



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO - CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

André Gustavo de Oliveira

**Interação de Vórtices Ópticos Escalares e Vetoriais na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

Florianópolis
2022

André Gustavo de Oliveira

**Interação de Vórtices Ópticos Escalares e Vetoriais na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Física da Universidade Federal de Santa Cata-
rina para a obtenção do título de Doutor em Física.
Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique Souto Ribeiro

Florianópolis
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

de Oliveira, André Gustavo
Interação de vórtices ópticos escalares e vetoriais na
Conversão Paramétrica Descendente Estimulada / André
Gustavo de Oliveira ; orientador, Paulo Henrique Souto
Ribeiro, 2022.
134 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Física. 2. Óptica Não-Linear. 3. Luz Estruturada. 4.
Conjugação de Fase. I. Souto Ribeiro, Paulo Henrique. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Física. III. Título.

André Gustavo de Oliveira

**Interação de Vórtices Ópticos Escalares e Vetoriais na Conversão Paramétrica
Descendente Estimulada**

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca
examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Cid Bartolomeu de Araújo
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ismael André Heisler
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. José Augusto Oliveira Huguenin
Universidade Federal Fluminense

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi
julgado adequado para obtenção do título de Doutor em Física.

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

Orientador:
Prof. Dr. Paulo Henrique Souto Ribeiro

Florianópolis, 2022.

Este trabalho é dedicado a todos os amigos
que encontrei em meu caminho até aqui.

AGRADECIMENTOS

É chegada a hora de agradecer aos familiares, amigos, colegas e mentores que fizeram parte da minha jornada acadêmica e pessoal até aqui. Foram muitas aventuras, altos e baixos, dúvidas e certezas, ciclos e mudanças, mas principalmente, muito aprendizado. Peço mil desculpas caso tenha esquecido de alguém.

Gostaria de agradecer ao meu orientador, o professor Paulo Souto Ribeiro, que além de todo o conhecimento técnico sobre Óptica e Mecânica Quântica transmitido, também me inspira e ensina a ser um cientista mais completo. Tenho a certeza que não poderia ter escolhido um "pai científico" melhor.

Também gostaria de agradecer ao professor e amigo Renné Medeiros de Araújo, que, com seu olhar sempre atento aos detalhes, também muito me ensinou e apoiou durante meu doutorado. Agradeço também ao professor Willamys Soares pela paciência e disposição em me ajudar em meus primeiros passos como físico experimental. Agradeço também pelas saideiras intermináveis no Bugio ou CSC. Dedico também agradecimentos especiais à professora Nara Rubiano da Silva que, enquanto pós-doc, muito me inspirou com sua atenção aos detalhes e dedicação. Agradeço de coração pela disposição em revisar esta tese.

Demonstro também minha gratidão aos meus colegas de laboratório e de GIQ-Sul, em especial ao Gustavo, Guilherme e Marcelo pelo companheirismo durante todos estes anos. Foi um prazer dividir o lab e bancada com todos vocês.

Agradeço ao professor Andrew Forbes por me receber em seu grupo na África do Sul durante meu período de doutorado sanduíche, uma experiência que com certeza abriu novos horizontes em minha carreira como pesquisador. Deixo também meu muito obrigado aos colegas e amigos que adquiri em minhas aventuras pela África do Sul. Agradecimentos especiais vão para Isaac, Bereneice, Keshaan, Wagner, Lehloa e Pedro, que muito me inspiraram a trabalhar duro, mas também me garantiram muita diversão em terras sul-africanas. Agradeço muito também à Alice Ruget, que conheci durante este período e se tornou uma amiga especial para mim.

Deixo também gravado aqui meu carinho e agradecimentos aos meus amigos de Ponta Grossa pelas risadas e pelos rolês eternos de nossa juventude. Apesar de muita coisa ter mudado, vocês sempre terão espaço garantido em minha vida.

Agradeço especialmente à Mariana Tozetto, a qual foi minha companheira por muitos anos e continua sendo a minha melhor amiga. Vou sempre levar comigo nossos momentos e conquistas. Obrigado por fazer parte da minha vida e por sempre ter me apoiado tanto.

Finalmente, agradeço à minha família por todo o amor e apoio. Deixo meus agradecimentos à minha irmã Natália pelas conversas e por dividir as frustrações de ser um aspirante a cientista no Brasil. Agradeço de coração aos meus pais por todo o

apoio e carinho fornecido por toda a minha vida. Amo vocês.

*" Eu já cheguei no fim,
recomecei,
e aqui estou eu,
no fim de novo..."
Tim Bernardes*

RESUMO

A Óptica Não-Linear é uma área madura e bem estabelecida da Física contemporânea, com suas origens intimamente ligadas à criação da tecnologia *laser* no início da década de 1960. Por outro lado, o avanço tecnológico no controle dos graus de liberdade de campos ópticos tem aberto caminho para o desenvolvimento de diversas aplicações da luz, como, por exemplo, em seu uso como meio portador de informação, seja ela clássica ou quântica. Este controle tem garantido cada vez mais destaque ao tópico de *Luz Estruturada*, que se refere à campos ópticos com graus de liberdade customizados sob demanda em laboratório. Além do já extensivamente explorado grau de liberdade de polarização, nos últimos anos, atenção especial tem sido destinada aos modos espaciais transversais de feixes paraxiais, que se apresentam como uma forma de implementar sistemas ópticos discretos e de dimensão infinita, especialmente interessantes para comunicações ópticas. Dentre os modos espaciais que podem ser gerados em laboratório, recebem grande destaque os chamados vórtices ópticos, campos que apresentam singularidade em sua estrutura de fase e que carregam momento angular orbital da luz. Indo além, o acoplamento entre polarização e modos espaciais dá origem aos chamados feixes vetoriais, campos ópticos compostos por complexas estruturas de polarização e intensidade em seus perfis transversais, e que tem encontrado cada vez mais aplicações práticas. Este trabalho combina os tópicos de Óptica Não-Linear e Luz Estruturada através do estudo teórico e experimental da interação de vórtices ópticos escalares e vetoriais em conversão paramétrica descendente estimulada. A conversão paramétrica descendente estimulada é um processo não-linear onde duas ondas são combinadas em um meio não-linear dando origem a uma terceira, a qual herda características de ambos os campos interagentes. Nesta tese são analisadas as condições em que modos radiais são gerados no feixe resultante da interação de vórtices ópticos escalares no meio não-linear. Também são investigados os feixes resultantes da interação de vórtices vetoriais em conversão paramétrica descendente com fonte de dois cristais do tipo I, frequentemente empregada na geração de estados emaranhados em polarização. Por fim, é demonstrado como, para esta arquitetura de fonte e preparação adequada do feixe de bombeamento, a mistura de três ondas age como um dispositivo de conjugação vetorial de fase.

Palavras-chave: Óptica Não-linear. Luz estruturada. Conjugação de fase.

ABSTRACT

Nonlinear Optics is a mature and well-established area of contemporary Physics, with its origins closely linked to the creation of laser technology in the early 1960s. On the other hand, the technological advancements in the control of the degrees of freedom of optical fields have paved the way for the development of applications of light, such as its use as a carrier of information, whether classical or quantum. This control has ensured more and more visibility to the topic of Structured Light, which refers to optical fields with degrees of freedom tailored on-demand in the laboratory. In addition to the already extensively explored polarization degree of freedom, in recent years special attention has been devoted to transverse spatial modes of paraxial beams, which present themselves as a resource to realize discrete and infinite-dimensional optical systems, especially interesting for optical communications. Among the spatial modes that we can generate in the laboratory, the so-called optical vortices, fields that present singularities in their phase structure and carry light orbital angular momentum, receive much attention. Moreover, the coupling between polarization and spatial modes gives rise to the so-called vector beams, optical fields composed of complex polarization and intensity structures in their transverse profiles, which have found increasingly more practical applications. This work combines the topics of Nonlinear Optics and Structured Light through the theoretical and experimental study of the interaction of scalar and vector optical vortices in stimulated parametric down-conversion. Stimulated parametric down-conversion is a nonlinear process where two waves are combined in a crystal giving rise to a third that inherits characteristics from both interacting fields. In this thesis, we analyze the conditions under which radial modes are generated in the beam resulting from the interaction of scalar optical vortices in the nonlinear medium. In addition, we also investigate the beam structure resulting from the interaction of vector vortices in parametric down-conversion with a two-type-I-crystal source, frequently employed in the generation of polarization entangled states. Finally, we demonstrate that, for this source architecture and adequate pump beam preparation, the three-wave mixing process acts as a vector phase conjugation device.

Keywords: Nonlinear Optics. Structured light. Phase conjugation.

LISTA DE PUBLICAÇÕES

1. de Oliveira, André G., et al. "Phase conjugation and mode conversion in stimulated parametric down-conversion with orbital angular momentum: a geometrical interpretation." *Brazilian Journal of Physics* 49.1 (2019): 10-16.
2. de Oliveira, André G., et al. "Real-time phase conjugation of vector vortex beams." *ACS Photonics* 7.1 (2019): 249-255.
3. de Oliveira, A. G., et al. "Quantum optical description of phase conjugation of vector vortex beams in stimulated parametric down-conversion." *Physical Review Applied* 14.2 (2020): 024048.
4. de Oliveira, A. G., et al. "Full thermalization of a photonic qubit." *Physics Letters A* 384.36 (2020): 126933.
5. da Silva, N. Rubiano, et al. "Stimulated parametric down-conversion with vector vortex beams." *Physical Review Applied* 15.2 (2021): 024039.
6. de Oliveira, A. G., et al. "Beyond Conservation of Orbital Angular Momentum in Stimulated Parametric Down-Conversion." *Physical Review Applied* 16.4 (2021): 044019.
7. dos Santos, Gustavo H., et al. "Phase conjugation of twisted Gaussian Schell model beams in stimulated down-conversion." *Nanophotonics* 11.4 (2022): 763-770.
8. Nape, Isaac, et al. "An all-digital approach for versatile hybrid entanglement generation." *Journal of Optics* 24.5 (2022): 054003.
9. Cañas, Gustavo, et al. "Evaluation of Twisted Gaussian Schell Model beams produced with phase randomized coherent fields." *arXiv preprint arXiv:2206.02693* (2022).
10. Pinheiro da Silva, B, et al. "Observation of triangular-lattice pattern in nonlinear wave mixing with optical vortices." *arXiv preprint arXiv:2206.06153* (2022).

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<p>Figura 1 – Esquema representando o processo de conversão paramétrica descendente espontânea (SPDC), onde um cristal não-linear $\chi^{(2)}$ é bombeado por um feixe laser intenso, chamado de laser de bombeamento ou pump, produzindo pares de fótons correlacionados num <i>continuum</i> de modos, com fótons se propagando em direções variadas e com diferentes comprimentos de onda, formando um cone de luz de fraca intensidade. Figura adaptada de [30].</p>	30
<p>Figura 2 – Esquema experimental básico para geração e detecção de fótons correlacionados em SPDC não-degenerada com contagem de coincidências.</p>	32
<p>Figura 3 – Esquema representando o processo de conversão paramétrica descendente estimulada (StimPDC), onde um feixe estimulador preparado adequadamente (modos de polarização, momento e comprimento de onda correto) interage com o feixe pump no cristal não-linear, induzindo emissão em determinados modos signal e idler. Figura adaptada de [30].</p>	33
<p>Figura 4 – Esquema experimental básico para conversão paramétrica descendente estimulada, considerando intensidade de estimulação alta o suficiente para detecção do feixe idler através de câmeras CCD.</p>	33
<p>Figura 5 – Elipses de polarização em termos dos parâmetros ψ and χ.</p>	43
<p>Figura 6 – Elipses de polarização e seus respectivos vetores de Stokes normalizados para os estados de polarização a) horizontal, b) diagonal, c) circular direita, d) elíptica, e) vertical, f) anti-diagonal e h) elíptica (ortogonal a (d)).</p>	43
<p>Figura 7 – Representação de modos de polarização em termos da Esfera de Poincaré.</p>	44
<p>Figura 8 – Perfis de intensidade e fase para diversos modos de Hermite-Gauss.</p>	48
<p>Figura 9 – Frentes de onda helicoidais para modos LG com $p = 0$ e a) $\ell = 0$, b) $\ell = 1$, c) $\ell = 2$ e d) $\ell = 3$. Figura retirada de [37].</p>	49
<p>Figura 10 – Perfis de intensidade e fase para diversos modos de Laguerre-Gauss.</p>	50
<p>Figura 11 – Combinações de modos de Hermite-Gauss e Laguerre-Gauss de primeira ordem.</p>	50
<p>Figura 12 – Representação de superposições de modos de Laguerre-Gauss de primeira e segunda ordem (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré para modos espaciais.</p>	52

Figura 13 – Feixes vórtices vetoriais com simetria cilíndrica de primeira e segunda ordem. As linhas e elipses representam a estrutura transversal de polarização dos feixes. A barra de cores representa o valor do parâmetro de Stokes S_3 e o perfil de intensidade é exibido em roxo.	54
Figura 14 – Representação de feixes vórtices vetoriais com simetria cilíndrica de primeira e segunda ordem com $p = 0$ em termos da esfera de Poincaré de ordem superior. Nota-se a presença de duas esferas para cada ordem definida por $ \ell $. Nesta representação, modos de Laguerre-Gauss com polarização circular (vórtices escalares) se situam nos pólos da esfera, enquanto os demais pontos da superfície representam vórtices vetoriais com simetria cilíndrica.	55
Figura 15 – Feixes vórtices vetoriais híbridos. As linhas e elipses representam a estrutura transversal de polarização dos feixes. A barra de cores representa o valor do parâmetro de Stokes S_3 e o perfil de intensidade é exibido em roxo.	56
Figura 16 – Representação de feixes vórtices vetoriais de ordem híbrida (com $p_1 = p_2 = 0$) para superposições envolvendo cargas topológicas com valor absoluto 1 e 2 e sinais opostos em termos da esfera de Poincaré de ordem híbrida. O Pólo Norte da esfera da esquerda (direita) representa o modo escalar de Laguerre-Gauss com carga topológica $\ell_1 = 2$ ($\ell_1 = 1$) e polarização circular à direita. Por outro lado, o Pólo Sul representa o modo escalar de Laguerre-Gauss com carga topológica $\ell_1 = -1$ ($\ell_1 = -2$) e polarização circular à direita. O equador apresenta superposições balanceadas dos modos dos pólos das esferas, o que dá origem à distribuições transversais contendo apenas estados de polarização linear.	57
Figura 17 – Ilustração da interação de modos de Laguerre-Gauss com índices radiais nulos em StimPDC. Além da conservação do momento angular orbital, observa-se também o surgimento de modos radiais (com número radial representado por q neste capítulo) na composição do feixe idler. Figura adaptada de [148].	59
Figura 18 – Simulações dos padrões de intensidade no campo distante e próximo para o idler gerado por diferentes combinações de vórtices ópticos, assim como sua decomposição modal em termos de modos de Laguerre-Gauss. A decomposição modal é obtida através da Eq. (4.14). Os padrões de campo distante foram computados para $z = 5z_R$, e todas as barras de escala correspondem a $1000\lambda_i$ (λ_i sendo o comprimento de onda do idler). Figura adaptada de [148].	63

Figura 19 – Setup experimental. Feixes seed e pump são colimados usando telescópios, mandados para SLMs para serem modulados como vórtices ópticos, e então combinados em um cristal não-linear BBO para produzir StimPDC do tipo I. Imagens de campo próximo e distante do perfil de intensidade do idler são capturadas por uma câmera CCD em conjunto com um telescópio.	65
Figura 20 – Perfis transversais de intensidade do feixe idler, num plano fixo no campo distante, para diferentes combinações de cargas topológicas para os feixes seed e pump. Os perfis apresentados são obtidos através da média azimutal das imagens obtidas em laboratório, uma vez que os modos apresentam simetria cilíndrica em seu perfil transversal de intensidade. Cada perfil é normalizado através do seu valor máximo de intensidade. Figura adaptada de [148]	66
Figura 21 – Perfis experimentais e simulados para o feixe idler como função da distância de propagação (começando pelo plano do cristal), para diferentes combinações de vórtices ópticos em StimPDC. Os perfis de intensidade obtidos pela média azimutal mostram a evolução do campo próximo ao distante para os feixes gerados. Figura adaptada de [148].	68
Figura 22 – Esquema representando o processo de SPDC com dois cristais do tipo-I com eixos ópticos cruzados entre si, onde um feixe pump diagonalmente polarizado interage com os meios não-lineares gerando estados emaranhados em polarização. Figura adaptada de [153].	69
Figura 23 – Esquema experimental para geração e detecção de estados emaranhados em polarização usando fonte SPDC com dois cristais do tipo-I.	70
Figura 24 – Esquema experimental de StimPDC com dois cristais do tipo-I.	71
Figura 25 – Ilustração da fonte de StimPDC de a) um cristal e feixes em modos de onda plana e b) dois cristais e feixes vetoriais. Figura adaptada de [33].	71

- Figura 26 – StimPDC com vórtices ópticos vetoriais. (a) Setup experimental. Dois lasers de oscilação contínua (pump e seed) são colimados usando um telescópio (não exibido na figura), e então preparados em estados de polarização utilizando placas de meia-onda (HWP, *half-wave plates*) e *vortex plates*(VP, exibida aqui somente para o feixe seed). Um feixe idler intensificado é gerado por conversão paramétrica descendente estimulada quando os dois feixes incidem num par de cristais não-lineares (BBO). Todas as componentes de polarização do pump e seed participam do processo uma vez que emprega-se uma fonte de dois cristais. O estado de polarização do feixe idler é medido no plano transversal pela combinação de um setup de tomografia de polarização (QWP: *quarter wave-plate* ou placa de quarto de onda, HWP e PBS: *polarizing beam-splitter* ou divisor de feixes polarizados) e uma câmera CCD. (b) A fonte sanduíche: dois cristais BBO tipo-I idênticos são posicionados com uma rotação relativa de 90 graus (como indicado pelas setas), cada um contribuindo coerentemente para a emissão StimPDC nas porções transversais dos feixes pump e seed. Aqui, pump e seed em exibição possuem perfil transversal de polarização radial e azimutal, respectivamente. A direção de polarização é indicada em preto com linhas sólidas. (c) Decomposição dos modos radial e azimutal em componentes horizontal e vertical de polarização. Figura adaptada de [157]. 77
- Figura 27 – Projeções tomográficas do feixe idler em StimPDC, quando o pump é preparado num modo radial e o seed em modo gaussiano com polarização diagonal. Projeções (a) simuladas e (b) experimentais do feixe idler nas bases H/V, D/A e R/L. Figura retirada de [157]. . . 80
- Figura 28 – StimPDC da combinação de um feixe vetorial cilíndrico e um feixe linearmente polarizado. Perfis transversais do feixe idler simulados (coluna da esquerda) e medidos experimentalmente (colunas central e direita). A intensidade é mostrada em escala de cinza. O estado de polarização é indicado pelas linhas pretas para polarização linear, e em elipses coloridas (vermelho para sentido de rotação à direita, e azul para à esquerda). Figura adaptada de [157]. 81

<p>Figura 29 – StimPDC com feixes vetoriais para ambos o pump e seed. Perfis transversais simulados (esquerda) e medidos (direita) para o feixe idler. Os estados seed/pump são rotulados em cada figura. A escala de cinza representa intensidade, enquanto o estado de polarização é indicado pelas linhas pretas para polarização linear, e em elipses coloridas (vermelho para sentido de rotação à direita, e azul para à esquerda). Figura retirada de [157].</p>	82
<p>Figura 30 – StimPDC com pump feixe vórtice vetorial de ordem $m = 2$ e diferentes configurações de seed. (a) Pump de ordem $m = 2$. (b-d) Perfis transversais simulados (painéis da esquerda) e medidos (painéis da direita) para o feixe idler obtido ao usar (b) um seed linearmente polarizado, (c) seed de ordem $m = 1$, e (d) seed de ordem $m = 2$. Escala de cinza: intensidade. Linhas pretas: polarização linear. Elipses vermelhas (azuis): polarização no sentido de rotação à direita (esquerda). Figura adaptada de [157].</p>	83
<p>Figura 31 – StimPDC com feixes vetoriais não-cilíndricos como seed, e pump com polarização linear ou em modos vórtice vetoriais. (a) Perfis do seed. (b-d) Perfis transversais simulados (painéis da esquerda) e medidos (painéis da direita) do feixe idler usando como seed (b) o feixe do painel da esquerda em (a), (c) o feixe do painel central de (a), e (d) o feixe do painel da direita em (a). Escala de cinza: intensidade. Linhas pretas: polarização linear. Elipses vermelhas (azuis): polarização no sentido de rotação à direita (esquerda). Figura adaptada de [157].</p>	84
<p>Figura 32 – Comparação entre reflexão por a) um espelho comum e b) um espelho conjugador de fase. Enquanto a luz sofre reflexão especular ao encontrar um espelho comum, um espelho conjugador de fase inverte a direção de propagação.</p>	87

Figura 33 – Protocolo de distorção e correção de frente de onda utilizando um espelho conjugador de fase. a) Um elemento de distorção de fase é colocado no caminho do feixe incidente (em vermelho), embaralhando sua distribuição transversal de momento linear. b) A distribuição de momento da luz refletida de forma especular (em amarelo) se torna ainda mais embaralhada ao passar pelo aberrador na direção oposta, com a passagem dupla acarretando na perda de informação da estrutura original do feixe. c) A conjugação de fase causa um resultado dramaticamente diferente. Como um conjugador de fase gera uma réplica revertida temporalmente do feixe original (em vermelho), as frentes de onda conjugadas (em amarelo) emergem do aberrador recompostas, preservando o conteúdo de informação codificado no feixe.	88
Figura 34 – Transformação de um estado de polarização circular à direita sob reflexão por a) um espelho comum e b) um espelho de conjugação vetorial de fase. Figura adaptada de [32].	90
Figura 35 – Comparação entre um espelho comum e um espelho conjugador de fase em termos de frente de onda, polarização e feixes vetoriais. As flechas pretas indicam a direção e sentido da propagação. Figura adaptada de [32].	90
Figura 36 – Conjugador de fase de transmissão interagindo com luz com polarização circular à direita emanada de uma fonte puntual.	92
Figura 37 – Interpretação geométrica da conjugação vetorial de fase em termos da Esfera de Poincaré com pólos definidos pelos estados de polarização circular R/L . Os estados conjugados se conectam através de reflexão especular através do plano equatorial da esfera de Poincaré. Modos conjugados (setas roxas) são conectados por reflexão especular através do plano equatorial (em cinza) da esfera.	94
Figura 38 – Interpretação geométrica da conjugação de fase escalar para a representação de superposições de modos de Laguerre-Gauss de primeira e segunda ordem (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré para modos espaciais. Modos conjugados (setas roxas) são conectados por reflexão especular através do plano equatorial (em cinza) da esfera.	99
Figura 39 – Perfis de intensidade e polarização para $\gamma_1 = \gamma_2$ e $\gamma_1 = -\gamma_2$, respectivamente, para a) e b) $\ell = +1$ e c) e d) $\ell = -1$. São apresentados mapas de intensidade (roxo) e polarização (linhas brancas).	100

Figura 40 – Representação da conjugação de feixes vórtice vetoriais com simetria cilíndrica e (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré de ordem superior.	103
Figura 41 – Representação da conjugação de feixes vórtice vetoriais de ordem híbrida (com $p_1 = p_2 = 0$) em termos da esfera de Poincaré de ordem híbrida.	104
Figura 42 – a) Vórtice vetorial da Eq. (6.56) e b) seu conjugado vetorial de fase. c) Barra de cores para o parâmetro de Stokes S_3 para a polarização.	106
Figura 43 – Setup experimental para a conjugação de superposições de vórtices escalares. Um laser de diodo de 405 nm bombeia um cristal não linear (BBO), enquanto um laser em 780 nm age como semente da interação paramétrica após ser refletido por um modulador espacial de luz (SLM), o qual prepara superposições de modos. Duas câmeras CCD registram os perfis de intensidade dos feixes semente e idler. Cada câmera CCD é posicionada no plano focal de uma lente esférica.	107
Figura 44 – Usando uma lente inclinada no sentido horizontal, é possível realizar, para cada dado modo da esfera, uma rotação de $\pi/2$ em torno do eixo definido pelo modos de Hermite-Gauss HG_{01} . Figura adaptada de [30].	108
Figura 45 – Resultados experimentais mostrando a conservação de momento angular orbital da luz com a ajuda de uma lente inclinada (<i>tilted lens</i>), a qual revela o sinal da carga topológica. A faixa fraca vertical em azul no perfil do idler é um pequeno arco do cone de luz da emissão espontânea. Figura retirada de [30].	109
Figura 46 – Resultados experimentais ao longo do meridiano $\phi = 0$. À esquerda, perfis de intensidade dos feixes em propagação livre. À direita, perfis de intensidade obtidos após a lente inclinada, mostrando caminhos opostos na esfera de Poincaré. Retirado de [30].	110
Figura 47 – Resultados experimentais para modos do equador da esfera de Poincaré ($\theta = \pi/2$). Figura retirada de [30].	111

- Figura 48 – Setup experimental para conjugação vetorial de fase. Um laser de diodo oscilando no comprimento de onda de 405 nm é usado para bombear dois cristais BBOs do tipo I em sequência. O eixo óptico dos cristais são rotacionados em 90° um com relação ao outro, de modo que o cristal 1 produz pares de fótons verticalmente polarizados e o cristal 2 gera pares horizontalmente polarizados. Um feixe de laser em 780 nm é usado como seed, indiretamente estimulando a emissão de um feixe idler em 840 nm. Placas de meia onda (HWP) e quarto de onda (QWP) são utilizadas para preparar e medir feixes (em conjunto com um divisor de feixes polarizados (PBS)). Figura retirada de [32]. 112
- Figura 49 – Esferas de Poincaré para quando a polarização do pump é linear e a) diagonal e b) anti-diagonal. Círculos sólidos (abertos) correspondem ao seed (idler). Em ambos os casos, o feixe seed é preparado em seis diferentes estados de polarização: R (circular à direita; branco), L (circular à esquerda; preto), E₁, E₂, E₃ and E₄ (elípticos; vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente), representados por círculos preenchidos. Discos azuis e vermelhos aparentam estar fora da esfera devido à incertezas que não são representadas nesta imagem. Ver a Figura 50 para conferir as barras de erro. Figura adaptada de [32]. 113
- Figura 50 – Ângulos das coordenadas esféricas: dados experimentais para as coordenadas θ_i e ϕ_i do idler vs coordenadas θ_s e ϕ_s do seed para a)-b) pump diagonal e c)-d) pump anti-diagonal. As linhas sólidas retas representam as previsões teóricas. Figura retirada de [32]. . . 114
- Figura 51 – Setup experimental para a conjugação de vórtices ópticos vetoriais em StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais. Um laser de bombeamento oscilando no comprimento de onda 405 nm é preparado nos modos de polarização diagonal e anti-diagonal através de uma placa de onda (HWP). Um laser estimulador (780 nm) é preparado no modo vetorial radial através do uso de uma HWP e uma Vortex Plate (VWP), passando em seguida por uma placa de quarto de onda (QWP), resultando no feixe da Figura 42a). Ambos os feixes são combinados nos cristais não-lineares, dando origem a um feixe idler vórtice vetorial. Tomografia completa de polarização é realizada para seed e idler através de projeções em diferentes bases de polarização e obtenção dos perfis transversais de intensidade por imagens coletadas por câmeras CCD. PBS: divisor de feixes polarizados. . . 115

Figura 52 – Resultado das medidas demonstrando a conjugação de fase de VVBs. Projeções de polarização nas bases H/V, A/D, e R/L. 1a)–6a) feixe seed, 1b)–6b) feixe idler conjugado, 1c)–6c) feixe idler não-conjugado. Figura retirada de [32]. 117

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fidelidades entre estados de polarização teóricos e medidos para o feixe idler gerado ao bombear a fonte de StimPDC de dois cristais com um feixe pump diagonal e anti-diagonalmente polarizados para diversas preparações do seed.	113
--	-----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE	29
2.1	CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE ESPONTÂNEA	29
2.2	CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE ESTIMULADA	32
2.3	DESCRIÇÃO TEÓRICA DO PROCESSO DE STIMPDC	34
2.3.1	Coordenadas de Momento Transversal e Operadores de Campo Elétrico	34
2.3.2	Hamiltoniano de Interação e Estados Coerentes	35
2.3.3	Estado quântico da StimPDC	37
2.3.4	Distribuição de Intensidade do Feixe Idler Estimulado	39
3	VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES E VETORIAIS	41
3.1	MODOS DE POLARIZAÇÃO DA LUZ	41
3.1.1	Parâmetros de Stokes e Elipses de Polarização	41
3.1.2	Esfera de Poincaré para Modos de Polarização	43
3.2	MODOS ESPACIAIS TRANSVERSAIS	45
3.2.1	A Equação de Onda Paraxial	45
3.2.2	Modos de Hermite-Gauss e Laguerre-Gauss	46
3.2.3	Mudança de Base para Modos Espaciais	47
3.2.4	Esfera de Poincaré para Superposições de Dois Modos de Laguerre-Gauss	51
3.3	VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS	51
3.3.1	Feixes Vórtices Vetoriais	51
3.3.2	Parâmetros de Stokes e Esfera de Poincaré de Ordem Superior	53
3.3.3	Feixes vórtices vetoriais de ordem híbrida	55
3.3.4	Feixes Vetoriais no Formalismo de Óptica Quântica	56
4	INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES EM STIMPDC	59
4.1	TEORIA PARA A INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES EM STIMPDC	59
4.1.1	Vórtices Contra-girantes: $\ell_{pump} \ell_{seed} \leq 0$	61
4.1.2	Vórtices Co-girantes: $\ell_{pump} \ell_{seed} > 0$	62
4.1.3	Propagação e Padrões no Campo Distante	62
4.2	EXPERIMENTO DE INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS EM STIMPDC	64
4.2.1	Esquema Experimental	64
4.2.2	Resultados	65
5	INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS EM STIMPDC	69
5.1	CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE DO TIPO I COM FONTES DE DOIS CRISTAIS	69
5.1.1	Geração de Emaranhamento de Polarização em SPDC do Tipo I	69

5.1.2	Descrição Teórica de StimPDC com Vórtices Ópticos Vetoriais	71
5.1.3	Distribuição de Intensidade do Campo Idler	74
5.2	INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS EM STIMPDC: EXPERIMENTO E RESULTADOS	75
5.2.1	Descrição do Experimento	75
5.2.2	Resultados	79
6	CONJUGAÇÃO DE FASE PARA VÓRTICES ÓPTICOS ESCALA- RES E VETORIAIS EM STIMPDC	86
6.1	CONJUGAÇÃO DE FASE ÓPTICA	86
6.1.1	Dispositivos de Conjugação de Fase	86
6.1.2	Conjugação Vetorial de Fase	88
6.1.3	Descrição Matemática de Conjugação de Fase	89
6.1.4	Dispositivos de conjugação de fase de transmissão	91
6.2	CONJUGAÇÃO VETORIAL DE FASE EM STIMPDC COM FONTE DE DOIS CRISTAIS	92
6.2.1	Conjugação do Estado de Polarização em StimPDC	93
6.2.1.1	Conjugação Vetorial de Fase em StimPDC e Estados de Bell	94
6.3	CONJUGAÇÃO DE FASE DE VÓRTICES ÓPTICOS	97
6.3.1	Descrição Óptico-Quântica da Conjugação de Fase para Vórtices Ópticos Vetoriais em StimPDC	97
6.3.2	Conjugação Escalar em StimPDC com Modos de Laguerre-Gauss .	98
6.3.3	Modos Vetoriais Cilíndricos como Sistemas Bidimensionais	99
6.3.4	HOSPs e HOPS	101
6.3.5	Conjugação Vetorial de Fase em Termos de HOPS	102
6.3.6	Conjugação de Fase para VVBs de Ordem Híbrida	102
6.3.7	Conjugação de Fase de Feixes Vetoriais: Parâmetros de Stokes Ge- neralizados	105
6.4	EXPERIMENTOS DE CONJUGAÇÃO DE FASE COM STIMPDC . .	106
6.4.1	Conjugação de Fase para Superposições de Vórtices Escalares em StimPDC	107
6.4.2	Conjugação de Modos de Polarização em StimPDC	110
6.4.3	Conjugação de Vórtices Ópticos Vetoriais com StimPDC	114
7	CONCLUSÕES	118
	Bibliografia	121

1 INTRODUÇÃO

A Óptica Não-Linear [1–3] é o ramo da Óptica que descreve o comportamento da luz em meios não-lineares, onde há uma resposta não-linear da densidade de polarização dielétrica na presença de um campo elétrico. Tipicamente, estes efeitos são observados na presença de campos eletromagnéticos relativamente intensos, como aqueles fornecidos por radiação laser. Consequentemente, o advento da Óptica Não-Linear moderna está intimamente ligado com a invenção e desenvolvimento da tecnologia de laser durante a década de 1960. Em 1961, Franken e colaboradores demonstraram pela primeira vez o fenômeno de dobramento de frequências [4], dando início a uma série de investigações sobre fenômenos ópticos não-lineares nos anos seguintes, muitos deles encontrando inclusive aplicações tecnológicas em campos como desenvolvimento de novos lasers [5, 6], telecomunicações [7], espectroscopia [8, 9] e imageamento [5, 10], inclusive para aplicações em Medicina [11] e Biologia [12]. Atualmente, impulsionada pelos avanços na geração de novos materiais não-lineares [13–15], a Óptica Não-Linear possui grande relevância no desenvolvimento de nanotecnologias e nanofotônica [16, 17], áreas que prometem uma nova geração de aplicações ópticas interessantes.

Dentre os processos não-lineares existentes, interações paramétricas descrevem a troca de energia entre osciladores [18], e, no caso do regime óptico, podem descrever a troca de energia entre ondas de diferentes frequências [2, 19, 20]. Uma das interações paramétricas de maior interesse, principalmente para aplicações quânticas, é a chamada conversão paramétrica descendente [21–23], sendo seus efeitos sobre feixes estruturados no regime estimulado o foco principal desta tese.

A conversão paramétrica descendente é um processo de Óptica Não-Linear amplamente utilizado para a geração de luz correlacionada em diversos graus de liberdade. Em seu regime espontâneo, é utilizada frequentemente como uma fonte de fótons correlacionados temporal e espacialmente ou mesmo em polarização, sendo, portanto, uma ferramenta poderosa para a implementação de protocolos de comunicação e informação quântica. Em seu regime estimulado, a técnica central desta tese, dois feixes interagem em um meio não-linear produzindo um terceiro, que herda características de ambos os feixes interagentes. Uma das aplicações deste processo de mistura de três ondas consiste em simplificar a caracterização de estados quânticos gerados no regime espontâneo através da chamada tomografia de emissão estimulada [24–27]. Vale destacar também que as regras de comutação fundamentais da Mecânica Quântica foram verificadas pela adição e subtração de fótons através de um experimento de conversão paramétrica descendente estimulada [28]. Outra aplicação deste processo não-linear consiste em seu uso como um dispositivo de conjugação de fase escalar [29–31] e vetorial [32, 33], o que permite realizar a reversão temporal de

campos ópticos estruturados. Esta aplicação será abordada em detalhes no decorrer desta tese.

O Capítulo 2 do presente trabalho fornece as descrições conceituais e teóricas da conversão paramétrica descendente do tipo I, apresentando as leis de conservação e os esquemas experimentais utilizados para explorar as correlações entre campos ópticos interagentes neste processo não-linear. O estado dos fótons gerados em conversão paramétrica descendente estimulada é obtido através de uma descrição teórica utilizando um formalismo de Óptica Quântica. Atenção especial é dedicada ao cálculo do perfil de intensidade previsto para o feixe resultante da interação de dois campos ópticos no meio não-linear. Os cálculos desenvolvidos demonstram como o espectro angular dos campos interagentes é transferido para o feixe resultante quando são assumidas algumas condições pertinentes sobre o meio não-linear e os feixes envolvidos.

Em conjunto com a conversão paramétrica descendente estimulada, luz estruturada é outro tópico chave no decorrer desta tese. O advento de novas tecnologias para criar e manipular campos ópticos [34] possibilita um maior controle dos graus de liberdade da luz, o que tem alimentado avanços fundamentais em nossa compreensão da estrutura da radiação eletromagnética, e inspirado aplicações cada vez mais complexas e robustas de campos ópticos [35]. Dentre a grande variedade de campos ópticos estruturados que podem ser produzidos em laboratório atualmente, o presente trabalho terá como foco os chamados vórtices ópticos, que apresentam singularidade em sua estrutura de fase, carregando momento angular orbital da luz [36, 37]. Tanto vórtices ópticos escalares (estrutura espacial e de polarização desacopladas) [36, 37], quanto vetoriais (estrutura espacial e de polarização correlacionadas) [38] serão abordados aqui.

A polarização da luz é um dos graus de liberdade da luz mais versáteis e explorados da Óptica, tanto no nível clássico, quanto quântico. Visto que a radiação eletromagnética consiste em ondas transversais, ou seja, ondas que oscilam num plano transversal à direção de propagação, a polarização da luz pode ser descrita em termos de espaços vetoriais bidimensionais. Esta característica torna a polarização de um fóton único um grau de liberdade robusto e facilmente controlável para a geração de bits quânticos (q-bits ou *qubits*) [39]. Devido a isso, este grau de liberdade foi explorado como recurso em muitas realizações experimentais de protocolos quânticos, como distribuição de chave quântica [40–42], teletransporte quântico [43, 44] e demonstrações de violação de desigualdades de Bell [45].

Indo além da polarização, o modo espacial da luz paraxial é um grau de liberdade que habita espaços vetoriais de dimensão infinita, uma característica vantajosa para o armazenamento e transporte de informação utilizando a luz [35, 46], tanto em nível clássico, quanto quântico [47]. Um exemplo notável é o da geração de estados emaranhados multidimensionais gerados ao explorar as correlações espaciais da luz

produzida por conversão paramétrica descendente espontânea [48–50]. De fato, a preparação e detecção de luz estruturada espacialmente se apresenta como uma das principais alternativas para a realização de bits quânticos multidimensionais, e conseqüentemente, um recurso importante para investigar protocolos de computação e informação quântica mais robustos e complexos [47, 51].

O acoplamento da estrutura de polarização com a estrutura espacial de um campo dá origem aos chamados feixes vetoriais. A luz estruturada vetorialmente tem recebido atenção crescente [38, 52]. O uso destes feixes pode fornecer vantagens cruciais em aplicações importantes, como aumento da taxa de transmissão em comunicações ópticas clássicas e quânticas no espaço livre [53–60], assim como em fibras ópticas [61, 62]. Outros exemplos de aplicação incluem o uso de feixes vetoriais em pinças ópticas [52, 63–66] e aprimoramentos em imageamento e espectroscopia [67–71]. Correlações entre os graus de liberdade de polarização e modo espacial de fótons distintos também podem ser exploradas na geração do chamado emaranhamento híbrido [72], com a robustez da estrutura de polarização podendo ser utilizada para minar efeitos adversos da propagação de fótons na turbulência atmosférica [73], um desafio constante para a implementação de protocolos de comunicações quânticas com fótons [46].

O Capítulo 3 apresenta detalhes sobre a descrição e representação de feixes estruturados escalar e vetorialmente. Após uma revisão sobre a polarização da luz, a descrição da estrutura espacial de feixes é fornecida através de soluções da equação de onda paraxial [74], as quais descrevem os campos ópticos de interesse neste trabalho. Os vórtices ópticos abordados serão escritos em termos dos chamados modos de Laguerre-Gauss, frequentemente empregados para descrever feixes ópticos que carregam momento angular orbital [35–37, 75, 76]. O ferramental abordado é então combinado para obter a descrição de feixes vórtices vetoriais. Objetos como os parâmetros de Stokes e esferas de Poincaré [77, 78] são definidos e empregados para representar os modos escalares e vetoriais abordados.

Após a descrição da conversão paramétrica e de luz estruturada, no Capítulo 4 a atenção é voltada para a interação de vórtices ópticos escalares na conversão paramétrica descendente estimulada. Um aspecto importante da interação paramétrica entre feixes carregando momento angular orbital diz respeito ao papel dos modos com índice radial não-nulos. Este aspecto foi abordado no contexto de conversão ascendente [79–81] e geração de soma de frequências [82], ambos processos não-lineares onde os feixes de entrada se somam gerando um terceiro de frequência superior. Nestes trabalhos, observou-se regras de seleção envolvendo os índices azimutais e radiais dos modos de Laguerre-Gauss. No contexto de conversão descendente, regras de seleção foram investigadas em um oscilador óptico paramétrico [83]. O Capítulo 4 visa dar continuidade à investigação de regras de seleção na conversão de frequências,

e responder à questão de como as condições de casamento de fases na conversão paramétrica descendente estimulada sem cavidade afetam a estrutura do feixe resultante quando dois vórtices vetoriais com índices radiais nulos interagem no processo não-linear. É descrito como, além da conservação de momento angular orbital [84], regras de seleção são observadas para ordens radiais conforme a quiralidade dos vórtices interagentes. A estrutura do feixe gerado é investigada tanto teoricamente quanto experimentalmente, com a presença de ordens radiais sendo evidenciada pela propagação dos feixes até o campo distante.

A discussão sobre a interação de vórtices ópticos em conversão paramétrica descendente estimulada é estendida no Capítulo 5 de modo a incluir a mistura de vórtices vetoriais. A teoria apresentada no Capítulo 2 é generalizada para descrever a conversão de feixes vetoriais utilizando a fonte de conversão paramétrica descendente estimulada com dois cristais do tipo I. Esta fonte, frequentemente empregada na geração de fótons emaranhados em polarização no regime espontâneo [85], é utilizada aqui no regime estimulado para gerar feixes através da combinação de campos ópticos vetoriais no processo de mistura de três ondas. A descrição teórica é comparada com os resultados do experimento montado, onde medidas tomográficas foram tomadas para diversas combinações de vórtices vetoriais de modo a reconstruir os perfis de intensidade e polarização dos feixes envolvidos.

Em adição à interação de vórtices ópticos em conversão paramétrica descendente, esta tese também se ocupa com a investigação do fenômeno de conjugação de fase, equivalente à reversão temporal de feixes ópticos. Para desenvolver intuição sobre este fenômeno, considere a possibilidade de reverter o tempo e observar a evolução de um sistema físico no sentido reverso ao usual, como se estivesse rebobinando um filme. Um exemplo interessante seria o de ondas criadas quando uma pedra é lançada na superfície de um lago. No caso de reversão deste evento, as ondas retornariam à fonte, e a pedra saltaria da água, deixando a superfície do lago perfeitamente calma. No entanto, no mundo real a segunda lei da termodinâmica impossibilita alcançar este tipo de reversão completamente, uma vez que processos físicos sempre vêm acompanhados de algum grau de dissipação de energia e, conseqüentemente, de irreversibilidade. Por outro lado, uma variedade de processos ondulatórios apresentam dissipações praticamente negligenciáveis, tornando a reversão da evolução de frentes de onda passível de ser observada em laboratório. Este fenômeno fascinante é conhecido como conjugação de fase e tem sido ativamente investigado desde sua primeira observação na década de 1970.

A conjugação de fase pode ser definida como a transformação física que resulta na inversão do momento linear e angular de uma onda [86, 87], produzindo uma réplica revertida temporalmente do campo original e chamada de campo conjugado de fase. Apesar da conjugação de fase ser um fenômeno ondulatório geral (observado até

mesmo com ondas mecânicas [88, 89]), este efeito é geralmente estudado na região óptica do espectro eletromagnético, recebendo então a alcunha de conjugação de fase óptica ou conjugação de fase óptica não-linear (ou *nonlinear optical phase conjugation*, NOPC em inglês), uma vez que interações não-lineares geram os campos conjugados.

A primeira observação de NOPC foi realizada em 1972 em Moscou por Zel'dovich e colaboradores enquanto estudavam as propriedades de feixes criados pela técnica de espalhamento Brillouin estimulado num gás de metano sob alta pressão [90]. Enquanto o espalhamento Brillouin é um processo inelástico onde a luz interage com ondas de matéria (fônons) presentes em um meio, o espalhamento Brillouin estimulado ocorre quando um campo de alta intensidade interage com vibrações acústicas que ele mesmo induz, resultando em um feixe espalhado contra-propagante [91]. Zel'dovich e seus colegas observaram que se o feixe laser semente utilizado no processo de espalhamento fosse distorcido por um pedaço de vidro jateado colocado em seu caminho, o feixe contra-propagante produzido pelo processo emergia praticamente recuperado após passar pelo aberrador de fase na direção reversa. Este resultado revelou a possibilidade de, praticamente num instante (com interações ocorrendo na escala dos nanossegundos), reconstruir um feixe estruturado, sem a necessidade de manipulá-lo ativamente. Até os dias de hoje, a compensação de distorções em tempo real ainda é a principal potencial aplicação da conjugação de fase em um nível tecnológico, tendo um papel significativo nos campos de óptica adaptativa e codificação e transmissão de informação em feixes ópticos [92–94]. Além da correção de frentes de onda, a conjugação de fase também pode ser utilizada para elevar a amplitude do feixe conjugado se o elemento aberrativo for substituído por um amplificador óptico [86]. De fato, dispositivos de conjugação de fase tem sido empregados como elementos refletivos em cavidades de lasers para aumentar a intensidade da luz gerada e corrigir distorções de frente de onda [95, 96].

Desde o experimento pioneiro de Zel'dovich, várias técnicas foram exploradas para produzir feixes conjugados, incluindo mistura de quatro ondas no regime degenerado [97–99], espalhamentos Raman e Kerr [100, 101], assim como emissão estimulada bombeada por fótons únicos ou múltiplos fótons [102]. Independentemente do mecanismo empregado, um dispositivo que produz um feixe óptico conjugado é chamado de dispositivo ou espelho conjugador de fase. As técnicas mais comuns para implementar tais dispositivos são baseadas no processo de mistura de quatro ondas, uma interação não-linear de terceira ordem onde duas ou três ondas de luz se acoplam em um meio não-linear gerando um ou dois campos adicionais, um deles sendo a réplica conjugada de fase de uma das ondas originais [2]. No entanto, conjugação de fase com processos de mistura de três ondas também foram exploradas em alguns trabalhos [29, 30, 32, 33, 103], como é o caso da presente tese.

O Capítulo 6 é destinado ao tratamento do fenômeno de conjugação de fase

no contexto da conversão paramétrica descendente estimulada. Após a apresentação das definições básicas envolvendo este fenômeno, a teoria para a fonte de dois cristais desenvolvida no Capítulo 5 é utilizada para demonstrar que a conversão paramétrica pode ser configurada de forma a atuar como um dispositivo de conjugação vetorial de fase, possibilitando tanto a reversão temporal da frente de onda de um campo, quanto do seu estado de polarização. A conjugação vetorial de fase também é investigada em termos da reversão temporal de vórtices ópticos vetoriais em tempo real, superando limitações de técnicas envolvendo a mistura de quatro ondas em meios foto-refrativos realizadas anteriormente [104, 105]. Estes métodos necessitam tempos de exposição na ordem de 250 s, tipicamente um tempo muito longo para correção de distorções adquiridas na propagação de feixes. Dado que a interação paramétrica ocorre quase que instantaneamente, o conjugador de fase através da conversão paramétrica descendente estimulada apresenta clara vantagem na correção em tempo real de campos ópticos.

O efeito da conjugação de fase em StimPDC é interpretado geometricamente através de esferas de Poincaré, exibindo um comportamento análogo para os casos de conjugação de superposições de vórtices ópticos escalares, estados de polarização e feixes vetoriais cilíndricos [52]. Experimentos foram construídos para demonstrar a conjugação de fase em conversão paramétrica descendente estimulada para estes casos, sendo os resultados apresentados ao final do capítulo.

Por fim, o Capítulo 7 expõe as conclusões e perspectivas provenientes da investigação da interação de vórtices ópticos escalares e vetoriais em conversão paramétrica descendente estimulada.

2 CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE

Este capítulo é destinado à descrição do processo de conversão paramétrica descendente, começando por uma breve descrição desta interação óptica não-linear no regime espontâneo, frequentemente utilizada como fonte de fótons correlacionados quanticamente. Em seguida, é apresentado o processo de conversão paramétrica descendente estimulada, tanto de um ponto de vista conceitual quanto teórico. Neste ponto, a atenção será destinada aos efeitos escalares da interação, sendo os aspectos vetoriais explorados em capítulos posteriores.

