MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Secretaria do Ensino Fundamental - SEF

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS
Matemática

versão agosto / 1996

Equipe Central:

Célia Maria Carolino Pires

Maria Amábile Mansutti

Maria Tereza Perez Soares

Assessoria:

Antonio José Lopes

Consultoria:

César Coll

Délia Lerner de Zunino

Pareceres individuais

Alciléia Augusto - CEJK, CEAT- Rio de Janeiro
Altair F. P. Polettini- UNESP- Rio Claro - São Paulo
Anna Franchi - PUC- São Paulo
Antonio Carlos C.de Souza - UNESP - Rio Claro - São Paulo
Antonio Miguel - CEMPEM - FE - UNICAMP
Antonio Vicente Marafioti Garnica- UNESP- Bauru - São Paulo
Augusto Cesar Morgado - SBM - Rio de Janeiro
Carmen V.P. de La Torre
Dario Fiorentini - CEMPEM - FE - UNICAMP
Dione Lucchesi de Carvalho - São Paulo
Dulce Satiko Onaga - São Paulo
Eduardo Sebastiani Ferreira - UNICAMP- São Paulo
Eduardo Wagner - SBM - Rio de Janeiro
Estela K. Fainguelernt - Univers. Santa Úrsula - Rio de Janeiro
Etienne Guérios De Domenico - Univers. Federal do Paraná
Fernando Raul Neto- UFPE-CFCH -Recife- Pernambuco
Gelsa Knijnik - Un.do Vale do Rio dos Sinos - S.Leopoldo- RGS
Gilberto Ferraz -Rio Grande do Sul
Gilda de La Rocque Palis- Rio de Janeiro
Ilza Pereira Alcélio - Distrito Federal
Janete Bolite Frant - Universidade Santa Úrsula - Rio de Janeiro
Jairo de Araújo Lopes- PUCAMP- Campinas- São Paulo
João Bosco Pitombeira de Carvalho - Rio de Janeiro
José Carlos de Azevedo
José Fernando Perini - Univ. Federal do Espírito Santo- Vitória

Josimar Viana - Universidade Estadual da Paraíba

Jorge Tarcísio da Rocha Falcão- UFPE- Recife- Pernambuco

Jussara Martins Albernez - UF- Espírito Santo

Lilian Nasser - Rio de Janeiro

Lourdes de la Rosa Onuchic- USP- São Carlos- São Paulo

Lucia Arruda de Albuquerque Tinoco - Minas Gerais

Lucília Bechara Sanches - São Paulo - São Paulo

Luiz Roberto Dante - Rio Claro - São Paulo

Márcia Regina F. de Brito - UNICAMP - Campinas - São Paulo

Marcos Luiz Lourenço- UNESP - Rio Preto - São Paulo

Maria Adélia Bento Schmitt - SBEM -SC

Maria Auxiliadora A. Costa - URRN - Fac.de Educação - Natal

Maria Auxiliadora Sampaio Araújo - UFBahia

Maria Auxiliadora Vilela Paiva - Espírito Santo

Maria de Lourdes C. de Almeida - SEE - Teresina -Piauí

Maria do C. D. Mendonça - CEMPEM - FE - UNICAMP/SP

Maria Laura Mouzinho Leite Lopes - UFRJ - Rio de Janeiro

Maria Manoela M.Soares David - Belo Horizonte - MG

Maria Terezinha Jesus Gaspar- UNB - Distrito Federal

Maria Ignez de Souza Vieira Diniz - IME -USP

Maria Izabel Ramalho Ortigão - Rio de Janeiro

Maria Salett Biembengut - UR de Blumenau - SC

Marineusa Gazzetta- Nova Odessa - São Paulo

Mário Osório Marques - Univ. Reg.do Noroeste do RGS- Unijuí

Marlene Brugalli

Marlúcia O. de Santana Varela - Natal - Rio Grande do Norte

Marta de Souza Dantas - UFBahia

Mônica C. F. Mandarino - Rio de Janeiro

Newton Freitas- Teresina - Piauí

Nilson José Machado - FEUSP - São Paulo

Nilza Eigenheer Bertoni - UNB - Brasília - DF

Osvaldo Sangiorgi - São Paulo

Paulo Afonso Lopes da Silva- Rio de Janeiro- RJ

Paulo Cezar Pinto Morgado - IMPA- Rio de Janeiro

Regina Lúcia Scarpa Leite

Regina Maria Pavanello- UEM- Maringá- Paraná

Rubem Botelho de Medeiros - Rondônia

Tânia Maria M. Campos - PUC- SP - São Paulo

Tereza Cleidecer Dias - UCB e UDEF

Ubiratan D'Ambrósio - São Paulo

Valderez Marina do Rosário Lima - Rio Grande do Sul

Valdete da L. Carneiro - Univ.do Amazonas-Fac. de Educ.- AM

Vânia Maria Pereira dos Santos - UFRJ - Rio de Janeiro

Vicente Hillebrand - Rio Grande do Sul

Vinício de M. Santos - FCT-UNESP- Presidente Prudente - SP

Zaíra da Cunha Melo Varizo - Univ. Federal de Goiás - Goiânia

Pareceres Institucionais

Associação Brasileira de Autores de Livros Educativos - Abrale
Delegacia do MEC - Acre
Delegacia do MEC - Espírito Santo
Delegacia do MEC - Goiás
Delegacia do MEC - Mato Grosso do Sul
Delegacia do MEC - Paraná
Delegacia do MEC - Rio Grande do Norte
Delegacia do MEC - Rondônia
Delegacia do MEC - Santa Catarina
Delegacia do MEC - Sergipe
Delegacia do MEC - Tocantins
Faculdades Integradas do Planalto Central - Goiás
Grupo - Associação das Escolas Particulares de São Paulo
Secretaria Estadual de Educação - Alagoas
Secretaria Estadual de Educação - Amazonas
Secretaria Estadual de Educação - Bahia
Secretaria Estadual de Educação - Espírito Santo
Secretaria Estadual de Educação - Maranhão
Secretaria Estadual de Educação - Minas Gerais
Secretaria Estadual de Educação - Pará
Secretaria Estadual de Educação - Paraíba
Secretaria Estadual de Educação - Pernambuco
Secretaria Estadual de Educação - Piauí
Secretaria Estadual de Educação - Rio Grande do Norte
Secretaria Estadual de Educação - Santa Catarina

Secretaria Estadual de Educação - Sergipe

Secretaria Municipal de Educação - B.de S.Francisco- E. Santo

Secretaria Municipal de Educação - Boa Vista- Roraima

Secretaria Municipal de Educação - Cariacica - Espírito Santo

Secretaria Municipal de Educação - Curitiba - Paraná

Secretaria Municipal de Educação - Guajará -Mirim- Roraima

Secretaria Municipal de Educação - Itatiba - Espírito Santo

Secretaria Municipal de Educação - Linhares - Espírito Santo

Secretaria Municipal de Educação - Rio Bananal -Espírito Santo

Sociedade Brasileira de Matemática

Universidade Estadual de Montes Claros- Minas Gerais

Universidade do Estado de Santa Catarina

Universidade Federal de Santa Catarina

Universidade Federal de Goiás

Universidade Federal de Juiz de Fora - Minas Gerais

Universidade Fed. do Rio de Janeiro - Instituto de Matemática

Universidade Fed. de Uberlândia - Escola de Educação Básica

Universidade Gama Filho - Rio de Janeiro

Apresentação

O propósito deste documento é servir de apoio ao debate sobre currículos de Matemática, que vem sendo realizado em muitos estados e municípios brasileiros e às ações para implantação efetiva em sala de aula de um ensino de Matemática mais adequado e eficiente. Pretende dar aos professores, mesmo àqueles que se encontram mais isolados, condições de poder planejar seu trabalho, levando em conta tanto a produção mais atual na área como as circunstâncias locais. Quer, portanto, transformar a discussão curricular numa prática democrática, sistemática e em constante construção.

Os Parâmetros Curriculares procuram ir além da elaboração de uma simples listagem de conteúdos a serem desenvolvidos nacionalmente. Sua proposta é a de provocar uma reflexão, tão profunda quanto possível, sobre o ensino de Matemática em nosso país e ao mesmo tempo, apontar caminhos para o enfrentamento de problemas relativos ao ensino de Matemática.

As referências para a elaboração destes Parâmetros Curriculares para a área de Matemática são: as propostas curriculares de diferentes estados e municípios brasileiros e de outros países; as pesquisas nacionais e internacionais disponíveis na área da educação matemática; as experiências de sala de aula difundidas em encontros, seminários e publicações; os dados estatísticos sobre desempenho de alunos do Ensino Fundamental e os indicadores fornecidos pela análise de livros didáticos.

O documento compõe-se de um capítulo introdutório, que situa os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática no quadro atual do ensino dessa disciplina. Apresenta, para isso, uma breve retrospectiva das reformas curriculares, cujo marco inicial foi o movimento Matemática Moderna; discute reformas desenvolvidas no período 80/95 e analisa os principais problemas que os sistemas de ensino enfrentam, destacando, em particular, a formação de professores.

O segundo capítulo apresenta as linhas gerais dos Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. Analisa as características dessa área de conhecimento e os fundamentos que embasam o processo de ensino-aprendizagem. Também formula objetivos, propõe conteúdos básicos e discute a questão da avaliação.

O terceiro capítulo detém-se no trabalho a ser desenvolvido no primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental focalizando: ensino-aprendizagem, objetivos, conteúdos, critérios de avaliação.

O quarto capítulo destina-se à apresentação de orientações didáticas para a prática pedagógica a ser desenvolvida no primeiro e segundo ciclos.

Índice

I. Quadro atual do ensino de Matemática

A. A trajetória das Reformas Curriculares

B. O ensino de Matemática no Brasil no momento atual

C. Conclusão

II. Matemática no Ensino Fundamental - Parâmetros Curriculares Nacionais

A. Considerações preliminares

B. O conhecimento matemático

1. Principais características

2. Papel da Matemática no Ensino Fundamental

3. Matemática e construção da cidadania brasileira

4. Matemática e os temas de Convívio Social e Ética

C. Aprender e Ensinar Matemática no Ensino Fundamental

1. O aluno e o saber matemático

2. O professor e o saber matemático

3. As relações professor-aluno e aluno- aluno

D. Alguns caminhos para o "fazer Matemática" na sala de aula

1. O recurso à Resolução de Problemas

2. O recurso à História da Matemática

3. O recurso às Tecnologias da Informação

4. O recurso aos Jogos

E. Objetivos para o Ensino Fundamental

F. Conteúdos para o Ensino Fundamental

1. Seleção de Conteúdos

2. Blocos de Conteúdos

3. Organização dos Conteúdos

G. Avaliação em Matemática

III. Primeiro Ciclo

A. Ensino e aprendizagem de Matemática no Primeiro Ciclo

B. Objetivos para o Primeiro Ciclo

C. Conteúdos para o Primeiro Ciclo

D. Critérios de Avaliação

IV. Segundo Ciclo

A. Ensino e aprendizagem de Matemática no Segundo Ciclo

B. Objetivos para o Segundo Ciclo

C. Conteúdos para o Segundo Ciclo

D. Critérios de Avaliação

V. Orientações Didáticas para o Primeiro e o Segundo Ciclos

VI. Bibliografia consultada

I. Quadro atual do ensino de Matemática

A. A trajetória das Reformas Curriculares

Nos últimos anos, no Brasil e em outros países, reorientações curriculares vêm sendo discutidas e implantadas, tomando por base pesquisas sobre o ensino da Matemática. O objetivo tem sido o de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença dessa área do conhecimento em diversos campos da atividade humana.

Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática, em diferentes países, foi influenciado por um movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna.

Esse movimento teve sua origem nos seguintes fatos: de um lado, os russos saíam na frente na disputa espacial, o que causou grande preocupação aos dirigentes ocidentais, em especial dos Estados Unidos, França, Inglaterra, com seu suposto atraso tecnológico; por outro lado, a reconstrução pós-guerra trazia consigo a expansão e a modernização industrial, que exigia uma formação diferenciada.

A Matemática Moderna nasceu, desse modo, como um movimento educacional inscrito numa política a serviço da modernização econômica e da soberania ocidental. E foi posta na linha de frente por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela se constituía em via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico.

Os formuladores dos novos programas inspiraram-se nos trabalhos do grupo Bourbaki, que havia empreendido a reorganização do conhecimento matemático, em busca de sua unidade e de sua estrutura. Desse modo, consideraram que a Matemática a ser ensinada era aquela concebida como lógica, compreendida a partir das estruturas e conferiram um papel fundamental à linguagem matemática.

Buscaram fundamentos metodológicos em teorias piagetianas e insistiram na necessidade de uma reforma pedagógica, incluindo a pesquisa de materiais novos e métodos de ensino renovados - fato que desencadea a preocupação com a Didática da Matemática, intensificando a pesquisa nessa área.

Assim, a Matemática Moderna nasceu sob a influência dos trabalhos do grupo Bourbaki e de Piaget. Do primeiro incorporou o formalismo e a idéia de estrutura; do segundo, a teoria de estruturas de pensamento.

Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das série iniciais do ensino fundamental.

O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática, mais voltadas a teoria do que a prática. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável comprometia o ensino do cálculo, da geometria, das medidas.

No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos, sem maiores discussões pelo conjunto dos educadores a respeito de seus propósitos e da fundamentação teórica que a embasava. Embora a formação dos professores tenha sido uma das preocupações que acompanhou o movimento, as providências tomadas nesse sentido foram muito tímidas para dar conta de tão ousada proposta.

É importante salientar que ainda hoje podem ser observadas práticas escolares influenciadas pelo movimento Matemática Moderna. Nota-se, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática de suas aplicações práticas.

A análise das propostas curriculares oficiais, realizada em 1995 pela Fundação Carlos Chagas, mostra a marca dessa influência em algumas das propostas curriculares estaduais e municipais, mesmo que elaboradas recentemente: "...os currículos dividem-se em duas grandes famílias, os que estão impregnados pela teoria dos conjuntos e os que a eliminaram ou a reduziram ao mínimo ...".

O movimento Matemática Moderna teve seu refluxo, nos mesmos países em que teve origem, a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM - dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento "Agenda para Ação". Nela destacava-se a resolução de problemas como foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares.

Essas idéias influenciaram as reformas que ocorreram mundialmente, a partir de então. Tais reformas procuraram dar resposta aos desafios impostos aos educadores pelas transformações sociais, pela pesquisa de meios tecnológicos e pela contínua expansão dos campos da Matemática.

Se os currículos influenciados pelo movimento Matemática Moderna eram muito semelhantes, em função de terem a mesma matriz geradora, os elaborados no período 80/95, em diferentes países, não mostram o mesmo grau de identidade, embora apresentem pontos de convergência, como por exemplo:

- direcionamento do Ensino Fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltados para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática, a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;

- importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no Ensino Fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia, e a acompanharem sua permanente renovação.

Também no Brasil, essas idéias vêm sendo discutidas e algumas aparecem incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação, havendo experiências bem sucedidas que comprovam a fecundidade das mesmas.

> *A análise da Fundação Carlos Chagas, citada anteriormente, indica como mudanças positivas, entre outras, o tratamento e análise de dados por meio de gráficos; a introdução de noções de estatística e probabilidade; o desaparecimento da ênfase na teoria dos conjuntos; a percepção de que a Matemática é também uma linguagem; o reconhecimento da importância do raciocínio combinatório; um esforço para embasar as propostas, em estudos recentes de educação matemática; a percepção de que a função da matemática escolar é preparar o cidadão para uma atuação participativa e crítica na sociedade em que vive.*

Dentre os trabalhos que ganharam expressão nesta última década, destaca-se o Programa Etnomatemática com suas propostas alternativas para a ação pedagógica. Tal programa contrapõe-se às orientações que desconsideram qualquer relacionamento mais íntimo da Matemática com aspectos sócio-culturais e políticos - o que a mantém intocável por fatores outros a não ser sua própria dinâmica interna. Do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. A Etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural.

Todavia, tanto as propostas curriculares como os inúmeros trabalhos desenvolvidos por grupos de pesquisa, ligados a universidades e a outras instituições brasileiras são ainda bastante desconhecidos de parte considerável dos professores que, por sua vez, não têm uma clara visão dos problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que idéias ricas e inovadoras não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis.

B. O ensino de Matemática no Brasil no momento atual

A análise do ensino de Matemática no Brasil é uma tarefa complexa, pois são múltiplas as variáveis que interferem nesse processo. Não há, aqui, a pretensão de fazer uma abordagem exaustiva da questão, mas pode-se recorrer a alguns indicadores para delinear um quadro bastante próximo dos problemas a serem enfrentados.

1. Dados do Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica - SAEB

Desde sua criação em 1987, O SAEB faz levantamentos de informações sobre rendimento do aluno, perfil e prática docente perfil de diretores e formas de gestão escolar. O estudo do rendimento não avalia os alunos para efeito de promoção, mas para detectar problemas de ensino/aprendizagem existentes, circunstâncias em que são obtidos melhores resultados e áreas em que é necessária uma intervenção dirigida para melhores condições de ensino.

Os resultados obtidos nos testes de rendimento em Matemática, aplicados em 1993, indicavam que, na primeira série do Ensino Fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série e subia para 5,9% na sétima série.

Outras observações decorrentes dessa avaliação eram as seguintes:

- nas séries iniciais do ensino fundamental, as questões melhor resolvidas referiam-se a processos elementares envolvendo contagem, percepção de formas, adições simples e comparação de quantias em dinheiro, enquanto que as maiores dificuldades estavam relacionadas às questões que envolviam operações em situações-problema, cálculos de multiplicação e divisão, terminologia geométrica, decomposição, valor numérico, comparação de números em situação indireta, percepção visual de comunicação gráfica, sistema de numeração decimal e frações;

- a partir da quinta série, as dificuldades se estendem a praticamente todos os conteúdos investigados, ou seja, a números naturais, frações e números decimais, álgebra, geometria e medida

Em 1995, uma avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas.

Além dos índices que indicam o baixo desempenho dos alunos na área de Matemática em testes de rendimento, também são muitas as evidências que mostram que ela funciona como filtro para selecionar alunos que concluem, ou não, o Ensino Fundamental. Freqüentemente, a Matemática tem sido apontada como disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção.

2. Livros didáticos

Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória.

Num processo de análise desses livros feitos pela Fundação de Assistência ao Estudante - FAE - que originou a publicação "Guia de Livros Didáticos", destaca-se que, embora haja exceções, é possível notar um descompasso de muitos livros em relação às mudanças preconizadas pelas propostas curriculares, pelas pesquisas e estudos referentes ao ensino de Matemática. Os principais pontos críticos apontados em livros destinados às séries são: elementos da teoria dos conjuntos tomados como base para a introdução de conceitos nas séries iniciais; sobrecarga de conteúdos, principalmente na quarta série; concentração no estudo das *frações, em detrimento do estudo dos números decimais; desvalorização da Geometria; ensino das operações com naturais, com ênfase nas técnicas operatórias; formalização precoce das propriedades estruturais das operações; ausência de formas adequadas para formulação e encaminhamento da resolução de problemas..*

3.Formação de professores

Muitos dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada.

A avaliação do SAEB de 1995, de abrangência nacional, aponta os seguintes dados sobre o nível de escolaridade e a formação do professor dos alunos envolvidos na avaliação:

Nível de escolaridade/ de formação do professor	Dos Professores que lecionam na 4.a série	Dos Professores que lecionam na 8.a série
Ens. Fund. (1.a a 4.a)	1,01%	-
Ens. Fund. (5.a a 8.a)	0,70%	0,05%
Ens. Médio - magistério	55,39%	5,16%
Ens. Médio - outros	6,19%	9,03%
Superior - licenciatura	28,18%	58,99%
Superior - outros	3,75%	12,71%
Pós-Graduação	2,04%	11,23%
Sem informação	2,74%	2,82%

Comparando esses dados relativos à formação desse grupo de professores com os de desempenho de seus alunos evidencia-se a urgente necessidade de se repensar a formação inicial de professores e, em particular, o conteúdo dessa formação do ponto de vista da educação matemática.

Por outro lado, há falta de ações mais consistentes de formação continuada de professores, de projetos que lhes facilite o acesso a uma bibliografia básica, pois parte considerável desses professores se encontra em condição de isolamento e sem informação.

Algumas concepções reveladas pelos professores nos ajudam a compreender melhor as práticas que eles desenvolvem. São elas:

- a Matemática é uma disciplina necessária à formação dos alunos; para os professores que atuam nas séries iniciais, a justificativa está ligada à necessidade de desenvolvimento do raciocínio e à preparação para enfrentar situações cotidianas que envolvem conhecimentos matemáticos; para os que atuam nas séries finais e, em geral, têm formação específica, costumam acrescentar a essa mesma justificativa, elementos como a importância da linguagem matemática e a contribuição do conteúdo dessa disciplina como elemento formador do pensamento em aspectos como rigor, exatidão, clareza de raciocínio, abstração etc.

