



## DIENES E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: algumas reflexões

### DIENES AND MATHEMATICAL LEARNING: some reflections

Jonathan Machado Domingues<sup>1</sup>  
Paulo Roberto Castor Maciel<sup>2</sup>

**Resumo:** O artigo tem por objetivo investigar as orientações pedagógicas apresentadas aos professores de Matemática em 1972, a partir da presença de Zoltan Dienes em Porto Alegre. Para isso, tem-se como fonte privilegiada um polígrafo que foi utilizado pelos docentes participantes do Curso de Ensino da Matemática, ministrado por Dienes. Sinaliza-se que esta formação fez parte da I Jornada de Estudo e Aprendizagem da Matemática, em Porto Alegre - Rio Grande do Sul, tendo-se o Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação (GEEMPA), como organizador do evento. Para o desenvolvimento deste artigo, ancorase em elementos teórico-metodológicos provindos da Historiografia e da História Cultural. Em linhas de síntese, observou-se que a utilização de materiais concretos no ensino e aprendizagem da matemática para as crianças tende a capacitarem e a caminhar pela via do concreto para o abstrato, no seu próprio modo e tempo. Logo, há recomendação, por parte de Dienes, que exista, nas salas de aulas, um grande número de objetos concretos de várias espécies, para que as crianças possam formar conjuntos de objetos.

**Palavras-chave:** História da educação matemática. Cultura Escolar. Matemática Moderna. GEEMPA.

**Abstract:** The article aims to investigate the pedagogical guidelines presented to Mathematics teachers in 1972, based on the presence of Zoltan Dienes in Porto Alegre. For this, we have as a privileged source a polygraph that was used by the teachers participating in the Mathematics Teaching Course, taught by Dienes. It is indicated that this training was part of the I Journey of Study and Learning of Mathematics, in Porto Alegre - Rio Grande do Sul, with the Study Group on Education, Research Methodology and Action (GEEMPA) as the organizer of the event. For the development of this article, it is anchored in theoretical-methodological elements from Historiography and Cultural History. In summary, it was observed that the use of concrete materials in the teaching and learning of mathematics for children tends to empower and walk the path from the concrete to the abstract, in their own way and time. Therefore, there is a recommendation, by Dienes, that there should be, in the classrooms, a large number of concrete objects of various kinds, so that children can join together in sets of objects.

**Keywords:** History of mathematics education. School Culture. Modern Mathematics. GEEMPA.

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). E-mail: jonathandomingues18@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro de Educação Federal Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). Professor na Universidade Federal Fluminense (UFF), Angra dos Reis, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: prcastor@hotmail.com.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A partir de uma busca aleatória no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) com a palavra-chave “Dienes”, é possível inferir, uma potencialidade e um campo fértil no campo de investigação em História da Educação Matemática. Na sub-comunidade do RCD-UFSC da História da educação matemática encontram-se digitalizados vários livros de autoria do autor Dienes, considerados como arquivos digitais<sup>3</sup>, possibilitando assim o desenvolvimento de diferentes pesquisas sobre o referido personagem.

Destarte, pode-se afirmar, a partir de trabalhos já publicados, que as temáticas abordadas são variadas e direcionadas para o Movimento da Matemática Moderna (MMM)<sup>4</sup>; para a formação de normalista; os materiais concretos; sistema de numeração decimal; as práticas pedagógicas; a vaga pedagógica escolanovismo<sup>5</sup>; geometria; revistas pedagógicas, como pode ser visto em: Arruda (2011); Borges (2011); França (2012; 2016); França e Zuin (2019); Soares (2014); Pinheiro (2013); entre outros.

Adotou-se como materialidade histórica para a elaboração deste artigo o polígrafo<sup>6</sup> para uso dos professores participantes do Curso de Ensino da Matemática, ministrado pelo professor Zoltán Pál Dienes, em Porto Alegre, no ano de 1972. Dessa forma, a partir de um processo investigativo nos trabalhos já desenvolvidos que tratasse acerca da aprendizagem, ensino e formação que utilizavam recursos provindos de Dienes, na cidade de Porto Alegre, localizou-se o trabalho de Dalcin e Silva (2019), que objetivou a apresentação da presença de Zoltan Dienes em Porto Alegre e as atividades que desenvolveu juntamente com os professores de Matemática.

De acordo com Dalcin e Silva (2019), no ano de 1972, a professora Esther Pillar Grossi, por meio do *Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre* (GEEMPA), convidou o então professor Dienes para participar e coordenar a seguinte formação – evento -: I Jornada de Estudos sobre a Aprendizagem da Matemática em Porto Alegre, no período de 27

---

<sup>3</sup> Para maiores informações, acessar: Domingues e Domingues (2022a, 2022b).

