UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-PROFMAT

Virgínia Angelica Reck

A MATEMÁTICA E A DINÂMICA ESPAÇO-TEMPORAL NA DISSEMINAÇÃO DA COVID-19 NA REGIÃO METROPOLITANA DA GRANDE FLORIANÓPOLIS

Florianópolis

2022

Virgínia Angelica Reck

A MATEMÁTICA E A DINÂMICA ESPAÇO-TEMPORAL NA DISSEMINAÇÃO DA COVID-19 NA REGIÃO METROPOLITANA DA GRANDE FLORIANÓPOLIS

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática. Com área de concentração no Ensino de Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Vinícius Viana Luiz Albani

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Reck, Virgínia Angelica
A matemática e a dinâmica espaço-temporal na disseminação da COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis / Virgínia Angelica Reck ; orientador, Vinícius Viana Luiz Albani, 2022.
85 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Santa Catarina, , Programa de Pós-Graduação em Matemática, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. COVID-19. 3. Epidemiologia. 4. Funções. 5. Estatística. I. Albani, Vinícius Viana Luiz. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Matemática. III. Título.

Virgínia Angelica Reck

A MATEMÁTICA E A DINÂMICA ESPAÇO-TEMPORAL NA DISSEMINAÇÃO DA COVID-19 NA REGIÃO METROPOLITANA DA GRANDE FLORIANÓPOLIS

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Profª. Drª. Maria Inez Cardoso Gonçalves
UFSC

Prof. Dr. Wagner Barbosa Muniz
UFSC

Prof. Dr. Douglas Soares Gonçalves
UFSC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Documento assinado digitalmente
Maria Inez Cardoso Goncalves
Data: 29/08/2022 15:50:46-0300
CPF: 908.897.119-68
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Profª. Drª. Maria Inez Cardoso Gonçalves
Coordenadora do Programa

Documento assinado digitalmente
VINICIUS VIANA LUIZ ALBANI
Data: 29/08/2022 18:18:40-0300
CPF: 100.707.267-95
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Dr. Vinícius Viana Luiz Albani
Orientador

Florianópolis, 04 de agosto 2022.

Este trabalho é dedicado à minha família.

AGRADECIMENTOS

A todos os professores que contribuíram ao longo da minha vida acadêmica e profissional, em especial ao meu Orientador Dr. Vinícius Viana Luiz Albani, pelo empenho e paciência dedicados à elaboração deste trabalho. A todos os meus colegas do curso.

Um dia veio uma peste e acabou com [Toda a vida na face da Terra: Em compensação ficaram as Bibliotecas... E nelas estava meticulosamente escrito [o nome de todas as coisas!

(Mario Quintana, 1994)

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a apresentação de conteúdos matemáticos relacionados à disseminação da COVID-19. Para tal, faremos uma breve apresentação sobre os conceitos básicos de Funções e Estatística. Buscamos aqui elaborar material contendo exercícios matemáticos no contexto da epidemiologia a fim de mostrar uma possível aplicação matemática na educação básica.
Palavras-chave: COVID-19. SARS-CoV-2, Coronavírus. Região Metropolitana da Grande Florianópolis. Funções. Estatística. Epidemiologia.

ABSTRACT

The objective of this work is to present mathematical content related to the spread of COVID-19. To this end, we will make a brief presentation on the basic concepts of Functions and Statistics. We seek here to elaborate material containing mathematical exercises in the context of the epidemiology in order to show a possible mathematical application in basic education.
Keywords: COVID-19. SARS-CoV-2, Coronavirus. Metropolitan Region of Florianopolis. Functions. Statistics. Epidemiology.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RMF	Região Metropolitana da Grande Florianópolis
WHO	World Health Organization
EMA	Média Móvel Exponencial
SMA	Média Móvel Simples
SUS	Sistema Único de Saúde

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho busca difundir material didático que possibilite ao professor a apresentação de exemplos contextualizados na pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2 desde 2020. Além disso, busca-se relacionar o uso aplicado no desenvolvimento científico relacionado aos estudos das formas de controle da pandemia. Intrínseca à epidemiologia, a função exponencial inerente à expansão dos casos através da transmissão do vírus, os termos biológicos e saúde, a estatística, assim como mapas, gráficos, tabelas e problemas sociais ajudam a explicar a variação nas formas e na velocidade do crescimento dos casos de COVID-19 em diferentes países ou regiões do mundo.

De forma geral, o ensino de função exponencial geralmente utiliza o exemplo clássico com juros compostos, porém os estudantes podem não se identificar com os termos bancários ou relacionados à educação financeira. Até mesmo exemplos como colônias de bactérias pode não atrair a atenção dos alunos, uma vez que é um crescimento não visível a olho nu. Dessa forma, atualmente, o uso de exemplos relacionados à disseminação exponencial de doenças, e, mais especificamente, o exemplo relacionado à pandemia, podem ser formas mais efetivas de ensinar esse tipo de função, uma vez que todos os alunos conseguem assimilar a ideia do contágio, visto que a pandemia do coronavírus atingiu a todos, direta ou indiretamente.

Vale destacar a relevância do estudo das ferramentas estatísticas no ensino médio, para além do cálculo das medidas como média e desvio padrão, mas também apresentando formas de análise de dados, inclusive destacando a possibilidade de haver casos em que é possível encontrar dados, tabelas e gráficos, principalmente na internet, cujo objetivo é levar o leitor a interpretar de forma equivocada alguma informação, podendo assim facilitar a manipulação de opiniões, por exemplo.

Para tanto, neste trabalho buscou-se organizar materiais teóricos, tais como definições matemáticas e termos epidemiológicos, bem como utilizar fontes de dados reais da COVID-19, oriundos de fontes confiáveis e abertas, para a geração de tabelas e gráficos que pudessem ilustrar e ajudar a contextualizar os exemplos e exercícios apresentados.

Para a programação e compilação do código em Python e geração dos gráficos deste trabalho foi utilizada a ferramenta gratuita do Google chamada Google Colab, (COLAB, 2021). O Colab, ou "Colaborator", permite escrever e executar Python no navegador sendo nenhuma configuração necessária, fornecendo acesso gratuito a GPUs e de Compartilhamento fácil. A linguagem de programação escolhida foi Python, cuja documentação disponível em (FOUNDATION, 2021) é vasta, possibilita seu uso para tratamento de dados, além de possuir sintaxe de fácil uso e ser open source.

Neste trabalho utilizam-se dados reais da COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis, extraídos de fontes públicas de dados disponibilizadas por (COTA, 2020) e (BRASIL.IO, 2021). A escolha inicial por usar os dados desta região específica se deu a fim de aproximar os professores e alunos dessa região para a sua realidade.

Em alguns exemplos e exercícios buscou-se simular as diferentes situações de contágio, alterando variáveis que interferem diretamente na dinâmica da pandemia, tais como o uso da máscara facial, o isolamento social, a quarentena e a vacinação.

Dados acerca do número de novos casos confirmados, novos mortos, total de contaminados e total de mortos destes 9 municípios foram filtrados, organizados e cruzados com dados das suas respectivas coordenadas geográficas a fim de possibilitar uma ilustração visual do avanço dos casos entre as cidades da RMF.

1.1 REGIÃO METROPOLITANA DA GRANDE FLORIANÓPOLIS

A Região Metropolitana da Grande Florianópolis (RMF) (Figura 1), instituída pela Lei Complementar Nº 636, de 9 de setembro de 2014 (CATARINA, 2014), é localizada na região leste do estado de Santa Catarina, na região Sul do Brasil. É composta por nove municípios, sendo que é entre os quatro mais populosos que a circulação diária é maior (Florianópolis, São José, Palhoça e Biguaçu).

Figura 1 – Mapa da Região Metropolitana da Grande Florianópolis. Fonte: (CATARINA, 2022).

Tabela 1 – Municípios da Região Metropolitana da Grande Florianópolis. Fonte: (IBGE,).

Município	**População (2018)**	**Área (km^2)**	**Dens.dem.(hab/km^2)**
Florianópolis	492.977	675,409	729,89
São José	242.927	150,453	1.614,63
Palhoça	168.259	395,133	425,82
Biguaçu	67.458	367,891	183,36
Santo Amaro da Imperatriz	22.905	344,049	66,57
Governador Celso Ramos	14.333	117,185	122,31
Antônio Carlos	8.411	233,574	36,01
Águas Mornas	6.378	327,358	19,48
São Pedro de Alcântara	5.709	140,016	40,77

1.2 SARS-COV-2

A nomenclatura de uma doença segue diretrizes internacionais que evitam fazer referência a uma localização geográfica, um animal, um indivíduo ou grupo de pessoas. O nome oficial evita a propagação de informações descontextualizadas e que possam gerar violência e preconceito.

- Coronavírus: é o nome da família de vírus que ele pertence (Coronaviridae).
- SARS-CoV-2: nome do vírus e significa: “síndrome respiratória aguda grave - coronavírus 2”.
- COVID-19: é nome da doença e resulta das palavras “coronavirus” e “disease” (doença) com indicação do ano que surgiu (2019).

A Síndrome Respiratória Aguda Grave - Coronavírus-2 (SARS-CoV-2), é a causa da doença COVID-19 e surgiu na China no final de 2019 de uma fonte zoonótica[1]. A maioria das infecções por COVID-19 é assintomática ou resulta apenas na doença leve. No entanto, em uma proporção substancial de pessoas infectadas, a infecção leva a uma doença respiratória que requer cuidados hospitalares que pode evoluir para doença crítica com insuficiência respiratória hipoxêmica e levar a suporte ventilatório prolongado (ORGANIZATION et al., 2020b).

Em março de 2020 o Brasil começou a perceber as consequências do novo vírus SARS-CoV-2, cuja transmissão foi inicialmente subestimada. Somente depois da explosão dos casos na Itália, em fevereiro de 2020 (JEWKES; POLLINA, 2020), que o mundo

[1] Uma zoonose é uma doença transmitida de animais para seres humanos.

todo começou a dar mais atenção e começou a veicular na mídia a preocupação com a disseminação do novo vírus no Brasil.

Segundo (SAÚDE, 2020b), em 29 de março de 2020, a OMS apontou que existiam 634.835 casos confirmados de COVID-19 e 29.957 mortes pela doença no mundo, sendo que 63.159 casos novos e 3.464 mortes foram identificadas nas 24 horas anteriores. Em junho de 2022, são 545.226.550 casos confirmados, 6.334.728 de mortes e 11.981.689.168 doses de vacinas administradas em todo o mundo, segundo (INT, 2022). No Brasil, houve certa demora na tomada de providências pelo governo brasileiro para prevenir a contaminação em 2020 e até a publicação deste trabalho, em junho de 2022, a COVID-19 matou mais de 670 mil brasileiros (BRASIL, 2022), (COTA, 2022), sendo que foram cerca de 200 mil óbitos em 2020 e cerca de 412 mil em 2021, quando iniciou o ciclo vacinal (FIOCRUZ, 2020).

Ainda em 2021, mesmo com 4 tipos de vacinas disponíveis e sendo distribuídas e aplicadas na população brasileira pelo SUS, a mídia televisiva e as fake news nas redes sociais foram responsáveis por muitas pessoas deixarem de se vacinar e morrerem por conta disso (LEWIS; MONTANEZ, 2022) e (JOHNSON, 2022).

Por outro lado, enquanto os noticiários bombardearam a população brasileira com novos termos estatísticos como, por exemplo, taxa básica de reprodução (R_0), letalidade e média móvel, nos bastidores havia muita matemática sendo utilizada pelos cientistas, principalmente no desenvolvimento e na realização de simulações e testes com medicamentos e vacinas para esta nova doença, empregando muita análise estatística para embasar a avaliação da efetividade de um tratamento em detrimento de outro.

Contudo, a pressa em encontrar tratamentos para o COVID-19 levou a um ensaio clínico (GAUTRET et al., 2020), influenciando o tratamento médico em todo o mundo com um medicamento contra a malária chamado Hidroxicloroquina. Além disso, ventiladores/respiradores ajudaram a melhorar os níveis de oxigênio dos pacientes e os esteroides (ORGANIZATION et al., 2020a) ajudaram a impedir que o sistema imunológico entrasse em ação.

Quando os pacientes com COVID-19 começaram a aparecer nos hospitais, não havia protocolo para os médicos seguirem pois era uma doença nova e não havia tratamentos conhecidos que funcionassem. No Brasil, em abril de 2020 o Ministério da Saúde elaborou e publicou um documento (SAÚDE, 2020b) que teve como objetivo apresentar as diretrizes de prevenção, diagnóstico, tratamento e monitoramento da COVID-19.

A fim de procurar entender a forma correta de utilizar a estatística em ensaios clínicos deste tipo e também esclarecer muitos termos utilizados na apresentação dos dados nos noticiários, este trabalho está dividido em 3 capítulos, sendo 2 deles mais teóricos e o último contendo sugestões de exercícios de aplicação.

Dessa forma, o capítulo 2 trata de definições e exemplos relacionados às Funções. No capítulo 3 é apresentado o conteúdo relacionado às ferramentas estatísticas, formas de amostragem e análises de ensaios clínicos como o da Hidroxicloroquina. O capítulo 4 apresenta uma proposta de material didático para o ensino dos conteúdos de Funções e Estatística, usando o contexto da COVID-19.

2 FUNÇÕES

Este capítulo contém uma revisão de um dos conteúdos matemáticos estudados e que podem ser abordados a partir da perspectiva contextualizada da disseminação da COVID-19. O objetivo desta seção é dar um embasamento sobre funções a fim de possibilitar a compreensão do uso de função numa evolução temporal, neste caso específico, da evolução temporal de uma pandemia, principalmente através de gráficos no plano cartesiano. Além disso, são apresentados exemplos resolvidos de forma a preparar o estudante para a resolução da lista de exercícios apresentada no último capítulo deste trabalho.

2.1 DEFINIÇÕES ACERCA DE FUNÇÕES

De acordo com (LIMA, 2011), uma função $f : A \to B$ pode ser definida, de forma simplificada, como:

Definição 1. Uma função $f : A \to B$ consta de 3 partes:

- Um conjunto A, chamado de *domínio* da função (ou o conjunto onde a função é definida),
- Um conjunto B, chamado o *contradomínio* da função, ou o conjunto onde a função toma valores,
- Uma *regra* que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$, chamado o valor que a função assume em x (ou no ponto x).

Notação: Usa-se a notação $x \mapsto f(x)$ para indicar que f faz corresponder a x o valor $f(x)$. Muitas vezes se diz a "função f" em vez de "a função $f : A \to B$". Neste caso, ficam subentendidos os conjuntos A, domínio de f, e o conjunto B, contradomínio de f.

Observação 2.1.1. *Não se deve confundir f com $f(x)$: f é a* função*, enquanto que $f(x)$ é o* valor que a função assume *num ponto x do seu domínio.*

Importante: A natureza da regra que ensina como obter o valor $f(x) \in B$ quando é dado $x \in A$ é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições:

1. Não deve haver exceções: a fim de que f tenha o conjunto A como domínio, a regra deve fornecer $f(x)$ para *todo* $x \in A$;

2. <u>Não deve haver ambiguidades:</u> a cada $x \in A$, a regra deve fazer corresponder um *único* $f(x)$ em B.

Dessa forma, não existem funções com vários significados, isto, é, pela condição 2 acima, se $x = y$ em A, então $f(x) = f(y)$ em B. Ainda, segue das considerações acima que duas funções $f : A \to B$ e $g : A' \to B'$ são iguais, se e somente se, $A = A', B = B'$ e $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$. Ou seja, duas funções são *iguais* quando têm o mesmo domínio, o mesmo contradomínio e a mesma regra de correspondência.

O *gráfico* de uma função $f : A \to B$ é o subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano $A \times B$ formado pelos pares ordenados $(x, f(x))$, onde $x \in A$ é qualquer:

$$G(f) = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\}.$$

Definição 2. Produto cartesiano: Dados dois conjuntos A e B não vazios, chama-se *produto cartesiano de A por B* o conjunto de todos os pares ordenados (a, b), com $a \in A$ e $b \in B$. Indicamos o produto cartesiano A por B por $A \times B$, que se lê "*A cartesiano B*".

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ e } b \in B\}.$$

Então, segue-se da definição de igualdade entre funções que duas funções são iguais se, e somente se, possuem o mesmo gráfico.