2.1 CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE ESPONTÂNEA

A conversão paramétrica descendente espontânea (ou SPDC, do inglês *spontaneous parametric down-conversion*) é um processo não-linear de segunda ordem ($\chi^{(2)}$) onde três ondas se acoplam em um cristal não-linear birrefringente e sem simetria de inversão¹ [21] sendo, portanto, um processo de mistura de três ondas [2]. Iluminando o meio não-linear com um feixe de bombeamento (ou *pump*, como é comumente chamado) oscilando em uma frequência angular ω_p , fótons incidentes interagindo com a rede cristalina possuem uma pequena probabilidade de decair espontaneamente em dois fótons populando modos de menor energia, chamados modos *signal* e *idler*² (ou sinal e complementar, respectivamente). Neste processo, há conservação de energia

$$\hbar(\omega_j + \omega_s) = \hbar\omega_p, \quad (2.1)$$

de momento linear

$$\mathbf{k}_j + \mathbf{k}_s = \mathbf{k}_p, \quad (2.2)$$

e de momento angular orbital (no regime de pequenos ângulos entre os feixes interagentes) [48, 106]

$$\ell_j + \ell_s = \ell_p. \quad (2.3)$$

Como há diversas configurações de modos que satisfazem a conservação de energia e momento linear (também conhecidas como condições de casamento de fase, ou *phase matching*, em inglês), os fótons gerados por conversão paramétrica descendente espontânea populam um *continuum* de modos. A eficiência de conversão da SPDC é, em geral, muito baixa, com eficiência recorde obtida na ordem de quatro pares para cada um milhão de fótons incidentes em guias de onda com cristais PPLN (*Periodically Poled Lithium Niobate*) [107].

¹ Em outras palavras, o cristal apresenta diferentes índices de refração para diferentes direções de propagação e/ou polarização da luz e sua estrutura cristalina não possui centro de simetria.

² No caso de *signal* e *idler* com diferentes frequências, convencionou-se que o modo de maior frequência é referido como *signal*.

Conforme a estrutura do meio não-linear, há três possibilidades para satisfação da condição de casamento de fases, o que impacta diretamente na correlação entre os modos de polarização dos campos interagentes. No caso da SPDC do tipo 0, tanto os fótons provenientes do decaimento, quanto o fóton de bombeamento, compartilham do mesmo modo de polarização [108]. Caso os fótons gerados compartilhem o mesmo modo de polarização, mas sendo este modo ortogonal ao do feixe pump, o processo é chamado SPDC do tipo I. Por fim, caso os fótons gerados pela conversão descendente popularem modos de polarização ortogonais entre si, o processo é classificado como SPDC do tipo II [2, 109]. Nesta tese, nos ocuparemos apenas com o caso de conversão paramétrica descendente do tipo I utilizando cristais finos de beta borato de bário (BBO). A Figura 1 apresenta esquematicamente o processo de conversão paramétrica descendente espontânea.

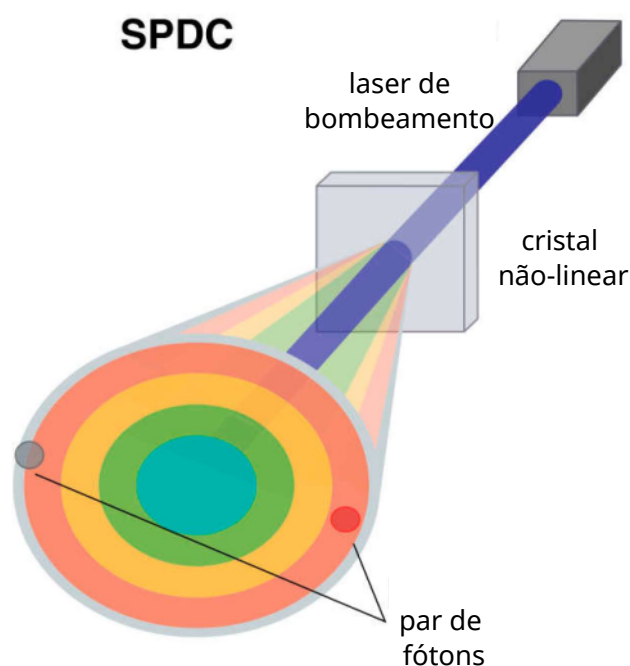


Figura 1 – Esquema representando o processo de conversão paramétrica descendente espontânea (SPDC), onde um cristal não-linear $\chi^{(2)}$ é bombeado por um feixe laser intenso, chamado de laser de bombeamento ou pump, produzindo pares de fótons correlacionados num *continuum* de modos, com fótons se propagando em direções variadas e com diferentes comprimentos de onda, formando um cone de luz de fraca intensidade. Figura adaptada de [30].

A conversão paramétrica descendente recebe grande atenção principalmente devido às correlações entre os campos que participam do processo. As correlações entre campos ópticos gerados por conversão paramétrica descendente espontânea foram observadas pela primeira vez por Burnham e Weinberg em 1970 [21], que

investigaram experimentalmente as correlações espaciais e temporais entre os pares de fótons gerados. No entanto, as características estatísticas deste processo não-linear já haviam sido exploradas do ponto de vista teórico no ano anterior por Klyshko, Zeldovich e Krindach [110, 111]. Posteriormente, Mandel e seu grupo estudaram mais a fundo as correlações temporais entre os fótons gerados por SPDC, popularizando o termo *fótons gêmeos* [112–115], justificado devido ao fato de que as correlações temporais indicam que estes fótons são criados simultaneamente (pelo menos na ordem de 100 picossegundos) no cristal não-linear. Estas correlações temporais são de fundamental importância, pois possibilitam a pós-seleção de pares de fótons gerados por um mesmo fóton do laser de bombeamento. A luz gerada em SPDC também apresenta correlações em outros graus de liberdade, como momento linear e posição transversal. Demonstrou-se que ambas as correlações temporais e espaciais são não-clássicas, através da violação de uma desigualdade clássica que compara as taxas de detecção de coincidências e de coincidências acidentais [116].

A detecção por taxa de coincidências se dá pela comparação entre o tempo de chegada de fótons de feixes distintos em dois detectores de fótons, que, ao detectarem a presença de fótons, geram sinais que são comparados temporalmente por uma eletrônica de contagem de coincidências. Caso ambos os detectores sejam acionados pela chegada de um fóton dentro de uma janela de tempo específico (geralmente na escala de alguns nanossegundos), considera-se que houve um evento de coincidência. A detecção de fótons nos modos signal e idler correlacionados deve levar em consideração a conservação de momento e de energia no processo, o que correlaciona as direções de propagação e frequências dos modos de interesse. As frequências dos modos signal e idler cujos fótons serão detectados podem ser selecionadas através do uso de filtros de interferência posicionados em frente aos detectores. Conforme os momentos lineares dos fótons gerados, podemos classificar a SPDC como degenerada, quando ambos os fótons do par populam o mesmo modo do campo eletromagnético (mesmo vetor de onda, mesma frequência e, no caso de SPDC do tipo I, mesmo modo de polarização), ou não-degenerada, onde os modos signal e idler podem ser distinguidos um do outro. A Figura 2 apresenta um esquema experimental básico de conversão paramétrica descendente espontânea não-degenerada.

A partir da década de 1990, as correlações espaciais dos fótons gerados em SPDC foram amplamente investigadas teórica e experimentalmente [117–120], levando a uma série de novas aplicações, indo de fundamentos da Mecânica Quântica [121–123] até Informação Quântica [124]. Atualmente, com os avanços recentes na área de geração, manipulação e detecção de luz estruturada [35], as correlações espaciais da luz gerada por SPDC estão sendo exploradas em uma vasta gama de aplicações em ciência de informação e computação quântica [47]. Como demonstramos em [72], podemos até mesmo converter correlações espaciais provenientes da SPDC para cor-

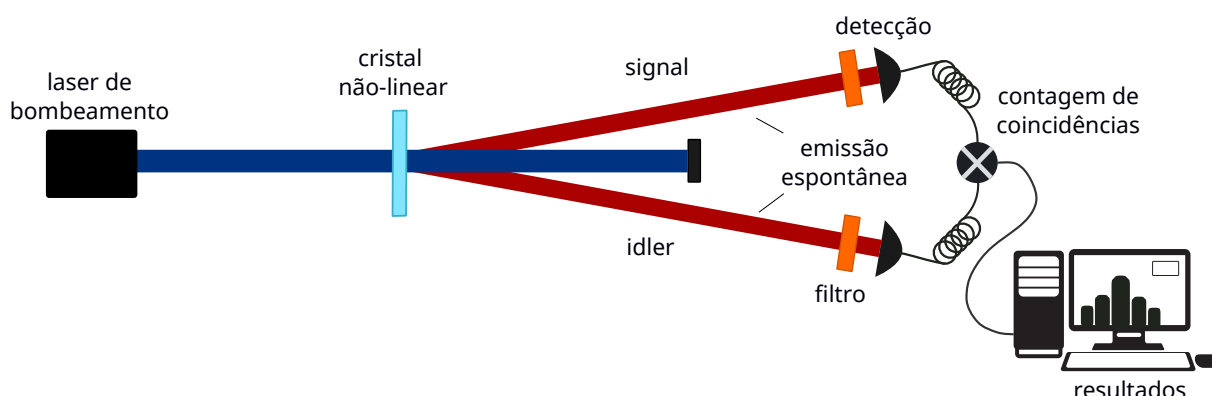


Figura 2 – Esquema experimental básico para geração e detecção de fótons correlacionados em SPDC não-degenerada com contagem de coincidências.

relações quânticas híbridas entre modos espaciais e modos de polarização de maneira digital e versátil. Neste ponto, é conveniente destacar que correlações quânticas de polarização em SPDC também são exploradas em aplicações de computação e informação quântica [41–45], visto que a natureza bidimensional da polarização a torna uma excelente plataforma para a realização de qubits viajantes. Como será discutido adiante nesta tese, uma forma de gerar fótons emaranhados em polarização é através de fontes SPDC com dois cristais do tipo I com eixos ópticos cruzados, a mesma arquitetura de fonte que será utilizada aqui para estudar a interação de vórtices vetoriais em conversão paramétrica descendente estimulada.

2.2 CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE ESTIMULADA

Uma vez apresentado o processo de conversão paramétrica descendente no regime espontâneo, o restante deste capítulo é dedicado ao processo de conversão paramétrica no regime estimulado. A conversão paramétrica descendente estimulada (ou StimPDC, do inglês *stimulated parametric down-conversion*) é um processo não-linear similar ao caso espontâneo, porém com a adição de um feixe auxiliar que, se preparado adequadamente, estimula a emissão de fótons num designado modo signal, por exemplo, e por conservação de energia e momento, também estimula a geração de fótons no modo idler. O processo é esquematizado na Figura 3.

Para ocorrer a estimulação, o feixe semente³ deve ser preparado de maneira a ser idêntico ao modo signal a ser amplificado, ou seja, deve possuir mesma polarização, frequência e vetor de onda do modo desejado. No caso de uma fonte do tipo I, o caso de interesse nesta tese, se o cristal é configurado de forma a interagir com a componente horizontal do pump, a componente vertical do feixe seed é quem estimula a emissão, por exemplo. O feixe pump e semente são então combinados no cristal não-linear, e sua interação dá origem a um feixe idler intensificado quando comparado à emissão

³ Este feixe é referido como semente (ou *seed*), estimulador ou auxiliar no decorrer desta tese.

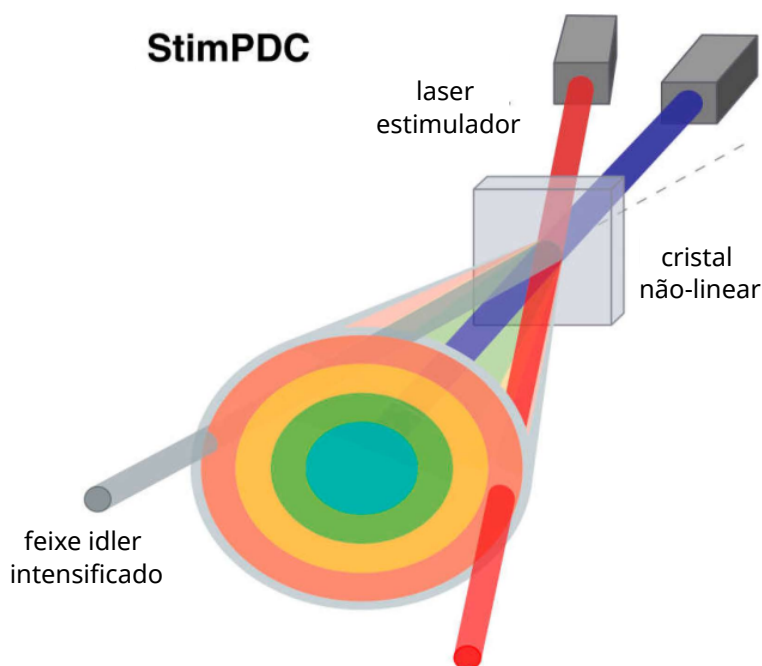


Figura 3 – Esquema representando o processo de conversão paramétrica descendente estimulada (StimPDC), onde um feixe estimulador preparado adequadamente (modos de polarização, momento e comprimento de onda correto) interage com o feixe pump no cristal não-linear, induzindo emissão em determinados modos sinal e idler. Figura adaptada de [30].

espontânea. Dependendo da amplitude do feixe estimulador, o perfil de intensidade do idler pode ser até mesmo observado por imagens obtidas por câmeras CCDs comuns, simplificando o processo de detecção por dispensar o uso de contadores de fótons, muitas vezes mais caros e sensíveis. A Figura 4 apresenta um esquema experimental básico de StimPDC com fonte de um cristal.

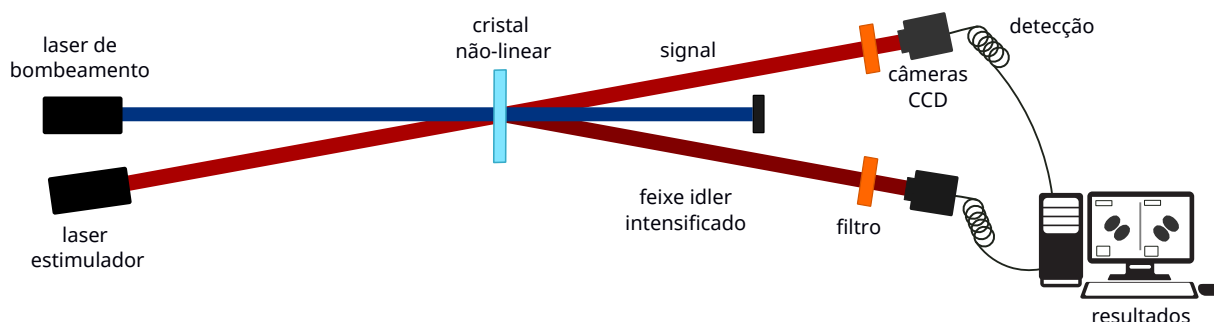


Figura 4 – Esquema experimental básico para conversão paramétrica descendente estimulada, considerando intensidade de estimulação alta o suficiente para detecção do feixe idler através de câmeras CCD.

Algumas das aplicações da conversão paramétrica descendente no regime estimulado incluem simplificar a caracterização de estados quânticos gerados no regime espontâneo através da chamada tomografia de emissão estimulada [24–27] e também seu uso como um dispositivo de conjugação de fase escalar [29–31] e vetorial

[32, 33], como detalhado nos capítulos posteriores. Apesar deste processo poder ser descrito classicamente, e a presença de um feixe auxiliar intenso ocultar as correlações quânticas do processo espontâneo, os feixes pump, signal e idler da StimPDC compartilham correlações clássicas, com o idler herdando propriedades das ondas interagentes [125–128]. No restante deste capítulo, será demonstrado como o campo idler da StimPDC do tipo I herda características espaciais de campos pump e seed escalares. Nos capítulos seguintes, a análise será estendida de modo a incluir efeitos de polarização considerando fontes de dois cristais.

2.3 DESCRIÇÃO TEÓRICA DO PROCESSO DE STIMPDC

Esta seção é destinada a demonstrar como o perfil de intensidade do idler produzido em conversão paramétrica descendente estimulada se relaciona com as amplitudes complexas dos campos pump e seed, introduzindo variáveis e conceitos que serão empregados novamente no decorrer deste trabalho.

2.3.1 Coordenadas de Momento Transversal e Operadores de Campo Elétrico

A descrição teórica do processo será feita, em grande parte, em termos das variáveis de momento transversal q dos modos envolvidos. Considerando um campo com propagação na direção z , as variáveis de momento transversal são definidas através do vetor de onda $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ por

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} - k_z \mathbf{z}. \quad (2.4)$$

Nesta tese, a análise será restrita à interação de feixes paraxiais em StimPDC, ou seja, feixes cuja divergência não é tão considerável com relação ao eixo de propagação. Uma definição formal de modos paraxiais é apresentada no capítulo seguinte, quando as soluções da equação de onda paraxial de Helmholtz forem introduzidas. Por ora, em termos do vetor de onda e das variáveis de momento transversal, a aproximação paraxial consiste em considerar que $|q| \ll |k|$. Esta consideração permite escrever a componente longitudinal k_z do vetor de onda como

$$k_z = \sqrt{k^2 - q^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{q}{k}\right)^2} \approx k \left(1 - \frac{q^2}{2k^2}\right), \quad (2.5)$$

onde a aproximação é obtida por expansão em série de Taylor⁴.

Para cálculos de perfil de intensidade, também será necessário o uso dos operadores quantizados de campo elétrico $E^{(+)}(\mathbf{r})$ e $E^{(-)}(\mathbf{r}) = [E^{(+)}(\mathbf{r})]^\dagger$ em função da posição \mathbf{r} [129]. O operador $E^{(+)}$ pode ser escrito em termos de uma expansão em

⁴ Mais especificamente, a aproximação utilizada é $\sqrt{1-x} \approx (1-x/2)$ para $|x| \ll 1$.

modos de onda plana como

$$E^{(+)}(\mathbf{r}) \propto \int d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} a_{\mathbf{k}}, \quad (2.6)$$

onde o operador $a_{\mathbf{k}}$ ($a_{\mathbf{k}}^\dagger$) aniquila (cria) um fóton do modo representado pelo vetor de onda \mathbf{k} [129, 130]. Como estes operadores serão utilizados em cálculos de perfis de intensidade, que possuem unidades arbitrárias, as constantes de proporcionalidade podem ser desconsideradas. Considerando a aproximação paraxial e propagação no espaço livre, podemos escrever este operador em termos da posição transversal ρ e longitudinal z , através da integral

$$E^{(+)}(\rho, z) \propto \int d\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q}\cdot\rho} e^{i\frac{q^2 z}{2k}} a_{\mathbf{q}}, \quad (2.7)$$

onde $a_{\mathbf{q}}$ é o operador de aniquilação de um fóton no modo de momento transversal \mathbf{q} .

2.3.2 Hamiltoniano de Interação e Estados Coerentes

O próximo passo da descrição do processo de StimPDC consiste em introduzir o operador Hamiltoniano da conversão paramétrica descendente. Obviamente, o problema pode ser tratado em variados graus de complexidade dependendo das suposições e aproximações estabelecidas. Aqui, serão consideradas uma série de aproximações empregadas com frequência no tratamento matemático da conversão paramétrica descendente [23, 109, 131, 132]. A primeira é a aproximação paraxial já citada. Em seguida, será considerado que o diâmetro do feixe pump é muito menor que as dimensões transversais do cristal, de modo que toda a componente transversal do pump esteja contida nesta região. Outra imposição é a aproximação monocromática, ou seja, considera-se que os fótons detectados populam modos com frequências bem definidas, de forma que $\omega_j + \omega_s \approx \omega_p$. Esta condição é atingida através do uso de filtros de interferência com larguras de banda estreitas na detecção dos fótons convertidos. Considera-se também que a fonte é do tipo I, configurada de modo que a componente de polarização horizontal do pump interage com o meio não-linear gerando fótons de polarização vertical. Estabelecidas estas considerações, o operador hamiltoniano da interação paramétrica descendente do tipo I em termos das coordenadas de momento transversal dos campos pump, signal e idler é dado por [23, 109, 131]

$$H_I \propto \iiint d\mathbf{q}_p d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i, \mathbf{q}_p) a_{V, \mathbf{q}_i}^\dagger a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{H, \mathbf{q}_p}, \quad (2.8)$$

onde

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i, \mathbf{q}_p) = \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_p) \text{sinc} \left[\left| \sqrt{\frac{\omega_j}{\omega_s}} \mathbf{q}_s - \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_j}} \mathbf{q}_i \right|^2 \frac{d}{4k_p} \right] \quad (2.9)$$

é a função de casamento de fases (ou *phase matching*, em inglês), d é o comprimento longitudinal do cristal não-linear, respectivamente, e k_p é o número de onda do campo

pump dentro do cristal. Será assumido que o acoplamento entre os graus de liberdade de polarização e espacial/espectral pode ser ignorado (ou seja, o efeito de *walk-off* no cristal [23, 133] será desconsiderado), o que requer um cristal fino ou compensação de fase usando elementos ópticos birrefringentes [134].

O pump é considerado como um feixe laser intenso, sendo descrito por um estado coerente $|\alpha_p\rangle_{H,\Psi}$ [129]. Um estado coerente pode ser expandido em termos de operadores de criação atuando no estado de vácuo ($|vac\rangle$) como

$$|\alpha\rangle_{j,\psi} = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha a_{j,\psi}^\dagger} |vac\rangle, \quad (2.10)$$

onde j indica o modo de polarização e ψ o modo espacial transversal que descreve o feixe paraxial coerente⁵. A expansão dos operadores de criação dos modos transversais também pode ser realizada em modos de onda plana:

$$a_{j,\psi_j}^\dagger = \sum_{\mathbf{q}} \psi_j(\mathbf{q}) a_{j,\mathbf{q}}^\dagger. \quad (2.11)$$

Desta forma, um estado coerente do tipo $|\eta\rangle_{j,\psi_j}$ pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} |\eta\rangle_{j,\psi_j} &= e^{-\frac{|\eta|^2}{2}} e^{\eta a_{j,\psi_j}^\dagger} |vac\rangle \\ &= \prod_{\mathbf{q}} e^{-\frac{|\eta|^2}{2}} e^{\eta \psi_j(\mathbf{q}) a_{j,\mathbf{q}}^\dagger} |vac\rangle \\ &= \prod_{\mathbf{q}} |\eta \psi_j(\mathbf{q})\rangle_{j,\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

ou seja, em termos de seu espectro angular.

O hamiltoniano da Eq. (2.8) é empregado para obter o estado da conversão paramétrica descendente através da teoria de perturbação dependente do tempo [135], sendo o estado da interação, em primeira ordem, aproximado por [23, 109, 131]

$$|\Psi\rangle_{PDC} \approx \left(1 - \frac{1}{i\hbar} H_I\right) |\Psi\rangle_{inicial}, \quad (2.13)$$

onde $|\Psi\rangle_{inicial}$ é o estado inicial dos campos interagentes. Considerando então o pump sendo descrito pelo estado coerente $|\alpha_p\rangle_{H,\Psi}$, e notando que

$$a_{H,\mathbf{q}_p} |\alpha_p\rangle_{H,\Psi} = \alpha_p \Psi_H(\mathbf{q}_p) |\alpha_p\rangle_{H,\Psi}, \quad (2.14)$$

ou seja, que o estado coerente do pump é auto-estado da interação, o tratamento pode ser simplificado. Para tanto, observando o resultado acima em conjunto com o termo de conservação de momento transversal $\delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_p)$ da função de phase matching, nota-se que a interação pode ser descrita por um Hamiltoniano efetivo que

⁵ Os modos espaciais transversais de interesse serão discutidos em detalhes no próximo capítulo.

atua apenas nos modos provenientes da conversão descendente. De forma explícita, realizar o traço parcial nos modos do pump nos leva ao Hamiltoniano efetivo

$$H_{eff} \approx \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{V, \mathbf{q}_i}^\dagger, \quad (2.15)$$

onde

$$\Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \psi_H(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \text{sinc} \left[\frac{d}{4k_p} \left| \sqrt{\frac{\omega_i}{\omega_s}} \mathbf{q}_s - \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_i}} \mathbf{q}_i \right|^2 \right], \quad (2.16)$$

e ψ_H descreve o espectro angular do feixe pump.

2.3.3 Estado quântico da StimPDC

Tendo em mãos o Hamiltoniano efetivo da Eq. (2.15), o próximo passo é obter o estado da conversão paramétrica descendente estimulada. No caso da StimPDC, o modo idler encontra-se inicialmente no estado de vácuo, enquanto o estado inicial do signal é descrito através do estado coerente

$$|\alpha_s\rangle_{V, \phi} = \prod_{\mathbf{q}_s} |\alpha_s \phi_V(\mathbf{q}_s)\rangle_{V, \mathbf{q}_s}, \quad (2.17)$$

que descreve as propriedades do feixe laser estimulador. Inserindo o Hamiltoniano da Eq. (2.15) na Eq. (2.13) em conjunto com o estado inicial da StimPDC, obtém-se

$$|\Psi\rangle_{PDC} \approx C_0 |\alpha_s\rangle_{V, \phi} |vac\rangle + C_I \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) |V, \mathbf{q}_i\rangle a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger |\alpha_s\rangle_{V, \phi}, \quad (2.18)$$

onde C_0 e C_I são constantes e $C_I \ll C_0$, o que significa que apenas uma pequena fração dos fótons do campo de bombeamento sofre conversão de frequência, até mesmo na presença do feixe estimulador. Já o estado $|V, \mathbf{q}_i\rangle$ representa o estado de fóton único populando o modo idler caracterizado pela polarização V e momento transversal \mathbf{q}_i . Deste ponto em diante, será assumido que este estado será usado para determinar as probabilidades de detecção de fótons e intensidades, de forma que o termo de vácuo pode ser ignorado. Em cada termo da Eq. (2.18), o campo signal é um estado coerente com adição de um fóton único que, sob condições apropriadas, pode apresentar comportamento não-clássico [136, 137] e não-gaussiano [138].

Considerando o estado da conversão em termos de seu operador densidade ($\hat{\rho} = |\Psi\rangle_{PDC} \langle\Psi|_{PDC}$), o foco será destinado, sem perda de generalidade, apenas nas propriedades do campo idler na presença de fótons (desconsiderando o termo de vácuo). Para tanto, seu operador densidade reduzido é calculado através da realização do traço parcial sobre os graus de liberdade do feixe signal ($\hat{\rho}_i = \int d\mathbf{q}'_s \langle V, \mathbf{q}'_s | \hat{\rho} | V, \mathbf{q}'_s \rangle$). Isto resulta em

$$\hat{\rho}_i \approx \iiint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i |V, \mathbf{q}_i\rangle \langle V, \mathbf{q}'_i| \times \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_H^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i) \langle \alpha_s |_{V, \phi} a_{V, \mathbf{q}'_s} a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger | \alpha_s \rangle_{V, \phi} \quad (2.19)$$

Aplicando a relação de comutação de operadores de criação e aniquilação ao termo

$$\langle \alpha_S |_{V,\phi} a_{V,q'_s} a_{V,q_s}^\dagger | \alpha_S \rangle_{V,\phi} = \delta_{q_s, q'_s} + \langle \alpha_S |_{V,\phi} a_{V,q_s}^\dagger a_{V,q'_s} | \alpha_S \rangle_{V,\phi}, \quad (2.20)$$

obtém-se dois termos, onde o primeiro é relacionado à componente espontânea (SPDC) e, usando Eq. (2.17), o segundo resulta em

$$\langle \alpha_S |_{V,\phi} a_{V,q_s}^\dagger a_{V,q'_s} | \alpha_S \rangle_{V,\phi} = |\alpha_S|^2 \phi^*(q_s) \phi(q'_s). \quad (2.21)$$

O operador densidade (não-normalizado) dos graus de liberdade de polarização e modo espacial do campo idler é dado por

$$\hat{\rho}_i = \hat{\rho}_i^{spdc} + |\alpha_S|^2 \hat{\rho}_i^{stim}, \quad (2.22)$$

onde a componente proveniente da emissão espontânea é

$$\hat{\rho}_i^{spdc} \approx \iiint\!\!\!\int d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i |V, \mathbf{q}_i\rangle \langle V, \mathbf{q}'_i| \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_H^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i), \quad (2.23)$$

enquanto a componente de StimPDC é

$$\hat{\rho}_i^{stim} \approx \iiint\!\!\!\int d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i |V, \mathbf{q}_i\rangle \langle V, \mathbf{q}'_i| \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_H^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i) \phi^*(q_s) \phi(q'_s). \quad (2.24)$$

Para compactar as expressões, são definidos os estados de fóton único

$$|V, \Phi^*\rangle = \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \phi^*(q_s) |V, \mathbf{q}_i\rangle. \quad (2.25)$$

O problema também pode ser simplificado assumindo que o cristal é fino, aproximação válida quando o comprimento do cristal $d \ll z_R$ [139], onde z_R é o comprimento de Rayleigh do laser de bombeamento, que determina quanto o feixe pump varia na região de interação. Mais detalhes sobre o comprimento de Rayleigh serão apresentados no capítulo seguinte. Considerando válida a aproximação de cristal fino, a função sinc da Eq. (2.9) é considerada constante, e assim, as amplitudes da conversão paramétrica são determinadas pelos modos espaciais transversais do feixe pump apenas: $\Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \psi_H(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$. Portanto, os estados do idler são dados por

$$|V, \Phi^*\rangle = \int d\mathbf{q}_i \tau(\mathbf{q}_i) |V, \mathbf{q}_i\rangle, \quad (2.26)$$

com as funções dos modos dadas por convoluções do tipo

$$\tau(\mathbf{q}_i) = \int d\mathbf{q}_s \psi_H(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \phi^*(q_s). \quad (2.27)$$

Sob estas condições, a componente estimulada do feixe idler pode ser descrita simplesmente pelo estado puro da Eq. (2.26).

2.3.4 Distribuição de Intensidade do Feixe Idler Estimulado

Considerando um regime de estimulação forte, ou seja, onde o termo de emissão estimulada domina, a intensidade do campo idler na posição $\mathbf{r}_i = (\rho_i, z_i)$ é calculada através de

$$I^{stim}(\mathbf{r}_i) = \langle \Psi_{stim} | E^{(-)}(\mathbf{r}_i) E^{(+)}(\mathbf{r}_i) | \Psi_{stim} \rangle = \left| E^{(+)}(\mathbf{r}_i) | V, \Phi^* \rangle \right|^2. \quad (2.28)$$

Considerando que a aproximação paraxial é válida, ao utilizar o operador definido na Eq. (2.7) atuando sobre o estado da emissão estimulada, obtém-se

$$\begin{aligned} E^{(+)}(\rho_i, z_i) | V, \Phi^* \rangle &= \int d\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q} \cdot \rho_i} e^{i\frac{q^2 z_i}{2k_i}} a_{V, \mathbf{q}} | V, \Phi^* \rangle \\ &= \int d\mathbf{q} \int d\mathbf{q}_i e^{-i\mathbf{q} \cdot \rho_i} e^{i\frac{q^2 z_i}{2k_i}} \tau(\mathbf{q}_i) a_{V, \mathbf{q}} | V, \mathbf{q}_i \rangle \\ &= \int d\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q} \cdot \rho_i} e^{i\frac{q^2 z_i}{2k_i}} \tau(\mathbf{q}) | vac \rangle. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Para realizar a descrição em termos de coordenadas espaciais, emprega-se a expansão das amplitudes em termos de integrais de Fourier

$$\psi_H(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \propto \int d\rho \mathcal{W}(\rho) e^{i(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \cdot \rho}, \quad (2.30)$$

e

$$\Phi^*(\mathbf{q}_s) \propto \int d\rho \mathcal{U}^*(\rho) e^{-i\mathbf{q}_s \cdot \rho}. \quad (2.31)$$

Com isto, a Eq. (2.27) pode ser reescrita em termos das amplitudes complexas dos campos pump e seed:

$$\tau(\mathbf{q}) = \int d\rho \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) e^{i\mathbf{q} \cdot \rho}. \quad (2.32)$$

Inserindo este resultado na Eq. (2.29), obtém-se

$$\begin{aligned} E^{(+)}(\rho_i, z_i) | V, \Phi^* \rangle &= \int d\rho \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q} \cdot (\rho - \rho_i)} e^{i\frac{q^2 z_i}{2k_i}} | vac \rangle \\ &= \int d\rho \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) \times \exp \left[i|\rho_i - \rho|^2 \frac{k_i}{2Z} \right] | vac \rangle. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Este resultado implica no fato de que a intensidade do feixe idler estimulado pode ser escrita em termos das amplitudes transversais do campo pump e seed através de

$$I^{stim}(\mathbf{r}_i) = \left| \int d\rho \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) \exp \left[i|\rho_i - \rho|^2 \frac{k_i}{2Z} \right] \right|^2. \quad (2.34)$$

Ou seja, o perfil de intensidade da componente estimulada do idler na posição z é calculado através do produto entre amplitudes complexas, evoluindo através do

propagador $\exp \left[i|\rho_j - \rho|^2 k_j / 2z \right]$. Por fim, tomando o limite de campo distante $\rho \ll z$, o propagador pode ser reescrito como $\exp [i\rho_j \cdot \rho k_j / z]$, o que mostra que

$$I^{stim}(\mathbf{r}_j) = \left| \int d\rho \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) \exp \left[i\rho_j \cdot \rho \frac{k_j}{2z} \right] \right|^2, \quad (2.35)$$

ou seja, o perfil de intensidade do campo idler é dado por uma transformada de Fourier do produto entre a amplitude complexa do pump e da amplitude conjugada do seed.

Com os resultados expostos acima, encerra-se o capítulo sobre Conversão Paramétrica Descendente com fonte de um cristal do tipo I. O resultado da Eq. (2.34) será de grande importância para o tratamento de vórtices ópticos escalares no Capítulo 4. O procedimento teórico desenvolvido aqui será aproveitado também no Capítulo 5, sendo generalizado para o caso de fontes de dois cristais, o que permite a descrição de fenômenos vetoriais mais interessantes na StimPDC.

3 VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES E VETORIAIS

Este capítulo é dedicado à introdução de conceitos e definições necessários para compreender os vórtices ópticos escalares e vetoriais, cuja interação em StimPDC será discutida no restante da tese.

O capítulo é iniciado com uma revisão do tratamento e representação de estados de polarização. Em seguida, a atenção é destinada aos modos espaciais transversais da luz paraxial, principalmente aos chamados vórtices ópticos escalares descritos através de modos de Laguerre-Gauss. Por fim, os tratamentos anteriores são combinados, de modo a descrever a luz estruturada vetorialmente, mais especificamente, vórtices ópticos vetoriais, onde modos espaciais e de polarização são acoplados, dando origem a estruturas mais complexas de polarização e intensidade.

3.1 MODOS DE POLARIZAÇÃO DA LUZ

Para introduzir o ferramental necessário à descrição da polarização da luz, considera-se um feixe que se propaga na direção z e cujo estado de polarização é puro, ou seja, um feixe de luz completamente polarizado. Como já mencionado, um estado puro de polarização pode ser representado por um vetor normal que habita um espaço vetorial bidimensional. Portanto, há um número infinito de bases nas quais o vetor de polarização pode ser expandido. Uma das bases mais utilizadas é a base horizontal/vertical (H/V), formada pelos vetores ortonormais $|H\rangle$ e $|V\rangle$. Um vetor genérico de polarização pode ser escrito nesta base como uma superposição da forma

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |H\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |V\rangle, \quad (3.1)$$

de modo que o estado de polarização é especificado por dois parâmetros angulares: θ , correspondente às amplitudes reais, e ϕ , que corresponde às fases relativas entre cada modo de polarização ortogonal. Outras bases importantes são: a base diagonal/anti-diagonal (D/A), com versores definidos na base H/V por

$$|D(A)\rangle = (|H\rangle \pm |V\rangle)/\sqrt{2}, \quad (3.2)$$

e a base de polarização circular direita/esquerda (R/L), com versores definidos por

$$|L(R)\rangle = (|H\rangle \pm i|V\rangle)/\sqrt{2}. \quad (3.3)$$

3.1.1 Parâmetros de Stokes e Elipses de Polarização

É comum, no entanto, que o estado de polarização de um campo seja especificado em termos dos chamados vetores de Stokes $\mathbf{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$ (com T representando a operação de transposição), com os parâmetros (não-normalizados)

de Stokes S_j (onde $j = 0, 1, 2, 3$) sendo usualmente definidos (assumindo propagação na direção z) na base H/V por [74, 140]

$$\begin{aligned} S_0 &= |E_H|^2 + |E_V|^2, \\ S_1 &= |E_H|^2 - |E_V|^2, \\ S_2 &= 2 \operatorname{Re} (E_H^* E_V), \\ S_3 &= 2 \operatorname{Im} (E_H^* E_V). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Em laboratório, no entanto, são medidas intensidades ($I \propto |\mathbf{E}|^2$) e não campos elétricos, de modo que é mais interessante expressar os parâmetros de Stokes em termos de intensidades do campo quando projetado nas bases H/V , D/A e R/L :

$$\begin{aligned} S_0 &= I_H + I_V, \\ S_1 &= I_H - I_V, \\ S_2 &= I_D - I_A, \\ S_3 &= I_R - I_L. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Também é conveniente normalizar estes parâmetros. Para tanto, define-se o grau de polarização

$$p = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}, \quad (3.6)$$

que é simplesmente a razão entre a intensidade polarizada e total do feixe, e varia entre 0 (luz completamente não-polarizada) até 1 (luz completamente polarizada). Com isto, os parâmetros de Stokes podem ser redefinidos como

$$\begin{aligned} S_0 &= 1, \\ S_1 &= p(I_H - I_V), \\ S_2 &= p(I_D - I_A), \\ S_3 &= p(I_R - I_L). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Uma vez realizada a normalização, S_0 pode ser omitido e o vetor de Stokes representado simplesmente como $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)^T$. Considerando esta convenção, a norma do vetor de Stokes respeita $|\mathbf{S}| \leq 1$, com a igualdade se mantendo apenas para luz completamente polarizada. Com estas considerações em mente, o vetor de Stokes do estado puro genérico de polarização da Eq. (3.1) é dado por

$$\mathbf{S} = (\cos \theta, \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi)^T. \quad (3.8)$$

Estes estados podem ser visualizados de maneira mais geométrica através de suas elipses de polarização, como na Figura 5, onde os ângulos representados são definidos

através de

$$\begin{aligned} 2\psi &= \arctan(S_2/S_1), \\ 2\chi &= \arctan\left(S_3/\sqrt{S_1^2 + S_2^2}\right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

A Figura 6 apresenta alguns exemplos de elipses de polarização.

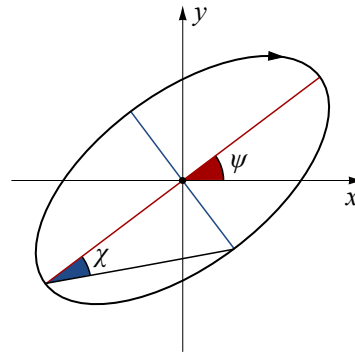


Figura 5 – Elipses de polarização em termos dos parâmetros ψ and χ .

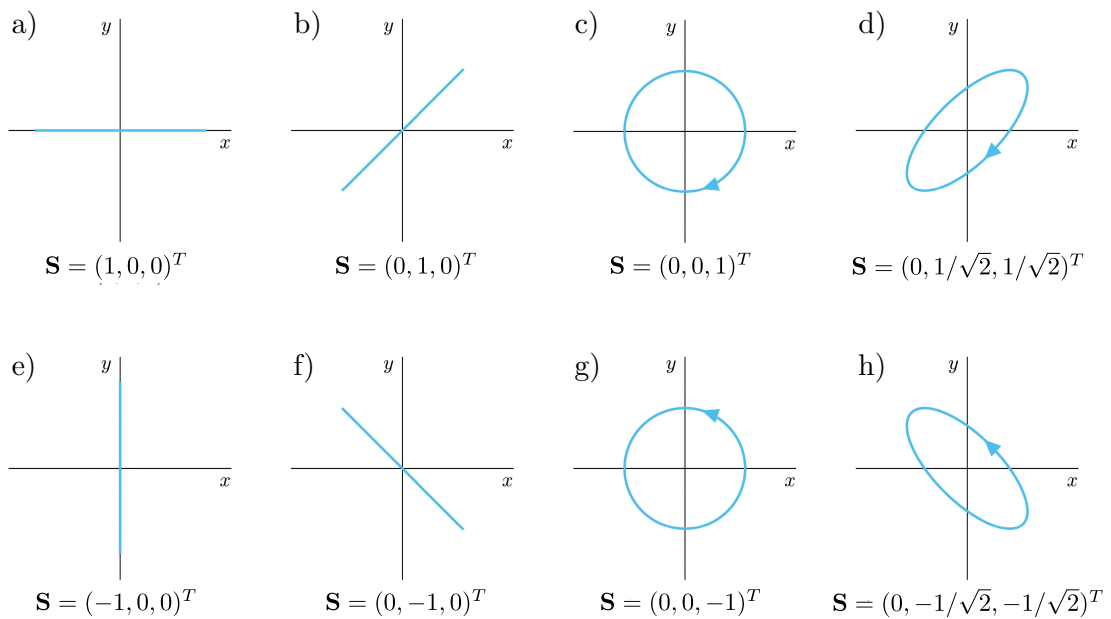


Figura 6 – Elipses de polarização e seus respectivos vetores de Stokes normalizados para os estados de polarização a) horizontal, b) diagonal, c) circular direita, d) elíptica, e) vertical, f) anti-diagonal e h) elíptica (ortogonal a (d)).

3.1.2 Esfera de Poincaré para Modos de Polarização

Outra representação geométrica para os modos de polarização é a chamada esfera de Poincaré, como na Figura 7. Estas esferas são construídas definindo os

parâmetros de Stokes S_1 , S_2 and S_3 como coordenadas cartesianas, ou, equivalentemente, utilizando coordenadas esféricas dadas por

$$\begin{aligned} r &= |\mathbf{S}|, \\ \vartheta &= \cos^{-1}(S_3/S_0), \\ \xi &= \tan^{-1}(S_2/S_1), \end{aligned} \quad (3.10)$$

de modo que cada ponto da esfera representa um estado de polarização, com estados completamente polarizados habitando a superfície da esfera. Enquanto os estados de polarização linear estão no equador da esfera, os pólos norte e sul representam polarização circular direita e esquerda, respectivamente. Os demais pontos da superfície representam estados de polarização elíptica, enquanto pontos no interior da esfera representam estados mistos de polarização (luz parcialmente polarizada). Esta repre-

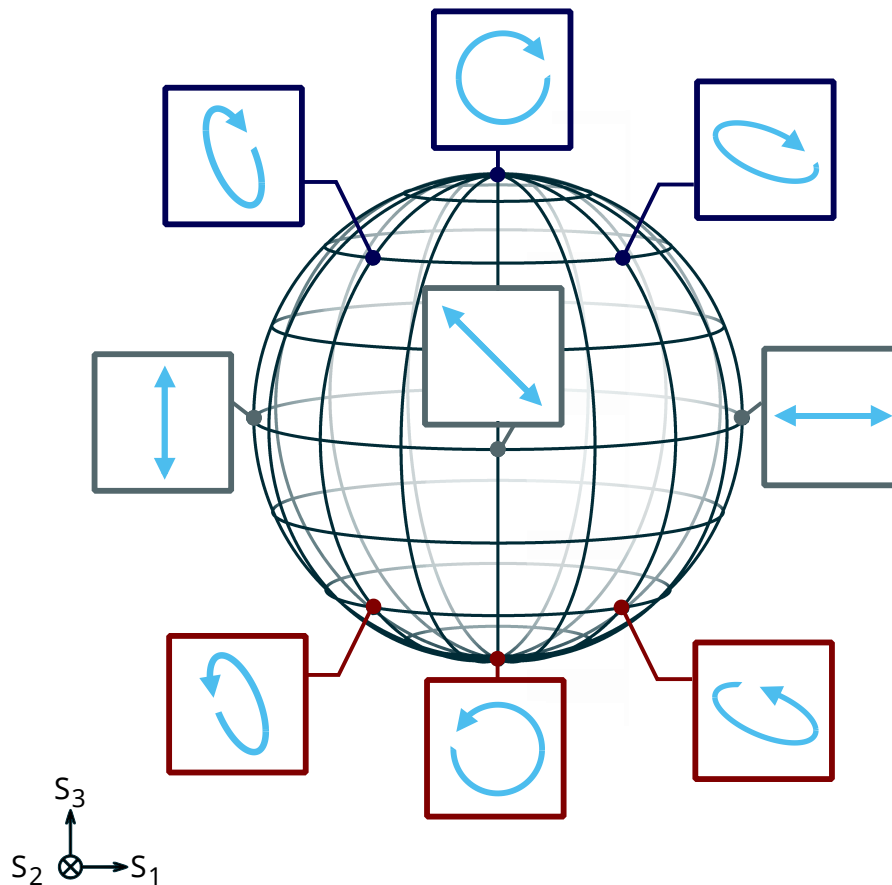


Figura 7 – Representação de modos de polarização em termos da Esfera de Poincaré.

sentação em termos de esferas de Poincaré não é exclusiva aos modos de polarização, mas também pode ser empregada para representar estados genéricos que habitam espaços bidimensionais. Um célebre exemplo destas representações é a esfera de Bloch [39], utilizada frequentemente para ilustrar estados quânticos de qubits e sua dinâmica. A representação de estados bidimensionais em termos de esferas de Poincaré será constantemente empregada nesta tese, com variantes sendo construídas para representar tanto vórtices ópticos escalares, quanto vetoriais.

3.2 MODOS ESPACIAIS TRANSVERSAIS

Uma vez revisados alguns conceitos sobre os modos de polarização e suas representações, a atenção agora é direcionada aos modos espaciais da luz.

3.2.1 A Equação de Onda Paraxial

No Eletromagnetismo Clássico [140], a dinâmica de um campo elétrico escalar¹ $E(\mathbf{r}, t)$ se propagando no vácuo é dada através da solução da equação de onda

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\right) E(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (3.11)$$

onde ∇^2 é o operador Laplaciano e a constante c é a velocidade da luz no vácuo. Para obter soluções dessa equação, geralmente assume-se o caso particular de um campo monocromático, oscilando com frequência angular ω , podendo ser separado em termos de uma contribuição espacial e uma contribuição temporal, ou seja, que pode ser descrito por uma função da forma

$$E(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}. \quad (3.12)$$

Aplicar este *ansatz* na equação de onda (Eq. (3.11)) resulta em uma equação para a amplitude complexa $U(\mathbf{r})$ do campo:

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) U(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.13)$$

sendo $k = |\mathbf{k}| = \omega/c$ o número de onda. A Eq. (3.13) é conhecida como equação de Helmholtz e, obviamente, a forma das soluções da equação diferencial depende das condições de contorno do problema e do sistema de coordenadas adotado.

Como já mencionado no capítulo anterior, nesta tese serão tratados apenas casos onde os campos de interesse são feixes paraxiais. Feixes paraxiais são aqueles que podem ser descritos em termos de soluções da Eq. (3.13), porém com a restrição de que a amplitude complexa varia lentamente ao longo da direção de propagação. Se a propagação da onda acontece na direção z , uma maneira de construir ondas paraxiais é considerar que podem ser descritas através de uma componente de onda plana e^{-ikz} modulada por um envelope complexo $u(\mathbf{r})$ [74], ou seja,

$$U(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}) e^{-ikz}. \quad (3.14)$$

De forma mais precisa, para que o campo seja considerado paraxial, a variação de $u(\mathbf{r})$ com a posição deve ser lenta dentro do intervalo de um comprimento de onda ($\lambda = 2\pi/k$). Matematicamente, isto se traduz em $\Delta u \ll u$ dentro do intervalo $\Delta z = \lambda$. Como $\Delta u = (\partial u / \partial z) \Delta z$, segue que

$$\frac{\partial u}{\partial z} \ll ku. \quad (3.15)$$

¹ No caso de campos vetoriais, a equação se aplica a cada componente de polarização.

A derivada $\partial u/\partial z$ também deve variar lentamente dentro de um intervalo λ , de modo que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \ll k^2 u. \quad (3.16)$$

Inserir a Eq. (3.14) na equação de Helmholtz (Eq. (3.13)) resulta em

$$\nabla_{\perp}^2 u + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} - k^2 u = 0, \quad (3.17)$$

onde $\nabla_{\perp}^2 u = \nabla^2 - \partial^2/\partial z^2$ é o operador Laplaciano transversal. Aplicando as aproximações de envelope que varia lentamente (Eqs. (3.16) e (3.15), respectivamente), encontra-se a chamada equação paraxial de Helmholtz [38, 74]:

$$\nabla_{\perp}^2 u - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (3.18)$$

As soluções $u(\mathbf{r})$ desta equação são chamadas de modos espaciais transversais de feixes paraxiais. Vale destacar que superposições destes modos também são soluções da equação paraxial de Helmholtz.

