



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E
SISTEMAS

Gabriel Wendel Santos da Silva

**Coordenação Ótima de Veículos Conectados sob Condução Automatizada em
Interseções Urbanas com Caminhos Livres e sem Sinalização Semafórica**

Florianópolis
2022

Gabriel Wendel Santos da Silva

**Coordenação Ótima de Veículos Conectados sob Condução Automatizada em
Interseções Urbanas com Caminhos Livres e sem Sinalização Semafórica**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Rodrigo Castelan Carlson, Dr.

Coorientador: Eduardo Rauh Muller, Dr.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silva, Gabriel Wendel Santos da
Coordenação ótima de veículos conectados sob condução
automatizada em interseções urbanas com caminhos livres e
sem sinalização semafórica / Gabriel Wendel Santos da Silva
; orientador, Rodrigo Castelan Carlson, coorientador,
Eduardo Rauh Müller, 2023.
64 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Condução
automatizada. 3. Controlador preditivo. 4. Estradas sem
faixas. I. Carlson, Rodrigo Castelan. II. Müller, Eduardo
Rauh. III. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e
Sistemas. IV. Título.

Gabriel Wendel Santos da Silva

Coordenação Ótima de Veículos Conectados sob Condução Automatizada em Interseções Urbanas com Caminhos Livres e sem Sinalização Semafórica

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Rodrigo Castelan Carlson, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Felipe Augusto de Souza, Dr.
Argonne National Laboratory

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Rodrigo Castelan Carlson, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2022.

Dedico este trabalho a minha avó, que sempre lutou
para que eu chegasse até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente ao meu orientador, Dr. Rodrigo Castelan Carlson, que mesmo diante das dificuldades que tive perseverou comigo durante a execução deste trabalho. Agradeço por todo ensinamento passado, até mesmo os mais simples, que certamente me tornaram um profissional melhor. Foram vários momentos em que pensei que os experimentos não iriam funcionar, foram várias e várias horas de simulações, reuniões, enfim, não há palavras que possam descrever todo o apoio que recebi.

Agradeço ao Dr. Eduardo Rauh Müller por todo tempo dispensado para nos ajudar no decorrer deste trabalho.

Agradeço também a minha avó, dona Raimunda, que durante o mestrado foi meu suporte financeiro e por vezes emocional também.

Agradeço aos meus pais, que sempre estavam dispostos a me ajudar, mesmo que às vezes a distância impedisse.

Agradeço a todos os amigos que me deram suporte emocional enquanto estive hospitalizado em 2020 e 2021. Jamais esquecerei o apoio incondicional que recebi.

Aos amigos do mestrado, que me fizeram aprender a tomar café e sair de casa para descansar.

Agradeço ao CNPq pela bolsa de pesquisa recebida durante parte do mestrado.

*"Essa é a verdadeira alegria
na vida, ser útil a um objetivo que
você reconhece como grande."
(George Bernard Shaw)*

RESUMO

Propõe-se um método para a coordenação de veículos conectados sob condução automatizada em interseções com caminhos livres e sem sinalização semafórica. O método é uma extensão de um controlador preditivo baseado em modelo projetado para o planejamento de caminhos e trajetórias em estradas sem faixas. Comparado com trabalhos anteriores, o método proposto elimina as restrições sobre os caminhos permitidos na interseção. Portanto, os veículos são livres para dirigir em trajetórias e caminhos ótimos para máxima eficiência. O método proposto é comparado em simulação com uma estratégia de escalonamento ótimo de tempos de chegada que limita o número de caminhos permitidos na interseção. Esta é a primeira vez que uma comparação desse tipo é realizada. Os resultados mostram que o método proposto faz um melhor uso do espaço da interseção e com menos variações nas velocidades dos veículos.

Palavras-chave: Condução automatizada. Controlador preditivo. Estradas sem faixas.

ABSTRACT

A method for the coordination of connected vehicles under automated driving in path-free signal-free intersections is proposed. The method is an extension of a model predictive controller for path and trajectory planning on roads without lanes. Compared to previous works, the proposed method drops the constraints on the allowed paths within the intersection. Therefore, vehicles are free to drive on optimal trajectories and paths for maximal efficiency. The proposed method is compared in simulation to the optimal arrival time scheduling strategy that limits the number of allowed paths in the intersection. This is the first time a comparison of this kind is performed. The results show that the proposed method does a better use of the intersection space reflected in less variation of vehicle speeds.

Keywords: Automated driving. Predictive controller. Roads without lanes

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do conceito de Comportamentos Emergentes Hierárquicos	21
Figura 2 – Representação do conceito de Comportamentos Emergentes Hierárquicos	23
Figura 3 – Dois pelotões aproximando-se do cruzamento sem semaforização . .	23
Figura 4 – Interseção discretizada e opções de passos dos Veículos Autônomos. a) Setas em vermelho indicam alocação proibida. b) Exemplo de trajetórias seguidas pelos veículos de acordo com as reservas de tempo discreto $(t_1, t_2 \dots t_n)$	24
Figura 5 – (a) Trajetórias de três CVAD com o uso de séries finitas de Fourier (TF) e com o uso de curvas Bézier (TB) e (b) Distância entre os CVAD para o caso com séries finitas de Fourier.	26
Figura 6 – Resultado obtido por Bai Li <i>et al.</i> (2018) no caso <i>offline</i>	27
Figura 7 – Resultado obtido por Bai Li <i>et al.</i> (2020) no caso <i>offline</i>	27
Figura 8 – <i>Buffers</i> nas aproximações da abordagem com processamento por bateladas.	28
Figura 9 – Modelo cinemático de bicicleta	30
Figura 10 – (a) Modelo de caminho; e (b) restrições de colisões	31
Figura 11 – Interseção simulada: (a) OATS; e (b) Método proposto	42
Figura 12 – Média do tempo total despendido (TTS) do método proposto e do OATS de dezessete replicações com sementes diferentes para demandas de 400 veículos/h a 5200 veículos/h em passos de 800 veículos/h	45
Figura 13 – Média das filas médias do método proposto e do OATS de dezessete replicações com sementes diferentes para demandas de 400 veículos/h a 5200 veículos/h em passos de 800 veículos/h	46
Figura 14 – <i>Snapshots</i> da interseção nos passos de tempo 100, 120, 140 e 160 com um fluxo de 5200 veículos/h por aproximação: OATS na linha superior e o método proposto na linha inferior	46
Figura 15 – Perfis de velocidade para seis veículos no caso de um fluxo de 5200 veículos/h por aproximação: (a) OATS; e (b) método proposto	47

Figura 16 – Distâncias entre veículos selecionados no caso de um fluxo de 5200
veículos/h por aproximação: (a) OATS; e (b) método proposto 47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros usados para o método proposto	43
Tabela 2 – Parâmetros usados para o OATS	44
Tabela 3 – Tempo total de viagem (s) das simulações com o método OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h em intervalos de 400 veículos/h.	58
Tabela 4 – Tempo total de viagem (s) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h em intervalos de 400 veículos/h.	59
Tabela 5 – Tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	60
Tabela 6 – Tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	61
Tabela 7 – Dados estatísticos do tempo total de viagem (s) das simulações com o OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	62
Tabela 8 – Dados estatísticos do tempo total de viagem (s) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	62
Tabela 9 – Dados estatísticos do tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	62
Tabela 10 – Dados estatísticos do tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.	63
Tabela 11 – Dados obtidos no teste- <i>t</i> pareado considerando as amostras obtidas nas replicações do OATS e do método proposto com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h	64

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAV	Veículos Conectados e Automatizados (<i>Connected and Automated Vehicles</i>)
CVAD	Veículos Conectados sob Condução Automatizada (<i>Connected Vehicle under Automated Driving</i>)
HEB	Comportamento Hierárquico Emergente (<i>Hierarchical Emergent Behaviors</i>)
MPC	Controle Preditivo Baseado em Modelo (<i>Model-based Predictive Control</i>)
OATS	Escalonamento Ótimo de Instantes de Chegada (<i>Optimal Arrival Time Scheduling</i>)
TTS	Tempo Total Despendido

LISTA DE SÍMBOLOS

μ	Coeficiente de atrito
g	Aceleração da gravidade
x	Coordenada de posição
y	Coordenada de posição
θ	Ângulo de direção do veículo
v	Velocidade do veículo
$u_{1,i}$	Aceleração do veículo i
$u_{2,i}$	Taxa de variação do ângulo de direção do veículo i
L_i	Distância entre as rodas traseira e dianteira do veículo i
k	Índice de tempo discreto
ΔT	Passo de tempo
$E_{c,i}$	Distância entre a coordenada do veículo e o caminho de referência do veículo i
P_i	Progresso do veículo i
ϕ	Ângulo da trajetória de referência
$\tilde{E}_{1,i}$	Progresso do veículo i entre k e $k + 1$
$E_{1,i}$	Progresso incremental do veículo i
i	Índice do veículo
I	Número de veículos na via
S_i	Peso relativo ao progresso do veículo i
L_T	Comprimento da via
K	Número de passos do horizonte de previsão/controlado
Q_i	Matriz de pesos nos estados
R_i	Matriz de pesos nos controles
R_w	Largura da via
C_w	Largura do veículo
$x_{\text{ref},i}$	Coordenada horizontal de posição do veículo i no caminho de referência
$y_{\text{ref},i}$	Coordenada vertical de posição do veículo i no caminho de referência
j	Índice do veículo
C_L	Comprimento do veículo
S_D	Distância de Segurança

N	Número de caminhos de referência
n	Índice dos caminhos de referência
A	Conjunto de fluxos de tráfego
M	Conjunto de movimentos permitidos em uma interseção
C	Conjunto de regiões de conflito
$t_{a,i}$	Instante de tempo em que o veículo i na aproximação a chega a interseção
h_L	Espaçamento longitudinal mínimo padrão
h_T	Espaçamento transversal padrão
a	Aproximação
τ	Tempo para o veículo atingir a interseção
m_i	Movimento do veículo i
m_j	Movimento do veículo j
β	Indicação da ordem da chegada de veículos
h	<i>Headway</i>
h_{\min}	Intervalo mínimo especificado
\bar{X}	Estimativa da média real
μ_r	Média real
n_s	Número de replicações
t	Coefficiente t de <i>Student</i>
γ	Erro relativo
γ'	Erro relativo ajustado
n_0	Número de replicações inicial