<sup>4</sup> O Movimento da Matemática Moderna poderá ser caracterizado como forte mudança no ensino de matemática, visto que os professores e demais profissionais da área educacional, sendo eles dos níveis básicos e das universidades, encontravam-se insatisfeitos com o modelo que vinha sendo adotado. [...] Com a reformulação curricular e a ênfase dada no tratamento de conteúdos sobre o viés da Teoria dos Conjuntos, outro fator também muito forte nesse período é a implementação das ideias de Piaget também para este currículo (SANTOS, 2020, p. 370-372).

<sup>5</sup> Para maiores informações: Stafusa (2022).

<sup>6</sup> O polígrafo refere-se nesta escrita como uma forma de artigo e/ou modelo de apresentação de Dienes para a formação em questão, oferecida em terras gaúchas.

de julho a 9 de agosto. Assim, o polígrafo que possibilita o desenvolvimento desta operação historiográfica encontra-se emerso no contexto apresentado. Acrescenta-se a partir de Dalcin e Silva (2019) que:

O evento de 1972 foi amplamente divulgado pela imprensa local. Dienes foi convidado a dar uma entrevista coletiva aos jornais de Porto Alegre. [...] Dienes enfatiza que as escolas européias estão seguindo as teorias de Piaget e que esta nova escola, pode incomodar os adultos, pois, “deixa plena iniciativa às crianças” para descobrirem as respostas. O processo de descoberta é repetido diversas vezes no texto, o que nos faz pensar sobre a ênfase que Dienes dava a descoberta do aluno como consequência de uma série de operações e relações construídas a partir do manuseio de materiais e a realização das atividades que seriam ensinadas aos professores durante o evento (DALCIN; SILVA, 2019, p. 677).

Ressalta-se que não foi localizado nenhum artigo científico que utilizou e/ou ancorou-se nesta fonte histórica para o desenvolvimento de uma narrativa histórica. Assim, pode-se inferir que o presente artigo apresenta, para o campo da investigação da História da educação matemática, elementos relevantes que contribui e contribuirá para preenchimento de lacunas provindas da aprendizagem, ensino, formação, e didática, em tempos do Movimento da Matemática Moderna (MMM).

França e Zuin (2019) sinaliza que os debates e problematizações acerca das transformações que ocorreram no ensino da matemática, intercalando-se com a circulação de representações provindas das experiências educacionais, podem ser exemplificados através de materiais concretos, a saber: blocos lógicos, blocos multi-base, entre outros, com intuito de criar e proporcionar o ‘caminhar’ do concreto para o abstrato.

Dessa forma, o artigo tem como objetivo investigar quais são as orientações pedagógicas apresentadas aos professores de Matemática em Porto Alegre, no ano de 1972, por Dienes, no que se refere à aprendizagem. Assim, infere-se que uma das orientações propostas pelo húngaro se encontrava baseada a partir da utilização de materiais concretos.

Registra-se que Zoltán Pál Dienes (1916-2014) nasceu em Budapeste, na Hungria. Tinha como filiação Pál Dienes e Valeria Dienes. Casou-se com Tessa Cooke, foi docente em múltiplas universidades nas seguintes localidades: Southampton, Sheffield, Manchester e Leicester. Além de atuar como professor foi diretor do *Centre de Recherche en Psycho mathématiques - Université de Sherbrooke*, no Canadá (DALCIN; SILVA, 2019).

Dalcin e Silva (2019) sinalizam que, para além da formação que Dienes aplicou em Porto Alegre, o professor realizou viagens por países da Europa, América do Sul, Austrália, Papua Nova Guiné, entre outros, com a finalidade de ministrar palestras, cursos e outras

atividades formativas. Além disso, Dienes foi responsável pela elaboração de uma grande quantidade de livros, artigos e materiais concretos.

Doravante, o desenvolvimento do presente artigo ancora-se em elementos provindos da Historiografia e da História Cultural. Chartier (2002) aponta que um dos objetivos [da História Cultural] é "[...] identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler" (p. 17). Nesta direção, muitos ingredientes que se encontram implícitos em um material histórico devem ser levados em consideração e problematizados na construção de uma narrativa histórica, não excluindo, no espaço inserido, os movimentos que a contextualizam, nem as relações de poderes existentes.

Nesta mesma direção, De Certeau (1982) infere que, “[...] toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural” (p. 47). Nesta direção, considera-se os elementos da História Cultural são tratados, no presente artigo, como basilares para elaboração de uma operação historiográfica, com intuito de favorecer a organização e constituição de uma narrativa, através das inquietações que foram levantadas a partir do polígrafo, para uso dos professores em um curso ministrado por Dienes, em Porto Alegre, no ano de 1972.

