.4.1	Exemplo Detalhado de Processamento de Erro Grosseiro . . . . .	88
6.4.2	Extensivas Simulações nos Sistemas de Referência . . . . .	89
6.4.3	Considerações sobre Processamento de Erros Grosseiros Múltiplos . . . . .	91
6.5	PROCESSAMENTO DE ESTIMATIVAS ANTERIORES . . . . .	94
6.5.1	Inconsistências em Estimativas Anteriores . . . . .	95
6.5.1.1	Variações Abruptas de Cargas entre Estimativas Consecutivas . . . . .	95
6.5.1.2	Contingência de Linha de Transmissão . . . . .	96
6.5.1.3	Saída de Operação de Gerador . . . . .	97
6.5.2	Considerações sobre o Fator de Esquecimento . . . . .	98
6.6	DESEMPENHO COMPUTACIONAL . . . . .	101
6.7	CONCLUSÕES . . . . .	102
7	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>104</b>
7.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	104
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	106
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>109</b>
	<b>APÊNDICE A – GRADIENTE E HESSIANA DA FUNÇÃO</b>	
	<b>CORRENTROPIA</b> . . . . .	<b>117</b>
	<b>APÊNDICE B – MATRIZ DE COVARIÂNCIA DAS ESTI-</b>	
	<b>MATIVAS OBTIDAS ATRAVÉS DA FUSÃO</b>	<b>118</b>
	<b>APÊNDICE C – SISTEMA-TESTE DE 14 BARRAS DO</b>	
	<b>IEEE</b> . . . . .	<b>119</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 INTRODUÇÃO

A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) fornece subsídios fundamentais para os aplicativos de supervisão e operação em tempo real de Sistemas Elétricos de Potência (SEP), constituindo-se em um recurso indispensável para garantir as exigências de continuidade, confiabilidade e segurança do fornecimento de energia elétrica. Seu principal objetivo é estimar as tensões complexas das barras (estados) que caracterizam a condição de operação corrente do SEP. Este processo é realizado em intervalos regulares de tempo a partir de dados de natureza elétrica, sujeitas a erros de diversas espécies. A confiabilidade deste processo está sujeita à capacidade da EESP de fornecer estimativas satisfatórias das variáveis de estado, mesmo na presença de medidas com erros grosseiros, isto é, medidas com erros de medição maiores do que os admitidos pelas hipóteses estatísticas associadas aos modelos.

Recentemente, duas principais tendências têm transformado paradigmas no âmbito da EESP: (i) a transição para novas tecnologias de aquisição de medidas, em particular a medição fasorial sincronizada (PHADKE; THORP, 2008; ABUR, 2009; GOMEZ-EXPOSITO *et al.*, 2011a; ASCARI; SILVA; SIMÕES-COSTA, 2021; LU *et al.*, 2015; GIRALDO-GÓMEZ *et al.*, 2020), e (ii) a utilização de métodos de estimação apoiados em conceitos recentes de outras áreas do conhecimento, como a Teoria da Informação (PARZEN, 1962; SANTAMARIA; POKHAREL; PRINCIPE, 2006; LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006, 2007). Em consequência destes movimentos, surgem novos desafios que estimulam reavaliações acerca das arquiteturas clássicas de estimação.

A gradual, mas crescente penetração de Unidades de Medição Fasorial Sincronizada (PMUs - do Inglês *Phasor Measurement Units*) nas redes elétricas tem despertado mudanças nos moldes das arquiteturas de estimação de estados que tradicionalmente baseiam-se em dados adquiridos por meio do sistema de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA - do Inglês *Supervisory Control and Data Acquisition*) (ZHOU *et al.*, 2006; NUQUI; PHADKE, 2007; ABUR, 2009; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013). Vislumbra-se que esta nova classe de medidas associadas à elevada disponibilidade de medidas SCADA possa fortalecer o processo de estimação, já que é capaz de colaborar para a melhoria da observabilidade do sistema, além de prover dados com maiores níveis de precisão em intervalos de tempo mais curtos.

Como consequência da evolução da incorporação de PMUs nos sistemas elétricos, surge o interesse no desenvolvimento de arquiteturas de EESP capazes de lidar com diferentes classes de medidas, dando origem a uma variedade de estimadores híbridos. Dentre esta variedade, arquiteturas multi-estágio apresentam grande destaque, particularmente arquiteturas de fusão de estimativas (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; EDER, 2014; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; DO COUTTO FI-

LHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014). Estas arquiteturas apresentam elevada flexibilidade para inclusão de novas classes de medidas sem a necessidade de exclusão de estimadores convencionais bem consolidados. No primeiro estágio de uma arquitetura de fusão, estimadores totalmente individuais são empregados para o processamento das diferentes classes de medidas. Em um segundo nível, um módulo de fusão combina de maneira otimizada – normalmente por meio de formulações que visam minimizar a variância da estimativa final – as informações provenientes das distintas classes de sensores, de modo que a solução final seja mais precisa do que as estimativas individuais do primeiro estágio.

A outra tendência que pode ser observada nos dias atuais, está associada a utilização de métodos de estimação de estados que beneficiam-se de novos conceitos do campo da Teoria da Informação, mais especificamente conceitos relacionados ao Critério de Máxima Correntropia (CMC) e às Janelas de Parzen (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; PESTEH *et al.*, 2019; MENEGHETTI *et al.*, 2020; FREITAS, V. S., 2020; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020). Estes métodos mostram-se atraentes para aplicação à EESP, já que exibem propriedades superiores de resiliência a erros grosseiros quando comparados a estimadores convencionais. Isto porque dispensam custosas etapas de pós-processamento que são necessárias em estimadores convencionais para eliminação de possíveis efeitos danosos causados por medidas espúrias.

Nesse sentido, esta tese de doutorado propõe conceber um método de estimação de estados que contemple ambos os movimentos mencionados acima. Nessa proposta desenvolve-se uma arquitetura de fusão em dois estágios na qual algoritmos baseados no critério de máxima correntropia são aplicados em substituição à clássica formulação que visa minimizar a variância dos erros finais de estimação. Essa nova arquitetura de fusão compartilha todas as vantagens da clássica fusão de estimativas, sendo capaz de incorporar de maneira otimizada novas classes de dados provenientes de distintas tecnologias de medição. E, ainda mais importante, a aplicação dos novos conceitos de teoria de informação traz consigo um benefício adicional, que garante maior resiliência a possíveis efeitos deletérios causados por erros grosseiros.

## 1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção, é feita uma breve revisão bibliográfica de trabalhos que subsidiam a formação de novos paradigmas no contexto da EESP, especialmente no que se refere à utilização de conceitos do campo da Teoria da Informação, à incorporação de novas classes de medidas no processo de estimação de estados, e ao processamento de erros grosseiros em arquiteturas de estimação híbridas.

### 1.2.1 Teoria da Informação Aplicada à Estimação de Estados em Sistemas de Potência

As medidas de quantidades elétricas que refletem as condições correntes de operação de um sistema de potência são essenciais para o processo de estimação de estados, porém estão sujeitas a erros de diversas espécies. Um dos fatores que desafia as abordagens clássicas da EESP é a busca por melhores soluções para o problema de processamento de medidas espúrias, isto é, medidas cujos erros apresentam magnitudes que excedem suposições realizadas durante a concepção dos modelos de medição.

Tradicionalmente, estimadores de estados utilizam técnicas de estimação baseadas no critério de otimização de Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) (SCHWEPPE; WILDES, 1970; SCHWEPPE; ROM, 1970; SCHWEPPE, 1970; MONTICELLI, 1999). O desempenho destes estimadores é severamente afetado pela presença de erros grosseiros entre as medidas, implicando na necessidade de etapas adicionais de processamento para eliminação de possíveis efeitos causados por estes erros. Ao longo dos anos, diversas contribuições têm surgido a respeito da detecção, identificação e recuperação de medidas espúrias. Boa parte destas propostas têm como viés o desenvolvimento de métodos de depuração de erros grosseiros a serem aplicados em estágios de pós-processamento (HANDSCHIN *et al.*, 1975; MONTICELLI; GARCIA, 1983; MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016).

Em contrapartida, contribuições paralelas a estas têm procurado sintetizar métodos alternativos de estimação de estados que permitam descartar etapas de processamento posteriores à estimação propriamente dita. Trabalhos desenvolvidos neste sentido buscam solucionar o problema a partir da utilização de novos critérios de otimização não-quadráticos. Por si só, metodologias não-quadráticas não são uma tendência recente, já que desde a década de 70 têm surgido contribuições neste sentido (MERRILL; SCHWEPPE, 1971; HANDSCHIN *et al.*, 1975; MILI *et al.*, 1996; BALDICK *et al.*, 1997; PIRES; SIMÕES-COSTA; MILI, 1999). A falta de uma base teórica sólida, problemas de convergência relacionados ao surgimento de mínimos locais e adversidades causadas por pontos de alavancamento prejudicaram a aceitação completa destes métodos. Entretanto, novas contribuições que buscam contornar estes problemas podem ser encontradas na literatura recente (GÖL; ABUR, 2014; ZHAO; MILI; PIRES, 2018; WANG; GIANNAKIS; CHEN, 2019; DOBAKHSHARI *et al.*, 2020).

A conceitualização subjacente a uma gama mais recente de estimadores baseados em métodos não-quadráticos aplica conceitos contemporâneos desenvolvidos no campo da Teoria da Informação (SANTAMARIA; POKHAREL; PRINCIPE, 2006; LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006, 2007). Estes desenvolvimentos utilizam critérios de otimização baseados na função correntropia, aliados a técnicas de ajustes de Janelas de Parzen, com o intuito de atingir níveis superiores de resiliência a erros grosseiros.

O conceito de *correntropia* está relacionado à probabilidade de duas variáveis ale-



atórias serem semelhantes dentro de uma determinada região definida por um *kernel*, usualmente Gaussiano, cuja variância estabelece uma janela de observação, também chamada de *Janela de Parzen*, dentro da qual a similaridade é avaliada (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006; MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009). Técnicas de ajuste do tamanho dessas janelas são utilizadas de forma a atenuar ou mesmo eliminar os efeitos causados por pontos discrepantes sobre o resultado da estimação. No contexto da EESP, esses conceitos dão origem a um novo critério de otimização chamado *Critério de Máxima Correntropia* (CMC). Este critério visa maximizar a similaridade entre as informações avaliadas e é frequentemente utilizado em substituição ao tradicional critério de MQP. Na ausência de dados espúrios, estimadores baseados no CMC fornecem resultados idênticos aos que seriam obtidos através dos estimadores tradicionais de MQP. Por outro lado, a utilização deste novo critério constitui uma ferramenta importante que permite a supressão natural de erros grosseiros durante estágios de estimação.

A aplicação do CMC foi primeiramente proposta no contexto da EESP por (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009). Depois disso, diversas outras aplicações na estimação de estados foram desenvolvidas. Nas referências (ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; FREITAS, V. S., 2020) encontram-se aplicações do CMC a arquiteturas híbridas voltadas à inclusão de medidas fasoriais. Em (MENEGHETTI *et al.*, 2020), a função correntropia é utilizada na formulação de uma arquitetura de co-estimação de estados visando a estimação simultânea das tensões nodais complexas e da topologia da rede. Este critério pode ser ainda encontrado em aplicações na área da estimação de estados dinâmica, como proposto em (MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020). Mais recentemente, novos desenvolvimentos na área deram origem a estimadores baseados em uma generalização da função correntropia (PESTEH *et al.*, 2019; PESTEH; MOAYYED; MIRANDA, 2020). Os métodos baseados na correntropia generalizada apresentam vantagens decorrentes da possibilidade de variar a forma do *kernel* Gaussiano e da inclusão de restrições de igualdade e desigualdade. No entanto, estas soluções exigem a aplicação de técnicas mais avançadas de programação não linear.

No contexto do presente trabalho, as propriedades relacionadas à aplicação do critério de máxima correntropia despertam grande interesse, já que permitem detectar possíveis inconsistências entre as informações utilizadas. Adicionalmente, possibilitam a supressão de dados espúrios durante a execução do próprio processo de obtenção de estimativas, viabilizando a eliminação de computacionalmente custosas etapas de pós-processamento para depuração de erros grosseiros.

## 1.2.2 Arquiteturas Híbridas de Estimação de Estados

O processo clássico de EESP se dá a partir de medidas coletadas por meio do sistema SCADA através de unidades de medição remotas chamadas de RTUs (do Inglês *Remote Terminal Units*). Tradicionalmente, este sistema fornece informações assíncronas

sobre as magnitudes das tensões, injeções de potência nas barras e fluxos de potência nas linhas de transmissão. No entanto, uma nova classe de medições realizadas por meio de PMUs tem se mostrado bastante atraente para a aplicação no processo de estimação de estados.

Mediante a obtenção de medidas diretas dos fasores de tensão e corrente nas barras e ramos da rede, respectivamente, a tecnologia de medição fasorial assegura dados com nível mais alto de precisão e taxas de amostragem muito superiores, além de possibilitar reforços no que diz respeito à observabilidade da rede elétrica. Outra característica vantajosa associada às medidas fasoriais está relacionada à sua sincronicidade. Um pressuposto que está por trás do processo de estimação de estados é de que todas as medidas refletem o mesmo estado operativo da rede. No entanto, a tecnologia SCADA não pode garantir que isso seja absolutamente verdadeiro, já que suas medidas não são perfeitamente sincronizadas no tempo. Essa suposição acaba sendo aceita na prática desde que as diferenças de tempo de aquisição dos dados sejam pequenas em comparação com as constantes de variação de carga do sistema (GOMEZ-EXPOSITO *et al.*, 2011b). Por outro lado, medidas provenientes de PMUs são capazes de retratar o estado operativo do sistema elétrico em um dado momento de forma mais exata, já que dados coletados em diferentes locais são sincronizadas com a mesma etiqueta de tempo por meio do uso do sistema de posicionamento global (GPS). Estes atributos de sincronicidade dos dados, aliados às altas taxas de amostragem das PMUs, representam benefícios que estimulam diversas aplicações na EESP. Isto inclui também abordagens que consideram representações dinâmicas dos modelos da rede (ZHAO *et al.*, 2019; DO COUTTO FILHO; STACCHINI, 2009; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020), embora estas não estejam no foco específico deste trabalho.

Em vista da progressiva evolução da aplicação de PMUs nos sistemas elétricos e das vantajosas características relacionadas a esta classe de medidas, surge o interesse no desenvolvimento de arquiteturas capazes de incorporar medidas fasoriais à EESP. Portanto, torna-se importante reavaliar as tradicionais arquiteturas existentes.

Uma forma direta de empregar esta nova classe de medidas é mediante estimadores de estados que processam medidas *exclusivamente* provenientes de PMUs (VANFRETTI *et al.*, 2011; GÖL; ABUR, 2014, 2015; ZHANG *et al.*, 2017). A principal vantagem desta estratégia é a possibilidade de concepção de estimadores lineares que dispensam métodos iterativos de solução. Apesar deste benefício, esta estratégia é passível de resistência por parte dos operadores de sistemas de potência pois descarta os já consolidados estimadores baseados em medidas SCADA. Além disso, a ainda em geral limitada penetração de PMUs nas redes elétricas existentes é outro obstáculo para que a estimação de estados possa ser realizada exclusivamente com base na nova tecnologia.

Previendo a coexistência de ambos os sistemas de aquisição de dados, ainda que somente ao longo de um período transitório de mudanças tecnológicas, contribuições presentes na literatura propõem estruturas de estimação de estados que permitem a

incorporação de medidas fasoriais sem a exclusão da infraestrutura do sistema SCADA.

Neste sentido são propostas estruturas de estimação, comumente referidas como *híbridas simultâneas*, que processam em um único estágio medidas síncronas e assíncronas (BI; QIN; YANG, 2008; VALVERDE *et al.*, 2011; CHAKRABARTI *et al.*, 2010; GOMEZ-EXPOSITO *et al.*, 2011b; JOVICIC; HUG, 2020). Assim como a estratégia de processamento exclusivo de medidas fasoriais, esta estratégia também pode despertar resistência por parte de empresas operadoras do sistema, já que exige a completa substituição do estimador de estados convencional. Além disso estimadores híbridos simultâneos também enfrentam outros problemas práticos, como a dificuldade de conciliar as distintas taxas de amostragem que caracterizam cada classe de sensores.

Outra maneira de incorporar medições fasoriais à EESP, no entanto agora sem excluir os estimadores convencionais, baseia-se no uso de estratégias *híbridas em multi-estágios*. Nestas estruturas, estimadores distintos são utilizados para o processamento individual de cada classe de medida, o que permite o emprego de algoritmos de estimação que melhor se adaptam às características dos distintos tipos de informações. Desta forma, algoritmos de estimação lineares não iterativos podem ser utilizados para tratar as medidas fasoriais sincronizadas, e estimadores convencionais podem ser empregados para processar as medidas do sistema SCADA sem a necessidade de alterações. Além disso, essas arquiteturas facilitam a conciliação das diferentes taxas de amostragem, como discutido em (JOVICIC; BILGIC; HUG, 2021).

Uma das estratégias multi-estágios frequentemente explorada na literatura utiliza resultados obtidos a partir do estimador convencional como subsídio para um outro módulo de estimação. Este último por sua vez, processa medidas fasoriais utilizando-se das estimativas SCADA como informações preliminares (ZHOU *et al.*, 2006; NUQUI; PHADKE, 2007; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011; BEZ, D.M. *et al.*, 2020; FREITAS, V. S., 2020; ASCARI; SILVA; SIMÕES-COSTA, 2021). Este esquema de estimação que utiliza informações prévias (*a priori*) sobre os estados do sistema tem sido referido na literatura relacionada como estimador híbrido sequencial ou arquitetura APSI (do Inglês *A Priori State Information*). Um problema associado a esta arquitetura sequencial decorre da necessidade de aproximações relacionadas às matrizes de covariância dos erros de estimação. Estas aproximações podem causar um efeito negativo sobre as propriedades estatísticas das soluções, e assim comprometer o desempenho de rotinas associadas ao processamento de erros grosseiros (ZANLORENSI-JR.; ASCARI; SIMÕES-COSTA, 2022).

Ainda no contexto de estimação multi-estágios, uma outra alternativa relevante baseia-se na adoção de arquiteturas de fusão (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; EDER, 2014; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019). Neste tipo de estratégia, medidas síncronas e assíncronas são processadas individualmente por estimadores distintos. Em um segundo nível, um módulo

adicional chamado de *célula de fusão* realiza a combinação das estimativas do estágio anterior de uma maneira otimizada, segundo um critério de otimização pré-estabelecido. Além dos atrativos já mencionados associados aos estimadores híbridos multi-estágios, esta opção se destaca por ser intrinsecamente compatível com o processamento individual de dados que possuam distintas características de precisão, taxas de amostragem, canais de comunicação, entre outras. Além disso sua flexibilidade permite ainda estender a arquitetura para manipular mais de duas classes de sensores. Essa formulação expandida pode ser encontrada na referência (EDER, 2014), na qual sugere-se o uso de pseudomedidas e outras informações sobre o estado operativo da rede de forma a compor uma terceira classe de estimativas. Em relação a outros estimadores multi-estágio, as arquiteturas de fusão apresentam ainda a vantagem de não exigirem aproximações nas matrizes de covariância associadas às estimativas individuais. Deste fato é possível se concluir que a solução consolidada através de arquiteturas de fusão é teoricamente a mesma que seria obtida por meio do estimador híbrido simultâneo municiado com os mesmos conjuntos de dados (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013).

Classicamente, arquiteturas de fusão realizam a combinação ótima das estimativas do primeiro nível com base em critérios que buscam a minimização da variância da solução final. A eficiência deste procedimento é atestada pela obtenção de soluções finais mais precisas do que as estimativas individuais do primeiro estágio (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013). No entanto, a fusão de estimativas convencional apoia-se na hipótese básica de que as estimativas individuais submetidas à célula de fusão sejam sãs, ou seja, não tenham sido contaminadas por medidas espúrias. Caso essa suposição não seja verdadeira, erros grosseiros que tenham corrompido as estimativas individuais também irão inevitavelmente afetar os resultados finais do processo de fusão. Esta constatação desperta o interesse em novas estratégias visando dotar as arquiteturas de fusão com propriedades de resiliência à ocorrência de erros grosseiros nos estágios preliminares de estimação.

### 1.2.3 Processamento de Erros Grosseiros em Arquiteturas de Estimação Híbridas em Multi-Estágios

Quando se trata de arquiteturas híbridas em multi-estágios, uma consideração muito frequente é de que os estimadores individuais são capazes de eliminar os efeitos de possíveis medidas espúrias. Isto garantiria que as estimativas que seguem para os estágios mais avançados das referidas arquiteturas estariam livres de erros grosseiros. No entanto, sob certas circunstâncias dados espúrios podem passar despercebidos pelos primeiros estágios de estimação (DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014), podendo assim afetar os estágios subsequentes da arquitetura e consequentemente comprometer as soluções finais.

Considerando redes com grandes índices de redundância de medidas, é pouco pro-

vável que erros grosseiros não sejam detectados pelos primeiros estágios de estimação. No entanto, na prática, redes elétricas podem apresentar zonas com baixo monitoramento pelos instrumentos de medição. Estas circunstâncias podem criar condições para o surgimento de medidas e conjuntos críticos (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981; MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984; LONDON; BRETAS, N. G.; ALBERTO, 2005) que prejudicam o desempenho das consolidadas rotinas de processamento de erros grosseiros. A preocupação pode ser ainda maior quando consideramos módulos de estimação que dependem apenas de medidas oriundas de PMUs para a detecção destes erros. Isto decorre do fato que, na maioria das redes atuais, a penetração de PMUs ainda é relativamente baixa, o que resulta em uma redundância fraca e portanto aumenta as chances de *outliers* passarem despercebidos.

No contexto de estimadores multi-estágios APSI, alguns métodos que permitem a supressão de erros grosseiros no segundo nível da arquitetura foram propostos. As referências (BEZ, D.M. *et al.*, 2020) e (ZANLORENSI-JR.; ASCARI; SIMÕES-COSTA, 2022) apresentam estratégias de processamento de erros grosseiros a serem aplicadas no segundo estágio de estimação de arquiteturas APSI baseadas em métodos ortogonais em blocos. No entanto, estas metodologias exigem etapas posteriores para detecção, identificação e supressão das medidas espúrias e estão limitadas a erros grosseiros incidentes em medições fasoriais.

Na referência (FREITAS, V. S., 2020) desenvolve-se uma arquitetura APSI baseada em (BEZ, D.M. *et al.*, 2020), porém com o segundo estágio formulado a partir do critério de máxima correntropia. Com isso, esta arquitetura provê meios de automaticamente suprimir efeitos causados por medidas espúrias relacionadas ao sistema de medição fasorial. Além disso, o trabalho também propõe uma metodologia adicional baseada em (DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014) que permite o rastreamento de erros grosseiros em estimativas SCADA a partir dos resultados obtidos do estimador híbrido.

Quando consideramos arquiteturas multi-estágios de fusão, outros métodos são propostos para atingir maior resiliência a erros grosseiros. Em (ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019) uma formulação baseada no critério de máxima correntropia é utilizada, embora esteja limitada ao estágio inicial de estimação. Dessa maneira, a estratégia cria resistência a erros grosseiros apenas nas estimativas individuais antes de atingirem o estágio de fusão propriamente dito, sem introduzir uma camada extra de proteção. Em outras palavras, nenhuma mudança é contemplada no nível da célula de fusão, que permanece com formulação apoiada nos princípios de mínima variância.

Outra proposta no contexto de arquiteturas de fusão é encontrada em (DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014) e (MUSSIATO, 2016). A estratégia aproveita a suposta independência estatística entre duas classes de estimativas do primeiro estágio para derivar testes que cruzam informações relacionadas às

respectivas propriedades estatísticas, de forma a averiguar a persistência de possíveis erros grosseiros. Os resultados confirmam um grande potencial de eliminação destes erros antes da execução do módulo de fusão das estimativas. Contudo, isso é atingido por meio do aumento da complexidade de todo o procedimento, já que etapas adicionais intermediárias (entre os estimadores de primeiro estágio e o módulo de fusão) devem ser acrescentadas à arquitetura. Além disso, esta metodologia é adequada para aplicações que consideram apenas duas classes de sensores no primeiro estágio, não abrangendo portanto soluções para arquiteturas de fusão de estimativas de uma maneira mais ampla.

Tendo em vista as questões apresentadas, pode-se dizer que o tópico de processamento de erros grosseiros associados a estimadores híbridos em multi-estágios, e mais especificamente estimadores de fusão, é um tema que ainda merece esforços adicionais de pesquisa. Nesse sentido, a presente tese visa o desenvolvimento de uma nova formulação para a fusão de múltiplas estimativas baseada no CMC, com o objetivo de garantir uma camada adicional de defesa contra os efeitos deletérios de dados espúrios.

### 1.3 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DA TESE

Considerando as diversas vantagens que a incorporação de novas classes medidas pode oferecer à EESP e visando maior robustez contra dados discrepantes, a proposta deste trabalho objetiva conjugar *(i)* estimação de estados híbrida, por meio da adoção de uma arquitetura multi-estágio de fusão de estimativas, e *(ii)* resiliência contra erros grosseiros, mediante a introdução de novos algoritmos na arquitetura de fusão. Com isso, pretende-se obter uma estrutura de estimação que permite o processamento de distintas tecnologias de medição, ao mesmo tempo em que contribui com uma frente adicional de proteção contra efeitos danosos causados por erros grosseiros que possam ter ultrapassado o estágio inicial de estimação.

Para atingir os objetivos centrais da tese, adotam-se os moldes de arquiteturas previamente delineadas para fusão de estimativas que permitem a incorporação de novas classes de medidas sem excluir a utilização de estimadores convencionais bem consolidados. Isto possibilita a obtenção de estimativas finais otimizadas com qualidade enriquecida, o que é alcançado a partir da associação de estimativas provenientes de dados de distintas tecnologias de medição processadas individualmente. Já a robustez contra dados discrepantes é atendida pelo desenvolvimento de uma nova formulação para o módulo de fusão cujos fundamentos estão relacionados a novos paradigmas de estimação de estados derivados de conceitos recentemente desenvolvidos no campo da Teoria da Informação.

São as seguintes as principais contribuições específicas almejadas para esta tese:

- **Formulação da fusão de estimativas com base em novos conceitos da Teoria de Informação:** tradicionalmente, o problema de fusão de estimativas fundamenta-se na busca pela solução de mínima variância. A principal contribuição do presente trabalho consiste no desenvolvimento de uma formulação

matemática alternativa com base no critério de máxima correntropia (CMC). Esta formulação permite a fusão de múltiplas estimativas com o objetivo de obter resultados finais otimizados, de qualidade superior quando comparados às estimativas individuais. E, de forma ainda mais relevante, a aplicação desde novo critério de otimização resulta em uma maior resiliência face à ocorrência de erros grosseiros;

- **Estudos de aplicações da nova formulação de fusão de estimativas:** a formulação de fusão via CMC proposta neste trabalho viabiliza a associação de múltiplas estimativas, o que abre um vasto leque para uma variedade de aplicações. Na presente tese são desenvolvidos estudos que buscam avaliar possibilidades de aplicação da fusão baseada no CMC para os casos particulares nos quais considera-se que duas ou três classes de estimativas estão disponíveis para processamento no módulo de fusão;
- **Desenvolvimento de recursos subjacentes:** os objetivos centrais propostos neste trabalho são atingidos por meio do desenvolvimento de outros recursos e instrumentos que viabilizam a consolidação da arquitetura de estimação proposta. Dentre eles, é possível destacar: a concepção de métodos de ajustes das janelas de observação, a formulação de limiares para detecção de erros grosseiros, e o desenvolvimento de algoritmos capazes de atender as necessidades da estrutura proposta.

#### 1.4 ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Dando seguimento ao capítulo introdutório, a presente tese de doutorado está disposta em outros 6 capítulos, os quais estão organizados conforme descrito em sequência.

O Capítulo 2 é dedicado à apresentação do arcabouço teórico que embasa a clássica estimação de estados. São discutidos tópicos relativos aos modelos de medição, solução do problema de estimação via MQP e métodos para depuração de erros grosseiros.

Novos fundamentos do campo da Teoria da Informação que têm apontado soluções alternativas para o problema de depuração de erros grosseiros são apresentados no Capítulo 3. Mais especificamente, são explorados os conceitos relacionados às janelas de Parzen e à função correntropia. A partir disso, discute-se a aplicação de um novo critério de otimização para solucionar o problema de estimação de estados.

No Capítulo 4, a arquitetura de fusão de estimativas é apresentada, bem como sua clássica formulação baseada nos princípios de mínima variância.

O Capítulo 5 apresenta o desenvolvimento da formulação da fusão para múltiplas estimativas apoiada no critério de máxima correntropia. Ainda neste capítulo discute-se as aplicações desta arquitetura, considerando cenários com duas ou três estimativas disponíveis para o processamento no módulo de fusão. Ao final, um exemplo ilustrativo é

resolvido e discutido.

O Capítulo 6 apresenta resultados de simulação obtidos a partir da aplicação da estratégia de fusão baseada no CMC a diversos sistemas-teste. Os resultados obtidos são comparados com os resultados da fusão convencional para os mesmos sistemas de referência. O objetivo é avaliar a viabilidade da metodologia proposta, bem como ressaltar as vantagens esperadas no que tange à inclusão de novas classes de medidas e à capacidade de neutralizar os efeitos de erros grosseiros.

Ao final, discute-se no Capítulo 7 as principais conclusões da tese e também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.



## 2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Através do processamento de medidas elétricas obtidas em tempo real, com base em um modelo de medição, a EESP busca estimar as magnitudes e ângulos das tensões complexas das barras com o objetivo de caracterizar o ponto de operação corrente do sistema elétrico.

Desde os primeiros desenvolvimentos realizados por Schweppe (SCHWEPPE; WILDES, 1970; SCHWEPPE; ROM, 1970; SCHWEPPE, 1970) a estimação de estados revela-se um processo de alta complexidade pois envolve diversos sub-problemas relacionados a aquisição de dados, observabilidade, processamento de erros grosseiros, entre outros. Ao longo dos anos, esta complexidade tem estimulado o surgimento de diversas contribuições que buscam aperfeiçoar questões relacionadas a modelagem do problema, confiabilidade, robustez estatística contra erros grosseiros, robustez numérica, velocidade de processamento, etc.

A formulação utilizada com maior frequência para o problema de estimação de estados baseia-se no critério de otimização de Mínimos Quadrados Ponderados (MQP). Classicamente, a solução do problema de otimização, que busca a minimização da soma ponderada dos quadrados dos resíduos, é obtida pelo método da Equação Normal de Gauss (SCHWEPPE, 1970), embora métodos ortogonais de solução tenham apresentado resultados com maior robustez numérica (SIMÕES-COSTA; QUINTANA, 1981; GENTLEMAN, 1973).

O objetivo deste capítulo é descrever a formulação clássica do problema de estimação de estados, apresentando também sua metodologia convencional de solução. Além disso, o tópico de estratégias para o processamento de erros grosseiros também é abordado.

### 2.2 MODELO DE MEDIÇÃO

De forma a introduzir os conceitos básicos relacionados à EESP, nesta seção é apresentado o modelo de medição que fundamenta as bases da clássica estimação de estados (SCHWEPPE; WILDES, 1970).

Considerando um sistema elétrico com  $N$  barras e  $m$  medidas, o número de estados a serem estimados será  $n = 2N - 1$ , correspondendo as  $N$  magnitudes de tensões complexas e seus  $N - 1$  ângulos (tomando-se um dos ângulos das tensões nodais como referência angular). O modelo de medição é então dado por

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \boldsymbol{\eta} \quad (1)$$

onde  $\mathbf{z}$  é o vetor  $m \times 1$  de medidas,  $\mathbf{z}_0$  é o vetor  $m \times 1$  das quantidades medidas e  $\boldsymbol{\eta}$  é o vetor  $m \times 1$  de erros aleatórios de medição que representa a inexatidão das quantidades

medidas.

Os valores verdadeiros das quantidades medidas podem também serem escritos como:

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor  $n \times 1$  contendo os valores verdadeiros dos estados do sistema,  $\mathbf{h}(\cdot)$  é o vetor das funções não lineares que relacionam as quantidades medidas aos estados.

Como os valores verdadeiros das variáveis de estados do sistema são desconhecidos, os valores reais das quantidades medidas também o são. Algumas suposições são feitas acerca da aleatoriedade dos erros que podem contaminar as medidas adquiridas via um determinado sistema de medição. Supõe-se que, sob condições usuais, o vetor de erros de medição tem distribuição normal, média zero e que estes erros são não-correlacionados, o que implica em que sua matriz de covariância  $\mathbf{R}$  seja diagonal. Sendo  $\sigma_i^2$  a variância da medida  $i$ , temos portanto que:

$$E\{\boldsymbol{\eta}\} = 0 \quad (3)$$

$$E\{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T\} = \mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\} \quad (4)$$

onde  $E[\cdot]$  é o operador esperança matemática e  $\mathbf{R}$  é a matriz diagonal  $m \times m$  de covariância dos erros de medição, com diagonal composta pelas variâncias das medidas  $\sigma_i^2$ , com  $i = 1, 2, \dots, m$ .

### 2.2.1 Considerações sobre o Plano de Medição

Um conceito importante a ser analisado no contexto do conjunto de medidas, diz respeito à observabilidade da rede elétrica a partir de um determinado plano de medição. A observabilidade está relacionada não só à quantidade mas também à distribuição das medidas sobre a rede elétrica. Caso o plano de medição forneça informações suficientes para viabilizar a estimação de estados, sem a necessidade de informações ou considerações adicionais, então diz-se que o sistema é observável (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984). Portanto, um estado do sistema será não-observável quando não houver medições que possibilitem uma estimativa de seu valor.

Uma condição necessária para observabilidade, embora não suficiente, é que o índice de redundância  $\rho$  seja maior do que 1,0. O índice de redundância pode ser definido com base no número de estados a serem estimados e no número de medidas disponíveis segundo a relação (HANDSCHIN *et al.*, 1975):

$$\rho \triangleq \frac{m}{n} \quad (5)$$

A insuficiência de medidas para atingir a observabilidade não necessariamente inviabiliza a estimação de estados. Técnicas que utilizam informações preliminares são uma solução para complementar o plano de medição de forma que os estados possam

ser estimados. Estas informações podem ser inseridas na forma de pseudomedidas, isto é, informações não oriundas da telemetria mas conhecidas previamente, como por exemplo injeções de potência em barras de transferência, resultados de execuções prévias do estimador, etc.

Outra alternativa é a utilização de métodos APSI, que utilizam informações *a priori* (FREITAS, V. S., 2020; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011). Estas informações são inseridas no problema de estimação de estados sob a forma de valores presumidos para as variáveis de estados; porém a eles deve ser associado um elevado grau de incerteza, para que as estimativas finais não sejam significativamente afetadas pelos valores arbitrados.

Ainda com relação às medidas de um plano de medição, pode-se definir o conceito de *medida crítica*. Uma medida é dita crítica se sua exclusão do plano de medição implicar na não-observabilidade de um dos estados do sistema (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981; MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984; ABUR; EXPOSITO, 2004; LONDON; BRETAS, N. G.; ALBERTO, 2005). Medidas críticas apresentam resíduos de estimação nulos, o que implica na não detectabilidade de possíveis erros que as contaminem.

Tratando-se de criticidade do plano de medição, pode-se também definir o conceito de *conjunto crítico*. Um conjunto de medidas é dito crítico se a remoção do plano de medição de um membro do conjunto implicar na criticidade de todas as medidas remanescentes no conjunto. A presença de conjuntos críticos interfere negativamente na capacidade de identificação de medidas espúrias no caso de erros grosseiros vinculados a estes conjuntos (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984; ABUR; EXPOSITO, 2004; LONDON; BRETAS, N. G.; ALBERTO, 2005).

### 2.3 CRITÉRIO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS

A estimação de estados em sistemas de potência é formulada a partir de um problema sobredeterminado cujo objetivo é obter estimativas das variáveis de estados tendo como base as medidas adquiridas em tempos real. Para solucionar este problema diversos critérios de otimização são propostos. O mais clássico dentre esses critérios é o de MQP (SCHWEPPE; ROM, 1970), cujo intuito é minimizar a soma ponderada dos quadrados dos resíduos.