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	18
1.1.1	Objetivo Geral	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
1.2	TERMINOLOGIA E DELIMITAÇÃO	18
1.3	PUBLICAÇÕES	20
1.4	ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO	20
2	REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1	COMPORTAMENTO HIERÁRQUICO EMERGENTE	21
2.2	MÉTODO FORMAL	24
2.3	CONTROLE ÓTIMO NÃO-LINEAR	25
2.3.1	Funções parametrizáveis	25
2.3.2	Processamento em bateladas	25
3	MÉTODOS	29
3.1	PLANEJAMENTO DE CAMINHOS E TRAJETÓRIAS EM ESTRADAS SEM FAIXAS	29
3.1.1	Controle preditivo baseado em modelo não linear	29
3.1.2	Modelo do veículo	29
3.1.3	Modelo de caminho	31
3.1.4	Função objetivo	32
3.1.5	Restrições	33
3.1.6	Problema de controle	34
3.2	EXTENSÃO PARA A COORDENAÇÃO DE CVAD EM INTERSEÇÕES	36
3.3	ESCALONAMENTO ÓTIMO DE INSTANTES DE CHEGADA	38
4	RESULTADOS	42
4.1	CONFIGURAÇÃO	42
4.2	SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO	44
4.2.1	Conforto do Usuário	48
5	CONCLUSÃO	49
5.1	CONTRIBUIÇÕES	49

5.2	TRABALHOS FUTUROS	50
	Referências	51
	APÊNDICE A – SIMULAÇÃO DE CHEGADAS	55
	APÊNDICE B – RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E NÚMERO DE REPLICAÇÕES	56
B.1	DESCRIÇÃO DO MÉTODO PARA DETERMINAR O NÚMERO DE REPLICAÇÕES	56
B.2	RESULTADOS	57
	APÊNDICE C – TESTE-T PAREADO	64

1 INTRODUÇÃO

O espaço viário nas interseções urbanas é um recurso escasso compartilhado entre veículos com diferentes origens e destinos, e caminhos conflitantes. A maneira convencional de gerenciar esses conflitos é definindo um conjunto de caminhos permitidos dentro da interseção. Caminhos que compartilham a mesma origem e destino são combinados em movimentos de tráfego. O direito de passagem para cada movimento ou conjunto de movimentos não conflitantes é dado sequencialmente por semáforos. A pesquisa sobre controle de tráfego em interseções obteve melhorias expressivas na eficiência do tráfego (PAPAGEORGIOU *et al.*, 2003; GE, 2020). No entanto, a organização do tráfego dentro das interseções em caminhos/movimentos permitidos, os tempos perdidos devido aos ciclos de tráfego e os grandes espaçamentos (*headways*) mantidos por motoristas humanos são fatores que, na condução convencional, limitam o aumento da eficiência do tráfego.

A perspectiva da implantação dos chamados veículos automatizados ou Veículos Conectados e Automatizados (CAV, *Connected and Automated Vehicles*) abriu caminho para melhorias adicionais na eficiência do tráfego. Diversos métodos para coordenar esses veículos em cruzamentos “sem semáforos” foram desenvolvidos (CHEN; ENGLUND, 2016; RIOS-TORRES; MALIKOPOULOS, 2017; GUO; LI, L.; (JEFF) BAN, 2019). O aumento da eficiência do tráfego foi possível pela redução do espaçamento entre veículos e pela eliminação do tempo perdido. A maioria desses métodos baseia-se no conceito de movimentos de tráfego e um número associado de caminhos permitidos, limitando o uso do espaço de interseção (AHMADI *et al.*, 2021). Alguns trabalhos buscaram um melhor aproveitamento do espaço da interseção, permitindo a inversão em tempo real da direção de faixas e caminhos correspondentes (STEVANOVIC; MITROVIC, 2020) ou aumentando o número de caminhos permitidos para alguns movimentos de tráfego (HE *et al.*, 2018). Mesmo nessas duas últimas abordagens, o número de caminhos permitidos e o espaço usado da interseção são limitados. Restringir os veículos a um conjunto de caminhos permitidos pode limitar a capacidade atingida na interseção.

Uma melhor utilização do espaço da interseção visando aumentar a eficiência do tráfego pode ser obtida eliminando-se as restrições quanto aos caminhos permitidos (AHMADI *et al.*, 2021). Alguns trabalhos referem-se a esta abordagem como uma interseção sem faixas (LI, B. *et al.*, 2018, 2021). Independente da nomenclatura adotada,

nesses casos a interseção se torna um espaço livre limitado apenas por suas bordas, enquanto caminhos livres são permitidos desde que as trajetórias resultantes não estejam em conflito umas com as outras.

O número de trabalhos que trataram de interseções sem semáforos e com caminhos livres é baixo. Mais detalhes sobre esses trabalhos são fornecidos no Capítulo 2. Por ora, cabe destacar que, à exceção do trabalho de Bai Li *et al.* (2021), esses trabalhos resolveram o problema apenas para uma instância por vez ao invés de considerar a chegada ininterrupta de veículos como acontece na realidade.

1.1 OBJETIVOS

A seguir são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é propor um controlador preditivo não linear baseado em modelo que coordena de maneira ótima Veículos Conectados sob Condução Automatizada (CVAD, *Connected Vehicle under Automated Driving*) em interseções com caminhos livres e sem sinalização semafórica.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Propor um método que considera a chegada contínua dos veículos, como acontece na realidade.
- Implementar o controlador proposto para realização de simulações.
- Comparar o controlador proposto com uma técnica de controle em que os caminhos são fixos.

1.2 TERMINOLOGIA E DELIMITAÇÃO

Há uma variedade de nomes empregados na literatura para o tipo de veículo considerado nesse trabalho: veículos autônomos, veículos sem condutor (*driverless*), veículos conectados, veículos cooperativos, veículos não tripulados (*unmanned*), veículos

automatizados, veículos conectados e automatizados (CAV), veículos robóticos, entre outros. Sugere-se a leitura do trabalho de Shladover (2018) para uma discussão sobre o assunto.

Em um esforço de tentar uniformizar a nomenclatura e o entendimento sobre os sistemas de automação da condução de veículos automotores em estradas (*on-road*), a SAE International, mais recentemente com participação da ISO, mantém desde 2014 um documento que estabelece uma taxonomia e definições de termos nessa área (SAE/ISO, 2021). Todos os termos listados no parágrafo anterior não atendem a taxonomia e definições da SAE International. O entendimento dessa instituição é que qualquer referência à automação deve ser feita à condução e não ao veículo. Sugere-se a leitura Seção 7.1 do documento elaborado por SAE/ISO (2021) para mais detalhes .

Porém, mesmo a publicação da SAE International deixa pelo menos uma brecha que não atende o tipo de veículo deste trabalho. A comunicação e cooperação entre veículos ou com a infraestrutura não é tratada, embora o tema seja discutido brevemente quando se trata do uso dos termos autônomos e cooperativo, ou quando se fala de condução remota.

Neste trabalho os veículos são chamados de “conectados sob condução automatizada” (CVAD). O termo “conectado” deixa explícita a possibilidade/necessidade de comunicação. O termo “condução automatizada” atende a SAE International ao vincular a automação à condução e não ao veículo. Nesse sentido, para este trabalho, segundo a classificação da SAE International de seis níveis (0 a 5) de automação da condução, é necessário um sistema de automação da condução (*Automation Driving System*) de nível 4 ou superior e adequado para interseções. Ou seja, o sistema de automação deve ser capaz de realizar todas as atividades de condução em uma interseção sem a necessidade de intervenção de um condutor, exceto o *fallback* em caso de falhas no nível 4. Para mais detalhes sobre os níveis de automação, consultar SAE/ISO (2021).

Considera-se que os veículos conectados possuem capacidade de comunicação com a infraestrutura. A comunicação é considerada ideal. O tempo de coleta dos dados de todos os veículos, processamento e cálculo do controle é considerado instantâneo.

1.3 PUBLICAÇÕES

Este trabalho gerou a seguinte publicação:

- CARLSON, R. C.; AHMADI, E.; MÜLLER, E. R.; SILVA, G. W. S. da. Optimal coordination of connected vehicles under automated driving at path-free signal-free urban intersections. 36º ANPET - Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, Fortaleza, Ceará, 2022.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

Para alcançar os objetivos descritos, este trabalho está dividido em quatro capítulos.

No primeiro capítulo é desenvolvida a contextualização do problema desta dissertação, juntamente com os objetivos deste trabalho e também a delimitação do tema.

O capítulo 2 apresenta a revisão da literatura, mostrando os diversos métodos desenvolvidos, como o método formal, controle ótimo não-linear e comportamento hierárquico emergente.

O capítulo 3 descreve o método de planejamento de caminhos e trajetórias, além de uma extensão desenvolvida para um tipo específico de veículos e também um resumo da estratégia OATS.

No capítulo 4 são apresentados os resultados deste trabalho, incluindo as comparações dos resultados obtidos entre o método proposto e o OATS.

2 REVISÃO DA LITERATURA

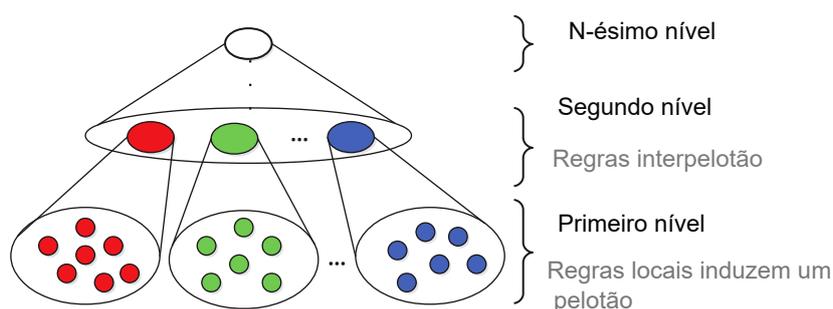
Neste capítulo é feita uma revisão da literatura de trabalhos que trataram de coordenação de veículos em interseções com caminhos livres e sem sinalização semafórica. O capítulo foi dividido conforme a abordagem seguida por cada um dos trabalhos.

