

O ensino de geometria nos livros didáticos de Benedito Castrucci e coautores (1976-1985)

Elciane de Jesus Santos¹

Secretaria Municipal de Educação de Presidente Tancredo Neves

Janice Cassia Lando²

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar historicamente a geometria abordada nos livros didáticos no período de perda do protagonismo do Movimento da Matemática Moderna (MMM), entre os anos de 1976 e 1985, mais especificamente, as coleções *Matemática* (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976) e *A conquista da Matemática: contexto e aplicações* (GIOVANNI; CASTRUCCI, 1985). Esta pesquisa está amparada em uma história cultural, na perspectiva de Roger Chartier (2002). Buscou-se responder à questão norteadora: Que geometria foi abordada nos livros didáticos de 5.^a a 8.^a séries no período de perda do protagonismo do MMM, no período de 1976 a 1985? E como resultados, perceberam-se *permanências*, com pequenas variações, – Geometria de Euclides, teoria dos conjuntos no ensino da geometria, abordagens intuitiva e dedutiva, ausência da geometria das transformações, dentre outras –; e *mudanças* – construções com régua e compasso, presença de tendência da Educação Matemática: a Resolução de Problemas, dentre outras.

Palavras-chave: História da Matemática Escolar; Ensino de Geometria; Livro Didático; Movimento da Matemática Moderna.

Geometry teaching in the textbooks by Benedito Castrucci and coauthors (1976-1985)

ABSTRACT

This article aims to historically analyze the geometry addressed in textbooks during the loss of the leading role of the modern mathematics movement (MMM) between 1976 and 1985. This work focuses specifically the collections: *Matemática* [Mathematics] (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976) and *A conquista da Matemática: contexto e aplicações* [The conquest of mathematics: context and applications] (GIOVANNI; CASTRUCCI, 1985). This research is supported by cultural history from Roger Chartier's (2002) perspective. Our guiding question is: What geometry was addressed in textbooks from 5th to 8th grades during the loss of the leading role of the MMM from 1976 to 1985? As a result, we noticed that some content remained, with small variations, —Euclid's geometry, set theory in geometry teaching, intuitive and deductive approaches, absence of geometry due to transformations, among others—; and changes —constructions with ruler and compass, and trend in mathematics education: problem solving, among others.

Keywords: History of school mathematics; Teaching geometry; Textbook; Modern mathematics movement.

¹ Mestre em Educação Científica e Formação de Professores de Ciências e Matemática, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Professora da Educação Básica da Secretaria Municipal de Educação de Presidente Tancredo Neves, Presidente Tancredo Neves, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Graciano, centro, Presidente Tancredo Neves, Bahia, Brasil, CEP: 45416-000. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5022-709X>. E-mail: elcyanel@hotmail.com.

² Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia (UFBA)/Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora Titular da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Jequié, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua da Itália, n. 11, Centro, Caixa Postal 113, Jequié, Bahia, Brasil, CEP: 45.200-970. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9995-3706>. E-mail: janicelando@gmail.com.

La Enseñanza de la Geometría en los Libros Didácticos de Benedito Castrucci y Coautores (1976-1985)

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo analizar históricamente la geometría abordada en los libros didácticos durante la pérdida de protagonismo del Movimiento de la Matemática Moderna (MMM) entre 1976 y 1985. Este trabajo se centra específicamente en las colecciones: *Matemática* (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976) y *A conquista da Matemática: contexto e aplicações* (GIOVANNI; CASTRUCCI, 1985). Esta investigación se apoya en la historia cultural desde la perspectiva de Roger Chartier (2002). Se buscó responder a la pregunta orientadora: ¿Qué geometría se abordaba en los libros de texto de 5° a 8° grado durante la pérdida de protagonismo del MMM de 1976 a 1985? Como resultado, notamos que algunos contenidos permanecieron, con pequeñas variaciones, — la geometría de Euclides, teoría de conjuntos en la enseñanza de la geometría, enfoques intuitivos y deductivos, ausencia de geometría debido a transformaciones, entre otros— y cambios— construcciones con regla y compás, y presencia de tendencia en educación matemática: resolución de problemas, entre otros.

Palabras clave: Historia de las matemáticas escolares; Enseñanza de la geometría; Libro didáctico; Movimiento de la Matemática Moderna.

INTRODUÇÃO

Este artigo³ tem como objetivo analisar historicamente a geometria abordada nos livros didáticos no período de perda do protagonismo do Movimento da Matemática Moderna (MMM), entre os anos de 1976 e 1985, mais especificamente, as coleções *Matemática* (1976) – de autoria de Benedito Castrucci, Ronaldo Garibaldi Peretti e José Ruy Giovanni – e *A conquista da Matemática: contexto e aplicação* (1985) – com autoria de José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci. A escolha dessas coleções ocorreu devido à sua utilização e divulgação no território nacional, ao vínculo de Castrucci com o ensino de geometria, bem como sua atuação na produção de livros didáticos, tendo em vista que ele já tinha publicações antes do período pesquisado, além de ter ele significativa participação nas discussões acerca das ideias do MMM e ser defensor da sua inserção no ensino de matemática no Brasil.

Com esta análise buscamos responder à nossa questão de pesquisa: Que geometria foi abordada nos livros didáticos de 5.^a a 8.^a séries no período de perda do protagonismo do MMM, no período de 1976 a 1985? Esse recorte temporal tem início com a publicação no Brasil do livro *Fracasso da Matemática Modena*, de autoria de Morris Kline, e se encerra em 1985, ano em que se iniciou o processo de elaboração da primeira de uma série de reformas, empreendidas no Brasil por Secretarias Estaduais e Municipais de Educação, que buscavam rever as ideias do MMM e incorporar resultados de pesquisas na área de Educação Matemática (PIRES, 2000).

O MMM foi um movimento de reforma curricular e metodológica para o ensino de matemática que teve sua gênese no decorrer da década de 1950⁴, permanecendo mais fortemente até a década de 1970. Foram propostas reformulações curriculares para o ensino de matemática, de uma maneira geral, e de geometria, em particular. Para o ensino de matemática prevaleceu,

[...] uma concepção estruturalista da Matemática de inspiração bourbakista, com as implicações correspondentes no que se refere à Matemática para ser ensinada no

³ Este trabalho é parte da dissertação de mestrado intitulada *O ensino de geometria e sua abordagem em livros didáticos (1976-1985)*, de autoria de Elciane de Jesus Santos.

⁴ Segundo Guimarães (2007, p. 21), “[...] durante toda a década de 1950, foram tendo lugar numerosas iniciativas e realizações, de natureza variada e com propósitos diversificados, que tinham em comum a intenção de modificar os currículos do ensino da Matemática visando a atualização dos temas ensinados, bem como a introdução de novas reorganizações curriculares e de novos métodos de ensino (matos, 1988; Moon, 1986; NACOME, 1975)”.

ensino secundário: a ênfase na unidade da Matemática (a ideia da “fusão” Aritmética/Álgebra e da “síntese” Álgebra/Geometria, a integração da Trigonometria em outros tópicos ao longo do currículo); a importância dada à Álgebra e à Geometria vetorial, bem como às estruturas matemáticas; a orientação axiomática do ensino, isto é, a organização do currículo tendo como última meta o estudo axiomático da Matemática; a preocupação com o rigor e com a linguagem e simbologia matemáticas. (GUIMARÃES, 2007, p. 43, grifo do autor)

Para o ensino de geometria, foram apresentadas duas propostas no Seminário de Royaumont⁵, França, no ano de 1959. Uma exposta por Dieudonné, em que seguia a visão de Félix Klein na qual a geometria deveria ser estudada por meio de grupos de transformações com valorização da Álgebra e da Geometria Vetorial; a outra feita por Botsch, que mantinha a abordagem axiomática, todavia apresentava novos conjuntos de axiomas (MATOS; LEME DA SILVA, 2011).

Sinais de que o MMM na prática docente se encontrava divergente do projeto traçado começaram a surgir no início da década de 1970. Soares (2001) afirma que, desde as primeiras discussões sobre a implantação da reforma, já havia críticas relacionadas a essa mudança curricular. No entanto, tais críticas foram intensificadas, aproximadamente, mais de uma década de sua existência. Essa autora (2001) aponta, ainda, que o aumento das críticas na década de 1970 envolveu também matemáticos e professores de matemática que estiveram à frente do movimento. Diante disso, é relevante examinar essa transição, buscando compreender como a geometria foi apresentada no espaço temporal de 1976 a 1985, ou seja, analisar como se deu a abordagem da geometria nos livros didáticos no período em que o MMM perdeu seu protagonismo.