Assim, para além das considerações iniciais, o artigo estrutura-se em algumas reflexões da teoria de Dienes, análise e resultado, findando-se com algumas considerações.

## **DIENES: ALGUMAS REFLEXÕES DE SUA TEORIA**

Por meio das obras e trabalhos já produzidos por Dienes é possível inferir que a compreensão de um entendimento matemático se fazia através do método de comunicação do docente, o qual tinha a finalidade de realizar uma transmissão do saber matemático para o estudante. Assim sendo, entende-se, através do presente texto, que esta compreensão pode ser entendida como elemento basilar sobre os quais Dienes (1971) se baseava para fundamentar seus quatro princípios gerais para ensinar os conceitos matemáticos para as crianças, sendo, portanto, possível encontrar na formação oferecida aos professores em Porto Alegre (DIENES, 1972).

No primeiro, o *Princípio Dinâmico*, Dienes (1971) defende uma ideia preliminar, com formato estruturado, prático e/ou reflexivo de práticas formativas pautadas em jogos-atividades que deveriam possibilitar aos discentes elementos pautados nas experiências necessárias através das quais os saberes matemáticos poderiam eventualmente ser elaborados, desde que cada atividade formativa seja colocada em prática por vias de utilização de um material concreto no

tempo apropriado. Dito isso, os jogos e/ou atividades deveriam ser “[...] concebidos para formar uma conexão com o processo de desenvolvimento da criança que, ele acreditava, se desenvolve em ciclos sucessivos” (DIENES, 1971, p. 201).

Em seguida, Dienes (1971) sinaliza o *Princípio da Construtividade*, que infere, a partir da utilização dos jogos/atividade, que deveriam ser colocados em prática com o intuito de possibilitar que a construção preceda a análise, que geralmente encontra-se com menos presença na aprendizagem das crianças até a idade de 12 anos. Doravante, através dos resultados de estudos de Piaget (1976, 1979, 1995) e Bruner (1960), depreende-se que as crianças desenvolvem pensamento construtivo muito antes do pensamento analítico, reforçando, assim, uma crença de Dienes em relação à eficácia da aprendizagem construtiva e de descoberta.

Nesta direção, é possível sinalizar que Dienes (1971) realizou a identificação de dois tipos de pensadores, a saber: o pensador construtivo e o pensador analítico. O pensador construtivo pode ser descrito como a criança que se encontra no estágio operacional concreto de Piaget; o pensador analítico é a criança que está no nível operacional formal<sup>7</sup>. Dessa forma, para Dienes (1971), é melhor haver um ensinamento para criança de um novo conceito elaborado por uma situação que tende a levar a um pensamento e compreensão construtivos em vez de analítico.

No terceiro, *Princípio da Incorporação Múltipla*, Dienes (1971) elabora utilizações de múltiplos contextos físicos e/ou modalidades com objetivo de realizar uma potencialização da aprendizagem conceitual. Por esse caminho, pode-se inferir que, em relação à oferta de experiências, a partir do uso de um conjunto plural de materiais, possibilita-se uma projeção o entendimento abstrato do conceito matemático.

Ademais, Dienes (1971) compreendia que cada criança tinha uma perspectiva de mundo diferente, abordando-o e compreendendo-o de forma diferente. Partindo desse entendimento, com o intuito de garantir que todas as crianças realizassem o movimento de aprendizagem, focalizando na compreensão, intercalando-se com a participação ativa desses sujeitos em seu desenvolvimento, Dienes (1971) prescreve o uso de várias representações do conceito matemático, tornando-se plural e não singular.

Em relação ao Princípio da Variabilidade Matemática, implica-se que as crianças necessitam experimentar os fatores complicadores que se encontram em diálogo com a estrutura

---

<sup>7</sup> É uma fase do desenvolvimento humano segundo Piaget, com a idade de 7 - 12 anos. Aproximadamente aos 7 anos, segundo Piaget, as crianças entram no estágio de operações concretas, quando podem utilizar operações mentais para resolver problemas concretos (reais). As crianças são então capazes de pensar com lógica porque podem levar múltiplos aspectos de uma situação em consideração (PAPALIA, 2006, p.365).

de conceito de matemática que se encontra em todos os tempos sendo manuseado, conforme pontua Dienes (1971).

Em linha de síntese, infere-se, a partir de algumas reflexões da teoria de Dienes que a aprendizagem da Matemática acaba sendo considerada difícil, uma vez que, é um processo que envolve elementos abstratos e de generalização. Assim, Dienes (1971) sugere que o *princípio de variabilidade* seja usado, uma vez que promove um processo de abstração e generalização, sendo crucial para o desenvolvimento conceitual.