2.1 COMPORTAMENTO HIERÁRQUICO EMERGENTE

Roca *et al.* (2016, 2018, 2020) propuseram um método baseado em comportamento emergente, inspirado na modelagem de bandos como observados na natureza. Os objetivos da natureza são dois: sobrevivência e reprodução. Ambos orientam o comportamento animal. Uma vez que os objetivos são determinados, a tarefa é encontrar regras que induzam comportamentos para alcançá-los (ROCA *et al.*, 2020). Inclusive, no caso envolvendo veículos, as regras baseadas nos objetivos estipulados podem ser combinadas com regras que garantem que os veículos circulem de acordo com as regras de trânsito, por exemplo, impondo limites de velocidade.

Roca *et al.* (2016) descrevem uma abordagem baseada em Comportamento Hierárquico Emergente (HEB, *Hierarchical Emergent Behaviors*) ilustrada na Figura 1. Os elementos físicos individuais ficam dispostos na base da hierarquia, cujas regras aplicadas aos elementos (veículos) induzem um comportamento de pelotão. Já o segundo nível, aplica regras entre níveis sobre os comportamentos dos níveis anteriores (pelotões que foram formados) para habilitar funcionalidades mais complexas.

Figura 1 – Representação do conceito de Comportamentos Emergentes Hierárquicos



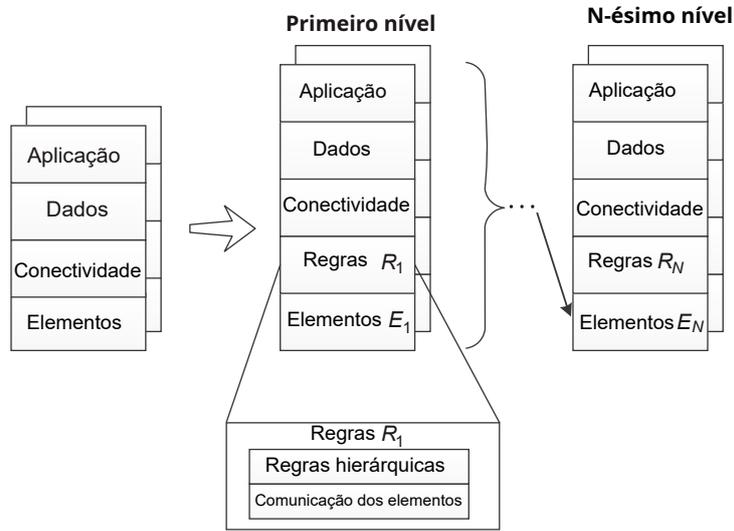
Fonte: Roca *et al.* (2016)

O desenvolvimento das regras que modelam o comportamento é considerado um processo orgânico. Começa-se com as regras elementares para posteriormente compô-las em cadeias complexas que atingem os objetivos desejados como, por exemplo, aumentar a velocidade até que um determinado obstáculo em movimento fique para trás (ROCA *et al.*, 2020). Para a modelagem do comportamento, uma regra pode passar de funcionalmente correta, porém grosseira, a uma regra suave, por exemplo, tornando os movimentos abruptos mais confortáveis para os ocupantes do veículo. Além disso, após a modelagem do comportamento, os objetivos que antes eram considerados mais gerais ou amplos, passam a poder ser definidos com precisão.

Uma característica comum dos comportamentos emergentes é que, geralmente, os desenvolvedores induzem novos comportamentos implementando diferentes conjuntos de regras e variando ambientes complexos (MATARIĆ, 1995). Depois de aplicar o conjunto de regras criado, o projetista pode iniciar o processo de seleção, em que ele irá determinar os comportamentos que são úteis. Já os comportamentos que não correspondem às expectativas são descartados e, assim, as regras são ajustadas de maneira correspondente, pois são elas que determinam a funcionalidade da aplicação (ROCA *et al.*, 2016).

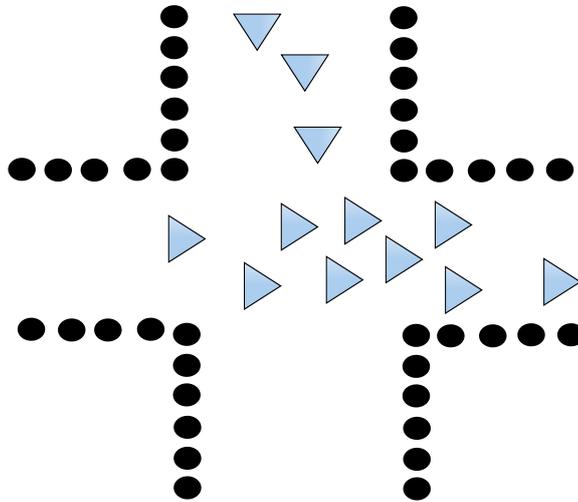
As principais vantagens do comportamento emergente é que eles podem lidar com problemas de complexidade e escalabilidade. Em Roca *et al.* (2016) é apresentada uma abordagem utilizando *Internet of Things* (IoT). Para um conjunto de regras adequadamente definido, os elementos podem se adaptar ao ambiente sem terem sido explicitamente programados. Na Figura 2 é mostrada aplicação do HEB IoT, que permite que cada nível superior da hierarquia abstraia a complexidade dos níveis inferiores. No contexto dos trabalhos de Roca *et al.* (2016, 2018, 2020), HEB IoT foi aplicado a um conjunto de veículos autônomos que constituem os elementos básicos do sistema (Figura 3). Na figura, há dois pelotões de veículos se aproximando de um cruzamento sem semaforização e com caminhos livres que convergem para formar um pelotão ainda maior.

Figura 2 – Representação do conceito de Comportamentos Emergentes Hierárquicos



Fonte: Roca *et al.* (2016)

Figura 3 – Dois pelotões aproximando-se do cruzamento sem semaforização



Fonte: Adaptado de Roca *et al.* (2016)

O método proposto por Roca *et al.* (2016, 2018, 2020) é simples e requer baixo esforço computacional. No entanto, resultaram movimentos erráticos ao longo das

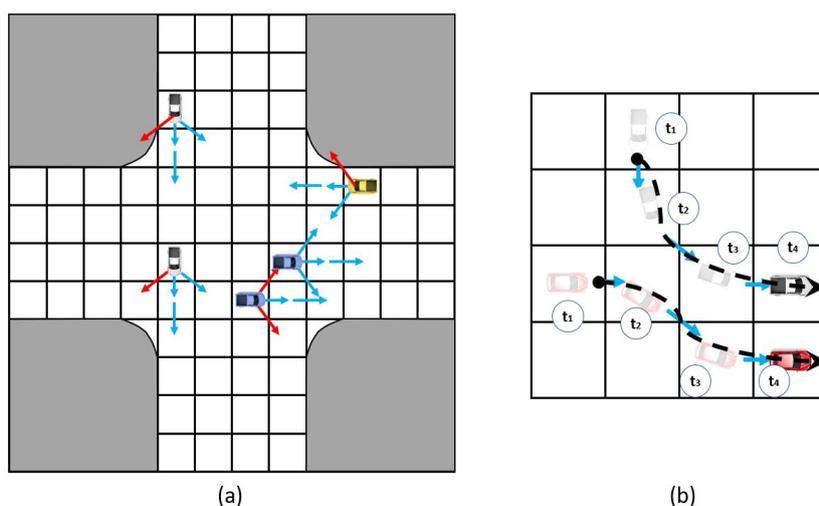
trajetórias dos veículos e alta sensibilidade a pequenas alterações nas regras.

2.2 MÉTODO FORMAL

O uso de regras também foi investigado por Ninos Neto (2021) com uma abordagem diferente. Métodos formais foram aplicados para modelar o comportamento dos veículos na interseção. Foi usada a linguagem formal Fiacre que permite modelar aspectos comportamentais e temporais de sistemas.

Neste trabalho, a interseção foi dividida em um número arbitrário de células como ilustrado na Figura 4. As mudanças de célula são representadas por passos discretos, onde a cada veículo só consegue avançar uma célula nas diagonais da esquerda e da direita e até duas células em linha reta.

Figura 4 – Interseção discretizada e opções de passos dos Veículos Autônomos. a) Setas em vermelho indicam alocação proibida. b) Exemplo de trajetórias seguidas pelos veículos de acordo com as reservas de tempo discreto ($t_1, t_2 \dots t_n$)



Fonte: Ninos Neto (2021)

Uma busca exaustiva de trajetórias dos veículos livres de colisão foi realizada para diferentes condições iniciais. A abordagem utilizada é semelhante a de verificação formal por *model-checking*. Foram gerados grafos de todos os estados válidos. Em seguida, o grafo foi processado para obter as soluções de tempo mínimo.

O trabalho mostrou que a adoção de caminhos livres na interseção apareceu como melhor solução em vários dos casos analisados. Porém, a explosão combinatória de estados de tráfego dificultou a investigação de instâncias maiores do que algumas células e uma dúzia de veículos. Isto impediu maior resolução na interseção e abstração mais próxima da realidade para o comportamento dos veículos.

2.3 CONTROLE ÓTIMO NÃO-LINEAR

2.3.1 Funções parametrizáveis

Outra abordagem considerou o uso de uma formulação de controle ótimo (AHMADI *et al.*, 2021, 2022). A formulação original do problema minimiza um critério de desempenho sujeito ao modelo da dinâmica dos veículos, restrições de colisão, e restrições de capacidade dos veículos. Posteriormente, o problema de controle ótimo foi reduzido a um problema de programação não linear pelo uso de séries finitas de Fourier (AHMADI *et al.*, 2021) ou curvas de Bézier (AHMADI *et al.*, 2022) e discretização.

