



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

João Vitor Costa Lovato

**Anomalias do modelo padrão e a possível solução de leptoquark**

Florianópolis  
2022



João Vitor Costa Lovato

**Anomalias do modelo padrão e a possível solução de leptarquark**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em física.

Orientador: Prof. Emmanuel Gräve de Oliveira, Dr.

Florianópolis  
2022



Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Lovato, João Vitor Costa  
Anomalias do modelo padrão e a possível solução de  
leptoquark / João Vitor Costa Lovato ; orientador,  
Emmanuel Gräve de Oliveira , 2022.  
183 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,  
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Física. 2. Quebra da universalidade leptônica. 3.  
Momento anômalo magnético do múon. 4. Leptoquarks. 5. Física  
além do modelo padrão. I. Gräve de Oliveira , Emmanuel .  
II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós  
Graduação em Física. III. Título.

João Vitor Costa Lovato

**Anomalias do modelo padrão e a possível solução de leptarquark**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Gustavo Alberto Burdman, Dr.  
Universidade de São Paulo

Prof. Celso de Camargo Barros Junior, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em física.

---

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

---

Prof. Emmanuel Gräve de Oliveira, Dr.  
Orientador

Florianópolis, 2022.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente:

Ao meu orientador pela disponibilidade para esclarecer minhas dúvidas, pelos ensinamentos e conhecimentos transmitidos e pelas discussões frutíferas a respeito de diversos temas.

Aos meus colegas (amigos), outros doutorandos de meu orientador, que muitas vezes me ajudaram em irresoluções e disponibilizaram seu tempo para ler minha dissertação a fim de trazer críticas construtivas e sugestões.

A UFSC, por me proporcionar a oportunidade de uma educação gratuita e de qualidade.

Às instituições de fomento à pesquisa: CNPq pela minha bolsa de mestrado, a CAPES, ICTP, FAPESC e demais, sem elas, não seria possível a pesquisa em nosso país.

À minha família, pelo incentivo e apoio em todos os aspectos.

Por fim, à todas as pessoas que me ajudaram, direta ou indiretamente, com este trabalho.



*“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso perante meus olhos.”*  
*(Isaac Newton)*



## RESUMO

Neste trabalho é feito um estudo das aparentes violações observadas por experimentos no grande colisor de hádrons da universalidade leptônica predita pelo modelo padrão de partículas fundamentais e do momento magnético anômalo do múon observado por um experimento recente do Fermilab. Nos primeiros capítulos é realizada uma revisão do status teórico, dos experimentos e de uma solução a nível efetivo. Depois, é apresentada uma solução da literatura envolvendo leptoquarks que reproduz a solução efetiva. Tais partículas hipotéticas têm ganhado bastante interesse da comunidade científica por conta de explicarem simultaneamente as anomalias de sabor e a do múon. Ademais, são apresentadas outros desafios ao modelo padrão, por exemplo, a matéria escura, a massa dos neutrinos, bem como uma explicação efetiva e completa (além do modelo padrão) delas. Este trabalho poderá ser usado de guia no futuro para a criação de novos modelos, uma vez que mostra a origem dos problemas e alguns caminhos para resolvê-los.

**Palavras-chave:** Leptoquark. Anomalia. Modelo padrão.



## ABSTRACT

In this work, a study is made of the apparent violations observed by experiments at the large hadron collider of the lepton universality predicted by the standard model of fundamental particles and the anomalous magnetic moment of the muon observed by a recent Fermilab experiment. In the first chapters, a review of the theoretical status, experiments and a solution at an effective level is carried out. Then, a solution from the literature involving leptoquarks that reproduces the effective solution is presented. Such hypothetical particles have gained a lot of interest from the scientific community because they simultaneously explain the flavor and muon anomalies. In addition, other challenges to the standard model are presented, for example, dark matter, neutrino mass, as well as an effective and complete (beyond the standard model) explanation of them. This work can be used as a guide in the future for the creation of new models, since it shows the origin of the problems and some ways to solve them.

**Keywords:** Leptoquark. Anomaly. Standard model.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	MODELO PADRÃO	17
1.2	ANOMALIAS RECENTES	18
1.3	OBJETIVO	20
<b>2</b>	<b>TEORIA EFETIVA DE CAMPOS</b>	<b>21</b>
2.1	INTRODUÇÃO	21
2.2	TEORIA DE FERMI	21
2.3	CONTAGEM DE POTÊNCIAS	23
2.4	EXPANSÃO EFT	26
2.5	EXPANSÃO DO PRODUTO DE OPERADORES	26
2.6	COEFICIENTES DE WILSON	28
2.7	GRUPO DE RENORMALIZAÇÃO	33
2.8	PROCESSOS FCNC	35
<b>2.8.1</b>	<b>Vértices de pinguins</b>	<b>35</b>
<b>2.8.2</b>	<b>Vértices de caixa</b>	<b>36</b>
<b>2.8.3</b>	<b>Hamiltoniano efetivo para processos FCNC</b>	<b>37</b>
<b>3</b>	<b>ANOMALIAS DOS MÉSONS B</b>	<b>43</b>
3.1	MÉSONS B	43
3.2	PREVISÃO DO SM PARA O DECAIMENTO BELO	44
<b>3.2.1</b>	<b>Hamiltoniano efetivo</b>	<b>44</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Razão de ramificação</b>	<b>47</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Outros decaimentos problemáticos</b>	<b>55</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Solução a nível efetivo</b>	<b>57</b>
3.3	EXPERIMENTO DAS ANOMALIAS BELAS	59
<b>4</b>	<b>ANOMALIA G-2 DO MÚON</b>	<b>65</b>
4.1	G-2 PREDITO PELO SM	65
<b>4.1.1</b>	<b>Contribuição da QED</b>	<b>66</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Contribuição eletrofraca</b>	<b>69</b>
4.1.2.1	1 laço	69
4.1.2.2	2 laços	70
<b>4.1.3</b>	<b>Contribuição hadrônica</b>	<b>71</b>
4.1.3.1	HVP	72
4.1.3.2	HLbl	75
4.2	EXPERIMENTOS G-2	77
<b>4.2.1</b>	<b>Experimento de Brookhaven</b>	<b>77</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Experimento do Fermilab</b>	<b>78</b>
<b>5</b>	<b>OUTRAS ANOMALIAS</b>	<b>85</b>

5.1	ANITA . . . . .	85
5.2	ANOMALIA NA MASSA DO BÓSON W . . . . .	86
<b>5.2.1</b>	<b>Massa teórica do bóson W . . . . .</b>	<b>86</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Tevatron . . . . .</b>	<b>87</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Medição . . . . .</b>	<b>89</b>
<b>5.2.4</b>	<b>Análise dos dados . . . . .</b>	<b>89</b>
5.3	FENOMENOLOGIA DOS NEUTRINOS . . . . .	92
<b>5.3.1</b>	<b>Oscilação de neutrinos . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Massa dos neutrinos . . . . .</b>	<b>97</b>
5.4	FENOMENOLOGIA DA MATÉRIA ESCURA . . . . .	100
<b>5.4.1</b>	<b>Evidências da matéria escura . . . . .</b>	<b>100</b>
5.4.1.1	Estrutura galáctica . . . . .	100
5.4.1.2	Escala dos aglomerados galácticos . . . . .	101
<b>5.4.2</b>	<b>Limites para candidatos à matéria escura . . . . .</b>	<b>104</b>
5.4.2.1	Opticamente escura (sem dissipação) . . . . .	104
5.4.2.2	Sem colisão . . . . .	104
5.4.2.3	Fria . . . . .	104
5.4.2.4	Fluida . . . . .	105
5.4.2.5	Clássica . . . . .	105
5.4.2.6	Densidade de relíquia . . . . .	105
<b>6</b>	<b>LEPTOQUARK . . . . .</b>	<b>113</b>
6.1	PROPRIEDADES DO LEPTOQUARK . . . . .	113
6.2	PRODUÇÃO DE UM LEPTOQUARK VETORIAL EM COLISÕES PP . . . . .	116
6.3	CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK PARA AS ANOMALIAS B . . . . .	121
6.4	CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK AO MOMENTO ANÔMALO DO MÚON . . . . .	125
6.5	CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK AOS NEUTRINOS . . . . .	133
6.6	MATÉRIA ESCURA . . . . .	136
<b>7</b>	<b>OUTRAS EXPLICAÇÕES PARA OS DESVIOS DO SM . . . . .</b>	<b>139</b>
7.1	ANOMALIAS B . . . . .	139
<b>7.1.1</b>	<b>Efeitos residuais da QCD . . . . .</b>	<b>139</b>
7.2	MÚON G-2 . . . . .	143
7.3	NEUTRINOS . . . . .	146
<b>7.3.1</b>	<b>Mecanismo da gangorra 1 . . . . .</b>	<b>146</b>
<b>7.3.2</b>	<b>Mecanismo da gangorra 2 . . . . .</b>	<b>148</b>
<b>7.3.3</b>	<b>Mecanismo da gangorra 3 . . . . .</b>	<b>150</b>
7.4	MATÉRIA ESCURA . . . . .	152
<b>7.4.1</b>	<b>Áxions . . . . .</b>	<b>152</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>157</b>

	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>159</b>
	<b>APÊNDICE A – APÊNDICE</b> . . . . .	<b>179</b>
A.1	COORDENADAS DO CONE DE LUZ . . . . .	179
A.2	RELAÇÕES DE DISPERSÃO E O TEOREMA ÓPTICO . . . . .	180
A.3	SIMETRIA CP . . . . .	183



## 1 INTRODUÇÃO

O modelo padrão (SM, do inglês *standard model*) de partículas surgiu em meados da década de 60 com a proposta de explicar as propriedades e as interações entre as partículas fundamentais. Seu desenvolvimento seguiu a natural linha que assemelhava o comportamento de três das quatro forças fundamentais (eletromagnetismo, interação nuclear fraca e interação nuclear forte) após a classificação de Wigner [1], o desenvolvimento da Teoria de Yang-Mills [2] e a criação do mecanismo de Higgs [3] [4] [5]. A partir de um mesmo tratamento matemático (a teoria de calibre), todavia com objetos distintos (grupos de simetria e espaços vetoriais), é conseguida uma descrição rica (por intermédio da teoria quântica de campos) capaz de prever e explicar muitos dos fenômenos fundamentais observados. Ademais, foi conseguida uma primeira importante unificação: a interação eletromagnética com a interação fraca [6], produzindo assim a interação eletrofraca.

### 1.1 MODELO PADRÃO

Dentro da descrição do modelo padrão, as partículas fundamentais são divididas em dois grupos: férmions e bósons, caracterizadas por seu spin — estes têm spin inteiro; aqueles, semi-inteiro. Tal distinção tem origem no tipo de estatística que as partículas obedecem: férmions obedecem a estatística de Fermi-Dirac enquanto bósons, de Bose-Einstein. Todas as partículas que intermedeiam as interações fundamentais são bósons, ao menos é o que foi observado até hoje. Todos os férmions fundamentais conhecidos têm spin  $\frac{1}{2}$ .

Atualmente, há seis bósons no modelo padrão: o fóton,  $\gamma$ , responsável pela interação eletromagnética; os bósons  $W^\pm$  e  $Z$  responsáveis pela interação fraca; o glúon,  $g$ , responsável pela interação forte e o bóson de Higgs,  $H^0$ , a partícula que confere massa a todas as partículas massivas do modelo padrão (é importante ressaltar que o neutrino não tem massa segundo o modelo padrão, embora o experimento diga o oposto). Com exceção do bóson de Higgs, com spin 0, todos os bósons fundamentais conhecidos têm spin 1.

São conhecidos 12 férmions distintos, e suas respectivas antipartículas (que também são férmions, totalizando 24). Eles são divididos em dois grupos: os quarks, partículas que interagem fortemente e os léptons, cada qual composto por seis partículas. Os tipos destas partículas são chamados de **sabores**. Os sabores dos quarks são: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *top* e *bottom*. Os sabores dos léptons são: *elétron*, *múon*, *tau* e seus respectivos neutrinos. O que une os bósons com os léptons são as simetrias. Especificamente, cada interação fundamental (exceto a de Higgs) tem uma simetria especificada por um grupo de Lie, do qual os bósons estão relacionados com a representação adjunta e os férmions, com a representação fundamental.

Contudo, progressivamente se percebeu uma multiplicidade de problemas sem solução do ponto de vista da nova teoria, entre eles muitos surgiram de observações cosmológicas — a matéria e a energia escuras, a dominância da matéria sobre a anti-matéria e a descoberta de que os neutrinos têm massa [7], sugerindo um novo modelo além do SM. Recentemente,

outros problemas, que a princípio eram questionáveis, ganharam um pouco mais de relevância após maior precisão experimental, são eles: a quebra de universalidade leptônica e o valor do momento magnético anômalo do múon.

Atualmente, as explicações mais aceitas de muitas anomalias se dão no que é chamado de **nível efetivo**, algumas por serem muito complicadas para uma análise que envolva o modelo padrão completo, outras por não ser possível tal análise, i.e, nem o modelo padrão completo seria capaz de explicá-los. Como será discutido no próximo capítulo nos pormenores, a abordagem efetiva conta com o fato de que as contribuições de uma física de altas energias podem ser separadas das contribuições de uma física de baixas energias, permitindo análises mais detalhadas dos efeitos mais importantes para o processo específico que está sendo estudado. É parte da comunidade científica acredita que a maioria destes problemas ocorre por algum efeito, ou nova física, que se apresenta em energias altíssimas.

## 1.2 ANOMALIAS RECENTES

A matemática do modelo padrão tem em pé de igualdade, exceto pela massa, os diferentes léptons carregados (elétron, múon e tau) de sorte que para eles são previstas interações fundamentais com "peso" idêntico; isso é conhecido como **universalidade leptônica**. Embora há tempos discuta-se a possibilidade e há modelos que supõe novos bósons, como por exemplo [8], [9], [10] [11] [12], [13]) que alteram tal predição.

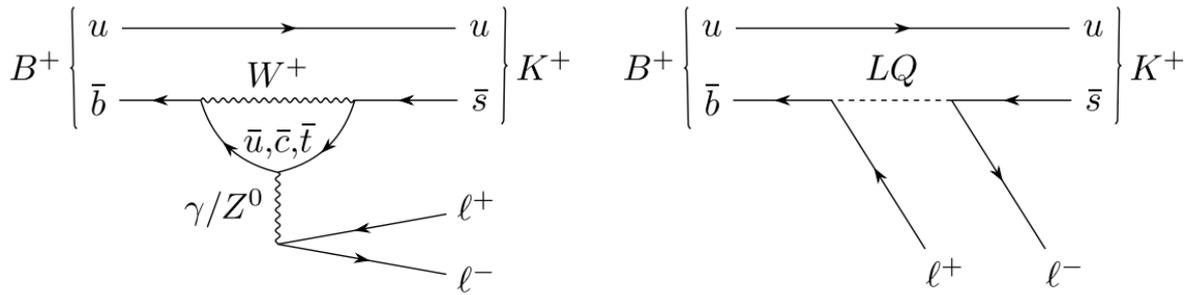
Em um artigo recente, [14], um experimento preciso do decaimento de hádrons com um quark bottom para léptons e outras partículas (como káons, por exemplo) revelou uma razão de ramificação  $R_K$  – a fração de partículas que decaem por um modo de decaimento individual em relação ao número total de partículas que decaíram – com um desvio significativo do previsto pelo modelo padrão. Essa possível impactante descoberta pode indicar o início de uma nova era da física, talvez até uma nova forma de interação entre quarks e léptons.

Muitas das discordâncias são explicadas pelo modelo dos leptoquarks (para uma introdução, [15]), bósons que têm número tanto leptônico quanto bariônico e cuja emissão por um lépton transformá-lo-ia em um quark. Ademais, tal modelo é interessante porque explica outra aparente anomalia que vem sendo percebida envolvendo o momento magnético anômalo dos múons [16], [17]. Em 2001, um experimento que vinha sendo realizado durante cinco anos no Laboratório Nacional Brookhaven, nos EUA, revelou uma diferença significativa entre a medida do fator  $g$  do momento de dipolo magnético do múon em relação ao predito pelo SM [18]. Embora o experimento não fosse sensível o suficiente para descartar-se uma flutuação aleatória, ele despertou a vontade da comunidade para medidas mais precisas a fim de verificar a anomalia. No dia 7 de Abril de 2021, o Fermilab anunciou um experimento extremamente preciso (com uma significância de  $4.2 \sigma$  se combinado com o experimento de Brookhaven) que mostra uma discordância [19] com a teoria. A anomalia predita pelo modelo padrão é  $g_\mu - 2 = 0.0016591810(43)$ , enquanto a medida foi  $g_\mu - 2 = 0.00116592061(41)$ . Este desvio é muito significativo para ser ignorado, de modo que é muito alta a probabilidade de uma nova

física, embora sejam precisas outras medições em experimentos independentes para confirmar se o resultado não é fruto de algum erro sistemático.

Pelo modelo padrão, léptons com a mesma quiralidade (comportamento ante representações do grupo de Poincaré) compartilham o mesmo isospin fraco e a mesma hipercarga fraca, assim, por exemplo para múons e elétrons são esperadas mesmas interações eletrofracas. Porém, na última década, vários artigos experimentais vêm apresentando resultados que discordam do modelo padrão [20] [21] [22] e, mais recentemente [14], experimentos baseados na colisão de prótons obtiveram resultados extremamente precisos de uma violação.

Figura 1 – A primeira imagem mostra o decaimento  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  como previsto pelo modelo padrão. A segunda imagem mostra um panorama de tal decaimento com a contribuição de um hipotético leptoquark. Fonte: Figura retirada de [14].



A razão medida em [14] é a de decaimentos  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , envolvendo um hádron carregado que contém um antiquark bottom  $\bar{b}$  (belo) que decai em dois léptons carregados e um káon, sendo este um méson que contém um antiquark strange,  $\bar{s}$ , e um quark up. A razão  $R_K$  é medida para processos com produto final  $K^+ \mu^+ \mu^-$  em relação a processos cujo produto final é  $K^+ e^+ e^-$ .

$$R_K = \frac{\int_1^6 \frac{\text{GeV}^2}{\text{GeV}^2} dq^2 \frac{d\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{dq^2}}{\int_1^6 \frac{\text{GeV}^2}{\text{GeV}^2} dq^2 \frac{d\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{dq^2}},$$

em que  $q^2 = m_{\ell\ell}^2$  é a massa invariante do dilépton. Em virtude da interação eletrofraca ser igual, uma eventual alteração na razão de ramificação BR ( $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ ) poderia ser devido a efeitos cromodinâmicos. Porém, a força forte não interage diretamente com léptons, assim  $R_K$  é previsto no modelo padrão próximo da identidade,  $R_K = 1.00 \pm 0.01$  para  $q^2 = m_{\ell\ell}^2 \in [1, 6] \text{ GeV}^2$  [23]. O resultado medido em [14] foi de  $R_K = 0.846_{-0.041}^{+0.044}$ .

O desvio do modelo padrão deste caso específico pode ser explicado por variações das hipóteses de leptoquarks (Fig. 1) [24], [15], [25]. Uma explicação alternativa é dada via a hipótese de um novo bóson maciço que contribua no decaimento [9], [12], [26].

### 1.3 OBJETIVO

Neste projeto, minha intenção é estudar a aparente quebra de universalidade leptônica, a anomalia no momento magnético anômalo do múon, alguns outros problemas envolvendo o modelo padrão e os modelos existentes com possíveis soluções para eles. Tentei, ao máximo, descrever detalhadamente o processo usado na atualidade para cada um dos problemas tratados, de sorte que a criação de um modelo novo seja mais palpável. Também, serve como um incentivo para o estudo de leptoquarks, estas partículas que vem se mostrando excelentes candidatos uma vez que são capazes de explicar simultaneamente muitos problemas.

Após a introdução, dediquei o capítulo 2 para introduzir a teoria efetiva, que é muito importante para o problema dos decaimentos belos e da massa dos neutrinos. Nos capítulos 3, 4, 5, apresentei as teorias e análises usadas para o cálculo dos observáveis problemáticos, um panorama geral do problema e do experimento que o apontou. Depois, dediquei espaço para suas explicações (capítulos 6 e 7). O que ganhou mais destaque foi a hipótese de leptoquarks, partículas capazes de transformar léptons em quarks em nível de árvore (e vice versa). No capítulo dedicado aos leptoquarks, discorri sobre uma ideia geral do que são, calculei uma seção de choque específica e mostrei como eles podem solucionar os problemas apresentados nos capítulos anteriores. O interesse nestas partículas mora no fato de que elas são capazes de explicar simultaneamente muitas das anomalias observadas [27] [28]. Em particular, um desses efeitos, que há muito desperta o entusiasmo da comunidade científica, é a oscilação dos neutrinos, posto que ela quebra a conservação do número leptônico por duas unidades segundo o processo descrito pela termo de massa de Majorana, e uma forma de observar tal violação seria a observação de processos como o *neutrinoless double beta decay* [29], e há modelos de lepto-quarks que incorporam a oscilação dos neutrinos [30]. Talvez, como um último motivo para o estudo de tais partículas hipotéticas é que elas podem interagir com a matéria escura e produzir a densidade de relíquia requerida [27].

## 2 TEORIA EFETIVA DE CAMPOS

Os fenômenos naturais ocorrem em determinadas faixas de energia, duração e escalas de tempo, do contrário, teríamos que entendê-los todos de uma vez, e isso seria bastante complicado. Conseqüentemente, em uma primeira aproximação, pode-se usar esta separação de escalas para negligenciar todas as escalas que são muito maiores ou muito menores do que a energia típica do problema considerado (supondo-as infinitas ou nulas) posto que, por vezes, apresentam correções irrelevantes (em último caso, correções podem ser adicionadas como perturbações).

### 2.1 INTRODUÇÃO

Digamos que estamos estudando um fenômeno físico que ocorre abaixo de uma certa energia  $\Lambda$ . A parte da física que é visível ao detector de resolução  $\Lambda$  será chamada de **teoria efetiva de campos de tipo 1**. Tal distinção refere-se ao fato que ela serve para descrever a física em baixas energias, i.e, apenas lida com graus de liberdade no infravermelho. Uma teoria efetiva de campos de tipo 1 (EFT) para uma escala  $\Lambda$  é definida por uma ação efetiva,  $S^{\text{eff}}[\Lambda]$ , que é completamente especificada por [31]:

- **Graus de liberdade:** O primeiro passo ao construir uma EFT é descobrir quais são os graus de liberdade relevantes para descrever o sistema físico em que estamos interessados.
- **Simetrias:** O segundo passo na construção de uma EFT consiste em identificar as simetrias que condicionam a forma da ação efetiva e, portanto, a dinâmica do sistema.
- **Parâmetros de expansão:** A chave para lidar com uma ação que contém um número infinito de termos está no fato de que todas as EFTs apresentam um ou mais parâmetros de expansão. Essas são pequenas quantidades que controlam o impacto que a física que escolhemos negligenciar poderia ter nos graus de liberdade que escolhemos manter.

Dada uma escala  $\Lambda$  de energia, uma propriedade da ação efetiva de baixas energias,  $S^{\text{eff}}[\Lambda]$ , é que, se  $\Lambda' < \Lambda$ , usando a chamada **equação do grupo de renormalização**, pode-se expressar a ação efetiva na escala  $\Lambda'$ ,  $S^{\text{eff}}[\Lambda']$ , em termos da ação efetiva na escala,  $\Lambda$   $S^{\text{eff}}[\Lambda]$ , e todos os parâmetros de expansão respectivos.

### 2.2 TEORIA DE FERMI

A teoria de Fermi é o exemplo mais famoso de uma teoria efetiva de campos em física de partículas. Enrico Fermi, em 1933 [32], descobriu um modo simples para modelar o decaimento  $\beta$ , em que um próton decai em um nêutron, um pósitron e um neutrino, ou um nêutron decai em um elétron, um próton e um antineutrino:

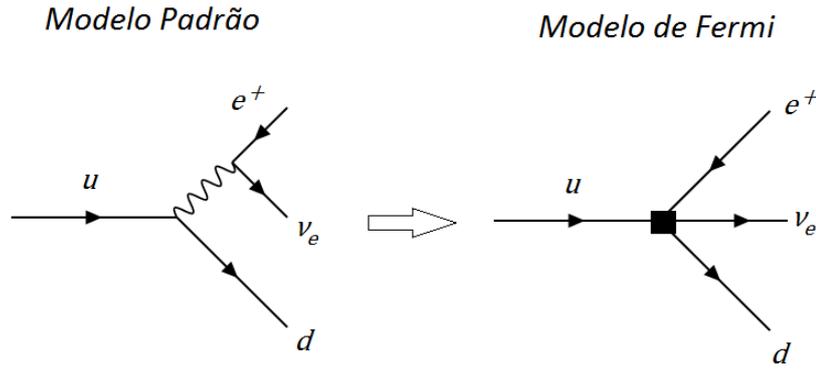


Figura 2 – Transição  $u \rightarrow de^+\nu_e$  no modelo padrão e na teoria efetiva de Fermi. Fonte: Figura produzida pelo autor.

$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad (1)$$

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (2)$$

Focarei no primeiro decaimento (todo o tratamento feito pode ser generalizado facilmente para o segundo). Fermi supôs uma interação da forma

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = C \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_n] [\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu], \quad (3)$$

em que  $\psi_i$  são os espiniores de cada partícula, respectivamente;  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac;  $G_F$  é chamada de **constante de Fermi** e  $C$  é uma constante chamada, no contexto de teoria efetiva, de **coeficiente de Wilson**. Desde que ela é extraída de um experimento real, esse valor corresponde a um valor renormalizado. Para facilitar, farei  $\psi_u \equiv u, \psi_d \equiv d, \psi_e \equiv e, \psi_\nu \equiv \nu_e$ .

Hoje se sabe que a transição  $p \longrightarrow n + e^+ + \nu$ , no nível dos quarks, ocorre pela troca de um bóson  $W$ , como indica a Fig. 2. E sabe-se também que tal transição se origina de uma parte do lagrangiano do modelo padrão dado por:

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{g_{ew}}{\sqrt{2}} V_{ij} \bar{q}_i \gamma^\mu P_L q_j W_\mu^\pm + \dots, \quad (4)$$

em que  $P_L := \frac{1-\gamma^5}{2}$  é o projetor quiral levogiro,  $g_{ew}$  é uma das constantes de acoplamento eletrofraco e  $V_{ij}$  são os elementos da matriz CKM. As regras de Feynman advindas deste lagrangiano fornecem, se o diagrama da Fig. 2 for avaliado no calibre de Feynman,

$$\mathcal{M} = \left( \frac{ig_{ew}}{\sqrt{2}} \right)^2 V_{us} [\bar{d}_L \gamma^\mu u_L] [\bar{e}_L \gamma^\nu \nu_{eL}] \frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 - M_W^2} \quad (5)$$

$$= \left( \frac{ig_{ew}}{\sqrt{2}} \right)^2 V_{us} [\bar{d} \gamma^\mu P_L u] [\bar{e} \gamma^\nu P_L \nu_e] \frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 - M_W^2}. \quad (6)$$

No limite  $p^2 \ll M_W^2$ , o elemento de matriz pode ser simplificado usando a primeira ordem da expansão em série de Taylor do propagador:

$$\frac{1}{p^2 - M_W^2} = -\frac{1}{M_W^2} \left( 1 + \frac{p^2}{M_W^2} + \dots \right). \quad (7)$$

Portanto, o elemento de matriz torna-se

$$\mathcal{M} = \frac{i}{M_W^2} \left( \frac{ig_{ew}}{\sqrt{2}} \right)^2 V_{ud} [\bar{d}\gamma_\mu P_L u] [\bar{e}\gamma^\mu P_L \nu_e] + O\left(\frac{1}{M_W^4}\right). \quad (8)$$

Esse elemento de matriz é o mesmo que seria conseguido se fosse usado o lagrangiano efetivo:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} [\bar{d}\gamma_\mu P_L u] [\bar{e}\gamma^\mu P_L \nu_e], \quad (9)$$

que é precisamente o lagrangiano de Fermi se

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_{ew}^2}{8M_W^2}. \quad (10)$$

O fator  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  comumente aparece por razões históricas. A equação 10 ilustra um fato muito interessante. À primeira vista, poder-se-ia pensar que esta é a definição da constante de Fermi, porém, seu valor experimental [7]

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \quad (11)$$

é determinado a partir da taxa de decaimento de múons. Em uma primeira análise, a constante na expressão da taxa de decaimento de  $\mu^-$  não precisaria ser a mesma que aparece no decaimento  $\beta$ . Com efeito, tal igualdade é uma das evidências da estrutura profunda e da simetria envolvendo estes decaimentos, a qual sabemos hoje se tratar da **teoria fraca**.

### 2.3 CONTAGEM DE POTÊNCIAS

As unidades naturais são definidas de sorte que a velocidade é medida em termos de  $c$  e o momento, em termos de  $\hbar$ . Como consequência direta disto, em unidades naturais,  $\hbar = c = 1$ . Esta convenção faz com que a unidade de energia passe a ser a mesma da massa (pois, por exemplo, a energia de repouso  $E = mc^2 = m$ ); o comprimento passe a ter unidade do inverso da massa (pois, por um lado  $\frac{p}{\hbar} = p$  tem unidades do inverso de comprimento, por outro  $\frac{E}{c} = E$  tem unidade de momento. Nesta seção, e nas próximas, denotarei a dimensão de massa das grandezas físicas por  $[\cdot]$ , e.g.,  $[x] = -1$ , pois, como já mencionado, a posição

tem dimensão do inverso de massa  $[x^\mu] = [m^{-1}] = 1$  — uma implicação disso é que a derivada, que é o inverso da posição, tem a mesma dimensão de momento,  $[\partial_\mu] = 1$ .

Uma vez que a ação, dada por

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x), \quad (12)$$

não deve ter dimensão física (pois aparece na exponencial da função partição de teoria de campos), a densidade lagrangiana  $\mathcal{L}$  deve ter dimensão de inverso de comprimento elevado à quarta potência:

$$[\mathcal{L}(x)] = 4. \quad (13)$$

Como os termos cinéticos dos campos fermiônicos e dos escalares do lagrangiano são dados respectivamente por  $\bar{\psi}i\not{\partial}\psi$ ,  $\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi$ , que devem ter dimensão quatro também, e as dimensões são somadas quando há o produto de grandezas; portanto, tem-se que:

$$[\psi] = \frac{3}{2}, \quad [\phi] = 1. \quad (14)$$

Por sua vez, para descobrir a dimensão dos campos de calibre é conveniente usar a expressão da derivada covariante,  $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$ , que deve ter dimensão  $[D_\mu] = 1$  por se tratar de uma derivada. Consequentemente,  $[gA_\mu] = 1$ . Para determinar a dimensão de  $A_\mu$  completamente, usa-se ademais a expressão para o campo de forças,  $F^{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \pm i[A_\mu, A_\nu]$ . Como há um termo  $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$  nas densidades lagrangianas envolvendo bósons de calibre, o qual também deve ter dimensão 4, descobre-se a dimensão de  $A_\mu$ :

$$[F^{\mu\nu}] = [F_{\mu\nu}] = 2 \implies [A_\mu] = 1, \quad (15)$$

pois  $2 = [F_{\mu\nu}] = [\partial_\mu A_\nu] = [\partial_\mu] + [A_\nu] = 1 + [A_\nu]$ . Segue imediatamente que a constante de acoplamento não deve ter dimensão de massa,  $[g] = 0$ .

Para entender a importância da contagem de potências (análise dimensional), considere um campo relativístico escalar  $\phi$  em um espaço-tempo com  $d$  dimensões. A ação é dada por:

$$S = \frac{1}{2} \int d^d x (\partial_\mu\phi \partial^\mu\phi - m^2\phi^2), \quad (16)$$

em que o primeiro termo desta equação é o cinético e o segundo, o de massa. O fato de a dimensão de massa de  $\phi$  ser  $[\phi] = \frac{d-2}{2}$  (visto que a ação é adimensional) significa que, se for feito um reescalamamento  $x = \mu x'$  ( $\mu \in \mathbb{R}$ ), pode-se fazer uma modificação no campo  $\phi$  e obter um campo  $\phi'$  tal que [31]

$$\phi(x) = \mu^{\frac{2-d}{2}} \phi'(x'). \quad (17)$$

Nesse caso, a ação, em termos de  $\phi'$ , é dada por:

$$S' = \frac{1}{2} \int d^d x \left( \partial'_\mu \phi' \partial'^\mu \phi' - m^2 \mu^2 \phi'^2 \right). \quad (18)$$

Como pode ser observado na equação anterior, o termo cinético não depende da escala  $\mu$ , diferente do termo de massa.

Em teorias de campos, um dos ingredientes mais interessantes são as **funções de correlação** entre os campos, as funções de Green que determinam o propagador relacionado aos campos interagindo. Com a mudança de escala, para o caso que está sendo considerado, as funções de correlação estão relacionadas por:

$$\langle \phi(\mu x_1) \dots \phi(\mu x_n) \rangle_S = \mu^{\frac{n(2-d)}{2}} \langle \phi'(x_1) \dots \phi'(x_n) \rangle_{S'}. \quad (19)$$

Se fosse estudada a física de longas distâncias (pequeno momento [limite infravermelho]), começar-se-ia com  $\{x_i\}$  próximos uns dos outros e tomar-se-ia  $\mu \rightarrow \infty$ . A ideia disso é analisar a função quando os  $\{x_i\}$  estão distantes uns dos outros a partir do que se sabe de seu comportamento em curtas distâncias. Assim, o termo de massa cada vez mais teria importância (pois cresce com  $\mu$  na ação reescalada  $S'$ ). Pode-se interpretar os termos cinético e de massa como os operadores

$$\partial'_\mu \phi' \partial'^\mu \phi' \equiv O_1(\mu), \quad \phi'^2 \equiv O_2(\mu) \quad (20)$$

multiplicados por coeficientes  $C_1(\mu) = \frac{1}{2}$  e  $C_2(\mu) = -\frac{m^2 \mu^2}{2}$ , respectivamente. As dimensões destes coeficientes são

$$[C_1(\mu)] = 0, \quad \text{e} \quad [C_2(\mu)] = 2.$$

O que é possível concluir disto? Nas próximas seções ficará claro que é sempre possível expandir os lagrangianos em termos de operadores multiplicados por certos coeficientes, e a dimensão destes coeficientes diz respeito à relevância do operador [31]:

- coeficientes com dimensão positiva correspondem a operadores relevantes;
- coeficientes com dimensão nula correspondem a operadores marginais, i.e, independentes da escala;
- coeficientes com dimensão negativa correspondem a operadores irrelevantes.

É vital que qualquer teoria quântica de campos apenas tenha um número finito de operadores relevantes e marginais, enquanto tem um número infinito de operadores irrelevantes. Operadores irrelevantes apenas se manifestam em distâncias muito curtas (altas energias) e portanto não tem grandes efeitos nas observações.

## 2.4 EXPANSÃO EFT

O lagrangiano, no contexto das teorias efetivas de campo, possui uma expansão [33]:

$$\mathcal{L} = \sum_{d \geq 0} \sum_i \frac{c_i^{(d)} O_i^{(d)}}{\Lambda^{d-4}} = \sum_{d \geq 4} \frac{\mathcal{L}^{(d)}}{\Lambda^{d-4}} \quad (21)$$

$$= \mathcal{L}^{(d \leq 4)} + \frac{\mathcal{L}^{(5)}}{\Lambda} + \frac{\mathcal{L}^{(6)}}{\Lambda^2} + \dots, \quad (22)$$

em que  $O_i^{(d)}$  são operadores permitidos de dimensão  $d$ . Todos os operadores possíveis de dimensão  $d$  são combinados (linearmente) no lagrangiano de dimensão  $d$ ,  $\mathcal{L}^{(d)}$ . Uma escala  $\Lambda$  foi introduzida para que os coeficientes  $c_i^{(d)}$  sejam adimensionais.  $\Lambda$  é a escala de curta distância em que a nova física ocorre.

Um ponto a ser comentado é que teorias com operadores de dimensões  $d$  maior que a dimensão do espaço-tempo em questão são teorias não renormalizáveis, porque um número infinito de operadores de dimensão mais alta são necessários para renormalizá-la. No caso do espaço-tempo de Minkowski (dimensão 4), pode-se ter apenas  $\mathcal{L}^{(d \leq 4)}$  para que a teoria seja renormalizável. No entanto, enquanto se está interessado em correções com alguma ordem máxima, há apenas um número finito de operadores que contribuem, e teorias não renormalizáveis (que em princípio contam com um número infinito de operadores) são tão boas quanto renormalizáveis, porquanto a expansão em operadores será truncada.

## 2.5 EXPANSÃO DO PRODUTO DE OPERADORES

A expansão do produto de operadores (OPE) é uma técnica que também fornece um modo de expandir o produto entre operadores a uma soma envolvendo operadores efetivos e coeficientes. [34] Em suma, é a versão no espaço das posições da expansão de baixa energia usada na seção anterior para derivar lagrangianos efetivos. A OPE diz que, dados dois operadores  $A(x)$  e  $B(y)$ , a parte singular do produto  $A(x)B(y)$  é dada por

$$A(x)B(y) \rightarrow \sum_j C_j(x-y)O_j(y), \quad \text{se } (x-y)^2 \mapsto 0, \quad (23)$$

em que  $C_j$  são funções singulares que dão coeficientes e  $O_j$  são operadores locais não singulares.

Intuitivamente, a existência da OPE faz muito sentido: a física de longas distâncias (presente nos operadores) deve ser independente da física de curtas distâncias (presente nos

coeficientes). Se for feito  $y = 0$  e for tomada a transformada de Fourier, encontra-se uma forma prática da OPE:

$$\int d^4x e^{iqx} A(x)B(0) = \sum_j C_j(q)O_j(0), \quad (24)$$

com os coeficientes de Wilson no espaço dos momentos e os operadores no espaço das posições. Para ver o funcionamento da OPE, considere como exemplo a teoria de Fermi.

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} \sim g^2 \int d^4x \int d^4y [\bar{\psi}_L^u(x)\gamma^\alpha\psi_L^d(x)] D^{\alpha\beta}(x,y) [\bar{\psi}_L^e(y)\gamma^\beta\psi_L^\nu(y)], \quad (25)$$

em que o propagador do bóson  $W$  é dado por:

$$D^{\alpha\beta}(x,y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-g^{\alpha\beta}}{p^2 - M_W^2} e^{ip \cdot (x-y)} \quad (26)$$

$$= \frac{g^{\alpha\beta}}{\square_x + M_W^2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{ip \cdot (x-y)}. \quad (27)$$

Como a massa do bóson  $W$  é consideravelmente grande para as escalas de energia corriqueiras, é interessante observar o comportamento das quantidades da teoria em baixas escalas. Para  $\square_x \sim p^2 \ll M_W^2$ , é possível expandir:

$$\frac{g^2}{\square_x + M_W^2} = G_F \left( 1 - \frac{\square_x}{M_W^2} + \left( \frac{\square_x}{M_W^2} \right)^2 + \dots \right), \quad (28)$$

lembrando a relação entre a constante de Fermi e os parâmetros eletrofracos,  $G_F \sim \frac{g^2}{M_W^2}$ . Portanto, após a expansão, o lagrangiano efetivo, o qual agora é local, torna-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Fermi}} \sim G_F \int d^4x & \left( [\bar{\psi}^u \gamma_\alpha \psi^d] [\bar{\psi}^e \gamma^\alpha \psi^\nu] - [\bar{\psi}^u \gamma_\alpha \psi^d] \frac{\square_x}{M_W^2} [\bar{\psi}^e \gamma^\alpha \psi^\nu] \right. \\ & \left. + [\bar{\psi}^u \gamma_\alpha \psi^d] \left( \frac{\square_x}{M_W^2} \right)^2 [\bar{\psi}^e \gamma^\alpha \psi^\nu] + \dots \right), \end{aligned} \quad (29)$$

com todos os campos no mesmo ponto  $\psi^i \equiv \psi_L^i(x)$ . Como fica claro, o primeiro termo a aparecer corresponde à contribuição no nível de árvore, enquanto que as demais são correções cuja importância dependerá da escala de momentos em que se está usando no problema tratado.

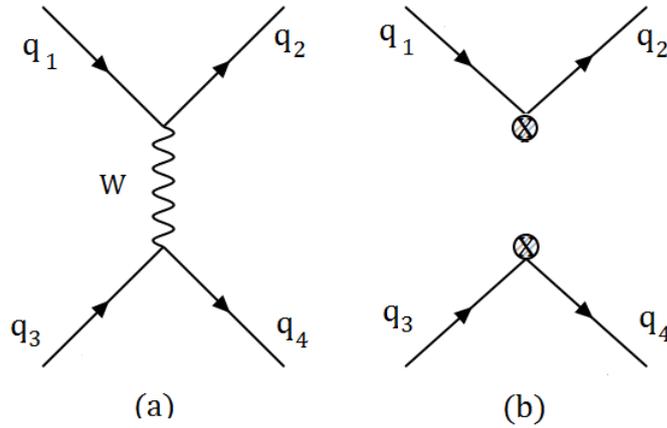


Figura 3 – Transição  $q_1q_3 \rightarrow q_2q_4$  em nível de árvore na teoria completa (a) e na teoria efetiva (b). Fonte: Figura produzida pelo autor.

## 2.6 COEFICIENTES DE WILSON

Suponha que deseja-se calcular uma transição eletrofraca mediada pelos bósons  $W$  envolvendo quatro quarks,  $q_1q_3 \rightarrow q_2q_4$ . Como foi visto na seção passada, pode-se fatorar as contribuições da física de pequenas distâncias (nos coeficientes  $C_i$ ) da física de longa distância (nos operadores  $O_i$ ). Seja  $\mu$ , tal que  $\mu \ll M_W$ , a escala de energia para o processo que faz esta fatoração. Como trata-se de quarks, é preciso construir teorias efetivas com os efeitos da QCD, que impactam diretamente na base de operadores de uma determinada dimensão ampliando-a devido aos graus de liberdade de cor para cada campo de quark. Assim, abaixo da escala associada à massa do bóson  $W$ , pode-se conjecturar que a base dos operadores de dimensão 6 que descrevem transições eletrofracas entre quarks contém no mínimo dois elementos:

$$O_1 = (\bar{q}_{1\alpha}\gamma_\mu P_L q_{2\beta})(\bar{q}_{3\beta}\gamma^\mu P_L q_{4\alpha}), \quad (30)$$

$$O_2 = (\bar{q}_{1\alpha}\gamma_\mu P_L q_{2\alpha})(\bar{q}_{3\beta}\gamma^\mu P_L q_{4\beta}), \quad (31)$$

em que  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$  são os índices de cor (a soma é subentendida). Assim, o hamiltoniano efetivo fraco (em dimensão 6) descrevendo essas transições é

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{(0)} = \frac{4G_F}{\sqrt{s}} \xi_{CKM} \left( C_1^{(0)}(\mu) O_1(\mu) + C_2^{(0)}(\mu) O_2(\mu) \right), \quad (32)$$

e a amplitude de espalhamento do diagrama (b) da Fig. 3 é dada por

$$\mathcal{A}_{\text{eff}}^{(0)} = \langle q_1q_3 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{(0)} | q_2q_4 \rangle \equiv \langle \mathcal{H}_{\text{eff}}^{(0)} \rangle. \quad (33)$$

Os coeficientes que aparecem multiplicando os operadores são os chamados **coeficientes de Wilson**. A questão que surge é: como descobrir estes coeficientes?

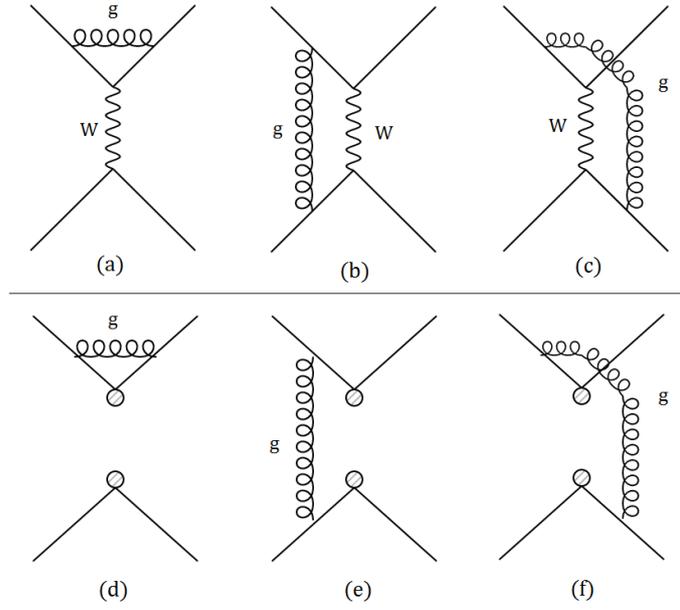


Figura 4 – Transição  $q_1q_3 \rightarrow q_2q_4$  em nível de um laço na teoria completa (a), (b), (c) e na teoria efetiva (d), (e), (f). Fonte: Figura produzida pelo autor.

A resposta é: iguala-se as amplitudes calculadas usando a teoria completa às calculadas usando a teoria efetiva. Em nível de árvore, os coeficientes de Wilson serão constantes

$$C_1^{(0)} = 0, \quad C_2^{(0)} = 1. \quad (34)$$

Isto pode ser facilmente observado tomando-se o hamiltoniano completo, expandindo-o em série de Taylor em  $\frac{1}{M_W^2}$  e comparando-o com o hamiltoniano efetivo. Com efeito, o diagrama (a) da Fig. 3 fornece

$$\mathcal{A}_{\text{full}}^{(0)} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \frac{M_W^2}{k^2 - M_W^2} (\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\mu P_L q_{2\alpha}) (\bar{q}_{3\beta} \gamma^\mu P_L q_{4\beta}) \quad (35)$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} (\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\mu P_L q_{2\alpha}) (\bar{q}_{3\beta} \gamma^\mu P_L q_{4\beta}) + \mathcal{O}\left(\frac{k^2}{M_W^2}\right) \quad (36)$$

$$\approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} (\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\mu P_L q_{2\alpha}) (\bar{q}_{3\beta} \gamma^\mu P_L q_{4\beta}) \quad (37)$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \langle O_2 \rangle^{(0)}. \quad (38)$$

Uma nova pergunta surge: como correções da QCD afetam tais coeficientes? Em verdade, para processos em baixas energias, com  $\alpha_s(\mu) \gg \frac{\mu^2}{M_W^2}$ , tais correções aos operadores efetivos eletrofracos são mais importantes que as contribuições de operadores com dimensões superiores. Denotarei os elementos de matriz a nível de árvore por:

$$S_i := \langle q_1q_3 | O_i | q_2q_4 \rangle^{(0)} \equiv \langle O_i \rangle^{(0)}. \quad (39)$$

Então, para aumentar o nível de precisão, a ideia é escrever o novo hamiltoniano, que leva em conta a contribuição de árvore e a contribuição de um laço (Fig. 4):

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{(1)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left( C_1^{(1)}(\mu) O_1(\mu) + C_2^{(1)}(\mu) O_2(\mu) \right), \quad (40)$$

de sorte que a amplitude de espalhamento efetiva é dada por:

$$\mathcal{A}_{\text{eff}}^{(1)} = \langle \mathcal{H}_{\text{eff}}^{(1)} \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left( C_1^{(1)}(\mu) \langle O_1(\mu) \rangle^{(1)} + C_2^{(1)}(\mu) \langle O_2(\mu) \rangle^{(1)} \right), \quad (41)$$

em que  $\langle O_i(\mu) \rangle^{(1)}$  denota o elemento de matriz de  $O_i(\mu)$  a nível de 1 laço. Que fique claro que o super-índice ( $i$ ) em qualquer quantidade significa que está sendo considerada a contribuição de  $i$  laços, com  $i = 0, 1, \dots$

Para descobrir os coeficientes de Wilson com a contribuição do laço,  $C_i^{(1)}$ , é preciso fazer o processo que a literatura chama de *matching*, o qual consiste em comparar as amplitudes de um laço das teorias efetiva e completa. A partir de agora, é o que farei. Por simplicidade, todos os momentos externos serão escolhidos para serem iguais e serão chamados de  $p$ , e todas as massas dos quarks serão consideradas nulas. Tal escolha, não tem um impacto tão grande nos coeficientes de Wilson [35].

**Operadores efetivos:** Para tal, primeiro a amplitude efetiva é dada por [35]

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{eff}}^{(1)} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left[ C_1^{(1)} \left( \left( a_1 + \frac{b_1}{\varepsilon} \right) S_1 + \left( a_2 + \frac{b_2}{\varepsilon} \right) S_2 \right) + \right. \\ & \left. + C_2^{(1)} \left( \left( a_1 + \frac{b_1}{\varepsilon} \right) S_2 + \left( a_2 + \frac{b_2}{\varepsilon} \right) S_1 \right) \right], \end{aligned} \quad (42)$$

em que as constantes que aparecem contém as correções numéricas de um laço

$$\begin{aligned} a_1 & := 1 + \frac{2C_F \alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2}, \\ a_2 & := -\frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2}, \\ b_1 & := \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( 2C_F + \frac{3}{N} \right), \\ b_2 & := -\frac{3\alpha_s}{4\pi}. \end{aligned}$$

A realização deste cálculo é feita avaliando-se os diagramas com os vértices conhecidos e, nos vértices  $\circ\circ$  dos diagramas (d), (e) e (f) da Fig. 4, são inseridos os operadores de quatro férmions  $O_i$  manualmente. Assim, consegue-se extrair os operadores comparando a 41. Os operadores efetivos, em função dos operadores em nível de árvore, são:

$$\begin{aligned}\langle O_1 \rangle^{(1)} &= \left[ 1 + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) \right] S_1 - \frac{3\alpha_s}{4\pi} \left[ \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right] S_2, \\ \langle O_2 \rangle^{(1)} &= -\frac{3\alpha_s}{4\pi} \left[ \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right] S_1 + \left[ 1 + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) \right] S_2.\end{aligned}$$

**Amplitude efetiva renormalizada:** Para escrever uma amplitude em termos destes operadores, primeiro é preciso normalizá-los. As divergências podem ser eliminadas por meio da renormalização do campo quarkônico. Ademais, é preciso renormalizar tais operadores [35]:

$$\langle O_i \rangle_r^{(1)} = Z_q^2 Z_{ij}^{-1} \langle O_i \rangle^{(1)}. \quad (43)$$

O termo  $Z_q$  remove algumas divergências UV do tipo  $\frac{1}{\varepsilon}$  e  $Z_{ij}^{-1}$  remove as demais. Para tal, constrói-se  $Z_{ij}$ :

$$Z_{ij} = 1 + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} \frac{3}{N} & -3 \\ -3 & \frac{3}{N} \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Após este procedimento, consegue-se os operadores renormalizados:

$$\langle O_1 \rangle_r^{(1)} = \left[ 1 + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right] S_1 - \frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_2 \quad (45)$$

$$= a_1 S_1 + a_2 S_2, \quad (46)$$

$$\langle O_2 \rangle_r^{(1)} = -\frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_1 + \left[ 1 + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right] S_2 \quad (47)$$

$$= a_2 S_1 + a_1 S_2. \quad (48)$$

De sorte que a amplitude renormalizada é finita:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{eff}}^r &= \langle \mathcal{H}_{\text{eff}}^{(1)} \rangle_r \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left[ C_1^{(1)} (a_1 S_1 + a_2 S_2) + C_2^{(1)} (a_1 S_2 + a_2 S_1) \right] \quad (49)\end{aligned}$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} (S_1 \ S_2) \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^{(1)} \\ C_2^{(1)} \end{pmatrix}. \quad (50)$$

**Amplitude completa:** Agora, se a amplitude completa for calculada e for feita novamente a expansão em  $M_W$ , consegue-se [35]:

$$\mathcal{A}_{\text{full}}^{(1)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left[ \left( 1 + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} + \frac{2C_F\alpha_s}{4\pi\varepsilon} \right) S_2 - \frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_1 \right]. \quad (51)$$

**Amplitude completa renormalizada:** Essa amplitude é divergente para  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Tal divergência é cancelada pelas contribuições de laços da QCD nos quarks externos, que conduzem à amplitude renormalizada:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{full}}^r &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \left[ \left( 1 + \frac{2C_F \alpha_s}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} \right) S_2 - \frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_1 \right] \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} [A_2 S_1 + A_1 S_2] \end{aligned} \quad (52)$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} (S_1 \ S_2) \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \end{pmatrix}. \quad (53)$$

**Extração dos coeficientes de Wilson:** Como já mencionado, para extrair os coeficientes de Wilson é usado o processo de matching, no qual são comparadas as equações 53 e 50,

$$\mathcal{A}_{\text{full}}^r = \mathcal{A}_{\text{eff}}^r. \quad (54)$$

A partir disto, chega-se à equação matricial:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^{(1)} \\ C_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \end{pmatrix}. \quad (55)$$

Isto nada mais é que um sistema linear que, para ser resolvido, precisa que o determinante da matriz seja não nulo. De fato, este é o caso:

$$\det(\hat{a}) = \det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix} \quad (56)$$

$$= 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left( 2C_F + \frac{3}{N} \right) \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \neq 0. \quad (57)$$

Consequentemente, pode-se inverter tal matriz, de sorte que os coeficientes de Wilson ficam:

$$\begin{pmatrix} C_1^{(1)} \\ C_2^{(1)} \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(\hat{a})} \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ -a_2 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \end{pmatrix}, \quad (58)$$

ou, escrevendo-os explicitamente,

$$C_1^{(1)}(\mu) = -\frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2}, \quad C_2^{(1)}(\mu) = 1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2}. \quad (59)$$

Em particular, o regulador infravermelho  $-p^2$  desapareceu, tendo sido cancelado no processo de *matching*. Esse exemplo mostra que é essencial no processo de *matching* tratar estados externos na teoria completa e na teoria efetiva da mesma maneira para se obter o resultado correto para os coeficientes de Wilson.

## 2.7 GRUPO DE RENORMALIZAÇÃO

Os logaritmos na expressão dos coeficientes de Wilson surgem em virtude das correções da QCD e fazem a convergência das séries da QCD perturbativa questionável. Em particular, é de se esperar que, em altas ordens de  $\alpha_s$ , todas as correções da forma  $\alpha_s^n \ln^n \left( \frac{M_W^2}{\mu^2} \right)$  seriam grandes, precisando assim ser ressomadas. Isso pode ser feito com o auxílio das equações do grupo de renormalização (RG). Nesta seção usei principalmente o livro de [35], e também [36], [31], [34].

Para a aplicação das técnicas do grupo do RG, é conveniente escolher uma outra base de operadores a fim de fazer a matriz  $Z_{ij}$  diagonal. Tal base é obtida redefinindo os operadores:

$$O_{\pm} = \frac{1}{2}(O_2 \pm O_1), \quad C_{\pm} = C_2 \pm C_1. \quad (60)$$

Esta mudança também afeta os coeficientes de Wilson, os quais assumem uma nova forma:

$$C_{\pm}(\mu) = 1 + \left( \frac{3}{N} \mp 3 \right) \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \left( \frac{M_W^2}{\mu^2} \right). \quad (61)$$

Aqui, é aparente o problema dos logaritmos comentado há pouco. Com efeito, para  $\mu = 1$  GeV, o termo de correção em primeira ordem equivale a 65 – 130%, enquanto que  $\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \approx 4\%$ . Isto ilustra a supressão do fator da expansão em comparação ao coeficiente que o multiplica. Então, a partir daqui, a intenção é encontrar  $C_{\pm}$  finito, porém de um modo a evitar os logaritmos. Nesta base, tem-se de fato a matriz  $Z_{ij}$  diagonal:

$$Z_{\pm} = \text{diag} \left( 1 - \frac{2\alpha_s}{4\pi\varepsilon}, 1 + \frac{4\alpha_s}{4\pi\varepsilon} \right). \quad (62)$$

Então, seguindo o panorama de renormalização, redefini-se os coeficientes de Wilson:

$$C_{\pm}^r(\mu) = Z_{\pm}^C(\mu)C_{\pm}. \quad (63)$$

A fim de se conseguir a equação do grupo de renormalização, toma-se a derivada logarítmica em  $\mu$  de ambos os lados desta equação que envolve os campos renormalizados e os campos nus,

$$\mu \frac{dC_{\pm}^r}{d\mu} = \left( \mu \frac{dZ_{\pm}^C}{d\mu} \right) C_{\pm} + Z_{\pm}^C \left( \mu \frac{dC_{\pm}}{d\mu} \right). \quad (64)$$

Desde que a parte não renormalizada  $C_{\pm}$  não depende da escala de renormalização, tem-se a **equação do grupo de renormalização**

$$\mu \frac{dC_{\pm}^r}{d\mu} = \gamma_{\pm} C_{\pm}^r(\mu), \quad (65)$$

em que a **dimensão anômala** do operador  $O_{\pm}$  é definida por:

$$\gamma_{\pm}(g_s) := \frac{\mu}{Z_{\pm}^C} \frac{dZ_{\pm}^C}{d\mu} = \frac{d \ln Z_{\pm}^C}{d \ln \mu} \quad (66)$$

e é uma quantidade relacionada às correções na dimensão dos operadores quando se é feita a renormalização. Em verdade, a dependência no coeficiente de Wilson é  $C_{\pm}^r(\mu) \equiv C_{\pm}^r(\mu, g_s(\mu))$ . Portanto, pela regra da cadeia,

$$\frac{dC_{\pm}^r}{d\mu} = \frac{\partial C_{\pm}^r}{\partial \mu} + \beta(g_s) \frac{\partial C_{\pm}^r}{\partial g_s}, \quad (67)$$

para a função beta definida como  $\beta(g_s) := \frac{dg_s(\mu)}{d\mu}$ . A equação final, advinda da equação 65, torna-se uma equação diferencial parcial

$$\frac{\partial C_{\pm}^r}{\partial \mu}(\mu, g_s) + \beta(g_s) \frac{\partial C_{\pm}^r}{\partial g_s}(\mu, g_s) = \gamma_{\pm}(g_s) C_{\pm}^r(\mu, g_s), \quad (68)$$

que tem como solução, para uma condição inicial dada na escala  $\mu = M_W$ ,

$$C_{\pm}^r(\mu) = U_{\pm}(\mu, M_W) C_{\pm}^r(M_W) = \exp \left( \int_{g(M_W)}^{g(\mu)} dg' \frac{\gamma_{\pm}(g')}{\beta(g')} \right) C_{\pm}^r(M_W). \quad (69)$$

Para um entendimento melhor da expressão para os coeficientes de Wilson, expande-se a dimensão anômala em termos de potências de  $\frac{g_s^2}{16\pi^2}$

$$\gamma_{\pm}(g_s) = \gamma_{\pm}^{(0)} \frac{g_s^2}{16\pi^2} + \gamma_{\pm}^{(1)} \left( \frac{g_s^2}{16\pi^2} \right)^2 + \dots \quad (70)$$

O primeiro termo da série é  $\gamma_{\pm}^{(0)} = \text{diag}(4, -8)$ . Usando também a expansão da função beta,  $\beta(g_s) = -\beta_0 \frac{g_s^3}{16\pi^2} - \beta_1 \frac{g_s^5}{(16\pi^2)^2} + \dots$ , tomando somente a primeira ordem de cada qual,

$$U_{\pm}^{(0)}(\mu, M_W) := \exp \left( \int_{g(M_W)}^{g(\mu)} dg' \frac{\gamma_{\pm}(g')}{\beta(g')} \right) = \exp \left( -\frac{\gamma_{\pm}^{(0)}}{\beta_0} \int_{g(M_W)}^{g(\mu)} dg' \frac{1}{g'} \right) \quad (71)$$

$$= \left( \frac{g_s(M_W)}{g_s(\mu)} \right)^{\frac{\gamma_{\pm}^{(0)}}{2\beta_0}} = \left( \frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \right)^{\frac{\gamma_{\pm}^{(0)}}{2\beta_0}}. \quad (72)$$

Para completar os cálculos, pode ser usado o fato que, em  $\mu = M_W$ , não estão presentes grandes logaritmos, e  $C_{\pm}^r(M_W)$  pode ser calculado em teoria de perturbação normal. Em ordem

dominante, da equação 61, tem-se  $C_{\pm}^{(0)}(M_W) = 1$ ; conseqüentemente, para uma escala mais baixa  $\mu$ ,

$$C_{\pm}^{(0)}(\mu) = \left( \frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \right)^{\frac{\gamma_{\pm}^{(0)}}{2\beta_0}}. \quad (73)$$

Na fórmula 72 é importante observar que o objetivo foi alcançado: não há mais logaritmos dominantes na expressão para  $C_{\pm}$ . Uma coisa interessante que pode ser checada é o fato de a expansão de  $\alpha_s$  reproduzir a equação 61 novamente.

## 2.8 PROCESSOS FCNC

Processos FCNC (*flavour-changing neutral currents*) são interações que alteram o sabor de um férmion sem alterar sua carga elétrica. Não é possível obter processos FCNC em nível de árvore em virtude da estrutura básica dos vértices envolvendo o fóton  $\gamma$ , o bóson  $Z$  e o glúon  $g$ . Contudo, o vértice  $W^{\pm}$  pode mudar sabores e permite a construção de diagramas que medeiam processos FCNC em um laço ou em ordens maiores. Esta característica dos processos FCNC desperta a atenção da comunidade, pois isso faz com que eles sejam muito sensíveis a efeitos de uma física além do modelo padrão, uma vez que nela poderiam aparecer em nível de árvore.

Especialmente em um laço, pode-se descrever estes processos por meio de um conjunto básico de vértices efetivos triplos e quádruplos, referidos na literatura como diagramas de pinguins e diagramas de caixa. Esses vértices dependem de parâmetros eletrofracos como  $G_F, \sin(\theta_W), \alpha_{em}$ , dos parâmetros CKM e muito das massas de  $W^{\pm}$  e de quarks que aparecem virtualmente nesses diagramas junto a  $W^{\pm}$ . Portanto, uma vez que é possível obter estes parâmetros com outros processos, a taxa de decaimentos de FCNC no SM pode ser predita.

### 2.8.1 Vértices de pinguins

Esses vértices envolvem apenas quarks podem ser representados como em (a) da Fig. 5, em que os índices  $i$  e  $j$  indicam sabores distintos de quarks com mesma carga e  $k$  denota o quark interno cuja carga é distinta daquela de  $i$  e  $j$ . Os vértices efetivos podem ser calculados usando as regras de Feynman para vértices elementares e propagadores no SM. Exemplos importantes são dados nos diagramas (b) da Fig. 5. Seu nome se dá devido à forma gráfica de pinguim exibida pelos seus diagramas. Os diagramas com trocas de bósons de Goldstone no lugar de  $W^{\pm}$  devem ser incluídos para obter um resultado independente do calibre, uma vez que apenas no calibre unitário tais diagramas estão ausentes. Contudo, os cálculos de laços são mais difíceis pois o propagador de  $W^{\pm}$  neste calibre é mais complicado do que no calibre de Feynman.