Observação 2.1.2. *Para que um subconjunto $G \subset A \times B$ seja o gráfico de uma função $f : A \to B$, é necessário e suficiente que, para cada $x \in A$, exista um único ponto $(x, y) \in G$ cuja primeira coordenada seja x. Para funções $f : A \to B$, onde A e B são conjuntos de números reais, esta condição significa que* toda paralela ao eixo das ordenadas, *traçada por um ponto de A, deve cortar o gráfico G em um único ponto.*

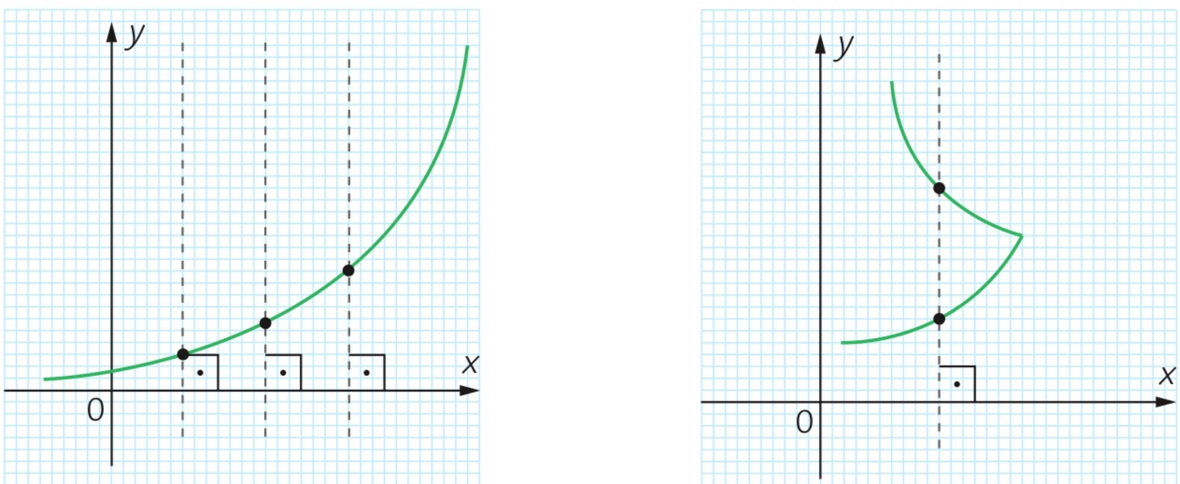

Figura 2 – Exemplo: determinando se um conjunto de pontos é gráfico ou não de uma função. O exemplo à direita não é gráfico de uma função. Fonte: (DANTE, 2014).

Na figura à esquerda temos o gráfico de uma função $f : A \to B$. A figura à direita mostra um subconjunto de $A \times B$ que *não* pode ser gráfico de uma função de A em B.

Definição 3. Uma função $f : A \to B$ chama-se *injetiva* quando, dados x, y quaisquer em A, $f(x) = f(y)$ implica que $x = y$. Ou seja, quando $x \neq y$, em A implica $f(x) \neq f(y)$, em B.

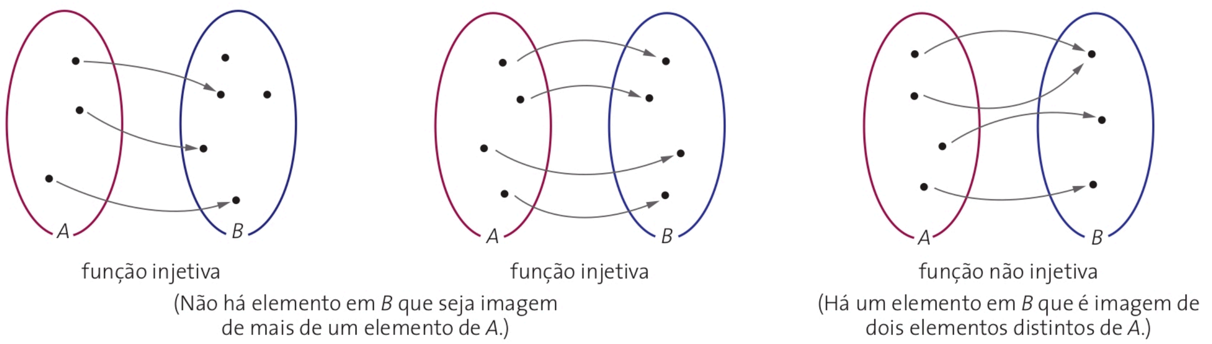

Figura 3 – Ilustração de função injetiva e função não injetiva. Fonte: (DANTE, 2014).

Exemplo 1. *A função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2 - 1$ não é *injetiva, pois:*

- *para* $x = 1$ *corresponde* $f(1) = 0$.
- *para* $x = -1$ *corresponde* $f(-1) = 0$.

Neste caso, para dois valores diferentes de x *encontramos um* <u>*mesmo valor*</u> *para a função.*

Definição 4. Uma função $f : A \to B$ chama-se *sobrejetiva* quando, para todo $y \in B$ existe pelo menos um $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Ou seja, f é sobrejetiva quando todo elemento de B é *imagem* de pelo menos um elemento de A, isto é, quando $Im(f) = B$.

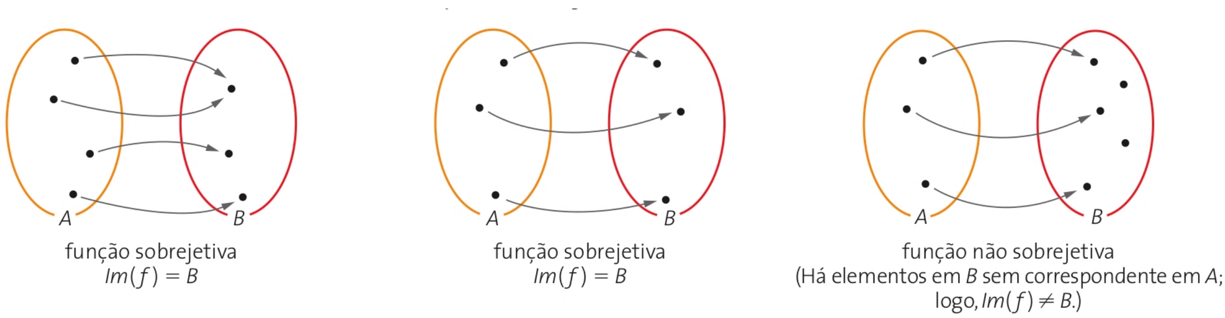

Figura 4 – Ilustração de função sobrejetiva e função não sobrejetiva. Fonte: (DANTE, 2014).

Exemplo 2. *A função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x + 2$ *é sobrejetiva, pois* <u>*todo*</u> *elemento de* $\mathbb{R}$ *é imagem de um elemento de* $\mathbb{R}$ *pela função* $[x = f(x) - 2]$. *Veja:*

- $f(x) = 5$ *é imagem de* $x = 3$*, pois* $5 - 2 = 3$.

- $f(x) = 0$ *é imagem de* $x = -2$*, pois* $0 - 2 = -2$.

Definição 5. Uma função $f : A \to B$ chama-se *bijetiva* quando é injetiva e sobrejetiva.

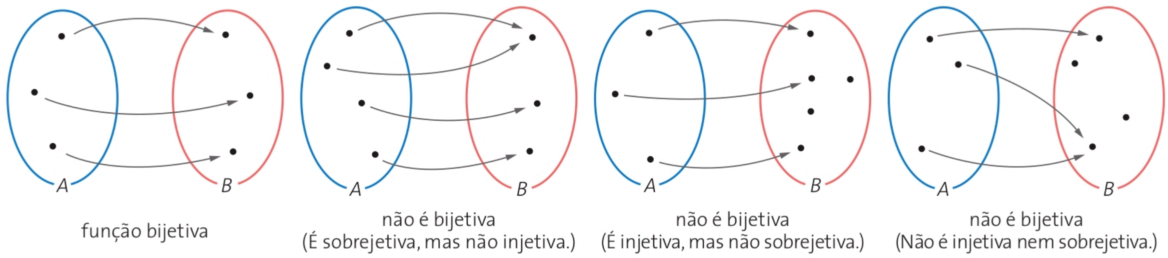

Figura 5 – Ilustração de função bijetiva e função não bijetiva. Fonte: (DANTE, 2014).

Exemplo 3. *A função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = 3x$ *é bijetiva, pois é injetiva e sobrejetiva, uma vez que cada número real do contradomínio* $\mathbb{R}$ *tem como correspondente no domínio a sua terça parte, que sempre existe e é única.*

Definição 6. Dadas uma função $f : A \to B$ e uma parte $X \subset A$, chama-se *imagem* de X pela função f ao conjunto $f(X)$ formado pelos valores $f(x)$ que f assume nos pontos $x \in X$. Assim

$$f(X) = \{f(x) \mid x \in X\} = \{y \in B \mid y = f(x), x \in X\}.$$

2.2 FUNÇÕES IMPORTANTES

Vejamos agora alguns exemplos de funções muito usadas em aplicações e no ensino de funções.

- Função Constante $f(x) = c$. Desconsidera a entrada e então a saída é sempre a constante c, isto é, é um polinômio de grau zero, $f(x) = cx^0$, cujo gráfico é sempre uma reta horizontal.

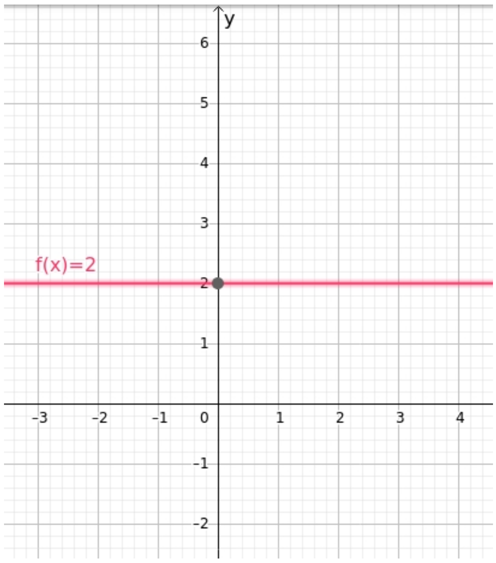

Figura 6 – Ilustração de Função Constante. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Afim $f(x) = mx + c$. Pega uma entrada, multiplica por m e soma c. É um polinômio do primeiro grau, seu gráfico é sempre uma reta inclinada (exceto no caso em que $m = 0$).

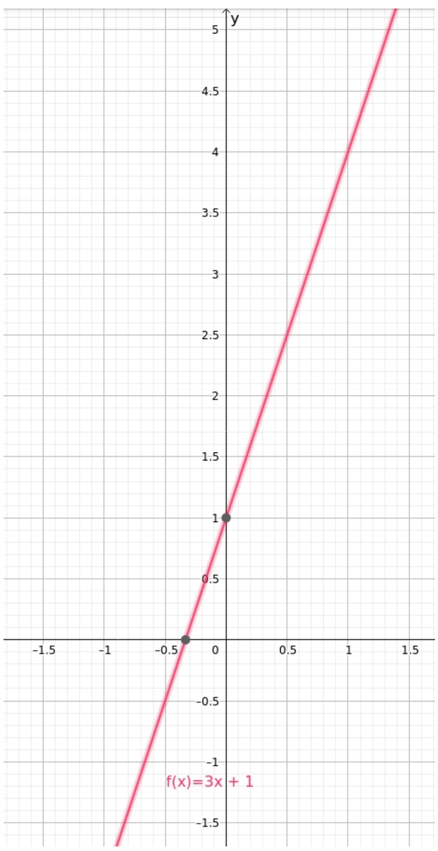

Figura 7 – Ilustração de Função Afim. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Identidade $f(x) = x$. Pega uma entrada e não a altera, gerando uma saída idêntica à entrada. É um polinômio do primeiro grau, $f(x) = x^1 = x$, sendo assim um caso especial de função afim.

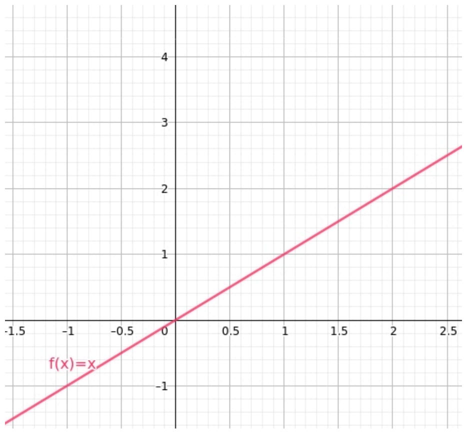

Figura 8 – Ilustração de Função Identidade. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. É um polinômio do segundo grau, seu gráfico é uma parábola, exceto quando $a = 0$.

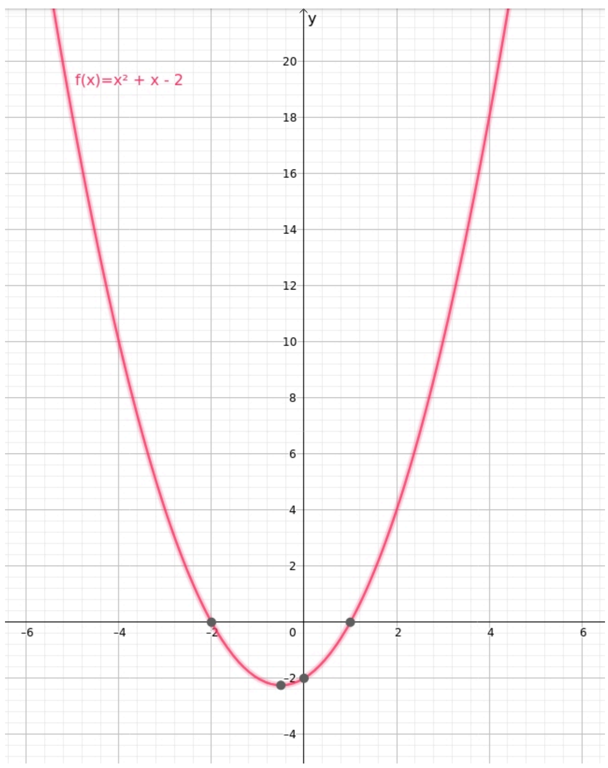

Figura 9 – Ilustração de Função Quadrática. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Polinomial $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$. O número n é chamado de grau do polinômio.

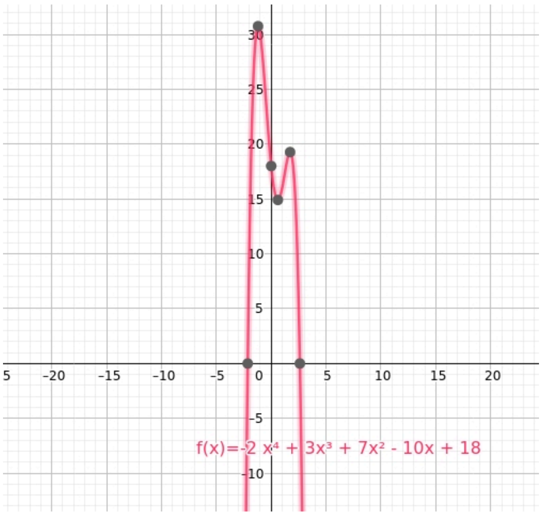

Figura 10 – Ilustração de Função Polinomial. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Exponencial. $f(x) = a^x$. É aquela que a variável está no expoente e cuja base é sempre maior que zero e diferente de um. Essas restrições são necessárias, pois 1 elevado a qualquer número resulta em 1. Assim, em vez de exponencial, estaríamos diante de uma função constante. Além disso, a base não pode ser negativa nem igual a zero, pois para alguns expoentes a função não estaria definida no domínio dos números Reais.

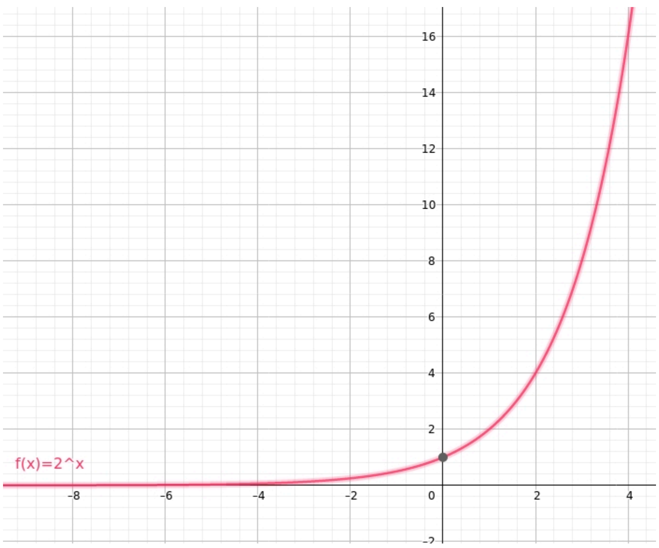

Figura 11 – Ilustração de Função Exponencial. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Logarítmica. É uma função do tipo $f(x) = \log_a x$, com a sendo um número real, positivo e diferente de 1.