3.2.2 Modos de Hermite-Gauss e Laguerre-Gauss

Como já citado, a forma das soluções de uma equação diferencial depende das condições de contorno do problema e do sistema de coordenadas adotado. Frequentemente, soluções da equação paraxial são obtidas adotando o sistema de coordenadas cartesianas $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ou cilíndricas $\mathbf{r} = (r, \varphi, z)$, tendo como resultado os modos de Hermite-Gauss (HG) e Laguerre-Gauss (LG), respectivamente [36, 76, 141]. A expressão matemática para os modos de Hermite-Gauss parametrizados por uma cintura w_0 é

$$\begin{aligned} HG_{m,n}(x, y, z) = & b_{m,n} \frac{w_0}{w(z)} H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right\} \\ & \times \exp \left\{ -i \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right\} \exp \{ i\Phi_N(z) \}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde $m, n = 0, 1, 2, \dots$, $b_{m,n} = \sqrt{2^{1-N}/(\pi n! m!)}$ é uma constante de normalização, $N = m + n$ é a ordem do modo, H_j representa um j -ésimo polinômio de Hermite. Os demais termos são definidos como:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}, \quad (3.20)$$

sendo o diâmetro transversal do feixe, dado em termos do comprimento de Rayleigh

$$z_R = \pi w_0^2 / \lambda, \quad (3.21)$$

enquanto as funções

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{zR}{z} \right)^2 \right], \quad (3.22)$$

e

$$\Phi_N(z) = (N + 1) \tan^{-1}(z/z_R), \quad (3.23)$$

representam o raio de curvatura e a fase de Gouy do modo, respectivamente. A Figura 8 apresenta o perfil de intensidade ($|U(r)|^2$) e fase de diversos modos de Hermite-Gauss no plano $z = 0$.

As soluções em coordenadas cilíndricas são os modos de Laguerre-Gauss, expressos através de

$$\begin{aligned} LG_{p,\ell}(r, \varphi, z) = a_{p,\ell} \frac{w_0}{w(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|} \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left\{ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right\} \\ \times \exp \left\{ -ik \frac{r^2}{2R(z)} \right\} \exp\{-i\ell\varphi\} \exp\{i\Phi_N(z)\}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde L_p^ℓ representa os polinômios associados de Laguerre [142], e a constante de normalização é $a_{p,\ell} = \sqrt{2p!/\pi(p+|\ell|)!}$ com $p = 0, 1, 2, \dots$ e $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. As definições das Eqs. (3.20) à (3.23) se mantêm as mesmas, bastando apenas utilizar $N = |\ell| + 2p$, que é a ordem dos modos de Laguerre-Gauss, na expressão para a fase de Gouy. Estes modos são de particular interesse em diversas áreas da Óptica, principalmente porque carregam momento angular orbital da luz (ou OAM, *orbital angular momentum*) [37, 75, 76]. Campos descritos por modos LG possuem frentes de onda helicoidais, com a estrutura variando conforme o valor da sua carga topológica ℓ associada ao momento angular orbital (ver Figura 9). Devido a presença de singularidades de fase, estes feixes são referidos muitas vezes como vórtices ópticos. A Figura 10 apresenta o perfil de intensidade e fase de diversos modos de Laguerre-Gauss no plano $z = 0$.

3.2.3 Mudança de Base para Modos Espaciais

Para um determinado plano $z = \zeta$, e \mathbf{r}_\perp representando as coordenadas transversais, tanto os modos de Hermite-Gauss, quanto os modos de Laguerre-Gauss formam uma base completa de funções, e qualquer função $f(\mathbf{r}_\perp)$ de quadrado integrável, ou seja, funções que respeitem

$$\int_{\mathbb{R}^2} |f(\mathbf{r}_\perp)|^2 d\mathbf{r}_\perp < \infty, \quad (3.25)$$

podem ser expandidas em termos destes modos [142]. Inclusive, um modo de Hermite-Gauss pode ser expandido em termos de modos de Laguerre-Gauss e vice-versa. Estas expansões assumem a forma

$$f(\mathbf{r}_\perp) = \sum_{\{j\}} c_{\{j\}} u_{\{j\}}(\mathbf{r}_\perp, \zeta), \quad (3.26)$$

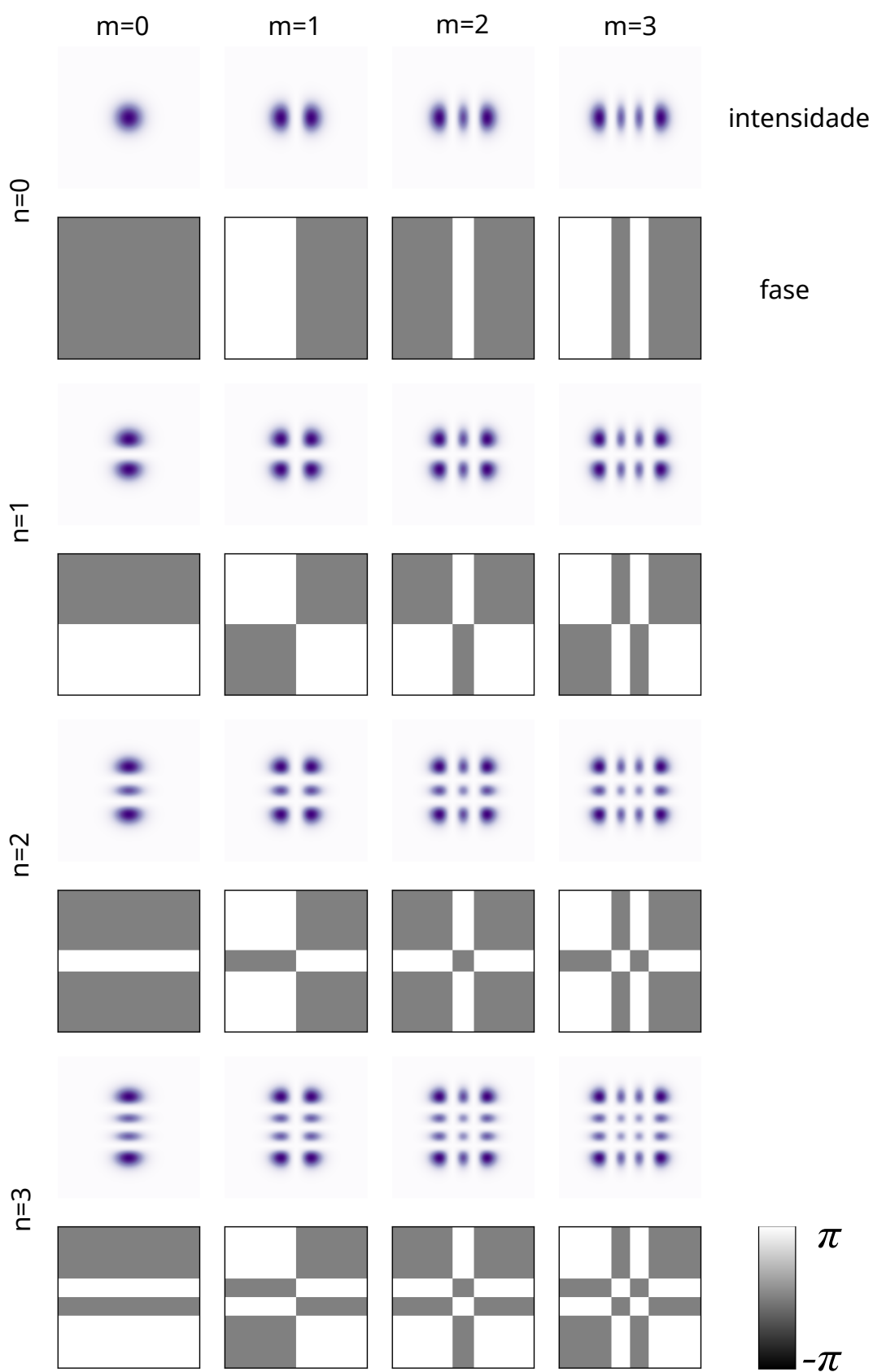


Figura 8 – Perfis de intensidade e fase para diversos modos de Hermite-Gauss.

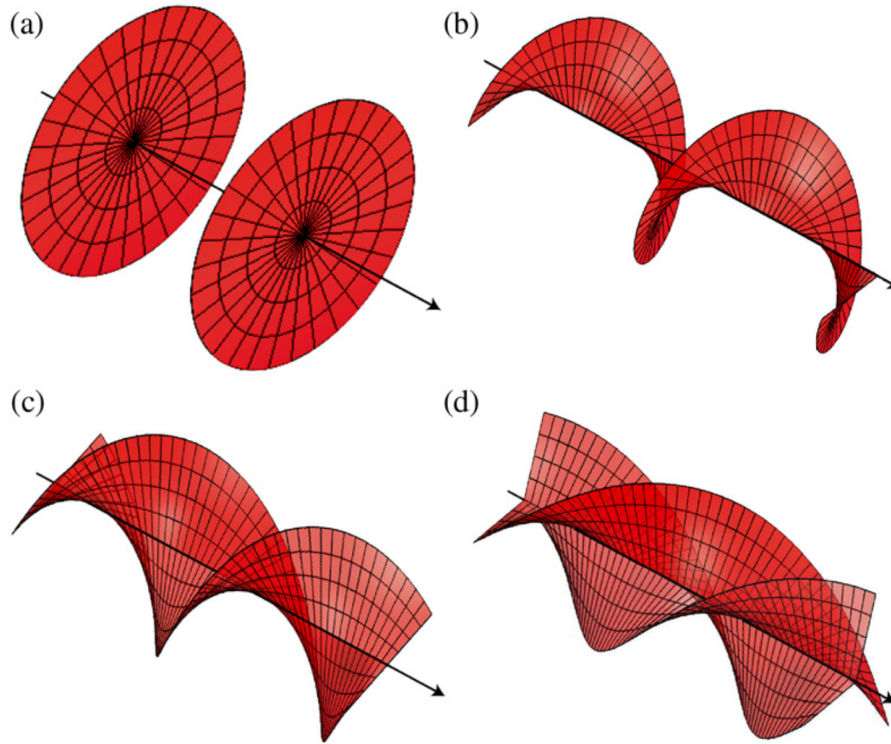


Figura 9 – Frentes de onda helicoidais para modos LG com $p = 0$ e a) $\ell = 0$, b) $\ell = 1$, c) $\ell = 2$ e d) $\ell = 3$. Figura retirada de [37].

onde $u_{\{j\}}$ representa os modos da base e $\{j\} = \{m, n\}$ para a base de Hermite-Gauss, e $\{j\} = \{p, \ell\}$ para a base de Laguerre-Gauss. Os coeficientes da expansão podem ser calculados utilizando a ortogonalidade dos elementos da base:

$$c_{\{j\}} = \frac{\int_{R^2} f(\mathbf{r}_\perp) u_{\{j\}}^*(\mathbf{r}_\perp, \zeta) d\mathbf{r}_\perp}{\int_{R^2} |u_{\{j\}}(\mathbf{r}_\perp, \zeta)|^2 d\mathbf{r}_\perp}, \quad (3.27)$$

sendo a integral do numerador chamada integral de recobrimento.

Para exemplificar a relação entre modos de Laguerre-Gauss e Hermite-Gauss, destaca-se que

$$|LG_{0,\pm 1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HG_{0,1}\rangle \pm i |HG_{1,0}\rangle), \quad (3.28)$$

e, portanto,

$$|HG_{1,0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|LG_{0,1}\rangle + |LG_{0,-1}\rangle), \quad (3.29)$$

e

$$|HG_{0,1}\rangle = \frac{-i}{\sqrt{2}} (|LG_{0,1}\rangle - |LG_{0,-1}\rangle). \quad (3.30)$$

Destaca-se que, em termos da notação de kets, o modo espacial $|u\rangle$ na representação de posição é dado por $u(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | u \rangle$. De modo geral, a regra para expressar modos de

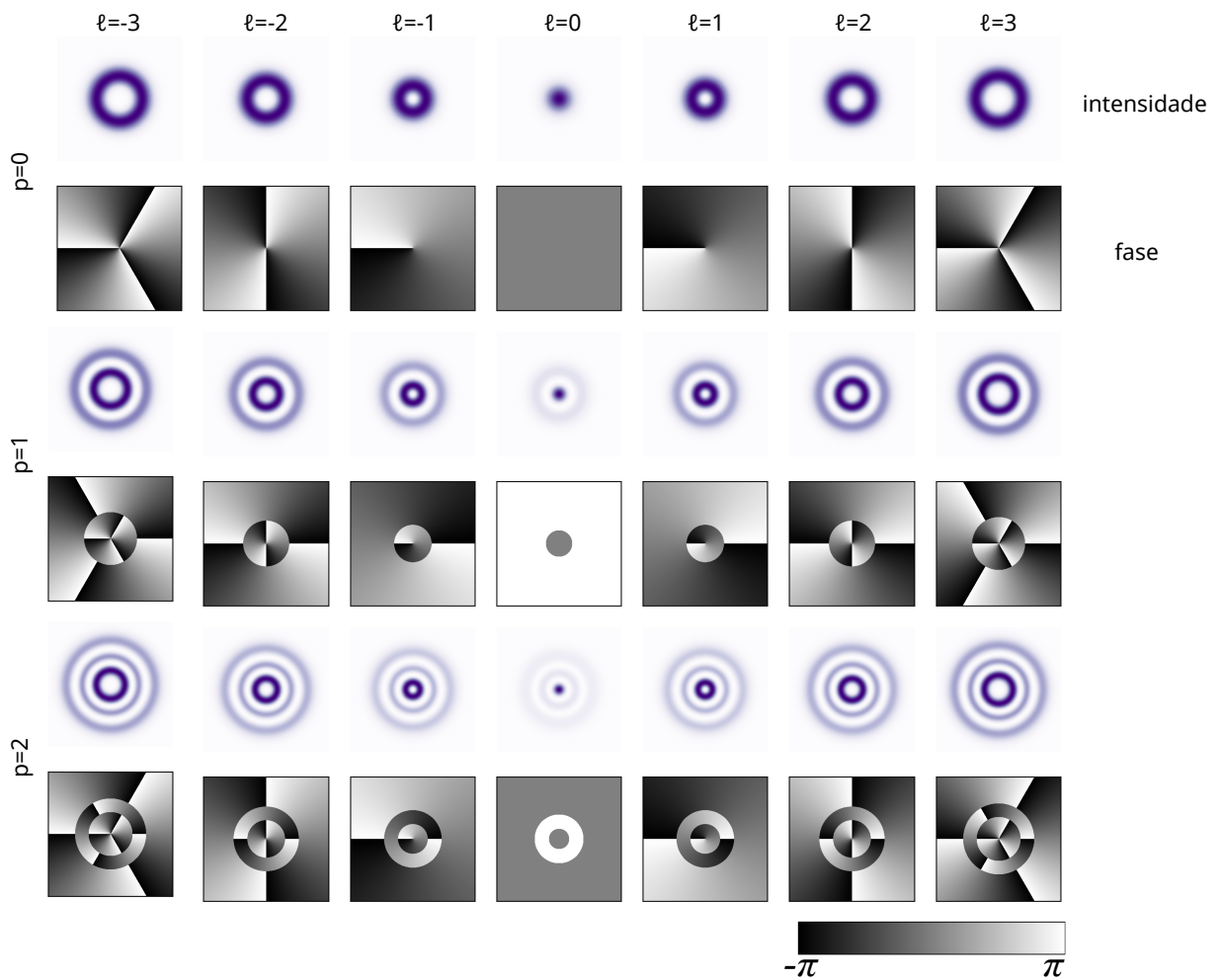


Figura 10 – Perfis de intensidade e fase para diversos modos de Laguerre-Gauss.

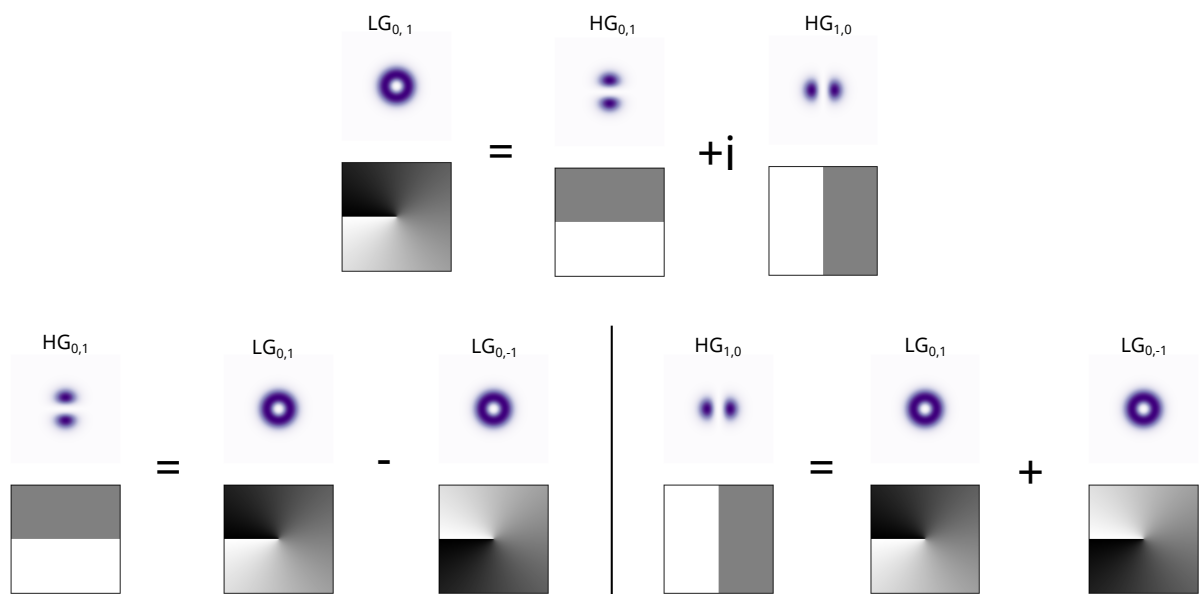


Figura 11 – Combinações de modos de Hermite-Gauss e Laguerre-Gauss de primeira ordem.

Laguerre-Gauss em termos de modos de Hermite-Gauss é [38, 141, 143]

$$LG_{n,m}(\mathbf{r}) = \sum_{k=0}^{\mathcal{N}} i^k b(n, m, k) HG_{\mathcal{N}-k,k}(\mathbf{r}), \quad (3.31)$$

onde

$$b(n, m, k) = \left[\frac{(\mathcal{N}-k)!k!}{2^{\mathcal{N}} n!m!} \right]^{1/2} \frac{1}{k} \frac{d^k}{dt^k} [(1-t)^n (1+t)^m] \Big|_{t=0}, \quad (3.32)$$

e $\ell = n-m$ e $p = \min(n, m)$, enquanto $\mathcal{N} = n+m+1 = 2p+|\ell|+1$. A conversão entre modos de Laguerre-Gauss e Hermite-Gauss pode ser realizada através de lentes inclinadas [36, 141], e também na projeção de feixes vórtices vetoriais em estados de polarização [76], como será exposto adiante.

3.2.4 Esfera de Poincaré para Superposições de Dois Modos de Laguerre-Gauss

Superposições de dois modos na forma

$$|\psi_{p,\ell}\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |LG_{p,\ell}\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |LG_{p,-\ell}\rangle, \quad (3.33)$$

podem ser representadas geometricamente através da construção de uma esfera de Poincaré para modos, de maneira muito similar ao caso de polarização [144]. Neste caso, as coordenadas angulares são (θ, ϕ) e os modos de Laguerre-Gauss substituem os modos de polarização circular nos pólos da esfera, enquanto modos de Hermite-Gauss substituem os modos de polarização linear no equador da esfera. Esferas de Poincaré para superposições de modos LG de primeira e segunda ordem ($p = 0$) são apresentadas na Figura 12.

3.3 VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS

Uma vez apresentados o formalismo para o tratamento de modos espaciais transversais e de polarização da luz, estes tópicos serão agora tratados conjuntamente para a descrição de vórtices ópticos vetoriais [38, 52, 76].

3.3.1 Feixes Vórtices Vetoriais

De maneira geral, feixes vetoriais são aqueles onde modos espaciais distintos são acoplados a modos ortogonais de polarização. Já feixes vórtices vetoriais (ou VVBs, *vector vortex beams*) são feixes vetoriais que possuem singularidades em sua estrutura de fase e polarização, sendo geralmente compostos por modos de Laguerre-Gauss ortogonais acoplados a componentes de polarização também ortogonais [38]. Na base de polarização horizontal/vertical, VVBs podem ser definidos como

$$|\psi_{vb}\rangle = \gamma_H |\psi_H, H\rangle + \gamma_V |\psi_V, V\rangle, \quad (3.34)$$

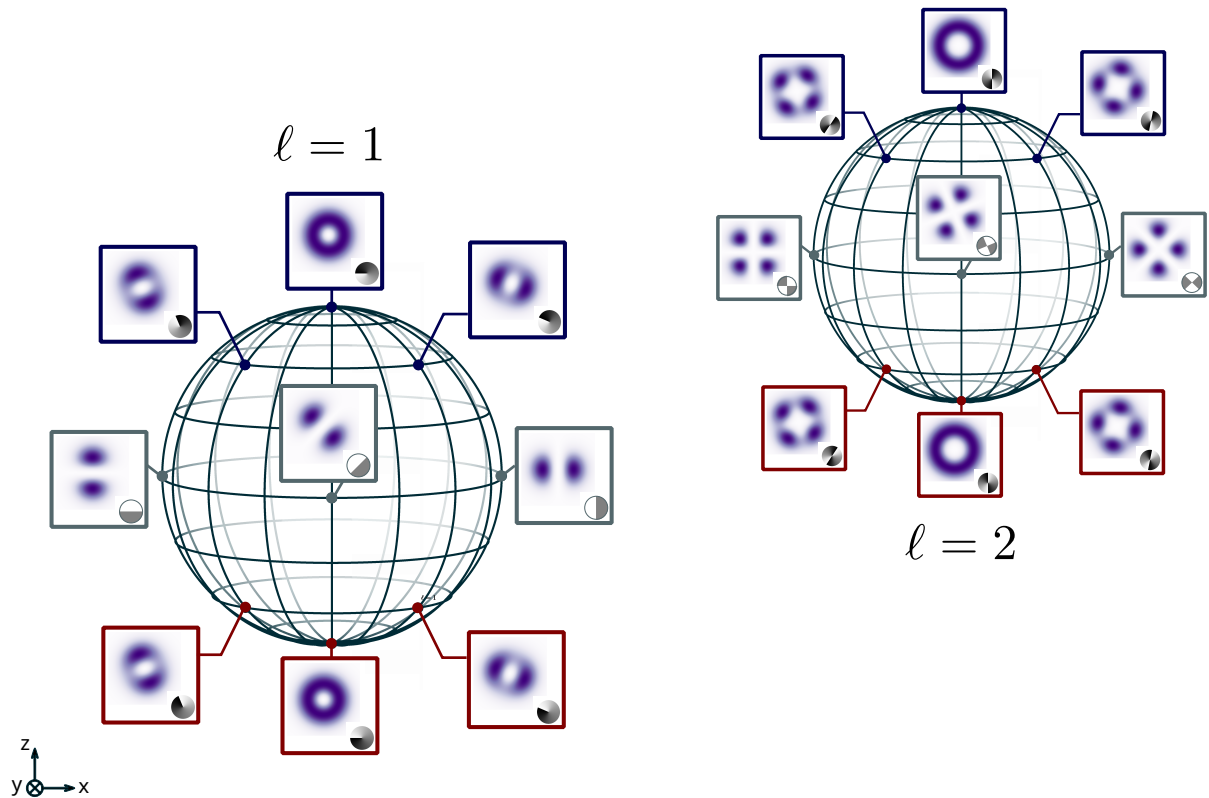


Figura 12 – Representação de superposições de modos de Laguerre-Gauss de primeira e segunda ordem (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré para modos espaciais.

onde $j = H, V$ representa os modos de polarização horizontal e vertical, respectivamente, γ_j são números complexos respeitando a condição de normalização $|\gamma_H|^2 + |\gamma_V|^2 = 1$, $|j\rangle$ são vetores unitários de polarização e ψ_j são os modos espaciais que compõem o feixe. Note que a forma matemática destes modos é idêntica ao de um estado quântico emaranhado puro, o que deu origem ao termo *emaranhamento clássico* utilizado em alguns trabalhos [145]. Estes feixes também são muitas vezes descritos em termos da base de polarização circular (R/L) como

$$|\psi_{vb}\rangle = \gamma_R |R, \psi_R\rangle + \gamma_L |L, \psi_L\rangle. \quad (3.35)$$

Nos casos abordados neste trabalho, os modos ψ_j são ou modos de Laguerre-Gauss, ou modos de Hermite-Gauss (ou superposições dos mesmos), dependendo da base de polarização adotada. Por exemplo, o feixe vórtice vetorial radial [52, 76] é definido como

$$|\psi_{\text{radial}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R, LG_{0,1}\rangle + |L, LG_{0,-1}\rangle), \quad (3.36)$$

podendo ser reescrito como

$$|\psi_{\text{radial}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, HG_{1,0}\rangle + |V, HG_{0,1}\rangle) \quad (3.37)$$

na base H/V . Para tanto, basta notar que $|L(R)\rangle = |H\rangle \pm i|V\rangle$, em conjunto com as Eqs. (3.29) e (3.30). Os VVBs radiais são os feixes vetoriais mais antigos conhecidos,

tendo sido produzidos pela primeira vez em 1972 utilizando elementos ópticos inseridos na cavidade de um laser [146]. Mais recentemente, estes feixes estruturados recebem atenção pelas suas potenciais aplicações em pinças ópticas devido a suas propriedades quando focalizado [52, 63–66] e também em comunicações ópticas livres de alinhamento [53], por exemplo. Outro exemplo interessante é o VVB azimutal, que pode ser definido como

$$|\psi_{\text{azimutal}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R, LG_{0,1}\rangle - |L, LG_{0,-1}\rangle) \quad (3.38)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, HG_{1,0}\rangle - |V, HG_{0,1}\rangle). \quad (3.39)$$

Estes feixes são exemplos de feixes vórtices vetoriais com simetria cilíndrica que, de maneira geral, podem ser descritos por

$$|\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)}\rangle = \cos \frac{\vartheta}{2} |R, LG_{\rho,\ell}\rangle + e^{i\xi} \sin \frac{\vartheta}{2} |L, LG_{\rho,-\ell}\rangle, \quad (3.40)$$

onde os coeficientes γ_j foram parametrizados como $\gamma_R = \cos \vartheta/2$ e $\gamma_L = \exp\{i\xi\} \sin \vartheta/2$, o que será conveniente para a introdução da representação de VVBs em termos das esferas de Poincaré de ordem superior na próxima subseção. Exemplos de VVBs com simetria cilíndrica são apresentados na Figura 13.

3.3.2 Parâmetros de Stokes e Esfera de Poincaré de Ordem Superior

Uma representação conveniente para VVBs é dada através da generalização dos parâmetros de Stokes introduzidos no início do capítulo. Para VVBs na forma da Eq. (3.40), estes parâmetros podem ser definidos na base de polarização circular como

$$\begin{aligned} S_0^{(\rho,\ell)} &= \left| \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_R \right|^2 + \left| \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_L \right|^2, \\ S_1^{(\rho,\ell)} &= 2 \operatorname{Re} \left[\left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_R^* \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_L \right], \\ S_2^{(\rho,\ell)} &= 2 \operatorname{Im} \left[\left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_R^* \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_L \right], \\ S_3^{(\rho,\ell)} &= \left| \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_R \right|^2 - \left| \left(\mathcal{V}_{\vartheta,\xi}^{(\rho,\ell)} \right)_L \right|^2, \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde $(\dots)_j$ com $j = R, L$ representa a amplitude complexa da componente j do campo. Estes objetos são chamados de parâmetros de Stokes de ordem superior e abreviados como *HOSPs* (do inglês *higher-order Stokes parameters*) [38, 77, 78]. Note que para $(\rho, \ell) = (0, 0)$ estes parâmetros se reduzem à definição usual de parâmetros de Stokes.

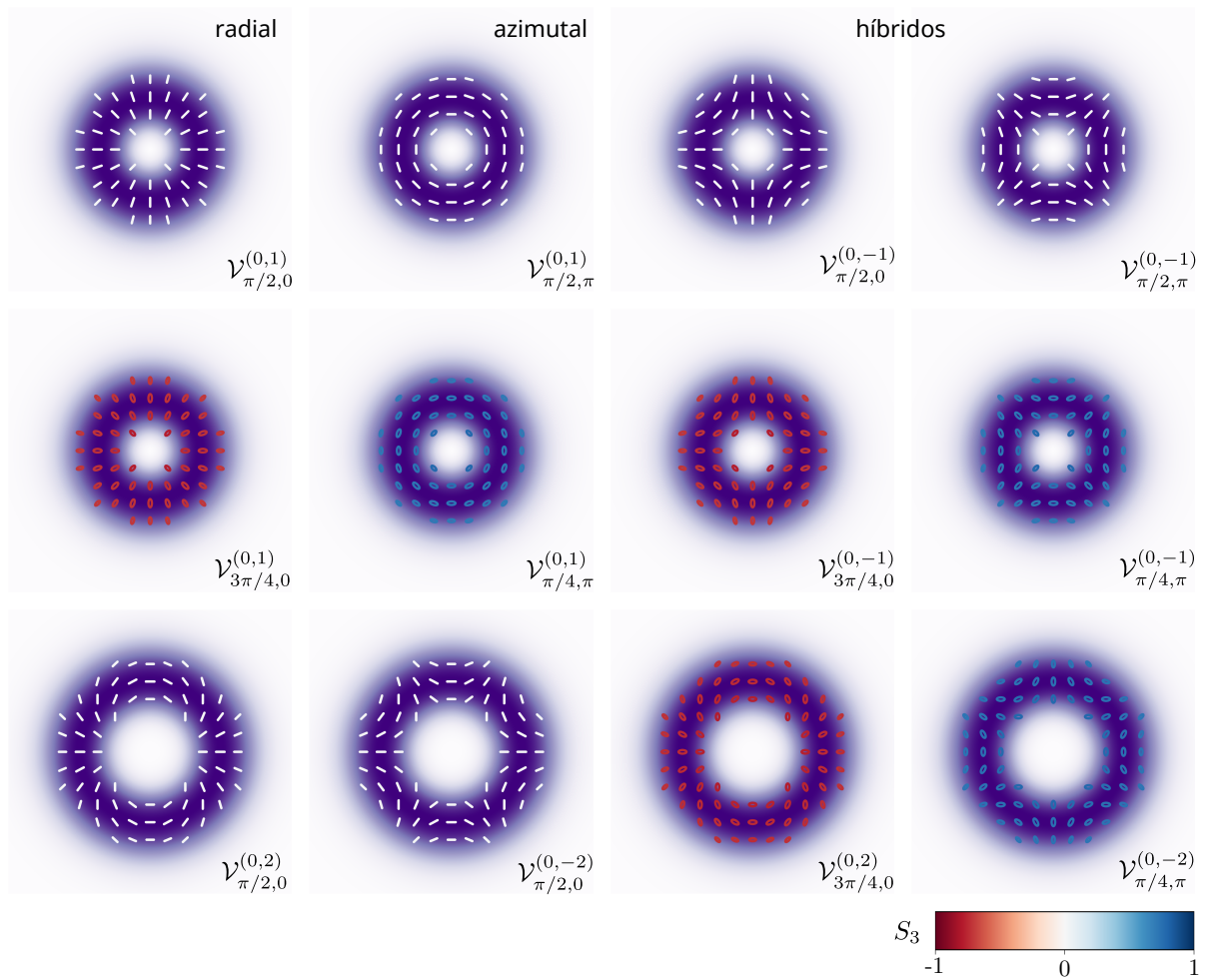


Figura 13 – Feixes vórtices vetoriais com simetria cilíndrica de primeira e segunda ordem. As linhas e elipses representam a estrutura transversal de polarização dos feixes. A barra de cores representa o valor do parâmetro de Stokes S_3 e o perfil de intensidade é exibido em roxo.

Em termos da parametrização angular ou dos parâmetros de Stokes, é possível construir uma representação em termos da esfera de Poincaré de ordem superior, ou *HOPS* (do inglês *higher-order Poincaré sphere*) [38, 77, 78, 147]. Em termo dos parâmetros de Stokes, as coordenadas angulares esféricas são definidas como

$$\vartheta = \cos^{-1}(S_3^{(\rho,\ell)}/S_0^{(\rho,\ell)}),$$

$$\xi = \tan^{-1}(S_2^{(\rho,\ell)}/S_1^{(\rho,\ell)}). \quad (3.42)$$

Mais detalhes sobre a representação de VVBs em termos das HOSPs serão abordados no capítulo 6, onde a conjugação vetorial de fase será interpretada através destes objetos. A Figura 14 apresenta as HOPS para feixes de primeira e segunda ordem com $\rho = 0$.

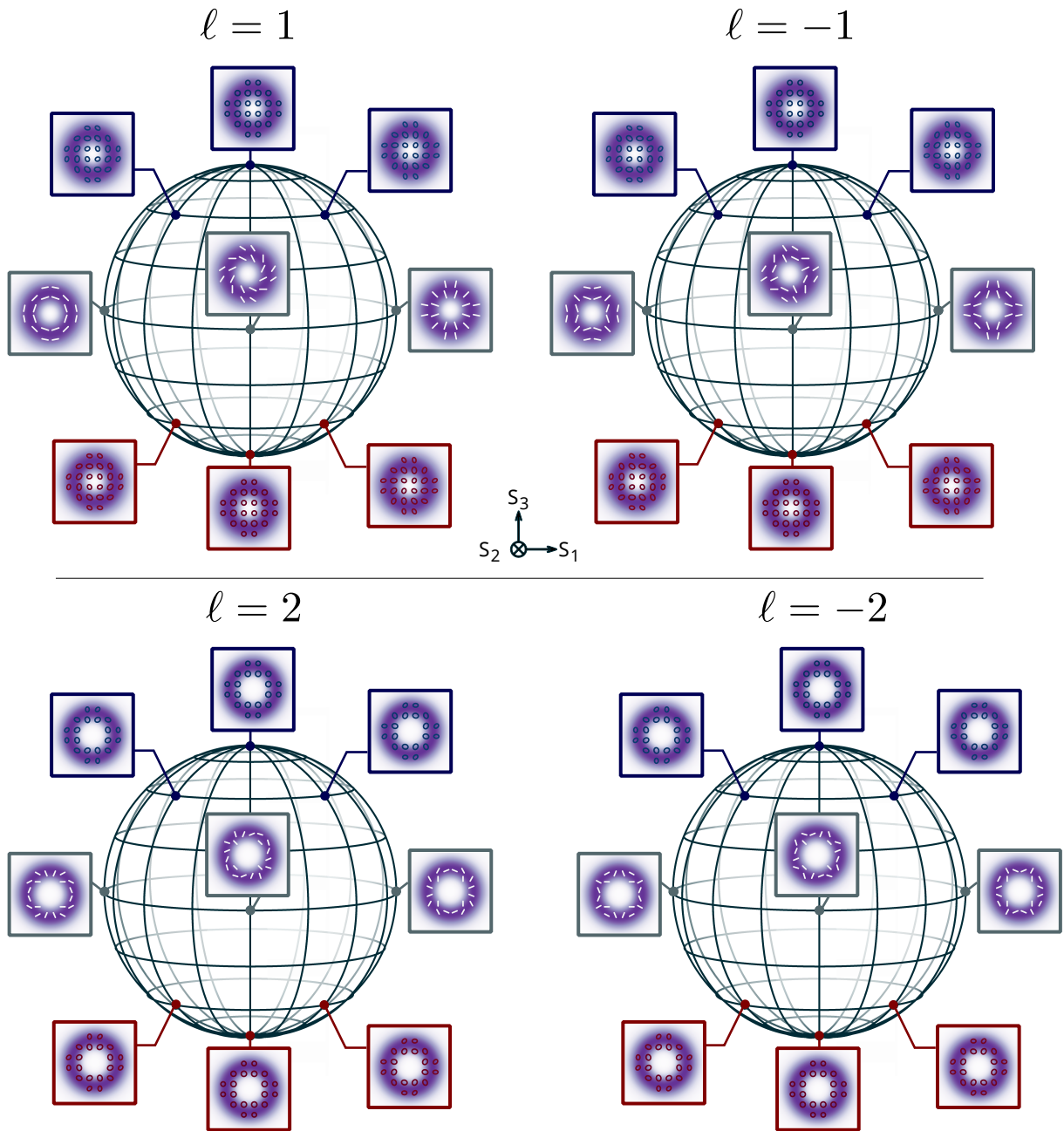


Figura 14 – Representação de feixes vórtices vetoriais com simetria cilíndrica de primeira e segunda ordem com $p = 0$ em termos da esfera de Poincaré de ordem superior. Nota-se a presença de duas esferas para cada ordem definida por $|\ell|$. Nesta representação, modos de Laguerre-Gauss com polarização circular (vórtices escalares) se situam nos pólos da esfera, enquanto os demais pontos da superfície representam vórtices vetoriais com simetria cilíndrica.

3.3.3 Feixes vórtices vetoriais de ordem híbrida

Outra classe de vórtices ópticos vetoriais é formada pelos chamados VVBs de ordem híbrida, que são descritos por

$$\left| \mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(p_1, \ell_1, p_2, \ell_2)} \right\rangle = \cos \frac{\vartheta}{2} \left| R, LG_{p_1, \ell_1} \right\rangle + e^{i\xi} \sin \frac{\vartheta}{2} \left| L, LG_{p_2, \ell_2} \right\rangle, \quad (3.43)$$

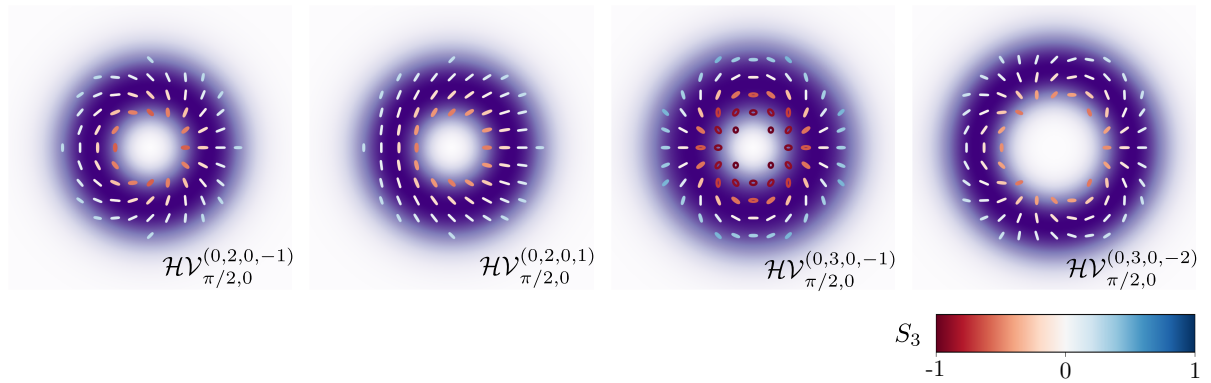


Figura 15 – Feixes vórtices vetoriais híbridos. As linhas e elipses representam a estrutura transversal de polarização dos feixes. A barra de cores representa o valor do parâmetro de Stokes S_3 e o perfil de intensidade é exibido em roxo.

onde cada modo de polarização está acoplado a modos espaciais de ordens diferentes [147]. Os parâmetros de Stokes de ordem híbrida são definidos por:

$$\begin{aligned}
 S_0^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} &= \left| \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_R \right|^2 + \left| \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_L \right|^2, \\
 S_1^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} &= 2 \operatorname{Re} \left[\left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_R^* \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_L \right], \\
 S_2^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} &= 2 \operatorname{Im} \left[\left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_R^* \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_L \right], \\
 S_3^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} &= \left| \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_R \right|^2 - \left| \left(\mathcal{H}\mathcal{V}_{\vartheta, \xi}^{(\rho_1, \ell_1, \rho_2, \ell_2)} \right)_L \right|^2. \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

É possível também construir uma esfera de Poincaré de ordem híbrida, com coordenadas angulares análogas às da Eq. (3.42). Alguns exemplos de VVBs de ordem híbrida são apresentados na Figura 15, enquanto dois exemplos de esfera de Poincaré de ordem híbrida são apresentados na Figura 16.

3.3.4 Feixes Vetoriais no Formalismo de Óptica Quântica

Neste ponto, é importante introduzir a representação de feixes vetoriais em termos de estados coerentes utilizando a representação de modos espaciais em termos das coordenadas de momento transversal. Esta representação será útil no tratamento da StimPDC com feixes vetoriais do Capítulo 5.

Através da segunda quantização [130] da Eq. (3.35), define-se o operador

$$a_{vb}^\dagger = \gamma_H a_{H, \psi_H}^\dagger + \gamma_V a_{V, \psi_V}^\dagger, \quad (3.45)$$

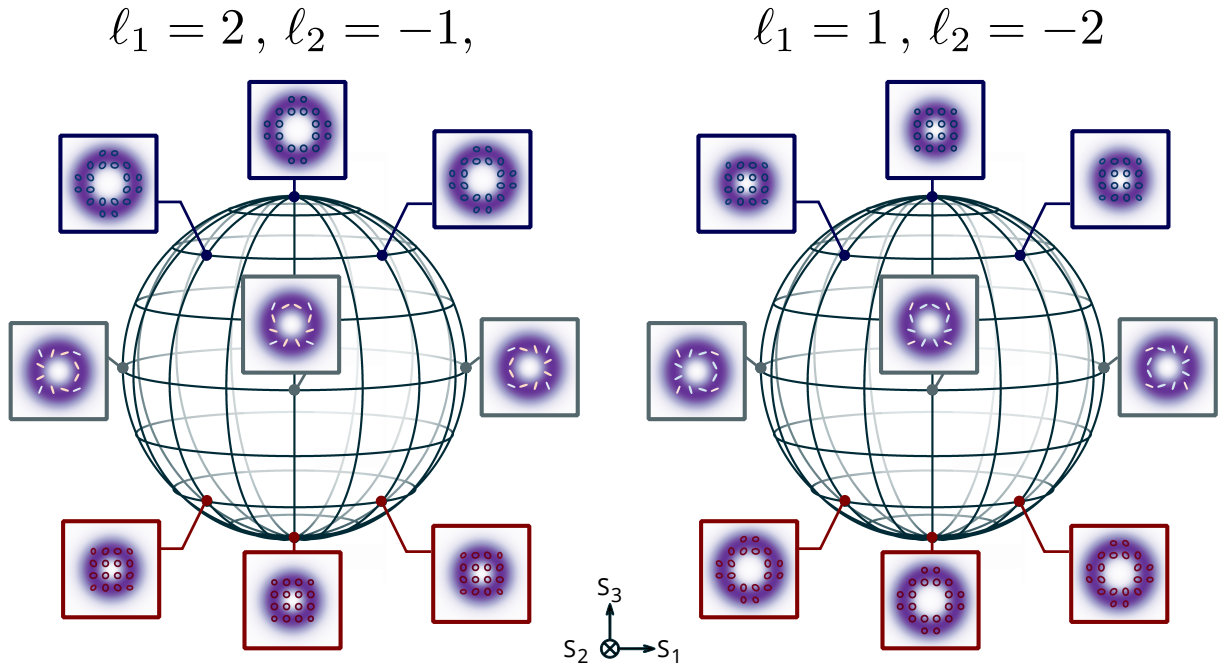


Figura 16 – Representação de feixes vórtices vetoriais de ordem híbrida (com $p_1 = p_2 = 0$) para superposições envolvendo cargas topológicas com valor absoluto 1 e 2 e sinais opostos em termos da esfera de Poincaré de ordem híbrida. O Pólo Norte da esfera da esquerda (direita) representa o modo escalar de Laguerre-Gauss com carga topológica $l_1 = 2$ ($l_1 = 1$) e polarização circular à direita. Por outro lado, o Pólo Sul representa o modo escalar de Laguerre-Gauss com carga topológica $l_1 = -1$ ($l_1 = -2$) e polarização circular à esquerda. O equador apresenta superposições balanceadas dos modos dos pólos das esferas, o que dá origem à distribuições transversais contendo apenas estados de polarização linear.

onde a_{j,ψ_j}^\dagger cria um fóton com polarização j e modo espacial transversal ψ_j . Um estado coerente com número médio de fótons $|\alpha|^2$, preparado num modo de feixe vetorial será representado por $|\alpha\rangle_{vb}$. Este estado pode ser expandido em termos de operadores de criação como

$$|\alpha\rangle_{vb} = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha a_{vb}^\dagger} |vac\rangle. \quad (3.46)$$

Usando o operador da Eq. (3.45), o estado da Eq. (3.46) pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle_{vb} &= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\gamma_H \alpha a_{H,\psi_H}^\dagger} e^{\gamma_V \alpha a_{V,\psi_V}^\dagger} |vac\rangle \\ &= |\gamma_H \alpha\rangle_{H,\psi_H} |\gamma_V \alpha\rangle_{V,\psi_V}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde, na segunda linha, a condição de normalização $|\gamma_H|^2 + |\gamma_V|^2 = 1$ foi empregada. Os operadores de criação dos modos transversais podem ser expandidos novamente em termos de modos de onda plana,

$$a_{j,\psi_j}^\dagger = \sum_{\mathbf{q}} \psi_j(\mathbf{q}) a_{j,\mathbf{q}}^\dagger. \quad (3.48)$$

Desta forma, um estado coerente do tipo $|\eta\rangle_{j,\psi_j}$ pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} |\eta\rangle_{j,\psi_j} &= e^{-\frac{|\eta|^2}{2}} e^{\eta a_{j,\psi_j}^\dagger} |vac\rangle \\ &= \prod_{\mathbf{q}} e^{-\frac{|\eta|^2}{2}} e^{\eta \psi_j(\mathbf{q}) a_{j,\mathbf{q}}^\dagger} |vac\rangle \\ &= \prod_{\mathbf{q}} \left| \eta \psi_j(\mathbf{q}) \right\rangle_{j,\mathbf{q}}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Por fim, empregando a Eq. (3.49), o feixe vetorial da Eq. (3.47) pode ser expresso em termos de modos de onda plana como

$$|\alpha\rangle_{vb} = \prod_{\mathbf{q}} |\alpha \gamma_H \psi_H(\mathbf{q})\rangle_{H,\mathbf{q}} |\alpha \gamma_V \psi_V(\mathbf{q})\rangle_{V,\mathbf{q}}. \quad (3.50)$$

A Eq. (3.50) será necessária para as derivações das seções seguintes.

Utilizando o operador da Eq. (3.45), um fóton único populando um modo de feixe vetorial é descrito por

$$|1\rangle_{vb} = a_{vb}^\dagger |vac\rangle = \gamma_H |1\rangle_{H,\psi_H} + \gamma_V |1\rangle_{V,\psi_V}, \quad (3.51)$$

que pode ser reexpresso em termos de modos de onda plana utilizando a Eq. (3.48):

$$|1\rangle_{vb} = \gamma_H \int d\mathbf{q} \psi_H(\mathbf{q}) |1\rangle_{H,\mathbf{q}} + \gamma_V \int d\mathbf{q} \psi_V(\mathbf{q}) |1\rangle_{V,\mathbf{q}}, \quad (3.52)$$

onde os somatórios foram estendidos para integrais. Por fim, vale notar a diferença entre um feixe vetorial composto por um fóton único da Eq. (3.52) e o estado coerente em termos de ondas planas da Eq. (3.50). Enquanto o segundo é um estado produto de todos os modos relevantes, o estado de um único fóton é um exemplo de estado quântico que apresenta emaranhamento entre modos.

Uma vez introduzida a descrição dos modos escalares e vetoriais de interesse para o restante deste trabalho, passa-se para o tratamento da interação de vórtices ópticos escalares e o surgimento de ordens radiais em Conversão Paramétrica Descendente Estimulada.

4 INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES EM STIMPDC

Uma vez apresentado o tratamento teórico da conversão paramétrica descendente estimulada e a descrição dos modos espaciais de interesse, estes tópicos serão agora combinados para investigar a interação de vórtices ópticos escalares em StimPDC. Os vórtices ópticos em questão são feixes preparados nos modos de Laguerre-Gauss apresentados na Subseção 3.2.2. Os resultados obtidos demonstram que, embora a conservação de momento angular orbital continue válida no regime de ângulos pequenos, a estrutura espacial do feixe idler resultante depende da relação entre os sinais das cargas topológicas dos feixes interagentes, havendo o surgimento de índices radiais não-nulos em determinados casos.