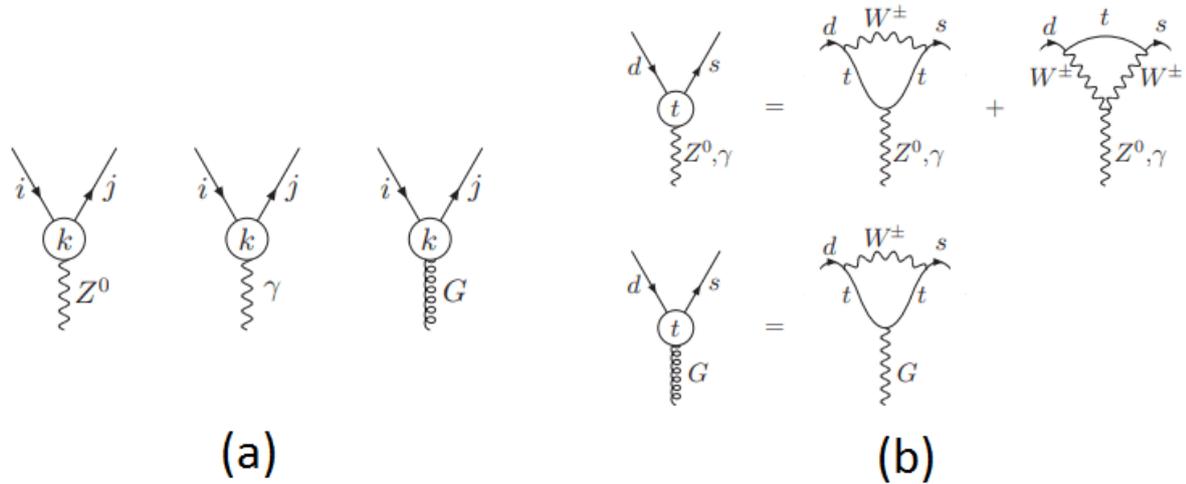


Figura 5 – Vértices pinguins (a) e vértices pinguins resolvidos em termos de vértices básicos (b). Fonte: Figura retirada de [35].

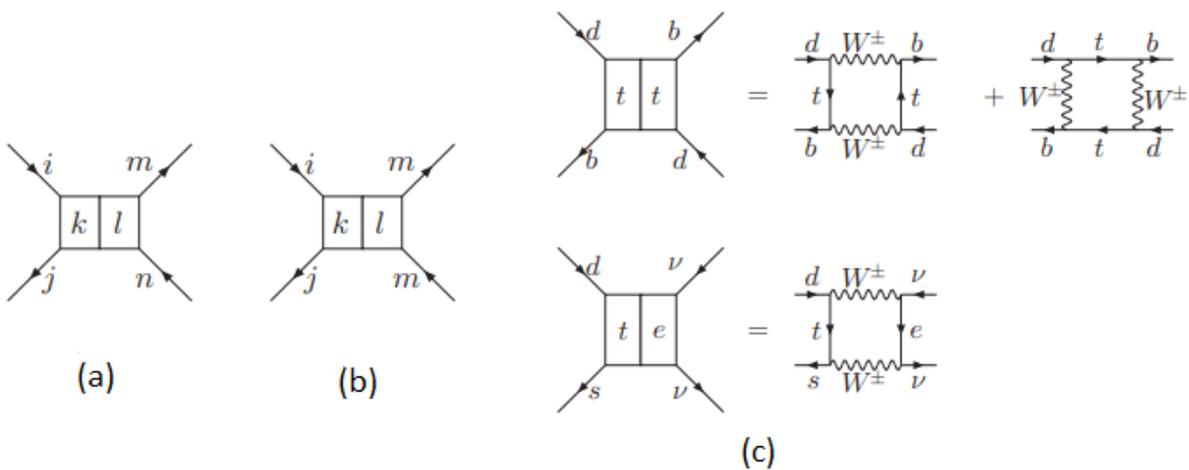


Figura 6 – Vértices de caixa (a), (b) e vértices de caixa resolvidos em termos de vértices básicos (c). Fonte: Figura retirada de [35].

### 2.8.2 Vértices de caixa

Esses vértices envolvem, em geral, quarks e léptons. Dois exemplos de representação podem ser encontrados em (a) e (b) da Fig. 6, na qual  $i, j, m$  e  $n$  representam quarks ou léptons externos e  $k$  e  $l$  denotam os quarks e léptons internos. No vértice mostrado na imagem (a) da Fig. 6, a violação de sabor ocorre em ambos os lados (esquerdo e direito) da caixa, enquanto no lado direito do diagrama (b), tem-se a conservação do sabor. Esses vértices quárticos efetivos também podem ser calculados usando as regras de Feynman para vértices elementares e propagadores no SM. Tem-se, por exemplo, os vértices da parte (c) da Fig. 6, que contribuem para a mistura  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  e  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ .

### 2.8.3 Hamiltoniano efetivo para processos FCNC

Expansão dos pinguins e caixas

Como já visto em seções passadas, o hamiltoniano efetivo deste decaimento, na ausência de correções da QCD, pode ser escrito como:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \xi_{CKM} \sum_k C_k O_k, \quad (74)$$

em que  $O_k$  denotam operadores locais que surgem dos diagramas de caixa e de pinguins e  $C_k$  são os coeficientes de Wilson, que caracterizam a física de curtas distâncias — em essência, eles são simplesmente combinações lineares de funções que "caracterizam" os vértices efetivos multiplicados pelos correspondentes fatores CKM [35]. Um ponto importante a ser mencionado é que os coeficientes de Wilson também carregam as possíveis contribuições de uma nova física.

Processos envolvendo o quark belo

Aqui olharei exclusivamente para decaimentos  $b \rightarrow sX$ , em que  $X$  é alguma partícula. Uma vez que são processos FCNC, eles não acontecem em nível de árvore. Em geral, para esses processos a escala usada é  $\mu = M_W$  para determinar os coeficientes de Wilson, depois, por meio do grupo de renormalização, é mudada para  $\mu = m_b = 4.18$  GeV (massa do quark bottom). Como já mencionado, a base de operadores em um laço será dada pelos operadores advindos dos diagramas de caixa e diagramas de pinguins.

Para  $X = \gamma$ , o hamiltoniano efetivo mais geral (com  $\Delta b = 1$ ) que poderia ser escrito dentro do modelo padrão é [35] [31] [37]:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=u,c} V_{qb} V_{qs}^* \left[ C_1 O_1^q + C_2 O_2^q + \sum_{i=3}^6 C_i O_i + C_{7\gamma} O_{7\gamma} \right] + \text{h.c.} \quad (75)$$

- **Operadores de corrente-corrente:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (a). Estes operadores recebem este nome por terem a forma de termos de corrente fermiônica levogira que apareceria no lagrangiano. Eles são:

$$O_1^q = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L q_\beta] [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_L b_\alpha], \quad O_2^q = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L q_\alpha] [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_L b_\beta]. \quad (76)$$

- **Operadores pinguins gluônicos:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (b). Apesar de semelhantes, surgem de diagramas distintos, a partir de um laço que os permite em

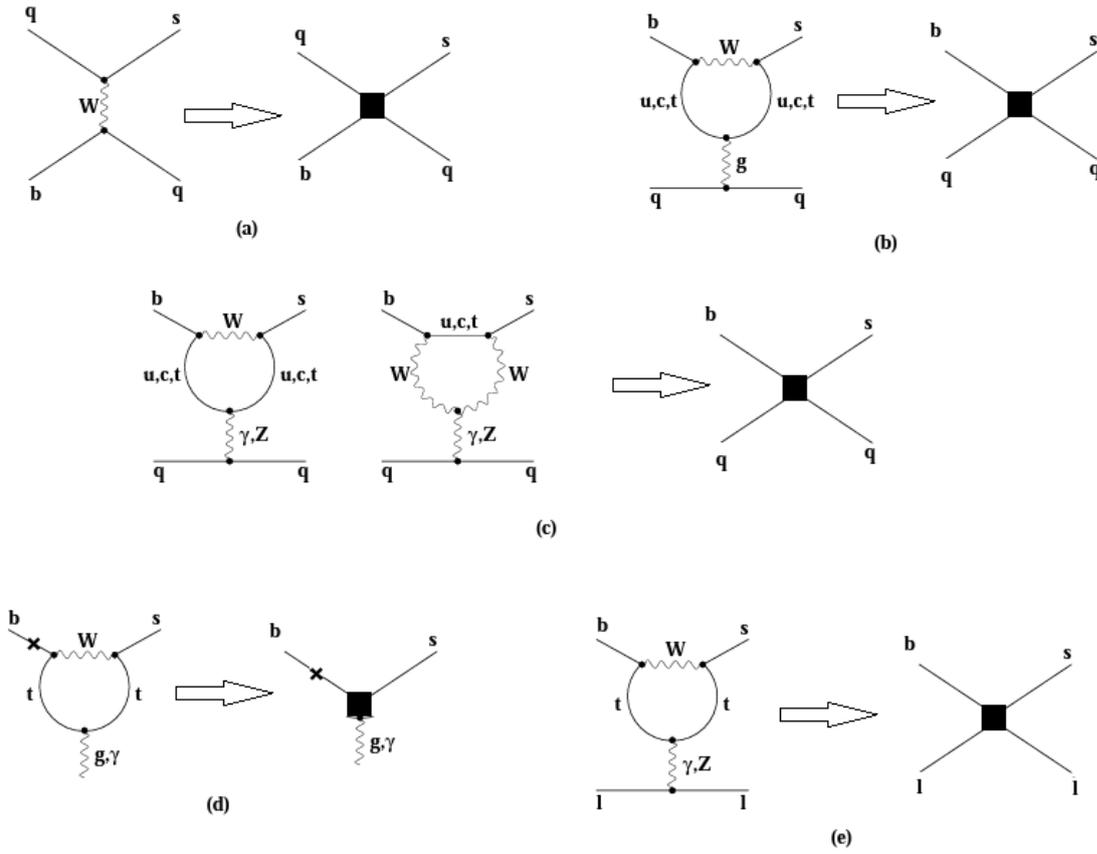


Figura 7 – Diagramas completos e os respectivos diagramas efetivos obtidos no limite de baixas energias, que dão origem aos operadores de dimensão 6. O  $\times$  nos diagramas da imagem (d) indicam a inserção de massa. Fonte: Figura retirada de [38] e editada.

ambas as quiralidades. Eles são:

$$O_{3,5} = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\alpha] \sum_{q=u,d,s,c,b} [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{L,R} q_\beta], \quad (77)$$

$$O_{4,6} = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\beta] \sum_{q=u,d,s,c,b} [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{L,R} q_\alpha]. \quad (78)$$

$$(79)$$

- **Operador de dipolo magnético:** Gerado por diagramas como os da Fig. 7 (d). Em nível efetivo, seu coeficiente de Wilson é proporcional ao momento de dipolo magnético da partícula que o originou, daí o nome. Ele é:

$$O_{\tau\gamma} = \frac{em_b}{8\pi^2} [\bar{s}_\alpha \sigma_{\nu\mu} P_R b_\alpha] F^{\nu\mu}, \quad (80)$$

em que  $\sigma_{\nu\mu} := \frac{i}{2} [\gamma_\nu, \gamma_\mu]$ .

Para o caso de  $X = q\bar{q}$ , adicionalmente podem contribuir os seguintes operadores:

- **Operadores pinguins eletrofracos:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (c). Diferem dos operadores pinguins da QCD por serem proporcionais à carga elétrica das

partículas em questão. Isto acontece por conta de os diagramas que os geram têm interações mediadas pelo bóson  $W, Z$  ou  $\gamma$ . Eles são:

$$O_{7,9} = \frac{3}{2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\alpha] \sum_{q=u,d,s,c,b} e_q [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{R,L} q_\beta], \quad (81)$$

$$O_{8,10} = \frac{3}{2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\beta] \sum_{q=u,d,s,c,b} e_q [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{R,L} q_\alpha], \quad (82)$$

em que  $e_q$  é a carga elétrica dos quarks do estado final.

- **Operadores de dipolo cromomagnético:** Gerado por diagramas como os da Fig. 7 (d). Analogamente ao operador de dipolo magnético, o operador  $O_{8g}$  recebe este nome em razão de ser o responsável por gerar o momento cromomagnético da partícula em questão. Ele é:

$$O_{8g} = \frac{g_s m_b}{8\pi^2} [\bar{s}_\alpha T_{\alpha\beta}^a \sigma_{\nu\mu} P_R b_\beta] G^{a\nu\mu}. \quad (83)$$

Por fim, para o caso de transições semi-leptônicas,  $X = \bar{\ell}\ell$ , tem-se o hamiltoniano efetivo de  $b \rightarrow s\gamma$ , equação 75 com a adição dos operadores semileptônicos:

- **Operadores semi-leptônicos:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (e). O operador  $9V$  (um operador de corrente vetorial) é semelhante aos operadores pinguins eletrofracos com espinores de léptons no lugar de espinores de quarks (com uma base menor uma vez que não há a necessidade de uma base de cor). O operador  $10A$  é um operador de corrente axial (pseudo-vetorial). Juntos, são os operadores mais importantes para os processos  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  em nível efetivo. Eles são:

$$O_{9V} = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\nu \ell], \quad (84)$$

$$O_{10A} = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\nu \gamma^5 \ell]. \quad (85)$$

Essa base de operadores consiste em todos os possíveis operadores invariantes por calibre de dimensão 6 com as seguintes propriedades: eles têm os números quânticos corretos para contribuir para  $b \rightarrow s\gamma(q\bar{q}, \ell\bar{\ell})$ , são compatíveis com as simetrias da interação eletrofraca e não podem ser transformados uns nos outros ao se aplicar equações de movimento.

Há operadores que têm contribuições no SM, mas elas podem ser negligenciadas em comparação às até agora mencionadas. Contudo, uma nova física poderia aumentar suas contribuições. Tais operadores são:

- **Operadores de dipolo magnético e cromomagnético:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (d). São bem semelhantes aos já apresentados operadores de dipolo (cromo)-magnéticos, tendo uma diferença apenas na quiralidade dos campos envolvidos. Eles

são:

$$O'_{7\gamma} = \frac{em_b}{8\pi^2} [\bar{s}_\alpha \sigma_{\nu\mu} P_L b_\alpha] F^{\nu\mu}, \quad (86)$$

$$O'_{8g} = \frac{g_s m_b}{8\pi^2} [\bar{s}_\alpha T_{\alpha\beta}^a \sigma_{\nu\mu} P_L b_\beta] G^{a\nu\mu}. \quad (87)$$

A supressão do operador de dipolo magnético é dado por [39]  $C_{7\gamma}^{\text{SM}'} = \frac{m_s}{m_b} C_{7\gamma}^{\text{SM}}$ .

- **Operadores escalares e pseudovetores:** Gerados por diagramas envolvendo trocas de bósons de Higgs neutros. Eles são:

$$O_S = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha P_R b_\alpha] [\bar{\ell}\ell], \quad O_P = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha P_R b_\alpha] [\bar{\ell}\gamma_5\ell].$$

A supressão deles acontece com o quadrado inverso da massa do bóson  $W$ ,  $C_{S,P}^{\text{SM}} \sim \frac{m_l m_b}{M_W^2}$  [40].

Há, também, operadores que não aparecem no SM (i.e,  $C_i^{\text{SM}} = 0$ ), contudo, em um cenário de uma nova física, poderiam contribuir:

- **Operadores pingüins gluônicos:** Gerados por diagramas de pingüins como os da Fig. 7 (b), no entanto, com alguma nova partícula em vez do bóson  $W$  que se acople à componente dextrogiro do quark. Em alguns cenários de nova física eles podem aparecer como, por exemplo, em modelos com simetria dextro-levogira, uma vez que a partícula mediadora no laço deveria poder se acoplar com campos dextrogiros. Eles são:

$$O'_{3,5} = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\alpha] \sum_{q=u,d,s,c,b} [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{L,R} q_\beta], \quad (88)$$

$$O'_{4,6} = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\beta] \sum_{q=u,d,s,c,b} [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{L,R} q_\alpha]. \quad (89)$$

- **Operadores pingüins eletrofracos:** Gerados por diagramas de pingüins como os da Fig. 7 (c), no entanto, com alguma nova partícula em vez do bóson  $W$  que se acople à componente dextrogiro do quark. Tais operadores apareceriam para o caso do decaimento  $b \rightarrow sq\bar{q}$  e, como o anterior, dependem de modelos com simetria dextro-levogira. Eles são:

$$O'_{7,9} = \frac{3}{2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\alpha] \sum_{q=u,d,s,c,b} e_q [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{R,L} q_\beta], \quad (90)$$

$$O'_{8,10} = \frac{3}{2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\beta] \sum_{q=u,d,s,c,b} e_q [\bar{q}_\beta \gamma^\nu P_{R,L} q_\alpha], \quad (91)$$

De sorte análoga ao anterior, desta feita para o decaimento semileptônico  $b \rightarrow s\ell\bar{\ell}$ , há operadores que são versões dextrogiros (e portanto nulas dentro do SM) dos operadores já apresentados:

- **Operadores semi-leptônicos:** Gerados por diagramas como os da Fig. 7 (e), no entanto, com alguma nova partícula em vez do bóson  $W$  que se acople à componente dextrogrira do quark.

$$O'_{9V} = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\nu \ell], \quad (92)$$

$$O'_{10A} = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_R b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\nu \gamma^5 \ell]. \quad (93)$$

- **Operadores escalares e pseudovetores:**

$$O'_S = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \ell], \quad O'_P = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma_5 \ell].$$

- **Operadores tensoriais:**

$$O_T = \frac{e^2}{(4\pi)^2} [\bar{s} \sigma_{\mu\nu} b] [\bar{\ell} \sigma^{\mu\nu} \ell], \quad O_{T_5} = \frac{e^2}{(4\pi)^2} [\bar{s} \sigma_{\mu\nu} b] [\bar{\ell} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 \ell]. \quad (94)$$

Os operadores apresentados nesta seção podem ser usados para descrever efetivamente muitos decaimentos além dos  $B \rightarrow sX$  aqui mencionados, e.g,  $K^+ \rightarrow \pi^+, \nu\bar{\nu}$ ,  $K_L \rightarrow \pi^0 \nu\bar{\nu}$ ,  $B_s \rightarrow \ell^+, \ell^-$ . Contudo, nesta dissertação apenas será tratado o decaimento belo  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ ; então, daqui para frente, apenas serão considerados os operadores que contribuem para  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ .



### 3 ANOMALIAS DOS MÉSONS B

Neste capítulo pretendo tratar da teoria envolvendo o decaimento belo  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ . Primeiro, farei uma breve introdução, seguida de uma ilustração do cálculo do observável  $R_K$  dentro do modelo padrão e apresentarei a tensão com o valor experimental mais recente dele. Também são brevemente mencionadas outras discrepâncias do mesmo observável para outros decaimentos raros. Depois, mostrarei como, em geral, é solucionado o problema da quebra da universalidade leptônica nestes processos. Por último, farei um resumo dos experimentos que trouxeram estes resultados impactantes.

#### 3.1 MÉSONS B

Um **méson**  $B$  consiste em um par contendo um anti-quark bottom  $\bar{b}$  e um quark up ( $B^+ = u\bar{b}$ ), down ( $B^0 = d\bar{b}$ ), strange ( $B_s^0 = s\bar{b}$ ) ou charm ( $B_c^+ = c\bar{b}$ ). O  $B$ -méson tem sua antipartícula composta por um quark bottom (ou beauty quark)  $b$  e um antiquark anti-up ( $B^- = b\bar{u}$ ), anti-down ( $\bar{B}^0 = b\bar{d}$ ), anti-strange ( $\bar{B}_s^0 = b\bar{s}$ ) ou anti-charm ( $B_c^- = b\bar{c}$ ).

Um **káon**, ou  $K$ -méson, consiste em um par contendo um antiquark strange  $\bar{s}$  e um quark up ( $K^+ = u\bar{s}$ ) ou down ( $K^0 = d\bar{s}$ , neutro). O  $K$ -méson tem sua antipartícula composta por um quark strange  $s$  e um antiquark anti-up ( $K^- = s\bar{u}$ ) ou anti-down ( $\bar{K}^0 = d\bar{s}$ , neutro). Ademais, há os  $K^*$ -mésons, que são a denominação para os estados excitados de  $us$  ou  $ds$ . A Fig. 8 ilustra isto.

De importância também são os mésons  $D$ , as partículas mais leves que contêm quarks charm. Há os mésons  $D$ : carregados  $D^+ = c\bar{d}$  (sua antipartícula é  $D^- = d\bar{c}$ ); os neutros  $D^0 = \bar{u}c$  (sua antipartícula é  $\bar{D}^0 = u\bar{c}$ ); os estranhos  $D_s^+ = c\bar{s}$  (sua antipartícula é  $D_s^- = s\bar{c}$ ). Além deles, há também os estados excitados  $D^{*\pm}(2010) = c\bar{d}$ ,  $D^{*0}(2007) = \bar{u}c$ .

Um **decaimento belo** consiste no decaimento de um méson  $B$  em alguma outra partícula. De particular importância são os decaimentos semileptônicos raros  $\bar{B}_s \rightarrow \ell^+ \ell^-$ ,  $\bar{B} \rightarrow K \ell^+ \ell^-$ , pois como visto no capítulo passado, eles são processos FCNC e portanto apenas ocorrem a partir do nível de um laço no modelo padrão (SM), o que fá-los particularmente sensitivos a efeitos de uma "nova física".

$B^+ = (u\bar{b}), \quad B^- = (\bar{u}b), \quad B_d^0 = (d\bar{b}), \quad \bar{B}_d^0 = (\bar{d}b)$
$B_s^0 = (s\bar{b}), \quad \bar{B}_s^0 = (\bar{s}b), \quad B_c^+ = (c\bar{b}), \quad B_c^- = (\bar{c}b)$
$K^+ = (u\bar{s}), \quad K^- = (\bar{u}s), \quad K^0 = (d\bar{s}), \quad \bar{K}^0 = (\bar{d}s)$
$D^0 = (c\bar{u}), \quad \bar{D}^0 = (\bar{c}u), \quad D^+ = (c\bar{d}), \quad D^- = (\bar{c}d)$
$D_s^+ = (c\bar{s}), \quad D_s^- = (\bar{c}s)$

Figura 8 – Composição quarkônica dos mésons  $B, K$  e  $D$ . Fonte: Figura retirada de [35].

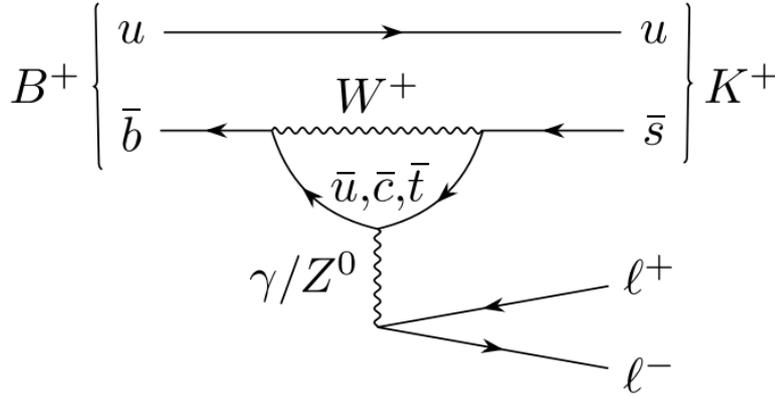


Figura 9 – Processos fundamentais que contribuem para decaimentos  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  no modelo padrão. Fonte: Figura retirada de [41].

Dentro do SM, o decaimento  $\bar{B}_s \rightarrow \ell^+ \ell^-$  procede via diagramas de pinguim com o bóson  $Z^0$  como mediador e diagramas de caixa, assim como os da Fig. 9. Já os decaimentos  $B \rightarrow K \ell^+ \ell^-$  e  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  são governados por diagramas de pinguim eletrofracos com a troca dominante de quark top via diagramas como os da Fig. 7. Além do SM, eles podem acontecer já no nível da árvore por meio da troca de bósons  $Z'$  massivos, leptoquarks ou outras partículas pesadas.

## 3.2 PREVISÃO DO SM PARA O DECAIMENTO BELO

### 3.2.1 Hamiltoniano efetivo

Quando avalia-se um decaimento do tipo  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , no nível dos quarks o decaimento envolve a transição  $\bar{b} \rightarrow \bar{s} \ell^+ \ell^-$ . Para facilitar a notação, trabalharei com  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  que é equivalente. Se forem integrados os graus de liberdade correspondentes às partículas pesadas ( $t, W^+$ ) na Fig. 9, consegue-se diagramas como os da Fig. 10, de sorte que os efeitos desta física de altas energias estão contidos nos coeficientes de Wilson  $C_i^{\text{SM}}$  como já discutido.

O hamiltoniano efetivo em dimensão 6 mais geral que pode-se escrever para o processo  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  foi apresentado na seção passada,

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} \sum_{i=1-6,7\gamma,9V,10A} C_i^{\text{SM}}(\mu_b) O_i(\mu_b) + \text{h.c.}, \quad (95)$$

para  $\mu_b \sim m_b$ . Aqui foi usada a unitariedade da matriz CKM,  $V_{ub} V_{us}^* + V_{cb} V_{cs}^* = -V_{tb} V_{ts}^*$ . Em geral, negligencia-se a contribuição dos operadores  $O_{1,2}^u$  vistos na seção passada. Os  $C_i$  são calculados primeiro em uma escala de uma nova física, que pode estar bem acima das escalas do LHC, e depois evoluídos para a escala  $\mu = M_W$ . Essa evolução pode envolver novas interações e novos operadores além daqueles presentes no SM. Subsequentemente ocorre a evolução para escalas  $\mu \sim m_b$ . Enquanto essa evolução é feita incluindo interações da QCD

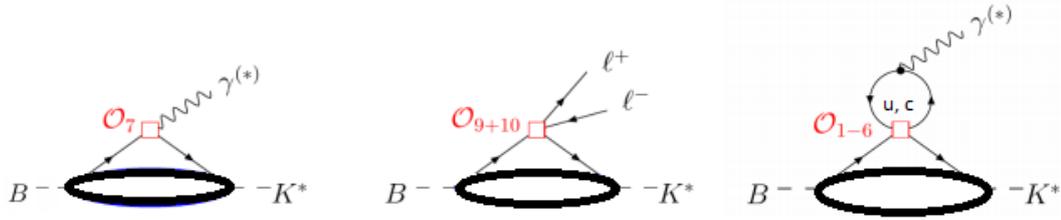


Figura 10 – Diagramas efetivos do decaimento belo. Fonte: Figura produzida pelo autor.

e da QED, ela pode conter novos operadores, gerados por uma nova física em escalas de distâncias muito curtas.

Em teoria de perturbação, expande-se os coeficientes de Wilson como [35]:

$$C_i = C_i^{(0)} + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_i^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 C_i^{(2)} + O(\alpha_s^3), \quad (96)$$

em que  $C_i^{(n)}$  denota a contribuição de  $n$  laços. A contribuição a nível de árvore  $C_i^{(0)}$ , desaparece para todos os operadores exceto para  $O_2$  e  $O_9$  (para  $O_9$  apenas devido à normalização escolhida para os operadores). Atualmente, esses coeficientes são conhecidos dentro do SM em NNLO (2 laços) [42] [43]. Contudo, 1 laço é suficiente para incluir contribuições de uma nova física.

Ademais, pode-se absorver os efeitos dos operadores  $O_{1-6}$  em coeficientes de Wilson efetivos, uma vez que os operadores correspondentes se mesclam na renormalização [44]:

$$C_7^{\text{eff}}(\mu) = \frac{4\pi}{\alpha_s} C_7(\mu) + \sum_{i=1}^6 y_i C_i(\mu) \quad (97)$$

$$= \frac{4\pi}{\alpha_s} C_7(\mu) - \frac{1}{3} C_3(\mu) - \frac{4}{9} C_4(\mu) - \frac{20}{3} C_5(\mu) - \frac{80}{9} C_6(\mu), \quad (98)$$

$$C_9^{\text{eff}}(\mu, q^2) = \frac{4\pi}{\alpha_s} C_9(\mu) + \sum_{i=1}^6 f_i(q^2, \mu) C_i(\mu), \quad (99)$$

$$C_{10}^{\text{eff}}(\mu) = \frac{4\pi}{\alpha_s} C_{10}(\mu). \quad (100)$$

de sorte que eles são independentes do esquema de regularização utilizado. Aqui,  $q^\mu = P_B^\mu - P_K^\mu$ . Os valores dos coeficientes podem ser vistos na Fig. 11.

O hamiltoniano efetivo resultante correspondente à equação 95 é, portanto,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\ell^+\ell^-} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{e^2}{16\pi^2} V_{ts}^* V_{tb} \left[ -\frac{iC_7^{\text{eff}}(\mu_b) m_b}{q^2} \bar{s} \sigma_{\mu\nu} q^\nu P_R b \bar{\ell} \gamma^\mu \ell + \right. \\ &+ \left. C_9^{\text{eff}}(\mu_b) \bar{s} \gamma_\mu P_L b \bar{\ell} \gamma^\mu \ell + C_{10}(\mu_b) \bar{s} \gamma_\mu P_L b \bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell \right], \end{aligned} \quad (101)$$

na qual foi usado

$$F^{\nu\mu} = \frac{-ie}{q^2} q^\nu \bar{\ell} \gamma^\mu \ell. \quad (102)$$

	$\mu_b$ [GeV]			
	2.0	4.2	4.8	5.0
$C_1$	-0.492	-0.294	-0.264	-0.255
$C_2$	1.033	1.017	1.015	1.014
$C_3$	-0.0133	-0.0059	-0.0051	-0.0048
$C_4$	-0.147	-0.087	-0.080	-0.078
$C_5$	0.0009	0.0004	0.0004	0.0003
$C_6$	0.0030	0.0011	0.0009	0.0009
$C_7^{\text{eff}}$	-0.3189	-0.2957	-0.2915	-0.2902
$C_8^{\text{eff}}$	-0.1780	-0.1630	-0.1606	-0.1599
$C_9$	4.349	4.114	4.053	4.033
$C_{10}$	-4.220	-4.193	-4.189	-4.187

Figura 11 – Valores numéricos dos coeficientes de Wilson, das transições com  $\Delta B = 1$  e independentemente do lépton final, na escala da massa do quark  $b$ ,  $\mu_b$ , para quatro escolhas diferentes de  $\mu_b$ , com precisão NNLO. Fonte: Figura retirada de [45].

De fato, se  $k_1$  ( $x_1$  no espaço das posições) é o quadrimomento do lépton e  $k_2$  ( $x_2$  no espaço das posições) do anti-lépton, então, partindo das equações de Maxwell no espaço das posições, pode-se mostrar que a expressão 102 é verdadeira. Em termos do tensor eletromagnético, a equação de Maxwell que envolve a corrente pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} F^{\nu\mu}(x_1, x_2) = e \bar{\ell}(x_2) \gamma^\mu \ell(x_1). \quad (103)$$

É possível escrever os espinores e o tensor como transformadas de Fourier

$$\begin{aligned} e \bar{\ell}(x_2) \gamma^\mu \ell(x_1) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 d^4 k_2 e^{ik_1 \cdot x_1} e^{ik_2 \cdot x_2} e \bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(k_1), \quad (104) \\ \frac{\partial}{\partial x^\nu} F^{\nu\mu}(x_1, x_2) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \int d^4 k_1 d^4 k_2 e^{ik_1 \cdot x_1} e^{ik_2 \cdot x_2} F^{\nu\mu}(k_1, k_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 d^4 k_2 e^{ik_1 \cdot x_1} e^{ik_2 \cdot x_2} i(k_{1\nu} + k_{2\nu}) F^{\nu\mu}(k_1, k_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 d^4 k_2 e^{ik_1 \cdot x_1} e^{ik_2 \cdot x_2} i q_\nu F^{\nu\mu}(k_1, k_2). \quad (105) \end{aligned}$$

Comparando os termos, chega-se à relação

$$i q_\nu F^{\nu\mu}(k_1, k_2) = e \bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(k_1), \quad (106)$$

que é equivalente à equação 102 (basta substituir o tensor  $F^{\nu\mu}$  que é possível concluir a equivalência).

### 3.2.2 Razão de ramificação

Nesta seção, exporei a análise usada para calcular a razão de ramificação do decaimento  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  via  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  realizada por [46]. Após todas as ponderações já feitas até então, o hamiltoniano efetivo importante para o decaimento  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  via  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  é dado por:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} [C_7^{\text{eff}} O_7 + C_9^{\text{eff}} O_9 + C_{10} O_{10}], \quad (107)$$

com os operadores remanescentes

$$O_7 = \frac{em_b}{8\pi^2} [\bar{s}_\alpha \sigma_{\mu\nu} P_R b_\alpha] F^{\mu\nu}, \quad (108)$$

$$O_9 = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\mu \ell], \quad (109)$$

$$O_{10} = \frac{e^2}{16\pi^2} [\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha] [\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell], \quad (110)$$

na escala  $\mu_b \sim 4.8$  GeV.

A amplitude de espalhamento é obtida tomando-se o "sanduíche" do hamiltoniano efetivo com os estados final e inicial do processo:

$$\mathcal{M}[B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-] = \langle K\ell^+\ell^- | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B \rangle. \quad (111)$$

Quando tem-se algo do tipo  $\langle X\ell^+\ell^- | j_\ell j_q | B \rangle$  para uma corrente leptônica,  $j_\ell$ , e uma quarkônica,  $j_q$ , é possível reescrever o sanduíche como:

$$\langle X\ell^+\ell^- | j_\ell j_q | B \rangle \approx \langle \ell^+\ell^- | j_\ell | 0 \rangle F(q^2) + \text{correções não fatorizáveis}. \quad (112)$$

$F(q^2)$  é um fator de forma e  $q^2$  é o quadrado da massa invariante do dilépton. Na literatura, em geral, trata-se apenas da parte fatorizável. Para o caso em questão, os elementos de matriz hadrônicos responsáveis pelo decaimento  $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$  são parametrizados, em geral, como:

$$\begin{aligned} J^\mu &:= \langle K | \bar{s} \gamma^\mu P_{R,L} b | B \rangle = \langle K | \bar{s} \gamma^\mu b | B \rangle = \frac{1}{2} [P^\mu F_+(q^2) + q^\mu F_-(q^2)], \\ J_\mu^T &:= \langle K | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu b | B \rangle = [P_\mu q^2 - (M_B^2 - M_K^2) q_\mu] \frac{F_T(q^2)}{2(M_B + M_K)}, \end{aligned} \quad (113)$$

em que  $P := P_B + P_K$  e  $q = P_B - P_K$  é o quadrimomento transferido ao dilépton e  $4m_\ell^2 \leq q^2 \leq (M_B - M_K)^2 \ll M_B^2$ . Embora possa diferir a forma com que são definidos os fatores de forma na literatura, os tratamentos são equivalentes.

A amplitude de transição para o decaimento pode, portanto, ser reescrita em termos dos fatores de forma

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-] &= \langle K^+ \ell^+ \ell^- | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B \rangle \\ &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{4\pi} V_{ts}^* V_{tb} \left\{ \left[ C_9^{\text{eff}} J_\mu - \frac{m_b}{q^2} C_7^{\text{eff}} J_\mu^T \right] \bar{\ell} \gamma^\mu \ell + C_{10} J_\mu \bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell \right\}. \end{aligned}$$

Minha intenção, agora, é mostrar a dedução da taxa de decaimento  $\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-)$  seguindo [46]. Como é sabido e pode ser encontrado em vários livros-texto, e.g. [34] [36], a **taxa de decaimento diferencial** é dada por:

$$d\Gamma(A \rightarrow BC) = \frac{1}{2M_A} \overline{|\mathcal{M}|^2} d\Pi(P_A; p_B, p_C), \quad (114)$$

em que  $M_A$  é a massa da partícula que decai,  $P_A$  seu momento e  $p_{B,C}$  os momentos das partículas do estado final e  $d\Pi(P_A; p_B, p_C)$  é o elemento de volume do espaço de fase. Para não sobrecarregar a notação, define-se:

$$\hat{s} := \frac{q^2}{M_B^2}, \quad \hat{m}_\ell := \frac{m_\ell^2}{M_B^2}, \quad \hat{r} := \frac{M_K^2}{M_B^2}. \quad (115)$$

Então, a primeira coisa a ser feita é tomar o módulo ao quadrado do elemento de matriz 111 e sua média sobre os spins. Se for usado  $m_b \approx M_B$ , tem-se:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{(2S_B + 1)(2S_K + 1)} \sum_{\text{spin}} |\mathcal{M}|^2 \quad (116)$$

$$= \frac{G_F^2 \alpha^2}{2\pi^2} \left\{ \left[ 2(P \cdot p_\ell)(P \cdot p_{\bar{\ell}}) - \frac{P^2 q^2}{2} \right] F_{T+} + 2 \frac{\hat{m}_\ell}{\hat{s}} \mathcal{F}_{0+} \right\}, \quad (117)$$

em que  $S_{B,K}$  são os spins dos mésons  $B^+$  e  $K^-$  respectivamente, a soma é sobre os spins do dilépton e

$$\mathcal{F}_{0+} := |C_{10}|^2 \{ [q^2 P^2 - (P \cdot q)^2] |F_+|^2 + (P \cdot q)^2 |F_0|^2 \}, \quad (118)$$

$$F_{T+} := \left| C_9^{\text{eff}} F_+ - \frac{C_7^{\text{eff}}}{1 + \sqrt{\hat{r}}} F_T \right|^2 + |C_{10}|^2 |F_+|^2, \quad (119)$$

$$F_0(q^2) := F_+(q^2) + \frac{q^2}{M_B^2 - M_K^2} F_-(q^2), \quad (120)$$

com  $\lambda$  sendo a **função de Källén**  $\lambda(x, y, z) := x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$ . No referencial de repouso do méson  $B$ , o quadrimomento dele simplifica-se  $P_B = (M_B, \vec{0})$ , logo é possível encontrar os seguintes invariantes

$$\begin{aligned}
P^2 q^2 &= M_B^4 + M_K^4 + 2M_B^2 M_K^2 - 4M_B^2 E_K^2 = M_B^4 + M_K^4 - 2M_B^2 M_K^2 - 4M_B^2 |\vec{P}_K|^2, \\
(P \cdot q)^2 &= M_B^4 + M_K^4 - 2M_B^2 M_K^2.
\end{aligned}$$

Com isso, há uma simplificação no fator de forma da equação 118

$$\mathcal{F}_{0+} = |C_{10}|^2 \left[ -4M_B^2 |\vec{P}_K|^2 |F_+|^2 + (M_B^2 - M_K^2)^2 |F_0|^2 \right] \quad (121)$$

$$= M_B^2 |C_{10}|^2 \left[ -4|\vec{P}_K|^2 |F_+|^2 + M_B^2 (1 - \hat{r})^2 |F_0|^2 \right] \quad (122)$$

$$= M_B^4 F_{0+}. \quad (123)$$

Na última linha foi feita uma redefinição a fim de simplificar um pouco algumas contas. A média da amplitude ao quadrado fica, então,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{M_B^2 G_F^2 \alpha^2}{\pi^2} \left\{ \left[ |\vec{P}_K|^2 - (E_\ell - E_{\bar{\ell}})^2 \right] F_{T+} + \frac{\hat{m}_\ell}{\hat{s}} M_B^2 F_{0+} \right\}. \quad (124)$$

Para o caso que está sendo tratado,  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , o elemento de volume do espaço de fases é dado por:

$$d\Pi := (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_B - P_K - P_\ell - P_{\bar{\ell}}) \left( \frac{d^3 \vec{P}_K}{(2\pi)^3 2E_K} \right) \left( \frac{d^3 \vec{P}_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \right) \left( \frac{d^3 \vec{P}_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}} \right).$$

Além disso, ele pode ser reescrito de um modo mais conveniente que facilitará na hora de fazer as integrais. Para isso, usarei a seguinte relação:

$$\begin{aligned}
\delta(p_j^2 - m_j^2) d^4 p_j &= \delta(E_j^2 - (|\vec{p}_j|^2 + m_j^2)) d^4 p_j \\
&= \delta(E_j^2 - (|\vec{p}_j|^2 + m_j^2)) d^3 \vec{p}_j dE_j \\
&= \frac{1}{2\sqrt{|\vec{p}_j|^2 + m_j^2}} \left( \delta \left( E_j + \sqrt{|\vec{p}_j|^2 + m_j^2} \right) + \delta \left( E_j - \sqrt{|\vec{p}_j|^2 + m_j^2} \right) \right) dE_j d^3 \vec{p}_j \\
&\stackrel{\text{int}}{=} \frac{d^3 \vec{p}_j}{2E_j},
\end{aligned} \quad (125)$$

em que  $p_j$  é o quadrimomento,  $E_j = \sqrt{|\vec{p}_j|^2 + m_j^2}$  e na última linha foi realizada a integração em  $dE_j$ . Além disso, foi usada a propriedade da delta de Dirac

$$\delta(g(x)) = \sum_{x_0} \frac{\delta(x - x_0)}{|g'(x_0)|}, \quad (126)$$

em que os pontos  $x_0$  são tais que  $g(x_0) = 0$  e  $g'(x_0) \neq 0$ . Assim, é mais conveniente usar a medida não integrada:

$$\begin{aligned}
d\Pi' &= \frac{1}{(2\pi)^5} \delta^{(4)}(P_B - P_K - P_\ell - P_{\bar{\ell}}) (d^3\vec{P}_K)(d^3\vec{P}_\ell)(d^3\vec{P}_{\bar{\ell}}) \times \\
&\quad \times \delta(P_K^2 - M_K^2) \delta(P_\ell^2 - m_\ell^2) \delta(P_{\bar{\ell}}^2 - m_{\bar{\ell}}^2) dE_K dE_\ell dE_{\bar{\ell}}, \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5} \delta^{(4)}(P_B - P_K - P_\ell - P_{\bar{\ell}}) (d^3\vec{P}_K)(d^3\vec{P}_\ell)(d^4\vec{P}_{\bar{\ell}}) \times \\
&\quad \times \delta(P_K^2 - M_K^2) \delta(P_\ell^2 - m_\ell^2) \delta(P_{\bar{\ell}}^2 - m_{\bar{\ell}}^2) dE_K dE_\ell \\
&\stackrel{\text{int}}{=} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_B - P_K - P_\ell - P_{\bar{\ell}}) \left( \frac{d^3\vec{P}_K}{(2\pi)^3 2E_K} \right) \left( \frac{d^3\vec{P}_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \right) \left( \frac{d^3\vec{P}_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}} \right) \\
&= d\Pi.
\end{aligned}$$

Da primeira para a segunda linha foi feito  $d^3\vec{P}_{\bar{\ell}} dE_{\bar{\ell}} = d^4P_{\bar{\ell}}$ . Para simplificar ainda mais o elemento de volume  $d\Pi$ , realiza-se a integração sobre  $P_{\bar{\ell}}$  usando a delta, escrevem-se os elementos de volume tridimensionais remanescentes em coordenadas esféricas,  $d^3\vec{P}_j = |\vec{P}_j|^2 d|\vec{P}_j| d\Omega_j$  e usa-se novamente a propriedade 126 da delta de Dirac

$$d\Pi' = \frac{1}{(2\pi)^5} \delta\left((P_B - P_K - P_\ell)^2 - m_\ell^2\right) \frac{1}{4} \sqrt{E_K^2 - M_K^2} \sqrt{E_\ell^2 - m_\ell^2} dE_K dE_\ell d\Omega_K d\Omega_\ell. \quad (127)$$

Abrindo a parte de dentro da delta de Dirac (o que ajudará a definir os limites futuros de integração), consegue-se:

$$\delta\left(M_B^2 + M_K^2 + m_\ell^2 + 2E_K E_\ell - 2M_B E_\ell - 2M_B E_K - 2|\vec{P}_K||\vec{P}_\ell| \cos(\theta)\right), \quad (128)$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o momento linear do lépton e do káon. Depois de realizar-se as integrações sobre os ângulos sólidos, o resultado se simplifica para:

$$\int_{\Omega} d\Pi' = \frac{\pi^2}{(2\pi)^5} dE_K dE_\ell. \quad (129)$$

Portanto, usando as equações 124 e 129 na equação 114, pode-se escrever finalmente a taxa de decaimento diferencial:

$$d\Gamma = \frac{M_B G_F^2 \alpha^2}{64\pi^5} \left\{ \left[ |\vec{P}_K|^2 - (2E_\ell + E_K - M_B)^2 \right] F_{T+} + \frac{\hat{m}_\ell}{\hat{s}} M_B^2 F_{0+} \right\} dE_K dE_\ell. \quad (130)$$

Finaliza-se com a integração sobre  $E_\ell$ , com  $dE_K = \frac{M_B}{2} d\hat{s}$  e usando os limites de integração advindos da delta de Dirac:

$$E_\ell^\pm = \frac{(M_B - E_K) \pm |\vec{P}_K| \sqrt{1 - 4\frac{\hat{m}_\ell}{\hat{s}}}}{2}, \quad (131)$$

lembrando que  $\hat{m}_\ell := \frac{m_\ell^2}{M_B^2}$  e  $\hat{s} := \frac{q^2}{M_B^2}$ . Para conseguir estes limites, basta resolver a equação de segundo grau envolvendo  $E_\ell$

$$M_B^2 + M_K^2 + m_\ell^2 + 2E_K E_\ell - 2M_B E_\ell - 2M_B E_K - 2|\vec{P}_K||\vec{P}_\ell| \cos(\theta) = 0, \quad (132)$$

advinda de 128, para  $\theta = 0, \pi$ .

Ao final, usando  $|\vec{P}_K|^2 = \frac{M_B^2 \lambda(1, \hat{s}, \hat{r})}{4}$  (um resultado não é muito difícil de provar que será demonstrado no capítulo "Leptoquark") consegue-se [46]:

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{s}} = \frac{M_B^5 G_F^2 \alpha^2}{1536 \pi^5} |V_{ts}^* V_{tb}|^2 \lambda(1, \hat{s}, \hat{r})^{1/2} \left(1 - \frac{4\hat{m}_\ell}{\hat{s}}\right)^{1/2} \left[ \lambda(1, \hat{s}, \hat{r}) \left(1 + \frac{2\hat{m}_\ell}{\hat{s}}\right) F_{T+} + \frac{6\hat{m}_\ell}{\hat{s}} F_{0+} \right]. \quad (133)$$

Na região de alto recuo do méson  $K$ , sua energia  $E_K$  é grande comparada ao tamanho típico das energias de ligações hadrônicas,  $\Lambda_{QCD} \ll E_K$ , e  $q^2$  é pequena. A **razão de ramificação** diferencial é obtida de sua definição envolvendo  $\Gamma$ ,

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\hat{s}} \text{BR} (B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-) &= \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}} \frac{d}{d\hat{s}} \Gamma (B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-) \\ &= \frac{\alpha |V_{ts}^* V_{tb}|^2}{24 \pi^2 |V_{cb}|^2} \lambda(1, \hat{s}, \hat{r})^{1/2} \left(1 - \frac{4\hat{m}_\ell}{\hat{s}}\right)^{1/2} \left[ \lambda(1, \hat{s}, \hat{r}) \left(1 + \frac{2\hat{m}_\ell}{\hat{s}}\right) F_{T+} + \frac{6\hat{m}_\ell}{\hat{s}} F_{0+} \right], \end{aligned} \quad (134)$$

com o *total width* sendo aproximadamente [47] [48]:

$$\Gamma_{\text{tot}} = \frac{1}{\tau_B} \approx \frac{M_B^5 G_F^2}{64 \pi^3} |V_{cb}|^2 \quad (135)$$

sendo a taxa de decaimento de todos os decaimentos  $B^+ \rightarrow X$  possíveis ("decay width") e  $\tau_B$  a vida média do méson  $B$  (tempo de estabilidade do méson antes de decair). O valor tabelado é [7]:

$$\tau_{B^+} = (1.638 \pm 0.004) \text{ ps.}$$

O que falta para poder fazer-se uma predição da razão de ramificação BR são os fatores de forma. Então, mostrarei uma maneira de obtê-los ainda seguindo [46].

Considere uma transição entre dois mésons,  $P_1 = q_1 \bar{q} \rightarrow P_2 = q_2 \bar{q}$  (no caso  $B^+$ ,  $\bar{q} = \bar{u}$ ). No referencial  $q^+ = (P_1 - P_2)^+ = 0$ , as variáveis de momento estão relacionadas como:

$$p_i^+ = (1 - z) P_i^+, \quad p_{\bar{q}}^+ = z P_1^+ = z P_2^+, \quad (136)$$

$$\vec{p}_{i\perp} = (1 - z) \vec{P}_{i\perp} + \vec{k}_{i\perp}, \quad \vec{p}_{\bar{q}\perp} = z \vec{P}_{1\perp} - \vec{k}_{1\perp} = z \vec{P}_{2\perp} - \vec{k}_{2\perp}, \quad (137)$$

para  $z \in [0, 1]$  e  $i = 1, 2$  ( $P_1 = B$  e  $P_2 = K$ ). Tais relações são a manifestação das conservações de momento longitudinal e transversal, uma vez que  $p_i^+ + p_{\bar{q}}^+ = (1-z)P_i^+ + zP_{\bar{q}}^+ = P_i^+$  e  $\vec{p}_{i\perp} + \vec{p}_{\bar{q}\perp} = \vec{P}_{i\perp}$ . O vetor  $\vec{k}_{i\perp}$  é o momento relativo entre eles.

A função de onda dos mésons no modelo de dipolo está definida no referencial de momento infinito (IMF) do par quark-antiquark, e ela que define o estado do méson a partir de [49]:

$$|P_i\rangle = \psi_{q\bar{q}} |q\bar{q}\rangle + \psi_{q\bar{q}g} |q\bar{q}g\rangle + \dots = \Psi_{Q_i\bar{Q}\rightarrow P_i}(z, \vec{k}_{\perp}, \lambda_i, \lambda_{\bar{q}}) |Q_i\bar{Q}\rangle. \quad (138)$$

Esta expressão aproxima as contribuições dos quarks de mar por uma função de onda efetiva e o estado de quarks constituintes. A função de onda (no IMF) é fatorada em duas partes, uma radial e a outra spin-órbita:

$$\Psi_{Q_i\bar{Q}\rightarrow P_i}^{J, J_z}(z, \vec{k}_{i\perp}, \lambda_i, \lambda_{\bar{q}}) = \Phi(z, \vec{k}_{i\perp}) \otimes \mathcal{R}_{J, J_z}(z, \vec{k}_{i\perp}, \lambda_i, \lambda_{\bar{q}}) \quad (139)$$

$$= \Phi(z, \vec{k}_{i\perp}) \otimes \langle \xi_{\lambda_1}, \xi_{\lambda_{\bar{q}}} | J, J_z \rangle. \quad (140)$$

O problema é que, em geral, a função de onda dos mésons são obtidas em seu referencial de repouso, pois nele é possível encontrar soluções para a equação de Schroedinger não relativística para diversos potenciais de interação do par quark-antiquark, as quais serão identicamente associadas às funções de onda [50]. Então, considere o referencial de repouso do méson  $P_1$ ,  $\vec{P}_{1\perp} = 0$  e, portanto  $\vec{p}_{1\perp} = \vec{k}_{1\perp}$  e  $\vec{p}_{\bar{q}\perp} = -\vec{k}_{1\perp}$ . É observado que tanto as massas quanto as propriedades hadrônicas do estado fundamental de estados de mésons pseudo-escalares e vetoriais pode ser bem reproduzida tomando a função de onda do estado harmônico 1S dada por [51]:

$$\phi(|\vec{k}_1|) = \left( \frac{1}{\pi^{3/2} \beta^3} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{|\vec{k}_1|^2}{2\beta^2} \right), \quad (141)$$

em que  $|\vec{k}_1|^2 = |\vec{k}_{1\perp}|^2 + k_{1z}(z)^2$  e  $\beta$  é um parâmetro variacional. A função de onda completa do méson  $P_1$  no referencial de repouso é dada pelo produto tensorial entre esta parte radial e a parte spin órbita:

$$\psi(P) = \phi(|\vec{P}|) \otimes \langle \lambda_1, \lambda_{\bar{q}} | J, J_z \rangle, \quad (142)$$

em que  $|\lambda\rangle$ , em sua forma matricial, são os espinores de Pauli,  $\chi_{\frac{1}{2}} = (1, 0)^T$  e  $\chi_{-\frac{1}{2}} = (0, 1)^T$ .

Para encontrar a relação entre as duas funções de onda, basta usar a conservação da densidade de probabilidade:

$$d^3P |\phi(|\vec{P}|)|^2 = d^2\vec{k}_{\perp} dz |\Phi(z, \vec{k}_{\perp})|^2. \quad (143)$$

A medida é encontrada usando o fato de a massa do méson  $P_1$  ser independente do referencial. Por um lado, no IMF a massa (massa livre, sem considerar a energia de ligação) pode ser obtida a partir da conservação de momento  $P_1^- = p_1^- + p_{\bar{q}}^-$ :

$$M_1^2 = \frac{|\vec{k}_{1\perp}|^2 + m_1^2}{1-z} + \frac{|\vec{k}_{1\perp}|^2 + m_{\bar{q}}^2}{z}. \quad (144)$$

Por outro lado, no referencial de repouso do méson  $P_1$ , por conservação de energia tem-se:

$$M_1 = \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + m_1^2} + \sqrt{|\vec{p}_{\bar{q}}|^2 + m_{\bar{q}}^2}. \quad (145)$$

Assim é possível descobrir  $|\vec{p}_1|^2 = |\vec{p}_{1\perp}|^2 + p_{1z}^2$  e  $|\vec{p}_{\bar{q}}|^2 = |\vec{p}_{\bar{q}\perp}|^2 + p_{\bar{q}z}^2$ . A partir disto, e usando  $d^3P = dP_z d^2\vec{P}_\perp$ , chega-se à seguinte relação entre as componentes das funções de onda:

$$\Phi(z, \vec{k}_{1\perp}) = \sqrt{\frac{\partial k_{1z}}{\partial z}} \phi(|\vec{p}|), \quad (146)$$

em que o fator de Terentev [52] é:

$$\frac{\partial k_{1z}}{\partial z} = \frac{M_1}{4z(1-z)} \left[ 1 - \left( \frac{m_1^2 - m_{\bar{q}}^2}{M_1^2} \right)^2 \right]. \quad (147)$$

A parte spin-órbita dos dois referenciais está relacionada pela **transformação de Melosh**  $R$ , independente de interação,

$$\xi_{\lambda_1}(z, \vec{k}_{1\perp}) = R(1-z, \vec{k}_{1\perp}, m_1) \chi_{\lambda_1}(P), \quad \xi_{\lambda_{\bar{q}}}(z, \vec{k}_{1\perp}) = R(z, -\vec{k}_{1\perp}, m_{\bar{q}}) \chi_{\lambda_{\bar{q}}}(P), \quad (148)$$

ou  $|\xi\rangle = R|\lambda\rangle$  e a rotação  $R$  é dada por

$$R(z, \vec{k}_\perp, m) := \frac{m + zM_1 + i\vec{\sigma} \cdot (\hat{n} \times (\vec{k}_\perp, k_z)^T)}{\sqrt{(m + zM_1)^2 + k_\perp^2}}. \quad (149)$$

Esta transformação muda a função de onda spin-órbita do referencial de momento infinito (IMF) para o referencial de repouso do méson e vice versa. Aqui,  $\hat{n} = (0, 0, 1)^T$  e  $\vec{\sigma}$  são as matrizes de Pauli. Para o caso tratado [53], como é usado o estado fundamental,  $J = 0, J_z = 0$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{J=0, J_z=0}(z, \vec{k}_{1\perp}, \lambda_1, \lambda_{\bar{q}}) &= \langle \xi_{\lambda_1}, \xi_{\lambda_{\bar{q}}} | J = 0, J_z = 0 \rangle \\ &= \sum_{s_1, s_2 = \pm \frac{1}{2}} \langle \lambda_1 | R^\dagger(1-z, \vec{k}_\perp, m_1) | s_1 \rangle \langle \lambda_{\bar{q}} | R^\dagger(z, -\vec{k}_\perp, m_{\bar{q}}) | s_2 \rangle \left\langle \frac{1}{2}, s_1, \frac{1}{2}, s_2 \middle| J = 0, J_z = 0 \right\rangle \\ &= \frac{\bar{u}(p_1, \lambda_1) \gamma^5 v(p_{\bar{q}}, \lambda_{\bar{q}})}{\sqrt{2} \sqrt{M_1^2 - (m_1 - m_{\bar{q}})^2}}, \end{aligned} \quad (150)$$

em que  $\langle \frac{1}{2}, s_1, \frac{1}{2}, s_2 | J = 0, J_z = 0 \rangle$  são coeficientes de Clebsch-Gordan. O vértice de um méson pseudo-escalar tem um fator  $\gamma^5$  nas regras da teoria de perturbação do cone de luz. Para realizar os cálculos, basta notar que  $J_3 = \lambda_1 + \lambda_{\bar{q}} = 0$  e, após muita manipulação, é possível checar as igualdades. Aqui, os espinores de Dirac no cone de luz,  $u$  e  $v$ , são dados por:

$$u(p, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{p^+}}(\not{p} + m)u(\lambda), \quad u\left(\frac{1}{2}\right) = (1, 0, 0, 0)^T, \quad u\left(-\frac{1}{2}\right) = (0, 0, 0, 1)^T, \quad (151)$$

$$v(p, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{p^+}}(\not{p} - m)v(\lambda), \quad v(\lambda) = u(-\lambda). \quad (152)$$

Memorando a equação 133, é perceptível que apenas dois fatores de forma  $F_+$  e  $F_T$  são necessários para o processo raro exclusivo semileptônico  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  no caso de os léptons serem não maciços ( $m_\ell = 0$ ), que é de fato a convenção dominante nas análises uma vez que as massas dos léptons  $\mu$  e  $e$  são muito pequenas se comparadas à massa do quark bottom. A fim de encontrar uma expressão para estes fatores de forma, é feito todo o mesmo tratamento para  $P_2$  e é usada a expansão em funções de onda do cone de luz:

$$\begin{aligned} & \langle P_2 | \bar{q}_2 \Gamma^\mu q_1 | P_1 \rangle \\ &= \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \bar{\lambda}} \int dz d^2\vec{k}_{1\perp} \sqrt{\frac{\partial k_z}{\partial z}} \sqrt{\frac{\partial k'_z}{\partial z}} \left( \Psi_{\lambda_2, \bar{\lambda}}^{00}(z, \vec{k}_{2\perp}) \right)^\dagger \frac{\bar{u}_{\lambda_2}(p_2)}{\sqrt{p_2^+}} \Gamma^\mu \frac{u_{\lambda_1}(p_1)}{\sqrt{p_1^+}} \Psi_{\lambda_1, \bar{\lambda}}^{00}(z, \vec{k}_{1\perp}), \end{aligned} \quad (153)$$

em que  $\bar{\lambda}$  é o spin de  $\bar{q}$ ,  $\Gamma^\mu = \gamma^\mu P_L$  para  $J^\mu$  e  $\Gamma^\mu = i\gamma^{\mu\nu} q_\nu P_R$  para  $J_T^\mu$  da equação 113. Aqui,  $u_{\lambda_i}$  é o espinor do quark  $q_i$ . Comparando a equação 153 com as expressões de  $J^\mu$  e  $J_T^\mu$ , equação 113, descobre-se que os fatores de forma fracos são da forma:

$$F_+(|\vec{q}_\perp|^2) = \int_0^1 dx \int d^2\vec{k}_{1\perp} H(z, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_{2\perp}) \phi_2(z, \vec{k}_{2\perp}) \phi_1(z, \vec{k}_{1\perp}) \frac{A_1 A_2 + \vec{k}_{1\perp} \cdot \vec{k}_{2\perp}}{\sqrt{A_1^2 + |\vec{k}_{1\perp}|^2} \sqrt{A_2^2 + |\vec{k}_{2\perp}|^2}}, \quad (154)$$

$$\begin{aligned} F_T(|\vec{q}_\perp|^2) &= - \int_0^1 dz \int d^2\vec{k}_{1\perp} H(z, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_{2\perp}) \phi_2(z, \vec{k}_{2\perp}) \phi_1(z, \vec{k}_{1\perp}) \\ &\times \frac{M_B + M_K}{(1-z)\hat{M}_1\hat{M}_2} \left[ (m_2 - m_1) \frac{\vec{k}_\perp \cdot \vec{q}_\perp}{|\vec{q}_\perp|^2} + A_1 \right], \end{aligned} \quad (155)$$

com o fator de Terentev  $H$  dado por

$$H(x, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_{2\perp}) := \sqrt{\frac{\partial k_{2z}}{\partial z}} \sqrt{\frac{\partial k_{1z}}{\partial z}}, \quad (156)$$

e  $A_i := zm_i + (1-z)m_{\bar{q}}$  ( $i = 1, 2$  representando os quarks  $s$  e  $b$  e  $\bar{q} = \bar{u}$ ),  $\hat{M}_i := \sqrt{M_i^2 - (m_i - m_{\bar{q}})^2}$ ,  $\vec{k}_{2\perp} = \vec{k}_\perp - z\vec{q}_\perp$ .

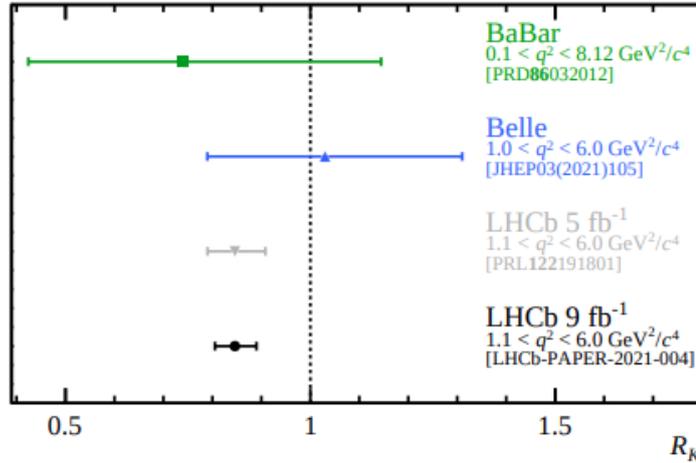


Figura 12 – Comparação entre as medidas de  $R_K$ . Além do resultado do LHCb, também são mostradas as medidas das colaborações BaBar [56] e Belle [57] [58], que combinam decaimentos  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  e  $B^0 \rightarrow K_s^0 \ell^+ \ell^-$ . A linha tracejada vertical indica a previsão SM. Fonte: Figura retirada de [41].