- embora importante, a Matemática é um conhecimento "difícil"; reprovações e exclusões parecem indicar que a necessidade de a criança conquistar esse conhecimento é necessariamente difícil;

- a Matemática é uma área de conhecimento pronta e acabada; assim, para nela intervir é preciso deter muitos conhecimentos e, desse modo, no nível da escolaridade básica, cabe aos estudantes aprender os conhecimentos que lhes são transmitidos pelo professor e reproduzi-los;

- a Matemática é também reconhecida como ciência que tem relação com o cotidiano das pessoas e cujo domínio possibita a elas entender melhor a realidade;

- colocam na forma de explicar do professor a condição básica para o sucesso do aluno e nos livros, a fonte fidedigna em que se pode buscar corretas informações conceituais;

- acreditam que alguns alunos têm mais capacidade para compreender Matemática do que outros; também identificam no ambiente familiar e cultural, a existência de elementos facilitadores da aprendizagem em Matemática;

- avaliam que os principais problemas relativos ao ensino de Matemática podem ser enfrentados através da "concretização", utilizando o termo "concreto' como sinônimo de fácil, prático, manipulável e atribuem aos materiais a possibilidade de tornar significativa uma aprendizagem, funcionando como trampolim para que os alunos cheguem às abstrações.

4. Implantação de novas propostas

A existência de novas e melhores propostas não é suficiente para garantir sua implantação. Elas esbarram na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda nas restrições ligadas às condições de trabalho.

Além desses problemas, a análise de propostas de estados e municípios, elaborada pela Fundação Carlos Chagas, indica aspectos que considera preocupantes:

- falta de coerência entre o discurso psico-didático-pedagógico e a proposta propriamente dita;
- ênfase em técnicas operatórias, priorizando-as em relação aos conceitos;
- falta do cálculo mental, das estimativas e das aproximações;
- ausência de noções elementares de estatística e probabilidade;
- falta de propostas realmente inovadoras e bem embasadas sobre Geometria.

Diante desses problemas, é necessário retomar alguns fundamentos norteadores e idéias básicas que aparecem em diferentes propostas e/ou na implantação delas para que não causem desvios ou equívocos:

a) Resolução de problemas

Diversas propostas orientam a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas, em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los. Na prática, no entanto, essa concepção ou ainda é bastante desconhecida, ou tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos.

b) Contextualização

Outra recomendação das propostas é a de que o saber matemático a ser ensinado/aprendido deve ser contextualizado, ou seja, o professor busca situações familiares e particulares, que possam dar sentido a esse saber. Por um processo de análise, conduzido pelo professor, o aluno vai percebendo que o conhecimento produzido pode ser aplicado a muitas situações. Mediante um movimento de descontextualização, vai transformando suas respostas, conclusões e conhecimentos, em saber matemático com caráter universal, a ser utilizado em novas situações, em novos contextos. Cabe ao professor buscar o equilíbrio entre esses dois movimentos: seja planejando situações de aprendizagem que não recaiam em atividades desprovidas de significado, seja evitando situações tão particulares que não permitam generalizações e transferências.

No entanto, o que se faz muitas vezes, a título de contextualização, nem sempre é condizente com a idéia original. Muitas vezes se imagina que formulando problemas a partir de temas, como por exemplo "animais", "transportes", "compra e venda", está se produzindo a contextualização. Ora, tais problemas podem ser de tal forma artificiais que em nada contribuirão para conferir significado aos conteúdos que estão sendo explorados.

c) Seleção e organização de conteúdos

Embora a idéia de que os conteúdos são veículos para o desenvolvimento de idéias fundamentais (como as de proporcionalidade, equivalência etc.) e que devem ser selecionados levando em conta sua potencialidade quer para instrumentação para a vida, quer para o desenvolvimento do raciocínio, esses critérios nem sempre são observados.

Predominam na escolha de conteúdos, critérios ligados ao próprio corpo de conhecimentos matemáticos, o que acaba interferindo na prática dos professores, mesmo os engajados em projetos mais avançados.

Quanto à organização dos conteúdos, tanto os apresentados nas Propostas quanto os realizados na sala de aula, é possível observar uma forma excessivamente hierarquizada de fazê-lo. É uma organização, dominada pela idéia de pré-requisito, cujo único critério é a definição da estrutura lógica da Matemática, que desconsidera em parte as possibilidades de aprendizagem dos alunos. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem como elos de uma corrente, encarados cada um como pré-requisito para o que vai sucedê-lo.

Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros necessárias e que se deve escolher um certo percurso, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente. Por exemplo, trabalhar primeiro apenas os números menores que 10, depois os menores que 100, depois os menores que 1000 etc.; apresentar a representação fracionária dos racionais para introduzir posteriormente, a decimal; desenvolver o conceito de semelhança, para depois explorar o teorema de Pitágoras.

Por vezes, essa concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo inicial da cadeia, tomem-se os chamados fundamentos como ponto de partida. É o ocorre, por exemplo, quando privilegiam-se as noções de "ponto, reta e plano" como referência inicial para o ensino de Geometria ou quando se tomam os "conjuntos" como base para a aprendizagem de números e operações, o que não é, necessariamente, o caminho mais adequado.

d) Conhecimento prévio

A importância de se levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos na construção de significados é, por vezes, desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar dos mesmos, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal.

e) Compartimentos estanques

Embora se apregoe nas propostas a necessidade de não se trabalhar conteúdos como se fossem compartimentos estanques, na prática, eles continuam sendo ensinados com base numa certa contradição velho-novo; cada capítulo apresentado parece "descartar" os anteriores, sem incorporá-los (matéria nova). Cada objeto de ensino é apresentado ao aluno como totalmente novo e muito raramente ficam claras suas ligações com os conhecimentos já adquiridos. Contraditoriamente, os conteúdos são apresentados não porque são relevantes, mas apenas porque constituem um "pré-requisito" para o próximo assunto.

A sucessão de tópicos abordados numa única e rígida ordem conduz a uma prática excessivamente fechada, em que há pouco ou nenhum espaço para a resolução de problemas, para a abordagem interdisciplinar, para as relações entre diferentes campos da Matemática .

Temas não usualmente considerados elos da tradicional corrente (noções probabilísticas, estatísticas, combinatória, entre outras) parecem não ter lugar na programação e acabam ficando fora do trabalho escolar.

O mesmo acontece com as curiosidadse ou atividades autônomas do aluno. A busca de respostas para um determinado assunto deve esperar o momento em que ele se encaixe na estrutura hierarquicamente estabelecida para os conteúdos.

A avaliação fica condicionada ao cumprimento de uma série interminável de pré-requisitos, o que tem custado a muitos alunos a pena da reprovação.

f) Simples X Complexo

Estudos e pesquisas indicam que, no processo ensino-aprendizagem, é importante uma apresentação panorâmica dos principais aspectos de um dado conteúdo a ser ensinado, para só depois elaborar-se cada um deles, sempre retomando a visão de conjunto. No entanto, a concepção de que a aprendizagem em matemática deve ir do simples para o complexo ainda é muito forte. Desse modo, para que o aluno possa conhecer algo rápidamente e sem obstáculos, o professor tenta simplificar a situação em estudo, eliminando várias de suas relações. Acredita-se também que, ao juntar essas partes simplificadas, o aluno tem elementos para compreender a situação em sua totalidade, o que não é necessariamente verdade.

g) Cotidiano

Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da idéia de "cotidiano", ou seja, trabalha-se apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Desse modo, muitos conteúdos importantes são descartados ou porque se julga, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos, ou porque não fazem parte de sua "realidade" ou seja não há uma aplicação prática imediata. Essa postura leva ao empobrecimento do trabalho, produzindo efeito contrário ao de enriquecer o processo ensino-aprendizagem.

h) História da Matemática

Destacada em várias propostas como um dos aspectos importantes da aprendizagem matemática, enquanto propicia compreensão mais ampla da trajetória dos conceitos e métodos dessa ciência, a História da Matemática também tem se transformado em assunto específico, um item a mais a ser incorporado ao rol de conteúdos, que muitas vezes não passa da apresentação de fatos ou biografias de matemáticos famosos.

i) Recursos didáticos

A recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos, é feita em quase todas as propostas curriculares. No entanto, na prática, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo ensino-aprendizagem bem como da adequação do uso desses materiais, sobre os quais se projetam algumas expectativas indevidas.

j) Quantidade X Qualidade

Outro problema a ser enfrentado diz respeito à superação do falso dilema entre quantidade e qualidade, que tem ocupado um lugar de destaque na discussões educacionais já há longo tempo. Partindo do consenso de que a quantidade de conteúdos tradicionalmente selecionados era excessiva e de que deveria ser substituída pelo aprendizado caracterizado pela qualidade, enfatizaram-se os processos de aprendizagem em detrimento da quantidade.

Por outro lado, persistem problemas como a concentração excessiva de conteúdos em determinadas séries (caso, em geral, da 4.a série do ensino fundamental, no que se refere ao estudo de com frações).

C. Conclusão

Nesta breve análise, apontamos problemas antigos e novos a serem enfrentados e solucionados, tarefa que requer operacionalização efetiva das intenções anunciadas nas diretrizes curriculares dos anos 80 e início dos 90, e a inclusão de novos elementos à pauta de discussões.

Por outro lado, numa sociedade como a nossa, em que a conquista da cidadania da maioria da população ainda não ocorreu, a superação desses problemas torna-se um desafio ainda maior. Para enfrentá-lo é necessário que cada escola construa seu projeto educacional, enraizado na própria comunidade e aberto a outras instituições educacionais, desenvolva uma prática educativa voltada para a construção, reconstrução e crítica como estratégias de aquisição do conhecimento.

II. Matemática no Ensino Fundamental :

Parâmetros Curriculares Nacionais

A. Considerações Preliminares

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no Ensino Fundamental estão pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos. Em linhas gerais, trata-se dos seguintes princípios norteadores.

- A Matemática é componente importante na construção da cidadania, razão por que o papel de seu ensino se intensifica à medida que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos de que os cidadãos devem se apropriar.

- A Matemática escolar precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente.

- A atividade matemática escolar não é o "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e apropriação de um conhecimento pelo aluno que vai se servir dele para compreender e transformar sua realidade.

- No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação terá grande importância - por meio de atividades em que o aluno "fale e escreva sobre matemática", trabalhe com desenhos, construções, organização e tratamento de dados.

- A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto/acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos/acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

- A seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção e negociação.

- O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído, em permanente evolução, não por mera acumulação de descobertas, ampliação de teorias ou dedução pura e simples. É importante que se perceba que ele também é impulsionado por reestruturações gerais da própria teoria; o contexto histórico, que possibilita ver a Matemática atual no seu contexto filosófico, científico e social, contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo.

- Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo ensino-aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem o aluno ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base para a formalização matemática.

- A avaliação é parte do processo de ensino-aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação.

B. O conhecimento matemático

1. Principais características

A Matemática, surgida na Antigüidade por necessidades da vida cotidiana, converteu-se em um imenso sistema de variadas e extensas disciplinas. Como as demais ciências, reflete as leis do mundo que nos rodeia e serve de poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza.

Mesmo com um conhecimento superficial da Matemática, é possível reconhecer certos traços que a caracterizam: abstração, precisão, rigor lógico, caráter irrefutável de suas conclusões bem como o extenso campo de suas aplicações.

A abstração matemática revela-se no tratatamento de relações quantitativas e de formas espaciais, abstraindo-as de todas as demais propriedades dos objetos. A Matemática se move quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações. Para demonstrar suas afirmações, o matemático emprega apenas raciocínios e cálculos.

É certo que os matemáticos também fazem constante uso de modelos e analogias físicas e recorrem a exemplos bem concretos, na descoberta de teoremas e métodos. Mas os teoremas matemáticos são rigorosamente demonstrados, por um raciocínio lógico.

Os resultados matemáticos distinguem-se por seu alto grau de precisão e os raciocínios se desenvolvem num alto grau de minuciosidade que o tornem incontestável e convincente.

Mas a vitalidade da Matemática deve-se também ao fato de que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária : na indústria, no comércio, na área tecnológica. Por outro lado, ciências como Física, Química, Astronomia têm na Matemática ferramenta essencial.

Em outras áreas do conhecimento, como Sociologia, Psicologia, Antropologia, Medicina, Economia Política, embora seu uso seja menor que nas chamadas ciências exatas, ela também constitui um subsídio importante, em função de conceitos ou linguagem e também pelas atitudes que ela ajuda a desenvolver.

A evolução da Matemática não se reduz à simples acumulação de novos teoremas; inclui mudanças essencialmente qualitativas, que não levam a um processo de destruição ou abolição das teorias existentes, pelo contrário conferem-lhes profundidade e um grau maior de generalização, constituindo teorias mais gerais. Ou seja, a evolução da Matemática também se dá por impulsos de reestruturação geral da própria teoria.

Em sua origem, a Matemática constituía-se a partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência, diretamente conectadas com a vida diária. Não se tratava, portanto, de um sistema logicamente unificado.

A Aritmética e a Geometria começavam a se formar e estavam muito ligadas entre si. Talvez, em conseqüência disso, tenha se generalizado a idéia de que a Matemática é a ciência da quantidade e do espaço, uma vez que, originou-se de necessidades de contar, calcular, medir, organizar o espaço e as formas.

O desenvolvimento da Geometria e o aparecimento da Álgebra marcam uma ruptura com os aspectos puramente pragmáticos da Matemática e impulsionam a sistematização dos conhecimentos matemáticos, gerando novos campos: Geometria Analítica, Geometria Projetiva, Álgebra Linear, entre outros. O estudo das grandezas variáveis dá origem ao conceito de função e faz surgir, em decorrência, um novo ramo: a Análise Matemática.

A Matemática vai se transformando enfim na ciência que estuda todas as possíveis relações e interdependências quantitativas entre grandezas e comportando um vasto campo de teorias, modelos e procedimentos de análise, metodologias próprias de pesquisa, formas de coletar e interpretar dados .

Embora as investigações no campo da Matemática se situem ora dentro do campo da chamada matemática pura ora dentro da chamada matemática aplicada, elas se influenciam mutuamente; dessa forma, descobertas dos chamados "matemáticos puros" revelam mais tarde um valor prático inesperado assim como o estudo de propriedades matemáticas em acontecimentos particulares conduzem às vezes ao chamado conhecimento matemático teórico.

Se Matemática pura e aplicada não se contrapõem, também a característica de exatidão não diminui a importância de teorias como das probabilidades e procedimentos que envolvem a estimativa e a aproximação.

O conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contra-exemplos, as conjecturas, as críticas, os sonhos e os erros. Mas ele é apresentado de forma descontextualizada, atemporal e geral, porque é preocupação do matemático comunicar resultados e não o processo pelo qual os produziu.

A Matemática desenvolve-se, portanto, através de um processo conflitivo entre muitos elementos contrastantes; o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o finito e o infinito, o discreto e o contínuo. Curioso notar que tais conflitos encontram-se também muitas vezes no âmbito do ensino dessa disciplina.

2. Papel da Matemática no Ensino Fundamental

No Ensino Fundamental, a Matemática tem um valor formativo pois ajuda a estruturar o pensamento e agilizar o raciocício dedutivo; mas é também uma ferramenta que serve para a atuação no cotidiano, para quase todas as atividades do mundo do trabalho e para a compreensão de outras áreas do conhecimento.

Se, por um lado, o aspecto formativo é mais estável, o funcional varia segundo o tempo, o lugar, as necessidades e as expectativas dos alunos. Esses papéis não são indissociáveis, na medida em que o aspecto funcional tem um substrato formativo.

Desse modo, a Matemática deve desempenhar, equilibradamente, dois papéis básicos:

-um **formativo** de capacidades intelectuais - a Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento , o desenvolvimento do raciocínio lógico;

-um outro **funcional**, de aplicação a problemas e situações da vida cotidiana: nas primeiras experiências como contar, comparar e operar sobre quantidades , nos cálculos relativos a salários, pagamentos, consumo, organização de atividades como agricultura, pesca, etc.

Esse papel funcional é desempenhado também quando se utiliza a Matemática para construção de conhecimentos em outras áreas curriculares, seja nas ciências da natureza como nas ciências sociais. Ela também está presente na composição musical, na coreografia, na arte, nos esportes.

3. Matemática e construção da cidadania

O papel que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro é o ponto de partida para a elaboração desses Parâmetros. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira, nesta virada de século.

A pluralidade de etnias existente no Brasil que dá origem a diferentes modos de vida, valores, crenças e conhecimentos variados apresenta-se para a educação matemática como um desafio interessante.

Estudos e pesquisas mostram que nossos alunos trazem para a escola conhecimentos, idéias e intuições, construídos através das experiências que vivenciam em seu grupo sócio-cultural. Eles chegam à sala de aula com diferenciadas ferramentas básicas para, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. Além disso, aprendem a atuar de acordo com os recursos, dependências e restrições de seu meio.

A par desses esquemas de pensamento e práticas construídos por diferentes grupos sócio-culturais, o cidadão brasileiro insere-se numa sociedade em que se fala uma mesma língua, utiliza-se o mesmo sistema de numeração , um mesmo sistema de medidas, um mesmo sistema monetário; além disso, recebe informações veiculadas através de mídias abrangentes, que se utilizam de linguagens e recursos gráficos comuns, indenpendentemente das características particulares dos grupos receptores.

Desse modo, um currículo para o ensino de Matemática deve procurar contribuir , de um lado, para impedir que, no confronto com a cultura dominante, elementos culturais diversos sejam destruídos, num processo de desvalorização e submissão; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente.

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e de problemas sociais contemporâneos também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc..

Por outro lado, a sobrevivência numa sociedade que, a cada dia, torna-se mais complexa, exigindo novos padrões de produtividade, depende cada vez mais de conhecimento.

Uma característica marcante destes novos tempos é que para a maioria dos campos profissionais, o tempo de um determinado método de produção não vai além de 5/7 anos, pois novas demandas surgem e os procedimentos tornam-se superados. Isso faz com que o profissional tenha que estar num contínuo processo de formação e portanto, o aprender a aprender é também fundamental.

Novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer trabalhadores preparados para utilizarem diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações e resolvendo e propondo problemas, em equipe.

Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição na medida em que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo, o estímulo à autonomia, pelo do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios.

Coerentemente com essas propostas é importante destacar que a Matemática passe a ser vista pelo aluno como ciência aberta e dinâmica e não como conhecimento pronto e acabado. É fundamental que lhe sejam apresentados seus vários ramos de investigação - aritmética, álgebra, geometria, estatística, informática, lógica, entre outras - e que ele perceba que a Matemática pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética, de sua imaginação.

4. Matemática e os temas de Convívio Social e Ética

A interação do ensino de Matemática com os temas de Convívio Social e Ética é uma questão bastante nova. Centrado em si mesmo, limitando-se à exploração de conteúdos meramente acadêmicos, de forma isolada, sem qualquer conexão entre seus próprios campos ou com outras áreas de conhecimento, o ensino dessa disciplina pouco tem contribuído para a formação integral do aluno, com vistas à conquista da cidadania.

No intuito de reverter esse quadro, uma alternativa para o desenvolvimento do trabalho escolar que vem sendo colocada em prática por muitas escolas consiste no desenvolvimento de projetos.

Os projetos proporcionam contextos a partir dos quais surge a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante portanto identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida em ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos.

Tendo em vista o estabelecimento de possíveis conexões entre Matemática e os temas de Convívio Social e Ética, fazem se as seguintes considerações.

a) Ética

O professor de Matemática certamente contribuirá para a formação de indivíduos éticos se, em sua prática cotidiana, estiver preocupado com o desenvolvimento de atitudes no aluno como confiança na própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos, empenho em participar ativamente das atividades em sala de aula e respeito à forma de pensar dos colegas.

Isso ocorre na medida em que o professor valoriza a troca de experiências entre os alunos como forma de aprendizagem, promove o intercâmbio de idéias como fonte de aprendizagem, respeita ele próprio o pensamento e a produção dos alunos e desenvolve um trabalho livre do preconceito de que a Matemática é um conhecimento direcionado apenas para poucos indivíduos talentosos.

A construção de uma visão solidária de relações humanas, a partir da sala de aula, contribuirá para que os alunos superem o induvidualismo e valorizem a interação e a troca, percebendo que as pessoas se complementam e dependem umas das outras.

b) Orientação Sexual

Acomodar num mesmo patamar os papéis desempenhados por homens e mulheres na construção da sociedade contemporânea ainda encontra barreiras ancoradas em expectativas bastante diferenciadas com relação ao papel futuro de meninos e meninas que persistem fortemente no nosso dia-a-dia. Das meninas espera-se, muitas vezes, a assunção de papéis que não pressuporiam conhecimentos matemáticos mais elevados.

Se ao tempo do período imperial brasileiro às meninas não se ensinava geometria nem decimais, por considerar que tais assuntos eram difíceis demais para elas, com o tempo foi ficando claro que a escola não pode estabelecer qualquer tipo de diferença, em relação à capacidade de meninos e meninas para aprender matemática.

A não discriminação de gênero, que se pretende construir como valor social, não pode ter na escola uma fonte que determine diferenças de oportunidades sociais para homens e mulheres.

c) Meio Ambiente

A compreensão das questões ambientais pressupõe um trabalho interdisciplinar em que a Matemática está inserida. A quantificação de aspectos envolvidos em problemas ambientais favorece uma visão mais clara dos mesmos, ajudando na tomada de decisões e permitindo intervenções necessárias (reciclagem e reaproveitamento de materiais, por exemplo).

A compreensão dos fenômenos que ocorrem tanto no ambiente natural como no ambiente construído - poluição, desmatamento, limites para uso dos recursos naturais, desperdício - terá ferramentas essenciais em conceitos (médias, áreas, volumes, proporcionalidade, etc.) e procedimentos matemáticos (formulação de hipóteses, realização de cálculos coleta, organização e interpretação de dados estatísticos, prática da argumentação, etc.).

d) Saúde

As informações sobre saúde, muitas vezes apresentadas em dados estatísticos, permitem o estabelecimento de comparações e previsões, que contribuem para o autoconhecimento, possibilitam o autocuidado e ajudam a compreender aspectos sociais relacionados a problemas de saúde.