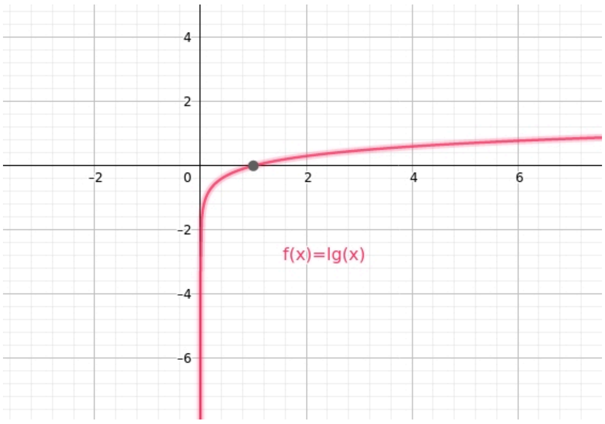

Figura 12 – Ilustração de Função Logarítmica. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Seno. A função seno é uma função periódica e seu período é 2π. Ela é expressa por $f(x) = \text{sen } x$.

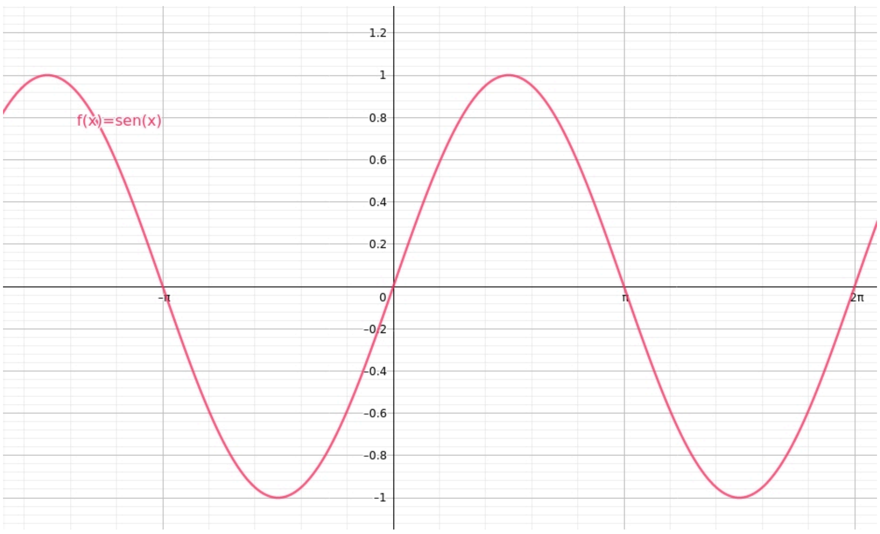

Figura 13 – Ilustração de Função Seno. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

- Função Cosseno. A função cosseno é uma função periódica e seu período é 2π. Ela é expressa por $f(x) = \cos x$.

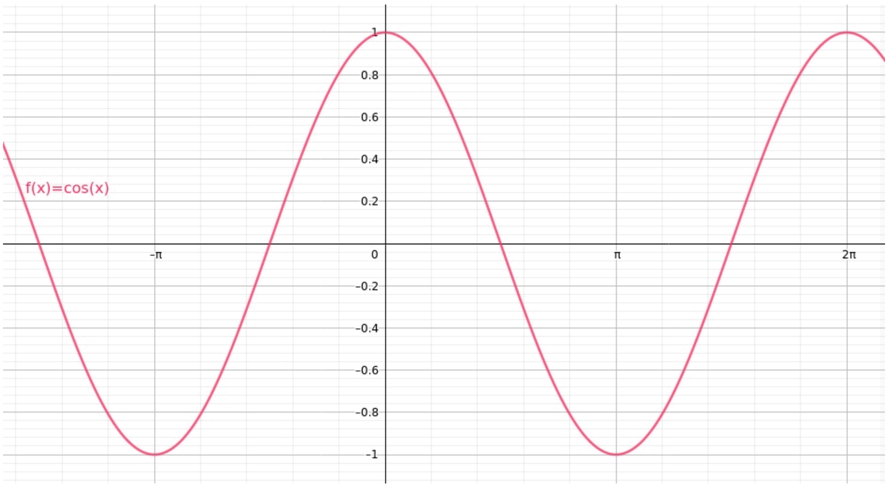

Figura 14 – Ilustração de Função Cosseno. Fonte: gráfico gerado pela autora usando o Geogebra.

2.3 GRÁFICOS

Podemos encontrar gráficos e tabelas que buscam retratar certas situações em livros, jornais e na internet. Em geral, esses gráficos e tabelas representam funções, e por meio deles podemos obter informações sobre a situação que retratam, bem como sobre as funções que representam. Geralmente o gráfico pode auxiliar na análise da variação de duas grandezas quando uma depende da outra.

A seguir são apresentados alguns gráficos construídos a partir da organização de dados disponibilizados por (BRASIL.IO, 2021) e compilados na linguagem de programação Python, cujos códigos podem ser acessados no link `https://github.com/virginiareck/graficos_COVID19_RMF`.

Observação 2.3.1. *Nos gráficos onde há um número negativo de novos casos de COVID-19, a explicação se deve ao fato de ocasionalmente ser necessário um ajuste no número de confirmados por ter sido maior do que o real em algum dia anterior.*

Observação 2.3.2. *As oscilações nas curvas apresentadas nos gráficos se devem principalmente ao fato de que estes são dados diários e de haver dias, tais como finais de semana, onde não houve atualização no número de novos casos e muitas vezes eram informados como zero e sendo então ajustados nos dias seguintes.*

Exemplo 4. *Examine o gráfico apresentado na Figura 15, que mostra a evolução do número de casos de COVID-19 em 4 municípios da Região Metropolitana da Grande Florianópolis, no ano 2021 e 2022, variando com o tempo.*

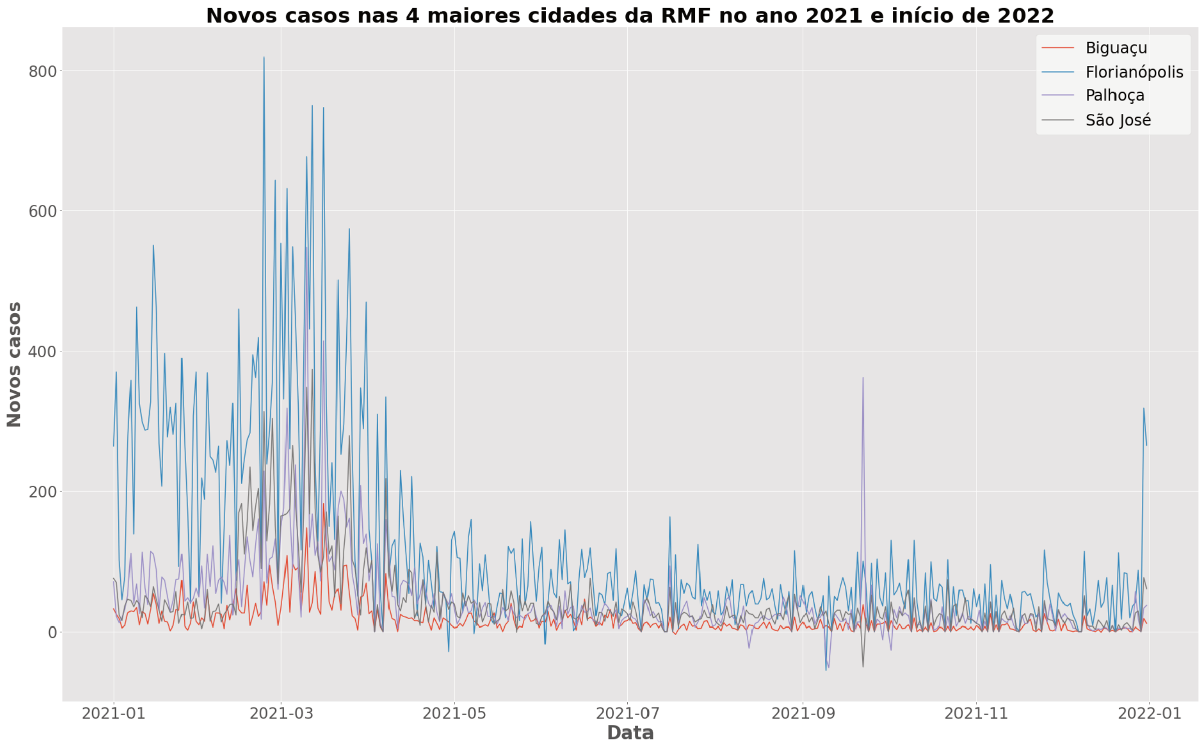

Figura 15 – Novos Casos COVID-19 em 4 cidades da RMF no ano de 2021. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

Pela análise do gráfico vemos que:

- *De março a maio de 2021 diminuiu o número de novos casos confirmados de COVID-19 nas 4 cidades representadas.*
- *Antes disso, de fevereiro a março, vinha aumentando.*
- *Nos meses seguintes os números se mantiveram semelhantes a cada mês, podendo se notar uma oscilação maior em outubro de 2021 e um possível crescimento no final do mês de dezembro, principalmente para a cidade de Florianópolis.*

Perguntas:

a) O que pode ter causado essa diminuição repentina de novos casos de COVID-19 após março de 2021?

b) O que pode ter causado o aumento no final de 2021?

Exemplo 5. *No exemplo a seguir, na Figura 16, são mostrados dados de novos casos de COVID-19 nos meses de janeiro e fevereiro de 2022, em 4 cidades de Região Metropolitana da Grande Florianópolis, sendo dados diários.*

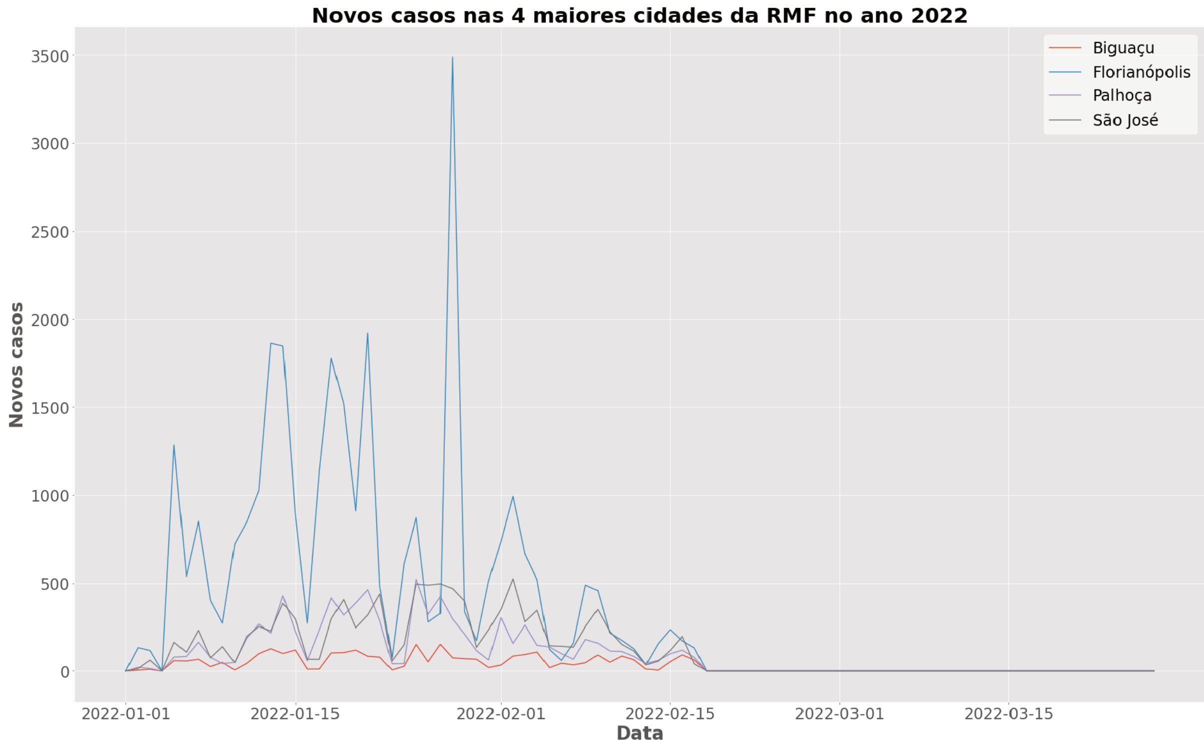

Figura 16 – Novos Casos COVID-19 em 4 cidades da RMF no ano de 2022. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

Pela análise do gráfico podemos imaginar que:

- *Do início de janeiro ao início de fevereiro de 2022 o número de novos casos de COVID-19 aumentou consideravelmente nas 4 cidades representadas no gráfico.*
- *Já no início de fevereiro é notável a diminuição do número de novos casos de COVID-19.*
- *A oscilação nas curvas deve-se, provavelmente, por se tratar de dados diários e não haver dados atualizados nos finais de semana.*

Perguntas:

a) O que pode ter causado esse aumento repentino de novos casos de COVID-19 após o final de 2021?

b) O que pode ter causado a diminuição dos casos já em fevereiro?

c) Como poderia ser suavizado o problema por não haver atualização de dados nos finais de semana? Você sabe o que é Média Móvel?

Exemplo 6. *Na Figura 17 são mostrados dados diários de novos casos de COVID-19 desde o 1º caso, em março de 2020, até o final da captura dos dados usados neste trabalho, em* *março de 2022, em todas as 9 cidades que compõem a Região Metropolitana da Grande Florianópolis.*

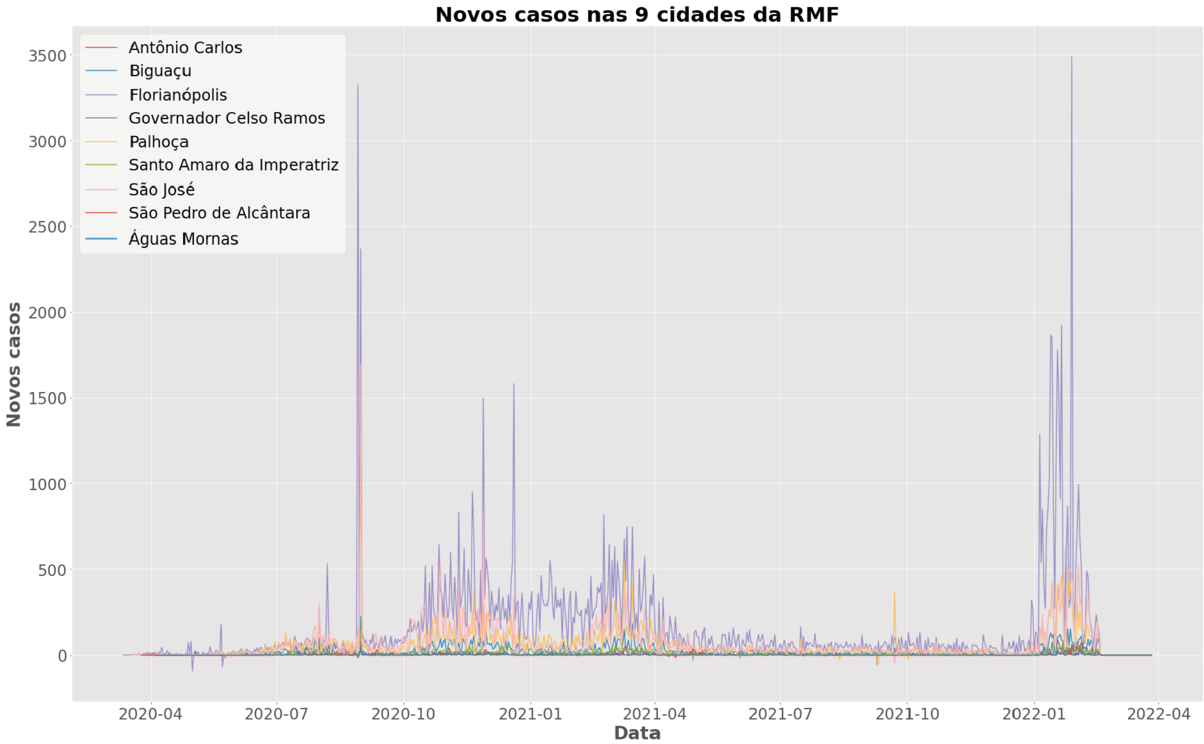

Figura 17 – Novos Casos COVID-19 nas 9 cidades da RMF de março de 2020 a março de 2022. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

Pela análise do gráfico podemos imaginar que:

- *Entre agosto e setembro de 2020 houve o maior crescimento de novos casos de COVID-19, possivelmente nas 9 cidades, mas principalmente em Florianópolis e São José.*
- *Entre os meses de outubro e dezembro de 2020 o número de novos casos de COVID-19 se manteve crescente aparentemente em todas as cidades dessa região metropolitana.*
- *Entre os meses de abril e dezembro de 2021 os números se mantiveram mais baixos e sem grandes oscilações.*

Perguntas:

a) O que pode ter causado esse aumento repentino de novos casos de COVID-19 nos meses de agosto e setembro de 2020?

b) O que pode ter causado a diminuição dos casos a partir de abril de 2021?

c) *O que pode ter causado esse aumento repentino de novos casos de COVID-19 após o final de 2021 e início de 2022?*

Abaixo, as figuras 18 e 19 são duas ilustrações geradas em código python, de ilustração para a propagação dos casos na RMF.