Considerando o modelo de medição apresentado na Seção 2.2, o resíduo de estimação associados à medida  $i$  é dado por

$$r_i = z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}) \quad (6)$$

onde  $z_i$  é a quantidade medida  $i$ , e  $h_i$  é a função que relaciona o vetor  $n \times 1$  de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  ao valor da grandeza medida  $i$ . Com isso, a soma ponderada do quadrado dos resíduos  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$  é definida como:

$$J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}))^2}{\sigma_i^2} \quad (7)$$

onde  $\sigma_i^2$  é a variância associada  $i$ -ésima medida que atua como fator de ponderação.

Por fim, o problema de otimização de MQP é formulado da seguinte maneira:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}))^2}{\sigma_i^2} \quad (8)$$

Observa-se que, nesta formulação, a função objetivo é ponderada por  $\sigma_i^{-2}$ . Isto significa que quanto menor for a variância associada a medida  $i$  (e portanto maior for a exatidão do medidor  $i$ ), maior será a ponderação associada a esta medida na solução do problema de mínimos quadrados ponderados.

### 2.3.1 Método Clássico de Solução

A solução clássica do Problema (8) é obtida por meio do método da Equação Normal de Gauss (SCHWEPPE, 1970; MONTICELLI, 1999). Em termos da matriz de covariância dos erros de medição o Problema 8 pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) = [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] \quad (9)$$

De forma a minimizar a função objetivo em (9), inicialmente a condição de otimalidade de primeira ordem deve ser satisfeita:

$$\frac{\partial J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}) \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] = \mathbf{0} \quad (10)$$

onde  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})$  é a matriz Jacobiana  $m \times n$  das funções não lineares  $\mathbf{h}(\cdot)$  computada no ponto representado pelo vetor estimado  $\hat{\mathbf{x}}$ .

No entanto, como a equação (10) é não linear, são necessários métodos iterativos para obtenção da solução. A estimativa corrente do vetor de estados ( $\hat{\mathbf{x}}^k$ ) será atualizada com correções sucessivas dadas por:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \Delta \mathbf{x} \quad (11)$$

onde  $\Delta \mathbf{x}$  é o vetor  $n \times 1$  de incrementos ao vetor de estados corrente,  $\hat{\mathbf{x}}^k$ .

Expandindo  $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$  em série de Taylor em torno da estimativa corrente  $\hat{\mathbf{x}}^k$  e desprezando-se termos de ordens superiores, obtém-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k + \Delta \mathbf{x}) \approx \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k) + \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \mathbf{x} \quad (12)$$

A partir da equação (12) pode-se então obter um modelo linearizado para o Problema (9), cuja função-objetivo passa a ser:

$$J_{MQP}(\Delta \mathbf{x}) = [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \mathbf{x}]^T \mathbf{R}^{-1} [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \mathbf{x}] \quad (13)$$

onde  $\Delta \mathbf{z}$  é o vetor  $m \times 1$  de medidas incrementais dado por  $\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ .

Aplicando a condição de otimalidade ao problema de minimização descrito pela função objetivo (13) tem-se:

$$\frac{\partial J_{MQP}(\Delta \hat{\mathbf{x}})}{\partial \Delta \hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta \mathbf{x}] = \mathbf{0} \quad (14)$$

que pode ser reescrita como:

$$[\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)] \Delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} \quad (15)$$

Esta expressão é conhecida como *Equação Normal de Gauss* e descreve o sistema linear a ser resolvido a cada iteração para a determinação do vetor de incrementos do vetor de estados,  $\Delta \mathbf{x}$ .

O método de Gauss-Newton para a solução do conjunto de equações não lineares (10) consiste de um método iterativo que parte de uma estimativa inicial  $\hat{\mathbf{x}}^0$ . A cada iteração os incrementos das variáveis de estado  $\Delta \mathbf{x}$  são encontrados utilizando a equação (15). Os valores das estimativas  $\hat{\mathbf{x}}^k$  são atualizados até que seja satisfeita uma tolerância, previamente definida, para a norma dos incrementos  $\Delta \mathbf{x}$ .

Apesar de ser muito utilizado e de apresentar usualmente resultados satisfatórios, o método da Equação Normal de Gauss apresenta tendência à instabilidade numérica. Buscando maior robustez, métodos ortogonais alternativos de solução têm sido propostos e apresentado resultados bastante superiores (SIMÕES-COSTA; QUINTANA, 1981; GENTLEMAN, 1973; BEZ, D.M. *et al.*, 2020).

### 2.3.2 Matrizes Notáveis

Nos processos de estimação de estados, algumas matrizes apresentam grande relevância já que frequentemente servem como base de ponderação em procedimentos executados na sequência da estimação inicial, como ocorre em arquiteturas híbridas multi-estágios, por exemplo (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011).

Este é o caso da matriz ganho, ou matriz de informação, definida como a matriz  $n \times n$  de coeficientes no lado esquerdo da equação (15):

$$\mathbf{G} \triangleq \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (16)$$

Um outro conceito relevante no contexto da EESP está relacionado à matriz de covariância dos erros de estimação, definida como:

$$\mathbf{P} \triangleq E[(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] \quad (17)$$

onde  $E[\cdot]$  é o operador esperança matemática. Considerando uma matriz Jacobiana  $\mathbf{H}$  relacionada a um plano de medição específico, e considerando a matriz de covariância das

medidas  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{P}$  pode ser calculada ao final do processo de estimação através da seguinte expressão (SCHWEPPE; WILDES, 1970):

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1}. \quad (18)$$

Da comparação das expressões (18) e (16) pode-se concluir que

$$\mathbf{P} = \mathbf{G}^{-1}. \quad (19)$$

A matriz de covariância dos erros de estimação ganha grande relevância no contexto da EESP, já que pode ser vista como uma medida da precisão das estimativas finais  $\hat{\mathbf{x}}$ .

## 2.4 PROCESSAMENTO DE ERROS GROSSEIROS

Em termos gerais, erros cujas magnitudes excedam os valores previstos no modelo de medição adotado são chamados de erros grosseiros (HANDSCHIN *et al.*, 1975; ABUR; EXPOSITO, 2004). Frequentemente o termo *outlier* (ou valor atípico, em Português) também é utilizado para esta designação, já que são erros que sobressaem por ultrapassar os limites esperados para variáveis usualmente supostas como normalmente distribuídas (ABUR; EXPOSITO, 2004).

Medidas contaminadas por erros grosseiros, quando processadas, podem contaminar os resultados da estimação de estados. Portanto, as funções de que envolvem o processamento destes dados discrepantes assumem um papel determinante na EESP. Usualmente esta depuração ocorre em estágios posteriores à EESP propriamente dita, podendo implicar em custosos ciclos de reestimação. Por outro lado, a literatura relacionada também apresenta outros métodos de estimação alternativos à formulação baseada no critério de MQP. Estes métodos visam eliminar dados espúrios durante o processo de estimação, dispensando etapas de pós-processamento e assim proporcionando maior robustez ao estimador em relação a efeitos causados por erros grosseiros (HANDSCHIN *et al.*, 1975; KOTIUGA; VIDYASAGAR, 1982; MILI *et al.*, 1996; BALDICK *et al.*, 1997; PIRES; SIMÕES-COSTA; MILI, 1999; MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009).

### 2.4.1 Processamento Convencional de Erros Grosseiros

Apesar de ser amplamente difundida, a formulação de MQP mostra-se muito sensível à presença de medidas espúrias, que podem levar a estimativas resultantes inconsistentes com o real estado operativo da rede. Portanto, etapas posteriores à EESP propriamente dita se tornam necessárias para mitigar possíveis efeitos deletérios causados por estes erros. Tradicionalmente esta depuração envolve as funções de detecção, identificação, eliminação ou recuperação de medidas espúrias, podendo ainda implicar em laboriosos ciclos de reestimação (SCHWEPPE, 1970; HANDSCHIN *et al.*, 1975; ABUR; EXPOSITO, 2004). A Figura 2.1 ilustra estas etapas.

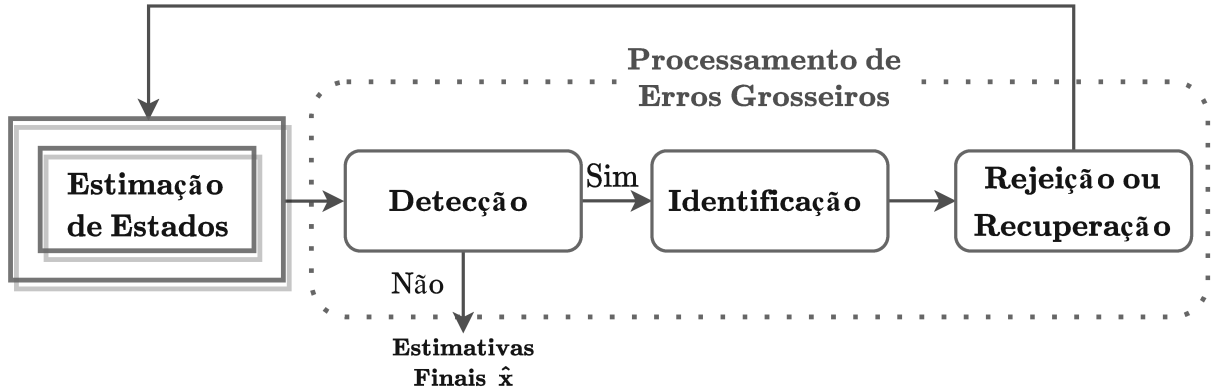


Figura 2.1 – Ilustração das etapas convencionais de processamento de erros grosseiros

Como mostra a Figura 2.1, um primeiro passo após a estimação é a detecção da existência de erros de elevadas magnitudes entre as medidas processadas pelo estimador. Em caso de ocorrência de erros grosseiros, é intuitivo esperar que os resíduos das medidas relacionadas a este erro se elevem. Portanto técnicas de análise baseadas nos resíduos de estimação, ou numa função dos mesmos, são frequentemente utilizadas. Considerando a  $i$ -ésima medida, seu resíduo ponderado pode ser calculado como:

$$r_{w,i} = \frac{z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}})}{\sigma_i} = \frac{z_i - \hat{z}_i}{\sigma_i} \quad (20)$$

onde  $z_i$  é o valor da medida  $i$ ,  $\sigma_i$  é seu desvio-padrão e  $\hat{z}_i$  é a estimativa para a respectiva quantidade medida.

Na presença de erros grosseiros o valor da função objetivo do problema de estimação ( $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$ ) – que é composta pela soma dos quadrados dos resíduos ponderados – tende a se elevar. Com base nisso, desenvolve-se os princípios do convencional método de detecção de erros grosseiros conhecido como teste do qui-quadrado (teste- $\chi^2$ ), também chamado de teste- $J(\hat{\mathbf{x}})$ . Prova-se que na inexistência de erros grosseiros, a função objetivo  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$  segue a distribuição do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) com  $gl$  graus de liberdade, onde  $gl$  é a diferença entre o número de medidas  $m$  e o número de variáveis de estado  $n$ ,  $gl = m - n$  (HANDSCHIN *et al.*, 1975; MONTICELLI; GARCIA, 1983; ABUR; EXPOSITO, 2004).

O teste do  $\chi^2$  estabelece um limiar  $K$  associado a um probabilidade de falso alarme pré-fixada  $\alpha$  que delimita o máximo valor que  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$  deve assumir sem que seja considerada a existência de erro grosseiro. Com base na definição da probabilidade de falso alarme e considerando o número de graus de liberdade  $gl$  do problema em questão, é possível determinar o limiar  $K$  como:

$$K = \chi_{gl,1-\alpha}^2 \quad (21)$$

onde  $\chi_{gl,1-\alpha}^2$  denota o percentil da distribuição do  $\chi^2$  considerando  $gl$  graus de liberdade e uma probabilidade de falso alarme  $\alpha$ .

Para execução do teste- $\chi^2$ , duas hipóteses são formuladas:

- Se  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) \leq K$ , infere-se a inexistência de medidas espúrias, ou seja, a hipótese de que  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$  segue a distribuição do  $\chi^2$  é verdadeira.
- Se  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) > K$ , infere-se a existência de erros grosseiros no plano de medição, ou seja, com uma probabilidade de falso alarme  $\alpha$  rejeita-se a hipótese de que  $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}})$  segue a distribuição do  $\chi^2$ .

Em caso de detecção positiva ( $J_{MQP}(\hat{\mathbf{x}}) > K$ ), a etapa de identificação é inicializada (vide Figura 2.1). Uma estratégia direta de determinar a medida portadora de erro grosseiro poderia ser baseada na inspeção imediata do resíduo de maior valor absoluto. No entanto, esta técnica não se mostra confiável já que as magnitudes dos resíduos brutos variam de acordo com a precisão dos diferentes tipos de medidas, da topologia da rede, da condição de operação, etc. Além disso, o efeito de um erro grosseiro pode se alastrar sobre os resíduos de medidas sãs. Estes problemas podem ser contornados através do *Método do Máximo Resíduo Normalizado* (HANDSCHIN *et al.*, 1975; MONTICELLI, 1999) ou através de abordagens mais elaboradas como o *Método- $\hat{b}$*  (MONTICELLI; GARCIA, 1983).

Classicamente, o Método do Máximo Resíduo Normalizado é utilizado para identificação de medidas espúrias. Como o nome indica, este método busca normalizar os resíduos de modo a permitir uma comparação mais justa do que a simples inspeção do máximo resíduo. O resíduo normalizado para uma medida  $i$  é obtido através da razão do resíduo pelo desvio-padrão correspondente (MONTICELLI; GARCIA, 1983):

$$r_{N,i} = \frac{r_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \quad (22)$$

onde  $\Omega_{ii}$  é o  $i$ -ésimo termo diagonal da matriz de covariância dos resíduos  $\Omega$ , calculada como:

$$\Omega = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{H}^T \quad (23)$$

Prova-se que, em situações onde todas as medidas estão livres de erros grosseiros, exceto uma, o resíduo normalizado de maior magnitude revelará a medida errônea (HANDSCHIN *et al.*, 1975; MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

Uma vez que a medida espúria tenha sido identificada, ela deve ser removida do conjunto de medições ou recuperada. Depois disso a estimação de estados deve ser refeita para que novas estimativas, agora livres de erros grosseiros, sejam obtidas.

Uma alternativa à estratégia clássica de identificação de erros baseia-se no Método- $\hat{b}$ . Esta metodologia procura determinar a medida espúria através de uma estimativa da magnitude dos erros. A vantagem desta estratégia de identificação é a possibilidade de permitir a recuperação da medida errônea. Uma vez que uma estimativa do erro já tenha sido calculada anteriormente, a medida recuperada pode ser facilmente calculada (MONTICELLI; GARCIA, 1983).

O processamento completo do erro grosseiro é realizado apenas para a medida portadora do maior resíduo normalizado. No caso da ocorrência de múltiplos erros grossei-



ros, as etapas de detecção, identificação, eliminação (ou recuperação) da medida espúria, seguidas da re-estimação dos estados, devem se repetir múltiplas vezes até que se conclua que todos os dados discrepantes tenham sido devidamente removidos do plano de medição.

O procedimento descrito acima, denominado de Identificação por Eliminação, pode ser ineficiente sob condições com erros grosseiros múltiplos, especialmente quando estes erros são interativos (CLEMENTS; DAVIS, 1986; ABUR; EXPOSITO, 2004). Por esse motivo, outras abordagens buscam maneiras mais sofisticadas de realizar o tratamento de erros grosseiros múltiplos. Um dos exemplos é o método de Identificação baseado em Teste de Hipóteses (teste HTI) (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984). Também é o caso de métodos como os descritos em (CLEMENTS; DAVIS, 1986) e (BRETAS, Newton G. *et al.*, 2013), que executam o processamento de erros grosseiros a partir de uma interpretação geométrica para os resíduos.

#### 2.4.2 Estimadores de Estados Estatisticamente Robustos

Os chamados *estimadores estatisticamente robustos* são desenvolvidos na perspectiva de dispensar custosas etapas de pós-processamento que, em estimadores convencionais baseados no critério de MQP, são necessárias para o tratamento de medidas espúrias (ABUR; EXPOSITO, 2004). Normalmente estes estimadores envolvem estratégias de otimização alternativas, baseadas em formulações não-quadráticas, e têm como propósito comum introduzir modificações na formulação da EESP de modo que os efeitos causados por erros grosseiros sejam naturalmente eliminados como parte do processo de estimação.

Pode-se dizer que nestes estimadores o processo de estimação de estados está concatenado com o processamento de erros grosseiros, como ilustra conceitualmente a Figura 2.2. A supressão dos dados discrepantes usualmente decorre de ajustes de determinados parâmetros associados aos respectivos algoritmos de estimação, executados ao longo do processo de solução iterativa. Contudo, vale ressaltar que mesmo estimadores estaticamente robustos estão sujeitos a problemas relacionados à criticidade de medidas, como os discutidos na Subseção 2.2.1.

Os *M-estimators*, ou estimadores de máxima verossimilhança, são uma das classes de estimadores desenvolvidas com o propósito atingir maior robustez contra erros grosseiros. De acordo com (ABUR; EXPOSITO, 2004), um *M-estimator* fundamenta-se na minimização de uma função objetivo não-quadrática expressa em termos dos resíduos das medidas que está sujeita a restrições relacionadas às equações de medição. Estas funções-objetivo não quadráticas podem aparecer em variadas formas como: quadrática-constante, quadrática-linear, raiz quadrada (HANDSCHIN *et al.*, 1975; BALDICK *et al.*, 1997), ou ainda com uma forma generalizada conhecida como *Generalized M-estimator* (MILI *et al.*, 1996). Estimadores conhecidos como *Iteratively Reweighted Least-Squares* (PIRES; SIMÕES-COSTA; MILI, 1999) e estimadores WLAV (do Inglês *Weighted Least Absolute Value*) (KOTIUGA; VIDYASAGAR, 1982; CELIK; ABUR, 1992; GÖL; ABUR,

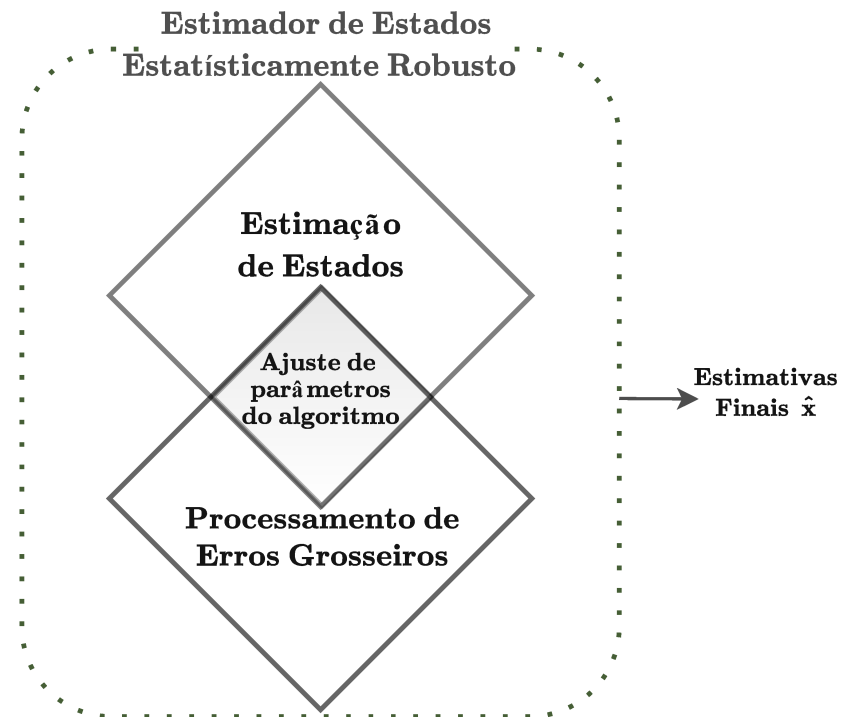


Figura 2.2 – Ilustração esquemática da estimação de estados estatisticamente robusta

2014) podem também ser interpretados como casos particulares dentro da classe dos *M-estimators*.

De forma geral, as estratégias de estimação citadas acima são desenvolvidas com o propósito comum de identificar, ao longo do processo de estimação, medidas cujos resíduos apresentem um rápido crescimento. A partir desta identificação, é possível adaptar parâmetros dos algoritmos não-quadráticos para que ocorra a redução da influência de medições espúrias nas estimativas finais. Apesar dos benefícios atrelados a estes estimadores, algumas destas abordagens podem enfrentar obstáculos, como por exemplo a ocorrência de mínimos locais, complicações relacionadas a pontos de alavancamento, e aumento da complexidade computacional (PIRES; SIMÕES-COSTA; MILI, 1999; ABUR; EXPOSITO, 2004).

Outra classe de estimadores que também se encaixa na categoria de estimadores estatisticamente robustos apoia-se em novos princípios desenvolvidos no campo da Teoria da Informação. Estes estimadores baseiam-se no critério de máxima correntropia (CMC) que permite uma supressão natural de efeitos causados por erros grosseiros durante a execução da estimação de estados. No caso de estimadores baseados no CMC, a supressão de erros decorre de ajustes realizados nos tamanhos da Janelas de Parzen. O capítulo a seguir fornece mais detalhes sobre esses novos conceitos da Teoria da Informação aplicados à EESP.

## 2.5 CONCLUSÕES

O processo de EESP tem como objetivo obter estimativas das variáveis de estado (tensões complexas das barras) a partir de um determinado conjunto de medidas. Este processo decorre de um modelo matemático não-linear com base em algumas hipóteses acerca dos erros aleatórios relacionados às quantidades medidas.

Convencionalmente, para se obter a estimativa dos estados utiliza-se como critério de otimização a minimização da soma dos quadrados ponderados dos resíduos de estimação. A solução clássica para o problema é obtida através da aplicação do método da Equação Normal de Gauss. No entanto, outros métodos têm sido propostos ao longo dos anos para assegurar maior robustez numérica.

Independente do método utilizado para a solução, o resultado obtido da estimação de estados será ótimo se os desvios entre as quantidades medidas e os valores reais das medidas seguirem uma distribuição Gaussiana com média zero, conforme o suposto na definição do modelo de medição. Entretanto, o desempenho de estimadores baseados no critério de MQP pode ser severamente afetado na presença de medidas com erros que violem a hipótese acima mencionada. Visando contornar este problema, estimadores convencionais são necessariamente equipados com etapas de pós-processamento para detecção, identificação e tratamento de dados espúrios, o que implica na necessidade de se refazer todo o processo até que os erros grosseiros sejam totalmente expurgados. Esta dificuldade estimula a busca por outras metodologias que minimizem os prejuízos causados pela presença de erros de elevadas magnitudes. Uma abordagem alternativa com base em conceitos do campo da Teoria da Informação é apresentada em sequência no Capítulo 3.

### 3 NOVOS CONCEITOS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO APLICADOS À ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A aplicação de recentes critérios de otimização apoiados por conceitos da Teoria de Informação tem surgido como uma alternativa à clássica estimação de estados baseada no critério de MQP. O principal objetivo ao se utilizar estes conceitos é contornar problemas que surgem da eventual presença de erros grosseiros no conjunto de medidas.

A EESP baseada nos princípios contemporâneos da Teoria da Informação distingue-se particularmente no que se refere à função objetivo utilizada como critério de otimização. Em substituição à clássica busca pela minimização da soma dos quadrados dos resíduos, o objetivo passa a ser a maximização da quantidade de informação que pode ser extraída das medidas disponíveis. Este propósito pode ser atingido da conjugação de conceitos relacionados à função *Correntropia* e às *Janelas de Parzen* (PARZEN, 1962; SANTAMARIA; POKHAREL; PRINCIPE, 2006; LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006, 2007).

De forma sintética, a função correntropia traduz a semelhança entre duas variáveis aleatórias. No contexto da EESP, ela se torna interessante por viabilizar uma avaliação sobre a relação de similaridade entre medidas disponíveis e medidas estimadas. A partir desta ideia, o problema de otimização baseado no *Critério de Máxima Correntropia* (CMC) é formulado para aplicação no âmbito da estimação de estados (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020; MENEGHETTI *et al.*, 2020; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020). A seletividade deste critério pode ser controlada através de ajustes nas janelas de Parzen. Este recurso revela-se fundamental no processo de estimação pois é o responsável pela característica desejada de resiliência frente à ocorrência de erros grosseiros.

Inicialmente neste capítulo, os principais conceitos do campo da Teoria da Informação que conduzem à formulação do CMC são abordados na Seção 3.2. Além disso, na Seção 3.3 são apresentadas metodologias que permitem a aplicação do referido critério.

#### 3.2 ALGUNS CONCEITOS DA TEORIA DA INFORMAÇÃO

Nesta seção são apresentados os princípios do campo da Teoria da Informação que fundamentam a aplicação do CMC no âmbito da estimação de estados em sistemas de potência.

##### 3.2.1 Janelas de Parzen

Em determinadas situações práticas, expressões analíticas que caracterizem uma função densidade de probabilidade (fdp) são difíceis de serem determinadas. Uma maneira

de estimar uma fdp  $f(x)$ , associada à variável aleatória  $x$ , a partir de uma amostra discreta de pontos  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), pode ser feita através do método de *janelas de Parzen* (PARZEN, 1962). Esta técnica aproxima a fdp através da soma de funções *kernel* (ou funções núcleo) centradas individualmente em cada ponto da amostra. Interpreta-se que cada ponto da observação é localmente descrito por uma função delta de Dirac; entretanto, as funções núcleo contínuas  $\kappa(\cdot)$  servem como uma aproximação. Utilizando esta técnica, uma estimativa  $\hat{f}(x)$  de  $f(x)$  pode ser obtida a partir de amostras de  $x$  como (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa(x - x_i) \quad (24)$$

No caso específico em que é empregada uma função *kernel Gaussiana*, denotada por  $\kappa_G(x - x_i, \sigma_w^2)$ , onde  $\sigma_w^2$  é a variância do *kernel*. Esta escolha é particularmente adequada para utilização como função núcleo do método de janelas de Parzen. Para um determinado ponto da observação, o *kernel* Gaussiano é definido como (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$\kappa_G(x - x_i, \sigma_w^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma_w^2}} \quad (25)$$

O desvio-padrão  $\sigma_w$  controla a largura do *kernel* ou da “janela de observação”. No contexto da estimação de estados, este parâmetro está diretamente relacionado à seletividade quanto à aceitação de dados para processamento da função objetivo do CMC. Maiores detalhes sobre esta característica são apresentados adiante neste capítulo.

### 3.2.2 Correntropia

O conceito de *correntropia* está relacionado à probabilidade de duas variáveis aleatórias serem semelhantes dentro de uma vizinhança de um espaço conjunto, definida por um função *kernel* Gaussiana cuja variância estabelece uma “janela de observação” dentro da qual avalia-se a similaridade (SANTAMARIA; POKHAREL; PRINCIPE, 2006; LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006).

Considerando duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , a correntropia - que fornece uma medida da semelhança entre estas duas variáveis - pode ser expressa por (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$\mathcal{V}(X, Y) = E[\kappa_G(X - Y, \sigma_w)] \quad (26)$$

onde  $\kappa_G(X - Y, \sigma_w)$  é uma função *kernel* Gaussiana com variância  $\sigma_w^2$  e  $E[\cdot]$  é o operador de esperança matemática. Mostra-se que o valor esperado é calculado como (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2006):

$$E[\kappa_G(X - Y, \sigma_w)] = \int_x \int_y \kappa_G(X - Y, \sigma_w) f_{XY}(x, y) dx dy \quad (27)$$

onde  $f_{XY}(x, y)$  é a função densidade de probabilidade conjunta de  $X$  e  $Y$ . Portanto (26) pode ser reescrita como:

$$\mathcal{V}(X, Y) = \int_x \int_y \kappa_G(X - Y, \sigma_w) f_{XY}(x, y) dx dy \quad (28)$$

Na prática a fdp conjunta das variáveis ( $f_{XY}(x, y)$ ) é desconhecida. No entanto, a partir de um número finito de amostras  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ , uma aproximação para a fdp conjunta pode ser realizada através do método de janelas de Parzen descrito anteriormente na Subseção 3.2.1. Portanto, uma estimativa  $\hat{\mathcal{V}}$  para a função correntropia pode ser obtida através da utilização do *kernel Gaussiano* definido por (25) e pode ser expressa como (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$\hat{\mathcal{V}}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_G(x_i - y_i, \sigma_w) \quad (29)$$

Neste caso a “janela de observação” pode ser associada à janela de Parzen, cuja largura é controlada através do parâmetro  $\sigma_w$ . Sendo ajustável, esta janela pode ser utilizada para promover a rejeição automática de amostras discrepantes. Esta característica decorre de propriedades da função correntropia, como se discute na Subseção 3.2.2.1, a seguir. Técnicas de como realizar ajustes das janelas de observação são abordadas posteriormente, na Subseção 3.3.1.

### 3.2.2.1 Propriedades da Função Correntropia

A função correntropia apresenta diversas propriedades, conforme destacado em (SANTAMARIA; POKHAREL; PRINCIPE, 2006) e (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007), as quais estimulam diversas aplicações. São aqui apresentadas algumas dessas propriedades que concernem ao contexto da presente tese.

*Propriedade 1:* se as funções *kernel* utilizadas são simétricas, então a função correntropia também será simétrica:

$$\mathcal{V}(X, Y) = \mathcal{V}(Y, X); \quad (30)$$

*Propriedade 2:* a função correntropia é positiva e limitada, de modo que:

$$0 < \mathcal{V}(X, Y) \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}}; \quad (31)$$

*Propriedade 3:* a função correntropia atinge seu máximo na origem, ou seja, quando  $X = Y$ ;

*Propriedade 4:* a função correntropia envolve todos os momentos de ordem par da variável aleatória  $X - Y$ . A expressão a seguir mostra a expansão em série de Taylor da função correntropia (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$\mathcal{V}(X, Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2^n n!)} E \left[ \frac{(X - Y)^{2n}}{\sigma_w^{2n}} \right]. \quad (32)$$

Uma característica interessante da correntropia é que o aumento de  $\sigma_w$  faz com que os momentos de segunda ordem se sobressaiam em relação aos demais (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007). Sendo assim, para tamanhos de *kernel* relativamente grandes, pode-se constatar uma relação entre o critério de máxima correntropia e o critério de mínimos quadrados;

*Propriedade 5:* a função correntropia pode ser associada a uma métrica denominada métrica induzida pela correntropia CIM (do Inglês, *Correntropy Induced Metric*). Esta métrica permite uma interpretação geométrica da função correntropia. Isto justifica que uma atenção especial seja dada a esta propriedade, o que é feito na Subseção 3.2.2.2 a seguir.

### 3.2.2.2 Métrica Induzida pela Função Correntropia

Para melhor entendimento das características da função correntropia, é possível associar a ela uma interpretação geométrica. Esta interpretação pode ser explorada a partir de sua métrica induzida CIM, que computa distâncias dentro de um espaço de amostras definido por uma função *kernel* Gaussiana. Quanto menores as distâncias computadas por esta métrica, maior é a semelhança entre as variáveis.

Considerando dois vetores  $X = \{x_1, \dots, x_N\}^T$  e  $Y = \{y_1, \dots, y_N\}^T$  a métrica CIM é definida como (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007):

$$CIM(X, Y) = [\kappa_C(0, \sigma_w) - \mathcal{V}(X, Y)]^{\frac{1}{2}}. \quad (33)$$

A Figura 3.1(a) apresenta o comportamento tridimensional de  $CIM(X, 0)$  em um espaço de duas dimensões, delimitado por uma função núcleo com  $\sigma_w = 1$ . Esta curva representa as distâncias do vetor  $X = \{x_1, x_2\}^T$  à origem.

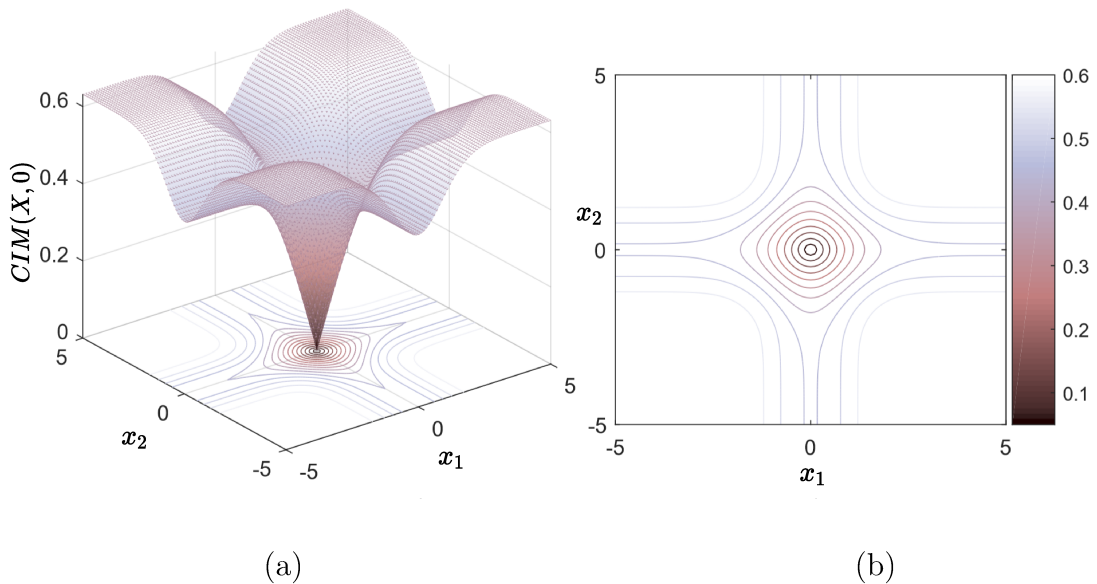


Figura 3.1 – (a) Comportamento da métrica  $CIM(X, 0)$  com  $\sigma_w = 1$ ; (b) projeção da métrica no plano  $(x_1, x_2)$ ;

Conforme (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007), a função correntropia é capaz de assumir características das normas  $l_2$ ,  $l_1$  e  $l_0$ . Este comportamento pode ser observado na Figura 3.1(b) que complementa a Figura 3.1(a) apresentando uma visão bidimensional dos contornos de  $CIM(X,0)$ . Quanto mais próximo o vetor  $X$  está da origem do espaço amostral, menor será a distância computada através da métrica CIM. Nas vizinhanças da origem, a métrica induzida CIM corresponde à norma Euclidiana  $l_2$ . Em uma zona intermediária pode-se notar que os contornos da função se aproximam de quadrados assumindo portanto o comportamento da norma  $l_1$  (máximo valor absoluto). Em pontos mais distantes do espaço, a métrica permanece praticamente inalterada e se torna insensível com a distância, aproximando-se da norma  $l_0$ .

Um conclusão importante é que, diferentemente da métrica puramente Euclidiana - na qual componentes mais distantes contribuem com maiores pesos - a métrica CIM desvaloriza as contribuições de amostras suficientemente distantes, já que nesses casos se comporta como a norma  $l_0$ . Este princípio garante que a semelhança entre variáveis mensurada mediante a função correntropia seja predominantemente influenciada pelos componentes mais próximos.

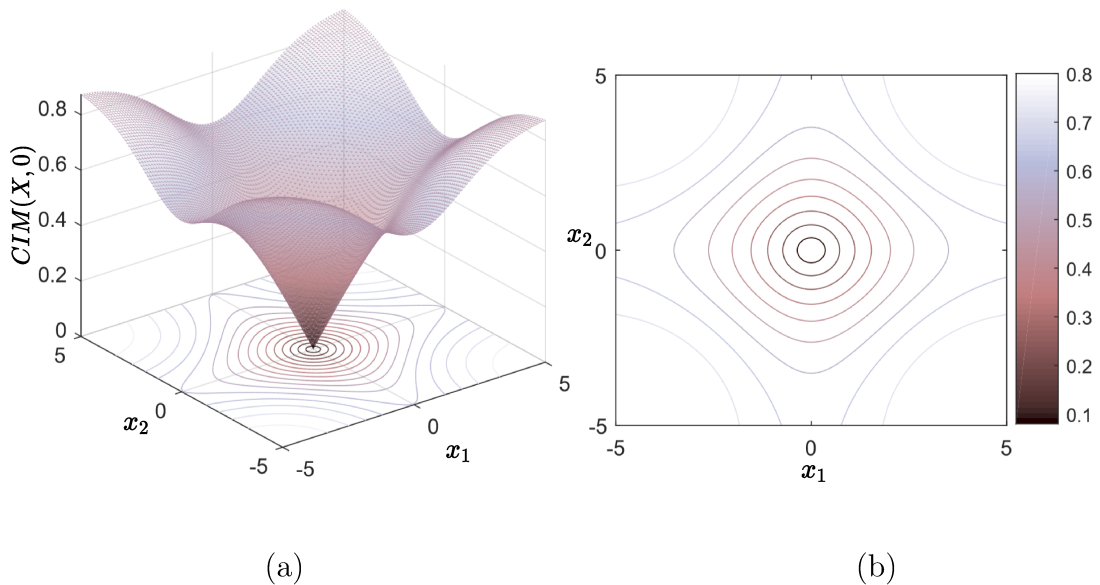


Figura 3.2 – (a) Comportamento da métrica  $CIM(X,0)$  com  $\sigma_w = 2$ ; (b) projeção da métrica no plano  $(x_1, x_2)$ ;

Salienta-se ainda que a indução das diferentes normas associadas à métrica CIM sofre influência do parâmetro que regula o tamanho do *kernel*. Analisando a Figura 3.2, onde a largura da janela foi variada para  $\sigma_w = 2$ , e a Figura 3.1 onde  $\sigma_w = 1$ , percebe-se que um aumento do parâmetro  $\sigma_w$  causa uma expansão das primeiras zonas sob indução das normas  $l_2$  e  $l_1$  na segunda figura em relação à primeira.