O acompanhamento do próprio desenvolvimento físico (altura, peso, musculatura), o estudo dos elementos que compõem a dieta básica são alguns exemplos de trabalhos que podem servir de contexto para a aprendizagem de conteúdos matemáticos e também podem encontrar na Matemática instrumentos para serem melhor compreendidos.

e) Pluralidade Cultural

A construção e utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, cientistas, engenheiros, mas, de formas diferenciadas, por todos os grupos sócio-culturais, que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, localizar, medir, desenhar, representar, jogar, explicar, em função de suas necessidades e interesses.

Valorizar esse saber matemático, intuitivo e cultural, aproximar o saber escolar do universo cultural em que o aluno está inserido é de fundamental importância para o processo ensino-aprendizagem.

Por outro lado, ao dar importância a esse saber, a escola contribuirá para a superação do preconceito de que Matemática é um conhecimento produzido exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedades mais desenvolvidas.

Nesse trabalho, a História da Matemática bem como os estudos da Etnomatemática são importantes por explicitar a dinâmica da produção desse conhecimento, historica e socialmente.

f) Outros temas

Além destes, cada escola pode desenvolver projetos envolvendo outras questões consideradas de relevância pela comunidade. Temas relacionados à Educação do Consumidor, por exemplo, são contextos privilegiados para o desenvolvimento de conteúdos relativos à medida, porcentagem, sistema monetário e, desse modo, podem merecer especial atenção no planejamento de Matemática.

C. Aprender e ensinar Matemática no Ensino Fundamental

O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo - aluno, professor e saber matemático - assim como das relações entre elas.

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância:

- identificar as principais características desse saber, de seus métodos, das ramificações dessa ciência e de suas aplicações;

- conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;

- ter clareza de suas concepções sobre a Matemática e também sobre como se dá o processo ensino-aprendizagem dessa disciplina, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino, as formas de avaliar estão intimamente ligadas a essas concepções.

1. O aluno e o saber matemático

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática.

Mesmo sem dominar o conhecimento matemático, eles utilizam a atividade matemática como uma forma particular de ver e organizar os objetos e acontecimentos presentes no mundo.

Pesquisas realizadas, especialmente nas duas últimas décadas, evidenciam que a aprendizagem ocorre se o aluno tiver situações-problema para resolver e que ele não aprende pela simples acumulação de informações nem apenas pela manipulação de materiais didáticos.

Alunos não aprendem pela mera reprodução de procedimentos que lhes foram demonstrados, mas quando se aventuraram a criar, a descobrir procedimentos novos.

Nessa perspectiva, é fundamental que não se subestimem suas capacidades, reconhecendo que são capazes de resolver problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo.

Outro aspecto importante a considerar é o de que o saber a ser apresentado aos alunos terá que ser necessariamente transformado para se tornar passível de ser ensinado/aprendido, uma vez que a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta a eles. Tal consideração implica em rever a idéia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino, cópias fiéis dos objetos da ciência.

O processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por simplificações de natureza epistemológica, mas é influenciado por condições de ordem social e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras.

Por outro lado, um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser reconhecidos, nomeados, descontextualizados, para serem contextualizados novamente em outras situações.

Por isso, no Ensino Fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos.

O significado que a atividade Matemática tem para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele percebe entre os diferentes temas matemáticos.

Desse modo, as situações de ensino devem proporcionar oportunidades de utilização da Matemática em outras áreas. Situações que também devem criar condições para que eles conectem as idéias matemáticas entre si, de tal forma que possam reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, inclusão; processos como o estabelecimento de analogias, indução, dedução, estão presentes tanto no trabalho com números e operações como em espaço, forma e medidas.

O estabelecimento essas relações é tão importante quanto a exploração dos conteúdos matemáticos, pois abordados de forma isolada, tais conteúdos podem acabar representando muito pouco para a formação do aluno, particularmente a formação da cidadania.

Outro aspecto a considerar nas situações de ensino/aprendizagem é a necessidade de reverter uma certa convicção de que as atividades empíricas - como a observação e manipulação de objetos concretos, de figuras geométricas, de medições - são quase exclusivas do trabalho dos professores das séries iniciais, da mesma forma que a sistematização do conhecimento - formalização, definições precisas, enunciado cuidadoso de propriedades, justificativas - é uma característica apenas do trabalho dos professores das séries finais.

No ensino de Geometria, por exemplo, esse fato se mostra bem visível. É como se o estágio perceptivo inicial estivesse exclusivamente destinado a atividades infantis, operando-se posteriormente uma ruptura que possibilitasse a caracterização da Geometria, tendo em vista apenas seu conteúdo lógico.No entanto, as crianças não se limitam a "observar as formas", mas também estabelecem relações entre elas e constroem suas concepções a respeito delas. Da mesma forma, um aluno das séries finais do ensino fundamental, que procura um caminho para demonstrar o Teorema de Pitágoras, tem nas representações gráficas desse teorema, um excelente apoio para suas deduções.

2. O professor e o saber matemático

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa constituir parte fundamental na formação dos professores para que eles tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

Além disso, conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos é de grande utilidade para que ele compreenda melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos.

Para explorar os conceitos matemáticos na sala de aula é fundamental que, inicialmente, o professor estabeleça os objetivos imediatos da sua intervenção pedagógica e adapte os conhecimentos a uma situação que lhes dêem sentido.

Assim, a aprendizagem matemática, na sala de aula, é um momento de interação entre a matemática formal e a matemática como atividade humana, cabendo ao professor a responsabilidade por organizar essa mediação.

3. As relações Professor-Aluno e Aluno-Aluno

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguido de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, baseados em modelos, e que pressupunham que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera aprendizagem.

Esse tipo de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir e não de que apreendeu o conteúdo.

Na década de 60, diferentes teorias respaldaram a construção de práticas, cujo objetivo era o de modificar a maneira de ensinar para produzir uma aprendizagem melhor. As experiências desenvolvidas à luz dessas teorias trouxeram contribuições importantes para o ensino da Matemática, mas, muitas vezes, preocuparam-se em definir como ensinar sem explicitar, suficientemente, os processos pelos quais o aluno aprende.

Na história da Didática, é relativamente recente, na história da Didática, a atenção ao fato de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento matemático, pelas conexões com seu conhecimento espontâneo, num contexto de resolução de problemas.

Naturalmente, na medida em que se redefine o papel do aluno frente ao saber, é preciso redimensionar também o papel do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental.

Numa perspectiva de trabalho em que se considere a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões.

Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socio-culturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o(s) problema(s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir.

Outra reflexão importante para o desempenho desse papel refere-se à resolução de problemas, vista ao mesmo tempo como um objetivo e como um meio da aprendizagem. Ou seja, ele vai ensinar os alunos a resolverem problemas, para que eles aprendam resolvendo problemas.

Além de organizador ele também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, aquelas que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função ele faz explanações, oferece materiais, textos etc.

Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar em que condições cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Neste papel, ele é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações, valorizar as soluções mais eficientes. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento.

Atua também como controlador ao estabelecer as condições para a realização das atividades e fixar prazos, sem esquecer jamais de dar o tempo necessário aos alunos.

Como um incentivador da aprendizagem, ele estimula a cooperação entre as crianças tão importante quanto a própria interação adulto/criança. A criança constrói seu próprio pensamento confrontando-o com o dos outros, sejam colegas, professor e demais pessoas com quem convive, através de atividades de formulação (dizer, descrever, expressar) e comprovação (convencer, questionar).

Além da interação entre professor aluno a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas. Em geral, explora-se mais o aspecto afetivo dessas interações e menos sua potencialidade ligada ao processo de construção de conhecimento.

Trabalhar coletivamente, por sua vez, supõe uma série de aprendizagens como:

- perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;

- saber explicitar o próprio pensamento e tentar compreender o pensamento do outro;

- discutir dúvidas, assumir que as soluções dos outros fazem sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias idéias.

- incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.

Isso só será possível na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar idéias;

É importante atentar para o fato de que essas interações que ocorrem na sala de aula sejam entre professor e aluno ou entre alunos, são fundamentais para que se estabeleça o que se denomina "contrato didático", para que cada uma das partes perceba claramente seu papel e suas responsabilidades diante do outro.

D. Alguns caminhos para o "fazer matemática" na sala de aula

É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diferentes alternativas de trabalho é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, vamos destacar algumas.

1. O recurso à Resolução de Problemas

"Resolução de problemas" é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A idéia central subjacente é a de que a resolução de problemas tem estado no centro da elaboração do conhecimento matemático.

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia, entre outras) bem como problemas relacionadas a investigações internas à própria Matemática .

No ensino, todavia, tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos previamente pelos alunos.

A prática mais freqüente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregá-los. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas.

Desse modo, o que o professor mostra da atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações.

Nesse processo, ele acaba exigindo do aluno, desde seus primeiros passos nos domínios matemáticos, um rigor de pensamento e de linguagem difíceis de ser atingidos, não levando em conta que, na atividade do matemático, o rigor vem ao final, após um longo processo de aproximações e retificações.

Conseqüentemente, o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato, incompreensível.

Nesse caso, a concepção de ensino-aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação.

Ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida mediante princípios como:

- O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo ensino/aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

- O problema não é certamente, um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.

- Um conceito aproximativo é construído para resolver um certo tipo de problema; depois, o aluno utiliza esse conceito para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática

- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas sim constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações.

- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas a aprendizagem em Matemática deve ser orientada numa perspectiva de resolução de problemas, porque proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas

Considerados esses princípios, convém precisar algumas características das situações que podem ser entendidas como problemas.

Um problema matemático é uma situação que demanda do sujeito a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início mas é possível construí-la.

Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não se constituem em verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

O que é problema para um indivíduo pode não ser para outro, em função do seu nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe.

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);

- compare seus resultados com os de outros alunos;

- controle seus procedimentos.

O confronto entre resultados obtidos e a proposição inicial possibilita os ajustes e as reorientações necessárias sobre o procedimento escolhido, podendo também orientar a busca de uma nova direção.

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.

Para que realmente aconteça a aprendizagem, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao do processo de resolução.

A tomada de decisão em relação a uma ou outra estratégia, as comparações, explicações, confrontos e justificativas são os aspectos relevantes, porque é através deles que o aluno mobiliza os conhecimentos que domina e identifica os conhecimentos que deve buscar, desenvolvendo o senso crítico e a criatividade, condições fundamentais para a aprendizagem.

Além disso, o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o próprio problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas evidenciam uma concepção de ensino-aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

2. O recurso à História da Matemática

A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo ensino-aprendizagem em Matemática.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno frente ao conhecimento matemático.

Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história, constituem-se em veículos de informação cultural , sociológica e antropológica, de grande valor formativo. A História é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural.

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

3. O recurso às tecnologias da informação

As técnicas, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da nossa sociedade, pelas implicações que exercem no cotidiano das pessoas.

No grande universo das técnicas, destacam-se as da informação, responsáveis pelas mudanças nos ritmos e nas modalidades da comunicação, cada dia mais ágeis e mais diretas.

Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação, aprendizagem, são capturados por uma informática cada vez mais avançada. Nesse cenário, insere-se mais um desafio a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer.

Por outro lado, também é fato que o acesso a calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos já é uma realidade para parte significativa da população.

No entanto, ainda hoje, pais e educadores manifestam resistência ao uso da calculadora por acreditar que, especialmente nas séries iniciais, sua utilização prejudicaria o estudo de certos conteúdos básicos ligados às operações.

Estudos e experiências evidenciam que elas são um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação.

Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação

Como exemplo de uma situação exploratória e de investigação que se tornaria imprópria sem seu uso, poderíamos imaginar uma criança sendo desafiada a descobrir e a interpretar os resultados que obtém quando divide um número sucessivamente por dois (se começar pelo 1, vai obter 0,5 ; 0,25 ; 0,125; 0,0625; 0,03125; 0,015625) . Usando a calculadora terá muito mais condições de prestar atenção no que está acontecendo com os resultados e de construir o significado desses números.

O fato de, neste final de século, estar emergindo um conhecimento por simulação, típico da cultura informática, faz com que o computador seja também visto como um recurso didático cada dia mais indispensável.

Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação a esse processo.

Tudo indica que, seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo das crianças, principalmente na medida em que ele permite um trabalho que obedece a distintos ritmos de aprendizagem.

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala, a curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais.

Quanto aos softwares educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar a criança a interagir com o programa de forma a construir conhecimento.

O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais) mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar a criança a aprender com seus erros e a aprender junto com outras crianças, trocando suas produções e comparando-as .

4. O recurso aos jogos

A importância do jogo no desenvolvimento do aluno é discutida pela teoria da atividade, em que a ação do indivíduo em sua relação com o mundo se apresenta como cooperativa e coletiva, dirigida por metas, levando-o à satisfação em desempenhar uma tarefa.

Para tratar do papel dos jogos como um recurso à aprendizagem, é importante compreendê-lo enquanto diferentes ações que caracterizam as fases de desenvolvimento das crianças em termos da imaginação e da construção cognitiva.

O jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos e uma atividade educativa de aculturação social; supõe um "fazer sem obrigação" externa e imposta, embora demande exigências, normas e controle.

No jogo, mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento - até onde se pode chegar - e o conhecimento dos outros - o que se pode esperar e em que circunstâncias. A situação de jogo possibilita a prática das intenções, motivos, interesses, estados de ânimo e expectativas em relação ao outro, assim como também a melhor forma de articular as iniciativas próprias, com as intenções e o estado de ânimo dos outros, que são fundamentais não só para para a construção do conhecimento como para a construção da identidade pessoal e social .

No início, os jogos são as ações que as crianças repetem sistematicamente mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é: eles são fonte de significados e portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema. Por exemplo, quando uma criança aprende a ler, ela passa a dispor da leitura como parte inevitável do seu sistema de interação com as coisas e pessoas. Do ponto de vista da escola, é inegável que a repetição funcional ajuda a organizar a atividade escolar, constituindo-se também na matriz para construção de regularidades, tão fundamental para a aprendizagem escolar como para a vida em geral.

Na escola, a forma predominante de tratar o conhecimento (aprender a ler, escrever, fazer cálculos, medir) é por meio de sua função aplicada ou instrumental. No início da escolaridade, esse tipo de tratamento pode ser distante e muito abstrato para as crianças. Poder pensar e tratar os conhecimentos como um jogo muitas vezes faz mais sentido para elas e aguça-lhes o interesse.

Posteriomente, as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos), isto é; os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem analogias, inventarem, elas tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações.

No aspecto escolar, isso as prepara para que compreendam e utilizem as convenções, regras ou leis, que são as formas como a escola ensina os conhecimentos. Esse grau de compreensão favorece sua integração a um mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações.

Em estágio mais avançado, elas aprendem a lidar com situações mais complexas (jogos com regras), dispondo de condições para compreender que as regras são combinações arbitrárias que os jogadores definem e aceitam e para perceber um novo aspecto: só se pode jogar em função da jogada do outro ou da jogada anterior, se o jogo for solitário. Por exemplo, num jogo de xadrez, os movimentos de um jogador são feitos em função dos movimentos de seu adversário.

Na construção do conhecimento, os jogos com regras, devido ao seu valor operatório, são fundamentais, pois o fazer e o compreender passam a se constituir como faces de uma mesma moeda. Os oponentes competem num contexto de igualdade, as condições são iguais para todos, pois as regras são comuns. Para obter sucesso, é importante compreender bem, ser rápido, fazer boas antecipações, coordenar situações, utilizar boas estratégias, ser habilidoso, estar atento, concentrado, ter boa memória, abstrair e relacionar informações durante todo o tempo.

Inicialmente, a criança não tem condições de participar dos jogos em grupo. Isto representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Por isso, as atividades que possibilitam o desenvolvimento da capacidade para tomar decisões, propor as regras, descentrar-se e coordenar pontos de vista são fundamentais no processo de ensino/ aprendizagem.

Um aspecto comum a todos esses estágios (jogos de exercícios, simbólicos, estruturados) é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Assim, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa entre atividade lúdica específica e o aspecto curricular que se deseja desenvolver.

E. Objetivos propostos para o Ensino Fundamental

As finalidades do ensino de Matemática indicam como objetivos do Ensino Fundamental, levar o aluno a:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.

- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias/ resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas: aritmética, algébrica, geométrica, estatística .

- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares

- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções.

- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais e não consensuais na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

F. Conteúdos propostos para o Ensino Fundamental

A discussão sobre seleção e a organização de conteúdos tem como diretriz a consecução dos objetivos arrolados no item precedente e seu caráter de essencialidade ao desempenho das funções básicas do cidadão brasileiro.

Assim sendo, trata-se de uma discussão complexa e que não se resolve com a apresentação de uma listagem de conteúdos comuns, a serem desenvolvidos nacionalmente.

1. Seleção de conteúdos

Há um razoável consenso no sentido de que o os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devam contemplar o estudo dos números e operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria).

O desafio que se coloca então está em identificar, dentro de cada um desses vastos campos, de um lado, que conhecimentos, competências, hábitos, valores são socialmente relevantes e, de outro, em que medida contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos.

Um olhar mais atento para nossa sociedade, no momento atual, nos mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos, aqueles que permitam ao cidadão "tratar" as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatíscos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando idéias relativas à probabilidade, à combinatória.

Embora nestes parâmetros, a Lógica não se constitua como bloco de conteúdo a ser abordado de forma sistemática no Ensino Fundamental, alguns elementos do raciocínio lógico dedutivo podem ser tratados de forma integrada aos demais conteúdos, desde as séries iniciais. Tais elementos irão sendo construídos através de exemplos, relativos a situações- problema e ao serem explicitados, podem ajudar a compreender melhor as próprias situações .

Assim, por exemplo, ao estudarem números, as crianças podem perceber e verbalizar relações de inclusão como a de que "todo número par é natural"; mas, observarão que a recíproca dessa afirmação não é verdadeira (pois nem todo número natural é par). No estudo das formas, mediante a observação de diferentes figuras triangulares, podem perceber que o fato de que um triângulo tem ângulos com medidas idênticas às medidas dos ângulos de um outro triângulo é uma condição necessária para que os dois triângulos sejam congruentes, mas não suficiente.

A forma de articular proposições, as relações que podem ser estabelecidas entre elas, a argumentação podem ser aprendidas como algo inerente à linguagem, como um meio e não como um fim, da mesma maneira que se aprende a falar, sem conhecer a etimologia das palavras.

Também algumas idéias ou procedimentos matemáticos, como "proporcionalidade", "composição," "estimativa" são fontes naturais e potentes de inter- relação e, desse modo, prestam-se a uma abordagem dos conteúdos em que diversas relações podem ser estabelecidas.

Sobre a proporcionalidade, por exemplo, o fato de que vários aspectos do nosso cotidiamo funcionam de acordo com suas regras faz com que o raciocínio com proporções seja útil na interpretação de fenômenos do mundo real . Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos (essa resposta faz sentido? ela deveria ser maior ou menor?) e quantitativos. Para raciocionar com proporções, é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e também identificar situações em que o que está em jogo é a "não proporcionalidade".

A proporcionalidade está presente na resolução de problemas multiplicativos, em estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, elementos de matemática financeira, na análise de tabelas e gráficos, funções.

Finalmente, a seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, se procuramos identificar não só os conceitos mas também procedimentos e atitudes a serem trabalhados em classe, o que trará certamente um enriquecimento no processo ensino-aprendizagem.

Conceitos: são generalizações que permitem organizar a realidade, interpretá-la, predizê-la. Sua aprendizagem supõe o estabelecimento de relações com conceitos anteriores e desenvolve-se de forma gradual, em diferentes níveis. Portanto, serão abordados nos primeiros anos do ensino fundamental não em sua forma acabada, mas como noções/idéias que vão se completar, elaborar, aperfeiçoar ao longo do processo escolar. Exemplos: número, operação, fração, espaço, polígono, etc.

Procedimentos: representam ações direcionadas à consecução de uma meta e desempenham um papel fundamental na aprendizagem da Matemática, pois grande parte do que se aprende nessa área tem uma entrada procedimental. Os procedimentos não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para a aquisição de um dado conceito mas como conteúdos educativos que possibilitam o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações, úteis e bastante perenes. Exemplos: a leitura e escrita de números, a estimativa do resultado de um cálculo, a medição de um comprimento, etc.

Atitudes: envolvem o componente afetivo, fundamental no processo de aprendizagem e, desse modo, têm a mesma importância dos conceitos e procedimentos, pois funcionam, de certa forma, como condições para os demais. Assim, eles devem ser trabalhados durante todo o processo de ensino-aprendizagem e desempenham um papel muito importante nos primeiros ciclos do ensino fundamental. Exemplos: perseverança na busca de soluções, flexibilidade para mudar de ponto de vista diante de uma situação, espírito de colaboração, confiança na própria capacidade de aprender Matemática.

2. Blocos de conteúdos

Números e Operações: ao longo do Ensino Fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que eles intervêm de um lado como instrumentos reconhecidos como eficazes para resolver determinados problemas e, de outro, como objetos que vão ser estudados por eles mesmos, em que se consideram suas propriedades, relações e o próprio modo como vão se configurando historicamente.

Nnesse processo, o aluno vai perceber a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar - números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais), números irracionais e, à medida que se depara com situações - problema - envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação - irá ele próprio ampliando seu conceito de número.