Parece haver relação entre municípios adjacentes e o número total de casos confirmados de COVID-19?

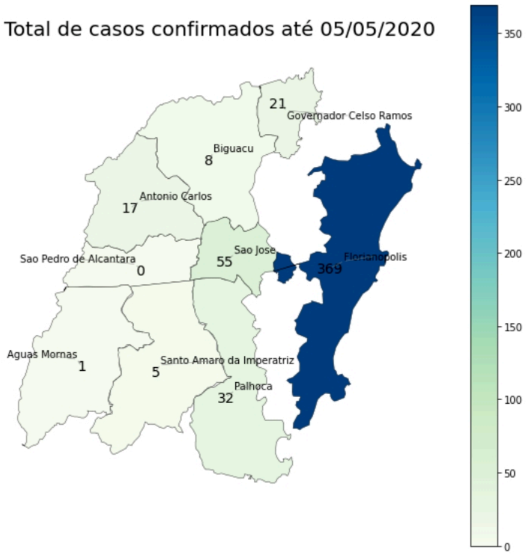

Figura 18 – Total de casos confirmados de COVID-19 na RMF até 05 de maio de 2020. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

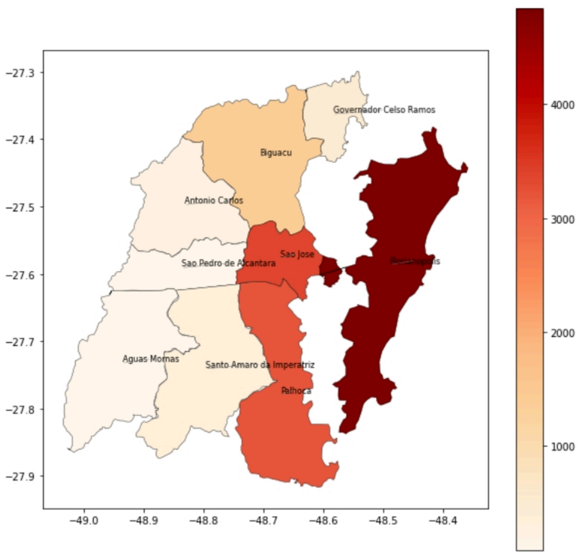

Figura 19 – Total de casos confirmados de COVID-19 na RMF até agosto de 2020. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

No próximo capítulo serão apresentados conteúdos teóricos e exemplos relacionados à COVID-19 e à Estatística, através da definição de algumas medidas estatísticas utilizadas nas análises de dados, além de esclarecer termos usados na epidemiologia, as principais medidas de frequência de doenças e os principais indicadores de saúde que servem para avaliar o cenário epidemiológico de uma população.

3 ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA

Este capítulo busca resgatar as definições de medidas básicas usadas na estatística, tais como média e desvio padrão, utilizando (LARSON; FARBER, 2010) e (MORETTIN; BUSSAB, 2010). Além disso, serão definidos conceitos de estatística comumente utilizados no contexto de epidemias, tais como taxa de mortalidade, letalidade, incidência e prevalência, a partir do exposto em (OPAS/OMS, 2010) e (GOMES, 2015).

3.1 DEFINIÇÃO GERAL DE ESTATÍSTICA

A Estatística é a ciência que coleta, organiza, analisa e interpreta dados para a tomada de decisões. O estudo de Estatística tem duas ramificações consideráveis: Estatística Descritiva e Estatística Inferencial. A Estatística Descritiva é o ramo da Estatística que envolve a organização, o resumo e a representação dos dados. Já a Estatística Inferencial é o ramo da Estatística que envolve o uso de uma amostra para chegar a conclusões sobre uma população. Uma ferramenta básica no estudo da Estatística Inferencial é a Probabilidade (LARSON; FARBER, 2010).

De acordo com (LARSON; FARBER, 2010), há dois tipos de *conjuntos de dados* usados em estatística, chamados de população e amostra. Dados amostrais podem ser usados para formar conclusões sobre populações. Os dados amostrais devem ser coletados usando o método apropriado, tal como a seleção aleatória [1].

Definição 7. *População* é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação. É uma coleção de todos os resultados, respostas, medições ou contagens que são de interesse.
Amostra é qualquer subconjunto ou subgrupo da população.

Definição 8. *Técnicas de amostragem:* De acordo com (LARSON; FARBER, 2010), um *censo* é uma contagem ou medição de uma população inteira. A realização de um censo fornece informações completas, mas ela é frequentemente cara e difícil de realizar. Uma *amostragem* é uma contagem ou medição de parte de uma população e é mais comumente usada nos estudos estatísticos. Para coletar dados imparciais, o pesquisador deve ter certeza de que a amostra representa a população.

[1] Utilizando-se um procedimento aleatório, sorteia-se um elemento da população, sendo que todos os elementos têm a mesma probabilidade de ser selecionados. Repete-se o procedimento até que sejam sorteadas as n unidades da amostra.(MORETTIN; BUSSAB, 2010)

Observação 3.1.1. *Técnicas de amostragem apropriadas devem ser utilizadas para assegurar que as inferências sobre a população são válidas. Quando um estudo é realizado com dados falhos, os resultados são questionáveis. Mesmo com os melhores métodos de amostragem um erro de amostragem pode acontecer. Um* erro de amostragem é a diferença entre os resultados da amostra e da população. *Na Estatística Inferencial também há técnicas para controlar esses erros de amostragem. Uma amostra aleatória é aquela na qual todos os membros de uma população tem chances iguais de serem selecionados. Uma amostra aleatória simples é aquela na qual toda amostra possível de mesmo tamanho tem a mesma chance de ser selecionada (LARSON; FARBER, 2010).*

Quando realizamos um estudo é importante saber o tipo de dados envolvido, ou seja, o tipo de variável. A natureza dos dados com os quais estamos trabalhando determinará qual procedimento estatístico pode ser usado.

Definição 9. *Variável quantitativa:* apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração, como número de filhos, salário, idade.
Variável qualitativa: apresentam como possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado, como sexo, educação, estado civil,

Segundo (MORETTIN; BUSSAB, 2010), dentre as variáveis qualitativas, ainda podemos fazer uma distinção entre dois tipos:

- *Variável qualitativa nominal:* para a qual não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações, por exemplo o estado civil.

- *Variável qualitativa ordinal:* para a qual existe uma ordem nos seus resultados. Por exemplo, o grau de instrução ou escolaridade de um indivíduo, pois ensinos fundamental, médio e superior correspondem a uma ordenação baseada no número de anos de escolaridade completos.

De modo análogo, as variáveis quantitativas podem sofrer uma classificação dicotômica:

- *Variáveis quantitativas discretas*: cujos possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números, e que resultam, frequentemente, de uma contagem, como por exemplo número de filhos (0, 1, 2, ...);

- *Variáveis quantitativas contínuas*: cujos possíveis valores pertencem a um intervalo de números reais e que resultam de uma mensuração, como por exemplo estatura e massa de um indivíduo.

Definição 10. Gráficos: são formas de representar o conjunto de dados de forma a fornecer uma visão de conjunto mais rápida que a observação direta dos dados numéricos. É principalmente por isso que os meios de comunicação com frequência oferecem a informação estatística por meio de gráficos.

A distribuição de variáveis qualitativas, bem como as quantitativas discretas, costuma ser apresentada graficamente através de *diagramas de barras* ou por *gráficos de setores*, seja como frequências absolutas ou relativas.

Exemplo 7. *Na Figura 20 a seguir, é mostrado um gráfico de barras com dados do total de óbitos causados pela COVID-19 desde o 1º caso, em março de 2020, até o final da captura dos dados usados neste trabalho, em março de 2022, em todas as 9 cidades que compõem a Região Metropolitana da Grande Florianópolis. O valores estão em frequência absoluta.*

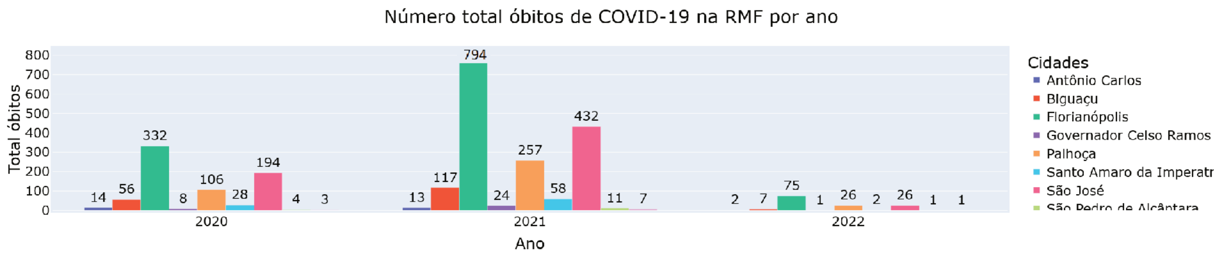

Figura 20 – Total de óbitos por COVID-19 nas 9 cidades da RMF nos anos 2020, 2021 e 2022. Fonte: compilação de dados obtidos do (BRASIL.IO, 2021).

3.2 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

A Estatística Descritiva é o ramo da Estatística que envolve a organização, o resumo e a representação dos dados. Para isso é necessária a organização de tabelas, o cálculo de medidas que possam representar ou resumir o conjunto de dados e as medidas que mostrem o quanto de variabilidade ele possui. Além disso, geralmente são utilizados gráficos para auxiliar na representação dos dados, a fim de se obter informações sobre os dados analisados.

3.2.1 Medidas de Posição

Muitas vezes queremos resumir um conjunto de dados apresentando um ou alguns valores que sejam representativos da série toda e chamamos esse valor de *medida da tendência central*. Quando usamos um só valor, obtemos uma redução drástica dos dados. Usualmente, emprega-se uma das seguintes medidas de posição (ou tendência) central: média, mediana ou moda, definidas a seguir, de acordo com (MORETTIN; BUSSAB, 2010).

Definição 11. *Média* (mais conhecida como média aritmética) de um conjunto de dados: é a soma das entradas de dados dividida pelo número de entradas. Se $x_1, \cdots, x_n$ são os n valores (distintos ou não) da variável X, a média aritmética, ou simplesmente média, de X pode ser escrita

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Exemplo 8. *Na cidade de Florianópolis, os casos confirmados de COVID-19 por mês, nos anos 2020, 2021 e 2022 são apresentados na tabela 2, de acordo com a fonte de dados (BRASIL.IO, 2021). Calcule o número médio de novos casos de COVID-19 por mês para cada um dos anos. Note que não há dados para todos os meses do ano em alguns casos.*

Tabela 2 – Número de novos casos de COVID-19 em Florianópolis por mês, nos anos 2020, 2021 e 2022. Fonte: compilação de dados (BRASIL.IO, 2021).

Mês	2020	2021	2022
Janeiro	sem dados	8381	25486
Fevereiro	sem dados	8019	5457
Março	58	11288	sem dados
Abril	356	3071	sem dados
Maio	265	2325	sem dados
Junho	759	1965	sem dados
Julho	1842	1627	sem dados
Agosto	7838	1419	sem dados
Setembro	2104	1426	sem dados
Outubro	7205	1542	sem dados
Novembro	12012	1164	sem dados
Dezembro	9640	1756	sem dados

Resolução: *Vamos chamar de $\bar{x}_{2020}$ a média para o ano 2020, $\bar{x}_{2021}$ a média para o ano 2021 e $\bar{x}_{2022}$ a média para o ano 2022. Então, temos:*

Para o ano 2020:

$$\bar{x}_{2020} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum(\textit{casos de cada mês})}{(\textit{quantidade de meses})}$$

$$\bar{x}_{2020} = \frac{\sum_{i=1}^{10} mês_i}{10} = \frac{58+356+265+759+1842+7838+2104+7205+12012+9640}{10}$$

$$\bar{x}_{2020} = \frac{42079}{10} = 4207.9.$$

Para o ano 2021:

$$\bar{x}_{2021} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum(casos\ de\ cada\ mês)}{(quantidade\ de\ meses)}$$

$$\bar{x}_{2021} = \frac{\sum_{i=1}^{12} mês_i}{12} = \frac{8381+8019+11288+3071+2325+1965+1627+1419+1426+1542+1164+1756}{12}$$

$$\bar{x}_{2021} = \frac{43983}{12} = 3665.25.$$

Para o ano 2022:

$$\bar{x}_{2022} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum(casos\ de\ cada\ mês)}{(quantidade\ de\ meses)}$$

$$\bar{x}_{2022} = \frac{\sum_{i=1}^{2} mês_i}{2} = \frac{25486 + 5457}{2}$$

$$\bar{x}_{2022} = \frac{30943}{2} = 15471.5.$$

Para pensar: Neste caso, a média é uma boa medida para resumir a informação sobre novos casos de COVID-19 por mês?

Definição 12. *Moda*: é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados. Em alguns casos, pode haver mais de uma moda, ou seja, a distribuição dos valores pode ser bimodal, trimodal, etc.

Definição 13. *Mediana*: é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente.

Observação 3.2.1. *Para calcular a moda de uma variável, precisamos apenas da distribuição de frequências (contagem). Já para a mediana necessitamos minimamente ordenar as realizações da variável. Finalmente, a média só pode ser calculada para variáveis quantitativas. Estas condições limitam bastante o cálculo de medidas-resumos para as variáveis* *qualitativas. Para as variáveis nominais somente podemos trabalhar com a moda. Para as variáveis ordinais, além da moda, podemos usar também a mediana.*

Definição 14. A *Média Móvel Simples (SMA)* é calculada somando as n observações de dados dividindo o resultado dessa soma por n, isto é:

$$SMA = \frac{c_1 + c_2 + \cdots + c_n}{n}, \text{onde } n \text{ é o número de dias.}$$

Observação 3.2.2. *No caso da COVID-19 a Média Móvel é calculada somando as 7 observações de dados dos últimos 7 dias e dividindo o resultado dessa soma por 7, isto é, é o cálculo da média aritmética simples com $n = 7$.*

$$SMA_7 = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7}{7}.$$

Observação 3.2.3. Média Móvel Exponencial (EMA) *é muito usada no mercado de ações e investimentos e é um tipo de média móvel que* dá mais peso *aos preços recentes na tentativa de torná-lo mais responsivo a novas informações* (FERNANDO, *2021). Esta medida chama-se exponencial pois utiliza a recursão.*

$$EMA_t = V_t \times \left[\frac{s}{1+d}\right] + EMA_y \times \left[1 - \frac{s}{1+d}\right], \textit{em que:}$$

$EMA_t = EMA$ *hoje*
$V_t =$ *valor hoje*
$EMA_y = EMA$ *ontem*
$s =$ *suavização*
$d =$ *número de dias*

3.2.2 Medidas de Dispersão

O resumo de um conjunto de dados por uma única medida representativa de posição central esconde toda a informação sobre a *variabilidade* do conjunto de observações. Há diferentes maneiras de medir a variação do conjunto de dados, sendo a medida mais simples a *amplitude* do conjunto. Há também o *desvio médio*, a *variância* e o *desvio padrão*, sendo estas duas últimas as mais utilizadas.