### 3.2.2.3 Exemplo Ilustrativo

Nesta seção o objetivo é ilustrar, por meio de um simples exemplo, os conceitos da Teoria da Informação abordados neste capítulo.

Considera-se que foram realizadas cinco observações relativas a um determinado parâmetro  $X$  cujo valor verdadeiro é 5 e descreve uma reta horizontal em um espaço bidimensional. Os erros associados às amostras seguem uma distribuição Gaussiana com desvio-padrão 0,1. No entanto, uma das observações está contaminada por erro grosseiro e assume o valor 7, claramente distante do real.

A Figura 3.3 apresenta o comportamento da função correntropia sob diferentes tamanhos de janelas de Parzen. Observa-se que a correntropia agrupa o comportamento conjunto dos *kernels* Gaussianos centrados individualmente em cada ponto amostrado. A redução progressiva da largura da janela, a partir da figura superior, acaba por evidenciar a distribuição dos erros em torno do valor verdadeiro 5. A partir da segunda figura, fica evidente que este valor é próximo ao valor da abcissa correspondente ao máximo da função correntropia. Além disso, a redução do tamanho do *kernel* também deixa isolada a amostra caracterizada como erro grosseiro, o que fica perfeitamente claro na terceira figura, para a qual  $\sigma_w = 0,2$ .

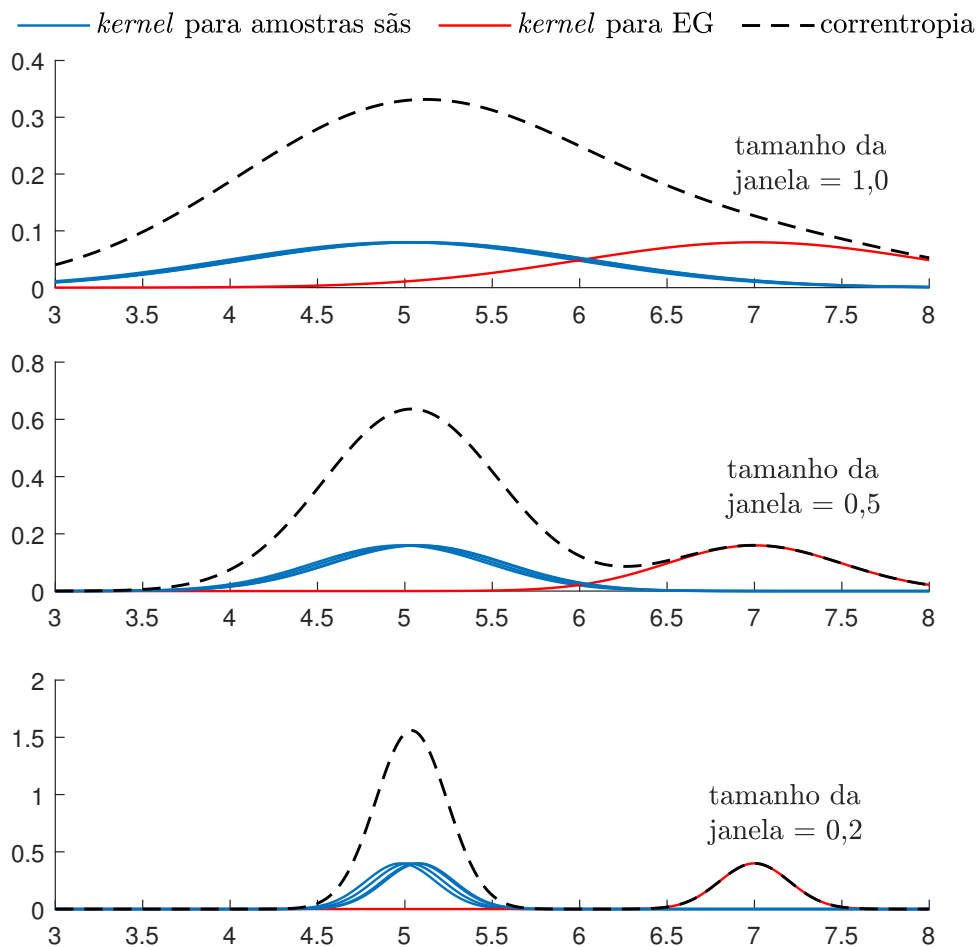


Figura 3.3 – Ilustração da função correntropia considerando diferentes larguras de *kernels* Gaussianos

Suponha que, a partir das observações, tenha-se interesse em obter uma estimativa para a reta  $X = 5$ . A Figura 3.4 ilustra duas retas que seriam obtidas das aproximações utilizando o método MQP e um método apoiado na função correntropia.

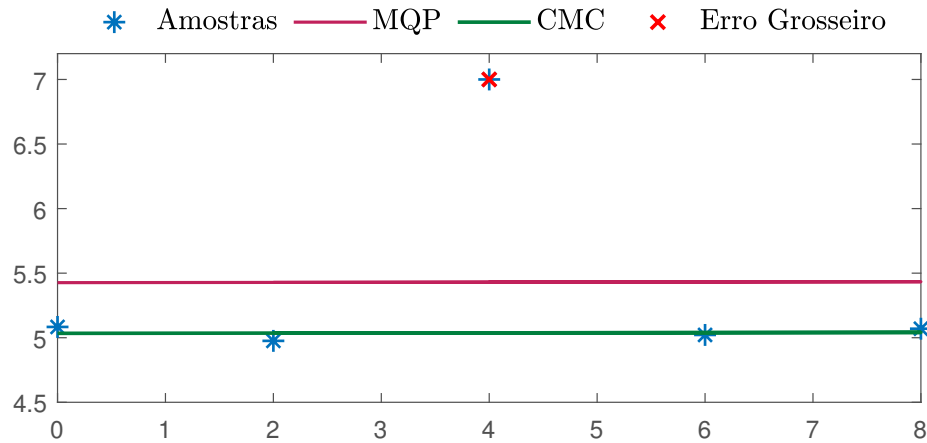


Figura 3.4 – Representação de retas ajustadas com base em um método apoiado na função correntropia e no método MQP

Observa-se que a reta obtida através do método MQP sofre um desvio considerável em relação ao valor verdadeiro, pelo fato da métrica Euclidiana considerar uma elevada importância para pontos amostrados discrepantes. No entanto, no caso da reta ajustada de acordo com a função correntropia, a estimativa não é afetada pelo erro grosseiro. Considerando um *kernel* Gaussiano suficientemente pequeno, de forma a revelar o erro grosseiro, ocorre uma significativa atenuação da influência do ponto discrepante na composição do resultado, já que este ponto amostrado possui pouca semelhança com os demais.

Esta característica intrínseca à correntropia, de induzir a desvalorização de amostras discrepantes, desperta novos paradigmas em diversas áreas do conhecimento, e em especial no âmbito da EESP. Neste contexto, a Seção 3.3 apresenta a formulação de um critério de otimização apoiado na função correntropia que têm sido utilizada como alternativa à tradicional formulação de estimação de estados baseada nos MQP.

### 3.3 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA

A conjunção dos conceitos de correntropia e de janelas de Parzen dá origem ao denominado *Critério de Máxima Correntropia* (CMC). No contexto da EESP, este critério tem sido aplicado a estimadores de estados em substituição ao critério de MQP (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; FREITAS, V. S., 2020; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020; MENEGHETTI *et al.*, 2020; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020). Nesta seção a estimação de estados sob o critério de máxima correntropia é revisada.

Em contraste com o Problema (8), que visa a minimização da soma dos quadrados dos resíduos, o propósito de se utilizar o CMC é maximizar a similaridade entre as medidas disponíveis e as estimativas para as quantidades medidas.

Da aplicação da função correntropia, pode-se avaliar a similaridade entre as variáveis aleatórias das medidas ( $\mathbf{z}$ ) e as  $m$  estimativas para as quantidades medidas ( $\hat{\mathbf{z}}$ ), conforme o modelo de medição apresentado na Seção 2.2. Isto é proporcionado pela seguinte definição da função correntropia:

$$\hat{\mathcal{V}}(z, \hat{z}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \kappa_G(z_i - \hat{z}_i, \sigma_w) \quad (34)$$

onde  $\kappa_G(z_i - \hat{z}_i, \sigma_w)$  é a função *kernel* Gaussiana expressa para cada medida como:

$$\kappa_G(z_i - \hat{z}_i, \sigma_w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} e^{-\frac{(z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}))^2}{2\sigma_w^2}} \quad (35)$$

Utilizando-se as equações (34) e (35), a solução é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{\hat{\mathbf{x}}} J_{CMC}(\hat{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^m R_{ii}^{-1} e^{-\frac{(z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}))^2}{2\sigma_w^2}} \quad (36)$$

Na equação (36), utilizam-se os elementos da matriz de covariância  $\mathbf{R}$  como forma de ponderar os termos do somatório de acordo o inverso das variâncias das medidas.

Na prática, a solução deste problema recai em uma equação cuja forma se assemelha à da Equação Normal do método MQP, podendo ser solucionada através de algoritmos iterativos tradicionais (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019), ou ortogonais, conforme proposto em (FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020). Adicionalmente, esta abordagem pode ser interpretada como um estimador da classe frequentemente referida na literatura como “mínimos quadrados reponderados” (ou em Inglês, *Reweighted Least-Squares*) (PIRES; SIMÕES-COSTA; MILI, 1999; ABUR; EXPOSITO, 2004). Neste caso, ajustes da função objetivo são realizados de acordo com variações do parâmetro  $\sigma_w$ .

### 3.3.1 Processamento de Erros Grosseiros em Estimadores Baseados no Critério de Máxima Correntropia

Os efeitos da aplicação das propriedades da correntropia podem ser controlados por meio de ajustes iterativos no tamanho das janelas de observação. Para tal, utilizam-se técnicas que variam o parâmetro  $\sigma_w$  durante o processo iterativo de maximização da correntropia. É este controle que viabiliza o expurgo automático dos efeitos provocados por erros grosseiros, já que limita o conjunto de medidas que efetivamente contribuem para a solução àquelas que são consistentes entre si.

Normalmente, o processo de estimação de estados é inicializado com um elevado valor de  $\sigma_w$ , ou seja, uma ampla janela de observação capaz de englobar todos os resíduos do processo de estimação. Nesta situação, a métrica induzida pelo CMC reflete o paradigma Euclidiano, ou seja, a solução obtida da aplicação do CMC será equivalente à solução via MQP. No decorrer do processo iterativo esta janela poderá ser reduzida com o objetivo de induzir outras métricas, de forma a atenuar a influência de possíveis medidas deletérias e consequentemente eliminar automaticamente os efeitos causados por erros grosseiros.

O desempenho da EESP apoiada no CMC é dependente da estratégia utilizada para o ajuste iterativo das Janelas de Parzen. Algumas estratégias utilizam critérios para redução da janela baseados nos resíduos de estimação (MENEGHETTI *et al.*, 2020; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020), de forma similar aos métodos clássicos utilizados para identificação de erros grosseiros. Uma outra alternativa apresentada no contexto da estimação de estados dinâmica pode ser encontrada em (MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020). De forma contraintuitiva, esta referência propõe o alargamento das janelas considerando um conjunto específico de medidas suspeitas. Segundo a referência em questão, este alargamento da janela, direcionado apenas ao conjunto de suspeitos, mostra-se igualmente eficiente na redução do efeito dos dados discrepantes sob a solução final.

Embora algumas opções de ajustes tenham sido propostas, uma avaliação sobre o método mais adequado para a estimação aplicada a sistemas de potência ainda está em aberto. Possivelmente, diferentes estratégias de estimação podem se beneficiar de maneiras distintas de cada método de ajuste de acordo com as características de cada problema.

### 3.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo são explorados recentes conceitos da Teoria de Informação que descortinam perspectivas animadoras no campo da EESP. Os conceitos de janelas de Parzen e correntropia, quando conjugados, recaem no desenvolvimento do critério de otimização CMC, o qual tem se revelado uma ferramenta valiosa para a estimação de estados.

Este critério tem sido aplicado a estimadores de estados em substituição à tradicional busca pela minimização da soma dos quadrados dos resíduos. O objetivo do problema de otimização passa a ser maximizar a semelhança entre as medidas e as estimativas das respectivas quantidades medidas. Em contraste com as metodologias de processamento de erros grosseiros associadas ao método MQP, esta nova abordagem apresenta propriedades superiores de robustez contra erros grosseiros.

Na prática, a solução do problema de estimação baseado no CMC pode ser obtida de maneira muito similar ao método utilizado para o critério de MQP, exceto pelo fato relevante de que, através de ajustes no tamanho do *kernel* Gaussiano, os pesos das contribuições das medidas variam ao longo do processo iterativo. Trata-se portanto de um

método do tipo *Reweighted Least Squares* (ABUR; EXPOSITO, 2004). No caso presente, as alterações dos pesos implicam em variações na métrica induzida pela função correntropia e conseqüentemente na seleção das medidas sãs através da norma  $l_2$  (subjacente ao critério de MQP). Simultaneamente, ocorre a atenuação dos efeitos dos erros grosseiros através da aplicação das normas induzidas  $l_1$  e  $l_0$  a medidas que se comportam como *outliers*.

Os recentes desenvolvimentos no campo da Teoria da informação abordados neste capítulo proporcionam também novas perspectivas para a estimação híbrida de estados. No contexto dessa tese, o CMC é proposto como princípio para o desenvolvimento de uma nova formulação para a fusão de estimativas, apresentada no Capítulo 5. A adoção de um novo critério de otimização para fundamentar o processo de fusão, desenvolvido com base nos conceitos aqui apresentados, permite a introdução de uma camada adicional de proteção à ocorrência de erros grosseiros, contribuindo assim para aumentar a robustez do processo de estimação como um todo.

## 4 FUSÃO DE ESTIMATIVAS

### 4.1 INTRODUÇÃO

A necessidade de inclusão de novas classes de medições à estimação de estados, que surge em decorrência do advento das medições fasoriais sincronizadas, estabelece um novo paradigma no âmbito da estimação de estados. As unidades de medição fasorial (PMUs) permitem a obtenção direta e síncrona dos fasores de tensões nodais e correntes nos ramos assegurando dados com elevados níveis de precisão associados a taxas de amostragem superiores em relação ao sistema de medição tradicional. Devido a estas características, um entendimento consolidado é que o processamento destas medidas pode introduzir melhoras significativas na qualidade dos resultados obtidos pela estimação de estados. Uma das alternativas de destaque para inclusão desta nova classe de medidas é a estratégia de fusão de estimativas, cuja formulação clássica tem destaque neste capítulo.

Primeiramente, a Seção 4.1.1 apresenta uma breve introdução sobre métodos para incorporação de medidas fasoriais na EESP, o que motiva o adoção da estratégia de fusão de estimativas neste contexto. A Seção 4.2 introduz de uma forma geral a teoria de fusão de dados. Em sequência, na Seção 4.3.1, a formulação convencional para fusão de estimativas baseada no critério de mínima variância é revisada. Ao final, discute-se problemas relacionados ao processamento de erros grosseiros em arquiteturas de fusão de estimativas aplicadas à EESP.

#### 4.1.1 Breve Revisão Bibliográfica sobre a Inclusão de Medidas Fasoriais à EESP

Em anos recentes, diversas propostas que balizam a utilização da nova classe de medidas provenientes de PMUs têm sido apresentadas. Algumas destas propostas são baseadas em estimadores que processam exclusivamente medidas fasoriais (VANFRETTI *et al.*, 2011; GÖL; ABUR, 2014, 2015; ZHANG *et al.*, 2017). Outras contribuições preveem a coexistência das tecnologias de medição síncronas e assíncronas, e portanto propõem estimadores que permitem a utilização da nova classe de medidas sem a exclusão da classe tradicional. Neste contexto, surgem estruturas híbridas simultâneas (BI; QIN; YANG, 2008; VALVERDE *et al.*, 2011; CHAKRABARTI *et al.*, 2010; GOMEZ-EXPOSITO *et al.*, 2011b; JOVICIC; HUG, 2020) que processam concomitantemente medidas síncronas e assíncronas por meio de algoritmos adaptados para esse fim. Uma outra alternativa se dá por meio de estratégias multi-estágios que podem ser subdivididas em arquiteturas APSI (ZHOU *et al.*, 2006; NUQUI; PHADKE, 2007; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011; BEZ, D.M. *et al.*, 2020; FREITAS, V. S., 2020), e arquiteturas de fusão de estimativas (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; EDER, 2014; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019). Ambas preconizam estimadores distintos para o

processamento individual de cada classe de medida.

As alternativas multi-estágios que adotam arquiteturas de fusão de estimativas (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; EDER, 2014; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019) tem recebido grande destaque pois permitem combinar estimativas originárias de diferentes sensores com a vantagem de não exigirem modificações no módulo de estimação convencional de medidas SCADA. A estratégia de fusão de estimativas também apresenta benefícios por ser intrinsecamente conveniente ao processamento individual de dados com distintas características de precisão, taxas de amostragem, canais de comunicação. É possível fazer uso de diferentes algoritmos para os módulos de estimação individual de acordo com as características de cada classe de medidas. Também são previstos meios acessíveis de combinar medidas com diferentes taxas de amostragem (JOVICIC; BILGIC; HUG, 2021). Em relação à estratégia multi-estágio sequencial (ou APSI) (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011; BEZ, D.M. *et al.*, 2020; FREITAS, V. S., 2020), a arquitetura de fusão de estimativas distingue-se por não exigir aproximações em relação às matrizes de covariância dos erros. De forma complementar, isto significa que soluções obtidas por meio de arquiteturas de fusão de estimativas são teoricamente as mesmas que seriam obtidas através de um estimador híbrido simultâneo caso ambos sejam alimentados com os mesmos dados de entrada.

## 4.2 FUSÃO DE DADOS

A fusão de dados é um assunto multifacetado e amplo, que possui aplicações nas mais diferentes áreas. Técnicas de fusão de dados tem origem relacionada à aplicações militares (HALL, D.L.; LLINAS, 1997; LIGGINS; HALL, D.; LLINAS, 2017). No entanto, outros processos que envolvem dados adquiridos por distintas fontes também podem se beneficiar dessas técnicas. Aplicações da fusão de dados podem ser encontradas nos campos da medicina, robótica, inteligência artificial, telecomunicações, segurança, processos industriais, etc (HALL, D.L.; LLINAS, 1997).

Alguns autores relacionam a fusão de dados até mesmo com a experiência da vida humana. De certa maneira a capacidade natural que humanos e outros animais possuem de combinar diferentes informações sensoriais (visão, audição, tato, paladar, entre outros) pode ser vista como uma analogia para a fusão de dados. Nessa perspectiva, os sentidos são equiparados a diferentes sensores, e a utilização das diferentes informações permite uma compreensão mais elaborada sobre o ambiente no qual estão inseridos (HALL, D.L.; LLINAS, 1997; MITCHELL, 2007; LIGGINS; HALL, D.; LLINAS, 2017).

Em termos gerais, o principal propósito da fusão de dados é combinar de maneira apropriada informações provenientes de distintas fontes (sensores) com o objetivo de atingir resultados finais de maior qualidade, possivelmente melhores do que seria possível caso os dados iniciais fossem utilizadas individualmente (MITCHELL, 2007). O problema básico

da fusão de estimativas consiste em determinar o melhor procedimento que seja capaz de combinar diferentes dados de entrada no sentido de gerar resultados finais aprimorados. Levando em conta as características individuais associadas à cada classe de sensores, e através de técnicas de otimização, é possível obter processos mais confiáveis e resultados com maiores níveis de exatidão (HALL, D.L.; LLINAS, 1997).

De maneira simplificada, pode-se dizer que as diversas estruturas (ou redes) de fusão podem ser representadas por dois componentes básicos: sensores e células (ou módulos) de fusão. Sensores são os dispositivos que realizam a interface entre o ambiente externo e o processo de fusão. A partir dos sensores são obtidas as *observações*, que contém as informações acerca do ambiente externo. Estas observações são fornecidas diretamente ou indiretamente à célula de fusão, que por sua vez é responsável por executar a combinação dos diferentes dados com o objetivo de obter resultados finais aperfeiçoados. De acordo com as configurações obtidas, diferentes estruturas de redes de fusão são alcançadas, como discute-se na sequência.

#### 4.2.1 Categorias de Redes de Fusão de Dados

A partir dos componentes básicos mencionados anteriormente, diferentes arranjos de fusão podem ser desenvolvidos. Redes de fusão são frequentemente subdivididas em três categorias: (i) fusão centralizada, (ii) fusão descentralizada, e (iii) fusão híbrida (HALL, D.L.; LLINAS, 1997).

Redes *centralizadas* reúnem de forma direta observações “brutas” (ainda não processadas) obtidas através das diferentes classes de sensores. A estimativa final é obtida através do processamento na célula de fusão, sem um tratamento preliminar dos dados individuais. Em teoria, a fusão centralizada apresenta os resultados mais precisos, isto porque as observações são utilizadas diretamente, sem envolver aproximações intermediárias. No entanto, neste esquema é provável que o módulo de fusão apresente alta complexidade, já que é responsável pelo tratamento simultâneo de todos os dados, que podem apresentar características diferentes. Além disso, o processo pode exigir um canal de comunicação de alto desempenho para a aquisição e transferência de todas as informações (HALL, D.L.; LLINAS, 1997).

Nas redes de fusão *descentralizadas* o processamento dos dados passa por etapas preliminares com respeito ao módulo de fusão propriamente dito. A célula de fusão recebe informações já tratadas por processos anteriores e distribuídos. Quando comparado à fusão centralizada, este esquema normalmente permite a constituição de um módulo de fusão com concepção mais simplificada e menos custoso computacionalmente, isto porque os dados iniciais já receberam tratamento prévio. Em geral estruturas descentralizadas podem apresentar resultados menos precisos quando comparados às redes centralizadas, já que parte da informação pode ser perdida através de simplificações ou aproximações feitas ao longo dos processos intermediários (HALL, D.L.; LLINAS, 1997). Porém, dentro de certas



condições, estimadores descentralizados são capazes de produzir os mesmos resultados que seriam obtidos através de redes centralizadas (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; ZHU, Y., 2003).

A terceira categoria, denominada de rede *híbrida*, é composta pela combinação das estruturas previamente apresentadas. Nessa categoria de rede de fusão, observações primárias provenientes diretamente dos sensores e informações já tratadas por processos intermediários são combinadas no módulo de fusão. Geralmente, estas estruturas estão associadas a uma complexidade intermediária quando comparadas às estruturas de fusão previamente apresentadas.

As arquiteturas conhecidas no contexto de EESP como arquiteturas de fusão de estimativas – um dos principais objetos de estudo da presente tese – podem ser relacionadas aos moldes das redes de fusão descentralizadas. Na perspectiva da EESP, o módulo de fusão é executado a partir de estimativas que foram obtidas previamente através de processos de estimação individuais, baseados nas medições primárias.

Na sequência deste capítulo, são apresentados mais detalhes sobre as arquiteturas de fusão descentralizada e suas aplicações à estimação de estados voltada para sistemas de potência.

### 4.3 ARQUITETURA DE FUSÃO DE ESTIMATIVAS

A fusão de estimativas, baseada na fusão descentralizada (ZHU, Y., 2003; ZHU, Y. M.; LI, 1999), é uma das formas de arquitetura que tem sido frequentemente explorada no contexto da EESP (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; EDER, 2014; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019). No caso da fusão de estimativas, o processamento de dados que precede o módulo de fusão é executado pelos estimadores de estados. A Figura 4.1 ilustra esse modelo de arquitetura.

No primeiro estágio da arquitetura de fusão de estimativas, cada conjunto de observações originários de  $\ell$  classes distintas de sensores  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, \ell$ , fornecem dados aos correspondentes e customizados estimadores de estados que por sua vez produzem  $\ell$  conjuntos de estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, \ell$ . No segundo estágio, as estimativas são combinadas através de um *módulo de fusão* (ou *célula de fusão*) que por sua vez produz o vetor final de estimativas otimizadas  $\hat{\mathbf{x}}^*$ .

Tradicionalmente, arquiteturas de fusão descentralizadas apoiam-se em problemas de otimização formulados com o objetivo de minimizar a variância do erro de estimação  $\hat{\mathbf{x}}^* - \mathbf{x}$ . Este critério é revisado em sequência.

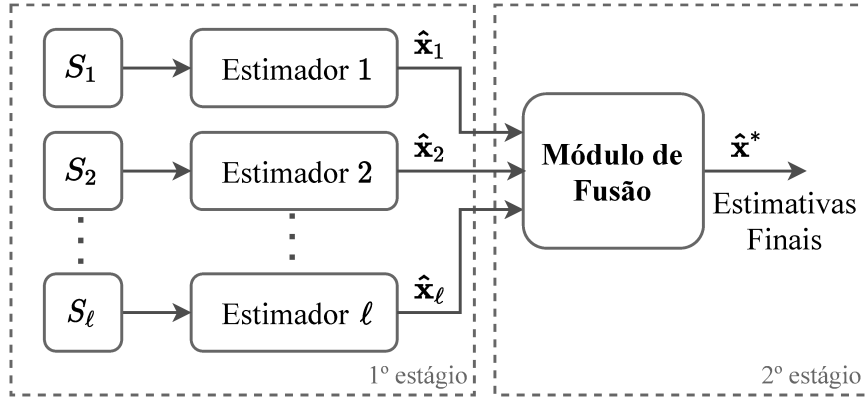


Figura 4.1 – Arquitetura de fusão de múltiplas estimativas considerando  $\ell$  sensores

### 4.3.1 Fusão de Estimativas Baseada na Mínima Variância

A fusão de estimativas busca integrar, segundo um critério de otimização pré-estabelecido, dados obtidos de diferentes sensores. O objetivo principal da estratégia clássica de otimização para a fusão de estimativas é aprimorar a qualidade do processo de monitoramento através do aproveitamento das características específicas de cada tecnologia de aquisição de dados com base em princípios que buscam a *mínima variância* (MV) dos erros de estimação (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; ZHU, Y., 2003).

Considere um sistema monitorado por dispositivos pertencentes a  $\ell$  classes de sensores. As observações coletadas através de cada grupo de sensores são processadas por estimadores individuais e resultam em  $\ell$  vetores  $n \times 1$  de estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, \ell$ . Seja  $\mathbf{P}$  a matriz  $n \cdot \ell \times n \cdot \ell$  de covariância dos erros de estimação de todo o conjunto de das  $\ell$  estimativas, definida como

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \cdots & \mathbf{P}_{1\ell} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_{\ell 1} & \cdots & \mathbf{P}_{\ell\ell} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Observa-se que a matriz de covariância dos erros de estimação em (37) é formada por diversas submatrizes  $n \times n$ . Cada uma das submatrizes  $\mathbf{P}_{ii}$  na diagonal de  $\mathbf{P}$  representa variâncias próprias e covariâncias que envolvem estimativas baseadas unicamente na classe de sensores  $i$ . Por outro lado, as submatrizes fora da diagonal representam possíveis correlações entre os erros de estimação relativos a estimativas produzidas a partir de pares  $(i, j)$  de sensores distintos. Genericamente, as submatrizes de covariância dos erros  $\mathbf{P}_{ij}$  que compõem  $\mathbf{P}$  são definidas como:

$$\mathbf{P}_{ij} = E[(\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_j - \mathbf{x})^T], \quad i, j = 1, \dots, \ell \quad (38)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor com os valores verdadeiros das variáveis de estados.

De acordo com a estratégia de fusão de estimativas baseada na mínima variância, o vetor de estimativas ótimas  $\hat{\mathbf{x}}^*$  pode ser obtido através de uma específica combinação

linear das estimativas provenientes do primeiro estágio, que é escrita como:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{\Psi}^T \hat{\mathbf{x}} \quad (39)$$

onde  $\mathbf{\Psi}$  e  $\hat{\mathbf{x}}$  são definidos como:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Psi} &\triangleq [\mathbf{\Psi}_1, \dots, \mathbf{\Psi}_\ell]^T \\ \hat{\mathbf{x}} &\triangleq [\hat{\mathbf{x}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{x}}_\ell^T]^T. \end{aligned} \quad (40)$$

Assim, a equação (39) pode ser reescrita na forma expandida:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{\Psi}_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{\Psi}_2 \hat{\mathbf{x}}_2 + \dots + \mathbf{\Psi}_\ell \hat{\mathbf{x}}_\ell, \quad (41)$$

onde  $\mathbf{\Psi}_1, \dots, \mathbf{\Psi}_\ell$  são matrizes de ponderação, com dimensões  $n \times n$ . Estas matrizes são determinadas por meio da solução do problema de otimização clássico de fusão de estimativas formulado com o propósito de minimizar a variância do erro de estimação ( $\hat{\mathbf{x}}^* - \mathbf{x}$ ), apresentado abaixo (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; ZHU, Y., 2003):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{\Psi}} \quad & E[(\mathbf{\Psi}^T \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\mathbf{\Psi}^T \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] \\ \text{s. a} \quad & \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{\Psi}_i = \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (42)$$

No problema (42),  $E[\cdot]$  é o operador esperança matemática e  $\mathbf{I}$  é a matriz de identidade  $n \times n$ . Assumindo que a matriz  $\mathbf{P}$  é não singular, o Problema (42) apresenta um única solução  $\mathbf{\Psi}$  que leva à mínima variância do erro de estimação, LMSE (do Inglês *Least Mean Square Error*) ou ainda LUMV (*Linear Unbiased Minimum Variance*) (ZHU, Y., 2003; ZHU, Y. M.; LI, 1999). Neste caso, mostra-se que as matrizes ótimas de ponderação que levam à solução de (42), são dadas por (ZHU, Y., 2003; ZHU, Y. M.; LI, 1999):

$$\mathbf{\Psi}_i = \left( \sum_{j,k=1}^{\ell} \mathbf{P}_{jk}^{-1} \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{P}_{ik}^{-1} \right), \quad i = 1, \dots, \ell. \quad (43)$$

Adicionalmente, para o caso em que as estimativas individuais do primeiro estágio possam ser supostas não-correlacionadas, então as submatrizes  $\mathbf{P}_{ij}$ ,  $i \neq j$  são nulas, isto significa que as matrizes ótimas de ponderação tornam-se:

$$\mathbf{\Psi}_i = \left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{P}_{jj}^{-1} \right)^{-1} \left( \mathbf{P}_{ii}^{-1} \right), \quad i = 1, \dots, \ell. \quad (44)$$

É possível observar que um dos termos do lado direito da equação (44), isto é,  $\left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{P}_{jj}^{-1} \right)^{-1} = \left( \mathbf{P}_{11}^{-1} + \mathbf{P}_{22}^{-1} + \dots + \mathbf{P}_{\ell\ell}^{-1} \right)^{-1}$ , é o mesmo para todos os sensores. Logo, a equação (41) pode ser reescrita na forma:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \left( \mathbf{P}_{11}^{-1} + \mathbf{P}_{22}^{-1} + \dots + \mathbf{P}_{\ell\ell}^{-1} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{P}_{jj}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_j \quad (45)$$

Em aplicações na estimação de estados voltada para os sistemas de potência, a matriz de covariância dos erros de estimação para uma dada classe de sensor  $i$  é usualmente expressa em termos da matriz ganho correspondente como  $\mathbf{P}_{ii} = \mathbf{G}_i^{-1}$  (vide Seção 2.3.2 e também referência (SCHWEPPE; WILDES, 1970)). Explorando essa relação, as matrizes de ponderação definidas pela equação (44) podem ser reescritas em termos das matrizes ganho como:

$$\Psi_i = \left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \right)^{-1} \times \mathbf{G}_i, \quad i = 1, \dots, \ell. \quad (46)$$

E portanto a equação (45) pode ser também reescrita em termos das matrizes ganho como:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = (\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 + \dots + \mathbf{G}_\ell)^{-1} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \hat{\mathbf{x}}_j \quad (47)$$

ou ainda:

$$\left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \right) \hat{\mathbf{x}}^* = \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \hat{\mathbf{x}}_j. \quad (48)$$

A equação (48) representa a fórmula fundamental da *estimação de estados híbrida em sistemas de potência* baseada na fusão de estimativas. Quando comparada com a equação (47), a equação (48) é claramente preferível, já que evita inversões de matrizes e permite que sejam exploradas técnicas de esparsidade em relação às matrizes ganho, o que traz benefícios para o desempenho computacional (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013). Adicionalmente, a solução através de (48) também é vantajosa já que as matrizes ganho estão prontamente disponíveis a partir da soluções do primeiro estágio de estimação.

Na subseção em sequência são apresentadas as formulações da fusão de estimativas para os casos particulares de interesse neste trabalho, onde se considera a fusão a partir de dois ou três conjuntos de estimativas disponibilizadas pelo primeiro estágio de estimação.

### 4.3.2 Fusão de Estimativas Aplicada à Estimação de Estados em Sistemas de Potência

A arquitetura de fusão descentralizada apresenta características particularmente adequadas para aplicações na estimação de estados em sistemas de potência. Uma das grandes vantagens é que ela permite a inclusão de estimativas oriundas de novas classes de sensores sem exigir mudanças nos estimadores já existentes. Por exemplo, estimativas provenientes de uma nova tecnologia de monitoramento, como os sistemas de medição fasorial, podem ser facilmente combinadas de maneira ótima com estimativas obtidas através de estimadores convencionais SCADA, através de um módulo de fusão adequado para dois sensores.

Na literatura relacionada é possível encontrar diversos estudos que consideram cenários particulares em que estimativas SCADA e fasoriais estão disponíveis (SIMÕES-

COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016; DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019). Nesses casos, a fórmula básica de fusão de estimativas representada pela equação (48), reescrita considerando as duas classes de sensores mencionadas, passa a ser:

$$(\mathbf{G}_s + \mathbf{G}_p) \hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{G}_s \hat{\mathbf{x}}_s + \mathbf{G}_p \hat{\mathbf{x}}_p \quad (49)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$  são as estimativas resultantes dos estimadores SCADA e PMU, respectivamente. As matrizes  $\mathbf{G}_s$  e  $\mathbf{G}_p$  são às correspondentes matrizes ganho que podem ser calculadas a partir das soluções dos estimadores do primeiro estágio de estimação através da expressão (16). Neste ponto, vale mencionar que em (ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019), embora os estimadores do primeiro estágio sejam baseados no critério de máxima correntropia, não se propõem mudanças no módulo de fusão de estimativas, que permanece inalterado e com base nos princípios de mínima variância. Em outras palavras, na referência citada a fusão de estimativas no segundo estágio continua a ser executada com base em (49), sendo que a diferença em relação ao procedimento descrito em (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013) se resume à maneira com que a matriz ganho é obtida. No caso de estimativas resultantes da aplicação do CMC, a matriz ganho é calculada através de uma expressão particular segundo as características dos estimadores CMC do primeiro estágio.

A flexibilidade oferecida pelas arquiteturas de fusão para incorporação de resultados obtidos a partir de novas classes de sensores pode ser explorada ainda mais a fundo, como é feito em (EDER, 2014). Esta referência sugere a utilização de pseudomedidas contendo informações sobre o estado operativo da rede para compor uma terceira fonte de dados. Isto é feito com o objetivo de contornar dificuldades relacionadas a possíveis regiões com baixa redundância do plano de medição em uma dada rede elétrica. Nesse caso, a fórmula básica de fusão de estimativas considerando três classes de sensores passa a ser escrita como:

$$(\mathbf{G}_s + \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_{pm}) \hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{G}_s \hat{\mathbf{x}}_s + \mathbf{G}_p \hat{\mathbf{x}}_p + \mathbf{G}_{pm} \hat{\mathbf{x}}_{pm} \quad (50)$$

onde o índice  $pm$  é utilizado para designar os resultados da estimação com base em nas pseudomedidas.