No próximo tópico serão apresentados a análise e o resultado do artigo em questão, tendo como fonte privilegiada o polígrafo para uso dos professores participantes do *Curso de Ensino da Matemática*, ministrado pelo professor Z. P. Dienes, em Porto Alegre, no ano de 1972.

## ANÁLISE E RESULTADOS

Antes da década de 1960, ocorreram movimentos educacionais considerados revolucionários, em que se pode citar personagens que proporcionaram certa inovação no ensino e na aprendizagem, e outros elementos que poderiam ser citados, limitando-se, neste momento, a Pestalozzi e Montessori, os quais, de acordo com Dienes (1972) buscaram, na elaboração de saberes profissionais do professor que ensina Matemática, revelar o dano irreparável que se faz às crianças, quando as colocam num espaço de compulsão e numa magnitude de engessamento de qualquer proporção no sentido intelectual do sujeito.

Especificamente Pestalozzi e Montessori podem ser vistos como personagens que se encontravam emersos e fizeram uma difusão do ideário da Pedagogia Nova<sup>8</sup>, a qual “[...] se torna, pois, para esses autores do fim do século XIX e começo do XX, não só uma ciência, mas uma ciência aplicada, cujo destino está ligado ao estado do progresso dos conhecimentos fundamentais em psicologia” (GAUTHIER, 2014, p. 165).

Nesta direção, pode-se inferir que as reações dos pensadores que proporcionaram certa inovação foram caracterizadas como movimento do ensino progressivo. Dienes (1972) sinaliza que as crianças possuíam uma autonomia, que realizavam coisas nas quais sentiam prazer, bem como possuíam liberdade para falar com os professores, instrutores, entre outros sujeitos que

---

<sup>8</sup> Para maiores informações: FERNANDES, J. C. B. **A Aritmética, Os Centros de Interesse e o Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática, 1920-1940**. 2020. 135 f. Tese (Doutorado em Ciências). Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência. Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, SP, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/221246>. Acesso em: 15 mar. 2022.

se encontraram presentes no cenário educacional e o que pensaram sobre eles. Frisa-se que Dienes (1972) afirma que, em relação ao ensino progressivo e ao currículo, as crianças realizavam feitas através dos seus gostos, havendo assim, o planejamento da respectiva materialidade formativa – o currículo.

Através dos ideais sinalizados anteriormente, pontua-se que a ala da esquerda (politicamente) tinha como representante A. S. Neill. A instituição formativa por Neill tinha o protagonismo na realização do intelectual, e era considerada como desvalorizada. Observa-se que Neill realiza uma variedade de críticas às instituições formativas, principalmente às escolas, por haver um protagonismo nos trabalhos intelectuais, havendo, assim, exclusão da progressão do desenvolvimento da capacidade de ‘amar e cuidar’ um do outro.

Dito isso, Dienes (1972) afirma que a educação e a escola defendida por Neill deveriam ser adquiridos a todo custo, e até no movimento de inculcar por vias do autoconhecimento, uma vez que acaba estando presente um complexo sistema de recompensa-castigo, afastando, assim, as crianças do desenvolvimento e da prática de ideias de se darem aos outros.

Neste percurso, a escola defendida por Neill possui influência da prática e do pensamento de Freud e de seus seguidores. Dienes (1972) pontua que os que se apropriavam dos ideais do Neill possuíam um interesse de elaboração do ambiente, considerando o espaço para as crianças estarem livres para desenvolver seus próprios relacionamentos pessoais através de uma orientação dos adultos circundantes.

Em contrapartida, deve-se ter o entendimento de que os então adultos circundantes, na sua grande maioria, não eram capazes de lidar com os próprios relacionamentos, e a orientação, conseqüentemente, se tornava de valor dúbio. Nessa direção, a criança acaba sendo privada do conforto e segurança das regras e regulamentos do comportamento social aceito, e é exposta aos riscos de se ter que enfrentar os vetores dos próprios desejos e sentimentos ao deparar, no processo de adaptação, com um viés de liberdade sem restrição, como afirma Dienes (1972).

Dienes (1972) sinaliza a existência de escolas ao redor do mundo que acabam sendo norteadas por este pensamento e atitude. Deve-se ter a consciência de que esses espaços formativos e a liberdade intelectual são resultantes, às vezes, de trilhas de uma propensão do academicismo, em que os alunos (neste caso, as crianças), acabam a alcançar certo nível provindo do academicismo. Dito isso, [as crianças] acabam a ocupar seu lugar na sociedade através dos seus próprios esforços.