Exemplo 9 (Disponível em (MORETTIN; BUSSAB, 2010))**.** *Suponhamos que cinco grupos de alunos submeteram-se a um teste, obtendo-se as seguintes notas:*
Grupo A (variável X): 3, 4, 5, 6, 7
Grupo B (variável Y): 1, 3, 5, 7, 9

Grupo C (variável Z): 5, 5, 5, 5, 5
Grupo D (variável W): 3, 5, 5, 7
Grupo E (variável V): 3, 5, 5, 6, 6

Calculando a média de cada grupo temos que $\bar{x} = \bar{y} = \bar{z} = \bar{w} = \bar{v} = 5$. *A identificação de cada uma destas séries por sua média (5, em todos os casos) nada informa sobre suas diferentes variabilidades. Um critério frequentemente usado para comparar diferentes conjuntos de valores é aquele que mede a dispersão dos dados em torno de sua média, e duas medidas são as mais usadas: desvio médio e variância. O princípio básico é analisar os desvios das observações em relação à média dessas observações.*

Para o grupo A acima os desvios $x_i - \bar{x}$ *são, respectivamente:* $-2, -1, 0, 1, 2$. *É fácil ver que, para qualquer conjunto de dados, a soma dos desvios é igual a zero. Nestas condições, a soma dos desvios* $\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})$ *não é uma boa medida de dispersão para o conjunto A.*

Duas opções são:
(a) considerar o total dos desvios em valor absoluto (módulo);
(b)considerar o total dos quadrados dos desvios.
Para o grupo A teríamos, respectivamente,

$$\sum_{i=1}^{5} |x_i - \bar{x}| = 2 + 1 + 0 + 1 + 2 = 6.$$

$$\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2 = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 = 10.$$

Porém o uso desses totais pode causar dificuldades quando comparamos conjuntos de dados com números diferentes de observações, como os conjuntos A e D acima. Desse modo, é mais conveniente exprimir as medidas como médias, isto é, o desvio médio e a variância são definidos por:

$$dm(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}.$$

$$var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}.$$

Então, respectivamente, para o grupo A temos

$$dm(X) = \frac{6}{5} = 1.2.$$

$$var(X) = \frac{10}{5} = 2.0.$$

enquanto para o grupo D temos

$$dm(W) = \frac{4}{4} = 1.0.$$

$$var(W) = \frac{8}{4} = 2.0.$$

Podemos dizer então que, segundo o desvio médio, o grupo D é mais homogêneo que A, enquanto ambos são igualmente homogêneos, segundo a variância. Sendo a variância uma medida de dimensão igual ao quadrado da dimensão dos dados (por exemplo, se os dados são expressos em cm, a variância será expressa em cm^2*), pode causar problemas de interpretação. Costuma-se usar, então, o* desvio padrão*, que é definido como a raiz quadrada positiva da variância. Para o grupo A o desvio padrão é*

$$dp(X) = \sqrt{var(X)} = \sqrt{2} = 1.41.$$

Ambas as medidas de dispersão (dm e dp) indicam em média qual será o "erro" (desvio) cometido ao tentar substituir cada observação pela medida resumo do conjunto de dados (no caso, a média).

Definição 15. *Amplitude*: é a diferença entre o maior e o menor elemento do conjunto.

Definição 16. *Variância*: é a média da soma dos quadrados dos desvios (em relação à média).

$$var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}.$$

Definição 17. *Desvio Padrão*: é a raiz quadrada da variância.

3.2.3 Quantis e Quartis

Uma forma útil de representar a *dispersão da distribuição* de uma série de dados é usando *quantis*, que são os valores que ocupam uma determinada posição em função da quantidade de partes iguais em que foi dividida uma série ordenada de dados.

- Se dividimos nossa série em 100 partes iguais, falamos de *percentis*;
- Se a dividimos em 10 partes iguais, *decis*;
- em cinco partes, *quintis*;

- e em quatro, *quartis*.

A *mediana* da distribuição corresponde ao percentil 50 (ou quartil 2).

A diferença entre os percentis 25 e 75 (ou quartis 1 e 3, respectivamente) é denominada de *amplitude interquartil*, que é outra medida específica da dispersão de uma distribuição. Ela inclui o 50% central de valores na série de dados.

De acordo, com (OPAS/OMS, 2010), a amplitude interquartil é uma medida muito aplicada na vigilância em saúde pública, especialmente para a elaboração de canais endêmicos.

3.2.4 Distribuição Normal

A *Distribuição Normal* ou *Gaussiana* é uma distribuição simétrica (em forma de sino) e cuja representação gráfica pode ser definida pela Média e Desvio-padrão e, por isso, estes são considerados seus parâmetros. Esses dois conceitos, precisão e variação, são de grande importância para documentar a incerteza com que observamos os fenômenos na população e constituem os princípios básicos do processo de inferência estatística, cujo uso nos permite derivar conclusões acerca de toda a população, observando somente uma amostra da mesma (OPAS/OMS, 2010).

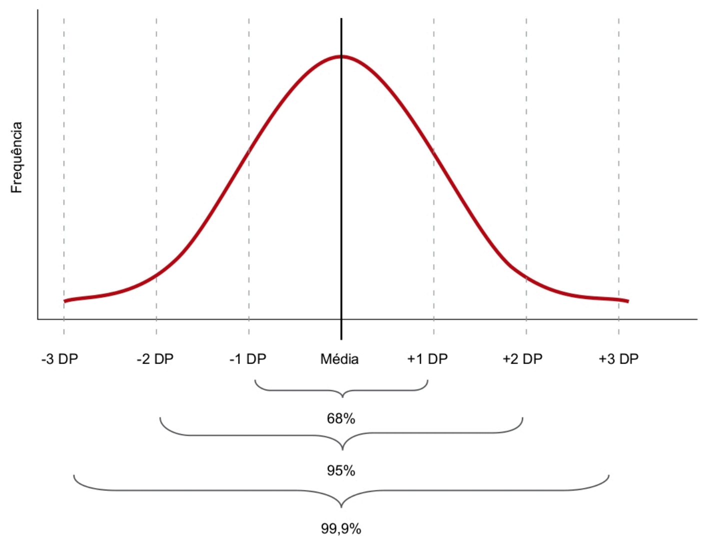

Figura 21 – Distribuição normal. Fonte: (OPAS/OMS, 2010).

Destaca-se que a Distribuição Normal define-se por 4 elementos característicos:

1. Tem um eixo de simetria.
2. A média aritmética, a mediana e a moda coincidem no mesmo valor pelo qual passa o eixo de simetria.

3. A distância entre o eixo de simetria e os pontos de inflexão da curva equivalem ao desvio-padrão.

4. É assintótica ao eixo "x" (abscissas), isto é, seus extremos se aproximam cada vez mais do eixo horizontal, sem nunca tocá-lo.

3.3 ESTATÍSTICA INFERENCIAL

3.3.1 Teste de Hipótese

Segundo (MORETTIN; BUSSAB, 2010), um dos problemas a serem resolvidos pela Inferência Estatística é o de testar uma hipótese. Isto é, feita determinada afirmação sobre uma população, usualmente sobre um parâmetro[2] dessa, desejamos saber se os resultados experimentais provenientes de uma amostra contrariam ou não tal afirmação. Muitas vezes, essa afirmação sobre a população é derivada de teorias desenvolvidas no campo substantivo do conhecimento. A adequação ou não dessa teoria ao universo real pode ser verificada ou refutada pela amostra. O objetivo do teste estatístico de hipóteses é, então, *fornecer uma metodologia que nos permita verificar se os dados amostrais trazem evidências que apoiem ou não uma hipótese (estatística) formulada.*

O procedimento básico de teste de hipótese é a de supor verdadeira a hipótese em questão e verificar se a amostra observada é "verossímil" nessas condições.

3.3.1.1 Procedimento Geral do Teste de Hipóteses

De acordo com (MORETTIN; BUSSAB, 2010):

1) Existe uma variável X associada a dada população e tem-se uma hipótese sobre determinado parâmetro θ dessa população. Por exemplo, afirmamos que o verdadeiro valor de θ é θ_0.

2) Colhe-se uma amostra aleatória de elementos dessa população e com ela deseja-se comprovar ou não tal hipótese.

3) Explicitamos claramente a hipótese que estamos colocando à prova e a chamamos de *Hipótese Nula*, e escrevemos:

$$H_0 : \theta = \theta_0.$$

[2]Parâmetros são características da população e nem sempre são conhecidas. Média e variância são exemplos de parâmetros populacionais

4) Em seguida, explicitamos também a hipótese que será considerada aceitável caso H_0 seja rejeitada. A essa hipótese chamamos de *Hipótese Alternativa* e a sua caracterização estatística irá depender do grau de conhecimento que se tem do problema estudado. A alternativa mais geral seria

$$H_1 : \theta \neq \theta_0.$$

Poderíamos ter ainda alternativas da forma:

$$H_1 : \theta < \theta_0 \text{ ou } H_1 : \theta > \theta_0,$$

dependendo das informações que o problema traz.

5) Qualquer que seja a decisão tomada, estamos sujeitos a cometer erros, definidos abaixo:
Erro de tipo I: rejeitar a hipótese nula quando essa é verdadeira. Chamamos de α a probabilidade de cometer esse erro, isto é,

$$\alpha = P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}).$$

Erro de tipo II: não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa. A probabilidade de cometer esse erro é denotada por β, logo

$$\beta = P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{não rejeitar} H_0 | H_0 \text{ é falsa}).$$

6) O objetivo do teste de hipóteses é dizer, usando uma estatística $\hat{\theta}$, se a hipótese H_0 é ou não aceitável. Operacionalmente essa decisão é tomada através da consideração de uma *Região Crítica* RC. Caso o valor observado da estatística pertença a essa região, rejeitamos H_0; caso contrário, não rejeitamos H_0.

7) Esta região é construída de modo que a probabilidade $P(\hat{\theta} \in RC | H_0 \text{ é verdadeira})$ seja igual a α, fixado a priori. RC recebe o nome de região crítica ou região de rejeição do teste.

8) É importante ressaltar que a região crítica é sempre construída sob a hipótese de H_0 ser verdadeira.

9) A determinação do valor de β é mais difícil, pois usualmente não especificamos valores fixos para o parâmetro sob a hipótese alternativa.

10) A probabilidade α de se cometer um erro de tipo I (ou de primeira espécie) é um valor arbitrário e recebe o nome de *Nível de Significância* do teste. O resultado da amostra é tanto mais significante para rejeitar H_0 quanto menor for esse nível α. Ou seja,

quanto menor for α, menor é a probabilidade de se obter uma amostra com estatística pertencente à região crítica, sendo pouco possível a obtenção de uma amostra da população para a qual H_0 seja verdadeira. Usualmente o valor de α é fixado em 5%, 1% ou 0.1%.

3.4 A ESTATÍSTICA E O CONTROLE DE DOENÇAS

Com a cura de apenas um paciente é impossível dizer se um novo tratamento fez a diferença ou não. Talvez essa pessoa tenha melhorado por conta própria ou o tratamento tenha causado efeitos colaterais que os tornaram piores. Não podemos saber sem comparar.

Qualquer novo tratamento deve passar por um ensaio clínico. Isso envolve dar a um grupo de pacientes o tratamento e a outro grupo de pacientes semelhantes um placebo (um tratamento simulado que não tem efeito) ou os cuidados habituais.

Em março de 2020, os resultados de um pequeno[3] ensaio clínico da Hidroxicloroquina sugeriram que ela poderia curar todos os casos de COVID-19 quando combinada com um antibiótico chamado Azitromicina (GAUTRET et al., 2020). Isso levou a um enorme interesse público na droga e serviços de saúde em todo o mundo passaram a estocar e tratar pacientes com ela.

Apesar da atenção da mídia e de figuras públicas, o teste da Hidroxicloroquina foi rapidamente criticado pelos cientistas pela forma como foi realizado e analisado. Estudos maiores nos meses seguintes descobriram que a Hidroxicloroquina não era apenas ineficaz contra o COVID-19, mas também apresentava sérios efeitos colaterais (GROUP, 2020).

Em 2021, Grupos de especialistas da Organização Mundial da Saúde (WHO) recomendaram ensaios de mortalidade de quatro medicamentos antivirais reaproveitados[4] – Remdesivir, Hidroxicloroquina, Lopinavir e Interferon beta-1a — em pacientes hospitalizados com COVID-19. As conclusões foram de que tiveram pouco ou nenhum efeito em pacientes hospitalizados com COVID-19, conforme indicado pela mortalidade, início da ventilação e duração da internação (ORGANIZATION et al., 2021).

Ensaios clínicos devem ser projetados com muito cuidado para evitar a introdução de viés nos resultados. Os ensaios clínicos são estudos altamente complexos, exigindo grandes equipes de especialistas para concluí-los com sucesso. No entanto, existem alguns princípios básicos que normalmente são aplicados para garantir resultados confiáveis, incluindo:

[3] 36 pacientes (20 pacientes tratados com hidroxicloroquina e 16 pacientes controle)
[4] 11.266 pacientes foram incluídos no estudo de 405 hospitais em 30 países.

- Um grupo de controle: metade dos pacientes recebe o tratamento padrão atual ou placebo, enquanto a outra metade recebe o novo tratamento. Esses grupos devem ser tão semelhantes quanto possível para evitar quaisquer outros efeitos que possam influenciar os resultados.

- Randomização: os pacientes devem ser aleatoriamente designados para o grupo de controle ou o grupo de tratamento. Isso evita qualquer viés dos pacientes ou de seus médicos, decidindo quem deve estar em qual grupo.

- Princípio da intenção de tratar: a análise deve ser baseada nos grupos aos quais os pacientes foram atribuídos, mesmo que não tenham completado o tratamento. Isso ajuda a evitar viés se alguns pacientes desistirem porque pioram durante o tratamento.

- Ocultação: Sempre que possível, os pacientes e os médicos que os tratam não devem saber quem está recebendo o tratamento testado versus o tratamento padrão ou placebo.

- Poder suficiente: os grupos de estudo devem ser grandes o suficiente para minimizar efeitos aparentemente significativos que aparecem devido ao acaso.

O caso do exemplo do estudo da eficácia do uso da Hidroxicloroquina no tratamento da COVID-19 (GAUTRET et al., 2020) não satisfez todos esses itens e mesmo assim teve seu uso difundido e suas distribuição realizada de forma deliberada, causando muitos efeitos colaterais nos pacientes em todo o mundo.

3.4.1 Indicadores de Saúde

Medidas de frequências de doenças são indicadores construídos com o objetivo de mensurar a ocorrência de doenças na população. Em termos gerais, as principais medidas em saúde são índices, coeficientes, taxas, indicadores. Segundo Lima, Pordeus e Rouquayrol (apud (GOMES, 2015), p. 28), essas medidas podem ser definidas de acordo com os conceitos abaixo:

- *Índice*: termo genérico apropriado para referir-se a todos os descritores da vida e da saúde; inclui todos os termos numéricos existentes e incidentes que trazem a noção de grandeza.

- *Coeficientes*: são medidas secundárias que, ao serem geradas pelos quocientes entre medidas primárias de variáveis independentes, deixam de sofrer influência dessas variáveis para expressar somente a intensidade dos riscos de ocorrência. Em outras palavras, trata-se da frequência com que um evento ocorre na população.

- *Taxas*: são medidas de risco aplicadas para cálculos de estimativas e projeções de incidências e prevalências em populações de interesse.
- *Indicadores*: são os índices críticos capazes de orientar a tomada de decisão em prol das evidências ou providências.

Para se calcular a frequência com que as doenças ou problemas de saúde acometem a população, são utilizadas as seguintes medidas de frequência: incidência e prevalência.

Definição 18. *Incidência* é a frequência de novos casos de uma determinada doença ou problema de saúde num determinado período de tempo, oriundo de uma população com risco de adoecer no início da observação (COSTA; KALE, 2009 apud (GOMES, 2015)).

Segundo (GOMES, 2015), a incidência pode ser mensurada de forma bastante simples, basta contabilizar a ocorrência sobre uma população num determinado período de tempo, o que representa o número de casos incidentes. No entanto, essa medida é pouco útil para se compreender a proporção desse número sobre a população ou para se comparar tal medida com os resultados encontrados em outras populações. Portanto, para que seja utilizada como um indicador de saúde, é necessário que se calcule a taxa de incidência (MEDRONHO, 2005; PEREIRA, 1995 apud (GOMES, 2015)).