Com relação às operações, o trabalho a ser realizado concentrar-se-á na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando os diferentes tipos de cálculo - exato e aproximado, mental e escrito.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-algebra é especialmente, nas séries finais do Ensino Fundamental, que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações problema, o aluno irá reconhecendo diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas através de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações relativos aos problemas) e tomando contacto com objetos algébricos como fórmulas, equações, variáveis, incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.

Espaço e Forma: os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental porque, através deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações- problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, de pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Na prática, no entanto, tem sido dada à Geometria menos atenção do que ao trabalho com outros temas e, muitas vezes, se confunde o seu ensino com o de medidas.

Grandezas e Medidas: este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Em nossa sociedade, elas estão presentes quase na totalidade das atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático na vida cotidiana.

As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço, às formas, como também são contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e de escala. É também como um campo fértil para uma abordagem histórica.

Tratamento da Informação: a demanda social é que nos leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora ele pudesse ser incorporado aos anteriores; a finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual em nossa sociedade.

Integrarão esse bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de uma série de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos.

Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretadar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem cada vez com mais frequência no dia-a-dia do cidadão brasileiro.

Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com quantidades discretas, compondo agrupamentos com elementos de várias coleções, mediante algumas condições dadas; numa etapa inicial deste trabalho, o aluno forma agrupamentos, desordenadamente e por tentativas; depois , realiza a contagem desses agrupamentos, pois o número de elementos envolvidos nos problemas propostos deve ser pequeno.

Numa segunda etapa, quando a quantidade de elementos envolvidos no problema cresce, ele é desafiado a construir procedimentos para combiná-los, pois um trabalho desorganizado não seria bem sucedido; também, a contagem de todos os agrupamentos possíveis, não é mais feita diretamente, mas calculada. Este cálculo é apoiado nas operações fundamentais, e em particular, no princípio multiplicativo, cuja compreensão é fundamental quando se pretende explorar idéias combinatórias.

Nos dois primeiros ciclos o que se propõe é o trabalho referente à etapa inicial acima descrita e nos dois ciclos finais é possível avançar em direção à segunda etapa.

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do nosso cotidiano são de natureza aleatória e que é possível identificar um leque de possibilidades para os resultados possíveis, relativamente a esses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza são noções que se manisfestam intuitivamente e podem ser exploradas na escola, em situações nas quais a criança realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

3. Organização dos conteúdos

Uma vez selecionados os conteúdos para o Ensino Fundamental eles vão ser organizados em termos de ciclos e, finalmente, em termos do projeto que cada professor realiza ao longo de um ano letivo.

A organização de conteúdos pressupõe, portanto, que se analise:

a) A variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre os diferentes blocos; ou seja, ao planejar suas atividades, o professor vai procurar articular múltiplos aspectos dos diferentes blocos , visando a possibilitar a compreensão mais fundamental que o aluno possa atingir a respeito dos princípios/métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos (proporcionalidade, equivalência, dedução etc.); além disso, vai procurar estabelecer ligações entre a Matemática e as situações cotidianas dos alunos, bem como com as outras áreas do conhecimento.

b) A ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item : ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão fundamentais; assim, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais, atualmente, é fundamental devido à disseminação das calculadoras e de outros instrumentos que a utilizam e portanto a representação decimal deve ser desenvolvida satisfatoriamente .

c) Os níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos: isto é, levando em conta que um mesmo tema será explorado em diferentes momentos da aprendizagem e que sua consolidação vai se dando pelo número cada vez maior de relações estabelecidas, é preciso identificar, o nível de aprofundamento que vai ser buscado em cada ciclo/série.

O detalhamento de conteúdos por ciclos, que será feito na seqüência deste documento, não implica sua imediata transposição para a prática da sala de aula. É fundamental ressaltar que, ao serem reinterpretados regionalmente (nos estados e municípios) e localmente (nas unidades escolares), os conteúdos, além de incorporarem elementos específicos de cada realidade, deverão ser organizados de forma integrada e articulada, integrada aos projeto educacional de cada escola.

G. Avaliação em Matemática

A avaliação é um dos componentes essenciais do currículo e, juntamente com o planejamento, constitui o eixo da atividade pedagógica.

Mudanças na maneira de conceber a aprendizagem e de interpretar e abordar os conteúdos matemáticos implicam repensar a avaliação em termos de suas finalidades, do que e de como se avalia.

Assim, o que hoje se coloca para a avaliação é a necessidade de incorporar uma nova visão de cognição como um processo não linear dinâmico e contextualizado.

Nessa perspectiva, seu principal objetivo é o de fornecer indicações de como os alunos estão desenvolvendo as diferentes capacidades estabelecidas nos objetivos educacionais.

Para tanto, compõem o processo de avaliação não só o desempenho dos alunos mas também as escolhas metodológicas do professor, os contéudos selecionados e a própria maneira de avaliar.

Assumindo-se a resolução de problemas como um caminho para conduzir a atividade matemática, surge a questão de como avaliar o desempenho do aluno, uma vez que essa proposta inclui uma variedade de processos como a reestruturação de conhecimentos em termos de conceitos, a utilização de procedimentos para construir e verificar soluções e o desenvolvimento de atitudes.

Em função disso, professores têm procurado elaborar instrumentos para registrar observações sobre os alunos, que antes não eram motivo de sua preocupação. Um exemplo são as fichas para o mapeamento do desenvolvimento de atitudes , que incluem questões como: Procura resolver problemas por seus próprios meios? Faz perguntas? Usa estratégias criativas ou apenas as convencionais? Justifica respostas obtidas? Comunica suas respostas com clareza? Participa dos trabalhos em grupo? Ajuda os outros na resolução de problemas? Contesta pontos que não compreende ou com os quais não concorda?

Os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, postura em sala, constituem indícios de competências e como tal devem ser considerados. A tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica.

Por outro lado, as formas de avaliação não podem se restringir às situações escritas, pois estas nem sempre informam sobre o pensamento e o raciocínio dos alunos. Por exemplo, quando uma criança escreve que cinco mais quatro é igual a nove não é possível saber se a resposta é fruto da memorização ou de um significado que isso possa ter para ela. As explicações, justificativas e argumentações orais revelarão as relações que ela consegue estabelecer nessa situação.

Ao levantar indícios sobre o desempenho dos alunos, o professor tem que ter claro o que pretende obter e que uso fará desses indícios. Nesse sentido, a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz.

Observando-se a aprendizagem informal de uma criança como, por exemplo, quando aprende a falar, nota-se que ela aprende também através do erro. Da mesma forma, na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar ele faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução.

Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não está compreendendo e pode interferir no sentido de auxiliá-lo.

Diferentes fatores podem ser causa de um determinado tipo de erro. Por exemplo, uma criança que erra o resultado da subtração entre 126 e 39 pode não ter estabelecido uma correspondência entre os dígitos ao “armar” a conta; pode ter subtraído 6 de 9, apoiada na idéia de que na subtração “sempre se retira o número menor do número maior”; ou coloca qualquer número como resposta por não ter compreendido o significado da operação; utiliza um procedimento aditivo e conta errado; comete erros de cálculo por falta de um repertório básico.

Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, isso poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter essa situação.

Por essas razões, desconsiderar o papel do erro na aprendizagem, impede o desenvolvimento da auto confiança e condiciona o aluno a esforçar-se para dar respostas de acordo com modelos pré-estabelecidos .

Ao se levar em conta todos esses aspectos, a perspectiva da avaliação passa a ser comprometida com o desenvolvimento/progresso da aprendizagem do aluno, superando o aspecto negativo do fracasso.

1. Os critérios de avaliação

Ao estabelecerem objetivos e conteúdos para cada ciclo de aprendizagem, estes Parâmetros Curriculares buscam um direcionamento para o ensino de Matemática e visam, essencialmente, garantir uma formação básica comum aos alunos do Ensino Fundamental .

Os objetivos explicitam as capacidades a serem desenvolvidas e por isso, são expressos em termos de "levar o aluno a "; os conteúdos, como veículos de concretização dos objetivos, devem ser selecionados e organizados com base na seguinte reflexão: que conceitos, procedimentos e atitudes são mais adequados para a consecução dos objetivos pretendidos.

O trabalho de todo professor desenvolve-se, então, na perspectiva de que todas as crianças apreendam os conceitos explorados e apropriem-se de procedimentos, da melhor forma possível, desenvolvam atitudes positivas frente à Matemática, ou seja, atinjam os objetivos, da maneira mais plena.

As histórias que se desenrolam no cotidiano de cada sala de aula são evidentemente diferentes. Alguns objetivos ganham mais colorido que outros. Alguns conceitos/procedimentos/atitudes podem se tornar particularmente significativos em função de expectativas, interesses, necessidades.

Mesmo na diversidade é fundamental que não se perca de vista o princípio de garantia de uma formação básica comum. É com essa preocupação que nestes Parâmetros são explicitados critérios de avaliação. Eles procuram sintetizar o que é mais essencial que um aluno tenha conseguido aprender, ao final de cada ciclo, isto é, que competências o processo ensino-aprendizagem deve possibilitar que ele desenvolva, efetivamente.

É importante salientar que a explicitação desses critérios, neste documento não deve ser usada para reprovar alunos e sim para identificar possíveis falhas no processo ensino-aprendizagem, redirecionar o trabalho pedagógico e de forma mais ampla, o próprio sistema educacional.

III. Primeiro Ciclo

A. Ensino e Aprendizagem de Matemática no Primeiro Ciclo.

As crianças que ingressam no primeiro ciclo, tendo passado ou não pela pré-escola, trazem consigo uma bagagem de noções informais sobre numeração, medida, espaço e forma, construídas em sua vivência cotidiana. Essas noções matemáticas funcionarão como elementos de referência para a organização das formas de aprendizagem, pelo professor.

As coisas que as crianças observam (a mãe fazendo compras, a numeração das casas, os horários das atividades da família), os cálculos que elas próprias fazem (soma de pontos de um jogo, controle de quantidade de figurinhas que possuem), as referências que conseguem estabelecer (estar distante de, estar próximo de) serão transformadas em objeto de reflexão e integrar-se-ão às suas primeiras atividades matemáticas escolares.

Desse modo, é fundamental que o professor, antes de elaborar situações de aprendizagem, investigue qual é o domínio que cada criança tem, sobre o assunto que vai explorar, em que situações algumas concepções são ainda instáveis, quais as possibilidades e as dificuldades de cada uma para enfrentar este ou aquele desafio.

É importante salientar que, partir dos conhecimentos que as crianças possuem não significa restringir-se a eles, pois é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos, mas sim dar condições a elas de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Uma característica marcante das crianças desse ciclo é que sua participação nas atividades tem um caráter bastante individualista que as leva a não observar a produção dos colegas; nesse sentido, é fundamental a intervenção do professor, socializando as estratégias pessoais de abordagem de um problema, sejam eles semelhantes ou diferentes, e ensinando-as a compartilhar conhecimentos.

Elas também vão se utilizar de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para representações simbólicas, aproximando-se cada vez mais das representações matemáticas. Essa evolução depende de um trabalho do professor no sentido de chamar a atenção para elas, mostrar suas diferenças, as vantagens de algumas etc.

Ao explorarem as situações-problemas, as crianças deste ciclo vão precisar do apoio de recursos como materiais de contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), instrumentos de medida, calendários, embalagens, figuras tridimensionais e bidimensionais etc.

Contudo, progressivamente, irão realizando ações mentalmente e, após algum tempo, essas ações tornam-se internalizadas. Assim, por exemplo, mostrar-se-ão a certa altura, capazes de encontrar todas as possíveis combinações aditivas que resultam 10, sem ter necessidade de apoiar-se em materiais e isso deve ser incentivado pelo professor.

Um aspecto muito peculiar a este este ciclo é a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática. Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento à escrita, na aprendizagem da Matemática, a expressão oral também desempenha um papel fundamental.

Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo, elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para as crianças.

B. Objetivos propostos para o ensino de Matemática no Primeiro Ciclo

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve levar o aluno a:

- Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos.

- Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.

- Resolver situações-problema e construir a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e que um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.

- Desenvolver procedimentos de cálculo - mental, escrito, exato, aproximado - pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.

- Refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a calculadora como instrumento para produzir e analisar escritas.

- Estabelecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço bem como para identificar relações de posição entre objetos no espaço; interpretar e fornecer instruções, usando terminologia adequada.

- Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções, representações.

- Reconhecer grandezas mensuráveis, como tempo, temperatura, comprimento, massa, capacidade e elaborar estratégias pessoais de medida.

- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

- Identificar o uso de tabelas e gráficos para facilitar a leitura e interpretação de informações e construir formas pessoais de registro para comunicar informações coletadas.

C. Conteúdos propostos para o ensino de Matemática no Primeiro Ciclo

No primeiro ciclo as crianças vão estabelecer relações que vão aproximá-las de alguns conceitos, descobrir procedimentos simples e desenvolver atitudes frente à Matemática.

Essa aproximação se dá mediante atividades nas quais o professor procura ajudá-las a estabelecer vínculos entre suas novas aprendizagens e os conhecimentos com que chegam à escola.

Os conhecimentos das crianças não estão classificados em campos (numéricos, geométricos, métricos etc.), mas sim interligados. Essa forma articulada deve ser preservada no trabalho que o professor vai desenvolver pois as crianças terão melhores condições de apreender o significado dos diferentes conteúdos se conseguirem perceber diferentes relações deles entre si.

Desse modo, embora o professor tenha os blocos de conteúdo como referência para o seu trabalho, ele deve apresentá-los às crianças deste ciclo, da forma mais integrada possível.

Em função da própria diversidade das experiências vivenciadas pelas crianças também não é possível definir, de forma única, uma seqüência em que conteúdos matemáticos vão ser trabalhados e nem mesmo o nível de aprofundamento que lhes será dado.

Por outro lado, o trabalho a ser desenvolvido não pode ser improvisado, pois há objetivos a serem atingidos. Embora seja possível e aconselhável que em cada sala de aula sejam percorridos diferentes caminhos, é importante que o professor tenha coordenadas orientadoras do seu trabalho; os objetivos e os blocos de conteúdos são excelentes guias.

Uma abordagem adequada dos conteúdos supõe uma reflexão do professor no sentido de responder à questão "para que servem os conteúdos" e como desenvolvê-los para atingir os objetivos propostos.

Com relação ao número, de forma bastante simples, podemos dizer que é um indicador de quantidade (aspecto cardinal), que permite evocá-la mentalmente sem que a mesma esteja fisicamente presente. É também um indicador de posição (aspecto ordinal) que possibilita guardar o lugar ocupado por um objeto/pessoa/acontecimento numa listagem, sem ter que memorizar essa lista integralmente. Os números também são usados como código, o que não tem necessariamente ligação direta com o aspecto cardinal, nem com o aspecto ordinal (por exemplo, número de telefone, de placa de carro etc).

No entanto, essas distinções não devem ser apresentadas formalmente, mas elas serão identificadas nas várias situações de uso social que os alunos vivenciam e para as quais o professor vai lhes chamar atenção.

É a partir dessas situações cotidianas que as crianças vão construir hipóteses sobre o significado dos números e elaborar conhecimentos sobre as escritas numéricas, de forma semelhante ao que fazem em relação à língua escrita.

As escritas numéricas podem ser apresentadas, num primeiro momento, sem que seja necessário compreendê-las e analisá-las pela explicitação de sua decomposição em ordens e classes (unidades, dezenas e centenas). Ou seja, as características do sistema de numeração irão sendo observadas, principalmente por meio da análise das representações numéricas e dos procedimentos de cálculo, em situações-problema.

Grande parte dos problemas no interior da Matemática e fora dela, são resolvidos pelas operações fundamentais. Seria natural, portanto, que, levando em conta essa relação, as atividades para o estudo das operações se iniciasse e se desenvolvesse num contexto de resolução de problemas.

No entanto, muitas vezes se observa que o trabalho é iniciado pela obtenção de resultados básicos, seguido imediatamente pelo ensino de técnicas operatórias convencionais e finalizado pela utilização das técnicas em "problemas-modelo", muitas vezes ligados a uma única idéia das várias que podem ser associadas a uma dada operação.

No primeiro ciclo, serão explorados alguns dos significados das operações, colocando-se em destaque a adição e a subtração, em função das características da situação.

Ao longo desse trabalho, as crianças vão construir os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores do que 10) constituindo um repertório que dê suporte ao cálculo mental e escrito. Da mesma forma, a calculadora será usada como recurso, não para substituir a construção de procedimentos de cálculo pela criança, mas sim para ajudá-la a compreendê-los.

Diversas situações a serem enfrentadas pelas crianças não encontram nos conhecimentos aritméticos elementos suficientes à sua abordagem. Para compreender, descrever e representar o mundo em que vivem, as crianças precisam, por exemplo, saber localizar-se no espaço, movimentar-se nele, dimensionar sua ocupação, perceber a forma e o tamanho de objetos e a relação disso com seu uso etc.

Assim, nas atividades geométricas realizadas no primeiro ciclo, as crianças devem ser estimuladas a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, a situar-se no espaço, deslocar-se nele, dando e recebendo instruções, compreendendo termos como esquerda/direita, distância, deslocamento, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto, para descrever a posição, construindo ela mesma, itinerários. Também é importante que observem semelhanças e diferenças entre formas tridimensionais e bidimensionais, figuras plans e não planas, que construam e representem objetos de diferentes formas.

A exploração dos conceitos e procedimentos relativos a espaço e forma é que vai possibilitar ao aluno a construção de relações espaciais para a compreensão do espaço a sua volta.

Tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com espaço e forma, grandezas de diversas naturezas estarão envolvidas. Pela comparação dessas grandezas, em situações-problema e com base em suas experiências pessoais, as crianças deste ciclo vão usar procedimentos de medida e construir um conceito aproximativo de medida, identificando quais atributos de um objeto são passíveis de mensuração.

Não é objetivo deste ciclo a formalização de sistemas de medida, mas sim levar a criança a comprender o procedimento de medir, explorando para isso tanto estratégias pessoais como o uso de alguns instrumentos, como balança, fita métrica, relógio, recipientes de uso freqüente.

As características da sociedade atual apontam para a necessidade de um trabalho com elementos da estatística, da análise combinatória e com a probabilidade, desde os ciclos iniciais da aprendizagem.

Além disso, os conteúdos dessas áreas têm se mostrado interessantes do ponto de vista pedagógico, na medida em que estimulam as crianças a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação.

O que se pretende não é que os alunos aprendam apenas a ler e interpretar representações gráficas, mas sim que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos.

Neste ciclo é importante que o professor estimule as crianças a desenvolverem atitudes de organização, investigação, perseverança. Além disso, é fundamental que elas adquiram uma postura diante de sua produção, que as leve a justificar e validar suas respostas e observar que situações de erro são comuns e que a partir delas também se pode aprender. Neste contexto, é que o interesse, a cooperação e o respeito para com os colegas começa a se constituir.

O primeiro ciclo tem, portanto, como característica geral o trabalho com atividades que aproximem a criança das operações, dos números, das medidas, das formas e espaço e da organização de informações, pelo estabelecimento de vínculos com os conhecimentos com que ela chega à escola. Nesse trabalho, é fundamental que a criança adquira confiança em sua própria capacidade para aprender Matemática e explore um bom repertório de problemas, que lhe permita avançar no processo de formação de conceitos.

1. Conceitos e Procedimentos

a) Números Naturais e Sistemas de Numeração Decimal

- Reconhecimento de números no contexto diário.
- Utilização de diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção, tais como: contagem, pareamento, estimativa, correspondência de agrupamentos.

- Utilização de diferentes estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas.
- Comparação e ordenação de coleções pela quantidade de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto da medida.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares ou freqüentes.
- Observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que/menor que; estar entre) e de regras usadas em seriações (mais1, mais 2, dobro, metade).
- Contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc, a partir de qualquer número dado.
- Identificação de regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos freqüentes.
- Utilização da calculadora para produzir e comparar escritas numéricas.
- Organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional).

b) Operações com naturais

- Análise, interpretação, resolução e formulação de situações problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e subtração.
- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Utilização de sinais convencionais (+, -, X, :, =) associados às escritas das operações.

Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.

- Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades.
- Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.
- Cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.
- Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso da calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos.

c) Espaço e Forma

- Localização de pessoas /objetos no espaço com base em um ou dois pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Movimentação de pessoas /objetos no espaço com base em um ou dois pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
- Descrição da localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço usando sua própria terminologia.
- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
- Interpretação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis, itinerários.
- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de características das mesmas como, por exemplo: têm superfícies arredondadas ou planas, são simétricas ou não.
- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos - esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos - sem uso obrigatório de nomenclatura.
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- Construção e representação de formas geométricas.

d) Grandezas e Medidas

- Comparação de grandezas de mesma natureza com base na percepção, por meio de estratégias pessoais e uso de intrumentos de medidas conhecidos - fita métrica, balança, recipientes de 1 litro etc.
- Identificação de unidades de tempo tais como: dias, meses, semanas, ano, semestre, bimestre e utilização de calendários.
- Relação entre unidades de tempo tais como: dias, meses, semanas e ano, semestre, bimestre.
- Reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores.
- Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição.
- Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.

e) Tratamento da Informação

- Leitura e interpretação de informações contidas em imagens.
- Coleta e organização de informações.
- Criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas.
- Exploração da função do número como código numérico na organização de informações (linhas de ônibus, telefone, placas de carros, registro de identidade, bibliotecas, roupas, calçados).
- Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida.
- Produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

2. Atitudes

- Desenvolvimento de atitudes favoráveis para a aprendizagem em Matemática.
- Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema.
- Valorização da troca de experiências com seus pares como forma de aprendizagem.
- Curiosidade por questionar, explorar e interpretar os diferentes usos dos números, reconhecendo sua utilidade na vida cotidiana.
- Interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo.
- Valorização da utilidade dos elementos de referência para localizar-se e identificar a localização de objetos no espaço.
- Sensibilidade pela observação das formas geométricas na natureza, nas artes, nas edificações.
- Valorização da importância das medidas e estimativas para resolver problemas cotidianos.
- Interesse por conhecer, interpretar e produzir mensagens, que utilizam formas gráficas para apresentar informações.
- Apreciação da organização na elaboração e apresentação dos trabalhos.