No que diz respeito ao referencial teórico-metodológico, esta é uma pesquisa amparada em uma história cultural, na perspectiva de Chartier (2002). Para ele (2002, p. 27), a “[...] história deve ser entendida como o estudo dos processos com os quais se constrói um sentido. Rompendo com a antiga ideia que dotava os textos e as obras de um sentido intrínseco, absoluto, único [...], dirige-se às práticas que, pluralmente, contraditoriamente, dão significado ao mundo”.

OS AUTORES DAS COLEÇÕES

No sentido de compreender a obra, suas influências e seu contexto, faz-se pertinente abordar alguns elementos da biografia dos autores. José Ruy Giovanni (1937-2020) era bacharel e licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) e foi professor do ensino de 1.º e 2.º graus de escolas públicas e particulares, iniciando sua carreira em 1960. No ano de 2015, foi homenageado pela editora FTD pelos 40 anos dedicados à editora (FTD, 2015).

Localizamos poucos registros sobre o autor Ronaldo Garibaldi Peretti (1932-1977). Foi Assessor de conteúdos na elaboração dos *Subsídios para a Implementação do Guia Curricular*

⁵ Seminário de Royaumont é como ficou conhecida a sessão de trabalho realizada “em finais de 1959, no *Cercle Culturel de Royaumont*, em Asnières-sur-Oise, França, com a duração de duas semanas e com a participação de cerca de cinquenta delegados de dezoito países.” (GUIMARÃES, 2007, p. 22). Esse autor (2007, p. 22) afirma, ainda, que esta reunião “é certamente a realização mais emblemática de todo o movimento reformador de grande influência internacional que recebeu o nome de Matemática Moderna”.

de Matemática (1.º grau)⁶, da Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas (CENP)⁷, na qual Peretti participava como professor da rede estadual e não membro da CENP. Contudo, sua participação nesse projeto foi breve, por conta de seu falecimento, ocasionado por leucemia em 1977 (BASTOS⁸, 2004 *apud* SOUZA, 2005).

Benedito Castrucci⁹ (1909-1995), em 1937, ingressou no curso de Matemática na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo. Nesse curso, afirmou que foi influenciado por professores e livros estrangeiros, principalmente italianos, devido ao Brasil ter contratado professores italianos, como Luigi Fantapiè e Giacomo Albanese, para ocuparem cadeiras de professores catedráticos. Em reconhecimento, o governo italiano fez doação de livros, enriquecendo a biblioteca da Faculdade de Filosofia, tornando-a uma das melhores na época (CASTRUCCI, 1990).

Castrucci iniciou suas atividades docentes como assistente de geometria, devido às suas habilidades e desempenho, sob convite do professor Giacomo Albanese. A relação de Benedito com a geometria se estreitava cada vez mais, vindo a ocupar em 1942 o cargo de professor de Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva na Faculdade de Filosofia, Ciência e Letras (CASTRUCCI, 1990) e “entre 1945 e 1958, Castrucci foi professor de Geometria Projetiva e Geometria Superior da Faculdade de Filosofia Sedes Sapientiae” (DUARTE, 2007, p. 239).

Ao desempenhar as atividades como assistente na disciplina geometria, Castrucci aprimorou sua formação chegando ao doutoramento, com a orientação de Giacomo Albanese, pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP (FFCLUSP). A tese de doutorado foi defendida em 04 de agosto de 1943 e intitulada *Sobre uma nova definição de Cúbica plana*. Defendeu ele ainda a tese de cátedra, denominada *Fundamentos da geometria projetiva finita n-dimensional*, ambas na área de Geometria (DUARTE, 2007).

Ainda segundo essa autora (2007), o interesse de Castrucci pela Geometria era bastante evidente, podendo ser constatado também em carta endereçada à República Federal Alemã, almejando a participação em curso no programa de visitação. Ele assim escreveu ao Prof. G. Pickert: “Eu estou interessado em Geometria Projetiva, Fundamentos da Geometria e o Ensino da Matemática Moderna nos cursos secundários. Eu vou conhecer os trabalhos e o progresso desses setores junto à Universidade de Giessen” (CASTRUCCI, 1967 *apud* DUARTE, 2007, p. 240).

Em entrevista à pesquisadora Elizabeth Búrigo (1988), Benedito Castrucci afirmou que no Grupo GEEM¹⁰, ele ficou responsável pela geometria e ministrou cursos de álgebra vetorial e de Geometria das Transformações. Destacou, ainda, que o grupo foi bastante significativo e, devido à sua representatividade, recebeu verba estadual e federal, o que possibilitou convidar

⁶ Os Subsídios foram publicados dentro do projeto: Desenvolvimento de novas metodologias aplicáveis ao ensino-aprendizagem do 1.º grau – Convênio MEC/DEF/SE – 1979 (SOUZA, 2005, p. 191).

⁷ Órgão estatal pertencente à Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, instituída em 30 de janeiro de 1976 por meio do Decreto n.º 7510. (SOUZA, 2005). Para maiores conhecimentos a respeito da CENP, ver a tese de Souza (2005).

⁸ Entrevista concedida pelo professor Almerindo Marques Bastos para a pesquisadora Gilda Lúcia Delgado de Souza, no período de 24/04/2004 a 20/05/2004.

⁹ Neste artigo, aparecerão maiores discussões acerca de Castrucci devido à sua influência e participação no MMM – tendo a incumbência de acompanhar os estudos referentes ao ensino de geometria no GEEM – e à produção de várias coleções de livros didáticos, tanto no período do MMM como também posteriormente, além de seu envolvimento com a geometria durante toda sua trajetória acadêmica e profissional.

¹⁰ O Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) foi criado em São Paulo, no ano de 1961. “Este Grupo tem um papel preponderante na introdução e divulgação do Movimento [MMM] no Brasil.” (LEME DA SILVA, 2008, p. 691).

professores para virem ao Brasil e efetuar viagens de membros a outros países (CASTRUCCI, 1988). No entanto, considerava que a proposta do MMM, quanto ao ensino de geometria, não era satisfatória. Segundo ele: “[...] o ‘fracasso’, para mim, foi na Geometria, [...] por que se nós tínhamos que fazer um movimento que tudo tinha que nascer da teoria dos conjuntos e da ideia de estrutura, que era o princípio geral, então, como a geometria era axiomática, não estava encaixada nisso” (CASTRUCCI, 1988, s.p., grifo do autor).

Ele destacou as suas dificuldades e os desafios que os cursistas tinham em compreender a geometria dentro da nova proposta, exemplificando com uma experiência vivida naquele período: “[...] eu dei um curso de planos vetoriais. E nos meus cursos todos, eu tinha êxito com os alunos/professores, e dessa vez eu fracassei. Quer dizer... os alunos não reagiram bem, acabaram não fazendo boas provas” (CASTRUCCI, 1988, s.p.).¹¹ No curso de *Geometria das transformações*, também ministrado por ele, Castrucci comentou que o êxito foi menor ainda, e essa constatação nessa área da matemática também foi feita por responsáveis pelo ensino de geometria em outros países, de acordo com Castrucci (1988).

As críticas ao movimento foram marcantes no III Congresso Internacional de Educação Matemática (1976), com manifestações desfavoráveis à matemática moderna.

Castrucci (1988, s. p.): *Eu acho que o movimento acabou assim no mundo inteiro quando começou a haver crítica, não é? E críticas de grandes matemáticos. Essas críticas pesaram muito [...] aí o Dieudonné escreveu um livro Geometria e Álgebra Linear [...] é um calhamaço, um livro difícilimo que era destinado ao ginásio, mas um livro de alto padrão, que serve para a pós-graduação e olha lá. E aí saiu uma crítica desse livro na Mathematical Reviews, feita por Freudenthal. [...] Então ele diz assim: que o Dieudonné estava empolgado com uma ideia e estava muito iludido, porque ele não pense que com o livro que ele escreveu, ele ache que só os outros estão errados, porque no livro que ele escreveu tinha tais e tais coisas que também têm falta de rigor. Mas eu acho que essas causas gerais foram apontadas pelos matemáticos todos, falta de apelo ao concreto, falta de apelo ao mundo físico. [...] Mas, em 71 [...] saiu o livro do Thom que diz assim: Matemática moderna: um erro pedagógico ou erro educacional? A crítica de um grande matemático, prêmio da medalha Fields, um prêmio tradicional. Em 73 saiu o livro de Morris Kline. Em 76, esse Congresso [o III CIEM, em Karlsruhe]. Então, por volta de 70 começou [o esgotamento do movimento].*

Castrucci mostra que as críticas foram significativas, considerando que houve exageros por parte de alguns autores, e que os críticos eram importantes matemáticos, o que, de certa forma, contribuiu para a perda do protagonismo do MMM. Diante disso, analisaremos na próxima seção como a geometria foi abordada nas coleções, *Matemática* e *A conquista da matemática*, publicadas no período em que se acentuaram essas críticas.