Cálculo da incidência:

$$\text{Incidência} = \frac{(\text{número de casos novos em determinado período})}{(\text{número de pessoas expostas ao risco no mesmo período})} \times \text{constante.} \tag{3.1}$$

Observação 3.4.1. *A constante é uma potência com base 10 (100, 1.000, 10.000, 100.000), pela qual se multiplica o resultado para torná-lo mais "amigável" ou seja, para se ter um número inteiro. É muito mais difícil compreender uma taxa de* $0,15$ *mortes por 1.000 habitantes do que uma taxa de 15 mortes por 100.000 habitantes. Quanto menor for o numerador em relação ao denominador, maior a constante utilizada.*

Exemplo 10. *Com base na tabela 3, que apresenta as 9 cidades que compõem a Região Metropolitana da Grande Florianópolis com as respectivas populações, os casos confirmados e os óbitos causados pela COVID-19 no ano de 2020, calcule a taxa de incidência para cada município.*

Observação: Consideraremos que para calcular a incidência no caso específico da COVID-19 toda a população de determinada cidade pode ser considerada em risco ao mesmo tempo.

Tabela 3 – População, casos e óbitos causados pela COVID - 19 nos municípios da Região Metropolitana da Grande Florianópolis no ano 2020. Fonte: compilação de dados (BRASIL.IO, 2021).

Município	População(2018)	Casos confirmados(2020)	Óbitos(2020)
Florianópolis	492977	42079	332
São José	242927	21702	194
Palhoça	168259	15128	106
Biguaçu	67458	5980	56
Santo Amaro da Imperatriz	22905	1978	28
Governador Celso Ramos	14333	1311	8
Antônio Carlos	8411	753	14
Águas Mornas	6378	444	3
São Pedro de Alcântara	5709	524	4

De acordo com a equação (3.1), *temos:*

$$Incidência = \frac{(número\ de\ casos\ novos\ em\ determinado\ período)}{(número\ de\ pessoas\ expostas\ ao\ risco\ no\ mesmo\ período)} \times constante.$$

$$Incidência\ Florianópolis = \frac{42079}{492977} \times constante.$$

$$Incidência\ Florianópolis = 0.08501 \times constante$$

Usando a constante conveniente igual a 100000:

$$Incidência\ Florianópolis = 0.08501 \times 100000.$$

$$Incidência\ Florianópolis = 8501\ casos\ confirmados\ a\ cada\ 100\ mil\ habitantes.$$

De forma análoga,

$$Incidência\ São\ José = \frac{21702}{242927} \times constante$$

$$Incidência\ São\ José = 0.08933 \times 100000.$$

$$Incidência\ São\ José = 8933\ casos\ confirmados\ a\ cada\ 100\ mil\ habitantes.$$

$$Incidência\ Palhoça = \frac{15128}{168259} \times constante$$

$$Incidência\ Palhoça = 0.08990 \times 100000.$$

$$Incidência\ Palhoça = 8990\ casos\ confirmados\ a\ cada\ 100\ mil\ habitantes.$$

$$Incidência\ Biguaçu = \frac{5980}{67458} \times constante$$

$$\textit{Incidência Biguaçu} = 0.08864 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência Biguaçu} = 8864 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Santo Amaro da Imperatriz} = \frac{1978}{22905} \times \textit{constante}$$

$$\textit{Incidência Santo Amaro da Imperatriz} = 0.08635 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência Santo Amaro da Imperatriz} = 8635 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Governador Celso Ramos } = \frac{1311}{14333} \times \textit{constante}$$

$$\textit{Incidência Governador Celso Ramos } = 0.09146 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência Governador Celso Ramos } = 9146 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Antônio Carlos } = \frac{753}{8411} \times \textit{constante}$$

$$\textit{Incidência Antônio Carlos } = 0.08952 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência Antônio Carlos } = 8952 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Águas Mornas } = \frac{444}{6378} \times \textit{constante}$$

$$\textit{Incidência Águas Mornas } = 0.06961 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência Águas Mornas } = 6961 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência São Pedro de Alcântara } = \frac{524}{5709} \times \textit{constante}$$

$$\textit{Incidência São Pedro de Alcântara } = 0.09178 \times 100000.$$

$$\textit{Incidência São Pedro de Alcântara } = 9178 \textit{ casos confirmados a cada 100 mil habitantes.}$$

Observação 3.4.2. *Neste exemplo utilizamos a constante igual a 100mil de modo a facilitar a comparação da incidência entre as cidades. Contudo, de acordo com a população total das cidades a constante que faria mais sentido em algumas cidades seria 1mil ou 10mil, de forma que a informação faria mais sentido para o morador da respectiva cidade.*

$$\textit{Incidência Biguaçu} = 0.08864 \times 10000.$$

$$\textit{Incidência Biguaçu} = 886,4 \textit{ casos confirmados a cada 10 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Santo Amaro da Imperatriz} = 0.08635 \times 10000.$$

$$\textit{Incidência Santo Amaro da Imperatriz} = 863,5 \textit{ casos confirmados a cada 10 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Governador Celso Ramos } = 0.09146 \times 10000.$$

$$\textit{Incidência Governador Celso Ramos } = 914,6 \textit{ casos confirmados a cada 10 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Antônio Carlos } = 0.08952 \times 1000.$$

$$\textit{Incidência Antônio Carlos } = 89,52 \textit{ casos confirmados a cada 1 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência Águas Mornas } = 0.06961 \times 1000.$$

$$\textit{Incidência Águas Mornas } = 69,61 \textit{ casos confirmados a cada 1 mil habitantes.}$$

$$\textit{Incidência São Pedro de Alcântara } = 0.09178 \times 1000.$$

$$\textit{Incidência São Pedro de Alcântara } = 91,78 \textit{ casos confirmados a cada 1 mil habitantes.}$$

Definição 19. *Prevalência* é a medida do número total de casos existentes, chamados casos prevalentes, de uma doença em um ponto ou período de tempo e em uma população determinada, sem distinguir se são casos novos ou não. A prevalência é um indicador da magnitude da presença de uma doença ou outro evento de saúde na população (OPAS/OMS, 2010).

Dessa forma, prevalência é uma medida estática que representa a aferição do número de casos existentes em uma população em:

- um dado instante: chamada de prevalência pontual ou instantânea.
  Exemplo: aferição dos casos no 1º dia do ano.

- num dado período: chamada de prevalência de período.
  Exemplo: aferição dos casos durante 1 ano.

A prevalência pode ser calculada com base na seguinte fórmula:

$$\text{Prevalência} = \frac{(\text{número de casos existentes em determinado período})}{(\text{número de pessoas na população no mesmo período})} \times \text{constante.} \quad (3.2)$$

A incidência é bastante utilizada em investigações etiológicas[5] para elucidar relações de causa e efeito, avaliar o impacto de uma política, ação ou serviço de saúde, além de estudos de prognóstico.

Já a prevalência pode ser utilizada para o planejamento de ações e serviços de saúde, previsão de recursos humanos, diagnósticos e terapêuticos. Ressalta-se que a prevalência é uma medida mais adequada para doenças crônicas ou de longa duração[6].

Segundo Costa e Kale (apud (GOMES, 2015) p. 31), a prevalência pode ser definida como a frequência de casos existentes de uma determinada doença em uma determinada população e em um dado momento. Em outras palavras, são os casos já existentes (antigos) somados aos casos novos, numa dada população durante um período de tempo. A imagem abaixo expressa bem essas definições.

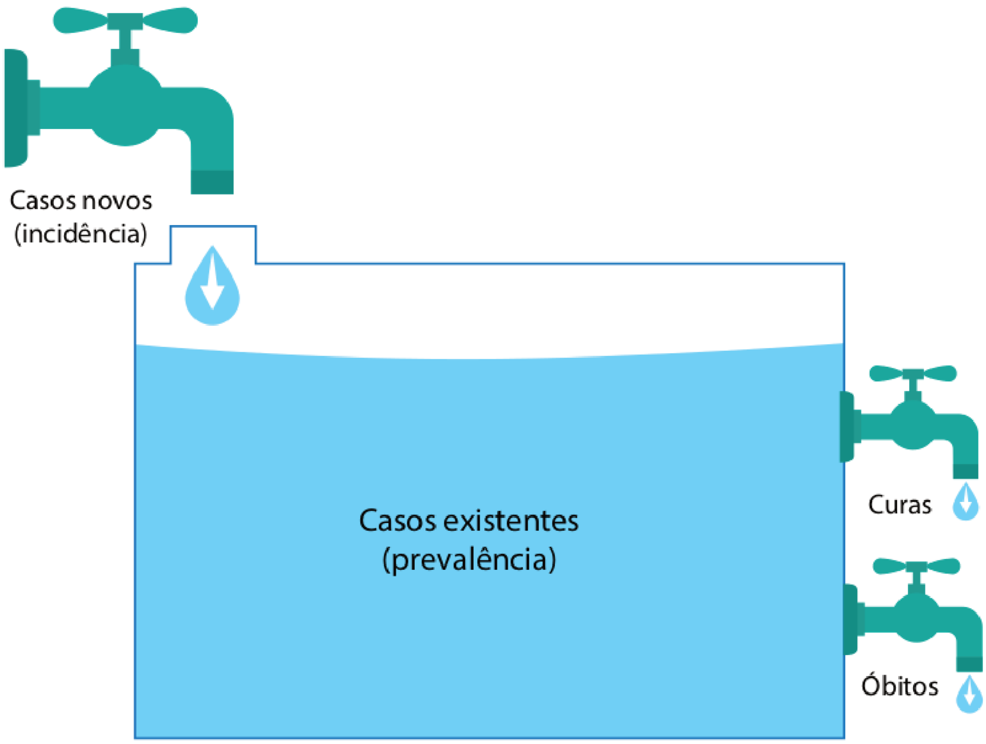

Figura 22 – Modelo representativo da prevalência de uma doença. Fonte: UNA-SUS/UFSC, 2013 apud (GOMES, 2015)

[5]Etiologia é o ramo de estudo destinado a pesquisar a origem e a causa de um determinado fenômeno.
[6]Doenças que possuem um lento desenvolvimento e uma longa duração. Exemplos: Colesterol Alto, Hipertensão, Osteoporose, Diabetes, Câncer, etc.

Definição 20. *Mortalidade* é uma medida muito utilizada como indicador de saúde porque permite avaliar as condições de saúde de uma população, pois a taxa de mortalidade estima o risco absoluto de morrer. É calculada dividindo-se o número de óbitos pela total da população (OPAS/OMS, 2010).

$$\text{taxa de mortalidade geral} = \frac{\text{número de óbitos}}{\text{população total}} \times \text{constante}.$$

As taxas de mortalidade podem referir-se a toda a população de um país ou território ou restringir-se a uma comunidade, instituição ou a uma amostra populacional e podem, também, ser calculadas para grupos específicos de população, conforme sexo, idade, grupos de doenças ou outras características relevantes (por exemplo, a mortalidade infantil).

Exemplo 11. *Podemos calcular a mortalidade da COVID-19 para as cidades da RMF ao final do ano 2020 usando a tabela* (3)*.*

Para Florianópolis:

$$mortalidade \;\; = \frac{332}{492977} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00067 \times 10000.$$

$$mortalidade = 6.7 \;\; a\ cada\ 10mil\ habitantes.$$

Para São José:

$$mortalidade \;\; = \frac{194}{242927} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00079 \times 10000.$$

$$mortalidade = 7.9 \;\; a\ cada\ 10mil\ habitantes.$$

Para Palhoça:

$$mortalidade \;\; = \frac{106}{168259} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00062 \times 10000.$$

$$mortalidade = 6.2 \;\; a\ cada\ 10mil\ habitantes.$$

Para Biguaçu:

$$mortalidade \;\; = \frac{56}{67458} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00083 \times 10000.$$

$$mortalidade = 8.3 \;\; a\ cada\ 10mil\ habitantes.$$

Para Santo Amaro da Imperatriz:

$$mortalidade \;\; = \frac{28}{22905} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00122 \times 10000.$$

$$mortalidade = 12.2 \ \ a \ cada \ 10mil \ habitantes.$$

Para Governador Celso Ramos:

$$mortalidade \ \ = \frac{8}{14333} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00055 \times 10000.$$

$$mortalidade = 5.5 \ \ a \ cada \ 10mil \ habitantes.$$

Para Antônio Carlos:

$$mortalidade \ \ = \frac{14}{8411} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00166 \times 10000.$$

$$mortalidade = 16.64 \ \ a \ cada \ 10mil \ habitantes.$$

Para Águas Mornas:

$$mortalidade \ \ = \frac{3}{6378} \times constante$$

$$mortalidade = 0.00047 \times 10000.$$

$$mortalidade = 4.7 \ \ a \ cada \ 10mil \ habitantes.$$

Para São Pedro de Alcântara:

$$mortalidade \ \ = \frac{4}{5709} \times constante$$

$$mortalidade = 0.0007 \times 10000.$$

$$mortalidade = 7.0 \ \ a \ cada \ 10mil \ habitantes.$$

Definição 21. *Letalidade* é uma medida da gravidade da doença. Expressa o poder que uma doença ou agravo à saúde tem de provocar a morte nas pessoas acometidas. É calculada dividindo-se o número de óbitos por determinada doença pelo número de casos da mesma doença.

$$\text{taxa de letalidade} = \frac{\text{número de óbitos}}{\text{número de casos}} \times \text{constante}.$$

Exemplo 12. *Podemos calcular a letalidade da COVID-19 para as cidades da RMF ao final do ano 2020 usando a tabela* (3).

Para Florianópolis:

$$letalidade\ = \frac{332}{42079} \times constante$$

$$letalidade = 0.00788 \times 1000.$$

$$letalidade = 7.88\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para São José:

$$letalidade\ = \frac{194}{21702} \times constante$$

$$letalidade = 0.00893 \times 1000.$$

$$letalidade = 8.93\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para Palhoça:

$$letalidade\ = \frac{106}{15128} \times constante$$

$$letalidade = 0.007 \times 1000$$

$$letalidade = 7.0\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para Biguaçu:

$$letalidade\ = \frac{56}{5980} \times constante$$

$$letalidade = 0.00936 \times 1000.$$

$$letalidade = 9.36\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para Santo Amaro da Imperatriz:

$$letalidade\ = \frac{28}{1978} \times constante$$

$$letalidade = 0.01415 \times 1000.$$

$$letalidade = 14.15\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para Governador Celso Ramos:

$$letalidade\ = \frac{8}{1311} \times constante$$

$$letalidade = 0.0061 \times 1000.$$

$$letalidade = 6.1\ a\ cada\ 1mil\ casos\ confirmados$$

Para Antônio Carlos:

$$letalidade\ = \frac{14}{753} \times constante$$

$$letalidade = 0.01859 \times 1000.$$

$$letalidade = 18.59 \ a \ cada \ 1mil \ casos \ confirmados$$

Para Águas Mornas:

$$letalidade = \frac{3}{444} \times constante$$

$$letalidade = 0.00675 \times 1000.$$

$$letalidade = 6.75 \ a \ cada \ 1mil \ casos \ confirmados$$

Para São Pedro de Alcântara:

$$letalidade = \frac{4}{524} \times constante$$

$$letalidade = 0.00763 \times 1000.$$

$$letalidade = 7.63 \ a \ cada \ 1mil \ casos \ confirmados$$

Definição 22. *Fator de risco:* característica ou circunstância detectável nos indivíduos ou grupos, associada com uma probabilidade incrementada de experimentar um dano ou efeito adverso à saúde. Geralmente, um fator de risco é um atributo ou exposição que incrementa a probabilidade de ocorrência de uma doença ou outro dano à saúde.

No próximo capítulo serão apresentadas algumas aplicações de Funções e Estatística no contexto da pandemia, conteúdos estes já abordados neste trabalho e embasados nos capítulos anteriores. Para isso, o capítulo retoma algumas definições e conceitos, usa exemplos e sugere uma lista de exercícios, tanto sobre Funções quanto sobre Estatística. Este capítulo é o resultado de todo o trabalho, cujo objetivo foi montar uma proposta de material didático para uso em sala de aula pelo professor do ensino médio. Tal material gerou uma apostila intitulada “Proposta de material didático para o ensino dos conteúdos de Funções e Estatística, usando o contexto dos casos de COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis”.

4 EXERCÍCIOS E APLICAÇÕES

Este capítulo tem como objetivo apresentar a proposta de material didático para uso em sala de aula pelo professor do ensino médio, disponível na apostila intitulada "Proposta de material didático para o ensino dos conteúdos de Funções e Estatística, usando o contexto dos casos de COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis".