Uma característica importante relacionada à fusão de estimativas que merece ser ressaltada é que, dentro de certas condições, a combinação das estimativas realizada através da fórmula de fusão (48) é capaz de produzir estimativas ótimas que são teoricamente equivalentes às que seriam obtidas por meio de estimadores centralizados (ou híbridos simultâneos). Especificamente, para produzir estimativas ótimas, as seguintes condições devem ser obedecidas (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016): *(i)* os erros de medição devem ser não correlacionados considerando diferentes tipos de sensores, e *(ii)* as matrizes de observação devem

possuir posto completo. Em termos da estimação de estados em sistemas de potência, a primeira condição pode ser garantida se os canais de medição das diferentes classes de sensores puderem ser considerados não-correlacionados. Na segunda condição o termo “matriz de observação” refere-se à matriz Jacobiana do problema de estimação de estados. Isto implica que a rede elétrica deva ser observável considerando os planos de medição individuais para cada classe de medições. Na prática, a não observabilidade da rede não implica na impossibilidade de se obter soluções ótimas. Em situações nas quais o requisito de observabilidade não possa ser atendido prontamente considerando os planos de medição individuais, técnicas que utilizam outras informações (como pseudomedidas, ou informações *a priori*) podem ser aplicadas para complementar o plano de medição de forma que os estados possam ser estimados, ver Seção 2.2.1 e referências (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013; SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE, 2011; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019). Nestes casos, altos níveis de incerteza devem ser associados a estas informações complementares, para que as estimativas finais otimizadas pelo processo de fusão não sejam substancialmente afetadas por estes valores.

### 4.3.3 Processamento de Erros Grosseiros em Arquiteturas de Fusão

Uma questão pertinente a arquiteturas de fusão de estimativas que ainda merece atenção está relacionada ao processamento de erros grosseiros. Os procedimentos existentes apresentam alto desempenho para combinar de maneira ótima as medidas obtidas através de diferentes classes de sensores. Entretanto, as formulações encontradas na literatura para os módulos de fusão não preveem meios para o tratamento dos erros grosseiros que porventura ultrapassem os primeiros estágios de estimação. Ou seja, presume-se que as estimativas disponíveis para processamento no segundo estágio da arquitetura não estejam contaminadas pelos efeitos de erros grosseiros. Sendo assim, o processamento de dados espúrios em arquiteturas convencionais de fusão de estimativas está limitado ao primeiro estágio de estimação, sendo as etapas de detecção, identificação e remoção de erros grosseiros de exclusiva responsabilidade dos estimadores individuais visando garantir que o módulo fusão será executado com base em estimativas íntegras.

Entretanto, estas considerações ignoram situações não tão incomuns na prática, geralmente relacionadas a zonas de baixa redundância da rede, nas quais erros grosseiros podem transpassar os primeiros estágios de estimação sem que sejam constatados. Como consequência imediata, os resultados finais da fusão de estimativas serão inevitavelmente contaminados, já que não há uma segunda linha de defesa contra medidas espúrias. Torna-se portanto relevante a proposição de ajustes na arquitetura de fusão capazes de prover camadas extras de segurança contra erros grosseiros que tenham passado despercebidos pelos filtros associados aos estimadores do primeiro estágio.

Esforços prévios nesse sentido têm sido relatados na literatura, como por exemplo a proposição de métodos para a remoção de dados espúrios em estimativas do primeiro

estágio antes que elas atinjam o módulo de fusão (DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016). Estas abordagens baseiam-se em procedimentos para realizar um cruzamento estatístico entre resultados independentemente obtidos dos estimadores individuais. Além das matrizes Jacobianas e de covariância dos erros de medição, a implementação do método exige um conhecimento prévio das medidas submetidas ao primeiro estágio, bem como os correspondentes valores estimados para as quantidades medidas calculados ao final da etapa de estimação.

Estas técnicas de processamento de erros constituem portanto etapas intermediárias entre o primeiro estágio e o módulo de fusão (DO COUTTO FILHO; STACCHINI DE SOUZA; RIBEIRO GUIMARAENS, 2014; SIMÕES-COSTA; MUSSIATO, 2016). Embora ofereçam soluções factíveis para o problema de *outliers* que ultrapassam o primeiro estágio, este objetivo é atingido através de procedimentos elaborados, que exigem a adição de uma nova etapa de processamento à estrutura. Além disso, as propostas não englobam soluções universais para arquiteturas de fusão de estimativas mais abrangentes, já que apenas aplicações com duas classes de medidas são consideradas.

Esta tese explora outra alternativa para evitar a contaminação das estimativas finais por erros não detectados no primeiro estágio, que consiste em equipar o módulo de fusão propriamente dito com ferramentas apropriadas para averiguação da consistência entre as estimativas recebidas como dados de entrada. Com relação a trabalhos anteriores, esta proposta pode poupar esforços computacionais, já que elimina a necessidade de etapas intermediárias para tratamento de erros grosseiros. Os fundamentos teóricos da nova abordagem são descritos no Capítulo 5, onde uma nova formulação para o módulo de fusão de estimativas é desenvolvida. Propõe-se a utilização do critério de otimização de máxima correntropia como instrumento para mitigar efeitos causados por erros grosseiros no estágio de fusão, garantindo assim uma camada complementar de proteção contra *outliers* não devidamente detectados pelos estimadores do primeiro estágio.

#### 4.4 CONCLUSÕES

A utilização de técnicas de fusão de dados é capaz de proporcionar grandes benefícios para processos que envolvem múltiplas fontes de informações. Isso decorre da combinação dos dados provenientes de diferentes sensores através de processos que resultam em soluções aprimoradas, mais confiáveis e com níveis de precisão mais elevados. De acordo com as configurações da estrutura de fusão, três categorias podem ser destacadas, são elas as redes: centralizadas, descentralizadas e híbridas.

Redes de fusão descentralizada se mostram particularmente interessantes para aplicações em EESP. No contexto de sistemas de potência, estas redes dão origem às arquiteturas de fusão de estimativas. Estas arquiteturas permitem a inclusão de novas classes de medições sem a necessidade de exclusão de estimadores convencionais SCADA.

A formulação clássica para a fusão descentralizada, que busca minimizar a variância dos erros de estimação, fornece soluções ótimas para a combinação das diferentes classes de sensores. Sob certas condições, estas soluções equiparam-se às soluções que seriam obtidas caso um estimador híbrido simultâneo fosse utilizado.

Uma questão ainda em aberto em relação às arquiteturas de fusão de estimativas refere-se ao tratamento de erros grosseiros. Em certas situações não raro encontradas na prática, medidas espúrias podem não ser detectadas no primeiro estágio de estimação, tendo como consequência a geração de estimativas inconsistentes com o real estado operativo da rede por parte dos estimadores individuais. Essa cadeia de eventos tende a comprometer os resultados finais da fusão de estimativas. Nesse sentido, procedimentos intermediários entre as duas etapas da arquitetura têm sido propostos na literatura, visando a depuração de erros grosseiros através do cruzamento de informações relacionadas aos diferentes conjuntos de estimativas. Embora baseadas em princípios estatísticos consistentes, essa estratégia exige a adição de um novo estágio de processamento. Ademais, a abordagem em questão não abrange arquiteturas de fusão de estimativas de uma maneira ampla, pois é formulada considerando exclusivamente dois conjuntos de estimativas.

Em vista das vantagens a ela associadas, esta tese propõe a extensão da arquitetura de fusão de estimativas para permitir a incorporação de múltiplas classes de sensores à EESP, sem a necessidade de exclusão dos bem consolidados estimadores convencionais baseados nos sistemas SCADA. Um aspecto fundamental da proposta é a agregação de propriedades de resiliência à ocorrência de erros grosseiros, o que é alcançado mediante a utilização de um critério de otimização baseado no conceito de máxima correntropia para a concepção de um novo módulo de fusão. O desenvolvimento dessa formulação é descrito em detalhes no Capítulo 5.



## 5 FUSÃO DE ESTIMATIVAS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA

### 5.1 INTRODUÇÃO

O critério de máxima correntropia (CMC) está atrelado a um novo conceito do campo da Teoria da Informação e tem se destacado como uma alternativa à estimação de estados clássica baseada no critério de mínimos quadrados. Uma das características mais atrativas deste novo critério está relacionada à sua capacidade inerente de automaticamente suprimir *outliers* durante o estágio de estimação. Esta característica de robustez se deve à conjugação dos conceitos de correntropia (LIU; POKHAREL; PRINCIPE, 2007) e janelas de Parzen (PARZEN, 1962).

Em anos recentes, diversos estudos fundamentados nestes princípios têm investigado aplicações associadas ao problema de EESP (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; MENEGHETTI *et al.*, 2020; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020). Esses trabalhos tem em comum o desenvolvimento de algoritmos baseados na correntropia para o processamento imediato de medidas disponibilizadas pelos sensores. É possível, entretanto, estender a aplicabilidade do CMC até o domínio dos modelos híbridos de arquiteturas de fusão. Dentre os esforços prévios que aplicaram o CMC neste contexto específico, a referência (ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019) propõe a sua associação à arquitetura de fusão estimativas. No entanto, na referência em questão o foco está no primeiro estágio de estimação, sendo mantida a abordagem convencional de mínima variância para a combinação das estimativas no nível da célula de fusão.

A presente tese busca explorar conjuntamente as vantagens demonstradas pelas aplicações prévias do CMC e os benefícios associados às arquiteturas de fusão como instrumento eficaz para viabilizar a estimação híbrida de estados. Especificamente, é proposto um novo arcabouço teórico para o módulo de fusão de estimativas com base na incorporação de fundamentos relacionados à máxima correntropia. O principal objetivo é dotar o estágio de fusão da capacidade de crítica das estimativas individuais de entrada, a fim de estabelecer uma frente adicional de defesa contra os efeitos de erros grosseiros não devidamente filtrados no primeiro estágio. Uma característica notável da estratégia proposta é o fato de que a fusão tradicional, baseada no critério de mínima variância dos erros de estimação, pode ser vista como caso particular, como será demonstrado neste capítulo. Adicionalmente, adota-se como premissa para a metodologia de fusão proposta a não imposição de quaisquer restrições aos algoritmos subjacentes aos estimadores do primeiro estágio da arquitetura de fusão. Essa ressalva também se estende aos métodos de processamento de erros grosseiros utilizados nas etapas prévias à fusão.

Na sequência desse capítulo são apresentadas as principais contribuições desta tese de doutorado. A Seção 5.2 apresenta o desenvolvimento da formulação matemática para a

fusão de múltiplas estimativas concebida com base no critério de máxima correntropia. A consistência entre a abordagem proposta e a formulação tradicional do problema de fusão de estimativas é também apresentada nesta seção. Métodos de solução, estratégias de ajustes das janelas de Parzen e outros detalhes relacionados à implementação prática da Fusão via CMC são abordados na Seção 5.3. Por fim, na Seção 5.4, discute-se aplicações para esta nova metodologia de fusão na perspectiva da EESP, considerando duas e três categorias de estimativas disponíveis para o módulo do segundo estágio.

## 5.2 FUSÃO DE MÚLTIPLAS ESTIMATIVAS BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA

Para introduzir a formulação da fusão de estimativas através do critério de máxima correntropia, considera-se um sistema monitorado por  $\ell$  classes de sensores, no qual  $n \times 1$  vetores de estimativas independentes  $\hat{\mathbf{x}}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \ell$ , são disponibilizadas pelo primeiro estágio de estimação. Isto significa que são considerados os mesmos moldes da estrutura de fusão de múltiplas estimativas apresentada na Subseção 4.3 e ilustrada pela figura 4.1. Porém, aqui considera-se um novo critério de otimização a ser empregado no módulo de fusão presente no segundo estágio.

O objetivo da fusão de estimativas baseada no CMC é encontrar o vetor ótimo de estimativas  $\hat{\mathbf{x}}^*$  que maximize a similaridade mútua entre ele próprio e os outros  $\ell$  conjuntos de estimativas. Para alcançar este propósito, a função correntropia é definida como

$$\mathcal{V} \triangleq \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \kappa_{\mathbf{G}_j}(\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j, \sigma_w) \quad (51)$$

onde  $\kappa_{\mathbf{G}_j}(\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j, \sigma_w)$  é um *kernel* Gaussiano ajustado de forma a considerar a ponderação das matrizes ganho  $\mathbf{G}_j$  correspondentes às estimativas individuais  $\hat{\mathbf{x}}_j$ . Isto é feito com o objetivo de levar em conta apropriadamente as variâncias associadas às diversas classes de sensores durante a realização do processo de fusão. Por conseguinte, os *kernels* ajustados são definidos na forma:

$$\kappa_{\mathbf{G}_j}(\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j, \sigma_w) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (52)$$

onde a notação  $\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2$  equivale a

$$\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2 \triangleq (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{G}_j (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j), \quad (53)$$

e é definida como forma de abreviar os equacionamentos. Em (51) e (52),  $\sigma_w$  denota a largura da janela de Parzen dentro da qual a similaridade é avaliada. Uma importante constatação que pode ser realizada desde já, é que as matrizes ganho são completamente preservadas nesta formulação. Em outras palavras, as correlações entre os diferentes elementos de cada  $\hat{\mathbf{x}}_j$  são apropriadamente consideradas.

Após omitir alguns dos termos constantes que são irrelevantes para o processo de otimização (apenas o termo  $\frac{1}{\ell}$  é preservado para fins de normalização da função correntropia), o critério de máxima correntropia aplicado ao problema de fusão de estimativas pode ser expresso por

$$\max_{\hat{\mathbf{x}}^*} \mathcal{V} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (54)$$

A expressão (54) representa o problema de *fusão de estimativas baseado no CMC*, que deve ser solucionado mediante um processo iterativo para a obtenção da solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  que maximiza a similaridade entre si própria e todas as estimativas do primeiro estágio  $\hat{\mathbf{x}}_j$ .

### 5.2.1 Consistência com a Fusão Clássica de Estimativas

Para obter uma solução ótima, a seguinte condição de estacionariedade deve ser satisfeita:

$$\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V}) = \mathbf{0} \quad (55)$$

onde  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V})$  é o gradiente da função  $\mathcal{V}$  em função das variáveis de estado otimizadas  $\hat{\mathbf{x}}^*$ , determinado pela expressão:

$$\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V}) = -\frac{1}{\sigma_w^2 \ell} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (56)$$

A partir de (55) e (56), a solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  que soluciona o problema (54), atende à seguinte condição:

$$\frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} = \mathbf{0} \quad (57)$$

que pode ser reescrita na forma

$$\left( \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \right) \hat{\mathbf{x}}^* = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \hat{\mathbf{x}}_j \quad (58)$$

A equação (58) constitui a condição de otimalidade que deve ser atendida para a solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  que maximiza a correntropia, como estabelece o problema (54).

Relembrando o Capítulo 4, a fórmula básica para a fusão de estimativas com base no *critério de mínima variância* é dada pela seguinte expressão

$$\left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \right) \hat{\mathbf{x}}_{MV}^* = \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \hat{\mathbf{x}}_j. \quad (59)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}_{MV}^*$  denota a estimativa ótima final considerando o critério de mínima variância.

Comparando-se a Equação (58) com a expressão básica para a fusão de mínima variância (59) é possível notar uma importante semelhança. Nos dois casos as matrizes ganho são utilizadas para balancear a influência das estimativas individuais. Por outro lado, na fórmula do CMC, as matrizes ganho aparecem associadas aos respectivos termos exponenciais. Além disso, o termo  $\frac{1}{\sigma_w^2}$  é comum a ambos os lados da igualdade, podendo ser simplificado do equacionamento nos casos de interesse em que  $\sigma_w$  é finito e não nulo.

Em algumas circunstâncias específicas (como na presença de *outliers*), os termos exponenciais da formulação baseada no CMC podem funcionar como fatores que alteram a importância relativa de algumas estimativas. Porém, quando janelas de observação suficientemente amplas são consideradas, isto é, valores elevados porém finitos de  $\sigma_w$ , os termos exponenciais tendem à unidade. Nesse caso, a Equação (58) reduz-se à expressão (59). Conclui-se portanto que, para janelas suficientemente grandes, empregadas na hipótese de que as estimativas de primeiro estágio não estão contaminadas por erros grosseiros, a solução final  $\hat{\mathbf{x}}^*$  obtida através da fusão baseada no CMC será igual à solução clássica  $\hat{\mathbf{x}}_{MV}^*$  obtida por (59).

Ainda com o objetivo de demonstrar a consistência com a fusão tradicional, uma outra característica notável da metodologia de fusão através do CMC pode ser observada no que diz respeito às matrizes de ponderação. A formulação clássica de fusão de estimativas é fundamentada no conceito de matrizes de ponderação. Embora a definição dessas matrizes não seja essencial no contexto da fusão baseada no CMC, para propósitos de comparação torna-se interessante defini-las. Para este fim, expressemos (58) de forma similar à fusão tradicional, isto é:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad (60)$$

onde cada matriz de ponderação  $\bar{\Psi}_i$  definida no contexto da fusão baseada no CMC, pode ser obtida através de (58) como:

$$\bar{\Psi}_i = \left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \right)^{-1} \mathbf{G}_i e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_i\|_{\mathbf{G}_i}^2}{2\sigma_w^2}}, \quad i = 1, \dots, \ell. \quad (61)$$

Portanto, a soma das matrizes ótimas de ponderação pode ser escrita como:

$$\sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i = \left( \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (62)$$

Assumindo que as matrizes sejam não singulares e aplicando propriedades algébricas de matrizes, conclui-se de (62) que a soma das matrizes  $\bar{\Psi}_i$ , na perspectiva da fusão baseada no CMC, sempre resultará na matriz identidade  $\mathbf{I}$ , de dimensões  $n \times n$ , ou seja:

$$\sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i = \mathbf{I} \quad (63)$$

Isto significa que a restrição de igualdade necessária para a definição do problema de fusão clássico (42), é naturalmente atendida na fusão baseada no CMC em qualquer circunstância, sem a necessidade da inclusão explícita dessa condição no problema de otimização (54).

Além disso, em termos das matrizes de ponderação, pode-se novamente concluir que a solução resultante da fusão baseada no CMC será equivalente à solução de mínima variância quando  $\sigma_w \rightarrow \infty$ . Nestas condições em que a capacidade de supressão de *outliers* é totalmente desabilitada, todos os termos exponenciais de (61) tendem à unidade. Conseqüentemente, as matrizes de ponderação definidas por (61) se reduzem às utilizadas na definição tradicional de mínima variância (vide Equação (46)), ou seja,  $\bar{\Psi}_i = \Psi_i$ . Em outras palavras, para janelas de observações suficientemente largas, a formulação da fusão convencional pode ser vista como um caso particular da fusão baseada no CMC.

### 5.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Esta seção é dedicada aos aspectos práticos para a implementação da Fusão via CMC. Primeiramente, na Subseção 5.3.1, o método de Newton é sugerido como método de solução para o problema de otimização. Em seguida, na Subseção 5.3.2, discute-se o processamento de erros grosseiros através do desenvolvimento de técnicas de ajustes das janelas de Parzen. Ao final, na Subseção 5.3.3, as principais etapas do processo de fusão baseada na correntropia são sumarizadas por meio de um algoritmo de solução.

#### 5.3.1 Solução via Método de Newton

Para solucionar o problema de otimização sem restrições (54), que fundamenta a fusão de estimativas baseada em correntropia, o método de Newton pode ser aplicado. A cada iteração  $k$ , o vetor incremental  $n \times 1$  de estimativas ótimas  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^*$  deve ser obtido pela solução do seguinte sistema linear:

$$\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}^2(\mathcal{V})\Delta \hat{\mathbf{x}}^* = -\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V}) \quad (64)$$

onde  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V})$  e  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}^2(\mathcal{V})$  são, respectivamente, o vetor gradiente de dimensões  $n \times 1$  e a matriz hessiana  $n \times n$  da função correntropia  $\mathcal{V}$  em função da variável de otimização  $\hat{\mathbf{x}}^*$  calculados a cada iteração  $k$ , cujas expressões estão disponíveis no Apêndice A.

No que diz respeito à inicialização do processo iterativo, espera-se que, sob cenários livres de erros grosseiros, todos os vetores de estimativas provenientes do primeiro estágio sejam próximos à desejada solução de máxima correntropia. Portanto, todos seriam candidatos adequados para inicialização do método de Newton. No entanto, considerando a possibilidade de ocorrência de erros grosseiros, tornam-se necessários cuidados adicionais. Neste trabalho, o vetor de estimativas escolhido para inicializar o processo iterativo ( $\hat{\mathbf{x}}_0^*$ ) é aquele que, quando substituído por  $\hat{\mathbf{x}}^*$  na formulação (54), resultar no maior valor de

correntropia, dado um  $\sigma_w$  fixo. Isto é:

$$\hat{\mathbf{x}}_0^* = \underset{\hat{\mathbf{x}}_j \in \{\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_\ell\}}{\operatorname{argmax}} \mathcal{V}(\hat{\mathbf{x}}_j) \quad (65)$$

A partir deste estado inicial, o sistema linear (64) deve ser solucionado a cada iteração até que o máximo valor do vetor incremental de estimativas ótimas,  $\Delta\hat{\mathbf{x}}^*$ , seja menor do que uma dada tolerância  $\varepsilon$  (neste trabalho,  $\varepsilon = 10^{-6}$ ).

Quando consideramos condições normais, nas quais as estimativas do primeiro estágio de estimação não estejam contaminadas por erros grosseiros, espera-se que as soluções obtidas através da fusão baseada no CMC sejam equivalentes às que seriam obtidas caso formulações clássicas fossem aplicadas (vide Subseção 5.2.1). Por outro lado, caso inconsistências sejam detectadas, a redução do parâmetro  $\sigma_w$  pode ser utilizada para controlar a seletividade do método de fusão. As técnicas para ajuste da janela de Parzen são discutidas na próxima subseção.

### 5.3.2 Processamento De Erros Grosseiros através da Fusão via Critério de Máxima Correntropia

Previamente, na Subseção 5.2.1, demonstra-se a compatibilidade entre a fusão de estimativas fundamentada no critério de máxima correntropia e a metodologia clássica quando janelas de observação relativamente amplas são consideradas. Em contrapartida, a possibilidade de ajustar a largura das janelas constitui uma ferramenta que habilita a fusão baseada no CMC para alcançar bons resultados mesmo nos casos em que alguma das estimativas de entrada à célula de fusão esteja contaminada por efeitos de erros grosseiros.

Na prática,  $\sigma_w$  estabelece o tamanho da janela de observação na qual avalia-se a similaridade entre as estimativas do primeiro estágio. Reduzir a largura dessa janela permite restringir a influência de possíveis discrepâncias que de outra forma teriam efeito sobre a solução final  $\hat{\mathbf{x}}^*$ . Em particular, tal controle resulta na supressão de eventuais danos decorrentes de estimativas do primeiro estágio contaminadas por dados espúrios, cujos impactos poderiam repercutir no nível de fusão. Conseqüentemente, o procedimento de controle da janela de observação  $\sigma_w$  é uma questão fundamental para metodologias baseadas na máxima correntropia.

No presente trabalho, é proposta uma estratégia de ajuste da janela de Parzen que seja capaz de (i) fornecer estimativas equivalentes à fusão tradicional quando não houver ocorrência de erros grosseiros, (ii) rejeitar estimativas quando estas estiverem corrompidas por medidas espúrias, (iii) cumprir estes pré-requisitos com baixo custo computacional.

Um procedimento típico de controle das janelas de Parzen, empregado em abordagens de EESP fundamentadas no CMC, consiste na redução gradual de  $\sigma_w$  – geralmente com base nos valores dos resíduos de estimação – até que se atinja uma janela mínima que garanta soluções finais livres de efeitos deletérios causados por dados discrepantes (FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020; MENEGHETTI *et al.*, 2020). Neste

trabalho, entretanto, busca-se reduzir o custo computacional relacionado à repetição de passos. Para isso, a estratégia adotada fundamenta-se em apenas dois tamanhos principais de janelas.

Primeiramente uma janela ampla é adotada, a qual deve ser capaz de englobar todas as contribuições dos diferentes sensores. Este passo é seguido por testes fundamentados estatisticamente, cujo objetivo é avaliar a consistência mútua entre as estimativas do primeiro estágio. Caso nenhuma incongruência seja detectada, o processo de fusão pode ser finalizado. Do contrário, há evidência de que erros grosseiros foram anteriormente processados. A janela de observação deve então ser reduzida a seu valor mínimo, o que resulta na supressão automática das estimativas inconsistentes.

Na sequência são descritos os procedimentos que levam à escolha das larguras máxima e mínima para a janela de observação, com base na distribuição esperada dos erros de estimação.

### 5.3.2.1 Estratégia de Ajuste das Janelas de Parzen

É possível observar que a função-objetivo do problema que descreve a fusão via CMC, em (54), é essencialmente composta pela soma de termos exponenciais similares, todos regulados pelo mesmo tamanho da janela de Parzen  $\sigma_w$ . Sem perda de generalidade, podemos avaliar apenas um dos termos exponenciais da equação, denotado em sua forma genérica por  $\mathcal{V}_i$ , descrita como:

$$\mathcal{V}_i = e^{-\frac{(\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_i)^T \mathbf{G}_i (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_i)}{2\sigma_w^2}}. \quad (66)$$

Na ausência de erros grosseiros e na suposição de erros com distribuição Gaussiana, o valor de  $\hat{\mathbf{x}}^*$  deve ser próximo ao vetor verdadeiro  $\mathbf{x}_i$ . Portanto,  $(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}^*)$  é uma boa aproximação para o vetor de erros de estimação. Além disso, observa-se que  $\mathbf{G}_i$  é o inverso da matriz de covariância correspondente. Considerando que o vetor  $\hat{\mathbf{x}}^*$  é composto por  $n$  variáveis aleatórias independentes, conclui-se, que o termo no numerador do expoente de (66), definido por  $J_i \triangleq (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_i)^T \mathbf{G}_i (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_i)$ , deve seguir a distribuição do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) com o número de graus de liberdade  $gl$  igual ao número de variáveis de estado do sistema ( $n$ ) (ROSS, 2006)<sup>1</sup>.

Com base nessa perspectiva, torna-se interessante realizar os ajustes dos tamanhos das janelas de observação tendo como referência valores obtidos de propriedades relacionadas à distribuição do qui-quadrado.

A partir da definição de uma probabilidade de falso alarme  $\alpha$  e considerando o número de graus de liberdade  $gl$ , pode-se determinar o limiar  $K$  para testes de hipóteses quanto à presença de erros grosseiros em  $J_i$ . Este limiar é dado pelo percentil  $\chi_{gl,1-\alpha}^2$  da

<sup>1</sup> Neste caso, o número de graus de liberdade  $gl$  difere da estimação de estados convencional (ver Seção 2.4.1). Diferentemente da formulação baseada na soma ponderada dos quadrados dos resíduos, na perspectiva da fusão via CMC não existem ligações externas entre os elementos de  $\hat{\mathbf{x}}_i$ .

distribuição do qui-quadrado:

$$K = \chi_{gl,1-\alpha}^2 \quad (67)$$

Neste trabalho,  $K$  é adotado como valor de referência para definir as larguras inicial e mínima da janela de observação. Conseqüentemente, a variância do *kernel* Gaussiano  $\sigma_w^2$  é aqui definida como um múltiplo de  $K$ :

$$\sigma_w^2 = \beta K \quad \Rightarrow \quad \sigma_w = \sqrt{\beta K} \quad (68)$$

onde  $\beta$  é um parâmetro positivo utilizado para calibrar o tamanho da janela de observação de acordo com o caso de interesse. A escolha de  $\sigma_w$  em função do parâmetro  $K$  é atraente pelo fato de que a janela de Parzen, sendo definida por (68), apresenta uma característica de adaptação automática com relação à dimensão da rede, dado que  $K$  varia de acordo com o número de variáveis de estado.

Avaliando um cenário limite, no qual a soma ponderada dos resíduos de estimação está muito próxima do limite máximo esperado, isto é  $J_i \approx K$ , conclui-se a partir de (66) e (68) que  $\mathcal{V}_i$  será dada por

$$\mathcal{V}_i^{limite} = e^{-\frac{J_i}{2\sigma_w^2}} \approx e^{-\frac{K}{2\beta K}} = e^{-\frac{1}{2\beta}}. \quad (69)$$

Na ausência de efeitos de erros grosseiros sobre as estimativas de primeiro estágio, espera-se que  $J_i$  seja menor ou igual a  $K$ , o que implica em que  $\mathcal{V}_i$  deve ser maior ou igual a  $e^{-\frac{1}{2\beta}}$ . Dessa forma pode-se estabelecer um valor mínimo  $Z$  esperado para  $\mathcal{V}_i$ :

$$Z = e^{-\frac{1}{2\beta}}. \quad (70)$$

A partir de (69) e (70), um teste de hipóteses aplicável a cada termo  $\mathcal{V}_i$  para se concluir sobre a ocorrência de dados inconsistentes dentre as estimativas do primeiro estágio pode ser enunciado como:

- Se  $\mathcal{V}_i \geq Z$ , infere-se a inexistência de estimativas espúrias, ou seja, a hipótese de que  $J_i$  segue a distribuição do  $\chi^2$  é verdadeira;
- Se  $\mathcal{V}_i < Z$ , infere-se a existência de discrepâncias entre as estimativas do primeiro estágio, ou seja, não se confirma a hipótese de que  $J_i$  segue a distribuição do  $\chi^2$ .

Vale ressaltar que, como as janelas de observação são as mesmas para todas as classes de estimativas  $i$ , o valor do limiar  $Z$  será o mesmo para todas as classes de sensores.

### 5.3.2.2 Larguras da Janela de Observação

No presente trabalho utilizam-se dois tamanhos básicos para  $\sigma_w$ . Um deles é o valor máximo de inicialização da janela e o segundo corresponde à mínima largura de observação. Para isso, dois valores de  $\beta$  são adotados.



A janela inicial deve ser larga o suficiente de modo a englobar todas as estimativas, sem assumir a ocorrência de dados discrepantes. Em outras palavras, em condições de operação livres de erros grosseiros, tem-se o interesse em reproduzir a solução que seria obtida pelo método clássico de fusão. Para assegurar esta condição,  $\beta$  inicial é escolhido como  $\beta^0 = 10$ . Isto significa que a variância da janela de observação inicial – sob a qual avalia-se a similaridade entre as estimativas – será dez vezes maior do que o máximo valor  $K$  esperado para distribuição do qui-quadrado do termo  $J_i$  de (66). Assim, a janela inicial de observação  $\sigma_w^0$  é estabelecida por:

$$\sigma_w^0 = \sqrt{10K}. \quad (71)$$

Conseqüentemente, o limiar  $Z$  para detecção de incongruências, dado pela expressão (70), será:

$$Z = e^{-\frac{1}{2 \cdot 10}} = 0.951, \quad (72)$$

independentemente do tamanho do sistema-teste. Caso algum dos componentes  $\mathcal{V}_i$  da correntropia exceda este limite, infere-se a existência de erros grosseiros no conjunto de estimativas do primeiro estágio. Neste caso, a janela de observação deve ser posteriormente reduzida para que, em um segundo momento, ocorra a supressão dos efeitos causados por estimativas discrepantes.

Na hipótese de que o teste de detecção anteriormente descrito foi positivo, a escolha da mínima janela de observação deve levar em conta que seu valor deve ser pequeno o suficiente para permitir a eliminação de efeitos causados por erros grosseiros. Por outro lado, a janela não deve ser demasiadamente estreita para que estimativas sãs não sejam também interpretadas como deletérias. Neste trabalho  $\beta$  é escolhido de forma que a variância da janela de observação mínima tenha tamanho igual ao valor máximo  $K$  esperado para a soma ponderada dos erros de estimação  $J_i$ , isto é  $\beta_{min} = 1$ . Conseqüentemente, usando (68) conclui-se que a janela mínima de observação  $\sigma_w^{min}$  é dada por:

$$\sigma_w^{min} = \sqrt{K}. \quad (73)$$

Estimativas que estiverem fora da janela de observação mínima devem sofrer atenuações mais acentuadas, e em conseqüência, seus efeitos são naturalmente reduzidos do processo final de fusão.

### 5.3.3 Algoritmo de Solução

O Algoritmo 1 sumariza os principais passos do processo de fusão via CMC considerando  $\ell$  conjuntos de estimativas, de acordo com os desenvolvimentos apresentados nas seções prévias.

**Algoritmo 1** Fusão de Estimativas via CMC

1. Inicialização das estimativas do primeiro estágio:  $\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_\ell$ ;
2. Inicialização das matrizes ganho  $\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_\ell$ ;
3. Inicialização da janela de observação usando (71),  $\sigma_w = \sigma_w^0$ ;
4. Inicialização das variáveis de estado  $\hat{\mathbf{x}}_0^*$  para o método de Newton usando (65);
5. Obtenção de  $\hat{\mathbf{x}}^*$  através da solução do Problema (54) pela aplicação do método de Newton;
6. Cálculos de  $\mathcal{V}_i$ , para todo  $i \in \{1, \dots, \ell\}$ , através da expressão (66);
7. Se  $\exists \mathcal{V}_i < Z$ , infere-se a existência de erros grosseiros previamente processados, ir para passo 8. Do contrário, fim;
8. Reduzir a janela de observação a seu tamanho mínimo  $\sigma_w = \sigma_w^{min}$  (expressão (73));
9. Nova inicialização das variáveis de estado  $\hat{\mathbf{x}}_0^*$  para o método de Newton usando (65);
10. Solucionar o Problema (54) através do método de Newton e determinar  $\hat{\mathbf{x}}^*$ ;
11. Fim.

#### 5.4 FUSÃO BASEADA NO CRITÉRIO DE MÁXIMA CORRENTROPIA APLICADA À ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Considerando as circunstâncias práticas atuais em sistemas de potência, arquiteturas híbridas de estimação contam com informações provenientes de duas principais classes de sensores, uma vez que os dados de entrada em tempo real para a EESP são disponibilizados por meio de sistemas de sensoriamento convencionais SCADA ou por meio de PMUs. Portanto, os conjuntos de estimativas provenientes de estimadores que processam individualmente medidas SCADA e medidas PMU, são candidatos naturais a serem utilizados em arquiteturas híbridas de fusão.

A formulação de fusão baseada no critério de máxima correntropia apresentada na Seção 5.2 viabiliza a associação de múltiplas estimativas de maneira otimizada enquanto, conforme visto na Seção 5.3, também constitui um instrumento para supressão de possíveis dados discrepantes. A partir disso, uma série de aplicações podem ser conjecturadas no contexto da estimação de estados em sistemas de potência.

Além da evidente utilização de estimativas SCADA e PMU, compreende-se que outras informações também poderiam ser utilizadas como fontes de dados para compor estimativas adicionais ao módulo de fusão e conseqüentemente enriquecer as soluções finais. Por exemplo, novas estimativas poderiam ser provenientes de: (i) informações relacionadas a estimações prévias, (ii) dados provenientes de estudos de previsão operacional, (iii) pseudomedidas, ou ainda (iv) múltiplas estimativas fasoriais, já que, em decorrência das altas taxas de amostragem do sistema de medição fasorial, diversos conjuntos de estimativas baseadas em PMU podem ser disponibilizados nos intervalos entre execuções do estimador que processa medidas SCADA. Sob o ponto de vista da fusão baseada no CMC, a adição

de novas estimativas pode colaborar com o processo de avaliação da consistência entre os resultados do primeiro estágio.

No presente trabalho, como forma de examinar o desempenho da fusão baseada no CMC, estuda-se o comportamento da metodologia proposta para duas aplicações distintas. Na primeira aplicação, supõe-se a disponibilidade de dois conjuntos de estimativas que provém de estimadores individuais dos sistemas SCADA e PMU. Em uma segunda aplicação, estuda-se a adição de uma terceira categoria de estimativas com o objetivo contribuir para a supressão de dados discrepantes. Nesse cenário, supõe-se que estimativas recentes, obtidas pela aplicação da arquitetura de fusão proposta em instantes anteriores, também estão disponíveis para serem utilizadas na estimação de estados no momento presente.

#### 5.4.1 Fusão via Critério de Máxima Correntropia considerando Duas Classes de Estimativas

Como primeira aplicação para a fusão via CMC, considera-se a natural disponibilidade das classes de estimativas SCADA e PMU. A Figura 5.1 ilustra essa arquitetura de fusão em particular.