BREVE OLHAR SOBRE A ESTRUTURA DAS COLEÇÕES MATEMÁTICA (1976) E A CONQUISTA DA MATEMÁTICA: CONTEXTO E APLICAÇÃO (1985)

A coleção *Matemática*, de Benedito Castrucci, Ronaldo G. Peretti e José R. Giovanni, foi publicada no ano de 1976 pela editora FTD. E a coleção *A conquista da matemática: contexto e aplicação*, de José R. Giovanni e Benedito Castrucci, foi publicada em 1985 pela mesma editora.

¹¹ Em entrevista concedida a Búriço, Castrucci se refere às atividades que executou deixando explícito que são atividades desenvolvidas no âmbito do GEEM.

O conteúdo de geometria na coleção *A conquista da matemática* (1985) está presente em todas as séries, diferentemente da coleção *Matemática* (1976), o qual não consta no livro da 6.^a série.

Na coleção de 1976, os conteúdos são abordados, iniciando com as definições, seguidas de exemplos resolvidos e, posteriormente, exercícios para os alunos solucionarem, que se encontram ao final de cada unidade, além dos Exercícios de Fixação – para serem feitos no caderno, buscando fixar os conteúdos abordados – e Exercícios de Aprendizagem, com a finalidade de verificar a compreensão do aluno, devendo ser feitos no próprio livro e em sala.

Já na coleção *A conquista da matemática* (1985), os conteúdos são iniciados com situações-problema, e a partir daí são trabalhados as definições, os exemplos e as atividades para os alunos praticarem. Outro fato que podemos destacar é o tratamento da História da Matemática, como o texto que introduz a unidade de geometria no livro da 7.^a série.

A Geometria

Desde séculos antes de Cristo, os homens procuram entender melhor o mundo em que vivemos, suas formas e as relações entre elas. Por isso, estudam Geometria. (*Geo* = terra, *metria* = medida.)

As primeiras noções geométricas surgiram quando o homem sentiu necessidade de efetuar medidas, ou seja, de comparar as distâncias entre pontos, ao mesmo tempo que procurou descobrir as formas e as dimensões dos corpos que o rodeavam. O homem procurou, então, ao observar uma figura, estudar a sua posição, a sua forma e o seu tamanho.

A maioria das civilizações antigas (egípcios, babilônios, assírios, hindus, chineses) já conheciam as principais figuras geométricas, bem como tinham a noção de ângulo, que usavam na Astronomia e nas medidas de áreas. Porém, esses conhecimentos eram usados apenas numa forma prática, sem que houvesse uma organização desses conhecimentos.

Foram os gregos que organizaram os conhecimentos geométricos da época, transformando a Geometria numa ciência sistematizada. Um famoso matemático grego, chamado Euclides (século III antes de Cristo), escreveu várias obras sobre a Geometria. Por esse motivo, até hoje denominamos essa parte da Matemática de “Geometria Euclidiana”.

A Geometria que estudaremos é a mesma estudada pelos gregos há mais de 2000 anos. Apenas a linguagem e a maneira pela qual apresentaremos os assuntos serão diferentes. [...]. (GIOVANNI; CASTRUCCI, 1985c, p. 111)

No entanto, na coleção de 1976 não havia a abordagem da História da Matemática. Esse é um aspecto interessante a ser refletido, uma vez que, ao menos desde o ano de 1973, Castrucci já considerava importante o uso da História da Matemática para o estudo dos conteúdos matemáticos. “Se você um dia quiser levar a sério o estudo da Matemática, não poderá deixar de estudar a sua história, para compreender como evoluíram as ideias” (CASTRUCCI, 1973, p. 1 *apud* RAMASSOTTI, 2018, p. 221). Uma possível explicação para a não inclusão da História da Matemática nos livros didáticos da coleção de 1976, mesmo sendo um dos seus autores defensor dessa inserção, pode estar relacionada à influência das editoras na definição da estruturação das obras didáticas. A respeito dessa interferência, destacamos um trecho da entrevista concedida por Castrucci (1988), na qual ele comenta que uma coleção publicada pela FTD, sofreu vários cortes após o falecimento do professor com o qual havia dividido a autoria e a consequente substituição dele por um professor indicado pela editora.

Castrucci (1988, s. p.): *Esse colega faleceu e a editora me disse: olha, você precisa refazer esse livro, mas de um modo bem mais simples. E também para a editora interessa vender. Então aí arranjaram um professor secundário que nunca esteve no movimento moderno, mas era moço e ele lecionava com muita tarimba, muito bom professor de matemática [...] se ele podia escrever junto comigo, refazer o livro? Olha, não tem problema [...] praticamente ele escreveu o livro. Daí ele foi escrever o livro dentro da linha dele de didática, cortou quase tudo. E o livro teve uma saída enorme, e quanto mais ele cortava, mais o livro vendia [...].*

Mais um aspecto que pode ser realçado na coleção *Matemática* (1976) é a presença de uma bibliografia no livro da 6.^a série, livro do Mestre, e que não aparece na coleção *A conquista da Matemática* (1985). Apesar de os autores trazerem na bibliografia (1976b) várias referências sobre Geometria, no miolo do livro da 6.^a série dessa coleção de 1976 não há tópicos específicos sobre este conteúdo. Presume-se que, pelo fato de as referências constarem apenas no livro do Mestre¹², essas referências poderiam ser para a coleção como um todo e não especificamente para a obra daquela série, assim como os objetivos gerais de toda a coleção contidos na mesma obra.

- DIÈNES, Z. P. – **Aprendizado Moderno de Matemática** – Zahar Ed. [...] 1970.
DIÈNES, Z. P. – **As Seis etapas do Processo de Aprendizagem em Matemática** – Ed. Heder, São Paulo, 1972.
FÉLIX, Lucienne – **Matemática Moderna** – Ed. Estúdiol Cor, Lisboa.
FÉLIX, Lucienne – **Initiation a la Géométrie** – Dunoch, Paris, 1964.
FÉLIX, Lucienne – **Géométrie** – Dunod, Paris, 1964.
FLETCHER, T. J. – **Ensino Moderno de Matemática** – Ao Livro Técnico [...] 1972.
BUNT, Lucas N. H. – **Introdução ao curso de Geometria Plana** – Ed. Fundo da Cultura, Rio de Janeiro.
RICH, Barnett – **Geometria Plana** – McGraw Hill do Brasil Ltda.
FUCHIS, Walter – **Los Padres Descubren La Nueva Matemática**, [...] 1971.
GARDNER, Martin – **Divertimentos Matemáticos** – IBRASA – S. Paulo, 1961.
MOISE, Edwin e DOWNS Jr., Floyd – **Geometria Moderna**, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 1971.
TAHAN, Malba – **Didática da Matemática** – Ed. Saraiva, São Paulo, 1968.
PERELMAN, Yakov – **Matemáticas Recreativas** – Ed. Paz, Moscou.
KOTHE, S. – **Pensar é divertido** – Ed. Herder, São Paulo, 1970.
HOGBEN, Lancelot – **Maravilhas da Matemática** – Ed. Globo, Porto Alegre, 1970.
KRAITCHIK, Maurice – **A Matemática dos Jogos** – [...] Lisboa, 1958.
TAHAN, Malba – **Matemática Divertida e Delirante** – Ed. Saraiva [...] 1967.
FARIAS, Sinésio – **Curso de Álgebra** – Ed. Globo, Porto Alegre, 1952.
CASTRUCCI, Benedito – **Lições de Geometria Plana** – Ed. Nobel, São Paulo, 1964.
CASTRUCCI, Benedito – **Teorias dos Conjuntos** – GEEM, São Paulo, 1970.
(CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976b, p. 22, grifos no original)