Exemplifica-se a partir de uma escola localizada em *Devonshire*, na Inglaterra, denominada *Datington Hall*. Numa visão ampla, pode-se inferir que a referida instituição nunca se concentrou nos problemas psicológicos da aprendizagem, bem como andou no sentido

contrário aos problemas psicológicos do comportamento. Neste sentido, Dienes (1972) indica que a metodologia do ensino e da aprendizagem acaba sendo confiada pelas capacidades individuais dos membros institucionais

Dienes (1972), na sua introdução para a formação aos professores de Matemática, acaba sendo possível encontrar vestígios de uma tentativa [da parte dele] de realizar uma formulação de elementos ulteriores de que os educadores radicais caíram numa armadilha, as quais os seus antepassados acabaram tentando resgatar múltiplas crianças apanhadas em salas de aulas, no processo de disciplinarização espalhado pelo mundo. Doravante, entende-se que a liberdade da criança no quesito social e emocional não lhe assegura condições para a libertação intelectual.

À vista disso, encontra-se, no movimento de aprendizagem e ensino, a “escravidão intelectual”<sup>9</sup> de uma criança, que acaba se tornando perpétua, tornando-se uma espécie de memória e tradição, provindas de elementos acadêmicos que medem a realização pelas quantidades do conhecimento e por sistema típico de como é prescrito pelas bancas de exames. Assim, de acordo com Dienes (1972), a escola configurada por Neill tem de se reservar à lei do campo curricular, já que não se estudou e baseou-se na maneira de como melhorar a capacidade das crianças, intercalando com o enfrentamento contínuo e com o sucesso de situações diferentes no cenário da aprendizagem.

Desta maneira, existe, de acordo com Dienes (1972), uma forma de realizar o combate ao sistema relatado, que se consubstancia na aquisição de maior conhecimento da aprendizagem da matemática. Perante o exposto, quanto maior o progresso do movimento de processo da aprendizagem, maior será prazer e maior será a eficácia ao se realizar uma demonstração de que as crianças são capazes e possuem instrumentos de alavancar e avançar de forma mais profunda na matemática do que no currículo, estudando, assim, com prazer e retornando para o avanço do conhecimento.

Dienes (1972) considera que a matemática é o estudo da relação. Nesse caso, a fim de se fazer uma ligação, deve haver uma estruturação das ‘coisas’, bem como o relacionamento das pessoas, umas com as outras. Pontua-se que essas ‘coisas’, para Dienes (1972), são compreendidas como objetos concretos ou pessoas da vida real. Entretanto, deve-se frisar que são ideias abstratas em matemática.

É de grande valia registrar o entendimento de Dienes (1967) acerca da compreensão de abstração. Neste artigo, entende-se como reunião, uma série de eventos diferentes ou situações

---

<sup>9</sup> O respectivo termo “escravidão intelectual” encontra-se presente no polígrafo utilizado para elaboração deste artigo. Desta forma, por escolha dos pesquisadores, preferiu-se manter a mesma expressão, para continuar a análise e resultados desta pesquisa.



em uma classe, em que se utilizam certos critérios que devem ser aplicáveis a todos esses eventos e situações. Quando ocorre o movimento de abstração, extrai-se, de diferentes situações, aquilo que lhes é comum, desconsiderando-se aquelas que são irrelevantes para este núcleo comum.

Logo, a matemática é vista com dois caminhos de contextualização, de acordo com Dienes (1972). Primeiramente, seria a disciplina como um estudo de ideias abstratas e, em seguida, um estudo de como estas ideias consideradas abstratas dialogam umas com as outras. Pode-se sinalizar que a aritmética se enquadra no viés caracterizado anteriormente, da matemática. Tendo em vista que as ideias abstratas da aritmética são números, e os meios pelos quais um número se relaciona com o outro são: igualdade, desigualdade, sucessão e relações restritamente específicas entre pares e entre pares de números, como somas, diferenças, produtos, entre outros.

Destarte, existe, no processo de ensino, formação e aprendizagem, um elemento fundamental, a fim de criar e fundamentar ideias abstratas nas mentes das crianças sendo necessário fornecer algumas experiências para elas. Desta forma, Dienes (1972) acaba a indicar o uso de materiais concretos para as crianças realizarem o movimento de capacitação nas trilhas do entendimento e conhecimento provindo do concreto para o abstrato, na sua própria perspectiva e no seu tempo. Não existindo, assim, uma imposição.