4.1 FUNÇÕES

Segundo (VIESER, 2021a), as pessoas geralmente associam crescimento com *crescimento linear*, como por exemplo a informação de que um fio de cabelo humano cresce, em média, $0,4$ mm por dia, independentemente do seu comprimento, facilita o cálculo de quanto um fio de cabelo cresceu em 10 ou 100 dias. Porém, o caso de investimentos financeiros ou a propagação de uma pandemia, são exemplos de *crescimentos exponenciais*, onde o aumento é uma função que depende da quantidade atual.

Um campo importante em que se aplica o crescimento exponencial é a epidemiologia, onde falamos do número de reprodução, R , que especifica quantas pessoas são infectadas, em média, por uma pessoa infectada.

Definição 23. *Função Exponencial:* A função exponencial f, de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $\mathbb{R}$, é definida por:

$$f(x) = a^x \text{ onde } a > 0 \text{ e } a \neq 1.$$

Observação 4.1.1. *Função Exponencial: é aquela em que a variável está no expoente e cuja base é sempre maior que zero e diferente de um. Essas restrições são necessárias, pois 1 elevado a qualquer número resulta em 1. Assim, em vez de exponencial, estaríamos diante de uma função constante. Além disso, a base não pode ser negativa nem igual a zero, pois para alguns expoentes a função não estaria definida.*

No caso da pandemia de COVID-19, estamos interessados em saber quanto tempo leva para o número de pessoas recém-infectadas dobrar, chamado *tempo de duplicação.*

Exemplo 13. *O Sarampo é uma doença infecciosa grave, causada por um vírus, e pode ser fatal. A única maneira de evitar o Sarampo é por meio da vacinação (SAÚDE, 2020a). O Sarampo é tão contagioso que uma pessoa infectada pode transmitir a doença para 90% das pessoas próximas que não estejam imunizadas. A transmissão pode ocorrer entre 4 dias antes e 4 dias depois do aparecimento de manchas vermelhas pelo corpo. Depois do contato com alguém doente, a pessoa pode apresentar os sintomas em média após 10 dias,* *variando de 7 a 18 dias.*

Sintomas iniciais:

– febre acompanhada de tosse;

– irritação nos olhos;

– nariz escorrendo ou entupido;

– falta de apetite;

– mal-estar intenso.

Complicações:

O sarampo é uma doença grave que pode deixar sequelas por toda a vida ou causar a morte.

-Crianças: pneumonia; infecções de ouvido; encefalite aguda; morte.

-Adultos: pneumonia.

-Gestantes: parto prematuro; bebê com baixo peso.

Tratamento:

O sarampo não tem tratamento específico. Os medicamentos são utilizados para reduzir o desconforto provocado pelos sintomas da doença. As complicações bacterianas do sarampo devem ser tratadas especificamente.

Prevenção:

A única forma de prevenir o sarampo é por meio da vacinação.

*O R_0 do Sarampo é entre 12 e 18 (*GUERRA et al., 2017*). Usaremos $R_0 = 15$, isto é, uma pessoa com Sarampo pode contaminar, em média, outras 15 pessoas se nenhuma precaução for tomada. Isso acontece num intervalo de 8 dias, isto é, D=8. Vamos preencher a tabela abaixo para entender melhor a gravidade dessa doença e a importância da vacinação contra o Sarampo, devido a sua enorme transmissibilidade.*

Tabela 4 – Exemplo - Modelando a propagação da infecção do Sarampo.

Dias	8 dias	16 dias	24 dias	32 dias	40 dias
Número de novos infectados	15	225	3375	50625	759375

Isto é, após 40 dias, sem qualquer medida de prevenção, serão 759.375 novos infectados por Sarampo. Isso acontece tão rapidamente porque a transmissão acontece de acordo com uma função exponencial de base 15, isto é, $f(x) = 15^x$ onde x é o período de tempo (não necessariamente o número de dias).

Então, qual é o tempo de duplicação do Sarampo? Isto é, dado de um caso de um infectado inicial, após quanto tempo haverão 2 infectados? Para responder devemos resolver a equação exponencial

$$15^{\frac{x}{8}} = 2.$$

$$\log_{15} 15^{\frac{x}{8}} = \log_{15} 2$$
$$\frac{x}{8} = \log_{15} 2$$
$$\frac{x}{8} = 0.2559$$
$$x = 0.2559 \times 8$$
$$x = 2.047.$$

Isto é, a duplicação do número de novos infectados por Sarampo ocorre aproximadamente a cada 2 dias.

4.1.1 Lista de exercícios sobre Funções

Exercício 1. (Adaptada de (VIESER, 2021b)) Quando queremos acompanhar o avanço de uma doença, devemos saber quantas pessoas (em média) são infectadas por *uma pessoa infectada* se nenhuma precaução for tomada. Este *"número básico de reprodução"*, chamado R_0, é cerca de 4 para COVID-19 (a original, não as variantes) (DUTRA, 2020). Se ocorrerem mutações que tornem o vírus mais contagioso, o valor de R_0 aumenta adequadamente. Para a pólio, o valor de R_0 é 6; para o sarampo, é entre 12 e 18 (GUERRA et al., 2017). Além de R_0, o *tempo D*, durante o qual a pessoa infectada é infecciosa também desempenha um papel na dinâmica da disseminação da doença. Para COVID-19, o valor para D é de cerca de 5 dias (DUTRA, 2020).
Em resumo: Na pandemia de COVID-19, em média, um infectado infecta 4 outras pessoas dentro de 5 dias.

a) Represente o número de pessoas recém-infectadas no diagrama (Figura 23) com círculos concêntricos, (cada círculo representa um período de tempo de 5 dias). Em cada círculo, indique cada pessoa recém-infectada como um ponto. Além disso, desenhe linhas de conexão entre pessoas infectadas e a pessoa infectante.

b) Complete a tabela 5 a seguir e use os dados na tabela para traçar pontos no plano cartesiano abaixo (Figura 24) e em seguida conecte os pontos com uma curva.

Tabela 5 – Exercício - Modelando a propagação da infecção.

Dias	5	10	15	20	25
Número de novos infectados					

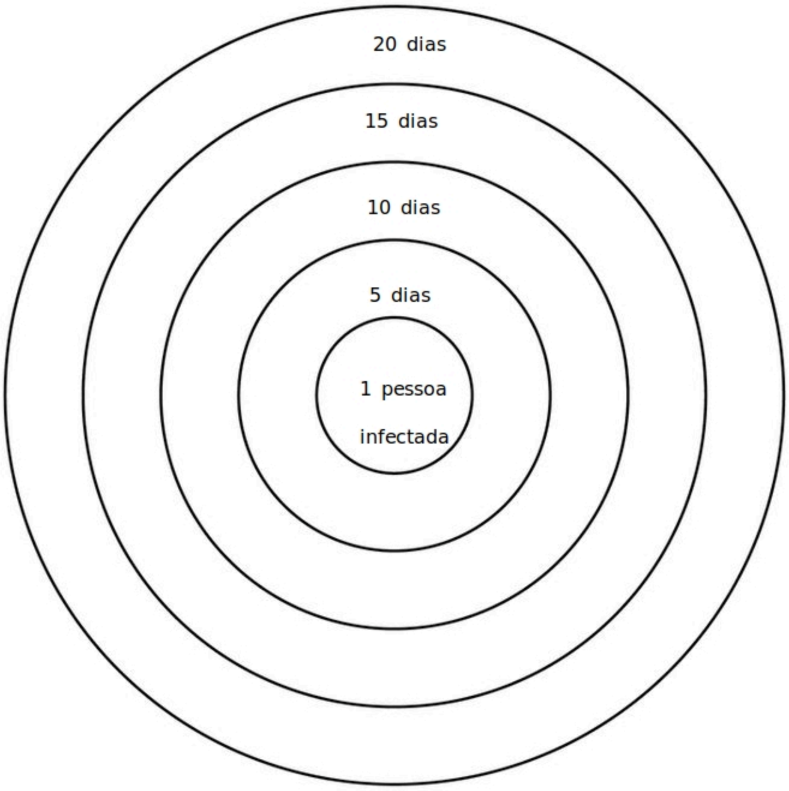

Figura 23 – Exercício:Diagrama com círculos concêntricos para representar disseminação de infecções. Fonte: a autora.

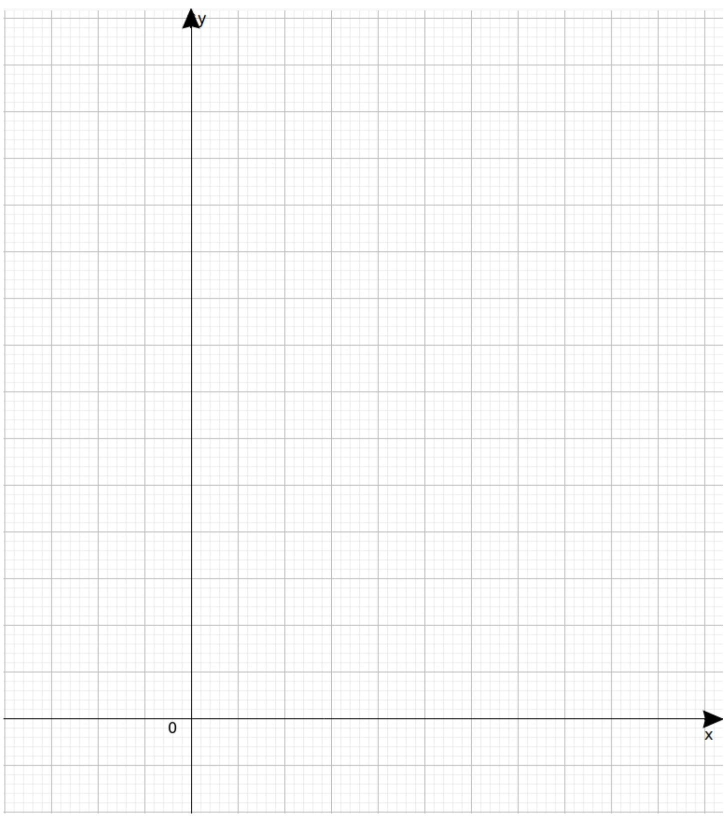

Figura 24 – Exercício:Plano cartesiano. Fonte: a autora.

c) Baseado no exemplo anterior que calcula o tempo de duplicação do Sarampo, qual é o tempo de duplicação da COVID-19?

d) Use o tempo de duplicação obtido na questão anterior para completar a tabela 6:

Tabela 6 – Exercício - Crescimento da infecção por período de duplicação.

número de duplicações	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dias									
número de novas pessoas recém infectadas									

e) Nessas condições, quantos dias se passarão até que 1 milhão de pessoas sejam infectadas com COVID-19? Considere que a condição inicial é um caso confirmado, com $R_0 = 4$ e D=5.

Exercício 2. Medidas como distanciamento físico e uso de máscaras faciais fazem com que a infecção se espalhe *mais lentamente*. Isso é expresso por R, chamado *"número efetivo de reprodução"*. Essas medidas de prevenção reduzirão o valor R. Se a mobilidade e, portanto, a probabilidade de contato e infecção, é reduzido em $x\%$, então o número efetivo de reprodução seria definido como $R = (1 - x/100) \times R_0$. Isto significa que se a mobilidade for restringida em 80%, então R é reduzido para 20% de R_0. O uso de máscara facial para diminuir os aerossóis também reduz a probabilidade de infecção em $y\%$ e afeta o valor R. Juntas, essas duas medidas resultam em $R = (1 - x/100) \times (1 - y/100) \times R_0$.

a) Use o mini aplicativo criado no Geogebra (Elaborado por (VIESER, 2021b)) para saber mais sobre como conter a propagação do COVID-19 simulando os efeitos do distanciamento e do uso das máscaras faciais usando a ferramenta Controles deslizantes. Além disso, é possível alterar o momento em que as medidas começam a ser implementadas. `https://www.geogebra.org/m/qavutkx5`.

b) Como o momento do início da(s) medida(s) de contenção altera o curso do gráfico?

c) Como as seguintes medidas de contenção afetam o número de novas pessoas infectadas?

   i. Apenas distanciamento físico.

   ii. apenas máscaras.

   iii. distanciamento físico e máscaras.

Exercício 3. Numa sala de aula com 30 alunos, a professora está no terceiro dia de sintomas característicos de COVID-19 tais como tosse e coriza, mas permanece trabalhando por considerar que é apenas um resfriado. Supondo $R_0 = 3$ e $D = 5$ dias, responda:

a) Em quantos dias toda a turma estará contaminada, considerando que não haja distanciamento social, uso de máscaras e nem afastamento dos alunos com ou sem sintomas?

b) Suponha que a efetividade do uso da máscara facial seja de 0.5 e do distanciamento social (pelo menos 1,5m) seja 0.3. Tomando ambas as precauções, no mesmo tempo calculado no item a, quantos alunos teriam sido contaminados?

Exercício 4. No Brasil, em janeiro de 2022, após o relaxamento das restrições nas festas de final de ano, houve o aumento de casos de COVID-19 causados principalmente pela nova variante Ômicron coincidindo com o aumento de casos de infecção pelo H3N2, um subtipo do vírus influenza A conhecido como Darwin. Sabendo que a principal diferença entre os sintomas era de que os acometidos pelo Influenza apresentavam uma febre alta já nos 2 primeiros dias, enquanto os casos da COVID-19 (original) tinham febre branda e os casos de Ômicron não apresentavam febre. Seja $T(t) = 36,4 + \dfrac{3}{t} + 1$ a função que expressa temperatura de um paciente depois de receber um antitérmico, onde T representa a temperatura em graus Celsius e t é o tempo percorrido em horas a partir do momento em que o paciente é medicado.
Responda:

a) Em quanto tempo um paciente contaminado com o vírus H3N2 e apresentando febre de 39,5° terá sua temperatura normalizada?

b) E no caso de COVID-19, com 38,5°?

c) Esboce um gráfico que represente essas situações relacionado T e t para cada possibilidade (COVID-19, H3N2).

Exercício 5. Considere a seguinte situação hipotética: duas cidades vizinhas com cerca de 200 mil habitantes (Palhoça e São José), cada uma dispondo de 50 leitos hospitalares disponíveis para internação, possui 25 casos de contaminados pelo vírus da COVID-19 em cada. Supondo que a cidade P, Palhoça, seja atingida apenas pela variante Delta e que a cidade S, São José, somente pela variante Ômicron. Sabendo que as duas principais diferenças entre essas duas variantes é a taxa de transmissão e a taxa de internação, aproximadas de (MISHRA, 2021), (SENANAYAKE, 2022) conforme tabela 7: Responda:

Tabela 7 – Taxas de transmissão e internação hospitalar das variantes Delta e Ômicron.

	Delta	Ômicron
Taxa de transmissão (ou tempo de duplicação)	a cada 6 dias	a cada 3 dias
Taxa de internação	1%	0.25%

a) após 30 dias, quantos novos contaminados haverá em cada cidade? (desconsiderando a possibilidade de circulação de indivíduos entre elas).

b) após 30 dias, quantos casos sujeitos a internação hospitalar haverá em cada cidade?

c) Por que, apesar de possuir sintomas mais brandos e menor taxa de internação, a variante Ômicron é preocupante?

d) Esboce um gráfico dos novos casos de cada variante nesses 30 dias.

4.1.2 Resolução de exercícios sobre Funções

Resolução do exercício 1. item c)

Para responder devemos resolver a equação exponencial

$$4^{\frac{x}{5}} = 2.$$

$$(2^2)^{\frac{x}{5}} = 2^1$$

$$2 \times \frac{x}{5} = 1$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 2.5 \text{ dias.}$$

Isto é, a duplicação do número de novos infectados pela COVID-19 ocorre aproximadamente a cada 2.5 dias.

item e)

$$4^{\frac{x}{5}} = 1.000.000.$$

$$\log_4(4^{\frac{x}{5}}) = \log_4(1.000.000)$$

$$\frac{x}{5} = \log_4(1.000.000)$$

$$\frac{x}{5} = 9.96$$

$$x = 9.96 \times 5$$

$$x = 49.82 \text{ dias.}$$

Isto é, em aproximadamente 50 dias 1 milhão de pessoas estariam com COVID-19 (se nenhuma precaução fosse tomada).

Resolução do exercício 2.