Ainda de acordo com a bibliografia apresentada, no livro do Mestre da 6.^a série, é possível constatar que referenciais modernos se fazem presentes, a exemplo de Zoltan Paul Dienes, que influenciou nos *Guias Curriculares para o Ensino Primário do Estado de São Paulo*, bem como em experiências com turmas experimentais no Rio Grande do Sul, por meio de sua metodologia e da proposta dos Blocos Lógicos, ideias vistas como possibilidades de equilíbrio do formalismo lógico no MMM, sendo apropriadas e difundidas por representantes

¹² Apenas podemos conjecturar a este respeito, pois somente localizamos o livro do Mestre da 6.^a e 8.^a séries, e no livro da 8.^a não constam as Referências e Orientações. Não conseguimos identificar se foi publicado desta forma ou se no exemplar que possuímos as páginas referentes a essas seções foram arrancadas.

do movimento no Brasil (SOARES; PINTO, 2011); e de Lucienne Félix, que, segundo Búrigo (2012), durante o MMM, veio ao Brasil três vezes – em 1962, 1965 e 1968 – e exerceu influência no GEEM contribuindo,

[...] para a legitimação da matemática moderna como expressão da convergência de autores e grupos de diferentes países em torno da modernização do ensino secundário, refutando a interpretação de um “modismo” ou proposta muito localizada, imposta ou importada dos Estados Unidos. (BÚRIGO, 2012, s.p., grifo da autora)

Interpretamos que a escolha pelos demais livros de geometria de origem estrangeira que aparecem na bibliografia pôde ter sido feita por Castrucci na busca por uma abordagem rigorosa dos conceitos matemáticos, influência¹³ que teve desde cedo em seus estudos e que, possivelmente, refletiu em suas obras. Ramassotti (2018) chama a atenção, especialmente, para a influência de Fantappié, no curso de Matemática, que considerava os livros de autores brasileiros sem o rigor necessário para aprender matemática.

Além dos dois últimos autores já citados – Zoltan P. Dienes e Lucienne Félix –, incluem obras de Lucas Bunt, que consta na coleção de Castrucci, localizada no acervo do Instituto de Matemática e Estatística da USP; Barnett Rich, que, em seu livro denominado *Geometria*¹⁴, apresentava elementos advindos da proposta do Movimento, como a simetria e homotetia, abordando a geometria plana, analítica, das transformações e dos sólidos, tendo como estrutura a geometria de Euclides, com a apresentação de teoremas e postulados ao longo de todo o livro, tratando também das construções geométricas (RICH, 1988).

Interpretamos que Castrucci pode também ter sido influenciado pelos autores Edwin Moise e Floyd Downs Júnior, com o livro *Geometria Moderna*, traduzido para o português por Renate G. Watanabe e Dorival A. Mello, membros do GEEM, assim como a *Apresentação* da obra é assinada por esse Grupo. No início do livro, é mencionada a utilização de trechos do livro do SMSG, bem como a forte influência desse grupo na produção da obra. Moise e Downs Júnior trazem no livro a geometria de Euclides, fazendo uso de métodos algébricos em sua abordagem. A esse respeito, os autores informam:

[...] apresentamos uma pequena discussão sobre a ideia de conjunto e uma pequena revisão da parte algébrica dos números reais. Conjuntos e álgebra serão usados em todo o livro. Nós os interpretaremos, entretanto, muito mais como *meio* do que como *fim*; não farão parte do nosso sistema de postulados e teoremas. Eles estarão ao nosso dispor desde o início; alguns dos postulados envolverão números reais e, também, usaremos álgebra nas demonstrações. De fato, a álgebra e a geometria são estreitamente relacionadas e são muito mais simples de ser apreendidas se fixarmos esta relação de início. (MOISE; DOWNS JÚNIOR, 1971, p. 10, grifos dos autores)

Reiteramos, ainda, que, no início de cada capítulo do livro de Moise e Downs Júnior (1971), é reservado um espaço para a História da Matemática. Conjecturamos que as influências dos autores anteriormente mencionados continuaram na coleção *A conquista da matemática*

¹³ De acordo com Ramassotti (2018) e Duarte (2007), bem como a entrevista do próprio Castrucci (1989), os livros estrangeiros e o rigor contido neles influenciaram em sua formação desde cedo, ainda como estudante. Conjecturamos que essa influência tenha permanecido no período em que escreveu as obras em análise.

¹⁴ Trata-se da segunda edição, em que a primeira tem como título *Geometria plana*, publicada originalmente em língua inglesa em 1968.

(1985), ao observarmos a estruturação das demonstrações, bem como a permanência de vários dos conteúdos com a mesma perspectiva, características que abordaremos na seção seguinte.

A ABORDAGEM INTUITIVA E DEDUTIVA NO ENSINO DE GEOMETRIA

No livro *Matemática* (1976a), os autores chamam a atenção para o ensino de Geometria, reconhecendo certo abandono e como eles abordarão o conteúdo na coleção. Para tanto, destacam eles:

Permitimo-nos aqui chamar a atenção para o estudo da geometria. Infelizmente, como o ensino da geometria, fonte de inspiração e de raciocínio, tem sido abandonado, procuramos, nesta parte, dar uma apresentação bastante intuitiva, com poucas demonstrações, lembrando que o importante nessa área, é o despertar para a criatividade e o desenvolvimento da fantasia. Nesta fase, em segundo lugar, vem o conhecimento do raciocínio dedutivo, ferramenta básica em qualquer atividade intelectual. (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976a, s.p.).

A coleção *Matemática* informa, logo na apresentação, referente à geometria, que será dada maior ênfase à abordagem intuitiva e menor destaque às demonstrações. Ressalta a importância da criatividade, e acrescenta, ainda, que manterá o rigor dos conceitos básicos, e que isso acontecerá "dentro de um esquema de ensino prático e objetivo, com desenvolvimento simples de todos os tópicos que reputamos essenciais ao curso [...]" (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976a, s. p.).

Os autores enfatizam também, na introdução, a possibilidade do estudo dirigido diante dos numerosos exercícios graduados que a coleção aborda, entretanto no miolo dos livros este método não está explícito. Na sequência, vamos apresentar brevemente a técnica do estudo dirigido, pois ela tem como proposta, dentre outros objetivos, o ensino heurístico ou o processo da redescoberta, que estão relacionados às abordagens intuitiva e dedutiva.

O estudo dirigido teve seu início nos Estados Unidos em 1905, com vista a orientar os alunos em seus estudos. Um dos objetivos dessa técnica de ensino, de acordo com Mattos (1957, p. 226 *apud* LANDO, 2011, p. 08) era:

Desenvolver nos alunos uma atitude sadia, interessada e construtiva em relação aos estudos em geral e em relação à matéria específica em causa. Isto se obtém, não tanto por preleções e belas palavras, mas por tarefas bem planejadas, estimulantes e valiosas que prendam pelo seu realismo a atenção dos alunos e lhes proporcionem legítima satisfação na sua execução.

Essa técnica, de acordo com Lando (2011), ganhou força no Brasil por meio dos Colégios de Aplicação das Faculdades de Filosofia, como também pela Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES). O estudo dirigido era utilizado tanto para a fixação como para a aprendizagem de um conceito novo e, quanto à posição do professor e aluno, a autora afirma que Mattos (1957) e Mello e Souza (1959) "[...] deixam explícito que no estudo dirigido o aluno é o centro dos processos de aquisição do conhecimento escolar" (LANDO, 2011, p. 8).