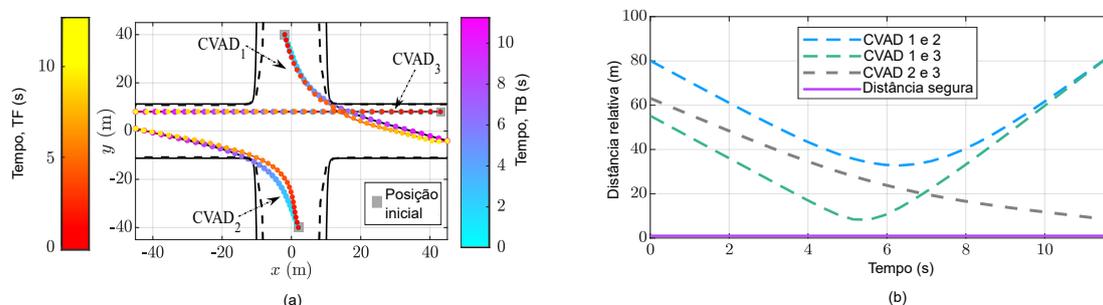
Ahmadi *et al.* (2021, 2022) obtiveram trajetórias eficientes beneficiando-se de caminhos livres e melhor aproveitamento do espaço da interseção. Na Figura 5(a) são apresentados o resultado para um caso com três veículos. As curvas em tons quentes mostram o resultado com o uso de séries finitas de Fourier os tons frios mostram o resultado com o uso de curvas Bézier. O gradiente de cores representa a evolução no tempo. Note como as trajetórias se aproximam de caminhos mínimos. A Figura 5(b) mostra a distância de segurança e as distâncias entre cada dois veículos e confirma que não houve colisão por uma margem expressiva. Por essa razão, o CVAD faz o seu deslocamento em linha reta.

Uma limitação dos trabalhos de Ahmadi *et al.* (2021, 2022), bem como dos demais trabalhos tratados até aqui nesta revisão de literatura, é que suas aplicações são feitas apenas a um conjunto existente de veículos com estados iniciais pré-definidos, como mostrado na Figura 5.

2.3.2 Processamento em bateladas

Em uma série de trabalhos, Bai Li *et al.* (2018, 2020, 2021) progrediram para um método capaz de lidar com a chegada contínua de veículos, em contraste com os

Figura 5 – (a) Trajetórias de três CVAD com o uso de séries finitas de Fourier (TF) e com o uso de curvas Bézier (TB) e (b) Distância entre os CVAD para o caso com séries finitas de Fourier.



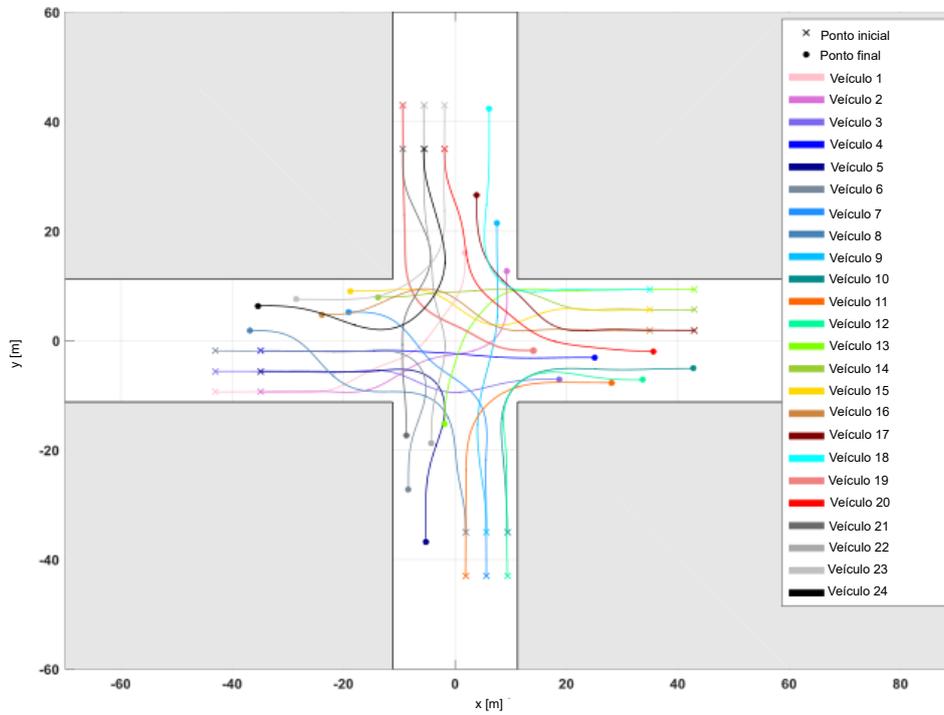
Fonte: Ahmadi *et al.* (2021)

trabalhos discutidos até aqui. Uma formulação de controle ótimo não linear foi usada para a parte interna da interseção nos mesmos moldes que a formulação original de (AHMADI *et al.*, 2021, 2022).

A formulação de Bai Li *et al.* (2018) minimiza o atraso na interseção sujeito à dinâmica dos veículos e diversas restrições de segurança. Porém, o problema de controle ótimo resultante é complexo por conta da grande quantidade de restrições de prevenção de colisões e da não linearidade da dinâmica dos veículos. Por conta disso as trajetórias possíveis são calculadas *offline* (Figura 6) para um conjunto de condições iniciais, semelhante ao que foi feito nos trabalhos anteriores de outros autores.

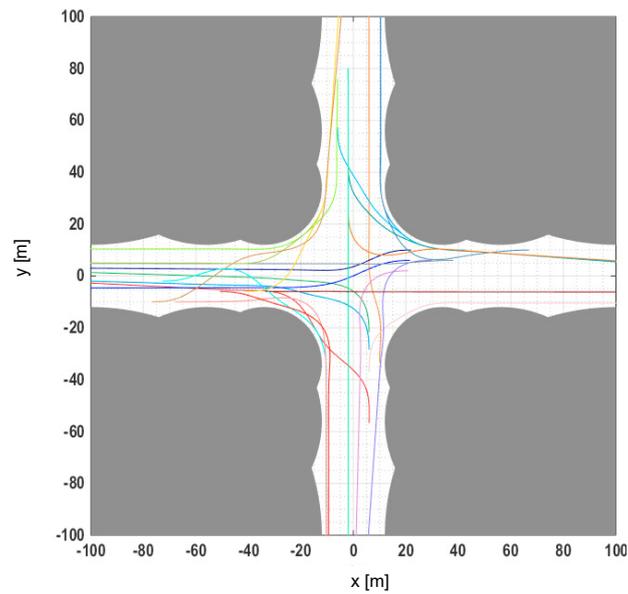
Como a formulação de Bai Li *et al.* (2018) é computacionalmente complexa devido à alta dimensionalidade do problema e à não linearidade do modelo, Bai Li *et al.* (2020) simplificou as restrições de prevenção de colisões via convexificação. Além disso, Bai Li *et al.* (2020) propôs um algoritmo para fornecer trajetórias apropriadas para os veículos como estimativas iniciais para a formulação de programação não linear para acelerar a solução. Todavia, a solução do problema continuou sendo realizada *offline* (Figura 7).

Figura 6 – Resultado obtido por Bai Li *et al.* (2018) no caso *offline*



Fonte: Bai Li *et al.* (2018)

Figura 7 – Resultado obtido por Bai Li *et al.* (2020) no caso *offline*

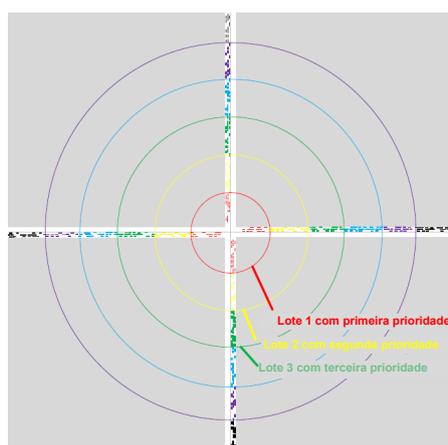


Fonte: Bai Li *et al.* (2020)

Os resultados dos dois trabalhos anteriores de Bai Li *et al.* (2018, 2020) culminaram em uma abordagem de processamento por lotes proposta por Bai Li *et al.* (2021). Foi proposto um *framework* de processamento em lotes que combinaria os pontos fortes de métodos baseados em reserva e em planejamento. Basicamente, os veículos em fluxo de tráfego contínuo são classificados em lotes. Cada lote possui uma quantidade pequena de veículos. Os veículos nas aproximações à interseção são guiados por uma sequência de *buffers* (Figura 8) de forma a atingir a interseção de tal forma a criar uma das formações que foram computadas *offline* como nos trabalhos anteriores.

As trajetórias cooperativas dentro de um lote na aproximação são otimizadas microscopicamente por um método baseado em planejamento de trajetórias, enquanto os lotes são tratados macroscopicamente como em uma estratégia baseada em reservas. A Figura 8 mostra os diferentes estágios propostos pelo método de Bai Li *et al.* (2021). O estágio 1 termina no momento que o primeiro veículo do lote toca a linha vermelha, o estágio 2 tem uma duração fixa e longa o suficiente para todos os veículos atravessarem a interseção. No estágio 3, cada lote deve manter o *status* de condução estável, para que colisões sejam evitadas. Embora o espaço de interseção seja livre para o cálculo *offline*, apenas um conjunto limitado de combinações de chegada de veículos é usado na solução final. Assim, este método continua limitando o espaço usado na interseção, embora seja capaz de lidar com a chegada contínua de veículos.

Figura 8 – *Buffers* nas aproximações da abordagem com processamento por bateladas.



Fonte: Bai Li *et al.* (2021)

3 MÉTODOS

Neste capítulo é descrito o método de planejamento de caminhos e trajetórias em vias sem faixas por Levy e Haddad (2021). Em seguida, é apresentada a extensão desenvolvida para a coordenação de CVAD em interseções com caminhos livres e sem sinalização semafórica. Também é apresentado um resumo da estratégia OATS.