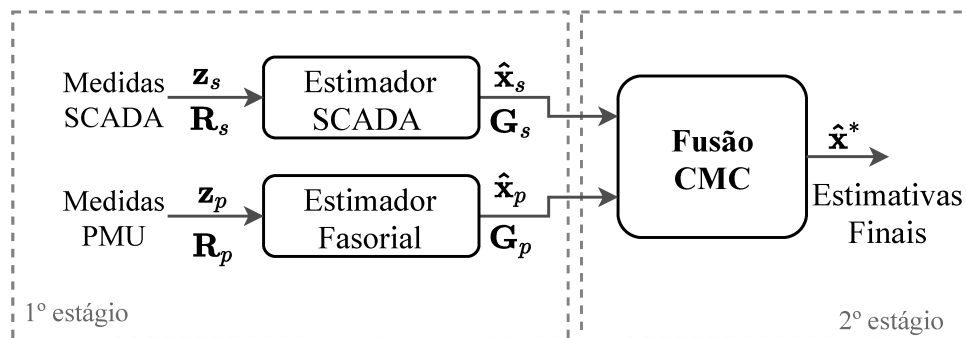


Figura 5.1 – Arquitetura de fusão considerando duas classes de estimativas

O primeiro estágio é responsável pelo processamento individual dos vetores de medidas SCADA e PMU,  $\mathbf{z}_s$  e  $\mathbf{z}_p$ , juntamente com as respectivas matrizes de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_s$  e  $\mathbf{R}_p$ . Ressalta-se que para a execução subsequente do algoritmo do módulo de fusão via CMC, nenhuma restrição é feita em relação aos algoritmos empregados no primeiro nível.

Com as estimativas individuais do primeiro estágio ( $\hat{\mathbf{x}}_s, \hat{\mathbf{x}}_p$ ) tendo sido determinadas juntamente com suas respectivas matrizes ganho ( $\mathbf{G}_s, \mathbf{G}_p$ ), o problema de otimização (54) para a fusão baseada no CMC considerando apenas duas classes de sensores ( $\ell = 2$ ) toma a seguinte forma:

$$\max_{\hat{\mathbf{x}}^*} \mathcal{V} = \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_s\|_{\mathbf{G}_s}^2}{2\sigma_w^2}} + e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_p\|_{\mathbf{G}_p}^2}{2\sigma_w^2}} \right) \quad (74)$$

A solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  para o Problema (74) pode ser obtida através do método de Newton apresentado na Subsecção 5.3.1.

O resultado do processo de fusão baseada no CMC representa uma combinação ótima das estimativas SCADA e PMU. Assim como ocorre na fusão tradicional, espera-se que as soluções ótimas finais apresentem maiores níveis de precisão do que as estimativas individuais. Para além disso, entretanto, o processo de fusão proposto é capaz de fornecer recursos adicionais para verificar a consistência entre os resultados do primeiro estágio.

Conforme visto na Seção 5.3, a fusão via CMC permite detectar possíveis incongruências entre os dois conjuntos de estimativas que chegam até o estágio de fusão. Porém, em situações de detecção positiva, a utilização de apenas duas classes de estimativas pode resultar em uma incapacidade de identificação de qual categoria está causando a discrepância. Tal situação é ilustrada com mais detalhes a seguir, através de um exemplo tutorial para um sistema-teste de pequeno porte.

#### 5.4.1.1 Exemplo Ilustrativo Considerando Duas Classes de Estimativas

Para ilustrar a aplicação do método de fusão via CMC, um modelo linearizado de um sistema-teste de três barras é utilizado. A Figura 5.2 apresenta o diagrama unifilar e dados de barras deste sistema-teste. Na figura também são apresentados os planos de medição para os sistemas SCADA e PMU. Como a rede está sendo representada por meio de um modelo linear, considera-se que o sistema SCADA é capaz de fornecer medidas de potencia ativa, enquanto os dispositivos PMU fornecem apenas medidas dos ângulos das barras. Os erros de medição são supostos Gaussianos e com média zero, com níveis de precisão de 1% para medidas SCADA e de 0,5% para medidas fasoriais. As medidas adquiridas pelos sistemas SCADA e PMU são primeiramente processadas por estimadores individuais convencionais, que produzem as estimativas do primeiro estágio  $\hat{x}_s$  e  $\hat{x}_p$ . A partir destas estimativas, a fusão via CMC é executada.

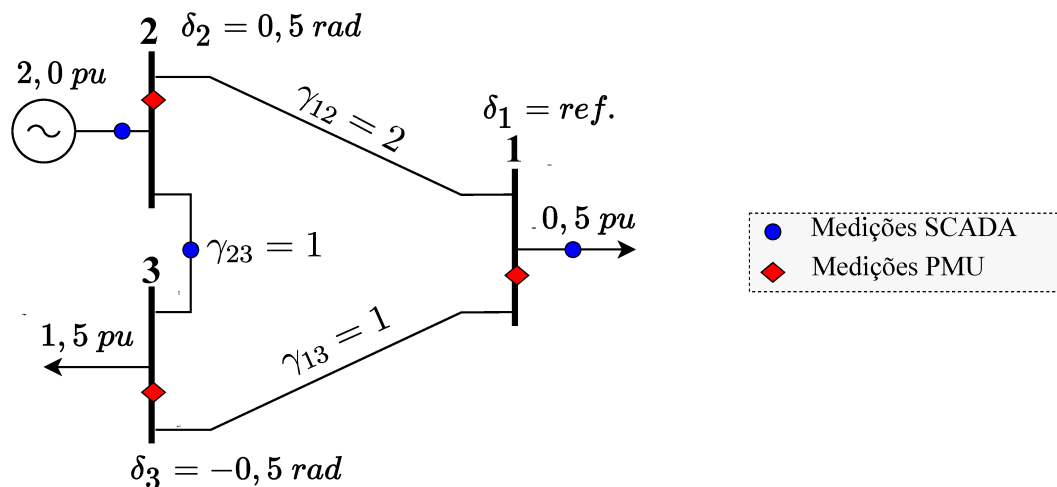


Figura 5.2 – Sistema-teste de três barras: planos de medição e dados do sistema.

Como a barra #1 é utilizada como referência para ambos os sistemas de medição,

as variáveis de estado são apenas duas:  $\delta_2$  e  $\delta_3$ , os ângulos de fase das tensões nas barras 2 e 3. Com  $n = 2$ , o número de graus de liberdade  $gl$  também é 2. Considerando uma probabilidade de falso alarme  $\alpha = 5\%$ , o correspondente limiar do teste de detecção para do chi-quadrado é  $K = 5,99$ . Nestas condições, a partir da Equação (71), define-se a janela de observação inicial  $\sigma_w^0 = \sqrt{10K} = 7,74$ , e de (70) obtém-se o limiar de detecção  $Z = 0,951$ . Finalmente, a janela mínima é estabelecida a partir de (73), obtém-se  $\sigma_w^{min} = \sqrt{K} = 2,45$ . Estas configurações são válidas para todos os cenários descritos adiante.

#### A. Cenário livre de Erros Grosseiros – $\ell = 2$

Primeiramente consideramos a inexistência de erros grosseiros nos conjuntos de medições. A Figura 5.3, apresenta os traços no plano  $(\mathcal{V}, \delta_2)$  de uma ilustração 3-D da função correntropia, bem como os dois componentes do Problema (74), todos computados para a janela inicial  $\sigma_w^0 = 7,74$ . Para fins de representação e de acordo com (74), as subfunções de correntropia: SCADA em azul ( $\mathcal{V}_s$ ), e PMU em vermelho ( $\mathcal{V}_p$ ), são escalonadas pelo fator  $\frac{1}{\ell} = \frac{1}{2}$ . A função global de correntropia  $\mathcal{V}$ , que é obtida pela soma das subfunções escalonadas, é representada em preto. O símbolo ‘\*’ representa o ponto de máxima correntropia.

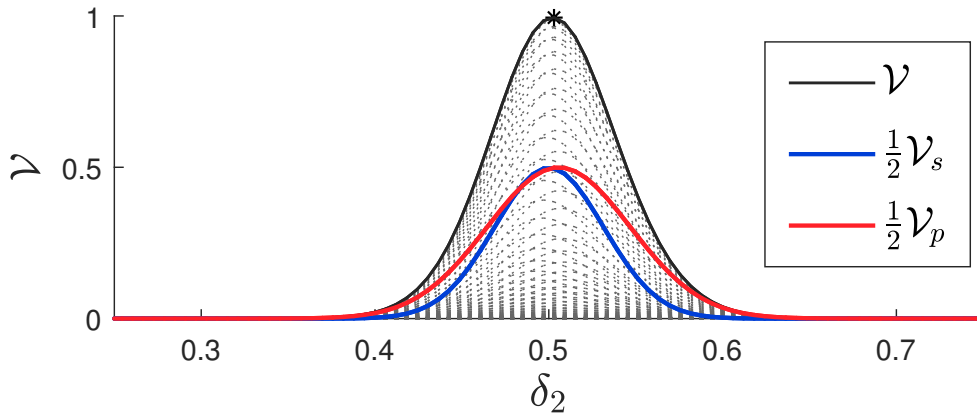


Figura 5.3 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 2$ , considerando  $\sigma_w^0 = 7,74$  – condição normal de operação.

Como mostra a figura, os pontos de máximo das três funções são todos próximos de  $\delta_2 = 0,5$ , que é justamente o valor verdadeiro de  $\delta_2$ . Mais precisamente, as subfunções  $\mathcal{V}_s$  e  $\mathcal{V}_p$  são centralizadas nos valores correspondentes às estimativas individuais SCADA e PMU para o ângulo da barra 2,  $\hat{\delta}_{s,2} = 0,501$  e  $\hat{\delta}_{p,2} = 0,506$ , respectivamente. Já a estimativa ótima, segundo o critério CMC para o Problema (74) é  $\hat{\delta}_2^* = 0,503$ . O valor da correntropia neste ponto é  $\mathcal{V} = 0,995$ ; o fato de ser próximo à unidade é um indicativo informal de que não há erros grosseiros. De fato, as subfunções calculadas no ponto de solução apresentam valores  $\mathcal{V}_s = 0,993$  e  $\mathcal{V}_p = 0,997$ , e portanto são maiores do que o limiar  $Z = 0,951$ . Como não há indicativos de incongruências entre as estimativas do

primeiro estágio, conclui-se que o processo de fusão pode ser finalizado.

*B. Cenário com Erro Grosseiro –  $\ell = 2$*

Este cenário descreve o comportamento da fusão via CMC, considerando a simulação de um erro grosseiro com magnitude de 15 desvios-padrão entre as medidas fasoriais. Mais especificamente, este erro grosseiro afeta majoritariamente a estimativa da variável  $\delta_2$ . Assim como é feito para o cenário A descrito acima, a função correntropia e seus componentes são calculados para  $\sigma_w^0 = 7,74$ , conforme ilustra a Figura 5.4.

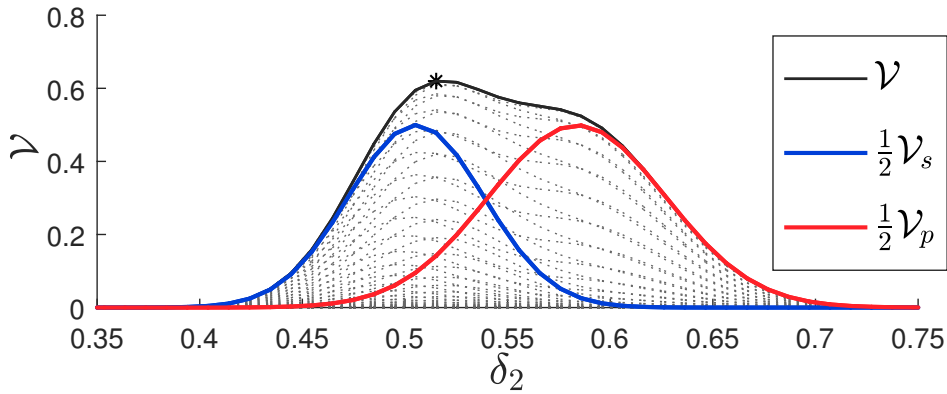


Figura 5.4 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 2$ , considerando  $\sigma_w^0 = 7,74$  – erro grosseiro entre de medidas fasoriais.

Diferentemente da Figura 5.3, é aparente que na Figura 5.4 as abscissas correspondentes aos máximos das subfunções estão agora distanciadas. Em particular, este espalhamento decorre do deslocamento à direita da curva relacionada às estimativas PMU devido à ocorrência do erro grosseiro. Como consequência, o máximo na função correntropia global (em preto) é deslocado também para a direita.

Da solução do Problema (74), obtém-se  $\hat{\delta}_2^* = 0,5152$ . Neste ponto, o valor máximo da correntropia global é  $\mathcal{V}(\hat{\mathbf{x}}^*) = 0,6198$ , sinalizando uma possível incongruência entre as estimativas SCADA e fasorial. De fato, o valor de  $\mathcal{V}_p(\hat{\mathbf{x}}^*) = 0,2828$  está bem abaixo do limiar  $Z = 0,951$ , indicando a detecção do erro grosseiro.

Após a detecção de inconsistência entre as estimativas do primeiro estágio, a janela de observação deve ser reduzida para suprimir a influência do erro grosseiro sobre a solução final. A Figura 5.5 mostra a função de correntropia global junto com suas componentes SCADA e PMU para a janela mínima  $\sigma_w^{min} = 2,45$ . Neste cenário, a correntropia  $\mathcal{V}$  apresenta dois pontos de máximo que coincidem com os máximos das subfunções individuais. Fica evidente que há um empate entre os valores máximos, e portanto não é possível determinar um máximo global, nem identificar qual das classes de sensores está contaminada pelo erro grosseiro.

Nesse caso, confiar em apenas duas classes de dados independentes é equivalente a lidar com um par crítico de medidas na estimação de estados convencional (vide Seção

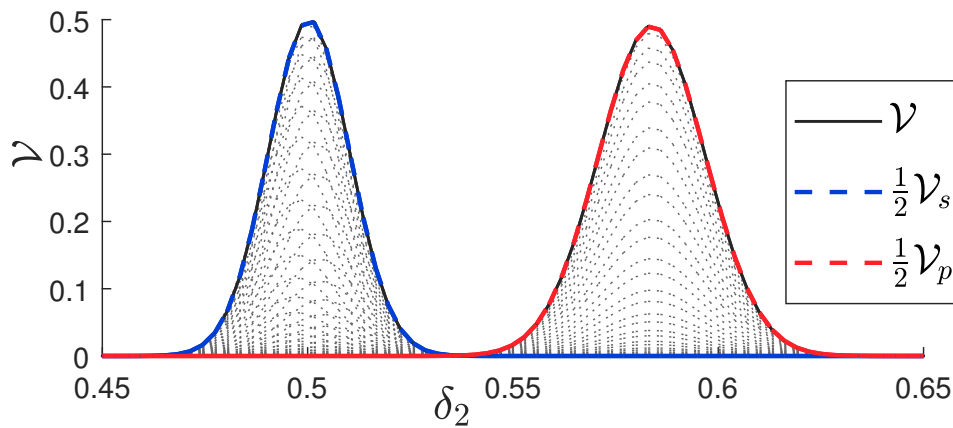


Figura 5.5 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 2$ , considerando  $\sigma_w^{min} = 2,45$  – erro grosseiro entre medidas fasoriais.

2.2.1). Ou seja, mediante a aplicação da fusão via CMC, considerando duas classes de sensores, é possível determinar a presença de incongruências entre os dois conjuntos de estimativas do primeiro estágio, porém a ausência de redundância suficiente impõe limitações que impedem a identificação de qual das classes de estimativas está corrompida.

A capacidade de tratamento de erros grosseiros da arquitetura de fusão proposta pode ser expandida pela adição de novos conjuntos de estimativas ao processo, como é estudado a seguir.

#### 5.4.2 Fusão via Critério de Máxima Correntropia considerando Três Classes de Estimativas

Buscando aprimorar a capacidade da arquitetura de fusão em relação ao tratamento de erros grosseiros, propõe-se a utilização de uma terceira classe de estimativas. Mais especificamente, pretende-se utilizar os resultados da arquitetura de fusão proposta, obtidos no instante de execução da estimação de estados imediatamente anterior ao presente, como uma terceira classe de estimativas disponível ao processo de fusão atual. Esta escolha decorre do fato de que estimativas obtidas previamente passaram pelos mesmos procedimentos de depuração que produzem as estimativas atuais, de modo que podem ser consideradas suficientemente confiáveis para compor uma valiosa fonte de informação.

Como normalmente os intervalos de estimação são de poucos segundos, em princípio não se espera grandes mudanças no ponto de operação do sistema de potência. Conseqüentemente, a estimativa imediatamente anterior deve retratar uma condição de operação suficientemente próxima à atual. Portanto, pode contribuir positivamente para o processo de fusão, desde que sujeita a mecanismos de relativização adequados com respeito às estimativas mais recentes. Caso entretanto, alguma mudança brusca de ponto de operação ocorra entre os intervalos de estimação, o método de fusão via CMC ainda prevê meios de suprimir incongruências também relacionadas a estas novas estimativas, como será discutido mais adiante neste documento.

A Figura 5.6 ilustra a arquitetura de fusão que considera três conjuntos de estimativas disponíveis para o módulo de fusão: além das estimativas provenientes dos estimadores SCADA e PMU ( $\hat{\mathbf{x}}_s, \hat{\mathbf{x}}_p$ ), o módulo de fusão conta agora com a adição de uma terceira classe  $\hat{\mathbf{x}}_a$  – que denota a estimativa *anterior*. Esta nova categoria de informações refere-se ao vetor de estimativas finais ótimas obtidas da arquitetura de fusão em uma execução imediatamente predecessora à estimação em andamento.

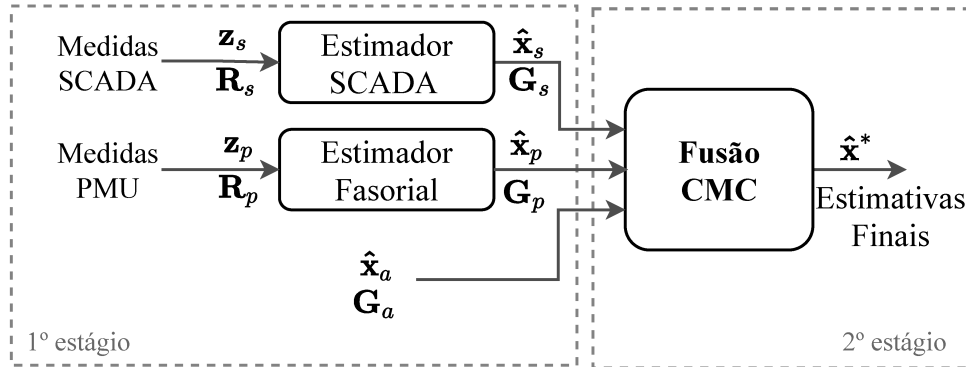


Figura 5.6 – Arquitetura de fusão considerando três classes de estimativas

Uma observação que pode ser feita no que diz respeito à adição da classe de estimativas anteriores é que isto viabiliza uma nova perspectiva para a arquitetura. A partir da percepção de que a nova classe de estimativas está relacionada a uma observação prévia do sistema elétrico, o problema pode ser observado também sob a ótica da representação dinâmica da rede (embora esta abordagem não seja o foco primário deste trabalho). A inclusão do aspecto temporal que está relacionado ao uso das estimativas anteriores promove uma relação entre estados observados em diferentes instantes de tempo, perspectiva que pode ser relacionada a conceitos da área da estimação dinâmica de estados (ZHAO *et al.*, 2019), sendo também subjacente à concepção dos chamados *Tracking estimators*, (MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020) e *Forecasting-Aided estimators* (DO COUTTO FILHO; STACCHINI, 2009).

Seguindo a formulação estabelecida em (54), o problema de otimização para a fusão baseada no CMC considerando três classes de estimativas ( $\ell = 3$ ) toma a seguinte forma:

$$\max_{\hat{\mathbf{x}}^*} \mathcal{V} = \frac{1}{3} \left( e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_s\|_{\mathbf{G}_s}^2}{2\sigma_w^2}} + e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_p\|_{\mathbf{G}_p}^2}{2\sigma_w^2}} + e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_a\|_{\mathbf{G}_a}^2}{2\sigma_w^2}} \right) \quad (75)$$

Do mesmo modo como é feito para o cenário com duas classes de estimativas, a solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  para o problema (75) pode ser obtida através da aplicação de um método iterativo de solução, como por exemplo o método de Newton (ver Subseção 5.3.1).

#### 5.4.2.1 Matriz Ganho para Estimativas Anteriores

No contexto da fusão de estimativas, matrizes ganho são importantes para que a ponderação do processo esteja de acordo com o grau de exatidão esperado para cada uma



das estimativas. Quando consideramos estimativas obtidas diretamente dos estimadores SCADA e PMU, as respectivas matrizes ganho são naturalmente disponibilizadas ao final do primeiro estágio, conforme Equação (16) apresentada na Subseção 2.3.2, a qual discute conceitos relacionados às matrizes notáveis da área de estimação. A partir dessa definição, estas matrizes correspondem ao inverso das matrizes de covariância dos erros de estimação, e portanto são capazes de retratar com boa fidelidade o grau de incerteza associado a estes dois conjuntos de estimativas. Isto garante que a fusão obtenha resultados apropriados de acordo com as características de cada classe de sensores.

A questão a ser explorada agora diz respeito à definição da matriz ganho  $\mathbf{G}_a$  a ser usada no processo de fusão ilustrado na Figura 5.6, de forma que esta seja capaz de retratar apropriadamente as incertezas associadas às estimativas anteriores. A partir das definições da Seção 2.3.2 e das discussões que seguem, observa-se que a questão está associada à matriz de covariância dos erros de estimação de  $\hat{\mathbf{x}}_a$ . Como esta estimativa refere-se a um ponto de operação distinto, embora bastante recente, é plausível que as correspondentes variâncias representem um nível de incerteza maior dos que aqueles associados às estimativas correntes  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$ .

Nessa perspectiva, seja  $\mathbf{P}_a$  a matriz de covariância dos erros de estimação associada à solução prévia da arquitetura de fusão, obtida conforme descrito no Apêndice B. A partir da relação (19), propõe-se a seguinte aproximação para a matriz ganho associada às estimativas anteriores:

$$\mathbf{G}_a = (k_a \cdot \mathbf{P}_a)^{-1} = \frac{1}{k_a} \cdot \mathbf{P}_a^{-1} \quad (76)$$

onde  $k_a > 1$  é um “*fator de esquecimento*” positivo, ajustado com o objetivo de escalonar o grau de incerteza associado às estimativas anteriores  $\hat{\mathbf{x}}_a$ , como forma de mapeá-las para o ponto futuro no tempo em que  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$  estão sendo processadas. O valor de  $k_a$  traduz o quão significativo é a mudança nas condições de operação durante o intervalo de tempo decorrido entre duas execuções consecutivas da arquitetura de fusão. Por exemplo, se escolhermos  $k_a = 5$ , isto significa que a importância associada às estimativas anteriores está sendo escalonada para 20% de sua importância relativa original caso as três estimativas fossem simultâneas.

#### 5.4.2.2 Exemplo Ilustrativo Considerando Três Classes de Estimativas

Para ilustrar a aplicação do método de fusão via CMC considerando três classes de estimativas, o modelo linear para o sistema-teste de três barras da Figura 5.2 é mais uma vez utilizado. As condições de simulação descritas na seção 5.4.1.1 também são válidas para os cenários que seguem.

Da mesma forma que ocorre na aplicação anterior, primeiramente as medições provenientes dos sistemas de sensoriamento SCADA e PMU são processadas pelos estimadores individuais que produzem as estimativas atuais  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$ . Já as estimativas anteriores  $\hat{\mathbf{x}}_a$

são obtidas através de uma execução prévia do estimador de fusão, levando em conta uma variação de 1% nas cargas do sistema-teste com relação ao estado corrente de operação. O fator de esquecimento  $k_a$  em (76) utilizado nesse caso é 10. Isto significa que o nível de exatidão associado às estimativas anteriores é considerado 10% de seu nível original calculado na execução anterior do estimador.

#### A. Cenário livre de Erros Grosseiros – $\ell = 3$

Primeiramente busca-se avaliar a fusão via CMC com três classes de estimativas, sem considerar a ocorrência de erros grosseiros. A Figura 5.7 apresenta os traços no plano  $(\mathcal{V}, \delta_2)$  do gráfico 3-D da função correntropia para a janela inicial  $\sigma_w^0 = 7,74$ , agora incluindo também a curva associada à componente  $\mathcal{V}_a$  das estimativas anteriores. De acordo com (75), as subfunções de correntropia associadas às estimativas SCADA (em azul), PMU (em vermelho) e anteriores (em verde), são apresentadas com escalonamento do fator  $\frac{1}{\ell} = \frac{1}{3}$ . Pode-se observar que a inclusão da terceira fonte de estimativas implica na introdução de um novo *kernel* Gaussiano (em verde) que se soma às outras duas curvas para compor a função correntropia global  $\mathcal{V}$ .

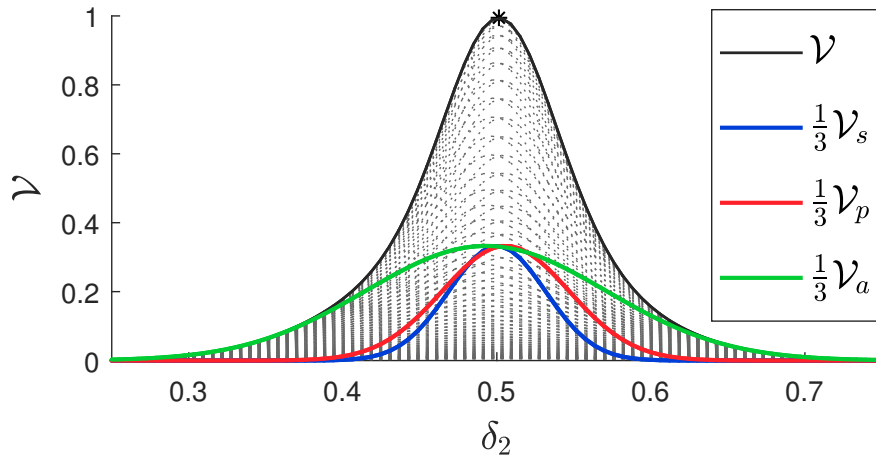


Figura 5.7 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 3$ , considerando  $\sigma_w^0 = 7,74$  – condição normal de operação.

Da Figura 5.7 observa-se que os máximos das quatro funções estão alinhados em torno do valor verdadeiro da variável de estado  $\delta_2 = 0,5$ . A solução iterativa do Problema (75) é  $\hat{\mathbf{x}}^* = [0,5014; -0,4967]^T$ , a qual corresponde à correntropia  $\mathcal{V}(\hat{\mathbf{x}}^*) = 0,995$  (ponto destacado pelo ‘\*’ em preto). Os valores máximos de  $\mathcal{V}_s$ ,  $\mathcal{V}_p$  e  $\mathcal{V}_a$ , calculados para esta solução encontram-se todos acima do limiar  $Z$ , indicando que não há incongruências entre as estimativas do primeiro estágio.

Neste cenário também é interessante notar o aspecto das curvas Gaussianas associadas às componentes da correntropia. Observa-se que as curvas correspondentes às estimativas SCADA e PMU (em azul e vermelho, respectivamente) possuem bases significativamente mais estreitas quando comparadas com as estimativas anteriores (em verde).

Isto reflete o nível de precisão mais alto atrelado às estimativas mais recentes, já que utilizamos um fator de esquecimento de  $k_a = 10$  nesse cenário, que reduz significativamente a influência de  $\hat{\mathbf{x}}_a$ . Neste exemplo, também pode-se notar que as estimativas SCADA são consideradas ligeiramente mais exatas do que as fasoriais, o que se atribui ao maior nível de redundância do plano de medição SCADA. Isto decorre do fato de que os níveis de precisão associados às matrizes ganho não refletem apenas a precisão das medidas, mas também levam em conta outros fatores que colaboram para elevar a exatidão das soluções dos estimadores, como por exemplo o número e a distribuição das medidas sobre a rede.

*B. Cenário com Erro Grosseiro –  $\ell = 3$*

Consideramos agora as mesmas condições de simulação para caso de  $\ell = 2$  da Seção 5.4.1.1, cenário B, no qual um erro grosseiro de 15 desvios-padrão é simulado de modo a afetar principalmente a estimativa fasorial da variável  $\delta_2$ .

A Figura 5.8 apresenta as curvas obtidas inicialmente para a janela de observação  $\sigma_w^0 = 7,74$ . Em contraste com o caso A no qual não se consideram erros grosseiros, fica evidente da Figura 5.8 que agora as abscissas dos máximos individuais não são próximas entre si. Claramente, a curva associada às estimativas PMU (em vermelho) está deslocada à direita em relação às outras duas. Como consequência, o máximo global da função correntropia também é afetado por esse deslocamento.

A solução  $\hat{\mathbf{x}}^*$  do Problema (75) sob as condições acima descritas leva a uma correntropia global com valor  $\mathcal{V}(\hat{\mathbf{x}}^*) = 0,734$ . Este valor, sendo bem abaixo da unidade, sinaliza uma possível inconsistência entre as três estimativas de entrada. De fato, observa-se que o valor  $\mathcal{V}_p(\hat{\mathbf{x}}^*) = 0,2647$  está muito abaixo do limiar de detecção  $Z = 0,951$ . Adicionalmente, a componente  $\hat{\delta}_2$  da solução é estimada em 0,5134, apresentando um desvio significativo em relação ao valor verdadeiro desta variável. Conclui-se portanto que o teste de detecção aponta inconsistências entre as estimativas.

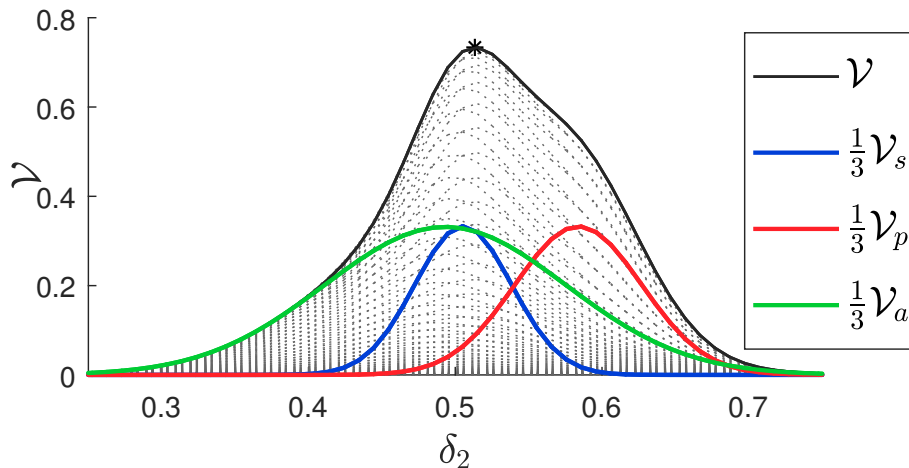


Figura 5.8 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 3$ , considerando  $\sigma_w^0 = 7,74$  – erro grosseiro entre de medidas fasoriais.

A detecção positiva de estimativas contaminadas por erro grosseiro aciona a redução da janela de observação. Na Figura 5.9, a função correntropia e suas componentes são apresentadas novamente, porém agora considerando a janela mínima de observação  $\sigma_w^{min} = 2,45$ . Em comparação com o cenário B para o caso de  $\ell = 2$  da Seção 5.4.1.1, a introdução da nova fonte de estimativas faz com que nesta nova situação o valor que maximiza globalmente a função correntropia ( $\hat{\delta}_2 = 0,5038$ ) fique bem definido, aproximando-o do valor real da estimativa ( $\delta_2 = 0,5$ ). Observa-se que a solução final ótima é basicamente composta pelas contribuições das estimativas SCADA (em azul) e anteriores (em verde). A curva correspondente ao conjunto de estimativas PMU (em vermelho), que está corrompido devido ao erro grosseiro, fica claramente isolada da solução e portanto seus efeitos são suprimidos do resultado da fusão via CMC.

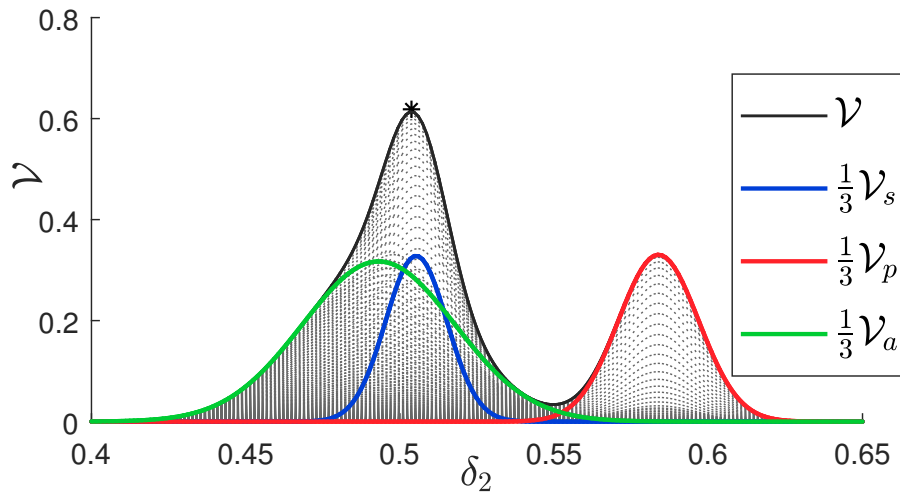


Figura 5.9 – Correntropia e suas subfunções escalonadas para  $\ell = 3$ , considerando  $\sigma_w^{min} = 2,45$  – erro grosseiro entre medidas fasoriais.

## 5.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo, a fusão via CMC é desenvolvida como uma proposta alternativa à clássica fusão de estimativas. Métodos convencionais, que são baseados nos princípios de mínima variância dos erros de estimação, são efetivos no que diz respeito a promover uma combinação ótima a partir de estimativas individuais sãs. Por outro lado, caso as estimativas de entrada estejam contaminadas por erros grosseiros, corre-se o risco de que a fusão clássica, por não ser dotada de capacidade de crítica de seus dados de entrada, produza soluções em desacordo com a real condição operativa da rede.

Da mesma maneira ao que ocorre com a fusão clássica, a estratégia de fusão via CMC desenvolvida nesta tese, também apresenta êxito ao conjugar diferentes classes de estimativas e produzir soluções ótimas com maiores níveis de exatidão do que os conjuntos individuais. Afinal, mostra-se que a fusão clássica pode ser vista como um caso particular da fusão via CMC quando amplas janelas de observação são consideradas. Isto significa que,

caso os mesmos dados de entrada sejam fornecidos e considerando elevados valores de  $\sigma_w$ , as duas metodologias de fusão fornecem os mesmos resultados. Para além da consistência com a fusão convencional, entretanto, a adoção do critério de máxima correntropia promove novos recursos à fusão de estimativas que permitem uma salvaguarda adicional contra erros grosseiros.

A metodologia de fusão proposta permite que um número indeterminado de estimativas sejam conjugadas no módulo de fusão. Porém, na perspectiva de aplicações práticas no campo da estimação de estados em sistemas de potência, duas alternativas em particular são investigadas.

Primeiramente avalia-se a utilização natural das classes de estimativas SCADA e PMU. Através de exemplos ilustrativos, fica evidente que a fusão de estimativas com base em apenas duas classes de estimativas apresenta bons resultados no que diz respeito à combinação ótima das estimativas individuais e também no que tange à detecção de incongruências entre os dados de entrada. Por outro lado, o uso restrito de duas entradas à célula de fusão impõe limitações quanto à identificação do conjunto responsável pelas inconsistências. Isto torna-se evidente quando janelas significativamente pequenas são consideradas sob a ocorrência de erros grosseiros, caso em que os conjuntos de estimativas acabam funcionando como um par crítico de medidas na estimação de estados convencional. Conclui-se que a fusão de estimativas via CMC, executada com base em apenas duas classes de sensores, estaria limitada à emissão de um alerta sobre possíveis inconsistências entre as estimativas do primeiro estágio.