No V Congresso Nacional de Ensino da Matemática, realizado em 1966 na cidade de São José dos Campos, Scipione de Pierro Netto apresentou um planejamento de ensino, por meio de Trabalhos Dirigidos, destinado a alunos principiantes no estudo da Geometria,

vinculado ao MMM. Apesar de o autor denominar de Trabalhos Dirigidos, ao analisarmos o que foi apresentado no texto, interpretamos que se trata de um trabalho equivalente ao que é considerado como Estudo Dirigido pelos autores anteriormente mencionados (PIERRO NETTO, 1968). Na introdução de seu texto, Pierro Netto (1968, p. 64) define como seriam desenvolvidas aquelas aulas:

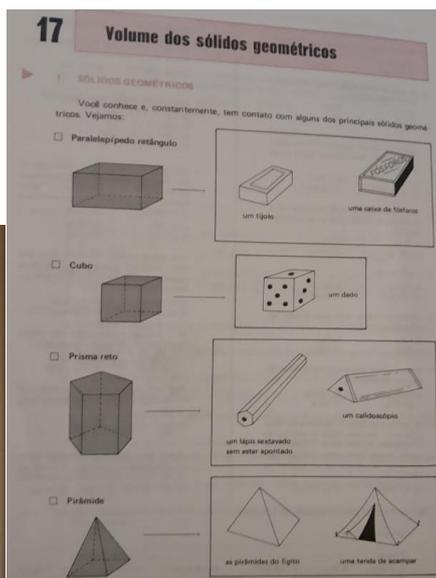
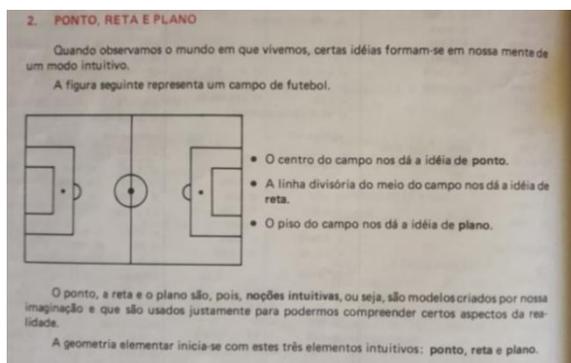
Sem a preocupação de apresentar aqui uma justificação psico-pedagógica, devemos dizer que se procura aplicar o método heurístico e o processo da redescoberta, levando o aluno a concluir as propriedades fundamentais da Geometria, que serão, ou poderão ser, demonstradas num futuro próximo.

Para Searles (1979, p. 133), num contexto pedagógico, heurísticos são “os métodos que consistem em procurar que o aluno descubra o que se lhe pretende ensinar”. Por meio do método heurístico, o professor proporciona situações de aprendizagem que oportunizem aos alunos, dentro de suas possibilidades, descobrir sozinhos os conceitos matemáticos, com isso favorecendo que se tornem agentes ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Entretanto para que os alunos desenvolvam esta habilidade, eles precisam, inicialmente, do contato com os exemplos concretos, com as noções intuitivas, para, mais adiante, conseguir formalizar os conceitos com a dedução (ALVAREZ; PIRES, 2003).

O estudo dirigido não é mencionado na coleção *A conquista da Matemática* (1985).

Nessa coleção, nos livros da 5.^a e 6.^a séries, o conteúdo de Geometria é destacado pelos autores como uma área da matemática que permite compreender a realidade, e com isso a introdução da Geometria é apresentada intuitivamente como os conceitos de ponto, reta e plano, relacionados com elementos de um campo de futebol, e no tratamento do volume dos sólidos geométricos, em que sete sólidos geométricos são correlacionados com objetos do cotidiano. E, na sequência, são abordadas as respectivas definições e modo de cálculo, bem como apresentam em todo o capítulo as características da geometria de Euclides. (Figura 1)

Figura 1 – Abordagem intuitiva de geometria



Fonte: Giovanni e Castrucci (1985a, p. 152 e p. 202)

Os autores mencionam a abordagem intuitiva, e isso é adotado no corpo do livro a exemplo: o ponto, correlacionando com furo de agulha, estrela no firmamento, entre outros elementos que formam a ideia de ponto e, só após essas colocações, é que são postas noções elementares. Essa forma de apresentar alguns conceitos geométricos, em nossa interpretação, está de acordo com o que afirmam os autores na *Apresentação* sobre a importância da “[...] aplicação da matemática no mundo real, ao mesmo tempo que deve proporcionar-lhe habilidades suficientes para que possa enfrentar as questões que a Matemática e as ciências correlatas lhe apresentarão” (GIOVANNI; CASTRUCCI, 1985, p. 4).

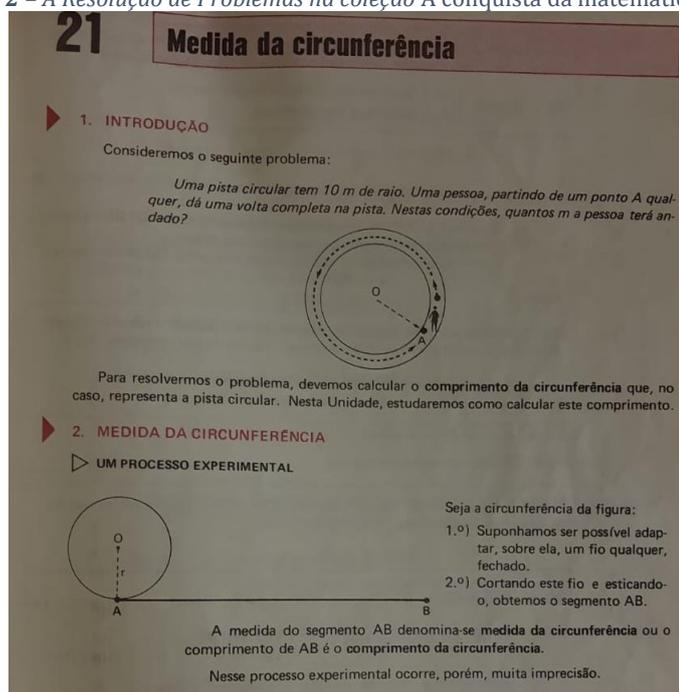
Também condizente com essa concepção de uma matemática aplicada está a escolha de uma abordagem dos conceitos por meio de uma apropriação da Resolução de Problemas na coleção de 1985. Uma vez que não consta na coleção *Matemática* (1976) e passa a ocupar um capítulo específico na coleção *A conquista da matemática* (1985), podemos conjecturar que essa tendência da educação matemática¹⁵ é utilizada como recurso ou metodologia para o ensino nessa coleção, como pode ser verificado nos títulos de algumas unidades que são iniciados com a expressão “Resolução de problemas”, por exemplo, Unidade 9- Resolução de problemas com dados fracionários (1985a), Unidade 7- Resolução de problemas do 1.º grau com uma variável (1985b), dentre outros.

Para ilustrar como os autores se apropriaram da resolução de problemas na coleção *A conquista da matemática* (1985), apresentamos a Figura 2. Giovanni e Castrucci estruturam todas as unidades com a seguinte sequência: situação-problema, conceitos fundamentais, exemplos e exercícios, para todos os conteúdos. Como podemos ver, a resolução de problemas

¹⁵ A constituição da Educação Matemática no Brasil, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), é composta de quatro fases, a primeira fase é o período de gestação, anterior à década de 1970; a segunda fase é o nascimento, década de 1970 e início da década de 1980; a terceira fase é a emergência de uma comunidade de educadores matemáticos, década de 1980; e a quarta fase é a emergência de uma comunidade científica em Educação Matemática, 1990. Na fase do nascimento é que surgem “os primeiros sinais de um novo campo profissional”, criação de programas de pós-graduação em Educação Matemática e Psicologia, nos quais seriam realizadas algumas pesquisas acerca da aprendizagem da matemática ou sobre o currículo e o ensino. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 21).

ganha destaque na coleção de 1985, e os autores ainda elaboram uma verificação experimental, neste caso para a medida da circunferência.

Figura 2 – A Resolução de Problemas na coleção A conquista da matemática (1985)



Fonte: Giovanni e Castrucci (1985d, p. 177)

De acordo com Onuchic (1999), desde a antiguidade usavam-se problemas para ensinar a matemática escolar. Todavia, a resolução de problemas começa a ser considerada “como um tema de interesse para professores e alunos” na década de 1940, por George Polya, com a publicação do livro *How to solve it* no ano de 1945 (ONUCHIC, 1999, p. 201). Esse livro traduzido para o português chegou ao Brasil em 1978¹⁶.

É também, segundo Lester (1978 *apud* Fiorentini 1994), sob influência de George Polya que, na década de 1960, iniciaram-se pesquisas mais sistemáticas em relação à resolução de problemas como campo da educação matemática. No final da década de 1970, a resolução de problemas ocupou um maior espaço em todo o mundo. No entanto, foi a década de 1980 que se mostrou como um período promissor para resolução de problemas, tempos em que se intensificaram as discussões referentes a essa temática. Uma mostra disso é que, na metade dessa década, esse tema foi recorrente em quase todos os congressos internacionais. De acordo com Onuchic (1999), os esforços envolvidos em termos de currículos e materiais para inserção, da resolução de problemas nas aulas de matemática mostraram-se úteis. Ela acrescenta que:

Durante a década de 1980, muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho em sala de aula, na forma de coleções de problemas, lista de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. (ONUCHIC, 1999, p. 206)

Fiorentini (1994, p. 189) indica que, no Brasil, “[...] os estudos relativos ao ensino de resolução de problemas só seriam iniciados de modo mais efetivo a partir da segunda metade

¹⁶ Informações retiradas do próprio livro, Editora Interciência; 1ª edição (1 fevereiro 1978).

da década de 80”, em especial, por meio de pesquisas de mestrado e doutorado. É, também, na década de 1980, como foi mencionado anteriormente, que, no nosso país, as discussões referentes à Educação Matemática se intensificaram, e a resolução de problemas, como uma tendência inserida nesse campo do conhecimento, também, tomou maior dimensão.