D. Critérios de avaliação

Os critérios indicados abaixo apontam aspectos considerados essenciais em termos das competências que se espera que um aluno desenvolva até o final do primeiro ciclo.

Enquanto critérios, apresentam-se numa forma que permite a cada professor adequá-los em função do trabalho efetivamente realizado em sua sala de aula.

1. Resolver situações-problema que envolvem contagem e medida, significados das operações e seleção de procedimentos de cálculo.

Com este critério pretende-se avaliar se o aluno resolve problemas expressos por situações orais, textos ou representações matemáticas, utilizando-se de conhecimentos relacionados aos números, às medidas, aos significados das operações, selecionando um procedimento de cálculo pessoal ou convencional e produzindo sua expressão gráfica. Ao finalizar este ciclo, os diferentes significados das operações não estarão consolidados, por isso os problemas devem abordar os significados que já foram apropriados pelos alunos, priorizando-se as situações de adição e subtração.

2. Ler e escrever números utilizando conhecimentos sobre a escrita posicional.

Com este critério pretende-se avaliar se o aluno é capaz de utilizar o número como um instrumento para representar e resolver situações quantitativas presentes no cotidiano, evidenciando compreensão das regras do sistema de numeração decimal. Ao final do primeiro ciclo os alunos devem saber expressar resultados numéricos, mediante o uso de símbolos.

3. Comparar e ordenar quantidades que expressem grandezas familiares às crianças, interpretar e expressar os resultados da comparação e da ordenação.

Com este critério pretende-se avaliar os conhecimentos do aluno em dois aspectos: se tem noção de quantidade e qual é o procedimento que utiliza para identificar e comparar quantidades, em função da ordem de grandeza envolvida; se é capaz de ordenar quantidades, localizar números em intervalos, numa seqüência numérica (o "limite" da seqüência numérica é estabelecida em função do que for possível avançar, considerando-se as experiências numéricas do grupo classe).

4. Medir objetos, espaços e tempos, utilizando procedimentos pessoais, unidades de medida não convencionais ou convencionais (dependo da familiaridade), utilizando instrumentos disponíveis e do conhecimento do aluno.

Com esse critério, pretende-se avaliar se o aluno sabe medir fazendo uso de unidades de medida não convencionais, que sejam adequadas ao objeto, espaço ou tempo que se quer medir. O conhecimento e uso de unidades convencionais não são essenciais, até o final do primeiro ciclo, e dependem da familiaridade que os alunos possam ter com esses elementos, em situações do cotidiano. O mesmo deve ser considerado para os instrumentos de medida. Outro aspecto a ser observado é quanto a capacidade de realizar algumas estimativas de resultados de medições.

5. Localizar a posição de uma pessoa/objeto no espaço e identificar características nas formas dos objetos.

Com este critério pretende-se avaliar se o aluno utiliza elementos de posição como referência para situar-se e movimentar-se em espaços que lhe sejam familiares, assim como para definir a situação de um objeto num determinado espaço. É importante também verificar se ele é capaz de estabelecer semelhanças e diferenças entre os objetos, pela observação de suas formas. A expressão dessas observações é feita por meio de diferentes representações (gráficas, orais, com materiais etc.).

IV. Segundo Ciclo

A. Ensino e Aprendizagem de Matemática no Segundo Ciclo.

Muitos dos aspectos envolvendo o processo ensino-aprendizagem, abordados no item referente ao Primeiro Ciclo, devem ser também considerados pelos professores do Segundo Ciclo. Dentre esses aspectos, destacam-se a importância do conhecimento prévio do aluno como ponto de partida para a aprendizagem, do trabalho com diferentes hipóteses e representações que as crianças produzem, da relação a ser estabelecida entre a linguagem matemática e a língua materna e do uso de recursos didáticos como suporte à ação reflexiva do aluno.

No entanto, há outros aspectos a considerar, levando-se em conta que as capacidades cognitivas das crianças sofrem avanços significativos. Elas começam a estabelecer relações de causalidade, o que as estimula a buscar a explicação das coisas (porquês) e as finalidades (para que servem). O pensamento ganha maior flexibilidade o que lhes possibilita perceber transformações. A reversibilidade do pensamento vai permitir a observação de que alguns elementos dos objetos e das situações permanecem e que outros se transformam.

Desse modo, passam a descobrir regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Também aumenta a possibilidade de compreensão de alguns significados das operações e das relações entre elas.Elas ampliam também suas hipóteses, estendendo-as a contextos mais amplos. Assim, por exemplo, percebem que algumas regras, propriedades, padrões, que identificam nos números que lhe são mais familiares, também valem para números "maiores".

É importante ressaltar porém, que, apesar desses avanços, as generalizações são ainda bastante elementares e estão ligadas à possibilidade de observar, experimentar, lidar com representações, sem chegar, todavia, a uma formalização dos conceitos.

Em relação ao ciclo anterior, as crianças deste ciclo têm possibilidades de maior concentração e capacidade verbal para expressar com mais clareza suas idéias e pontos de vista. Pode-se notar ainda uma evolução das representações pessoais para as representações convencionais; em muitos casos elas têm condições de prescindir de representações pictóricas e podem lidar diretamente com as escritas matemáticas.

Outro ponto importante a destacar é o de que através de trocas que estabelecem entre si, elas passam a deixar de ver seus próprios pontos de vista como verdades absolutas e a enxergar os pontos de vista dos outros, comparando-os aos seus. Isso permite a elas realizarem a comparação e a análise de diferentes estratégias de solução.

B. Objetivos propostos para o Segundo Ciclo

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve levar o aluno a:

- Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.

- Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.

- Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.

- Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais.

- Ampliar os procedimentos de cálculo - mental, escrito, exato, aproximado - pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.

- Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados.

- Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas/objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições.

- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, através de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções.

- Recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação.

- Utilizar diferentes registros gráficos: desenhos, esquemas, escritas numéricas, como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.

- Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.

- Construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e que possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza.

- Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação-problema e do grau de precisão do resultado.

- Representar resultados de medições, utilizando a terminologia das unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida.

- Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, os conceitos e procedimentos matemáticos explorados neste ciclo.

- Vivenciar processos de resolução de problemas percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta.

C. Conteúdos propostos para o Segundo Ciclo

No segundo ciclo, as crianças vão ampliar conceitos já trabalhados no ciclo anterior (como o de número natural, adição, medida etc), estabelecer relações que as aproximem de novos conceitos (como o de número racional, por exemplo) , aperfeiçoar procedimentos conhecidos (contagem, medições) e construir novos (cálculos desenvolvendo proporcionalidade, por exemplo).

As atitudes frente ao conhecimento matemático ganharão novos contornos, uma vez que, por exemplo, as crianças deste ciclo são capazes de perceber que seus colegas podem ter pontos de vista diferentes dos seus em relação a um dado assunto e que a troca de opiniões também pode ser uma forma de aprendizagem em Matemática.

Se no primeiro ciclo, o trabalho do professor centra-se na análise das hipóteses levantadas pelas crianças e na exploração das estratégias pessoais que ela desenvolve para resolver situações-problema, neste ciclo ele pode dar alguns passos no sentido de levá-las a compreender formas de enunciados, terminologias, técnicas matemáticas sem, no entanto, deixar de valorizar e estimular a proposição de hipóteses e estratégias pessoais dos alunos.

Em relação aos números naturais, o aluno terá oportunidade de ampliar idéias e procedimentos relativos a contagem, comparação, ordenação, estimativa, e às operações que os envolvem. Através da análise das regras de funcionamento do sistema de numeração decimal, o aluno poderá interpretar e construir qualquer escrita numérica, inclusive a dos números racionais na forma decimal.

Neste ciclo, serão apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal.

Quanto às operações, os significados já trabalhados no ciclo anterior serão consolidados e novas situações serão propostas com vistas à ampliação do conceito de cada uma dessas operações.

Os recursos de cálculo serão ampliados neste ciclo pelo fato de, por um lado, a criança ter uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal e, por outro, uma flexibilidade de pensamento para construção do seu cálculo mental.

Os procedimentos de validação de estratégias e de resultados obtidos na resolução de problemas também vão ser aprimorados neste ciclo; isso é possível, porque a criança tem melhores condições não apenas para analisar e questionar como também para expressar o que pensa. Nesse contexto, a calculadora pode ser utilizada como um recurso didático, tanto para que a criança analise resultados que lhe são apresentados como para controlar e auto-corrigir sua própria produção.

O trabalho com Espaço e Forma continuará centrado na realização de atividades exploratórias do espaço. Assim, deslocando-se no espaço, observando o deslocamento de outras pessoas, antecipando seu próprios deslocamentos, observando e manipulando formas as crianças vão percebendo as relações dos objetos no espaço e aprendendo a utilizar vocabulário correspondente (em cima, embaixo, ao lado, atrás, entre, esquerda, direita, no mesmo sentido, em direção contrária).

Mas é importante também que elas sejam incentivadas a trabalhar com representações do espaço, produzindo-as e interpretando-as. O trabalho com malhas e diagramas, a exploração de guias e mapas podem constituir um recurso para a representação do espaço.

Quanto às formas, estimular-se-á a observação de características das figuras tridimensionais e bidimensionais, o que lhes permitirá identificar propriedades e, desse modo, estabelecer algumas classificações.

Em relação às Grandezas e Medidas, as crianças deste ciclo devem ser estimuladas a compreender melhor como se processa uma dada medição e que aspectos do processo de medição são sempre válidos. Ou seja, ela deve perceber, a necessidade de escolher uma certa "unidade", de comparar essa unidade com o objeto que está medindo e de contar o número de vezes que essa unidade foi utilizada.

Nesse processo, ela vai perceber que dependendo da unidade escolhida, o resultado da medição varia e que há unidades mais adequadas que outras, dependendo do que se pretende medir. Relações usuais (como, por exemplo, metro/centímetro, grama/ quilograma etc.) devem ser exploradas, sem, no entanto, exagerar no trabalho com conversões desprovidas de significado prático (km para mm, por exemplo).

Outra observação que as crianças fazem é a de que, embora possam medir usando padrões não convencionais, é importante conhecer sistemas convencionais, especialmente porque eles permitem a comunicação.

O trabalho com medidas vai evidenciar para as crianças, as relações entre sistemas decimais de medida, sistema monetário e sistema de numeração decimal.

Relativamente ao tratamento da informação, o trabalho a ser desenvolvido a partir da coleta, organização e descrição de dados possibilitará às crianças compreender as funções de representações usadas para comunicar esses dados (tabelas, gráficos etc.) quais sejam; a apresentação global da informação, a leitura rápida e o destaque dos aspectos relevantes.

Lendo e interpretando dados apresentados em tabelas e gráficos, as crianças poderão perceber que eles nos permitem estabelecer relações entre acontecimentos e, em alguns casos, fazer previsões. Também, ao observarem a freqüência de ocorrência de um acontecimento, ao longo de um grande número de experiências, desenvolvem suas primeiras noções de probabilidade.

A produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas e a construção de gráficos e tabelas, com base em informações contidas em textos jornalísticos e científicos constituem um aspecto importante a que o professor deve dar especial atenção.

O segundo ciclo tem, como característica geral, o trabalho com atividades que permitam à criança progredir no processo de conceitualização das idéias matemáticas.No entanto, esse processo não tem, nesse ciclo, um marco de terminalidade da aprendizagem das noções estudadas, o que significa que, o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que a criança alcance novos patamares de conhecimento.

Nesse trabalho, é fundamental que a criança reafirme confiança em si própria, frente à resolução de problemas, valorize suas estratégias pessoais e também aquelas que são fruto da evolução histórica do conhecimento matemático.

1. Conceitos e Procedimentos

a) Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais

- Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
- Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação de- cimal de um número racional.
- Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
- Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso freqüente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.

- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário.

b) Operações com Números Naturais e Racionais

- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações- problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.
- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Ampliação do repertório básico das operações com números naturais para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito.
- Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.
- Desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso do cálculo mental e da calculadora.
- Decisão sobre a adequação do uso do cálculo mental - exato ou aproximado - ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.
- Cálculo simples de porcentagens

c) Espaço e forma

- Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa/objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.
- Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa/objeto.
- Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa/objeto no espaço e construção de itinerários.
- Representação do espaço por meio de maquetes.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre diferentes corpos redondos como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre diferentes poliedros, como os prismas, as pirâmides e outros.
- Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
- Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios, tais como: número de lados, eixos de simetria etc.
- Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados etc.
- Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
- Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.
- Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
- Representação de figuras geométricas.

d) Grandezas e Medidas

- Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.
- Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: tempo, comprimento, superfície, massa, capacidade, temperatura.
- Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida tais como: metro, centímetro, quilômetro, alqueire, litro, mililitro, grama, miligrama, quilograma, grau (temperatura) etc.
- Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
- Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.
- Reconhecimento e utilização das medidas de tempo e realização de conversões simples.
- Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.
- Utilização do sistema monetário brasileiro em situações- problema.
- Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras, sem uso de fórmulas.

e) Tratamento da Informação

- Coleta, organização e descrição de dados.
- Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações.
- Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.
- Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, e construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros.

- Obtenção e interpretação de média aritmética.
- Exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte".
- Utilização de informações dadas, para avaliar probabilidades.
- Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las, usando estratégias pessoais.

2. Atitudes

- Confiança em suas possibilidades para propor e resolver problemas.
- Perseverança, esforço e disciplina na busca de resultados.
- Segurança na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modificá-los.
- Respeito pelo pensamento do outro, valorização do trabalho cooperativo e do intercâmbio de idéias, como fonte de aprendizagem.
- Apreciação da limpeza, ordem, precisão e correção na elaboração e na apresentação dos trabalhos.
- Curiosidade em conhecer a evolução histórica dos números, de seus registros, de sistemas de medida utilizados por diferentes grupos culturais.
- Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais de cálculo, interesse em conhecer e utilizar diferentes estratégias para calcular e os procedimentos de cálculo que permitem generalizações e precisão.
- Curiosidade em conhecer a evolução histórica dos procedimentos e instrumentos de cálculo utilizados por diferentes grupos culturais.
- Valorização da utilidade dos sistemas de referência para localização no espaço.
- Sensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas, na natureza, nas artes, nas edificações.
- Curiosidade em conhecer a evolução histórica das medidas, unidades de medida e instrumentos utilizados por diferentes grupos culturais e reconhecimento da importância do uso adequado dos instrumentos e unidades de medida convencionais.

- Interesse na leitura de tabelas e gráficos como forma de obter informações.
- Hábito em analisar todos os elementos significativos presentes em uma representação gráfica, evitando interpretações parciais e precipitadas.

D. Critérios de avaliação

Os critérios indicados abaixo apontam aspectos considerados essenciais em termos das competências que se espera que um aluno desenvolva até o final do segundo ciclo.

Enquanto critérios, apresentam-se numa forma que permite a cada professor adequá-los em função do trabalho efetivamente realizado em sua sala de aula.

1. Resolver situações-problema que envolvam contagem, medidas, os significados das operações, utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando procedimentos de cálculo.

Com este critério pretende-se avaliar se o aluno resolve problemas, utilizando conhecimentos relacionados aos números naturais e racionais (na forma fracionária e decimal), às medidas e aos significados das operações, produzindo estratégias pessoais de solução, selecionando procedimentos de cálculo, justificando tanto os processos de solução quanto os procedimentos de cálculo em função da situação proposta.

2. Ler, escrever números naturais e racionais, ordenar números naturais e racionais na forma decimal, pela interpretação do valor posicional de cada uma das ordens.

Com este critério pretende-se avaliar se o aluno sabe ler, escrever, ordenar, identificar seqüências e localizar em intervalos, números naturais e números racionais na forma decimal, pela identificação das principais características do sistema de numeração decimal.

3. Realizar cálculos, mentalmente e por escrito, envolvendo números naturais e racionais (apenas na representação decimal) e comprovar os resultados, por meio de estratégias de verificação.

Com este critério, pretende-se avaliar a capacidade dos alunos para calcular com agilidade, utilizando-se de estratatégias pessoais e convencionais, distinguindo as situações que requerem resultados exatos ou aproximados. É importante também avaliar a utilização de estratégias de verificação de resultados, inclusive as que fazem uso de calculadoras.

4. Medir e fazer estimativas sobre medidas, utilizando unidades e instrumentos de medida mais usuais e que melhor se ajustem à natureza da medição realizada.

Com este critério, pretende-se avaliar os conhecimentos dos alunos sobre as unidades mais usuais dos sistemas decimais de medidas, traduzidos pelas seguintes capacidades: saber escolher a unidade de medida e o instrumento mais adequado a cada situação, fazer previsões razoáveis (estimativas) sobre resultados de situações que envolvam grandezas de comprimento, capacidade, massa e tempo e saber ler, interpretar e produzir registros utilizando a notação convencional das medidas.

5. Interpretar e construir representações espaciais (croquis, itinerários, maquetes), utilizando-se de elementos de referência e estabelecendo relações entre eles.

Com este critério, pretende-se avaliar a capacidade dos alunos para identificar e estabelecer pontos de referência e estimar distâncias ao construírem representações de espaços conhecidos, utilizando adequadamente a terminologia usual referente a posições.

6. Reconhecer e descrever formas geométricas tridimensionais e bidimensionais.

Com este critério, pretende-se avaliar se o aluno identifica características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, percebendo semelhanças e diferenças entre elas (superfícies planas/arredondadas, formas das faces, simetrias) e reconhece elementos que as compõem (faces, arestas, vértices, lados, ângulos).

7. Recolher dados sobre fatos e fenômenos do cotidiano, utilizando procedimentos de organização e expressar o resultado, utilizando tabelas e gráficos.

Com este critério, pretende-se avaliar a capacidade do aluno para coletar, organizar e registrar informações por meio de tabelas e gráficos, interpretando essas formas de registro para fazer previsões.

V. Orientações Didáticas

para o Primeiro e Segundo Ciclos

As orientações didáticas apresentadas a seguir não têm a finalidade de constituir um "manual didático" com sugestões de trabalho a serem desenvolvidos em sala de aula. Elas pretendem contribuir para a reflexão a respeito do "como ensinar", analisando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos.

Assim, procuraremos nos acercar dos conceitos e procedimentos que serão ensinados, dos modos pelos quais eles se relacionam entre si e, também, das formas por meio das quais as crianças constróem seus conhecimentos matemáticos.

A. Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal

Os conhecimentos a respeito dos números naturais vão ser construídos num processo em que eles aparecem como um instrumento útil para resolver determinados problemas e como um objeto que pode ser estudado por si mesmo.

Sua utilidade é percebida pelas crianças antes mesmo de chegarem à escola; elas conhecem números de telefone, de ônibus, lidam com preços, numeração de calçado, idade, calendário. Os números serão estudados como um objeto matemático, também a partir de contextos significativos para os alunos.Esse estudo envolve, por exemplo, o reconhecimento da existência de diferentes tipos de números (naturais, racionais e outros) de suas representações e classificações (primos, compostos, pares, ímpares etc) .

A criança vem para a escola com um razoável conhecimento não apenas dos números de 1 a 9, como também de números como 12, 13, 15, que lhe são já bastante familiares, e de outros números que aparecem com freqüência no seu dia-a-dia - como os números envolvidos na indicação dos dias do mês, que vão até 30/31.

Desse modo, as atividades de leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas devem tomar como ponto de partida os números que a criança conhece. Esse trabalho pode ser feito por meio de atividades em que, por exemplo, a professora:

- elabora, junto com a classe, um repertório de situações em que elas usam números;

- pede às crianças que recortem números em jornais e revistas e façam a leitura dos mesmos (do jeito que sabem);

- elabora, com a classe, listas com números de linhas de ônibus da cidade, números de telefones úteis, números de placas de carros e solicita a leitura dos mesmos;

- orienta as crianças para que elaborem fichas em que cada um vai anotar os números referentes a si próprio, tais como: idade, data de nascimento, número do calçado, peso, altura, número de irmãos, número de amigos etc.;

- trabalha diariamente com o calendário para identificar o dia do mês e registrar a data;

- solicita às crianças que façam aparecer no visor de uma calculadora, números escritos na lousa ou indicados oralmente;

- pede às crianças que observem a numeração da rua onde moram, onde começa e onde termina, e que registrem o número de suas casas e de seus vizinhos.

- verifica como as crianças fazem contagens e como fazem a leitura de números com dois ou mais dígitos e que hipóteses possuem acerca das escritas desses números.

Na prática escolar, no entanto, o mais comum é tentar explicitar, logo de início, as ordens que compõem uma escrita numérica - unidade, dezena etc. - para que o aluno faça a leitura e a escrita dos números com compreensão.

Embora isso possa parecer simples e natural, do ponto de vista do adulto, que já conhece as regras de formação do sistema de numeração, o que se observa é que os alunos apresentam dificuldade nesse trabalho, deixando o professor sem compreender porque isso acontece.