3.1 PLANEJAMENTO DE CAMINHOS E TRAJETÓRIAS EM ESTRADAS SEM FAIXAS

Levy e Haddad (2021) buscaram o aumento do desempenho do tráfego, permitindo que veículos “automatizados” circulassem livremente no espaço viário, seguindo caminhos e trajetórias otimizados em tempo real. Os veículos não são forçados a manter a faixa de rodagem e podem explorar toda a largura da estrada. Por exemplo, um veículo grande e dois pequenos podem trafegar lado a lado no que seria uma estrada de duas faixas.

3.1.1 Controle preditivo baseado em modelo não linear

O Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC, *Model-based Predictive Control*) é uma técnica de controle que decide como atuar no sistema com base em previsões do melhor resultado em um horizonte de tempo no futuro (ROSSITER, 2018). Um modelo do sistema é usado para as previsões, incluindo restrições de estado e de entrada, que são otimizadas com base em alguma medida de desempenho predito. Um aspecto chave do MPC é que os controles são otimizados para parte ou para todo o horizonte, mas apenas a primeira decisão de controle é implementada. No próximo passo de controle, todo o processo é repetido para o cálculo da próxima entrada de controle com o horizonte deslocado um passo à frente no tempo. Assim, o sistema opera em um modo de horizonte deslizante. No MPC não-linear o problema de controle ótimo envolvido é não linear.

3.1.2 Modelo do veículo

Os veículos são modelados usando um modelo cinemático simplificado de bicicleta (Figura 9), em que uma roda virtual no centro de cada eixo é usada para representar

as rodas dianteira e traseira do veículo (LEVY; HADDAD, 2021). Para uma representação precisa da dinâmica do veículo, a aceleração lateral absoluta deve permanecer abaixo de $0,5\mu g$, conforme Levy e Haddad (2021), sendo μ (-) o coeficiente de atrito e g (m/s^2) a aceleração da gravidade. O vetor de estados do veículo i é composto pelas seguintes variáveis representadas na Figura 9: coordenadas de posição do ponto central $x_i(t)$ e $y_i(t)$ (m), ângulo de direção $\theta_i(t)$ (rad) e velocidade $v_i(t)$ (m/s). O vetor de controle compreende as entradas do sistema, que são a aceleração do veículo e a taxa de variação do ângulo de direção do veículo i , representadas, respectivamente, por $u_{1,i}(t) = \dot{v}_i(t)$ (m/s^2) e $u_{2,i}(t) = \dot{\delta}_i(t)$ (rad/s). Para gerar as equações de movimento em coordenadas globais mostradas a seguir, considera-se o centro dos eixos traseiro e dianteiro, vistos na Figura 9,

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t) \cos(\theta_i(t)) \quad (1)$$

$$\dot{y}_i(t) = v_i(t) \sin(\theta_i(t)) \quad (2)$$

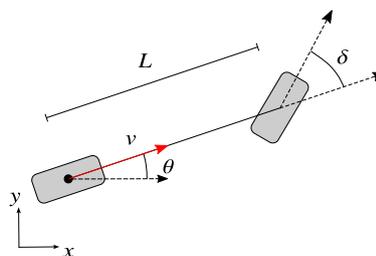
$$\dot{\theta}_i(t) = \frac{v_i(t) \tan(\delta_i(t))}{L_i} \quad (3)$$

$$\dot{\delta}_i(t) = u_{2,i}(t) \quad (4)$$

$$\dot{v}_i(t) = u_{1,i}(t) \quad (5)$$

em que L_i é a distância em metros entre as rodas traseira e dianteira.

Figura 9 – Modelo cinemático de bicicleta



Fonte: Adaptado de Levy e Haddad (2021)

Para esta aplicação é necessário realizar a discretização do modelo com o método de Euler. As equações (1)–(5) do modelo de bicicleta podem ser reescritas, após a

discretização, para um veículo i em coordenadas globais, como segue:

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \Delta T v_i(k) \cos(\theta_i(k)) \quad (6)$$

$$y_i(k+1) = y_i(k) + \Delta T v_i(k) \sin(\theta_i(k)) \quad (7)$$

$$\theta_i(k+1) = \theta_i(k) + \Delta T \frac{v_i(k) \tan(\delta_i(k))}{L_i} \quad (8)$$

$$\delta_i(k+1) = \delta_i(k) + \Delta T u_{2,i}(k) \quad (9)$$

$$v_i(k+1) = v_i(k) + \Delta T u_{1,i}(k) \quad (10)$$

sendo k (-) o índice de tempo discreto e ΔT (s) o passo de tempo.

3.1.3 Modelo de caminho

A Figura 10(a) mostra uma via e um veículo. A geometria da via é conhecida e sua largura é constante. As curvas pretas grossas são os limites esquerdo e direito da via. Um caminho de referência correspondente à linha central da via, a curva cinza grossa, é usado para calcular o progresso dos veículos.

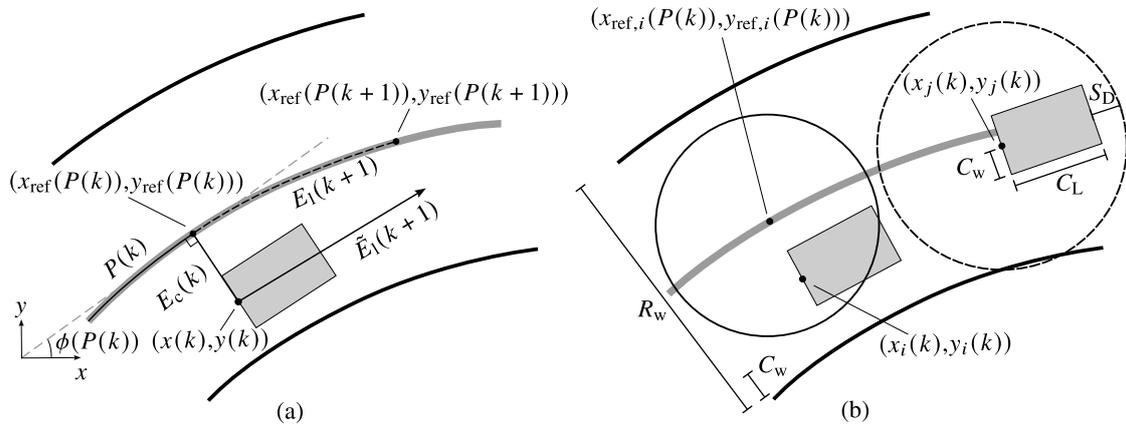


Figura 10 – (a) Modelo de caminho; e (b) restrições de colisões

Fonte: Adaptado de Levy e Haddad (2021)

O progresso $P_i(k)$ (m) de um veículo i , marcado pela curva preta fina na figura, é medido ao longo do caminho de referência, a partir da posição inicial, projetando a posição atual do veículo $(x_i(k), y_i(k))$ na linha central. O ponto de projeção $(x_{\text{ref},i}(P_i(k)), y_{\text{ref},i}(P_i(k)))$ ocorre onde a distância $E_{c,i}(k)$ (m) entre a coordenada do veículo e o caminho de referência é mínimo. O progresso $P_i(k)$ torna-se uma variável de

estado no problema de controle. Assim, é necessária uma equação de estado do progresso no próximo passo $P_i(k+1)$. Uma aproximação é usada para obter o progresso do veículo, desconhecido no próximo passo, da seguinte forma:

$$\phi_i(P_i(k+1)) = \phi_i(P_i(k) + v_i(k)\Delta T) \quad (11)$$

$$E_{1,i}(k+1) \approx \tilde{E}_{1,i}(k+1) = -(x_i(k) - x_{\text{ref},i}(P_i(k+1))) \cos \phi_i(P_i(k+1)) \\ - (y_i(k) - y_{\text{ref},i}(P_i(k+1))) \sin \phi_i(P_i(k+1)) \quad (12)$$

$$P_i(k+1) = P_i(k) + E_{1,i}(k+1) \quad (13)$$

em que $\phi_i(P_i(k+1))$ (rad) é o ângulo da trajetória de referência, $\tilde{E}_{1,i}(k+1)$ (m) é o progresso do veículo entre k e $k+1$, mostrado pela seta no veículo na Figura 10(a). O progresso do veículo é usado para aproximar o progresso incremental $E_{1,i}(k+1)$ (m), mostrado pela curva preta tracejada na figura. O progresso incremental é então usado para obter o progresso previsto $P_i(k+1)$. Basicamente, o controlador planeja um caminho ideal de progresso levando em consideração a projeção não-linear da posição do veículo na linha central, e posteriormente será capaz de planejar e seguir um caminho ótimo de tempo quando o horizonte é escolhido com um tempo suficiente.

3.1.4 Função objetivo

A função objetivo deve permitir a maximização do progresso dos veículos na via, minimizando o esforço de controle. A função objetivo é:

$$J = \sum_{i=1}^I S_i (L_T - P_i(K))^2 \\ + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^I \begin{bmatrix} x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \\ \theta_i(k+1) \\ \delta_i(k+1) \\ v_i(k+1) \\ P_i(k+1) \end{bmatrix}^T Q_i \begin{bmatrix} x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \\ \theta_i(k+1) \\ \delta_i(k+1) \\ v_i(k+1) \\ P_i(k+1) \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^I \begin{bmatrix} u_{1,i}(k) \\ u_{2,i}(k) \end{bmatrix}^T R_i \begin{bmatrix} u_{1,i}(k) \\ u_{2,i}(k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

em que i (-) é o índice do veículo e I (veículos) o número de veículos na via, S_i (-) um peso no primeiro termo, L_T (m) o comprimento do caminho, K (passos de tempo)

o comprimento do horizonte de predição, Q_i (-) e R_i (-) matrizes definidas positivas representando, respectivamente, os pesos nas variáveis de estado e entradas de controle, e T a transposição da matriz (LEVY; HADDAD, 2021). Observe a adição de P_i no vetor de estados.