Assim, podemos interpretar que a intensificação dessas discussões passou a influenciar a elaboração de livros didáticos, como é o caso da coleção de livros de Giovanni e Castrucci (1985) analisada neste trabalho.

Até este ponto de nossa análise, apresentamos nossas interpretações referentes às abordagens intuitiva e dedutiva numa perspectiva metodológica do ensino da geometria. Todavia, interpretamos que os autores também propõem essas abordagens numa perspectiva do desenvolvimento dos próprios conceitos geométricos. Os autores, no livro da sétima série, pontuam que:

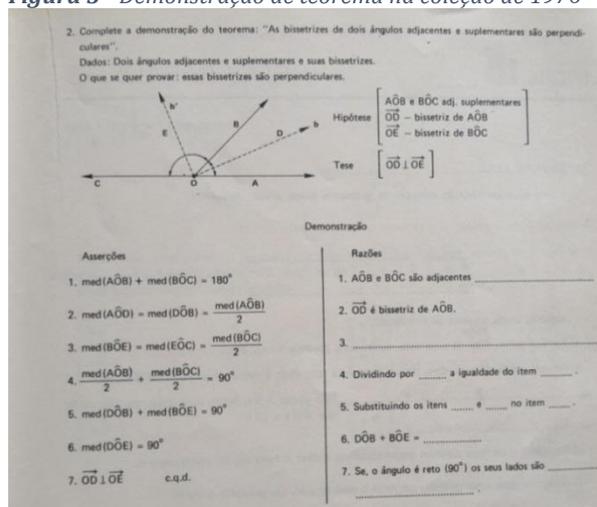
Até aqui foram introduzidos diversos conceitos geométricos, tais como: ponto, reta, plano, ângulo, bissetriz de um ângulo,... Alguns desses conceitos, como por exemplo, ponto, reta e plano foram apresentados intuitivamente, isto é, pelas ideias formadas em nossa mente através da observação e da experiência. Outros conceitos, como ângulo, bissetriz,... foram apresentados por meio de uma definição através de conceitos já conhecidos. Por exemplo, a ideia de bissetriz de um ângulo se forma em nossa mente através dos conceitos já conhecidos: ângulo, semi-reta interna, ângulos congruentes,... os conceitos apresentados intuitivamente, **sem definições**, são chamados **conceitos primitivos**. (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976c, p. 161, grifo dos autores)

Algo semelhante é apresentado na coleção de 1985, também no livro da 7.^a série, contando na introdução do capítulo denominado *Postulados e teoremas*, distinta da coleção anterior que trazia esta informação em apêndice localizado no meio do livro. Em contrapartida para o ensino dedutivo, os autores dizem:

Enunciamos diversas propriedades geométricas, muitas foram verificadas intuitivamente pela observação e pela experimentação de figuras, como por exemplo: “por dois pontos distintos passa uma e uma só reta”. Propriedades desse tipo chamam-se **postulados** (ou axiomas). Existem propriedades, que são verificadas através de conceitos ou propriedades já conhecidas. Essas Propriedades recebem o nome de **teoremas**. Num teorema, há duas partes distintas: a que se supõe conhecida, chamada **hipótese** e a que se deve justificar, provar, demonstrar chamada **tese**. (CASTRUCCI; PERETTI; GIOVANNI, 1976c, p. 161 grifos dos autores)

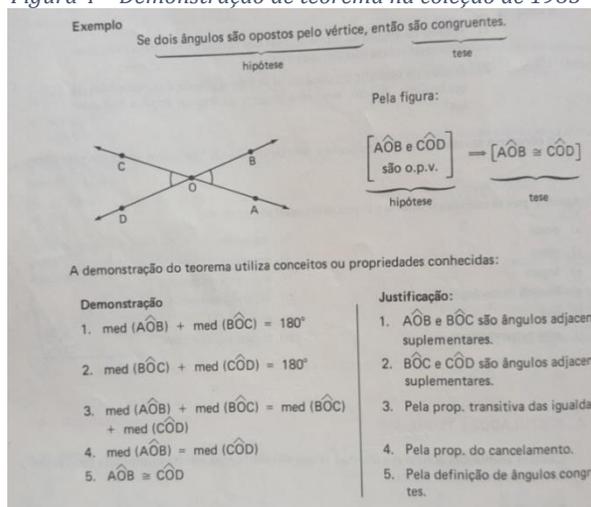
Uma mostra do entendimento da abordagem dedutiva pelos autores pode ser verificada na imagem comparativa nas Figuras 3 e 4:

Figura 3 - Demonstração de teorema na coleção de 1976



Fonte: Castrucci, Peretti e Giovanni (1976c, p. 163)

Figura 4 - Demonstração de teorema na coleção de 1985



Fonte: Giovanni e Castrucci (1985c, p. 132)

Note que, na primeira coleção, boa parte das demonstrações não está totalmente pronta, sugerindo a complementação pelo aluno, o que pode ser um indício do estudo dirigido que os autores mencionam na introdução. Essa característica não faz parte na segunda coleção.

Possivelmente esse entendimento sobre a abordagem dedutiva pelos autores não tenha se modificado muito no decorrer do tempo. Na obra de Castrucci intitulada *O ensino de geometria no ensino secundário* (1957), o autor afirmava que cabe à geometria as seguintes demonstrações: “[...] a **experimental**, com apelo ao mundo exterior e com o uso de nossos sentidos; a **lógica**, que independe do universo exterior, apoiada exclusivamente nas definições, postulados e teoremas anteriores” (CASTRUCCI, 1957, p. 369-370, grifos do autor).

O mesmo foi observado por Leme da Silva (2008) no que diz respeito aos axiomas e aos teoremas no ensino de geometria, confirmando que Castrucci não se desprende da abordagem de Euclides, utilizando mesmo teorema e postulados em obras anteriores, a exemplo, o livro *Lições de geometria elementar* (1957) e *Geometria curso moderno* (1963) em que,

Os teoremas, antes enunciados e demonstrados em linguagem natural, na versão moderna da Geometria, incorpora a simbologia utilizada na teoria dos Conjuntos. Em outras palavras, pode-se dizer que a nova obra é a anterior revestida de uma nova linguagem, sem, entretanto, uma mudança da abordagem da proposta pedagógica. (LEME DA SILVA, 2008, p. 692)

Ainda acerca das demonstrações, é interessante observar que a mesma estrutura utilizada para demonstração dos teoremas no livro de Castrucci, Peretti e Giovanni (1976) se encontra também no livro de Moise e Downs Junior¹⁷, na qual o termo Asserções substituíam a palavra Afirmações, e Razões em vez de Justificações, ou seja, sinônimas, como podemos perceber na Figura 5.

Figura 5 - Demonstração no livro de Moise e Downs Junior

¹⁷ Obra que consta na bibliografia do livro da 6ª série da coleção analisada.

Teorema 3-4

Dadas duas retas que se interceptam, existe exatamente um plano que as contém.



São dadas as retas L_1 e L_2 interceptando-se em P . Precisamos mostrar duas coisas:

- (1) *Existência*. Existe um plano E contendo L_1 e L_2 .
 - (2) *Unicidade*. Existe somente um plano E contendo L_1 e L_2 .
- Daremos a demonstração na forma de coluna dupla.

Demonstração de (1)	
Afirmações	Justificações
1. L_1 contém um ponto Q distinto de P .	Pelo Postulado da Régua, toda reta contém infinitos pontos.
2. Q não está em L_2 .	Pelo Teorema 3-1, L_1 intercepta L_2 somente em P .
3. Existe um plano contendo Q e L_2 .	Teorema 3-3.
4. E contém L_1 .	Pelo Postulado 6, pois E contém P e Q .