Logo, Dienes (1972) aponta que deveria haver, nas salas de aulas, um vasto número de objetos concretos pelos quais as crianças poderiam colocar juntos em conjuntos de objetos. Assim, a natureza dessas materialidades de ensino e aprendizagem precisaria ser bem pensada, de tal forma que esses objetos pudessem proporcionar às crianças certos questionamentos, e coragem para problematizarem os saberes provindos do processo matemático, durante o manuseamento de tais conjuntos de objetos.

Dienes (1972) acaba elencando alguns materiais concretos que poderiam ser encontrados em salas de aulas. Ademais, os mesmos que serão elencados podem ser vistos na sua vasta obra, e apropriada por outros personagens, principalmente, na época do Movimento da Matemática Moderna, a saber: os blocos lógicos, as barras de Cuisenaire, os blocos multi bases, os materiais de experiências algébricas, as lâminas perfuradas, entre outros.

Além dos elencados anteriormente, pode-se citar alguns do campo dos saberes geométricos, sendo eles: espelhos, tesouras, cartões, tinta, água, areia, fichas, uma tábua de cavilhas com buracos, uma quantidade de cavilhas, balança para peso, recipiente para comparar volumes, plantas e animais, cujo comportamento e crescimento será observado, terra, plasticina, argila, alguns brinquedos de construir como Lego, ‘meccano’ entre outros (DIENES, 1972).

Sinaliza-se que Dienes (1972) não defende as ideias escolares provindas da escola de Neill, uma vez que essa educação acaba não proporcionando uma libertação à mente da criança, embora possa libertar seus instintos. Dito isso, infere-se que as crianças necessitam de orientação.

Na formação que Dienes (1972) apresenta em Porto Alegre, é possível observar a relevância que o professor de matemática possui para aprendizagem de uma classe, principalmente ao utilizar-se de material concreto, uma vez que o docente irá exercer um papel basilar de quem sugere e orienta através do labirinto de desafio e material concreto que acabam a motivar o intelecto das crianças.

Nesta direção, o professor, em relação à aprendizagem dos seus alunos na disciplina de matemática deve conhecer a disciplina em questão, de tal modo que possa extrair o conteúdo matemático das atividades virtuais que permanecem subjacentes no material provisionado. Dienes (1972) sinaliza que, pelo fato de não poder estar em todo o lugar ao mesmo tempo, o professor deverá possuir algumas espécies de materiais escritos, fitas magnéticas, filmes, entre outros, para dar sugestões às crianças.

Dienes (1972) apresenta recursos para além dos citados, como tentativa de instruções, que podem ser iniciadas (valorizando a linguagem não verbal, através de representações e desenhos), como os livros de Picard; outras são as séries de livros de exercícios do próprio Dienes juntamente com Holt. Esses materiais acabam por indicar algumas atividades que conduzem ao amadurecimento de conceitos matemáticos, através de situações-problemas que são encontradas pelas crianças, depois de terem anotado as sugestões nas páginas dos livros.

Desta forma, o húngaro, em sua formação, defende a utilização de materiais concretos. Ademais, a filosofia e a metodologia que Dienes (1972) defende do amplo emprego de uma grande variedade de materiais. A principal razão para tão amplo emprego de materiais consiste na suposição de que a espécie de aprendizagem mais efetiva é uma forma de comportamento adaptativo ao ambiente circundante.

Em contrapartida, se o espaço formativo é convenientemente estruturado, tal comportamento adaptativo terá lugar numa orientação de aquisição daqueles conceitos matemáticos cuja aprendizagem é mais incentivada pelo contato da criança com o material concreto, de acordo com Dienes (1972).

Dito isso, caso as crianças possuam vasto material concreto direcionado para aprendizagem do ensino de matemática, se favorece a elaboração de relações matemáticas determinadas no decorrer de suas brincadeiras com esses materiais, em vez de vinculadas a certas situações particulares. Dienes (1963) pontua que, na aprendizagem matemática, a

abstração será mais provável de ocorrer se uma incorporação múltipla de uma ideia matemática for fornecida, em vez de uma única incorporação, como as barras de Cuisenaire por si só. Assim, partindo do fornecimento de uma pluralidade de materiais concretos, possibilita-se que a criança progrida em direção à abstração em uma ampla frente. Quanto mais ampla a abstração, mais amplamente aplicável ela será.