A Equação (14) é uma troca entre o progresso dos veículos no primeiro termo e a variação de seus estados e entradas de controle no segundo e terceiro termos. Estes afetam, por exemplo, o consumo de energia e o conforto. A minimização do primeiro termo na Equação (14) maximiza o progresso dos veículos e deve ser dominante pela escolha apropriada de S_i . Observe que $P_i(K)$ é a predição do progresso do veículo i no final do horizonte. Assim, quanto mais próximo este valor estiver de L_T , maior será o progresso previsto do veículo.

3.1.5 Restrições

A Figura 10(b) mostra dois veículos na via e os parâmetros relacionados à prevenção de colisões. A restrição que força o veículo i a permanecer dentro dos limites da via é dada por:

$$\sqrt{(x_{\text{ref},i}(P_i(k)) - x_i(k))^2 + (y_{\text{ref},i}(P_i(k)) - y_i(k))^2} \leq \frac{R_w + C_w}{2} \quad (15)$$

em que R_w (m) é a largura da via e C_w (m) a largura do veículo, considerando que todos os veículos possuem a mesma largura. O círculo sólido em torno do ponto $(x_{\text{ref},i}(P_i(k)), y_{\text{ref},i}(P_i(k)))$ mostra a área dentro da qual a coordenada do veículo satisfaz a restrição, mesmo que, por definição, a coordenada do veículo esteja em uma linha no diâmetro do círculo perpendicular ao caminho de referência.

A restrição de colisão entre dois veículos i e j é dada por:

$$\sqrt{(x_i(k) - x_j(k))^2 + (y_i(k) - y_j(k))^2} \geq C_L + S_D \quad (16)$$

em que $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, I$ são os índices dos veículos e $i < j$, C_L (m) é o comprimento do veículo e S_D (m) a distância de segurança a ser mantida entre os dois veículos. O círculo tracejado na Figura 10(b) mostra a área para a qual a restrição deve ser satisfeita. Se a coordenada do veículo i ou qualquer outro veículo entrar no círculo pontilhado, a restrição será violada. Como neste modelo a coordenada do veículo está no centro do para-choque traseiro, o valor de S_D deve ser definido com cuidado.

O modelo de bicicleta é sensível a grandes acelerações laterais, por isso são impostos valores mínimos e máximos:

$$-0.5C_L\mu g \leq v_i^2 \tan \delta_i \leq 0.5C_L\mu g. \quad (17)$$

Alguns dos estados do sistema e ambas as entradas são limitadas a valores mínimos e máximos:

$$\delta_{\min} \leq \delta_i \leq \delta_{\max}, \quad 0 \leq v_i \leq v_{\max}, \quad u_{1,\min} \leq u_{1,i} \leq u_{1,\max}, \quad u_{2,\min} \leq u_{2,i} \leq u_{2,\max}. \quad (18)$$

3.1.6 Problema de controle

O objetivo é a maximização do progresso dos veículos sem colisões na via minimizando o esforço de controle. Ou seja, a minimização da função objetivo (14) sujeita às restrições (6)–(13) e (15)–(18). Considerando I veículos no sistema e um horizonte de K passos, a cada passo de tempo o seguinte problema de controle ótimo é

resolvido pela função de otimização (19).

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{u_{1,1}(0), u_{2,1}(0), \dots, u_{1,I}(0), u_{2,I}(0), \dots \\ u_{1,1}(K-1), u_{2,1}(K-1), \dots, u_{1,I}(K-1), u_{2,I}(K-1)}}} \sum_{i=1}^I S_i(L_T - P_i(K))^2 \\ & + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^I \begin{bmatrix} x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \\ \theta_i(k+1) \\ \delta_i(k+1) \\ v_i(k+1) \\ P_i(k+1) \end{bmatrix}^T Q_i \begin{bmatrix} x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \\ \theta_i(k+1) \\ \delta_i(k+1) \\ v_i(k+1) \\ P_i(k+1) \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^I \begin{bmatrix} u_{1,i}(k) \\ u_{2,i}(k) \end{bmatrix}^T R_i \begin{bmatrix} u_{1,i}(k) \\ u_{2,i}(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sujeito à:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= x_i(k) + \Delta T v_i(k) \cos(\theta_i(k)), \\ y_i(k+1) &= y_i(k) + \Delta T v_i(k) \sin(\theta_i(k)), \\ \theta_i(k+1) &= \theta_i(k) + \Delta T \frac{v_i(k) \tan(\delta_i(k))}{L_i}, \\ \delta_i(k+1) &= \delta_i(k) + \Delta T u_{2,i}(k), \\ v_i(k+1) &= v_i(k) + \Delta T u_{1,i}(k), \\ \phi_i(P_i(k+1)) &= \phi_i(P_i(k) + v_i(k)\Delta T), \\ E_{1,i}(k+1) &\approx \tilde{E}_{1,i}(k+1) = -(x_i(k) - x_{\text{ref},i}(P_i(k+1))) \cos \phi_i(P_i(k+1)) \\ &\quad - (y_i(k) - y_{\text{ref},i}(P_i(k+1))) \sin \phi_i(P_i(k+1)), \\ P_i(k+1) &= P_{i,n}(k) + E_{1,i}(k+1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x_{\text{ref},i}(P_i(k)) - x_i(k))^2 + (y_{\text{ref},i}(P_i(k)) - y_i(k))^2} &\leq \frac{R_w + C_w}{2}, \\ \sqrt{(x_i(k) - x_j(k))^2 + (y_i(k) - y_j(k))^2} &\geq C_L + S_D, \\ -0.5C_L\mu g &\leq v_i^2 \tan \delta_i \leq 0.5C_L\mu g, \\ \delta_{\min} &\leq \delta_i \leq \delta_{\max}, \quad 0 \leq v_i \leq v_{\max}, \\ u_{1,\min} &\leq u_{1,i} \leq u_{1,\max}, \quad u_{2,\min} \leq u_{2,i} \leq u_{2,\max} \end{aligned} \tag{19}$$

Dado o estado atual do sistema, a solução do problema de controle ótimo (19) fornece as trajetórias das entradas de controle, ou seja, aceleração (u_1) e taxa de ângulo de direção (u_2), e a trajetórias das variáveis de estado (x , y , θ , δ , v e P) de cada veículo ao

longo do horizonte. Apenas as entradas de controle para o próximo passo são aplicados no sistema. Então, o horizonte é deslocado para frente em um passo e os novos estados atuais são usados para resolver o problema para o próximo passo.

3.2 EXTENSÃO PARA A COORDENAÇÃO DE CVAD EM INTERSEÇÕES

A aplicação do método apresentado na Seção 3.1 às interseções requer duas modificações principais. A primeira se deve ao fato de um cruzamento envolver mais de uma via e múltiplas origens e/ou destinos. Assim, é necessário um caminho de referência para cada par origem-destino da interseção. Isso implica que os veículos na interseção devem ser organizados por caminho de referência. A segunda modificação é a necessidade de re-instanciar o problema de otimização toda vez que um veículo chega ou sai da interseção. Assim, o número de veículos em cada caminho pode mudar de um passo de controle para o próximo.

A re-instanciação do problema de otimização requer o monitoramento dos veículos que chegam e partem. Novos veículos são adicionados ao problema no próximo passo após sua entrada e veículos que saem são removidos do problema no próximo passo após a sua saída. Isso exige tratamento adequado de resultados anteriores e condições iniciais e de contorno. Além disso, os caminhos de referência devem ser longos o suficiente, além da saída da interseção, de modo que mesmo um veículo prestes a sair da interseção quando a lei de controle é computada, possa seguir o caminho pela duração do horizonte.

A aplicação do controlador inicia no tempo $t = 0$ e se repete a cada Δt segundos. Para uma interseção com N caminhos de referência, o número de veículos em cada caminho no momento t é I_1^t, \dots, I_N^t e o número total de veículos é $I^t = \sum_{n=1}^N I_n^t$. A formulação estendida do problema (19) para uma interseção com caminhos livres e sem sinalização semaforica no instante de tempo t que contempla n dos caminhos é dada pela

função de otimização (20).

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{u_{1,1,1}(0), u_{2,1,1}(0), \dots, u_{1,N,I'_N}(0), u_{2,N,I'_N}(0), \dots, \\ u_{1,1,1}(K-1), u_{2,1,1}(K-1), \dots, u_{1,N,I'_N}(K-1), u_{2,N,I'_N}(K-1)}}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{I'_n} S_{n,i}(L_{T,n} - P_{n,i}(K))^2 \\ & + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{I'_n} \begin{bmatrix} x_{n,i}(k+1) \\ y_{n,i}(k+1) \\ \theta_{n,i}(k+1) \\ \delta_{n,i}(k+1) \\ v_{n,i}(k+1) \\ P_{n,i}(k+1) \end{bmatrix}^T Q_{n,i} \begin{bmatrix} x_{n,i}(k+1) \\ y_{n,i}(k+1) \\ \theta_{n,i}(k+1) \\ \delta_{n,i}(k+1) \\ v_{n,i}(k+1) \\ P_{n,i}(k+1) \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{I'_n} \begin{bmatrix} u_{1,n,i}(k) \\ u_{2,n,i}(k) \end{bmatrix}^T R_{n,i} \begin{bmatrix} u_{1,n,i}(k) \\ u_{2,n,i}(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sujeito a :

$$x_{n,i}(k+1) = x_{n,i}(k) + \Delta T v_{n,i}(k) \cos(\theta_{n,i}(k)),$$

$$y_{n,i}(k+1) = y_{n,i}(k) + \Delta T v_{n,i}(k) \sin(\theta_{n,i}(k)),$$

$$\theta_{n,i}(k+1) = \theta_{n,i}(k) + \Delta T \frac{v_{n,i}(k) \tan(\delta_{n,i}(k))}{L_i}$$

$$\delta_{n,i}(k+1) = \delta_{n,i}(k) + \Delta T u_{2,n,i}(k),$$

$$v_{n,i}(k+1) = v_{n,i}(k) + \Delta T u_{1,n,i}(k),$$

$$\phi_{n,i}(P_{n,i}(k+1)) = \phi_{n,i}(P_{n,i}(k) + v_{n,i}(k)\Delta T),$$

$$E_{1,n,i}(k+1) \approx \tilde{E}_{1,n,i}(k+1) =$$

$$- (x_{n,i}(k) - x_{\text{ref},n,i}(P_{n,i}(k+1))) \cos \phi_{n,i}(P_{n,i}(k+1))$$

$$- (y_{n,i}(k) - y_{\text{ref},n,i}(P_{n,i}(k+1))) \sin \phi_{n,i}(P_{n,i}(k+1)),$$

$$P_{n,i}(k+1) = P_{n,i}(k) + E_{1,n,i}(k+1),$$

$$\sqrt{(x_{\text{ref},n,i}(P_{n,i}(k)) - x_{n,i}(k))^2 + (y_{\text{ref},n,i}(P_{n,i}(k)) - y_{n,i}(k))^2} \leq \frac{R_w + C_w}{2}, \quad (20)$$

$$\sqrt{(x_{n,i}(k) - x_{n,j}(k))^2 + (y_{n,i}(k) - y_{n,j}(k))^2} \geq C_L + S_D,$$

$$-0.5C_L \mu g \leq v_{n,i}^2 \tan \delta_{n,i} \leq 0.5C_L \mu g,$$

$$\delta_{\min} \leq \delta_{n,i} \leq \delta_{\max}, \quad 0 \leq v_{n,i} \leq v_{\max},$$

$$u_{1,\min} \leq u_{1,n,i} \leq u_{1,\max}, \quad u_{2,\min} \leq u_{2,n,i} \leq u_{2,\max}.$$