A **fração de ramificação** é definida como a razão entre as razões de ramificação dos dois decaimentos. No caso dos decaimentos  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , com  $\ell = e, \mu$ , para calcular  $R_K^{[a,b]}$  em um intervalo de energia  $[a, b]$  para a massa invariante do dilépton, basta fazer

$$R_K^{[a,b]} = \int_{[a,b]} \frac{d\text{BR}(B \rightarrow K e^+ e^-) / d\hat{s}}{d\text{BR}(B \rightarrow K \mu^+ \mu^-) / d\hat{s}} d\hat{s}. \quad (157)$$

Como a força forte não se acopla diretamente aos léptons, seu efeito nos decaimentos  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  e  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  é idêntico. Devido à massa pequena de  $\mu$  e  $e$  comparada com  $b$ , é previsto que  $R_K$  esteja próximo da identidade,  $R_K^{[1,6]} = 1.00(1)$  [54] [55].

### 3.2.3 Outros decaimentos problemáticos

Há vários anos as discrepâncias entre o valor medido e o valor teórico em decaimentos raros vêm sendo reportadas. Entre os experimentos que obtiveram valores problemáticos, estão o BaBar, LHCb e o Belle. Os três reportaram várias anomalias envolvendo o processos  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  e  $b \rightarrow c \ell \nu$ .

Os decaimentos  $B \rightarrow K^{0*} \ell^+ \ell^-$ , que também procedem via  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$  apesar de terem uma dinâmica mais complicada, também apresentaram discrepâncias no observável:

$$R_{K^{0*}} := \frac{\text{BR}(B \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B \rightarrow K^{0*} e^+ e^-)}. \quad (158)$$

A medida mais precisa de  $R_{K^{0*}}$ , a partir de um processo análogo ao de  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , é o da análise do Run-1 do LHCb que encontrou [59]:

$$R_{K^{0*}} = \begin{cases} 0.66_{-0.07}^{+0.11} \pm 0.03, & \text{para } 0.045 \text{ GeV}^2 < q^2 < 1.1 \text{ GeV}^2, \\ 0.69_{-0.07}^{+0.11} \pm 0.05, & \text{para } 1.1 \text{ GeV}^2 < q^2 < 6 \text{ GeV}^2. \end{cases} \quad (159)$$

Os resultados para ambas regiões de  $q^2$  estão em tensão com as predições do modelo padrão [55],  $R_{K^{0*}}^{\text{SM}} \approx 1$ , por  $\sim 2.5\sigma$  cada um. E o resultado final, que chamou a atenção de toda a comunidade científica, com  $3.1\sigma$  de significância sendo a medida mais precisa até então, foi de [41]

$$R_K = 0.846_{-0.039-0.012}^{+0.042+0.013}, \text{ para } q^2 \in [1.1, 6.0] \text{ GeV}^2, \quad (160)$$

em que a primeira incerteza é estatística e a segunda, sistemática.

Contudo, há de se ressaltar que, medidas recentes de  $R_{K^{0*}}$  e  $R_K$  pelo Belle, forneceram [57] [58]

$$R_{K^{0*}} = \begin{cases} 0.90_{-0.21}^{+0.27} \pm 0.10, & \text{para } 0.1 \text{ GeV}^2 < q^2 < 8 \text{ GeV}^2, \\ 1.18_{-0.32}^{+0.52} \pm 0.10, & \text{para } 15 \text{ GeV}^2 < q^2 < 19 \text{ GeV}^2, \end{cases} \quad (161)$$

e

$$R_K = \begin{cases} 0.98_{-0.23}^{+0.27} \pm 0.06, & \text{para } 1 \text{ GeV}^2 < q^2 < 6 \text{ GeV}^2, \\ 1.11_{-0.26}^{+0.29} \pm 0.07, & \text{para } 14.18 \text{ GeV}^2 < q^2, \end{cases} \quad (162)$$

que são compatíveis tanto com as previsões do SM quanto com o resultado mais recente do LHCb. A comparação entre as medidas pode ser vista na Fig. 12.

Além do decaimento belo  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ , há uma aparente violação na universalidade leptônica nos decaimentos  $B \rightarrow D^{(*)} \tau \nu_\tau$ . Esses decaimentos, diferentemente do decaimento belo, procedem dentro do SM em nível de árvore e são governados pelo elemento CKM  $|V_{cb}|$ . Tais decaimentos não são realmente raros. O hamiltoniano efetivo relevante para esse processo dentro do SM é [60] [35] [61] [62]:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = 2\sqrt{2}G_F V_{cb} [(1 + C_V)O_V + C_{V'}O_{V'} + C_S O_S + C_{S'}O_{S'} + C_T O_T] + \text{h.c.}, \quad (163)$$

para

$$O_{V^{(\prime)}} = (\bar{c}\gamma^\mu P_{L,R}b)(\bar{\tau}\gamma_\mu P_L\nu_\tau), \quad O_{S^{(\prime)}} = (\bar{c}P_{L,R}b)(\bar{\tau}P_L\nu_\tau), \quad (164)$$

$$O_T = (\bar{c}\sigma^{\mu\nu} P_L b)(\bar{\tau}\sigma_{\mu\nu} P_L \nu_\tau). \quad (165)$$

Coeficiente	Melhor fit	$1\sigma$	$3\sigma$
$C_9^{\text{NP}}$	-1.09	[-1.29, -0.87]	[-1.67, -0.39]
$C_{10}^{\text{NP}}$	0.56	[0.32, 0.81]	[-0.12, 1.36]
$C_{9'}^{\text{NP}}$	0.46	[0.18, 0.74]	[-0.36, 1.31]
$C_{10'}^{\text{NP}}$	-0.25	[-0.44, -0.06]	[-0.82, 0.31]
$C_9^{\text{NP}} = C_{10}^{\text{NP}}$	-0.22	[-0.40, -0.02]	[-0.74, 0.50]
$C_9^{\text{NP}} = -C_{10}^{\text{NP}}$	-0.68	[-0.85, -0.50]	[-1.22, -0.18]
$C_{9'}^{\text{NP}} = C_{10'}^{\text{NP}}$	-0.07	[-0.33, 0.19]	[-0.86, 0.68]
$C_{9'}^{\text{NP}} = -C_{10'}^{\text{NP}}$	0.19	[0.07, 0.31]	[-0.17, 0.55]
$C_9^{\text{NP}} = -C_{9'}^{\text{NP}}$	-1.06	[-1.25, -0.86]	[-1.60, -0.40]
$C_9^{\text{NP}} = -C_{10}^{\text{NP}} = -C_{9'}^{\text{NP}} = -C_{10'}^{\text{NP}}$	-0.69	[-0.89, -0.16]	[-1.37, -0.16]
$C_9^{\text{NP}} = -C_{10}^{\text{NP}} = C_{9'}^{\text{NP}} = -C_{10'}^{\text{NP}}$	-0.19	[-0.30, -0.07]	[-0.55, 0.15]

Tabela 1 – Cenário unidimensional para a explicação de  $B \rightarrow K\mu^+\mu^-$  via a parte efetiva do múon. Fonte: Tabela baseada em [71].

A tensão com o modelo padrão aconteceu com os mesmos observáveis do decaimento belo,

$$R_{D^{(*)}} := \frac{\text{BR}(B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu)}{\text{BR}(B \rightarrow D^{(*)}\ell\nu)}. \quad (166)$$

A média experimental baseada nas medidas de BaBar [63], Belle [64] [65] [66] e LHCb [67] [68] é [69]:

$$R_D = 0.340 \pm 0.027 \pm 0.013, \quad R_{D^*} = 0.295 \pm 0.011 \pm 0.008. \quad (167)$$

As previsões do modelo padrão para eles são [70]:

$$R_D^{\text{SM}} = 0.299 \pm 0.003, \quad R_{D^*}^{\text{SM}} = 0.258 \pm 0.005, \quad (168)$$

que, quando combinadas, têm um desvio de  $3.1\sigma$  [69].

### 3.2.4 Solução a nível efetivo

Como a nova física encontra-se em escalas de altas energias, seu efeito acontece em curtas distâncias, por isso entra a nível efetivo nos coeficientes de Wilson do processo analisado. A maioria das soluções explica as anomalias  $R_{K^{(*)}}$  a partir do nível efetivo fazendo mudanças nos coeficientes  $C_{9,9'}$  e  $C_{10,10'}$ ,

$$C_i \equiv C_i^{\text{SM}} \longrightarrow C_i = C_i^{\text{SM}} + C_i^{\text{NP}}. \quad (169)$$

Portanto, para explicar tais anomalias, bastaria que o acoplamento da nova física com o múon fosse diferente do acoplamento com o elétron. Para considerar o caso mais simples,

Coeficientes de Wilson	Melhores valores de fit
$(C_9^{\text{NP}}, C_{10}^{\text{NP}})$	$(-0.82, +0.27)$
$(C_{9'}^{\text{NP}}, C_{10'}^{\text{NP}})$	$(-0.18, -0.14)$
$(C_9^{\text{NP}}, C_{9'}^{\text{NP}})$	$(-1.19, +0.59)$
$(C_9^{\text{NP}}, C_{10'}^{\text{NP}})$	$(-1.26, -0.40)$
$(C_{10}^{\text{NP}}, C_{9'}^{\text{NP}})$	$(+0.80, +0.24)$
$(C_{10}^{\text{NP}}, C_{10'}^{\text{NP}})$	$(+0.71, -0.04)$

Tabela 2 – Melhores valores dos coeficientes de Wilson no cenário bidimensional para explicar as anomalias  $R_K, R_{K^*}$ . Fonte: Tabela baseada em [74].

suponha que apenas haja o acoplamento com o múon (possivelmente com o  $\tau$  também, mas com o elétron não). A parte do hamiltoniano efetivo que será afetada é:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{H}_{\text{eff}} = & -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}V_{ts}^*V_{tb} [C_9(\bar{s}\gamma_\nu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\mu) + C_{10}(\bar{s}\gamma_\nu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\gamma^5\mu) \\ & + C_{9'}(\bar{s}\gamma_\nu P_R b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\mu) + C_{10'}(\bar{s}\gamma_\nu P_R b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\gamma^5\mu)], \end{aligned} \quad (170)$$

para  $C_{9,10} = C_{9,10}^{\text{SM}} + C_{9,10}^{\text{NP}}$  e  $C_{9',10'} = C_{9',10'}^{\text{NP}}$  (pois  $C_{9',10'}^{\text{SM}} = 0$ ). Agora, estes parâmetros podem ser escolhidos de vários modos, com a restrição de que as anomalias sejam fitadas.

As soluções minimalistas para as anomalias contam com os cenários unidimensionais, nos quais apenas um novo coeficiente de Wilson contribui, ou os valores de todos os novos coeficientes de Wilson estão relacionados, de modo que haja apenas um parâmetro extra. As soluções com  $C_9^{\text{NP}} = -C_{10}^{\text{NP}}$ , ou  $C_{9'}^{\text{NP}} = -C_{10'}^{\text{NP}}$  ajustam-se aos dados muito melhor do que o modelo padrão [72]. Por exemplo, o cenário unidimensional

$$\Delta C := C_9^{\text{NP}} = -C_{10}^{\text{NP}}, \quad \text{e} \quad C_{9'}^{\text{NP}} = C_{10'}^{\text{NP}} = 0 \quad (171)$$

conduz à seguinte contribuição para o hamiltoniano efetivo:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{H}_{\text{eff}} = & -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}V_{ts}^*V_{tb} [C_9^{\text{SM}}(\bar{s}\gamma_\nu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\mu) + C_{10}^{\text{SM}}(\bar{s}\gamma_\nu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\nu\gamma^5\mu)] \\ & - \frac{4G_F}{\sqrt{2}}V_{ts}^*V_{tb} 2\Delta C [(\bar{s}\gamma_\nu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\nu P_L \mu)]. \end{aligned} \quad (172)$$

A ideia é escolher  $\Delta C$  de tal modo que se possa explicar as anomalias  $R_{K^{(*)}}$  simultaneamente. Para explicar  $R_K$  é preciso que

$$-0.85 < \Delta C(R_K) < -0.50. \quad (173)$$

Na Tabela 1 há todos os valores necessários para os coeficientes de Wilson em cada configuração de um cenário unidimensional. Para este caso e  $C_9^{\text{NP}} = \pm C_{10}^{\text{NP}}$ , na Fig. 13 é mostrado a região em que  $\Delta C$  precisa estar para explicar as anomalias  $R_{K^{(*)}}$  e o ponto do SM fora desta região.

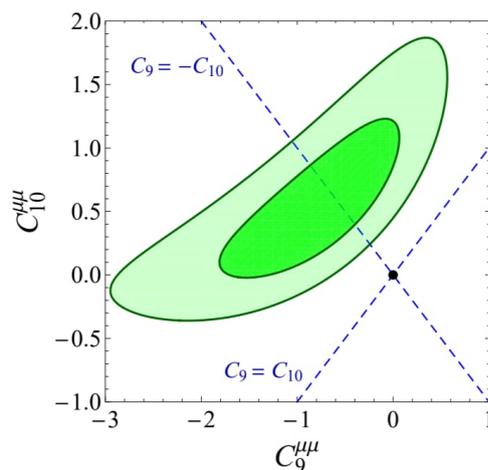


Figura 13 – Ajuste de baixa energia para  $R_K, R_{K^*}$  e  $\text{BR}(B_s \rightarrow \mu\mu)$  no plano  $C_9^{\text{NP}} \times C_{10}^{\text{NP}}$ . A região mais escura (mais clara) é permitida com precisão de  $1\sigma(2\sigma)$ . As linhas tracejadas azuis correspondem a cenários com  $C_9^{\text{NP}} = \pm C_{10}^{\text{NP}}$ , enquanto o ponto preto denota o ponto SM. Fonte: Figura retirada de [73].

Por haver mais variáveis, é de se esperar que os cenários bidimensionais, em que a nova física contribui com dois dos coeficientes de Wilson, ou dois parâmetros independentes, dariam ajustes muito melhores aos dados do que os ajustes SM ou unidimensionais. Os cenários que contribuem para os pares  $(C_9^{\text{NP}}, C_{10}^{\text{NP}})$ ,  $(C_9^{\text{NP}}, C_{9'}^{\text{NP}})$ ,  $(C_9^{\text{NP}}, C_{10'}^{\text{NP}})$  demonstraram ser capazes de explicar todas as anomalias acima, exceto a medição em baixo  $q^2$  de  $R_{K^*}$  [72]. O melhores valores podem ser encontrados na Tabela 2.

### 3.3 EXPERIMENTO DAS ANOMALIAS BELAS

Nesta seção, pretendo fazer um breve resumo do funcionamento do detector LHCb bem como do experimento que apresentou os resultados mais recentes do observável  $R_K$  [41], da obtenção dos dados e da extração dele a partir deles.

Próximo a Genebra, na Suíça, está situado o grande colisor de hádrons (LHC), o acelerador de partículas com a maior energia do mundo. A uma profundidade aproximada de 175 m, o colisor circular com um perímetro de 27 km acelera dois feixes de prótons em direções opostas, guiados por ímãs supercondutores nos arredores, e fá-los colidir em quatro pontos de interação que abrigam grandes detectores: o ATLAS, o CMS, o ALICE e o LHCb.

O LHCb (Large Hadron Collider beauty) é um experimento especializado em física envolvendo o quark bottom ( $b$ ) (beauty quark) e uma de suas principais funções é a medição dos parâmetros de violação da simetria CP nas interações de hádrons que o contenham. Além disso, ele também é capaz de realizar medições das seções choque de produção, da espectroscopia de hádrons exóticos, da física envolvendo o quark charm ( $c$ ) e da física eletrofraca.

O detector é instrumentado na região que cobre os ângulos polares entre 10 e 250 mrad em torno do eixo do feixe de prótons, na qual os produtos dos decaimentos dos hádrons  $B$

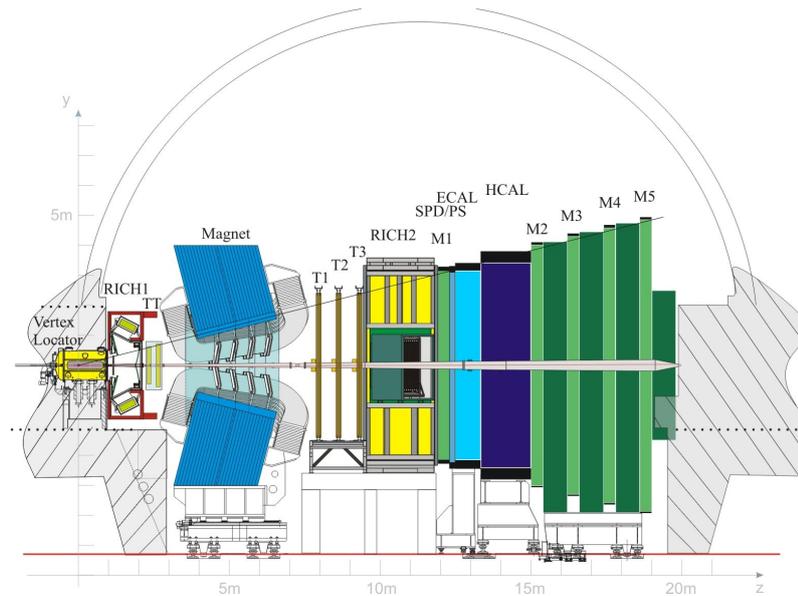


Figura 14 – Imagem ilustrativa dos componentes do LHCb. Fonte: Figura retirada de [77].

podem ser capturados e identificados com eficiência [75]. Uma imagem ilustrativa pode ser encontrada na Fig. 14. Ele é dividido em vários subsistemas [75] [76]:

- o **Vertex Locator** (VELO) é um detector construído em torno da região de interação do próton, e é usado para medir os parâmetros de impacto de todos os rastros deixados pelas partículas em relação ao vértice primário (PV), para reconstruir os pontos de produção e vértices de decaimento de hádrons contendo quarks  $b$  e  $c$  e permitir medições precisas de seus tempos de vida médios. Opera a 7 milímetros do feixe do LHC, implicando em um enorme fluxo de partículas. Ele opera em vácuo e é resfriado a aproximadamente 248 K usando um sistema de  $\text{CO}_2$  bifásico;
- imediatamente depois do VELO, há o primeiro detector de imagem de Cherenkov anelar, **RICH 1**, que, junto ao RICH 2, é usado para distinguir os diferentes tipos de partículas carregadas. Tais detectores capturam a radiação de Cherenkov das partículas que atravessam seu meio contendo  $\text{C}_4\text{F}_{10}$ ;
- o **Tracker Turicensis** (TT) é um detector baseado em tiras de silício;
- em seguida, há um grande ímã dipolo com o componente principal do campo na direção vertical (eixo  $y$  na Fig. 14), fornecendo medições de momento e parâmetro de impacto. Tal componente serve como um sistema de rastreamento de alta precisão;
- logo após o ímã está o **Outer Tracker** (OT), um detector com tubos de gás cobrindo a parte externa da região de aceitação do detector;
- o **Inner Tracker** (IT) é um detector com tiras de silício que cobre a parte interna da região de aceitação do detector;

- depois estão o **RICH 2** e os calorímetros eletromagnéticos e hadrônicos, **ECAL**, **SPD**, **HCAL**, que fornecem medições da energia de elétrons, fótons e hádrons e identificam as partículas com grande momento transversal (partículas de alto  $p_T$ );
- por último, o sistema de múons ( $M_i, i = 1, \dots, 6$ ) é usado para identificar e acionar-se quando há eventos envolvendo múons. Ele consiste em 5 estações de forma retangular  $M_1, \dots, M_5$ , colocados ao longo do eixo do feixe. A estação  $M_1$  está localizada na frente dos calorímetros e é usada para melhorar a medição do momento transversal no gatilho de hardware de primeiro nível. As estações  $M_2$  a  $M_5$  são colocadas abaixo dos calorímetros e intercaladas com absorvedores de ferro de 80 cm de espessura para selecionar múons penetrantes. São identificados baseados em sua penetração nos calorímetros, comparação com os dados obtidos nos detectores RICH e nos outros calorímetros.

O experimento não registra todas as colisões, somente eventos potencialmente interessantes, selecionados usando filtros de eventos em tempo real chamados de gatilhos. O sistema de gatilho do LHCb possui um estágio de hardware, baseado em informações dos calorímetros e do sistema de múons; seguido por uma etapa de software que utiliza todas as informações do detector, incluindo o rastreamento, para fazer a seleção final dos eventos a serem registrados para a análise posterior. Os algoritmos de seleção do gatilho são baseados na identificação das principais características dos hádrons  $B$  e de seus produtos de decaimento, como partículas de estado final com momento transversal  $p_T$  alto e um vértice de decaimento que é significativamente deslocado de qualquer um dos vértices de interação próton-próton no evento [14].

São olhados dois tipos de decaimento, o **ressonante**, no qual acontece primeiro um decaimento  $B^+ \rightarrow J/\psi K^+$  seguido de  $J/\psi \rightarrow \ell^+ \ell^-$ . Esse decaimento ocorre porque o quadrimento do lépton encontra-se na região de ressonância do charmonium  $J/\psi$ . O outro é dito **não ressonante** que é o direto. A razão de ramificação obtida a partir dos dados é:

$$R_K = \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+ \mu^-) K^+)} \bigg/ \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow e^+ e^-) K^+)}. \quad (174)$$

A motivação para este cálculo está no fato que, para obter  $R_K$  a partir dos dados, é preciso conhecer a eficiência de detecção das partículas. Uma vez que este observável é dado apenas por razões, só precisa ser conhecida a eficiência de  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  em relação a  $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi(\rightarrow \ell^+ \ell^-)$ , e a razão de ramificação deste decaimento é conhecida com precisão. Este procedimento cancela potenciais fontes de incertezas sistemáticas entre estes dois tipos de decaimentos uma vez que as eficiências são correlacionadas posto que a assinatura de ambos são similares.

Para a medição de  $R_K$ , é necessário que os eventos candidatos tenham passado por um algoritmo de disparo de hardware que selecione um múon com  $p_T$  alto; ou um elétron, hádron ou fóton com alta energia transversal  $E_T$  depositado nos calorímetros. Os candidatos

$B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  e  $B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow \mu^+ \mu^-) K^+$  devem ativar os gatilhos por conta de um dos múons; os candidatos  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  e  $B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow e^+ e^-) K^+$  devem ativar os gatilhos de uma das três maneiras: por um dos elétrons, pelo káon do decaimento  $B^+$  ou pelas partículas no evento que não são produtos do decaimento do candidato  $B^+$ . O valor de  $q^2$  é calculado usando apenas o quadri-momento dos léptons:

$$q^2 = \sum_{i=\pm} [E_{\ell^i}^2 - |\vec{p}_{\ell^i}|^2]. \quad (175)$$

Considere um decaimento arbitrário  $B \rightarrow X$  e seja  $N_Y(X)$  a produção de  $X$ , i.e.,  $N_Y$  é a razão

$$N_Y(B \rightarrow X) := \frac{N_{\text{ob}}(B \rightarrow X)}{\sum_A N_T(B \rightarrow A)}, \quad (176)$$

em que  $N_{\text{ob}}(B \rightarrow X)$  é o número de eventos  $B \rightarrow X$  observados em uma dada energia (consequentemente será menor do que o produzido) e  $N_T(B \rightarrow A)$  é o número total de eventos  $B \rightarrow A$  criados, e a soma é feita sobre todos os possíveis estados finais  $A$ . É importante ressaltar que número de eventos observados  $B \rightarrow X$ ,  $N_{\text{ob}}$ , não é o número de eventos  $B \rightarrow X$  produzidos,  $N_T(B \rightarrow X)$ , ele depende da eficiência do detector (a fração de eventos que o detector é capaz de captar):

$$N_{\text{ob}}(B \rightarrow X) = N_T(B \rightarrow X) \varepsilon(B \rightarrow X). \quad (177)$$

As eficiências são construídas a partir de simulações e corrigidas por comparação com dados. Portanto, a razão de ramificação pode ser reescrita como:

$$\text{BR}(B \rightarrow X) := \frac{N_T(B \rightarrow X)}{\sum_A N_T(B \rightarrow A)} = \frac{N_{\text{ob}}(B \rightarrow X)}{\varepsilon(B \rightarrow X) \sum_A N_T(B \rightarrow A)} = \frac{N_Y(B \rightarrow X)}{\varepsilon(B \rightarrow X)}. \quad (178)$$

O LHCb pegou o número de eventos detectados  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  para ambos os léptons  $\ell = e, \mu$  com  $q^2 \in [1, 6] \text{ GeV}^2$ ,  $N(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-)$ , e dividiu pela eficiência  $\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-)$  para obter a razão de ramificação:

$$\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-) = \frac{N_Y(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-)}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-)}. \quad (179)$$

Como são levados em conta os eventos ressonantes e não ressonantes, tem-se que:

$$\begin{aligned} R_K &= \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow \mu^+ \mu^-) K^+)} \bigg/ \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow e^+ e^-) K^+)} \\ &= \frac{N_Y(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)} \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{N_Y(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)} \times \\ &\times \frac{N_Y(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow \mu^+ \mu^-) K^+)}{\varepsilon(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow \mu^+ \mu^-) K^+)} \frac{\varepsilon(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow e^+ e^-) K^+)}{N_Y(B^+ \rightarrow J/\psi (\rightarrow e^+ e^-) K^+)}. \end{aligned} \quad (180)$$

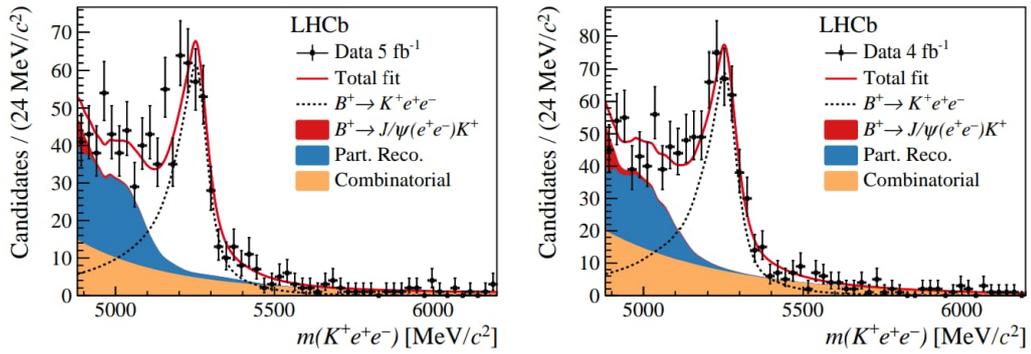


Figura 15 – Distribuição de massa invariante para os candidatos não ressonantes. Fonte: Figura retirada de [14].

Modo de decaimento	Produção ( $N_Y$ )
$B^+ \rightarrow K^+e^+e^-$	$1640 \pm 70$
$B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$3850 \pm 70$
$B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow e^+e^-)K^+$	$743300 \pm 900$
$B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)K^+$	$2288500 \pm 1500$

Tabela 3 – Produção dos modos de decaimento ressonante e não ressonante obtidos a partir do ajuste aos dados. Fonte: Tabela retirada de [14].

A obtenção de  $N_Y(B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-)$  é feita por um ajuste à massa invariante  $m(K^+\ell^+\ell^-)$ . Precisamente, é feita uma distribuição da quantidade de candidatos para cada valor da massa invariante por meio de uma curva ajustada sobre os dados obtidos, como ilustra a Fig. 15. Um intervalo de  $q^2$  ([1.1, 1.6]  $\text{GeV}^2$  no experimento [41]) fornece um intervalo de  $m(K^+\ell^+\ell^-)$  e, a partir da distribuição, é possível descobrir o número de candidatos observados,  $N_{\text{ob}}$ . Tendo controle sobre o número total de decaimentos, obtém-se  $N_Y$  pela fórmula 176. Os números encontrados no experimento de 2021 [14] podem ser vistos na Tabela 3. Como já mencionado, o valor apresentado foi [41]:

$$R_K = 0.846_{-0.039-0.012}^{+0.042+0.013}, \text{ para } q^2 \in [1.1, 6.0] \text{ GeV}^2, \quad (181)$$

em que a primeira incerteza é estatística e a segunda, sistemática. Esta é a medida mais precisa até hoje e é consistente com a expectativa SM,  $1.00 \pm 0.01$  [54] [55], ao nível de 0.10% ( $3.1\sigma$ ), evidenciando a violação da universalidade do lépton nestes decaimentos.



## 4 ANOMALIA G-2 DO MÚON

O momento magnético anômalo dos léptons é uma das confirmações da teoria quântica de campos. O resultado central para calcular as contribuições a ele vem da relação entre o vetor de momento magnético de um férmion e seu vetor de spin:

$$\vec{\mu} = g \left( \frac{Q}{2m} \right) \vec{S}, \quad (182)$$

em que  $Q, m$  são a carga e a massa da partícula, respectivamente, e  $g$  é chamado de **razão giromagnética** (ou fator de Landau). A equação de Dirac para partículas sem estrutura interna e spin  $\frac{1}{2}$  prevê que  $g = 2$ . Contudo, a teoria quântica de campos prevê flutuações no vácuo e outros efeitos que podem alterar este valor. De certa forma, podemos pensar que as partículas estão "rodeadas" por outras partículas, que<sup>1</sup> "surgem e desaparecem muito rápido", e este fenômeno altera várias propriedades dela. Uma destas propriedades afetadas é a razão giromagnética dos férmions, que no mundo real é diferente de 2. As discrepâncias são chamadas de correções radiativas, que acoplam o spin do férmion a campos virtuais e introduzem um momento magnético anômalo definido por:

$$a := \frac{1}{2}(g - 2). \quad (183)$$

Para o elétron, há uma boa concordância entre o valor teórico e o medido de  $a_e$ , embora, devido ao fato de que em ambos os aspectos haja muita precisão, ele pode ser usado para sondar uma nova física [78]. Contudo, neste capítulo tratarei do momento magnético anômalo do múon,  $a_\mu$ , cujo valor medido recentemente discorda bastante do teórico. Ilustrarei as contribuições dentro do SM para o  $a_\mu$ , e um resumo do funcionamento dos experimentos que trouxeram resultados que discordam da teoria.

### 4.1 G-2 PREDITO PELO SM

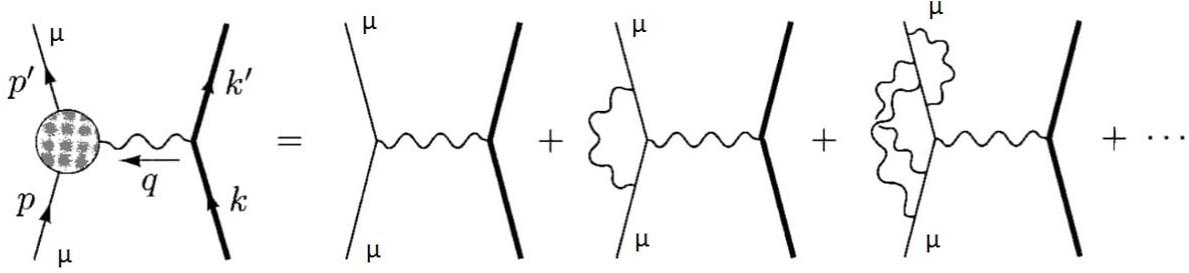
O momento magnético anômalo do múon recebe, dentro do SM, quatro contribuições dominantes [7]:

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{SM}} &= a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{Weak}} + a_\mu^{\text{HVP}} + a_\mu^{\text{HLbl}} \\ &= 116591810(1)(40)(26) \times 10^{-11}. \end{aligned} \quad (184)$$

As contribuições da eletrodinâmica quântica [79],  $a_\mu^{\text{QED}}$ , e da teoria eletrofraca [80],  $a_\mu^{\text{Weak}}$ , são conhecidas com muita precisão. A contribuição luz por luz  $a_\mu^{\text{HLbl}}$  é atualmente

<sup>1</sup> Isto é apenas uma ilustração, pois não há como atribuir um tempo de vida para partículas virtuais visto que elas não têm uma dinâmica bem definida por não se prenderem à causalidade.

Figura 16 – Contribuições da QED para o momento magnético anômalo do múon. Fonte: Figura retirada de [36].



conhecida com uma precisão razoável [81] e a incerteza teórica é dominada pela polarização do vácuo hadrônico, cuja contribuição é representada por  $a_{\mu}^{\text{HVP}}$ . Uma revisão dos cálculos relevantes dessas contribuições podem ser encontradas em [82]. Uma exposição completa e profunda de todos esses assuntos pode ser encontrada no livro [83] "The Anomalous Magnetic Moment of the Muon" de Friedrich Jegerlehner, um especialista no assunto.

No que se segue, resumirei a forma com que são calculadas cada uma destas contribuições, na ordem que aparecem na equação 184, até aos níveis de relevância para o valor tabelado que é usado na comparação com os experimentos.

#### 4.1.1 Contribuição da QED

Darei um breve resumo da técnica usada para calcular as contribuições das correções da QED no momento magnético anômalo do múon. Para o processo da QED, este cálculo pode ser encontrado analiticamente, até mesmo envolvendo correções. O caso mais simples pode ser encontrado em muitos livros textos como, por exemplo, [34] [36].

A Fig. 16 apresenta um vértice com todas as ordens de correções de laços possíveis. A forma mais geral da amplitude de espalhamento do processo para este vértice contendo infinitos laços é:

$$i\mathcal{M} = iQe \bar{u}(p') \left[ \gamma^{\mu} F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_{\mu}} q_{\nu} F_2(q^2) \right] u(p) \frac{1}{q^2} [\bar{u}(k') \gamma_{\mu} u(k)], \quad (185)$$

em que  $Q$  é a carga correspondente ao vértice. Usarei bastante a variável  $q^2 = (p' - p)^2 = -2p' \cdot p + 2m_{\mu}^2$ .

Suponha que o múon é espalhado por um campo magnético com potencial vetorial estático  $\vec{A}(\mathbf{r})$ . Assim, seu quadripotencial será  $A_{\mu}(x) = (0, \vec{A}(\mathbf{r}))$ , em que  $x = (ct, \vec{r})^T$ . Logo,

$$i\mathcal{M} = iQ \bar{u}(p') \left[ \gamma^{\mu} F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_{\mu}} q_{\nu} F_2(q^2) \right] u(p) A_{\mu}(q) \quad (186)$$

$$= iQ \bar{u}(p') \left[ \gamma^j F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{j\nu}}{2m_{\mu}} q_{\nu} F_2(q^2) \right] u(p) A_j(\vec{q}), \quad (187)$$

no qual aparece a transformada de Fourier do potencial quadrivetor  $A_\mu(q) = \mathcal{F}(A_\mu(x))$ . Escrevendo os espiniores explicitamente e aproximando-os no limite não relativístico,

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \vec{\sigma}} \xi \\ \sqrt{p \cdot \vec{\sigma}} \xi \end{pmatrix} \approx \sqrt{m_\mu} \begin{pmatrix} (1 - \vec{p} \cdot \vec{\sigma} / 2m_\mu) \xi \\ (1 + \vec{p} \cdot \vec{\sigma} / 2m_\mu) \xi \end{pmatrix}, \quad (188)$$

consegue-se aproximar as expressões de corrente:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \gamma^j u(p) &\approx 2m_\mu \xi'^{\dagger} \left( \frac{\vec{p}' \cdot \vec{\sigma}}{2m_\mu} \sigma^j + \sigma^j \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{2m_\mu} \right) \xi \\ &= 2m_\mu \xi'^{\dagger} \left( -\frac{i}{2m_\mu} \epsilon^{jkl} q^k \sigma^l \right) \xi, \end{aligned} \quad (189)$$

$$\bar{u}(p') \left( \frac{i\sigma^{j\nu}}{2m_\mu} q_\nu \right) u(p) \approx 2m_\mu \xi'^{\dagger} \left( -\frac{i}{2m_\mu} \epsilon^{jkl} q^k \sigma^l \right) \xi, \quad (190)$$

com  $j = 1, 2, 3$ . Na equação 189 foi usada a relação  $\sigma^j \sigma^k = \delta^{jk} + i\epsilon^{jkl} \sigma^l$ . Uma vez mais usando o limite não relativístico,  $|\vec{p}| \ll m_\mu$ , ou  $q^2 \rightarrow 0$ , tem-se a aproximação da amplitude de espalhamento:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= iQ \bar{u}(p') \left[ \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_\mu} q_\nu F_2(q^2) \right] u(p) A_\mu(q) \\ &\approx 2m_\mu Q \xi'^{\dagger} \left( \frac{-i}{2m_\mu} \epsilon^{jkl} q^k \sigma^l [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi B_l(\vec{q}) \\ &\approx -2m_\mu iQ \xi'^{\dagger} \left( \frac{-1}{2m_\mu} \sigma^l [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi B_l(\vec{q}), \end{aligned} \quad (191)$$

em que  $B_l(\vec{q}) = -i\epsilon^{jkl} p^j A_k(\vec{q})$  é a transformada de Fourier do campo magnético gerado pelo potencial vetor  $\vec{A}(\vec{r})$ . Escrevendo-a de outro modo e abrindo a transformada de Fourier, consegue-se:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &\approx -2m_\mu iQ \xi'^{\dagger} \left( \frac{-1}{2m_\mu} \sigma^l [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi B_l(\vec{q}) \\ &= 2iQ [F_1(0) + F_2(0)] \xi'^{\dagger} \frac{\vec{\sigma}}{2} \xi \cdot \vec{B}(\vec{q}) \end{aligned} \quad (192)$$

$$= 2iQ [F_1(0) + F_2(0)] \xi'^{\dagger} \frac{\vec{\sigma}}{2} \xi \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \vec{B}(\vec{r}). \quad (193)$$

Agora é conveniente comparar o resultado obtido com a teoria clássica de Born para a aproximação do espalhamento de um elétron (ou múon) por um muro de potencial. Segundo Born, para este processo a amplitude de espalhamento seria dada por [84]:

$$\mathcal{M}_{\text{Born}} = -\frac{2m_\mu}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} V(\vec{r}), \quad (194)$$

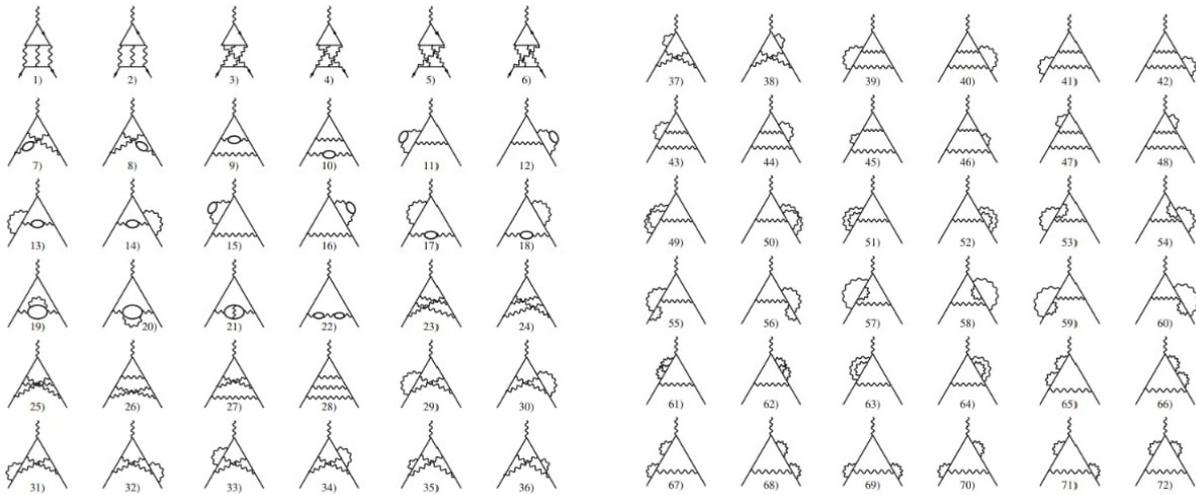


Figura 17 – Contribuições da QED para o momento magnético anômalo do múon em 3-loops até ordem  $\alpha_{em}^3$ . Fonte: Figura retirada de [83].

em que o potencial é dado pelo produto interno entre o momento magnético da partícula e o campo magnético correspondente:

$$V(\vec{r}) = -\langle \vec{\mu} \rangle \cdot \vec{B}(\vec{r}). \quad (195)$$

Portanto, por um lado, comparando a aproximação não relativística 193 com a amplitude de Born 194, é possível descobrir uma expressão para o momento magnético:

$$\langle \vec{\mu} \rangle = \frac{Q}{m_\mu} [F_1(0) + F_2(0)] \xi_2^\dagger \vec{\sigma} \xi_1. \quad (196)$$

Por outro lado, como já observado na introdução, é conhecido da mecânica quântica que:

$$\vec{\mu} = g_\mu \left( \frac{Q}{2m_\mu} \right) \vec{S} = g_\mu \left( \frac{Q}{2m_\mu} \right) \frac{\vec{\sigma}}{2}, \quad (197)$$

em que  $g_\mu$  é o fator de Landau para o múon. Conseqüentemente, encontra-se uma expressão para tal fator:

$$g_\mu \approx 2[F_1(0) + F_2(0)] = 2 + 2F_2(0), \quad (198)$$

pois  $F_1(0) = 1$  em ordem dominante (é a carga do elétron em unidades de  $e$ ).

Então, basta calcular as correções de  $F_2$  até a ordem desejada. Um modo de fazer isso é reduzir a amplitude resultante dos diagramas a uma parte proporcional a  $\gamma^\nu$  somada a outra

Tabela 4 – Contribuições da QED até a ordem 5 para o momento magnético anômalo do múon. Fonte: Figura retirada de [83].

Ordem $O(\alpha)$	$a_\mu$
1	$\frac{\alpha_{em}}{2\pi}$
2	$413217.627(9) \times 10^{-11}$
3	$30141.9022(4) \times 10^{-11}$
4	$380.990(17) \times 10^{-11}$
5	$5.0845(63) \times 10^{-11}$

proporcional a  $\sigma^{\mu\nu}$  e, conseqüentemente, basta comparar. Lembrando a definição do momento anômalo,

$$a_\mu := \frac{g_\mu - 2}{2} \approx F_2(0), \quad (199)$$

em ordem dominante se tem

$$a_\mu \approx F_2(0) = \frac{\alpha_{em}}{2\pi}, \quad (200)$$

em que  $\alpha_{em}$  é a constante de estrutura fina. Como já mencionado, o cálculo do fator de forma é encontrado em vários livros textos, como, por exemplo, no livro de Michael E. Peskin, Daniel V. Schroeder [36]. Nesta seção não efetuei o cálculo porque efetuei um muito análogo e um pouco mais geral no capítulo 6, "Leptoquark", com os detalhes. As contribuições de altas ordens (considerando vários laços) podem ser vistas numericamente na Tabela 4. A contribuição total (considerando até a ordem 5) é [7]:

$$a_\mu^{\text{QED}} = 116584718.931(104) \times 10^{-11}.$$

#### 4.1.2 Contribuição eletrofraca

As contribuições eletrofracas ocorrem também por meio de laços em um processo semelhante ao estudado na QED. Por exemplo, os diagramas relevantes em 1 laço são mostrados na Fig. 18 no calibre unitário. Apesar do fato de que o calibre unitário não é renormalizável, o elemento da matriz  $S$  (invariante por calibre) relevante pode ser calculado diretamente no calibre unitário. A vantagem é que neste calibre apenas partículas físicas estão presentes – diagramas exibindo fantasmas de Higgs e fantasmas de Faddeev-Popov estão ausentes. O mais interessante é a ocorrência do primeiro diagrama da Fig. 18 que apresenta um vértice de calibre triplo não-Abeliano e a contribuição correspondente fornece um teste da estrutura de Yang-Mills envolvida.

##### 4.1.2.1 1 laço

Os diagramas relevantes são mostrados na Fig. 18 no calibre unitário. As contribuições correspondentes a estes diagramas são dadas por:

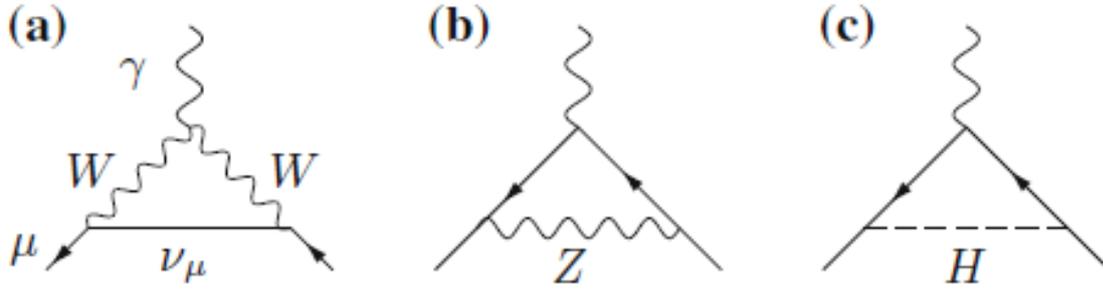


Figura 18 – Contribuições fracas em ordem dominante a  $a_\mu$ . Os diagramas estão no calibre (físico) unitário. Fonte: Figura retirada de [83].

$$a_\mu^{\text{EW}}(W) = \frac{\sqrt{2}G_\mu m_\mu^2}{16\pi^2} \frac{10}{3} \approx +388.71(0) \times 10^{-11}, \quad (201)$$

$$a_\mu^{\text{EW}}(Z) = \frac{\sqrt{2}G_\mu m_\mu^2}{16\pi^2} \frac{(-1 + 4\sin^2(\theta_W))^2 - 5}{3} \approx -193.90(1) \times 10^{-11}, \quad (202)$$

$$a_\mu^{\text{EW}}(H) = \frac{\sqrt{2}G_\mu m_\mu^2}{8\pi^2} \int_0^1 dy \frac{(2-y)y^2}{y^2 + (1-y)\frac{m_H^2}{m_\mu^2}} \approx 21.64 \times 10^{-15}, \quad (203)$$

para  $m_H \approx 125$  GeV,  $\sin^2(\theta_W) = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \approx 0.223$  e a constante de acoplamento de Fermi  $G_\mu \approx 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ . Assim,

$$a_\mu^{\text{EW}}[1 \text{ laço}] = \frac{G_\mu m_\mu^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[ \frac{5}{3} + \frac{1}{3} (1 - 4\sin^2(\theta_W))^2 + O\left(\frac{m_\mu^2}{M_W^2}\right) + O\left(\frac{m_\mu^2}{m_H^2}\right) \right] \quad (204)$$

$$= (194.81 \pm 0.01) \times 10^{-11}. \quad (205)$$

O erro que aparece vem da incerteza em  $\sin^2(\theta_W)$ .

#### 4.1.2.2 2 laços

Parte das correções eletrofracas de 2 laços foi calculada primeiramente em 1992 por Kukhto, Kuraev, Schiller e Silagadze [85]. As correções eletrofracas típicas de 2 laços são as correções eletromagnéticas dos diagramas de 1 laço da Fig. 18 (parte das correções bosônicas) ou inserções de um laço fermiônico como mostrado na Fig. 19. Todas essas correções são proporcionais a

$$\frac{\sqrt{2}G_F m_\mu^2}{16\pi^2} \frac{\alpha_{em}}{\pi} \approx 2.70868284 \times 10^{-12}. \quad (206)$$

As correções calculadas por um artigo recente (2019) [86] são

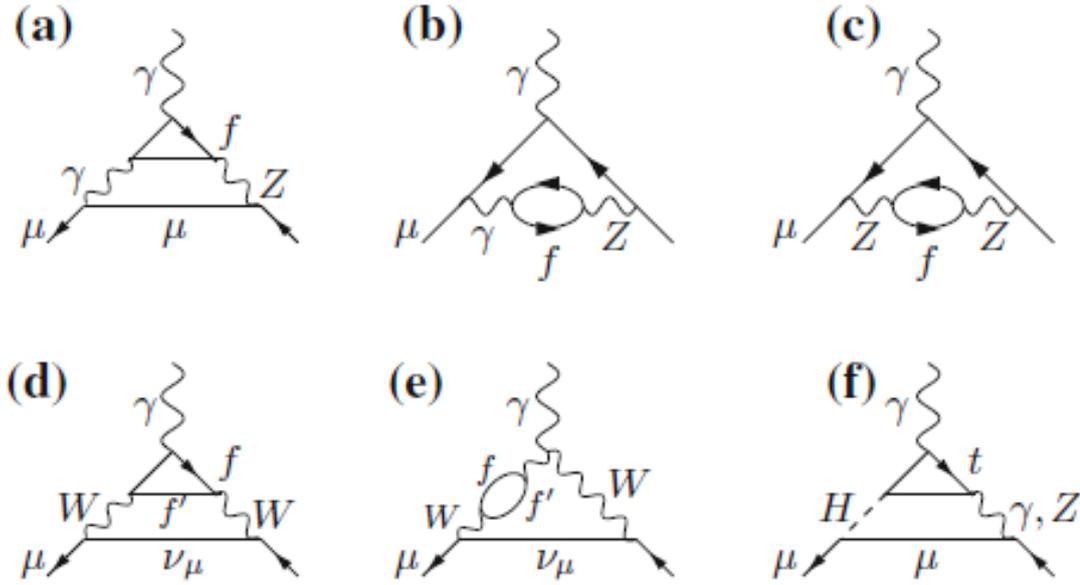


Figura 19 – Alguns diagramas eletrofracos relevantes envolvendo dois laços e exibindo laços de férmions no calibre unitário. Fonte: Figura retirada de [83].

$$a_{\mu}^{\text{EW}} [2 \text{ laços}]_{\text{férmion}} = (-18.34 \pm 0.2) \times 10^{-11}, \quad (207)$$

$$a_{\mu}^{\text{EW}} [2 \text{ laços}]_{\text{bóson}} = (-18.42 \pm 0.1) \times 10^{-11}, \quad (208)$$

$$a_{\mu}^{\text{EW}} [2 \text{ laços}] = (-36.76 \pm 0.3) \times 10^{-11}, \quad (209)$$

em que a incerteza nas expressões são limitados ao erro de integração numérica e à incerteza dos parâmetros de entrada  $M_W, M_H, M_Z, m_t, m_b$ . As massas dos quarks leves são fixadas no modelo. Foi usada a renormalização<sup>2</sup> OS. Entre 1780 diagramas, no cálculo foram excluídos 9 diagramas da QED puros, que consistem apenas em  $(e, \mu, \tau, \gamma)$ , e 6 diagramas contendo polarização do vácuo compostos de laços de quarks.

A contribuição total de 1 + 2 laços quando ajustada para massas de quarks leves apropriadas é [86]:

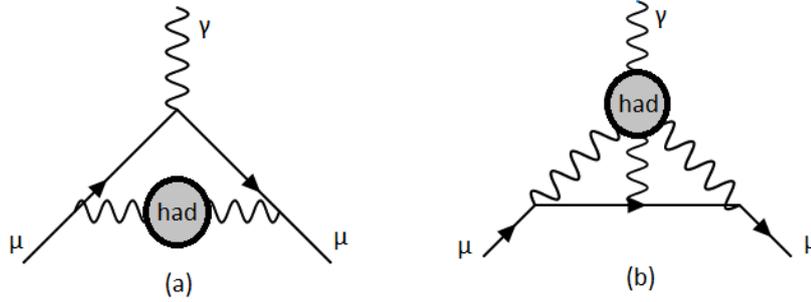
$$a_{\mu}^{\text{EW}} = (153.6 \pm 1.0) \times 10^{-11}. \quad (210)$$

### 4.1.3 Contribuição hadrônica

As contribuições dos laços hadrônicos (quarks e glúons) ao  $a_{\mu}^{\text{SM}}$  dão origem às suas principais incertezas teóricas. Os principais efeitos levados em conta são a **polarização hadrônica**

<sup>2</sup> A renormalização OS, também chamada de **on-shell**, consiste em fazer a massa renormalizada igual à massa do polo que está sendo considerada,  $m_P$ , definida por  $\left. \frac{d}{d\hat{p}} \Sigma_R(\hat{p}) \right|_{\hat{p}=m_P} = 0$ , sendo  $\Sigma_R$  o fator de forma de auto-energia renormalizado [34].

Figura 20 – Na Fig. (a) temos a ordem dominante da polarização hadrônica do vácuo (HVP) e na Fig. (b) a ordem dominante do espalhamento hadrônico de luz por luz (HLbL).  
Fonte: Figura produzida pelo autor.



do vácuo (HVP) e o espalhamento luz por luz (HLbl), ilustrados em ordem dominante na Fig. 20.

#### 4.1.3.1 HVP

Esse é o efeito hadrônico mais considerável em ordem  $O(\alpha^2)$ . Atualmente, esses efeitos não são precisamente calculáveis a partir de primeiros princípios, com efeito, atualmente conta-se com uma abordagem da relação de dispersão junto aos dados experimentais  $e^+e^-$  indo em hádrons para avaliar a ordem mais baixa  $O(\alpha^2)$  da contribuição da polarização hadrônica do vácuo  $a_\mu^{\text{had}}$ . Para a avaliação da contribuição de ordem dominante, o principal problema é o manuseio dos dados experimentais da aniquilação do par  $e^+e^-$  e, em particular, de seus erros sistemáticos.

Considere o diagrama (a) da Fig. 20 ou da Fig. 21. A avaliação de tal diagrama é "simples", precisamos apenas alterar o propagador do fóton para

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}(q^2) &= \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \left(1 - \Pi'_\gamma(q^2)\right) \\ &= D_{\mu\nu}^{(0)}(q^2) + D_{\mu\nu}^{(1)}(q^2), \end{aligned} \quad (211)$$

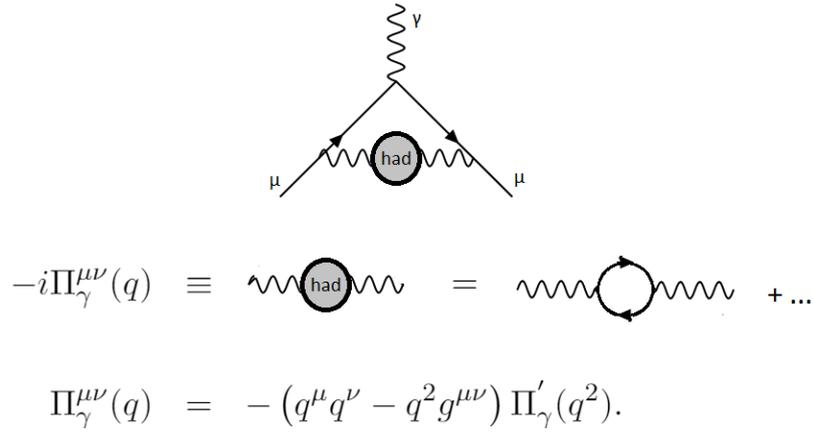
para  $q$  sendo o momento do fóton e  $\Pi'_\gamma(q^2)$  sendo a função de auto-energia do fóton. O correlator de dois pontos é dado por:

$$i \int d^4x e^{ix \cdot q} \langle 0 | T \{ j_{\text{em}}^\mu(x) j_{\text{em}}^\nu(0) \} | 0 \rangle = - (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \hat{\Pi}'_\gamma(q^2), \quad (212)$$

em que  $j_\mu$  é a corrente fermiônica

$$j_\mu(x) = \frac{2}{3} \bar{u}(x) \gamma_\mu u(x) - \frac{1}{3} \bar{d}(x) \gamma_\mu d(x) - \frac{1}{3} \bar{s}(x) \gamma_\mu s(x) + \dots \quad (213)$$

e  $e^2 \hat{\Pi}'_\gamma(q^2) := \Pi'_\gamma(q^2)$ .



$$-i\Pi^{\mu\nu}_\gamma(q) \equiv \text{diagrama} = \text{diagrama} + \dots$$

$$\Pi^{\mu\nu}_\gamma(q) = -(q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) \Pi'_\gamma(q^2).$$

Figura 21 – Polarização do vácuo e expansão da função de auto-energia do fóton com correções hadrônicas. Fonte: Figura produzida pelo autor.

A função de auto-energia renormalizada do fóton pode ser escrita usando-se a relação de dispersão (Fig. 22) para  $\hat{\Pi}'_\gamma(q^2)$  pode então ser escrita como:

$$-\frac{\Pi'_{\gamma,\text{ren}}(q^2)}{q^2} := \frac{-(\Pi'_\gamma(q^2) - \Pi'_\gamma(0))}{q^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{\text{Im} \Pi'_\gamma(s)}{q^2 - s}. \quad (214)$$

Portanto, uma bolha hadrônica fornecerá o propagador

$$D_{\mu\nu}^{(1)}(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \text{Im} \Pi'_\gamma(s) \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 - s} \right). \quad (215)$$

Assim, se for feita a conta para encontrar  $a_\mu$  assim como será feita no capítulo 6, "Leptoquark", ter-se-á a integral do fator  $\frac{\text{Im} \Pi'_\gamma(s)}{\pi s}$  multiplicada pela contribuição de um fóton de massa ao quadrado (virtualidade)  $q^2 = m_\gamma^2 = s$  ao momento do múon. Essa contribuição para o momento magnético do múon é dada por

$$K_\mu(s) := a_\mu^{\gamma^*} = \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi} \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + \frac{s}{m_\mu^2}(1-x)}. \quad (216)$$

Consequentemente, a contribuição hadrônica correspondente à hadronização do vácuo é:

$$a_\mu^{\text{had}} [\text{LO}] = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \text{Im} \Pi'_\gamma(s) K_\mu(s). \quad (217)$$

Contudo, como não é possível calcular flutuações diretamente, todos os seus efeitos devem ser conseguidos a partir de observáveis mensuráveis, tais como [83]:

$$\sigma_{\text{had}}(s) := \sigma(e^+e^- \longrightarrow \gamma^* \longrightarrow \text{hádrons}). \quad (218)$$

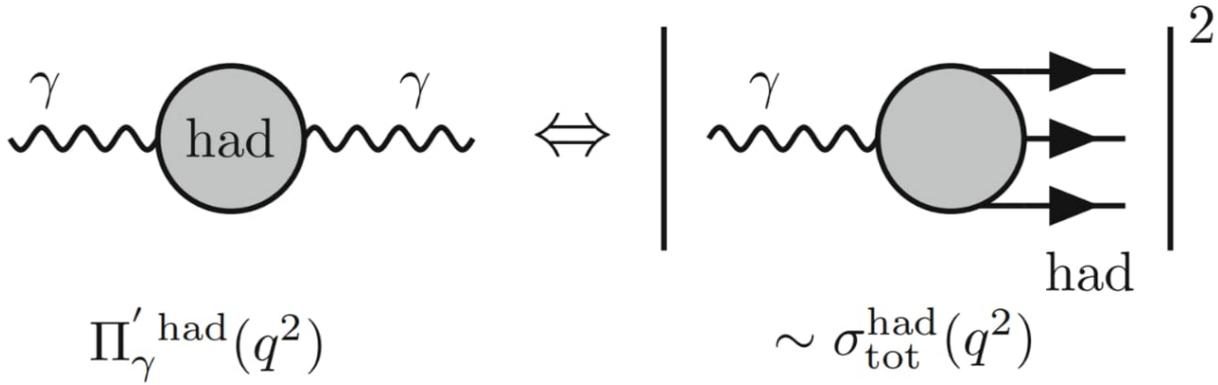


Figura 22 – Correspondência entre a auto-energia do fóton e a seção de choque do espalhamento do fóton em hádrons, que conduz ao teorema óptico. Fonte: Figura retirada de [83].

Este observável está relacionado ao fator  $\Pi$  pelo teorema óptico (Fig. 22), que relaciona-os como:

$$\sigma_{\text{had}}(s) = \frac{4\pi^2 |\alpha_{\text{em}}(s)|^2}{\alpha_{\text{em}} s} \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi'_\gamma(s). \quad (219)$$

Então, em ordem dominante de  $\alpha_{\text{em}}$ , a “bolha” hadrônica na Fig. 20 deve ser identificada com a função de auto-energia do fóton  $\Pi'_\gamma(s)$  que relacionamos com a seção de choque  $e^+e^-$  indo em hádrons por meio de

$$a_\mu^{\text{had}} [\text{LO}] = \frac{1}{4\pi^2 \alpha_{\text{em}}} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \sigma_{\text{had}}(s) K_\mu(s), \quad (220)$$

pois a seção de choque é dominada pela contribuição de dois píons  $\pi$ .

O limite inferior da integral 220 vem para podermos aplicar o teorema de Cauchy e usar a relação de dispersão, uma vez que a causalidade junto a unitariedade implicam a analiticidade dos fatores de forma no plano complexo exceto por um corte ao longo do eixo positivo começando em<sup>3</sup>  $s \geq 4m_\pi^2$ . Se for definido

$$R_{\text{had}}(s) := \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (221)$$

$$= \frac{3s \sigma_{\text{had}}(s)}{4\pi |\alpha_{\text{em}}(s)|^2}, \quad (222)$$

chega-se a um resultado conhecido:

<sup>3</sup> Pois o pión é o méson com menor massa.

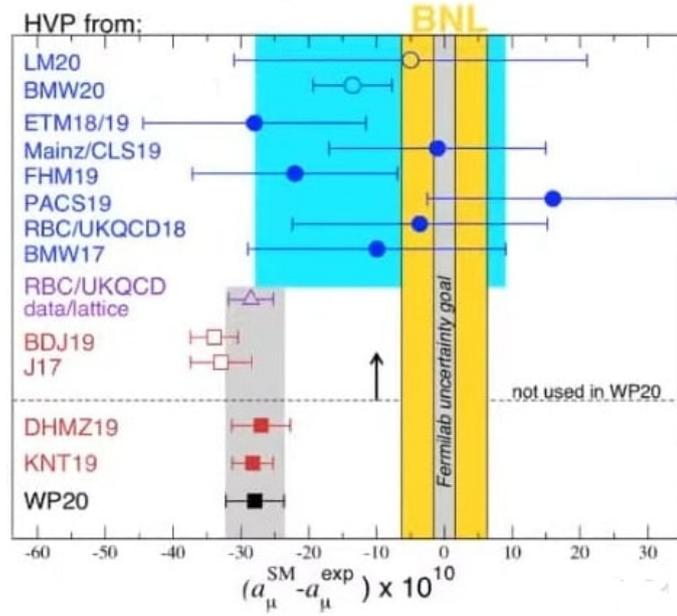


Figura 23 – Comparação entre valores teóricos do momento anômalo do múon com o experimento de Brookhaven. Fonte: Figura retirada de [19].

$$a_{\mu}^{\text{had}}[\text{LO}] = \frac{\alpha_{\text{em}}}{3\pi} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} ds \frac{K_{\mu}(s)}{s} R_{\text{had}}(s). \quad (223)$$

Aqui,  $K(s)$  é a função cerne da QCD e  $R^0(s)$  denota a razão entre a seção de choque "bare" para  $e^+e^-$  indo em hádrons e a seção de choque de um par de múons na energia do centro de massa  $\sqrt{s}$ . Tal equação nos fornece um valor representativo [83]

$$a_{\mu}^{\text{had}}[\text{LO}] = 6939(39)(7) \times 10^{-11}, \quad (224)$$

em que o primeiro erro é experimental, dominado por incertezas sistemáticas nos dados da seção de choque  $e^+e^-$  indo em hádrons, e o segundo é devido a QCD perturbativa, que é usada em energias intermediárias e altas na integral de dispersão para prever a contribuição do contínuo quark-antiquark.