Alguns estudos recentes têm evidenciado que, mesmo sem conhecer as regras do sistema de numeração decimal, as crianças são capazes de indicar qual é o maior número de uma listagem, em função da quantidade de algarismos presentes em sua escrita (justificam que 156 é maior que 76 porque tem mais "números") e também de escrever e interpretar números compostos com dois ou três algarismos.

Para produzir escritas numéricas, algumas crianças recorrem à justaposição de escritas que já conhecem, organizando-as de acordo com a fala. Assim, por exemplo, para representar o 128, podem escrever, 100 20 8 (cem/vinte/oito) ou 100 20 e 8 (cem/vinte e oito).

É importante que o professor dê a elas a oportunidade de expor suas hipóteses sobre os números e as escritas numéricas, pois essas hipóteses constituem subsídios no processo de construção do número pelas crianças.

Dentre as situações que propiciam a apropriação da idéia de número pelas crianças, algumas se destacam. Uma delas consiste em levá-las à necessidade de comparar duas coleções do ponto de vista da quantidade, seja organizando uma coleção que tenha tantos objetos quanto uma outra; seja organizando uma coleção que tenha o dobro, ou o triplo etc., de uma outra; seja completando uma coleção para que ela tenha a mesma quantidade de objetos de uma outra.

Outra situação é aquela em que precisam situar algo numa listagem ordenada, seja para lembrar da posição de um dado objeto numa linha, ou de um jogador num jogo em que se contem pontos, ou para ordenar uma seqüência de fatos, do primeiro ao último. Nessas situações, elas utilizarão diferentes estratégias como a contagem, o pareamento, a estimativa, o arredondamento e, dependendo da quantidade, até a correspondência de agrupamentos.

Os procedimentos elementares de cálculo, por sua vez, também contribuem para o desenvolvimento da concepção do número. Isso ocorre por exemplo, quando as crianças precisam identificar deslocamentos (avanços e recuos) numa pista graduada; ou então quando necessitam indicar a quantidade de elementos de coleções que juntam, separam, repartem.

Desde o início, é fundamental que as crianças tenham contato com escritas de números de diferentes grandezas para que possam compará-las e tirar conclusões, como: dez, vinte, trinta, cinqüenta, noventa precisam de dois algarismos para serem representados; depois do 9 vem o 10, do 19 vem o 20, do 29 vem o 30, sempre depois de um número terminado em 9 vem outro número terminado em 0. Colocar limites excessivos para apresentação dos números representa um rompimento com o universo numérico das crianças (elas conhecem números como o 100, o 1000) e dificulta a comparação entre escritas e a busca de regularidades.

Se num primeiro momento, as escritas numéricas podem ser exploradas sem que seja necessário compreendê-las e analisá-las pela explicitação de sua decomposição em ordens e classes (unidades, dezenas e centenas), explorando-se as escritas pessoais elaboradas pelas crianças, isso não exclui outro aspecto fundamental que é o de caminhar em direção às escritas convencionais, sem as quais a criança não terá referência para se apropriar do conhecimento socialmente estabelecido.

As características do sistema de numeração - agrupamentos de 10 em 10, valor posicional - irão sendo observadas, principalmente por meio da análise das representações numéricas e dos procedimentos de cálculo, em situações-problema.

É no trabalho com números "maiores" e menos freqüentes na vivência das crianças que vai ser necessário explorar os procedimentos de leitura, associando-os à representação escrita do número - o que envolve agrupamentos, trocas.

Sabemos que a humanidade criou diversas formas de representação dos números até que o sistema hindo-arábico se disseminasse em função de sua praticidade e pela possibilidade que oferecia de permitir representar qualquer número fazendo uso de dez símbolos.

Esse fantástico e econômico sistema não é, porém, de fácil assimilação pelas crianças, pois requer a compreensão de regras não tão elementares; para ler/escrever um número como 1243, é preciso saber que o 1 vale 1000, que o 2 vale 200, que o 4 vale 40 e que isso é fruto de agrupamentos e trocas na base 10 e de um princípio posicional.

O que se observa na prática é que, embora as crianças sejam capazes de indicar numa escrita numérica, a posição da unidade, da dezena, da centena, isso não significa necessariamente que consigam estabelecer relação entre elas e utilizá-las para compreender os procedimentos de cálculo .

O recurso à história da numeração, a instrumentos como os ábacos e as calculadoras podem contribuir para um trabalho fecundo com os números e, em especial, com o sistema de numeração.

B. Números Racionais

O trabalho com racionais, proposto para o segundo ciclo, tem como objetivo principal levar as crianças a perceberem que os números naturais, que elas conhecem, são insuficientes para resolver determinados problemas.

Explorando situações em que, usando apenas números naturais não conseguem exprimir a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão, as crianças identificarão nos números racionais a possibilidade de resposta a novos problemas.

A construção da idéia de número racional é relacionada à divisão entre dois números inteiros, excluindo-se o caso em que o divisor é zero. Ou seja, desde que um número represente o quociente entre dois inteiros quaisquer (o segundo não nulo) ele é um número racional. Como neste ciclo estamos trabalhando apenas com os naturais e ainda não com os inteiros negativos, os números racionais de que vamos tratar são quociente de números naturais.

No entanto, em que pesem as relações entre números naturais e números racionais, a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas pelas crianças acerca dos números naturais e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada.

Ao raciocinar sobre os números racionais como se eles fossem naturais, as crianças acabam tendo que enfrentar vários obstáculos:

- um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9, 4/12,...são diferentes representações de um mesmo número;

- outro, diz respeito à comparação entre racionais: acostumada com a relação $3 > 2$, a criança terá que construir uma escrita que lhe parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;

- se o "tamanho" da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais ($8345 > 41$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece a esse critério;

- se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2, o aluno se surpreende ao ver que o resultado é menor do que 10;

- se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, a criança deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como o 0,81; o 0,815; o 0,87 ...

Se optarmos por começar o estudo dos racionais pelo reconhecimento destes no contexto diário, observaremos que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária.

O advento das calculadoras fez com que as representações decimais se tornassem bastante freqüentes. Desse modo, um trabalho interessante consiste em utilizá-las para o estudo das representações decimais na escola. Por meio de atividades em que as crianças são convidadas a dividir, usando a calculadora, 1 por 2, 1 por 3, 1 por 4, 1 por 5 etc., e a levantar hipóteses sobre as escritas que vão aparecendo no visor da calculadora, elas começam a interpretar o significado dessas representações decimais.

- um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9, 4/12,...são diferentes representações de um mesmo número;

- outro, diz respeito à comparação entre racionais: acostumada com a relação $3 > 2$, a criança terá que construir uma escrita que lhe parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;

- se o "tamanho" da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais ($8345 > 41$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece a esse critério;

- se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2, o aluno se surpreende ao ver que o resultado é menor do que 10;

- se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, a criança deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como o 0,81; o 0,815; o 0,87 ...

Se optarmos por começar o estudo dos racionais pelo reconhecimento destes no contexto diário, observaremos que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária.

O advento das calculadoras fez com que as representações decimais se tornassem bastante freqüentes. Desse modo, um trabalho interessante consiste em utilizá-las para o estudo das representações decimais na escola. Por meio de atividades em que as crianças são convidadas a dividir, usando a calculadora, 1 por 2, 1 por 3, 1 por 4, 1 por 5 etc., e a levantar hipóteses sobre as escritas que vão aparecendo no visor da calculadora, elas começam a interpretar o significado dessas representações decimais.

Usando a calculadora, elas também podem perceber que as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar números naturais, podem ser aplicadas para se obter a escrita dos racionais na forma decimal, acrescentando-se novas ordens à direita da unidade (a 1.ª ordem) e de forma decrescente.

Além da exploração dessas escritas pelo uso da calculadora, as crianças também estabelecerão relação entre elas e as representações referentes ao sistema monetário e aos sistemas de medida.

Já o contato com representações fracionárias é bem menos freqüente; a necessidade de lidar com as frações na vida cotidiana limita-se praticamente a metades, terços, quartos e isso se dá, quase que exclusivamente, pela linguagem oral.

Desse modo, a ênfase exagerada que se costuma dar ao trabalho com frações, que é feita no segundo ciclo, tem sido largamente questionada em função do pouco uso social das frações e da complexidade que esse conteúdo representa para a compreensão das crianças; a prática mostra que não se tem conseguido promover um real conhecimento do significado desses conteúdos e o trabalho acaba centrando-se na memorização de regras ("divide pelo debaixo e multiplica pelo de cima" ou "copia a primeira, inverte a segunda e multiplica").

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate ou de uma pizza, em partes iguais.

A relação parte-todo se apresenta, portanto, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou quantidade de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes.

Outro significado das frações é o de quociente; baseia-se na divisão de um natural por outro ($a:b = a/b$; $b \neq 0$). Para a criança, ela se diferencia da interpretação anterior pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir dois chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3

Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando são interpretadas como razões. Isso ocorre, por exemplo, quando lidamos com informações tais como "2 de cada 5 habitantes de uma cidade são imigrantes". Nesse caso, não existe uma unidade, um todo, como ocorria nos exemplos precedentes, mas é a idéia de par ordenado que está presente.

Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade de sortear uma bola verde, retirando-se as mesmas de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1cm para 100m); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol).

A essas três interpretações, bastante interessantes de serem exploradas neste ciclo, acrescenta-se mais uma, que será trabalhada nos ciclos posteriores. Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Esta idéia está presente, por exemplo, num problema do tipo: "que número devo multiplicar por 2 para obter 3".

Esse breve resumo das interpretações mostra que a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite às crianças experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que vai ser apenas iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e consolidado nos dois ciclos finais.

Complementando estas considerações para o trabalho com racionais no segundo ciclo, destacamos:

- O conceito de fração será explorado a partir de expressões da linguagem corrente que as crianças utilizam ou ouvem, em que aparecem idéias relativas às frações (meio dia, um litro e meio, meia hora, um quarto para as cinco, dividir meio-a-meio, uma oitava acima, na razão de 2 para 3, 10 por cento).

- Um conhecimento significativo das frações deve ser construído pelos alunos a partir do segundo ciclo, por meio de sua apresentação em contextos apropriados , deixando-se para os ciclos posteriores técnicas e cálculos.
- Para compreensão das frações e dos decimais, são fundamentais os conceitos de unidade e sua subdivisão em partes iguais (seja tal unidade uma barra de chocolate, um punhado de balas, um bolo ou uma folha de papel).

C. Operações com números naturais

1. Adição e Subtração: significados

O desenvolvimento da investigação na área da didática da Matemática traz novas referências para o tratamento das operações. Entre elas, encontram-se as que apontam os problemas aditivos e subtrativos como aspecto inicial a ser trabalhado na escola, concomitantemente ao trabalho de construção do significado dos números naturais.

A justificativa para o trabalho conjunto dos problemas aditivos e subtrativos baseia-se no fato de que eles compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas. A título de exemplo, analisemos a seguinte situação:

"João possuía 8 figurinhas e ganhou mais algumas num jogo. Agora ele tem 13 figurinhas" .(1)

Se observarmos as estratégias de solução empregadas pelas crianças, podemos notar que a descoberta de quantas figurinhas João ganhou, às vezes, é encontrada pela aplicação de um procedimento aditivo e, outras vezes, subtrativo.

(1) .As situações que aparecem como exemplos neste texto têm apenas a função de evidenciar os aspectos fundamentais e as diferenças existentes entre os significados das operações. No trabalho escolar, elas devem estar incorporadas a outras, mais ricas, contextualizadas, que possibilitem interpretação, análise, descoberta e verificação de estratégias.

Isto evidencia que os problemas não se classificam em função unicamente das operações a eles relacionadas - *a priori* - e sim em função dos procedimentos utilizados por quem os soluciona.

Outro aspecto apontado pelas investigações é o de que a dificuldade de um problema não está diretamente relacionada à operação requisitada para a sua solução. É comum considerar-se que problemas aditivos são mais simples para a criança do aqueles que envolvem subtração. Mas a análise de determinadas situações pode nos mostrar o contrário.

- Carlos deu 5 figurinhas a José e ainda ficou com 8 figurinhas. Quantas figurinhas Carlos tinha inicialmente?
- Pedro tinha 9 figurinhas. Ele deu algumas a Paulo e ainda ficou com 5. Quantas figurinhas ele deu?

O primeiro problema, que é resolvido por uma adição, em geral se apresenta como mais difícil para as crianças do que o segundo, que requer uma subtração.

Pelo aspecto do cálculo, adição e subtração também estão intimamente relacionadas. Para calcular mentalmente 40 - 26, algumas crianças recorrem ao procedimento subtrativo de decompor o número 26 e subtrair primeiro 20 e depois 6; outras pensam em um número que devem juntar a 26 para se obter 40, recorrendo neste caso a um procedimento aditivo.

Os problemas aditivos e subtrativos não estão associados a determinados níveis de escolaridade. A construção dos diferentes significados leva tempo e ocorre pela descoberta de diferentes procedimentos de solução. Assim, o estudo da adição e da subtração deve ser proposto ao longo dos dois ciclos, juntamente com o estudo dos números e o desenvolvimento dos procedimentos de cálculo, em função das dificuldades lógicas, específicas a cada tipo de problema, e dos procedimentos de solução disponíveis nos alunos.

Dentre as situações que envolvem adição e subtração a serem exploradas nestes dois ciclos, podemos destacar, para efeito de análise e sem qualquer hieraquização, quatro grupos:

a) Num primeiro grupo, estão as situações associadas à idéia de combinar dois estados para obter um terceiro, mais comumente identificada pela ação de "juntar". Exemplo:

- Em uma classe há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há nessa classe?

A partir dessa situação é possível formular outras duas, mudando-se a pergunta. As novas situações são comumente identificadas pelas ações de "separar/tirar". Exemplos:

- Em uma classe há alguns meninos e 13 meninas, no total são 28 alunos. Quantos meninos há nessa classe?
- Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?

b) Num segundo grupo, estão as situações ligadas à idéia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa. Exemplos:

- Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação positiva).

* Pedro tinha 37 figurinhas. Ele perdeu 12 num jogo . Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação negativa).

Cada uma dessas situações pode gerar outras como:

- Paulo tinha algumas figurinhas, ganhou 12 no jogo e ficou com 20. Quantas figurinhas ele ganhou?
- Paulo tinha 20 figurinhas, ganhou algumas e ficou com 27. Quantas figurinhas ele ganhou?

* No início de um jogo, Pedro tinha algumas figurinhas. No decorrer do jogo ele perdeu 20 e terminou o jogo com 7 figurinhas. Quantas figurinhas ele possuía no início do jogo?

* No início de um jogo Pedro tinha 20 figurinhas. Ele terminou o jogo com 8 figurinhas. O que aconteceu no decorrer do jogo?

c) Num terceiro grupo, estão as situações ligadas à idéia de comparação. Exemplo:

- No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais que Paulo . Quantas eram as figurinhas de Carlos?

Se alterarmos a formulação do problema e a proposição da pergunta, incorporando ora dados positivos, ora dados negativos, podemos gerar várias outras situações, tais como:

- Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tem 12 e Carlos, 7. Quantas figurinhas Carlos deve ganhar para ter o mesmo número que Paulo?

- Paulo tem 20 figurinhas. Carlos tem 7 figurinhas a menos que Paulo. Quantas figurinhas tem Carlos?

d) Num quarto grupo, estão as situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa). Exemplo:

* No início de uma partida, Ricardo tinha um certo número de pontos. No decorrer do jogo ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

  Também neste caso, as variações positivas e negativas podem levar a novas situações, tais como:

* No início de uma partida, Ricardo tinha um certo número de pontos. No decorrer do jogo ele perdeu 20 pontos e ganhou 7 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

* Ricardo iniciou uma partida com 15 pontos de desvantagem. Ele terminou o jogo com 30 pontos de vantagem. O que aconteceu durante o jogo?

Embora todas estas situações façam parte do campo aditivo, elas colocam em evidência níveis diferentes de complexidade. Note-se que no início da aprendizagem escolar os alunos ainda não dispõem de conhecimentos e competências para resolver todas elas, necessitando de uma ampla experiência com situações-problema que os leve a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões.

Desse modo, o processo de ensino-aprendizagem das operações deve ser organizado coletivamente pelos professores, não apenas dos dois primeiros ciclos, como também pelos professores de 5as. e 6as. séries que darão continuidade ao trabalho.

2. Multiplicação e divisão - significados

Uma abordagem freqüente no trabalho com a multiplicação é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição. Nesse caso, a multiplicação é apresentada como um caso particular da adição porque as parcelas envolvidas são todas iguais. Por exemplo:

- Tenho que tomar 4 comprimidos por dia, durante 5 dias. Quantos comprimidos preciso comprar?

À essa situação associa-se a escrita 5 x 4, na qual o 4 é interpretado como o número que se repete e o 5 como o número que indica a quantidade de repetições.

Ou seja, tal escrita apresenta-se como uma forma abreviada da escrita 4 + 4 + 4 + 4 + 4 .

A partir dessa interpretação, definem-se papéis diferentes para o multiplicando (o número que se repete) e para o multiplicador (o número de repetições), não sendo possível tomar um pelo outro. No exemplo dado, não se pode tomar o número de comprimidos pelo número de dias. Saber distinguir o valor que se repete, do número de repetições, é um aspecto importante para a resolução de situações como esta.

No entanto, essa abordagem não é suficiente para que as crianças compreendam e resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas.

Além disso, ela provoca uma ambigüidade em relação à comutatividade da multiplicação. Embora, matematicamente, a x b = b x a , no contexto de situações como a que foi analisada, (dos comprimidos) isso não ocorre.

Assim como no caso da adição e da subtração, estudos recentes trazem novos elementos para o tratamento da multiplicação e da divisão no ensino fundamental.

Dentre eles, destacam-se a importância de um trabalho conjunto dos problemas que exploram a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado.

Dentre as situações relacionadas à multiplicação e divisão, a serem exploradas nestes dois ciclos, podemos destacar para efeito de análise e sem qualquer hierarquização, quatro grupos:

a) Num primeiro grupo, estão as situações associadas ao que se poderia denominar multiplicação comparativa. Exemplos:

- Pedro tem R$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

* Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?

A partir dessas situações de multiplicação comparativa é possível formular situações que envolvem a divisão. Exemplo:

- Lia tem R$ 10,00 . Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

b) Num segundo grupo, estão as situações associadas à comparação entre razões e que, portanto, envolvem a idéia de proporcionalidade.

Os problemas que envolvem essa idéia são muito freqüentes nas situações cotidianas e, por isso, tornam-se, às vezes, mais compreensíveis para as crianças. Exemplos:

- Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (a idéia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3 está para 24).

* Dois abacaxis custam R$ 2,50 . Quanto pagarei por 4 desses abacaxis? (situação em que a criança deve perceber que se vai comprar o dobro de abacaxis e se deve pagar - se não houver desconto - o dobro (R$ 5,00), não sendo necessário achar o preço de um abacaxi para depois calcular o de 4).

A partir dessas situações de proporcionalidade, é possível formular outras que vão conferir significados à divisão, associadas às ações "repartir (igualmente)"e "determinar quanto cabe".

Exemplos associados ao primeiro problema:

- Marta pagou R$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote? (a quantia em dinheiro vai ser repartida igualmente em 3 partes e o que se procura é o valor de uma parte).

- Marta gastou R$ 24,00 na compra de pacotes de chocolate que custavam R$ 3,00 cada um. Quantos pacotes de chocolate ela comprou? (procura-se verificar quantas vezes 3 cabe em 24, ou seja, identifica-se a quantidade de partes).

Estas situações possibilitam o surgimento de procedimentos diversos elaborados pelas crianças como, por exemplo:

Para a situação 1.1	Para a situação 1.2 Estratégia subtrativa	Para a situação 1.2 Estratégia aditiva
24	24 - 3 = 21	3 + 3 = 6
1 1 1	21 - 3 = 18	6 + 3 = 9
1 1 1	18 - 3 = 15	9 + 3 = 12
1 1 1	15 - 3 = 12	12 + 3 = 15
1 1 1	12 - 3 = 9	15 + 3 = 18
1 1 1	9 - 3 = 6	18 + 3 = 21
1 1 1	6 - 3 = 3	21 + 3 = 24
1 1 1	3 - 3 = 0	
1 1 1		

c) Num terceiro grupo, estão as situações associadas à configuração retangular. Exemplo:

- Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

* Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 6cm por 9cm?

Neste caso, a associação entre a multiplicação e a divisão é estabelecida por meio de situações, tais como:

- As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?

* A área de uma figura retangular é de $54cm^2$. Se um dos lados mede 6cm, quanto mede o outro lado?

d) Num quarto grupo, estão as situações associadas à idéia de combinatória. Exemplos:

- Numa sorveteria há 5 sabores de sorvetes que podem ser servidos com cobertura e sem cobertura. De quantos modos diferentes pode-se pedir um sorvete, escolhendo um único sabor?

* Tendo duas saias - uma preta (P) e uma branca (B) - e três blusas - uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C), de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Analisando o problema 2, vemos que a resposta à questão formulada depende das combinações possíveis entre saias e blusas, que as crianças obtêm, num primeiro momento, fazendo desenhos, diagramas semelhantes aos de árvore, até esgotar as possibilidades: (P, R), (P, A), (P, C), (B, R), (B, A), (B, C).

Esse resultado que se traduz pelo número de combinações possíveis entre os termos iniciais evidencia um conceito matemático importante que é o de "produto cartesiano".