Resolução do exercício 3. a)

$$3^{\frac{x}{5}} = 30.$$

$$\log_3(3^{\frac{x}{5}}) = \log_3(30)$$
$$\frac{x}{5} = \frac{\log_{10}(30)}{\log_{10}(3)} = 3.09$$
$$x = 15.45 \text{ dias.}$$

b)

$$R = (1 - x/100) \times (1 - y/100) \times R_0.$$

$$R = (1 - 0.5) \times (1 - 0.3) \times 3$$

$$R = 0.5 \times 0.7 \times 3$$

$$R = 1.05.$$

Então, usando o R efetivo, no item a teríamos:

$$(1.05)^{\frac{x}{5}} = 30.$$

$$\log_{1.05}(1.05^{\frac{x}{5}}) = \log_{1.05}(30)$$
$$\frac{x}{5} = \log_{1.05}(30) = 69.71$$
$$x = 348.55 \text{ dias.}$$

Resolução do exercício 4.

Resolução do exercício 5. a) Novos casos:

Na cidade P (variante Delta):

$25 \times 2 = 50$ (após 6 dias)

$25 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^2 = 100$ (após 12 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^3 = 200$ (após 18 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^4 = 400$ (após 24 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^5 = 800$ (após 30 dias).

Na cidade S (variante Ômicron):

$25 \times 2 = 50$ (após 3 dias)

$25 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^2 = 100$ (após 6 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^3 = 200$ (após 9 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^4 = 400$ (após 12 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^5 = 800$ (após 15 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times = 25 \times 2^6 = 1600$ (após 18 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^7 = 3200$ (após 21 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^8 = 6400$ (após 24 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^9 = 12800$ (após 27 dias)

$25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 2^{10} = 25600$ (após 30 dias).

b) Casos sujeitos a internação:

Na cidade P (variante Delta):

1% de 800 = 8 pessoas internadas.

Na cidade S (variante Ômicron):

0.25% de 25600 = 64 pessoas internadas.

4.2 ESTATÍSTICA

A média móvel é um termo estatístico que passou a fazer parte dos noticiários diários no Brasil e no mundo com o aumento dos casos de COVID-19 desde o início da pandemia, em 2020. Seu uso se justifica no fato de que é uma forma de suavizar uma série de eventos, permitindo a visualização do comportamento dos dados sem a presença de variações. Isto é, a média móvel é usada para remover variações sazonais, cíclicas e irregulares a fim de descrever a tendência. Quanto maior o número de observações, mais variações são atenuadas.

No caso da COVID-19, ela foi usada com 7 observações (7 dias) para suavizar o efeito da falta de atualizações de dados de muitos municípios nos finais de semana. Basicamente temos 2 tipos de média móvel: a Média Móvel Simples e a Média Móvel Exponencial (ou Ponderada).

Definição 24. A *Média Móvel Simples (SMA)* no caso da COVID-19 é calculada somando as 7 observações de dados da semana e dividindo o resultado dessa soma por 7, isto é, é o cálculo da média aritmética simples.

$$SMA = \frac{c_1 + c_2 + \cdots + c_n}{n}, \text{onde } n \text{ é o número de dias.}$$

Letalidade e mortalidade são termos estatísticos comumente usados nos estudos em epidemiologia e que passaram a ser usados no cotidiano, uma vez que aparecem diariamente na mídia, na divulgação dos dados acerca do coronavírus. Contudo, é fácil confundi-los:
Segundo (GOMES, 2015), tais medidas podem ser definidas como:

Definição 25. *Mortalidade* é uma medida muito utilizada como indicador de saúde porque permite avaliar as condições de saúde de uma população, pois a taxa de mortalidade estima o risco absoluto de morrer. É calculada dividindo-se o número de óbitos pela total da população (OPAS/OMS, 2010).

$$\text{taxa de mortalidade geral} = \frac{\text{número de óbitos}}{\text{população total}} \times \text{constante.}$$

Definição 26. *Letalidade* é uma medida da gravidade da doença. Expressa o poder que uma doença ou agravo à saúde tem de provocar a morte nas pessoas acometidas. É calculada dividindo-se o número de óbitos por determinada doença pelo número de casos da mesma doença.

$$\text{taxa de letalidade} = \frac{\text{número de óbitos}}{\text{número de casos}} \times \text{constante.}$$

4.2.1 Lista de exercícios sobre Estatística

Exercício 6. Com base nos dados da tabela 8, calcule as taxas de letalidade e mortalidade para cada uma das cidades da Região Metropolitana da Grande Florianópolis. Qual das duas taxas você usaria para expressar uma notícia cujo objetivo fosse alertar as pessoas? E como poderia ser uma notícia para acalmar?

Tabela 8 – População, casos e óbitos causados pela COVID-19 nos municípios da Região Metropolitana da Grande Florianópolis até 29 de maio de 2022. Fonte: Dados extraídos de (BRASIL.IO, 2021) e organizados pela autora.

Município	População (2018)	Casos confirmados	Total de óbitos
Florianópolis	492.977	117.005	1.201
São José	242.927	150,453	652
Palhoça	168.259	39.341	389
Biguaçu	67.458	15.003	180
Santo Amaro da Imperatriz	22.905	5.174	88
Governador Celso Ramos	14.333	3.959	33
Antônio Carlos	8.411	2.286	29
Águas Mornas	6.378	1.056	11
São Pedro de Alcântara	5.709	1.017	16

Exercício 7. Com base nos dados da tabela 9, calcule a média móvel para as três semanas epidemiológicas apresentadas, entre os dias 20 de dezembro de 2021 e 08 de janeiro de 2022. Os dados se referem a novos casos confirmados por dia na cidade de Florianópolis. Comente os resultados.

Tabela 9 – Exercício: Novos casos confirmados de COVID-19 no município de Florianópolis- de 20/12/2021 a 08/01/2022. Fonte: Dados extraídos de (BRASIL.IO, 2021) e organizados pela autora.

Município	Data	Semana Epidemiológica	Novos casos
Florianópolis	2021-12-19	202151	66
Florianópolis	2021-12-20	202151	0
Florianópolis	2021-12-21	202151	112
Florianópolis	2021-12-22	202151	17
Florianópolis	2021-12-23	202151	83
Florianópolis	2021-12-24	202151	82
Florianópolis	2021-12-25	202151	19
Florianópolis	2021-12-26	202152	36
Florianópolis	2021-12-27	202152	41
Florianópolis	2021-12-28	202152	87
Florianópolis	2021-12-29	202152	0
Florianópolis	2021-12-30	202152	318
Florianópolis	2021-12-31	202152	265
Florianópolis	2022-01-01	202152	0
Florianópolis	2022-01-02	202201	133
Florianópolis	2022-01-03	202201	117
Florianópolis	2022-01-04	202201	0
Florianópolis	2022-01-05	202201	1285
Florianópolis	2022-01-06	202201	539
Florianópolis	2022-01-07	202201	851
Florianópolis	2022-01-08	202201	402

4.2.2 Resolução de exercícios sobre Estatística

Resolução do exercício 6. Cálculo da letalidade da COVID-19 de 2020 a maio 2022 (calculado mais detalhadamente no exemplo 12):

Para Florianópolis: letalidade = 7.88 a cada 1mil casos confirmados.

Para São José: letalidade = 8.93 a cada 1mil casos confirmados.

Para Palhoça: letalidade = 7.0 a cada 1mil casos confirmados.

Para Biguaçu: letalidade = 9.36 a cada 1mil casos confirmados.

Para Santo Amaro da Imperatriz: letalidade = 14.15 a cada 1mil casos confirmados.

Para Governador Celso Ramos: letalidade = 6.1 a cada 1mil casos confirmados.

Para Antônio Carlos: letalidade = 18.59 a cada 1mil casos confirmado.s

Para Águas Mornas: letalidade = 6.75 a cada 1mil casos confirmados.

Para São Pedro de Alcântara: letalidade = 7.63 a cada 1mil casos confirmados.

Resolução do exercício 7.

- De 19 a 25 de dezembro (semana epidemiológica 202151):

$$\text{Média móvel} = \frac{66 + 0 + 112 + 17 + 83 + 82 + 19}{7}$$

$$\text{Média móvel} = \frac{379}{7}$$

$$\text{Média móvel} = 54,14.$$

- De 26 de dezembro a 02 de janeiro (semana epidemiológica 202152):

$$\text{Média móvel} = \frac{36 + 41 + 87 + 0 + 318 + 265 + 0}{7}$$

$$\text{Média móvel} = \frac{747}{7}$$

$$\text{Média móvel} = 106,71.$$

- De 03 a 25 de dezembro (semana epidemiológica 202201):

$$\text{Média móvel} = \frac{133 + 117 + 0 + 1285 + 539 + 851 + 402}{7}$$

$$\text{Média móvel} = \frac{3327}{7}$$

$$\text{Média móvel} = 475,28.$$

5 CONCLUSÃO

Este trabalho buscou organizar material teórico e exemplos aplicados ao contexto da epidemiologia, mais especificamente, da COVID-19, de forma que possibilitem ao professor a apresentação de exemplos contextualizados. Além disso, buscou-se destacar o papel da ciência e da estatística no desenvolvimento de medidas de controle e tratamento de doenças.

Uma vez que foram utilizados dados reais da COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis, este trabalho pode também ser informativo, uma vez que os exemplos podem aproximar os professores e alunos dessa região para a sua realidade.

Dados acerca do número de novos casos confirmados, novos mortos, total de contaminados e total de mortos destes 9 municípios foram filtrados, organizados e cruzados com dados das suas respectivas coordenadas geográficas a fim de possibilitar uma ilustração visual do avanço dos casos entre as cidades da RMF.

Os materiais e atividades propostos na Apostila *Proposta de material didático para o ensino dos conteúdos de Funções e Estatística, usando o contexto dos casos de COVID-19 na Região Metropolitana da Grande Florianópolis*, podem ser utilizados pelos professores, ou outros profissionais da educação, que buscam alternativas aplicadas e contextualizadas para a sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL, M. da Saúde do. *Painel de casos de doença pelo coronavírus 2019 (COVID-19) no Brasil pelo Ministério da Saúde*. 2022. `https://covid.saude.gov.br`. [Online; acessado em 01 de junho de 2022].

BRASIL.IO. *Especial COVID-19*. 2021. `https://brasil.io/covid19/`. [Online; acessado em 05 de dezembro de 2021].

CATARINA, G. de S. *Região Metropolitana da Grande Florianópolis (SC)*. 2022. `https://www.sc.gov.br/noticias/fotos/setoriais/mapa-regiao-metropolitana-46844`. Acesso em: 17 jul. 2022.

CATARINA, S. Lei complementar nº 636, de 09 de setembro de 2014. *Institui a Região Metropolitana da Grande Florianópolis (RMF) e a Superintendência de Desenvolvimento da Região Metropolitana da Grande Florianópolis (Suderf) e estabelece outras providências. Disponível em:< http://leis.alesc.sc.gov.br/html/2014/636_2014_Lei_complementar.html*, v. 66, 2014.

COLAB, G. *Google Colab*. 2021. `https://colab.research.google.com/`.

COTA, W. Monitoring the number of COVID-19 cases and deaths in brazil at municipal and federative units level. *SciELOPreprints:362*, FapUNIFESP (SciELO), maio 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/scielopreprints.362>.

COTA, W. C. *Número de casos confirmados de COVID-19 no Brasil*. 2022. `https://covid19br.wcota.me/`. [Online; acessado em 28 de junho de 2022].

DANTE, L. R. Projeto múltiplo: Matemática : ensino médio. *São Paulo: Ática*, v. 1, 2014.

DUTRA, C. Estimativa do número básico de reprodução r0 do covid-19 nos países da américa do sul. *InterAmerican Journal of Medicine and Health*, v. 3, p. 1–7, 2020.

FERNANDO, J. *Média Móvel (MA)*. Investopedia, 2021. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/m/movingaverage.asp>.

FIOCRUZ, I. de Comunicação e Informação Científica e Tecnológica em S. I. *MonitoraCovid-19*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2020. `https://bigdata-covid19.icict.fiocruz.br/`. [Online; acessado em 01 de junho de 2022].

FOUNDATION, P. S. *Python*. 2021. `https://www.python.org/`.

GAUTRET, P. et al. Hydroxychloroquine and azithromycin as a treatment of covid-19: results of an open-label non-randomized clinical trial. *International Journal of Antimicrobial Agents*, v. 56, n. 1, p. 105949, 2020. ISSN 0924-8579. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924857920300996>.

GOMES, E. C. d. S. *Conceitos e Ferramentas da Epidemiologia*. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2015.

GROUP, T. R. C. Effect of hydroxychloroquine in hospitalized patients with covid-19. *New England Journal of Medicine*, v. 383, n. 21, p. 2030–2040, 2020. PMID: 33031652. Disponível em: <https://doi.org/10.1056/NEJMoa2022926>.

GUERRA, F. et al. The basic reproduction number (r_0) of measles: a systematic review. *The Lancet. Infectious diseases*, 2017.

IBGE, C. D. *ESTIMATIVAS DA POPULAÇÃO RESIDENTE NO BRASIL E UNIDADES DA FEDERAÇÃO COM DATA DE REFERÊNCIA EM 1º DE JULHO DE 2018*. https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2018/POP2018_20220711.pdf. Acesso em: 28 abr. 2022.

INT, C. who. *WHO coronavirus disease (COVID-19) dashboard*. 2022.

JEWKES, S.; POLLINA, E. Itália luta contra "explosão" de casos do coronavírus, após terceira morte registrada. *URL: https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/reuters/2020/02/23/italia-luta-contra-explosao-de-casos-do-coronavirus-apos-terceira-morte-registrada.htm*, fev 2020. Acesso em: 30 jun. 2022.

JOHNSON, A. G. Covid-19 incidence and death rates among unvaccinated and fully vaccinated adults with and without booster doses during periods of delta and omicron variant emergence—25 us jurisdictions, april 4–december 25, 2021. *MMWR. Morbidity and mortality weekly report*, v. 71, 2022.

LARSON, R.; FARBER, B. t. L. F. P. V. *Estatística aplicada*. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

LEWIS, T.; MONTANEZ, A. How to compare covid deaths for vaccinated and unvaccinated people. *Scientific American, URL: https://www.scientificamerican.com/article/how-to-compare-covid-deaths-for-vaccinated-and-unvaccinated-people*, June 2022.

LIMA, E. L. Curso de análise, vol 1. *Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides*, 2011.

MISHRA, S. *Por que a variante Delta é mais transmissível e letal?* 2021. Disponível em: <https://www.nationalgeographicbrasil.com/ciencia/2021/08/coronavirus-covid-19-pandemia-variante-delta-mais-transmissivel-e-letal>. Acesso em: 02 jun. 2022.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. *Estatística Básica*. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2010.

OPAS/OMS, O. P.-A. d. S. *Módulo de Princípios de Epidemiologia para o Controle de Enfermidades. Módulo 3: Medição das condições de saúde e doença na população*. Brasília: Organização Pan-Americana da Saúde, 2010.

ORGANIZATION, W. H. et al. *Corticosteroids for COVID-19: living guidance, 2 September 2020*. [S.l.], 2020.

ORGANIZATION, W. H. et al. *Origin of SARS-CoV-2, 26 march 2020*. No. WHO/2019-nCoV/FAQ/Virus_origin/2020.1, 2020.

ORGANIZATION, W. H. et al. *WHO's Solidarity clinical trial enters a new phase with three new candidate drugs*. 2021. Https://www.who.int/news/item/11-08-2021-who-s-solidarity-clinical-trial-enters-a-new-phase-with-three-new-candidate-drugs.

SAÚDE, M. d. S. Biblioteca Virtual em. *Sarampo: sintomas, prevenção, causas, complicações e tratamento*. 2020. Disponível em: <https://bvsms.saude.gov.br/sarampo-sintomas-prevencao-causas-complicacoes-e-tratamento/>. Acesso em: 30 jun. 2022.

SAÚDE, M. da. *Diretrizes para diagnóstico e tratamento da COVID-19*. [S.l.]: Ministério da saúde Brasília, 2020.

SENANAYAKE, S. *Comparing omicron and delta: What we know about infectiousness, symptoms, severity and vaccine protection*. 2022. Disponível em: <https://medicalxpress.com/news/2022-03-omicron-delta-infectiousness-symptoms-severity.html>. Acesso em: 21 mai. 2022.

VIESER, W. Exponential growth 1: learn the basics from confetti to understands pandemics. *Science in School*, 2021. Https://scienceinschool.org/article/2021/exponential-growth-1-learn-the-basics-from-confetti-to-understand-pandemics/.

VIESER, W. Exponential growth 2: real-life lessons from the covid-19 pandemic. *Science in School*, 2021. Https://www.scienceinschool.org/article/2021/exponential-growth-2-real-life-lessons-from-the-covid-19-pandemic/.