#### 4.1.3.2 HLbl

A contribuição do espalhamento hadrônico luz por luz (HLbl) para o vértice eletromagnético é representada pelo diagrama (b) da Fig. 20 (termos de ordem  $O(\alpha^3)$ ). As atividades ligadas à determinação de  $a_{\mu}^{\text{HLbl}}$  podem ser divididas em duas classes:

- **Abordagens dispersivas:** permitem identificar e computar contribuições hadrônicas individuais em termos de observáveis físicos, como fatores de forma de transição e amplitudes  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi\pi$ .

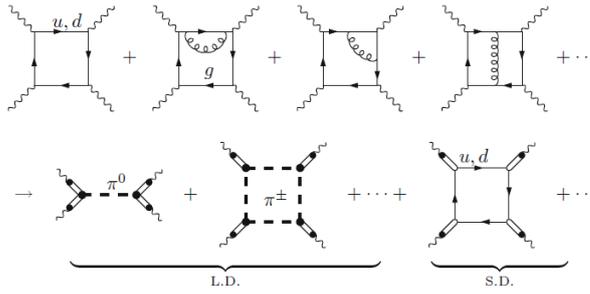


Figura 24 – O espalhamento luz por luz hadrônico é dominado, em longas distâncias, pela troca do méson  $\pi^0$  no canal de paridade ímpar, laços de píons etc; e laços de quarks incluindo correções gluônicas duras em curtas distâncias. Fonte: Figura retirada de [83].

- Em termos de **cálculos na rede**, dois grupos (RBC/UKQCD e Mainz) têm trabalhado na formulação e execução de um cálculo reticulado direto de  $a_\mu^{\text{HLbL}}$ .

Tais contribuições são ilustradas no diagrama (b) da Fig. 20. Uma discussão completa das contribuições hadrônicas luz por luz envolvem o tensor de polarização de vácuo hadrônico de ordem 4 [87]

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu\lambda\rho}(q_1, q_2, q_3) &= \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 e^{i(q_1x_1 + q_2x_2 + q_3x_3)} \langle 0 | T \{ j_\mu(x_1) j_\nu(x_2) j_\lambda(x_3) j_\rho(0) \} | 0 \rangle . \\ &= \sum_{i=1}^{54} T_i^{\mu\nu\lambda\sigma} \Pi_i, \end{aligned} \quad (225)$$

em que é decomposto o tensor hadrônico em 54 estruturas de Lorentz.

O quadrimomento  $k$  do fóton externo está entrando, enquanto os  $q_i$ 's dos fótons virtuais estão saindo da “bolha” hadrônica. Aqui  $j_\mu(x)$  denota a parte do quark leve da corrente eletromagnética

$$j_\mu(x) = \frac{2}{3}(\bar{u}\gamma_\mu u)(x) - \frac{1}{3}(\bar{d}\gamma_\mu d)(x) - \frac{1}{3}(\bar{s}\gamma_\mu s)(x). \quad (226)$$

A contribuição HLbL para  $a_\mu$  é calculada usando a técnica de projeção, ou seja, diretamente em  $q = 0$ :

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{HLbL}} &= \frac{-ie^6}{48m} \int \frac{d^4q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4q_2}{(2\pi)^4} \frac{1}{q_1^2 q_2^2 (q_1 + q_2 - k)^2} \frac{1}{(p' - q_1)^2 - m^2} \frac{1}{(p - q_1 - q_2)^2 - m^2} \times \\ &\times \text{Tr} [(\not{p} + m)[\gamma^\rho, \gamma^\sigma](\not{p} + m)\gamma^\mu (\not{p}' - \not{q}_1 + m)\gamma^\nu (\not{p} - \not{q}_1 - \not{q}_2 + m)\gamma^\lambda] \times \\ &\times \left( \frac{\partial}{\partial k^\rho} \Pi_{\mu\nu\lambda\sigma}(q_1, q_2, k - q_1 - q_2) \right)_{k=0}. \end{aligned} \quad (227)$$

Os coeficientes invariantes de Lorentz  $\Pi_i$  são inteiramente determinados por sete funções dos invariantes  $q_i \cdot q_j$  combinadas com simetria transversa. As 54 estruturas de Lorentz são redundantes, mas permitem evitar singularidades cinemáticas.

O tensor  $\Pi_{\mu\nu\lambda\sigma}$  é dominado pelas transições pseudoescalares  $\pi^0, \eta, \eta', \dots$  (veja a Fig. 24) descritas pelo lagrangiano efetivo de Wess-Zumino-Witten (WZW) [88] [89]

$$\mathcal{L}_{\text{WZW}}^{\text{eff}} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{N_c}{12F_\pi} \left( \pi^0 + \frac{\eta_8}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{\frac{2}{3}}\eta_0 \right) \hat{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (228)$$

As contribuições para "bolha" hadrônica são dadas por: transições de mésons vetoriais, axiais e escalares; transições tensoriais; laços de píons; laços de quarks e etc. O objetivo desta dissertação não é se aprofundar nas contribuições fortes. Para uma discussão mais detalhada, consulte [83]. O resultado final é [83]

$$a_\mu^{\text{HLbl}} = 103.4(28.8) \times 10^{-11}. \quad (229)$$

## 4.2 EXPERIMENTOS G-2

### 4.2.1 Experimento de Brookhaven

Nesta seção, contarei brevemente a história dos experimentos que mediram o momento anômalo magnético do múon e farei uma breve introdução ao experimento da virada do milênio que apresentou a primeira medida de  $a_\mu$  a discordar muito do valor predito pelo modelo padrão.

O Laboratório Nacional de Brookhaven (BNL) é um laboratório do Departamento de Energia dos Estados Unidos localizado em Upton, Long Island, e foi formalmente estabelecido em 1947 no local de Camp Upton, uma antiga base do Exército dos EUA e campo de internamento japonês. A história do BNL pode ser encontrada em seu site oficial <https://www.bnl.gov/about/history/>. No total, o laboratório abrange uma área de 21 km<sup>2</sup> que é principalmente coincidente com a aldeia de Upton, Nova York. Sua pesquisa inclui física nuclear e de alta energia, ciência e tecnologia de energia, meio ambiente e biociência, nanociência e segurança nacional. O campus contém várias grandes instalações de pesquisa, incluindo o Relativistic Heavy Ion Collider e o National Synchrotron Light Source II.

Em 1952, o Brookhaven começou a usar seu primeiro acelerador de partículas, o Cosmotron. Na época, o Cosmotron era o acelerador de maior energia do mundo, sendo o primeiro a transmitir mais de 1 GeV de energia a uma partícula. O Cosmotron foi aposentado em 1966, depois de ter sido substituído em 1960 pelo novo Alternating Gradient Synchrotron (AGS).

Os primeiros experimentos a medirem  $a_\mu$  começaram no CERN, em 1959, por iniciativa de Leon Lederman e depois vários outros, acabando em 1979. Os experimentos de Brookhaven, com o AGS, inauguraram a próxima etapa da pesquisas sobre o momento anômalo magnético do múon, seguindo a ideia (veja Fig. 25) do último dos experimentos do CERN [90], contudo com o objetivo de ter uma precisão 20 vezes melhor. [18] A técnica envolveu armazenar múons com energias de 3.094 GeV em um campo magnético uniforme e observar a diferença entre

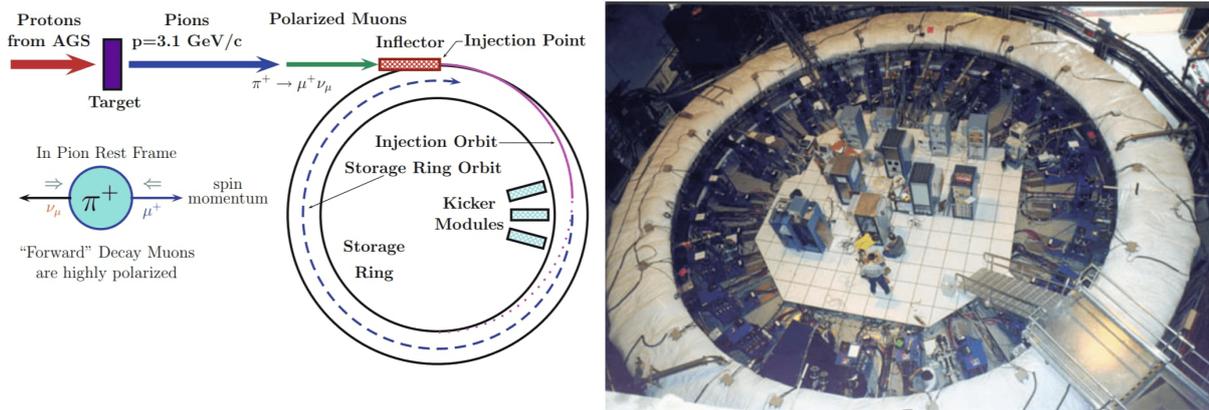


Figura 25 – A primeira imagem mostra o esquema da injeção de múons e o anel de armazenamento  $g_\mu - 2$ . Fonte: Figura retirada de [83]. A segunda imagem mostra o anel de armazenamento de múons do BNL. O anel tem raio 7.112 m, o campo é de 1.45 T e o momento do múon é  $p_\mu = 3.094$  GeV/c. Fonte: Figura retirada de <http://www.g-2.bnl.gov/>

as frequências de precessão do spin do múon e de rotação por meio da detecção dos elétrons oriundos dos decaimento dos múons usados. O avanço na precisão dependia crucialmente de um feixe muito mais intenso do que o disponível no CERN e da injeção de múons no anel de armazenamento, enquanto os experimentos anteriores do CERN haviam injetado píons no anel de armazenamento, dos quais apenas uma pequena fração decaía em múons que eram armazenados. O experimento usou um campo magnético com uma uniformidade melhor e vários outros avanços experimentais. O experimento tomou dados com múons e antimúons entre 1997 e 2001. Seu resultado final foi [91]:

$$a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2} = 11659208.0(5.4)(3.3) \times 10^{-10},$$

obtido pela combinação de resultados consistentes com precisão semelhante de múons e antimúons.

#### 4.2.2 Experimento do Fermilab

O Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab), localizado nos arredores de Batavia, Illinois, perto de Chicago, é um laboratório nacional do Departamento de Energia dos Estados Unidos especializado em física de partículas de alta energia. Desde 2007, o Fermilab é operado pela Fermi Research Alliance, um empreendimento conjunto entre Universidade de Chicago e a Universities Research Association<sup>4</sup> (URA).

Veja a Fig. 27 para entender o sistema de aceleradores do Fermilab. O Injetor Principal, com 3.3 km de circunferência, é o acelerador de partículas mais poderoso do laboratório. Até 2011, o Fermilab era o lar do acelerador Tevatron, de 6.28 km de circunferência.

<sup>4</sup> Esta seção foi feita baseada em [19] e em [92].



Figura 26 – Fotografia de Ryan Postel da sede do Fermilab. Fonte: Figura retirada de <https://vms.fnal.gov/>

O experimento de Brookhaven terminou em 2001, mas dez anos depois o Fermilab adquiriu o equipamento (inclusive o ímã no anel de armazenamento supercondutor (SR) de 1.45 T) e começou a trabalhar para fazer uma medição mais precisa (menor  $\sigma$ ) que, em tese, eliminaria a discrepância entre os resultados de Brookhaven e as previsões teóricas, ou confirma-las-ia.

O ímã começou a ser reformado e ligado em setembro de 2015. Em outubro de 2016, o ímã foi reconstruído e cuidadosamente ajustado para produzir um campo magnético altamente uniforme. [93] Ele se beneficiou de muitas melhorias que incluem uma uniformidade intrínseca do campo magnético 2.5 vezes melhorada, simulações detalhadas de armazenamento de feixe e rastreamento de última geração, calorimetria e metrologia de campo para a medição das propriedades do feixe, frequência de precessão e campo magnético [94]. Tais melhorias são importantes para a nova medição em seu objetivo de maior precisão.

Em abril de 2017, a colaboração estava preparando o experimento para a primeira produção com prótons – para calibrar os sistemas de detectores. O ímã recebeu seu primeiro feixe de múons em sua nova localização em 31 de maio de 2017. [95] A coleta de dados foi planejada para ocorrer até 2020.

Em 7 de abril de 2021, os resultados do experimento foram publicados [19]:

$$a_{\mu} = 116592040(54) \times 10^{-11}.$$

Os resultados combinados do Fermilab e do Brookhaven mostraram uma diferença com a teoria em uma significância de  $4.2\sigma$ , um pouco abaixo dos  $5\sigma$  que é preciso para reivindicar uma descoberta, mas ainda assim é uma evidência convincente de uma nova física. A chance

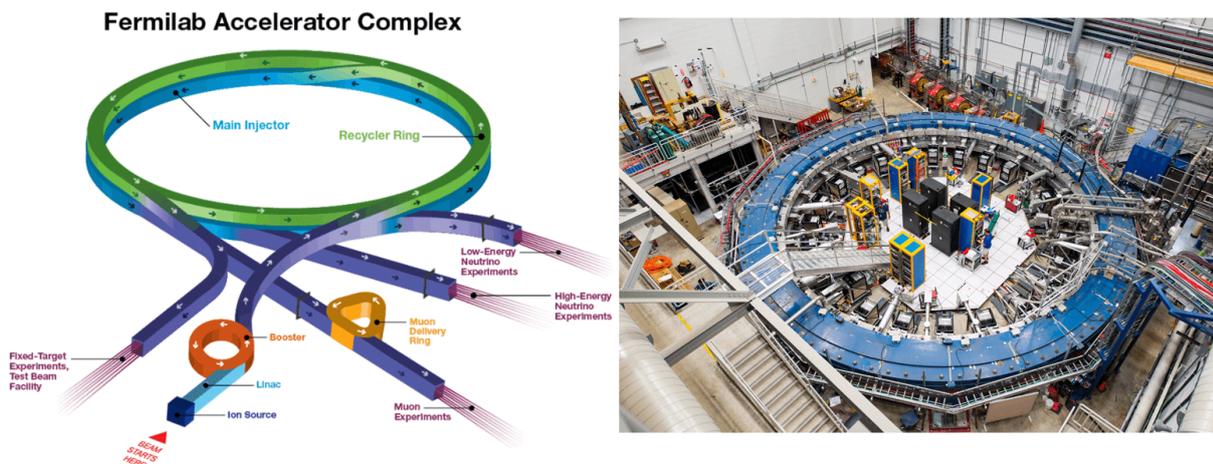


Figura 27 – A primeira Fig. mostra a estrutura dos aceleradores do Fermilab. Fonte: Figura retirada de <https://vms.fnal.gov/>. A segunda imagem é a fotografia de Reidar Hahn do anel do experimento do Muon  $g-2$  que fica em sua sala de detectores em meio ao feixe de múons e outros equipamentos. Este experimento opera a 450 graus Fahrenheit negativos e estuda a precessão (ou oscilação) dos múons à medida que viajam pelo campo magnético. Fonte: Figura retirada de <https://vms.fnal.gov/>

de que uma flutuação estatística produzisse tais resultados é de cerca de 1 em 40.000.

A técnica experimental seguiu o conceito do experimento BNL e consiste em produzir um feixe de múons polarizado e limpo, enviá-lo para um anel de armazenamento com campo magnético muito uniforme e observar os pósitrons do decaimento.

Os múons observados no experimento Múon  $g-2$  originaram-se do decaimento de píons, que por sua vez foram produzidos pelas colisões de um feixe de prótons de 8 GeV em um alvo. Após as colisões, as partículas secundárias eram focalizadas com uma lente eletrostática de lítio e os píons com momento de 3.1 GeV eram extraídos. O feixe de píons então circulava dentro do Delivery Ring (Fig. 27), onde os prótons restantes eram removidos e todos os píons decaíam em múons. Como os píons têm spin zero, os múons eram emitidos isotropicamente no referencial de repouso, mas sua helicidade era restringida pelo decaimento fraco. Ao selecionar múons reforçados com maior momento, é possível obter um feixe altamente polarizado no referencial do laboratório.

O experimento contava com 16 feixes de múons positivos altamente polarizados, com energias 3.1 GeV/c, com vida de  $\approx 120$  ns. Um ímã de impulso rápido deflete o feixe de múons para uma abertura de armazenamento de 9 cm de diâmetro, resultando em  $\approx 5000$  múons armazenados por feixe que então circulavam dentro do anel por  $700 \mu\text{s}$ . A órbita central tem um raio de  $R_0 = 7.112$  m e o período do ciclotron é 149.2 ns. À medida que o feixe girava em torno desse anel de armazenamento sob o efeito do campo magnético, o spin dos múons sofria uma precessão, contudo a uma taxa maior que a frequência de ciclotron. Como indicado na Fig. 28, se o fator giromagnético do múon fosse  $g_\mu = 2$ , isso não seria observado – o spin continuaria alinhado ao momento linear. A partir desta precessão é possível medir a parte

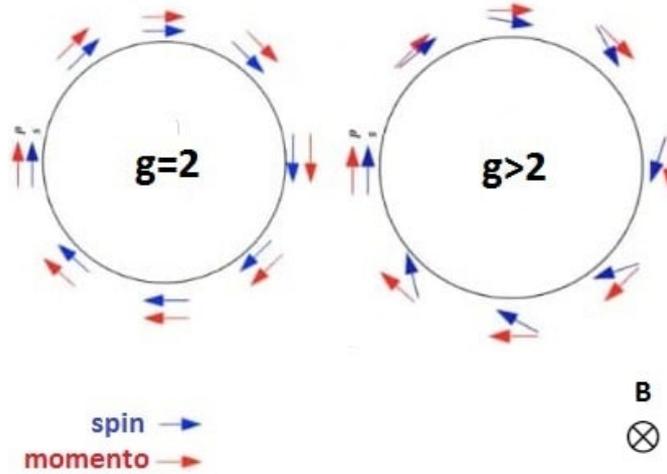


Figura 28 – Comportamento do spin de um múon em um ciclotron. Fonte: Figura retirada de [19].

anômala.

A frequência de ciclotron  $\omega_C$  e a frequência de precessão do spin  $\omega_S$  para um múon movendo-se no plano horizontal de um anel de armazenamento com campo magnético  $\vec{B}$  normal a este plano são dados por:

$$\vec{\omega}_C = -\frac{Q\vec{B}}{m_\mu\gamma}, \quad \vec{\omega}_S = -\frac{g_\mu Q\vec{B}}{2m_\mu} - (1-\gamma)\frac{Q\vec{B}}{\gamma m_\mu}. \quad (230)$$

A frequência de precessão anômala  $\omega_a$  é determinada a partir da diferença:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_a &:= \vec{\omega}_S - \vec{\omega}_C \\ &= -\left(\frac{g_\mu - 2}{2}\right)\frac{Q\vec{B}}{m_\mu} \\ &= -a_\mu\frac{Q\vec{B}}{m_\mu}. \end{aligned} \quad (231)$$

Em virtude de os quadrupolos elétricos serem usados para fornecerem foco vertical no anel de armazenamento, seu campo elétrico é visto no referencial de repouso do múon como um campo magnético de movimento que pode afetar a frequência de precessão do spin. Na presença de ambos os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ , a expressão para a frequência anômala é:

$$\vec{\omega}_a := -\frac{Qa_\mu\vec{B}}{m_\mu} + \frac{Qa_\mu}{m_\mu}\left(\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta} + \frac{Q}{m_\mu}\left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2-1}\right)\frac{\vec{\beta}\times\vec{E}}{c}. \quad (232)$$

O 2º termo aparece em razão de alguns múons não viajarem perpendicularmente em relação ao campo magnético. Foi escolhido  $\gamma = 29.3$  que faz o coeficiente do 3º termo  $\vec{\beta}\times\vec{E}$  quase desaparecer, de sorte que  $a_\mu$  pode ser determinado por uma medição precisa de  $\omega_a$  e de  $B$ .

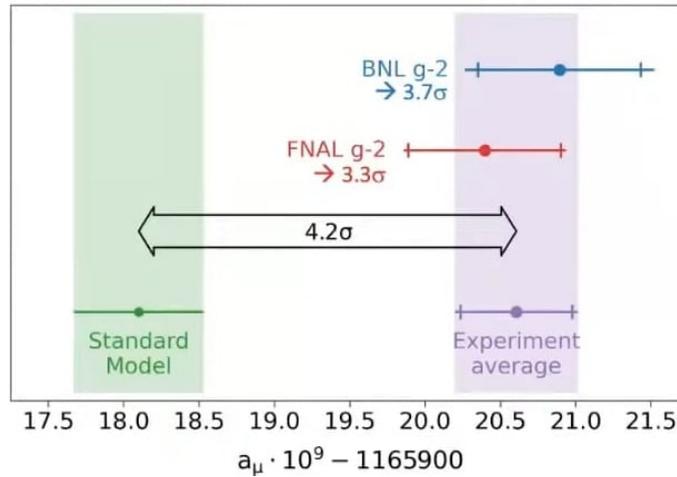


Figura 29 – Desvio do SM para os experimentos do Brookhaven e do Fermilab. Fonte: Figura retirada de [19].

Portanto, no referencial de repouso do múon, a direção de rotação do múon pode ser monitorada observando a direção na qual os pósitrons de decaimento de alta energia são emitidos. O Experimento Múon  $g - 2$  estava equipado com 24 calorímetros eletromagnéticos localizados ao redor do anel com  $15^\circ$  de distância azimutal entre si. A assimetria do processo de decaimento, juntamente com o fato de o spin precessionar em relação ao momento, resulta em uma oscilação na contagem de pósitrons ao longo do tempo. O número de pósitrons detectados acima de um único limite de energia  $E$  é:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} [1 + A \cos(\omega_a t + \phi)], \quad (233)$$

em que a normalização  $N_0$ , a assimetria  $A$  e a fase inicial  $\phi$  são todas dependentes do limiar de energia. A constante temporal  $\tau$  representa o tempo de vida do múon no referencial do laboratório, i.e.,  $\gamma\tau_\mu 64.4 \mu\text{ s}$ .

Os pósitrons eram medidos por 24 calorímetros, cada um com uma matriz de cristais  $PbF_2$  com tamanho  $2.5 \times 2.5 \times 14$  cm [19]. As partículas carregadas nas chuvas eletromagnéticas geram fótons de Cherenkov. A escolha de um material Cherenkov puro é justificada pelo sinal quase instantâneo produzido quando um pósitron atinge-o. Cada cristal é acoplado a um detector Silicon PhotoMultiplier (SiPM), cujos sinais são digitalizados a uma taxa de amostragem de 800 MHz e divididos em ilhas de 40 ns por GPUs online.

Para calcular a parte anômala eram necessárias a frequência de precessão anômala do múon, a intensidade do campo magnético e a distribuição do feixe dentro da região de armazenamento. O campo magnético é medido usando um pulso de prótons em ressonância magnética nuclear (RMN), calibrada em termos da frequência de precessão equivalente  $\hat{\omega}_p(T_r)$  de um próton blindado em uma amostra esférica de água a uma temperatura de referência  $T_r = 34.7^\circ\text{ C}$ .  $\hat{\omega}_p$  é a frequência de precessão de Larmor do próton ( $\omega_p$ ) convoluída com a distribuição do feixe, representando a intensidade média de campo experimentada pelos múons.

Os demais fatores são conhecidos com precisão suficiente de outros experimentos. O campo magnético  $B$  é determinado a partir da frequência de precessão e momento magnético do próton blindado,  $\mu'_p(T_r)$  usando  $\hbar\omega'_p = 2\mu'_p B$ . A anomalia do múon pode então ser obtida de [19]:

$$a_\mu = \frac{\omega_a g_e m_\mu \mu'_p}{\hat{\omega}_p 2 m_e \mu_e}. \quad (234)$$

Como já mencionado, o resultado obtido pelo Fermilab foi [19]

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116592061(41) \times 10^{-11}.$$

A discordância do teórico para o experimental é

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (251 \pm 59) \times 10^{-11},$$

e a discrepância do resultado em conjunto ao de BNL é mostrado na Fig. 29. Este resultado é significativo, se for comparado com o do elétron, por exemplo, que é da ordem de  $10^{-3}$  vezes menor.

Antes do início de cada corrida de aquisição de dados, o relógio principal que determinava a taxa de digitalização dos calorímetros era configurada com um desvio secreto na faixa de 25 ppm. A frequência real era conhecida apenas por duas pessoas fora da colaboração, e esse número só era revelado aos analisadores na fase final do processo de medição. Toda a análise da precessão do múon era, portanto, realizada às cegas em dados não calibrados no tempo. Quando a colaboração decidia por unanimidade que a análise estava amadurecida e o valor final era calculado, a frequência secreta era então revelada.



## 5 OUTRAS ANOMALIAS

Além das discordâncias entre a teoria e o experimento para os decaimentos belos e o fator giromagnético do múon, há outros problemas clássicos envolvendo o SM como, por exemplo, a origem da massa dos neutrinos e a matéria escura. Neste capítulo, farei uma breve exposição de cada um deles e de algumas condições, as quais quaisquer modelos que pretendam explicá-los precisam obedecer.

### 5.1 ANITA

O **Antartic Impulsive Transient Antenna** (ANITA) é um experimento financiado pela NASA e desenvolvido para o estudo de neutrinos cósmicos de altíssimas energias (UHE) por meio da detecção de pulsos de rádio emitidos por suas interações com o gelo antártico. Ele consiste em antenas de rádio suspensas por um balão de hélio voando a uma altura aproximada de 37 km. Foram realizados 4 voos, o primeiro sendo em dezembro de 2006 e o último em 2016.

O ANITA é sensível a dois tipos de pulsos de rádio [96] [97]. O primeiro deles é a emissão que ocorre devido ao efeito Askaryan: neutrinos com energias da ordem de  $10^{18}$  eV produzem partículas carregadas que, quando em contato com o gelo antártico (um dielétrico), têm velocidades superiores a da luz no meio e, conseqüentemente, emitem radiação Cherenkov coerente no regime de rádio (o gelo é quase transparente a elas). O segundo é a emissão geomagnética proveniente das extensivas chuvas de radiação (EAS) induzidas por raios cósmicos ou decaimentos de léptons  $\tau$  criados pelas interações de neutrinos  $\nu_\tau$ . O campo magnético da terra separa as cargas das EAS e elas emitem radiação na faixa do rádio. A emissão EAS é, em maioria, horizontalmente polarizada devido ao campo geomagnético vertical na Antártica; enquanto que a emissão Askaryan visível para a ANITA é, em maioria, verticalmente polarizada devido ao efeito de Fresnel assim que as ondas de rádio se propagam através da superfície do gelo.

Dentre a radiação dos raios cósmicos (EAS) detectada, mais de 90% dos eventos do ANITA apresentam polarização invertida em relação ao campo geomagnético local da Terra, pois as ondas de rádio são geradas na atmosfera e refletem no gelo antártico antes de serem medidas. Em virtude da altura do balão, observações diretas de raios cósmicos (polarização não-invertida) são possíveis dentro de  $\theta \leq 6^\circ$  da horizontal. Contudo, dois eventos EAS, que exibiam polarização não invertida, foram observados em ângulos  $117.4^\circ$  e  $125.0^\circ$ .

Possíveis explicações para esses eventos são léptons  $\tau$  emergentes do gelo proveniente de raios cósmicos. Em particular, neutrinos  $\nu_\tau$  que interagem no interior da Terra, regeneram-se em  $\tau$ , que emerge do gelo e decai na atmosfera emitindo radiação detectada pelo ANITA. O  $\tau$  é um bom candidato pois, diferente do elétron  $e^-$  e do múon  $\mu$ , ele interage pouco com o gelo, aumentando as chances de uma eventual emergência.

Quando os eventos ANITA foram detectados, as principais hipóteses foram: uma ex-

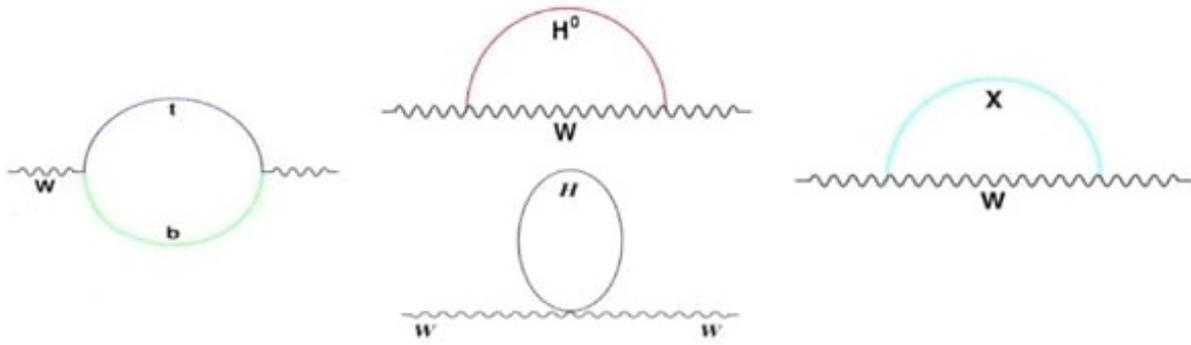


Figura 30 – Correções radioativas à massa do bóson  $W$ .  $H$  é o bóson de Higgs e  $X$  é uma potencial nova partícula muito massiva. Fonte: Figura retirada de [101].

plicação astrofísica (como uma fonte intensa de neutrinos), um erro sistemático (como não contabilizar algo no detector) ou física além do modelo padrão, e ainda hoje não há uma explicação bem aceita pela comunidade científica sobre o evento observado. Dentro das explicações envolvendo uma física além do modelo padrão, em geral os modelos supõem a existência de novas partículas que interagiriam pouco com a matéria e atravessariam a Terra decaindo em um  $\tau$  que, por sua vez, decairia nos neutrinos observados [98] [99].

## 5.2 ANOMALIA NA MASSA DO BÓSON $W$

Essa anomalia surgiu recentemente (2022) e se trata de uma discordância entre valor teórico previsto pelo SM para a massa do bóson  $W$  e o mais recente (até agora) valor experimental obtido pela colaboração CDF depois de uma análise dos dados gerados pelo Tevatron entre 2002 a 2011 [100].

### 5.2.1 Massa teórica do bóson $W$

A massa do bóson  $W$  é obtida teoricamente a partir da proporcionalidade entre a constante de Fermi,  $G_F$ , com o quadrado de uma das constantes de acoplamento eletrofraco,  $g_{ew}$ , relação advinda da teoria de Fermi, como discutido no capítulo 2,

$$g_{ew}^2 = \frac{8}{\sqrt{2}} G_F M_W^2. \quad (235)$$

Invertendo esta equação, chega-se a uma expressão para massa do bóson  $W$  que envolve parâmetros bem conhecidos experimentalmente

$$M_W^2 = \frac{\pi \alpha_{em}}{\sqrt{2} G_F \sin^2(\theta_W)}. \quad (236)$$

A constante de acoplamento fraco é obtida da equação  $g_{ew} \sin(\theta_W) = e$ , para  $\theta_W$  sendo o ângulo de Weinberg. É importante ressaltar que esta fórmula se assegura para o nível de árvore. Todos estes parâmetros têm valores experimentais bem conhecidos [7]:

$$\begin{aligned}\alpha_{em}(M_Z) &= \frac{1}{127,918}, \\ G_F &= 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \text{ (decaimento do múon)}, \\ M_Z &= 91.1876(21) \text{GeV}, \\ M_t &= 172.29(59) \text{GeV}, \\ M_H &= 125.25(17) \text{GeV}.\end{aligned}$$

É importante ressaltar que a equação 236 fornece uma expressão a nível de árvore para massa do bósons  $W$ . A fim de adicionar correções radioativas a ela, supõe-se que as contribuições de laços entrem como um parâmetro  $\Delta r$  da seguinte forma:

$$M_W = \sqrt{\frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F \sin(\theta_W)}} \frac{1}{\sqrt{1 - \Delta r}}, \quad (237)$$

em que  $\Delta r$  são as correções radioativas ao propagador de  $W$ . As correções mais significativas são apresentadas na Fig. 30. As correções do primeiro diagrama envolvendo os quarks top e bottom são da ordem  $\Delta M_W \propto M_t^2 - M_b^2$  as correções envolvendo o bóson de Higgs são da ordem  $\Delta M_W \propto \ln(M_H)$ . Assim,

$$M_W = M_W^{\text{tree}} + a(M_t^2 - M_b^2) + b \ln M_H + \dots \quad (238)$$

A massa do bóson  $W$  está restrita por parâmetros do SM a uma precisão relativa de 0.01%. O valor esperado pelo modelo padrão é [7]:

$$M_W = 80.357 \pm 4_{\text{inputs}} \pm 4_{\text{teoria}} \text{MeV}. \quad (239)$$

Os inputs incluem a medida das massas dos bósons de Higgs e o  $Z$  e do quark top, do acoplamento eletromagnético e do tempo de vida dos múons.

### 5.2.2 Tevatron

O Tevatron é um acelerador de partículas localizado no *Fermi National Accelerator Laboratory* (Fermilab), Illinois (primeira imagem da Fig. 31). Ele ficou completo em 1983 e funcionou até Setembro de 2011. Sua principal conquista foi a descoberta, em 1995, do quark top. Consistia de um síncrotron que acelerava prótons e antiprótons em um anel de 6.28 km em energias do centro de massa de 1.96 TeV. Havia dois detectores nele: o CDF e o DZERO ( $D\emptyset$ ), conforme indica a Fig. 31.

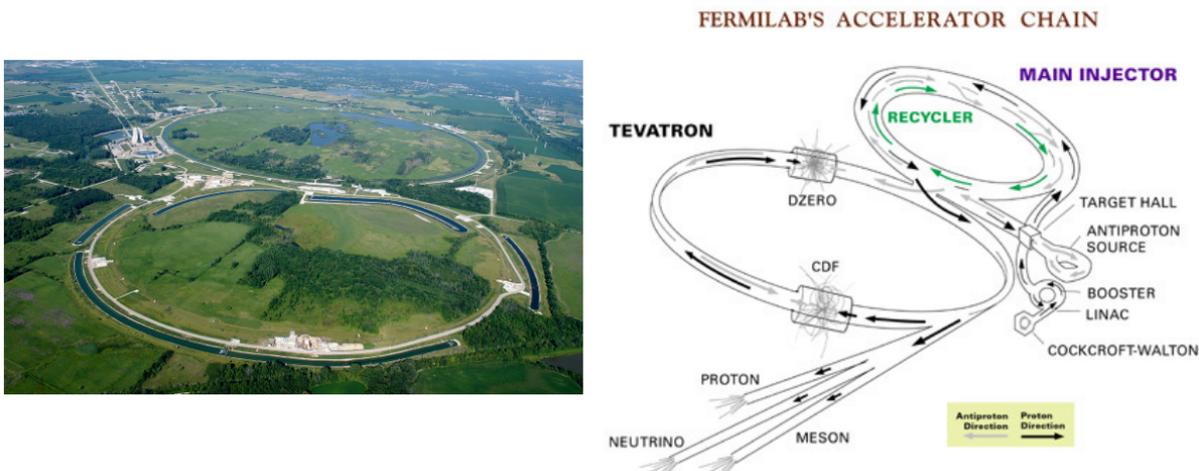


Figura 31 – A primeira imagem é uma fotografia do Tevatron, anel e injetor principal. Fonte: Figura retirada de <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fermilab.jpg>. A segunda imagem é um desenho esquemático do Tevatron. Fonte: Figura retirada de [101].

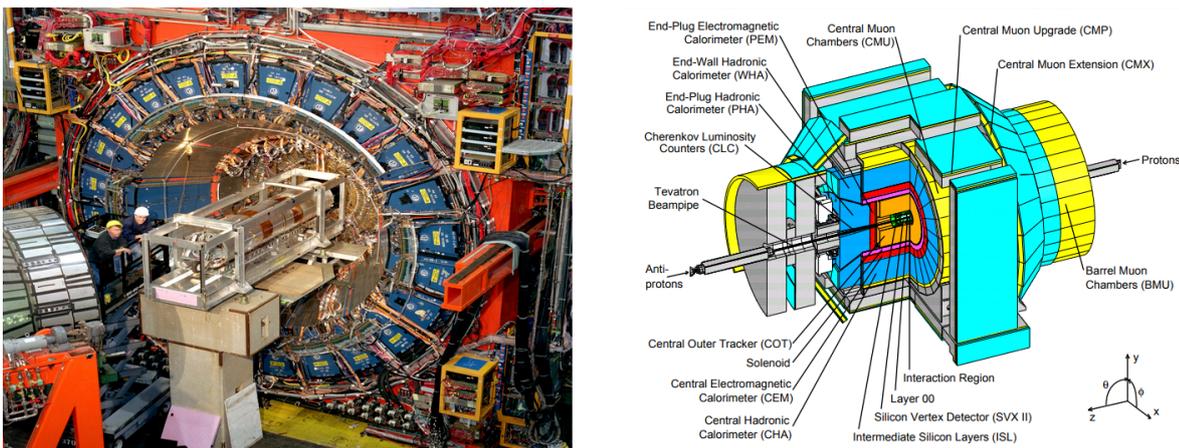


Figura 32 – A primeira imagem mostra Fotografia do detector CDF. Fonte: Figura retirada de <https://news.fnal.gov/>. A segunda imagem mostra uma visão esquemática e 3D dos componentes do detector CDF. Fonte: Figura retirada de [102].

O Collider Detector do Fermilab (CDF) era um detector multifuncional projetado para estudar uma ampla gama de interações e partículas produzidas na colisão  $p^-p^+$ . Uma fotografia e ilustração do detector CDF podem ser encontradas na Fig. 32. Os feixes de prótons e antiprótons eram focalizados no centro do detector. As partículas resultantes eram identificadas e suas energias e seus momentos, medidos por um sistema de subdetectores colocados em camadas concêntricas ao redor do tubo do feixe. O detector possuía simetria forward-backward e azimutal, que refletia a simetria dos feixes em colisão, e usava um sistema de coordenadas destro com a origem no centro do detector conforme indica a Fig. 32. O eixo z é orientado ao longo da direção dos feixes, é positivo na direção do feixe de prótons e negativo na direção do antipróton. O eixo y aponta verticalmente para cima a partir do eixo do feixe, e o eixo x está no plano transversal apontando horizontalmente para longe do centro do detector.

Apesar de as colisões terem parado em 2011, algumas análises físicas ainda estão em andamento. O resultado mais recente de uma destas análises foi apresentado pela colaboração CDF e se deve ao Run II do CDF [100] – produção de bósons  $W$  de 2002-2011 a  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV.

### 5.2.3 Medição

As colisões realizadas no Tevatron,  $p\bar{p}$ , para produzir o bóson  $W$  acontecem predominantemente ( $\sim 80\%$ ) via a aniquilação de um quark de valência do próton e um antiquark de valência do antipróton:

$$\bar{u}d \longrightarrow W^-, \quad u\bar{d} \longrightarrow W^+. \quad (240)$$

Contudo, o tempo médio de vida do bóson  $W$  é da ordem de  $3 \times 10^{-25}$ s, de sorte que ele decai antes de interagir com qualquer instrumento de detecção. Então, o que é detectado são os produtos de seu decaimento. Por exemplo, o bóson  $W^-$  decai em  $e\bar{\nu}_e$ ,  $\mu\bar{\nu}_\mu$ ,  $\tau\bar{\nu}_\tau$  e  $q\bar{q}$ . Para os canais de léptons, as razões de ramificação são:

$$\text{Br}(W \longrightarrow \ell\bar{\nu}) = 0.104 \pm 0.008, \quad (241)$$

$$\text{Br}(W \longrightarrow \mu\bar{\nu}_\mu) = 0.1057 \pm 0.0015, \quad (242)$$

O primeiro resultado é uma média sobre todos os 3 léptons [7]. O canal hadrônico é responsável por  $2/3$  da razão de ramificação dos decaimentos de  $W$ ; todavia, há um grande *background* de processos da QCD resultando em dois ou mais jatos no estado final que inundam os sinais dos canais hadrônicos. Por conta disto, são considerados apenas os decaimentos envolvendo  $e^\pm$  e  $\mu^\pm$ , que são experimentalmente mais fáceis de identificar e de analisar. Assim, o CDF olhou para os decaimentos:

$$W \longrightarrow e\bar{\nu}_e, \quad W \longrightarrow \mu\bar{\nu}_\mu, \quad (243)$$

$$Z \longrightarrow \mu\bar{\mu}, \quad Z \longrightarrow e\bar{e}. \quad (244)$$

A detecção experimental dos candidatos envolvendo elétrons no final foi feita em 3 níveis, e os critérios são apresentados na imagem (a) da Fig. 33. Para o múon, foram usados 2 sistemas de gatilhos de detecção, um para cada subdetector. Os critérios podem ser vistos na imagem (b) da Fig. 33.

O CDF encontrou 1.811.700 candidatos para os decaimentos  $W \rightarrow e\nu$  e 2.424.486 envolvendo  $W \rightarrow \mu\nu$ . Alguns desses vem de processos que não envolvem  $W^\pm$ , porém que imitam a produção do  $W^\pm$ , e são chamados de processos **background**.

### 5.2.4 Análise dos dados

Sendo  $W^\pm$  pesado,  $e^\pm$  ou  $\mu^\pm$  têm uma grande quantidade de momento:

Variable	Cut value: W Mass
$E_T$	$> 30 \text{ GeV}, < 65 \text{ GeV}$
$p_T^{BC}$	$> 18 \text{ GeV}$
$E/p$	$> 0.0, < 2.0$
$E_{had}/E_{em}$	$< 0.1$
$ z_0 $	$< 60 \text{ cm}$
$ \Delta z $	$< 5 \text{ cm}$
$ \Delta x $	-
$L_{shr}$	$< 0.3$
$N_{seg}^{axial}$	$\geq 3$ with $\geq 7$ hits
$N_{seg}^{stereo}$	$\geq 3$ with $\geq 7$ hits

Variable	Cut value : W Mass
$p_T^{BC}$	$> 30 \text{ GeV and } < 65 \text{ GeV}$
$ z_0 $	$< 60 \text{ cm}$
$ d_0 $	$< 0.1 \text{ cm}$
$\chi_{track}^2/\text{dof}$	$< 3.0$
$N_{seg}^{axial}$	$\geq 3$ with $\geq 7$ hits per superlayer
$N_{seg}^{stereo}$	$\geq 3$ with $\geq 7$ hits per superlayer
$N_{hits}^{axial}$	-
$R_{COT}$	-
$E_{em}$	$< 2.0 + 0.0115 \times (p_T - 100) \text{ GeV}^{-1}$
$E_{had}$	$< 6.0 + 0.028 \times (p_T - 100) \text{ GeV}^{-1}$
silicon hits	-

(a)
(b)

Figura 33 – (a) Critérios de seleção para os elétrons na análise de massa de  $W$ . (b) Critérios de seleção para os múons na análise de massa de  $W$ . Fonte: Figura retirada de [101].

$$W \longrightarrow \ell \nu_\ell, \quad (245)$$

$$P^W = p^\ell + p^\nu. \quad (246)$$

O momento transversal do neutrino,  $p_T^\nu$ , é encontrado impondo a conservação do momento transversal:

$$\vec{p}_T^\nu = -\vec{p}_T^\ell - \vec{P}_T^X, \quad (247)$$

em que  $\vec{P}_T^X$  é o recuo hadrônico, a soma de todos os produtos detectáveis da colisão acompanhando o bóson  $W$ . A massa transversal do bóson  $W$  é definida como

$$M_T(\ell, \nu) := \sqrt{2(p_T^\ell p_T^\nu - \vec{p}_T^\ell \cdot \vec{p}_T^\nu)}, \quad (248)$$

$$= \sqrt{2p_T^\ell p_T^\nu (1 - \cos(\Delta\phi))}. \quad (249)$$

O espectro da massa transversal é caracterizado por uma distribuição suave seguida de uma queda abrupta, conhecida como **Jacobian edge**, que ocorre em  $M_T = M_W$  e é usada para extrair a massa do bóson  $W$ . A distribuição com seu Jacobian edge podem ser encontradas no gráfico (a) da Fig. 34.

Para entender esta queda abrupta, vale a pena analisar a distribuição de eventos  $W$  como função de  $p_T^\ell$ , na qual é possível mostrar como esse "edge" surge e sua relação com a massa do bóson  $W$ . No referencial de repouso do bóson  $W$ , negligenciando a massa dos produtos do decaimento, os léptons são emitidos *back to back* e carregam metade da massa de  $W$ ,  $p^\ell = \frac{M_W}{2}$ . Assim,

$$p_T^\ell = \frac{M_W}{2} \sin(\theta). \quad (250)$$

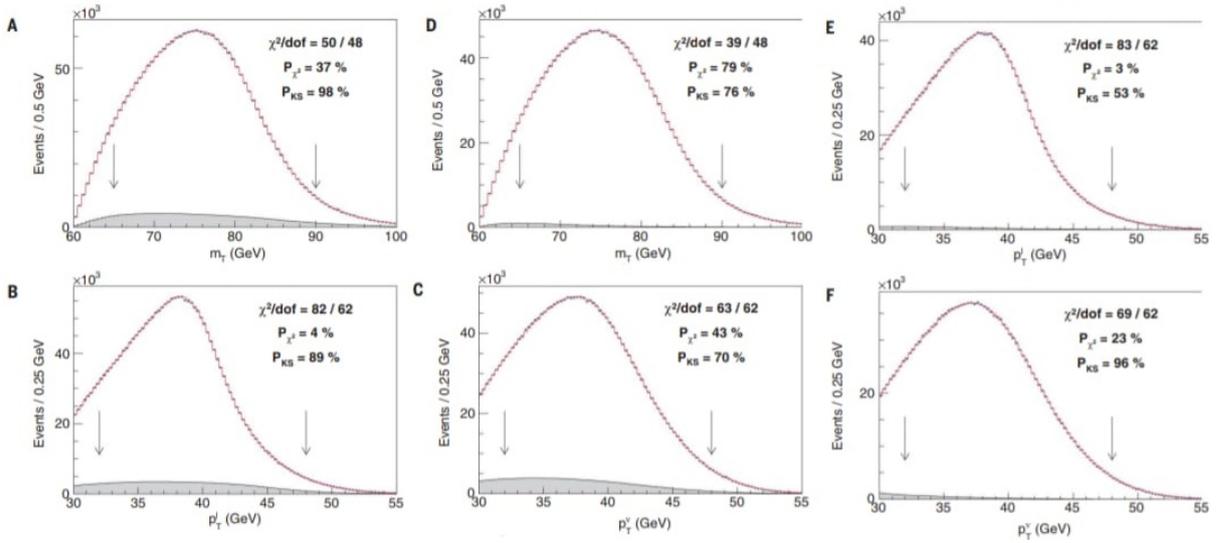


Figura 34 – Distribuições do número de eventos pelas variáveis  $m_T, p_T^\ell, p_T^\nu$  para o canal do múon (A, B, C) e para o canal do elétron (E, F, G). Fonte: Figura retirada de [100].

A razão do edge pode ser vista na derivada da seção de choque com relação ao momento. Usando a regra da cadeia,

$$\frac{d\sigma}{dp_T^\ell} = \frac{d\sigma}{d\cos(\theta)} \left( \frac{2p_T^\ell}{M_W} \right) \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{M_W}{2}\right)^2 - (p_T^\ell)^2}}, \quad (251)$$

que tem uma singularidade em  $p_T^\ell = \frac{M_W}{2}$ . Cada distribuição possui o Jacobian edge em um ponto diferente, contudo todos são proporcionais a  $M_W$ .

Usando a distribuição dos momentos transversos  $e^\pm, \mu^\pm$ , do momento transverso de  $\nu$  e da massa transversa, é possível fitar a massa do bóson  $W$  encontrando os "edges". Isso dá 6 medidas diferentes (não totalmente independentes) que podem ser vistas na Tabela 5. O resultado final é a combinação dessas 6 medidas. Cada uma delas têm suas vantagens e desvantagens. Por exemplo, por um lado, a distribuição  $p_T^\ell$  é muito sensível ao movimento transverso de  $W$ , causando um borrão no Jacobian edge. Contudo, ele não é diretamente dependente de  $p_T^\nu$ , logo é relativamente insensível à modelagem do recuo ( $\vec{P}_T^X$ ). Por outro lado, a distribuição  $M_T$  é o oposto, é relativamente insensível à descrição teórica do momento transverso de  $W$ ; mas, desde que ela é dependente  $p_T^\nu$ , é sensível à modelagem da resposta de recuo, resultando em um borrão significativo do Jacobian edge devido à resolução do detector e da resposta.

O CDF faz uma *análise cega*, uma análise realizada sem conhecer-se o resultado final, para evitar o *experimenter's bias* – uma influência não intencional na medida devido ao conhecimento de resultados anteriores ou expectativas teóricas, um viés do experimentador. Seu resultado é

$$M_W(\text{CDF}) = 80,4335 \pm 0,0094 \text{ GeV}/c^2, \quad (252)$$

$M_T(e, \nu)$	$80.429, 1 \pm 10, 3_{\text{stat}} \pm 8.5_{\text{syst}}$
$p_T^\ell(e)$	$80.411, 4 \pm 10, 7_{\text{stat}} \pm 11.8_{\text{syst}}$
$p_T^\nu(e)$	$80.426, 3 \pm 14, 5_{\text{stat}} \pm 11.7_{\text{syst}}$
$M_T(\mu, \nu)$	$80.446, 1 \pm 9, 2_{\text{stat}} \pm 7.3_{\text{syst}}$
$p_T^\ell(\mu)$	$80.428, 2 \pm 9, 6_{\text{stat}} \pm 10.3_{\text{syst}}$
$p_T^\nu(\mu)$	$80.428, 9 \pm 13, 1_{\text{stat}} \pm 10.9_{\text{syst}}$
Combinação	$80.433, 5 \pm 6, 4_{\text{stat}} \pm 6.9_{\text{syst}}$

Tabela 5 – Resultados individuais da fitagem e incertezas das medidas de  $M_W$ . Fonte: [100].

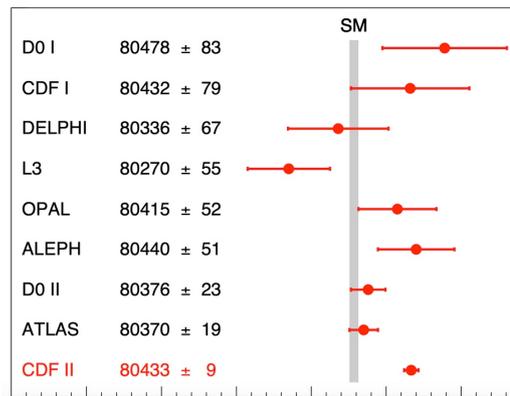


Figura 35 – Massa  $M_W$  obtida por vários experimentos. As barras horizontais indicam a incerteza das medições alcançadas por vários experimentos. Fonte: Figura retirada de <https://news.fnal.gov/>

é a medida mais precisa de  $M_W$  já realizada. O resultado experimental tem um desvio de  $7\sigma$ ! Em geral, a comunidade científica fica alerta para uma descoberta quando um resultado experimental está em desacordo com uma predição do SM por, ao menos,  $5\sigma$ . A comparação com o valor teórico desta mediação e de outras até hoje realizadas podem ser encontradas na Fig. 35. Contudo, apesar de o erro estatístico ser pequeno, o resultado pode ser consequência de um erro sistemático, seja em algum aparelho, seja nos métodos, seja na análise; e, para que se tenha certeza de tal valor, é recomendada, ao menos, uma medição envolvendo um método e uma análise independentes.

## 5.3 FENOMENOLOGIA DOS NEUTRINOS

### 5.3.1 Oscilação de neutrinos

A ideia de oscilação do neutrino foi apresentada em 1957 por Bruno Pontecorvo [103], que propôs que as transições de neutrino-antineutrino poderiam ocorrer em analogia com a mistura neutra de Káon. Embora essa oscilação matéria-antimatéria não tenha sido observada, essa ideia formou a fundação conceitual para a teoria quantitativa da oscilação do sabor de neutrinos, que foi desenvolvida pela primeira vez por Maki, Nakagawa e Sakata em 1962 [104] e melhorada por Pontecorvo em 1967 [105].

O mecanismo é tratado por muitos livros, como por exemplo [34], [36]. Para entender a oscilação matematicamente, considere a interação eletrofraca, cujo grupo de simetria é  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . A representação fundamental deste grupo de Lie acontece no espaço de Hilbert  $\mathbb{C}^2$

$$\rho_{ew} : SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow GL(\mathbb{C}^2). \quad (253)$$

A base escolhida para este espaço,  $\mathbb{C}^2$ , é dada pelos autovetores do operador de isospin fraco  $\mathbb{T}_3 : \mathbb{C}^2 \longrightarrow \mathbb{C}^2$ ,  $|+\rangle, |-\rangle$  (não confunda com o spin!)

$$|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbb{T}_3}, \quad |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathbb{T}_3}.$$

Portanto, uma seção  $L^i : \mathbb{R}^{1,3} \longrightarrow \mathbb{C}^2$  é escrita, na base dos autovetores de  $\mathbb{T}_3$ , como

$$L^i \equiv [L^i]_{\mathbb{T}_3} = \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ \ell_L^i \end{pmatrix}_{\mathbb{T}_3} = \nu_L^i |+\rangle + \ell_L^i |-\rangle,$$

em que o índice  $i = 1, 2, 3$  diz respeito à geração e, a equivalência  $\equiv$  é para não sobrecarregar a notação. Ou seja,

$$\nu_{L,R} = \begin{pmatrix} \nu_{L,R}^e \\ \nu_{L,R}^\mu \\ \nu_{L,R}^\tau \end{pmatrix}_f, \quad \ell_{L,R} = \begin{pmatrix} e_{L,R} \\ \mu_{L,R} \\ \tau_{L,R} \end{pmatrix}_f,$$

em que o subíndice  $f$  é para indicar que a matriz coluna é escrita na base dos sabores (*flavour basis*). Para critérios de ilustração, nesta seção suponha que exista um neutrino dextrogiro  $\nu_R$ . Um campo de Higgs é escrito como:

$$[H]_{\mathbb{T}_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^+ \end{pmatrix}_{\mathbb{T}_3} = \phi^+ |+\rangle + \phi^0 |-\rangle.$$

A interação de Yukawa para os léptons é da forma

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\bar{L} Y_\ell H \ell_R - \bar{L} Y_\nu \hat{H} \nu_R + \text{h.c} \quad (254)$$

$$= \sum_{i,j}^3 \left( -\bar{L}^i Y_\ell^{ij} H \ell_R^j - \bar{L}^i Y_\nu^{ij} \hat{H} \nu_R^j \right) + \text{h.c.}, \quad (255)$$

em que  $i, j$  são os índices de sabores. Aqui, para não sobrecarregar a notação, escreverei tudo sem  $\square_{\mathbb{T}_3}$ , mas todos os termos estão escritos na base dos autovetores de  $\mathbb{T}_3$  (inclusive as matrizes  $Y^{u,d}$ ). Também omitirei os somatórios. Fixarei, então, a seguinte notação antes de prosseguir:

$$L^j = \begin{pmatrix} \ell_L^j \\ \nu_L^j \end{pmatrix}, \quad C(L^j) = \begin{pmatrix} C(\ell_L^j) \\ C(\nu_L^j) \end{pmatrix}, \quad \bar{L}^j = \begin{pmatrix} \nu_L^{j\dagger} & \ell_L^{j\dagger} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \hat{H} := i\sigma_2 H = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ -\phi^+ \end{pmatrix}, \quad (256)$$

e  $C(\psi_{L,R}) = \pm i\sigma_2 \psi_{L,R}^*$ . Depois da quebra espontânea de simetria,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_L^i Y_\ell^{ij} \ell_R^j - \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^i Y_\nu^{ij} \nu_R^j + \text{h.c.} \quad (257)$$

Porém, como pode-se ver, nesta base haverá termos indesejados misturando sabores, por exemplo  $-\frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L Y_\ell^{\tau e} e_R$ . Desde que as matrizes  $Y_{\ell,\nu}$  são hermitianas, elas têm autovalores reais. Ademais, pode-se encontrar matrizes unitárias  $U_\nu, K_\nu, U_\ell, K_\ell$  tais que:

$$Y_\nu = U_\nu \text{diag}(y_{\nu_e}, y_{\nu_\mu}, y_{\nu_\tau}) K_\nu^\dagger, \quad (258)$$

$$Y_\ell = U_\ell \text{diag}(y_e, y_\mu, y_\tau) K_\ell^\dagger, \quad (259)$$

em que  $\text{diag}(\cdot)$  é a matriz diagonal  $3 \times 3$ . Em termos de índices,

$$Y_\nu^{ij} = \sum_{k=1}^3 y_{\nu_k} U_\nu^{ik} (K_\nu^\dagger)^{kj}, \quad (260)$$

$$Y_\ell^{ij} = \sum_{k=1}^3 y_k U_\ell^{ik} (K_\ell^\dagger)^{kj}. \quad (261)$$

Destarte,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_L^i U_\ell^{ik} (K_\ell^\dagger)^{kj} \ell_R^j - \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^i U_\nu^{ik} (K_\nu^\dagger)^{kj} \nu_R^j + \text{h.c.} \quad (262)$$

Para não mudar muito a forma do lagrangiano, fazemos uma rotação no campo dos férmions, i.e, reescrevemos eles em uma nova base chamada de **base de massa**:

$$\nu_L^j = \sum_{n=1}^3 U_\nu^{jn} \nu_L^{m,n}, \quad \nu_R^j = \sum_{n=1}^3 K_\nu^{jn} \nu_R^{m,n}, \quad (263)$$

$$\ell_L^j = \sum_{n=1}^3 U_\ell^{jn} \ell_L^{m,n}, \quad \ell_R^j = \sum_{n=1}^3 K_\ell^{jn} \ell_R^{m,n}, \quad (264)$$

em que o índice  $m$  é para indicar que esses campos estão na base de massa. Em termos matriciais,

$$\begin{pmatrix} \nu_L^e \\ \nu_L^\mu \\ \nu_L^\tau \end{pmatrix}_f = U_\nu \begin{pmatrix} \nu_L^{e,m} \\ \nu_L^{\mu,m} \\ \nu_L^{\tau,m} \end{pmatrix}_{\text{massa},\nu}, \quad \begin{pmatrix} \nu_R^e \\ \nu_R^\mu \\ \nu_R^\tau \end{pmatrix}_f = K_\nu \begin{pmatrix} \nu_R^{e,m} \\ \nu_R^{\mu,m} \\ \nu_R^{\tau,m} \end{pmatrix}_{\text{massa},\nu},$$

e

$$\begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}_f = U_\ell \begin{pmatrix} e_L^m \\ \mu_L^m \\ \tau_L^m \end{pmatrix}_{\text{massa},\ell}, \quad \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix}_f = K_\ell \begin{pmatrix} e_R^m \\ \mu_R^m \\ \tau_R^m \end{pmatrix}_{\text{massa},\ell}.$$

O lagrangiano de Yukawa fica, portanto,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y_i \bar{L}^i H \ell_R^i - y_{\nu_i} \bar{L}^i (i\sigma_2 H^*) \nu_R^i + \text{h.c.} \quad (265)$$

$$= -\frac{v}{\sqrt{2}} y_i \bar{\ell}_L^i \ell_R^i - \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\nu_i} \bar{\nu}_L^i \nu_R^i + \text{h.c.} \quad (266)$$

Omiti o índice  $m$  de  $\ell^{m,i}, \nu^{m,i}$  para não sobrecarregar ainda mais a notação. As massas dos léptons são definidas como:

$$m_i := \frac{v y_i}{\sqrt{2}}, \quad m_{\nu_i} := \frac{v y_{\nu_i}}{\sqrt{2}}. \quad (267)$$

A parte da interação fraca na base dos sabores é dada por

$$\mathcal{L}_{\nu,W} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L^i \gamma^\mu W_\mu^+ \ell_L^i + \bar{\ell}_L^i \gamma^\mu W_\mu^- \nu_L^i). \quad (268)$$

A partir do momento em que tal base foi mudada, a nova forma da interação deixa de ser diagonal. Na base de massa, ela é dada por:

$$\mathcal{L}_{\nu,W}^{\text{massa}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} U_{\text{PMNS}}^{ij} (\bar{\nu}_L^{m,i} \gamma^\mu W_\mu^+ \ell_L^{m,j} + \bar{\ell}_L^{m,i} \gamma^\mu W_\mu^- \nu_L^{m,j}), \quad (269)$$

em que

$$U_{\text{PMNS}} := U_\nu^\dagger U_\ell \in \text{U}(3) \quad (270)$$

é chamada de matriz de **Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata** (também chamada de matriz PMNS, matriz de Mistura de Lepton, ou às vezes simplesmente matriz MNS). Ela é o análogo da matriz CKM descrevendo a mistura de quarks. Se esta matriz fosse a matriz de identidade, os autoestados de sabor seriam os mesmos que os autoestados de massa. No entanto, o

		NuFIT 5.1 (2021)									
		Normal Ordering (best fit)		Inverted Ordering ( $\Delta\chi^2 = 2.6$ )				Normal Ordering (best fit)		Inverted Ordering ( $\Delta\chi^2 = 7.0$ )	
		bfp $\pm 1\sigma$	$3\sigma$ range	bfp $\pm 1\sigma$	$3\sigma$ range			bfp $\pm 1\sigma$	$3\sigma$ range	bfp $\pm 1\sigma$	$3\sigma$ range
without SK atmospheric data	$\sin^2 \theta_{12}$	$0.304^{+0.013}_{-0.012}$	0.269 → 0.343	$0.304^{+0.012}_{-0.012}$	0.269 → 0.343	with SK atmospheric data	$\sin^2 \theta_{12}$	$0.304^{+0.012}_{-0.012}$	0.269 → 0.343	$0.304^{+0.013}_{-0.012}$	0.269 → 0.343
	$\theta_{12}/^\circ$	$33.44^{+0.77}_{-0.74}$	31.27 → 35.86	$33.45^{+0.77}_{-0.74}$	31.27 → 35.87		$\theta_{12}/^\circ$	$33.45^{+0.77}_{-0.75}$	31.27 → 35.87	$33.45^{+0.78}_{-0.75}$	31.27 → 35.87
	$\sin^2 \theta_{23}$	$0.573^{+0.018}_{-0.023}$	0.405 → 0.620	$0.578^{+0.017}_{-0.021}$	0.410 → 0.623		$\sin^2 \theta_{23}$	$0.450^{+0.019}_{-0.016}$	0.408 → 0.603	$0.570^{+0.016}_{-0.022}$	0.410 → 0.613
	$\theta_{23}/^\circ$	$49.2^{+1.0}_{-1.3}$	39.5 → 52.0	$49.5^{+1.0}_{-1.2}$	39.8 → 52.1		$\theta_{23}/^\circ$	$42.1^{+1.1}_{-0.9}$	39.7 → 50.9	$49.0^{+0.9}_{-1.3}$	39.8 → 51.6
	$\sin^2 \theta_{13}$	$0.02220^{+0.00068}_{-0.00062}$	0.02034 → 0.02430	$0.02238^{+0.00064}_{-0.00062}$	0.02053 → 0.02434		$\sin^2 \theta_{13}$	$0.02246^{+0.00062}_{-0.00062}$	0.02060 → 0.02435	$0.02241^{+0.00074}_{-0.00062}$	0.02055 → 0.02457
	$\theta_{13}/^\circ$	$8.57^{+0.13}_{-0.12}$	8.20 → 8.97	$8.60^{+0.12}_{-0.12}$	8.24 → 8.98		$\theta_{13}/^\circ$	$8.62^{+0.12}_{-0.12}$	8.25 → 8.98	$8.61^{+0.14}_{-0.12}$	8.24 → 9.02
	$\delta_{CP}/^\circ$	$194^{+52}_{-25}$	105 → 405	$287^{+27}_{-32}$	192 → 361		$\delta_{CP}/^\circ$	$230^{+36}_{-25}$	144 → 350	$278^{+22}_{-30}$	194 → 345
	$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2}$	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 → 8.04	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 → 8.04		$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2}$	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 → 8.04	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 → 8.04
	$\frac{\Delta m_{3\ell}^2}{10^{-3} \text{ eV}^2}$	$+2.515^{+0.028}_{-0.028}$	+2.431 → +2.599	$-2.498^{+0.028}_{-0.029}$	-2.584 → -2.413		$\frac{\Delta m_{3\ell}^2}{10^{-3} \text{ eV}^2}$	$+2.510^{+0.027}_{-0.027}$	+2.430 → +2.593	$-2.490^{+0.026}_{-0.028}$	-2.574 → -2.410

Figura 36 – Parâmetros de oscilação de três sabores de nosso ajuste aos dados globais em outubro de 2021. Os resultados mostrados na seção superior (inferior) são obtidos sem (com) a inclusão dos dados tabulados de  $\xi^2$  em neutrinos atmosféricos fornecidos pela colaboração Super-Kamiokande (SK-atm). Fonte: Figura retirada de [106] e “Nufit4.1 at nufit webpage,” <http://www.nu-fit.org/>.

experimento mostra que não são. Uma consequência disto é que os neutrinos observados estão em uma sobreposição de estados de massa:

$$\nu_L^i = \sum_{j=1}^3 U_{PMNS}^{ij} \nu_L^{m,j}. \quad (271)$$

Quando o modelo padrão de três neutrinos é considerado, a matriz é  $3 \times 3$ . Se apenas dois neutrinos fossem considerados, uma matriz  $2 \times 2$  seria usada. Se um ou mais neutrinos estéreis forem adicionados, é  $4 \times 4$  ou maior. Na forma  $3 \times 3$ , é dada por

$$U_{PMNS} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \quad (272)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (273)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} & \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (274)$$

em que  $c_{ij} := \cos(\theta_{ij})$  e  $s_{ij} := \sin(\theta_{ij})$ . Os fatores de fase  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são fisicamente significativos somente se os neutrinos são partículas Majorana. Os parâmetros experimentais podem ser observados na Fig. 36.