4.1 TEORIA PARA A INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES EM STIMPDC

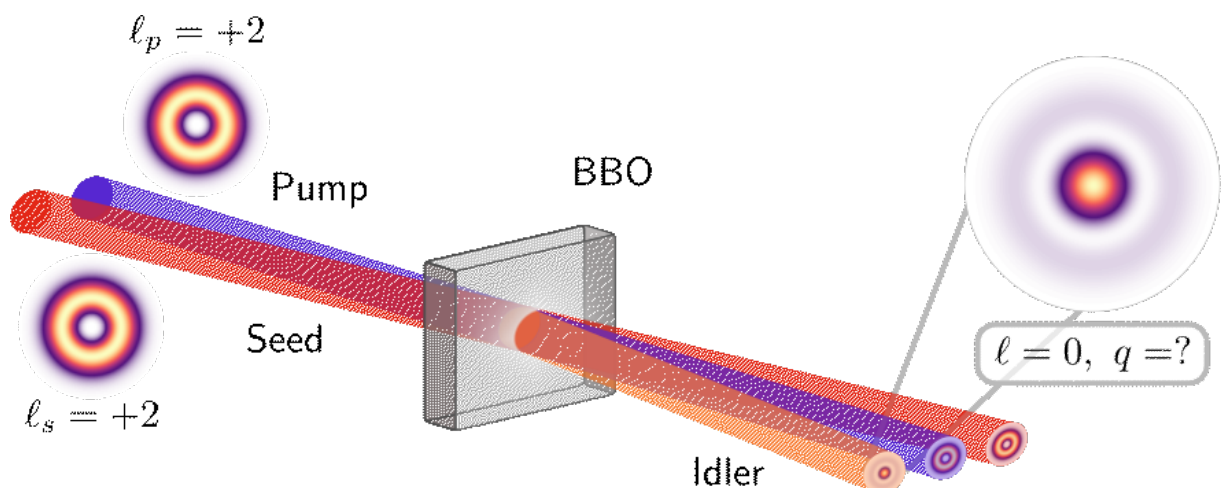


Figura 17 – Ilustração da interação de modos de Laguerre-Gauss com índices radiais nulos em StimPDC. Além da conservação do momento angular orbital, observa-se também o surgimento de modos radiais (com número radial representado por q neste capítulo) na composição do feixe idler. Figura adaptada de [148].

Conforme demonstrado na Seção 2.3, o campo idler produzido em StimPDC herda características tanto do feixe de bombeamento, quanto do feixe semente. Em particular, o seu modo espacial é determinado pela conservação de momento linear e da carga topológica no processo de conversão. Antes de iniciar a abordagem teórica, convém observar o cenário esquematizado na Figura 17, onde dois vórtices ópticos, no caso dois modos LG com $l = +2$ e índices radiais nulos, interagem em um cristal BBO em StimPDC do tipo I.

Considerando que os modos signal e idler de interesse são quase colineares com o feixe de bombeamento, o momento angular do pump deve ser conservado no processo de conversão descendente [84]. Portanto, o idler resultante da interação

entre os feixes considerados deve possuir carga topológica nula ($\ell_{idler} = 0$), dado que $\ell_{pump} - \ell_{seed} = +2 - (+2) = 0$. Mas e quanto aos índices radiais? É possível que a interação de feixes com índices radiais nulos gere feixes com índices radiais não-nulos? Esta seção é destinada a responder estas questões de um ponto de vista teórico, estabelecendo uma regra de seleção para modos radiais em StimPDC. É importante destacar que, embora outras classes de modos também carreguem carga topológica (como é o caso dos feixes de Airy circulares [149] e Bessel de alta ordem [150, 151], por exemplo), a análise desenvolvida aqui será inteiramente baseada na interação de feixes preparados em modos de Laguerre-Gauss.

Tendo em vista o cenário descrito acima, o primeiro passo para generalizá-lo consiste em estabelecer a forma dos campos pump e seed considerados na discussão e experimento. No caso, ambos são preparados em modos de Laguerre-Gauss "puros" (não há superposição de modos) e com índices radiais nulos. Portanto, os campos pump e seed são descritos, respectivamente por:

$$\begin{aligned} E_p(\rho_p, z_p) &\sim \mathcal{E}_p LG_{0,l}^p(\rho_p, z_p), \\ E_s(\rho_s, z_s) &\sim \mathcal{E}_s LG_{0,m}^s(\rho_s, z_s), \end{aligned}$$

onde \mathcal{E}_p e \mathcal{E}_s são as amplitudes dos campos pump e seed, que possuem cargas topológicas $\ell = l, m$ e cinturas w_p e w_s , respectivamente. Destaca-se que a expressão geral para modos LG é apresentada na Eq. (3.24).

De modo geral, para computar o campo idler resultante na saída do cristal, é necessário resolver as equações dinâmicas acopladas descrevendo o processo de mistura de três ondas no meio não-linear [2]. No entanto, aqui o problema será simplificado assumindo válidas as aproximações realizadas na Seção 2.3, de modo que os resultados obtidos anteriormente possam ser aplicados diretamente aqui. Conforme o resultado expresso na Eq. (2.34), no regime de estimulação forte, o perfil transversal do campo idler na saída do cristal pode ser considerado simplesmente como proporcional ao produto dos perfis dos campos pump e seed no plano do cristal. Assim, considerando ângulos pequenos entre pump, seed e idler, isto é, considerando-os como praticamente colineares na região de interação, temos que o perfil do idler na saída do cristal ($z = 0$) é dado aproximadamente por

$$\begin{aligned} \psi_i^{stim}(\rho, 0) &\approx \mathcal{W}(\rho) \mathcal{U}^*(\rho) \\ &\propto \mathcal{E}_p \mathcal{E}_s^* LG_{0,l}^p(\rho, 0) \left(LG_{0,m}^s(\rho, 0) \right)^*. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Portanto, a estrutura espacial do feixe gerado é determinada por produtos de modos de Laguerre-Gauss com índices radiais nulos. Este produto de modos pode ser expres-

sado de forma mais conveniente como

$$LG_{0,l}^p(\rho, 0) \left(LG_{0,m}^s(\rho, 0) \right)^* = \frac{2}{\pi} \frac{1}{w_p w_s} \frac{1}{\sqrt{|l|! |m|!}} \frac{w_i^{|m|+|l|}}{w_p^{|l|} w_s^{|m|}} \times$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_i} \right)^{|m|+|l|} \exp \left[- \left(\frac{\rho^2}{w_i^2} \right) + in\varphi \right], \quad (4.2)$$

onde

$$n = l - m, \quad (4.3)$$

e

$$\frac{1}{w_i^2} = \frac{1}{w_s^2} + \frac{1}{w_p^2}. \quad (4.4)$$

É importante notar que, exceto para o caso trivial da interação de feixes gaussianos ($l = m = 0$), a distribuição espacial do campo idler na saída do cristal sempre apresenta forma de anel, visto que os fótons são gerados na região de sobreposição das intensidades dos campos interagentes. No entanto, há casos onde uma estrutura radial se apresenta no campo distante. Dependendo da quiralidade relativa de m e l , o produto descrito pela Eq. (4.2) pode consistir tanto de apenas um único modo LG, quanto uma superposição envolvendo várias ordens radiais. Estes casos serão discutidos separadamente a seguir.

4.1.1 Vórtices Contra-girantes: $\ell_{pump} \ell_{seed} \leq 0$

Neste caso, $|n| = |m| + |l|$ e o expoente do monômio na coordenada radial é igual ao valor absoluto da carga topológica resultante. Com exceção de um fator constante e uma redefinição da cintura do modo dada pela Eq (4.4), o produto de modos representa um único modo de Laguerre-Gauss

$$LG_{0,l}^p(\rho, 0) \left(LG_{0,m}^s(\rho, 0) \right)^* = C_{ml} \sqrt{|n|!} LG_{0,n}^i(\rho, 0), \quad (4.5)$$

onde

$$C_{ml} = \sqrt{\frac{2/\pi}{|l|! |m|!}} \frac{w_s^{|l|} w_p^{|m|}}{\left(w_s^2 + w_p^2 \right)^{\frac{|m|+|l|+1}{2}}}. \quad (4.6)$$

Neste cenário, a amplitude transversal do campo idler é

$$\psi_i^{stim}(\rho, 0) \propto \mathcal{E}_p \mathcal{E}_s^* C_{ml} \sqrt{|n|!} LG_{0,n}^i(\rho, 0), \quad (4.7)$$

ou seja, um vórtice óptico com índice radial nulo, assim como os feixes seed e pump interagentes.

4.1.2 Vórtices Co-girantes: $\ell_{pump} \ell_{seed} > 0$

Neste caso, $|n| \neq |m| + |l|$, de modo que o expoente do monômio da coordenada radial da Eq. (4.2) não é igual ao valor absoluto da carga topológica resultante. No entanto, o produto de modos pode ser expresso como uma superposição de modos com diferentes índices radiais. Para demonstrar esta afirmação, primeiramente a Eq. (4.2) é reescrita como

$$LG_{0,l}^P(\rho, 0) \left(LG_{0,m}^S(\rho, 0) \right)^* = \frac{2}{\pi} \frac{1}{w_p w_s} \frac{1}{\sqrt{|l|! |m|!}} \frac{w_i^{|m|+|l|}}{w_p^{|l|} w_s^{|m|}} \times \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_i} \right)^{|n|} \left(\frac{2\rho^2}{w_i^2} \right)^P \exp \left[- \left(\frac{\rho^2}{w_i^2} \right) + in\varphi \right], \quad (4.8)$$

onde $P \equiv (|m| + |l| - |n|)/2 = \min(|m|, |l|)$. Uma vez nesta forma, é conveniente notar que um monômio x^P pode ser expandido em termos de polinômios associados de Laguerre $L_q^{|l|}(x)$ [152]:

$$x^P = \sum_{q=0}^P \frac{(-1)^q P!(P+|l|)!}{(P-q)!(q+|l|)!} L_q^{|l|}(x). \quad (4.9)$$

A aplicação da Eq. (4.9) em (4.8) resulta em

$$LG_{0,l}^P(\rho, 0) \left(LG_{0,m}^S(\rho, 0) \right)^* = C_{ml} \sum_{q=0}^P c_q^P LG_{q,n}^i(\rho, 0), \quad (4.10)$$

onde

$$c_q^P = \frac{(-1)^q P!(P+|n|)!}{(P-q)! \sqrt{q!(q+|n|)!}}. \quad (4.11)$$

Neste caso, o perfil do idler resultante pode ser expresso por

$$\psi_i^{stim}(\rho, 0) \propto \varepsilon_p \varepsilon_s^* C_{ml} \sum_{q=0}^P c_q^P LG_{q,n}^i(\rho, 0). \quad (4.12)$$

Portanto, o campo convertido carregará uma superposição de modos radiais¹ quando os vórtices ópticos interagentes possuírem a mesma quiralidade. Este é o caso oposto do que ocorre em conversão ascendente, onde modos radiais são gerados quando os vórtices de entrada possuem quiralidades opostas [79, 81]. Esta diferença é proveniente do fato de que a conversão descendente apresenta conjugação de fase, como será discutido no Capítulo 6.

4.1.3 Propagação e Padrões no Campo Distante

Para analisar como estes casos dão origem a diferentes padrões de intensidade no campo distante do cristal, considera-se o cenário onde a estrutura espacial do feixe

¹ não confundir com os feixes vórtice vetoriais radiais do Capítulo 3

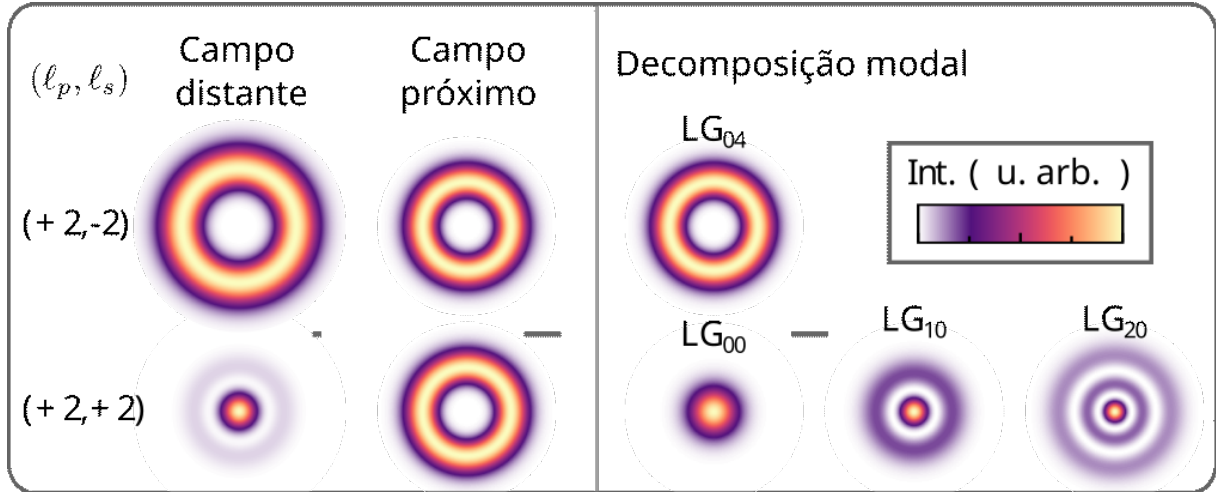


Figura 18 – Simulações dos padrões de intensidade no campo distante e próximo para o idler gerado por diferentes combinações de vórtices ópticos, assim como sua decomposição modal em termos de modos de Laguerre-Gauss. A decomposição modal é obtida através da Eq. (4.14). Os padrões de campo distante foram computados para $z = 5z_R$, e todas as barras de escala correspondem a $1000\lambda_i$ (λ_i sendo o comprimento de onda do idler). Figura adaptada de [148].

formado pela interação não-linear segue propagação livre. Conforme a expressão da cintura do idler da Eq. (4.4) e a definição da Eq.(3.21), o comprimento de Rayleigh do idler é dado por

$$z_R = \frac{k_i}{2} \left(\frac{w_s^2 w_p^2}{w_s^2 + w_p^2} \right). \quad (4.13)$$

No caso onde há superposição de modos, cada componente gerada no cristal adquire curvatura em sua frente de onda e uma fase de Gouy específica de acordo com sua respectiva distância de Rayleigh. Sendo os modos LG auto-modos da propagação no espaço livre, o perfil do idler a uma distância $z > d/2$ do cristal é dado por

$$\psi_i^{stim}(\rho, z) \propto \varepsilon_p \varepsilon_s^* C_{ml} \sum_{q=0}^P c_q^P LG_{q,n}^i(\rho, z), \quad (4.14)$$

com

$$P = \frac{|| + |m| - |l - m|}{2} = \begin{cases} 0, & \text{if } m \cdot l \leq 0 \\ \min(|m|, |l|), & \text{if } m \cdot l > 0 \end{cases}, \quad (4.15)$$

onde os resultados para vórtices co- e contra-girantes são resumidos em uma única expressão. A Figura 18 exibe simulações para o campo próximo e distante para $|l| = |m| = 2$. Como citado anteriormente, no campo próximo os padrões são os mesmos, apresentando forma de anel proveniente da região de sobreposição das intensidades

dos feixes seed e pump. No entanto, a situação é diferente no campo distante. Para $l = -m$, o campo convertido é um modo puro, e assim, sua distribuição de intensidade se mantém no mesmo formato ao longo da propagação (apesar de uma mudança de tamanho). Já para $l = m$, o campo convertido tem carga topológica resultante igual a zero ($n = 0$), enquanto apresenta índices radiais $q = 0, 1, 2$. A presença destes modos radiais de diferentes ordens é evidenciada no campo distante, onde uma estrutura de anel surge como consequência das fases de Gouy não-sincronizadas (dado que a fase de Gouy de um modo depende de sua ordem. Ver Eq. (3.23)).

4.2 EXPERIMENTO DE INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS EM STIMPDC

4.2.1 Esquema Experimental

Para investigar a interação de vórtices ópticos em conversão paramétrica descendente estimulada, um experimento foi montado utilizando como fonte um cristal BBO do tipo I, como apresentado na Figura 19. O cristal foi bombeado com luz horizontalmente polarizada ($\lambda_p = 405$ nm, potência em torno de 5 mW), e a emissão de fótons convertidos foi estimulada com um laser ($\lambda_s = 780$ nm, potência em torno de 12 mW) com polarização vertical, mesmo modo de polarização do idler ($\lambda_s = 840$ nm) gerado no processo. Ambos os lasers utilizados são de onda contínua, sendo colimados utilizando telescópios de modo que seus diâmetros fossem de cerca de 0.6 mm no volume de interação. Apesar de existirem diversas formas de gerar feixes estruturados em laboratório, o uso de hologramas gerados em computador e exibidos em moduladores espaciais de luz (spatial light modulators, SLMs) se apresenta como uma das ferramentas mais versáteis para preparar modos espaciais transversais [34]. Os SLMs são dispositivos eletrônicos que imprimem uma distribuição de fase (no caso de SLMs apenas de fase) gerada por computador em um feixe incidente em sua tela de cristal líquido, que funciona efetivamente como um meio onde o índice de refração de cada pixel pode ser controlado. No experimento utilizamos SLMs (Holoeye Pluto 2) para preparar o pump e seed em modos de Laguerre-Gauss. Um garfo com ℓ dentes é exibido na tela do SLM em conjunto com uma modulação radial gaussiana com largura máxima a meia altura determinada pelo tamanho do feixe gaussiano incidente na tela, resultando em modos LGs de alta pureza com carga topológica ℓ e índice radial nulo.

Um casamento adequado de modos no volume de interação é garantido pela sobreposição espacial dos feixes. Além disso, o comprimento de Rayleigh dos feixes interagentes é muito maior que a largura do cristal (sendo válida então a aproximação de cristal fino). O perfil transversal do feixe gerado na conversão é imageado por um telescópio e uma câmera CCD (com adição de um filtro de interferência centrado em 840 nm posicionado em frente à câmera). Imagens foram coletadas em um plano fixo na região de campo distante (cerca de 60 cm do cristal) para diversas combinações

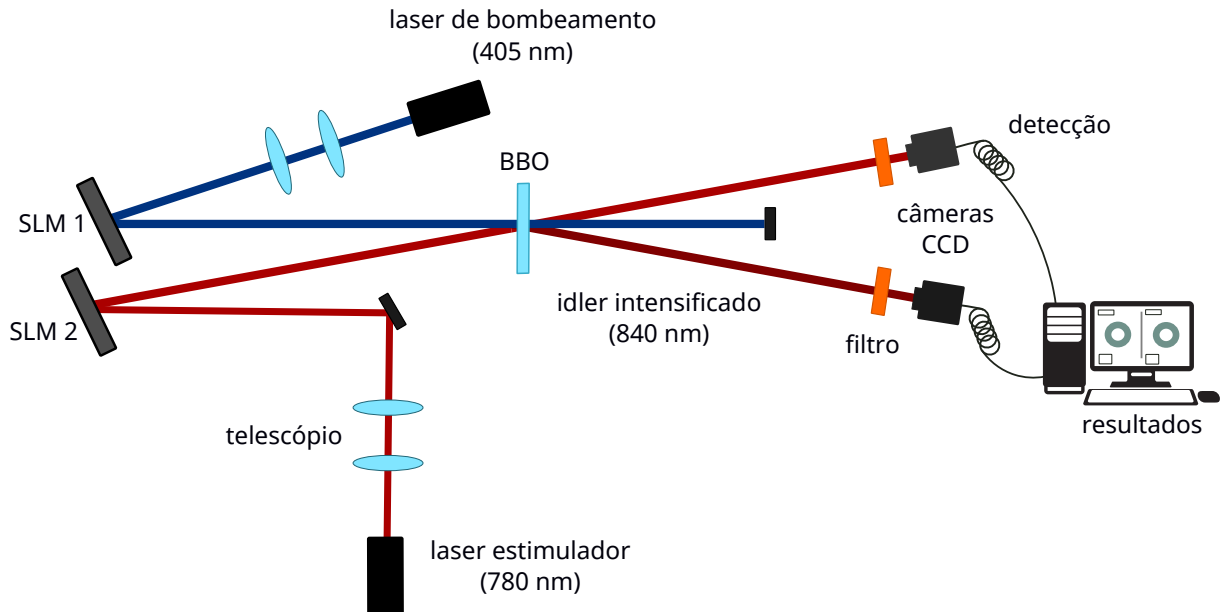


Figura 19 – Setup experimental. Feixes seed e pump são colimados usando telescópios, mandados para SLMs para serem modulados como vórtices ópticos, e então combinados em um cristal não-linear BBO para produzir StimPDC do tipo I. Imagens de campo próximo e distante do perfil de intensidade do idler são capturadas por uma câmera CCD em conjunto com um telescópio.

de feixes de entrada com variadas cargas topológicas. Para investigar a evolução do campo propagante, imagens foram capturadas em diversas distâncias de propagação, indo do campo próximo ao distante.

4.2.2 Resultados

A Figura 20 apresenta a comparação entre a distribuição de intensidade transversal experimental e simulada do idler, em um plano fixo no campo distante, para a combinação de diversos vórtices ópticos com índices radiais nulos. Uma vez que as imagens coletadas apresentam simetria cilíndrica, na figura são apresentados perfis de intensidade obtidos pela média azimutal de cada imagem, como esquematizado na parte superior da figura. A conservação de momento angular ($= -$) é verificada por medidas de carga topológica através da técnica de lente inclinada² (não apresentado aqui). Conforme previsto pela conservação de momento, as imagens exibem uma região brilhante no centro quando pump e seed possuem cargas topológicas iguais. Por outro lado, este não é o que ocorre quando os vórtices de entrada possuem cargas topológicas diferentes, uma vez que picos de intensidade no eixo óptico somente ocorrem para modos LG com carga topológica nula ($LG_{q,0}^i$).

Além da conservação de momento angular, os perfis de intensidade do idler na Figura 20 também revelam a distribuição de modos previstas pelas Eqs. (4.14) e

² Ver a Seção 6.4.1 para mais detalhes sobre a técnica de lente inclinada.

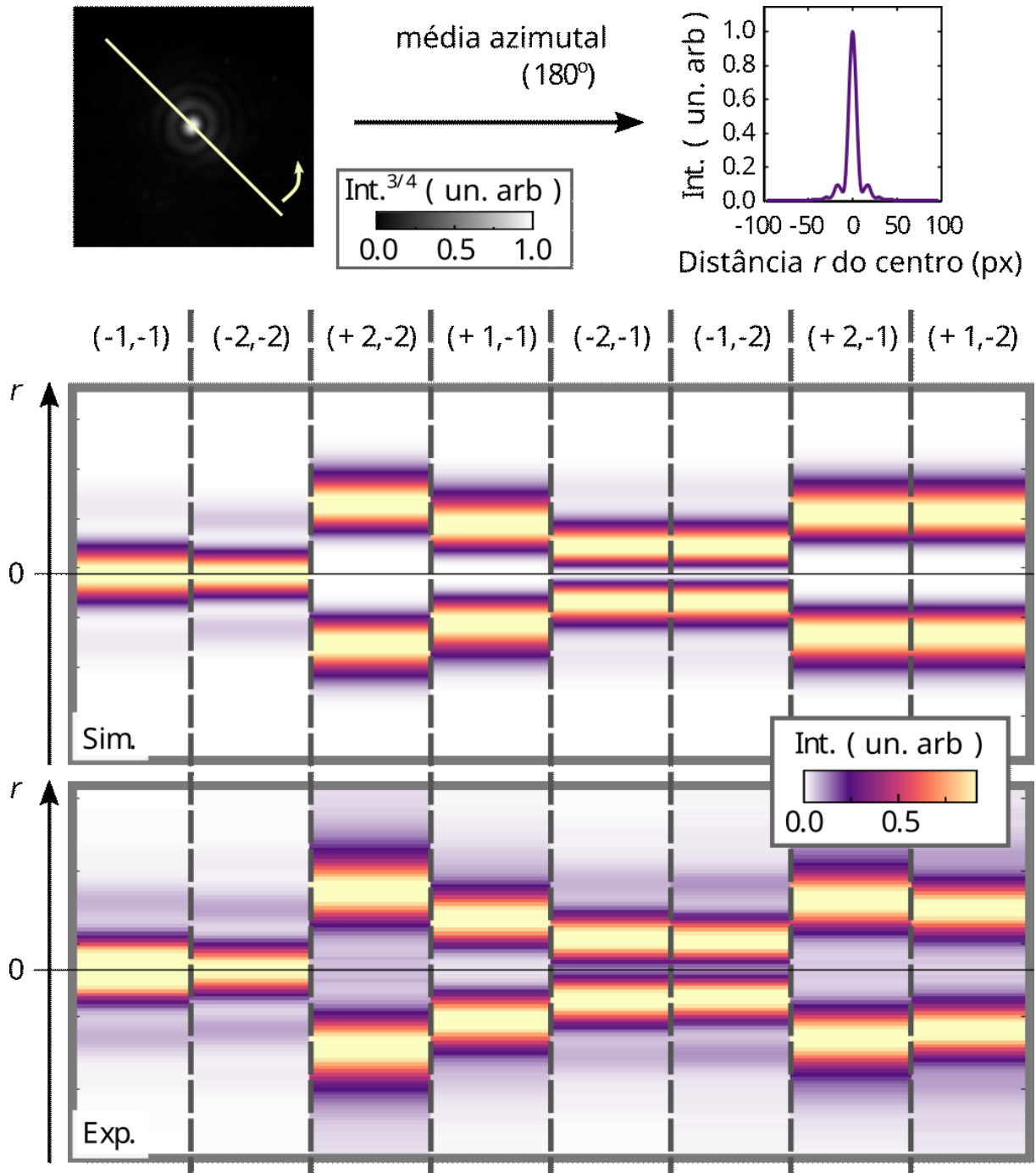


Figura 20 – Perfis transversais de intensidade do feixe idler, num plano fixo no campo distante, para diferentes combinações de cargas topológicas para os feixes seed e pump. Os perfis apresentados são obtidos através da média azimutal das imagens obtidas em laboratório, uma vez que os modos apresentam simetria cilíndrica em seu perfil transversal de intensidade. Cada perfil é normalizado através do seu valor máximo de intensidade. Figura adaptada de [148]

(4.15). Para feixes pump e seed preparados como vórtices contra-girantes (terceira, quarta, sétima e oitava colunas), o perfil com forma de um único anel indica a ausência de modos radiais. Em contrapartida, para todas as combinações de pump e seed co-

girantes (primeira, segunda, quinta e sexta colunas), a presença de anéis secundários no perfil de intensidade indica a geração de modos radiais. Vale destacar que, ao inverter as cargas topológicas do seed e pump (quinta e sexta colunas, assim como sétima e oitava colunas), a distribuição de intensidade do idler resultante continua a mesma.

As pequenas discrepâncias entre os dados experimentais e simulados, especialmente o surgimento de fracos anéis externos nos dados experimentais (como na terceira coluna da Figura 20), são devidas aos desvios do cenário ideal. A presença de aberturas circulares, como bordas de lentes, introduzem difração nos feixes, o que contribui para o surgimento de anéis inesperados no plano distante. Artefatos da modulação do feixe também podem contribuir para este fenômeno. De todo modo, estes anéis são muito menos intensos do que os provenientes dos modos radiais.

Como citado anteriormente, quando pump e seed possuem cargas topológicas iguais, ocorre o surgimento de uma região brilhante em torno do eixo óptico na região de campo distante. Este fato pode parecer intrigante a primeira vista, dado que o perfil do idler na saída do cristal é dado pela sobreposição de intensidades dos feixes interagentes, ambos vórtices ópticos, portanto possuindo intensidade nula neste eixo. Porém, este resultado é previsto pela conservação de momento angular orbital no processo de conversão, já que o feixe convertido deve possuir carga topológica resultante nula. O surgimento destes máximos centrais de intensidade pode ser entendido ao considerar a presença de modos radiais gerados no processo de conversão. Como mencionado na Subseção 4.1.3, para pump e seed preparados como vórtices co-girantes, o campo convertido não consiste em apenas um modo LG, mas sim em uma superposição de modos radiais de diferentes ordens. Ao longo da propagação, a dessincronização das fases de Gouy destes modos induz à evolução do padrão de intensidade transversal do campo.

A Figura 21 mostra a propagação do feixe idler, do campo próximo ao distante, para diferentes combinações de pump e seed preparados como vórtices ópticos. Em concordância com as simulações, todos os perfis transversais iniciais de intensidade possuem forma de anel. Para pump e seed preparados como vórtices co-girantes, a distribuição transversal do campo idler muda drasticamente durante a propagação até o campo distante, evidenciando a presença de modos de diferentes ordens em sua composição. Por outro lado, a interação de vórtices contra-girantes gera um idler que mantém sua forma constante durante a propagação (apesar de uma divergência esperada), o que confirma que consiste em apenas um modo de Laguerre-Gauss.

O acordo evidente entre os dados experimentais e simulados das Figuras 20 e 21 demonstra a validade da teoria para StimPDC da Seção 2.3, assim como confirma os resultados teóricos obtidos no decorrer deste capítulo. Esta concordância indica que as aproximações realizadas na obtenção das expressões teóricas são razoáveis e

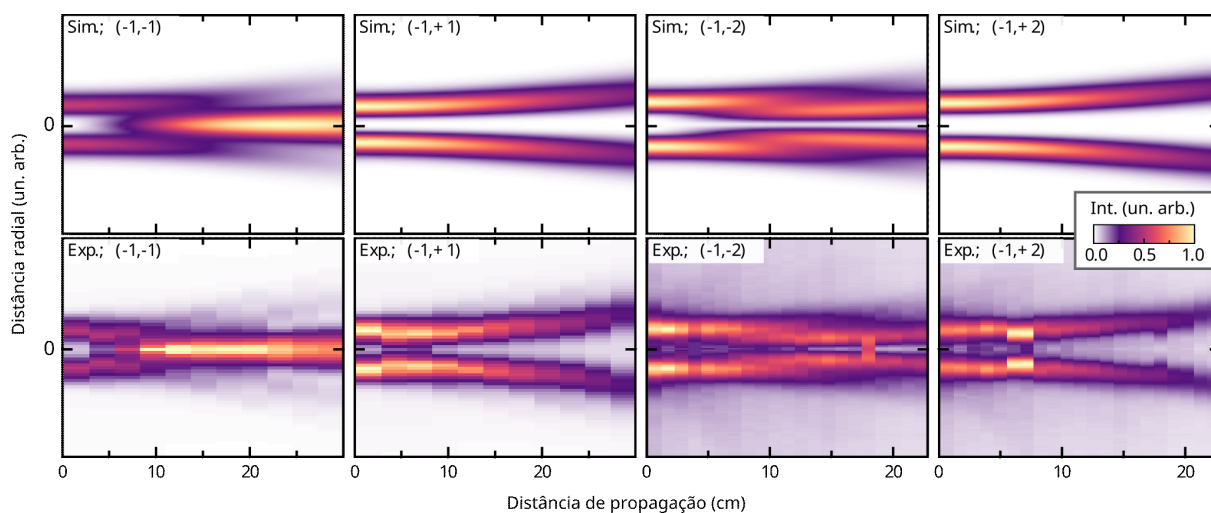


Figura 21 – Perfis experimentais e simulados para o feixe idler como função da distância de propagação (começando pelo plano do cristal), para diferentes combinações de vórtices ópticos em StimPDC. Os perfis de intensidade obtidos pela média azimutal mostram a evolução do campo próximo ao distante para os feixes gerados. Figura adaptada de [148].

descrevem adequadamente o processo realizado em laboratório.

5 INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS EM STIMPDC

Finalizada a abordagem de interação de vórtices ópticos escalares, a atenção é dirigida agora a interação de vórtices ópticos vetoriais em conversão paramétrica descendente estimulada. Neste capítulo será abordada a interação de modos vetoriais em StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais, usualmente empregada no regime espontâneo para a geração de pares de fótons emaranhados em polarização. A teoria da Seção 2.3 é generalizada para abordar esta configuração de fonte. Em seguida, o experimento e resultados para a conversão de feixes vórtices vetoriais são apresentados.

5.1 CONVERSÃO PARAMÉTRICA DESCENDENTE DO TIPO I COM FONTES DE DOIS CRISTAIS

5.1.1 Geração de Emaranhamento de Polarização em SPDC do Tipo I

Além das correlações temporais e espaciais, as correlações entre os modos de polarização dos fótons gerados em conversão paramétrica descendente também podem ser exploradas. Para entender como gerar emaranhamento de polarização em SPDC do tipo I, é conveniente observar o esquema exibido na Figura 22, onde é apresentada a configuração de fonte de dois cristais. Considerando apenas um cristal na configuração onde o seu eixo óptico é alinhado de forma a interagir com a componente de polarização vertical (horizontal) do pump, os fótons signal e idler gerados estarão populando modos de polarização horizontal (vertical). É importante notar que, apesar de os modos de polarização dos fótons da SPDC estarem correlacionadas nesta configuração, seu estado ainda é separável, ou seja, não há emaranhamento de polarização neste cenário.

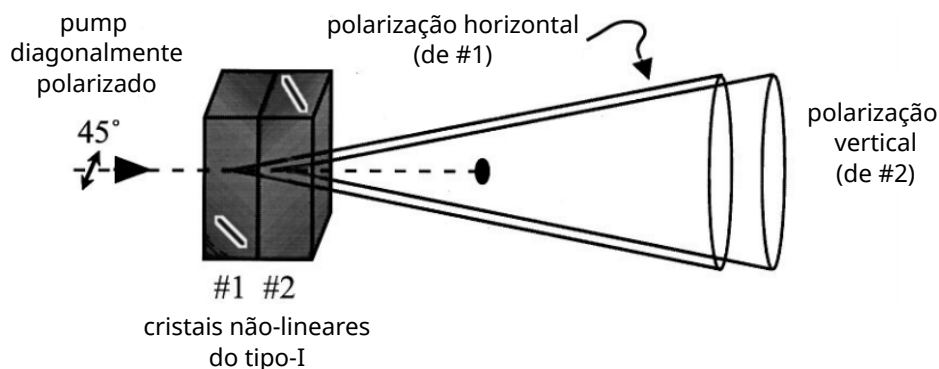


Figura 22 – Esquema representando o processo de SPDC com dois cristais do tipo-I com eixos ópticos cruzados entre si, onde um feixe pump diagonalmente polarizado interage com os meios não-lineares gerando estados emaranhados em polarização. Figura adaptada de [153].

No final da década de 1990, Kwiat e colaboradores desenvolveram um esquema para sobrepor esta limitação e gerar estados maximamente emaranhados em polarização utilizando dois cristais do tipo I em série como fonte de SPDC [134, 153], como representado esquematicamente na Figura 22. A técnica consiste em utilizar um feixe pump diagonalmente polarizado interagindo com dois cristais do tipo com eixos ópticos alinhados em direções ortogonais entre si, de modo que a componente vertical do pump possa produzir fótons SPDC com polarização horizontal, e a componente horizontal, fótons SPDC com polarização vertical. Se os processos forem coerentes entre si, o estado de polarização da SPDC pode ser escrito como o estado de Bell

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|H\rangle_s |H\rangle_i + |V\rangle_s |V\rangle_i}{\sqrt{2}}. \quad (5.1)$$

No entanto, se o pump for preparado num estado de polarização genérico da forma

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \frac{\theta_p}{2} |H\rangle + e^{i\phi_p} \sin \frac{\theta_p}{2} |V\rangle, \quad (5.2)$$

o estado de polarização da SPDC será dado por

$$|\Phi\rangle = \sin \frac{\theta_p}{2} e^{i\phi_p} |H\rangle_s |H\rangle_i + \cos \frac{\theta_p}{2} |V\rangle_s |V\rangle_i, \quad (5.3)$$

com a polarização do pump determinando então o grau de emaranhamento do estado de polarização da conversão paramétrica descendente espontânea. O esquema experimental para geração e detecção dos estados da Eq. (6.11) é apresentado na Figura 23.

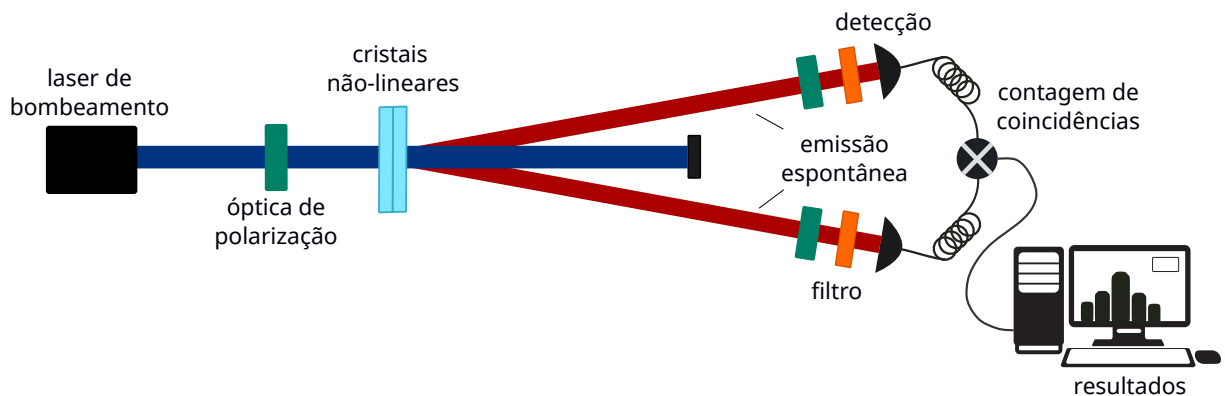


Figura 23 – Esquema experimental para geração e detecção de estados emaranhados em polarização usando fonte SPDC com dois cristais do tipo-I.

Com a introdução de um laser estimulador na interação, é possível também explorar correlações de polarização em conversão paramétrica descendente no regime estimulado. Um esquema experimental genérico para este cenário é apresentado na Figura 24. Esta configuração de fonte StimPDC será utilizada no restante deste capítulo para demonstrar a conversão de vórtices ópticos vetoriais.

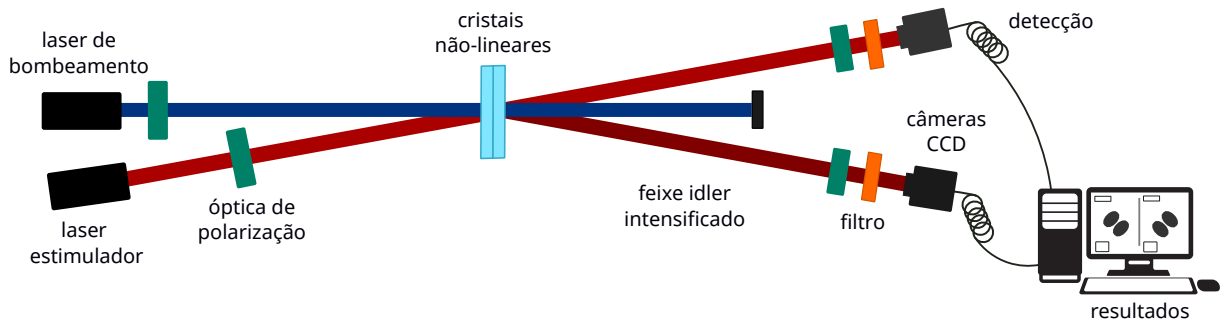


Figura 24 – Esquema experimental de StimPDC com dois cristais do tipo-I.

5.1.2 Descrição Teórica de StimPDC com Vórtices Ópticos Vetoriais

Nesta subsecção o tratamento teórico da Seção 2.3 será generalizado para abordar a descrição do processo de StimPDC de feixes vetoriais usando uma fonte de conversão paramétrica descendente composta por dois cristais do tipo I. Na abordagem que segue, será assumido que as aproximações feitas anteriormente continuam válidas. A Figura 25 contrasta a diferença entre o cenário anterior e o que será descrito aqui. Enquanto no caso de uma fonte de um cristal do tipo I as condições de phase matching possibilitam apenas explorar a geração de modos de polarização linear em StimPDC, fontes de dois cristais podem ser utilizadas para combinar estruturas mais complexas de polarização, permitindo inclusive a interação de vórtices vetoriais, como será descrito a seguir.

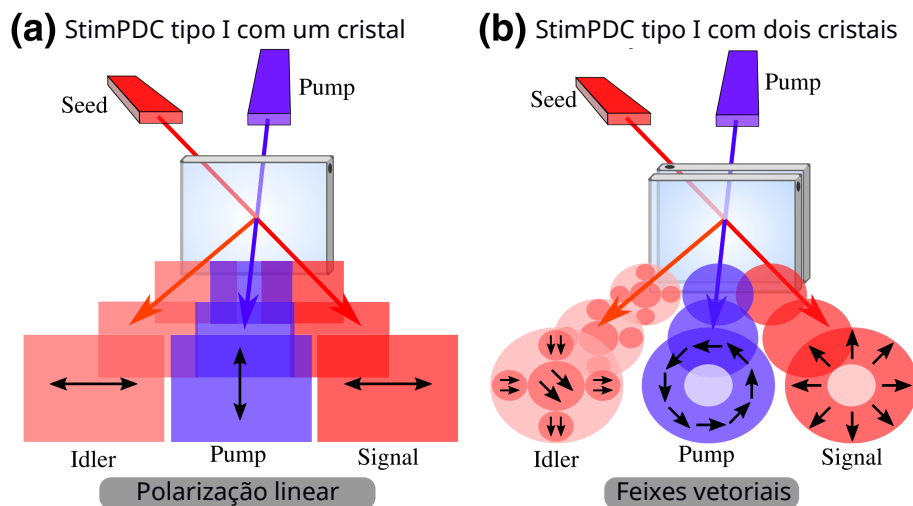


Figura 25 – Ilustração da fonte de StimPDC de a) um cristal e feixes em modos de onda plana e b) dois cristais e feixes vetoriais. Figura adaptada de [33].

Como ponto de partida, considere uma fonte de dois cristais do tipo I posicionados em série e com eixos ópticos cruzados entre si, sendo bombeada por um feixe pump intenso descrito por um feixe vetorial coerente

$$|\alpha_p\rangle_{vb} = \prod_q |\alpha_{\gamma H}\psi_H(q)\rangle_{H,q} |\alpha_{\gamma V}\psi_V(q)\rangle_{V,q}, \quad (5.4)$$

como na Eq. (3.45). Será assumido também que os cristais são finos, com largura muito menor que o comprimento de Rayleigh do feixe pump, e são colocados muito próximos um do outro, como mostrado na Figura 24. Sob estas condições, os efeitos de propagação entre cristais pode ser ignorado. Neste cenário, é possível proceder como na Seção 2.3 e fazer uso de um Hamiltoniano efetivo similar ao da Eq. (2.15), mas contendo agora uma contribuição de polarização vertical do pump vetorial:

$$H \approx \gamma_H \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{V, \mathbf{q}_i}^\dagger + \gamma_V \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_V(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_{H, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{H, \mathbf{q}_i}^\dagger, \quad (5.5)$$

onde

$$\Psi_j(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \psi_j(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \text{sinc} \left[\frac{d}{4k_p} \left| \sqrt{\frac{\omega_i}{\omega_s}} \mathbf{q}_s - \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_i}} \mathbf{q}_i \right|^2 \right], \quad (5.6)$$

sendo $j = H, V$, e ψ_j descreve o espectro angular da componente de polarização j do feixe pump. Destaca-se o fato de que γ_H e γ_V são os coeficientes complexos que descrevem as componentes de polarização horizontal e vertical do feixe pump vetorial, respectivamente.

Considerando que o processo de StimPDC com um feixe vetorial como semente do feixe signal, o operador Hamiltoniano da conversão paramétrica descendente da Eq. (5.5) é aplicado ao estado inicial $|\alpha_s\rangle_{sv} |vac\rangle$, onde

$$|\alpha_s\rangle_{sv} = \prod_{\mathbf{q}_s} |\alpha_s \delta_H \phi_H(\mathbf{q}_s)\rangle_{H, \mathbf{q}_s} |\alpha_s \delta_V \phi_V(\mathbf{q}_s)\rangle_{V, \mathbf{q}_s}, \quad (5.7)$$

é a descrição óptico-quântica do feixe vetorial estimulador, sendo δ_H e δ_V os coeficientes complexos de cada componente de polarização, enquanto o índice sv denota seed vórtice vetorial. Uma vez em posse dessas expressões, o procedimento usual pode ser seguido para calcular o estado após a interação usando a teoria de perturbação dependente do tempo como na Seção 2.3, o que resulta em

$$|\Psi\rangle \approx C_0 |\alpha_s\rangle_{vb} |vac\rangle + C_I \gamma_H \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_H(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) |1\rangle_{V, \mathbf{q}_i} a_{V, \mathbf{q}_s}^\dagger |\alpha_s\rangle_{sv} + C_I \gamma_V \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_V(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) |1\rangle_{H, \mathbf{q}_i} a_{H, \mathbf{q}_s}^\dagger |\alpha_s\rangle_{sv}, \quad (5.8)$$

onde C_0 e C_I são constantes e $C_I \ll 1$. Novamente será assumido que este estado será usado para determinar as probabilidades de detecção de fótons e intensidades, de modo que o termo de vácuo pode ser ignorado. Quando o feixe semente é fraco o suficiente, o campo idler no estado da Eq. (5.8) pode ser emaranhado ao campo signal [154]. Caso $|\gamma_H| = |\gamma_V|$, o emaranhamento pode ser máximo no regime espontâneo ($|\alpha_s|^2 = 0$) [153], e desaparece apenas quando a intensidade do feixe estimulador é alta ($|\alpha_s|^2 \gg 1$).

Realizando o traço parcial sobre os graus de liberdade de polarização e modo espacial do feixe signal, encontra-se como resultado que o idler é descrito pelo operador densidade

$$\hat{\rho}_i \approx \iiint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i \sum_{j,k=H,V} \gamma_{\bar{j}} \gamma_k^* |j, \mathbf{q}_i\rangle \langle k, \mathbf{q}'_i| \times \Psi_{\bar{j}}(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_k^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i) {}_{sv} \langle \alpha_s | a_{k, \mathbf{q}'_s} a_{j, \mathbf{q}_s}^\dagger | \alpha_s \rangle {}_{sv} \quad (5.9)$$

onde \bar{j} é a polarização ortogonal a j , e por simplicidade, a notação $|j, \mathbf{q}_i\rangle = |1\rangle_{j, \mathbf{q}_i}$ é introduzida para os estados de fóton único. Aplicando a relação de comutação ao termo

$${}_{sv} \langle \alpha_s | a_{k, \mathbf{q}'_s} a_{j, \mathbf{q}_s}^\dagger | \alpha_s \rangle {}_{sv} = \delta_{k, \mathbf{q}'_s, j, \mathbf{q}_s} + {}_{sv} \langle \alpha_s | a_{j, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{k, \mathbf{q}'_s} | \alpha_s \rangle {}_{sv} \quad (5.10)$$

obtém-se dois termos, onde o primeiro é relacionado à componente espontânea (SPDC) e, usando Eq. (5.7), o segundo resulta em

$$\langle \alpha_s | {}_{sv} a_{j, \mathbf{q}_s}^\dagger a_{k, \mathbf{q}'_s} | \alpha_s \rangle {}_{sv} = |\alpha_s|^2 \delta_j^* \delta_k \phi_j^*(\mathbf{q}_s) \phi_k(\mathbf{q}'_s). \quad (5.11)$$

O operador densidade (não-normalizado) dos graus de liberdade de polarização e modo espacial do campo idler é dado por

$$\hat{\rho}_i = \hat{\rho}_i^{spdc} + |\alpha_s|^2 \hat{\rho}_i^{stim}, \quad (5.12)$$

onde a componente proveniente da emissão espontânea é

$$\hat{\rho}_i^{spdc} \approx \iiint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i \sum_{j,k=H,V} \gamma_{\bar{j}} \gamma_k^* |j, \mathbf{q}_i\rangle \langle k, \mathbf{q}'_i| \times \Psi_{\bar{j}}(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_k^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i), \quad (5.13)$$

enquanto a componente de StimPDC é

$$\hat{\rho}_i^{stim} \approx \iiint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i d\mathbf{q}'_s d\mathbf{q}'_i \sum_{j,k=H,V} \gamma_{\bar{j}} \gamma_k^* |j, \mathbf{q}_i\rangle \langle k, \mathbf{q}'_i| \times \delta_j^* \delta_k \Psi_{\bar{j}}(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Psi_k^*(\mathbf{q}'_s, \mathbf{q}'_i) \phi_j^*(\mathbf{q}_s) \phi_k(\mathbf{q}'_s). \quad (5.14)$$

A Eq. (5.12) mostra que o estado do feixe idler é uma soma convexa de uma componente de estado emaranhado proveniente da emissão espontânea e um estado separável vindo da contribuição da emissão estimulada. Portanto, o grau de emaranhamento depende da força de estimulação dada por $|\alpha_s|^2$.

Para escrever o operador densidade numa forma mais compacta, vamos definir os estados de um único fóton

$$|j, \Phi_j^*\rangle = \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_{\bar{j}}(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \phi_j^*(\mathbf{q}_s) |j, \mathbf{q}_i\rangle, \quad (5.15)$$

de modo que a componente de StimPDC pode ser reescrita em termos destes estados como

$$\hat{\rho}_i^{stim} = \sum_{j,k=H,V} \gamma_j \gamma_k^* \delta_j^* \delta_k |j, \Phi_j^*\rangle \langle k, \Phi_k^*|. \quad (5.16)$$

Destaca-se novamente que $\hat{\rho}_i^{stim}$ não é normalizado. Os estados do idler definidos na Eq. (6.23) e utilizados para escrever a contribuição da emissão estimulada são determinados pelas funções de modo transversal do feixe vetorial estimulador, assim como pelo feixe pump.