3.3 ESCALONAMENTO ÓTIMO DE INSTANTES DE CHEGADA

A estratégia de Escalonamento Ótimo de Instantes de Chegada (OATS, *Optimal Arrival Time Scheduling*) (MÜLLER; CARLSON; KRAUS, 2016a, 2016b) é um método para coordenar CVAD em uma interseção sem sinalização semafórica. O método visa melhorar a eficiência do tráfego, permitindo que os veículos atravessem a interseção de maneira eficiente e segura.

O OATS opera sob as seguintes premissas:

- Existe um número limitado de caminhos veiculares bem definidos dentro da interseção.
- Cada veículo tem um caminho fixo conhecido que deseja seguir, que deve corresponder a um dos caminhos válidos dentro da interseção.
- Os veículos têm características e preferências conhecidas, por exemplo, aceleração máxima, e são capazes de seguir trajetórias arbitrárias dentro desses limites, respeitados os caminhos.
- Todos os veículos são totalmente automatizados, conectados e seguem com precisão (ou com erros máximos com limites conhecidos) os comandos fornecidos por um coordenador central.

Os pontos de cruzamento dos caminhos permitidos são chamados de pontos de conflito. As regiões ao redor de cada um desses pontos são chamadas de regiões de conflito. O OATS garante que nenhuma região de conflito possa ser acessada por mais de um veículo a qualquer momento. Os veículos devem passar o menor tempo possível dentro da área de interseção, a fim de colocar pouca demanda no que são recursos limitados e compartilhados: as regiões de conflito. Conhecendo as capacidades dos veículos e as trajetórias desejadas, pode-se definir as trajetórias que os veículos devem seguir dentro da interseção.

Mais formalmente, o OATS faz uso das seguintes definições para definir um leiaute viário:

- *A*: conjunto de fluxos de tráfego que se aproximam da interseção, em que cada fluxo corresponde a uma única faixa de aproximação;
- *M*: conjunto de movimentos permitidos dentro da interseção, em que cada um conecta uma aproximação a uma saída ao longo de um caminho fixo;

- C : conjunto de regiões de conflito dentro da interseção; as áreas onde os diferentes movimentos se interceptam;
- $C_{m_i} \subseteq C'_{m_j}$ conjunto de regiões conflitantes que são interceptadas pelo movimento.

Uma região de controle ao redor da interseção é definida onde os veículos ficam sob o controle de um coordenador central. Então, o problema de coordenação de veículos em uma interseção com OATS pode ser decomposto em quatro etapas ou subproblemas:

1. Para cada veículo, definir sua trajetória dentro da interseção.
2. Encontrar o intervalo de tempo de chegada da interseção viável para cada veículo.
3. Programar o horário de chegada de cada veículo no cruzamento.
4. Definir a trajetória que cada veículo deve seguir ao se aproximar do cruzamento.

Os subproblemas 1 e 2 podem ser resolvidos analiticamente. O subproblema 1 depende apenas do layout viário e das características e preferências do veículo. Para o subproblema 2, é preciso considerar, para cada veículo i numa aproximação a dentro da região de controle, sua velocidade inicial v_i e posição d_i no instante de tempo $t_0 = 0$, para calcular o intervalo de possíveis tempos de viagem que permitem ao veículo chegar na interseção com uma posição e velocidade que satisfaçam a solução do subproblema 1.

O subproblema 3 é resolvido modelando o problema como um programa linear inteiro misto:

$$\min \sum_{a \in A} \sum_{i=1}^{n_a} t_{a,i} \quad (21)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} t_{a,i}^{\min} &\leq t_{a,i} \leq t_{a,i}^{\max}, & i = 1, \dots, n_a \\ t_{a,i} + h_L &\leq t_{a,i+1}, & i = 1, \dots, n_a - 1 \\ t_{a,i} + \tau_{i,m_i,c} + h_T &\leq t_{b,i} + \tau_{i,m_i,c} + K \cdot \beta_{a,i,b,j}, & i = 1, \dots, n_a \\ t_{b,j} + \tau_{j,m_j,c} + h_T &\leq t_{a,i} + \tau_{i,m_x,c} + K(1 - \beta_{a,i,b,j}), & i = 1, \dots, n_a \\ \beta_{a,i,b,j} &\in \{0,1\}, & i = 1, \dots, n_a, \quad a \in A, \\ & & b \in (A - a), \quad j = 1, \dots, m_b, \\ & & c \in C'_{m_i} \cap C'_{m_j} \end{aligned}$$

em que $t_{a,i}$ corresponde ao instante de tempo, contado a partir da hora atual em que o veículo i viajando na aproximação a chega à interseção. As restrições de segurança consideram que o espaçamento (*headway*) entre os dois veículos que trafegam na mesma aproximação deve ser de pelo menos h_L , sendo h_L o espaçamento longitudinal mínimo padrão; e que dois veículos em diferentes aproximações devem cruzar as mesmas regiões de conflito afastados com pelo menos h_T , sendo h_T o espaçamento transversal mínimo padrão. Os veículos são numerados de $i = 1, \dots, n_a$ para cada aproximação $a \in A$, e $\tau_{i,m_i,c}$ e $\tau_{j,m_j,c}$ são os tempos para os veículos i e j atingirem a região de conflito $C'_{m_i} \cap C'_{m_j}$ depois de iniciar os movimentos m_i e m_j .

Afim de que o sistema seja otimizado são necessárias variáveis binárias de indicação de ordem de chegada de veículos. Por exemplo, se o veículo i chegar antes do veículo j , $\beta_{a,i,b,j} = 0$, caso contrário $\beta_{a,i,b,j} = 1$. O número de possíveis permutações da posição dos veículos aumenta a quantidade de variáveis binárias, porém, Müller, Carlson e Kraus (2016a) assumiram o conhecimento prévio da ordem em que os veículos chegam à interseção para realizar cada aproximação, o que restringe o número de possibilidades uma vez que a ordem relativa dentro de cada aproximação é preservada. Assim, caso um veículo i na aproximação a chegue à interseção antes do veículo j na aproximação b , qualquer veículo $j + k$, com $k > 0$ que atinja a interseção após o veículo j , também deve fazê-lo após o veículo i . Sendo assim, é possível adicionar as seguintes restrições

lógicas ao problema:

$$\begin{aligned}\beta_{a,i,b,j} &\leq \beta_{a,i,b,j+k}, \\ \beta_{a,i,b,j} &\geq \beta_{a,i+k,b,j}, \\ a &\in A, b \in (A - a), \\ i &= 1, \dots, n_a; j = 1, \dots, n_b, \\ k &> 0.\end{aligned}\tag{22}$$

A adição das restrições mostradas em (22) não têm efeito direto na solução, porém, ajudam os algoritmos de programação linear inteira mista a eliminar regiões infactíveis da solução mais rapidamente. Assim, o problema fica mais fácil de se resolver computacionalmente.

A etapa 4 consiste em um problema apenas com restrições lineares para cada via que se aproxima. Existem vários detalhes envolvidos, como considerações sobre como escolher o tamanho da região de controle ou os intervalos mínimos e distâncias usadas como restrições para as etapas 3 e 4. Para mais detalhes, veja o trabalho de Müller (2018).

4 RESULTADOS

Nesta seção foi simulada uma interseção simples para diferentes demandas. Tanto o OATS quanto o método proposto são testados. Os resultados são discutidos.

4.1 CONFIGURAÇÃO

A interseção simulada está representada na Figura 11. Há duas vias de mão única com oito metros de largura e 100 metros de comprimento cada que se cruzam no ponto central. A parte de cada via em que ocorre a entrada dos veículos até a chegada à região de conflito no centro da interseção é chamada de aproximação. Embora ambos os métodos aceitem movimentos de conversão, apenas movimentos retos são permitidos neste trabalho. Os veículos chegam pela esquerda e por baixo e saem pela direita e por cima. A Figura 11(a) mostra a região de controle com raio de 40 m, limites das vias, marcações de faixa, caminhos e pontos de conflito no caso do OATS. A Figura 11(b) mostra as trajetórias de referência e os limites da interseção a 50 m do seu centro, para os quais os veículos são considerados na formulação de controle, no caso do método proposto.