Dienes (1963) afirma que:

A formação de conceitos abstratos parece ocorrer em ciclos. o ponto final de cada ciclo pode atuar como pelo menos um ponto inicial parcial do próximo ciclo. Por exemplo, a ideia de número natural (ou certamente do número aspecto cardinal do número natural) é obtida parcialmente pela manipulação conjuntos de objetos, comparando-os e percebendo que se dois conjuntos estão em correspondência, um para um, então esses conjuntos são equivalentes, ou seja, têm o mesmo número de elementos. Quando a propriedade da ordem é unida a este conceito, a ideia de número natural é operacionalizada. Isto é o ponto final de um conjunto muito longo de experiências em que a criança finalmente percebe a irrelevância de várias outras propriedades dos conjuntos e só a propriedade do número é mantida. A criança provavelmente não sabe disso processo, pelo menos na configuração educacional tradicional (DIENES, 1963, p. 23, *tradução livre*).

Nesse percurso, quando ocorre o movimento de gerar abstrações a partir de ideias previamente formadas, acaba existindo um direcionamento ao longo de uma dimensão de abstração. Dienes (1963) sinaliza que uma das dimensões mais importantes é a generalização, algo que fora sugerido, mas não explicitado. Dito isso, é possível considerar que uma abstração é criada a partir de elementos em virtude de algumas propriedades dos elementos, como a generalização, que pode ser compreendida como uma extensão de uma classe para outra mais ampla de elementos que possuem as mesmas propriedades que a classe original, ou, possivelmente, propriedades apenas semelhantes a elas

Essas sugestões de ensino e aprendizagem que circularam no ambiente de formação de professores de matemática em Porto Alegre têm sido colocadas em prática no *Centro Psicomatemática*, na *Universidade Sherbrooks*, além de outros centros associados ao Grupo Internacional de Estudos para a Aprendizagem da Matemática situados em diversos lugares do mundo, como aponta Dienes (1972).

Conforme, sinalizado anteriormente, existem produções que tratam acerca dos feitos de Dienes, no campo da História da educação matemática. Como exemplo, partindo-se de uma rubrica aleatória: Sistema de Numeração Decimal (SND). Soares (2014), em sua tese, buscou compreender o impacto que as contribuições de Dienes para o processo de ensino e aprendizagem do SND tiveram na cultura escolar do Paraná, nas décadas de 1960-1980.

Dito isso, partindo-se das problematizações realizadas no processo de uma operação historiográfica das seguintes fontes históricas, a saber: ementas de cursos, cadernos de alunos,

manuais didáticos e depoimentos de professores, é possível inferir que, a partir do Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino de Matemática (NEDEM), além de cursos formativos ofertados pela Secretária de Educação do Estado, podem ser vistos como principais elementos para difusão do ideário da Matemática Moderna, em solo paranaense, as ideias pedagógicas de Dienes (SOARES, 2014).

Especificamente em relação ao ensino e aprendizagem a partir da ótica de Dienes, foi sinalizado, na tese de Soares (2014), que o SND estava direcionado para compreensão do valor posicional em substituição à mecanização de regras, resultando, assim, em múltiplas modificações de elementos provindos da cultura escolar do Paraná.

Em linhas de síntese, a partir da ótica de Dienes (1963; 1972), é possível inferir que abstração e generalização não devem ser tratadas como sinônimos, mas devem ser compreendidas como elementos que estruturam um processo psicológico. Infere-se, portanto, que a abstração é um produto criado de uma classe, através de seus elementos, sendo um movimento irreversível. Em contrapartida, da generalização pode ocorrer a inversão.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

O presente artigo teve como objetivo investigar quais foram as orientações pedagógicas apresentadas aos professores de Matemática em Porto Alegre, no ano de 1972, por Dienes, no que se refere à aprendizagem. Para isso, teve como fonte privilegiada um polígrafo utilizado pelos professores que participavam do Curso de Ensino da Matemática, ministrado pelo professor Z. P. Dienes, no respectivo espaço e tempo em questão.

Em relação às orientações pedagógicas para o ensino da disciplina de Matemática, é possível identificar elementos potencializadores em perspectiva de metodologia e de didática através da utilização de materiais concretos, uma vez que possibilita haver associação com as ideias abstratas, tendo em vista que a Matemática ser considerada, por Dienes (1972), como estudo da relação.

Doravante, ao mencionar materiais concretos para o ensino e aprendizagem de Matemática, pode-se realizar uma espécie de diálogo com o tempo presente, tratando-se como uma mera suposição. Com intuito de evitar juízo de valor ou anacronismo, poderia haver comparação com os laboratórios de Matemática que existem nas escolas atuais, na década de 2000, pois Dienes (1972) sinaliza que as salas de aula deveriam possuir um alto número de materiais concretos, de tal forma que as crianças se capacitem do concreto para o abstrato, do seu modo-tempo.

Em relação à figura do professor, deve ser tratado como um personagem de grande valia para aprendizagem de Matemática, uma vez que o aluno necessita sempre de orientação, tendo em vista que, na utilização do ensino e aprendizagem, partindo da utilização de materiais concretos, acabam a constituir uma espécie de interesse e problematizações que o docente irá ter que contribuir para resolução dos problemas levantados ou elaborados no decorrer da aprendizagem.