5.1.3 Distribuição de Intensidade do Campo Idler

Tipicamente, feixes vetoriais são caracterizados experimentalmente através de projeções em estados de polarização, seguidas por medidas da distribuição de intensidade transversal com um detector ou câmera. Vale destacar que a intensidade total do feixe pode ser obtida pela soma das intensidades de duas projeções em componentes ortogonais de polarização. De modo geral, considera-se então a projeção no estado de polarização

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |H\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |V\rangle. \quad (5.17)$$

Para determinar a intensidade do campo idler, calcula-se

$$I_{\theta,\phi}(\mathbf{r}_i) \propto \text{tr} [E^-(\mathbf{r}_i, t) E^+(\mathbf{r}_i, t) \langle \theta, \phi | \hat{\rho}_i | \theta, \phi \rangle], \quad (5.18)$$

que pode ser reescrita em termos das contribuições espontânea e estimulada usando a Eq. (5.12):

$$I_{\theta,\phi}(\mathbf{r}_i) = I_{\theta,\phi}^{spdc}(\mathbf{r}_i) + |\alpha_s|^2 I_{\theta,\phi}^{stim}(\mathbf{r}_i). \quad (5.19)$$

Para propagação paraxial, os operadores de campo da Eq. (2.7) podem ser utilizados para calcular a componente de StimPDC

$$\begin{aligned} I_{\theta,\phi}^{stim}(\mathbf{r}_i) = & \cos^2 \frac{\theta}{2} |\gamma_V|^2 |\delta_H|^2 |E^+(\mathbf{r}) | \Phi_H^* \rangle|^2 + \\ & \sin^2 \frac{\theta}{2} |\gamma_H|^2 |\delta_V|^2 |E^+(\mathbf{r}) | \Phi_V^* \rangle|^2 + \\ & \frac{e^{i\phi}}{2} \sin \theta \gamma_H^* \gamma_V \delta_H^* \delta_V \langle \Phi_V^* | E^-(\mathbf{r}) E^+(\mathbf{r}) | \Phi_H^* \rangle + \\ & \frac{e^{-i\phi}}{2} \sin \theta \gamma_H \gamma_V^* \delta_H \delta_V^* \langle \Phi_H^* | E^-(\mathbf{r}) E^+(\mathbf{r}) | \Phi_V^* \rangle. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Os dois primeiros termos são proporcionais a intensidade dos modos Φ_H and Φ_V no plano transversal z e os dois últimos termos surgem da interferência entre estes dois modos. Impondo a condição de cristal fino, as amplitudes Ψ_j são determinadas exclusivamente pelos modos espaciais transversais do feixe pump: $\Psi_j(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \psi_j(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$. Portanto, os estados do idler são dados por

$$|j, \Phi_j^*\rangle = \int d\mathbf{q}_i \tau_j(\mathbf{q}_i) |j, \mathbf{q}_i\rangle, \quad (5.21)$$

com as funções dos modos dadas pelas convoluções

$$\tau_j(\mathbf{q}_i) = \int d\mathbf{q}_s \psi_j(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \phi_j^*(\mathbf{q}_s). \quad (5.22)$$

Para um pump vetorial balanceado, ou seja, para $\gamma_H = \gamma_V$, a intensidade após projeção no estado de polarização $|\theta, \phi\rangle$ pode ser obtida através de Eq. (5.20), resultando em

$$\begin{aligned} I_{\theta, \phi}^{stim}(\mathbf{r}_i) = & \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} |\delta_H|^2 |\mathcal{F}_H(\boldsymbol{\rho}_i)|^2 + \\ & \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} |\delta_V|^2 |\mathcal{F}_V(\boldsymbol{\rho}_i)|^2 + \\ & \frac{e^{i\phi}}{4} \sin \theta \delta_V \delta_H^* \mathcal{F}_V^*(\boldsymbol{\rho}_i) \mathcal{F}_H(\boldsymbol{\rho}_i) + \\ & \frac{e^{-i\phi}}{4} \sin \theta \delta_H \delta_V^* \mathcal{F}_H^*(\boldsymbol{\rho}_i) \mathcal{F}_V(\boldsymbol{\rho}_i), \end{aligned} \quad (5.23)$$

onde $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$,

$$\mathcal{F}_k(\boldsymbol{\rho}_i) = \int d\boldsymbol{\rho} \mathcal{W}_{\bar{k}}(\boldsymbol{\rho}) \mathcal{U}_k^*(\boldsymbol{\rho}) \times \exp \left[i|\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}|^2 \frac{k_i}{2z} \right], \quad (5.24)$$

e $\mathcal{W}_{\bar{k}}(\boldsymbol{\rho})$, $\mathcal{U}_k^*(\boldsymbol{\rho})$ são os perfis dos modos transversais dos feixes pump e seed, respectivamente. Portanto, o perfil do idler vetorial também depende de produtos de amplitudes entre os vórtices ópticos vetoriais.

5.2 INTERAÇÃO DE VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS EM STIMPDC: EXPERIMENTO E RESULTADOS

Uma vez detalhada a teoria de StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais alimentada com modos vetoriais, será abordado nesta seção os detalhes do experimento de interação de vórtices ópticos vetoriais. Como visto na subseção anterior, as equações (5.23) e (5.24) demonstram que o perfil de intensidade do idler depende do produto entre as componentes transversais dos campos pump e o complexo conjugado do campo seed propagado até o plano de observação em z . Estas expressões podem ser utilizadas para simular os feixes idler produzidos ao bombear e estimular o processo com combinações de feixes preparados em modos vetoriais.

5.2.1 Descrição do Experimento

O esquema experimental utilizado para estudar o processo de StimPDC com feixes pump e/ou seed preparados como feixes vórtice vetoriais é exibido na figura 26(a). Um laser de diodo de onda contínua de 405 nm é usado como feixe de bombeamento, enquanto um laser de diodo de onda contínua de 780 nm é utilizado como feixe semente (signal). Ambos os feixes têm potência óptica em torno de 40 mW. Estes feixes são colimados utilizando um telescópio, de modo que seus diâmetros são em

torno de 1.0 mm através da região de interação. O feixe idler produzido no processo tem comprimento de onda de 840 nm. A fonte de conversão paramétrica descendente é formada por dois cristais BBO configurados para phase matching do tipo I na configuração de cristal duplo discutida anteriormente, e representada esquematicamente na Figura 26(b).

De modo a obter sobreposição temporal entre os modos de polarização dos feixes idler produzidos em dois cristais diferentes, faz-se necessário o uso de lasers seed e pump com comprimentos de coerência maiores que o comprimento total da fonte de dois cristais. Cristais de 2 mm de comprimento foram utilizados no experimento, de modo que o comprimento de coerência dos lasers deve ser maior que 4 mm, o que é geralmente o caso de lasers de diodo comerciais. Sobreposição temporal entre modos produzidos em diferentes cristais pode ser atingida por outros modos quando os lasers têm comprimentos de coerência menores ou são pulsados [134, 155]. O comprimento dos cristais também é muito mais curto do que o comprimento de Rayleigh dos feixes pump e seed, de modo que as fases de Gouy de ambos os feixes podem ser assumidas como constantes no volume de interação. Relaxar esta condição pode dar origem a uma diferença de fase variável entre as componentes horizontal e vertical do feixe idler nos cristais. O alinhamento óptico é alcançado por medição das contagens de coincidências entre fótons signal e idler produzidos por SPDC (feixe estimulador desligado) e detectados por contadores de fótons únicos em conjunto com filtros de interferência com comprimentos de onda central de 780 nm e 840 nm. Uma vez que o alinhamento em coincidências é obtido, o caminho do feixe signal de 780 nm é marcado com o uso de aberturas e o feixe estimulador é injetado através da fonte colinearmente com o caminho demarcado. Como já discutido, isto acarreta em aumento suficiente da intensidade do feixe idler para que os detectores de fótons únicos sejam substituídos por câmeras CCD convencionais.

Os feixes pump e seed são preparados como vórtices ópticos vetoriais através do uso de *vortex plates* comerciais (Thorlabs). Foram preparados feixes vórtices vetoriais compostos por superposições de modos com cargas topológicas $|m| = 1$ (distribuições de polarização radial e azimutal como representados na figura 26(c) e descritos na seção 3.3) e $|m| = 2$. Para cada combinação de feixes pump e seed, os padrões de intensidade e polarização do feixe idler são medidos por polarimetria de Stokes [156] como descrito a seguir. Primeiro, um conjunto de seis imagens é obtido através de uma câmera CCD (Thorlabs CS2100M-USB Quantalux) em conjunto com filtros passa-banda de 10-nm, sendo um filtro de interferência com comprimento de onda central de 840 nm para capturar imagens do feixe idler, e filtros de densidade neutros quando pump e seed são imageados. Cada imagem corresponde a uma projeção nas bases horizontal/vertical (H/V), diagonal/anti-diagonal (D/A), e circular à direita e esquerda (R/L), sendo estas projeções realizadas utilizando uma placa de quarto

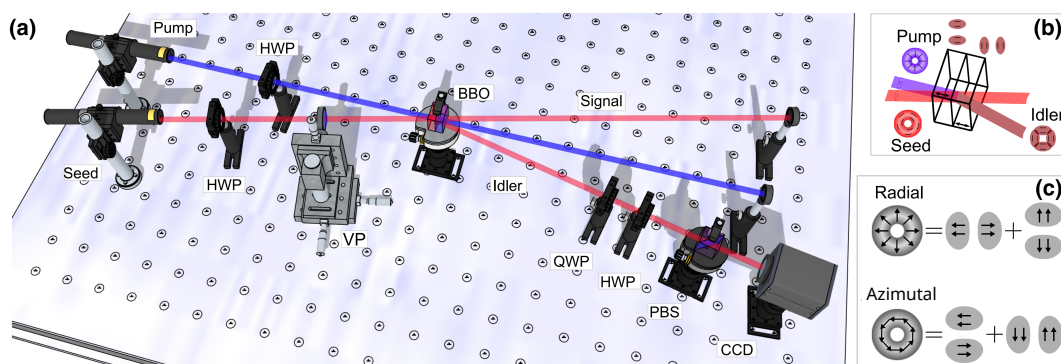


Figura 26 – StimPDC com vórtices ópticos vetoriais. (a) Setup experimental. Dois lasers de oscilação contínua (pump e seed) são colimados usando um telescópio (não exibido na figura), e então preparados em estados de polarização utilizando placas de meia-onda (HWP, *half-wave plates*) e *vortex plates* (VP, exibida aqui somente para o feixe seed). Um feixe idler intensificado é gerado por conversão paramétrica descendente estimulada quando os dois feixes incidem num par de cristais não-lineares (BBO). Todas as componentes de polarização do pump e seed participam do processo uma vez que emprega-se uma fonte de dois cristais. O estado de polarização do feixe idler é medido no plano transversal pela combinação de um setup de tomografia de polarização (QWP: *quarter wave-plate* ou placa de quarto de onda, HWP e PBS: *polarizing beam-splitter* ou divisor de feixes polarizados) e uma câmera CCD. (b) A fonte sanduíche: dois cristais BBO tipo-I idênticos são posicionados com uma rotação relativa de 90 graus (como indicado pelas setas), cada um contribuindo coerentemente para a emissão StimPDC nas porções transversais dos feixes pump e seed. Aqui, pump e seed em exibição possuem perfil transversal de polarização radial e azimutal, respectivamente. A direção de polarização é indicada em preto com linhas sólidas. (c) Decomposição dos modos radial e azimutal em componentes horizontal e vertical de polarização. Figura adaptada de [157].

de onda (QWP), uma placa de meia onda (HWP) e um divisor de feixes polarizado (PBS). O tempo de exposição é de 7.8 s para cada imagem do feixe idler e 100 ms para imagens do feixe pump/seed. As imagens obtidas são divididas em conjuntos de pixels e as intensidades em cada imagem e conjunto são utilizadas para computar os parâmetros de Stokes de cada região, e então reconstruir a distribuição espacial de intensidade e polarização transversal dos feixes de luz. Visando reduzir erros experimentais na reconstrução dos feixes, os valores de cada pixel são substituídos pela intensidade média dentro de um quadrado de 20x20 pixels ao seu redor, e projeções tomográficas suavizadas são utilizadas para computar o mapa de parâmetros de Stokes. Os estados de polarização representados nos padrões reconstruídos não levam em conta a intensidade correspondente em um dado ponto do perfil espacial. Portanto, pode haver estados de polarização sendo exibidos onde a intensidade seria idealmente nula.

As vortex plates utilizadas geram feixes vórtice vetoriais cilíndricos [52, 158], apresentados no Capítulo 3. Como discutido anteriormente, estes feixes podem ser representados como uma superposição de dois campos circularmente polarizados em sentidos opostos [77, 159]:

$$\mathbf{E}(r, \varphi) = A_m(r) \left[e^{-i(m\varphi+\alpha)}(\hat{x} + i\hat{y}) + e^{i(m\varphi+\alpha)}(\hat{x} - i\hat{y}) \right], \quad (5.25)$$

onde $A_m(r)$ é o perfil transversal de amplitude complexa de um modo de Laguerre-Gauss de índice radial $p = 0$ e carga topológica m , excluindo o termo de fase $e^{-im\varphi}$. O ângulo α é o ângulo entre a polarização do feixe de entrada e o eixo rápido da vortex plate. Aqui r e φ são as coordenadas cilíndricas usuais no plano transversal, e \hat{x} e \hat{y} são os vetores unitários cartesianos associados com as polarizações horizontal e vertical, respectivamente. A Eq. (5.25) pode ser reescrita como

$$\mathbf{E}(r, \varphi) = 2A_m(r) \left[\cos(m\varphi + \alpha)\hat{x} + \sin(m\varphi + \alpha)\hat{y} \right], \quad (5.26)$$

o que possibilita a descrição analítica dos perfis de intensidade ($|\mathbf{E}|^2$) e polarização (\mathbf{E}) dos feixes vórtice vetoriais. No nosso setup experimental, podemos gerar feixes pump e seed com vários perfis. Feixes gaussianos ($m = 0$) linearmente polarizados são gerados usando apenas uma HWP. Feixes radiais ($m = 1, \alpha = 0$) e azimutais ($m = 1, \alpha = \pi/2$) são criados utilizando uma HWP e uma vortex plate (ver os padrões de polarização da figura 26(c)). Feixes vórtice vetoriais mais exóticos, contendo estados de polarização linear, elíptica e circular, são obtidos utilizando uma QWP e uma vortex plate. O campo elétrico deste tipo de feixe é obtido de Eq. (5.26) através da aplicação da matriz de Jones adequada [74].

O feixe idler estimulado herdará suas propriedades de polarização da interação entre os feixe pump e seed. Como mostrado na Subseção 5.1.3, quando projetado num estado de polarização dado pela Eq. (6.5), a intensidade do campo idler estimulado na posição \mathbf{r} , dentro da aproximação paraxial, pode ser escrito como

$$\begin{aligned} I_{\theta, \phi}^{stim}(\mathbf{r}) = & \frac{1}{2} \cos^2 \theta |\mathcal{F}_H(\rho)|^2 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta |\mathcal{F}_V(\rho)|^2 + \\ & \frac{e^{i\phi}}{4} \sin \theta \mathcal{F}_V^*(\rho) \mathcal{F}_H(\rho) + \\ & \frac{e^{-i\phi}}{4} \sin \theta \mathcal{F}_H^*(\rho) \mathcal{F}_V(\rho), \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde $\rho = (x, y)$ representa as coordenadas de posição transversais no plano de detecção. A equação anterior é idêntica à eq. (5.23), porém aqui considera-se apenas o caso $\delta_H = \delta_V$. A função $\mathcal{F}_j(\rho)$ descreve o campo idler com número de onda k_j e polarização $j = H, V$, após uma distância de propagação z

$$\mathcal{F}_j(\rho) = \int d\rho' W_j(\rho') U_j^*(\rho') \times \exp \left[i|\rho - \rho'|^2 \frac{k_j}{2z} \right], \quad (5.28)$$

onde $W_{\bar{j}}(\rho)$, $U_{\bar{j}}^*(\rho)$ são as componentes do modo transversal do feixe pump e seed, respectivamente, e \bar{j} é a direção de polarização ortogonal a j . O perfil dos campos que gerados como pump e seed são definidos na equação Eq. (5.26). Portanto,

$$W_{\bar{j}}(\rho)U_{\bar{j}}^*(\rho) = 4A_{p_j}(r)A_{s_{\bar{j}}}^*(r)f_k(l\varphi + \alpha)f_{\bar{k}}(m\varphi + \beta), \quad (5.29)$$

onde o índice p e os parâmetros l e α (s , m e β) são associados ao feixe pump (seed); enquanto $f_H(t) = \cos(t)$ e $f_V(t) = \sin(t)$.

As Equações (5.28) e (5.29) podem ser usadas na Eq. (5.27) para computar a intensidade de qualquer projeção de polarização do campo idler no campo de detecção. Para ilustrar essa possibilidade, a Fig. 27 exibe seis projeções do feixe idler para um pump radialmente polarizado e um seed diagonalmente polarizado, contendo tanto as projeções medidas em laboratório, quanto obtidas por simulações computacionais. As imagens mostram clara concordância entre a previsão teórica e as projeções observadas experimentalmente, o que é comum a todos os casos investigados neste projeto. Destaca-se que, apesar dos resultados acima terem sido derivados para o caso de feixes pump e seed vórtices vetoriais cilíndricos, eles são gerais o suficiente para descrever o caso de pump e/ou seed gaussiano linearmente polarizado, uma vez que tais feixes podem ser obtidos da equação Eq. (5.26) fazendo $m = 0$.

5.2.2 Resultados

Neste experimento, a StimPDC para uma variedade de combinações de feixes pump e seed foi testada. Primeiramente, será abordado o caso de pump linear e um seed VVB cilíndrico. A Figura 28 (coluna central) mostra o perfil de intensidade medido e o perfil de polarização tomograficamente reconstruído do feixe idler (através de regiões de 20x20 pixels) para diferentes combinações de pump diagonalmente/anti-diagonalmente polarizado e seed radialmente/azimutalmente polarizado. Inverter os perfis de seed e pump resulta em polarizações análogas para o feixe idler. A Figura 28 (coluna da direita) exibe os perfis do idler observados ao utilizar um pump radial/azimutal e seed diagonal/anti-diagonal.

Os perfis de polarização do idler apresentam propriedades interessantes. Em primeiro lugar, eles reproduzem o estado de polarização do seed quando o pump é diagonal, enquanto sofrem transformação em relação ao seed quando o pump é anti-diagonal. Este resultado corrobora com a interpretação de conversão paramétrica descendente em termos de conjugação de fase, observada na referência [32] e descrita em termos do ferramental de óptica quântica na referência [33] e no Capítulo 6 desta tese. Em segundo lugar, há quatro feixes vetoriais cilíndricos distintos que podem ser gerados em StimPDC utilizando a fonte de dois cristais e uma combinação de um feixe radialmente/azimutalmente polarizado e um outro feixe linearmente polarizado. De fato, o feixe idler resultante também pode ser descrito pela Eq. (5.26), com o parâmetro

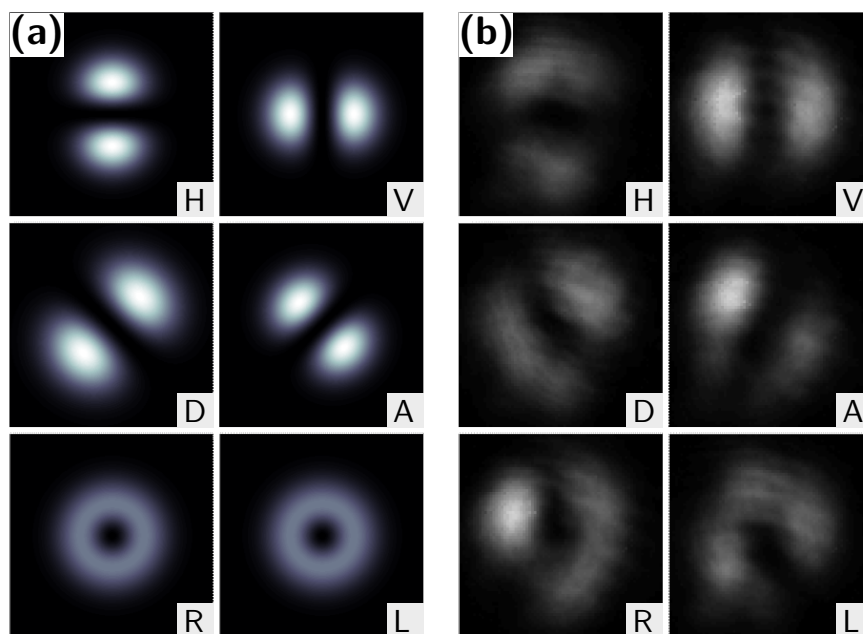


Figura 27 – Projeções tomográficas do feixe idler em StimPDC, quando o pump é preparado num modo radial e o seed em modo gaussiano com polarização diagonal. Projeções (a) simuladas e (b) experimentais do feixe idler nas bases H/V, D/A e R/L. Figura retirada de [157].

α e m sendo determinados pelos estados de polarização dos feixes pump e seed. Por exemplo, um pump azimutal e um seed diagonal (painel direito na terceira linha na Fig. 28) produz um feixe vórtice vetorial cilíndrico com $\alpha = 0$ e $m = 1$. Por fim, há alguma pequena elipticidade em partes do perfil do idler observado, o que não pode ser explicado pela simulação. Considera-se que isto é proveniente de (i) pequenos desvios das condições de phase matching ideais; (ii) rotação relativa dos cristais não estar exatamente em 90 graus; (iii) imperfeições no setup de tomografia, como placas de onda imperfeitas; e (iv) pump e seed não serem colineares antes da fonte de StimPDC no experimento, o que foi assumido na simulação, e pode levar a diferentes efeitos de birrefringência entre os feixes enquanto se propagam pelos cristais.

Efeitos mais interessantes surgem quando são utilizados vórtices ópticos vetoriais para ambos pump e seed em StimPDC de dois cristais. Ao interagir combinações de feixes radiais e azimutais, o idler passa a ter propriedades mais distintas, como mostrado na Fig. 29. O feixe idler apresenta, ou uma distribuição de polarização simples e um perfil de intensidade mais complexo (quando pump e seed são similares, ou seja, radial/radial ou azimutal/azimutal), ou perfil de polarização e intensidade complexos (quando pump e seed são diferentes). É importante notar que o perfil de intensidade para pump e seed similares corresponde a distribuições de Hermite-Gauss bidimensionais de ordem dois (ao modo HG_{11} , mais especificamente), enquanto os modos de entrada são modos de Laguerre-Gauss de ordem 1. Com isso, o campo idler obtido se difrata em intensidade mas com perfil de polarização fixo. No entanto, quando feixes

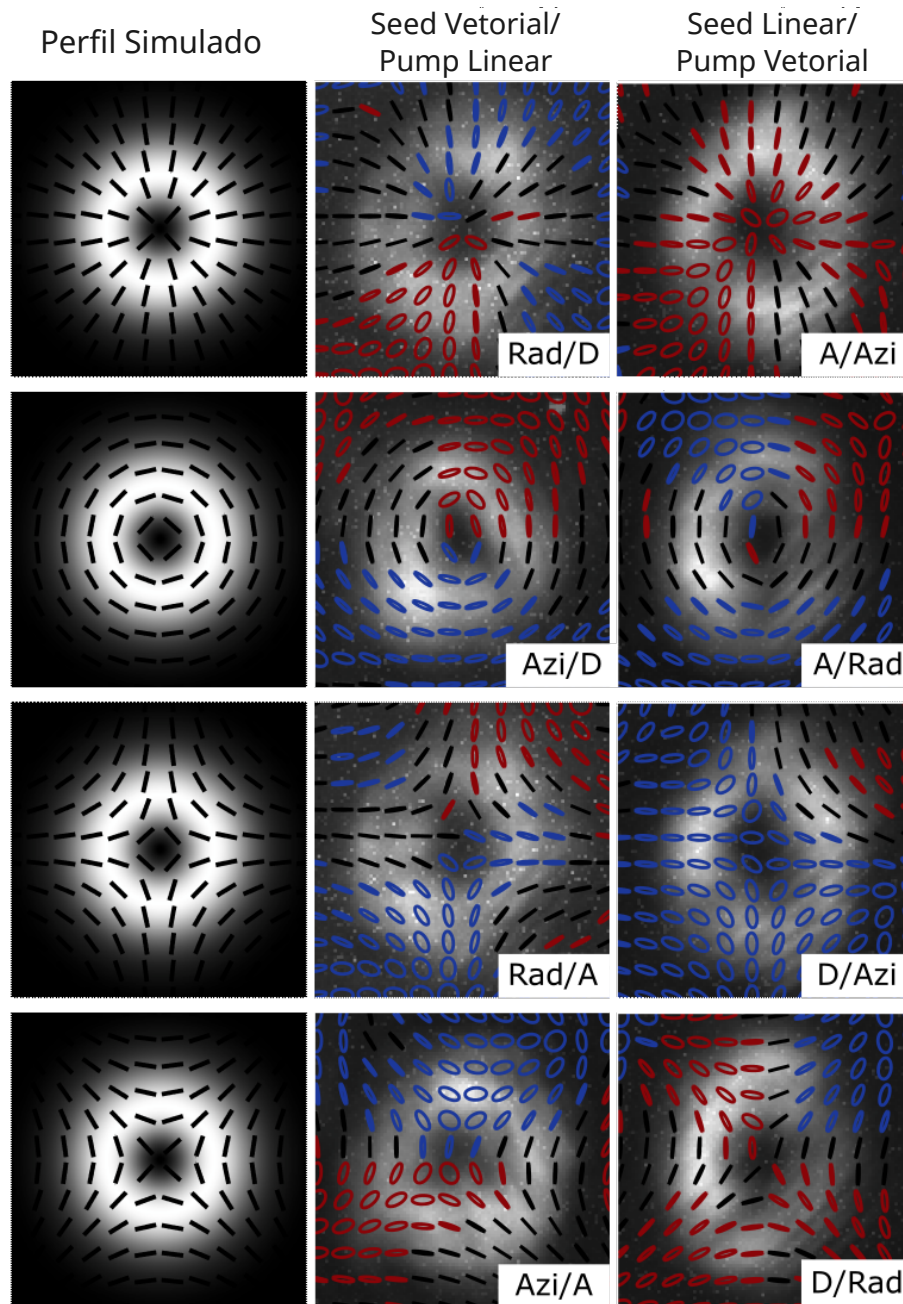


Figura 28 – StimPDC da combinação de um feixe vetorial cilíndrico e um feixe linearmente polarizado. Perfis transversais do feixe idler simulados (coluna da esquerda) e medidos experimentalmente (colunas central e direita). A intensidade é mostrada em escala de cinza. O estado de polarização é indicado pelas linhas pretas para polarização linear, e em elipses coloridas (vermelho para sentido de rotação à direita, e azul para à esquerda). Figura adaptada de [157].

pump e seed diferentes são combinados, o feixe idler no cristal evolui durante a propagação de um perfil de intensidade na forma de pétalas, com nenhuma intensidade no centro (esquemáticamente exibido na Figura 26(b)) até as formas exibidas nos painéis do topo à direita e do última linha à esquerda da Fig. 29. Além disso, o perfil de polarização evolui de polarização linear homogênea para um perfil mais complexo, contendo

até mesmo regiões com polarização circular.

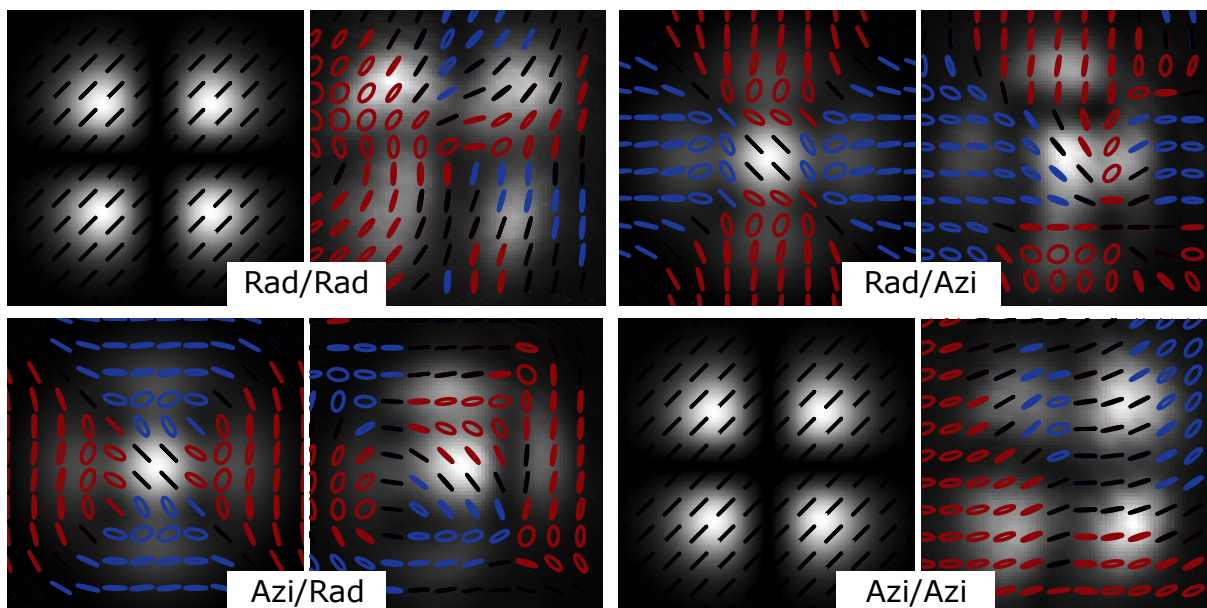


Figura 29 – StimPDC com feixes vetoriais para ambos o pump e seed. Perfis transversais simulados (esquerda) e medidos (direita) para o feixe idler. Os estados seed/pump são rotulados em cada figura. A escala de cinza representa intensidade, enquanto o estado de polarização é indicado pelas linhas pretas para polarização linear, e em elipses coloridas (vermelho para sentido de rotação à direita, e azul para à esquerda). Figura retirada de [157].

Indo além, foi explorado no experimento o potencial deste tipo de fonte na geração de estados de polarização ainda mais complexos, através do bombeamento ou estimulação com VVBs cilíndricos de ordem superior e feixes com estados de polarização híbridos¹, ou seja, VVBs contendo estados de polarização linear, elíptica e circular simultaneamente em sua estrutura de polarização. A Figura 30 exibe os feixes idler obtidos ao usarmos um feixe vetorial cilíndrico de ordem $m = 2$ como pump (ver Fig. 30a), gerado através de uma vortex plate de segunda ordem, e diferentes feixes seed. Mais uma vez, um seed linearmente polarizado resulta em feixes idler que são VVBs cilíndricos (Fig. 30b), e feixes seed de mesma ordem e distribuições de polarização do que o pump levam a feixes idler com padrões de intensidade simples e em forma de pétalas e polarização linear homogênea (Fig. 30d).

Já para combinações intermediárias, ou seja, para um feixe seed vetorial cilíndrico de ordem 1, um perfil de intensidade em forma de pétalas é formado no plano de detecção contendo estados de polarização circular. Os estados de polarização circular deste caso e do caso de pump/seed radial/azimutal são frutos de (i) do fato que cada componente ortogonal do campo idler é uma superposição de diferentes modos espaciais, e (ii) do fato de que modos de ordens diferentes possuem fases de Gouy distintas. Como resultado, a fase relativa entre as componentes ortogonais é uma função da

¹ Não confundir com VVBs de ordem híbrida.

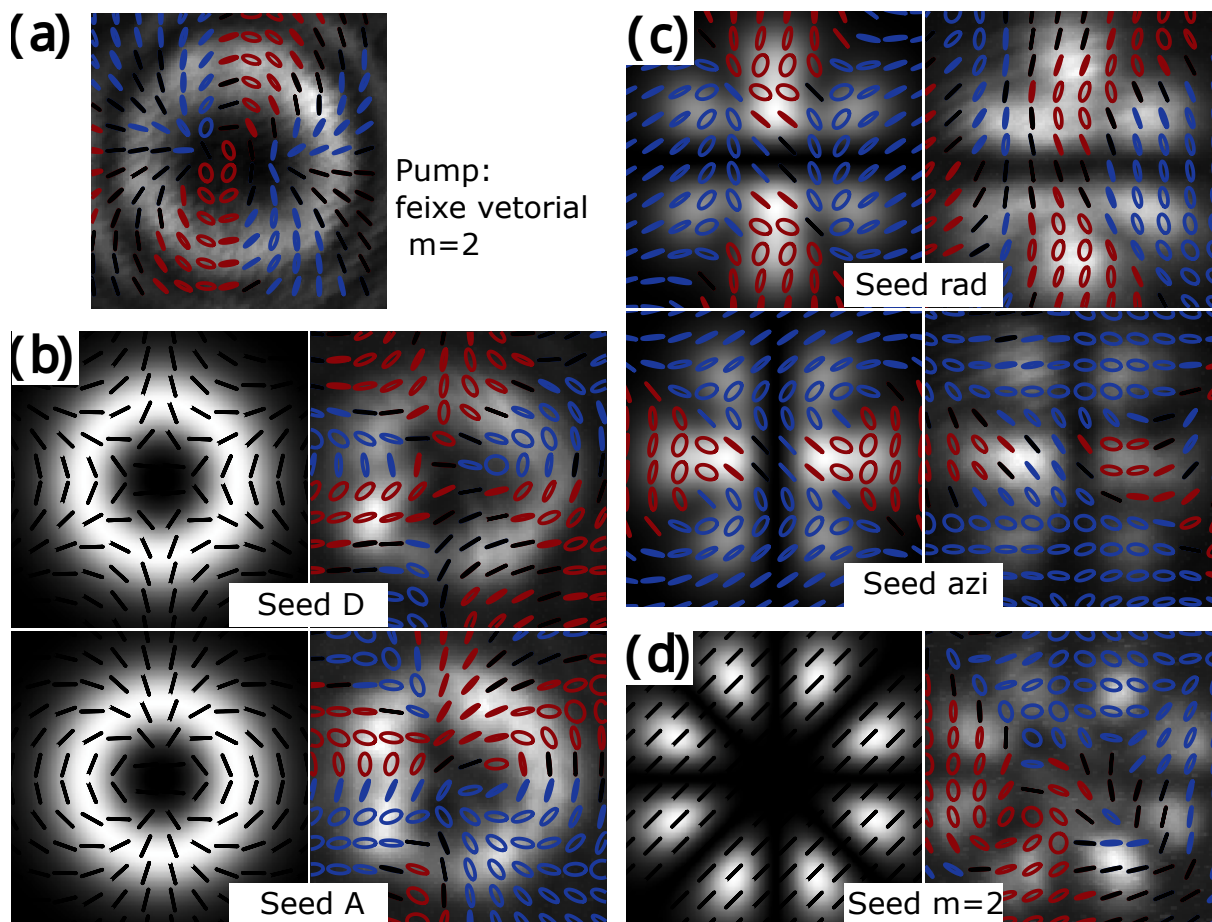


Figura 30 – StimPDC com pump feixe vórtice vetorial de ordem $m = 2$ e diferentes configurações de seed. (a) Pump de ordem $m = 2$. (b-d) Perfis transversais simulados (painéis da esquerda) e medidos (painéis da direita) para o feixe idler obtido ao usar (b) um seed linearmente polarizado, (c) seed de ordem $m = 1$, e (d) seed de ordem $m = 2$. Escala de cinza: intensidade. Linhas pretas: polarização linear. Elipses vermelhas (azuis): polarização no sentido de rotação à direita (esquerda). Figura adaptada de [157].

distância de propagação. Um efeito similar, a rotação dos perfis de polarização perante propagação dentro do intervalo definido pelo comprimento de Rayleigh, foi previamente reportado para feixes de Poincaré, uma outra classe mais complexa de feixes vetoriais [160, 161].

Obviamente, uma maneira direta de obter estados de polarização elíptica no feixe idler é inseri-los já no feixe estimulador. No experimento reportado aqui, tais feixes com polarização não-homogênea são gerados ao mandar um feixe radial/azimutal através de uma QWP. Os perfis dos feixes resultantes são exibidos na Figura 31a, e os feixes idler gerados por sua combinação com um pump linearmente ou radialmente polarizado são apresentados nas Figuras 31b-d. Mesmo no caso de um perfil de polarização intrincado para o seed, o feixe idler obtido ao usar um pump anti-diagonalmente polarizado é muito similar ao seed, o que remete aos efeitos demonstrados na Figura 28 (dois painéis centrais inferiores). Já para um feixe de bombeamento radial-

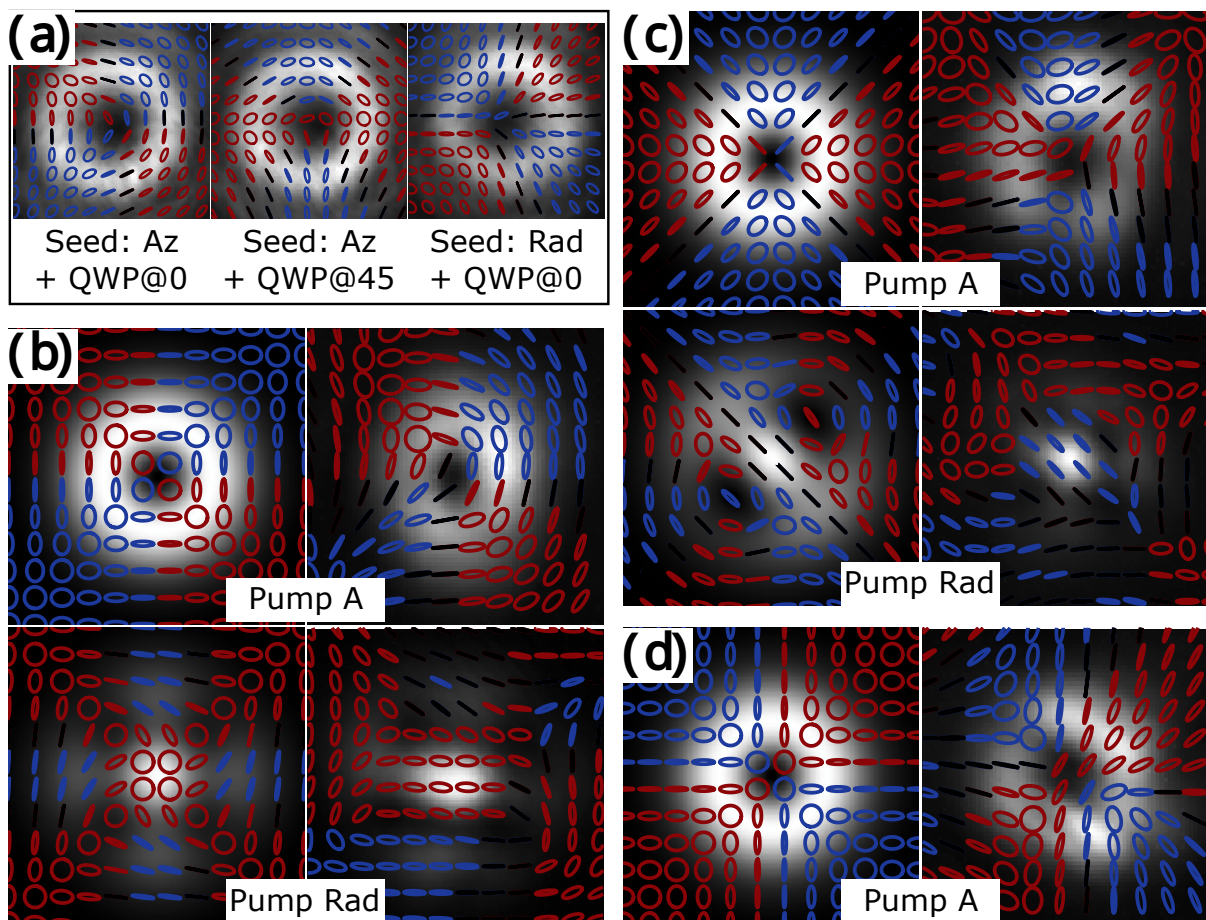


Figura 31 – StimPDC com feixes vetoriais não-cilíndricos como seed, e pump com polarização linear ou em modos vórtice vetoriais. (a) Perfis do seed. (b-d) Perfis transversais simulados (painéis da esquerda) e medidos (painéis da direita) do feixe idler usando como seed (b) o feixe do painel da esquerda em (a), (c) o feixe do painel central de (a), e (d) o feixe do painel da direita em (a). Escala de cinza: intensidade. Linhas pretas: polarização linear. Elipses vermelhas (azuis): polarização no sentido de rotação à direita (esquerda). Figura adaptada de [157].

mente polarizado, perfis de polarização intrincados são gerados (painéis inferiores das Figuras 31b-c). Nota-se que eles diferem fortemente daqueles obtidos quando utiliza-se feixes vetoriais cilíndricos como pump e seed (Figura 29), os quais contém apenas estados de polarização linear. Mais especificamente, a combinação de modos vetoriais radiais para ambos seed e pump, o que resultava anteriormente em um feixe idler com perfil de pétalas em sua distribuição de intensidade e polarização diagonal homogênea (painel superior à esquerda da Figura 29), agora apresenta um padrão de intensidade/polarização notavelmente complexo (painel inferior da Figura 31c). Tal comportamento é atribuído à combinação de circularidades resultando em diferentes modos espaciais em cada componente ortogonal do campo elétrico, como observado anteriormente, e dos estados de polarização elíptica do idler, herança do feixe estimulador utilizado.

Para concluir o capítulo, destaca-se que a comparação entre os resultados teóricos e simulados para a interação de vórtices ópticos vetoriais em StimPDC apresentada aqui é qualitativa, com os resultados exibindo concordância razoável na maioria dos casos apresentados. Os resultados contidos neste capítulo demonstram a capacidade de gerar modos vetoriais complexos através da interação de feixes vetoriais na mistura de três ondas, abrindo caminho para a estruturação de novos feixes através da modulação da luz por luz.

6 CONJUGAÇÃO DE FASE PARA VÓRTICES ÓPTICOS ESCALARES E VETORIAIS EM STIMPDC

O presente capítulo trata do fenômeno de conjugação de fase óptica escalar e vetorial, e tem como intuito demonstrar como a mistura de três ondas se apresenta como uma forma versátil e controlada de realizar um dispositivo conjugador vetorial de fase. Após apresentação dos conceitos básicos sobre a reversão temporal de feixes possível através de processos de Óptica Não-Linear, a teoria de conversão paramétrica para feixes vetoriais do Capítulo 5 é empregada para demonstrar que, conforme a preparação do feixe pump, a StimPDC com fonte de dois cristais atua como um dispositivo de conjugação de fase, realizando a reversão temporal tanto do grau de liberdade de polarização, quanto de frente de onda do campo utilizado para estimular o processo. A conjugação de diferentes graus de liberdade é interpretada geometricamente por representações em esferas de Poincaré. No caso de vórtices ópticos vetoriais, um formalismo alternativo é apresentado para descrever feixes vetoriais mais gerais através da definição de parâmetros de Stokes generalizados. A relação entre feixes conjugados também é estudada nesta representação. Por fim, os experimentos montados para demonstrar a reversão temporal de feixes em StimPDC são discutidos. Os resultados são comparados com as previsões obtidas no decorrer do capítulo.

6.1 CONJUGAÇÃO DE FASE ÓPTICA

É conveniente iniciar a discussão levantando algumas propriedades gerais dos espelhos de conjugação de fase, contrastando seu efeito quando comparado a reflexão por espelhos comuns. Primeiramente será apresentada a definição tradicional de espelho conjugador de fase, deixando a discussão sobre diferentes arquiteturas para subseções posteriores.

6.1.1 Dispositivos de Conjugação de Fase

Assim como no caso de um espelho comum, um espelho conjugador de fase ideal reflete a luz incidente de volta a região de onde veio, mas de uma forma diferente. Quando a luz encontra um espelho comum, ela sofre a chamada reflexão especular. Ou seja, um feixe incidente que se propaga em direção a superfície refletora, descrevendo um ângulo i à sua normal, é refletido de volta na direção oposta, mas também descrevendo um ângulo i . Este caso é representado esquematicamente na Figura 32a). Posto de outra forma, para um feixe com vetor de onda $\mathbf{k}_i = (k_x, k_y, k_z)$, a reflexão especular por uma superfície no plano- xy é equivalente a transformar o vetor de onda para $\mathbf{k}_r = (k_x, k_y, -k_z)$. Por outro lado, um espelho conjugador de fase inverte a direção de propagação, mandando o feixe exatamente de volta por de onde veio, mas no

sentido contrário independentemente do ângulo de incidência [86]. A reflexão por um conjugador de fase é ilustrada na Figura 32b). Em termos do vetor de onda, isto implica na transformação que leva \mathbf{k}_i para $-\mathbf{k}_i$. Esta reversão do vetor de onda traz consigo consequências particularmente notáveis.

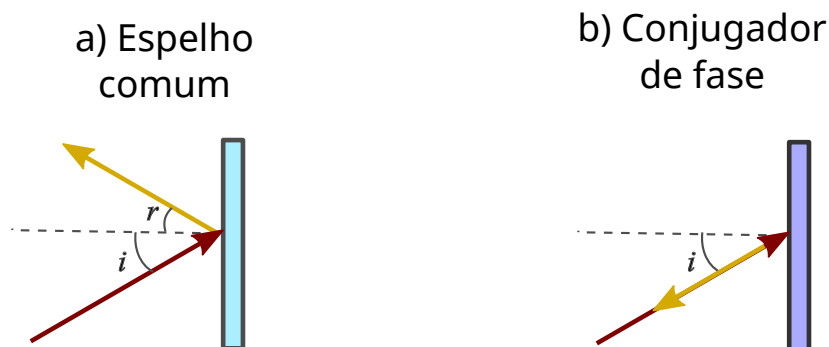


Figura 32 – Comparação entre reflexão por a) um espelho comum e b) um espelho conjugador de fase. Enquanto a luz sofre reflexão especular ao encontrar um espelho comum, um espelho conjugador de fase inverte a direção de propagação.

Para exemplificar estas consequências, e apresentar uma aplicação interessante do fenômeno, será considerado o cenário onde um objeto de distorção de fase (ou aberrador)(Figura 33a)) é colocado em frente a um espelho comum e um espelho conjugador de fase, como ilustrado esquematicamente nas Figuras 33b) e c), respectivamente. O efeito do aberrador é o embaralhamento da distribuição de momento linear do feixe transmitido. Este feixe distorcido é então direcionado aos dispositivos refletores, e após reflexão, passam uma segunda vez pelo elemento difrativo. Quando refletidas por um espelho comum, as superfícies de frente de onda são duplamente afetadas pelo elemento de distorção, de modo que a distribuição de momento linear se torna ainda mais desordenada (Figura 33b)).

Por outro lado, o dispositivo conjugador reverte a distribuição de momento da luz incidente, com o feixe conjugado retrazendo seu caminho original no sentido oposto. Após a segunda passagem pelo meio espalhador, a distribuição transversal de frequências espaciais é recomposta, apesar de o feixe se propagar no sentido inverso. Desta forma, o conjugador prepara um feixe que é a reversão temporal do feixe inicial. Este efeito pode ser explorado em diversas aplicações práticas. Por exemplo, se uma imagem é codificada no feixe antes da passagem no meio espalhador, ela estará severamente deformada após a passagem dupla (Figura 33 b)), causando a perda de informação sobre a imagem codificada. Em contraste, a imagem estará recomposta após a segunda passagem quando o feixe é refletido por um espelho conjugador (Figura 33 c)), com a informação codificada no campo óptico sendo recuperada sem a necessidade de uso de qualquer elemento óptico ativo.