Daqui para frente, denotarei  $\nu_L^{m,j} \equiv \nu_j^m$  uma vez que não foram observados neutrinos levogiros na natureza. A **massa efetiva dos sabores de neutrinos** é:

$$m_{\nu_j}^{\text{eff}} = \sum_{i=1}^3 |U_{\text{PMNS}}^{ji}|^2 m_{\nu_i}. \quad (275)$$

A equação de Schrodinger para os estados de massa fica:

$$H \nu_j^m = E \nu_j^m. \quad (276)$$

Supondo que os neutrinos viagem livremente, a evolução temporal é uma onda plana:

$$\nu_j^m(p, x) = e^{-ip_\mu x^\mu} \nu_j^m(0) \equiv e^{-i(E_j t - \vec{p}_j \cdot \vec{x})} \nu_j^m, \quad (277)$$

em que  $p = (E, -\vec{p})$ ,  $x = (t, \vec{x})^T$  são quadrivetores e  $\nu_j^m(0)$  é o estado do neutrino no instante inicial no ponto de origem de um determinado referencial. Na base dos sabores,

$$\nu_j(p, x) = \sum_{i=1}^3 U_{\text{PMNS}}^{ji} e^{-i(E_j t - \vec{p}_j \cdot \vec{x})} \nu_i^m, \quad (278)$$

i.e, a evolução temporal dos estados de sabores é apenas uma sobreposição da evolução temporal dos estados de massa. Isso é convenientemente denotado usando a notação de braket de Dirac:

$$|\nu_j(p, x)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\text{PMNS}}^{ji} e^{-i(E_j t - \vec{p}_j \cdot \vec{x})} |\nu_i\rangle_m. \quad (279)$$

A **probabilidade de oscilação** do neutrino de sabor  $i$  para o sabor  $j$  depois de ter viajado da origem em um referencial do espaço-tempo para um ponto  $x^\mu$  deste espaço-tempo é:

$$P_{i \rightarrow j}(p, x) = |\langle \nu_j(p, x) | \nu_i(0) \rangle|^2 = \left| \sum_{k=1}^3 (U_{\text{PMNS}}^\dagger)^{jk} U_{\text{PMNS}}^{ik} e^{-ip_\mu x^\mu} \right|^2. \quad (280)$$

As oscilações são parametrizadas por três ângulos de mistura:  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  e  $\theta_{23}$ , três diferenças de massas e algumas fases – 3 se os neutrinos são férmions de Majorana e 1 se eles são férmions de Dirac.

### 5.3.2 Massa dos neutrinos

O termo de massa de Dirac precisa da existência de um espinor dextrogiro, por exemplo, para o espinor do elétron  $e : U \subset \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{C}^4$ ,

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = m\bar{e}_L e_R + \text{h.c.} \quad (281)$$

O grande problema é que não foi observado até hoje (2022) um neutrino com quiralidade dextrogiro, de sorte que não podemos usar este termo. Um modo, então, de se obter a massa de neutrinos seria usando no lagrangiano o termo de massa de Majorana:

$$\mathcal{L}_{\text{Maj}} = \frac{m}{2}\bar{\nu}_L C(\nu_L) + \text{h.c.} \quad (282)$$

$$= \frac{m}{2}\bar{\nu}_L C(\nu_L) + \frac{m}{2}\overline{C(\nu_L)}\nu_L, \quad (283)$$

em que  $\bar{\psi}_{L,R} = \psi_{L,R}^\dagger$  para campos de Weyl e a conjugação de carga é  $C(\nu_L) = i\sigma_2\nu_L^*$ .

Contudo, este termo não pode ser adicionado ao lagrangiano do SM pois ele quebraria a invariância do calibre U(1). A grande ideia de Weinberg foi que o termo  $\mathcal{L}_{\text{Maj}}$  poderia aparecer em nível efetivo. É possível gerar este termo a partir de um operador de dimensão 5,  $O(\Lambda)$ ,

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} \propto \frac{1}{\Lambda}O^{d=5} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Lambda^3}\right), \quad (284)$$

em que  $\Lambda$  é uma escala de energia e o operador, conhecido como **operador de Weinberg** [107], é dado por

$$O^{d=5} = (\bar{L}^j \hat{H})(\hat{H}^T C(L^i)) + \text{h.c.} \quad (285)$$

Aqui,  $i, j$  denotam a geração e  $\hat{H} := i\sigma_2 H^*$ . Neste caso, em nível efetivo considerando  $\Lambda$  "grande o suficiente", a massa do neutrino seria dada pela expansão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} &\approx -\frac{\lambda_{ij}}{2\Lambda}O^{d=5} \\ &= -\frac{\lambda_{ij}}{2\Lambda}(\bar{L}^j \hat{H})(\hat{H}^T C(L^i)) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (286)$$

Note que, depois da quebra espontânea de simetria,  $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}$ , com o campo escalar  $h : U \subset \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} = \frac{\lambda_{ij}}{2\Lambda}(v+h)^2\bar{\nu}_L^j C(\nu_L^i) + \text{h.c.} \quad (287)$$

$$= \frac{m_{ij}}{2}\bar{\nu}_L^j C(\nu_L^i) + \text{h.c.} \quad (288)$$

$$= \mathcal{L}_{\text{Maj}}, \quad (289)$$

de modo que  $m_{ij} := \frac{\lambda_{ij}}{\Lambda}(v+h)^2$ .

O grande problema é que a massa observada dos neutrinos é muito pequena ( $< 2$  eV) mesmo se comparadas com a massa do férmion mais leve conhecido, o elétron ( $\sim 0.5 \times 10^6$  eV). Para explicar essas massas tão pequenas usando apenas o operador de Weinberg é preciso que  $\Lambda \gg v^2$ , da ordem de  $10^{14}$  GeV (próximo à escala GUT!).  $\Lambda$  nesta ordem explicaria porque pode-se usar esta teoria efetiva. Contudo, se forem considerados mecanismos de supressão adicionais, consegue-se reduzir a escala para  $\Lambda \sim$  TeV. Com efeito, pode-se levar em conta os operadores de dimensões maiores, que são gerados a partir de laços [108],

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{\text{eff}}^{d=5} + \mathcal{L}_{\text{eff}}^{d=6} + \dots, \quad (290)$$

em que

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^d \propto \frac{O^d}{\Lambda^{d-4}}. \quad (291)$$

E, da mesma forma, depois da quebra espontânea de simetria, o termo de massa de Majorana seria gerado. Para que isso aconteça, os operadores têm que violar o número leptônico em 2 unidades, tem que conter apenas campos presentes no SM e deve ser invariante pelo grupo  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Também é pedido que eles conservem o número bariônico. Tipicamente,  $\Lambda$  é a escala em que a simetria do número leptônico é quebrada. Um outro modo de supressão a um dado operador é pedindo-se que ele seja gerado por  $n$  laços. Com efeito, um operador gerado por  $n$  laços sofre uma supressão do tipo

$$\epsilon \left( \frac{1}{16\pi^2} \right)^n, \quad (292)$$

em que  $\epsilon$  leva em conta efeitos de supressão como as constantes de acoplamento. Portanto, um operador de dimensão  $d$  gerado a partir de  $n$  laços, terá uma supressão do tipo

$$\epsilon \left( \frac{1}{16\pi^2} \right)^n \frac{1}{\Lambda^{d-4}}. \quad (293)$$

Por exemplo, para o caso do operador de Weinberg, se  $n = 0$ , já foi visto que para conseguir-se  $m_\nu \sim 0.1$  eV, é necessário que  $\Lambda \sim 10^{15}$  GeV. [109] Porém, se  $n = 5$ , basta que  $\Lambda \sim 10^3$  GeV. O operador de Weinberg é o único possível de dimensão 5, porém, em dimensões superiores, há várias escolhas. Mesmo para  $n$  não tão grande ( $n = 1, 2, 3$ ), é possível tal  $\Lambda$  usando apenas a supressão nas constantes de acoplamento traduzidas por  $\epsilon$  aqui. Consequentemente, há muitas possibilidades:

- A massa de neutrinos é gerada radiativamente. A supressão adicional é garantida pelas integrais de laço [110] [111] [112].

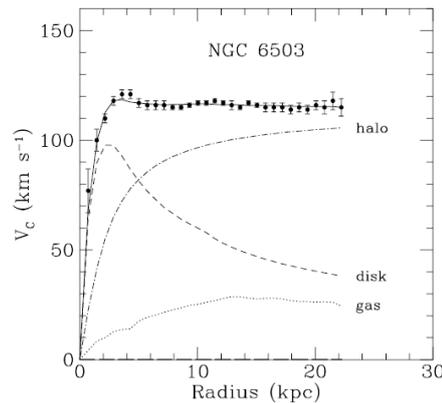


Figura 37 – Curva de rotação de NGC 6503. As linhas pontilhadas, pontilhadas e pontilhadas são as contribuições de gás, disco e matéria escura, respectivamente. Fonte: Figura retirada de [124].

- A massa de neutrinos é gerada em nível de árvore e a supressão adicional entra por meio de  $\epsilon$  (e.g, a gangorra inversa [109]) [113] [114].
- A massa do neutrino é proibida em  $d = 5$ , mas aparece a partir de operadores efetivos de maior dimensão [115] [116].

## 5.4 FENOMENOLOGIA DA MATÉRIA ESCURA

A possibilidade da existência da matéria escura foi estabelecida por meio de uma combinação de observações cosmológicas incluindo a radiação cósmica de fundo [117], supernovas distantes, grandes amostras de aglomerados galácticos e seus espectros [118], entre outros. Aqui discutirei somente a possibilidade de que a matéria escura seja composta por partículas. Esta seção baseia-se em [7], [119] e [120].

Partículas massivas pouco interagentes (WIMPs) em modelos além do SM são bons candidatos para a matéria escura [121]. A abundância dessas "reliquias" é naturalmente consistente com a observação cosmológica se as WIMPs tiverem massa na escala TeV e terem sido produzidas termicamente no universo primitivo. Este é o chamado "cenário de relíquia térmica". Nele, a matéria escura é originalmente não relativística e atua como matéria escura fria na era da formação da estrutura do universo [122] [123].

### 5.4.1 Evidências da matéria escura

As duas primeiras subseções estão voltadas a um resumo das duas observações mais convincentes da existência da matéria escura.

#### 5.4.1.1 Estrutura galáctica

A evidência mais convincente e direta para a matéria escura em escalas galácticas vem a partir de observações das curvas de rotação das galáxias, i.e, o gráfico das velocidades

circulares de estrelas e gás em função de sua distância do centro galáctico.

As curvas de rotação observadas geralmente exibem um comportamento de reta característico em grandes distâncias, ou seja, em direção e até muito além da borda dos discos visíveis (típico exemplo da Fig. 37).

Contudo, se a distribuição bariônica tivesse uma concentração muito maior no centro da galáxia, pela segunda lei de Kepler esperaríamos que as velocidades de rotação diminuíssem com a distância do centro, semelhante ao que ocorre com o sistema solar. Com efeito, usando a dinâmica newtoniana, a velocidade circular de um objeto, à distância  $r$  do centro, sob o efeito da gravidade gerada por uma massa  $M(r)$ , é

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}. \quad (294)$$

O fato de que  $v(r)$  é aproximadamente constante nas regiões em que há uma densidade bariônica pequena sugere que há algum outro tipo de matéria, que interaja gravitacionalmente e que não é detectada por meios usuais.

Entre os objetos mais interessantes, do ponto de vista da observação de curvas de rotação, estão as chamadas galáxias com brilho superficial baixo (LSB) [125], que são provavelmente em toda parte dominadas por matéria escura, com as populações estelares visíveis fazendo apenas uma pequena contribuição às curvas de rotação.

#### 5.4.1.2 Escala dos aglomerados galácticos

Um aglomerado de galáctico é uma estrutura que consiste de centenas a milhares de galáxias, muito plasma quente e uma grande quantidade de matéria escura invisível, todos unidos pela gravidade. Este plasma superaquecido que permeia um aglomerado de galáxias é chamado de **intracluster medium** (ICM). Ele é um gás aquecido a temperaturas da ordem de 10 a 100 megakelvins (emitindo forte radiação de raios X.), que consiste principalmente de hidrogênio ionizado e hélio, e é responsável pela maior parte do material bariônico em aglomerados de galáxias [126].

Aglomerados galácticos são particularmente importantes para estudos de matéria escura, pois suas massas podem ser estimadas de várias maneiras independentes, por exemplo:

1. **Raio X:** Estudando o perfil de raios X emitidos pelo gás quente nos aglomerados. A partir do espectro e do fluxo de energia dos raios, a temperatura e a densidade do gás podem ser estimadas, fornecendo assim a pressão; assumindo o equilíbrio entre a pressão e a gravidade, é possível determinar o perfil de massa do aglomerado [127];
2. **Teorema virial:** Usando o teorema virial na dispersão das velocidades radiais das galáxias dentro de aglomerados;
3. **Lentes gravitacionais:** Lentes gravitacionais (geralmente de galáxias mais distantes ou quasares) podem medir massas de aglomerados sem depender de observações de

dinâmica (por exemplo, da velocidade) [128]. A presença das concentrações de matéria escura distorce a imagem da estrutura observada, alterando seu brilho aparente e sua posição. As medidas observadas são comparadas com as previsões de como as imagens seriam sem a influência dos aglomerados de matéria escura. Tais medidas fornecem as massas das pequenas concentrações de matéria escura.

4. **Correntes de maré nas proximidades da Via Láctea:** [129][130] Assim como a Lua levanta duas marés de água em lados opostos da Terra, uma galáxia satélite (uma galáxia companheira menor que viaja em órbitas limitadas dentro do potencial gravitacional de uma galáxia hospedeira mais massiva e luminosa) produz dois "braços"(duas marés) em sua companheira galáctica (galáxia hospedeira).

Se o satélite for muito pequeno comparado ao hospedeiro, as caudas de detritos de maré produzidas provavelmente serão simétricas e seguirão uma órbita muito semelhante, traçando efetivamente o caminho do satélite. No entanto, se o satélite for razoavelmente grande – normalmente mais de um décimo de milésimo da massa de seu hospedeiro – então a própria gravidade do satélite pode afetar as caudas, quebrando a simetria e acelerando as caudas em direções distintas. A estrutura resultante depende da massa e da órbita do satélite, e da massa e da estrutura do halo galáctico (uma componente hipotética aproximadamente esférica e que se estende além da componente principal visível da galáxia, e.g, gás, plasma e matéria escura) conjecturado ao redor do hospedeiro, e pode fornecer um meio de sondar o potencial da matéria escura de uma galáxia como a Via Láctea.

Como consequência disso, é possível descobrir se de fato há uma massa maior que a esperada, ou se algum dos métodos está equivocado. Mostrarei uma estimativa que pode ser encontrada em [119]. Considere um aglomerado esférico. Grosseiramente falando, se o ICM estiver em equilíbrio hidrostático com potencial gravitacional total (a pressão do plasma equilibra a atração gravitacional), pode ser usada a equação de Euler para o equilíbrio hidrostático de um sistema com simetria esférica:

$$\frac{1}{\rho(r)} \frac{dP(r)}{dr} = -a(r), \quad (295)$$

em que  $P$ ,  $\rho$ ,  $a$  são respectivamente pressão, densidade e aceleração gravitacional do gás, no raio  $r$ . Tratando o ICM como um gás ideal, usando a temperatura,  $T$ ; a massa do próton,  $m_p$ ; e a média do peso molecular,  $\mu \approx 0.6$ ;

$$\begin{aligned} P(r) &= N(r) \frac{kT(r)}{V(r)} = \frac{M(r)}{\mu m_p} \frac{kT(r)}{V(r)} \\ &= \frac{\rho(r) kT(r)}{\mu m_p}. \end{aligned} \quad (296)$$

Reescrevendo a equação 295 em termos do logaritmo,

$$\frac{d \ln(\rho(r))}{dr} + \frac{d \ln(T(r))}{dr} = -\frac{1}{T(r)} \left( \frac{\mu m_p}{k} \right) a(r). \quad (297)$$

A temperatura dos aglomerados é aproximadamente constante fora de seus centros. Então, para  $r$  grande o suficiente, com  $a(r) = \frac{GM(r)}{r^2}$ , consegue-se uma equação integral para a densidade

$$\frac{d \ln(\rho)}{dr} = -\frac{1}{T} \left( \frac{G\mu m_p}{k} \right) \frac{M(r)}{r^2} \quad (298)$$

$$= -\left( \frac{G\mu m_p}{kT} \right) \frac{1}{r^2} \int_0^r 4\pi \rho(r') r'^2 dr', \quad (299)$$

ou

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d \ln(\rho(r))}{dr} \right) = -\left( \frac{4\pi G\mu m_p}{kT} \right) r^2 \rho(r). \quad (300)$$

Uma solução singular (que diverge na origem, mas, por hipótese,  $r \gg 0$ ) para essa equação é

$$\rho_1(r) = \frac{kT}{2\pi G\mu m_p} \frac{1}{r^2} = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}, \quad (301)$$

em que  $\sigma^2 := \frac{kT}{\mu m_p}$ . Em verdade, o perfil de densidade do gás observado em grandes raios segue uma potência  $r^b$  com um índice  $b$  entre  $-2$  e  $-1.5$ . Com efeito, na própria equação há uma segunda solução que tem uma densidade central finita  $\rho_0$ . Para encontrar esta solução, é preciso identificar uma escala de comprimento característica tal que se possa obter uma solução geral em termos de variáveis adimensionais. O **raio King** no qual o perfil de densidade se concentra é definido como:

$$r_0 := \left( \frac{9\sigma^2}{4\pi G\rho_0} \right)^{1/2}. \quad (302)$$

A solução é

$$\rho_2(r) \approx \begin{cases} \rho_0 \left( 1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{3/2}, & r \leq 3r_0, \\ \frac{2\rho_0}{9} \frac{r_0^2}{r^2}, & r \geq 3r_0. \end{cases} \quad (303)$$

Escrevendo explicitamente a densidade,  $\rho_1(r) = \frac{M(r)}{V(r)} = \frac{3M(r)}{4\pi r^2}$ , é possível escrever a temperatura em função da massa:

$$kT = \frac{3G \mu m_p}{2} \frac{M(r)}{r}, \quad (304)$$

e descobre-se que ela deve obedecer a relação

$$kT \approx (1.3 - 1.8) \text{ keV} \left( \frac{M(r)}{10^{14} M_{\odot}} \right) \left( \frac{1 \text{ Mpc}}{r} \right). \quad (305)$$

A temperatura de aglomerados galácticos é por volta de  $T \approx 10 \text{ keV}$ . Contudo, se  $M(r = R)$  ( $R$  o raio do aglomerado) for a massa bariônica do aglomerado determinada pelo método 2 ou 3 (ou pelo teorema Virial), tem-se uma discrepância muito grande.

A massa  $M(R)$  necessária para que os resultados concordem é muito maior, de sorte que é possível estimar que 80% da matéria consiste de matéria escura. Apesar das aproximações feitas (por exemplo, a aproximação de gás ideal para o ICM), a discrepância é tão grande que sugere fortemente a existência de uma física nova.

## 5.4.2 Limites para candidatos à matéria escura

### 5.4.2.1 Opticamente escura (sem dissipação)

A matéria escura não absorve, reflete ou emite luz; portanto, as partículas de matéria escura devem ter interações eletromagnéticas muito fracas, ou inexistentes. Tal fato traz uma consequência importante: a matéria escura não resfria por meio da radiação de fótons e, portanto, não entrará em colapso no centro das galáxias como acontece com os bárions a irradiarem sua energia eletromagneticamente. De sorte que a matéria escura quase não sofre dissipação.

### 5.4.2.2 Sem colisão

A matéria escura também deve interagir pouco consigo mesma. Com efeito, se houvesse colisões abundantes entre partículas de matéria escura, haveria "halos" (região hipotética de matéria escura ligada gravitacionalmente) esféricos assim como a física clássica prevê, em contradição com os dados que indicam a triaxialidade (dimensões distintas nos três eixos), por exemplo, em aglomerados [131]. Em contrapartida, poucas interações também significaria densidades altas nos centros das galáxias uma vez que há uma atração gravitacional maior lá e não haveria a repulsão entre as partículas de matéria escura. Contudo, as observações não condizem com estas aglomerações.

Este conflito pode ser solucionado supondo-se que haja autointerações entre a matéria escura que apenas são importantes em altas densidades e escalas de curta distância. Tais efeitos apareceriam para partículas que pouco se aniquilam e se dissipam, porém com uma grande seção de choque de espalhamento [132].

### 5.4.2.3 Fria

Como resultado da expansão do universo, as taxas de interação das partículas diminuíram e os caminhos livres médios aumentaram até a um ponto crítico, no qual elas saíram do

equilíbrio térmico entre si. Esse período é conhecido como o **desacoplamento**. É intuitivo pensar que partículas com velocidades mais baixas (menor temperatura) em relação à da luz após o desacoplamento formariam estruturas gravitacionalmente ligadas com mais facilidade que partículas mais velozes, da mesma forma com as muito massivas em confronto às não tão massivas. E, no tocante à matéria escura, observa-se tais estruturas. Com efeito, a função de correlação medida entre dois pontos das galáxias indica que há uma grande quantidade de energia em pequenas escalas, dando a entender que há estruturas densas [133]. Ademais, isso traz a necessidade de que as partículas devem ter sido suficientemente não relativísticas na época de igualdade matéria-radiação, quando a temperatura do universo era de aproximadamente 1 eV [134].

Em particular, as evidências observacionais que restringem a massa da matéria escura já mencionadas, também servem como uma restrição para sua temperatura. E a conclusão é a mesma independente do método: a matéria escura deve ser bastante pesada ou deve ter sido originada com baixas velocidades. Com efeito, deve-se interpretar isto em analogia a um fluido que, quando frio, é denso (suas partículas são massivas ou movem-se lentamente).

Um ponto importante a ser observado é que o modelo da matéria escura fria tem alguns problemas, e o modelo de matéria escura que não é totalmente fria pode melhorar algumas de suas dificuldades [135].

#### 5.4.2.4 Fluida

A matéria escura comporta-se como um fluido perfeito em grandes escalas, i.e, sua granularidade deve ser suficientemente fina em escala galáctica, uma vez que porções discretas ainda não sejam detectáveis apesar de seus vários efeitos. Tal granularidade poderia fornecer um potencial gravitacional dependente do tempo, que por sua vez poderia romper sistemas ligados.

#### 5.4.2.5 Clássica

A matéria escura deve se comportar de forma clássica o suficiente para ser confinada em escalas de galáxias. Limites podem ser colocados nas massas de bósons e férmions, com base apenas nas propriedades observadas das galáxias: ou seja, as densidades das galáxias devem atingir a ordem de  $\text{GeV cm}^{-3}$ , suas velocidades de dispersão são de ordem  $100\text{km s}^{-1}$ , e seus tamanhos são de ordem kpc.

#### 5.4.2.6 Densidade de relíquia

Resumidamente, a **densidade de relíquia** de uma dada partícula elementar é uma medida da quantidade presente daquela partícula remanescente do Big Bang. Um cenário comumente usado quando se trata da matéria escura fria e composta de partículas é o que considera que elas interagem com a matéria do modelo padrão o suficiente para atingir o

equilíbrio térmico no universo primitivo. À medida que o universo se expande e esfria, as interações entre as partículas de matéria escura tornam-se menos frequentes. O equilíbrio térmico é perdido eventualmente, e tal afastamento do equilíbrio é o processo físico que define a densidade da relíquia, que pode ser calculada usando a equação de Boltzmann.

A **função de distribuição do espaço de fase**,  $f$ , descreve o número de ocupação no espaço de fase para uma dada partícula em equilíbrio cinético:

$$f = \frac{1}{e^{\frac{(E-\mu)}{T}} \pm 1}, \quad (306)$$

em que o sinal  $(-)$  corresponde aos bósons e  $(+)$ , aos férmions. Aqui,  $E = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$  é a energia,  $\mu$  é o potencial químico e  $T$  é a temperatura. Em termos de  $f$  pode-se expressar: a densidade numérica de partículas,  $n$ ; a densidade de energia,  $\rho$ ; e a pressão,  $p$ ; para um gás de partículas que interagem pouco e com  $g$  graus de liberdade internos:

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d^3p, \quad (307)$$

$$\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int E(\vec{p}) f(\vec{p}) d^3p, \quad (308)$$

$$p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E(\vec{p})} f(\vec{p}) d^3p. \quad (309)$$

Aqui, pretendo mostrar como é estimada a densidade relíquia de uma partícula de matéria escura, baseei-me em [119], [136] e [137]. A evolução da função de distribuição do espaço de fase,  $f$ , é governada pela equação de Boltzmann:

$$\mathbf{L}[f] = \mathbf{C}[f], \quad (310)$$

em que  $\mathbf{L}$  é o operador de Liouville, definido como:

$$\mathbf{L} = p^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\sigma\rho}^\mu p^\sigma p^\rho \frac{\partial}{\partial p^\mu}, \quad (311)$$

e  $\mathbf{C}$  é o operador de colisão, descrevendo as interações das espécies de partículas consideradas. Os efeitos gravitacionais entram por meio da conexão afim,  $\Gamma_{\sigma\rho}^\mu$ ,

$$\Gamma_{\sigma\rho}^\mu = \frac{g^{\mu\alpha}}{2} \left( \frac{\partial g_{\alpha\sigma}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\alpha\rho}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^\alpha} \right). \quad (312)$$

A métrica de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) que descreve um universo isotrópico e homogêneo é caracterizada por:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (313)$$

$$= dt^2 - R(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin(\theta) d\phi^2 \right), \quad (314)$$

com  $R(t)^3$  sendo o volume considerado com dependência temporal e  $k \in \{-1, 0, 1\}$ , a curvatura espacial –  $k = 0$  para um universo plano. É possível provar que, no caso da métrica FLRW,

$$\mathbf{L} = E \frac{\partial}{\partial t} - \Gamma_{\sigma\rho}^0 p^\sigma p^\rho \frac{\partial}{\partial E} \quad (315)$$

$$= E \frac{\partial}{\partial t} - H |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E}, \quad (316)$$

em que  $H = \frac{\dot{R}}{R}$  é o parâmetro de Hubble. Por simplicidade, concentrando em um processo de aniquilação de partículas  $p_1 p_2 \rightarrow p_3 p_4$ , é possível mostrar que [137]

$$\frac{g_1}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathbf{L}[f_1]}{E_1} d^3 p_1 = \frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} [a^3 n_1] = \frac{dn_1}{dt} + 3H n_1, \quad (317)$$

$$\frac{g_1}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathbf{C}[f_1]}{E_1} d^3 p_1 = - \langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle (n_1 n_2 - n_1^{eq} n_2^{eq}), \quad (318)$$

em que  $n_i^{eq}$  é a densidade numérica da partícula  $i$  no equilíbrio térmico,  $\sigma = \sigma(p_1 p_2 \rightarrow p_3 p_4)$  é a seção de choque de aniquilação e  $v_{\text{Mol}}$  é a **velocidade de Moller**

$$v_{\text{Mol}} := \frac{\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}}{E_1 E_2}. \quad (319)$$

O colchete denota a média térmica:

$$\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle = \frac{\int \sigma v_{\text{Mol}} dn_1^{eq} dn_2^{eq}}{\int dn_1^{eq} dn_2^{eq}}. \quad (320)$$

A equação de Boltzmann pode, então, ser reescrita como uma equação para a densidade do número de partículas,  $n$ :

$$\frac{dn_1}{dt} + 3H n_1 = - \langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle (n_1 n_2 - n_1^{eq} n_2^{eq}). \quad (321)$$

Se as partículas 1 e 2 forem idênticas,  $n_1 = n_2 = n$ ,

$$\frac{dn}{dt} + 3H n = - \langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle (n^2 - (n^{eq})^2), \quad (322)$$

e, nesse caso, há a simplificação:

$$\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle = \frac{1}{(n^{eq})^2} \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) |\mathcal{M}_{12 \rightarrow 34}|^2 f_3^{eq} f_4^{eq}, \quad (323)$$

em que  $d\Pi_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_i}{E_i}$  é o elemento de volume do espaço de fases. Para a generalização, basta considerar a seção de choque de aniquilação total:

$$\sigma = \sum_{\text{Todos os } f} \sigma_{12 \rightarrow f}. \quad (324)$$

Para partículas massivas, ou seja, no limite não relativístico, e na aproximação de Maxwell-Boltzmann, tem-se

$$n^{eq} = g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T}, \quad (325)$$

em que  $m$  é a massa da partícula. A **variável de produção** (Yield) é definida como:

$$Y := \frac{n}{s}, \quad Y^{eq} := \frac{n^{eq}}{s}, \quad (326)$$

em que  $s$  é a densidade de entropia  $s = 2\pi^2 h_{\text{eff}}(T) T^3 / 45$  e  $h_{\text{eff}}(T)$  é o número de graus de liberdade relativísticos efetivos para a entropia [136]

$$h_{\text{eff}}(T) = \sum_{\text{bósons}} g \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\text{férmions}} g \left( \frac{T_i}{T} \right)^3, \quad (327)$$

de tal modo que  $h_{\text{eff}}(T) = 1$  para uma espécie relativística com apenas um grau de liberdade interno. Nesta expressão,  $T$  é a temperatura do plasma (em equilíbrio) e  $T_i$  é a temperatura efetiva de cada espécie.

Usando a conservação da entropia, a partir da hipótese de que a evolução do universo é isoentrópica,  $sR^3 = \text{constante}$ ,

$$\frac{d}{dt}(sR^3) = 0 \Rightarrow \frac{ds}{dt} + 3s \frac{\dot{R}}{R} = 0 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = -3sH. \quad (328)$$

Portanto,  $\dot{n} + 3Hn = s\dot{Y}$ , que conduz a

$$s\dot{Y} = -\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle s^2 (Y^2 - (Y^{eq})^2). \quad (329)$$

Na literatura é comum a introdução da variável  $x := \frac{m}{T}$ . Novamente usando a hipótese de que a evolução do universo é isoentrópica,  $sR^3 = \text{constante}$ , o fato de que  $s \propto T^3$  implica  $R^3 \propto T^{-3}$ , portanto  $R \propto T^{-1}$ . Consequentemente,

$$0 = \frac{d}{dt} [RT] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{R}{1/T} \right] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{R}{x} \right]. \quad (330)$$

Abrindo esta derivada:

$$0 = \frac{d}{dt} \left[ \frac{R}{x} \right] = \frac{\dot{R}}{x} - \frac{R}{x^2} \frac{dx}{dt} \implies \frac{dx}{dt} - \frac{\dot{R}x}{R} = 0, \quad (331)$$

logo, consegue-se uma relação útil que servirá para reescrever a equação do yield em termos desta nova variável:

$$\frac{dx}{dt} = Hx, \quad (332)$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dY}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dY}{dx} Hx, \quad (333)$$

que fornece a equação em termos de  $x$ :

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle s}{Hx} (Y^2 - (Y^{eq})^2). \quad (334)$$

Para estados pesados, pode-se aproximar  $\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle$  com a expansão não relativística em potências de  $v^2$  [119] [137]:

$$\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle = a + b \langle v^2 \rangle + O(\langle v^4 \rangle) \approx a + \frac{6b}{x}, \quad (335)$$

que leva à versão final em termos da variável  $\Delta := Y - Y^{eq}$ :

$$\frac{d\Delta}{dx} = -\frac{dY^{eq}}{dx} - \frac{s}{Hx} \left( a + \frac{6b}{x} \right) \Delta [\Delta + 2Y^{eq}]. \quad (336)$$

Na cosmologia padrão FLRW, o parâmetro de Hubble é dado por:

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G\rho}{3}}, \quad (337)$$

em que  $G$  é a constante gravitacional e  $\rho$  é a densidade da energia total do universo. Os graus de liberdade efetivos para tal densidade é definido como [137]:

$$\rho = g_{\text{eff}}(T) \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad (338)$$

de tal modo que  $g_{\text{eff}}(T) = 1$  para uma espécie relativística com apenas um grau de liberdade interno. A equação para  $\Delta$  pode, então, ser reescrita como:

$$\frac{d\Delta}{dx} = -\frac{dY^{eq}}{dx} - h(x)\Delta(2Y^{eq} + \Delta), \quad (339)$$

em que

$$h(x) := \sqrt{\frac{\pi g_*}{45G}} m \left( a + \frac{6b}{x} \right) x^{-2}, \quad (340)$$

para

$$\sqrt{g_*} := \frac{h_{\text{eff}}}{\sqrt{g_{\text{eff}}}} \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{T}{h_{\text{eff}}} \frac{dh_{\text{eff}}}{dT} \right]. \quad (341)$$

Em um dado ponto, a densidade das partículas mais pesadas ou de uma determinada espécie de partícula tornou-se muito baixa para suportar interações frequentes e as condições de equilíbrio térmico foram violadas. Diz-se que as partículas "congelam" neste ponto e sua densidade numérica (não mais afetada pelas interações) permanece constante. Introduce-se a quantidade  $x_F := \frac{m}{T_F}$ , em que  $T_F$  é a temperatura deste "congelamento" da partícula relíquia.

A equação 339 pode ser resolvida analiticamente nas duas regiões extremas  $x \ll x_F$  e  $x \gg x_F$ .

- No princípio, muito antes do freeze out da partícula relíquia,  $T \gg T_F$  e portanto  $1 < x \ll x_F$ . Nesta era, as partículas estavam próximas do equilíbrio, logo  $Y \approx Y^{eq}$  e pode-se assumir que  $\frac{d\Delta}{dx} = 0$ . Resolvendo a equação 339, consegue-se:

$$\Delta \approx -\frac{dY^{eq}}{dx} \frac{1}{2h(x)Y^{eq}}, \quad x \ll x_F. \quad (342)$$

- No outro extremo, muito depois do freeze out da partícula relíquia,  $T \ll T_F$  e portanto  $x_F \ll x$ . Nesta situação,  $Y \equiv Y_\infty := Y(T \ll T_F) \gg Y^{eq}$ , e portanto  $\Delta_\infty := Y_\infty - Y^{eq} \approx Y_\infty$ . A equação resultante é:

$$\frac{d\Delta_\infty}{dx} \approx -h(x)\Delta_\infty^2, \quad x \gg x_F, \quad (343)$$

que pode ser resolvida como:

$$\int_{\Delta_F}^{\Delta_\infty} \frac{d\Delta}{\Delta^2} = -\int_{x_F}^{x_\infty} h(x)dx, \quad (344)$$

em que  $\Delta_F := Y(T_F) - Y^{eq}$ . Tal equação resulta em:

$$\frac{1}{Y_\infty} \approx \frac{1}{\Delta_\infty} \quad (345)$$

$$= \frac{1}{\Delta_F} + \sqrt{\frac{\pi g_*}{45G}} m \frac{1}{x_F} \left( a + \frac{3b}{x_F} \right) \quad (346)$$

$$\approx \sqrt{\frac{\pi g_*}{45G}} m \frac{1}{x_F} \left( a + \frac{3b}{x_F} \right). \quad (347)$$

O termo  $\frac{1}{\Delta_F}$  é geralmente ignorado se o objetivo for uma precisão de poucos porcentos.

Assumindo que a temperatura média do universo é quase 0 ( $x \rightarrow \infty$ ), a densidade atual de uma relíquia genérica,  $X$ , de massa  $m_X$ , pode ser dada por

$$\rho_X = m_X n_X = m_X s_0 Y_\infty, \quad (348)$$

em que  $n_X$  é a densidade numérica desta partícula e  $s_0 = 2889.2 \text{ cm}^{-3}$  é a densidade de entropia atual (assumindo três espécies de neutrinos de Dirac). A densidade relíquia pode finalmente ser expressa em termos da densidade crítica

$$\Omega_X h^2 = \frac{\rho}{\rho_c} h^2 \quad (349)$$

$$= \frac{m_X Y_\infty s_0 h^2}{\rho_c} \quad (350)$$

$$\approx \frac{1.07 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1}}{\sqrt{G}} \frac{x_F}{\sqrt{g_*}} \frac{1}{a + \frac{3b}{x_F}}, \quad (351)$$

em que  $a$  e  $b$  são expressos em  $\text{GeV}^{-2}$  e  $g_*$  é avaliado na temperatura de congelamento (freeze-out). É convencional escrever a densidade da relíquia em termos do parâmetro de Hubble em outras unidades,  $h = H_0/100 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . A densidade crítica (a densidade de matéria de um Universo espacialmente plano [universo de Friedmann]) é  $\rho_c = 1.054 \times 10^{-5} h^2 \text{ GeV cm}^{-3}$ .

Assim, o que resta para estimar a densidade de relíquias é o cálculo das seções de choque de aniquilação (em todos os canais possíveis) e a extração dos parâmetros  $a$  e  $b$ , que dependem da massa das partículas. A temperatura de congelamento  $x_F$  pode ser estimada através de uma solução iterativa da equação

$$x_F = \ln \left[ c(c+2) \sqrt{\frac{45}{8G}} \frac{g}{2\pi^3} \frac{m \left( a + \frac{6b}{x_F} \right)}{g_*^{1/2} x_F^{1/2}} \right], \quad (352)$$

em que  $c$  é uma constante de ordem 1 determinada pelo casamento das soluções tardias e iniciais. Às vezes é útil realizar uma estimativa de ordem de magnitude usando uma versão aproximada da equação 351 antes da aproximação de  $\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle$ , [138]:

$$\Omega_X h^2 \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}}{\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle}. \quad (353)$$

A diferença entre a densidade de matéria total e a densidade de matéria bariônica foi [139]:

$$\Omega h^2 = 0.1199 \pm 0.0027 \quad (354)$$

então, qualquer candidato à matéria escura deve ter uma densidade relíquia em torno deste valor. Um ponto interessante a ser observado é que um limite superior à densidade relíquia do neutrino é de

$$\Omega_\nu h^2 \leq 0.07, \quad (355)$$

o que significa que os neutrinos conhecidos não são abundantes o suficiente para serem a componente dominante da matéria escura.

## 6 LEPTOQUARK

Leptoquarks são partículas hipotéticas que carregam tanto o número bariônico (B) quanto o número leptônico (L) que seriam capazes de converter léptons em quarks (e vice versa) em nível de árvore. Neste capítulo apresentarei a promissora hipótese do leptoquark e as ideias presentes na literatura de como ele pode explicar os problemas do modelo padrão, como a anomalia do momento magnético do múon, a quebra da universalidade leptônica, a massa dos neutrinos e a matéria escura.

### 6.1 PROPRIEDADES DO LEPTOQUARK

Um dos primeiros modelos além do modelo padrão a preverem leptoquarks foi o modelo de Pati-Salam [140]. Logo após, as teorias de grande unificação (TGU) também fizeram tais previsões; neles, leptoquarks surgem naturalmente como bósons de calibre para sanar os graus de liberdade da teoria, entre estes estão a teoria de unificação de Georgi-Glashow baseada no grupo de Lie  $SU(5)$  [141] e as teorias baseadas no grupo  $SO(10)$  [142] (que incluem o Pati-Salam  $SU(4)$ ).

Os possíveis números quânticos de estados de leptoquarks podem ser restringidos assumindo que suas interações diretas com os férmions do modelo padrão ordinário (SM) são adimensionais e invariantes sob o grupo de calibre do SM. Na Tabela 6 podem ser visto possíveis acoplamento e números quânticos dos leptoquarks; nela,  $Q_L, L$  são os dubletos levogiros,  $\ell_R, u_R, d_R$  são os singletos dextrogiros e  $C(\psi_{L,R}) = \mp i\sigma_2\psi_{R,L}$  é a conjugação de carga. Os índices de gerações não foram mostrados para não haver uma sobrecarga na notação. Contudo, há modelos que modificam o grupo de calibre do SM e colocam os leptoquarks invariantes sobre esse novo grupo.

Spin	$3B + L$	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	Acoplamentos permitidos
0	-2	$\bar{3}$	1	1/3	$\overline{C(Q_L)}L$ ou $\overline{C(u_R)}\ell_R$
0	-2	$\bar{3}$	1	4/3	$\overline{C(d_R)}\ell_R$
0	-2	$\bar{3}$	3	1/3	$\overline{C(Q_L)}L$
1	-2	$\bar{3}$	2	5/6	$\overline{C(Q_L)}\gamma^\mu\ell_R$ ou $\overline{C(d_R)}\gamma^\mu L$
1	-2	$\bar{3}$	2	-1/6	$\overline{C(u_R)}\gamma^\mu L$
0	0	3	2	7/6	$\overline{Q_L}\ell_R$ ou $\overline{u_R}L$
0	0	3	2	1/6	$\overline{d_R}L$
1	0	3	1	2/3	$\overline{Q_L}\gamma^\mu L$ ou $\overline{d_R}\gamma^\mu\ell_R$
1	0	3	1	5/3	$\overline{u_R}\gamma^\mu\ell_R$
1	0	3	3	2/3	$\overline{Q_L}\gamma^\mu L$

Tabela 6 – Possíveis leptoquarks e seus possíveis números quânticos. Fonte: Figura retirada de [7] ou [143].

Os possíveis observáveis de leptoquarks (como massa, acoplamentos com partículas do SM, números quânticos, etc) podem ser limitados de maneira direta, a partir de suas seções de choque de produção em colisores, e indireta, calculados a partir de limites em interações de quatro férmions induzidas por eles, que são obtidas de experimentos de baixa energia. Essas interações de quatro férmions podem ser as responsáveis pela quebra da universalidade leptônica.

No LHC, a produção do leptoquark é possível via a fusão de glúons e das aniquilações quark-antiquark. Uma busca no ATLAS, em uma luminosidade integrada de  $36.1 \text{ fb}^{-1}$  e  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ , pela primeira e segunda geração de leptoquarks escalares [144] excluiu massas menores que  $1400 \text{ GeV}$ . Mais limites podem ser encontrados em [145], a partir do detector ATLAS do LHC em seu Run 2 completo de  $139 \text{ fb}^{-1}$  dos dados de colisões próton-próton em  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ . Neste artigo, leptoquarks escalares com massas abaixo de  $1.8 \text{ TeV}$  e  $1.7 \text{ TeV}$  são excluídos nos canais de elétrons e de múons respectivamente. O ATLAS também pesquisou pares LQ de terceira geração decaindo em  $t \nu_\tau / b \tau$  ou  $b \nu_\tau / t \tau$ , com limites nas massas dos LQ até  $1100 \text{ GeV}$  [146].

O detector do CMS também pesquisou, em  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  e  $35.9 \text{ fb}^{-1}$ , pares de leptoquarks escalares de primeira [147] e segunda geração [148], excluindo massas abaixo de  $1435 \text{ GeV}$  e  $1530 \text{ GeV}$ , respectivamente. O CMS excluiu LQs de terceira geração que decaem em  $\tau t$  [149] para massas menores que  $900 \text{ GeV}$  e  $\tau b$  [150] para massas menores que  $1020 \text{ GeV}$ , e LQ entre gerações decai em  $\mu_\tau t$  [151] para massas menores que  $1420 \text{ GeV}$ .

Em ordem dominante, as seções transversais dos processos partônicos envolvendo um leptoquark escalar (spin 0) [152]

$$\begin{aligned} q + \bar{q} &\rightarrow \text{LQ} + \overline{\text{LQ}}, \\ g + \bar{g} &\rightarrow \text{LQ} + \overline{\text{LQ}}, \\ e + q &\rightarrow \text{LQ}, \end{aligned}$$

são

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} [q\bar{q} \rightarrow \text{LQ} + \overline{\text{LQ}}] &= \frac{2\alpha_s^2 \pi}{27\hat{s}} \beta^3, \\ \hat{\sigma} [g\bar{g} \rightarrow \text{LQ} + \overline{\text{LQ}}] &= \frac{\alpha_s^2 \pi}{96\hat{s}} (\beta(41-31\beta^2) + (18\beta^2 - \beta^4 - 17) \ln \frac{1+\beta}{1-\beta}), \\ \hat{\sigma} [eq \rightarrow \text{LQ}] &= \frac{\pi g_U^2}{4} \delta(\hat{s} - M_{\text{LQ}}^2). \end{aligned}$$

Aqui,  $\sqrt{\hat{s}}$  é a energia invariante do subprocesso partônico, e  $\beta := \sqrt{1 - \frac{4M_{\text{LQ}}^2}{\hat{s}}}$ .

Leptoquarks que apenas se acoplam com quarks dextrogiros ou levogiros são chamados de leptoquarks quirais. Leptoquarks que se acoplam à primeira (segunda ou terceira) geração são referidos como leptoquarks de primeira (segunda ou terceira) geração.

Acoplamento	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	Spin
$\overline{C}(d_R)U\psi$	$(\bar{3}, 1, 1/3)$	0, escalar
$\overline{C}(u_R)U\psi$	$(\bar{3}, 1, -2/3)$	0, escalar
$\overline{Q}_L U\psi$	$(3, 2, 1/6)$	0, escalar
$\overline{C}(Q_L)\gamma^\mu U_\mu\psi$	$(3, 2, -1/6)$	1, vetorial

Tabela 7 – Exemplos de acoplamentos de leptoquarks que violam o número bariônico e podem gerar o decaimento do próton. Fonte: Figura retirada de [153].

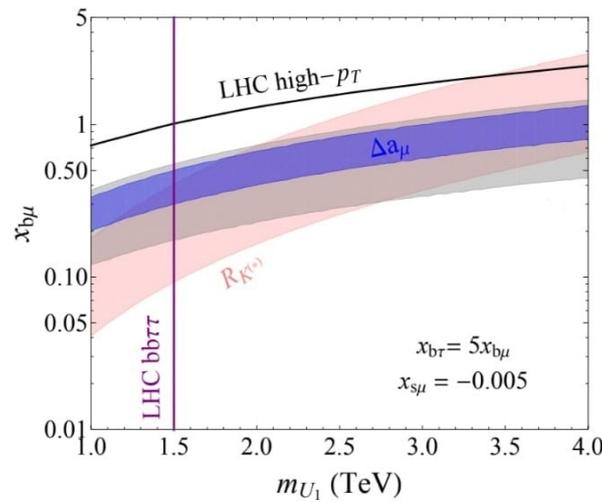


Figura 38 – Relação entre a constante de acoplamento do leptoquark e sua massa para explicar a anomalia do múon e a aparente quebra da universalidade leptônica nos decaimentos belos. Fonte: figura retirada de [155].

É esperado que o tempo de vida dos prótons seja inferior a  $10^{31}$  anos [7]. Alguns modelos de leptoquarks proporcionam canais em que tal decaimento poderia ocorrer, de modo que para manter a consistência com o experimento, a ordem de massa de tais leptoquarks teria que estar na escala da TGU ( $\sim 10^{16}$  GeV), muita acima do que se pode sondar nos aceleradores de partículas atuais. Alguns leptoquarks que aparecem na unificação  $SU(5)$  têm este "problema". Ademais, há alguns tipos específicos de acoplamentos que contribuem para o decaimento do próton, eles podem ser encontrados na Tabela 7. Uma análise detalhada dos acoplamentos de leptoquarks que geram operadores que violam o número bariônico e podem contribuir para o decaimento do próton pode ser encontrado em [154].

Embora a hipótese do leptoquark escalar seja interessante, o cenário atual está sendo dominado pelo leptoquark vetorial, uma vez que ele é capaz de explicar simultaneamente muitos dos problemas que vem sendo encontrados, como a aparente quebra da universalidade leptônica em decaimentos de mésons pesados e a anomalia do momento anômalo do múon, conforme indica a Fig. 38. Nas próximas seções, mostrarei como eles resolvem os a discordância entre a teoria e o experimento, bem como o cálculo de uma seção de choque.

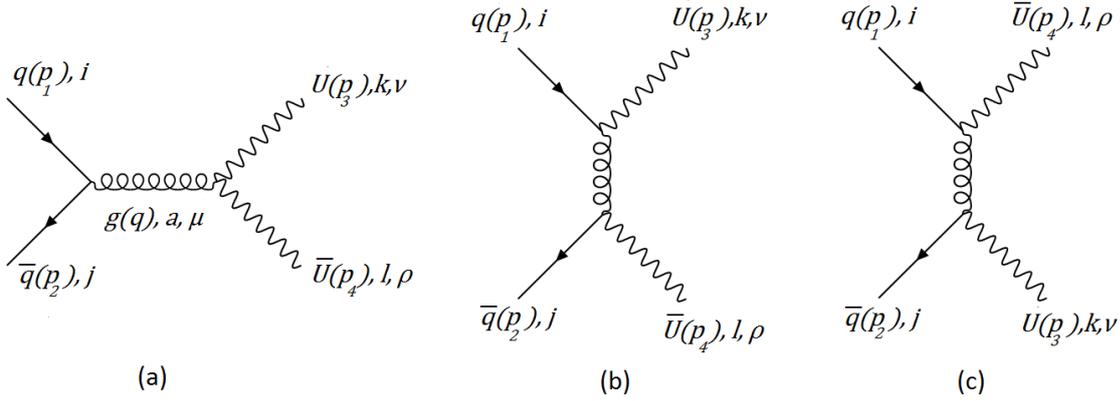


Figura 39 – Diagramas para o subprocesso  $q\bar{q} \rightarrow U\bar{U}$ . Canais s (a), t (b) e u (c) da produção em pares do leptoquark. Fonte: Figura produzida pelo autor.

## 6.2 PRODUÇÃO DE UM LEPTOQUARK VETORIAL EM COLISÕES PP

Nesta seção ilustrarei o cálculo para seção de choque de produção de dois leptoquarks vetoriais a partir do processo de aniquilação quark-antiquark. Tal seção de choque já é conhecida na literatura de longa data [156]. A fim de obter a seção de choque total para colisões  $pp$ , será incluída a contribuição da fusão de glúons de [157], no qual se encontra inclusive a seção de choque que aqui será calculada.

A matriz de espalhamento do canal  $s$  do processo  $q\bar{q} \rightarrow U\bar{U}$  (diagrama (a) da Fig. 39) é dada por:

$$i\mathcal{M}_a^{q\bar{q}} = \bar{v}(p_2) [-igT_{ji}^a \gamma^\mu] u(p_1) \left( \frac{-i}{q^2} \right) (igT_{kl}^a) V_\mu(p_3, p_4),$$

em que

$$\begin{aligned} V_\mu(p_3, p_4) &= \varepsilon_2^{\rho*}(-p_4) [g_{\mu\nu}(q + p_3)_\rho + g_{\nu\rho}(-p_3 + p_4)_\mu + g_{\rho\mu}(-p_4 - q)_\nu] \varepsilon_1^\nu(p_3) \quad (356) \\ &= [\varepsilon_{1\mu}(-p_3)(2p_3) \cdot \varepsilon_2^*(-p_4) + (\varepsilon_2^*(-p_4) \cdot \varepsilon_1(-p_3))(p_4 - p_3)_\mu - \varepsilon_{2\mu}^*(-p_4)(2p_4) \cdot \varepsilon_1(-p_3)]. \end{aligned}$$

O sinal negativo nos momentos  $p_3$  e  $p_4$  ocorre em virtude de as regras de Feynman para o vértice glúon-leptoquarks contarem com os leptoquarks entrando. Na última linha foi usado que  $p_i \cdot \varepsilon(p_i) = 0$  (transversalidade) e  $q = p_3 + p_4$ . As polarizações dos leptoquarks estão implícitas  $\varepsilon_i \equiv \varepsilon_i^\lambda$ , para  $\lambda = 0, \pm 1$ . É conveniente usar

$$\sum_\lambda \varepsilon_{i\mu}^{\lambda*}(p) \varepsilon_{i\nu}^\lambda(p) = g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}. \quad (357)$$

A fim de tomar o módulo quadrado e a soma sobre os spins, usarei a soma sobre as polarizações usando a equação 357,

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda, \lambda'} |(\varepsilon_2^* \cdot \varepsilon_1)|^2 &= (\varepsilon_{1\alpha} \varepsilon_2^{\alpha*}) (\varepsilon_{1\beta}^* \varepsilon_2^\beta) \\
&= (\varepsilon_{1\alpha} \varepsilon_{1\beta}^*) (\varepsilon_2^{\alpha*} \varepsilon_2^\beta) \\
&= \left( g_{\alpha\beta} - \frac{p_{3\alpha} p_{3\beta}}{M_U^2} \right) \left( g^{\alpha\beta} - \frac{p^{4\alpha} p^{4\beta}}{M_U^2} \right) \\
&= 2 + \frac{(p_3 \cdot p_4)^2}{M_U^4}, \tag{358}
\end{aligned}$$

pois  $p_3^2 = p_4^2 = M_U^2$  (massa do leptoquark). A parte dos espinores (somados sobre os spins  $s = \pm \frac{1}{2}$ ) é dada por:

$$\begin{aligned}
\sum_{s, s'} [\bar{v}_{s'}(p_2) \gamma^\mu u_s(p_1)] [\bar{u}_s(p_1) \gamma^\nu v_{s'}(p_2)] &= \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_q) \gamma^\mu (\not{p}_2 - m_{\bar{q}}) \gamma^\nu] \tag{359} \\
&= 4(p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - (p_1 \cdot p_2) g^{\mu\nu} - m_q m_{\bar{q}} g^{\mu\nu}).
\end{aligned}$$

É conveniente reescrever tudo em termos das variáveis de Mandelstam:

$$\hat{s} := (p_3 + p_4)^2 = (p_1 + p_2)^2 = q^2, \tag{360}$$

$$\hat{t} := (p_1 - p_3)^2, \tag{361}$$

$$\hat{u} := (p_1 - p_4)^2. \tag{362}$$

Se a massa dos quarks for desprezada, ter-se-á  $\hat{s} + \hat{u} + \hat{t} = 2M_U^2$ . Ademais, usando  $2p_1 \cdot p_3 = M_U^2 - \hat{t}$ ,  $2p_1 \cdot p_4 = M_U^2 - \hat{u}$  e  $2p_3 \cdot p_4 = -(\hat{u} + \hat{t})$ , a contração total dos termos resulta em:

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda, \lambda'} \sum_{s, s'} [\bar{v}_{s'}(p_2) \gamma^\mu u_s(p_1)] [\bar{u}_s(p_1) \gamma^\nu v_{s'}(p_2)] V_\mu V_\nu &= \tag{363} \\
= 2 \left( -40M_U^4 + 7\hat{t}^2 + 22\hat{t}\hat{u} + 7\hat{u}^2 + 16M_U^2(\hat{t} + \hat{u}) + \frac{\hat{t}\hat{u}(\hat{t} + \hat{u})^2}{M_U^4} - \frac{4(\hat{t} + \hat{u})^3}{M_U^2} \right).
\end{aligned}$$

Portanto, a média do quadrado da amplitude de espalhamento fica:

$$\begin{aligned}
\sum_{s, s'} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}_a^{q\bar{q}}|^2 &= \frac{2g^4}{\hat{s}^2} (T_{ji}^a T_{ji}^{a\dagger}) (T_{kl}^a T_{kl}^{a\dagger}) \left( -40M_U^4 + 7\hat{t}^2 + 22\hat{t}\hat{u} + 7\hat{u}^2 + 16M_U^2(\hat{t} + \hat{u}) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\hat{t}\hat{u}(\hat{t} + \hat{u})^2}{M_U^4} - \frac{4(\hat{t} + \hat{u})^3}{M_U^2} \right). \tag{364}
\end{aligned}$$

A amplitude do espalhamento partônico  $q\bar{q} \rightarrow U\bar{U}$  é dada pela soma das amplitudes obtidas com os diagramas (a), (b), (c) da Fig. 39,

$$\mathcal{M}_T^{q\bar{q}} = \mathcal{M}_a^{q\bar{q}} + \mathcal{M}_b^{q\bar{q}} + \mathcal{M}_c^{q\bar{q}}. \quad (365)$$

Contudo, o acoplamento do vértice do leptoquark é pequeno. Como os diagramas (b) e (c) da Fig. 39 têm dois vértices com tal acoplamento, suas contribuições são muito menores se comparadas à contribuição do diagrama (a), que apenas tem um destes vértices e um vértice puro da QCD [157]. Portanto,

$$\mathcal{M}_T^{q\bar{q}} \approx \mathcal{M}_a^{q\bar{q}}. \quad (366)$$

A seção de choque partônica do processo  $q\bar{q} \rightarrow U\bar{U}$  é dada por

$$\hat{\sigma}^{q\bar{q}}(\hat{s}, M_U) = \frac{1}{F} \int d\text{PS}^{(4)} \overline{|\mathcal{M}_T^{q\bar{q}}|^2}, \quad (367)$$

em que o fator de fluxo é (para  $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$ )

$$F = 2E_q 2E_{\bar{q}} |\vec{v}_q - \vec{v}_{\bar{q}}| \quad (368)$$

$$= 4\sqrt{(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2)^2 - m_q^2 m_{\bar{q}}^2} \quad (369)$$

$$= 2\lambda^{1/2}(s, m_q^2, m_{\bar{q}}^2). \quad (370)$$

Aqui,  $\lambda$  é a função de Källén já mencionada no capítulo 3. O elemento de volume do espaço de fase é dado por

$$d\text{PS}^{(2)} := \frac{d^3 p_3}{2E_3 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4 (2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4). \quad (371)$$

A ideia, agora, é deixar tudo em termos das variáveis de Mandelstam. Para isso, considere que  $p_1 = (E_1, -\vec{p}_1)$ ,  $p_2 = (E_2, -\vec{p}_2)$ ,  $p_3 = (E_3, -\vec{p}_3)$ ,  $p_4 = (E_4, -\vec{p}_4)$ . Se for usado o referencial do centro de massa, no qual ter-se-á  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$  e  $\vec{p}_3 = -\vec{p}_4$ , estas variáveis ficarão como:

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2}, \quad (372)$$

$$p_i := |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} \lambda^{1/2}(\hat{s}, m_q^2 = 0, m_{\bar{q}}^2 = 0) = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2}, \quad (373)$$

$$p_f := |\vec{p}_3| = |\vec{p}_4| = \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} \lambda^{1/2}(\hat{s}, M_U^2) = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \sqrt{1 - \frac{4M_U^2}{\hat{s}}}. \quad (374)$$

A seção de choque da equação 367, em sua forma diferencial, no referencial do centro de massa é dada por:

$$d\hat{\sigma}_{U\bar{U}}^{q\bar{q}} = \frac{1}{64\pi^2\hat{s}} \frac{\lambda^{1/2}(\hat{s}, M_U^2)}{\lambda^{1/2}(\hat{s}, m_q^2, m_{\bar{q}}^2)} \frac{1}{(2J_q + 1)(2J_{\bar{q}} + 1)} \sum |\mathcal{M}_T^{q\bar{q}}|^2 d\Omega, \quad (375)$$

em que o ângulo sólido é dado por

$$d\Omega = \frac{4\pi\hat{s}}{\lambda^{1/2}(\hat{s}, m_q^2, m_{\bar{q}}^2)\lambda^{1/2}(\hat{s}, M_U^2)} d\hat{t}. \quad (376)$$

Como são desprezadas as massas do quark e do antiquark,  $\lambda(s, m_q^2 = 0, m_{\bar{q}}^2 = 0) = \hat{s}^2$ , a expressão da seção de choque diferencial é simplificada:

$$d\hat{\sigma}_{U\bar{U}}^{q\bar{q}} = \frac{1}{9} \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \frac{1}{(2J_q + 1)(2J_{\bar{q}} + 1)} \sum |\mathcal{M}^{q\bar{q}}|^2 d\hat{t}. \quad (377)$$

O fator  $\frac{1}{9}$  vem da média das cores. A fim de descobrir os limites de integração para  $\hat{t}$ , é necessário escrevê-lo em função do ângulo  $\theta$  entre os momentos lineares  $\vec{p}_1$  e  $\vec{p}_3$ :

$$\hat{t} := (p_1 - p_3)^2 = M_U^2 - 2E_1E_3 + 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3 \quad (378)$$

$$= M_U^2 - \frac{\hat{s}}{2} + \frac{1}{2}\lambda^{1/2}(\hat{s}, M_U^2) \cos(\theta) \quad (379)$$

$$= M_U^2 - \frac{\hat{s}}{2} + \frac{\hat{s}}{2} \sqrt{1 - \frac{4M_U^2}{\hat{s}}} \cos(\theta). \quad (380)$$

Na literatura é definida a variável  $\beta := \sqrt{1 - \frac{4M_U^2}{\hat{s}}}$ . Assim, os limites de integração serão  $\hat{t}_{\pm} = M_U^2 - \frac{\hat{s}}{2} \pm \frac{\hat{s}\beta}{2}$  (quando  $\cos(\theta) = \pm 1$ ). Logo,

$$\int dt \sum_{\lambda, \lambda'} \sum_{s, s'} [\bar{v}_{s'}(p_2) \gamma^\mu u_s(p_1)] [\bar{u}_s(p_1) \gamma^\nu v_{s'}(p_2)] V_\mu V_\nu = \frac{4\beta\hat{s}^2}{3} \left( -12M_U^2 - 17\hat{s} + \frac{4\hat{s}^2}{M_U^2} + \frac{\hat{s}^3}{4M_U^4} \right).$$

Para acabar com o fator de cor que aparece da soma sobre os geradores de  $\mathfrak{su}(3)_C$ ,

$$C := \sum_{a,b} \sum_{i,j,k,l} (T_{ji}^a T_{ij}^b) (T_{kl}^a T_{lk}^b) = 2, \quad (381)$$

é preciso notar que, se forem definidas as quantidades

$$C(i\bar{j} \longrightarrow k\bar{l}) := \sum_{a=1}^8 T_{ij}^a T_{kl}^a, \quad C(r\bar{r} \longrightarrow r\bar{r}) = \frac{1}{3}, \quad (382)$$

$$C(r\bar{g} \longrightarrow r\bar{g}) = \frac{1}{2}, \quad C(r\bar{r} \longrightarrow g\bar{g}) = -\frac{1}{6}, \quad (383)$$

$$(384)$$

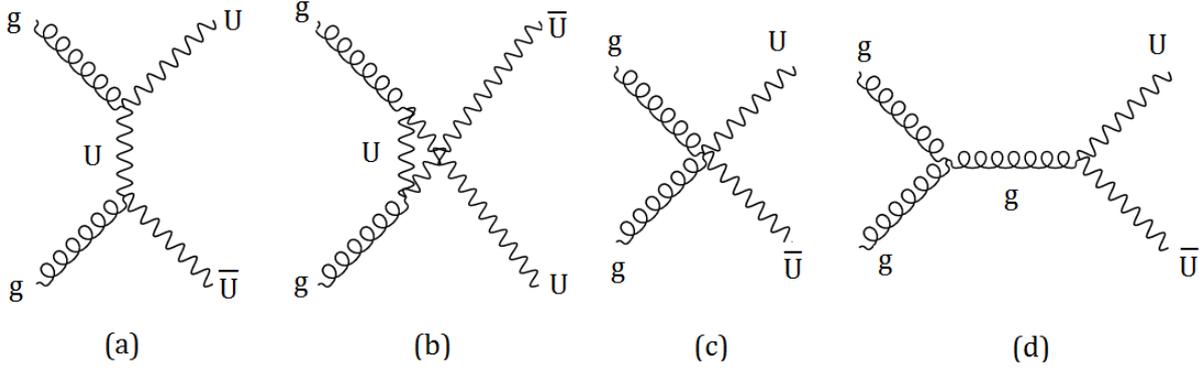


Figura 40 – Diagramas descrevendo a produção de pares do leptoquark via fusão de glúons.  
Fonte: Figura produzida pelo autor.

ele será a soma dos módulos quadrados delas:

$$C = \sum_{i,j,k,l=1}^3 |C(i\bar{j} \rightarrow k\bar{l})|^2 \quad (385)$$

$$= \left[ 3 \left( \frac{1}{3} \right)^2 + 6 \left( \frac{1}{2} \right)^2 + 6 \left( -\frac{1}{6} \right)^2 \right] = 2. \quad (386)$$

Usando a média do quadrado da amplitude de espalhamento mostrada na equação 364 na seção de choque diferencial da equação 377, integrando-a e substituindo o fator de cor, obtém-se a seção de choque completa do processo partônico  $q\bar{q} \rightarrow U\bar{U}$ :

$$\hat{\sigma}_{U\bar{U}}^{q\bar{q}} = \frac{4\alpha_s^2 \pi \beta}{54M_U^2} \left( -\frac{12M_U^4}{\hat{s}^2} - \frac{17M_U^2}{\hat{s}} + 4 + \frac{\hat{s}}{4M_U^2} \right). \quad (387)$$

Este resultado concorda com o apresentado em [157] para  $\kappa_G = \lambda_G = 0$ .