A capacidade de tratamento de erros grosseiros da metodologia de fusão via CMC pode ser aperfeiçoada através da adição de novas classes de estimativas como entrada para o módulo de fusão. Em vista disso, esta tese propõe a aplicação da fusão via CMC considerando a disponibilidade de uma terceira classe de informações. A partir do exemplo ilustrativo que considera a ocorrência de um erro grosseiro, fica aparente que a inclusão desta nova fonte de dados é capaz de gerar condições suficientes para a correta supressão das estimativas afetadas pelo erro grosseiro.

## 6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

### 6.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é avaliar mais profundamente a viabilidade e desempenho da fusão de estimativas via CMC quando aplicada a redes elétricas de potência usualmente utilizadas para testar algoritmos de estimação de estados, incluindo sistemas de porte realístico. Para isso, diversos estudos são conduzidos considerando modelagens não-lineares e quatro sistemas-teste do *IEEE*.

Como observado através dos estudos para o sistema de três barras apresentados no Capítulo 5, a estratégia de uso de três estimativas como entradas para o módulo de fusão mostra-se mais promissora quando comparada à utilização de apenas duas classes de estimativas. A adição do terceiro conjunto de dados viabiliza não só a detecção de incongruências entre as estimativas do primeiro estágio, mas também gera condições necessárias para identificação da classe de estimativas contaminada por efeitos de erros grosseiros. Por esses motivos, a arquitetura de fusão a ser avaliada neste capítulo segue os moldes apresentados na Figura 5.6. Além da natural utilização das estimativas SCADA e PMU, também considera-se a disponibilidade do conjunto de estimativas anteriores, resultante de uma execução prévia do estimador baseado na mesma arquitetura de fusão.

Os estudos desenvolvidos neste capítulo seguem as condições de simulação e outras definições estabelecidas na Seção 6.2, a seguir. Na Seção 6.3, são apresentados resultados de simulações que ilustram a consistência entre a fusão via CMC e a fusão convencional. Adiante, na Seção 6.4, avalia-se o desempenho da arquitetura de fusão considerando a ocorrência de erros grosseiros. Alguns aspectos relacionados ao processamento das estimativas anteriores são estudados na Seção 6.5. Na Seção 6.6, é realizada uma breve discussão sobre aspectos de eficiência computacional. Por fim, a Seção 6.7 fornece uma análise geral dos resultados e sumariza as principais conclusões acerca dos estudos realizados.

No que segue, as abreviaturas  $F_{CMC}$  e  $F_{MV}$  referem-se: à arquitetura de fusão proposta via CMC, e à fusão convencional de mínima variância, respectivamente. As notações  $\hat{\mathbf{x}}_s$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_p$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_a$ , são utilizadas para denominar as estimativas SCADA, PMU e anteriores, respectivamente.

### 6.2 CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO

Nesta seção são detalhadas as principais condições de desenvolvimento subjacentes aos estudos computacionais cujos resultados são apresentados e discutidos nas demais seções deste capítulo.

### 6.2.1 Ambiente Computacional

Abaixo seguem algumas observações sobre o ambiente computacional e outras definições gerais de simulação:

- As simulações foram desenvolvidas em ambiente Matlab, usando a linguagem de programação correspondente;
- Foram utilizados os sistemas-teste de referência do *IEEE* de 14, 30, 57, e 118 barras, considerando modelagens não-lineares das respectivas redes elétricas, cujos dados originais de operação podem ser encontrados em (U.WASHINGTON, 1993). Devido ao maior número de estudos relacionados ao sistema-teste de 14 barras, seu diagrama unifilar e planos de medição também são disponibilizados no Apêndice C;
- Os estimadores SCADA e PMU do primeiro estágio são implementados através de algoritmos convencionais de MQP, e são equipados com estágios para pós-processamento de erros grosseiros, com detecção baseada no teste- $J(\hat{\mathbf{x}})$  e etapa de identificação baseada no método do máximo resíduo normalizado;
- O conjunto de estimativas anteriores  $\hat{\mathbf{x}}_a$ , obtido através de uma execução prévia do estimador de fusão, é gerado a partir de uma simulação livre de erros grosseiros, considerando um ponto de operação levemente distinto daquele que irá fornecer as novas estimativas. As diferenças dos pontos de operação estão atreladas a variações de carga de 1% entre cada simulação consecutiva, exceto em cenários específicos descritos na Subseção 6.5.1. Os pontos de operação contemplados nos estudos apresentam variações de carga dentro da faixa de 80% à 120% do carregamento nominal;
- Para permitir condições iniciais de simulação, a matriz de covariância referente as estimativas anteriores ( $\mathbf{P}_a$ ) é calculada conforme o Apêndice B, e leva em conta apenas a influência das estimativas SCADA e PMU;
- Em todos os experimentos, adota-se o fator de esquecimento  $k_a$  igual a 4, exceto em casos particulares apresentados na Subseção 6.5.2. O fator de esquecimento igual a 4 significa que o cálculo da matriz ganho associada às estimativas anteriores (vide Equação (76)) atribui 25% da importância relativa à matriz de covariância original, quando as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_a$  são utilizadas como entrada da célula de fusão, em um instante futuro àquele em que são determinadas;
- Com relação ao segundo estágio da arquitetura, o módulo de fusão é implementado conforme os princípios de máxima correntropia, desenvolvidos no Capítulo 5, seguindo os principais passos estabelecidos no Algoritmo 1;
- Quando pertinente, também são obtidos os resultados para a fusão convencional através de um módulo que realiza a combinação das estimativas com base nos

princípios de mínima variância (ver Subseção 4.3.1). Nestes casos, o módulo de fusão clássica utiliza os mesmos dados de entrada do módulo de fusão via CMC, o que inclui as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_a$ ;

- O valor do limiar  $K$ , associado à distribuição do qui-quadrado (vide Equação (67)) e adotado como referência para definir as larguras iniciais e mínimas das janelas de Parzen utilizadas no processo de fusão via CMC, é obtido a partir de uma probabilidade de falso alarme pré-fixada  $\alpha = 5\%$ , e de acordo com os números de graus de liberdade correspondentes à dimensão de cada rede.

### 6.2.2 Planos de Medição

Com relação à simulação de medidas e aos planos de medição, assume-se que:

- As medidas que compõem o vetor  $\mathbf{z}$  são geradas a partir das soluções do fluxo de potência considerando os respectivos pontos de operação dos sistema-testes. A cada medida  $z_i$  são incorporados erros aleatórios com base no desvio-padrão  $\sigma_i$  associado ao tipo de medidor conforme Equação (77):

$$z_i = z_{i0} + s \cdot \sigma_i \quad (77)$$

onde  $z_{i0}$  é o valor verdadeiro da medida  $i$ , e  $s$  é um valor pseudoaleatório com distribuição Gaussiana gerado por algoritmo próprio do Matlab;

- A variância  $R_{ii} = \sigma_i^2$ , associada a cada medida  $i$ , é computada considerando a exatidão do medidor  $\mathcal{E}_i$ , conforme prática sugerida em (DOPAZO *et al.*, 1976):

$$\sigma_i^2 = (\mathcal{E}_i \cdot z_i)^2 + \mathcal{E}_i^2 \quad (78)$$

- Medidas provenientes do sistema SCADA são supostas com exatidão  $\mathcal{E} = 1\%$ , e incluem: medidas das magnitudes das tensões ( $|V|$ ), injeções de potência ativa e reativa nas barras ( $P/Q$ ), e fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão ( $t/u$ );
- Em barras com medição realizada por meio de PMUs, considera-se a medição do fasor de tensão da barra ( $\vec{V}$ ) e dos fasores de correntes ( $\vec{I}$ ) em todos os ramos incidentes à respectiva barra. A exatidão de medidas adquiridas por meio de PMUs é geralmente considerada maior do que a das medidas SCADA, e por isso adota-se neste trabalho  $\mathcal{E} = 0,5\%$ ;
- Todas as redes são supostas observáveis com respeito aos planos individuais de medição SCADA e fasorial. Entretanto, com o intuito de conferir condições de simulação mais realísticas, supõe-se que os índices de redundância  $\rho_s$  (associados ao sistema SCADA) são superiores aos índices  $\rho_p$  (relacionados ao monitoramento realizado pelas PMUs). As Tabelas 1 e 2 sumarizam os números



de medidas e os índices de redundância global para cada plano de medição. No que diz respeito ao plano de medição SCADA, as medidas de potência  $P/Q$ , e  $t/u$ , são realizadas aos pares ativo/reactivo.

Tabela 1 – Número de medidas e índices de redundância SCADA

Sistema-teste	$P/Q$	$ V $	$t/u$	total	$\rho_s$
<b>14 barras</b>	8	8	50	66	2,44
<b>30 barras</b>	32	30	82	144	2,44
<b>57 barras</b>	62	57	158	277	2,45
<b>118 barras</b>	182	118	358	658	2,80

Tabela 2 – Número de medidas e índices de redundância PMU

Sistema-teste	$\vec{V}$	$\vec{I}$	total	$\rho_p$
<b>14 barras</b>	5	14	37	1,37
<b>30 barras</b>	11	41	103	1,75
<b>57 barras</b>	17	50	133	1,17
<b>118 barras</b>	33	138	341	1,45

- Apesar da suposição de observabilidade SCADA para todos os sistemas-teste, algumas regiões específicas de cada um dos planos têm sua redundância local propositalmente reduzida. Este enfraquecimento deliberado dos planos de medição SCADA é realizado para que existam medidas e/ou conjuntos críticos. Medições com estas características estão associadas a uma maior tendência de falhas no processamento de erros grosseiros do primeiro estágio de estimação. O objetivo é melhorar as condições de avaliação do módulo de fusão no segundo nível com relação à presença de estimativas corrompidas por erros grosseiros. As análises de observabilidade e criticidade dos planos de medição SCADA foram realizadas com auxílio do aplicativo *Plamed* (SIMOES-COSTA; PIAZZA; MANDEL, 1990), desenvolvido em linguagem de programação *FORTRAN*;
- Os planos de medição fasorial foram desenvolvidos de forma a garantir a mínima observabilidade do sistema considerando apenas medições fasoriais. A alocação ótima de PMUs nos sistemas foi realizada com base em diretrizes da literatura relacionada (CHAKRABARTI; KYRIAKIDES; ELIADES, 2009; AMARE; CENTENO; PAL, 2015). A alocação mínima de PMUs também é realizada com o intuito de aumentar as chances de que erros grosseiros passem sem ser detectados pelo primeiro estágio de estimação, permitindo assim a existência de condições adequadas, na etapa de fusão seguinte, para avaliação do desempenho do algoritmo proposto com base no CMC para o processamento de dados espúrios;

- Nos casos de simulação de erros grosseiros, a escolha da medida afetada é feita de maneira aleatória. Entretanto, quando considerados erros grosseiros em medidas SCADA, algumas restrições são impostas para que as medidas espúrias se concentrem principalmente nas zonas de baixo monitoramento. Isto é feito de forma a aumentar as chances de que dados grosseiros atinjam o segundo estágio de estimação, para cumprir o mesmo objetivo do item anterior. As magnitudes dos supostos erros grosseiros são simuladas com base nos desvios-padrão associados às respectivas medidas afetadas.

### 6.2.3 Índices de Desempenho

A avaliação dos resultados é realizada por meio da utilização de diferentes índices de desempenho, que são descritos em sequência.

- A qualidade das estimativas é avaliada através da métrica de tensão proposta em (KEMA, 2006):

$$M_{\vec{V}} = \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \vec{V}_{estimado}^j - \vec{V}_{verdadeiro}^j \right|^2 \right)^{1/2} \quad (79)$$

onde  $\vec{V}_{verdadeiro}^j$  e  $\vec{V}_{estimado}^j$  são, respectivamente, os valores reais e estimados do fasor tensão associado à  $j$ -ésima barra da rede, e  $N$  denota o número total de barras do sistema;

- O desempenho da fusão com relação ao processamento de dados grosseiros é avaliado a partir da classificação das simulações como *sucesso* ou *falha*. Entende-se por *sucesso* a propriedade da fusão via CMC em detectar e suprimir corretamente incongruências relacionadas às estimativas afetadas por erros grosseiros que tenham passado despercebidos pelo primeiro estágio de estimação. Caso contrário, considera-se a ocorrência de *falha* no processamento de dados espúrios. A avaliação sobre a supressão correta das estimativas discrepantes é feita com base nos valores finais das componentes de correntropia ( $\mathcal{V}_s$ ,  $\mathcal{V}_p$  e  $\mathcal{V}_a$ ) calculadas na solução correspondente à mínima janela de observação, conforme Equação (66);
- Para avaliar o desempenho computacional do algoritmo de fusão, são utilizados os valores dos tempos médios de execução do código e a contagem de iterações ao longo das execuções do método de Newton.

## 6.3 CENÁRIOS LIVRES DE ERROS GROSSEIROS

O objetivo desta seção é o estudo de cenários nos quais apenas erros de medição com distribuição Gaussiana são considerados. Com isso, espera-se obter uma avaliação do

desempenho da Fusão via CMC sob condições em que erros grosseiros não estão presentes. Para atingir os propósitos desta seção, conjuntos de cem simulações foram conduzidas em cada um dos sistemas-teste. Cada uma das simulações contempla uma diferente realização dos erros de medição.

### 6.3.1 Consistência com a Fusão Convencional

Supondo a inexistência de erros grosseiros, primeiramente busca-se investigar a consistência entre a fusão proposta e a metodologia de fusão convencional. A discussão teórica a respeito deste tópico está descrita com detalhes na Subseção 5.2.1.

Uma análise da compatibilidade entre ambas as metodologias de fusão pode ser feita através de gráficos dos erros de estimação gerados a partir dos resultados. A Figura 6.1 apresenta as médias dos erros absolutos de estimação das cem simulações conduzidas no sistema-teste de 14 barras para cada conjunto individual de estimativas ( $\hat{\mathbf{x}}_s$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_p$  e  $\hat{\mathbf{x}}_a$ ) e também para os métodos de fusão  $F_{CMC}$  e  $F_{MV}$ .

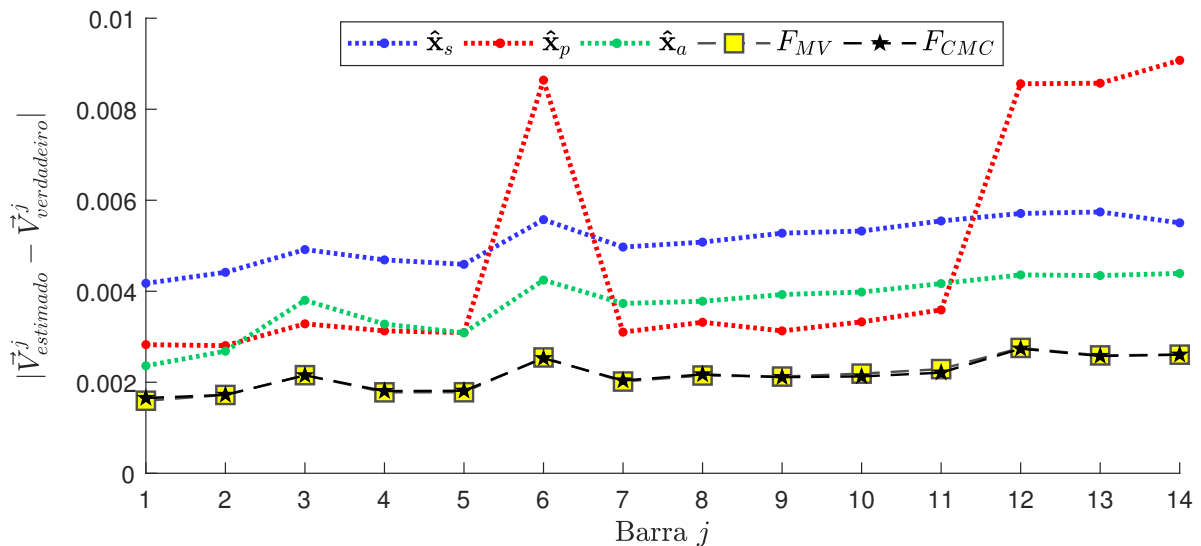


Figura 6.1 – Médias dos erros entre os fasores de tensão nas barras estimados e verdadeiros para o sistema-teste *IEEE* 14 barras considerando cenários livres de erros grosseiros

Nestas condições, em que não há simulação de erros grosseiros, é possível observar que os resultados da fusão via CMC (representados em preto) são idênticos aos erros de estimação relacionados à fusão convencional (em amarelo). Além disso, nota-se que ambos conjuntos de resultados apresentam precisão significativamente melhor do que as estimativas individuais do primeiro estágio. Esta última constatação está de acordo com as investigações realizadas em (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013) e pode ser explicada pela capacidade superior que os métodos de fusão possuem em fornecer combinações ótimas das estimativas considerando as características individuais de cada conjunto de informações.

Além da análise gráfica, as métricas de tensão também podem ser utilizadas para investigar a consistência entre  $F_{CMC}$  e  $F_{MV}$ . A Tabela 3 apresenta as médias das métricas calculadas a partir das cem simulações conduzidas no sistema-teste de 14 barras. A tabela também inclui resultados similares para os demais sistemas-teste do *IEEE*, sob as mesmas condições de simulação.

Tabela 3 – Valores médios das métricas de tensão considerando 100 simulações conduzidas para cada sistema sob cenários livres de erros grosseiros

Sistema teste	Valores médios da métrica $M_{\vec{V}}$				
	$\hat{x}_s$	$\hat{x}_p$	$\hat{x}_a$	$F_{MV}$	$F_{CMC}$
<b>14 barras</b>	0,00529	0,00575	0,00389	0,00230	0,00229
<b>30 barras</b>	0,00369	0,00271	0,00245	0,00180	0,00179
<b>57 barras</b>	0,00404	0,00604	0,00337	0,00196	0,00196
<b>118 barras</b>	0,00190	0,00330	0,00214	0,00098	0,00098

Da Tabela 3, observa-se que os resultados da fusão via CMC são aderentes aos resultados da fusão convencional, independentemente do tamanho do sistema, já que a diferença nos valores das métricas encontra-se na ordem de  $10^{-5}$  ou menos. Isto demonstra compatibilidade com a teoria descrita na Subseção 5.2.1 Além disso, novamente pode-se observar a superioridade dos estimadores de fusão no que diz respeito à precisão dos resultados, quando comparados aos resultados dos estimadores individuais.

### 6.3.2 Taxas de Falso Alarme

Nesta seção, utilizam-se as mesmas simulações descritas na Subseção 6.3.1, realizadas sob a condição de ausência de erros grosseiros. Entretanto, o propósito agora é averiguar os percentuais de falsos alarmes associadas ao processo de detecção de dados espúrios desempenhado pela fusão baseada no CMC.

A Tabela 4 sumariza as taxas de falso alarme resultantes das cem simulações realizadas para os diferentes sistemas-teste. Estas taxas representam as porcentagens de casos nos quais os procedimentos de detecção da fusão via CMC erroneamente indicaram a presença de incongruências entre as estimativas do primeiro estágio.

Tabela 4 – Taxas de falso alarme para os sistemas-teste *IEEE*

Sistema-teste	Taxa de falso alarme
<b>14 barras</b>	3%
<b>30 barras</b>	1%
<b>57 barras</b>	1%
<b>118 barras</b>	1%

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4, observa-se que as taxas de falso alarme variam de 1% para os sistemas de 30, 57 e 118 barras, a 3% para o sistema de menor porte. Estes valores demonstram conformidade com a probabilidade de falso alarme  $\alpha$  especificada em 5% para a detecção de estimativas discrepantes pelo método de fusão via CMC. Tais percentuais, estando compatíveis com os parâmetros especificados, certificam que a atuação da fusão via CMC não ocorra de forma inesperada e excessiva no que tange à detecção de incongruências.

## 6.4 PROCESSAMENTO DE ERROS GROSSEIROS

Nesta seção, pretende-se ilustrar e validar a metodologia de fusão proposta no que diz respeito a sua capacidade de suprimir efeitos danosos causados por dados discrepantes que atinjam o segundo estágio da arquitetura de estimação. Para isso, diversas condições de simulação são estudadas.

Na Subseção 6.4.1, o processamento de erros grosseiros é inicialmente ilustrado através de um exemplo para o sistema de 14 barras. Na Subseção 6.4.2, extensivas simulações são conduzidas nos sistemas de referência para avaliação do desempenho da fusão via CMC na ocorrência de erros grosseiros. Ao final, na Subseção 6.4.3 é realizada uma breve discussão sobre o processamento de erros grosseiros múltiplos.

### 6.4.1 Exemplo Detalhado de Processamento de Erro Grosseiro

Inicialmente, para ilustrar de forma detalhada o processamento de erros grosseiros desempenhado pela Fusão via CMC em um ambiente de simulação não linear, um exemplo de erro grosseiro em uma das medidas do sistema de 14 barras é selecionado.

O erro grosseiro simulado possui magnitude de 30 desvios-padrão e afeta a medida PMU da magnitude do fasor tensão  $\vec{V}_2$ . Neste caso, o erro grosseiro não é detectado pelo estimador PMU do primeiro estágio e, como consequência, acaba por contaminar significativamente muitos dos elementos de  $\hat{\mathbf{x}}_p$ .

A Figura 6.2 apresenta os erros fasoriais para as cinco estimativas considerando o cenário descrito acima. A medida espúria causa erros absolutos na ordem de 0,05 pu em diversos elementos do conjunto de estimativas fasoriais  $\hat{\mathbf{x}}_p$  (em vermelho). Como consequência, as estimativas obtidas pela fusão convencional  $F_{MV}$  (em amarelo) também são afetadas, e exibem erros na ordem de 0,02 pu. Em contraste, a estratégia de fusão  $F_{CMC}$  (em preto) é capaz de detectar e suprimir adequadamente os efeitos deletérios causados pelo erro grosseiro.

O processo de detecção decorre de ações realizadas após verificação dos valores das componentes de correntropia considerando a janela de observação inicial ( $\sigma_w^0 = \sqrt{10K}$ ), onde  $K = 40,11$  é o limiar do  $\chi^2$  obtido considerando uma probabilidade de falso alarme  $\alpha = 5\%$  e número de graus de liberdade correspondente à rede de 14 barras. Nesta condição,

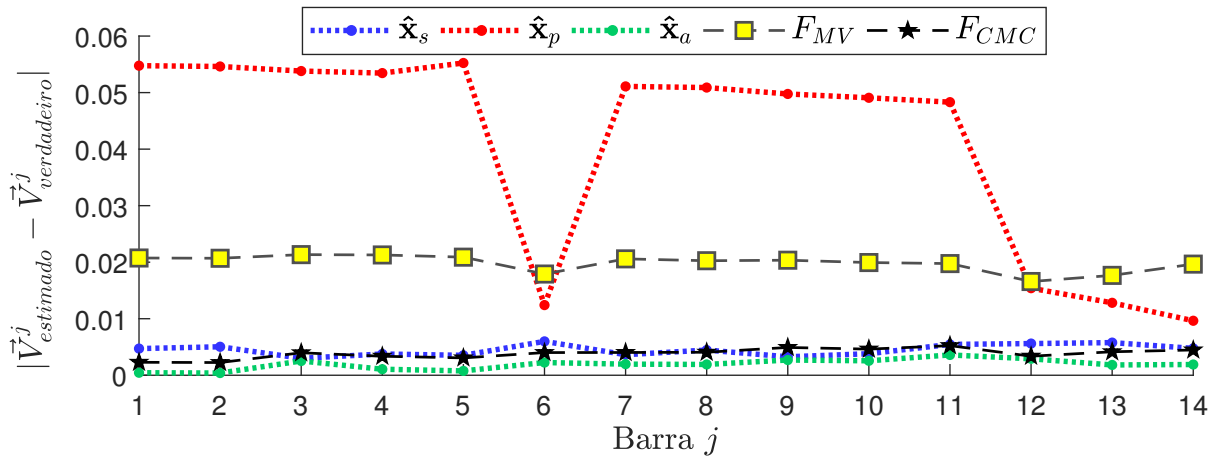


Figura 6.2 – Erros absolutos dos fasores de tensão para o sistema de 14-barras – exemplo de cenário considerando erro grosseiro em uma das medidas fasoriais.

o valor da componente de correntropia  $\mathcal{V}_p$ , relativa às estimativas PMU, é calculado em 0,8602. Este valor, estando significativamente abaixo do limiar de detecção  $Z = 0,951$ , conduz à uma redução da janela de Parzen para  $\sigma_w^{min} = \sqrt{K} = 6,33$ . Para  $\sigma_w = \sigma_w^{min}$ , o valor atualizado da componente de correntropia relacionada às estimativas PMU calculado para a estimativa ótima é  $\mathcal{V}_p = 0,05$ , enquanto as componentes  $\mathcal{V}_s$  e  $\mathcal{V}_a$  apresentam valores próximos ao máximo. O valor de  $\mathcal{V}_p$ , sendo próximo de zero, demonstra a supressão das estimativas PMU na solução. Isto garante que a fusão via CMC reduza de maneira efetiva os efeitos deletérios associados a  $\hat{x}_p$ , e portanto apresente estimativas finais muito mais precisas, como pode ser observado na Figura 6.2 pelos marcadores em preto.

Deve-se notar que não há uma identificação específica de qual elemento em particular, dentre as estimativas de  $\hat{x}_p$ , é mais afetado pelo erro grosseiro. Em casos de ocorrência de erros grosseiros, o método de fusão via CMC atenua a influência do conjunto de estimativas afetado como um todo. Neste exemplo, a solução final fornecida por  $F_{CMC}$  é principalmente composta pelas estimativas  $\hat{x}_s$  (em azul) e  $\hat{x}_a$  (em verde).

#### 6.4.2 Extensivas Simulações nos Sistemas de Referência

Para avaliar mais a fundo o comportamento da metodologia de fusão proposta na presença de erros grosseiros, diversas simulações são realizadas nos sistemas de 14, 30, 57 e 118 barras. Para cada sistema, duzentas simulações foram executadas, cada uma delas incluindo uma medida espúria com erro de magnitude  $30\sigma$  localizada aleatoriamente na rede. Metade das simulações consideram erros grosseiros nas medidas PMU, e a outra metade em medidas SCADA.

A Tabela 5 apresenta o número de erros grosseiros, dentre o número total de simulações, que passaram pelo primeiro estágio de estimação sem o correto processamento. Estes erros podem causar danos às estimativas do primeiro estágio, o que provavelmente irá afetar também os resultados do processo de fusão caso não seja feito o tratamento

apropriado. As colunas à direita na tabela apresentam as porcentagens de sucesso da fusão via CMC em termos da detecção e correta supressão das discrepâncias que atingem o estágio de fusão. Observa-se que para os sistemas de 14 e 30 barras, o estimador  $F_{CMC}$  obteve sucesso em 100% dos casos. Para os outros dois sistemas há uma leve redução nas taxas de sucesso, atingindo o valor mínimo de 89,8% para o sistema de maior porte. Um dos motivos desse decaimento pode estar associado a uma redução na sensibilidade do teste- $\chi^2$  quando aplicado a redes de maior porte, como reportado em (MONTICELLI; GARCIA, 1983; ZANLORENSI-JR.; ASCARI; SIMÕES-COSTA, 2022). Este fato, entretanto, não compromete o bom desempenho da fusão via CMC como uma efetiva camada extra de proteção contra dados discrepantes.

Tabela 5 – Taxas de sucesso do processamento de dados discrepantes pela fusão via CMC sob condições de erros grosseiros (EGs)

Sistema teste	EGs no 2º estágio		Taxas de sucesso da $F_{CMC}$		
	SCADA	PMU	EGs em $\hat{x}_s$	EGs em $\hat{x}_p$	Total
<b>14 barras</b>	18	44	100,0%	100,0%	<b>100,0%</b>
<b>30 barras</b>	16	33	100,0%	100,0%	<b>100,0%</b>
<b>57 barras</b>	32	96	90,6%	98,9%	<b>96,9%</b>
<b>118 barras</b>	55	63	89,1%	90,5%	<b>89,8%</b>

A Tabela 6 apresenta os valores médios das métricas de tensão obtidas a partir das simulações descritas acima. Diferentemente da Seção 6.3, observa-se que, na presença de estimativas contaminadas por erros grosseiros, não há mais compatibilidade entre as métricas de  $F_{MV}$  e  $F_{CMC}$ . Claramente, os resultados da fusão convencional sofrem os efeitos de erros de maior magnitude. Isto pode ser explicado pelo fato de que a metodologia de fusão baseada nos princípios de mínima variância não prevê meios de suprimir os erros grosseiros que chegam ao segundo estágio da arquitetura. Da Tabela 6, pode-se ainda verificar que invariavelmente a estratégia de fusão via CMC fornece estimativas de maior qualidade quando comparadas aos resultados dos outros estimadores.

Tabela 6 – Valores médios das métricas de tensão considerando simulações nas quais o EG não foi detectado no primeiro estágio

Sistema teste	Valores médios da métrica $M_{\vec{V}}$				
	$\hat{x}_s$	$\hat{x}_p$	$\hat{x}_a$	$F_{MV}$	$F_{CMC}$
<b>14 barras</b>	0,00949	0,02619	0,00384	0,01208	0,00357
<b>30 barras</b>	0,00590	0,00484	0,00244	0,00395	0,00234
<b>57 barras</b>	0,00609	0,01232	0,00337	0,00661	0,00276
<b>118 barras</b>	0,00277	0,00461	0,00216	0,00207	0,00130

Para destacar ainda mais a importância em equipar o módulo de fusão com recursos que promovem a supressão de dados discrepantes, os histogramas apresentados na Figura

6.3 são construídos. Estes histogramas referem-se aos resultados de  $F_{MV}$  e  $F_{CMC}$  obtidos das 62 simulações do sistema de 14 barras nas quais os EGs atingem o módulo de fusão. A partir do histograma na parte superior da figura, é possível observar que a fusão convencional é severamente afetada pelos dados discrepantes, o que leva a erros absolutos que excedem  $0,04 pu$ . Por outro lado, as magnitudes dos erros resultantes de  $F_{CMC}$  (apresentados na parte (b) da figura) não são maiores do que  $0,012 pu$ . Isso ressalta a característica superior de robustez da estratégia proposta na presença de erros grosseiros não detectados anteriormente.

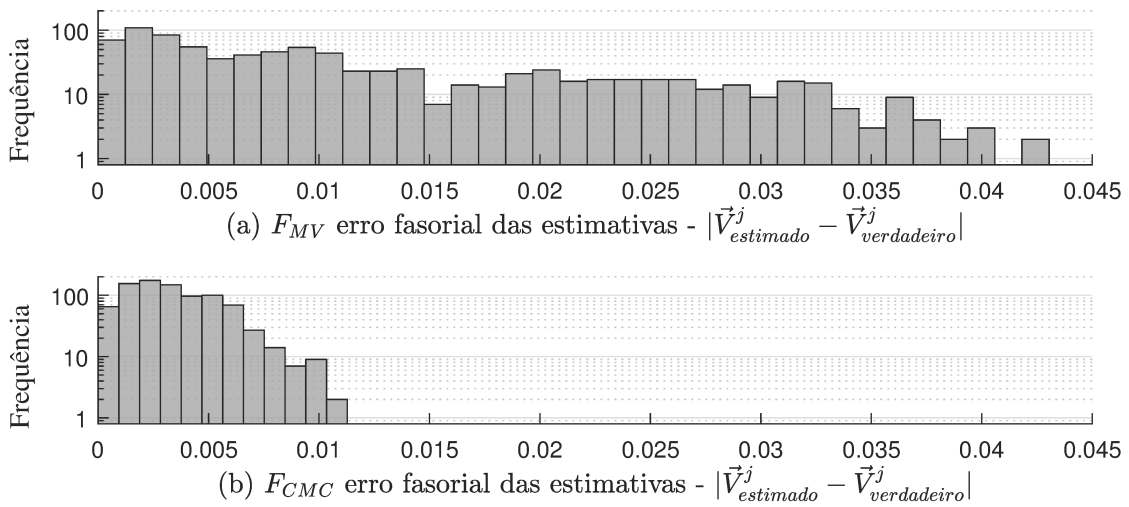


Figura 6.3 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste *IEEE* 14 barras considerando cenários com erros grosseiros: (a) método de fusão de mínima variância,  $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto,  $F_{CMC}$ .

De forma complementar, também são apresentados os histogramas referentes às 118 simulações conduzidas no sistema-teste de 118 barras que resultaram em erros grosseiros no segundo estágio. Da Figura 6.4, observa-se novamente que os resultados de  $F_{MV}$  são afetados de forma mais severa pelos *outliers* quando comparados aos resultados de  $F_{CMC}$ . Os resultados obtidos da fusão convencional apresentam erros grosseiros superiores a  $0,04 pu$ , enquanto para fusão via CMC os erros absolutos encontram-se todos abaixo de  $0,008 pu$ . É interessante notar que mesmo levando em conta as falhas no processamento de EGs pela fusão via CMC em cerca 10% das simulações, os erros absolutos de  $F_{CMC}$  ainda se mantêm em uma faixa bem mais estreita quando comparados aos erros produzidos por  $F_{MV}$ .

### 6.4.3 Considerações sobre Processamento de Erros Grosseiros Múltiplos

Quando consideramos a possibilidade de ocorrência simultânea de medidas espúrias, diferentes cenários podem ser ponderados. Estes cenários incluem: (i) erros grosseiros múltiplos que afetem um único conjunto de estimativas, e (ii) erros grosseiros múltiplos que contaminem distintas classes de estimativas.



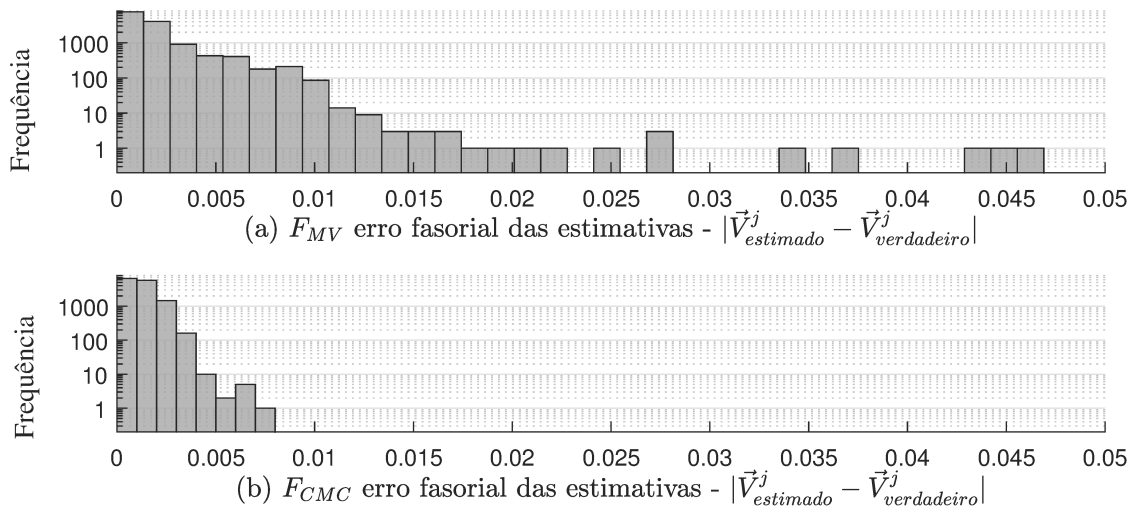


Figura 6.4 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste *IEEE* 118 barras considerando cenários com erros grosseiros: (a) método de fusão de mínima variância,  $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto,  $F_{CMC}$ .

Medidas espúrias múltiplas em uma mesma classe de dados não representam um obstáculo em particular para o método de fusão proposto. Pelo contrário, é de esperar que o desempenho da fusão via CMC seja ainda melhor nestas condições, em comparação aos cenários com erros grosseiros únicos. Na hipótese de que erros grosseiros simultâneos em uma mesma classe de medidas não sejam detectados pelo estimador do primeiro estágio, não parece especulativo imaginar que a estimativa resultante desta etapa estará associada a erros de estimação mais severos do que nos casos em que apenas uma medida espúria estava presente. Desse modo, o sucesso do módulo de fusão proposto, no que diz respeito à eliminação dos efeitos deletérios desses dados discrepantes, é ainda mais provável. Além disso, a supressão das incongruências ocorreria de maneira simultânea, sem exigir repetitivas etapas de processamento.

Por outro lado, a ocorrência de medidas espúrias múltiplas que contaminem simultaneamente distintos conjuntos de estimativas pode representar um desafio adicional para a arquitetura de estimação em estudo. Em comparação com o primeiro cenário abordado, a contaminação de múltiplas classes de estimativas é entretanto um evento muito menos provável de ocorrer. Para que estes casos se concretizem, toda a cadeia de processamento de erros grosseiros anterior deve falhar.