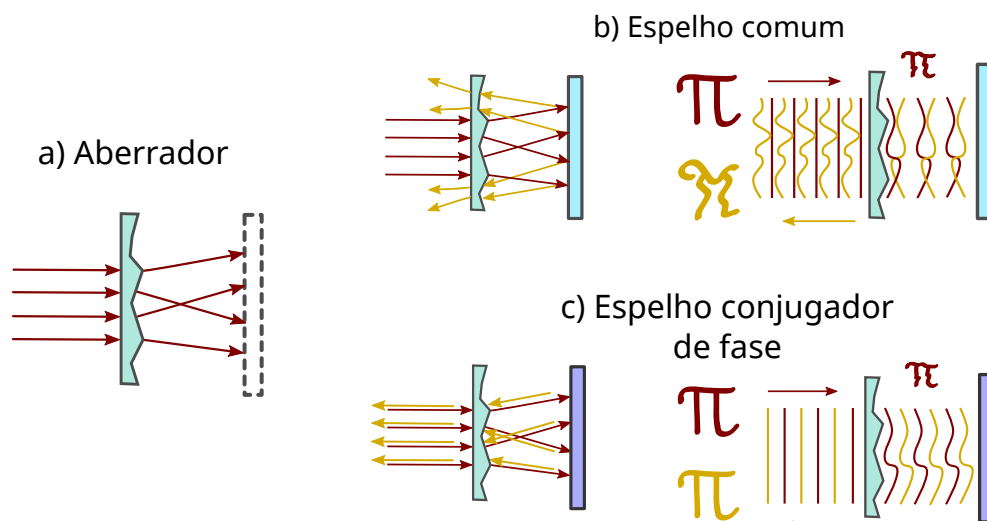


Figura 33 – Protocolo de distorção e correção de frente de onda utilizando um espelho conjugador de fase. a) Um elemento de distorção de fase é colocado no caminho do feixe incidente (em vermelho), embaralhando sua distribuição transversal de momento linear. b) A distribuição de momento da luz refletida de forma especular (em amarelo) se torna ainda mais embaralhada ao passar pelo aberrador na direção oposta, com a passagem dupla acarretando na perda de informação da estrutura original do feixe. c) A conjugação de fase causa um resultado dramaticamente diferente. Como um conjugador de fase gera uma réplica revertida temporalmente do feixe original (em vermelho), as frentes de onda conjugadas (em amarelo) emergem do aberrador recompostas, preservando o conteúdo de informação codificado no feixe.

6.1.2 Conjugação Vetorial de Fase

A conjugação de fase definida até então inclui apenas a reversão de frentes de onda de um feixe, sem levar em consideração o grau de liberdade de polarização da luz conjugada. Várias potenciais aplicações ópticas envolvem a codificação de informação no estado de polarização, com a transmissão da luz ocorrendo em meios que apresentam algum grau de anisotropia (como fibras ópticas, por exemplo). Portanto, técnicas de compensação de aberrações dependentes da polarização são um recurso de interesse para comunicações ópticas de longa distância.

De modo a incluir efeitos de polarização no protocolo de correção de feixes da subseção anterior, o espelho conjugador de fase deve também reverter a trajetória descrita pelo vetor de polarização do campo incidente. Esta definição mais restritiva de conjugação de fase é chamada às vezes de conjugação vetorial de fase, enquanto o dispositivo que a realiza é chamado espelho ou dispositivo de conjugação vetorial de fase [98]. Muitos dispositivos que realizam a reversão temporal de campos ópticos não possuem esta propriedade, sendo referidos como conjugadores escalares de fase por

alguns autores.

Para uma compreensão mais profunda do significado da conjugação vetorial de fase, é conveniente comparar como um espelho comum e um conjugador vetorial de fase transformam um estado de polarização incidente. Como estabelecido pela teoria eletromagnética clássica, condições de contorno envolvendo a continuidade das componentes tangenciais e normais de campos devem ser respeitadas. Estas componentes são definidas pelo plano que contém os vetores de onda dos campos incidente, refletido e transmitido na interface entre os meios com propriedades eletromagnéticas distintas [140, 162]. Sob reflexão por uma superfície de um meio com um índice de refração maior¹, como na interface ar-espelho, a componente tangencial do campo elétrico sofre uma mudança de fase de 180° , enquanto a componente normal mantém sua fase original. Em termos da base horizontal/vertical para os modos de polarização, a reflexão adiciona uma diferença de fase de π radianos entre as componentes horizontal e vertical do vetor de polarização. Por construção, este não é o caso do conjugador vetorial de fase, onde, de modo a reverter a trajetória do vetor de polarização, nenhuma diferença adicional de fase deve surgir devido à reflexão.

A Figura 34 ilustra a diferença entre a reflexão de um feixe com polarização circular à direita por um espelho comum (34a)) e um espelho de conjugação vetorial de fase (34b)). Devido à fase relativa adquirida, o feixe deixa o espelho com polarização circular à esquerda quando refletido por um espelho comum. Por outro lado, o conjugador vetorial mantém o estado de polarização inalterado, com o vetor de polarização simplesmente retrazendo o seu caminho original enquanto o feixe se propaga na direção reversa.

É importante notar que, na reflexão por um espelho conjugador vetorial, ocorrem simultaneamente a reversão da frente de onda de um feixe e a reversão do seu estado de polarização. Desta forma, um dispositivo de conjugação vetorial de fase pode ser utilizado para realizar a reversão temporal de feixes vetoriais. O processo é esquematizado na segunda linha da Figura 35, que apresenta a diferença entre a reflexão de feixes por um espelho comum e um espelho conjugador de fase para diferentes graus de liberdade.

6.1.3 Descrição Matemática de Conjugação de Fase

Após fornecer uma definição conceitual de espelhos conjugadores de fase, e detalhar seus efeitos na evolução de frentes de onda e do vetor de polarização de campos ópticos, o próximo passo consiste em fornecer uma descrição formal de como um espelho conjugador vetorial transforma um campo monocromático. É interessante

¹ Assumindo não haver cargas livres ou distribuições de corrente superficiais.

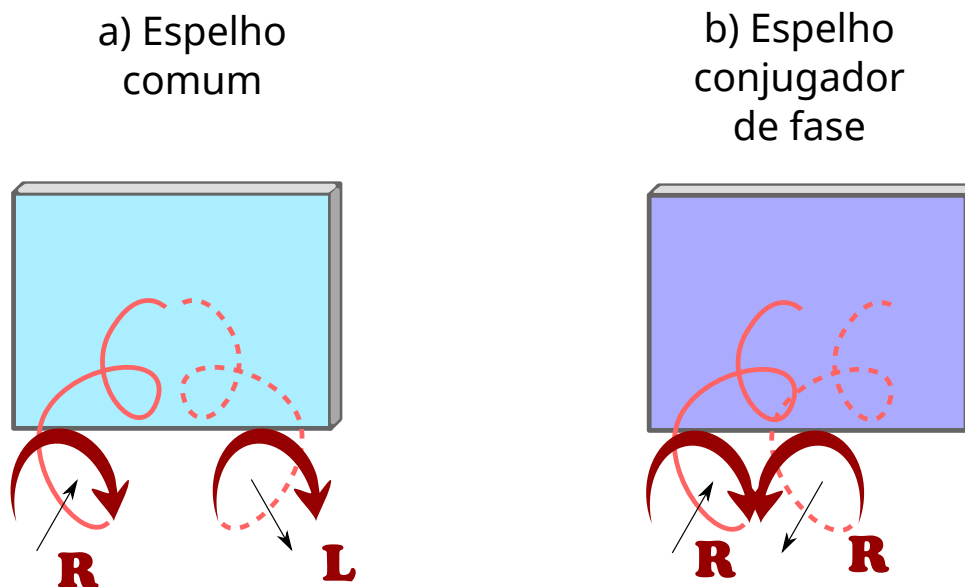


Figura 34 – Transformação de um estado de polarização circular à direita sob reflexão por a) um espelho comum e b) um espelho de conjugação vetorial de fase. Figura adaptada de [32].

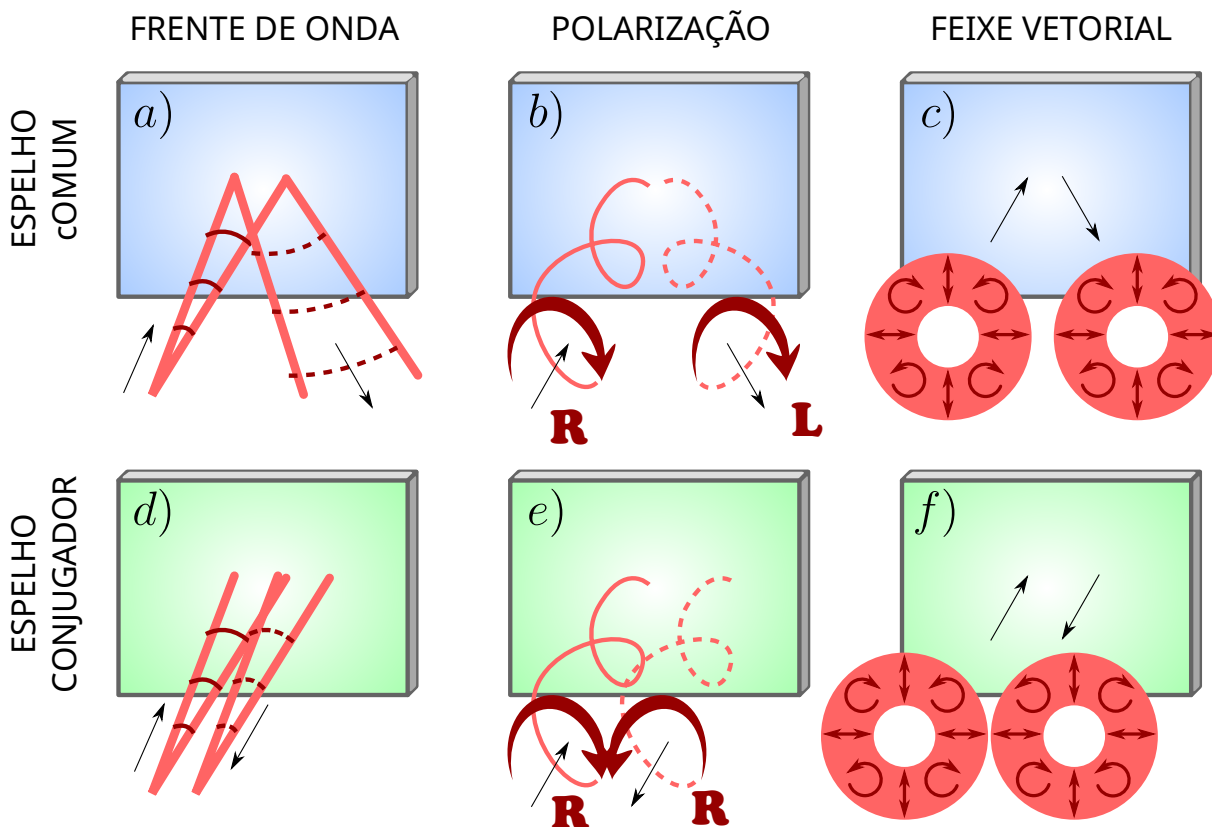


Figura 35 – Comparação entre um espelho comum e um espelho conjugador de fase em termos de frente de onda, polarização e feixes vetoriais. As flechas pretas indicam a direção e sentido da propagação. Figura adaptada de [32].

notar que, ao definir a conjugação de fase para componentes harmônicas, a onda

conjugada de um campo genérico pode ser obtida por análise de Fourier.

Em primeiro lugar, um campo monocromático incidente \mathbf{E}_i oscilando numa frequência angular ω e vetor de onda \mathbf{k} pode ser representado por

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} + \frac{1}{2}\mathbf{A}^*(\mathbf{r}, t)e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (6.1)$$

onde $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ é a amplitude complexa do campo, onde seu aspecto vetorial inclui o estado de polarização da onda. Como já citado nas subseções anteriores, um conjugador ideal deve reverter a direção do feixe e a sua variação de fase, incluindo o estado de polarização do campo óptico incidente. Com esta definição em mente, é possível notar que a réplica conjugada do campo incidente deve ser dada por:

$$\mathbf{E}_c(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}\mathbf{A}^*(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}. \quad (6.2)$$

A expressão acima deixa claro porque a transformação foi nomeada de conjugação de fase, visto que o efeito consiste na conjugação das amplitudes complexas e das componentes de fases espaciais do campo. De maneira explícita, o efeito do dispositivo de reversão temporal é conjugar a amplitude complexa ($\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}^*$) e mudar o sinal do vetor de onda ($\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$). Uma inspeção mais detalhada da expressão da Eq. (6.2) revela que

$$\mathbf{E}_c(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, -t), \quad (6.3)$$

explicitando porque a conjugação de fase é equivalente à reversão temporal da evolução do feixe.

6.1.4 Dispositivos de conjugação de fase de transmissão

Apesar de os conjugadores tratados até aqui atuarem como elementos refletos, há realizações de conjugadores de fase com propriedades geométricas diferentes da apresentada até o momento [86]. Um exemplo são os dispositivos que revertem a evolução das frentes de onda e do estado de polarização, mas mantém a direção geral de propagação. O mecanismo de conjugação por StimPDC descrito aqui pertence a essa classe, a qual será chamada de dispositivos de conjugação de fase de transmissão. Embora diferentes arquiteturas existam, a discussão será restrita aos dispositivos que revertem a evolução das frentes de onda e dos vetores de polarização, mas que mantém a componente $\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}$ dos vetores de onda inalterada, onde \mathbf{n} representa um vetor unitário normal à superfície do conjugador.

A Figura 36 representa o efeito de um conjugador de transmissão em luz com polarização circular à direita emergindo de uma fonte puntual. Para o caso de um conjugador situado no plano xy , esta propriedade implica que, para a luz incidente com vetor de onda $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$, sua onda conjugada se propaga na direção definida por $\mathbf{k}_c = (-k_x, -k_y, k_z)$. Como já discutido, reverter o perfil de fase e o vetor de polarização

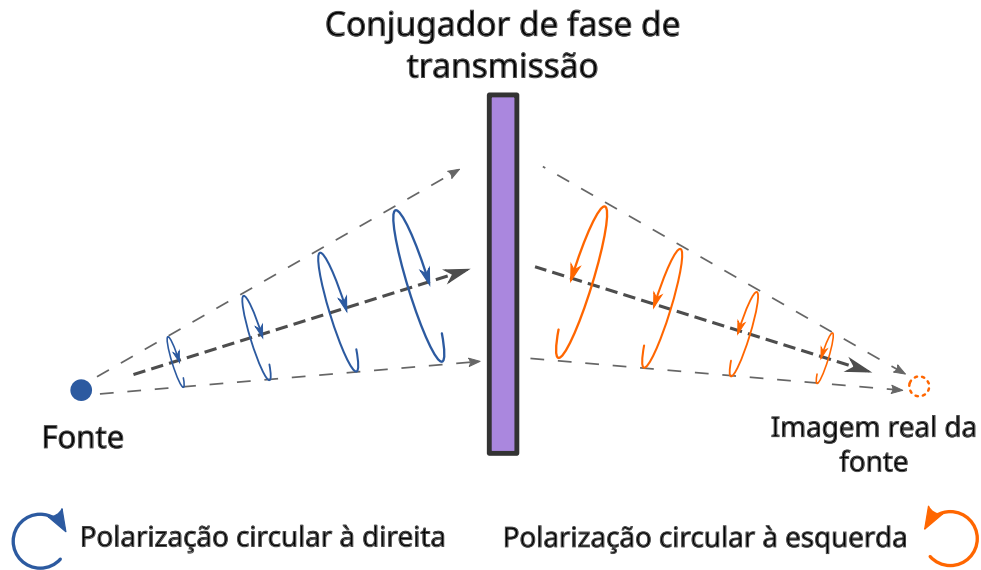


Figura 36 – Conjugador de fase de transmissão interagindo com luz com polarização circular à direita emanada de uma fonte puntual.

é equivalente a conjugar a amplitude complexa do campo original $E_i(\mathbf{r}, t)$ da Eq. (6.1). Com estas considerações em mente, é fácil concluir que o campo conjugado gerado por esta categoria de dispositivo é descrito por

$$E_c(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} A^*(\mathbf{r}, t) e^{i(\omega t - \mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r})} + \frac{1}{2} A(\mathbf{r}, t) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r})}, \quad (6.4)$$

sendo diferente do campo conjugado da Eq. (6.2) apenas na direção de propagação.

6.2 CONJUGAÇÃO VETORIAL DE FASE EM STIMPDC COM FONTE DE DOIS CRISTAIS

Uma vez definido o fenômeno de conjugação de fase, o foco agora é a demonstração de que o processo de StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais pode funcionar como um dispositivo de conjugação de fase, realizando a reversão tanto dos graus de liberdade espaciais quanto de polarização, podendo inclusive ser utilizado como um conjugador de feixes vetoriais. É importante destacar que o processo de StimPDC com fonte de dois cristais funciona como um dispositivo conjugador como o exposto na figura 35, porém sendo um conjugador de transmissão, como no caso da figura 36.

Primeiro, será demonstrado o efeito do processo em termos dos estados de polarização gerados para o feixe idler em função da polarização dos feixes seed e pump. Em seguida, o formalismo desenvolvido para a tratar a StimPDC para feixes vetoriais será utilizado para demonstrar que, sob condições adequadas, o processo de StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais funciona como um dispositivo de conjugação de fase para vórtices ópticos vetoriais.

6.2.1 Conjugação do Estado de Polarização em StimPDC

Considere um estado genérico e puro de polarização e descrito com respeito à base formada por $|H\rangle$ and $|V\rangle$, representando estados de polarização horizontal e vertical, respectivamente:

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |H\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |V\rangle. \quad (6.5)$$

Matematicamente, a conjugação do estado de polarização acima é definida pelo seu complexo conjugado:

$$|\theta, \phi\rangle^* = \cos \frac{\theta}{2} |H\rangle + e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |V\rangle = |\theta, -\phi\rangle. \quad (6.6)$$

Note que, seguindo esta definição, os estados $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|D\rangle$ e $|A\rangle$ (D e A representando polarização diagonal e anti-diagonal, respectivamente) são seus próprios conjugados, enquanto que os estados de polarização circular $|R\rangle = (|H\rangle + i|V\rangle)/\sqrt{2}$ e $|L\rangle = (|H\rangle - i|V\rangle)/\sqrt{2}$ são conjugados um do outro.

A conjugação do estado de polarização da luz pode também ser descrita em termos do vetor de Stokes $\vec{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$. Os parâmetros de Stokes S_i são definidos como no Capítulo 3: $S_0 = I$ representa a intensidade total do feixe; $S_1 = I_H - I_V$, $S_2 = I_D - I_A$ e $S_3 = I_R - I_L$, onde I_ϵ representa a intensidade resultante após projeção no estado $|\epsilon\rangle$. Será assumido que a intensidade do feixe é normalizada para 1 ($S_0 = 1$), de modo que o vetor $\vec{S} = (S_1, S_2, S_3)^T$ é suficiente para caracterizar o estado de polarização. Sob esta condição, o grau de polarização é a norma euclidiana de \vec{S} :

$$p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}. \quad (6.7)$$

Para estados puros, como na Eq. (6.5), o grau de polarização é máximo por definição, isto é, $p = 1$. Por simplicidade, daqui em diante \vec{S} será tratado como o vetor de Stokes. O vetor de Stokes para o estado $|\theta, \phi\rangle$ é

$$\vec{S} = (\cos \theta, \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi)^T, \quad (6.8)$$

enquanto para o estado conjugado $|\theta, \phi\rangle^*$:

$$\vec{S}^* = (\cos \theta, \sin \theta \cos \phi, -\sin \theta \sin \phi)^T. \quad (6.9)$$

Observando a Eq. (6.9), é possível concluir que a conjugação apenas troca o sinal da componente S_3 (ou R/L) do vetor de Stokes: $\vec{S}^* = (S_1, S_2, -S_3)^T$. Portanto, em termos da esfera de Poincaré para modos de polarização, que possui o estado $|R\rangle$ ($|L\rangle$) situado em seu pólo Norte (Sul), a conjugação corresponde a reflexão especular através do plano equatorial da esfera. Esta interpretação geométrica da conjugação de estados de polarização é representada na Figura 37.

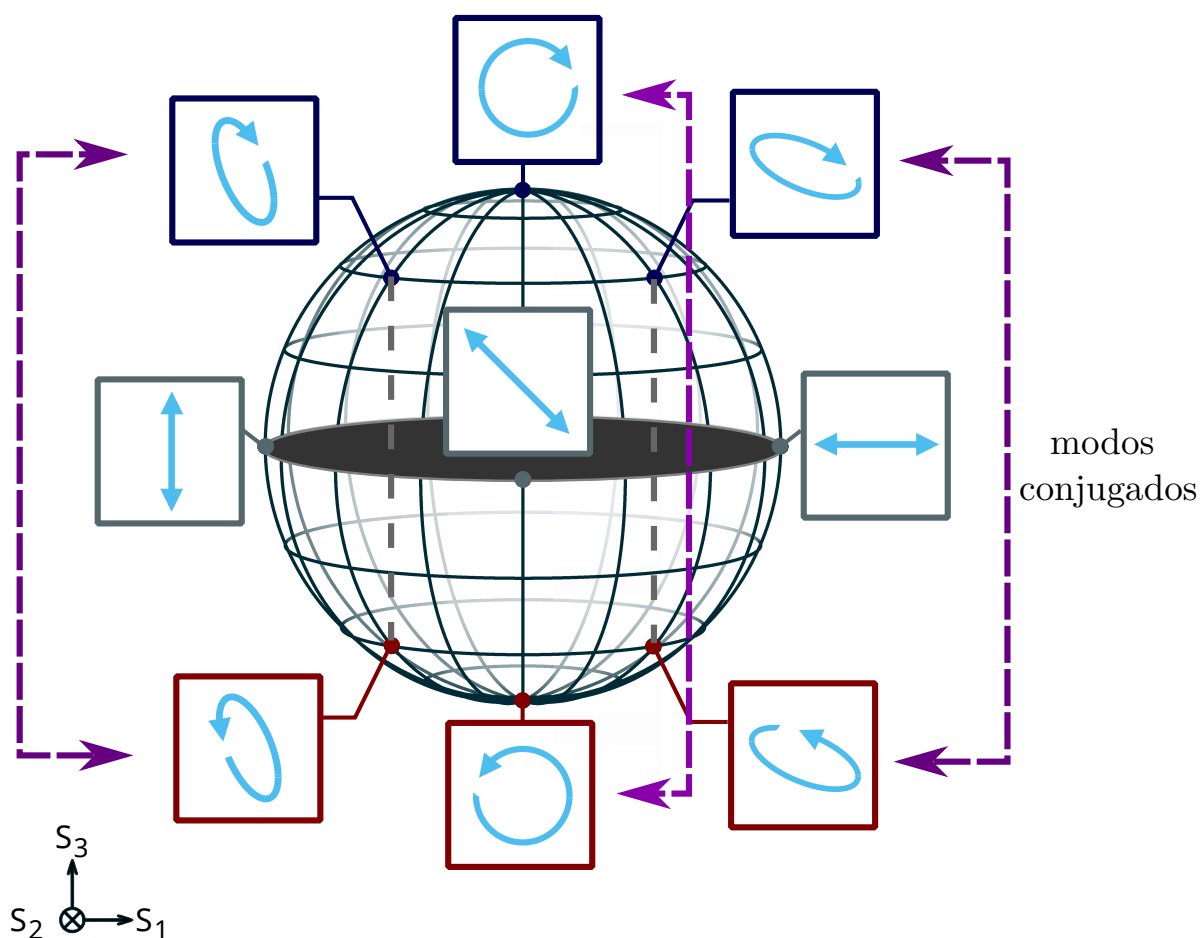


Figura 37 – Interpretação geométrica da conjugação vetorial de fase em termos da Esfera de Poincaré com pólos definidos pelos estados de polarização circular *R/L*. Os estados conjugados se conectam através de reflexão especular através do plano equatorial da esfera de Poincaré. Modos conjugados (setas roxas) são conectados por reflexão especular através do plano equatorial (em cinza) da esfera.

6.2.1.1 Conjugação Vetorial de Fase em StimPDC e Estados de Bell

A base de Bell de estados maximamente emaranhados é composta por quatro elementos. Uma fonte de SPDC pode ser configurada de quatro maneiras diferentes para criar cada um dos estados de Bell em polarização, ou até mesmo produzir superposições destes estados. Tendo isto em mente, será discutida a relação destes estados com a conjugação vetorial de fase.

Considere a fonte SPDC de dois cristais do tipo I, como mostrado na Figura 23, com um feixe de bombeamento intenso e que possui estado de polarização $|\theta_p, \phi_p\rangle$. Será assumido novamente que os campos envolvidos são suficientemente monocromáticos de modo que seus comprimentos de coerência são maiores que a distância entre os dois cristais. Também é assumido que os campos possuem um único modo espacial. Estas condições, que podem ser alcançadas através da engenharia do pump e filtros, são necessárias para que os fótons produzidos em qualquer um dos dois

cristais sejam indistinguíveis em todos os graus de liberdade exceto polarização. Neste cenário simplificado, o operador Hamiltoniano efetivo da SPDC é

$$\mathcal{H} \propto \cos(\theta_p/2) a_V^\dagger a_V^\dagger + \exp(i\phi_p) \sin(\theta_p/2) a_H^\dagger a_H^\dagger. \quad (6.10)$$

Para SPDC, onde os modos signal e idler estão inicialmente no estado de vácuo, a interação não-linear produz o estado

$$|\Phi\rangle = \sin \frac{\theta_p}{2} e^{i\phi_p} |H\rangle_s |H\rangle_i + \cos \frac{\theta_p}{2} |V\rangle_s |V\rangle_i, \quad (6.11)$$

onde fica claro que a polarização do feixe pump determina o estado emaranhado. Também é possível considerar uma fonte que produz estados da forma

$$|\Psi\rangle = \sin \frac{\theta_p}{2} e^{i\phi_p} |H\rangle_s |V\rangle_i + \cos \frac{\theta_p}{2} |V\rangle_s |H\rangle_i = \hat{\sigma}_x^j |\Phi\rangle, \quad (6.12)$$

onde $\hat{\sigma}_x^j$ é um dos operadores de Pauli (equivalente a uma placa de meia onda em 45°), que realiza a transformação $H \leftrightarrow V$. A mesma fonte de dois cristais do tipo I com uma placa de onda adicional pode produzir este estado.

Os estados das Eqs. (6.11) e (6.12) serão reescritos de uma maneira mais geral usando a base ortonormal $\{|\theta, \phi\rangle_s, |\theta, \phi\rangle_s^\perp\}$ para os fótons signal, sendo $|\theta, \phi\rangle_s$ definido como na Eq. (6.5) e

$$|\theta, \phi\rangle_s^\perp \equiv |\theta - \pi, \phi\rangle_s = \sin \frac{\theta_s}{2} |H\rangle_s - e^{i\phi_s} \cos \frac{\theta_s}{2} |V\rangle_s. \quad (6.13)$$

Nesta base, o estado da conversão paramétrica descendente é

$$|\Phi\rangle = |\theta, \phi\rangle_s |\alpha\rangle_i + |\theta, \phi\rangle_s^\perp |\beta\rangle_i \quad (6.14)$$

e

$$|\Psi\rangle = |\theta, \phi\rangle_s \hat{\sigma}_x^j |\alpha\rangle_i + |\theta, \phi\rangle_s^\perp \hat{\sigma}_x^j |\beta\rangle_i, \quad (6.15)$$

onde

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle_i &= \sin \frac{\theta_p}{2} \cos \frac{\theta_s}{2} |H\rangle_i + e^{-i(\phi_s - \phi_p)} \cos \frac{\theta_p}{2} \sin \frac{\theta_s}{2} |V\rangle_i \\ |\beta\rangle_i &= \sin \frac{\theta_p}{2} \sin \frac{\theta_s}{2} |H\rangle_i - e^{-i(\phi_s - \phi_p)} \cos \frac{\theta_p}{2} \cos \frac{\theta_s}{2} |V\rangle_i. \end{aligned} \quad (6.16)$$

A partir deste ponto, considere a presença de um feixe seed alinhado ao modo signal de modo a obter StimPDC. Além disso, assume-se que a intensidade do feixe seed é alta o suficiente para que a intensidade do feixe idler seja dominada pelo processo estimulado e que a contribuição da componente espontânea pode ser ignorada. A Figura 24 ilustra o esquema de StimPDC em questão. Neste cenário, a estimulação do feixe signal pode ser interpretada como sendo equivalente a uma projeção de estado [128]. Portanto, as Eqs. (6.14) e (6.15) mostram que, se o feixe seed é preparado

no estado arbitrário de polarização $|\theta, \phi\rangle_s$, então o feixe estimulado no modo idler sairá dos cristais no estado de polarização $|\alpha\rangle_i$ ou $\hat{\sigma}_x^i |\alpha\rangle_i$, dependendo do tipo de fonte utilizada. Estes resultados podem ser resumidos por $\hat{\sigma}_i^t |\alpha\rangle_i$, onde $t = 0$ (1) quando a fonte gera o estado do tipo Φ (Ψ). O efeito do operador de Pauli $\hat{\sigma}_x^i$ em um vetor de Stokes arbitrário \vec{S} é dado por $\sigma_x[(S_1, S_2, S_3)^T] = (-S_1, S_2, -S_3)^T$, uma vez que troca ambos $H \leftrightarrow V$ e $R \leftrightarrow L$. De forma resumida, o vetor de Stokes do feixe estimulado pode ser reescrito como

$$\vec{S}_{i,t} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (-1)^t (S_{s1} - S_{p1}) \\ S_{p2} S_{s2} - S_{p3} S_{s3} \\ -(-1)^t (S_{s2} S_{p3} + S_{p2} S_{s3}) \end{pmatrix}, \quad (6.17)$$

onde S_{pj} e S_{sj} são os parâmetros de Stokes para os feixes pump e seed, respectivamente, com $j = 1, 2, 3$.

É interessante observar o que acontece quando a fonte é configurada de modo a produzir os quatro estados de Bell $|\Phi^\pm\rangle$ e $|\Psi^\pm\rangle$. Para o processo de StimPDC, a polarização do idler para estes quatro casos é:

$$\vec{S}_i^{\Phi^+} = (S_{s1}, S_{s2}, -S_{s3}), \quad (6.18)$$

que implica em idler conjugado vetorial do seed como definido anteriormente;

$$\vec{S}_i^{\Phi^-} = (S_{s1}, -S_{s2}, S_{s3}), \quad (6.19)$$

que é uma forma de conjugação de fase, mas com respeito ao eixo S_2 ;

$$\vec{S}_i^{\Psi^+} = (-S_{s1}, S_{s2}, S_{s3}), \quad (6.20)$$

que é um conjugado de fase, mas agora com respeito ao eixo S_1 ; e

$$\vec{S}_i^{\Psi^-} = (-S_{s1}, -S_{s2}, -S_{s3}), \quad (6.21)$$

que é uma operação NOT universal, que inverte completamente o estado de polarização, como já observado no nível de fótons únicos nas Refs. [163, 164], onde a fidelidade da operação NOT é reduzida pela contribuição significativa da emissão espontânea.

Lembrando que a conjugação de fase depende da base escolhida para representar o estado, os resultados das Eqs. (6.18), (6.19) e (6.20) são interpretados como conjugação de fase em diferentes bases. Em termos da interpretação geométrica na esfera de Poincaré para modos de polarização, isto implica na mudança do plano de reflexão especular que conecta os feixes conjugados.

6.3 CONJUGAÇÃO DE FASE DE VÓRTICES ÓPTICOS

6.3.1 Descrição Óptico-Quântica da Conjugação de Fase para Vórtices Ópticos Vetoriais em StimPDC

Como visto no Capítulo 5, sob condições adequadas, o estado quântico da componente de StimPDC do feixe idler pode ser escrito como

$$\hat{\rho}_i^{stim} = \sum_{j,k=H,V} \gamma_j \gamma_k^* \delta_j^* \delta_k \left| j, \Phi_j^* \right\rangle \left\langle k, \Phi_k^* \right|. \quad (6.22)$$

onde os estados de fóton único $\left| j, \Phi_j^* \right\rangle$ são definidos por

$$\left| j, \Phi_j^* \right\rangle = \iint d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Psi_j(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \Phi_j^*(\mathbf{q}_s) \left| j, \mathbf{q}_i \right\rangle, \quad (6.23)$$

Destaca-se novamente o fato de $\hat{\rho}_i^{stim}$ não ser normalizado. A questão agora é determinar sob quais condições o campo idler pode ser considerado como o conjugado de fase do feixe seed, quando ele é preparado em um modo de vórtice vetorial. Primeiramente, vamos considerar um feixe seed intenso, ou seja, $|\alpha_s|^2 \gg 1$. Desta forma, a componente de SPDC pode ser ignorada. Neste caso, o campo resultante corresponde a um estado puro. Como observado na Subseção 6.2.1.1, a polarização do feixe pump desempenha um papel crucial na conjugação do estado de polarização do feixe seed. Segundo estes resultados, adotando como pump um feixe diagonalmente polarizado, de modo que $\gamma_H = \gamma_V$, o campo idler é descrito por

$$\left| \psi_i \right\rangle \approx \delta_H^* \left| H, \Phi_H^* \right\rangle + \delta_V^* \left| V, \Phi_V^* \right\rangle. \quad (6.24)$$

A presença dos complexos conjugados dos coeficientes de polarização $\delta_{H(V)}^*$ mostra que este grau de liberdade é conjugado com respeito ao feixe seed. Também é possível ver que os modos espaciais $\Phi_{H(V)}^*$ definidos na Eq. (6.23) dependem da amplitude conjugada do seed. No entanto, ainda há dependência na amplitude do feixe de bombeamento. Uma inspeção destes estados indica que eles correspondem a conjugação de fase dos modos espaciais transversais no caso limite onde o pump pode ser aproximado por uma onda plana e o cristal é fino o suficiente, de modo que $\Psi_j(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$:

$$\left| j, \Phi_j^* \right\rangle = \int d\mathbf{q}_i \Phi_j^*(-\mathbf{q}_i) \left| j, \mathbf{q}_i \right\rangle \equiv \left| j, \Phi_j^* \right\rangle, \quad (6.25)$$

onde o modo idler é a refletido especularmente ($\mathbf{q}_i \rightarrow -\mathbf{q}_i$), o que pode ser absorvido na definição do sistema de coordenadas. Assim, o campo idler é descrito por

$$\left| \psi_i \right\rangle \approx \delta_H^* \left| H, \Phi_H^* \right\rangle + \delta_V^* \left| V, \Phi_V^* \right\rangle. \quad (6.26)$$

Lembrando da notação de estados vetoriais para fótons únicos

$$|1\rangle_{vb} = \gamma_H \int d\mathbf{q} \psi_H(\mathbf{q}) |1\rangle_{H,\mathbf{q}} + \gamma_V \int d\mathbf{q} \psi_V(\mathbf{q}) |1\rangle_{V,\mathbf{q}}, \quad (6.27)$$

é possível observar que o estado da Eq. (6.32) é o conjugado de fase de um modo vetorial com um único fóton, que pode ser escrito alternativamente como

$$|1\rangle_{vb}^* = \gamma_H^* \int d\mathbf{q} \psi_H^*(\mathbf{q}) |1\rangle_{H,\mathbf{q}} + \gamma_V^* \int d\mathbf{q} \psi_V^*(\mathbf{q}) |1\rangle_{V,\mathbf{q}}. \quad (6.28)$$

Portanto, nestas condições, o idler está num modo vórtice vetorial dado exatamente pelo conjugado de fase do modo VVB do seed. A condição $\Psi_j(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$ corresponde a uma fonte SPDC que produz emaranhamento espacial máximo [165–167]. Fica aparente então que conjugação de fase para VVBs de alta-fidelidade é atingida quando a fonte é capaz de produzir alta qualidade de emaranhamento, tanto para polarização, quanto para modos espaciais.

6.3.2 Conjugação Escalar em StimPDC com Modos de Laguerre-Gauss

Como visto na subseção anterior, quando o pump pode ser aproximado por uma onda plana com polarização diagonal, e o feixe seed é um feixe vetorial da forma

$$|\psi_s\rangle = \delta_H |H, \phi_H\rangle + \delta_V |V, \phi_V\rangle, \quad (6.29)$$

o feixe idler produzido é dado por:

$$|\psi_i\rangle \approx \delta_H^* |H, \phi_H^*\rangle + \delta_V^* |V, \phi_V^*\rangle. \quad (6.30)$$

Sendo então o feixe idler o conjugado vetorial de fase do seed.

No caso de utilizarmos um feixe seed escalar onde, digamos $\delta_V = 0$, isto é,

$$|\psi_s\rangle = |H, \phi_H\rangle, \quad (6.31)$$

o feixe idler será então

$$|\psi_i\rangle \approx |H, \phi_H^*\rangle. \quad (6.32)$$

Este resultado implica na conjugação de fase do modo escalar na StimPDC com feixes linearmente polarizados. Note que neste caso há geração de emissão estimulada apenas no cristal que interage com a componente V do feixe pump.

Considerando que o modo espacial do seed seja composto por uma superposição de modos de Laguerre-Gauss na forma

$$|\phi_H\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |LG_{p,\ell}\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |LG_{p,-\ell}\rangle, \quad (6.33)$$

o seu idler conjugado de fase será então:

$$|\phi_H^*\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |LG_{p,-\ell}\rangle + e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |LG_{p,\ell}\rangle. \quad (6.34)$$

Utilizando as identidades trigonométricas

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sin \frac{\pi - \theta}{2}, \quad \sin \frac{\theta}{2} = \cos \frac{\pi - \theta}{2}, \quad (6.35)$$

podemos reescrever o modo conjugado como

$$|\phi_H^*\rangle = \cos \frac{\pi - \theta}{2} |LG_{p,\ell}\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\pi - \theta}{2} |LG_{p,-\ell}\rangle. \quad (6.36)$$

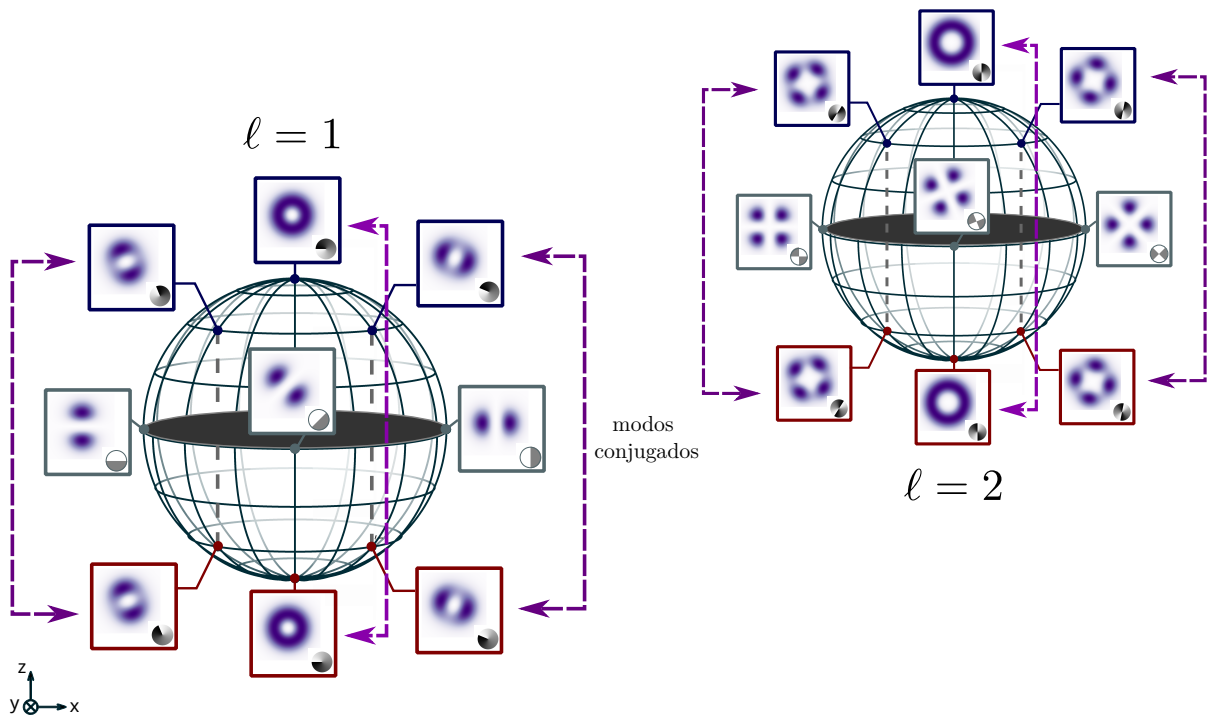


Figura 38 – Interpretação geométrica da conjugação de fase escalar para a representação de superposições de modos de Laguerre-Gauss de primeira e segunda ordem (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré para modos espaciais. Modos conjugados (setas roxas) são conectados por reflexão especular através do plano equatorial (em cinza) da esfera.

Adotando a representação de esfera de Poincaré para superposições de modos apresentada na Subseção 3.2.4, nota-se que feixes conjugados são conectados por reflexão através do plano equatorial da esfera, assim como no caso da conjugação do modo de polarização quando adotamos a base R/L como pólos da esfera. A conjugação de fase para superposições de vórtices escalares em termos de esferas de Poincaré é esquematizada na Figura 38, tanto para vórtices de primeira quanto segunda ordem. A demonstração experimental deste resultado utilizando StimPDC como dispositivo conjugador será fornecida adiante neste capítulo.

6.3.3 Modos Vetoriais Cilíndricos como Sistemas Bidimensionais

Nas subseções anteriores, uma visão geométrica da conjugação de fase em termos da esfera de Poincaré foi esboçada, tanto para modos espaciais (conjugação

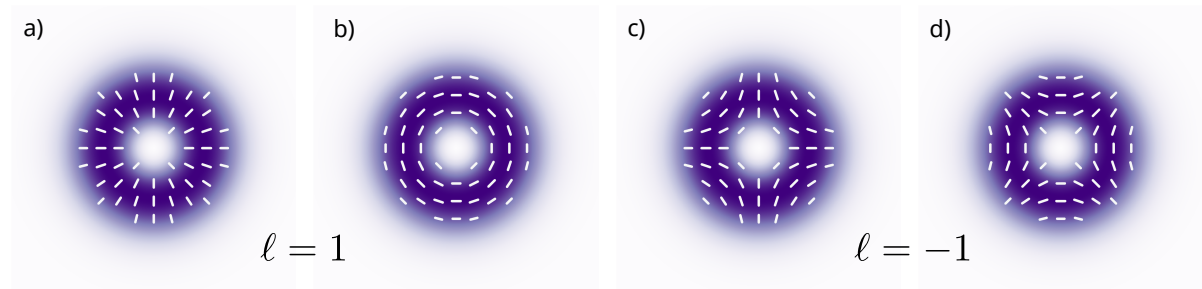


Figura 39 – Perfis de intensidade e polarização para $\gamma_1 = \gamma_2$ e $\gamma_1 = -\gamma_2$, respectivamente, para a) e b) $\ell = +1$ e c) e d) $\ell = -1$. São apresentados mapas de intensidade (roxo) e polarização (linhas brancas).

escalar de fase), quanto para estados de polarização (conjugação vetorial de fase). Esta interpretação será estendida agora para o caso de vórtices vetoriais. Para isso, um formalismo conveniente é apresentado para a conjugação de fase de um caso especial de VVBs utilizando os parâmetros de Stokes de ordem superior e as esferas de Poincaré correspondentes a estes parâmetros, como já apresentado no Capítulo 3.

Feixes vetoriais com simetria cilíndrica (propagação na direção z) podem ser escritos como

$$|\Psi_{CSV}\rangle = \gamma_1 |R, +\ell\rangle + \gamma_2 |L, -\ell\rangle, \quad (6.37)$$

onde $|\dots, \ell\rangle$ representa o modo espacial carregando carga $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ associada com o momento angular orbital. Os coeficientes complexos $\gamma_{1,2}$ são novamente sujeitos a condição de normalização ($|\gamma_1|^2 + |\gamma_2|^2 = 1$). Na maioria dos casos, a componente espacial dos modos vetoriais de simetria cilíndrica é descrita por modos transversais de Laguerre-Gauss ($LG_{p,\ell}$) com número radial p nulo:

$$LG_{0,\ell}(\rho, \varphi, z) = A_{|\ell|}(\rho, z) e^{-i\ell\varphi}. \quad (6.38)$$

Uma vez que $A_{|\ell|}(\rho, z)$ não depende do sinal do momento angular orbital, numa representação simplificada os kets da Eq. (6.48) representam a fase azimutal e os modos de polarização:

$$\begin{aligned} |R, +\ell\rangle &\sim e^{-i\ell\varphi}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y); \\ |L, -\ell\rangle &\sim e^{+i\ell\varphi}(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y). \end{aligned} \quad (6.39)$$

Para $\ell \neq 0$, a Eq. (6.48) define dois conjuntos de estados para cada ordem $|\ell|$ dependendo do sinal de ℓ . Por exemplo, para $|\ell| = 1$, o conjunto para $\ell = +1$ consiste em modos vetoriais com simetria rotacional, como por exemplo o modo radial ($\gamma_1 = \gamma_2$), e azimutal ($\gamma_1 = -\gamma_2$) (Figuras 39 a) e b), respectivamente) apresentados nos capítulos anteriores. Por outro lado, o conjunto $\ell = -1$ contém, por exemplo, os modos anti-vórtice das Figuras 39 c) e 39 d), onde $\gamma_1 = \gamma_2$ e $\gamma_1 = -\gamma_2$, respectivamente.

É possível notar que, para um dado ℓ , os modos vetoriais cilíndricos contidos no conjunto podem ser expandidos em termos de uma base bidimensional

$$\{|0_\ell\rangle = |R, \ell\rangle, |1_\ell\rangle = |L, -\ell\rangle\}, \quad (6.40)$$

de modo que, ignorando a amplitude espacial $A_{|\ell|}$,

$$|\psi_{CSV}\rangle = \cos(\theta/2) |0_\ell\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2) |1_\ell\rangle \quad (6.41)$$

representa um modo vetorial com simetria cilíndrica geral do conjunto. É importante notar que dois espaços bidimensionais distintos são necessários para descrever todos os modos vetoriais cilíndricos de uma dada ordem $|\ell|$, dependendo do sinal de ℓ . Obviamente, outras bases podem ser construídas por combinação linear dos elementos da base da Eq. (6.40).

6.3.4 HOSPs e HOPS

No formalismo de matrizes densidade, estados de feixes vetoriais cilíndricos de um dado valor ℓ podem ser expandidos em termos das matrizes de Pauli ($\hat{\sigma}_1 \equiv \hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_2 \equiv \hat{\sigma}_x$ e $\hat{\sigma}_3 \equiv \hat{\sigma}_y$):

$$\hat{\rho}^\ell = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^3 S_n^\ell \hat{\sigma}_n, \quad (6.42)$$

com coeficientes dados pelos parâmetros de Stokes de ordem superior (HOSPs) do Capítulo 3, que nesta representação são dados por

$$S_n^\ell = \text{tr}[\hat{\rho}^\ell \hat{\sigma}_n]. \quad (6.43)$$

Em termos dos estados da base definida na Eq. (6.40), estes parâmetros são calculados como

$$\begin{aligned} S_0^\ell &= |\langle 0_\ell | \psi_{CSV} \rangle|^2 + |\langle 1_\ell | \psi_{CSV} \rangle|^2, \\ S_1 &= 2 \text{Re} (\langle 0_\ell | \psi_{CSV} \rangle^* \langle 1_\ell | \psi_{CSV} \rangle), \\ S_2^\ell &= 2 \text{Im} (\langle 0_\ell | \psi_{CSV} \rangle^* \langle 1_\ell | \psi_{CSV} \rangle), \\ S_3^\ell &= |\langle 0_\ell | \psi_{CSV} \rangle|^2 - |\langle 1_\ell | \psi_{CSV} \rangle|^2. \end{aligned} \quad (6.44)$$

O mapeamento de modos vetoriais cilíndricos em espaços bidimensionais permite adotar uma representação geométrica em termos das esferas de Poincaré de ordem superior (HOPS), construídas utilizando S_1^ℓ , S_2^ℓ e S_3^ℓ como coordenadas cartesianas. É fácil perceber que duas esferas são necessárias para representar os dois conjuntos de modos de uma determinada ordem $|\ell|$. A Figura 14 apresenta as HOPS para as ordens $|\ell| = 1$ e $|\ell| = 2$.

6.3.5 Conjugação Vetorial de Fase em Termos de HOPS

Uma vez que a operação realizada pela fonte de StimPDC de dois cristais depende das propriedades do feixe pump, considere o caso mais usual onde a conjugação de fase implica em mudar $\ell \rightarrow -\ell$ [30, 84] e $R \leftrightarrow L$. Observando as expressões das Eqs. (6.39) e (6.41), é possível notar que

$$\begin{aligned} |0_\ell\rangle^* &= e^{+i\ell\varphi} (e_x - ie_y) = |1_\ell\rangle; \\ |1_\ell\rangle^* &= e^{-i\ell\varphi} (e_x + ie_y) = |0_\ell\rangle. \end{aligned} \quad (6.45)$$

As Eqs. (6.46) mostram que o conjugado de um feixe vetorial cilíndrico da Eq. (6.41) é dado por

$$|\psi_{CSV}\rangle^* = \cos(\theta/2) |1_I\rangle + e^{-i\varphi} \sin(\theta/2) |0_I\rangle, \quad (6.46)$$

que pode ser reescrito como:

$$|\psi_{CSV}\rangle^* = \cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) |0_I\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) |1_I\rangle. \quad (6.47)$$

A expressão da Eq. (6.47) mostra que os feixes conjugados são conectados por reflexão especular através do plano equatorial da HOPS (o que pode ser visto em termos da transformação $S_3^\ell \rightarrow -S_3^\ell$), o que concorda com o caso $\ell = 0$, ou seja, o caso da esfera de Poincaré apenas para modos de polarização e apenas um modo espacial. Note também que o efeito da conjugação de fase na HOPS, representado na Figura 40 para vórtices vetoriais de primeira e segunda ordem, é o mesmo do caso de esferas de Poincaré para os modos escalares da subseção anterior. Concluindo, o conjugado de um feixe vetorial cilíndrico também é um feixe vetorial cilíndrico e pertence à mesma HOPS, ilustrando que a conjugação de feixes vetoriais não altera a natureza das correlações entre os graus de liberdade espaciais e de polarização, uma vez que mudar de esferas implicaria em mudar correlações para anti-correlações e vice-versa. Além disso, observa-se que feixes radialmente polarizados e feixes invariantes por rotação [53] não perdem suas propriedades interessantes sob conjugação de fase.