Note-se que por esta interpretação não se distinguem diferenças entre os termos iniciais, sendo compatível a interpretação da operação com sua representação escrita. Combinar saias com blusas é o mesmo que combinar blusas e saias e isso pode ser expresso por 2 X 3 = 3 X 2.

A idéia de combinação também está presente em situações relacionadas com a divisão como, por exemplo:

- Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar durante a festa. Se havia 3 moças na festa e todos os presentes na festa dançaram, quantos eram os rapazes?

Casal 1	Moça A	Rapaz D
Casal 2	Moça A	Rapaz E
Casal 3	Moça A	Rapaz F
Casal 4	Moça A	Rapaz G
Casal 5	Moça B	Rapaz D
Casal 6	Moça B	Rapaz E
Casal 7	Moça B	Rapaz F
Casal 8	Moça B	Rapaz G
Casal 9	Moça C	Rapaz D
Casal 10	Moça C	Rapaz E
Casal 11	Moça C	Rapaz F
Casal 12	Moça C	Rapaz G

A tabela da página anterior mostra todas as possibilidades e evidencia o número de rapazes presentes na festa.

No entanto, as crianças dos ciclos iniciais costumam solucionar esse tipo de poblema por meio de tentativas, apoiadas em procedimentos multiplicativos, tais como:

⇒ Uma moça e quatro rapazes formam quatro casais 1 X 4= 4

⇒ Duas moças e quatro rapazes formam oito casais 2 X 4 = 8

⇒ Três moças e quatro rapazes formam doze casais 3 X 4= 12

Levando-se em conta tais considerações, pode-se concluir que os problemas cumprem um importante papel no sentido de propiciar as oportunidades para as crianças, do primeiro e segundo ciclos, interagirem com os diferentes significados das operações, levando-as a reconhecer que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações, assim como uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas.

É por meio dessas constatações que elas vão perceber que há distintas soluções e que algumas são mais simples do que outras. Por outro lado, a diversidade das soluções mobiliza noções e procedimentos que permitem ampliar e desenvolver um tratamento das operações mais flexível, aproximando-as do conhecimento conceitual.

3. Cálculo mental

Uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas, conhecidas por denominações diversas como tabuadas, listas de fatos fundamentais, leis etc.

Evidentemente, o que se propõe relativamente a essas combinações aritméticas, não é a memorização pura e simples dos fatos básicos de uma dada operação, mas sim a realização de um trabalho que envolva a construção, a organização e, como conseqüência, a memorização compreensiva.

A construção apóia-se na resolução de problemas e confere significados a escritas do tipo a + b = c, a X b = c. Já a organização dessas escritas e a observação de regularidades facilita a memorização compreensiva.

O descobrimento e uso de estratégias acaba produzindo a memorização de resultados, e a freqüência do uso de certos procedimentos permite observar leis de formação desses fatos, aumentado a rapidez das respostas e diminuindo a distância entre os resultados memorizados e os construídos.

Por outro lado, o exercício de mera repetição não tem a mesma força para conduzir à descoberta de estratégias e a sua consolidação. Assim, as atividades de memorização só têm sentido se forem praticadas junto com reflexões que possibilitem aos alunos fazerem deduções simples sobre formas de obter alguns resultados.

Ao construírem e organizarem os fatos básicos, os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e multiplicação. A comutatividade na adição é geralmente identificada pelas crianças antes de qualquer apresentação pelo professor. Podemos notar isso em situações como, por exemplo, aquela em que ao adicionarem 4+7, invertem os termos para começar a contagem pelo maior número.

Também algumas regularidades, presentes nas operações, começam a ser percebidas, tais como: observar que nas multiplicações por 2, todos os resultados são pares; que na tabuada do cinco, os resultados terminam em zero ou em cinco etc.

Dentre os procedimentos que as crianças costumam utilizar na construção e organização dos fatos fundamentais, podemos destacar:

- contar de dois em dois, três em três para construir as multiplicações por 2, por 3... .

- adicionar pares de números iguais, como 4 + 4, 7 + 7... parece ser memorizado sem muitos esforços e pode levar à generalização de uma estratégia de cálculo para números maiores;

- "dobrar e adicionar um" é uma estratégia por meio da qual se pode chegar ao resultado de 5 + 6 como sendo

5 + 5 + 1;

- adicionar pares de números próximos, como, por exemplo: 7+9, pode ser interpretado como 8 + 8;

- adicionar 10 também parece ser algo simples para as crianças e costuma ser aplicado para somar 9, interpretando-se como somar 10 e tirar 1;

- aplicar as adições que resultam 10 em situações como:
7 + 4 = (7+3) + 1, decompõe-se um dos números de tal maneira a completar um outro para formar dez;

- seguir regras ou padrões na construção de listas como, por exemplo:

07+5 = 12 = 5+07

17+5 = 22 = 5+17

27+5 = 32 = 5+27

37+5 = 42 = 5+37

- encontrar resultados de multiplicações pela adição ou pela subtração:

6 X 8 pode ser interpretado como 5 X 8 + 8 = 40 + 8 = 48

e 9 X 7 como 10 X 7 - 7 = 70 - 7 = 63

- decompor um número para multiplicá-lo, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

9 X 8 = (5 X 8) + (4 X 8)

12 X 5 = (10 X 5) + (2 X 5)

A construção dos fatos da subtração e da divisão deve ser realizada, buscando-se compreender suas relações com a adição e a multiplicação, utilizando-se como recurso a exploração de estratégias semelhantes utilizadas no cálculo dessas operações.

Dentre as constatações que as crianças podem fazer acerca do efeito da subtração e da divisão sobre os números, destacam-se:

- a compensação na subtração: 16-9 é o mesmo que 17-10
- a compensação na divisão: 16:4 é o mesmo que 8:4
- a não validade, na subtração e na divisão de propriedades presentes na adição e na multiplicação, tais como a comutatividade e a associatividade.

Essas descobertas têm um lugar importante nas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Explorá-las enquanto descobertas dos alunos é muito diferente de apresentá-las por meio de exemplos e fixá-las por meio de exercícios repetitivos de cópia.

O foco desse trabalho consiste em identificar as estratégias pessoais utilizadas por eles e fazer com que evidenciem sua compreensão por meio de análises e comparações, explicitando-as oralmente. Assim, estarão também desenvolvendo atitudes de participação e investigação frente às situações matemáticas que lhes são apresentadas.

A construção e organização dos fatos básicos dá-se por meio da exploração das escritas numéricas e com o apoio de contagem, de materiais didáticos e da própria reta numérica.

A disponibilidade desses conhecimentos é base para a construção de procedimentos e técnicas de cálculo que permitem efetuar qualquer uma das operações fundamentais, envolvendo números de qualquer grandeza, e para o desenvolvimento de outras noções aritméticas como as de múltiplos, fatores, divisibilidade.

Os procedimentos de cálculo construídos nas séries iniciais constituem o suporte sobre o qual se assentará todo o trabalho das séries posteriores, de tal forma que no final da escolaridade os alunos tenham o pleno domínio das habilidades de cálculo, realizando-os com eficácia e agilidade.

Dentre esses procedimentos, o cálculo mental é particularmente importante por ser a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano.

De forma simples, podemos dizer que calcula-se mentalmente quando se efetua uma operação de memória, recorrendo-se a procedimentos confiáveis, sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos.

Por exemplo, a adição 43 000 + 19 000 pode ser calculada de formas diferentes como, por exemplo:

43 000 mais 10 000, que é igual a 53 000 e 53 000 mais 9 000 que é igual a 62 000	43 000 mais 20 000 que é igual a 63 000 e 63 000 menos 1000 que é igual a 62 000

O cálculo mental apóia-se no fato de que existem diferentes maneiras de calcular e que se pode escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.

Assim, cada situação de cálculo constitui um problema aberto que pode ser solucionado de forma diferente, investindo-se conhecimentos disponíveis sobre os números e as operações.

O cálculo deve ser incentivado nas mais diferentes situações de aprendizagem. O recurso às calculadoras é um deles. Na elaboração de atividades envolvendo o uso de calculadoras é importante que a criança seja colocada diante de desafios e estimulada a explicitar, verbalmente ou por escrito, os procedimentos que utiliza. Vejamos, a título de exemplo, algumas atividades que podem ser feitas usando a calculadora:

- Transformar os seguintes números:

a) 459 em 409

b) 7403 em 7003

c) 354 em 9054

- Eliminar o “7” das seguintes escritas numéricas: 3 074,

32 479, 879.

- Descobrir o resultado das operações, nas condições dadas:

273 + 129, sem usar a tecla do sinal de adição;

1000 : 43, usando só a tecla do sinal de adição; só a tecla de multiplicação, só a tecla de divisão;

- Partindo do número 572, com uma única operação, obter:

a) 502 b) 5720 c) 57,2.

Algumas justificativas para aprendizagem do cálculo mental:

- influi na capacidade de resolver problemas por estimular determinadas perguntas e predispor a busca de relações numéricas, favorecendo, dessa forma, fazer algumas antecipações por meio da reflexão.

- amplia os conhecimentos numéricos por que propõe as situações de cálculo como objeto de reflexão, favorecendo a descoberta de relações, regularidades e propriedades, que nas séries iniciais são percebidas implicitamente e mais tarde serão reconhecidas e formalizadas;

- possibilita um tipo de aprendizagem que favorece uma relação pessoal com o conhecimento matemático porque permite que os alunos façam descobertas, assumam sua individualidade diante do conhecimento, produzindo estratégias pessoais para obter resultados, e também vivenciem situações coletivas que os levem a aderir às soluções propostas por outros;

- constitui uma via de acesso para a compreensão do cálculo escrito - técnicas operatórias. No cálculo mental, a reflexão centra-se no significado dos cálculos intermediários e isto facilita a compreensão das regras das técnicas operatórias. Posteriormente, transforma-se em estratégia de controle do cálculo escrito.

4. Cálculos por estimativa

Grande parte do cálculo que é realizado fora da escola é elaborado a partir de procedimentos mentais, que nem sempre são levados em conta no trabalho escolar.

Nas situações práticas, freqüentemente, não se dispõe de lápis e papel, nem tampouco é necessário, pois, nesses casos, a maioria das respostas não precisa ser exata, basta uma aproximação. Existem ainda as balanças e calculadoras que informam resultados com precisão.

Por essas razões, uma das finalidades atuais do ensino do cálculo consiste em fazer com que os alunos desenvolvam e sistematizem procedimentos de cálculo por estimativa e estratégias de verificação e controle de resultados.

Para atender a esse objetivo, é primordial que aprendam a reconhecer se determinados resultados relacionados a situações de contagem, medidas, operações são ou não razoáveis em determinadas situações.

A prática desses procedimentos apresenta para os alunos uma outra dimensão da Matemática, evidenciando que ela comporta um aspecto que não apenas o da exatidão. Por isso, o cálculo por estimativa constitui um legítimo campo de estudo matemático no ensino fundamental.

A estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões. Como nos outros tipos de cálculos, as estimativas supõem a sistematização de estratégias. Seu desenvolvimento e aperfeiçoamento depende de um trabalho contínuo de aplicações, construções, interpretações, análises, justificativas e verificações a partir de resultados exatos. Por outro lado, em função dos números e das operações envolvidas, possibilita decidir quando um procedimento é mais conveniente que outro.

Desde as primeiras experiências com quantidades e medidas, as estimativas devem estar presentes em diversas estratégias que levem as crianças a perceberem o significado de um valor aproximado, decidirem quando é conveniente usá-lo e que aproximação é pertinente a uma determinada situação.

Identificando intervalos, que tornam uma estimativa aceitável, ou não, as crianças aprendem a justificar e comprovar suas opiniões e vão refinando suas habilidades em cálculo. Por isso as estimativas devem ir além da simples identificação das relações "maior que", "menor que" e centrar-se na relação "estar entre".

O uso associado das calculadoras e dos procedimentos de estimativa é de grande importância porque oferece às crianças informações para que elas percebam se utilizaram corretamente o instrumento e se o resultado obtido é razoável. Assim, a utilização da estimativa reduz a incidência de erros e evita o uso mecânico desse instrumento.

- Como fazer para multiplicar 74 por 164, sem usar a tecla do 7?

Os procedimentos de cálculo por estimativa desenvolvem-se concomitantemente aos processos de cálculo mental: pelo reconhecimento da grandeza numérica, por meio de decomposições dos números, pelo estabelecimento de relações de dobro e metade, pela identificação de compensações e arredondamentos, entre outros.

O cálculo por estimativas apóia-se em aspectos conceituais referentes aos números e às operações (ordem de grandeza, valor posicional, proporcionalidade e equivalência), em procedimentos (como decompor, substituir, arredondar, compensar), na aplicação de estratégias de cálculo mental .

Dentre as atividades que permitem explorar o cálculo aproximado, podemos destacar :

- indicar a dezena ou a centena mais próxima de um determinado número natural (28 está mais próximo de 30);

- posicionar um número racional entre números naturais (0,7 está entre 0 e 1);

- estimar um produto, arredondando um dos fatores (3 x 29 é um resultado próximo de 3 x 30);

- identificar unidades de medida adequadas às grandezas .

Dentre as atividades que possibitam a descoberta e análise de procedimentos por estimativas, podemos citar:

- ao resolver 45-19 ajuda saber que 45-20=25? De que serve pensar que 19 é o mesmo que 15+4 ? Seguir contando de 19 a 45 ajuda a obter o resultado? Esse é um procedimento prático?

- saber que 29 está mais próximo de 30 do que de 20 ajuda a descobrir o resultado de 60 : 29?

5. Técnicas operatórias

O cálculo escrito, comumente explorado por meio das técnicas operatórias convencionais, está intimamente relacionado ao enfoque conceitual dos números e das operações. Por exemplo, ao determinar o quociente e o resto de uma divisão, por meio de adições e subtrações sucessivas, o aluno utiliza procedimentos apoiados na compreensão de significados particulares a essas operações e em estimativas.

O estudo das técnicas representa também uma oportunidade para explorar, já nas séries iniciais, alguns procedimentos algoritmicos - ou seja, seqüências de procedimentos generalizáveis para a busca de resultados.

As técnicas operatórias são caracterizadas por uma série de operações que acontecem sobre uma proposição numérica, com a finalidade de obter a escrita mais simples possível. A diferença entre as técnicas e o cálculo mental consiste na expressão escrita da proposição inicial, do resultado e também das etapas intermediárias.

Apesar da divulgação de recomendações metodológicas que indicam como aproveitar o potencial das técnicas para a compreensão das operações fundamentais, o que se nota na prática é que a explicitação de passos a serem seguidos e exaustivos exercícios de repetição é o que caracteriza a metodologia utilizada para ensiná-las. Isso evidencia que esse conteúdo matemático ainda é tratado como um conteúdo que se aprende pela memorização mecânica e não por compreensão.

As técnicas operatórias apóiam-se nas regras do sistema de numeração decimal e na existência de propriedades e regularidades presentes nas operações. Porém, muitos dos erros cometidos pelos alunos são provenientes da não disponibilidade desses conhecimentos ou do não reconhecimento de sua presença no cálculo.

Alguns recursos podem auxiliar a compreensão das técnicas operatórias :

- A escrita decomposta dos números ajuda a evidenciar o estabelecimento de correspondência entre as unidades das diversas ordens, no registro da técnica da adição e da subtração; também, evidencia o "transporte" no caso da adição e o "empréstimo" no caso da subtração, à ordem imediatamente superior.

200		**50**		**5**
+100		**40**		**8**
300	+	90	+	13
300	+	100	+	3
	400	**+**	**3**	

200		140		15
300		**50**		**5**
-100		**60**		**8**
100	**+**	**80**	**+**	**7**

- A aplicação da invariância da diferença - adicionar (ou subtrair) um mesmo número aos dois termos de uma subtração, não altera a diferença - permite a compreensão de uma das técnicas utilizadas para subtrair:

300		**$^{1}50$**		**$^{1}5$**
200		70		
-100		**60**		**8**
100	**+**	**80**	**+**	**7**

- A explicitação de que a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição é a base da técnica operatória da multiplicação, dá o apoio necessário ao entendimento da técnica.

	20	**4**
X	**10**	**2**
	40	**8**
200	**40**	
200 +	**80 +**	**8**

- A obtenção de quocientes parciais que depois são adicionados é uma forma de efetuar a divisão:

1524 12 1200 100 300	Quantas vezes o 12 cabe em 1524? Mais que 10? Mais que 100? Cabe 200 vezes? Estimativa: cabe 100 vezes Sobra resto : 300
1524 12 1200 100 300 20 240 60	Quantas vezes o 12 cabe em 300? Mais que 10? Mais que 30? Estimativa: cabe 20 vezes Sobra resto: 60
1524 12 1200 100 300 20 240 5 60 60 0	Quantas vezes o 12 cabe em 60? Mais que 10? Menos que 10? Estimativa: cabe 5 vezes Sobra resto : 0
1524 12 1200 100 300 20 240 5 60 125 60 0	Para encerrar a divisão, basta adicionar os quocientes parciais e obter o quociente final

Os diferentes tipos de cálculo, mental, escrito, exato e por estimativas, relacionam-se e complementam-se. O cálculo escrito, para ser compreendido, apóia-se no cálculo mental e nas estimativas, como no caso da divisão. Por sua vez, as estratégias de cálculo mental, pela sua própria natureza, são limitadas. É bastante difícil, principalmente tratando-se de cálculos envolvendo números com vários dígitos, armazenar na memória uma grande quantidade de resultados. Assim, a necessidade de registro de resultdos parciais acaba originando as técnicas operatórias.

A importância do estudo do cálculo, em suas diferentes modalidades desde as séries iniciais, justifica-se também pelo fato de que é uma atividade básica na formação do indivíduo, visto que:

- possibilita o exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise , síntese, analogia, generalização;
- permite a descoberta de princípios matemáticos como a equivalência, a decomposição, a igualdade e a desigualdade;
- propicia o desenvolvimento de conceitos e habilidades fundamentais para aprofundar os conhecimentos matemáticos;
- favorece o desenvolvimente da criatividade, da capacidade para tomar decisões e de atitudes de segurança para resolver problemas numéricos cotidianos.

Números Naturais

Probabilidade Medida

Álgebra CÁLCULO Combinatória

Estatística Funções

Números Racionais

D. Operações com números racionais

1. Os significados

Muitos dos significados das operações, analisados em situações que envolvem números naturais, podem ser estendidos às situações com racionais.

Assim, a adição e a subtração serão exploradas em situações de transformação, de combinação, de comparação. Também a multiplicação e a divisão serão exploradas em diferentes situações como razão, comparação, configuração retangular. Apenas o significado da multiplicação como procedimento combinatório (e lida com números inteiros) não é extensivo aos números racionais não inteiros.

2.O cálculo com números racionais

Assim como se podem estender as regras do sistema de numeração decimal para facilitar a compreensão dos números racionais na forma decimal, da mesma forma, os procedimentos de cálculo por estimativa, por decomposição, por compensação, empregados nos cálculos com números naturais, podem ser utilizados como recursos para realizar cálculos envolvendo números decimais.

Além disso, é importante também que as atividades de cálculo com números decimais estejam sempre vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa ou enquadramento do resultado, utilizando números naturais mais próximos.

Assim, por exemplo, diante da situação:

Qual é o valor do perímetro de um objeto retangular que mede 13,2cm de um lado e 7,7cm do outro? O aluno pode recorrer a um procedimento por estimativa, calculando um resultado aproximado (2 X 13 + 2 X 8) que lhe dará uma boa referência para conferir o resultado exato, obtido por meio de um procedimento de cálculo escrito.

Outra recomendação é de que os alunos desenvolvam uma boa base em leitura e escrita de números decimais e que acompanhem a realização do cálculo escrito, com verbalizações que auxiliem a perceber o valor posicional das ordens que compõem os números com os quais estão operando.

Também a compreensão de deslocamentos da vírgula, uma, duas, três ordens para a direita ou esquerda, nos números decimais, pode ser facilitada se os alunos souberem dividir e multiplicar mentalmente por 10, 100, 1000.

Em relação ao cálculo com porcentagem nos dois primeiros ciclos, alguns recursos mais simples e evidentes para as crianças podem ser explorados, deixando para os ciclos posteriores a apresentação da técnica convencional.

Partindo de um trabalho em que a criança compreenda o significado da expressão "10 por cento", ela pode, por exemplo, calcular 35% de 120, achando 10% de 120 (12), 5% de 120 (metade de 12) e adicionando as parcelas necessárias: 12 + 12 + 12 + 6 = 42.

E. Espaço e Forma

Estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação espacial se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. É a fase chamada egocêntrica, no sentido de que, para se orientar, a criança é incapaz de considerar qualquer outro elemento, que não o seu próprio corpo, como ponto de referência. Aos poucos, ela vai tomando consciência de que os diferentes aspectos sob os quais os objetos se apresentam para ela, são perfis de uma mesma coisa, ou seja, ela vai tomando consciência dos movimentos de seu próprio corpo, de seu deslocamento.

Essa capacidade de deslocar-se mentalmente e de perceber o espaço de diferentes pontos de vista são condições necessárias à coordenação espacial e, nesse processo, está a origem das noções de direção, sentido, distância, ângulo e muitas outras essenciais à construção do pensamento geométrico.

Num primeiro momento, o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais, por meio dos sentidos e dos movimentos.

Esse espaço percebido pela criança - espaço perceptivo - em que o conhecimento dos objetos resulta de um contacto direto com eles - vai possibilitar a ela, a construção de um espaço representativo - em que ela é, por exemplo, capaz de evocar os objetos em sua ausência.