Na suposição de ocorrência destes eventos raros, espera-se que a fusão via CMC ainda seja capaz de fornecer de forma eficiente um instrumento que aponte a existência de incongruências entre as classes de estimativas, uma vez que as discrepâncias entre os resultados do primeiro estágio de estimação devem estar ainda mais ressaltadas nessas condições. Por outro lado, nessas circunstâncias específicas, um quadro de apenas três diferentes classes de estimativas pode ser insuficiente para suprimir adequadamente da solução final os efeitos danosos associados às duas ou mais classes de estimativas contaminadas.

Buscando avaliar o desempenho da fusão via CMC na eventualidade de duas

classes de estimativas estarem contaminadas por erros grosseiros, mil simulações foram conduzidas no sistema-teste de 14 barras. Em cada uma das simulações duas medidas espúrias (com erros de magnitude  $30\sigma$ ) são simuladas, uma para o sistema SCADA e outra para o sistema PMU. Dessas mil simulações, em apenas 6,7% dos casos as estimativas foram afetadas simultaneamente pelos erros grosseiros. Nos outros casos, pelo menos um dos estimadores do primeiro estágio obteve sucesso no processamento correto das medidas espúrias. Na prática, espera-se que estes eventos sejam ainda mais esporádicos, já que nos testes desenvolvidos algumas estratégias de simulação foram adotadas para propositalmente aumentar as chances de que erros grosseiros atinjam o segundo estágio da arquitetura de fusão.

Os resultados dos experimentos revelam que a detecção das discrepâncias nas estimativas de entrada ocorre da maneira esperada. A  $F_{CMC}$  apresenta sucesso de detecção de inconsistências em 100% dos 67 casos nos quais as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$  são afetadas simultaneamente por EGs. Quando se trata da supressão dos dados discrepantes, observa-se que o método atua em 58% dos casos no sentido de atenuar apenas uma das duas classes de estimativas discrepantes. Nos outros 42% dos casos, o método apresenta sucesso completo em detectar e suprimir adequadamente ambas as classes contaminadas. Nessas situações, a solução final passa a ser composta majoritariamente pela estimativa sã ( $\hat{\mathbf{x}}_a$  nestas simulações).

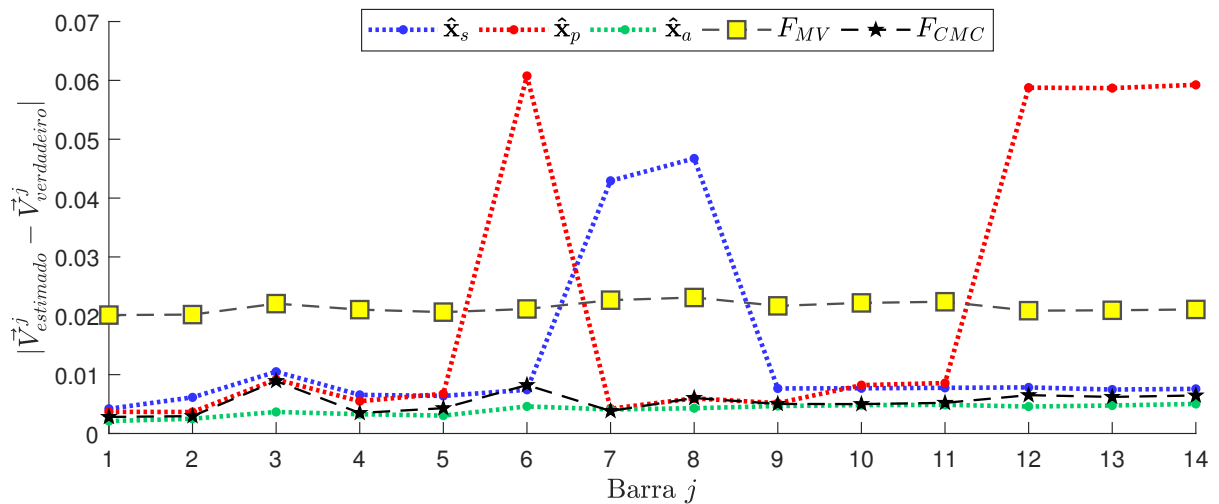


Figura 6.5 – Médias de 67 simulações dos erros absolutos de tensão para o sistema de 14 barras – erros grosseiros múltiplos simultaneamente em  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$

As médias dos erros absolutos das 67 simulações com EGs múltiplos são apresentadas na Figura 6.5. Os episódios de sucesso parcial obtidos pela estratégia proposta não a invalidam como um importante instrumento contra dados discrepantes. De fato, é possível observar que os resultados de  $F_{CMC}$  apresentam, na média, erros menores do que 0,01 pu e não refletem as grandes discrepâncias que podem ser observadas nas médias das estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$ . Este comportamento pode também ser observado através das

métricas de tensão apresentadas na Tabela 7. Quando comparada às estimativas afetadas pelos EGs ( $\hat{\mathbf{x}}_s$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_p$  e  $F_{MV}$ ), a fusão  $F_{CMC}$  apresenta resultados claramente mais precisos.

Tabela 7 – Valores médios das métricas de tensão para as 67 simulações nas quais EGs afetam simultaneamente  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$

Sistema teste	Valores médios da métrica $M_{\vec{V}}$				
	$\hat{\mathbf{x}}_s$	$\hat{\mathbf{x}}_p$	$\hat{\mathbf{x}}_a$	$F_{MV}$	$F_{CMC}$
<b>14 barras</b>	0,02005	0,03647	0,00424	0,02188	0,00693

De forma complementar, os histogramas dos erros absolutos de  $F_{MV}$  e  $F_{CMC}$  são apresentados na Figura 6.6. Há uma redução clara e muito significativa dos erros com magnitudes mais elevadas. Por exemplo, se observarmos os erros em  $F_{CMC}$  que ultrapassam 0,02 pu, notamos que as frequências com que eles ocorrem estão na ordem das unidades. Já para  $F_{MV}$ , erros absolutos maiores do que 0,02 pu ocorrem com frequências na ordem das dezenas de vezes. Pode-se concluir que, mesmo nas situações com EGs múltiplos, a  $F_{CMC}$  viabiliza uma camada de proteção adicional efetiva contra erros grosseiros, e contribui significativamente para a redução dos erros finais de estimação.

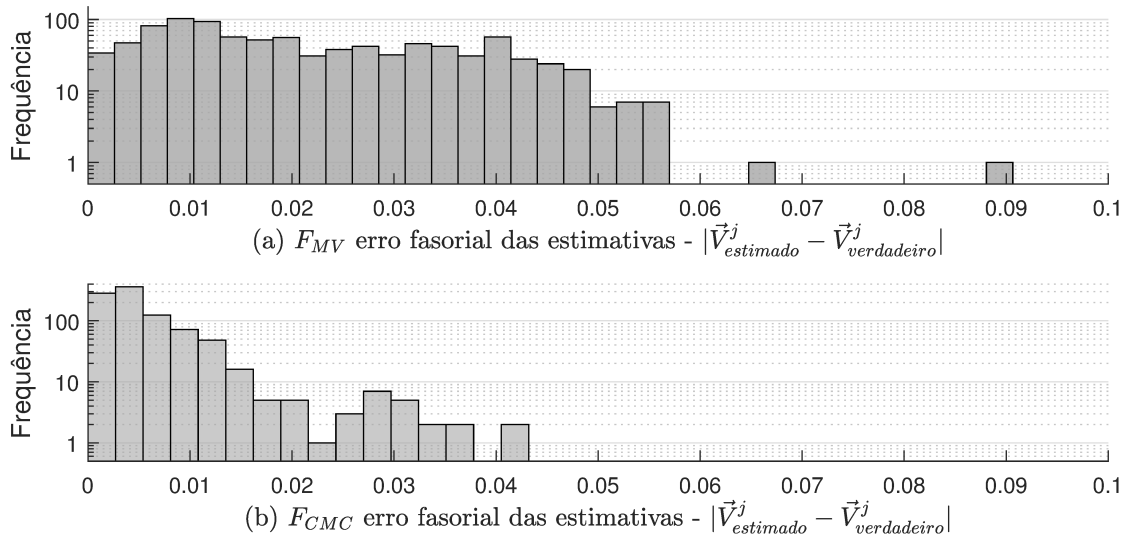


Figura 6.6 – Histogramas dos erros fasoriais de tensão para o sistema-teste *IEEE* 14 barras considerando as 67 simulações com EGs múltiplos: (a) método de fusão de mínima variância,  $F_{MV}$ ; (b) método de fusão via CMC proposto,  $F_{CMC}$ .

## 6.5 PROCESSAMENTO DE ESTIMATIVAS ANTERIORES

Nesta seção são abordados alguns aspectos relacionados ao processamento das estimativas anteriores. Na Subseção 6.5.1 investigam-se situações que eventualmente invalidariam a premissa de que os resultados imediatamente anteriores da arquitetura fornecem boas estimativas para o estado atual da rede. Na Subseção 6.5.2, algumas considerações

sobre o fator de esquecimento são feitas com base em experimentos no sistema de 14 barras, que levam em conta diferentes magnitudes de erros grosseiros e também contemplam variações do parâmetro  $k_a$ .

### 6.5.1 Inconsistências em Estimativas Anteriores

Nesta subseção, procura-se estudar possíveis eventos que levariam a incongruências entre os pontos de operação referentes a duas consecutivas execuções da estimação de estados. O objetivo é avaliar o comportamento da fusão via CMC sob condições nas quais estimativas anteriores mostram-se incompatíveis com o cenário de operação em execução pelo estimador. Esta investigação é importante pois, nesses casos, a premissa de que as estimativas anteriores fornecem boas estimativas para o estado atual da rede pode não ser mais válida.

Para atender os objetivos descritos acima, são realizadas simulações conduzidas no sistema de 14 barras, que incluem: (i) elevadas variações de cargas entre dois pontos de operação consecutivos; (ii) contingência de linha de transmissão; (iii) saída de operação de gerador. Estes cenários são detalhados nas subseções em sequência.

#### 6.5.1.1 Variações Abruptas de Cargas entre Estimações Consecutivas

Neste estudo, são consideradas cem simulações nas quais os resultados de estimativas anteriores são obtidos através da execução prévia da fusão para um ponto de operação correspondente a uma variação uniforme das cargas em 5% com relação à execução em andamento pelo estimador. As médias dos erros absolutos de tensão das estimativas individuais e das duas estratégias de fusão são apresentadas na Figura 6.7.

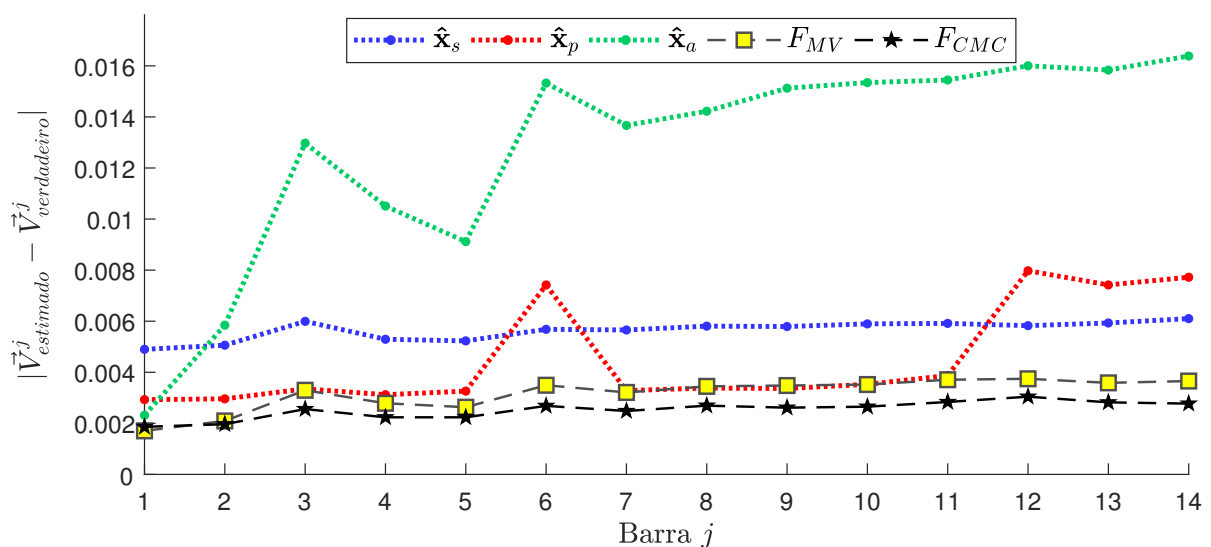


Figura 6.7 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando variações de 5% das cargas entre os pontos de operação atual e anterior

Variações de carga de 5% dentro de um intervalo de tempo de poucos segundos podem ser consideradas como alterações abruptas e anormais da rede (MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020). Em vista disso, é natural que estas mudanças representem incongruências associadas às estimativas anteriores. De fato, isso pode ser observado pelos resultados na Figura 6.7. Os erros de estimação associados às estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_a$  encontram-se em torno de 0,014 pu, e são portanto bem mais elevados do que os erros dos cenários com variações de carga de apenas 1%, cujas magnitudes variam por volta de 0,003 pu (ver Seção 6.3).

Da Figura 6.7, pode-se também observar que as estimativas de  $F_{CMC}$  apresentam os menores erros absolutos. A explicação para isso decorre do fato de que, em 99% das simulações a estratégia proposta detectou e suprimiu os efeitos causados pelas variações abruptas de carga relacionados à  $\hat{\mathbf{x}}_a$ . Isso demonstra a capacidade da Fusão via CMC em cancelar os efeitos das estimativas anteriores nos casos em que estas mostram-se incompatíveis com o estado atual do sistema, evitando-se portanto o comprometimento dos resultados finais da arquitetura de fusão proposta.

#### 6.5.1.2 Contingência de Linha de Transmissão

A saída de operação de uma linha de transmissão também pode representar uma variação significativa no ponto de operação do sistema. Buscando estudar este cenário, são desenvolvidas cem simulações considerando a saída de operação da linha de transmissão que interliga as barras 2 e 5 do sistema-teste de 14 barras (vide diagrama unifilar no Apêndice C). Nesses casos, as estimativas anteriores são obtidas em simulações prévias que consideram a linha em questão conectada à rede. Já as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$  são obtidas a partir da nova condição de operação que leva em conta a contingência monitorada da linha, e também inclui variações de carga de 1% com relação ao ponto de operação anterior. Vale observar que este caso não deve ser interpretado como erro de topologia, já que no momento em que as estimativas anteriores são obtidas, a linha encontra-se de fato em operação, e portanto  $\hat{\mathbf{x}}_a$  condiz corretamente com o estado operativo no instante anterior. A saída da linha representa uma mudança brusca na topologia da rede, de tal forma que  $\hat{\mathbf{x}}_a$  deixa de ser uma boa estimativa para o estado operativo atual e passa a representar uma incongruência para o processo atual de estimação.

A Figura 6.8 apresenta os resultados das cem simulações considerando a saída de operação da linha de transmissão no estado atual da rede. De forma geral, observa-se que as estimativas anteriores apresentam erros com elevadas magnitudes (atingindo níveis superiores a 0,03 pu), que refletem as alterações ocorridas em todo o sistema em consequência da saída da linha. Os resultados de  $F_{MV}$  são também significativamente afetados e exibem erros na ordem de 0,01 pu, isto porque a fusão baseada na mínima variância não prevê meios de suprimir as contribuições de estimativas que estejam em desacordo com estado operativo do sistema. Em contraste, as estimativas da  $F_{CMC}$

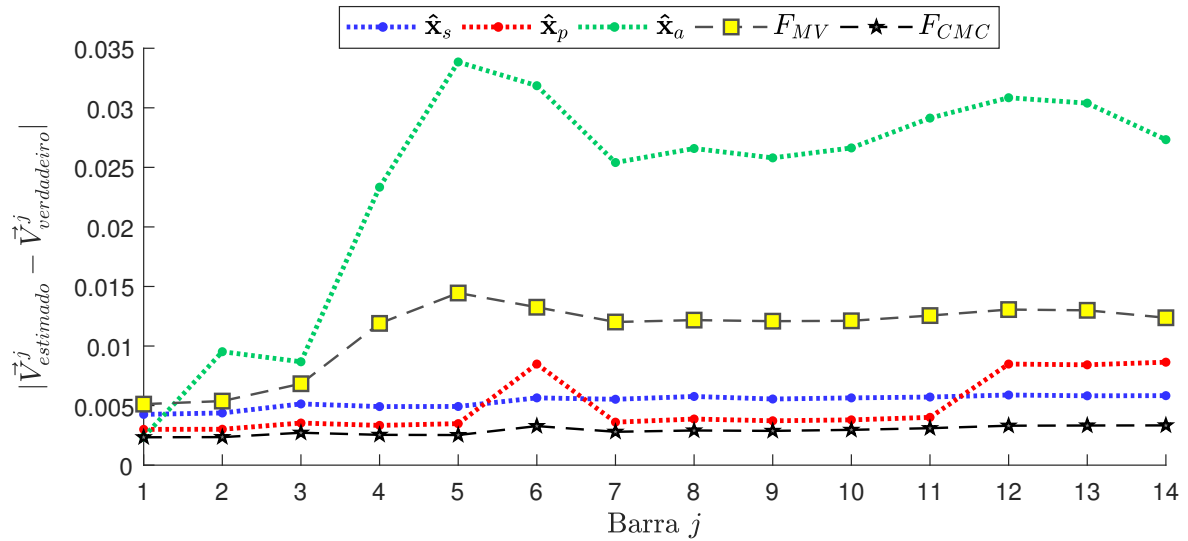


Figura 6.8 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando a contingência de uma linha de transmissão

apresentam grande qualidade, com erros absolutos em torno de  $0,003 pu$ . Isto ocorre pois a fusão via CMC foi capaz de suprimir os efeitos das alterações na rede (que se refletem nas estimativas anteriores) em 100% dos casos simulados, garantindo resultados finais compatíveis com o estado operativo mais recente do sistema.

### 6.5.1.3 Saída de Operação de Gerador

Uma outra variação na condição de operação do sistema que pode resultar em inconsistências entre as estimativas anteriores e o atual estado da rede é a abrupta saída de operação de unidades geradoras. Para investigar o comportamento da fusão proposta nestas condições, um conjunto de cem simulações é realizado supondo a perda do gerador conectado à barra 3. Em condições nominais do sistema, este gerador é responsável por uma compensação reativa de  $0,234 pu$  e não fornece nenhuma potência ativa. A retirada de operação da unidade está associada a uma queda no perfil de tensão. Para obtenção das estimativas  $\hat{x}_a$  são realizadas simulações baseadas em um ponto de operação que considera o gerador conectado à rede. As estimativas  $\hat{x}_s$  e  $\hat{x}_p$  são obtidas a partir de novas simulações em que a unidade geradora na barra 3 não está em operação, e simultaneamente ocorrem variações de 1% nas cargas em relação ao ponto de operação anterior.

Os resultados obtidos das cem simulações são apresentados pela Figura 6.9. Diferentemente dos cenários apresentados nas Subseções 6.5.1.1 e 6.5.1.2, observa-se que a presente alteração na rede causa efeitos mais localizados no sistema. A saída do gerador da barra 3 afeta majoritariamente os elementos de  $\hat{x}_a$  associados à barra na qual a unidade estava conectada. Nestas simulações, a  $F_{CMC}$  apresenta sucesso em suprimir as incongruências em 98% dos casos, e seu desempenho em termos de precisão das estimativas continua elevado quando comparada aos outros estimadores. Mesmo para a barra 3, a qual está associada a elevadas magnitudes dos erros em  $\hat{x}_a$  e  $F_{MV}$ , os erros da  $F_{CMC}$

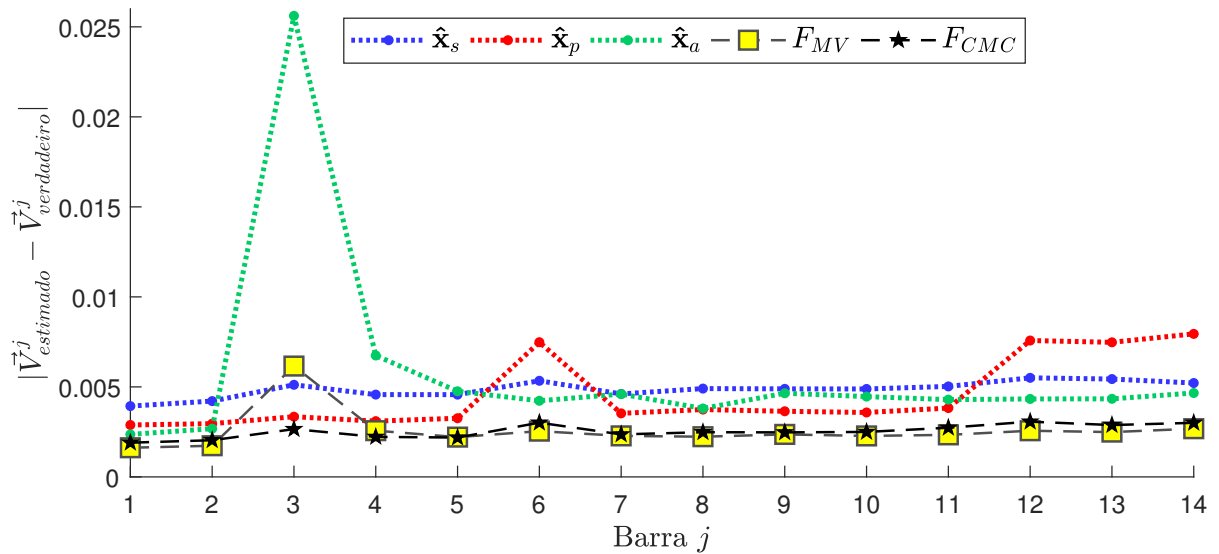


Figura 6.9 – Médias de 100 simulações dos erros fasoriais de tensão para o sistema de 14 barras, considerando a saída de operação do gerador conectado à barra 3

permanecem em níveis reduzidos, em torno de  $0,0025 \text{ pu}$ . Isto indica que a fusão via CMC continua apresentando um bom desempenho caso ocorram alterações bruscas em relação ao ponto de operação anterior, ainda que estas mudanças sejam restritas a regiões particulares da rede.

### 6.5.2 Considerações sobre o Fator de Esquecimento

Com o intuito de examinar a influência do fator de esquecimento  $k_a$  no que tange às taxas de sucesso no processamento de dados discrepantes pela metodologia proposta, diversas simulações foram conduzidas no sistema-teste de 14 barras. Para o desenvolvimento desta avaliação, os experimentos a serem descritos contemplam variações nas magnitudes dos erros grosseiros. Dessa forma, também se obtém uma análise complementar à Seção 6.4 no que diz respeito ao desempenho da fusão via CMC contra dados espúrios, em diferentes circunstâncias.

Para cada magnitude de erro grosseiro (dada em número de desvios-padrão  $\sigma$  das medidas), e para cada variação de  $k_a$ , um conjunto de duzentas simulações é executado. Metade das simulações contemplam EGs em medidas SCADA e a outra metade em medidas provenientes de PMUs. O sucesso da  $F_{CMC}$  na correta supressão de incongruências é contabilizado apenas sobre as simulações nas quais o erro grosseiro não foi detectado pelos estimadores do primeiro estágio.

A Figura 6.10 apresenta as taxas de sucesso da fusão via CMC no processamento de dados espúrios cujas magnitudes variam de  $5\sigma$  a  $30\sigma$ , sendo as curvas parametrizadas por valores de  $k_a$  na faixa de 1 a 100 (representados através das diferentes linhas pontilhadas do gráfico). Conforme a relação estabelecida na Equação (76), o fator de esquecimento  $k_a = 1$  implica em uma ponderação unitária da matriz de covariância dos erros de estimação

da estimação prévia, isto é, as variâncias das estimativas anteriores são supostas 100% iguais às calculadas originalmente, sem considerar a diferença entre os instantes em que são calculadas e em que são efetivamente utilizadas pelo algoritmo de fusão. Em contraste, valores de  $k_a$  mais elevados efetuam uma redução da importância relativa de  $\hat{\mathbf{x}}_a$  com respeito às estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$ . Por exemplo,  $k_a = 50$  significa que a importância associada às estimativas anteriores está sendo escalonada para 2% de sua importância original.

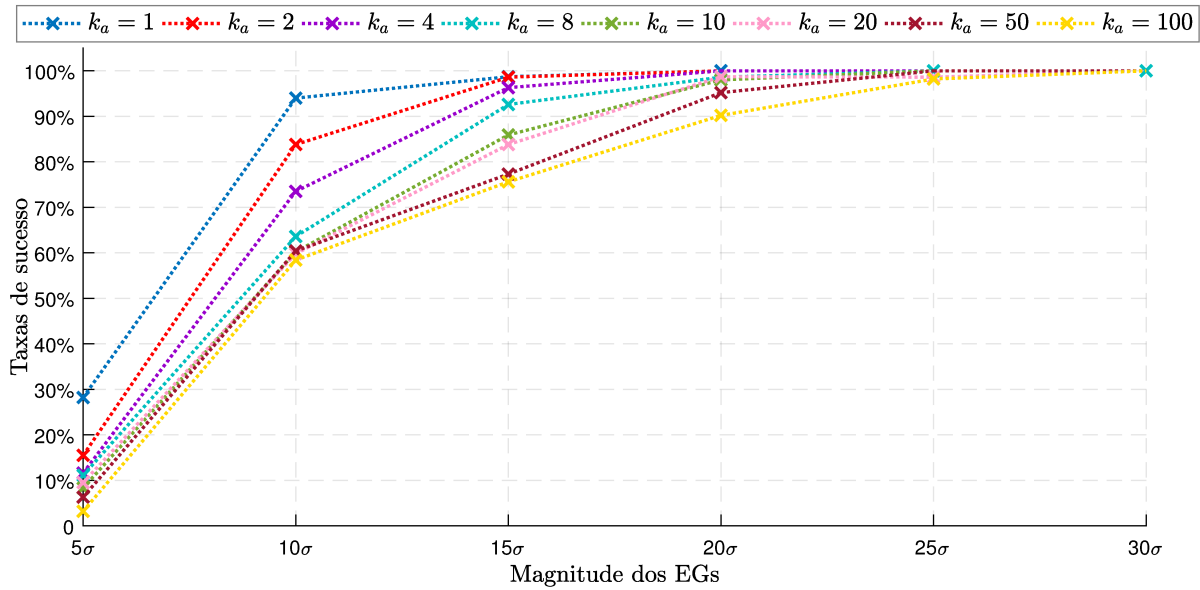


Figura 6.10 – Taxas de sucesso da fusão via CMC para diferentes magnitudes de EGs e variações do fator de esquecimento  $k_a$

Independentemente do fator de esquecimento  $k_a$ , observa-se que as taxas de sucesso tendem a diminuir de acordo com a redução da magnitude dos EGs. Isto pode ser explicado pelo fato de que dados espúrios de menor magnitude naturalmente impõem maiores dificuldades para os procedimentos de detecção e portanto levam a um maior número de falhas dos respectivos processos. Relatos da literatura relacionada (MONTICELLI; GARCIA, 1983; ZANLORENSI-JR.; ASCARI; SIMÕES-COSTA, 2022) indicam que testes estatísticos com base no  $\chi^2$  exibem menor sensibilidade quando EGs menos expressivos são considerados. Adicionalmente, é importante ressaltar que a simulação dos erros grosseiros é realizada sobre os valores das medidas brutas, que ainda serão processadas pelos estimadores do primeiro estágio. Após esse processamento inicial, a manifestação de erros grosseiros sobre as estimativas individuais provavelmente será menos significativa em termos de magnitude. No geral, os planos de medição contam com certa redundância entre as medidas, portanto os efeitos deletérios causados por erros grosseiros de baixa magnitude podem se dissipar entre as estimativas, representando discrepâncias ainda menos expressivas no estágio de fusão.

No que diz respeito às variações do fator de esquecimento, observa-se que as taxas de sucesso apresentam uma tendência inversamente proporcional ao valor de  $k_a$ . Quanto



menor o fator de esquecimento, maior tende a ser a eficiência apresentada pela  $F_{CMC}$  na detecção/supressão de dados inconsistentes. Isto é esperado, pois menores fatores de esquecimento implicam em maior importância de  $\hat{\mathbf{x}}_a$  durante o processo de fusão. Nos casos simulados, estimativas obtidas para pontos de operação prévios apresentam boa precisão, mesmo considerando a variação no ponto de operação do sistema de potência, e portanto contribuem para melhorar o desempenho do estimador em todos os experimentos realizados.

O fator de esquecimento  $k_a = 1$  está atrelado às maiores taxas de sucesso da  $F_{CMC}$  nos testes executados. Entretanto, adotar este valor não é uma escolha razoável, pois se traduz em desconsiderar qualquer efeito sobre a ponderação na matriz original de covariância das estimativas, e portanto implica na suposição de que não há alteração no estado operativo da rede no intervalo entre duas estimações consecutivas. Ao utilizar um fator de esquecimento muito reduzido ou irrelevante (como é o caso de  $k_a = 1$ ), corre-se o risco de presumir que as estimativas anteriores sejam mais precisas do que realmente são (quando comparadas ao estado de operação mais recente da rede). Posto de outra forma, a adoção de baixos fatores de esquecimento pode implicar em uma ponderação excessiva das estimativas anteriores no processo de fusão, elevando os erros finais de estimação, e conseqüentemente prejudicando a precisão dos resultados finais da fusão. Empregar um baixo fator de esquecimento significa aumentar a dependência da estimação corrente com relação às estimativas anteriores, em detrimento das estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_s$  e  $\hat{\mathbf{x}}_p$  que foram obtidas a partir de uma varredura mais recente sobre informações da rede.

Com o aumento do fator de esquecimento, uma queda nas taxas de sucesso representadas na Figura 6.10 pode ser observada. Para  $k_a = 100$  e erros grosseiros na ordem de  $20\sigma$ , o desempenho da fusão via CMC é de 90,2%. Levando em consideração os experimentos com fatores de esquecimento menores que 20, a fusão via CMC apresenta bons índices de desempenho para detecção e supressão de erros grosseiros com magnitudes mais expressivas. Para erros grosseiros cujas magnitudes excedam  $15\sigma$  e  $k_a \leq 20$ , os índices são sempre superiores a 80%. Para erros grosseiros com magnitudes acima de  $20\sigma$ , as taxas são ainda maiores, atingindo percentuais muito próximos de 100%.

Conclui-se que, para uma ampla faixa do fator de esquecimento  $k_a$ , a estratégia de fusão proposta mostra-se eficaz na supressão de efeitos deletérios causados por medidas espúrias cujos erros apresentem magnitudes expressivas. Entretanto, o desenvolvimento de uma estratégia apropriada para escolha do fator de esquecimento é uma questão que ainda merece mais esforços de pesquisa. Compreende-se que uma estratégia adequada para escolha do  $k_a$  deva procurar representar a qualidade real das estimativas prévias quando comparadas a operação corrente do sistema. Uma maneira seria buscar associar o fator de esquecimento com parâmetros que forneçam um indicativo sobre as mudanças esperadas entre pontos de operação consecutivos. Entende-se que parâmetros como taxas de variação de cargas, ou o tempo decorrido entre uma estimação e outra, poderiam ser

utilizados como informações para o desenvolvimento de uma estratégia de escolha do fator de esquecimento.

## 6.6 DESEMPENHO COMPUTACIONAL

Nesta seção o desempenho computacional da fusão via CMC é avaliado a partir dos cenários livres de erros grosseiros descritos na Seção 6.3 e das extensivas simulações que consideram medidas espúrias na Subseção 6.4.2. Todos os resultados foram obtidos através do MATLAB<sup>TM</sup> em um computador Intel<sup>TM</sup> Core i5-8265U, com configurações de CPU de 1,60 GHz e 8,0 GB de memória RAM.

A Tabela 8 exibe os valores que refletem os esforços computacionais exigidos pela estratégia de fusão proposta quando aplicada aos quatro sistemas-teste de referência.

Tabela 8 – Médias dos tempos de execução e médias das contagens de iterações do método de Newton para os sistemas-teste do *IEEE*

Sistema teste	Tempo de processamento ( <i>ms</i> )		Iterações	
	Cenários livres de EGs	Cenários com EGs	Cenários livres de EGs	Cenários com EGs
<b>14 barras</b>	10,5	19,4	3,1	4,3
<b>30 barras</b>	13,6	34,7	3,0	3,9
<b>57 barras</b>	22,2	49,9	3,1	4,2
<b>118 barras</b>	50,5	126,6	3,0	4,5

Observa-se que o esforço computacional para cenários com erros grosseiros é mais elevado do que para as outras simulações. Isto é esperado, já que nesses casos são considerados distintos tamanhos para as janelas de Parzen. Entretanto, o aumento na contagem média de cada execução do método de Newton não é tão significativo quando comparado às simulações livres de erros grosseiros. Com relação aos tempos de execução, vale mencionar que os valores na Tabela 8 são tempos absolutos obtidos da execução de um protótipo de programa computacional executado em Matlab. Mesmo nessas condições, os tempos são bastante razoáveis, já que o valor máximo obtido está na ordem de décimos de segundos para o sistema de maior porte.

Adicionalmente, pode-se imaginar que implementações mais aprimoradas e em linguagem de programação adequada a aplicações em tempo real, provavelmente resultariam em tempos de execução significativamente mais reduzidos do que os apresentados. Isto leva a conclusão de que os esforços computacionais não representam um obstáculo para a aplicabilidade da fusão via CMC em ambientes de operação em tempo-real.

## 6.7 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados e analisados os resultados da estratégia de estimação proposta, baseada no critério de máxima correntropia para arquiteturas de fusão de estimativas considerando três classes de informações disponíveis. Os experimentos contemplam variados cenários de análise para quatro sistemas-teste de referência do *IEEE*.

Como se espera das arquiteturas de fusão de estimativas no contexto da EESP, os resultados obtidos a partir das simulações realizadas revelam que a estratégia de fusão proposta permite a incorporação de medidas fasoriais de alta precisão para melhorar a qualidade das estimativas finais. Ao mesmo tempo, permite aproveitar a elevada abrangência e confiabilidade dos sistemas de medição SCADA convencionais. Estimativas obtidas de execuções prévias da arquitetura são incorporadas ao processo de fusão e revelam-se informações valiosas que contribuem para o aprimoramento da arquitetura como um todo.

Os estudos que consideram a inexistência de medidas espúrias na estimação permitem concluir que o estimador de fusão via CMC, bem como o método de fusão tradicional, superam os estimadores individuais do primeiro estágio em termos de precisão dos resultados. Também comprova-se que as estimativas produzidas pelo método de fusão baseado em correntropia são consistentes com os resultados da fusão convencional quando em cenários livres de erros grosseiros. Estas duas contatações demonstram total compatibilidade dos resultados com as investigações realizadas pela referência (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013), e com a teoria descrita na Subseção 5.2.1.

As taxas de falso alarme levantadas indicam uma compatibilidade entre os percentuais obtidos e a probabilidade de falso alarme pré-fixada. Dessa forma, com base nos parâmetros adotados, é possível obter uma previsão sobre o comportamento da fusão via CMC em relação à possibilidade de falsas detecções de incongruências.

Quando são consideradas análises que englobam diversos cenários com erros grosseiros aleatoriamente distribuídos, a metodologia de fusão proposta, em comparação com a fusão de mínima variância, fornece recursos adicionais para tratamento de dados discrepantes. A adoção do algoritmo de fusão apoiado no CMC contribui para a resiliência da arquitetura de estimação face à ocorrência de erros grosseiros, sejam estes associados a medidas fasoriais ou a medidas SCADA. Estudos que contemplam possíveis discrepâncias associadas às estimativas anteriores também demonstram a capacidade da fusão via CMC em obter soluções aprimoradas mesmo nestas condições.

Quando se trata de erros grosseiros múltiplos, os resultados apresentados levam à conclusão de que a ocorrência simultânea de medidas espúrias em uma mesma classe de estimativas não representa um obstáculo em especial para o bom desempenho da fusão via CMC. Em situações pouco prováveis, nas quais EGs atinjam paralelamente distintas classes de estimativas, a fusão via CMC pode apresentar uma redução de desempenho no que diz respeito a supressão completa dos efeitos deletérios dos erros. Nessas situações, não há perda de eficiência em relação à detecção de inconsistências; porém, em alguns casos

a supressão dos erros grosseiros ocorre de forma parcial, apenas para uma das classes de dados afetadas. Mesmo nessas condições, a fusão via CMC mostra-se eficiente no sentido de fornecer resultados mais precisos, do que a fusão convencional, e contribui de forma evidente para redução dos efeitos danosos mais significativos dos EGs.