Fonte: Moise e Downs Júnior (1971, p. 147)

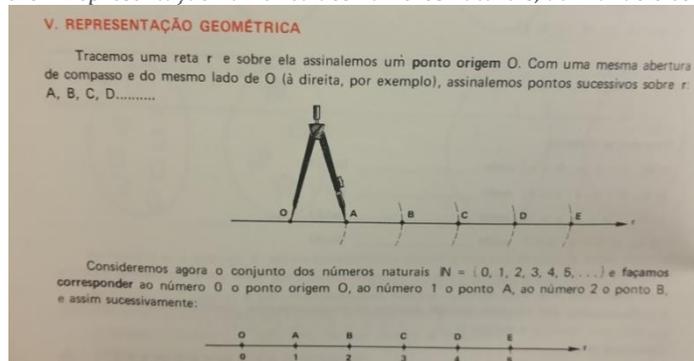
Ainda acerca da utilização de entes geométricos, abordados intuitivamente, para a demonstração de novos conceitos geométricos, notamos um apêndice¹⁸, presente no meio do livro (após a Unidade 17) da 7.^a série (1976). Ali é apresentada uma síntese do conteúdo geométrico visto, na qual os autores comentam sobre a utilização de entes geométricos trabalhados anteriormente em uma abordagem intuitiva, os quais são usados nos postulados e nos teoremas bem como nas propriedades geométricas. Essa síntese não consta da coleção de 1985 por nós analisada.

TEORIA DOS CONJUNTOS E OS CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Os conceitos geométricos, em nossa interpretação, são retomados, mostrando os teoremas e os postulados, de acordo com a geometria de Euclides. Percebemos, assim, que essa geometria continua na coleção de 1976, no entanto, a Teoria dos Conjuntos, como uma linguagem moderna, também permeia a coleção.

A geometria é utilizada no livro, ainda, para ilustrar a representação na reta numérica de números naturais, correlacionando também com a noção de conjuntos, dada a relação que aparece no livro. (Figura 6).

Figura 6 – Representação numérica dos números naturais, utilizando o compasso

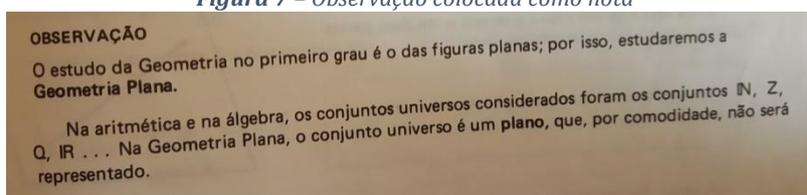


Fonte: Castrucci, Peretti e Giovanni (1976a, p. 16)

¹⁸ Distinto daquele mencionado no índice da primeira coleção (1976), e apresentado ao final do livro.

Nos demais capítulos dessa coleção, e do mesmo modo na coleção de 1985, é abordada a geometria integrada a outras áreas como a aritmética e à noção de conjuntos, possivelmente resquício do período do MMM em que a Teoria dos Conjuntos era o elemento unificador da matemática. Os rastros da Teoria dos Conjuntos vislumbram-se, ainda, no tópico denominado *Observação*, em que se compara, por meio dessa Teoria, a Aritmética e a Álgebra com a Geometria. (Figura 7).

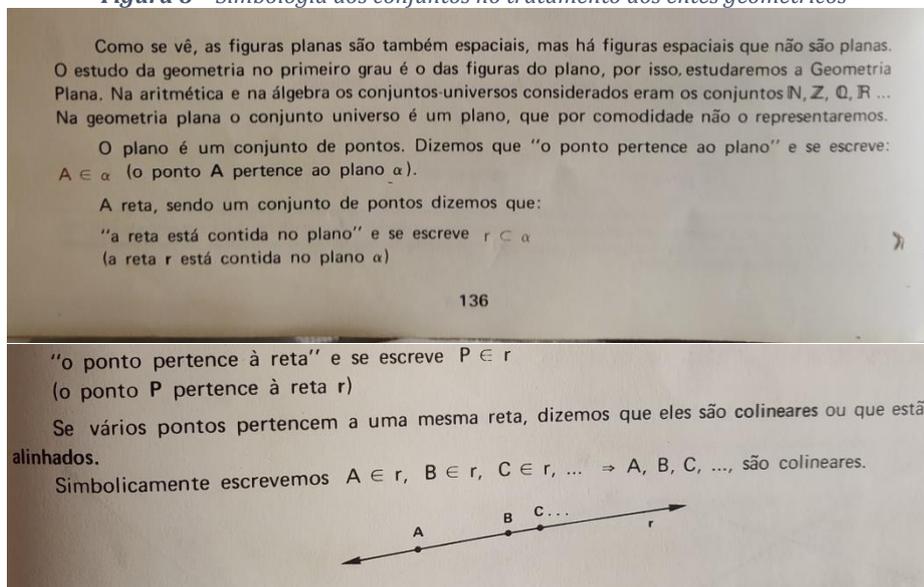
Figura 7 – Observação colocada como nota



Fonte: Giovanni e Castrucci (1985a, p. 113)

As simbologias características da Teoria dos Conjuntos, presença marcante no MMM, aparecem imbricadas no tratamento geométrico, correlacionando os elementos: ponto, reta e plano, com a utilização do “pertence e não pertence”, “contido e não contido”. Além disso, os autores fazem esta abordagem por meio da Teoria dos Conjuntos, ao considerar o plano como o conjunto universo da geometria plana. E, de acordo com a análise elaborada por Leme da Silva (2008), essas características também estavam presentes no livro *Geometria curso moderno* (1968), de autoria de Benedito Castrucci. Na sequência, Figura 8, são apresentados exemplos dessas características no livro *Matemática 7.ª série*:

Figura 8 – Simbologia dos conjuntos no tratamento dos entes geométricos



Fonte: Castrucci, Peretti e Giovanni (1976c, p. 136-137)

A esta abordagem da geometria relacionada à teoria dos conjuntos, Castrucci (1988), como já mencionado, expõe sua inquietação quanto a essa proposta “[...] em que tudo tinha que nascer da teoria dos conjuntos [...]”. Assim, podemos interpretar que a apropriação desse aspecto da proposta do MMM, foi incorporada por Castrucci, Peretti e Giovanni nas coleções analisadas. A noção de conjunto se estende também aos segmentos de retas e semirretas,

utilizando a união e a interseção de conjuntos, dos quais são tomados os segmentos e as semirretas como conjuntos de pontos.

Não há mudanças substanciais entre as coleções, no que se refere à abordagem da representação dos entes geométricos nas posições relativas de duas retas de um plano, o que se vê são apenas modificações relacionadas à exposição do conteúdo, do sentido horizontal para vertical.

CONSTRUÇÕES COM RÉGUA E COMPASSO

Permeando o conteúdo da coleção de 1985, estão as construções geométricas com régua e compasso, resquícios do ensino que antecedeu o MMM¹⁹, diferenciando-se da primeira coleção (1976) analisada, que as trouxe como apêndice.

No apêndice, são abordadas as construções geométricas com régua e compasso, posicionamento que segue, em alguma medida, o vigorado nos anos anteriores ao movimento no Brasil, no qual as construções geométricas com o uso de régua e compasso são determinadas por meio da disciplina de Desenho, “[...] presente em todas as séries dos cursos ginásial e científico [...]”, proposta pelas portarias n.º 555, de 14/01/1945 e n.º 10, de 4/01/1946, do Ministério da Educação e da Saúde (ZUIN, 2001, p. 78). Neste contexto, o Desenho serviu também como subsídio para a Geometria e, conseqüentemente, para a Matemática. (ZUIN, 2001).

As construções geométricas, na segunda coleção, não se encontram em apêndice e, sim, permeiam o conteúdo de geometria.

Nessa coleção, não há o passo a passo para elaborar as construções geométricas, no entanto as marcações do compasso seguem as mesmas da coleção anterior, subentendendo que isso seria compreensível pelo aluno.

GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES

As transformações geométricas não são mencionadas em nenhum momento, e inclusive não chegaram a ser anunciadas no índice, tampouco pontuadas no miolo ou no apêndice dos livros, tanto na coleção *Matemática* (1976), quanto na coleção *A conquista da matemática* (1985). Um fato que nos chama a atenção é que, na obra *Lições de geometria elementar*²⁰ (1964), Castrucci abordava as transformações geométricas, expostas no sexto capítulo, no qual explorava a “Transformação de figuras. Deslocamentos. Translação. Rotação. Simetria. Homotetia e semelhança no espaço de duas e três dimensões. Inversão pelos raios vetores e recíprocos” (RAMASSOTTI, 2018, p. 226).