6.3.6 Conjugação de Fase para VVBs de Ordem Híbrida

Como apresentado no Capítulo 3, quando compostos por modos de Laguerre-Gauss ($p = 0$), feixes vetoriais de ordem híbrida podem ser expressos por

$$|\Psi_{HYB}\rangle = \gamma_1 |R, \ell_1\rangle + \gamma_2 |L, \ell_2\rangle, \quad (6.48)$$

ou, alternativamente, por

$$|\Psi_{HYB}\rangle = \cos\frac{\theta}{2} |R, \ell_1\rangle + e^{i\varphi} \sin\frac{\theta}{2} |L, \ell_2\rangle, \quad (6.49)$$

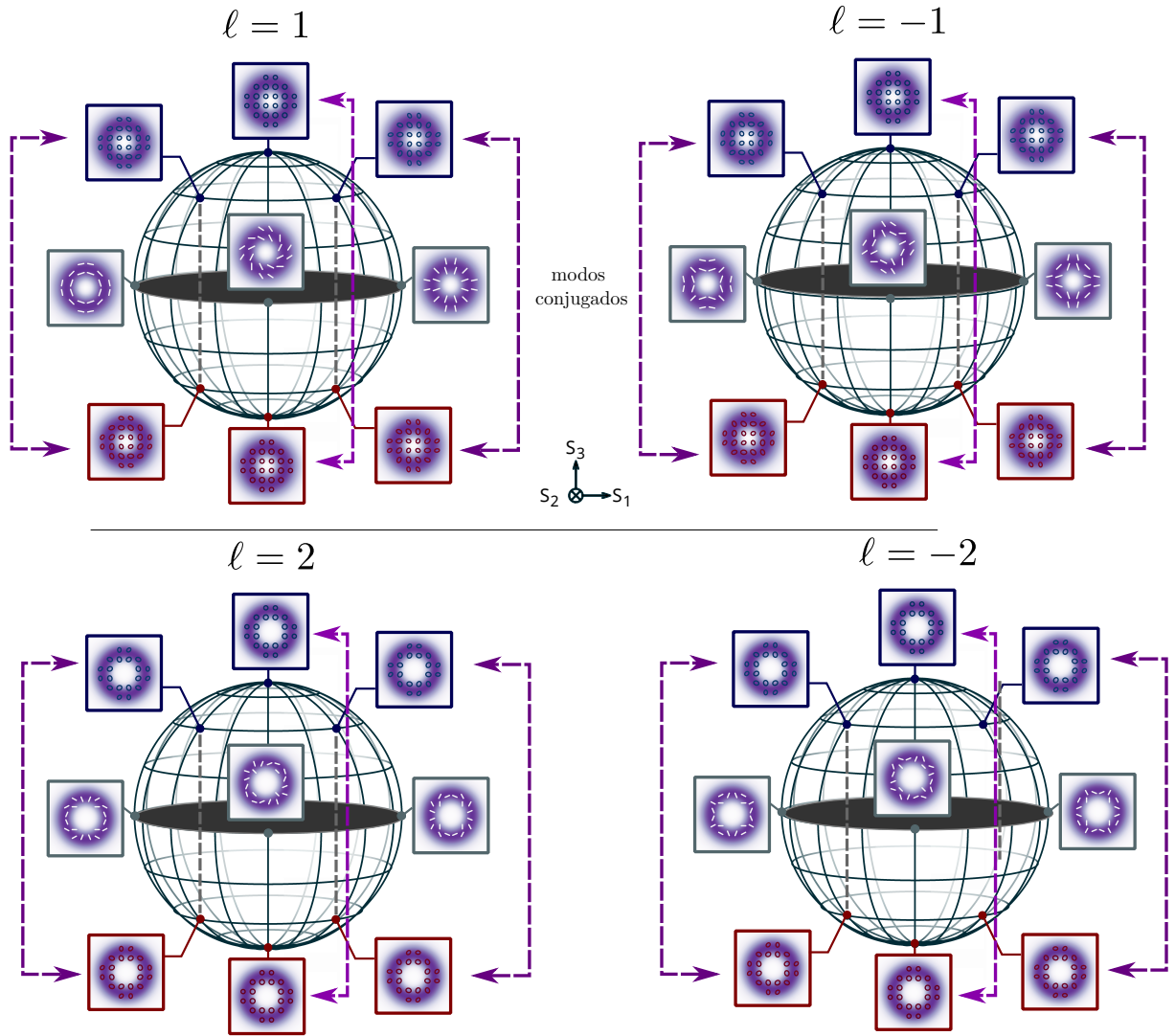


Figura 40 – Representação da conjugação de feixes vórtice vetoriais com simetria cilíndrica e (com $p = 0$) em termos da esfera de Poincaré de ordem superior.

que é uma representação conveniente para a interpretação geométrica destes modos em termos das esferas de Poincaré de ordem híbrida (HyOPS). O efeito da conjugação vetorial de fase nos modos da base é

$$|R, l_1\rangle \rightarrow |L, -l_1\rangle; \quad (6.50)$$

$$|L, l_2\rangle \rightarrow |R, -l_2\rangle.$$

Portanto, a conjugação vetorial de fase aplicada ao estado da Eq. (6.49) leva ao estado

$$|\Psi_{HYB}^*\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |L, -l_1\rangle + e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |R, -l_2\rangle, \quad (6.51)$$

que pode ser reescrito como

$$|\Psi_{HYB}^*\rangle = \cos \frac{\pi - \theta}{2} |R, -l_2\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\pi - \theta}{2} |L, -l_1\rangle. \quad (6.52)$$

Da expressão acima é possível concluir que o feixe conjugado é ainda um feixe vetorial de ordem híbrida e que feixes conjugados habitam hemisférios opostos, porém, diferen-

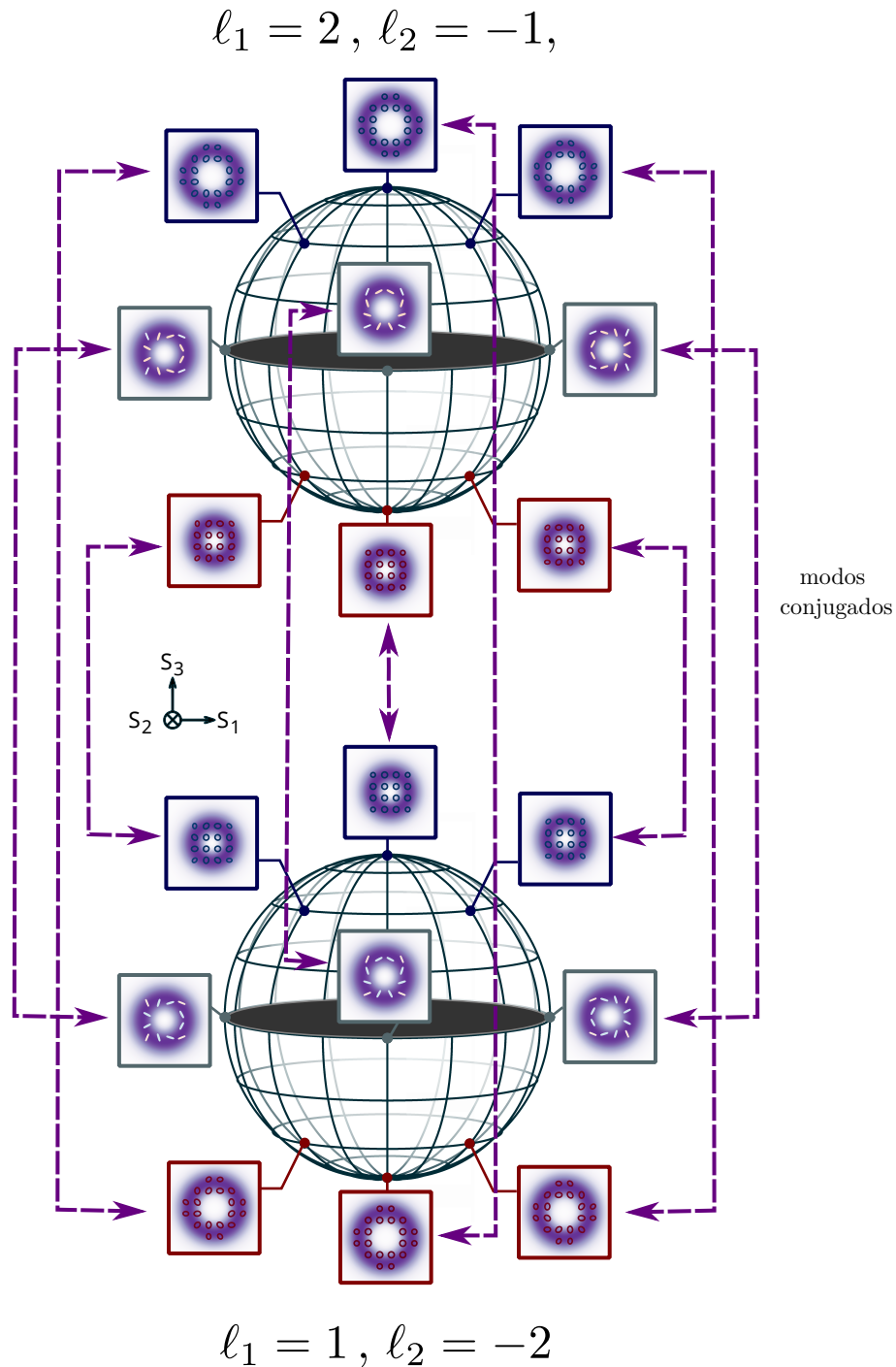


Figura 41 – Representação da conjugação de feixes vórtice vetoriais de ordem híbrida (com $p_1 = p_2 = 0$) em termos da esfera de Poincaré de ordem híbrida.

temente dos casos estudados anteriormente, de esferas diferentes! Enquanto o feixe original habita a esfera definida pelo par ordenado (l_1, l_2) de cargas topológicas, o feixe conjugado habita o hemisfério oposto da esfera definida por $(-l_2, -l_1)$. Este efeito é representado na Figura 41 para um caso particular. É importante notar porém que os modos contidos no equador das esferas, apesar de possuírem estruturas similares de intensidade e polarização, não são idênticos. Portanto, o caso de conjugação de feixes vetoriais de ordem híbrida leva a um mapeamento entre estados de esferas de

diferentes ordens, um caso mais complexo que os casos abordados anteriormente.

6.3.7 Conjugação de Fase de Feixes Vetoriais: Parâmetros de Stokes Generalizados

Enquanto descrever modos cilíndricamente simétricos em espaços bidimensionais fornece uma ferramenta geométrica prática para representar os modos e interpretar a conjugação vetorial de fase, não é possível representar todos os vórtices ópticos vetoriais desta forma, uma vez que não é possível representar uma mistura estatística genérica ou até mesmo uma superposição de modos em diferentes espaços bidimensionais. Além disso, é possível criar feixes vetoriais compostos por superposições de modos com diferentes valores de $|\ell|$. Para uma descrição mais geral da conjugação de fase de VVBs em termos de parâmetros de Stokes, será introduzida uma descrição inspirada pelo vetor de Bloch generalizado para dois q-bits. Primeiramente, uma vez que o grau de polarização é bidimensional, a decomposição de Schmidt de um feixe vetorial sempre pode ser representada por um sistema 2×2 , analogamente ao caso de dois q-bits.

Para um sistema de dois q-bits, o operador densidade pode ser expandido como [168]

$$\hat{\rho} = \frac{1}{4} \sum_{i,j=0}^3 S_{ij} (\hat{\sigma}_i \otimes \hat{\sigma}_j), \quad (6.53)$$

o que é equivalente à expressão na Eq. (6.42) generalizada para um sistema quadridimensional. O primeiro q-bit corresponde ao grau de liberdade de polarização e o segundo ao modo espacial transversal. Desta forma, a matriz de Stokes pode ser escrita como

$$S = \begin{pmatrix} 1 & s_{01} & s_{02} & s_{03} \\ s_{10} & s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{20} & s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{30} & s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \quad (6.54)$$

onde foi utilizado $s_{00} = 1$, correspondente a componentes normalizadas. Note que s_{0j} e s_{j0} ($j = 1, 2, 3$) são as componentes do vetor de Stokes dos q-bits individuais, enquanto que as componentes s_{jk} contêm as correlações.

Usando a representação $\hat{\sigma}_1 \equiv \hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_2 \equiv \hat{\sigma}_x$ e $\hat{\sigma}_3 \equiv \hat{\sigma}_y$ como na última seção, a conjugação de fase de um feixe vetorial muda o sinal da terceira componente de ambos os q-bits, portanto

$$S^* = \begin{pmatrix} 1 & s_{01} & s_{02} & -s_{03} \\ s_{10} & s_{11} & s_{12} & -s_{13} \\ s_{20} & s_{21} & s_{22} & -s_{23} \\ -s_{30} & -s_{31} & -s_{32} & s_{33} \end{pmatrix}. \quad (6.55)$$

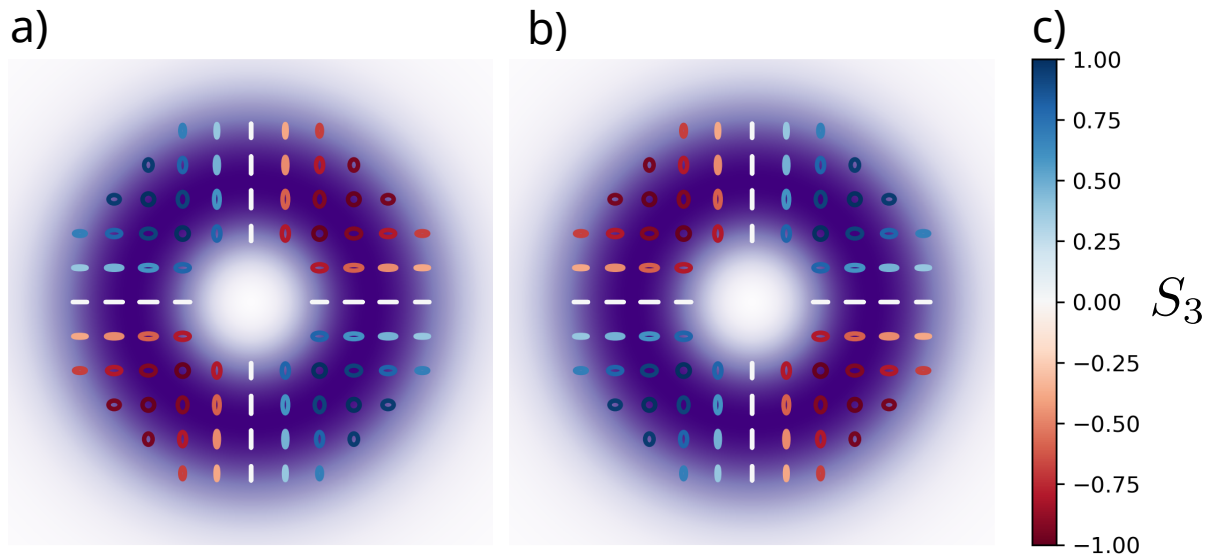


Figura 42 – a) Vórtice vetorial da Eq. (6.56) e b) seu conjugado vetorial de fase. c) Barra de cores para o parâmetro de Stokes S_3 para a polarização.

Por exemplo, no experimento do Capítulo 5 e no experimento que será descrito em 6.4.3, um feixe vetorial de polarização híbrida (contendo modos lineares, elípticos e circulares) foi produzido, podendo ele ser representado como

$$|\nu\rangle = \frac{|D, +|\ell\rangle + |A, -|\ell\rangle}{2} \quad (6.56)$$

onde $|D(A)\rangle = (|H\rangle + (-)|V\rangle)/\sqrt{2}$ são os estados diagonal (antidiagonal) de polarização linear. Na Figura 42a) é exibido o perfil simulado deste feixe, o qual também pode ser representado por

$$S_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.57)$$

e a matriz de Stokes do feixe conjugado (Figura 42b)) é

$$S_\nu^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.58)$$

o que concorda com os resultados experimentais que serão apresentados na Subseção 6.4.3.

6.4 EXPERIMENTOS DE CONJUGAÇÃO DE FASE COM STIMPDC

Uma vez estabelecido o tratamento teórico e as previsões dos modelos, serão apresentados agora os esquemas experimentais e os resultados obtidos para demons-

trar a conjugação escalar e vetorial de fase no processo de conversão paramétrica descendente estimulada.

6.4.1 Conjugação de Fase para Superposições de Vórtices Escalares em StimPDC

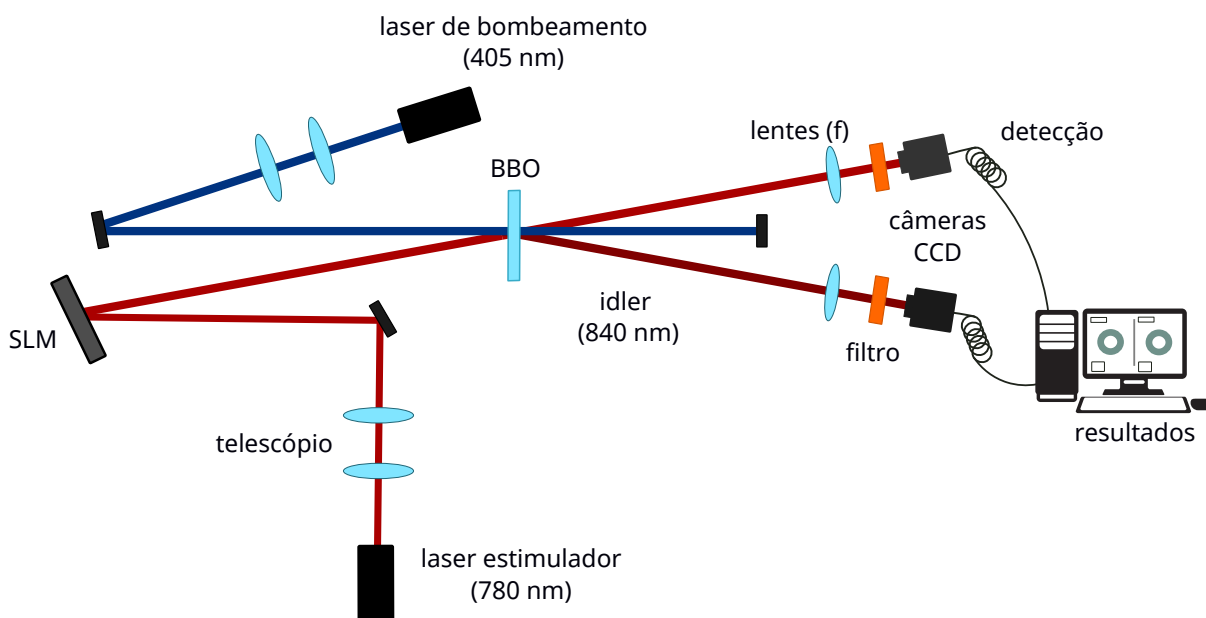


Figura 43 – Setup experimental para a conjugação de superposições de vórtices escalares. Um laser de diodo de 405 nm bombeia um cristal não linear (BBO), enquanto um laser em 780 nm age como semente da interação paramétrica após ser refletido por um modulador espacial de luz (SLM), o qual prepara superposições de modos. Duas câmeras CCD registram os perfis de intensidade dos feixes semente e idler. Cada câmera CCD é posicionada no plano focal de uma lente esférica.

A Figura 43 mostra um esquema do setup experimental que utilizado para realizar a conjugação de um feixe composto por superposições de vórtices ópticos escalares de primeira ordem na forma

$$|\psi\rangle_{\theta,\phi} = \cos \frac{\theta}{2} |LG_{0,\ell}\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |LG_{0,-\ell}\rangle. \quad (6.59)$$

O esquema é similar ao apresentado na Figura 19 utilizado para investigar a interação de vórtices escalares em StimPDC. Um laser de diodo oscilando no comprimento de onda de 405-nm é usado para bombear um cristal BBO e produzir conversão paramétrica descendente do tipo I. Dentro do cone de emissão espontânea, os modos signal e idler em 780 nm e 840 nm, respectivamente, são novamente selecionados usando filtros de interferência com bandas de 10-nm de largura previamente à detecção. O ângulo entre a polarização linear do pump e o eixo óptico do cristal é escolhido de modo a obter direções de propagação dos feixes signal e idler que descrevem um ângulo de cerca de 4 graus com a direção do pump. Os perfis dos feixes seed e idler são medidos através da captura de imagens por câmeras CCD. Para preparar

as superposições de modos da Eq. (6.59) no feixe seed, um modulador espacial de luz (SLM) é utilizado, fornecendo a habilidade de variar θ e ϕ sob demanda. Como demonstrado em 6.3.2, as superposições preparadas podem ser visualizadas como um ponto com coordenadas (θ, ϕ) na superfície da esfera de Poincaré para modos espaciais de primeira ordem, enquanto seu estado conjugado é sua reflexão especular através do plano de Poincaré da esfera (ver Figura 38).

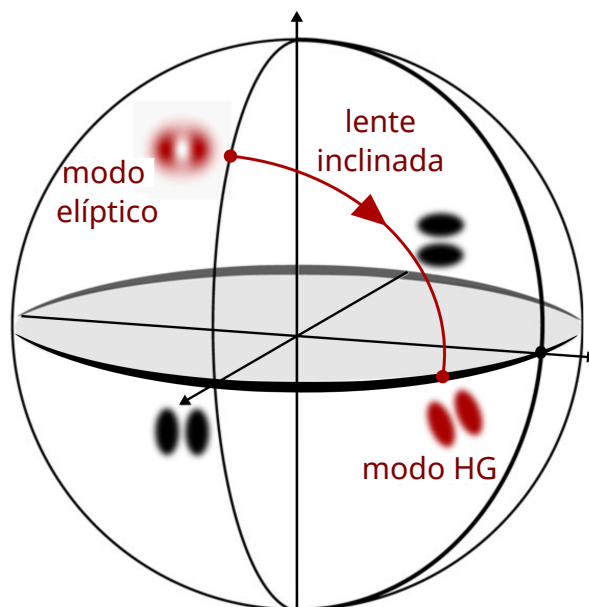


Figura 44 – Usando uma lente inclinada no sentido horizontal, é possível realizar, para cada dado modo da esfera, uma rotação de $\pi/2$ em torno do eixo definido pelo modos de Hermite-Gauss HG_{01} . Figura adaptada de [30].

Primeiramente, são apresentados os resultados ilustrando a conservação do momento angular orbital no processo de StimPDC. Para isso é utilizado o método de lente inclinada [169] para detectar o sinal da carga topológica de um modo (ver Figura 44). Em StimPDC, quando o feixe auxiliar é preparado com carga topológica ℓ , a carga do idler é $-\ell$ [84]. A Figura 45 apresenta os casos $\ell = 1$ e $\ell = 2$. Após passagem por uma lente inclinada e alguma propagação, um modo com carga positiva (negativa) adquire a forma de um modo de Hermite-Gauss com franjas escuras estendidas ao longo de um eixo com inclinação negativa (positiva), como indicado pelas linhas brancas pontilhadas. O número de franjas escuras adquiridas pelo feixe é igual ao valor de sua carga topológica. Dentro do subespaço dos modos Gaussianos de primeira-ordem, a ação de uma lente inclinada possui uma interpretação geométrica interessante na esfera de Poincaré: ela rotaciona qualquer modo por um ângulo de $\pi/2$ ao redor do eixo em que se situam seus dois auto-modos (HG_{10} e HG_{01}). Conseqüentemente, qualquer modo situado no meridiano $\phi = 0$ é mapeado pela lente inclinada ao equador da esfera (ver Figura 44). Esta propriedade é utilizada no experimento para demonstrar a simetria descrita anteriormente para o caso de modos ao longo do

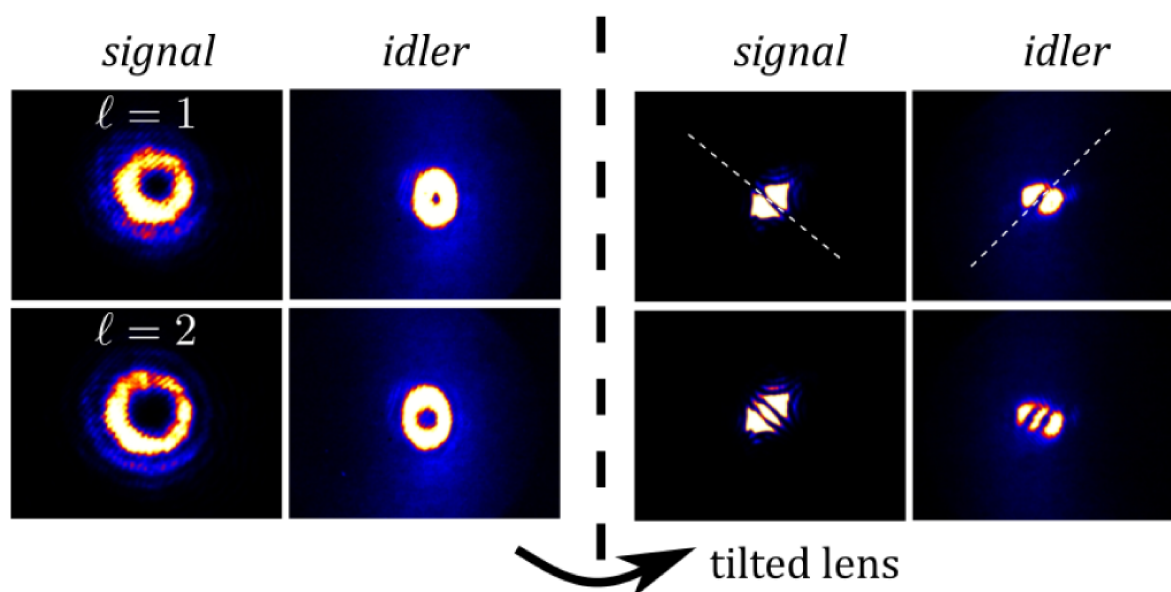


Figura 45 – Resultados experimentais mostrando a conservação de momento angular orbital da luz com a ajuda de uma lente inclinada (*tilted lens*), a qual revela o sinal da carga topológica. A faixa fraca vertical em azul no perfil do idler é um pequeno arco do cone de luz da emissão espontânea. Figura retirada de [30].

meridiano $\phi = 0$ da esfera. Os resultados experimentais são exibidos na Figura 46, na qual o ângulo polar do feixe auxiliar é variado de 0 a π (pólo norte a pólo sul), enquanto a formação de um feixe idler indo do pólo sul ao pólo norte é observado, em passos de mesmo comprimento, mas em direções opostas. Este efeito mostra que signal e idler são imagens especulares um do outro com respeito ao plano equatorial da esfera, como previsto na Subseção 6.4.1.

Na Figura 47, são exibidas quatro colunas de imagens. A primeira e terceira mostram os perfis do laser auxiliar como capturado pela câmera quando o ângulo polar é mantido em $\theta = \pi/2$, enquanto o ângulo azimutal ϕ é variado discretamente de 0 a 2π . A segunda e quarta coluna correspondem ao feixe idler. Como pode ser observado, todos os padrões se assemelham a feixes de Hermite-Gauss, e seus eixos de simetria rotacionam enquanto ϕ aumenta. Isto significa que o feixe idler segue o feixe signal ao redor do equador da esfera, o que é outra demonstração da simetria através do plano equatorial da conjugação de fase em StimPDC. Destaca-se que os resultados obtidos experimentalmente confirmam um fato já conhecido com relação a conservação de momento angular orbital na geração de modos de Laguerre-Gauss [106, 170] e conservação de paridade de modos de Hermite-Gauss [171, 172] em conversão paramétrica descendente espontânea.

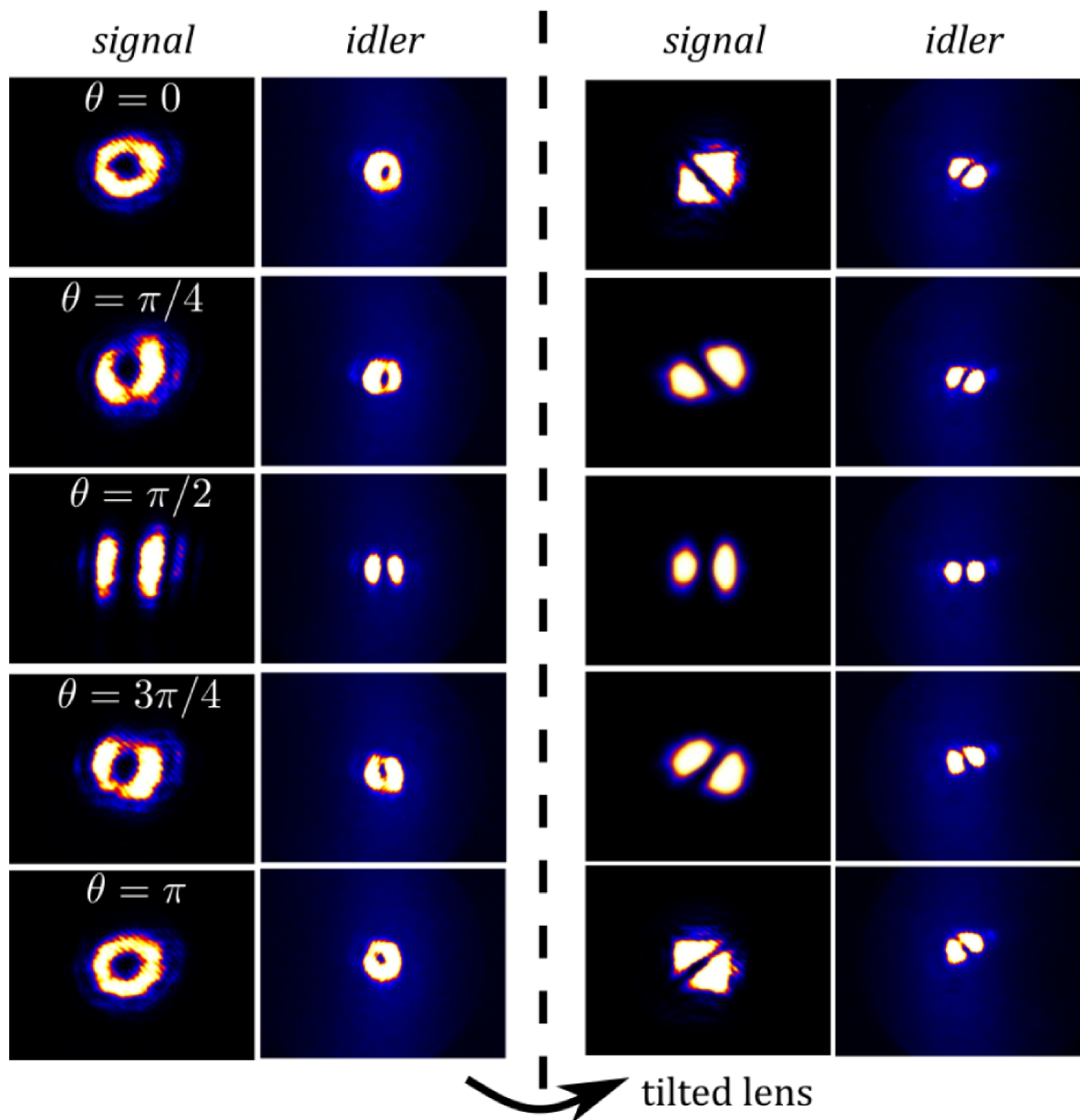


Figura 46 – Resultados experimentais ao longo do meridiano $\phi = 0$. À esquerda, perfis de intensidade dos feixes em propagação livre. À direita, perfis de intensidade obtidos após a lente inclinada, mostrando caminhos opostos na esfera de Poincaré. Retirado de [30].

6.4.2 Conjugação de Modos de Polarização em StimPDC

A conjugação de fase para estados de polarização em StimPDC foi realizado utilizando o setup experimental esquematizado na Figura 48. Um feixe de laser de diodo em 780 nm é alinhado à direção do sinal desejado, estimulando a conversão nos comprimentos de onda de 780 nm e 840 nm (estimulação indireta do idler), em phase matching não-colinear, de modo que as direções de propagação de signal e idler formam um ângulo de aproximadamente 4° (ainda compatível com os feixes interagen-

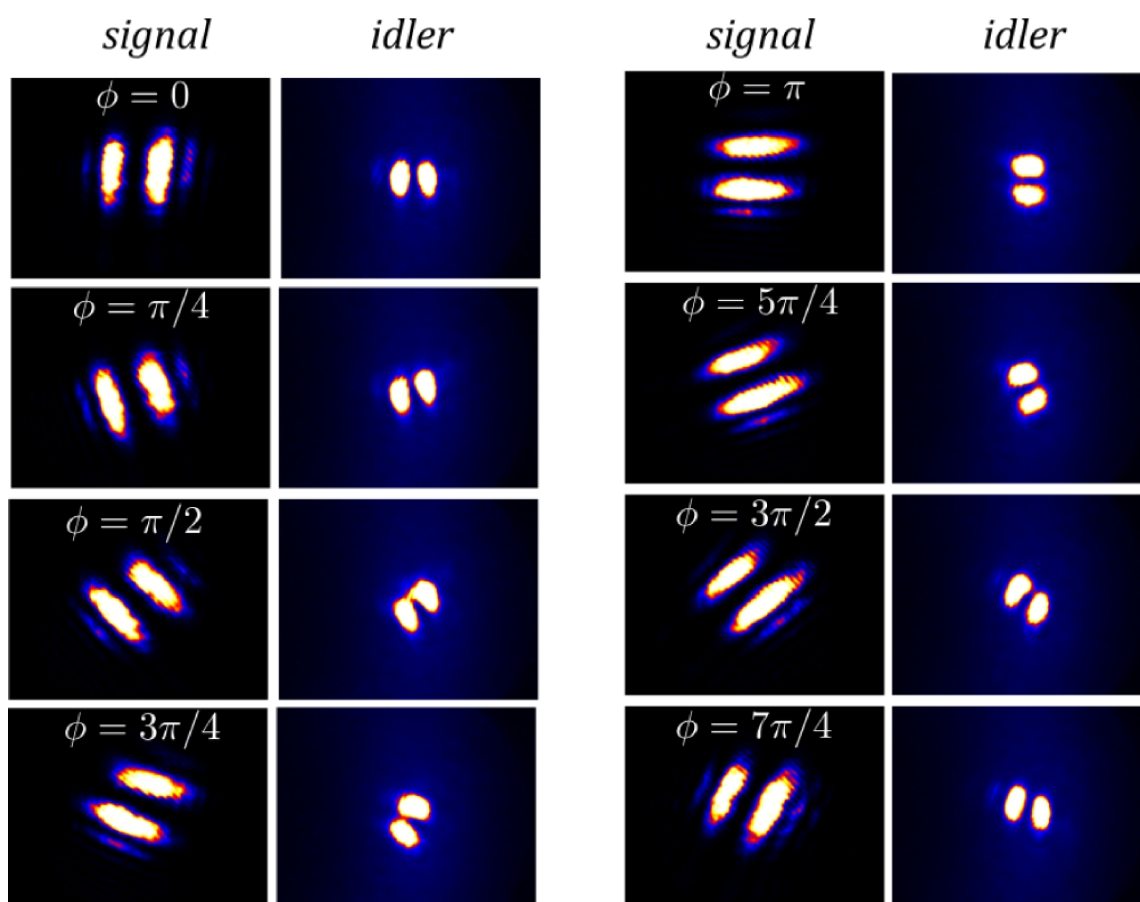


Figura 47 – Resultados experimentais para modos do equador da esfera de Poincaré ($\theta = \pi/2$). Figura retirada de [30].

tes sendo tratados como aproximadamente colineares no volume de interação). Os estados de polarização dos feixes pump e seed são preparados utilizando uma placa de meia onda (HWP) e quarto de onda (QWP) para cada feixe. Isto permite bombear e estimular o processo de conversão paramétrica descendente com estados arbitrários porém controlados de polarização. O estado de polarização do idler, é analisado através da medição de seus parâmetros de Stokes. Estas medidas são realizadas com um analisador de polarização ajustável consistindo de uma QWP, uma HWP e um divisor de feixes polarizados (PBS). O idler é detectado com um contador de fótons com um filtro de interferência passa-banda de largura de 10 nm e centralizado em 840 nm. Há também um analisador de polarização preparado para o feixe seed, que é detectado utilizando uma câmera CCD.

O feixe seed gaussiano foi preparado em seis estados de polarização, e medidas foram tomadas para os estados de polarização do idler correspondente a cada estado do seed, para os casos de pump com polarização anti-diagonal e diagonal. Tomografia de polarização completa dos feixes seed e idler foi realizada, e os parâmetros de Stokes dos feixes foram extraídos.

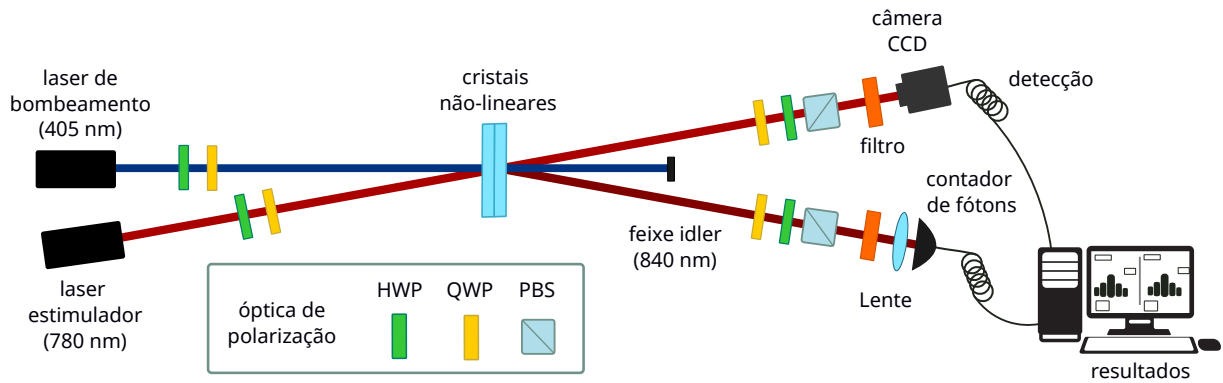


Figura 48 – Setup experimental para conjugação vetorial de fase. Um laser de diodo oscilando no comprimento de onda de 405 nm é usado para bombear dois cristais BBOs do tipo I em sequência. O eixo óptico dos cristais são rotacionados em 90° um com relação ao outro, de modo que o cristal 1 produz pares de fótons verticalmente polarizados e o cristal 2 gera pares horizontalmente polarizados. Um feixe de laser em 780 nm é usado como seed, indiretamente estimulando a emissão de um feixe idler em 840 nm . Placas de meia onda (HWP) e quarto de onda (QWP) são utilizadas para preparar e medir feixes (em conjunto com um divisor de feixes polarizados (PBS)). Figura retirada de [32].

Os resultados experimentais para a conjugação de estados de polarização são ilustrados utilizando a esfera de Poincaré, como mostrado na Figura 49 a) para um pump diagonalmente polarizado. Observa-se na figura que os estados de polarização do seed (signal) e idler estão localizados em hemisférios opostos, correspondendo então a conjugação vetorial de fase. A conjugação de um dado estado de polarização na esfera é obtido mudando o sinal da latitude enquanto a longitude é mantida ($\theta \rightarrow \pi - \theta$). Estes resultados ilustram claramente este efeito tanto para estados de polarização circular, quanto elíptica. No entanto, para pump anti-diagonal, a conjugação de fase não ocorre da maneira usual. Ao invés disso, o idler é a imagem especular do seed através do plano vertical $S_1 S_3$, como previsto na Eq. (6.19) e mostrado na Figura 49 b).

Tendo em vista uma análise mais quantitativa, um gráfico foi construído para comparar as coordenadas angulares do idler vs as do seed na esfera de Poincaré. Os resultados (pontos com barras de erro) são mostradas na Figura 50 junto com as previsões teóricas (linha sólida). Para comparar coordenadas polares (θ) e azimutais (ϕ), cores foram estabelecidas para cada ponto experimental, com rótulos representando a polarização do feixe seed. Além disso, na Tabela 1, as fidelidades [173, 174] dos estados de polarização medidos para o feixe idler com respeito a previsão teórica são listadas. Todas as fidelidades calculadas estão entre 80% e 94% com média de 86.3% para pump diagonal, e 86.2% para pump anti-diagonal.

Estes resultados experimentais demonstram claramente a conjugação de fase de estados de polarização. Discrepâncias com a teoria surgem principalmente devido

à despolarização da luz medida, o que é atribuído principalmente ao espalhamento nas superfícies dos cristais, assim como walk-off espacial, o que pode ser reduzido utilizando cristais ainda mais finos.

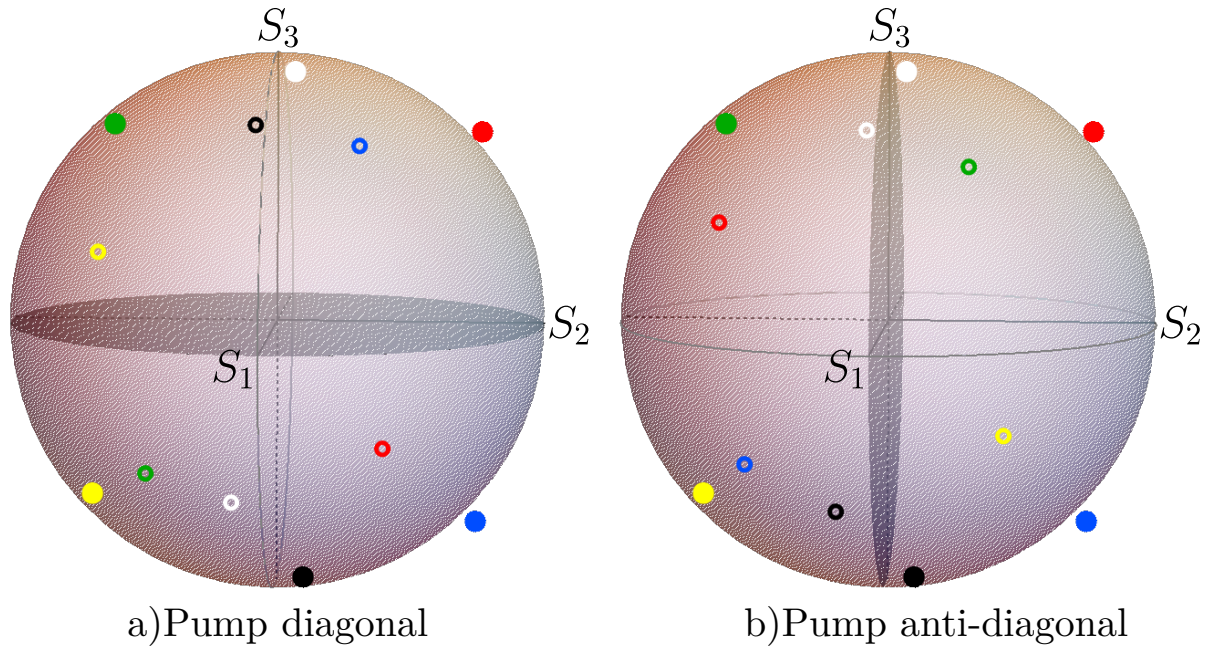


Figura 49 – Esferas de Poincaré para quando a polarização do pump é linear e a) diagonal e b) anti-diagonal. Círculos sólidos (abertos) correspondem ao seed (idler). Em ambos os casos, o feixe seed é preparado em seis diferentes estados de polarização: R (circular à direita; branco), L (circular à esquerda; preto), E_1 , E_2 , E_3 and E_4 (elípticos; vermelho, azul, amarelo e verde, respectivamente), representados por círculos preenchidos. Discos azuis e vermelhos aparentam estar fora da esfera devido à incertezas que não são representadas nesta imagem. Ver a Figura 50 para conferir as barras de erro. Figura adaptada de [32].

Pump Diagonal

Seed	R	E1	H	D	E2	L	E3	V	A	E4	
Idler (teórico)	L	E2	H	D	E1	R	E4	V	A	E3	Média
Fidelidade (%)	86.4	81.3	92.7	84.1	84.0	86.6	83.0	93.7	87.6	83.4	86.3

Pump Antidiagonal

Seed	R	E1	H	D	E2	L	E3	V	A	E4	
Idler (teórico)	R	E4	H	A	E3	L	E2	V	D	E1	Média
Fidelidade (%)	85.4	85.1	93.4	87.6	88.5	87.2	81.6	91.9	80.3	80.9	86.2

Tabela 1 – Fidelidades entre estados de polarização teóricos e medidos para o feixe idler gerado ao bombear a fonte de StimPDC de dois cristais com um feixe pump diagonal e anti-diagonalmente polarizados para diversas preparações do seed.

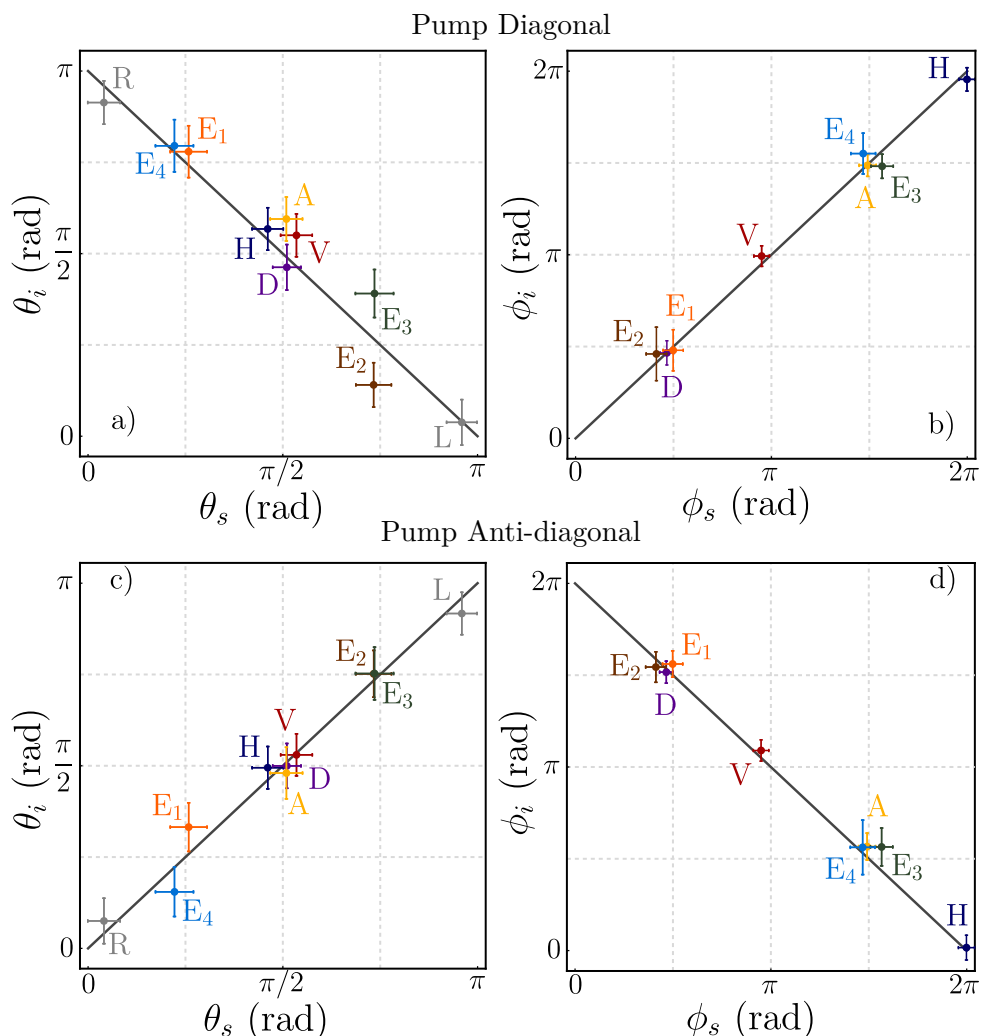


Figura 50 – Ângulos das coordenadas esféricas: dados experimentais para as coordenadas θ_i e ϕ_i do idler vs coordenadas θ_s e ϕ_s do seed para a)-b) pump diagonal e c)-d) pump anti-diagonal. As linhas sólidas retas representam as previsões teóricas. Figura retirada de [32].