Procedendo do mesmo modo para o processo  $gg \rightarrow U\bar{U}$ , considerando os diagramas da Fig. 40, encontra-se para a seção de choque [157]:

$$\hat{\sigma}_{U\bar{U}}^{gg} = \frac{\pi \alpha_s^2}{96\hat{s}} \left[ \frac{2\beta}{\hat{s}} \left( 186M_U^2 + 87\hat{s} + \frac{32\hat{s}^2}{M_U^2} \right) - \frac{48}{\hat{s}^2} (M_U^4 + 4M_U^2\hat{s} + 3\hat{s}^2) \ln \left( \frac{|1+\beta|}{|1-\beta|} \right) \right]. \quad (388)$$

A seção de choque total para o processo de criação de pares de leptoquarks em colisões próton-próton depende das PDFs dos quarks, e é dada por:

$$\sigma^{pp}(s, M_U) = \sigma^{pp,q}(s, M_U) + \sigma^{pp,g}(s, M_U), \quad (389)$$

em que

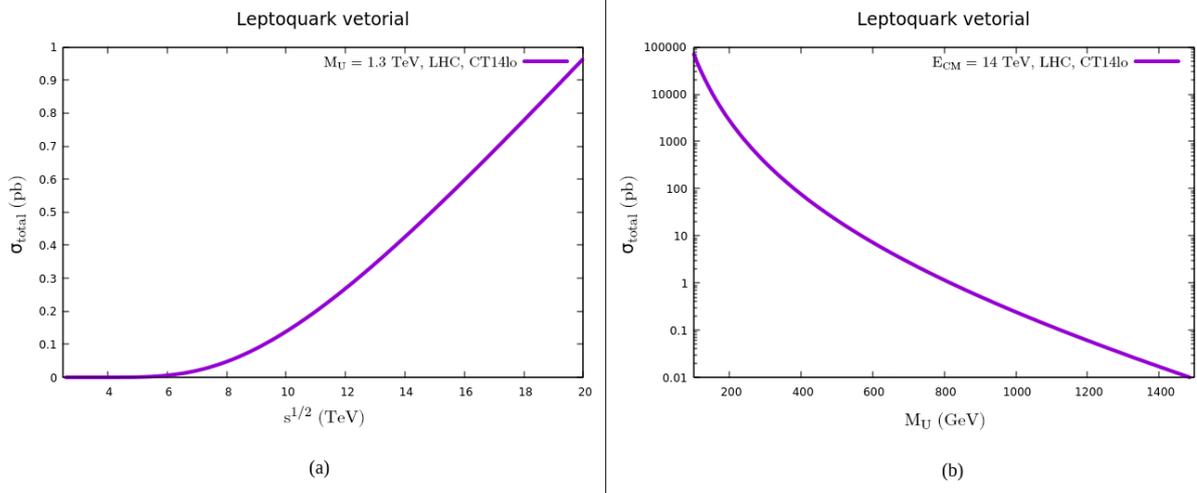


Figura 41 – Seção de choque total (inclui aniquilação de quarks-antiquarks e fusão de glúons) integrada para produção de pares de leptoquarks vetoriais em colisões  $pp$  (a) em função da energia do centro de massa e (b) em função da massa do leptoquark. Ambos os gráficos foram gerados usando a PDF CT14lo [158] com a escala de fatorização  $\mu = 4M_U^2$ . Fonte: Figura produzida pelo autor.

$$\sigma^{pp,q}(s, M_U) = \sum_{f=1}^{N_f} \int_0^1 dx_1 dx_2 [q_f(x_1, \mu) \bar{q}_f(x_2, \mu) + \bar{q}_f(x_1, \mu) q_f(x_2, \mu)] \hat{\sigma}^{q\bar{q}}(\hat{s}, M_U) \theta(\hat{s} - 4M_U^2), \quad (390)$$

$$\sigma^{pp,g}(s, M_U) = \int_0^1 dx_1 dx_2 G(x_1, \mu) G(x_2, \mu) \hat{\sigma}^{gg}(\hat{s}, M_U) \theta(\hat{s} - 4M_U^2). \quad (391)$$

Para integrar, é preciso usar  $\hat{s} = x_1 x_2 s$ ,  $N_f = 3$  e  $f = u, d, s$ . Tanto para a aniquilação entre quarks leves, quanto para a fusão de glúons, foi usada a PDF em ordem dominante CT14lo [158], do diretório da LHAPDF [159]. Os gráficos gerados estão na Fig. 41; o gráfico (a) para os parâmetros  $2M_U < \sqrt{s} < 20$  TeV e  $Q^2 = 4M_U^2$ , o (b), para uma energia de centro de massa  $\sqrt{s} = 14$  TeV e  $100$  GeV  $< M_U < 1500$  GeV. O gráfico em termos da massa está em pleno acordo com a literatura [157], as diferenças estão no fato de as parametrizações para as PDFs serem distintas. No gráfico (a) é possível ver o crescimento da seção de choque com o aumento da energia do centro de massa. No gráfico (b), é possível ver como a produção se torna menor com o aumento da massa do leptoquark, o que é esperado; um ponto importante a ser observado, é a alta a seção de choque para massas pequenas, de sorte que se existissem leptoquarks com massas pequenas, provavelmente já teriam sido detectados.

### 6.3 CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK PARA AS ANOMALIAS B

Nesta seção mostrarei como acontece a contribuição de um leptoquark para os coeficientes de Wilson responsáveis pelo decaimento belo. Usarei o modelo de leptoquark vetorial  $U \sim (3, 1)_{2/3}$ , um singleto fraco com carga de cor, pois ele consegue explicar todas as anomalias  $R_{K^{(*)}}$  e  $R_{D^{(*)}}$ . Antes de começar propriamente com a matemática, deixarei claro as

escolhas feitas. Trabalharei com a métrica  $g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$  e com a base de Weyl (base quirial), em que as matrizes de Dirac tomam a forma:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix}, \quad (392)$$

$$\gamma_0 = \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_j = -\gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^j \\ \sigma^j & 0 \end{pmatrix}, \quad (393)$$

em que  $I_2$  é a matriz identidade  $2 \times 2$ ,  $j = 1, 2, 3$  e  $\sigma^j$  são as matrizes de Pauli. A matriz quirial  $\gamma^5$  é

$$\gamma^5 := i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (394)$$

Os projetores quirais são definidos como

$$P_L := \frac{1 - \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_R := \frac{1 + \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (395)$$

E é importante apresentar a relação que define a álgebra de Clifford do espaço-tempo:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} := \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = -2g^{\mu\nu}I_4, \quad (396)$$

em que  $I_4$  é a matriz identidade  $4 \times 4$ .

Agora tratarei, propriamente, dos leptoquarks. Embora a maioria dos tratamentos sejam análogos e produzam os mesmos resultados a nível efetivo, escolhi particularmente o apresentado pelo artigo "A comprehensive study of vector leptoquark on the  $B$ -meson and Muon  $g - 2$  anomalies" [160] por conta do lagrangiano intuitivo apresentado. O lagrangiano do leptoquark  $U$  é [160]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{LQ}} &= \mathcal{L}_{\text{Cin}} + \sum_{i,j=1}^3 [x_L^{ij} \bar{d}_L^i \gamma_\nu \ell_L^j U^\nu + x_R^{ij} \bar{d}_R^i \gamma_\nu \ell_R^j U^\nu + \mathcal{L}_\nu + \\ &+ x_L^{*ij} \bar{\ell}_L^j \gamma_\nu d_L^i (U^\nu)^\dagger + x_R^{*ij} \bar{\ell}_R^j \gamma_\nu d_R^i (U^\nu)^\dagger + \mathcal{L}_\nu^\dagger], \end{aligned} \quad (397)$$

em que foi usado  $(\gamma_\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma_\mu \gamma^0$  e

$$\mathcal{L}_{\text{cin}} := (\partial^\mu U^\nu)^\dagger (\partial_\mu U_\nu) - M_U^2 (U^\nu)^\dagger U_\nu, \quad (398)$$

$$\mathcal{L}_\nu := \left( V_{CKM}^\dagger x_L U_{PMNS} \right)_{ij} \bar{u}_L^i \gamma_\nu \nu_L^j U^\nu. \quad (399)$$

Para integrar o leptoquark no lagrangiano, em nível de árvore, basta encontrar a equação de movimento que ele obedece e descobrir a forma de seu campo em relação aos outros campos conhecidos. Neste caso, para  $(U^\nu)^\dagger$ , as equações de Euler-Lagrange fornecem

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (U^\nu)^\dagger} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial^\mu (U^\nu)^\dagger} \right) &= -M_U^2 U_\nu + x_L^{*ij} \bar{\ell}_L^j \gamma_\nu d_L^i + x_R^{*ij} \bar{\ell}_R^j \gamma_\nu d_R^i + \mathcal{L}_\nu^\dagger - \partial^2 U_\nu \\ &= 0, \end{aligned}$$

ou, de guisa melhor

$$(\partial^2 + M_U^2) U_\nu = x_L^{*ij} \bar{\ell}_L^j \gamma_\nu d_L^i + x_R^{*ij} \bar{\ell}_R^j \gamma_\nu d_R^i + \mathcal{L}_\nu^\dagger.$$

Se a equação anterior for invertida e truncada na ordem  $1/M_U^2$ , ter-se-á

$$U_\nu \approx \frac{1}{M_U^2} (x_L^{*ij} \bar{\ell}_L^j \gamma_\nu d_L^i + x_R^{*ij} \bar{\ell}_R^j \gamma_\nu d_R^i + \mathcal{L}_\nu^\dagger). \quad (400)$$

Para obter o lagrangiano efetivo, basta substituir a equação anterior no lagrangiano da equação 397. Antes de olhar o caso específico de interesse, observe algumas propriedades da álgebra de Clifford:

- os anticomutadores envolvendo a matriz quiral se anulam,  $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = \{\gamma^5, \gamma_\mu\} = 0$ ;
- a matriz quiral é hermitiana,  $(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$ . Isto faz com que os projetores quirais sejam também hermitianos  $P_{R,L}^\dagger = P_{R,L}$ ;
- a matriz quiral é sua própria matriz inversa,  $\gamma^5 \gamma^5 = I_4$ ;
- os projetores quirais são idempotentes  $P_{R,L}^2 = P_{R,L}$ .

O termo do lagrangiano que acopla quarks e léptons levogiros, explicitamente tem a forma

$$\begin{aligned} \bar{d}_L \gamma_\mu \ell_L &:= \overline{P_L d} \gamma_\mu \ell_L := (P_L d)^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu P_L \ell \\ &= d^\dagger P_L \gamma^0 \gamma_\mu P_L \ell. \end{aligned}$$

Como, em razão da idempotência dos projetores e da anticomutatividade de  $\gamma^5$  com as matrizes de Dirac (analogamente para  $P_R$ ),

$$\begin{aligned} 2P_L \gamma^\mu &= \gamma^\mu - \gamma^5 \gamma^\mu = \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5 \\ &= 2\gamma^\mu P_R, \end{aligned}$$

há dois modos de se escrever o sanduíche de espinores "projetados":

$$\begin{aligned}\bar{d}_L \gamma_\mu \ell_L &= d^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu P_L P_L \ell \\ &= \bar{d} \gamma_\mu P_L \ell.\end{aligned}$$

Uma vez que  $U$  não interage fracamente, é razoável tomar  $x_R = x_L = x$  (ademais, tal suposição produz os melhores resultados! Veja [155]). O caso que nos interessa no lagrangiano efetivo (obtido integrando  $U$  de  $\mathcal{L}^{\text{LQ}}$ ) é o termo  $\Delta \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{LQ}} = \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} (\bar{s}_L \gamma_\nu \mu_L) (\bar{\mu}_L \gamma_\nu b_L)$ , em que  $\mu$  é o múon e  $s, b$  são os quarks strange e bottom respectivamente. Usando as observações feitas anteriormente,

$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{LQ}} &= \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} (\bar{s}_L \gamma_\nu \mu_L) (\bar{\mu}_L \gamma^\nu b_L) \\ &= \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} (\bar{s} \gamma_\nu P_L \mu) (\bar{\mu} \gamma^\nu P_L b)\end{aligned}$$

e uma das identidades de Fierz ([34] pag. 202)

$$(\bar{\psi}_1 \gamma_\mu P_L \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma^\mu P_L \psi_4) = -(\bar{\psi}_1 \gamma_\mu P_L \psi_4) (\bar{\psi}_3 \gamma^\mu P_L \psi_2),$$

o hamiltoniano efetivo pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\Delta \mathcal{H}_{\text{eff}} = -\Delta \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{LQ}} = -\frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} (\bar{s}_L \gamma_\nu \mu_L) (\bar{\mu}_L \gamma^\nu b_L) \quad (401)$$

$$= \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} (\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu P_L \mu). \quad (402)$$

Lembrando que a parte do hamiltoniano que explica a anomalia é

$$\Delta \mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} [C_9 (\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu \mu) + C_{10} (\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu \gamma^5 \mu)],$$

se os coeficientes de Wilson forem separados em uma contribuição do modelo padrão e uma dos leptoquarks,  $C_i = C_i^{\text{SM}} + C_i^{\text{LQ}}$  e  $C_9^{\text{LQ}} = -C_{10}^{\text{LQ}} = \Delta C$ , o hamiltoniano ficará

$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{H}_{\text{eff}} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} [C_9^{\text{SM}} (\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu \mu) + C_{10}^{\text{SM}} (\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu \gamma^5 \mu)] + \\ &+ \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} 2\Delta C [(\bar{s} \gamma_\nu P_L b) (\bar{\mu} \gamma^\nu P_L \mu)].\end{aligned} \quad (403)$$

Comparando a equação 403 com a equação 402, descobre-se que o coeficiente de Wilson neste cenário unidimensional satisfaz

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} 2\Delta C = -\frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2},$$

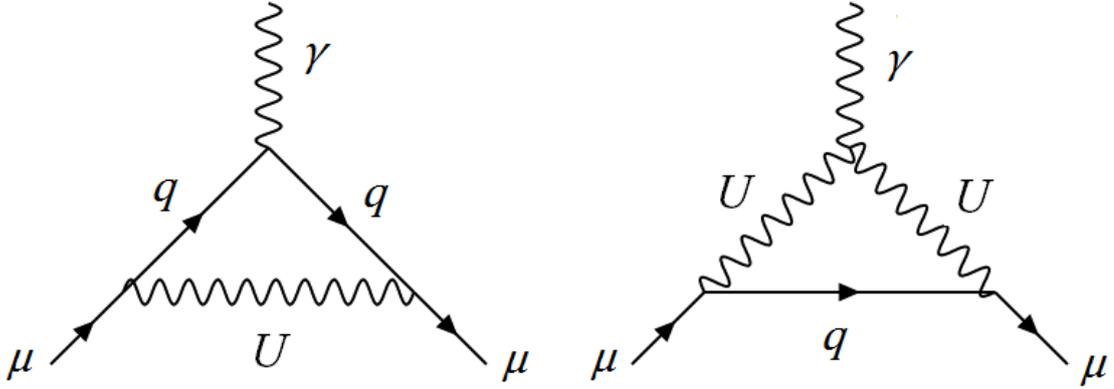


Figura 42 – Contribuição do leptoquark vetorial  $U$  para o momento magnético anômalo do múon. Fonte: Figura produzida pelo autor.

o que implica em

$$\Delta C = \frac{\sqrt{2}}{8G_F V_{ts}^* V_{tb}} \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2} = -\frac{\pi v^2}{V_{tb} V_{ts}^* \alpha_{em}} \frac{x_{s\mu} x_{b\mu}^*}{M_U^2}, \quad (404)$$

em que  $v \approx 246$  GeV é o valor esperado do campo de Higgs do vácuo e  $\alpha_{em}$  é a constante de estrutura fina. Então, basta escolher valores razoáveis para  $x_{s\mu}$ ,  $x_{b\mu}$  e  $M_U$ .

#### 6.4 CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK AO MOMENTO ANÔMALO DO MÚON

Nesta seção, mostrarei como é calculada a contribuição de um leptoquark vetorial ao momento anômalo magnético do múon. Tal contribuição é conhecida há tempos na literatura [161] [162].

Aqui será considerado um leptoquark do tipo bóson vetorial, que se transforma como  $U \sim (3, 1)_{2/3}$ , de massa  $M_U$  e de fração de carga elétrica  $\hat{Q}_U = 2/3$  (carga elétrica  $Q_U := \hat{Q}_U e$ ,  $e > 0$  sendo a carga elementar). A parte do lagrangiano de acoplamento do leptoquark com os férmions é como na seção anterior:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{f-LQ} = & \sum_{i,j=1}^3 [x_L^{ij} \bar{d}_L^i \gamma_\nu \ell_L^j U^\nu + x_R^{ij} \bar{d}_R^i \gamma_\nu \ell_R^j U^\nu + \mathcal{L}_\nu + \\ & + x_L^{*ij} \bar{\ell}_L^j \gamma_\nu d_L^i (U^\nu)^\dagger + x_R^{*ij} \bar{\ell}_R^j \gamma_\nu d_R^i (U^\nu)^\dagger + \mathcal{L}_\nu^\dagger]. \end{aligned} \quad (405)$$

Tal leptoquark acopla-se aos múons com constante de acoplamento  $g_v = (x_R + x_L)/2$  e  $g_a = (x_R - x_L)/2$ , e contribui para o momento magnético anômalo [155] [163] [164]:

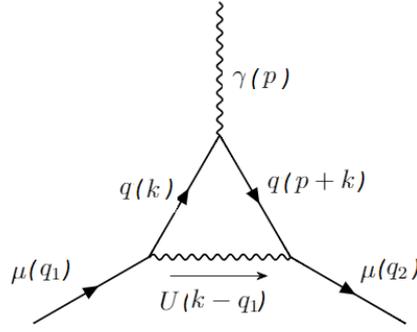


Figura 43 – Diagrama da contribuição do leptoquark a  $a_\mu$ . Fonte: Autor.

$$a_\mu(U) = \frac{N_c \hat{Q}_q m_\mu^2}{8\pi^2 M_U^2} \int_0^1 dx \frac{g_v^2 P_v(x, \varepsilon) + g_a^2 P_a(x, \varepsilon)}{(1-x)(1-\lambda^2 x) + \lambda^2 \varepsilon^2 x} + \quad (406)$$

$$+ \frac{N_c \hat{Q}_q m_\mu^2}{8\pi^2 M_U^2} \int_0^1 dx \frac{g_v^2 P'_v(x, \varepsilon) + g_a^2 P'_a(x, \varepsilon)}{\varepsilon^2 \lambda^2 (1-x)(1-\varepsilon^{-2} x) + x},$$

em que  $\hat{Q}_q$  é a fração da carga do quark, i.e,  $Q_q = \hat{Q}_q e$  ( $e > 0$  a carga elementar, de forma que a carga elétrica do múon é  $-e$ ),  $N_c = 3$  é o número de cor,  $\varepsilon = m_q/m_\mu$  e  $\lambda = m_\mu/M_U$  e

$$P_v(x, \varepsilon) = 2x(1-x)(x - 2(1-\varepsilon)) + \lambda^2(1-\varepsilon)^2 x^2(1+\varepsilon-x), \quad (407)$$

$$P_a(x, \varepsilon) = P_v(x, -\varepsilon),$$

$$P'_v(x, \varepsilon) = 2x^2(1+x-2\varepsilon) + \lambda^2(1-\varepsilon^2)x(1-x)(x+\varepsilon),$$

$$P'_a(x, \varepsilon) = P'_v(x, -\varepsilon).$$

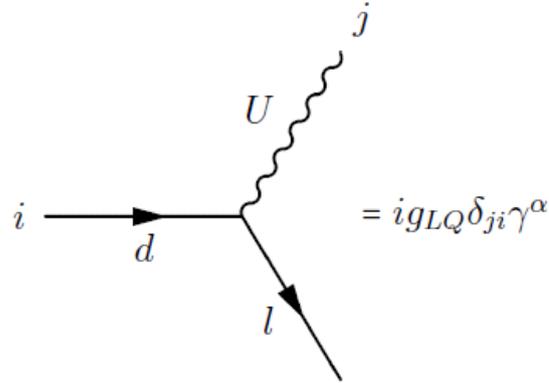
Usando a mesma hipótese da seção anterior, como  $U$  não interage fracamente é razoável que  $x_R = x_L = g_U$ . Quero provar a primeira parte da expressão 406, ou seja, que um bósons leptoquark vetorial  $U$  acopla-se aos múons com constante de acoplamento  $g_U$ , e contribui para o momento magnético anômalo como:

$$a_\mu(U) = \frac{N_c \hat{Q}_q m_\mu^2}{8\pi^2 M_U^2} \int_0^1 dx \frac{g_U^2 P_v(x, \varepsilon)}{(1-x)(1-\lambda^2 x) + \lambda^2 \varepsilon^2 x}. \quad (408)$$

Foi visto no capítulo 4 que:

$$a_\mu := \frac{g-2}{2} = F_2\left(\frac{p^2}{m_\mu^2}\right) \approx F_2(0). \quad (409)$$

Então, para encontrar a contribuição do leptoquark para  $a_\mu$ , é preciso estimar  $F_2(0)$ . Usarei as seguintes regras de Feynman para o leptoquark  $U$  apresentadas na Fig. 44.

$$i \text{---} \text{wavy line } U \text{---} j = \frac{-i\delta_{ij} \left( g^{\alpha\beta} - \frac{k^\alpha k^\beta}{M_U^2} \right)}{p^2 - M_U^2 + i\varepsilon}$$


$$= ig_{LQ} \delta_{ji} \gamma^\alpha$$

Figura 44 – Regras de Feynman do leptoquark retiradas de [165]. Fonte: Figura produzida pelo autor.

A matriz de espalhamento fornecida pelo diagrama da Fig. 43, no calibre de Feynman, é

$$i\mathcal{M} = (-iQ_q)(ig_U \delta_{ba})(ig_U \delta_{cb}) \times \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i\delta_{ac} g^{\mu\sigma}}{(k - q_1)^2 - M_U^2} \frac{\bar{u}(q_2) \gamma^\mu i\delta_{ba} (\not{k} + m_q) \gamma_\nu i\delta_{cb} (\not{p} + \not{k} + m_q) \gamma^\sigma u(q_1)}{k^2 - m_q^2 (p + k)^2 - m_q^2}, \quad (410)$$

em que  $Q_q$  é a carga elétrica e  $m_q$  a massa do quark  $q$  dentro do laço e os índices  $a, b, c$  são os índices de cor  $SU(3)_C$ . Usarei

$$\frac{1}{ABC} = 2 \int_0^1 dx dy dz \frac{\delta(x + y + z - 1)}{[xA + yB + zC]^3}. \quad (411)$$

Nesse caso específico,

$$A = k^2 - m_q^2, \quad (412)$$

$$B = (p + k)^2 - m_q^2, \quad (413)$$

$$C = (k - q_1)^2 - M_U^2. \quad (414)$$

Assim, usando  $x + y + z = 1$ ,  $p^\nu = q_2^\nu - q_1^\nu$  e  $q_1^2 = q_2^2 = m_\mu^2$  (massa do múon)

$$\begin{aligned} xA + yB + zC &= k^2 + 2k(y p - z q_1) + y p^2 + z q_1^2 - (x + y) m_q^2 - z M_U^2 \\ &= (k^\nu + y p^\nu - z q_1^\nu)^2 - \Delta, \end{aligned}$$

com

$$\Delta := -xyp^2 + (1-z)(m_q^2 - zm_\mu^2) + zM_U^2. \quad (415)$$

Para simplificar o denominador, é necessária a mudança de variáveis  $k^\nu \mapsto k^\nu - yp^\nu + zq_1^\nu$ , que o transforma em  $(k^2 - \Delta)^3$ . O problema é que tal mudança afeta também o numerador. O numerador original é

$$N = \bar{u}(q_2) [g^{\mu\sigma} \gamma^\mu (\not{p} + \not{k} + m_q) \gamma^\nu (\not{k} + m_q) \gamma^\sigma] u(q_1) \quad (416)$$

$$= -2\bar{u}(q_2) [\not{k} \gamma^\nu \not{p} + \not{k} \gamma^\nu \not{k} + m_q^2 \gamma^\nu - 2m_q(2k^\nu + p^\nu)] u(q_1), \quad (417)$$

em que foi usada a propriedade das matrizes de Dirac,  $\gamma^\sigma \gamma^\nu \gamma_\sigma = -2\gamma^\nu$ . Depois da mudança de variáveis, o numerador se transforma em:

$$-\frac{N}{2} = \bar{u}(q_2) [(\not{k} - y\not{p} + z\not{q}_1) \gamma^\nu \not{p} + (\not{k} - y\not{p} + z\not{q}_1) \gamma^\nu (\not{k} - y\not{p} + z\not{q}_1) + m_q^2 \gamma^\nu - 2m_q(2k^\nu - 2yp^\nu + 2zq_1^\nu + p^\nu)] u(q_1). \quad (418)$$

A partir de agora, a intenção é simplificar este numerador, e escrever tudo o que for possível em termos da soma  $q_1^\nu + q_2^\nu$  para usar a identidade de Gordon. Usando outra vez a mesma propriedade das matrizes de Dirac, o fato de que as integrais sobre funções ímpares anulam-se e a relação:

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^\alpha k^\beta}{(k^2 - \Delta)^3} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{g^{\alpha\beta} k^2}{4(k^2 - \Delta)^3}, \quad (419)$$

é possível desaparecer com alguns termos e mudar outros, diminuindo um pouco o numerador

$$-\frac{N}{2} = \bar{u}(q_2) \left[ -\frac{k^2}{2} \gamma^\nu + y(y-1) \not{p} \gamma^\nu \not{p} + z(1-y) \not{q}_1 \gamma^\nu \not{p} - yz \not{p} \gamma^\nu \not{q}_1 + z^2 \not{q}_1 \gamma^\nu \not{q}_1 \right] u(q_1) + \bar{u}(q_2) [m_q^2 \gamma^\nu - 2m_q((1-2y)p^\nu + 2zq_1^\nu)] u(q_1). \quad (420)$$

A ideia, a partir de agora, é isolar a parte do numerador que estiver multiplicada por um termo do tipo  $q_1^\nu + q_2^\nu$ . Para isso, é preciso abrir os termos, substituir  $p^\nu = q_2^\nu - q_1^\nu$ , usar as relações *on-shell*,  $\not{q}_1 u(q_1) = m_\mu u(q_1)$  e  $\bar{u}(q_2) \not{q}_2 = m_\mu \bar{u}(q_2)$  e  $x + y + z = 1$ . Porém, com alguns termos do tipo  $\bar{u}(q_2) \not{q}_1 \gamma^\nu \not{q}_2 u(q_1)$  e semelhantes, não podem ser usadas tais relações, antes é preciso fazer algumas manipulações. A fim de eliminá-los usando as condições *on-shell*, é necessário mudar suas posições. Para isso, usa-se as relações:

- $\not{q}_1 \gamma^\nu = q_{1\alpha} \gamma^\alpha \gamma^\nu = 2q_{1\alpha} \eta^{\alpha\nu} - \gamma^\nu q_{1\alpha} \gamma^\alpha = 2q_1^\nu - \gamma^\nu \not{q}_1$ ;

- analogamente,  $\gamma^\nu q_2 = 2q_2^\nu - q_2 \gamma^\nu$ ;
- analogamente,  $q_1 q_2 = 2q_1 \cdot q_2 - q_2 q_1$ ;
- $q_1 \gamma^\nu q_2 = 2q_1^\nu q_2 + 2q_2^\nu q_1 - 2q_1 \cdot q_2 \gamma^\nu - q_2 \gamma^\nu q_1 = 2q_1^\nu q_2 + 2q_2^\nu q_1 + (p^2 - 2m_\mu^2) \gamma^\nu - q_2 \gamma^\nu q_1$ .

Logo, usando as condições *on-shell* e todas as outras mencionadas, unindo termos semelhantes, resta:

$$\begin{aligned}
-\frac{N}{2} &= \left[ -\frac{k^2}{2} - z(z+2)m_\mu^2 + (1-x)(1-y)p^2 + m_q^2 \right] \bar{u}(q_2) \gamma^\nu u(q_1) + \\
&+ \bar{u}(q_2) [(2z(1-y)m_\mu + m_q(-y^2 + x^2 - 2))(q_1^\nu + q_2^\nu) + m_q(z-2)(x-y)(q_2^\nu - q_1^\nu) \\
&+ q_1^\nu(2m_\mu(y-x) + m_q(3x+y)) + q_2^\nu m_q(3y+x)] u(q_1).
\end{aligned}$$

Se  $m_\mu = m_q$ , obter-se-ia a expressão conhecida para a contribuição de 1 laço da QED que conduz a  $a_\mu = \frac{\alpha_{em}}{2\pi}$  e pode ser encontrada em vários livros textos, e.g, [34][36]. Note que a integral do termo  $(x-y)$  deve desaparecer, pois, ela é invariante pela mudança  $x \iff y$ ,

$$\int_0^1 dx dy \frac{(x-y)\delta(x+y+z-1)}{[-xyp^2 + f(z,k)]^3} = \int_0^1 dx dy \frac{(y-x)\delta(x+y+z-1)}{[-xyp^2 + f(z,k)]^3}. \quad (421)$$

De maneira análoga, termos do tipo  $xq_1^\nu + yq_2^\nu$  que aparecerão após manipulações, podem ser substituídos notando que, a partir da mudança  $x \iff y$ ,

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^1 dx dy \frac{(xq_1^\nu + yq_2^\nu)\delta(x+y+z-1)}{[-xyp^2 + f(z,k)]^3} = \int_0^1 dx dy \frac{(yq_1^\nu + xq_2^\nu)\delta(x+y+z-1)}{[-xyp^2 + f(z,k)]^3}, \\
\implies 2I &= \int_0^1 dx dy \frac{(x+y)(q_1^\nu + q_2^\nu)\delta(x+y+z-1)}{[-xyp^2 + f(z,k)]^3}. \quad (422)
\end{aligned}$$

Por fim, com estas duas relações, o numerador se simplifica um pouco:

$$\begin{aligned}
-\frac{N}{2} &= \left[ -\frac{k^2}{2} - z(z+2)m_\mu^2 + (1-x)(1-y)p^2 + m_q^2 \right] \bar{u}(q_2) \gamma^\nu u(q_1) + \\
&+ [2z(1-y)m_\mu + m_q(-y^2 + x^2 - 2 + 2(x+y))] \bar{u}(q_2) (q_1^\nu + q_2^\nu) u(q_1). \quad (423)
\end{aligned}$$

A ideia é usar a **identidade de Gordon**,

$$\bar{u}(q_2) \gamma^\nu u(q_1) = \bar{u}(q_2) \left[ \frac{q_1^\nu + q_2^\nu}{2m_\mu} + i \frac{\sigma^{\nu\alpha} p_\alpha}{2m_\mu} \right] u(q_1), \quad (424)$$

para acabar com  $q_1^\nu + q_2^\nu$  e fazer aparecer  $\sigma^{\nu\alpha} p_\nu$ , uma vez que  $F_2$  será o coeficiente dele multiplicado por  $\frac{2m_\mu}{e}$ . Tem-se,

$$\begin{aligned}
-\frac{N}{2} &= \left[ -\frac{k^2}{2} + z(-2 + 3z + 4x)m_\mu^2 + (1-x)(1-y)p^2 + m_q^2 + \right. \\
&\quad + 2m_q m_\mu ((1-z)(x-y+2) - 2)] \bar{u}(q_2) \gamma^\nu u(q_1) + \\
&\quad + [2z(1-y)m_\mu + m_q((x+y)(x-y+2) - 2)] \bar{u}(q_2) (-i) \sigma^{\nu\alpha} p_\alpha u(q_1).
\end{aligned}$$

Então, a parte de proporcional a  $\sigma^{\nu\alpha} p_\alpha$  em  $\mathcal{M}$  é

$$i\mathcal{M}_2^\nu = -4N_c Q_q g_U^2 \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) g(x,y,z) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\bar{u}(q_2) i \sigma^{\nu\alpha} p_\alpha u(q_1)}{(k^2 - \Delta)^3},$$

em que  $N_c$  é o número de cor e a função  $g$  é definida por:

$$g(x,y,z) := 2z(1-y)m_\mu + m_q((x+y)(x-y+2) - 2) \quad (425)$$

$$= 2z(1-y)m_\mu - 2zm_q, \quad (426)$$

pois a integral do termo  $(x-y)$  é nula como já foi observado. A integral sobre os momentos é resolvida usando cálculo de resíduos [34] [36]:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - \Delta)^3} = \frac{-i}{32\pi^2 \Delta}. \quad (427)$$

O número de cor  $N_c$  aparece porque é tomada a soma sobre todas as possíveis contribuições  $a, b, c = 1, 2, 3$ :

$$N_c := \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \delta_{ba} \delta_{cb} \delta_{ac} \delta_{ba} \delta_{cb} = 3, \quad (428)$$

pois os únicos termos não nulos são  $a = b = c = 1, 2, 3$ . Logo, a parte da matriz de espalhamento que interessa fica:

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_2^\nu &= -\frac{3Q_q g_U^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{g(x,y,z)}{\Delta} \bar{u}^a(q_2) \sigma^{\nu\alpha} p_\alpha u^a(q_1) \quad (429) \\
&= -\bar{u}^a(q_2) \left[ \frac{Q_q \sigma^{\nu\alpha}}{2m_\mu} p_\alpha \right] u^a(q_1) \left( \frac{6m_\mu g_U^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{g(x,y,z)}{\Delta} \right).
\end{aligned}$$

Comparando o termo anterior com a expressão geral envolvendo os fatores de forma,

$$i\mathcal{M}^\mu = i\mathcal{M}_1^\mu + i\mathcal{M}_2^\mu \quad (430)$$

$$= \bar{u}(q_2) \left[ (-ie) F_1 \left( \frac{p^2}{m_\mu^2} \right) \gamma^\mu + \frac{e\sigma^{\mu\nu}}{2m_\mu} p_\nu F_2 \left( \frac{p^2}{m_\mu^2} \right) \right] u(q_1), \quad (431)$$

é possível reconhecer o fator de forma requerido,  $F_2^{\text{Feyn}}$ ,

$$F_2^{\text{Feyn}}\left(\frac{p^2}{m_\mu^2}\right) = -\frac{6m_\mu g_U^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{g(x,y,z)}{\Delta}, \quad (432)$$

cujo super-índice indica que o propagador do leptarquark usado para obtê-lo estava no calibre de Feynman. Como considerarei o limite não relativístico, isolarei  $m_\mu^2$  no denominador e farei  $\frac{p^2}{m_\mu^2} = 0$ :

$$F_2^{\text{Feyn}}(0) = -\frac{6g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2z(1-y) - 2z\varepsilon}{(1-z)(\varepsilon^2 - z) + \frac{z}{\lambda^2}}, \quad (433)$$

memorando que  $\varepsilon := \frac{m_q}{m_\mu}$  e  $\lambda := \frac{m_\mu}{M_U}$ . Ao efetuar-se a integral em  $y$ , os limites da integral em  $x$  alteram-se para  $0 \leq x \leq 1-z$ , pois o zero da delta deve estar no intervalo  $[0, 1]$ . Portanto,

$$F_2^{\text{Feyn}}(0) = -\frac{6g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \int_0^1 dz \frac{z(1-z)^2 + 2z(1-z)(z-\varepsilon)}{(1-z)(\varepsilon^2 - z) + \frac{z}{\lambda^2}}. \quad (434)$$

Fazendo a mudança  $z = 1-x$ ,

$$\begin{aligned} F_2^{\text{Feyn}}(0) &= -\frac{6g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x) + 2x(1-x)(1-x-\varepsilon)}{(1-x)(\frac{1}{\lambda^2} - x) + \varepsilon^2 x} \\ &= \frac{N_c g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{M_U^2} \int_0^1 dx \frac{2x(1-x)(x-2(1-\varepsilon))}{(1-x)(1-x\lambda^2) + \varepsilon^2 \lambda^2 x}, \end{aligned} \quad (435)$$

que está de acordo com a primeira parte do polinômio  $P_v$  da equação 407.

Como o calibre usado foi o de Feynman-'t Hooft, é preciso adicionar-se um fantasma  $G$ , e o fator de forma completo será a soma  $F_2(0) = F_2^{\text{Feyn}}(0) + F_2^{\text{ghost}}(0)$ . Neste diagrama,  $q$  indica o quark, não confunda com os momentos dos múons  $q_{1,2}$ . Usando as regras de Feynman para o fantasma  $G$  apresentadas na imagem (b) da Fig. 45, a amplitude de espalhamento do diagrama da imagem (a) da Fig. 45 é portanto

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= -(-iQ_q)(ig_U\delta_{ba})(ig_U\delta_{cb}) \left(\frac{m_\mu}{M_U} - \frac{m_q}{M_U}\right)^2 \times \\ &\times \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i\delta_{ac}}{(k-q_1)^2 - M_U^2} \frac{\bar{u}(q_2)i\delta_{ba}(\not{K} + m_q)}{k^2 - m_q^2} \gamma^\nu \frac{i\delta_{cb}(\not{p} + \not{K} + m_q)u(q_1)}{(p+k)^2 - m_q^2}. \end{aligned} \quad (436)$$

Procedendo da mesma forma como antes, é feita a mudança de variáveis para simplificar o denominador,  $k^\nu \mapsto k^\nu - yp^\nu + zq_1^\nu$ . O numerador também é afetado e se torna:

$$N = (\not{K} + (1-y)\not{p} + zq_1 + m_q)\gamma^\nu(\not{K} - yp + zq_1 + m_q). \quad (437)$$

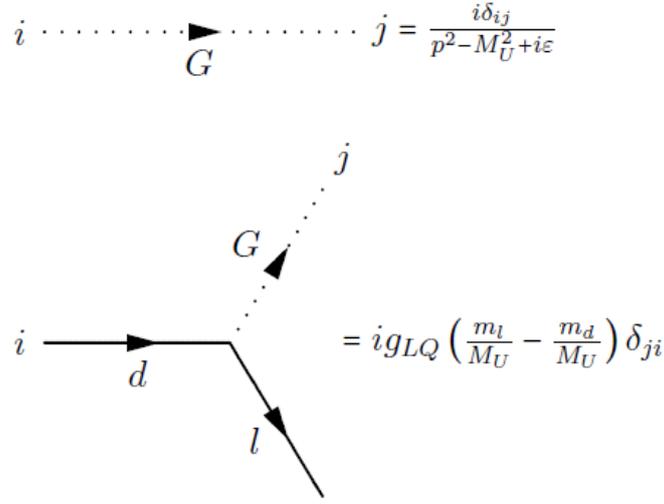


Figura 45 – (a) Diagrama da contribuição do fantasma do leptoquark a  $a_\mu$ , (b) regras de Feynman do leptoquark tiradas de [165]. Fonte: Figura produzida pelo autor.

Usando a mesma álgebra como da parte anterior, o termo que interessa se reduz a

$$-(q_1^\nu + q_2^\nu)(1-z)(m_\mu z + m_q). \quad (438)$$

Então, usando a identidade de Gordon e comparando os termos com a expressão geral envolvendo os fatores de forma, consegue-se

$$F_2^{\text{ghost}} \left( \frac{p^2}{m_\mu^2} \right) = \frac{3m_\mu g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(1-z)(m_\mu z + m_q)}{\Delta}, \quad (439)$$

lembrando que

$$\Delta := -xyp^2 + (1-z)(m_q^2 - zm_\mu^2) + zM_U^2.$$

Assim, no limite não relativístico, o fator de forma torna-se:

$$\begin{aligned} F_2^{\text{ghost}}(0) &= \frac{3m_\mu g_U^2 \hat{Q}_q}{\pi^2} \left( \frac{m_\mu}{M_U} - \frac{m_q}{M_U} \right)^2 \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(1-z)(m_\mu z + m_q)}{(1-z)(m_q^2 - zm_\mu^2) + zM_U^2} \\ &= \frac{3g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \lambda^2 (1-\varepsilon)^2 \int_0^1 dz \frac{(1-z)^2(z+\varepsilon)}{(1-z)(\varepsilon^2 - z) + \frac{z}{\lambda^2}}. \end{aligned} \quad (440)$$

Fazendo a mudança de variável  $z = 1 - x$ ,

$$\begin{aligned} F_2^{\text{ghost}}(0) &= \frac{3g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \lambda^2 (1-\varepsilon)^2 \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x+\varepsilon)}{(1-x)(\frac{1}{\lambda^2} - x) + \varepsilon^2 x} \\ &= \frac{N_c g_U^2 \hat{Q}_q}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{M_U^2} \int_0^1 dx \frac{\lambda^2 (1-\varepsilon)^2 x^2 (1-x+\varepsilon)}{(1-x)(1-x\lambda^2) + \varepsilon^2 \lambda^2 x}. \end{aligned} \quad (441)$$

O segundo diagrama da Fig. 42 pode ser avaliado de uma forma bem parecida com a que foi mostrada aqui. É interessante observar a equação 407, que possui ambas as contribuições dos diagramas da Fig. 42, no limite  $m_q, M_U \gg m_\mu$ . A integral se simplifica para

$$a_\mu(U) = \frac{N_c g_U^2 m_\mu^2}{8\pi^2 M_U^2} \left[ \hat{Q}_q \left( -\frac{4}{3} + 2\varepsilon \right) + \hat{Q}_U \left( \frac{5}{3} - 2\varepsilon \right) \right]. \quad (442)$$

Como discutido na primeira seção deste capítulo, em geral supõe-se que a massa de um leptoquark é da ordem de  $M_U \sim \text{TeV}$ ! Escolhe-se  $g_U$  baseado em um  $M_U$  fixo de tal modo que  $a_\mu(U)$  fite a anomalia. A Fig. 38 da primeira seção deste capítulo ilustra, com determinadas constantes de acoplamento, a faixa onde  $a_\mu(U)$  deve estar para explicar o desvio observado entre a teoria e o experimento,  $a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (251 \pm 59) \times 10^{-11}$ . É possível explicar a anomalia também com outros tipos de leptoquarks [24], [15], [25]. Uma discussão mais detalhada de outras explicações além do modelo padrão será feita à frente.

## 6.5 CONTRIBUIÇÃO DO LEPTOQUARK AOS NEUTRINOS

Mostrarei um possível modo do leptoquark contribuir para a massa dos neutrinos, apresentado em [166]. A nível efetivo, o mecanismo que será apresentado para a geração de massa dos neutrinos conta com um operador de dimensão  $d = 5$ , o operador de Weinberg  $O^{d=5}$ , e um operador de dimensão  $d = 9$ ,  $O^{d=9}$ , dado por:

$$O^{d=9} = \overline{C(L^i)} L^j \bar{d}_R Q_L^k \bar{d}_R Q_L^l \epsilon_{ik} \epsilon_{jl}. \quad (443)$$

É suposto que apenas estes dois são responsáveis pela geração de massa. O lagrangiano efetivo de massa é, portanto,

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} = \xi_{CKM} [\mathcal{C}_1(\Lambda) O^{d=5} + \mathcal{C}_{11b}(\Lambda) O^{d=9}], \quad (444)$$

para  $\mathcal{C}_i$  sendo os coeficientes de Wilson e as outras possíveis contribuições são desprezadas. Depois da quebra de simetria,

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu}^{\text{eff}} = \overline{C(\nu_L)} M_\nu^{(5)} \nu_L + \overline{C(\nu_L)} M_\nu^{(9)} \nu_L + \text{h.c.}, \quad (445)$$

com  $C(\cdot)$  sendo a conjugação de carga,  $M_\nu^{(5)}$  a contribuição do operador de Weinberg e  $M_\nu^{(9)}$  a contribuição do operador de dimensão 9. As massas dos neutrinos são dadas pelos autovalores da matriz de massa,  $M_\nu := M_\nu^{(5)} + M_\nu^{(9)}$ .

Para chegar a tais operadores, é suposta a existência de um leptoquark escalar  $\phi$  e de um férmion de Majorana,  $f$ ,

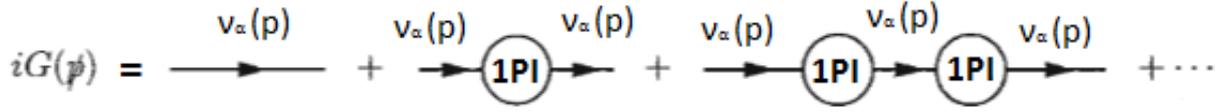


Figura 46 – Propagador do neutrino de sabor  $\alpha \in \{e, \mu, \tau\}$  com todas as ordens de correções.  
Fonte: Figura produzida pelo autor.

$$\phi \sim (\bar{3}, 1, 1/3), \quad f \sim (8, 1, 0), \quad (446)$$

que se acoplam como:

$$\begin{aligned} -\Delta\mathcal{L}_{Yukawa} &= \left( \lambda_{ij\alpha}^{LQ} \overline{C(L^i)} Q^j \phi_\alpha + \lambda_{i\alpha}^{df} \bar{d}_R^i f \phi_\alpha^* + \frac{1}{2} m_f \overline{C(f)} f + \text{h.c.} \right) + \\ &+ m_{\phi_\alpha}^2 \phi_\alpha^\dagger \phi_\alpha - \left( \lambda_{ij\alpha}^{eu} \overline{C(\ell_R^i)} u_j \phi_\alpha + \text{h.c.} \right). \end{aligned} \quad (447)$$

Como já foi discutido, o operador de Weinberg precisa de escalas muito elevadas para conceder as pequenas massas observadas nos neutrinos, por conta disto, neste modelo ele é obtido integrando  $\Delta\mathcal{L}_{Yukawa}$  em dois laços, de sorte que há uma supressão  $\epsilon (1/16\pi^2)^2$ , para  $\epsilon$  contendo as constantes de acoplamento. O operador  $O^{d=9}$  já conta com um fator de supressão da ordem de  $(1/\Lambda)^5$ , portanto pode ser obtido integrando-se em nível de árvore. Apesar disto, a contribuição dominante neste caso ainda será provinda de  $O^{d=5}$ .

A contribuição radioativa da massa (dois laços) pode ser obtida usando-se a teoria de funcionais para realizar a integração de dois laços de  $\Delta\mathcal{L}_{Yukawa}$ , ou por meio do propagador do neutrino (são equivalentes). A segunda opção é menos trabalhosa. Em sua forma mais geral, o propagador do neutrino é (Fig. 46):

$$\begin{aligned} iG(\not{p}) &= \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} + \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} [i\Sigma^{(2)}(\not{p})] \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} + \\ &+ \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} [i\Sigma^{(2)}(\not{p})] \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} [i\Sigma^{(2)}(\not{p})] \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha}} + \dots \\ &= \frac{i}{\not{p} - m_{\nu_\alpha} + \Sigma(\not{p})}, \end{aligned} \quad (448)$$

de sorte que, para obter correções para a massa  $m_{\nu_\alpha}$ , basta usar

$$iG(0) = -\frac{i}{m_{\nu_\alpha} - \Sigma(0)}, \quad (449)$$

ou

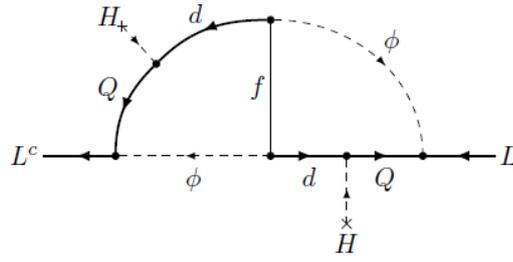


Figura 47 – Diagrama de auto-energia do neutrino. Fonte: Figura retirada de [166].

$$M_{\nu\alpha} := m_{\nu\alpha} - \Sigma(0) \quad (450)$$

$$= -G(0)^{-1}, \quad (451)$$

e as correções radioativas à massa entram por meio de  $\Sigma(0)$ .

Para o caso apresentado, a contribuição de dois laços gerada pelas partículas  $\phi, f$ , que tornam ao operador de Weinberg, é apresentada no diagrama da Fig. 47. A matriz de massa que tal diagrama fornece é [166]:

$$(M_{\nu})_{ij} = \frac{4m_f}{(2\pi)^8} \sum_{k,l=1}^3 \sum_{r,s=1}^3 \sum_{\alpha,\beta=1}^{N_{\phi}} \left( \lambda_{ik\alpha}^{\text{LQ}} \lambda_{l\alpha}^{df} V_{kr} \right) (m_{d_r} I_{rs\alpha\beta} m_{d_s}) \left( \lambda_{j\beta}^{\text{LQ}} \lambda_{k\beta}^{df} V_{ls} \right), \quad (452)$$

em que 4 é o fator de cor,  $N_{\phi}$  é o número de leptoquarks  $\phi_{\alpha}$  que participam da interação, a integral  $I_{rs\alpha\beta}$  é definida como

$$I_{ij\alpha\beta} := \int d^4p \int d^4q \frac{1}{p^2 - m_{d_i}^2} \frac{1}{p^2 - m_{\phi_{\alpha}}^2} \frac{1}{p^2 - m_{d_j}^2} \frac{1}{p^2 - m_{\phi_{\beta}}^2} \frac{1}{p^2 - m_f^2}, \quad (453)$$

e  $m_{d_i}$  denota a massa dos quarks  $d, s, b$  para  $i = 1, 2, 3$  respectivamente. Note que tomei  $M_{\nu} = M_{\nu}^{(5)}$  do começo da seção. Desde que a massa dos quarks são bem menores que dos leptoquarks  $\phi$  e do octeto fermiônico  $f$ , elas podem ser negligenciadas no denominador. Também, neste modelo apenas é considerada a região no espaço de parâmetros em que a massa do quark  $b$  domina o numerador, de sorte que as massas de  $d$  e  $s$  também podem ser tomadas como nulas. Portanto, a fórmula para a matriz de massa dos neutrinos simplifica-se para:

$$(M_{\nu})_{ij} \approx \frac{4m_f m_b^2 V_{tb}^2}{(2\pi)^8} \sum_{\alpha,\beta=1}^{N_{\phi}} \left( \lambda_{i3\alpha}^{\text{LQ}} \lambda_{3\alpha}^{df} \right) I_{\alpha\beta} \left( \lambda_{j3\beta}^{\text{LQ}} \lambda_{3\beta}^{df} \right). \quad (454)$$

Para encontrar a matriz de massa correspondente ao operador  $O^{d=9}$ , basta resolver as equação de Euler-Lagrange de  $\phi, f$  no lagrangiano  $\Delta\mathcal{L}_{Yukawa}$ , escrever tais campos em termos dos campos do SM, substituir e igualar a  $\overline{C}(\nu_L) M_{\nu}^{(9)} \nu_L$ . Como resultado final, encontra-se:

$$(M_\nu^{(9)})_{ij} = V_{tb}^2 \sum_{\alpha, \beta=1}^{N_\phi} \frac{m_b^2}{m_{\phi_\alpha}^2 m_{\phi_\beta}^2 m_f} \left( \lambda_{i3\alpha}^{\text{LQ}} \lambda_{3\alpha}^{df} \right) \left( \lambda_{j3\beta}^{\text{LQ}} \lambda_{3\beta}^{df} \right). \quad (455)$$

Os coeficientes de Wilson da equação 444 ficam, portanto,

$$\mathcal{C}_1 = \frac{4m_f m_b^2}{(2\pi)^8} \sum_{\alpha, \beta=1}^{N_\phi} \left( \lambda_{i3\alpha}^{\text{LQ}} \lambda_{3\alpha}^{df} \right) I_{\alpha\beta} \left( \lambda_{j3\beta}^{\text{LQ}} \lambda_{3\beta}^{df} \right), \quad (456)$$

$$\mathcal{C}_{11b} = \sum_{\alpha, \beta=1}^{N_\phi} \frac{m_b^2}{m_{\phi_\alpha}^2 m_{\phi_\beta}^2 m_f} \left( \lambda_{i3\alpha}^{\text{LQ}} \lambda_{3\alpha}^{df} \right) \left( \lambda_{j3\beta}^{\text{LQ}} \lambda_{3\beta}^{df} \right). \quad (457)$$

A razão de a contribuição do operador  $O_{d=9}$  ser suprimida pelo operador de Weinberg está nos coeficientes de Wilson. As massas dos neutrinos serão dadas pelos autovalores da matriz de massa,  $M_\nu$ , [166]

$$m_\nu = \left( \mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_{11b} A(m_b)^2 \right) v^2, \quad (458)$$

para  $v$  sendo o valor esperado do campo de Higgs no vácuo e uma função  $A$  que contém os vários parâmetros na expressão da matriz de massa da equação 454. A supressão está no fato que  $\frac{\mathcal{C}_{11b} A(m_b)^2}{\mathcal{C}_1} \sim \frac{m_b^4}{m_\phi^4}$ , de sorte que a contribuição do operador de dimensão  $d = 9$  pode ser negligenciada para a massa  $m_\phi$  do leptoquark sendo grande o suficiente.

## 6.6 MATÉRIA ESCURA

Embora não sejam a peça chave para estudar a matéria escura, há muitos modelos relacionando os leptoquarks a ela. Desde modelos que propõe o decaimento primários dos leptoquarks para a matéria escura e jatos [167], a modelos que supõe-os partículas compostas e que compartilham uma simetria nova [168], além da do modelo padrão. Uma análise bem geral em que o setor da matéria escura envolve o bóson de Higgs e os leptoquarks com várias formas de acoplamento pode ser encontrado em [27]. Nesta seção será mostrado um modelo mínimo apresentado em [153] de matéria escura como férmions de Majorana em que os processos de aniquilação são mediados por leptoquarks.

Considere partículas de matéria escura sendo férmions de Majorana,  $S \sim (1, 1, 0)$  e suponha leptoquarks  $U \sim (3, 1, 2/3)$ . Como já discutido, um possível cenário para a matéria escura composta de partículas é aquele em que estas interagem com a matéria visível o suficiente para atingir o equilíbrio térmico no universo primordial. À medida que o universo se expande e esfria, as interações entre as partículas de matéria escura tornam-se menos frequentes. O equilíbrio térmico é perdido eventualmente, e tal afastamento do equilíbrio é o processo físico que define a densidade da relíquia. Neste cenário, a evolução cosmológica das partículas de matéria escura pode ser traçada seguindo a equação de Boltzmann [137]:

$$\frac{dn_S}{dt} + 3H(T)n_S = -\langle\sigma v_{\text{Mol}}\rangle (n_S^2 - (n_S^{\text{eq}})^2), \quad (459)$$

descrevendo a densidade numérica das partículas de matéria escura:

$$n_S(T) := \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} f_S(\vec{p}, T), \quad (460)$$

sendo  $f_S$  a função de distribuição da matéria escura. A quantidade  $\langle\sigma v\rangle_{\text{Mol}}$ , dependente da temperatura, é a média termal da seção de choque de aniquilação de pares associada aos processos  $S(p_1)S(p_2) \rightarrow SM(p_3) SM(p_3)$ , enquanto que  $H(T)$  é a taxa de Hubble e  $v_{\text{Mol}}$  é a velocidade de Moller:

$$v_{\text{Mol}} := \frac{\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}}{E_1 E_2}, \quad (461)$$

para  $\vec{v}_{1,2}, m_{1,2} = m_S$  sendo as velocidades e as massas respectivamente das partículas de matéria escura que se aniquilam. No referencial de repouso de  $S(p_1)$ , esta velocidade coincide com a velocidade de relativa  $v_{\text{rel}} := |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$ .

A quantidade  $n_S^{\text{eq}}$  é a densidade numérica no equilíbrio obtida a partir de:

$$n_S^{\text{eq}}(T) := \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} f_{\text{MB}}(\vec{p}, T) \quad (462)$$

$$= \frac{g_S m_S^2 T}{2\pi} K_2\left(\frac{m_S}{T}\right), \quad (463)$$

para  $f_{\text{MB}}$  sendo a distribuição de Maxwell-Boltzmann (distribuição no equilíbrio),  $g_S$  o número de graus de liberdade internos da partícula de matéria escura e  $K_2$  a função modificada de Bessel de segundo tipo. A média térmica é definida como [137]:

$$\langle\sigma v_{\text{Mol}}\rangle := \frac{\int \sigma v_{\text{Mol}} dn_S^{\text{eq}} dn_S^{\text{eq}}}{\int dn_S^{\text{eq}} dn_S^{\text{eq}}} \quad (464)$$

$$= \frac{1}{8m_S^4 T K_2\left(\frac{m_S}{T}\right)^2} \int_{4m_S^2}^{\infty} ds \sigma(s) \sqrt{s} (s - 4m_S^2) K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right). \quad (465)$$

A densidade de relíquia pode ser numericamente estimada por [138]:

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}}{\langle\sigma v_{\text{Mol}}\rangle}. \quad (466)$$

Um lagrangiano interessante a se considerar é um mínimo que contenha a interação das partículas de matéria escura com leptosquarks e com quarks up [153]:

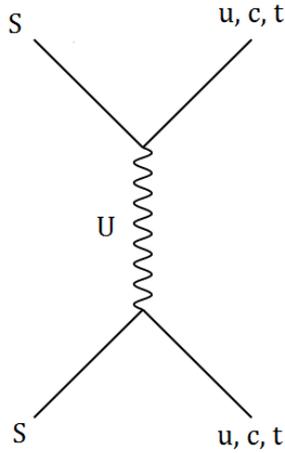


Figura 48 – O diagrama de Feynman para a aniquilação da partícula de matéria escura  $S$  para o par quark anti-quark do tipo up. Fonte: Figura produzida pelo autor.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{LQ-DM}} = & -\frac{1}{2}U_{\mu\nu}^\dagger U^{\mu\nu} + M_U^2 U_\mu^\dagger U^\mu - \frac{1}{2}m_S SS + \\ & - x_L \bar{Q}_L \gamma_\mu U^\mu L - x_R \bar{d}_R \gamma_\mu U^\mu \ell_R - x_S \bar{u}_R \gamma_\mu U^\mu S + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (467)$$

em que  $U_{\mu\nu} = D_\mu U_\nu - D_\nu U_\mu$ , com  $D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a - ig' \frac{2}{3} B_\mu$ . O processo interessante a ser é analisado é a aniquilação  $SS \rightarrow q\bar{q}$  via leptoquark, conforme mostrado no diagrama da Fig. 48. A média térmica para tal processo é:

$$\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle (SS \rightarrow q\bar{q}) = \frac{3x_S^4 m_q^2}{8\pi(m_S^2 + M_U^2 - m_q^2)^2} \sqrt{1 - \frac{m_q^2}{m_S^2}}, \quad (468)$$

para  $q = u, c, t$ . Se  $m_S > m_t$ ,  $SS \rightarrow t\bar{t}$  é o modo de aniquilação dominante. Se  $m_S < m_t$ , os canais de aniquilação  $SS \rightarrow u\bar{u}, c\bar{c}$  são insuficientes para explicar a densidade de relíquia observada. Quando  $m_S$  é aproximadamente a massa do mediador, alguns outros processos tornam-se importantes, como  $SU \rightarrow tq$  por meio do canal  $t$  com o mediador sendo  $U$ . Também há o canal  $s$  com o mediador sendo o quark top,  $SU \rightarrow Wb$ , que apenas será eficiente próximo à ressonância do quark top.