Entretanto, em outra obra desse autor, intitulada *Geometria curso moderno*, publicada em 1968, segundo Leme da Silva (2008 p. 693), “[...] não segue nenhuma das duas tendências apontadas por Fehr. Os postulados permanecem os mesmos, ou seja, a medida não é acrescentada ao grupo de axiomas, como propõe Birkhoff. Também não são desenvolvidas as transformações geométricas, baseada em Klein”.

¹⁹ Para maiores conhecimentos sobre o uso de régua e compasso para as construções geométricas, veja tese de Zuin (2001).

²⁰ Segundo Ramassotti (2018, p. 226) este era um livro “Para Concurso de Habilitação às Escolas Superiores”.

A autora conclui sua análise da obra *Geometria curso moderno* (1968), com a seguinte afirmação: “Castrucci, muito cauteloso, mantém-se com poucas alterações e julga ousado demais realizar as propostas preconizadas pelo MMM prematuramente.” (LEME DA SILVA, 2008, p. 693). Assim, em um livro destinado aos alunos do ensino secundário – *Geometria curso moderno* (1968)–, o autor não incorpora as transformações geométricas, ao passo que na obra destinada à preparação para “Concurso de Habilitação às Escolas Superiores” – *Lições de geometria elementar* (1963) – essa tendência é contemplada. Nesse sentido, interpretamos que o fato de as transformações geométricas não constarem nas coleções de livros didáticos analisadas não pode ser considerado somente como uma consequência do aumento das críticas e da perda do protagonismo do MMM.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Castrucci, tanto por pesquisas já realizadas quanto pela nossa percepção, não se mostrou adepto das reformas curriculares e metodológicas para o ensino de geometria em sua totalidade.

Na coleção *Matemática* (1976), verificamos que a geometria aparece em todas as séries com exceção do livro da 6.^a série, apresenta ainda construção com régua e compasso em apêndice no livro da 7.^a série. Entretanto notamos que a coleção *A conquista da Matemática: teoria e aplicações* (1985) aborda a geometria em todas as séries e ela está disposta ao longo do livro ou concentrada nas últimas páginas, com abordagem de conteúdo semelhante. Castrucci, juntamente com os demais autores da coleção, declara que a geometria terá poucas demonstrações.

Podemos destacar nas coleções de Castrucci e coautores, mudanças no sentido da abordagem de construções geométricas com régua e compasso, ou seja, elas deixam de estar em apêndices e são apresentadas ao longo dos demais capítulos. Ademais, o ensino intuitivo aparece mais fortemente na segunda coleção, fazendo relação com o cotidiano; e há, inclusive, mudanças metodológicas, passando do estudo dirigido em 1976 para a resolução de problemas em 1985. Podemos salientar que permanecem a Geometria de Euclides, o uso da Teoria dos Conjuntos – com a noção de conjunto permeando os conteúdos de geometria, mesmo como notação, na relação existente entre retas, pontos e planos, por exemplo –, e a ausência da geometria das transformações nas duas coleções.

REFERÊNCIAS

BÚRIGO, E. Z. Lucienne Félix no Brasil: repercussões de um movimento em curso na França dos anos 1960. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2012. **Anais eletrônicos** [...] Campinas, Galoá, 2012. Sem paginação. Disponível em: <https://proceedings.science/enaphem-2012/trabalhos/lucienne-felix-no-brasil-repercussoes-de-um-movimento-em-curso-na-franca-dos-anos-1960>. Acesso em: 10 ago. 2021.

CASTRUCCI, B. **Benedito Castrucci**: depoimento [jul. 1988]. Entrevistadora: Elizabete Zardo Búrigo. São Paulo. 1988. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/201102>. Acesso em: 07 fev. 2021.

CASTRUCCI, B. **Benedito Castrucci**: depoimento [out. 1990]. Entrevistadores: Sonia Maria de Freitas e Agostinho dos Santos. São Paulo: Museu da Imagem e do Som, 1990. Disponível

em: https://acervo.mis-sp.org.br/buscaCompleta?field_busca_field_value_op=allwords&field_busca_field_value=benedito+castrucci. Acesso em: 07 fev. 2021.

CASTRUCCI, B. Sobre o Ensino de Geometria no curso Secundário. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 2., 1957, Porto Alegre. **Anais** [...] Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 1957. p. 72. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/190262>. Acesso em: 25 ago. 2021.

CASTRUCCI, B. **Lições de Geometria elementar**. 6. ed. São Paulo: Editora Universidade de São Paulo, 1961.

CASTRUCCI, B.; PERETTI, R. G.; GIOVANNI, J. R. **Matemática**, 5ª série. São Paulo: FTD, 1976a.

CASTRUCCI, B.; PERETTI, R. G.; GIOVANNI, J. R. **Matemática**, 6ª série: livro do professor. São Paulo: FTD, 1976b.

CASTRUCCI, B.; PERETTI, R. G.; GIOVANNI, J. R. **Matemática**, 7ª série. São Paulo: FTD, 1976c.

CASTRUCCI, B.; PERETTI, R. G.; GIOVANNI, J. R. **Matemática**, 8ª série: livro do professor. São Paulo: FTD, 1976d.

CHARTIER, R. **À beira da falésia**: a história entre incertezas e inquietude. Tradução: Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2002.

DUARTE, A. R. S. **Matemática e educação matemática**: a dinâmica de suas relações ao tempo do movimento da matemática moderna no Brasil. 2007. 438 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. 1994. 425 f. Tese (Doutorado em Educação)- Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1994.

FTD. José Ruy Giovanni celebra 40 anos de FTD, **FTD Educação**, 18 ago. 2015. Disponível em: <https://ftd.com.br/noticias/jose-ruy-giovanni-celebra-40-anos-de-ftd/>. Acesso em: 06 jun. 2021.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**: teoria e aplicação, 5ª série. São Paulo: FTD, 1985a.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**: teoria e aplicação, 6ª série. São Paulo: FTD, 1985b.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**: teoria e aplicação, 7ª série. São Paulo: FTD, 1985c.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**: teoria e aplicação, 8ª série. São Paulo: FTD, 1985d.

LANDO, J. C. O estudo dirigido no ensino de Matemática no Brasil (1955-1966). *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais [...]**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

LEME DA SILVA, M. C. Que Geometria Moderna para as escolas do Brasil e de Portugal?. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 689-699, jul. 2008a. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/3757>. Acesso em: 13 set. 2021.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria escolar em Portugal e no Brasil: possibilidades de um estudo comparativo. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 5., 2008, Aracaju. **Anais [...]** Aracaju. 2008b. p. 1-13. Disponível em: <https://sbhe.org.br/uploads/proceeding/545/853fe880355199b18a304ec50addf864.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2020.

MOISE, E. E.; DOWNS, F. L. **Geometria Moderna**. 1. ed., em língua inglesa, 1964. Tradução: Renata G. Watanabe e Dorival A. Mello. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1971.

ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

PIERRO NETTO, S. O Trabalho Dirigido no Ensino de Matemática. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DO ENSINO DA MATEMÁTICA, 5., 1968, São José dos Campos. **Anais [...]**. São Paulo, 1968. p. 64-72

RAMASSOTTI, L. C. **Benedito Castrucci e as suas publicações destinadas ao ensino em geral com ênfase em geometria**. 2018. 360 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

RICH, B. **Geometria**. 2. ed. Tradução: Rafael Morones. México: McGraw-Hill Interamericana, 1988.

SOARES, E. T. P.; PINTO, N. B. Investigando os blocos lógicos: um desafio inicial. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 10, Curitiba, 2011. **Anais [...]**. Curitiba, PUC, 2011. p. 6790-6803. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/4374_3255.pdf. Acesso em: 10 ago. 2021.

SOUZA, G. L. D. **Educação matemática na CENP**: um estudo histórico sobre condições institucionais de produção cultural por parte de uma comunidade de prática. 2005. 432 f. Tese (Doutorado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso:** as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

Submetido em: 11 de agosto de 2022.

Aprovado em: 23 de agosto de 2022.

Publicado em: 03 de setembro de 2022.

Como citar o artigo:

SANTOS, E. J.; LANDO, J. C. O ensino de geometria nos livros didáticos de Benedito Castrucci e coautores (1976-1985). **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, Fluxo Contínuo, n. 17, p. 150-168, Jan.-Dez, 2022. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p169-189.id524>