A partir dos resultados de experimentos que contemplam variações do fator de esquecimento ( $k_a$ ), e diferentes magnitudes de erros grosseiros, uma ampla faixa de valores de  $k_a$  se mostrou adequada para o bom desempenho da estratégia de fusão proposta, especialmente no que diz respeito ao processamento de dados discrepantes mais expressivos. Apesar disso, compreende-se que o desenvolvimento de uma estratégia adequada para escolha deste parâmetro ainda é uma questão que merece esforços de pesquisa adicionais.

Em todos os experimentos, a robustez da metodologia proposta contra dados discrepantes é obtida ao longo do processo de fusão propriamente dito, e não exige procedimentos acessórios para o processamento de erros grosseiros. Resultados sobre tempos de execução do algoritmo de fusão demonstram a viabilidade do método em termos de eficiência computacional.

## 7 CONCLUSÃO

### 7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A estimação de estados é uma das principais funcionalidades dos centros de operação em tempo real. Sua execução em intervalos regulares de tempo é responsável por fornecer dados atualizados sobre o estado operativo da rede. Estas informações subsidiam processos e decisões importantes relacionadas ao controle e à segurança dos sistemas de potência. Desse modo, é crucial que a estimação de estados seja capaz de retratar com fidelidade as condições de operação da rede. Para tanto, requisitos de confiabilidade e qualidade devem ser atendidos.

Medidas elétricas grosseiras representam uma das principais adversidades à estimação de estados. Caso não sejam processadas corretamente, medidas espúrias podem comprometer a estimação de estados de tal forma que as estimativas produzidas não estejam de acordo com o real estado operativo da rede. Para enfrentar este problema, estimadores de estados convencionais apresentam etapas adicionais específicas para detecção, identificação e tratamento de erros grosseiros (ABUR; EXPOSITO, 2004). Estimadores baseados no critério de máxima correntropia (CMC) apresentam maneiras mais sofisticadas para tratar os efeitos deletérios associados aos erros grosseiros (MIRANDA; SANTOS; PEREIRA, 2009; ASCARI; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2019; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020; MENEGHETTI *et al.*, 2020; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020). Ajustes nas janelas de observação são capazes de controlar a seletividade quanto à aceitação de dados para maximização da função objetivo baseada na correntropia. Este controle estabelece uma ferramenta que viabiliza a supressão automática de *outliers* durante o processo de estimação.

A contribuição central desta tese é a concepção de uma nova metodologia de fusão de estimativas baseada no CMC para aplicação no contexto da estimação híbrida de estados. Esta nova metodologia fusão apresenta propriedades superiores de resiliência à ocorrência de erros grosseiros que podem comprometer os resultados da estimação de estados como um todo. Arquiteturas de fusão apresentam destaque no contexto atual dos sistemas elétricos de potência, pois permitem incorporar novas classes dados, e em particular medidas provenientes de PMUs, sem excluir a contribuição de estimadores convencionais baseados em medidas SCADA. Sob determinadas condições, as soluções obtidas por estimadores de fusão são teoricamente as mesmas que seriam obtidas por estimadores híbridos centralizados, que processam concomitantemente medidas SCADA e PMU. Isto decorre do fato que a formulação da fusão não exige aproximações com relação às matrizes de covariância dos erros (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013).

Nas arquiteturas de fusão de estimativas, o processo de estimação ocorre em duas etapas. No primeiro estágio, estimadores individuais customizados, de acordo com as

características de cada classe de dados, realizam o processamento de medidas e produzem diferentes conjuntos de estimativas. Em uma segunda etapa, estas estimativas individuais são combinadas através de um módulo de fusão, segundo um critério de otimização pré-estabelecido. Este processo é capaz de aproveitar características específicas de cada conjunto de estimativas individuais e, por sua vez, produz estimativas finais aprimoradas com qualidade superior às estimativas de entrada (SIMÕES-COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, D., 2013). Tradicionalmente, o critério de otimização empregado no módulo de fusão baseia-se nos princípios de mínima variância, como é descrito no Capítulo 4.

O método de fusão baseado no CMC, desenvolvido no Capítulo 5, compartilha das mesmas atribuições descritas acima com referência aos estimadores de fusão convencionais. No decorrer da tese, a partir de desenvolvimentos teóricos na Seção 5.2.1 e de resultados dos experimentos na Seção 6.3, comprova-se a equivalência entre a fusão proposta e a fusão clássica de mínima variância, sob condições livres de erros grosseiros. Para além desta importante conclusão, mostra-se nesta tese que a fusão clássica pode ser interpretada como um caso particular da fusão via CMC.

Em adição à compatibilidade descrita acima, a formulação desenvolvida nesta tese, sendo baseada no CMC, desperta um novo paradigma no que diz respeito à concepção do módulo de fusão. Tradicionalmente, algoritmos de fusão comportam-se de maneira indiferente à possibilidade de que as estimativas de entrada estejam contaminadas por erros grosseiros não detectados nos estágios anteriores da arquitetura de estimação. A adoção do novo critério de otimização confere ao módulo de fusão uma funcionalidade extra, em adição ao seu papel fundamental de promover a combinação ótima das estimativas do primeiro estágio. Sob a perspectiva da formulação baseada no CMC, este módulo passa a funcionar também como uma camada ativa de resistência contra dados discrepantes.

Na fusão via CMC, a resistência contra erros grosseiros decorre da possibilidade de serem realizados ajustes das janelas de Parzen caso inconsistências sejam detectadas. Isto é feito com o objetivo de controlar a seletividade das estimativas de entrada que irão de fato contribuir para a solução final. Para o processamento dos dados discrepantes, técnicas de controle destas janelas de observação e estratégias para dimensionar suas larguras iniciais e mínimas, são desenvolvidas na Seção 5.3.2, e constituem uma contribuição adicional desta tese. Um parâmetro relacionado à distribuição esperada dos erros de estimação é utilizado como valor de referência para a escolha das larguras mínimas e máximas das janelas. Com base nesta escolha, também é possível estabelecer um limiar utilizado para detectar possíveis inconsistências durante o processo de fusão. Este parâmetro varia de acordo com o número de variáveis de estado, o que o torna atrativo por permitir ajustes automáticos dos processos supressão de *outliers* de acordo com as dimensões da rede elétrica sob estudo.

As análises iniciais de aplicação da nova metodologia de fusão a um sistema-teste tutorial, conduzidas no Capítulo 5, consideram a disponibilidade de duas e três classes

de estimativas para o módulo de fusão. Os resultados indicam que a utilização de apenas duas classes de estimativas assemelha-se ao tratamento de pares críticos de medidas no contexto da estimação convencional. Nestas condições é possível efetuar a detecção de efeitos de erros grosseiros que atinjam o estágio de fusão, porém encontram-se limitações no que tange à identificação das estimativas contaminadas pelos dados discrepantes. Para contorná-las, a adição de uma terceira classe de dados mostra-se uma ferramenta valiosa e promove condições suficientes para aprimorar o método no que diz respeito à supressão de inconsistências.

Com o objetivo de atestar a viabilidade e as vantagens da fusão projetada a partir do CMC, diversas simulações são conduzidas em quatro sistemas-teste de referência *IEEE* no Capítulo 6, sob condições variadas. Nestes experimentos, além da disponibilidade dos conjuntos de dados provenientes dos estimadores SCADA e PMU, também é considerado um terceiro conjunto de estimativas, provenientes de execuções prévias da arquitetura de fusão.

Diversos índices de desempenho são utilizados na avaliação dos resultados. Eles demonstram que a fusão via CMC assegura uma nova camada contra dados espúrios e contribui de forma significativa para redução dos efeitos deletérios causados por erros grosseiros não detectados nos estimadores do primeiro estágio. Além disso, também se comprova que as soluções obtidas por meio da estratégia de fusão proposta são completamente consistentes com os resultados da fusão convencional em cenários livres de erros grosseiros. Sob o ponto de vista computacional, os índices de desempenho indicam que os esforços de execução do método não representam um empecilho em particular para implementação da estratégia em ambiente de tempo real.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, uma metodologia alternativa à clássica de fusão de estimativas é concebida com base nos princípios de maximização da correntropia. A implementação da estratégia proposta proporciona uma nova funcionalidade ao módulo de fusão. Desse modo, constitui-se uma arquitetura de estimação de estados híbrida para sistemas elétricos de potência, com características aprimoradas no que diz respeito à robustez contra dados discrepantes.

Embora diversas questões relevantes ao tema tenham sido abordadas, compreende-se que os tópicos relacionados a seguir possam ser ainda explorados como forma de dar continuidade à pesquisa:

- **Aprimorar a caracterização estatística da função correntropia:** no presente trabalho, a estratégia de rejeição de erros grosseiros, que envolve a detecção de inconsistências e o controle das janelas de observação, adota como valor de referência um parâmetro relacionado à distribuição do qui-quadrado. Esta distribuição está associada aos termos dos expoentes das componentes

individuais da função correntropia. Uma caracterização estatística relativa à distribuição da função correntropia propriamente dita poderia ser utilizada como base para constituir novas estratégias eficientes de ajustes das janelas de observação;

- **Desenvolvimento de estratégias para escolha do fator de esquecimento:** de acordo as formulações matemáticas propostas neste trabalho, o fator de esquecimento está diretamente associado à importância que as estimativas anteriores irão receber durante o processo corrente de fusão via CMC. Compreende-se que uma estratégia apropriada para escolha deste parâmetro ainda merece esforços adicionais de pesquisa. Indicativos sobre as mudanças esperadas na rede elétrica, como por exemplo taxas de variação de cargas, ou tempo decorrido entre consecutivas estimações, poderiam dar suporte ao desenvolvimento de abordagens adequadas. Outros modelos de estimação, que também utilizam informações prévias, como por exemplo abordagens da área estimação de estados dinâmica (ZHAO *et al.*, 2019; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020), também podem inspirar estratégias para aplicação à proposta desta tese;
- **Investigar fontes de dados para subsidiar a composição de novos conjuntos de estimativas:** a formulação de fusão de estimativas desenvolvida nesta tese apresenta grande flexibilidade no que diz respeito à integração de novos conjuntos de dados ao módulo de fusão. Entre outras possibilidades, novos conjuntos de estimativas poderiam proceder de informações tais como: (i) múltiplos conjuntos de estimativas fasoriais, obtidos entre os intervalos de aquisição do sistema SCADA, (ii) múltiplos conjuntos de estimativas, obtidos de execuções prévias da mesma arquitetura, (iii) dados provenientes do histórico de operação do sistema, ou ainda (iv) estimativas provenientes de outros estimadores que processem as mesmas classes de medidas do primeiro estágio, entretanto através de algoritmos concebidos a partir de critérios de otimização diversos. A perspectiva de integração de novas classes de estimativas ao módulo de fusão via CMC apresenta potencial de promover uma camada com características ainda mais significativas de robustez contra a ocorrência de erros grosseiros. Em particular, a adição de novas informações deve colaborar para um aumento da redundância virtual entre as estimativas, contribuindo para supressão completa de discrepâncias – mesmo em algumas circunstâncias específicas, como nos casos em que diferentes classes de estimativas estejam simultaneamente contaminadas por *outliers*;
- **Estudos que contemplem as diferentes taxas de amostragem dos sistemas de medição:** as unidades de medição fasorial apresentam taxas de aquisição de dados significativamente superiores ao sistema de medição SCADA. Nessa perspectiva, torna-se interessante a realização de estudos que contemplem



esta diferença entre os intervalos de amostragem dos sistemas de supervisão. Modelos de fusão de estimativas que preveem diferentes estratégias de atualização da solução, de acordo com a disponibilização de novos dados, como os propostos em (JOVICIC; BILGIC; HUG, 2021), também podem ser investigados no contexto da fusão via CMC;

- **Aplicação de métodos de particionamento da rede:** em (ZANLORENSI-JR.; ASCARI; SIMÕES-COSTA, 2022), é proposto um método de particionamento da rede elétrica, baseado na estrutura dos planos de medição, com o propósito de mitigar a degradação de desempenho das estratégias de detecção de erros grosseiros baseadas no teste do qui-quadrado quando aplicadas a sistemas de grande porte. Na presente tese, a técnica proposta de processamento de erros grosseiros utiliza a distribuição do qui-quadrado como referência. Vislumbra-se portanto a possibilidade de que a adaptação do método de partição proposto na citada referência à estratégia de fusão via CMC traga benefícios ao seu desempenho em aplicações a redes elétricas de grandes dimensões;
- **Aplicação da estratégia de ajuste das janelas de observação a outros estimadores baseadas no CMC:** umas das contribuições desta tese é o desenvolvimento de uma estratégia para escolha das larguras iniciais e mínimas das janelas de observação com base em um parâmetro de referência associado à distribuição esperada dos erros de estimação. Nessa perspectiva, outros métodos de estimação baseados no CMC, como os descritos em (FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA; MIRANDA, 2020; MENEGHETTI *et al.*, 2020; MASSIGNAN; LONDON; MIRANDA, 2020), também podem se beneficiar destas novas regras de ajuste, desde que adaptadas às respectivas diferenças de funções-objetivo;
- **Aplicação da fusão de múltiplas estimativas baseada no CMC a outras áreas do conhecimento:** como discutido no Capítulo 4, a fusão de estimativas é um assunto amplo, e aplicações em diversos contextos podem ser encontradas na literatura. Feitas as devidas adaptações, outros processos de fusão igualmente sujeitos à ocorrência de dados discrepantes também podem se beneficiar da metodologia de fusão formulada a partir de um novo critério de otimização, como o que é proposto nesta tese.

## REFERÊNCIAS

- ABUR, A. Impact of phasor measurements on state estimation. *In: 2009 International Conference on Electrical and Electronics Engineering - ELECO 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. P. i-3-i-7.
- ABUR, A.; EXPOSITO, A. G. **Power system state estimation: theory and implementation**. [S.l.]: CRC Press, 2004.
- AMARE, K.; CENTENO, V. A.; PAL, A. Unified PMU placement algorithm for power systems. *In: 2015 North American Power Symposium (NAPS)*. [S.l.: s.n.], 2015. P. 1–6.
- ASCARI, L. B.; SILVA, N.; SIMÕES-COSTA, A. Hierarchical State Estimation Architecture Based on State & Topology Coestimation Performed at Substation Level. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 32, ago. 2021.
- ASCARI, L. B.; SIMÕES-COSTA, A.; MIRANDA, V. Correntropy-Based Fusion Strategy for Incorporating PMU Measurements into Power System State Estimation. *In: 2019 IEEE Milan PowerTech*. [S.l.: s.n.], 2019. P. 1–6.
- BALDICK, R.; CLEMENTS, K. A.; PINJO-DZIGAL, Z.; DAVIS, P. W. Implementing nonquadratic objective functions for state estimation and bad data rejection. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 1, p. 376–382, 1997.
- BEZ, D.M.; SIMÕES-COSTA, A.; ASCARI, L. B.; ZANLORENSI-JR., E. A Block Version of Orthogonal Rotations for Improving the Accuracy of Hybrid State Estimators. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 35, n. 6, p. 4432–4444, 2020.
- BI, T. S.; QIN, X. H.; YANG, Q. X. A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 78, n. 8, p. 1343–1352, 2008.
- BRETAS, Newton G.; PIERETI, Saulo A.; BRETAS, Arturo S.; MARTINS, Andre C. P. A Geometrical View for Multiple Gross Errors Detection, Identification, and Correction in Power System State Estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2128–2135, 2013.
- CELIK, M.K.; ABUR, A. A robust WLAV state estimator using transformations. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 7, n. 1, p. 106–113, 1992.

- CHAKRABARTI, S.; KYRIAKIDES, E.; ELIADES, D. G. Placement of Synchronized Measurements for Power System Observability. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 24, n. 1, p. 12–19, jan. 2009. ISSN 1937-4208.
- CHAKRABARTI, S.; KYRIAKIDES, E.; LEDWICH, G.; GHOSH, A. Inclusion of PMU current phasor measurements in a power system state estimator. **Generation, Transmission Distribution, IET**, v. 4, n. 10, p. 1104–1115, out. 2010. ISSN 1751-8687.
- CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W. Multiple Bad Data Detectability and Identifiability: A Geometric Approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 1, n. 3, p. 355–360, 1986.
- CLEMENTS, K. A.; KRUMPHOLZ, G. R.; DAVIS, P. W. Power System State Estimation Residual Analysis: An Algorithm Using Network Topology. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-100, n. 4, p. 1779–1787, abr. 1981. ISSN 0018-9510.
- DO COUTTO FILHO, M. B.; STACCHINI, J. C. S. Forecasting-Aided State Estimation—Part I: Panorama. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 4, p. 1667–1677, 2009.
- DO COUTTO FILHO, M. B.; STACCHINI DE SOUZA, J. C.; RIBEIRO GUIMARAENS, M. A. Enhanced Bad Data Processing by Phasor-Aided State Estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 5, p. 2200–2209, set. 2014. ISSN 0885-8950.
- DOBAKSHARI, A.; AZIZI, S.; ABDOLMALEKI, M.; TERZIJA, V. Linear LAV-based state estimation integrating hybrid SCADA/PMU measurements. **IET Generation Transmission & Distribution**, v. 14, abr. 2020.
- DOPAZO, J. F.; EHRMANN, S. T.; KLITIN, O. A.; SASSON, A. M.; VAN SLYCK, L. S. Implementation of the AEP real-time monitoring system. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 95, n. 5, p. 1618–1629, 1976.
- EDER, C. J. F. Métodos de fusão de estimativas para agregação de múltiplas fontes de informação à estimação de estados em sistemas de potência. **Dissertação de Mestrado, UFSC**, Florianópolis, SC, 2014.

FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA, A.; MIRANDA, V. Orthogonal method for solving maximum correntropy-based power system state estimation. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 14, n. 10, p. 1930–1941, 2020.

FREITAS, V. S. Estimación robusta de estados em sistemas elétricos de potência baseada em algoritmo ortogonal e modelos de máxima correntropia. **Tese de Doutorado**, UFSC, Florianópolis, SC, 2020.

GENTLEMAN, W. M. Least squares computations by Givens transformations without square roots. **IMA Journal of Applied Mathematics**, Oxford University Press, v. 12, n. 3, p. 329–336, 1973.

GIRALDO-GÓMEZ, D.; ARBOLEDA, B.; VIANA-VILLA, P.; ZULUAGA, F. Q.; VILLEGAS, D.; SÁNCHEZ, M.; TÓBON, Á.; GÓMEZ, J.; DUQUE, N. Towards a Colombian Power System Fully Supervised with PMU: Scalability Test of the iSAACnet Communications Network. *In*: 2020 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exhibition - Latin America (T D LA). [*S.l.*: *s.n.*], 2020. P. 1–6.

GÖL, M.; ABUR, A. A Fast Decoupled State Estimator for Systems Measured by PMUs. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 5, p. 2766–2771, 2015.

GÖL, M.; ABUR, A. LAV Based Robust State Estimation for Systems Measured by PMUs. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 5, n. 4, p. 1808–1814, 2014.

GOMEZ-EXPOSITO, A.; ABUR, A.; ROUSSEAUX, P.; VILLA JAEN, A. de la; GOMEZ-QUILES, C. On the use of PMUs in power system state estimation. **Proceedings of the 17th PSCC**, 2011.

GOMEZ-EXPOSITO, A.; ABUR, A.; ROUSSEAUX, P.; VILLA JAEN, A. de la; GOMEZ-QUILES, C. On the use of PMUs in power system state estimation. **Proceedings of the 17th PSCC**, 2011.

HALL, D.L.; LLINAS, J. An introduction to multisensor data fusion. **Proceedings of the IEEE**, v. 85, n. 1, p. 6–23, 1997.

HANDSCHIN, E.; SCHWEPPE, FC; KOHLAS, J.; FIECHTER, A. Bad data analysis for power system state estimation. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 94, n. 2, p. 329–337, 1975.

JOVICIC, A.; BILGIC, B.; HUG, G. Linear State Estimation Considering Refresh Rates of RTU and PMU Measurements. *In: 2021 IEEE Madrid PowerTech. [S.l.: s.n.], 2021. P. 1–6.*

JOVICIC, A.; HUG, G. Linear state estimation and bad data detection for power systems with RTU and PMU measurements. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 14, n. 23, p. 5675–5684, 2020.

KEMA. **Metrics for Determining the Impact of Phasor Measurements on Power System State Estimation.** [S.l.], jan. 2006. Eastern Interconnection Phasor Project.

KOTIUGA, W.; VIDYASAGAR, M. Bad Data Rejection Properties of Weighted Least Absolute Value Techniques Applied to Static State Estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-101, n. 4, p. 844–853, 1982.

LIGGINS, M.; HALL, D.; LLINAS, J. **Handbook of multisensor data fusion: theory and practice.** [S.l.]: CRC press, 2017.

LIU, W.; POKHAREL, P. P.; PRINCIPE, J. C. Correntropy: A Localized Similarity Measure. *In: THE 2006 IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings. [S.l.: s.n.], 2006. P. 4919–4924.*

LIU, W.; POKHAREL, P. P.; PRINCIPE, J. C. Correntropy: Properties and Applications in Non-Gaussian Signal Processing. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 55, n. 11, p. 5286–5298, 2007.

LONDON, J. B. A.; BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. Analysis of measurement set qualitative characteristics for state estimation purposes. *In: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005. [S.l.: s.n.], 2005. 294–301 vol. 1.*

LU, C.; SHI, B.; WU, X.; SUN, H. Advancing China's Smart Grid: Phasor Measurement Units in a Wide-Area Management System. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 13, n. 5, p. 60–71, 2015.

MASSIGNAN, J. A. D.; LONDON, J. B. A.; MIRANDA, V. Tracking Power System State Evolution with Maximum-correntropy-based Extended Kalman Filter. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, v. 8, n. 4, p. 616–626, 2020.

MENEGHETTI, R.; SIMÕES-COSTA, A.; MIRANDA, V.; ASCARI, L. B. Information Theoretic Generalized State Estimation in power systems. **Electric Power Systems Research**, v. 182, p. 106251, mai. 2020.

MERRILL, H. M.; SCHWEPPE, F. C. Bad Data Suppression in Power System Static State Estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-90, n. 6, p. 2718–2725, nov. 1971. ISSN 0018-9510.

MILI, L.; CHENIAE, M. G.; VICHARE, N. S.; ROUSSEEUW, P. J. Robust state estimation based on projection statistics [of power systems]. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 11, n. 2, p. 1118–1127, mai. 1996. ISSN 0885-8950.

MILI, L.; VAN CUTSEM, T.; RIBBENS-PAVELLA, M. Hypothesis Testing Identification: A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation. **IEEE Power Engineering Review**, PER-4, n. 11, p. 31–32, nov. 1984. ISSN 0272-1724.

MIRANDA, V.; SANTOS, A.; PEREIRA, J. State Estimation Based on Correntropy: A Proof of Concept. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 4, p. 1888–1889, nov. 2009. ISSN 0885-8950.

MITCHELL, H. B. **Multi-sensor data fusion: an introduction**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

MONTICELLI, A. **State estimation in electric power systems: a generalized approach**. [S.l.]: Springer, 1999. v. 507.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-102, n. 5, p. 1126–1139, 1983.

MUSSIATO, R. **Processamento de erros grosseiros associado a métodos de fusão de estimativas em sistemas de potência monitorados por medidas convencionais e fasoriais**. 2016. Diss. (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC, Florianópolis, SC.

NUQUI, R. F.; PHADKE, A. G. Hybrid Linear State Estimation Utilizing Synchronized Phasor Measurements. *In*: POWER Tech, 2007 IEEE Lausanne. [S.l.: s.n.], jul. 2007. P. 1665–1669.

PARZEN, E. On the estimation of a probability density function and the mode. *In: ANNALS Math. Statistics*. [S.l.: s.n.], 1962.

PESTEH, S.; MOAYYED, H.; MIRANDA, V. Favorable properties of interior point method and generalized correntropy in power system state estimation. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 178, p. 106035, 2020.

PESTEH, S.; MOAYYED, H.; MIRANDA, V.; PEREIRA, J.; FREITAS, V.; SIMÕES-COSTA, A.; LONDON, J. B. A new interior point solver with generalized correntropy for multiple gross error suppression in state estimation. **Electric Power Systems Research**, v. 176, p. 105937, 2019. ISSN 0378-7796.

PHADKE, A. G.; THORP, J. S. **Synchronized phasor measurements and their applications**. [S.l.]: Springer, 2008.

PIRES, R. C.; SIMÕES-COSTA, A.; MILI, L. Iteratively reweighted least-squares state estimation through Givens Rotations. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 14, n. 4, p. 1499–1507, nov. 1999. ISSN 0885-8950.

ROSS, S. **A first course in probability**. Seventh Edition. [S.l.]: Pearson, 2006. P. 282.

SANTAMARIA, I.; POKHAREL, P. P.; PRINCIPE, J. C. Generalized correlation function: definition, properties, and application to blind equalization. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 54, n. 6, p. 2187–2197, jun. 2006. ISSN 1053-587X.

SCHWEPPE, F. C. Power System Static-State Estimation, Part III: Implementation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 130–135, jan. 1970. ISSN 0018-9510.

SCHWEPPE, F. C. **Uncertain dynamic systems**. [S.l.]: Prentice Hall, 1973.

SCHWEPPE, F. C.; ROM, D. B. Power System Static-State Estimation, Part II: Approximate Model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 125–130, jan. 1970. ISSN 0018-9510.

SCHWEPPE, F. C.; WILDES, J. Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 120–125, jan. 1970. ISSN 0018-9510.

SIMOES-COSTA, A.; PIAZZA, T.S.; MANDEL, A. Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 3, p. 941–949, 1990.

SIMÕES-COSTA, A.; ALBUQUERQUE, A. A two-stage orthogonal estimator to incorporate phasor measurements into power system real-time modeling. **Power Systems Computation Conference (PSCC)**, 2011.

SIMÕES-COSTA, A.; ALBUQUERQUE, A.; BEZ, D. An estimation fusion method for including phasor measurements into power system real-time modeling. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 2, p. 1910–1920, mai. 2013. ISSN 0885-8950.

SIMÕES-COSTA, A.; MUSSIATO, R. Processamento de erros grosseiros associado a métodos de fusão de estimativas em sistemas de potência monitorados por medidas convencionais e fasoriais. **Congresso Brasileiro de Automática**, Florianópolis, SC, CBA2016, 2016.

SIMÕES-COSTA, A.; QUINTANA, V. H. An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-100, n. 8, p. 3791–3800, ago. 1981. ISSN 0018-9510.

TOBOGA, M. **Linear combinations of normal random variables – Lectures on probability theory and mathematical statistics**. [*S.l.: s.n.*], 2021.

<https://www.statlect.com/probability-distributions/normal-distribution-linear-combinations>. [Acesso online em 06-Março-2022].

U.WASHINGTON. **University of Washington - Power Systems Test Case Archive**. [*S.l.: s.n.*], 1993. <https://labs.ece.uw.edu/pstca/>. [Online; acessado dia 12-03-2022].

VALVERDE, G.; CHAKRABARTI, S.; KYRIAKIDES, E.; TERZIJA, V. A constrained formulation for hybrid state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 26, n. 3, p. 1102–1109, 2011.

VANFRETTI, L.; CHOW, J. H.; SARAWGI, S.; FARDANESH, B. A Phasor-Data-Based State Estimator Incorporating Phase Bias Correction. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 1, p. 111–119, 2011.



- WANG, G.; GIANNAKIS, G. B.; CHEN, J. Robust and Scalable Power System State Estimation via Composite Optimization. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 10, n. 6, p. 6137–6147, 2019.
- ZANLORENSI-JR., E.; ASCARI, L. B.; SIMÕES-COSTA, A. Bad Data Processing for Hybrid Power System State Estimation based on Block Orthogonal Methods. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, 2022.
- ZHANG, L.; BOSE, A.; JAMPALA, A.; MADANI, V.; GIRI, J. Design, Testing, and Implementation of a Linear State Estimator in a Real Power System. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 8, n. 4, p. 1782–1789, 2017.
- ZHAO, J.; MILI, L.; PIRES, R. C. Statistical and Numerical Robust State Estimator for Heavily Loaded Power Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 6, p. 6904–6914, 2018.
- ZHAO, J. *et al.* Power System Dynamic State Estimation: Motivations, Definitions, Methodologies, and Future Work. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 4, p. 3188–3198, 2019.
- ZHOU, M.; CENTENO, V. A.; THORP, J. S.; PHADKE, A. G. An alternative for including phasor measurements in state estimators. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 21, n. 4, p. 1930–1937, 2006.
- ZHU, Y. **Multisensor Decision And Estimation Fusion**. [S.l.]: Springer US, 2003.
- ZHU, Y. M.; LI, X. R. Best Linear Unbiased Estimation Fusion. *In*: INTERNATIONAL Information Fusion conference. [S.l.: s.n.], 1999. v. 2, p. 1054–1061.

## APÊNDICE A – GRADIENTE E HESSIANA DA FUNÇÃO CORRENTROPIA

Neste apêndice são apresentadas as expressões matemáticas para cálculo do vetor Gradiente e da matriz Hessiana associados à função correntropia  $\mathcal{V}$ .

O vetor gradiente  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}(\mathcal{V})$  de dimensões  $n \times 1$  é calculado por

$$\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*} \mathcal{V} = -\frac{1}{\sigma_w^2 \ell} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (80)$$

Para obter a matriz Hessiana, aplica-se a fórmula para cálculo do gradiente do produto de funções vetoriais, conforme desenvolvimento a seguir.

Sejam:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \times h(\mathbf{v}) \quad (81)$$

onde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ,  $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ,  $h$  é uma função escalar e  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{l \times 1}$ . Então:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) h(\mathbf{v}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) [\nabla_{\mathbf{x}} h(\mathbf{v})]^T \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \quad (82)$$

No caso da Hessiana de  $\mathcal{V}$ , partimos do gradiente dado pela Equação (80), do qual destaca-se o termo abaixo:

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}^*) = (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (83)$$

Utilizando (82) com  $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^*$ ,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{v} = (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j)$ , e  $h(\mathbf{v}) = e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}}$ , temos:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \nabla_{\mathbf{x}} (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) \times e^{-\frac{\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} + \\ & (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) \left[ \nabla_{\mathbf{x}} \left( e^{-\frac{\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \right) \right]^T \times \nabla_{\mathbf{x}} (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) \end{aligned} \quad (84)$$

o que fornece

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{\sigma_w^2} (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{G}_j^T \right] e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (85)$$

onde a matriz identidade  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Finalmente, a partir de (85), e considerando o ponto de partida dado pelo gradiente em (80), a matriz Hessiana  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}^2(\mathcal{V})$  de dimensões  $n \times n$  será dada por:

$$\nabla_{\hat{\mathbf{x}}^*}^2 \mathcal{V} = \frac{1}{\sigma_w^2 \ell} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{G}_j \left[ \frac{1}{\sigma_w^2} (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j) (\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{G}_j^T - \mathbf{I} \right] e^{-\frac{\|\hat{\mathbf{x}}^* - \hat{\mathbf{x}}_j\|_{\mathbf{G}_j}^2}{2\sigma_w^2}} \quad (86)$$

## APÊNDICE B – MATRIZ DE COVARIÂNCIA DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS ATRAVÉS DA FUSÃO

Neste apêndice é apresentado o desenvolvimento para cálculo da matriz de covariância das estimativas resultantes do processo de fusão. Os princípios estatísticos para tal são encontrados nas referências (SCHWEPPE, 1973; TOBOGA, 2021)

**Teorema 1:** Sejam  $k$  vetores aleatórios  $X_1, \dots, X_k$ ,  $X_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , todos apresentando distribuição normal e sendo mutuamente independentes, cujas médias são  $\mu_1, \dots, \mu_k$  e cujas matrizes de covariância são dadas por  $\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_k$ . Sejam ainda as matrizes reais  $\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_k$ ,  $\mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Então o vetor aleatório  $Y \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  definido como:

$$Y \triangleq \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_i X_i \quad (87)$$

é também normalmente distribuído, com média

$$E\{Y\} = \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_i \mu_i \quad (88)$$

e matriz de covariância

$$\mathbf{Cov}\{Y\} = \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i \mathbf{B}_i^T \quad (89)$$

**Resultado 1:** Seja o vetor  $\hat{\mathbf{x}}^*$  o vetor aleatório dos estados estimados resultante da fusão de estimativas via CMC, e sejam  $\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_\ell$ , os  $\ell$  vetores aleatórios do primeiro estágio de estimação, supostos normalmente distribuídos, associados às respectivas matrizes de covariância  $\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_\ell$ . A relação entre esses vetores aleatórios é dada por

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad (90)$$

onde as matrizes  $\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_\ell$  são as matrizes que maximizam a correntropia mútua entre os vetores de estimativas do primeiro estágio e  $\hat{\mathbf{x}}^*$ .

Nas hipótese de inexistência de erros grosseiros e considerando a independência entre as estimativas do primeiro estágio. Conseqüentemente, do Teorema 1,  $\hat{\mathbf{x}}^*$  também será normalmente distribuído, cuja média, de acordo com (88), será

$$E\{\hat{\mathbf{x}}^*\} = \sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i E\{\hat{\mathbf{x}}_i\} \quad (91)$$

Quanto à matriz de covariância denotada por  $\mathbf{V}^*$ , isto é

$$\mathbf{V}^* \triangleq \mathbf{Cov}\{\hat{\mathbf{x}}^*\} \quad (92)$$

será dada, segundo Equação (89), como:

$$\mathbf{V}^* = \sum_{i=1}^{\ell} \bar{\Psi}_i \mathbf{P}_i \bar{\Psi}_i^T \quad (93)$$

APÊNDICE C – SISTEMA-TESTE DE 14 BARRAS DO *IEEE*

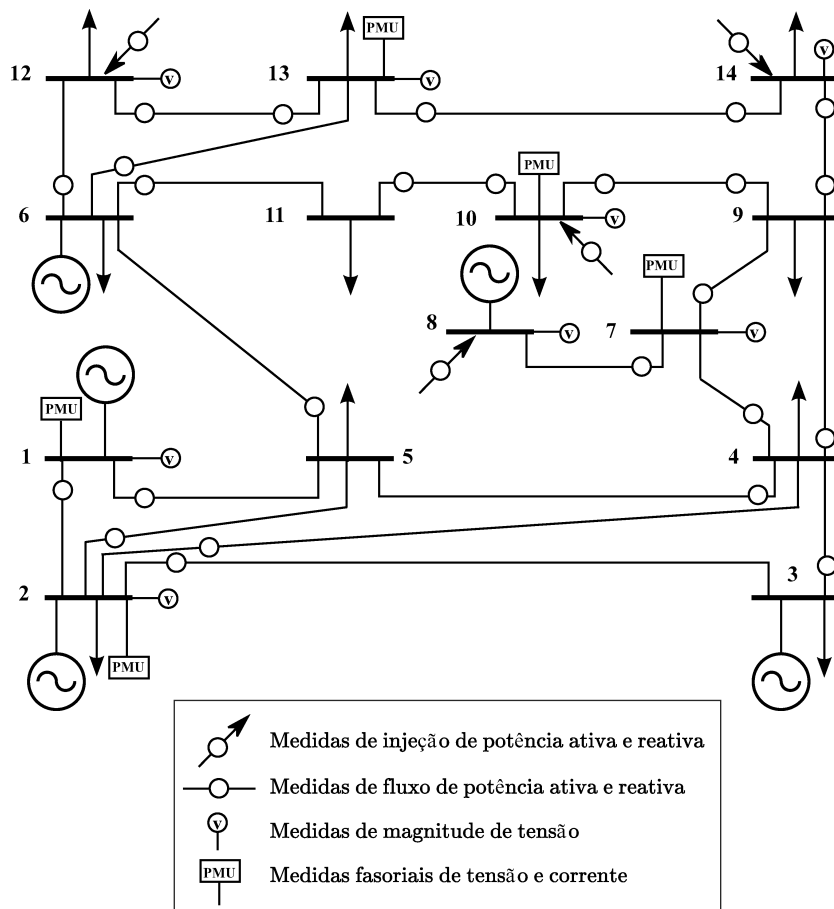


Figura C.1 – Sistema-teste de 14 barras do *IEEE* e planos de medição