A partir do trabalho desenvolvido, não ocorreu um movimento direcionado para as linguagens que acabam se fazendo presentes no processo de aprendizagem, mais especificamente, na utilização de materiais concretos. Dito isso, deve ser considerado muito importante no esquema geral da aprendizagem matemática, mas não se encontra bem contextualizado e problematizado. Sinaliza-se que existe uma lacuna muito grande e poucas pesquisas no campo da História da Educação Matemática acerca da finalidade que a linguagem matemática sobre a aprendizagem da própria disciplina em questão.

## REFERÊNCIAS

ARRUDA, J. P. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária**: marcas e movimentos da Matemática Moderna. 2011. 312f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Centro de Ciências Biológicas, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2011.

BORGES, R. A. S. **Circulação e apropriação do ideário do Movimento da Matemática Moderna nas séries iniciais**: as revistas pedagógicas no Brasil e em Portugal. 2011. 245f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, UNIBAN, 2011.

BRUNER, J. S. **The process of education**. Cambridge, 1960.

DE CERTEAU, M. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHARTIER, R. **Abeira da falésia**: a história entre incertezas e inquietude. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2002.

DALCIN, A.; SILVA, S. R. de. Zoltan Dienes e a formação de professores em Porto Alegre em tempos de Matemática Moderna. **Educação: Teoria e Prática**, Rio Claro, v. 29, n. 62, p. 669-690, set./dez. 2019.

DIENES, Z. P. On the learning of mathematics. **The Arithmetic Teacher**, v. 10, n. 3, p. 115-125, 1963.

DIENES, Z. P. **A Matemática Moderna no Ensino Primário**. Biblioteca Fundo Universal de Cultura. Rio de Janeiro/São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1967.

DIENES, Z. P. **Building up mathematics**. 4th Ed. London: Hutchinson Educational LTD, 1971.

DIENES, Z. P. **Algumas reflexões sobre a aprendizagem da Matemática**. Porto Alegre, 1972.

DOMINGUES, D.; DOMINGUES, J. Arquivos digitais: contribuições para o campo da história da educação matemática. **ACERVO - Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 4, p. 1-15, 2022a.

DOMINGUES, J. M.; DOMINGUES, D. Arquivologia e História da Educação Matemática: reflexões sobre a utilização de arquivos digitais. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 8, p. 1-17, 23 jun. 2022b.

FRANÇA, D. M. A. **Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961-1979)**. 2012. 296f. Tese (Doutorado em Educação)-- Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

FRANÇA, D. M. Como ensinar matemática nos primeiros anos escolares em tempos do movimento da matemática moderna? **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 16, n. 48, p. 403-422, maio/ago. 2016.

FRANÇA, D. M. A.; ZUIN, E. Dienes: expertise e produção de saberes no Brasil na década de 1970. **Argumentos Pró-Educação**, Pouso Alegre, v. 4, p. 1031-1055, 2019.

GAUTHIER, C. Da pedagogia tradicional à pedagogia nova. In: GAUTHIER, Clemort; TARDIF, Maurice (org.). **A pedagogia: teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. de. Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação: a irresistível institucionalização do expert em educação (século XIX e XX). In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. Cap. 2. p. 55-112.

PAPALIA, D. E. **Desenvolvimento Humano**. 8ªed. Porto Alegre: ARTMED, 2006

PIAGET, J. **Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente**. São Paulo: Pioneira, 1976.

PIAGET, J. **Aprendizagem e Conhecimento**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1979.

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Trad. Fernando Becker e Petronilha G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PINHEIRO, N.V.L. **Escolas de Práticas Pedagógicas Inovadoras: Intuição, Escolanovismo E Matemática Moderna Nos Primeiros Anos Escolares**. 2013. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2013.

SANTOS, E. de J. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: uma renovação do ensino de

matemática nas décadas de 1960 a 1980. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 20, p. 370–379, 2021.

STAFUSA, A. M. F. L. **Três autores, três tempos**: o ensino de aritmética, à luz do método de Decroly. 2022. 146f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Educação Básica), Centro Universitário Norte do Espírito Santo, Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica, Universidade Federal do Espírito Santo, São Mateus, ES, 2022.

SOARES, E. T. P. **Zoltan Paul Dienes e o Sistema de Numeração Decimal na cultura Escolar Paranaense (1960-1989)**. 2014. 288 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2014.

Submetido em 15.abr.2022

Aprovado em 14.ago.2022

Publicado em 09.set.2022