O espaço que percebemos é o espaço que contém objetos perceptíveis através dos sentidos - um espaço sensível. O ponto, a reta, o quadrado não pertencem a esse espaço. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente, não fazem parte desse espaço sensível. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico - dos volumes, das superfícies das linhas, dos pontos.

A questão que se pode levantar, então, é: como passar de um espaço a outro?

É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança vai aprender e desse modo construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que vai lhe permitir pernetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico.

É o aspecto experimental que vai colocar em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível e, de outro, vai permitir o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais, o que constitui, enfim, a própria ação matemática.

O conhecimento matemático dos objetos do espaço, que se tornam objetos geométricos, passa por um esforço de sistematização coerente. Os objetos reais são um simples pretexto de pensamento matemático. São suas propriedades que serão percebidas, diferenciadas, comparadas.

A localização é apontada como um fator fundamental de apreensão do espaço e está ligada inicialmente à necessidade de levar em conta a orientação. Para orientar-se no espaço é preciso começar por se orientar a partir de seu próprio corpo. O conhecimento do corpo procede do conhecimento do espaço e, ao mesmo tempo, o torna possível.

A lateralização é o primeiro fenômeno observável pela criança. Ela implica uma escolha entre duas mãos, e há uma progressão do conhecimento da própria lateralidade para a lateralidade dos outros.

Desse modo, no primeiro ciclo, é fundamental propor atividades para que a criança seja estimulada a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, para efeito de localização.

Isso pode ser feito por meio de atividades em que ela se situa no espaço, desloca-se nele, dá e recebe instruções de localização, compreende e utiliza termos como esquerda/direita, giro, distância, deslocamento, acima abaixo, ao lado, na frente atrás, perto. Outro trabalho rico que deve ser explorado é o de construção de itinerários, a partir de instruções dadas.

Nas atividades em que as crianças são convidadas a desenhar sua rua, o quarteirão de sua casa e a localização de sua casa, elas sentem a utilidade de indicar pontos de referência como padaria, igreja etc. Analisando as representações, umas das outras, discutem quem mora no meio de um quarteirão, próximo a uma esquina, no começo ou no final da rua.

É também interessante que elas relatem oralmente como é o trajeto do lugar onde moram até a escola, desenhem o itinerário que fazem, sempre dando pontos de referência.

No segundo ciclo, o trabalho de localização pode ser aprofundado, por meio de atividades em que se mostra a possibilidade de utilizar-se malhas, diagramas, tabelas, mapas.

O estudo do espaço na escola pode ser feito a partir de atividades que tenham a ver com outras disciplinas como a geografia, a astronomia, a educação física, as artes plásticas. Certas competências relativas ao domínio espacial são necessárias para todas as aprendizagens e também para viver no cotidiano.

Com relação às formas, experiências mostram que as crianças discriminam algumas formas geométricas bem mais cedo do que as reproduzem.

A compreensão das relações geométricas pelas crianças supõe sua ação sobre objetos . No entanto, é bom ter cuidado para não se confundir isso com falsas idéias segundo as quais se imagina que, basta mostrar objetos geométricos ao alunos para que estes os conheçam, ou que basta enunciar suas propriedades para que os alunos delas se apropriem.

Experiências evidenciam também que os alunos incluem características não essenciais das figuras geométricas ao conceitualizá-las, em função das condições em que ocorreu sua aprendizagem. Assim, se os lados de um quadrado não são paralelos à borda do papel em que está desenhado, eles tendem a identificá-lo como um losango, mas não como um quadrado.

O pensamento geométrico se desenvolve inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor deles. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade e não por suas partes ou propriedades.

Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas.

Os objetos que povoam o espaço serão a fonte principal do trabalho de exploração das formas. O aluno será incentivado por exemplo, a identificar posições relativas dos objetos, reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram, formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, fazer construções, modelos ou desenhos do espaço (de diferentes pontos de vista) e descrevê-los.

No primeiro e segundo ciclos, os objetos conhecidos pelas crianças constituirão a fonte principal para o trabalho de exploração das formas. O aluno será incentivado a observar no seu entorno e nos objetos que nele se encontram, as mais variadas formas (tridimensionais e bidimensionais), a construí-las (em argila, massa de modelar), a representá-las, a desenhá-las (de diferentes pontos de vista) e descrevê-las. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas, tais como: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras etc.

Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides etc) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos etc) e a identificação de suas propriedades.

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar a criança a perceber e valorizar a presença da Geometria em elementos da natureza e em criações do homem, em atividades que ela possa explorar formas como as das flores, elementos marinhos, casa da abelha, teia da aranha, ou formas em obras de arte - esculturas, pinturas, arquitetura, ou em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos etc.

As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos e outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila ou massa.

Construir maquetes, descrever o que nelas está sendo representado, é também uma atividade muito importante, especialmente no sentido de dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos. Nesse trabalho, tanto as figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, cones, esferas, cilindros, pirâmides, etc) como as figuras bidimensionais (circulares, triangulares, quadrangulares etc) irão sendo observadas pelas crianças, o que as levará a perceber semelhanças e diferenças entre formas dos objetos.

Os trabalhos com dobraduras, montagem de quebra-cabeças, recortes e colagens, imagens vistas no espelho, em que as crianças têm oportunidade de compor e decompor figuras, de perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, estão entre as diversas atividades geométricas que podem ser exploradas.

O uso de alguns programas/softwares disponíveis podem ser explorados como forma de levar a criança a raciocinar geometricamente.

F. Grandezas e Medidas

Nas situações cotidianamente vivenciadas pelos alunos, grandezas de naturezas diversas estão presentes e a freqüente necessidade de estabelecer comparação entre elas, ou seja, de medi-las, por si só, justificam a necessidade do trabalho com este conteúdo.

A comparação de grandezas de mesma natureza que dá origem à idéia de medida e o desenvolvimento de procedimentos para o uso adequado de instrumentos, tais como balança, fita métrica, relógio, conferem a esse conteúdo um acentuado caráter prático.

Esse caráter prático começou a se configurar na história da humanidade com a necessidade de se demarcarem espaços, atribuir referência quantitativa para a comercialização de produtos agrícolas e ampliou-se através dos estudos da astronomia, do planejamento de itinerários para as grandes viagens e da demarcação de distâncias entre cidades, continentes e planetas.

Em nossa sociedade, elas estão presentes na vida de todos os cidadãos e, nesse sentido, medidas de tempo, comprimento, massa, capacidade, noções sobre o sistema monetário brasileiro, devem ser exploradas desde o primeiro ciclo, especialmente em situações-problema o mais reais possíveis .

O trabalho com medidas dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a antigüidade, praticamente em todas as civilizações, a atividade matemática se dedicou à comparação de grandezas: comprimentos, áreas, volumes.

Assim, por exemplo, a utilização do uso de partes do próprio corpo para medir (palmos, pés etc) é uma forma interessante a ser utilizada com as crianças, porque permite a reconstrução histórica de um processo em que a medição tinha como referência as dimensões do corpo humano, além de destacar aspectos curiosos como o fato de que em determinadas civilizações, as medidas do corpo do rei eram tomadas como padrão.

No mundo de hoje, o Sistema Internacional de Unidades fundamenta-se a partir de unidades de base como, por exemplo: para massa, o quilograma; para comprimento, o metro; para tempo, o segundo; para a temperatura, o kelvin; para intensidade elétrica, o ampere etc.

É no contexto das experiências intuitivas e informais com a medição que a criança constrói representações mentais que lhe permitem, por exemplo, saber que comprimentos como 10, 20, 30 cm são possíveis de se visualizar numa régua, que um quilo é equivalente a um pacote pequeno de açúcar ou que 2 litros correspondem a uma garrafa de refrigerante grande.

Essas representações mentais favorecem as estimativas e o cálculo, evitam erros e permitem às crianças o estabelecimento de relações entre as unidades usuais, mesmo sem que tenham ainda a compreensão plena dos sistemas de medidas.

Embora desde muito cedo as crianças tenham experiências com as medidas, seja pormeio das marcações do tempo (dia, noite, mês, hoje, amanhã, hora do almoço, hora da escola), seja por meio das medidas de massa, capacidade, temperatura etc, isso não significa que tenham construído uma plena compreensão dos atributos mensuráveis de um objeto, nem que dominem procedimentos de medida. Desse modo, é importante que ao longo do ensino fundamental, elas tomem contacto com diferentes situações que as levem a lidar com grandezas físicas, para que identifiquem que atributo vai ser medido e o que significa a medida.

A criança desenvolve estruturas conceituais relativas às medidas, por meio de experiências em que se enfatizem aspectos, tais como:

- o processo de medição é o mesmo para qualquer atributo mensurável; ela necessita escolher uma unidade adequada, comparar essa unidade com o objeto que deseja medir e, finalmente, computar o número de unidades obtidas;

- a escolha da unidade é arbitrária, mas ela deve ser da mesma espécie do atributo que se deseja medir. Há unidades mais e menos adequadas e a escolha depende do tamanho do objeto e da precisão que se pretende alcançar;
- quanto maior o tamanho da unidade, menor é o número de vezes que a utilizamos para medir um objeto;
- se por um lado podemos medir usando padrões não convencionais, por outro lado, os sistemas convencionais são importantes, especialmente em termos de comunicação.

Isso é feito por meio da exploração de atividades centradas na comparação direta de objetos, na marcação e na contagem de unidades diversas, que as levem a refletir sobre as noções de medidas que utilizam socialmente.

É importante destacar que o conhecimento e o manejo de uma determinada grandeza é um processo relativamente complexo e supõe um trabalho a ser feito ao longo de todo o ensino fundamental.

Assim, por exemplo, é necessário que o aluno perceba a grandeza como uma propriedade de uma certa coleção de objetos; ou seja, há objetos em relação aos quais podemos pensar em calcular o volume; desse modo, ele vai identificando que atributos dos objetos são ou não mensuráveis.

Outro aspecto a ser trabalhado é o da "conservação" de uma grandeza, isto é , levar o aluno a perceber que mesmo que o objeto mude de posição, de forma, algo pode permanecer constante, como por exemplo, sua massa.

A grandeza pode ser explorada também como um critério que se utiliza para ordenar uma determinada coleção de objetos: do mais comprido para o mais curto, do mais pesado para o mais leve etc.

Finalmente o estabelecimento da relação entre a medida de uma dada grandeza e um número é um aspecto de fundamental importância, pois é por meio dele que o aluno vai ampliar seu domínio numérico e compreender a necessidade de criação de números fracionários, negativos etc.

G. Tratamento da Informação

É cada vez mais freqüente em nossa sociedade, a necessidade de compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não só em nossa vida pessoal, como na de toda a comunidade.

"Estar alfabetizado" neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem no recolhimento de dados e análise de informações.

Esse imperativo da vida contemporânea traz aos currículos de Matemática uma demanda no sentido de abordar elementos da estatística e da probabilidade desde os ciclos iniciais.

Desse modo, é fundamental que, desde o início da escolarização, as crianças aprendam a lidar com tabelas e gráficos, amplamente utilizados como recursos de comunicação.

A coleta, a organização e descrição de dados são procedimentos utilizados com muita freqüência na resolução de problemas e estimulam as crianças a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação.

O que se pretende não é que os alunos aprendam apenas a ler e interpretar representações gráficas, mas sim que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos.

Nos dois primeiros ciclos, as atividades podem estar relacionadas a assuntos de interesse das crianças. Assim, por exemplo, trabalhando-se com datas de aniversário pode-se propor a organização de uma lista com as informações sobre o assunto. Um critério para organizar essa lista de nomes precisa ser definido: ordem alfabética, meninos e meninas etc. Quando a lista estiver pronta, as crianças analisam as informações, descobrem aspectos interessantes. O professor pode então propor a elaboração de uma outra forma de comunicar os aniversariantes de cada mês, orientando-as a construir um gráfico de barras.

No decorrer desse trabalho, é importante verificar se as crianças compreendem a relação existente entre os dados que aparecem nas linhas horizontal e vertical. Para tanto, deve-se solicitar que dêem sua interpretação sobre o gráfico e propor que pensem em perguntas que possam ser respondidas a partir dele. Esta é uma boa oportunidade para construir a linha do tempo da vida de cada criança.

Outros dados referentes às crianças como peso, altura, nacionalidade dos avós, times de futebol de sua preferência, podem ser trabalhados e apresentados graficamente.

A construção de tabelas e gráficos que mostram o comportamento do tempo durante um período (dias ensolarados, chuvosos, nublados) e o acompanhamento das previsões do tempo pelos meios de comunicação mostram às crianças a possibilidade de fazer algumas previsões, pela observação de acontecimentos. Na observação da freqüência de ocorrência de um dado acontecimento, e um número razoável de experiências, elas começam a desenvolver algumas noções de probabilidade.

VI. Bibliografia consultada

ABELLÓ, F. **Aritmética y Calculadoras.** Editorial Sinteses. Madrid, 1992.

ALEKSANDROV A.D. et alii. **La matemática: su contenido, métodos y significado.** Alianza Universidad, Madrid. 1985.

ALFONSO, B. **Numeracion y Calculo.** Editorial Sintesis. Madrid, 1989.

ARGENTINA. Ministerio de Culltura y Educación de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. **Contenidos Basicos Comunes**. 1994. (mimeo)

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Agenda para Acção: recomendações para o ensino de Matemática nos anos 8O**. Lisboa, 1985.

________. **Renovação do Currículo de Matemática**. Lisboa, 1988.

BAKER,S. **Filosofia da Matemática. Editora Zahar**. Rio de Janeiro. 1969

BRUNER, J.S. **O Processo da Educação**. Trad. de Lólio Lourenço de Oliveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1974.

CARRAHER, T. N. **Aprender pensando**. Editora Vozes. São Paulo. 1984.

CASTELNUOVO, E. **Los programas de Matematica en la scuola media italiana**. Artigo extraído da revista Epsilon, da Sociedad Andaluza de Educacion Matematica Thales, 1984.

CASTRO, E. et alii. **Estimacion en calculo y medida**. Editorial Sintesis. Madrid. 1989.

CHAMORRO, C. **El Aprendizage significativo en área de las Matemáticas.** Editorial Sinteses. Madrid, 1992.

___________et alii. **El problema de la medida. Didactica de las magnitudes lineales**. Editorial Sintesis. Madrid, 1988.

CHARLOT, B. **Histoire de lá réforme des "maths modernes"; idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique**". Bulletin APMEP nº 35. IREM du Mans. França, 1986.

________. **"Qu'est-ce que faire des maths? - l'épistemologie implicite des pratiques d'enseignement des mathématiques**. Bulletin APMEP nº 359. França,1987.

CHARNAY, R. **Aprender(por meio de) la resolucion de problemas**. In: Didáctica de Matemáticas. aportes y reflexiones.Paidós Educador. Argentina.1994.

CISCAR,S.L. e GARCIA,M.V.S. **Fracciones: la relacion parte-todo**. Madrid: Editorial Sintesis, 1988.

COLL,C. et alii. **Los Contenidos en La Reforma -Enseñaza y Aprendizage de Conceptos Procedimentos y Atitudes**. Santillana. Madrid, 1992.

----------- - **Psicologia y Currículum.** Paidós. Barcelona, 1992

D' AMBROSIO,U. **Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática**. Campinas. Unicamp. 1986.

DAMKER, H.et alii. **Planejamento participativo nas escolas: retomando aspectos essenciais**. Revista da Educação. Brasília. v.19. Nº 75, 1990.

DAVIS,P.J.e HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Trad. João B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1986.

________. **O sonho de Descartes**. Trad. Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1988.

DOUADY, R. **De la Didactique des Mathématiques a l'heure actuelle**. Cahier de didactique des mathématiques. Nº 6. IREM. Université Paris VII.s.d.

DOWBOR, L. **O espaço do conhecimento**. In: ______ A revolução tecnológica e os novos paradigmas da sociedade. Belo Horizonte: Ipso - Oficina de livros, 1994.

ESPANHA. **Curriculo Oficial**. Ministerio de Educación y Ciencia. Primaria. Área de Matemáticas.

FERNANDEZ, D. **Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática.** Revista Educação Matemática. Lisboa 1988.

FRANCHI, A. **Compreensão das situações multiplicativas elementares**. Tese de doutorado. PUC-SP. 1965 (mimeo).

FREUDENTHAL, H. **Problemas mayores de la educacion matematica**. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht. Holanda. Versão ao espanhol: Alejandro López Yánez, 1981.

GARDNER, H. **Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

GATES, P. **O currículo nacional em Inglaterra: desenvolvimento curricular ou controle político?** Artigo publicado pela revista Educação e Matemática nº 19/2O. 3º e 4º trimestres de 1991.

GIMENEZ, e J. GIRONDO, L. **Cálculo en la Escuela- Reflexiones y Propeestas**. Graó. Barcelona, 1993.

GÓMEZ, C. M. **Enseñanza de la Multiplication y Division.** Sintesis Editorial. Madrid, 1991

------------------ **Multiplicar y dividir a través de la resolucion de problemas**. Visor. Madrid, 1991.

HERNÁNDEZ, F. e VENTURA, M. **La Organizacion del Curriculum por Proyectos De Trabajo.** Graó. Barcelona, 1992.

I.N.R.P. - ERMEL. **Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cours préparatoire e CE1**. Paris. 1991.

--------------. **Un, deux... beaucoup, passionnément**. Paris. 1988

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e Patologia do Saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

KLINE, M. **El fracasso de la matematica moderna**. Siglo Veintiuno Editores: Espanha, 1976.

KOOJI, H. **Matemática realista na Holanda**. Artigo publicado pela revista Educação e Matemática nº 23. 3º trimestre de 1992.

LA TAILLE,Y. **Ensaio sobre o lugar do computador na educação**. São Paulo: Iglu. 1990

LERNER, D. & SADOVSKY. **El sistema de numeracion: un problema didactico**. In: Didáctica de matemáticas. aportes y reflexiones.Paidós Educador. Argentina.1994.

--------------. **La matemática en la escuela**. Aique Didáctica. Argentina, 1995.

LÉVY, P. **As Tecnologias da inteligência**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LUELMO, M.J. **A Matemática e o processo de reforma em Espanha**. Artigo publicado pela revista Educação e Matemática nº 19/2O. 3º e 4º trimestres de 1991.

MACEDO, L. **A importância dos jogos para a construção do conhecimento na escola**.1994. (mimeo).

MACHADO, N.J. **Epistemologia e Didática: A Alegoria como Norma e o Conhecimento como Rede**. Tese de Livre Docência. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: USP. 1994.

MATHEMATICS IN THE NATIONAL CURRICULUM - Department for Education and the Welsh Office. England and Wales. 1991.

MICHEL, F. **La ensenanza de la Matematica en Belgica**. Artigo extraído da revista Epsilon, da Sociedad Andaluza de Educacion Matematica Thales. 1984.

MORRIS, R. **Estudios en educación matematica** - 3 volumes - Unesco, 1981.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Estandares Curriculares y de Evaluation para la Educacion Matematica**. S.A.E.M.Thales. s.d.

PARRA, C. e SAIZ, I. (org). **Didática de Matemáticas- Aportes y Reflexiones**. Paidós. Buenos Aires, 1994

PIAGET, J. **O Estruturalismo**. Lisboa. Moraes, 1981.

________. **La ensenãnza de las matematicas**. Aguilar Editores. Espanha, 1965.

________. **La ensenãnza de las matematicas modernas**. Alianza Editorial. Espanha, 1978.

PIRES, C.M.C. **Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: USP. 1995 (mimeo).

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Editora Interciência São Paulo. 1978

PONTECORVO, C. **Teoria do Currículo e Sistema Italiano de Ensino**. In: Teoria da didática. Becchi, E.et alii. São Paulo. Cortez/Autores Associados, 1986.

PROPOSTAS CURRICULARES DOS SEGUINTES ESTADOS: **Alagoas, Amazonas, Bahia, Ceará, Distrito Federal, Espírito Santo, Goiás, Minas Gerais, Mato Grosso do Sul, Pará, Paraíba, Paraná, Pernambuco, Piauí, Rio de Janeiro, Rio Grande do Norte, Rio Grande do Sul, Santa Catarina, São Paulo, Tocantins**.

PUIG, L. e CERDÁN, F. **Problemas Aritméticos Escolares.** Sinteses Editorial. Madrid, 1988.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as Ciências na transição para uma ciência pós-moderna**. Revista do I.E.A./USP, 1988.

SÃO PAULO Secretaria Municipal de Educação. Divisão de Orientação Técnica - **Matemática Visão de Área.** Documento 5, 1992.

-----------------(Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Educacional. Currículo e avaliação**. São Paulo: SE/CENP. 1992

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving.** New York. Academic Press, 1985.

SEKIGUSHI, Y. **Reforma Curricular em Educação Matemática em curso no Japão.** Artigo publicado pela revista Educação e Matemática nº 19/2O. 3º e 4º trimestres de 1991.

SERRES, M. **A Comunicação**. Porto: Rés, 1967.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **A Educação Matemática em Revista.** Ano 1, número 1, 1993

UNESCO. Division of Science Technical and Environmental Education. **Mathematics for All**. Science and Technology Education. nº 2O, 1984.

VAN HIELE, P.M. **Structure and insight; a theory of mathematics education**. New York, Academic Press, 1986.

VERGNAUD, G. e Durand, C. **Estructuras aditivas y complejidad psicogenética**. Revue Française de Pédagogie, 1976, Traducción de Reyes de Villalonga.