A densidade de relíquia observada  $\Omega h^2 = 0.1199 \pm 0.0027$  [139] pode ser alcançada com

$$\langle \sigma v_{\text{Mol}} \rangle \approx 2 \times 10^{-9} \text{ GeV}^{-2}. \quad (469)$$

Os parâmetros (massa e constantes de acoplamento) têm que ser ajustados de modo que se reproduza tal resultado.

## 7 OUTRAS EXPLICAÇÕES PARA OS DESVIOS DO SM

Apesar de leptarquarks conseguirem explicar simultaneamente muitos problemas do SM; há, tanto outras partículas hipotéticas capazes de tal feito, quanto soluções individuais para cada um deles, algumas mais aceitas, mais clássicas, ou que não demandem partículas além do SM, e.g, a discrepância do decaimento belo pode estar no fato de a teoria ser muito complicada e possuir efeitos que não estão sendo considerados nos cálculos. Neste capítulo ilustrarei soluções alternativas presentes na literatura para alguns dos problemas apresentados anteriormente.

### 7.1 ANOMALIAS B

Para além do modelo padrão, a maioria dos estudos que veem a possibilidade de novas partículas trabalha propondo diferentes modelos que, no nível efetivo, contribuam para os coeficientes de Wilson dos operadores  $O_9, O_{9'}, O_{10}$  e  $O_{10'}$ . Tais modelos envolvem partículas novas como bósons pesados neutros [169] [170] [171], vários tipos de leptarquarks [172] [173] [174] [175], férmions vetoriais e simetria  $L_\mu - L_\tau$  [176]. Outras explicações dos dados envolvem uma variedade de extensões para o SM, como supersimetria, modelos estendidos do bóson de Higgs com dimensões extras [177] [178] [179] [180].

Contudo, é preciso ser cauteloso. Embora a anomalia observada seja chamativa e não possa ser simplesmente ignorada, ela deve ser analisada com cuidado, pois ainda não há um consenso a respeito de sua natureza se dever a uma nova física ou a efeitos que não estão sendo considerados na análise. A própria medida pode ser uma vítima da alta quantidade de radiação bremsstrahlung que o elétron emite. Ademais, os efeitos residuais de QCD ainda são objetos de debate na anomalia [181], [182], [183], [184].

#### 7.1.1 Efeitos residuais da QCD

Como mencionado, uma das possíveis explicações da aparente quebra da universalidade leptônica pode residir no fato de que a análise usada pode não estar considerando efeitos importantes. Minha intenção aqui é apenas dar uma ideia de quais efeitos da QCD e como eles podem contribuir para o decaimento belo. A análise que se segue é um resumo de [184].

Entre os efeitos residuais da QCD que podem contribuir para os decaimentos  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$ , um efeito importante é gerado pelos operadores de corrente-corrente  $O_{1,2}$  agindo junto à corrente eletromagnética do quark  $c$ , efeito esse ilustrado na Fig. 49. Esse mecanismo envolve um laço intermediário envolvendo quarks charm, acoplados ao dilépton via um fóton virtual. Se a massa invariante do dilépton do estado final alcançar a região de ressonância do charmonium  $\psi = \{J/\psi, \psi(2S), \dots\}$ , o laço do quark  $c$  tornar-se-á um efeito hadrônico genuíno de longa distância. Mais precisamente, em  $q^2 = m_\psi^2$ , o processo  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$  torna-se  $B \rightarrow \psi K$  seguido de  $\psi \rightarrow \ell^+\ell^-$ . Para levar em conta este efeito, considere os operadores:

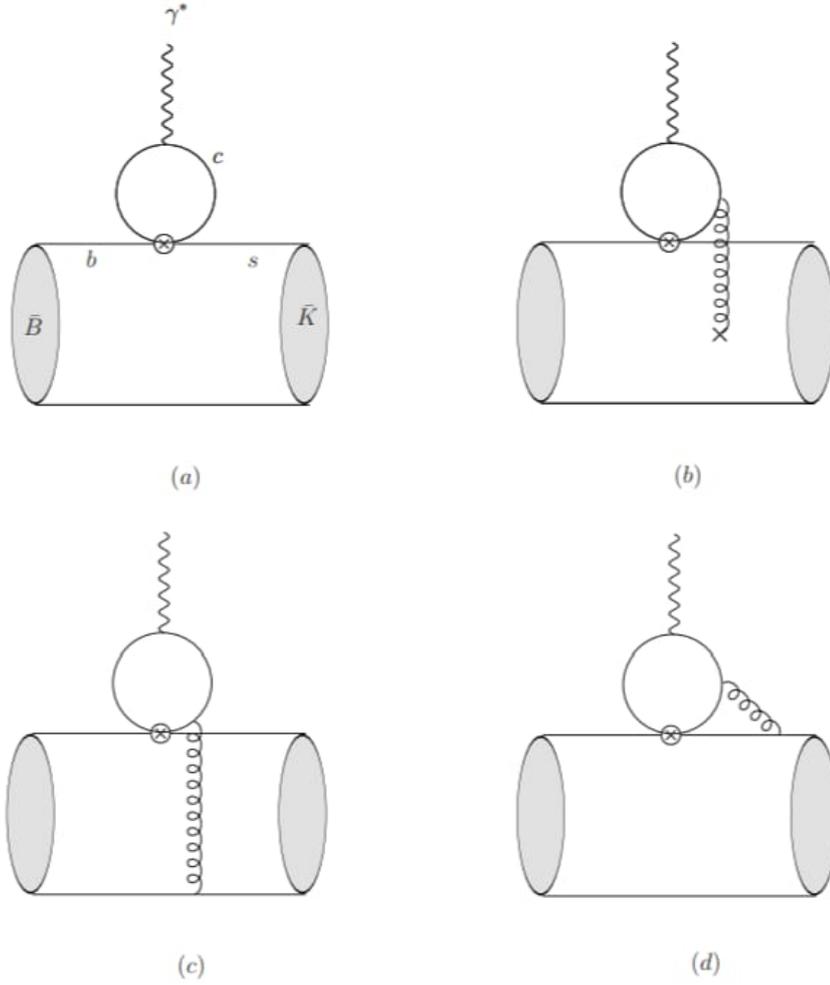


Figura 49 – Efeito do laço de charms nos decaimentos  $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$ : (a) contribuição fatorizável em ordem dominante; (b) emissão de glúon suave não fatorizável; (c), (d) troca de glúons com bastante momento de seu emissor. Fonte: Figura retirada de [184].

$$O_1^c = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L c_\beta] [\bar{c}_\beta \gamma^\nu P_L b_\alpha], \quad O_2^c = [\bar{s}_\alpha \gamma_\nu P_L c_\alpha] [\bar{c}_\beta \gamma^\nu P_L b_\beta], \quad (470)$$

$$\mathcal{O}(z) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* (C_1^c O_1^c(z) + C_2^c O_2^c(z)), \quad (471)$$

com a interação eletromagnética dos quarks  $c$  e os léptons conduzidos pelo laço do quark  $c$

$$J_\nu^c(x) = e \hat{Q}_c [\bar{c}(x) \gamma_\nu c(x)], \quad (472)$$

$$J_\mu^\ell(y) = e [\bar{\ell}(y) \gamma_\mu \ell(y)], \quad (473)$$

em que  $\hat{Q}_c = \frac{2}{3}$  é a fração de carga elétrica do quark charm. Para levar em conta esse efeito, é preciso encontrar a função de Green

$$\langle K | T \{ J^c(x) \mathcal{O}(0) \} | B \rangle. \quad (474)$$

Para isso, é conveniente expressar tudo no espaço dos momentos

$$\mathcal{M}_c = i \int d^4x d^4y J_\mu^\ell(y) D^{\mu\nu}(y-x) J_\nu^c(x) \mathcal{O}(0) \quad (475)$$

$$= 4\pi\alpha_{\text{em}} \hat{Q}_c \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\bar{\ell}\gamma^\mu\ell}{q^2} \mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q), \quad (476)$$

em que  $D^{\mu\nu}$  é o propagador do fóton e

$$\mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle K(p) | T\{[\bar{c}(x)\gamma_\mu c(x)] (C_1^c O_1^c(0) + C_2^c O_2^c(0))\} | B(p+q) \rangle. \quad (477)$$

Se os operadores  $O_{1,2}^c$  forem abertos, teremos um produto de operadores envolvendo os campos dos quarks  $c$ , no qual pode ser usada a expansão do produto de operadores discutida no capítulo 2, de sorte que, em ordem dominante [184]:

$$\left[ \mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q) \right]_{\text{fat.}} = \left( \frac{C_1^c}{3} + C_2^c \right) \langle K^{(*)} | \mathcal{O}_\mu(q) | B(p+q) \rangle, \quad (478)$$

com

$$\mathcal{O}_\mu(q) = (q_\mu q_\rho - q^2 g_{\mu\rho}) \frac{9}{32\pi^2} g(m_c^2, q^2) \bar{s}\gamma^\rho P_L \quad (479)$$

e [185] [184]

$$g(m_c^2, q^2) = -\frac{8}{9} \ln\left(\frac{m_c}{m_b}\right) + \frac{8}{27} + \frac{4}{9} y(q^2) - \frac{4}{9} (2 + y(q^2)) \sqrt{y(q^2) - 1} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{y(q^2) - 1}}\right), \quad (480)$$

para  $y(q^2) := \frac{4m_c^2}{q^2} > 1$  e  $q^2 \ll 4m_c^2$ .

Com a emissão de um glúon suave no laço de quark charm haverá uma contribuição que não pode ser fatorizada [184]:

$$\left[ \mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q) \right]_{\text{não fat.}} = 2C_1^c \langle K^{(*)} | \hat{\mathcal{O}}_\mu(q) | B(p+q) \rangle. \quad (481)$$

A contribuição total é dada pela soma da parte fatorizada e não-fatorizada:

$$\mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q) = \left( \frac{C_1^c}{3} + C_2^c \right) \langle K^{(*)} | \mathcal{O}_\mu(q) | B(p+q) \rangle + 2C_1^c \langle K^{(*)} | \hat{\mathcal{O}}_\mu(q) | B(p+q) \rangle. \quad (482)$$

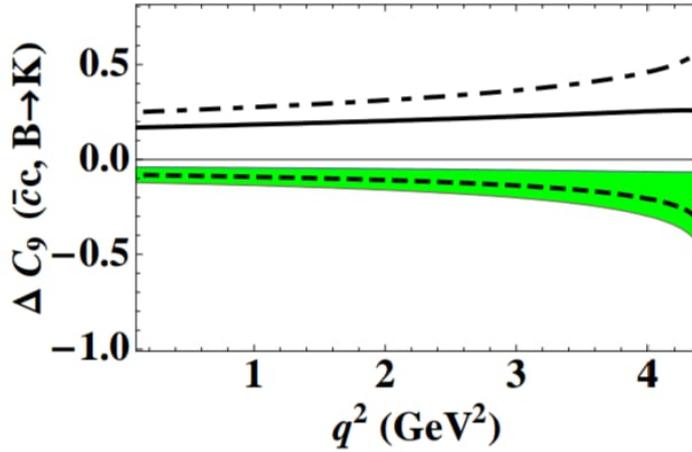


Figura 50 – Efeito do gerado pelo laço de quarks charm no decaimento belo expresso como correção no coeficiente de Wilson  $C_9$  (linha sólida), incluindo contribuições não fatorizáveis de glúons suaves (linha tracejada) com a incerteza sendo estimada pela região esverdeada e as contribuições fatorizáveis (linha tracejada com pontos). Fonte: Figura retirada de [184].

Uma vez encontradas as contribuições do efeito de um laço do quark charm, para que elas impactem na razão de ramificação do decaimento belo é necessário entender como entram nos coeficientes de Wilson. Um modo de fazer isso é por meio da substituição

$$C_9 \longrightarrow C_9 + \Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)}(q^2). \quad (483)$$

A fim de descobrir uma expressão para a quantidade  $\Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)}(q^2)$ , é preciso relembrar a forma geral do hamiltoniano efetivo para o processo  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$

$$\mathcal{M}_0[B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-] = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi} V_{ts}^* V_{tb} \left\{ \left[ C_9^{\text{eff}} J_\mu - \frac{m_b}{q^2} C_7^{\text{eff}} J_\mu^T \right] \bar{\ell} \gamma^\mu \ell + C_{10} J_\mu \bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell \right\}.$$

Depois da transformação do coeficiente de Wilson, essa parte torna-se uma nova amplitude  $\mathcal{M}_1$

$$\mathcal{M}_1 := \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi} V_{ts}^* V_{tb} \left\{ \left[ \left( C_9^{\text{eff}} + \Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)} \right) J_\mu - \frac{m_b}{q^2} C_7^{\text{eff}} J_\mu^T \right] \bar{\ell} \gamma^\mu \ell + C_{10} J_\mu \bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell \right\}, \quad (484)$$

que deve ser igual a  $\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_1$ , em que  $\mathcal{M}_c$  é dado pela equação 476. Portanto,

$$\mathcal{M}_c = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{4\pi} V_{ts}^* V_{tb} \left[ \Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)} J_\mu \right] \bar{\ell} \gamma^\mu \ell \quad (485)$$

$$= 4\pi \alpha_{\text{em}} \hat{Q}_c \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\bar{\ell} \gamma^\mu \ell}{q^2} \mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q). \quad (486)$$

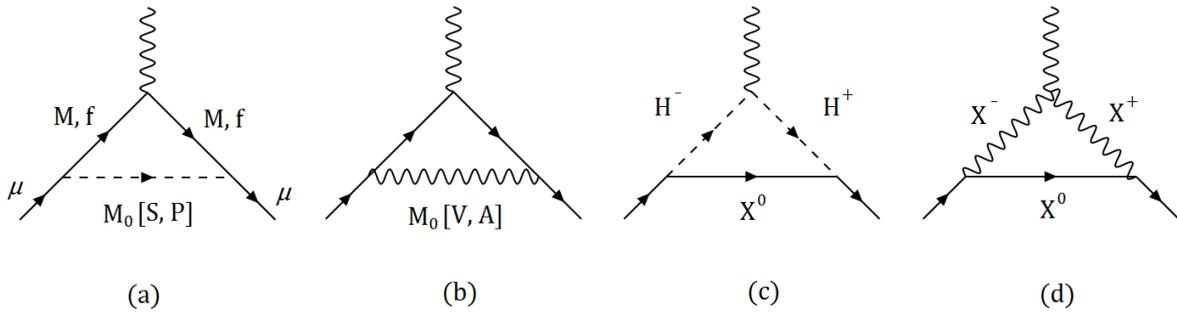


Figura 51 – Contribuições de uma possível nova física. (a) Troca de um bóson neutro escalar ou pseudo-escalar. (b) Troca de um bóson neutro vetorial ou axial-vetorial, que mudar o sabor ou não. (c) Novos bósons carregados escalares ou pseudo-escalares. (d) Novos bósons carregados vetoriais ou axiais-vetoriais. Fonte: Figura produzida pelo autor, seguindo a referência [83].

E finalmente identifica-se a quantidade  $\Delta C_9$

$$\Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)}(q^2) = \frac{16\pi^2 \hat{Q}_c}{q^2} \frac{\mathcal{H}_\mu^{(B \rightarrow K^{(*)})}(p, q)}{J_\mu}. \quad (487)$$

As contribuições de  $\Delta C_9^{(\bar{c}c, B \rightarrow K)}(q^2)$  podem ser vistas na Fig. 50. O mesmo efeito gerado por outros laços são suprimidos pelos elementos da matriz CKM ou pelos coeficientes de Wilson como discutido na referência.

## 7.2 MÚON $G-2$

Muitos modelos de nova física têm sido usados com o objetivo de explicar a discrepância observada entre a teoria e o experimento de Brookhaven [18], e mais recentemente reafirmada pelo experimento do Fermilab [19]. A princípio, os modelos de supersimetria (SUSY) eram os mais usados para explicar o fenômeno [186], [187], neles a anomalia é acomodada para massas relativamente leves de  $s$ -múons. No entanto, mesmo com o LHC conseguindo grandes energias, até agora nenhuma partícula SUSY leve foi descoberta, aumentando a escala de massa SUSY em que as partículas seriam encontradas. Este aumento fez com que a explicação da anomalia  $(g-2)_\mu$  pela SUSY se tornasse difícil já em 2012 [188].

As contribuições de um laço envolvendo quaisquer novas partículas ao momento magnético anômalo do múon seguem o mesmo raciocínio das calculadas para leptoquarks na seção 6.4. Com efeito, na literatura há tempos são conhecidas fórmulas prontas para a contribuição de um laço a  $a_\mu$  envolvendo férmions, bósons de calibre e bósons escalares. Essas fórmulas podem ser facilmente generalizadas para  $a_\ell$  com  $\ell = e, \tau$ . Tais fórmulas foram derivadas pela primeira vez em [161] e posteriormente por muitos autores. É importante lembrar que os momentos magnéticos anômalos dos férmions são previsões apenas de uma teoria renormalizável. Portanto, extensões baseadas em operadores de dimensão 5 ou superiores em geral perdem a maior parte do poder preditivo que temos no SM.

Bósons neutros exóticos de massa  $M_0$  acoplados a múons com constante de acoplamento  $f$ , conforme mostrado na Fig. 51 (partes (a) e (b)), contribuiriam como [83]:

$$a_{\mu}^{\text{NP}} = \frac{f^2}{4\pi^2} \frac{m_{\mu}^2}{2M_0^2} L \quad (488)$$

$$= \frac{f^2}{4\pi^2} \frac{m_{\mu}^2}{2M_0^2} \int_0^1 dx \frac{Q(x)}{(1-x)(1-\lambda^2x) + \varepsilon^2\lambda^2x}, \quad (489)$$

em que  $\varepsilon = \frac{M}{m_{\mu}}$  para  $M$  sendo a massa do férmion que aparece dentro do laço no diagrama (a) 51, podendo ser um férmion do SM ou um novo (porém, neste caso é assumido que o número fermiônico é conservado);  $\lambda = \frac{m_{\mu}}{M_0}$  e os polinômios  $Q(x)$  dependem da forma do acoplamento (se o bóson é [Axial-] vetorial ou [Pseudo-] escalar):

$$\text{Escalar} : Q_S(x) = x^2(1 + \varepsilon - x), \quad (490)$$

$$\text{Pseudo-escalar} : Q_P(x) = x^2(1 - \varepsilon - x), \quad (491)$$

$$\text{Vetorial} : Q_V(x) = 2x(1-x)(x - 2(1 - \varepsilon)) + \lambda^2(1 - \varepsilon)^2 Q_S, \quad (492)$$

$$\text{Axial-vetorial} : Q_A(x) = 2x(1-x)(x - 2(1 + \varepsilon)) + \lambda^2(1 + \varepsilon)^2 Q_P. \quad (493)$$

Tais contribuições estão no calibre unitário calculadas com regularização dimensional. No regime  $M_0 \gg m_{\mu}, M$  (como no caso do leptouark),

$$L_S = \frac{M}{m_{\mu}} \left( \ln \frac{M_0}{m_{\mu}} - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{6}, \quad (494)$$

$$L_P = -\frac{M}{m_{\mu}} \left( \ln \frac{M_0}{m_{\mu}} - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{6}, \quad (495)$$

$$L_V = \frac{M}{m_{\mu}} - \frac{2}{3}, \quad (496)$$

$$L_A = -\frac{M}{m_{\mu}} - \frac{2}{3}. \quad (497)$$

A segunda classe de possíveis novas transições físicas devido aos modos carregados S, P, V e A são representadas pelos diagramas (c) e (d) na Fig. 51, são dados por [83]:

$$a_{\mu}^{\text{NP}} = \frac{f^2}{4\pi^2} \frac{m_{\mu}^2}{2M_0^2} L \quad (498)$$

$$= \frac{f^2}{4\pi^2} \frac{m_{\mu}^2}{2M_0^2} \int_0^1 dx \frac{Q(x)}{\varepsilon^2\lambda^2(1-x)(1-\varepsilon^{-2}x) + x}, \quad (499)$$

em que os polinômios  $Q(x)$  dependem também da forma do acoplamento:

$$\text{Escalar} : Q_S(x) = -x(1-x)(x+\varepsilon), \quad (500)$$

$$\text{Pseudo-escalar} : Q_P(x) = -x(1-x)(x-\varepsilon), \quad (501)$$

$$\text{Vetorial} : Q_V(x) = 2x^2(1+x-2\varepsilon) - \lambda^2(1-\varepsilon)^2 Q_S, \quad (502)$$

$$\text{Axial-vetorial} : Q_A(x) = 2x^2(1+x+2\varepsilon) - \lambda^2(1+\varepsilon)^2 Q_P. \quad (503)$$

Novamente, tais contribuições estão no calibre unitário calculadas com regularização dimensional. No regime  $M_0 \gg m_\mu, M$ ,

$$L_S = -\frac{M}{4m_\mu} - \frac{1}{12}, \quad L_P = \frac{M}{4m_\mu} - \frac{1}{12}, \quad (504)$$

$$L_V = -\frac{M}{m_\mu} + \frac{5}{6}, \quad L_A = \frac{M}{m_\mu} + \frac{5}{6}. \quad (505)$$

Em  $\mathcal{O}\left(\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\right)$ , a nova física pode entrar via polarização do vácuo e suas contribuições podem ser escritas via integral de dispersão [83], da mesma maneira que as contribuições hadrônicas discutidas no capítulo 4,

$$a_\mu^{\text{NP}} = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_\gamma^{\text{NP}}(s) K(s). \quad (506)$$

Para  $M \gg m_\mu$ , desde que  $\text{Im} \Pi_\gamma^{\text{NP}}(s) \neq 0$  para  $s \geq 4M^2$  apenas, pode-se aproximar  $K(s) \approx \frac{1}{3} \frac{m_\mu^2}{s}$  para  $s \gg m_\mu^2$  tal que, com  $\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_\gamma^{\text{NP}}(s) = \frac{\alpha(s)}{\pi} R^{\text{NP}}(s)$ ,

$$a_\mu^{\text{NP}} = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{m_\mu^2}{M^2} L \quad (507)$$

$$L := \frac{\alpha M^2}{3\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} R^{\text{NP}}(s). \quad (508)$$

Um fato interessante a ser comentado é que, devido ao momento magnético anômalo do múon  $a_\mu$  ser mais sensível a uma nova física do que o momento anômalo magnético do elétron  $a_e$ , este não era tão popular quanto aquele até recentemente. No entanto, devido ao fato de que  $a_e$  é medido com uma precisão muito grande e calculado também com muita precisão dentro do SM; mesmo que a teoria concorde muito bem com o experimento, tal medida pode ser usada para sondar uma nova física [78]. De fato, lembrando-se do capítulo 4, a correção de primeira ordem a  $a_e$  é da por  $\frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi}$ , em que  $\alpha_{\text{em}} = \frac{e^2}{4\pi}$  é a constante de estrutura fina do eletromagnetismo. Então, por um lado, uma medição muito precisa de  $a_e$  fornece um valor muito preciso de  $\alpha_{\text{em}}$ . Por outro lado, uma medição independente de  $\alpha_{\text{em}}$  pode ser usada a critério de comparação e para sondar possíveis efeitos de uma nova física.

Atualmente, a comparação da previsão teórica SM para  $a_e^{\text{SM}}$  [189] com a medição experimental existente  $a_e^{\text{exp}}$  leva a uma discrepância de  $2.4\sigma$  [190],

$$\Delta a_e = a_e^{\text{exp}} - a_e^{\text{SM}} = (-87 \pm 36) \times 10^{-14}, \quad (509)$$

uma diferença absoluta bem menor que a observada no caso do múon (um fator de  $10^{-3}$  menor). Veja [191] para uma discussão sobre as implicações desta nova anomalia.

### 7.3 NEUTRINOS

Os modelos mais clássicos para explicar a massa dos neutrinos são os modelos de nível de árvore, que apenas levam em consideração o operador de Weinberg [107]. Neste nível, apenas são possíveis 3 modelos que possam acomodá-la [111], os chamados **mecanismo de gangorra** 1, 2, 3. Tal nome foi cunhado por Tsutomu Yanagida [192] em uma conferência em Tóquio no ano de 1981. Apresentá-los-ei aqui.

#### 7.3.1 Mecanismo da gangorra 1

No primeiro modelo da gangorra [193] [192] é suposta a existência de neutrinos estéreis dextrogiros, um (ou mais de um) sabor(-res) de neutrino(-s) supermassivo. Com a existência de um neutrino estéril, ter-se-ia um lagrangiano da forma [34]:

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu} = -Y_{ij}^{\nu} \bar{L}^i \hat{H} \nu_R^j - \frac{M_{ij}^M}{2} C(\nu_R^i)^\dagger \nu_R^j + \text{h.c.}, \quad (510)$$

em que  $\hat{H} := i\sigma_2 H^*$  e  $C(\nu_R^i) = -i\sigma_2 \nu_R^{i*}$  é a conjugação de carga. Depois da quebra espontânea de simetria,  $H = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, v)^T$ , que conduz a

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu} = -m_{ij}^D \bar{\nu}_L^i \nu_R^j - \frac{M_{ij}^M}{2} C(\nu_R^i)^\dagger \nu_R^j + \text{h.c.}, \quad (511)$$

com  $m_{ij} := \frac{Y_{ij}^{\nu} v}{\sqrt{2}}$ , é necessária a mudança para a base de massa do neutrino. Faz-se

$$m^D = U \text{diag}(m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}, m_{\nu_\tau}) K^\dagger, \quad (512)$$

$$M^M = K^T M K, \quad (513)$$

em que  $U, K$  são matrizes unitárias e  $M$  é uma matriz qualquer. Depois de mudar da base de sabores para a base de massa a partir da rotação  $\nu_L \rightarrow U \nu_L$  e  $\nu_R \rightarrow K \nu_R$ , tem-se

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu} = -m_i \bar{\nu}_L^i \nu_R^i - \frac{M_i}{2} C(\nu_R^i)^\dagger \nu_R^i + \text{h.c.}, \quad (514)$$

com  $M_i \gg m_i$ .

Para entender o mecanismo de geração de massa, focarei no caso unidimensional apenas. Então, o lagrangiano é:

$$\mathcal{L}_{\text{massa},\nu} = -m\bar{\nu}_L\nu_R - \frac{M}{2}C(\nu_R)^\dagger\nu_R + h.c \quad (515)$$

$$= -\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L C(\nu_R)^\dagger) \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c, \quad (516)$$

notando que  $m C(\nu_R)^\dagger\nu_R = m \bar{\nu}_L\nu_R$ . Com efeito, supondo que os neutrinos sejam partículas de Majorana, na base de Weyl, o espinor  $\psi^\nu = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix}$  satisfaz a equação da conjugação de carga:

$$\psi^\nu = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix} = C(\psi^\nu) = \begin{pmatrix} -i\sigma_2\nu_R^* \\ i\sigma_2\nu_L^* \end{pmatrix}, \quad (517)$$

portanto  $\bar{\nu}_L = i\nu_R^T\sigma_2 = C(\nu_R)^\dagger$ .

Os autoestados de massa são combinações lineares que diagonalizam a matriz  $\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}$ .

Portanto, encontrando os autovalores da matriz, as massas físicas são:

$$m_\nu^\pm = \sqrt{m^2 + \frac{M^2}{4}} \pm \frac{M}{2} \quad (518)$$

$$= \frac{M}{2} \left( \pm 1 + \sqrt{1 + \frac{4m^2}{M^2}} \right). \quad (519)$$

Assim, no limite em que uma massa é muito maior que outra,  $M \gg m$ ,

$$m_\nu^\pm \approx \frac{M}{2} \left( \pm 1 + 1 + \frac{2m^2}{M^2} \right), \quad (520)$$

$$m_\nu^+ \approx M, \quad (521)$$

$$m_\nu^- \approx \frac{m^2}{M}, \quad (522)$$

o que explicaria o porquê dos neutrinos observados terem uma massa tão baixa.

Se eu tivesse considerado os 3 neutrinos levogiros e apenas um neutrino dextrogiro, a matriz de massa tornar-se-ia:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & m_1 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 & M \end{pmatrix}, \quad (523)$$

e os autovalores de massa para  $M \gg m_1, m_2, m_3$  seriam  $\left\{0, 0, \frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}{M}, M\right\}$ .

A fim de obter o operador de Weinberg, é preciso integrar o lagrangiano em nível de árvore. Para tal, resolve-se as equações de movimento e substitui-se  $\nu_R$ ,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nu_R} = -Y^\nu \bar{L} \hat{H} - \frac{M}{2} C(\nu_R)^\dagger = 0, \quad (524)$$

pois não há dependência em  $\partial_\alpha \nu_R$ . Resolvendo para  $\nu_R, \bar{\nu}_R$ ,

$$C(\nu_R)^\dagger = (-2M^{-1}) Y^\nu \bar{L} \hat{H}, \quad (525)$$

$$\nu_R = (2M^{-1}) Y^\nu \hat{H}^T C(L), \quad (526)$$

em que na última linha foi usado que, para um campo escalar  $\phi$ , vale  $C(\phi) = \phi^* C$ . Substituindo no lagrangiano, consegue-se o operador de Weinberg,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = \frac{2(Y^\nu)^2}{M} (\bar{L} \cdot \hat{H}) (\hat{H}^T \cdot C(L)) + \text{h.c.} \quad (527)$$

Numericamente, usando o primeiro modelo de gangorra para apenas um sabor de neutrino estéril, se a massa de Dirac for  $m \sim 100$  GeV e a massa de Majorana for da ordem  $M \sim 10^{15}$  GeV, encontra-se  $m_\nu^- \sim 10^{-2}$  eV. Assim, as massas dos neutrinos seriam pequenas por estarem sendo "suprimidas", por isso este mecanismo é chamado de gangorra, quanto maior uma massa, menor será a outra e vice-versa.

### 7.3.2 Mecanismo da gangorra 2

Um outro mecanismo para explicar as pequenas massas dos neutrinos é o mecanismo de gangorra do tipo 2 [194]. Boas exposições e discussões podem ser encontradas em [195] e [196]. Tal mecanismo conta com a ideia de que: o fato dos neutrinos terem massas extremamente pequenas sugere que existem várias escalas de massa geradas por diferentes bósons de Higgs. O segundo tipo de mecanismos de gangorra, então, supõe a existência de um tripleto de Higgs, com simetria  $SU(2)_L$ , para conferir massas tão pequenas aos neutrinos, bem como gerar a assimetria bariônica observada. Tripletos de Higgs são discutidos há décadas, desde o final dos anos 1960 [197]. Uma vez que o termo de massa de Majorana viola o número leptônico em duas unidades, é pedido, em alguns casos, que o tripleto carregue um número leptônico  $L = -2$ .

Apesar de ser possível considerar também o neutrino estéril neste modelo, por questões ilustrativas, apenas levarei em conta o tripleto de Higgs. O processo será o mesmo do anterior, bastando integrar os novos campos de Higgs do lagrangiano em nível de árvore, como foi feito anteriormente, para obter-se o operador de Weinberg.

No caso minimal, incluindo apenas um tripleto escalar  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) \sim (1, 3, 2)$  (com respeito a  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ) [195], i.e, transforma-se de acordo com a representação adjunta de  $SU(2)_L$  em vez da fundamental, o lagrangiano do setor escalar é:

$$\mathcal{L} = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \text{Tr} [(D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta)] + \mathcal{L}_{\text{lépton}} - V(H, \Delta). \quad (528)$$

Aqui  $V$  é o potencial generalizado de Higgs,

$$V(H, \Delta) = -m_H^2 H^\dagger H + \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 + M_\Delta^2 \text{Tr} (\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_\phi H^T (i\sigma_2 \Delta^\dagger) H + \text{h.c.}, \quad (529)$$

em que  $\lambda_\phi$  é um acoplamento unidimensional. A derivada covariante é dada por

$$D_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + ig_2 [\vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu, \Delta] + ig_1 Y_\Delta B_\mu \frac{\Delta}{2}, \quad (530)$$

em que  $Y_\Delta = 2$  é a hipercarga fraca do tripleto. E a parte  $\mathcal{L}_{\text{lépton}}$  é

$$\mathcal{L}_{\text{lépton}} := Y^\nu C(L)^\dagger (i\sigma_2 \Delta) L + \text{h.c.}, \quad (531)$$

para  $Y^\nu$  sendo a matriz de Yukawa do neutrino.

É possível expandir o tripleto fraco na base da álgebra de Lie  $\mathfrak{su}(2)_L$

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_i \Delta_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta_3 & \Delta_1 - i\Delta_2 \\ \Delta_1 + i\Delta_2 & -\Delta_3 \end{pmatrix}. \quad (532)$$

Isso ajuda a descobrir a matriz de carga elétrica, obtida a partir da fórmula de Gell-Mann-Nishijima

$$Q\Delta = \left( I_3 + \frac{Y}{2} \right) \Delta \quad (533)$$

$$= [I_3, \Delta] + \frac{Y}{2} \Delta \quad (534)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Delta. \quad (535)$$

Assim, é conveniente redefinir os elementos de sorte à fazer alusão a suas cargas elétricas

$$\frac{\Delta_1 - i\Delta_2}{\sqrt{2}} = \Delta^{++}, \quad \frac{\Delta_1 + i\Delta_2}{\sqrt{2}} = \Delta^0, \quad \Delta_3 = \Delta^+, \quad (536)$$

da qual chega-se ao bi-dublete que se simplifica após uma quebra espontânea de simetria

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \xrightarrow{VEV} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v' & 0 \end{pmatrix}, \quad (537)$$

em que  $v' = \frac{\lambda_\phi v^2}{M_\Delta^2}$  é o valor esperado do vácuo do tripleto de Higgs obtido após minimizar-se o potencial com  $v = 246$  GeV, o valor esperado do vácuo do campo de Higgs  $H$  "convencional".

O operador de Weinberg é obtido a partir do mesmo processo de integração em nível de árvore mediado pelas equações de Euler-Lagrange,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Delta^\dagger} = -M_\Delta^2 \Delta^T - \lambda_\phi H (i\sigma_2) H^T = 0. \quad (538)$$

Portanto, isolando o tripleto de Higgs,  $\Delta = -\frac{\lambda_\phi}{M_\Delta^2} H \hat{H}^\dagger$ , que conduz ao operador de Weinberg:

$$\mathcal{L}_{\text{lépton}}^{\text{eff}} = -\frac{Y^\nu}{M_\Delta^2} C(\bar{L})(i\sigma_2)(-\lambda_\phi H \hat{H}^\dagger)L + \text{h.c.} \quad (539)$$

$$= \frac{\lambda_\phi Y^\nu}{M_\Delta^2} (\bar{L} \cdot \hat{H}) (\hat{H}^T \cdot C(L)) + \text{h.c.} \quad (540)$$

O neutrino adquire uma massa de Majorana

$$m_\nu = Y^\nu v'^2 = \frac{Y^\nu \lambda_\phi v^2}{M_\Delta^2}. \quad (541)$$

A inclusão destes campos de Higgs carregados conduz a contribuições para a auto-energia do campo neutro, contribuições às massas dos bósons eletrofracos e do bóson de Higgs neutro, contribuições a decaimentos de léptons carregados que violam o sabor, interações novas para neutrinos e, finalmente, à massa dos neutrinos. De particular importância, após a determinação experimental recente da massa do bóson  $W$  feita pela colaboração CDF no Fermilab [100] e que está em desacordo com a massa prevista pelo SM, foi usado como uma possível explicação tal tripleto [198], em que eles interagiriam apenas com o bóson  $W$  e não com o  $Z$  – uma vez que a massa do  $Z$  está dentro dos limites do SM e é uma medida da qual se tem grande certeza posto que os decaimentos  $Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,  $Z \rightarrow e^+ e^-$  são medidos com grande precisão.

O mecanismo de adicionar-se um tripleto de Higgs é a teoria canônica quando se fala do tipo 2 de gangorra, contudo, há propostas que apenas estendem o setor de Higgs com um ou mais dubletos  $SU(2)_L$  [199].

### 7.3.3 Mecanismo da gangorra 3

O terceiro modo que busca explicar a pequena massa dos neutrinos em nível de árvore no modelo padrão é o mecanismo de gangorra 3 [200]. Boas referências para este modelo são

[195], [201] e [202]. Tal mecanismo acomoda a massa pequena dos neutrinos adicionando-se um tripleto fermiônico de Majorana que se transforma, segundo o grupo de simetria do SM, como:

$$\Sigma = (\Sigma^1, \Sigma^2, \Sigma^3) \sim (1, 3, 0). \quad (542)$$

O lagrangiano relevante é

$$\mathcal{L} = \text{Tr}(\bar{\Sigma} i \not{D} \Sigma) + \frac{1}{2} \text{Tr}(\bar{\Sigma} M_{\Sigma} \Sigma) + Y_{\Sigma} \bar{L}(i\sigma_2 \Sigma) H + \text{h.c.}, \quad (543)$$

em que o primeiro termo (cinético) contém as interações de  $\Sigma$  com os bósons de calibre, o segundo termo é o termo de massa de Majorana e o terceiro é de Yukawa que, por conta de misturar  $\Sigma$  a léptons carregados, gera decaimentos de partículas carregadas que violam o sabor, como  $\mu \rightarrow e\gamma$ .

Pode-se, ainda, representá-lo como um bi-dublete expandindo na base de  $\mathfrak{su}(2)_L$ :

$$\Sigma = \frac{\sigma_i}{\sqrt{2}} \Sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma_3 & \Sigma_1 - i\Sigma_2 \\ \Sigma_1 + i\Sigma_2 & -\Sigma_3 \end{pmatrix}. \quad (544)$$

Novamente, tal representação é útil para descobrirmos a carga elétrica das componentes. Usando novamente a fórmula de Gell-Mann-Nishijima, a carga elétrica é:

$$Q\Sigma = \left( I_3 + \frac{Y}{2} \right) \Sigma \quad (545)$$

$$= [I_3, \Sigma] + \frac{Y}{2} \Sigma \quad (546)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Sigma, \quad (547)$$

da qual reconhece-se as componentes neutras e carregadas

$$\Sigma_3 = \Sigma^0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\Sigma_1 \mp i\Sigma_2) = \Sigma^{\pm}. \quad (548)$$

A geração de massa dos neutrinos é similar a do tipo 1 do mecanismo de gangorra, o lagrangiano é idêntico, com  $M^M \mapsto M_{\Sigma}$ . Com efeito, depois da quebra de simetria eletrofraca, teríamos termos do tipo

$$Y_{\Sigma} v' \bar{\nu}_L \Sigma^{0,\pm} + \frac{M_{\Sigma}}{2} \bar{\Sigma}^{0,\pm} \Sigma^{0,\pm}. \quad (549)$$

Da mesma forma como foi feito para o primeiro mecanismo de gangorra, a massa é:

$$m_\nu \sim \frac{Y_\Sigma^2 v^2}{M_\Sigma}. \quad (550)$$

Uma característica interessante das partículas  $\Sigma$  é que elas são naturais para gerarem uma assimetria leptônica no universo [203]. Se  $\Sigma^0$  for selecionado como um candidato à matéria escura, ele pode aniquilar-se consigo mesmo e com os  $\Sigma^\pm$  por meio da interação eletrofraca para reproduzir a abundância de relíquia necessária para explicar a matéria escura [201].

## 7.4 MATÉRIA ESCURA

Os áxions são interessantes candidatos para a matéria escura. Boas referências sobre os áxions podem ser encontradas em [204], [205] e [34].

### 7.4.1 Áxions

Para falar de áxions, é importante apresentar o contexto para o qual eles foram introduzidos. Tais partículas surgiram como uma solução teórica para o problema da simetria **CP forte**, que se resume na pergunta:

*Por que a cromodinâmica quântica parece conservar a simetria CP?*

A pergunta é válida uma vez que não há motivos a priori para isso, e a violação desta simetria ocorre e é bem conhecida na teoria fraca. Até hoje não foi encontrada uma violação desta simetria envolvendo processos puramente da QCD.

Primeiro, mostrarei como a simetria CP poderia ser violada dentro QCD. Para isso, farei algumas introduções. Uma rotação em um campo fermiônico é dita **quiral** quando ela é realizada em apenas uma quiralidade, i.e, apenas é feita a rotação em um dos  $\psi_L$  ou  $\psi_R$ . Se envolve ambos campos, é dita **não quiral**. Quando se é realizada uma rotação quiral em um campo de quarks interagindo apenas pela QCD por um ângulo  $\theta$ , há uma mudança

$$\int \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi \longrightarrow \int \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi \exp\left(i\theta \int \frac{g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr}[G_{\mu\nu}(\star G)^{\mu\nu}]\right), \quad (551)$$

em que  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f_{bc}^a G_\mu^b G_\nu^c$  é o tensor gluônico,  $(\star G)^{\mu\nu} = \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} G_{\alpha\beta}$  é o seu dual de Hodge e o traço é tomado sobre os índices de cor  $\text{SU}(3)_C$ . Se forem realizadas duas rotações quirais,  $\psi_R^i \mapsto R^{ij}\psi_R^j$  e  $\psi_L^i \mapsto L^{ij}\psi_L^j$ , o ângulo  $\theta$  está relacionado por  $\det(R^\dagger L) = r e^{i\theta}$  para algum  $r \in \mathbb{R}$ . Note que se a rotação é não quiral,  $L = R$ , portanto  $R^\dagger L \in \mathbb{R}$  e  $\theta = \arg[\det(R^\dagger L)] = 0$ . Este fator que aparece na exponencial é o termo topológico de Chern-Simons da QCD,

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^\theta = \frac{\theta g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr}[G_{\mu\nu}(\star G)^{\mu\nu}], \quad (552)$$

e está associado ao tratamento distinto dado a uma quiralidade específica em relação a outra e, conseqüentemente, à quebra da simetria CP. Em outras palavras, se todas as interações da QCD conservam a CP, ter-se-á  $\theta = 0$ . Com efeito, o termo  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^\theta$  é um termo ímpar pela CP e portanto produz interações que a violam.

Conseqüentemente, um modo de testar se a QCD viola a simetria CP é descobrir se  $\theta \neq 0$ . Então, suponha que exista um processo da QCD que viola a simetria CP e, portanto, fornece um  $\theta_{\text{QCD}} \neq 0$ .

Quando é feita a mudança para a base de massa no lagrangiano, haverá uma translação neste ângulo. Para tanto, lembra-se que as matrizes de Yukawa dos quarks podem ser escritas como

$$Y_d = U_d M_d U_d^\dagger K_d^\dagger, \quad Y_u = U_u M_u U_u^\dagger K_u^\dagger. \quad (553)$$

Aqui, um fator extra foi inserido  $U_{u,d}^\dagger$  apenas por conveniência, mas o resultado final será independente da forma desta decomposição e não há perda de generalidade.

Como os termos de massa de Dirac são da forma  $\bar{\psi}_L^{u,d} Y_{u,d} \psi_R^{u,d}$ , para remover os termos  $K_{u,d}$  (que são unitários), é necessária uma rotação apenas nos campos dextrogiros  $\psi_R^{u,d} \rightarrow K_{u,d} \psi_R^{u,d}$  (quiral). Para remover os termos  $U_{u,d}$  é necessária uma rotação em ambos os termos  $\psi_{L,R}^{u,d} \rightarrow U_{u,d} \psi_{L,R}^{u,d}$  (não quiral). A fase envolvida pela rotação quiral é dada por:

$$\arg [\det (K_d K_u)] = -\arg [\det (M_d M_u) \det (Y_d Y_u)] = -\arg [\det (Y_d Y_u)], \quad (554)$$

desde que  $\det (M_d M_u) \in \mathbb{R}$ . Tal fase causa uma translação:

$$\theta_{\text{CP}} := \theta_{\text{QCD}} - \arg [\det (Y_d Y_u)], \quad (555)$$

conduzindo ao novo termo:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^\theta = \frac{\theta_{\text{CP}} g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr} [G_{\mu\nu} (\star G)^{\mu\nu}]. \quad (556)$$

O ângulo  $\theta_{\text{CP}}$  é chamado de **fase forte CP**.

Um método conhecido para estimar  $\theta_{\text{CP}}$  é por meio do momento de dipolo elétrico do nêutron. O nêutron e o próton formam um dubleto de isospin forte, assim seus acoplamentos com o pión devem ser da forma:

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = \pi^a \bar{\Psi} (i\gamma^5 g_{\pi NN} + \bar{g}_{\pi NN}) \tau^a \Psi, \quad (557)$$

em que  $\{\tau^a\}_{a=1,2,3}$  são as matrizes de isospin (proporcionais às matrizes de Pauli),  $\Psi$  é o dubleto de isospin e  $g_{\pi NN}$  é o acoplamento pión-núcleon. O primeiro termo é o termo de

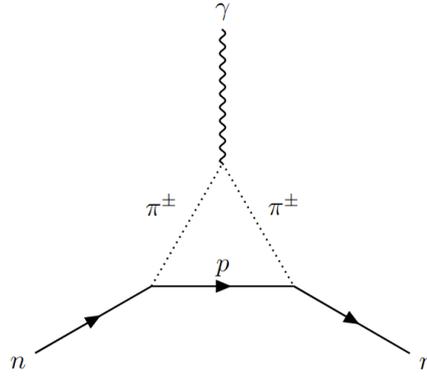


Figura 52 – Típico laço que gera um momento de dipolo elétrico para o nêutron. O termo que viola a CP, se existir, vem do vértice envolvendo o nêutron ( $n$ ), o pión ( $\pi^\pm$ ) e o próton ( $p$ ). Fonte: Figura produzida pelo autor.

Yukawa convencional para os pions pseudoescalares, que dá o potencial de Yukawa responsável por descrever a interação nuclear forte entre os núcleons. O segundo termo é um termo que viola a CP e deve ser proporcional a  $\theta_{CP}$ . É possível mostrar que [206]:

$$|\bar{g}_{\pi NN}| = \frac{m_u m_d}{F_\pi (m_u + m_d) |2m_s - m_u - m_d|} |M_\Xi - M_N| |\theta_{CP}| \approx 0.038 |\theta_{CP}|, \quad (558)$$

em que  $F_\pi$  é a constante de decaimento do pión.

Como foi visto na seção dos leptoquarks, com a mesma ideia é possível encontrar a contribuição de tal acoplamento ao momento de dipolo elétrico do nêutron, como indicado na Fig 52. O valor é:

$$d_n = \frac{m_N}{4\pi^2} g_{\pi NN} \bar{g}_{\pi NN} \ln \frac{m_N}{m_\pi} \approx 3.6 \times 10^{-16} \theta_{CP} e \cdot \text{cm}, \quad (559)$$

em que  $e > 0$  é a carga do elétron. O momento de dipolo estático é restringido para  $|d_n| < 3.0 \times 10^{-26} e \cdot \text{cm}$ , implicando  $\theta_{CP} \leq 10^{-10}$ . Então, se há uma violação, ela é insignificante comparada às violações da teoria fraca. Este é o problema, como formulado no princípio da seção, de o porquê a QCD parece preservar tal simetria. De fato, o mais intrigante é que  $\theta_{QCD}$  é um parâmetro puramente da QCD, e a parte de subtração está relacionada a uma outra física. Então, como duas quantidades de físicas distintas podem se cancelar tão precisamente?

Além dessas violações da CP, muito conhecidas são as violações induzidas pela teoria fraca, que sugestionam termos semelhantes a este:

$$\mathcal{L}_{\text{Weak}}^\theta = \frac{\theta_2 g^2}{32\pi^2} \text{Tr} [W_{\mu\nu} (\star W)^{\mu\nu}] + \frac{\theta_1 g'^2}{16\pi^2} \text{Tr} [B_{\mu\nu} (\star B)^{\mu\nu}], \quad (560)$$

em que  $W_{\mu\nu}^i$ ,  $B_{\mu\nu}$  são os tensores  $SU(2)_L$  e  $U(1)_Y$ , respectivamente. Note que estes termos, de certa forma, são termos de massa. Contudo, os parâmetros nestes casos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , são não físicos [34].

Em 1977, Roberto Peccei e Helen Quinn postularam uma solução mais elegante para o problema do CP forte, o mecanismo Peccei-Quinn [207]. Isso resulta em uma nova partícula, **áxion**, como mostrado independentemente por Frank Wilczek [208] e Steven Weinberg [209] que naturalmente conduz o parâmetro de violação de CP,  $\theta_{CP}$ , a zero.

A ideia por trás dos áxions é adicionar novos campos ao modelo padrão de forma que surge uma nova simetria  $U(1)$ , quiral, chamada de simetria **Peccei-Quinn**. Tal solução conta com dois ingredientes: o teorema de Goldstone e a presença de instantons no vácuo da QCD. A quebra espontânea da simetria  $U(1)_{PQ}$  é realizada por um campo escalar  $\varphi$ , solução que minimiza o potencial:

$$V(\varphi) = \lambda \left( |\varphi|^2 - \frac{f_a^2}{2} \right)^2 \implies \langle \varphi(x) \rangle = \frac{f_a}{\sqrt{2}} e^{ia(x)/f_a}. \quad (561)$$

Aqui,  $f_a$  é a constante de decaimento dos áxions, em analogia aos píons. Restrições astrofísicas (por exemplo, emissões de áxions por gigantes vermelhas) requerem que  $f_a > 10^{10}$  GeV, enquanto que restrições cosmológicas requerem  $f_a < 3 \times 10^{11}$  GeV [204]. Consequentemente, é possível, com estes valores, encontrar limites para a massa dos áxions, que serão comentados adiante nesta seção. Os áxions são os bósons de Goldstone,  $a(x)$ , que surgem em virtude desta quebra de simetria e cujo valor esperado do vácuo é

$$\langle a(x) \rangle = -\frac{f_a}{C} \theta_{CP}, \quad (562)$$

em que a constante  $C$  é a anomalia de cor [210]:

$$C\delta_{ab} = 2 \text{Tr} [Q_{PQ} T_a T_b], \quad (563)$$

para  $Q_{PQ}$  sendo a carga associada à simetria  $U(1)_{PQ}$ .

No contexto do problema CP forte, com a introdução dos áxions, o lagrangiano passa a ter vários novos termos de acordo com as novas interações [204]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{\theta_{CP} g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr} [G_{\mu\nu} (\star G)^{\mu\nu}] - \frac{1}{2} (\partial_\mu a(x)) (\partial^\mu a(x)) + \mathcal{L}_{int} + C \frac{a(x)}{f_a} \frac{g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr} [G_{\mu\nu} (\star G)^{\mu\nu}]. \quad (564)$$

O último termo cancela-se com o termo  $\mathcal{L}_{QCD}^\theta$  da equação 556, então, em verdade o que mede-se não é  $\theta_{CP}$ , mas sim  $\theta_{CP} - C \frac{\langle a(x) \rangle}{f_a}$ . Este último termo não é colocado à mão de fato ele precisa aparecer em virtude de a simetria PQ ter uma corrente quiral anômala associada,  $J_\mu^{PQ}$  [210]:

$$\partial^\mu J_\mu^{PQ} = C \frac{g_s^2}{32\pi^2} \text{Tr} [G_{\mu\nu} (\star G)^{\mu\nu}]. \quad (565)$$

A massa dos áxions induzida pelas interações da QCD foram calculadas por Weinberg [209] e Wilczek [208] independentemente:

$$m_{a,\text{QCD}} \approx 6 \times 10^{-6} \text{ eV} \frac{C}{f_a} \times 10^{12} \text{ GeV}. \quad (566)$$

Por observações astrofísicas e cosmológicas,  $10^{-5} \text{ eV} < m_a < 10^{-2} \text{ eV}$ .

Os efeitos QCD produzem um potencial periódico efetivo no qual o campo áxion se move. As oscilações do campo do áxion em torno do mínimo do potencial efetivo, o chamado mecanismo de desalinhamento, geram uma população cosmológica de *cold axions*, com abundância dependente da massa do áxion. Para grandes escalas de energia próximas a de quebras de simetria, áxions e axions-like-particles (ALPs) têm tempos de vida muito maiores que a idade do universo e interagem de forma extremamente fraca com as partículas SM, qualificando-as como bons candidatos à matéria escura. Além disso, eles são produzidos no universo primitivo através do mecanismo de realinhamento do vácuo como um estado coerente de muitas partículas não relativísticas (e, portanto, extremamente frias) na forma de um campo oscilante clássico e espacialmente coerente [211] [212].

## 8 CONCLUSÃO

Nesta dissertação, busquei fazer uma análise abrangente do problema da aparente quebra da universalidade leptônica observado nos experimentos realizados pelo LHCb [41] envolvendo os decaimentos belos; da discordância entre o valor teórico do momento magnético anômalo do múon e o experimental, primeiro apresentado pelo experimento de Brookhaven [93] e recentemente reforçado pelo experimento do Fermilab [19]; dos problemas clássicos advindos das observações que sugerem a matéria escura e do problema da origem da massa dos neutrinos. Rapidamente foram mencionados a observação inesperada da antina Anita [96] e o desvio do valor teórico na determinação experimental mais recente da massa do bóson  $W$ .

Primeiro, expus uma introdução à teoria efetiva de campos (Cap. 2) que é usada para determinar alguns valores teóricos de observáveis dentro do modelo padrão (em razão da dificuldade envolvida no tratamento envolvendo a teoria completa) e para uma explicação fenomenológica de alguns problemas dele (e.g, a massa dos neutrinos). Para as anomalias no decaimento belo e no múon  $g - 2$ , dediquei capítulos inteiros (Cap. 3 e 4), em que mostrei como o observável problemático é calculado dentro do modelo padrão, o funcionamento do experimento que o mediu, e a forma como ele foi medido. No Cap. 5, tratei da fenomenologia da matéria escura e dos limites que possíveis candidatos teriam que obedecer. Também, fiz uma exposição do porquê os neutrinos terem massa dentro do modelo padrão é problemático e sobre suas oscilações; do problema recente envolvendo a massa do bóson  $W$  e do evento ANITA.

Como motivação para explicações além do SM, apresentei a solução do leptouark, uma elegante que tem ganhado um grande apreço da comunidade científica recentemente por ser capaz de explicar simultaneamente os resultados  $R_X$  ( $X = B^+, B^{0*}, D^{(*)}$ ),  $a_\mu$  e pode ter implicações importantes na matéria escura e na massa dos neutrinos. Também realizei alguns cálculos passo a passo que dificilmente se encontram na literatura apesar de seus resultados finais serem conhecidos há bastante tempo. Tais cálculos foram a determinação da seção de choque para a produção de pares de leptouarks vetoriais em colisões  $pp$  e a contribuição do leptouark ao momento anômalo magnético do múon.

O último capítulo tratou de outras possíveis explicações da literatura para os problemas apresentados anteriormente, algumas baseadas em fenômenos dentro do próprio modelo padrão, outras baseadas em uma física além dele. Para os neutrinos em particular, apresentei o mecanismo clássico da gangorra, que foi um dos primeiros propostos para explicar a origem de sua massa tão pequena.

A ideia das exposições foi deixar claro os aspectos teórico, experimental e efetivo de cada um dos problemas com o intuito de este trabalho servir de guia para aqueles que forem estudar estes problemas, revisá-los ou desenvolver novos modelos para solucioná-los.

Os desvios do modelo padrão abordados nesta dissertação são significativos demais para serem ignorados, de sorte que é muito provável que sejam, de fato, indícios de uma nova física.

Futuramente, pretendo continuar com o estudo deles com uma abordagem mais fenomenológica como, por exemplo, a busca por novos observáveis que demonstrem o fenômeno com base em modelos efetivos apropriados que possam dar-nos indícios de qual é a nova teoria fundamental a ser descoberta.

## REFERÊNCIAS

- [1] E. P. Wigner. “On Unitary Representations of the Inhomogeneous Lorentz Group”. *Annals Math.* 40 1939, p. 149–204. DOI: 10.2307/1968551.
- [2] R. Yang C. N.; Mills. “Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance”. *Physical Review.* 96 1954, p. 191–195. DOI: 10.1103/PhysRev.96.191.
- [3] F. Englert e R. Brout. “Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons”. *Phys. Rev. Lett.* 13 9, 1964, p. 321–323. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.321. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.321>.
- [4] P. W. Higgs. “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”. *Phys. Rev. Lett.* 13 16, 1964, p. 508–509. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.508. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.508>.
- [5] G. S. Guralnik, C. R. Hagen e T. W. B. Kibble. “Global Conservation Laws and Massless Particles”. *Phys. Rev. Lett.* 13 20, 1964, p. 585–587. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.585. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.585>.
- [6] S. L. Glashow. “Partial Symmetries of Weak Interactions”. *Nuclear Physics* 22 1961, p. 579–588.
- [7] P. D. G. (PDG). “Review of Particle Physics”. *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2020.8 2020. 083C01, p. 285–307. ISSN: 2050-3911. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104. eprint: <https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2020/8/083C01/34673722/ptaa104.pdf>. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104>.
- [8] A. K. Alok, J. Kumar, D. Kumar e R. Sharma. “Lepton flavor non-universality in the B-sector: a global analyses of various new physics models”. *The European Physical Journal C* 79.8 2019. ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-7219-0. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7219-0>.
- [9] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov e I. Yavin. “Quark flavor transitions in  $L_\mu - L_\tau$  models”. *Phys. Rev. D* 89 9, 2014, p. 095033. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.095033. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.095033>.
- [10] A. Celis, J. Fuentes-Martín, M. Jung e H. Serôdio. “Family nonuniversal  $Z'$  models with protected flavor-changing interactions”. *Phys. Rev. D* 92.1 2015, p. 015007. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.015007. arXiv: 1505.03079 [hep-ph].
- [11] A. Falkowski, M. Nardecchia e R. Ziegler. “Lepton flavor non-universality in B-meson decays from a  $U(2)$  flavor model”. *Journal of High Energy Physics* 2015.11 2015. ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep11(2015)173. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11\(2015\)173](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11(2015)173).

- [12] B. C. Allanach e J. Davighi. “Naturalising the third family hypercharge model for neutral current  $B$ -anomalies”. *Eur. Phys. J. C* 79.11 2019, p. 908. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-7414-z. arXiv: 1905.10327 [hep-ph].
- [13] B. Gripaios, M. Nardecchia e S. A. Renner. “Composite leptoquarks and anomalies in  $B$ -meson decays”. *JHEP* 05 2015, p. 006. DOI: 10.1007/JHEP05(2015)006. arXiv: 1412.1791 [hep-ph].
- [14] L. collaboration. “Test of lepton universality in beauty-quark decays” 2021. arXiv: 2103.11769 [hep-ex].
- [15] C. Cornella, J. Fuentes-Martin e G. Isidori. “Revisiting the vector leptoquark explanation of the  $B$ -physics anomalies”. *JHEP* 07 2019, p. 168. DOI: 10.1007/JHEP07(2019)168. arXiv: 1903.11517 [hep-ph].
- [16] I. Doršner, S. Fajfer e O. Sumensari. “Muon  $g-2$  and scalar leptoquark mixing”. *Journal of High Energy Physics* 2020.6 2020. ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep06(2020)089. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP06\(2020\)089](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP06(2020)089).
- [17] K. Kowalska, E. M. Sessolo e Y. Yamamoto. “Constraints on charmphilic solutions to the muon  $g-2$  with leptoquarks”. *Phys. Rev. D* 99.5 2019, p. 055007. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.055007. arXiv: 1812.06851 [hep-ph].
- [18] G. W. Bennett *et al.* [Muon  $g-2$ ]. “Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL”. *Phys. Rev. D* 73 2006, p. 072003. DOI: 10.1103/PhysRevD.73.072003. arXiv: hep-ex/0602035.
- [19] M.  $g-2$  Collaboration. “Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm”. *Phys. Rev. Lett.* 126 2021, p. 141801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.141801. arXiv: 2104.03281 [hep-ex].
- [20] S. Fajfer, J. F. Kamenik e I. Nišandžić. “ $B \rightarrow D^* \tau \nu^- \tau$  sensitivity to new physics”. *Physical Review D* 85.9 2012. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.85.094025. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.094025>.
- [21] R. Aaij *et al.* “Measurement of the Ratio of Branching Fractions  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \tau^- \bar{\nu}_\tau) / \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \mu^- \bar{\nu}_\mu)$ ”. *Physical Review Letters* 115.11 2015. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.115.111803. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.111803>.
- [22] R. Aaij *et al.* “Test of lepton universality with  $B^0 \rightarrow K^{*0} l^+ l^-$  decays”. *Journal of High Energy Physics* 2017.8 2017. ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep08(2017)055. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP08\(2017\)055](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP08(2017)055).
- [23] M. Bordone, G. Isidori e A. Pattori. “On the standard model predictions for  $R_K$  and  $R_{K^*}$ ”. *Eur. Phys. J. C* 76.8 2016, p. 440. DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4274-7. arXiv: 1605.07633 [hep-ph].