6.4.3 Conjugação de Vórtices Ópticos Vetoriais com StimPDC

Por fim, a descrição do processo experimental utilizado para conjugar vórtices ópticos vetoriais é apresentada. Um laser de bombeamento (405 nm) é preparado de forma a poder ser aproximado como uma onda plana (em comparação às dimensões dos cristais e do feixe seed) e em modos de polarização diagonal e anti-diagonal. Uma Vortex Plate (VWP, Thorlabs WPV10L-780) é colocada no caminho do feixe seed (780 nm) como na Figura 51, o que produz um feixe vetorial radial. Para ilustrar adequadamente a conjugação de fase de um feixe vetorial, este feixe radial sofreu uma transformação ao passar por uma QWP, de modo a obter o feixe indicado na Figura 42a) e expresso na Eq. (6.56). Este vórtice vetorial contém estados de polarização lineares, elípticos e circulares em um só feixe, o que facilita a identificação da conjugação de fase. Este feixe é utilizado como seed na StimPDC. Os perfis de intensidade sozinhos

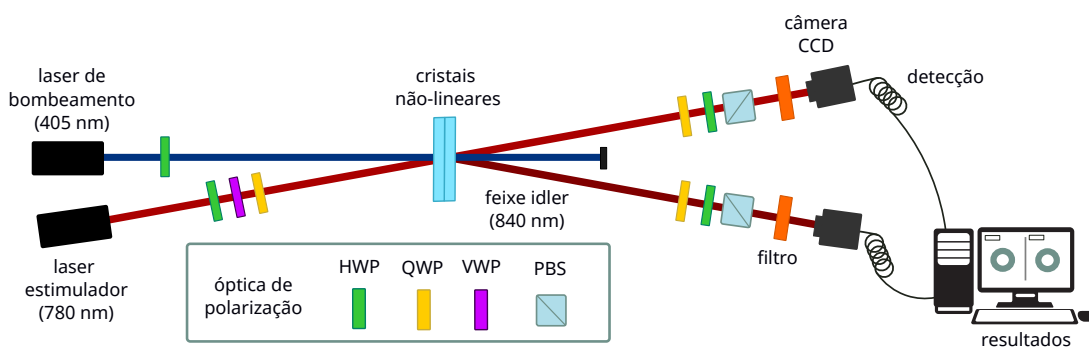


Figura 51 – Setup experimental para a conjugação de vórtices ópticos vetoriais em StimPDC do tipo I com fonte de dois cristais. Um laser de bombeamento oscilando no comprimento de onda 405 nm é preparado nos modos de polarização diagonal e anti-diagonal através de uma placa de onda (HWP). Um laser estimulador (780 nm) é preparado no modo vetorial radial através do uso de uma HWP e uma Vortex Plate (VWP), passando em seguida por uma placa de quarto de onda (QWP), resultando no feixe da Figura 42a). Ambos os feixes são combinados nos cristais não-lineares, dando origem a um feixe idler vórtice vetorial. Tomografia completa de polarização é realizada para seed e idler através de projeções em diferentes bases de polarização e obtenção dos perfis transversais de intensidade por imagens coletadas por câmeras CCD. PBS: divisor de feixes polarizados.

não são suficientes para demonstrar que a conjugação de fase ocorre. Para tanto, tomografia completa de polarização é realizada nos feixes seed e idler, e as imagens dos feixes resultantes são obtidas utilizando câmeras CCD.

A Figura 52 apresenta as medidas obtidas para a tomografia de polarização dos feixes seed (coluna a)) e idler obtido quando o pump é diagonalmente (coluna b)) ou anti-diagonalmente (coluna c)) polarizado. Uma assinatura da conjugação de fase é a inversão do sentido de rotação das componentes circularmente polarizadas. A tomografia consiste na tomada de imagens após projeções nas bases de polarização linear H/V (linhas 1 e 2), A/D (linhas 3 e 4) e na base de polarização circular R/L (linhas 5 e 6).

A descrição teórica do processo prevê que, sendo o pump uma onda plana diagonalmente polarizada e feixe estimulador preparado no modo da Figura 42a), o idler deve ser o conjugado vetorial do feixe seed, ou seja, seu perfil deve ser aquele apresentado na Figura 42b). Já para pump anti-diagonal, a conjugação no sentido usual não deve ocorrer, de modo que o idler resultante deve apresentar o mesmo perfil do feixe seed.

Em termos dos dados experimentais, a conjugação de fase pode ser observada mais claramente pela comparação entre as imagens obtidas pela projeção nos estados de polarização circular. As Figuras 52 5b) e 6b) apresentam um modo de Hermite-Gauss diagonal (anti-diagonal) contrastando com o modo anti-diagonal (diagonal) do feixe seed das 52 5a) and 6a) respectivamente, apresentando então a conjugação de

fase como usualmente definida. Por outro lado, as Figuras 52 5c) e 6c) contêm formas de modos de Hermite-Gauss anti-diagonal (diagonal), indicando que a conjugação de fase não ocorre. Ao mesmo tempo, não há diferença entre conjugação ou ausência dela quanto o feixe é projetado nas bases de polarização linear.

Estes resultados apresentam clara concordância com a teoria, demonstrando então como a conversão paramétrica descendente estimulada com fonte de dois cristais do tipo I pode agir como um dispositivo de conjugação de fase de transmissão para vórtices ópticos vetoriais, realizando a reversão temporal tanto de frentes de onda, quanto de estruturas complexas de polarização.

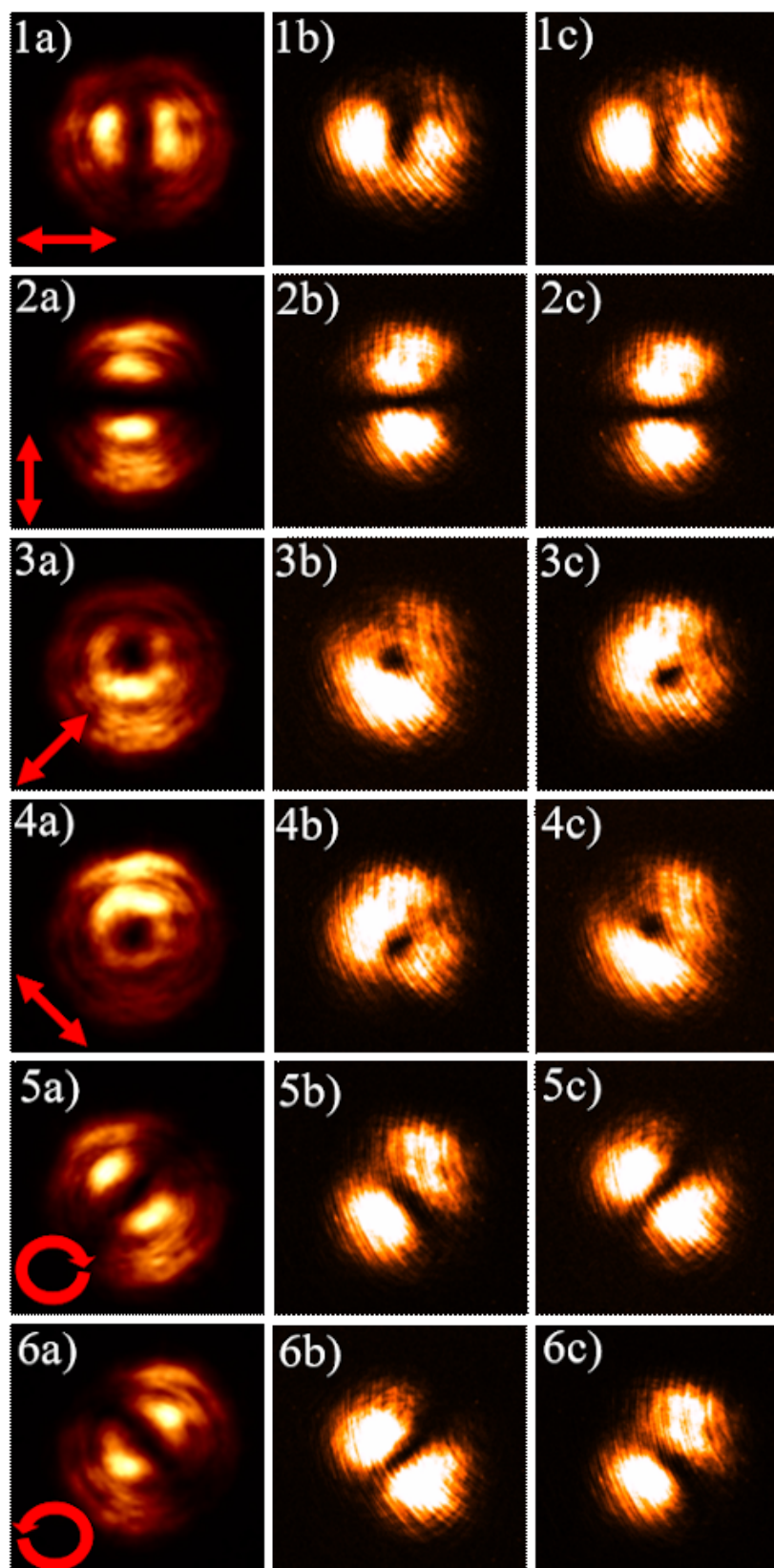


Figura 52 – Resultado das medidas demonstrando a conjugação de fase de VVBs. Projeções de polarização nas bases H/V, A/D, e R/L. 1a)–6a) feixe seed, 1b)–6b) feixe idler conjugado, 1c)–6c) feixe idler não-conjugado. Figura retirada de [32].

7 CONCLUSÕES

Nesta tese de doutorado foi estudada a interação não-linear de vórtices ópticos através da técnica de conversão paramétrica descendente estimulada. Este processo é utilizado na geração de um feixe óptico que herda propriedades combinadas dos feixes de bombeamento e semente. O estudo apresentado inclui tanto a interação de luz estruturada escalarmente quanto vetorialmente.

Os conceitos básicos envolvendo o processo não-linear de conversão paramétrica descendente espontânea e estimulada foram apresentados no Capítulo 2, onde a descrição teórica do processo de conversão foi construída a partir de um Hamiltoniano efetivo utilizado para determinar o estado quântico e a distribuição de intensidade do feixe idler produzido em StimPDC do tipo I. Dando continuidade à introdução dos conceitos necessários para a compreensão do estudo realizado, o Capítulo 3 apresenta as definições e ferramental teórico utilizados para descrever luz estruturada escalar e vetorialmente.

Os tópicos introduzidos anteriormente foram combinados para estudar a interação de vórtices ópticos escalares em conversão paramétrica descendente estimulada. Mais especificamente, foram investigados casos onde o idler é formado pela interação de feixes de Laguerre-Gauss com índices radiais nulos. Teoria e experimento demonstram que, além da conservação de momento angular orbital na StimPDC, a estrutura espacial transversal do feixe idler depende da relação entre as cargas topológicas dos feixes interagentes. Para o caso da interação de vórtices co-girantes, observa-se que o idler também é preparado como um vórtice óptico escalar puro. Por outro lado, a interação de vórtices contra-girantes resulta em uma estrutura espacial mais complexa, envolvendo a superposição de modos radiais.

Indo além dos casos escalares, a partir do Capítulo 5 as correlações de polarização dos feixes interagentes foram exploradas. Para incluir a conversão de estados genéricos de polarização, a fonte de conversão paramétrica descendente com dois cristais do tipo I foi introduzida. Tendo em vista esta arquitetura de fonte, a descrição teórica do Capítulo 2 foi estendida de modo a abordar a conversão de modos vetoriais da luz. Os resultados teóricos foram utilizados para construir simulações do feixe idler proveniente da interação de pump/seed preparados em diferentes arranjos de modos vetoriais/escalares e vetoriais/vetoriais. As simulações foram utilizadas na análise qualitativa dos resultados obtidos no processo experimental de interação de vórtices vetoriais. Apesar de apresentarem algumas discrepâncias devido aos desvios do cenário ideal no caso experimental, os dados gerados indicam concordância considerável entre teoria e experimento. Em resumo, neste capítulo foi estudada a geração de modos vetoriais no processo de StimPDC com dois cristais do tipo I, introduzindo uma nova forma de gerar feixes vetorialmente estruturados através de processos de

Óptica Não-Linear.

A conjugação escalar de fase se relaciona com a preparação de um feixe que é a reversão temporal de um outro em termos de seu espectro angular. Por sua vez, a conjugação vetorial de fase também inclui reversão temporal do grau de liberdade de polarização. Esta reversão temporal abre espaço para aplicações práticas mais robustas, uma vez que pode ser utilizada na correção de feixes vetorialmente estruturados de maneira passiva. No Capítulo 6, foi demonstrado teoricamente e experimentalmente que a mistura de três ondas em uma fonte de dois cristais pode ser utilizada para realizar a conjugação vetorial de fase de maneira rápida, com o processo podendo ser controlado pela manipulação do feixe de bombeamento. Conforme os resultados apresentados, sob condições adequadas, o processo não-linear de conversão paramétrica descendente estimulada com fonte de dois cristais do tipo I atua como um dispositivo de conjugação de fase de transmissão, com o processo de criação de um feixe vetorialmente conjugado acontecendo em tempo real.

Investigou-se também como a conjugação de fase pode ser interpretada em termos de esferas de Poincaré. Para a conjugação de estados de polarização e de superposições bidimensionais de vórtices ópticos escalares, feixes conjugados são conectados por reflexão em torno do plano equatorial da esfera. A mesma interpretação é válida para o caso da representação de feixes vetoriais cilíndricamente simétricos em termos das esferas de Poincaré de ordem superior. A conjugação de modos vetoriais de ordem híbrida também foi investigada teoricamente. O capítulo também apresenta uma descrição alternativa de feixes vórtices vetoriais em termos de parâmetros de Stokes generalizados, o que fornece uma interpretação matemática conveniente da conjugação de fase para uma classe mais geral de feixes estruturados.

A realização experimental da conjugação de fase em StimPDC é discutida em três cenários distintos. No primeiro, é demonstrado como realizar a conjugação de fase de feixes preparados em superposições de vórtices ópticos escalares de primeira ordem. Medidas foram tomadas de modo a corroborar com a interpretação da conjugação de fase em termos da esfera de Poincaré para modos transversais. O segundo experimento descrito demonstra a realização da conjugação do estado de polarização de um feixe preparado em modo gaussiano, com resultados sendo interpretados geometricamente mais uma vez na esfera de Poincaré. Por fim, a reversão temporal simultânea de frente de onda e grau de liberdade de polarização foi demonstrada através da conjugação de um vórtice óptico vetorial. Os resultados apresentados concordam com as previsões, indicando a validade das descrições teóricas e interpretações fornecidas para a conjugação vetorial de fase em StimPDC.

Extensões naturais dos estudos apresentados incluem a interação de diferentes modos escalares e vetoriais em StimPDC, como a interação e conjugação de Skyrmions ópticos [175], por exemplo. A investigação experimental da conjugação de feixes

vetoriais de ordem híbrida é outro exemplo de continuação do estudo apresentado nesta tese. Outro passo importante na continuidade das investigações apresentadas é a realização experimental da correção de vórtices ópticos através da conjugação vetorial de fase. A demonstração experimental da correção de feixes distorcidos durante a propagação é de grande relevância para aplicações em comunicações ópticas no espaço-livre, onde a turbulência do meio atmosférico introduz perda da informação a ser transmitida.

Espera-se que as investigações discutidas e resultados apresentados nesta tese contribuam para o desenvolvimento do campo da Óptica Não-Linear com Luz Estruturada, abrindo caminho para novas aplicações envolvendo vórtices ópticos escalares e vetoriais como transportadores de informação clássica e quântica.

BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Bloembergen, "Nonlinear optics: past, present, and future", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **2000**, *6*, 876–880.
- [2] R. W. Boyd, R. J. Gehr, G. L. Fischer, J. Sipe, "Nonlinear optical properties of nanocomposite materials", *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A* **1996**, *5*, 505.
- [3] K. Rottwitt, P. Tidemand-Lichtenberg, *Nonlinear optics: principles and applications, vol. 3*, CRC Press, **2014**.
- [4] P. Franken, A. E. Hill, C. e. Peters, G. Weinreich, "Generation of optical harmonics", *Physical Review Letters* **1961**, *7*, 118.
- [5] E. Garmire, "Nonlinear optics in daily life", *Optics express* **2013**, *21*, 30532–30544.
- [6] B. B. Laud, "Lasers and nonlinear optics", **1986**.
- [7] T. Schneider, *Nonlinear optics in telecommunications*, Springer Science & Business Media, **2004**.
- [8] N. Bloembergen, "Nonlinear optics and spectroscopy", *Reviews of Modern Physics* **1982**, *54*, 685.
- [9] K. E. Dorfman, F. Schlawin, S. Mukamel, "Nonlinear optical signals and spectroscopy with quantum light", *Reviews of Modern Physics* **2016**, *88*, 045008.
- [10] W. Min, C. W. Freudiger, S. Lu, X. S. Xie, "Coherent nonlinear optical imaging: beyond fluorescence microscopy", *Annual review of physical chemistry* **2011**, *62*, 507–530.
- [11] R. Alfano, S. Demos, P. Galland, S. Gayen, Y. Guo, P. Ho, X. Liang, F. Liu, L. Wang, Q. Wang et al., "Time-resolved and nonlinear optical imaging for medical applications.", *Annals of the New York Academy of Sciences* **1998**, *838*, 14–28.
- [12] P. J. Campagnola, A. Lewis, L. M. Loew et al., "High-resolution nonlinear optical imaging of live cells by second harmonic generation", *Biophysical journal* **1999**, *77*, 3341–3349.
- [13] B. Gu, C. Zhao, A. Baev, K.-T. Yong, S. Wen, P. N. Prasad, "Molecular nonlinear optics: recent advances and applications", *Advances in Optics and Photonics* **2016**, *8*, 328–369.
- [14] O. Reshef, I. De Leon, M. Z. Alam, R. W. Boyd, "Nonlinear optical effects in epsilon-near-zero media", *Nature Reviews Materials* **2019**, *4*, 535–551.
- [15] N. M. Litchinitser, "Nonlinear optics in metamaterials", *Advances in Physics: X* **2018**, *3*, 1367628.

- [16] M. Kauranen, A. V. Zayats, “Nonlinear plasmonics”, *Nature photonics* **2012**, *6*, 737–748.
- [17] D. Smirnova, Y. S. Kivshar, “Multipolar nonlinear nanophotonics”, *Optica* **2016**, *3*, 1241–1255.
- [18] A. Siegman, “Obtaining the equations of motion for parametrically coupled oscillators or waves”, *Proceedings of the IEEE* **1966**, *54*, 756–762.
- [19] A. Yariv, “Quantum theory for parametric interactions of light and hypersound”, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **1965**, *1*, 28–36.
- [20] A. Yariv, W. Louisell, “5A2-Theory of the optical parametric oscillator”, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **1966**, *2*, 418–424.
- [21] D. C. Burnham, D. L. Weinberg, “Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs”, *Physical Review Letters* **1970**, *25*, 84.
- [22] L. Mandel, E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics*, Cambridge university press, **1995**.
- [23] S. P. Walborn, C. H. Monken, S. Pádua, P. H. S. Ribeiro, “Spatial correlations in parametric down-conversion”, *Phys. Rep.* **2010**, *495*, 87–139.
- [24] M. Liscidini, J. Sipe, “Stimulated emission tomography”, *Physical review letters* **2013**, *111*, 193602.
- [25] W. Grice, R. Erdmann, I. Walmsley, D. Branning, “Spectral distinguishability in ultrafast parametric down-conversion”, *Physical Review A* **1998**, *57*, R2289.
- [26] M. A. Ciampini, A. Gherardi, V. Cimini, C. Macchiavello, J. Sipe, M. Liscidini, P. Mataloni, “Stimulated emission tomography: beyond polarization”, *Optics letters* **2019**, *44*, 41–44.
- [27] L. A. Rozema, C. Wang, D. H. Mahler, A. Hayat, A. M. Steinberg, J. E. Sipe, M. Liscidini, “Characterizing an entangled-photon source with classical detectors and measurements”, *Optica* **2015**, *2*, 430–433.
- [28] V. Parigi, A. Zavatta, M. Kim, M. Bellini, “Probing Quantum Commutation Rules by Addition and Subtraction of Single Photons to/from a Light Field”, *Science* **2007**, *317*, 1890–1893.
- [29] P. S. Ribeiro, D. Caetano, M. Almeida, J. Huguenin, B. C. Dos Santos, A. Khoury, “Observation of image transfer and phase conjugation in stimulated down-conversion”, *Physical Review Letters* **2001**, *87*, 133602.
- [30] A. G. de Oliveira, M. F. Arruda, W. C. Soares, S. P. Walborn, A. Z. Khoury, A. Kanaan, P. Ribeiro, R. M. de Araújo, “Phase conjugation and mode conversion in stimulated parametric down-conversion with orbital angular momentum: a geometrical interpretation”, *Brazilian Journal of Physics* **2019**, *49*, 10–16.

- [31] G. H. dos Santos, A. G. de Oliveira, N. R. da Silva, G. Cañas, E. S. Gómez, S. Joshi, Y. Ismail, P. H. S. Ribeiro, S. P. Walborn, “Phase conjugation of twisted Gaussian Schell model beams in stimulated down-conversion”, *Nanophotonics* **2022**, *11*, 763–770.
- [32] A. G. de Oliveira, M. F. Arruda, W. C. Soares, S. P. Walborn, R. M. Gomes, R. Medeiros de Araújo, P. H. Souto Ribeiro, “Real-time phase conjugation of vector vortex beams”, *ACS Photonics* **2019**, *7*, 249–255.
- [33] A. de Oliveira, N. R. da Silva, R. M. de Araújo, P. S. Ribeiro, S. Walborn, “Quantum optical description of phase conjugation of vector vortex beams in stimulated parametric down-conversion”, *Physical Review Applied* **2020**, *14*, 024048.
- [34] A. Forbes, A. Dudley, M. McLaren, “Creation and detection of optical modes with spatial light modulators”, *Advances in Optics and Photonics* **2016**, *8*, 200–227.
- [35] A. Forbes, M. de Oliveira, M. R. Dennis, “Structured light”, *Nature Photonics* **2021**, *15*, 253–262.
- [36] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. Spreeuw, J. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes”, *Physical review A* **1992**, *45*, 8185.
- [37] A. M. Yao, M. J. Padgett, “Orbital angular momentum: origins, behavior and applications”, *Advances in optics and photonics* **2011**, *3*, 161–204.
- [38] C. Rosales-Guzmán, B. Ndagano, A. Forbes, “A review of complex vector light fields and their applications”, *Journal of Optics* **2018**, *20*, 123001.
- [39] M. A. Nielsen, I. Chuang, Quantum computation and quantum information, **2002**.
- [40] C. H. Bennett, G. Brassard, “Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing”, *arXiv preprint arXiv:2003.06557* **2020**.
- [41] C. H. Bennett, F. Bessette, G. Brassard, L. Salvail, J. Smolin, “Experimental quantum cryptography”, *Journal of cryptology* **1992**, *5*, 3–28.
- [42] C. H. Bennett, G. Brassard, A. K. Ekert, “Quantum cryptography”, *Scientific American* **1992**, *267*, 50–57.
- [43] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, W. K. Wootters, “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels”, *Physical review letters* **1993**, *70*, 1895.
- [44] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger, “Experimental quantum teleportation”, *Nature* **1997**, *390*, 575–579.
- [45] A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, “Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: a new violation of Bell’s inequalities”, *Physical review letters* **1982**, *49*, 91.

- [46] N. Gisin, R. Thew, “Quantum communication”, *Nature photonics* **2007**, *1*, 165–171.
- [47] A. Forbes, I. Nape, “Quantum mechanics with patterns of light: progress in high dimensional and multidimensional entanglement with structured light”, *AVS Quantum Science* **2019**, *1*, 011701.
- [48] J. Torres, A. Alexandrescu, L. Torner, “Quantum spiral bandwidth of entangled two-photon states”, *Physical Review A* **2003**, *68*, 050301.
- [49] E. Kovlakov, S. Straupe, S. Kulik, “Quantum state engineering with twisted photons via adaptive shaping of the pump beam”, *Physical Review A* **2018**, *98*, 060301.
- [50] D. Cozzolino, B. Da Lio, D. Bacco, L. K. Oxenløwe, “High-dimensional quantum communication: benefits, progress, and future challenges”, *Advanced Quantum Technologies* **2019**, *2*, 1900038.
- [51] E. Otte, I. Nape, C. Rosales-Guzmán, C. Denz, A. Forbes, B. Ndagano, “High-dimensional cryptography with spatial modes of light: tutorial”, *JOSA B* **2020**, *37*, A309–A323.
- [52] Q. Zhan, “Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications”, *Advances in Optics and Photonics* **2009**, *1*, 1–57.
- [53] V. D’Ambrosio, E. Nagali, S. P. Walborn, L. Aolita, S. Slussarenko, L. Marrucci, F. Sciarrino, “Complete experimental toolbox for alignment-free quantum communication”, *Nat. Commun.* **2012**, *3*, 961.
- [54] Y. Zhao, J. Wang, “High-base vector beam encoding/decoding for visible-light communications”, *Opt. Lett.* **2015**, *40*, 4843–4846.
- [55] O. J. Farías, V. D’Ambrosio, C. Taballione, F. Bisesto, S. Slussarenko, L. Aolita, L. Marrucci, S. P. Walborn, F. Sciarrino, “Resilience of hybrid optical angular momentum qubits to turbulence”, *Sci. Rep.* **2015**, *5*, 8424.
- [56] G. Milione, T. A. Nguyen, J. Leach, D. A. Nolan, R. R. Alfano, “Using the non-separability of vector beams to encode information for optical communication”, *Opt. Lett.* **2015**, *40*, 4887–4890.
- [57] G. Milione, M. P. J. Lavery, H. Huang, Y. Ren, G. Xie, T. A. Nguyen, E. Karimi, L. Marrucci, D. A. Nolan, R. R. Alfano, A. E. Willner, “4×20 Gbit/s mode division multiplexing over free space using vector modes and a q-plate mode (de)multiplexer”, *Opt. Lett.* **2015**, *40*, 1980–1983.
- [58] J. Zhang, F. Li, J. Li, Y. Feng, Z. Li, “120 Gbit/s 2×2 vector- modes-division-multiplexing DD-OFDM-32QAM free-space transmission”, *IEEE Photon. J.* **2016**, *8*, 7907008.

- [59] P. Li, B. Wang, X. Zhang, “High-dimensional encoding based on classical non-separability”, *Opt. Express* **2016**, *24*, 15143–15159.
- [60] B. Ndagano, I. Nape, M. A. Cos, C. Rosales-Guzman, A. Forbes, “Creation and Detection of Vector Vortex Modes for Classical and Quantum Communication”, *J. Lightwave Tech.* **2018**, *36*, 292.
- [61] P. Gregg, M. Mirhosseini, A. Rubano, L. Marrucci, E. Karimi, R. W. Boyd, S. Ramachandran, “Q-plates as higher order polarization controllers for orbital angular momentum modes of fiber”, *Opt. Lett.* **2015**, *40*, 1729–1732.
- [62] B. Ndagano, R. Brüning, M. McLaren, M. Duparré, A. Forbes, “Fiber propagation of vector modes”, *Opt. Express* **2015**, *23*, 17330–17336.
- [63] S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glöckl, G. Leuchs, “Focusing light to a tighter spot”, *Optics communications* **2000**, *179*, 1–7.
- [64] R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs, “Sharper focus for a radially polarized light beam”, *Physical review letters* **2003**, *91*, 233901.
- [65] K. S. Youngworth, T. G. Brown, “Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams”, *Optics Express* **2000**, *7*, 77–87.
- [66] H. Moradi, V. Shahabadi, E. Madadi, E. Karimi, F. Hajizadeh, “Efficient optical trapping with cylindrical vector beams”, *Optics express* **2019**, *27*, 7266–7276.
- [67] D. P. Biss, K. S. Youngworth, T. G. Brown, “Dark-field imaging with cylindrical-vector beams”, *Appl. Opt.* **2006**, *45*, 470–479.
- [68] M. Yoshida, Y. Kozawa, S. Sato, “Subtraction imaging by the combination of higher-order vector beams for enhanced spatial resolution”, *Opt. Lett.* **2019**, *44*, 883–886.
- [69] Z. D. Schultz, S. J. Stranick, I. W. Levin, “Advantages and Artifacts of Higher Order Modes in Nanoparticle Enhanced Back-Scattering Raman Imaging”, *Anal Chem.* **2009**, *81*, 9657–9663.
- [70] N. Kazemi-Zanjani, S. Vedraïne, F. Lagugné-Labarthe, “Localized enhancement of electric field in tip-enhanced Raman spectroscopy using radially and linearly polarized light”, *Opt. Express* **2013**, *21*, 25271–25276.
- [71] F. Lu, T.-X. Huang, H. Lei, H. Su, H. Wang, M. Liu, W. Zhang, X. Wang, T. Mei, “Tip-Enhanced Raman Spectroscopy with High-Order Fiber Vector Beam Excitation”, *Sensors* **2018**, *18*, 3841.
- [72] I. M. Nape, A. G. de Oliveira, D. Slabbert, N. Bornman, J. Francis, P. H. S. Ribeiro, A. Forbes, “An all-digital approach for versatile hybrid entanglement generation”, *Journal of Optics* **2022**.

- [73] M. A. Cox, N. Mphuthi, I. Nape, N. Mashaba, L. Cheng, A. Forbes, “Structured light in turbulence”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **2020**, *27*, 1–21.
- [74] B. E. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*, John Wiley & sons, **2019**.
- [75] L. Allen, M. Padgett, M. Babiker em *Progress in optics*, vol. 39, Elsevier, **1999**, pp. 291–372.
- [76] D. L. Andrews, M. Babiker, *The angular momentum of light*, Cambridge University Press, **2012**.
- [77] G. Milione, H. Sztul, D. Nolan, R. Alfano, “Higher-order Poincaré sphere, Stokes parameters, and the angular momentum of light”, *Physical review letters* **2011**, *107*, 053601.
- [78] G. Milione, S. Evans, D. Nolan, R. Alfano, “Higher order Pancharatnam-Berry phase and the angular momentum of light”, *Physical review letters* **2012**, *108*, 190401.
- [79] L. J. Pereira, W. T. Buono, D. S. Tasca, K. Dechoum, A. Z. Khoury, “Orbital-Angular-Momentum Mixing in Type-II Second-Harmonic Generation”, *Phys. Rev. A* **2017**, *96*, 053856.
- [80] H.-J. Wu, H.-R. Yang, C. Rosales-Guzmán, W. Gao, B.-S. Shi, Z.-H. Zhu, “Vectorial Nonlinear Optics: Type-II Second-Harmonic Generation Driven by Spin-Orbit-Coupled Fields”, *Phys. Rev. A* **2019**, *100*, 053840.
- [81] W. T. Buono, A. Santos, M. R. Maia, L. J. Pereira, D. S. Tasca, K. Dechoum, T. Ruchon, A. Z. Khoury, “Chiral Relations and Radial-Angular Coupling in Non-linear Interactions of Optical Vortices”, *Phys. Rev. A* **2020**, *101*, 043821.
- [82] H.-J. Wu, L.-W. Mao, Y.-J. Yang, C. Rosales-Guzmán, W. Gao, B.-S. Shi, Z.-H. Zhu, “Radial Modal Transitions of Laguerre-Gauss Modes during Parametric up-Conversion: Towards the Full-Field Selection Rule of Spatial Modes”, *Phys. Rev. A* **2020**, *101*, 063805.
- [83] G. B. Alves, R. F. Barros, D. S. Tasca, C. E. R. Souza, A. Z. Khoury, “Conditions for Optical Parametric Oscillation with a Structured Light Pump”, *Phys. Rev. A* **2018**, *98*, 063825.
- [84] D. Caetano, M. Almeida, P. S. Ribeiro, J. Huguenin, B. C. dos Santos, A. Khoury, “Conservation of orbital angular momentum in stimulated down-conversion”, *Physical Review A* **2002**, *66*, 041801.
- [85] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, P. H. Eberhard, “Ultrabright source of polarization-entangled photons”, *Physical Review A* **1999**, *60*, R773.
- [86] D. M. Pepper em *Laser handbook*, Elsevier, **1985**, pp. 333–485.

- [87] A. Y. Okulov, "Angular momentum of photons and phase conjugation", *Journal of Physics B: Atomic Molecular and Optical Physics* **2008**, *41*, 101001.
- [88] W. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, D. R. Jackson, "Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror", *The journal of the Acoustical Society of America* **1998**, *103*, 25–40.
- [89] K. Yamamoto, M. Ohno, A. Kokubo, K. Sakai, K. Takagi, "Acoustic phase conjugation by nonlinear piezoelectricity. II. Visualization and application to imaging systems", *The Journal of the Acoustical Society of America* **1999**, *106*, 1339–1345.
- [90] B. Y. Zel'Dovich, V. Popovichev, V. Ragul'Skii, F. Faizullov em *Landmark Papers on Photorefractive Nonlinear Optics*, World Scientific, **1995**, pp. 303–306.
- [91] R. Chiao, C. Townes, B. Stoicheff, "Stimulated Brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves", *Physical Review Letters* **1964**, *12*, 592.
- [92] S. Watanabe, T. Naito, T. Chikama, "Compensation of chromatic dispersion in a single-mode fiber by optical phase conjugation", *IEEE photonics technology letters* **1993**, *5*, 92–95.
- [93] A. Royset, S. Set, I. Goncharenko, R. Laming, "Linear and nonlinear dispersion compensation of short pulses using midspan spectral inversion", *IEEE Photonics Technology Letters* **1996**, *8*, 449–451.
- [94] S. Set, S. Yamashita, M. Ibsen, R. Laming, D. Nettet, A. Kelly, C. Gilbertas, "Ultra-high bit rate optical phase conjugation/wavelength conversion in DSF and SOA with novel configuration incorporating inline fibre DFB lasers", *Electronics Letters* **1998**, *34*, 1681–1683.
- [95] M. Gower, "KrF laser amplifier with phase-conjugate Brillouin retroreflectors", *Optics letters* **1982**, *7*, 423–425.
- [96] R. McFarlane, D. Steel, "Laser oscillator using resonator with self-pumped phase-conjugate mirror", *Optics letters* **1983**, *8*, 208–210.
- [97] A. Yariv, D. M. Pepper, "Amplified reflection, phase conjugation, and oscillation in degenerate four-wave mixing", *Optics letters* **1977**, *1*, 16–18.
- [98] R. W. Boyd, K. R. MacDonald, M. S. Malcuit em *Laser Wavefront Control*, International Society for Optics e Photonics, **1989**, pp. 69–80.
- [99] R. M. Green, D. Udaiyan, G. Crofts, D. Kim, M. Damzen, "Holographic laser oscillator which adaptively corrects for polarization and phase distortions", *Physical review letters* **1996**, *77*, 3533.

- [100] R. Hellwarth, "Optical beam phase conjugation by stimulated backscattering", *Optical Engineering* **1982**, *21*, 212257.
- [101] E. J. Miller, M. S. Malcuit, R. W. Boyd, "Simultaneous wave-front and polarization conjugation of picosecond optical pulses by stimulated Rayleigh-wing scattering", *Optics letters* **1990**, *15*, 1188–1190.
- [102] G. S. He, P. P. Markowicz, T.-C. Lin, P. N. Prasad, "Observation of stimulated emission by direct three-photon excitation", *Nature* **2002**, *415*, 767.
- [103] F. Devaux, E. Guiot, E. Lantz, "Image restoration through aberrant media by optical phase conjugation in a type II three-wave mixing interaction", *Optics letters* **1998**, *23*, 1597–1599.
- [104] S.-X. Qian, Y. Li, L.-J. Kong, C. Tu, "Phase conjugation of vector fields by degenerate four-wave mixing in a Fe-doped LiNbO₃", *Opt. Lett.* **2014**, *39*, 4907.
- [105] S.-X. Qian, Y. Li, L.-J. Kong, C. Tu, "Recording and reconstruction of vector fields in a Fe-doped LiNbO₃ crystal", *Opt. Lett.* **2014**, *39*, 1917.
- [106] S. Walborn, A. De Oliveira, R. Thebaldi, C. Monken, "Entanglement and conservation of orbital angular momentum in spontaneous parametric down-conversion", *Physical Review A* **2004**, *69*, 023811.
- [107] M. Bock, A. Lenhard, C. Chunnillall, C. Becher, "Highly efficient heralded single-photon source for telecom wavelengths based on a PPLN waveguide", *Optics express* **2016**, *24*, 23992–24001.
- [108] S. Lerch, B. Bessire, C. Bernhard, T. Feurer, A. Stefanov, "Tuning curve of type-0 spontaneous parametric down-conversion", *JOSA B* **2013**, *30*, 953–958.
- [109] S. Karan, S. Aarav, H. Bharadhwaj, L. Taneja, A. De, G. Kulkarni, N. Meher, A. K. Jha, "Phase matching in β -barium borate crystals for spontaneous parametric down-conversion", *Journal of Optics* **2020**, *22*, 083501.
- [110] B. Y. Z. D. Klyshko, B. Zeldovich, "Field statistics in parametric luminescence", *JETP Lett* **1969**, *9*, 40–43.
- [111] D. Klyshko, D. Krindach, "Parametric Luminescence of Lithium Niobate", *Optics and Spectroscopy* **1969**, *26*, 532.
- [112] C. Hong, L. Mandel, "Theory of parametric frequency down conversion of light", *Physical Review A* **1985**, *31*, 2409.
- [113] C. Hong, L. Mandel, "Experimental realization of a localized one-photon state", *Physical Review Letters* **1986**, *56*, 58.
- [114] R. Ghosh, L. Mandel, "Observation of nonclassical effects in the interference of two photons", *Physical Review Letters* **1987**, *59*, 1903.

- [115] Z. Ou, L. Mandel, "Observation of spatial quantum beating with separated photodetectors", *Physical review letters* **1988**, *61*, 54.
- [116] X. Zou, L. Wang, L. Mandel, "Violation of classical probability in parametric down-conversion", *Optics communications* **1991**, *84*, 351–354.
- [117] P. S. Ribeiro, S. Pádua, J. M. Da Silva, G. Barbosa, "Controlling the degree of visibility of Young's fringes with photon coincidence measurements", *Physical Review A* **1994**, *49*, 4176.
- [118] D. Strekalov, A. Sergienko, D. Klyshko, Y. Shih, "Observation of two-photon "ghost" interference and diffraction", *Physical review letters* **1995**, *74*, 3600.
- [119] T. B. Pittman, Y. Shih, D. Strekalov, A. V. Sergienko, "Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement", *Physical Review A* **1995**, *52*, R3429.
- [120] C. H. Monken, P. S. Ribeiro, S. Pádua, "Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion", *Physical Review A* **1998**, *57*, 3123.
- [121] E. Fonseca, C. Monken, S. Pádua, "Measurement of the de Broglie wavelength of a multiphoton wave packet", *Physical review letters* **1999**, *82*, 2868.
- [122] W. Nogueira, S. Walborn, S. Pádua, C. Monken, "Experimental observation of spatial antibunching of photons", *Physical review letters* **2001**, *86*, 4009.
- [123] W. Nogueira, S. Walborn, S. Pádua, C. Monken, "Spatial antibunching of photons with parametric down-conversion", *Physical Review A* **2002**, *66*, 053810.
- [124] L. Neves, G. Lima, J. A. Gómez, C. Monken, C. Saavedra, S. Pádua, "Generation of entangled states of qudits using twin photons", *Physical review letters* **2005**, *94*, 100501.
- [125] P. S. Ribeiro, S. Pádua, C. Monken, "Image and coherence transfer in the stimulated down-conversion process", *Physical Review A* **1999**, *60*, 5074.
- [126] Z. Ou, L. Wang, X. Zou, L. Mandel, "Coherence in two-photon down-conversion induced by a laser", *Physical Review A* **1990**, *41*, 1597.
- [127] P. S. Ribeiro, S. Pádua, J. M. da Silva, G. Barbosa, "Control of Young's fringes visibility by stimulated down-conversion", *Physical Review A* **1995**, *51*, 1631.
- [128] M. Arruda, W. Soares, S. Walborn, D. Tasca, A. Kanaan, R. M. de Araújo, P. S. Ribeiro, "Klyshko's advanced-wave picture in stimulated parametric down-conversion with a spatially structured pump beam", *Physical Review A* **2018**, *98*, 023850.
- [129] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, *Introduction to quantum optics: from the semi-classical approach to quantized light*, Cambridge university press, **2010**.

- [130] Y. V. Nazarov, J. Danon, *Advanced Quantum Mechanics: A Practical Guide*, Cambridge University Press, **2013**.
- [131] J. Schneeloch, J. C. Howell, “Introduction to the transverse spatial correlations in spontaneous parametric down-conversion through the biphoton birth zone”, *Journal of Optics* **2016**, *18*, 053501.
- [132] L. Wang, *Investigation of induced coherence with and without induced emission*, University of Rochester, **1992**.
- [133] J. P. Torres, G. Molina-Terriza, L. Torner, “The spatial shape of entangled photon states generated in non-collinear, walking parametric downconversion”, *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **2005**, *7*, 235.
- [134] R. Rangarajan, M. Goggin, P. Kwiat, “Optimizing type-I polarization-entangled photons”, *Opt. Express* **2009**, *17*, 18920–18933.
- [135] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe, “Quantum Mechanics, Volume 1”, *Quantum Mechanics* **1986**, *1*, 898.
- [136] G. S. Agarwal, K. Tara, “Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state”, *Phys. Rev. A* **1991**, *43*, 492–497.
- [137] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, “Quantum-to-Classical Transition with Single-Photon-Added Coherent States of Light”, *Science* **2004**, *306*, 660–662.
- [138] M. Barbieri, N. Spagnolo, M. G. Genoni, F. Ferreyrol, R. Blandino, M. G. A. Paris, P. Grangier, R. Tualle-Brouri, “Non-Gaussianity of quantum states: An experimental test on single-photon-added coherent states”, *Phys. Rev. A* **2010**, *82*, 063833.
- [139] S. P. Walborn, S. Pádua, C. H. Monken, “Conservation and entanglement of Hermite-Gaussian modes in parametric down-conversion”, *Phys. Rev. A* **2005**, *71*, 053812.
- [140] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, **1999**.
- [141] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. Van der Veen, J. Woerdman, “Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum”, *Optics Communications* **1993**, *96*, 123–132.
- [142] S. Hassani, *Mathematical physics: a modern introduction to its foundations*, Springer Science & Business Media, **2013**.
- [143] A. T. O’Neil, J. Courtial, “Mode transformations in terms of the constituent Hermite–Gaussian or Laguerre–Gaussian modes and the variable-phase mode converter”, *Optics communications* **2000**, *181*, 35–45.

- [144] M. R. Dennis, M. A. Alonso, “Swings and roundabouts: optical Poincaré spheres for polarization and Gaussian beams”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences* **2017**, *375*, 20150441.
- [145] E. Karimi, R. W. Boyd, “Classical entanglement?”, *Science* **2015**, *350*, 1172–1173.
- [146] Y. Mushiake, K. Matsumura, N. Nakajima, “Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation”, *Proceedings of the IEEE* **1972**, *60*, 1107–1109.
- [147] Z. Liu, Y. Liu, Y. Ke, Y. Liu, W. Shu, H. Luo, S. Wen, “Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincaré sphere”, *Photonics Research* **2017**, *5*, 15–21.
- [148] A. de Oliveira, G. Santos, N. R. da Silva, L. Pereira, G. Alves, A. Khoury, P. S. Ribeiro, “Beyond Conservation of Orbital Angular Momentum in Stimulated Parametric Down-Conversion”, *Physical Review Applied* **2021**, *16*, 044019.
- [149] C. Liu, J. Liu, L. Niu, X. Wei, K. Wang, Z. Yang, “Terahertz circular Airy vortex beams”, *Scientific reports* **2017**, *7*, 1–8.
- [150] F. Gori, G. Guattari, C. Padovani, “Bessel-gauss beams”, *Optics communications* **1987**, *64*, 491–495.
- [151] K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chávez, S. Chávez-Cerda, J. Arlt, K. Dholakia, “Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam”, *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **2002**, *4*, S82.
- [152] G. B. Arfken, H. J. Weber, *Mathematical methods for physicists*, **1999**.
- [153] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, P. H. Eberhard, “Ultrabright source of polarization-entangled photons”, *Phys. Rev. A* **1999**, *60*, R773.
- [154] F. A. Dominguez-Serna, F. J. Mendieta-Jimenez, F. Rojas, “Entangled photon-added coherent states”, *Quantum Information Processing* **2016**, *15*, 3121–3136.
- [155] J. B. Altepeter, E. R. Jeffrey, P. G. Kwiat, “Phase-Compensated Ultra-Bright Source of Entangled Photons”, *Opt. Express* **2005**, *13*, 8951–8959.
- [156] K. Singh, N. Tabebordbar, A. Forbes, A. Dudley, “Digital Stokes Polarimetry and Its Application to Structured Light: Tutorial”, *J. Opt. Soc. Am. A* **2020**, *37*, C33–C44.
- [157] N. R. da Silva, A. de Oliveira, M. Arruda, R. M. de Araújo, W. Soares, S. Walborn, R. Gomes, P. S. Ribeiro, “Stimulated parametric down-conversion with vector vortex beams”, *Physical Review Applied* **2021**, *15*, 024039.

- [158] K. S. Youngworth, T. G. Brown, "Focusing of High Numerical Aperture Cylindrical-Vector Beams", *Opt. Express* **2000**, *7*, 77–87.
- [159] C. Maurer, A. Jesacher, S. Fürhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, "Tailoring of Arbitrary Optical Vector Beams", *New J. Phys.* **2007**, *9*, 78–78.
- [160] A. M. Beckley, T. G. Brown, M. A. Alonso, "Full Poincaré Beams", *Opt. Express* **2010**, *18*, 10777–10785.
- [161] F. Cardano, E. Karimi, L. Marrucci, C. de Lisio, E. Santamato, "Generation and Dynamics of Optical Beams with Polarization Singularities", *Opt. Express* **2013**, *21*, 8815–8820.
- [162] D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, **2005**.
- [163] F. D. Martini, V. Buzek, F. Sciarrino, C. Sias, "Experimental realization of the quantum universal NOT gate", *Nature* **2002**, *419*, 815–819.
- [164] F. D. Martini, D. Pelliccia, F. Sciarrino, "Contextual, Optimal, and Universal Realization of the Quantum Cloning Machine and of the NOT Gate", *Phys. Rev. Lett.* **2004**, *92*, 067901.
- [165] M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, E. V. Moreva, S. S. Straupe, S. P. Kulik, "Anisotropically and High Entanglement of Biphoton States Generated in Spontaneous Parametric Down-Conversion", *Phys. Rev. Lett.* **2007**, *99*, 063901–.
- [166] S. P. Walborn, C. H. Monken, "Transverse spatial entanglement in parametric down-conversion", *Phys. Rev. A* **2007**, *76*, 062305.
- [167] S. S. Straupe, D. P. Ivanov, A. A. Kalinkin, I. B. Bobrov, S. P. Kulik, "Angular Schmidt modes in spontaneous parametric down-conversion", *Phys. Rev. A* **2011**, *83*, 060302.
- [168] G. Jaeger, *Quantum Information An Overview*, 1^a ed., Springer, New York, **2007**.
- [169] P. Vaity, J. Banerji, R. Singh, "Measuring the topological charge of an optical vortex by using a tilted convex lens", *Physics letters a* **2013**, *377*, 1154–1156.
- [170] A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger, "Entanglement of the orbital angular momentum states of photons", *Nature* **2001**, *412*, 313.
- [171] S. Walborn, S. Pádua, C. Monken, "Conservation and entanglement of Hermite-Gaussian modes in parametric down-conversion", *Physical Review A* **2005**, *71*, 053812.
- [172] S. Straupe, D. Ivanov, A. Kalinkin, I. Bobrov, S. Kulik, "Angular Schmidt modes in spontaneous parametric down-conversion", *Physical Review A* **2011**, *83*, 060302.
- [173] R. Jozsa, "Fidelity for mixed quantum states", *J. Mod. Opt.* **1994**, *41*, 2315–2323.

-
- [174] H. Jerrard, “Modern description of polarized light: matrix methods”, *Opt. Laser Technol.* **1982**, *14*, 309–319.
- [175] Y. Shen, E. C. Martínez, C. Rosales-Guzmán, “Generation of Optical Skyrmions with Tunable Topological Textures”, *ACS Photonics* **2022**.