- [24] G. Hiller e M. Schmaltz. “ $R_K$  and future  $b \rightarrow s\ell\ell$  physics beyond the standard model opportunities”. *Phys. Rev. D* 90 5, 2014, p. 054014. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.054014. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.054014>.
- [25] P. S. B. Dev, R. Mohanta, S. Patra e S. Sahoo. “Unified explanation of flavor anomalies, radiative neutrino masses, and ANITA anomalous events in a vector leptoquark model”. *Phys. Rev. D* 102.9 2020, p. 095012. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.095012. arXiv: 2004.09464 [hep-ph].
- [26] B. C. Allanach. “ $U(1)_{B_3-L_2}$  Explanation of the Neutral Current  $B$ -Anomalies.” *The European Physical Journal C* 81.1 2021. ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-021-08855-w. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-08855-w>.
- [27] F. D’Eramo, N. Kosnik, F. Pobbe, A. Smolkovic e O. Sumensari. “Leptoquarks and real singlets: A richer scalar sector behind the origin of dark matter”. *Phys. Rev. D* 104.1 2021, p. 015035. DOI: 10.1103/PhysRevD.104.015035. arXiv: 2012.05743 [hep-ph].
- [28] D. Aristizabal Sierra, M. Hirsch e S. G. Kovalenko. “Leptoquarks: Neutrino masses and accelerator phenomenology”. *Phys. Rev. D* 77 2008, p. 055011. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.055011. arXiv: 0710.5699 [hep-ph].
- [29] M. J. Dolinski, A. W. Poon e W. Rodejohann. “Neutrinoless Double-Beta Decay: Status and Prospects”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 69.1 2019, p. 219–251. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev-nucl-101918-023407. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-nucl-101918-023407>.
- [30] D. Aristizabal Sierra, M. Hirsch e S. G. Kovalenko. “Leptoquarks: Neutrino masses and related accelerator signals”. *Physical Review D* 77.5 2008. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.77.055011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.77.055011>.
- [31] A. A. Petrov e A. E. Blechman. “Effective Field Theories” 2014.
- [32] E. Fermi. “Tentativo di una Teoria Dei Raggi  $\beta$ ”. *Il Nuovo Cimento* 11.1 1934, p. 1–19. DOI: 10.1007/BF02959820.
- [33] A. V. Manohar. “Effective Field Theory in Particle Physics and Cosmology 3-28 July , 2017” 2018.
- [34] M. D. Schwartz. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. 2013.
- [35] A. J. Buras. *Gauge Theory of Weak Decays: The Standard Model and the Expedition to New Physics Summits*. Cambridge University Press, 2020. DOI: 10.1017/9781139524100.

- [36] M. E. Peskin e D. V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995.
- [37] K. G. Chetyrkin, M. Misiak e M. Munz. “Weak radiative B meson decay beyond leading logarithms”. *Phys. Lett. B* 400 1997. [Erratum: *Phys.Lett.B* 425, 414 (1998)], p. 206–219. DOI: 10.1016/S0370-2693(97)00324-9. arXiv: hep-ph/9612313.
- [38] G. Buchalla, A. J. Buras e M. E. Lautenbacher. “Weak decays beyond leading logarithms”. *Rev. Mod. Phys.* 68 1996, p. 1125–1144. DOI: 10.1103/RevModPhys.68.1125. arXiv: hep-ph/9512380.
- [39] S. Descotes-Genon, D. Ghosh, J. Matias e M. Ramon. “Exploring New Physics in the  $C_7 - C_{7'}$  plane”. *JHEP* 06 2011, p. 099. DOI: 10.1007/JHEP06(2011)099. arXiv: 1104.3342 [hep-ph].
- [40] G. Hiller e F. Kruger. “More model-independent analysis of  $b \rightarrow s$  processes”. *Phys. Rev. D* 69 2004, p. 074020. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.074020. arXiv: hep-ph/0310219.
- [41] LHCb. “Test of lepton universality in beauty-quark decays” 2021. arXiv: 2103.11769 [hep-ex].
- [42] T. Huber, E. Lunghi, M. Misiak e D. Wyler. “Electromagnetic logarithms in  $\bar{B} \rightarrow X_s l^+ l^-$ ”. *Nucl. Phys. B* 740 2006, p. 105–137. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2006.01.037. arXiv: hep-ph/0512066.
- [43] C. Bobeth, P. Gambino, M. Gorbahn e U. Haisch. “Complete NNLO QCD analysis of  $\bar{B} \rightarrow X(s) l^+ l^-$  and higher order electroweak effects”. *JHEP* 04 2004, p. 071. DOI: 10.1088/1126-6708/2004/04/071. arXiv: hep-ph/0312090.
- [44] A. J. Buras, M. Misiak, M. Munz e S. Pokorski. “Theoretical uncertainties and phenomenological aspects of  $B \rightarrow X(s)\gamma$  gamma decay”. *Nucl. Phys. B* 424 1994, p. 374–398. DOI: 10.1016/0550-3213(94)90299-2. arXiv: hep-ph/9311345.
- [45] T. Blake, G. Lanfranchi e D. M. Straub. “Rare B Decays as Tests of the Standard Model”. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 92 2017, p. 50–91. DOI: 10.1016/j.pnpnp.2016.10.001. arXiv: 1606.00916 [hep-ph].
- [46] H.-M. Choi, C.-R. Ji e L. S. Kisslinger. “Light front quark model analysis of rare  $B \rightarrow Kl^+l^-$  decays”. *Phys. Rev. D* 65 2002, p. 074032. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.074032. arXiv: hep-ph/0110222.
- [47] W. Jaus e D. Wyler. “Rare decays  $B \rightarrow Kl\bar{l}$  and  $B \rightarrow K^*\bar{l}l$ ”. *Phys. Rev. D* 41 11, 1990, p. 3405–3413. DOI: 10.1103/PhysRevD.41.3405. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.41.3405>.

- [48] C. Greub, A. Ioannian e D. Wyler. “Effects of new physics in the rare decays  $B \rightarrow Kl^{+l^-}$  and  $B \rightarrow K^*l^{+l^-}$ ”. *Phys. Lett. B* 346 1995, p. 149–158. DOI: 10.1016/0370-2693(94)01624-L. arXiv: hep-ph/9408382.
- [49] D. Arndt e C.-R. Ji. “Light cone quark model analysis of radially excited pseudoscalar and vector mesons”. *Phys. Rev. D* 60 1999, p. 094020. DOI: 10.1103/PhysRevD.60.094020. arXiv: hep-ph/9905360.
- [50] C. H. de Souza. “Estrutura do próton com dependência em parâmetro de impacto a altas energias” 2020, p. 68.
- [51] H.-M. Choi e C.-R. Ji. “Mixing angles and electromagnetic properties of ground state pseudoscalar and vector meson nonets in the light-cone quark model”. *Phys. Rev. D* 59 7, 1999, p. 074015. DOI: 10.1103/PhysRevD.59.074015. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.59.074015>.
- [52] M. V. Terentev. “On the Structure of Wave Functions of Mesons as Bound States of Relativistic Quarks” 1976.
- [53] W. Jaus. “Semileptonic decays of  $B$  and  $D$  mesons in the light-front formalism”. *Phys. Rev. D* 41 11, 1990, p. 3394–3404. DOI: 10.1103/PhysRevD.41.3394. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.41.3394>.
- [54] G. Isidori, S. Nabeebaccus e R. Zwicky. “QED corrections in  $\bar{B} \rightarrow \bar{K}\ell^+\ell^-$  at the double-differential level”. *JHEP* 12 2020, p. 104. DOI: 10.1007/JHEP12(2020)104. arXiv: 2009.00929 [hep-ph].
- [55] M. Bordone, G. Isidori e A. Pattori. “On the Standard Model predictions for  $R_K$  and  $R_{K^*}$ ”. *Eur. Phys. J. C* 76.8 2016, p. 440. DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4274-7. arXiv: 1605.07633 [hep-ph].
- [56] J. P. Lees *et al.* [BaBar]. “Measurement of Branching Fractions and Rate Asymmetries in the Rare Decays  $B \rightarrow K^{(*)}l^{+l^-}$ ”. *Phys. Rev. D* 86 2012, p. 032012. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.032012. arXiv: 1204.3933 [hep-ex].
- [57] A. Abdesselam *et al.* [Belle]. “Test of Lepton-Flavor Universality in  $B \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$  Decays at Belle”. *Phys. Rev. Lett.* 126.16 2021, p. 161801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.161801. arXiv: 1904.02440 [hep-ex].
- [58] S. Choudhury *et al.* [BELLE]. “Test of lepton flavor universality and search for lepton flavor violation in  $B \rightarrow K\ell\ell$  decays”. *JHEP* 03 2021, p. 105. DOI: 10.1007/JHEP03(2021)105. arXiv: 1908.01848 [hep-ex].
- [59] R. Aaij *et al.* [LHCb]. “Test of lepton universality with  $B^0 \rightarrow K^{*0}\ell^+\ell^-$  decays”. *JHEP* 08 2017, p. 055. DOI: 10.1007/JHEP08(2017)055. arXiv: 1705.05802 [hep-ex].
- [60] M. Blanke, A. Crivellin, S. de Boer, T. Kitahara, M. Moscati, U. Nierste e I. Nisandzić. “Impact of polarization observables and  $B_c \rightarrow \tau\nu$  on new physics explanations of the

- $b \rightarrow c\tau\nu$  anomaly". *Phys. Rev. D* 99.7 2019, p. 075006. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.075006. arXiv: 1811.09603 [hep-ph].
- [61] C. Murgui, A. Peñuelas, M. Jung e A. Pich. "Global fit to  $b \rightarrow c\tau\nu$  transitions". *JHEP* 09 2019, p. 103. DOI: 10.1007/JHEP09(2019)103. arXiv: 1904.09311 [hep-ph].
- [62] R.-X. Shi, L.-S. Geng, B. i. Grinstein, S. Jäger e J. Martin Camalich. "Revisiting the new-physics interpretation of the  $b \rightarrow c\tau\nu$  data". *JHEP* 12 2019, p. 065. DOI: 10.1007/JHEP12(2019)065. arXiv: 1905.08498 [hep-ph].
- [63] J. P. Lees *et al.* [BaBar]. "Evidence for an excess of  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  decays". *Phys. Rev. Lett.* 109 2012, p. 101802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.101802. arXiv: 1205.5442 [hep-ex].
- [64] M. Huschle *et al.* [Belle]. "Measurement of the branching ratio of  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  relative to  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$  decays with hadronic tagging at Belle". *Phys. Rev. D* 92.7 2015, p. 072014. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.072014. arXiv: 1507.03233 [hep-ex].
- [65] S. Hirose *et al.* [Belle]. "Measurement of the  $\tau$  lepton polarization and  $R(D^*)$  in the decay  $\bar{B} \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ ". *Phys. Rev. Lett.* 118.21 2017, p. 211801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.211801. arXiv: 1612.00529 [hep-ex].
- [66] G. Caria *et al.* [Belle]. "Measurement of  $\mathcal{R}(D)$  and  $\mathcal{R}(D^*)$  with a semileptonic tagging method". *Phys. Rev. Lett.* 124.16 2020, p. 161803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.161803. arXiv: 1910.05864 [hep-ex].
- [67] R. Aaij *et al.* [LHCb]. "Measurement of the ratio of branching fractions  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$ ". *Phys. Rev. Lett.* 115.11 2015. [Erratum: *Phys. Rev. Lett.* 115, 159901 (2015)], p. 111803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.111803. arXiv: 1506.08614 [hep-ex].
- [68] R. Aaij *et al.* [LHCb]. "Measurement of the ratio of the  $B^0 \rightarrow D^{*-}\tau^+\nu_\tau$  and  $B^0 \rightarrow D^{*-}\mu^+\nu_\mu$  branching fractions using three-prong  $\tau$ -lepton decays". *Phys. Rev. Lett.* 120.17 2018, p. 171802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.171802. arXiv: 1708.08856 [hep-ex].
- [69] W. Altmannshofer, S. Gori, H. H. Patel, S. Profumo e D. Tuckler. "Electric dipole moments in a leptoquark scenario for the  $B$ -physics anomalies". *JHEP* 05 2020, p. 069. DOI: 10.1007/JHEP05(2020)069. arXiv: 2002.01400 [hep-ph].
- [70] Y. S. Amhis *et al.* [HFLAV]. "Averages of b-hadron, c-hadron, and  $\tau$ -lepton properties as of 2018". *Eur. Phys. J. C* 81.3 2021, p. 226. DOI: 10.1140/epjc/s10052-020-8156-7. arXiv: 1909.12524 [hep-ex].

- [71] S. Descotes-Genon, L. Hofer, J. Matias e J. Virto. “Global analysis of  $b \rightarrow s\ell\ell$  anomalies”. *JHEP* 06 2016, p. 092. DOI: 10.1007/JHEP06(2016)092. arXiv: 1510.04239 [hep-ph].
- [72] B. Capdevila, A. Crivellin, S. Descotes-Genon, J. Matias e J. Virto. “Patterns of New Physics in  $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$  transitions in the light of recent data”. *JHEP* 01 2018, p. 093. DOI: 10.1007/JHEP01(2018)093. arXiv: 1704.05340 [hep-ph].
- [73] A. Angelescu, D. Bečirević, D. A. Faroughy e O. Sumensari. “Closing the window on single leptoquark solutions to the  $B$ -physics anomalies”. *JHEP* 10 2018, p. 183. DOI: 10.1007/JHEP10(2018)183. arXiv: 1808.08179 [hep-ph].
- [74] A. K. Alok, A. Dighe, S. Gangal e D. Kumar. “Continuing search for new physics in  $b \rightarrow s\mu\mu$  decays: two operators at a time”. *JHEP* 06 2019, p. 089. DOI: 10.1007/JHEP06(2019)089. arXiv: 1903.09617 [hep-ph].
- [75] R. Aaij *et al.* [LHCb]. “LHCb Detector Performance”. *Int. J. Mod. Phys. A* 30.07 2015, p. 1530022. DOI: 10.1142/S0217751X15300227. arXiv: 1412.6352 [hep-ex].
- [76] R. Arink *et al.* [LHCb Outer Tracker Group]. “Performance of the LHCb Outer Tracker”. *JINST* 9.01 2014, P01002. DOI: 10.1088/1748-0221/9/01/P01002. arXiv: 1311.3893 [physics.ins-det].
- [77] Lindner, Rolf. “LHCb layout”. LHCb Collection. 2008. Disponível em: <https://cds.cern.ch/record/1087860>.
- [78] J. Girrbach, S. Mertens, U. Nierste e S. Wiesenfeldt. “Lepton flavour violation in the MSSM”. *JHEP* 05 2010, p. 026. DOI: 10.1007/JHEP05(2010)026. arXiv: 0910.2663 [hep-ph].
- [79] T. Kinoshita e M. Nio. “Improved  $\alpha^4$  term of the muon anomalous magnetic moment”. *Phys. Rev. D* 70 2004, p. 113001. DOI: 10.1103/PhysRevD.70.113001. arXiv: hep-ph/0402206.
- [80] A. Czarnecki, W. J. Marciano e A. Vainshtein. “Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment”. *Phys. Rev. D* 67 2003. [Erratum: *Phys.Rev.D* 73, 119901 (2006)], p. 073006. DOI: 10.1103/PhysRevD.67.073006. arXiv: hep-ph/0212229.
- [81] J. Prades, E. de Rafael e A. Vainshtein. “The Hadronic Light-by-Light Scattering Contribution to the Muon and Electron Anomalous Magnetic Moments”. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* 20 2009, p. 303–317. DOI: 10.1142/9789814271844\_0009. arXiv: 0901.0306 [hep-ph].
- [82] M. Benayoun, P. David, L. DelBuono e F. Jegerlehner. “An Update of the HLS Estimate of the Muon  $g-2$ ”. *Eur. Phys. J. C* 73 2013, p. 2453. DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2453-3. arXiv: 1210.7184 [hep-ph].

- [83] F. Jegerlehner. *The anomalous magnetic moment of the muon*. V. 226. 2008. DOI: 10.1007/978-3-540-72634-0.
- [84] M. Born. "Quantenmechanik der Stossvorgänge". *Z. Phys.* 38.11-12 1926, p. 803–827. DOI: 10.1007/BF01397184.
- [85] T. Kukhto, E. Kuraev, A. Schiller e Z. Silagadze. "The dominant two-loop electroweak contributions to the anomalous magnetic moment of the muon". *Nuclear Physics B* 371.3 1992, p. 567–596. ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(92\)90687-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(92)90687-7). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321392906877>.
- [86] T. Ishikawa, N. Nakazawa e Y. Yasui. "Numerical calculation of the full two-loop electroweak corrections to muon ( $g-2$ )". *Phys. Rev. D* 99.7 2019, p. 073004. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.073004. arXiv: 1810.13445 [hep-ph].
- [87] P. Stoffer, G. Colangelo, M. Hoferichter e M. Procura. "Hadronic light-by-light scattering and the muon  $g - 2$ ". *Nuovo Cimento Della Societa Italiana Di Fisica A-nuclei Particles and Fields* 2015, p. 135.
- [88] J. Wess e B. Zumino. "Consequences of anomalous Ward identities". *Phys. Lett. B* 37 1971, p. 95–97. DOI: 10.1016/0370-2693(71)90582-X.
- [89] E. Witten. "Global Aspects of Current Algebra". *Nucl. Phys. B* 223 1983, p. 422–432. DOI: 10.1016/0550-3213(83)90063-9.
- [90] F. Combley, F. J. M. Farley e E. Picasso. "The CERN muon ( $g-2$ ) experiments". *Phys. Rep.* 68 1980, 93–119. 46 p. DOI: 10.1016/0370-1573(81)90028-4. Disponível em: <https://cds.cern.ch/record/134110>.
- [91] G. W. Bennett *et al.* [Muon  $g-2$ ]. "Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL". *Phys. Rev. D* 73 2006, p. 072003. DOI: 10.1103/PhysRevD.73.072003. arXiv: hep-ex/0602035.
- [92] P. Girotti [Muon  $g - 2$  (E989)]. "Status of the Fermilab Muon  $g - 2$  Experiment". *EPJ Web Conf.* 262 2022, p. 01003. DOI: 10.1051/epjconf/202226201003. arXiv: 2202.11391 [hep-ex].
- [93] G. Danby e e. a. L. Addessi Z. Armoza. "The Brookhaven muon storage ring magnet". *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 457.1 2001, p. 151–174. ISSN: 0168-9002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(00\)00704-X](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(00)00704-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016890020000704X>.
- [94] J. Grange *et al.* [Muon  $g - 2$ ]. "Muon ( $g - 2$ ) Technical Design Report" 2015. arXiv: 1501.06858 [physics.ins-det].

- [95] J. L. Holzbauer. “The Muon  $g-2$  Experiment Overview and Status as of June 2016”. *J. Phys. Conf. Ser.* 770.1 2016, p. 012038. DOI: 10.1088/1742-6596/770/1/012038. arXiv: 1610.10069 [physics.ins-det].
- [96] P. W. Gorham *et al.* [ANITA]. “Constraints on the diffuse high-energy neutrino flux from the third flight of ANITA”. *Phys. Rev. D* 98.2 2018, p. 022001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.022001. arXiv: 1803.02719 [astro-ph.HE].
- [97] S. Hoover *et al.* “Observation of Ultrahigh-Energy Cosmic Rays with the ANITA Balloon-Borne Radio Interferometer”. *Physical Review Letters* 105.15 2010. DOI: 10.1103/physrevlett.105.151101. Disponível em: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.151101>.
- [98] P. S. Bhupal Dev, R. Mohanta, S. Patra e S. Sahoo. “Unified explanation of flavor anomalies, radiative neutrino masses, and ANITA anomalous events in a vector leptoquark model”. *Phys. Rev. D* 102.9 2020, p. 095012. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.095012. arXiv: 2004.09464 [hep-ph].
- [99] A. Esmaili e Y. Farzan. “Explaining the ANITA events by a  $L_e - L_\tau$  gauge model”. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2019.12 2019, p. 017–017. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/12/017. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/12/017>.
- [100] T. Aaltonen *et al.* [CDF]. “High-precision measurement of the  $W$  boson mass with the CDF II detector”. *Science* 376.6589 2022, p. 170–176. DOI: 10.1126/science.abk1781.
- [101] S. A. Malik. “Precision measurement of the mass and width of the  $W$  boson at CDF”. Tese de Doutorado. University Coll. London, 2009. DOI: 10.2172/981876.
- [102] C. Chen *et al.* “Search for  $B_s^0 \rightarrow \mu\mu$  and  $B^0 \rightarrow \mu\mu$  decays with the full CDF Run II data set”. *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology* 87 2013. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.072003.
- [103] B. Pontecorvo. “Mesonium and Antimesonium”. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 6 1958, p. 429.
- [104] Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata. “Remarks on the Unified Model of Elementary Particles”. *Progress of Theoretical Physics* 28.5 1962, p. 870–880. DOI: 10.1143/PTP.28.870.
- [105] B. Pontecorvo. “Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge”. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 26 1968, p. 984.
- [106] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, T. Schwetz e A. Zhou. “The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations”. *JHEP* 09 2020, p. 178. DOI: 10.1007/JHEP09(2020)178. arXiv: 2007.14792 [hep-ph].

- [107] S. Weinberg. “Baryon- and Lepton-Nonconserving Processes”. *Phys. Rev. Lett.* 43 21, 1979, p. 1566–1570. DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.1566. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.1566>.
- [108] F. Bonnet, D. Hernandez, T. Ota e W. Winter. “Neutrino masses from higher than  $d = 5$  effective operators”. *JHEP* 10 2009, p. 076. DOI: 10.1088/1126-6708/2009/10/076. arXiv: 0907.3143 [hep-ph].
- [109] R. Cepedello Pérez. “Radiative neutrino masses: A window to new physics”. Tese de Doutorado. Valencia U., IFIC, 2021. arXiv: 2105.01896 [hep-ph].
- [110] A. Zee. “A theory of lepton number violation and neutrino Majorana masses [Phys. Lett. 93b(1980)389]”. *Physics Letters B* 1980.
- [111] E. Ma. “Pathways to Naturally Small Neutrino Masses”. *Phys. Rev. Lett.* 81 6, 1998, p. 1171–1174. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.1171. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.1171>.
- [112] M. Aoki, S. Kanemura e O. Seto. “Model of TeV scale physics for neutrino mass, dark matter, and baryon asymmetry and its phenomenology”. *Physical Review D* 80 2009, p. 033007.
- [113] A. Pilaftsis e T. E. J. Underwood. “Electroweak-scale resonant leptogenesis”. *Physical Review D* 72 2005, p. 113001.
- [114] J. Kersten e A. Y. Smirnov. “Right-Handed Neutrinos at CERN LHC and the Mechanism of Neutrino Mass Generation”. *Phys. Rev. D* 76 2007, p. 073005. DOI: 10.1103/PhysRevD.76.073005. arXiv: 0705.3221 [hep-ph].
- [115] K. S. Babu e S. Nandi. “Natural fermion mass hierarchy and new signals for the Higgs boson”. *Phys. Rev. D* 62 3, 2000, p. 033002. DOI: 10.1103/PhysRevD.62.033002. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.62.033002>.
- [116] I. G. Gogoladze, N. Okada e Q. Shafi. “NMSSM and Seesaw Physics at LHC”. *Physics Letters B* 672 2009, p. 235–239.
- [117] C. L. Bennett *et al.* [WMAP]. “First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Preliminary maps and basic results”. *Astrophys. J. Suppl.* 148 2003, p. 1–27. DOI: 10.1086/377253. arXiv: astro-ph/0302207.
- [118] M. Tegmark *et al.* [SDSS]. “Cosmological parameters from SDSS and WMAP”. *Phys. Rev. D* 69 2004, p. 103501. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.103501. arXiv: astro-ph/0310723.
- [119] G. Bertone, D. Hooper e J. Silk. “Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints”. *Phys. Rept.* 405 2005, p. 279–390. DOI: 10.1016/j.physrep.2004.08.031. arXiv: hep-ph/0404175.

- [120] E. A. Baltz. “Dark matter candidates”. *eConf C040802* 2004, p. L002. arXiv: astro-ph/0412170.
- [121] G. Arcadi, M. i. Dutra, P. Ghosh, M. Lindner, Y. Mambrini, M. Pierre, S. Profumo e F. S. Queiroz. “The waning of the WIMP? A review of models, searches, and constraints”. *Eur. Phys. J. C* 78.3 2018, p. 203. DOI: 10.1140/epjc/s10052-018-5662-y. arXiv: 1703.07364 [hep-ph].
- [122] G. R. Blumenthal, S. M. Faber, J. R. Primack e M. J. Rees. “Formation of Galaxies and Large Scale Structure with Cold Dark Matter”. *Nature* 311 1984, p. 517–525. DOI: 10.1038/311517a0.
- [123] J. S. Bullock, T. S. Kolatt, Y. Sigad, R. S. Somerville, A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, J. R. Primack e A. Dekel. “Profiles of dark haloes. Evolution, scatter, and environment”. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 321 2001, p. 559–575. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2001.04068.x. arXiv: astro-ph/9908159.
- [124] K. G. Begeman, A. H. Broeils e R. H. Sanders. “Extended rotation curves of spiral galaxies: Dark haloes and modified dynamics”. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 249 1991, p. 523. DOI: 10.1093/mnras/249.3.523.
- [125] D. Monnier Ragainne, W. van Driel, S. E. Schneider, T. H. Jarrett e C. Balkowski. “A search for low surface brightness galaxies in the near-infrared I. selection of the sample”. *Astron. Astrophys.* 405 2003, p. 99–110. DOI: 10.1051/0004-6361:20030585. arXiv: astro-ph/0304380.
- [126] L. S. Sparke e J. S. Gallagher. “Galaxies in the Universe: An Introduction” 2000.
- [127] H. Boehringer e N. Werner. “X-ray Spectroscopy of Galaxy Clusters” 2009. DOI: 10.48550/ARXIV.0907.4277. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/0907.4277>.
- [128] R. Mandelbaum, U. Seljak, T. Baldauf e R. E. Smith. “Precision cluster mass determination from weak lensing”. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 2010, no–no. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.16619.x. Disponível em: <https://doi.org/10.1111%5C%2Fj.1365-2966.2010.16619.x>.
- [129] R. A. Ibata, G. F. Lewis, M. J. Irwin e T. Quinn. “Uncovering cold dark matter halo substructure with tidal streams”. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 332.4 2002, p. 915–920. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2002.05358.x. eprint: <https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/332/4/915/5803404/332-4-915.pdf>. Disponível em: <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.05358.x>.
- [130] S. Pearson, A. H. W. Küpper, K. V. Johnston e A. M. Price-Whelan. “TIDAL STREAM MORPHOLOGY AS AN INDICATOR OF DARK MATTER HALO GEOMETRY: THE CASE OF PALOMAR 5”. *The Astrophysical Journal* 799.1 2015, p. 28. DOI: 10.1088/

- 0004-637x/799/1/28. Disponível em: <https://doi.org/10.1088%5C%2F0004-637x%5C%2F799%5C%2F1%5C%2F28>.
- [131] J. J. Mohr, A. E. Evrard, D. G. Fabricant e M. J. Geller. "Cosmological constraints from cluster x-ray morphologies". *Astrophys. J.* 447 1995, p. 8. DOI: 10.1086/175852. arXiv: astro-ph/9501011.
- [132] D. N. Spergel e P. J. Steinhardt. "Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter". *Phys. Rev. Lett.* 84 17, 2000, p. 3760-3763. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.3760. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.3760>.
- [133] S. Otto, H. D. Politzer e M. B. Wise. "The Two Point Correlation for Rich Clusters of Galaxies". *Phys. Rev. Lett.* 56 1986, p. 1878-1881. DOI: 10.1103/PhysRevLett.56.1878.
- [134] J. R. Bond e A. S. Szalay. "The Collisionless Damping of Density Fluctuations in an Expanding Universe". *Astrophys. J.* 274 1983, p. 443-468. DOI: 10.1086/161460.
- [135] J. Sommer-Larsen e A. Dolgov. "Formation of disk galaxies: warm dark matter and the angular momentum problem". *Astrophys. J.* 551 2001, p. 608-623. DOI: 10.1086/320211. arXiv: astro-ph/9912166.
- [136] E. W. Kolb e M. S. Turner. *The early universe*. V. 69. 1990.
- [137] P. Gondolo e G. B. Gelmini. "Cosmic abundances of stable particles: Improved analysis". *Nuclear Physics* 360 1991, p. 145-179.
- [138] G. Jungman, M. Kamionkowski e K. Griest. "Supersymmetric dark matter". *Phys. Rept.* 267 1996, p. 195-373. DOI: 10.1016/0370-1573(95)00058-5. arXiv: hep-ph/9506380.
- [139] P. A. R. Ade *et al.* [Planck]. "Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters". *Astron. Astrophys.* 594 2016, A13. DOI: 10.1051/0004-6361/201525830. arXiv: 1502.01589 [astro-ph.CO].
- [140] J. C. Pati e A. Salam. "Lepton number as the fourth "color"". *Phys. Rev. D* 10 1, 1974, p. 275-289. DOI: 10.1103/PhysRevD.10.275. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.275>.
- [141] H. Georgi e S. L. Glashow. "Unity of All Elementary-Particle Forces". *Phys. Rev. Lett.* 32 8, 1974, p. 438-441. DOI: 10.1103/PhysRevLett.32.438. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.32.438>.
- [142] H. Fritzsch e P. Minkowski. "Unified interactions of leptons and hadrons". *Annals of Physics* 93.1 1975, p. 193-266. ISSN: 0003-4916. DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(75\)90211-0](https://doi.org/10.1016/0003-4916(75)90211-0). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491675902110>.

- [143] W. Buchmuller, R. Ruckl e D. Wyler. “Leptoquarks in Lepton - Quark Collisions”. *Phys. Lett. B* 191 1987. [Erratum: *Phys.Lett.B* 448, 320–320 (1999)], p. 442–448. DOI: 10.1016/0370-2693(87)90637-X.
- [144] M. Aaboud *et al.* [ATLAS]. “Searches for scalar leptoquarks and differential cross-section measurements in dilepton-dijet events in proton-proton collisions at a centre-of-mass energy of  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS experiment”. *Eur. Phys. J. C* 79.9 2019, p. 733. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-7181-x. arXiv: 1902.00377 [hep-ex].
- [145] G. Aad *et al.* [ATLAS]. “Search for pairs of scalar leptoquarks decaying into quarks and electrons or muons in  $\sqrt{s} = 13$  TeV  $pp$  collisions with the ATLAS detector”. *JHEP* 10 2020, p. 112. DOI: 10.1007/JHEP10(2020)112. arXiv: 2006.05872 [hep-ex].
- [146] M. Aaboud *et al.* [ATLAS]. “Searches for third-generation scalar leptoquarks in  $\sqrt{s} = 13$  TeV  $pp$  collisions with the ATLAS detector”. *JHEP* 06 2019, p. 144. DOI: 10.1007/JHEP06(2019)144. arXiv: 1902.08103 [hep-ex].
- [147] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS]. “Search for pair production of first-generation scalar leptoquarks at  $\sqrt{s} = 13$  TeV”. *Phys. Rev. D* 99.5 2019, p. 052002. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.052002. arXiv: 1811.01197 [hep-ex].
- [148] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS]. “Search for pair production of second-generation leptoquarks at  $\sqrt{s} = 13$  TeV”. *Phys. Rev. D* 99.3 2019, p. 032014. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.032014. arXiv: 1808.05082 [hep-ex].
- [149] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS]. “Search for third-generation scalar leptoquarks decaying to a top quark and a  $\tau$  lepton at  $\sqrt{s} = 13$  TeV”. *Eur. Phys. J. C* 78 2018, p. 707. DOI: 10.1140/epjc/s10052-018-6143-z. arXiv: 1803.02864 [hep-ex].
- [150] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS]. “Searches for  $W$  bosons decaying to a top quark and a bottom quark in proton-proton collisions at 13 TeV”. *JHEP* 08 2017, p. 029. DOI: 10.1007/JHEP08(2017)029. arXiv: 1706.04260 [hep-ex].
- [151] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS]. “Search for leptoquarks coupled to third-generation quarks in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 121.24 2018, p. 241802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.241802. arXiv: 1809.05558 [hep-ex].
- [152] T. Plehn, H. Spiesberger, M. Spira e P. M. Zerwas. “Formation and decay of scalar leptoquarks / squarks in  $e p$  collisions”. *Z. Phys. C* 74 1997, p. 611–614. DOI: 10.1007/s002880050426. arXiv: hep-ph/9703433.
- [153] R. Mandal. “Fermionic dark matter in leptoquark portal”. *The European Physical Journal C* 78 2018, p. 1–6.
- [154] I. Dorsner, S. Fajfer e N. Kosnik. “Heavy and light scalar leptoquarks in proton decay”. *Phys. Rev. D* 86 2012, p. 015013. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.015013. arXiv: 1204.0674 [hep-ph].

- [155] M. Du, J. Liang, Z. Liu e V. Q. Tran. “A vector leptoquark interpretation of the muon  $g - 2$  and  $B$  anomalies” 2021. arXiv: 2104.05685 [hep-ph].
- [156] P. Arnold e C. Wendt. “Extended-technicolor signatures at the Superconducting Super Collider”. *Phys. Rev. D* 33 7, 1986, p. 1873–1880. DOI: 10.1103/PhysRevD.33.1873. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.33.1873>.
- [157] J. Blumlein, E. Boos e A. Kryukov. “Leptoquark pair production in hadronic interactions”. *Z. Phys. C* 76 1997, p. 137–153. DOI: 10.1007/s002880050538. arXiv: hep-ph/9610408.
- [158] S. Dulat *et al.* “New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics”. *Phys. Rev. D* 93.3 2016, p. 033006. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.033006. arXiv: 1506.07443 [hep-ph].
- [159] A. Buckley, J. Ferrando, S. Lloyd, K. Nordström, B. Page, M. Rüfenacht, M. Schönherr e G. Watt. “LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era”. *Eur. Phys. J. C* 75 2015, p. 132. DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3318-8. arXiv: 1412.7420 [hep-ph].
- [160] K. Ban, Y. Jho, Y. Kwon, S. C. Park, S. Park e P.-Y. Tseng. “A comprehensive study of vector leptoquark on the B-meson and Muon  $g - 2$  anomalies” 2021.
- [161] J. P. Leveille. “The second-order weak correction to  $(g - 2)$  of the muon in arbitrary gauge models”. *Nuclear Physics B* 137.1 1978, p. 63–76. ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(78\)90051-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90051-2). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321378900512>.
- [162] B. Lautrup, A. Peterman e E. de Rafael. “Recent developments in the comparison between theory and experiments in quantum electrodynamics”. *Physics Reports* 3 1972, p. 193–259.
- [163] F. S. Queiroz e W. Shepherd. “New Physics Contributions to the Muon Anomalous Magnetic Moment: A Numerical Code”. *Phys. Rev. D* 89.9 2014, p. 095024. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.095024. arXiv: 1403.2309 [hep-ph].
- [164] F. Jegerlehner e A. Nyffeler. “The Muon  $g-2$ ”. *Phys. Rept.* 477 2009, p. 1–110. DOI: 10.1016/j.physrep.2009.04.003. arXiv: 0902.3360 [hep-ph].
- [165] J. Hammett. “Leptoquark production at next-to-leading order”. Tese de Doutorado. University of Southampton, 2014. Disponível em: <https://eprints.soton.ac.uk/375122/>.
- [166] P. W. Angel, Y. Cai, N. L. Rodd, M. A. Schmidt e R. R. Volkas. “Testable two-loop radiative neutrino mass model based on an  $LLQd^cQd^c$  effective operator”. *JHEP* 10 2013. [Erratum: *JHEP* 11, 092 (2014)], p. 118. DOI: 10.1007/JHEP10(2013)118. arXiv: 1308.0463 [hep-ph].

- [167] F. S. Queiroz, K. Sinha e A. Strumia. “Leptoquarks, Dark Matter, and Anomalous LHC Events”. *Phys. Rev. D* 91.3 2015, p. 035006. DOI: 10.1103/PhysRevD.91.035006. arXiv: 1409.6301 [hep-ph].
- [168] J. M. Cline. “ $B$  decay anomalies and dark matter from vectorlike confinement”. *Phys. Rev. D* 97.1 2018, p. 015013. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.015013. arXiv: 1710.02140 [hep-ph].
- [169] A. Crivellin, G. D’Ambrosio e J. Heeck. “Explaining  $h \rightarrow \mu^\pm \tau^\mp$ ,  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  and  $B \rightarrow K \mu^+ \mu^- / B \rightarrow K e^+ e^-$  in a two-Higgs-doublet model with gauged  $L_\mu - L_\tau$ ”. *Phys. Rev. Lett.* 114 2015, p. 151801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.151801. arXiv: 1501.00993 [hep-ph].
- [170] A. Celis, J. Fuentes-Martin, M. Jung e H. Serodio. “Family nonuniversal  $Z'$  models with protected flavor-changing interactions”. *Phys. Rev. D* 92.1 2015, p. 015007. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.015007. arXiv: 1505.03079 [hep-ph].
- [171] A. Falkowski, M. Nardecchia e R. Ziegler. “Lepton Flavor Non-Universality in B-meson Decays from a  $U(2)$  Flavor Model”. *JHEP* 11 2015, p. 173. DOI: 10.1007/JHEP11(2015)173. arXiv: 1509.01249 [hep-ph].
- [172] G. Hiller e M. Schmaltz. “ $R_K$  and future  $b \rightarrow s \ell \ell$  physics beyond the standard model opportunities”. *Phys. Rev. D* 90 2014, p. 054014. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.054014. arXiv: 1408.1627 [hep-ph].
- [173] B. Gripaios, M. Nardecchia e S. A. Renner. “Composite leptoquarks and anomalies in  $B$ -meson decays”. *JHEP* 05 2015, p. 006. DOI: 10.1007/JHEP05(2015)006. arXiv: 1412.1791 [hep-ph].
- [174] I. de Medeiros Varzielas e G. Hiller. “Clues for flavor from rare lepton and quark decays”. *JHEP* 06 2015, p. 072. DOI: 10.1007/JHEP06(2015)072. arXiv: 1503.01084 [hep-ph].
- [175] R. Barbieri, C. W. Murphy e F. Senia. “B-decay Anomalies in a Composite Leptoquark Model”. *Eur. Phys. J. C* 77.1 2017, p. 8. DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4578-7. arXiv: 1611.04930 [hep-ph].
- [176] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov e I. Yavin. “Quark flavor transitions in  $L_\mu - L_\tau$  models”. *Phys. Rev. D* 89 9, 2014, p. 095033. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.095033. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.095033>.
- [177] B. Barman, D. Borah, L. Mukherjee e S. Nandi. “Correlating the anomalous results in  $b \rightarrow s$  decays with inert Higgs doublet dark matter and muon  $(g - 2)$ ”. *Phys. Rev. D* 100.11 2019, p. 115010. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.115010. arXiv: 1808.06639 [hep-ph].

- [178] A. Shaw. “Looking for  $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$  in a nonminimal universal extra dimensional model”. *Phys. Rev. D* 99.11 2019, p. 115030. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.115030. arXiv: 1903.10302 [hep-ph].
- [179] S. Trifinopoulos. “B-physics anomalies: The bridge between R-parity violating supersymmetry and flavored dark matter”. *Phys. Rev. D* 100.11 2019, p. 115022. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.115022. arXiv: 1904.12940 [hep-ph].
- [180] L. Delle Rose, S. Khalil, S. J. D. King e S. Moretti. “ $R_K$  and  $R_{K^*}$  in an Aligned 2HDM with Right-Handed Neutrinos”. *Phys. Rev. D* 101.11 2020, p. 115009. DOI: 10.1103/PhysRevD.101.115009. arXiv: 1903.11146 [hep-ph].
- [181] J. Lyon e R. Zwicky. “Resonances gone topsy turvy - the charm of QCD or new physics in  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ ?” 2014. arXiv: 1406.0566 [hep-ph].
- [182] S. Descotes-Genon, L. Hofer, J. Matias e J. Virto. “On the impact of power corrections in the prediction of  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  observables”. *JHEP* 12 2014, p. 125. DOI: 10.1007/JHEP12(2014)125. arXiv: 1407.8526 [hep-ph].
- [183] C. Bobeth, M. Chrzaszcz, D. van Dyk e J. Virto. “Long-distance effects in  $B \rightarrow K^* \ell \ell$  from analyticity”. *Eur. Phys. J. C* 78.6 2018, p. 451. DOI: 10.1140/epjc/s10052-018-5918-6. arXiv: 1707.07305 [hep-ph].
- [184] A. Khodjamirian, T. Mannel, A. A. Pivovarov e Y. -Y. Wang. “Charm-loop effect in  $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$  and  $B \rightarrow K^* \gamma$ ”. *JHEP* 09 2010, p. 089. DOI: 10.1007/JHEP09(2010)089. arXiv: 1006.4945 [hep-ph].
- [185] B. Grinstein, M. J. Savage e M. B. Wise. “B in the six-quark model”. *Nuclear Physics B* 319.2 1989, p. 271–290. ISSN: 0550-3213. DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(89\)90078-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(89)90078-3). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321389900783>.
- [186] D. Stockinger. “ $(g-2)_\mu$  and supersymmetry: Status and prospects” 2007, p. 720–723. arXiv: 0710.2429 [hep-ph].
- [187] S. Heinemeyer, D. Stöckinger e G. Weiglein. “Two-loop SUSY corrections to the anomalous magnetic moment of the muon”. *Nuclear Physics B* 690.1 2004, p. 62–80. ISSN: 0550-3213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2004.04.017>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321304003001>.
- [188] F. Jegerlehner. “Implications of low and high energy measurements on SUSY models”. *Frascati Phys. Ser.* 54 2012, p. 42–51. arXiv: 1203.0806 [hep-ph].
- [189] T. Aoyama, T. Kinoshita e M. Nio. “Revised and Improved Value of the QED Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment”. *Phys. Rev. D* 97.3 2018, p. 036001. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.036001. arXiv: 1712.06060 [hep-ph].

- [190] D. Hanneke, S. F. Hoogerheide e G. Gabrielse. “Cavity Control of a Single-Electron Quantum Cyclotron: Measuring the Electron Magnetic Moment”. *Phys. Rev. A* 83 2011, p. 052122. DOI: 10.1103/PhysRevA.83.052122. arXiv: 1009.4831 [physics.atom-ph].
- [191] H. Davoudiasl e W. J. Marciano. “Tale of two anomalies”. *Phys. Rev. D* 98.7 2018, p. 075011. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.075011. arXiv: 1806.10252 [hep-ph].
- [192] T. T. Yanagida. “Horizontal Symmetry and Masses of Neutrinos”. *Progress of Theoretical Physics* 64 1979, p. 1103–1105.
- [193] P. Minkowski. “ $\mu \rightarrow e\gamma$  at a rate of one out of 109 muon decays?” *Physics Letters B* 67.4 1977, p. 421–428. ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90435-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90435-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026937790435X>.
- [194] M. Magg e C. Wetterich. “Neutrino Mass Problem and Gauge Hierarchy”. *Physics Letters B* 94 1980, p. 61–64.
- [195] T. Kärkkäinen. “Neutrino masses and oscillations : in theories beyond the Standard Model”. Tese de Doutorado. U. Helsinki (main), 2018.
- [196] P.-H. Gu, H. Zhang e S. Zhou. “A Minimal Type II Seesaw Model”. *Phys. Rev. D* 74 2006, p. 076002. DOI: 10.1103/PhysRevD.74.076002. arXiv: hep-ph/0606302.
- [197] H. Georgi e S. L. Glashow. “Unified weak and electromagnetic interactions without neutral currents”. *Phys. Rev. Lett.* 28 1972, p. 1494. DOI: 10.1103/PhysRevLett.28.1494.
- [198] S. Kanemura e K. Yagyu. “Implication of the W boson mass anomaly at CDF II in the Higgs triplet model with a mass difference”. *Phys. Lett. B* 831 2022, p. 137217. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137217. arXiv: 2204.07511 [hep-ph].
- [199] W. Grimus, L. Lavoura e B. Radovcic. “Type II seesaw mechanism for Higgs doublets and the scale of new physics”. *Phys. Lett. B* 674 2009, p. 117–121. DOI: 10.1016/j.physletb.2009.03.016. arXiv: 0902.2325 [hep-ph].
- [200] R. Foot, H. Lew, X. G. He e G. C. Joshi. “Seesaw Neutrino Masses Induced by a Triplet of Leptons”. *Z. Phys. C* 44 1989, p. 441. DOI: 10.1007/BF01415558.
- [201] E. Ma. “Neutrino Mass Seesaw Version 3: Recent Developments”. *AIP Conf. Proc.* 1116.1 2009, p. 239–246. DOI: 10.1063/1.3131562. arXiv: 0810.5574 [hep-ph].
- [202] R. Franceschini, T. Hambye e A. Strumia. “Type-III see-saw at LHC”. *Phys. Rev. D* 78 2008, p. 033002. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.033002. arXiv: 0805.1613 [hep-ph].
- [203] W. Fischler e R. Flauger. “Neutrino Masses, Leptogenesis, and Unification in the Absence of Low Energy Supersymmetry”. *JHEP* 09 2008, p. 020. DOI: 10.1088/1126-6708/2008/09/020. arXiv: 0805.3000 [hep-ph].

- [204] R. D. Peccei. “The Strong CP problem and axions”. *Lect. Notes Phys.* 741 2008, p. 3–17. DOI: 10.1007/978-3-540-73518-2\_1. arXiv: hep-ph/0607268.
- [205] D. J. E. Marsh. “Axions and ALPs: a very short introduction” 2018, p. 59–74. DOI: 10.3204/DESY-PROC-2017-02/marsh\_david. arXiv: 1712.03018 [hep-ph].
- [206] R. J. Crewther, P. D. Vecchia, G. Veneziano e E. Witten. “Chiral Estimate of the Electric Dipole Moment of the Neutron in Quantum Chromodynamics”. *Physics Letters B* 88 1979, p. 123–127.
- [207] R. D. Peccei e H. R. Quinn. “CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles”. *Physical Review Letters* 38 1977, p. 1440–1443.
- [208] F. Wilczek. “Problem of Strong  $P$  and  $T$  Invariance in the Presence of Instantons”. *Phys. Rev. Lett.* 40 5, 1978, p. 279–282. DOI: 10.1103/PhysRevLett.40.279. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.279>.
- [209] S. Weinberg. “A new light boson”. *Physical Review Letters* 40 1978, p. 223–226.
- [210] M. Srednicki. “Axion Couplings to Matter. 1. CP Conserving Parts”. *Nucl. Phys. B* 260 1985, p. 689–700. DOI: 10.1016/0550-3213(85)90054-9.
- [211] J. Preskill, M. B. Wise e F. Wilczek. “Cosmology of the invisible axion”. *Physics Letters B* 120 1983, p. 127–132.
- [212] L. F. Abbott e P. Sikivie. “A cosmological bound on the invisible axion”. *Physics Letters B* 120 1983, p. 133–136.
- [213] P. A. M. Dirac. “Forms of Relativistic Dynamics”. *Rev. Mod. Phys.* 21 3, 1949, p. 392–399. DOI: 10.1103/RevModPhys.21.392. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.21.392>.

# Apêndices



## APÊNDICE A – APÊNDICE

### A.1 COORDENADAS DO CONE DE LUZ

Em relatividade especial, as coordenadas do cone de luz, introduzidas por Paul Dirac [213], são um sistema de coordenadas especial onde dois eixos coordenados combinam espaço e tempo, enquanto todos os outros são espaciais. Dado um quadrivetor  $u = (u^0, u^1, u^2, u^3)^T \in (\mathbb{R}^4, \eta)$  (espaço-tempo de Minkowski,  $\eta = \text{diag}(+ - - -)$ ), fazemos a mudança de coordenadas (uma isometria para conservar as distâncias) para as coordenadas do cone de luz

$$u^+ := u^0 + u^3, \quad (567)$$

$$u^- := u^0 - u^3, \quad (568)$$

$$\vec{u}_\perp := \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \end{pmatrix}. \quad (569)$$

É possível fazer outras escolhas, e.g,  $u^\pm = \frac{u^0 \pm u^3}{\sqrt{2}}$ , chamadas de convenções, cada qual útil para um determinado problema. Escolhi uma convenção, chamada de convenção de Lepage-Brodsky, apenas para ilustrar. Nela, a métrica fica

$$g = \begin{pmatrix} g_{++} & g_{+-} & g_{+1} & g_{+2} \\ g_{-+} & g_{--} & g_{-1} & g_{-2} \\ g_{1+} & g_{1-} & g_{11} & g_{12} \\ g_{2+} & g_{2-} & g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Id_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad (570)$$

uma vez que o produto interno entre dois quadrivetores é

$$u \cdot v = \frac{u^+ v^-}{2} + \frac{u^- v^+}{2} - \vec{u}_\perp \cdot \vec{v}_\perp. \quad (571)$$

Para  $\alpha, \beta = +, -, 1, 2$ ,  $u_\alpha = g_{\alpha\beta} u^\beta$ , logo

$$u_+ = g_{+\beta} u^\beta = \frac{u^-}{2}, \quad (572)$$

$$u_- = g_{-\beta} u^\beta = \frac{u^+}{2}. \quad (573)$$

Para um *boost* na direção  $x^3$ , nestas coordenadas as transformações de Lorentz ficam:

$$x'^+ = \gamma(1 - \beta)x^+, \quad \mathbf{x}'_\perp = \mathbf{x}_\perp, \quad x'^- = \gamma(1 + \beta)x^+. \quad (574)$$

Se o *boost* for na direção  $x^1$ , a expressão fica um pouco mais complicada

$$2\text{Im} \left( \text{Diagram} \right) = \sum_f \int d\Pi_f \left( \text{Diagram}_1 \right) \left( \text{Diagram}_2 \right)$$

Figura 53 – O teorema óptico: A parte imaginária da amplitude de espalhamento surge de uma soma das contribuições de todos os possíveis estados intermediários de partículas. Fonte: [36].

$$x'^+ = \frac{\gamma + 1}{2}x^+ + \frac{\gamma - 1}{2}x^- - \gamma\beta x^1, \quad (575)$$

$$x'^- = \frac{\gamma - 1}{2}x^+ + \frac{\gamma + 1}{2}x^- - \gamma\beta x^1, \quad (576)$$

$$x'^1 = -\frac{\beta\gamma(x^+ + x^-)}{2} + \gamma x^1, \quad x'^2 = x^2. \quad (577)$$

Há várias vantagens em se usar as coordenadas no cone de luz, umas gerais, outras específicas. As vantagens gerais estão no fato de que, nestas coordenadas, os vácuos da teoria interagente e da teoria livre são os mesmos, é possível obter uma equação de onda relativística envolvendo um operador simples e seus autovalores (diferente da equação de Dirac, que possui uma raiz, e muito análoga à equação de Schrodinger) e, por conta disto, este formalismo permite o cálculo de funções de onda hadrônica como uma expansão de estados de Fock. As vantagens específicas dependem do processo, por exemplo, no espalhamento profundamente inelástico, quando se usa tais coordenadas, a fração de momento  $x$  de subpartículas de uma partícula composta do processo, possui uma definição natural, correspondente à razão dos momentos longitudinais,  $x = \frac{k^+}{P^+}$ , em que  $P$  é o momento da partícula composta e  $k^+$  de uma subpartícula sua. Se não for usado este sistema de coordenadas, tal definição só é possível se o processo é analisado no referencial de repouso da partícula composta.

## A.2 RELAÇÕES DE DISPERSÃO E O TEOREMA ÓPTICO

Uma das mais importantes implicações da unitariedade é a relação entre as amplitudes de espalhamento e as seções de choque, tal relação é chamada, por razões históricas, de *teorema óptico*. Para derivá-lo, primeiro farei algumas observações. É conveniente parametrizar a matriz de espalhamento  $S$  como uma parte trivial e uma não trivial:

$$S = \text{Id} + iT, \quad (578)$$

em que  $T$  é a parte não trivial e não é hermitiana. Uma vez que  $S$  é unitária, tem-se que

$$\text{Id} = SS^\dagger = \text{Id} + i(T - T^\dagger) + |T|^2, \quad (579)$$

logo

$$i(T^\dagger - T) = 2 \text{Im}[T] = |T|^2. \quad (580)$$

O correlator desta parte não trivial fornece a matriz de espalhamento pela relação:

$$\langle f|T|i\rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_f) \mathcal{M}(i \rightarrow f), \quad (581)$$

para  $|f\rangle$  e  $|i\rangle$  sendo um estado final e inicial respectivamente qualquer. Se forem usadas as relações que a matriz  $T$  respeita, chega-se a

$$\begin{aligned} \langle f|i(T^\dagger - T)|i\rangle &= i(\langle i|T|f\rangle)^* - i\langle f|T|i\rangle \\ &= i(2\pi)^4 [\mathcal{M}^*(f \rightarrow i) - \mathcal{M}(i \rightarrow f)]. \end{aligned} \quad (582)$$

Usando a relação de completeza para estados  $|X\rangle$ ,

$$\begin{aligned} \langle f|T^\dagger T|i\rangle &= \sum_X \int d\Pi_X \langle f|T^\dagger|X\rangle \langle X|T|i\rangle \\ &= \sum_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_X) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_X) \int d\Pi_X \mathcal{M}(i \rightarrow X) \mathcal{M}^*(f \rightarrow X). \end{aligned} \quad (583)$$

Em particular, se  $|i\rangle = |f\rangle = |A\rangle$  para algum estado  $|A\rangle$ , a relação fornece:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^*(A \rightarrow A) - \mathcal{M}(A \rightarrow A) &= 2i \text{Im} \mathcal{M}(A \rightarrow A) \\ &= i \sum_X \int d\Pi_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A - p_X) |\mathcal{M}(A \rightarrow X)|^2. \end{aligned} \quad (584)$$

Esse resultado deve ser assegurado ordem por ordem em teoria de perturbação. Em particular, quando  $|A\rangle$  é o estado de uma partícula, a taxa de decaimento é:

$$\Gamma(A \rightarrow X) = \frac{1}{2m_A} \int d\Pi_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A - p_X) |\mathcal{M}(A \rightarrow X)|^2. \quad (585)$$

Portanto,

$$\text{Im} \mathcal{M}(A \rightarrow A) = m_A \sum_X \Gamma(A \rightarrow X) = m_A \Gamma_{\text{tot}}, \quad (586)$$

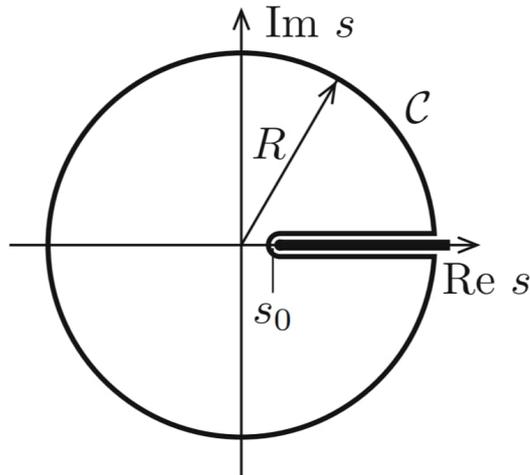


Figura 54 – Domínio analítico e contorno de Cauchy  $\mathcal{C}$  para a função  $f$ .  $\mathcal{C}$  é um círculo de raio  $R$  com um corte ao longo do eixo real positivo para  $s > s_0 = 4m^2$ , em que  $m$  é a massa da partícula mais leve que pode ser produzida por pares. Fonte: [83].

em que  $\Gamma_{\text{tot}}$  é a taxa de decaimento total da partícula, igual o inverso de seu tempo de vida. Uma outra observação importante é que, se  $|A\rangle$  é um estado de duas partículas, então a seção transversal no referencial do centro de massa

$$\sigma(A \rightarrow X) = \frac{1}{4E_{CM}|\vec{p}_i|} \int d\Pi_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A - p_X) |\mathcal{M}(A \rightarrow X)|^2. \quad (587)$$

Consequentemente,

$$\text{Im } \mathcal{M}(A \rightarrow A) = 2E_{CM}|\vec{p}_i| \sum_X \sigma(A \rightarrow X) = 2E_{CM}|\vec{p}_i| \sigma_{\text{tot}}. \quad (588)$$

Esse resultado é conhecido como **teorema óptico**, e afirma que a parte imaginária da amplitude de espalhamento é proporcional à seção de choque total, conforme mostrado na Fig. 53. Desde que a parte imaginária da amplitude de espalhamento dá a atenuação a onda progressiva que passa pelo alvo, é natural que essa quantidade deva ser proporcional à probabilidade do espalhamento, e é precisamente isso que afirma o teorema óptico.

Para obter-se as relações de dispersão, é preciso usar o teorema de Cauchy para uma função analítica  $f$ :

$$f(p^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{ds f(s)}{s - p^2}, \quad (589)$$

desde que  $p^2$  esteja estritamente dentro do contorno  $\mathcal{C}$  e tal contorno não cruze nenhuma singularidade da função  $f$ . Tomando o contorno da Fig. 54 e fazendo  $R \rightarrow \infty$ ,

$$f(p^2) = \frac{1}{\pi i} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{f(s)}{s - p^2} ds. \quad (590)$$

Portanto,

$$f(p^2) = \operatorname{Re}[f(p^2)] + i \operatorname{Im}[f(p^2)] \quad (591)$$

$$= \frac{1}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}[f(s)]}{s - p^2} ds - \frac{i}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}[f(s)]}{s - p^2} ds. \quad (592)$$

Assim, parte real da função  $f$  é dada por

$$\operatorname{Re}[f(p^2)] = \frac{1}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}[f(s)]}{s - p^2} ds. \quad (593)$$

Usando a relação

$$\frac{1}{s - s_0 - i\epsilon} = P \frac{1}{s - s_0} + i\pi\delta(s - s_0), \quad (594)$$

em que o limite  $\epsilon \mapsto 0$  está subentendido, consegue-se uma expressão para a função  $f$ :

$$f(p^2) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{ds \operatorname{Im}[f(s)]}{s - p^2 - i\epsilon}. \quad (595)$$

Esta fórmula é chamada de **relação de dispersão** e unicamente determina a função por sua parte imaginária. Ela é muito usada em cálculos envolvendo fatores de forma de processos de espalhamento. Nesta dissertação, ela foi usada no cálculo das contribuições hadrônicas ao momento magnético anômalo do múon.

### A.3 SIMETRIA CP

A **conjugação de carga**, ou operação  $C$ , consiste alterar a partícula por sua antipartícula. Em outras palavras, para férmions por exemplo, quando se têm uma partícula com função de onda  $\psi_+$ , de carga  $q$  e massa  $m$ ,

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - qA_\mu) - m] \psi_+ = 0, \quad (596)$$

trocá-la por sua antipartícula consiste em considerar a partícula com função de onda  $\psi_-$  solução de:

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu + qA_\mu) - m] \psi_- = 0. \quad (597)$$

Então, o que o operador faz é  $C : \psi_+ \longrightarrow \psi_-$ . Para uma função que envolva campos quaisquer,  $F(\phi_1, \dots, \phi_n)$ , ter a simetria  $C$  significa que:

$$C(F(\phi_1, \dots, \phi_n)) = F(\phi_1, \dots, \phi_n). \quad (598)$$

Nos espinores, age como:

$$C : \psi \longrightarrow -i\gamma_2\psi^*. \quad (599)$$

Na base de Weyl,

$$C \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\sigma_2\psi_R \\ i\sigma_2\psi_L \end{pmatrix}. \quad (600)$$

Este operador age como um homomorfismo pelo produto de campos:

$$C(\phi_1 \dots \phi_n) = C(\phi_1) \dots C(\phi_n). \quad (601)$$

Em particular, se  $\psi$  for um espinor,

$$C(\bar{\psi}\psi) = C(\bar{\psi})C(\psi) = -\psi^T\gamma_0\psi^*. \quad (602)$$

Em termos de índices,

$$C(\bar{\psi}\psi) = -(\gamma_0)_{\alpha\beta}\psi_\alpha\psi_\beta^* = (\gamma_0)_{\beta\alpha}\psi_\alpha^*\psi_\beta = \bar{\psi}\psi. \quad (603)$$

Similarmente,

$$C(\bar{\psi}\not{\partial}\psi) = \bar{\psi}\not{\partial}\psi, \quad (604)$$

$$C(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) = -\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (605)$$

Para campos bosônicos (vetoriais),  $A_\mu = (A_0, -\vec{A}_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,

$$C : A_\mu \longrightarrow -A_\mu. \quad (606)$$

Em verdade, os lagrangianos de Klein-Gordon, de Higgs, de Dirac e de Yang-Mills são invariantes sob a conjugação de carga.

A **inversão de paridade** é uma rotação do espaço-tempo:

$$P : (t, \vec{r})^T \longrightarrow (t, -\vec{r})^T. \quad (607)$$

Diz-se que uma função que envolva campos quaisquer,  $F(\phi_1, \dots, \phi_n)$ , tem simetria  $P$  se:

$$P(F(\phi_1, \dots, \phi_n)) = F(\phi_1, \dots, \phi_n). \quad (608)$$

Em espinores, ela age como:

$$P : \psi(t, \vec{r}) \longrightarrow \gamma_0 \psi(t, -\vec{r}). \quad (609)$$

Na base de Weyl,

$$P \begin{pmatrix} \psi_L(t, \vec{r}) \\ \psi_R(t, \vec{r}) \end{pmatrix} = \gamma_0 \begin{pmatrix} \psi_L(t, -\vec{r}) \\ \psi_R(t, -\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_R(t, -\vec{r}) \\ \psi_L(t, -\vec{r}) \end{pmatrix}, \quad (610)$$

e portanto teorias quirais (em que não exista uma simetria sobre  $L \iff R$ ), tais como a teoria fraca, não podem ser invariantes sobre a paridade. Para campos bosônicos,  $A_\mu = (A_0, -\vec{A}_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,

$$P(A_0(t, \vec{r})) = A_0(t, -\vec{r}), \quad (611)$$

$$P(A_j(t, \vec{r})) = -A_j(t, -\vec{r}). \quad (612)$$

Assim como o operador de conjugação de carga, este operador age como um homomorfismo pelo produto de campos:

$$P(\phi_1 \dots \phi_n) = P(\phi_1) \dots P(\phi_n). \quad (613)$$

Portanto, tem-se:

$$P [(\bar{\psi} \mathcal{A} \psi)(t, \vec{r})] = (\bar{\psi} \mathcal{A} \psi)(t, -\vec{r}), \quad (614)$$

$$P [(\bar{\psi} \mathcal{A} \gamma^5 \psi)(t, \vec{r})] = -(\bar{\psi} \mathcal{A} \gamma^5 \psi)(t, -\vec{r}). \quad (615)$$

Os lagrangianos de Klein-Gordon, de Higgs, de Dirac e de Yang-Mills são invariantes sob a conjugação de carga.

Uma vez que os lagrangianos de Klein-Gordon, de Higgs, de Dirac e de Yang-Mills são invariantes por ambas as simetrias, eles são também invariantes pela aplicação sucessiva do operador  $C$  e do operador  $P$  e, conseqüentemente, têm a chamada **simetria CP**. Porém, não é preciso que um lagrangiano tenha as simetrias  $C$  e  $P$  para terem a simetria  $CP$ , em verdade é possível um lagrangiano não ter nenhuma das simetrias porém ter a simetria combinada. Este não é o caso do lagrangiano das interações fracas, cuja condição para respeitar a simetria  $CP$  (pois não respeita individualmente nenhuma das simetrias) é que os parâmetros  $V_{CKM}$  fossem reais [34].