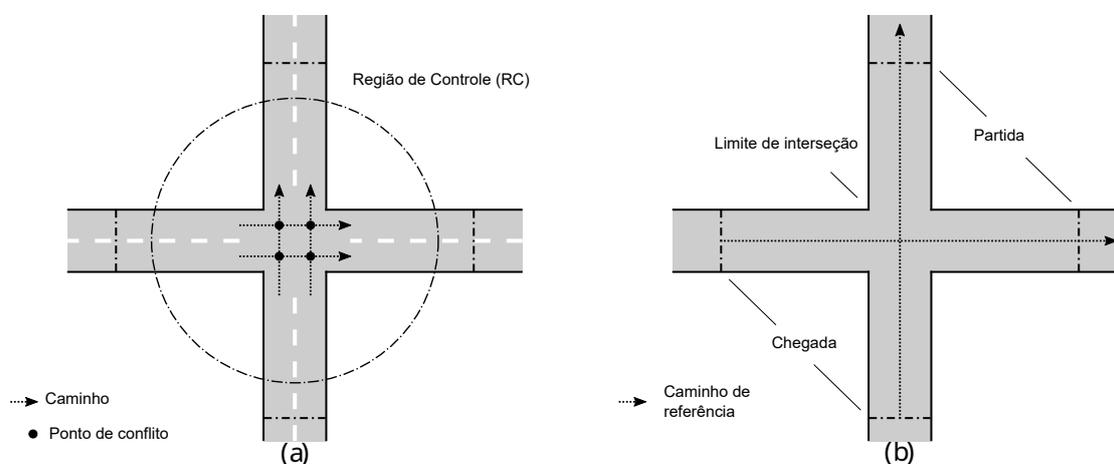


Figura 11 – Interseção simulada: (a) OATS; e (b) Método proposto

Os intervalos de chegada entre os veículos são gerados aleatoriamente a partir de uma distribuição exponencial negativa deslocada com base na demanda média (FHWA, 2022). Ver Apêndice A. Demandas iguais de 400 veículos/h a 5200 veículos/h por

aproximação foram testadas em etapas de 800 veículos/h. A posição inicial ao longo da largura da via no ponto de entrada, bem como a velocidade de chegada para ambos os métodos, são obtidas aleatoriamente a partir de uma distribuição uniforme com média de 8 m/s. Uma fila virtual é utilizada caso o veículo gerado não consiga entrar na rede, por exemplo, devido a um espaçamento curto em relação ao veículo à sua frente.

Os parâmetros utilizados para o método proposto, baseado no trabalho de Levy e Haddad (2021), são fornecidos na Tabela 1. Os valores dos parâmetros utilizados para OATS, baseados no trabalho de Müller (2018), são fornecidos na Tabela 2. Os parâmetros do veículo são omitidos da Tabela 2, pois são os mesmos para ambos os métodos. Além disso, alguns dos parâmetros foram ajustados para aproximar o desempenho dos dois métodos em baixas demandas, na tentativa de isolar o efeito dos caminhos no desempenho. As simulações duram 400 passos, correspondendo a 20 s. Considerando os parâmetros definidos, o método proposto controla os veículos dentro de toda a malha viária, enquanto o OATS controla apenas dentro da região de controle definida.

O método proposto foi implementado em Python (PYTHON SOFTWARE FOUN-

Tabela 1 – Parâmetros usados para o método proposto

Parâmetro	Descrição	Valor
ΔT (s)	Passo de tempo (e controle)	0,05
L_i (m)	Distância entre os eixos traseiro e dianteiro	2,6
C_L (m)	Comprimento do veículo	2,6
C_w (m)	Largura do veículo	1,7
S_D (m)	Distância de segurança	0,5
S_i (-)	Peso na conclusão da viagem	10
Q_i (-)	Peso nos estados	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
R_i (-)	Peso nos controles	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}$
K (steps)	Horizonte de previsão	40
μ (-)	Coefficiente de fricção	1
g (m/s ²)	Constante gravitacional	9,8
$\delta_{\max} = -\delta_{\min}$ (rad)	Ângulo de direção máximo/mínimo	0,52
v_{\max} (m/s)	Velocidade máxima	15,0
$u_{1, \max} = -u_{1, \min}$ (m/s ²)	Taxa de ângulo de direção máxima/mínima	3,92
$u_{2, \max} = -u_{2, \min}$ (rad/s)	Aceleração máxima/mínima	2,09

Tabela 2 – Parâmetros usados para o OATS

Parâmetro	Descrição	Valor
ΔT (s)	Passo de tempo (e controle)	0,05
g_{\min} (m)	Distância mínima entre veículos	0,5
h_L, h_T (s)	Intervalos mínimos	0
D_a (m)	Distância de controle	20
r (m)	Raio da região de conflito (metade do comprimento do veículo + g_{\min})	1,8

DATION, 2022) com CasADi (ANDERSSON *et al.*, 2019), uma ferramenta de código aberto para otimização não linear e diferenciação algorítmica, usando IPOPT, um pacote de software de código aberto para otimização não linear em larga escala. OATS foi implementado em Python (PYTHON SOFTWARE FOUNDATION, 2022) usando o *solver* Gurobi (GUROBI OPTIMIZATION, LLC, 2022) O método proposto foi implementado em Python (PYTHON SOFTWARE FOUNDATION, 2022) com CasADi (ANDERSSON *et al.*, 2019), uma ferramenta de código aberto para otimização não linear e diferenciação algorítmica, usando IPOPT, um pacote de software de código aberto para otimização não linear em larga escala. OATS foi implementado em Python (PYTHON SOFTWARE FOUNDATION, 2022) usando o *solver* Gurobi (GUROBI OPTIMIZATION, LLC, 2022)

4.2 SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO

Dezessete simulações (replicações) de cada demanda com sementes diferentes foram feitas para obter estimativas do Tempo Total Despendido (TTS) com 95% de confiança de um erro abaixo de 15% (LAW, 2013). Os dados de cada replicação e o resultado dos testes estatísticos para determinar o número de replicações são apresentados no Apêndice B. Os TTS de ambos os métodos são bastante próximos (Figura 12). Em 1000 veículos/h por aproximação a curva do método proposto começa a se afastar da curva do OATS, atingindo 3,31 s de diferença em 5200 veículos/h por aproximação. As diferenças são pequenas, embora estatisticamente significativas pelos testes *t* pareados, como mostrado no Apêndice C. Notar que para o tráfego convencional com semáforos, um fluxo de saturação de 3600 veículos/h por aproximação, um tempo perdido de 12 s e uma fluxo de 3000 veículos/h por aproximação, o ciclo ideal do Webster seria em torno de 120 s e o grau de saturação de cada aproximação em torno de 0,9 (CONTRAN, 2014).

A redução da inclinação entre 4400 e 5200 veículos/h por aproximação na Figura

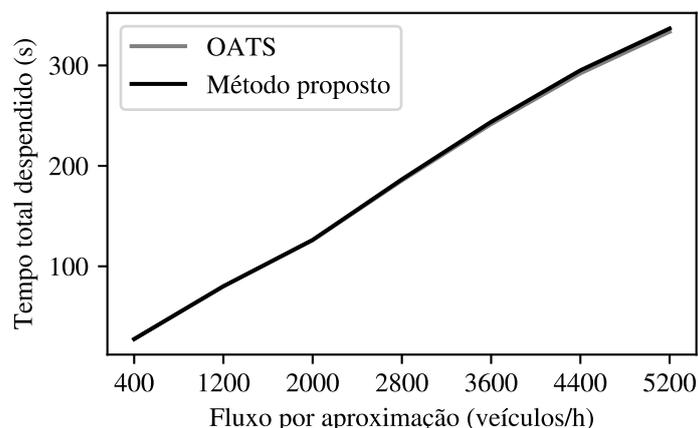


Figura 12 – Média do tempo total despendido (TTS) do método proposto e do OATS de dezessete replicações com sementes diferentes para demandas de 400 veículos/h a 5200 veículos/h em passos de 800 veículos/h

12 e as filas virtuais sugerem que a capacidade está sendo limitada pelas entradas e não pelas capacidades dos métodos. De fato, na Figura 13, que mostra as filas médias para os dois métodos, pode-se observar que a quantidade média de veículos em fila cresce rapidamente. Notar que os valores médios apresentados são para intervalos de 0,05 s. Na figura também é visível o descolamento entre as curvas dos dois métodos, com valores de fila maiores para o método proposto. Como a maneira como os veículos são inseridos não é exatamente a mesma para as duas técnicas de controle e como, a despeito de filas maiores, o método proposto apresenta um tempo total despendido melhor, a maneira como os veículos estão sendo inseridos está favorecendo o OATS em relação ao método proposto.

A Figura 14 mostra uma sequência de quatro *snapshots* do OATS na linha superior e do método proposto na linha inferior. Os passos de tempo são 100, 120, 140 e 160. O fluxo é de 5200 veículos/h por aproximação. As linhas que indicam os horizontes de predição das coordenadas dos veículos com o método proposto foram deixadas apenas para dois veículos de interesse e todos, exceto seis veículos, foram descoloridos para maior clareza. Para melhor apreciação dos *snapshots* da Figura 14 e da diferença de desempenho entre os dois métodos, a Figura 15 mostra os perfis de velocidade dos mesmos seis veículos coloridos da Figura 14. No caso do OATS, linha superior da Figura 14 e Figura 15(a), os veículos 8, 10 e 12 aceleram na taxa máxima até a velocidade

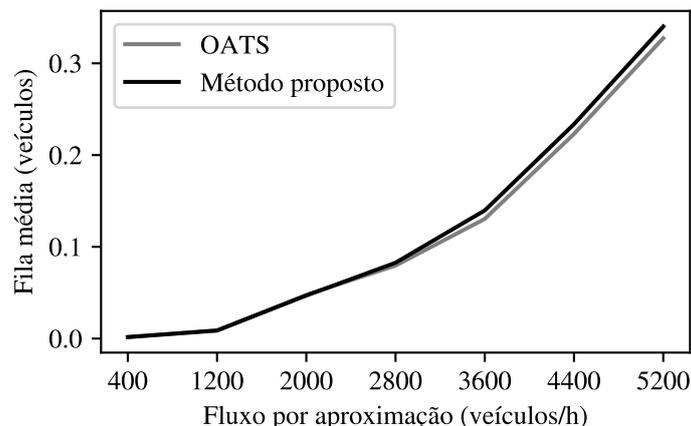


Figura 13 – Média das filas médias do método proposto e do OATS de dezessete replicações com sementes diferentes para demandas de 400 veículos/h a 5200 veículos/h em passos de 800 veículos/h

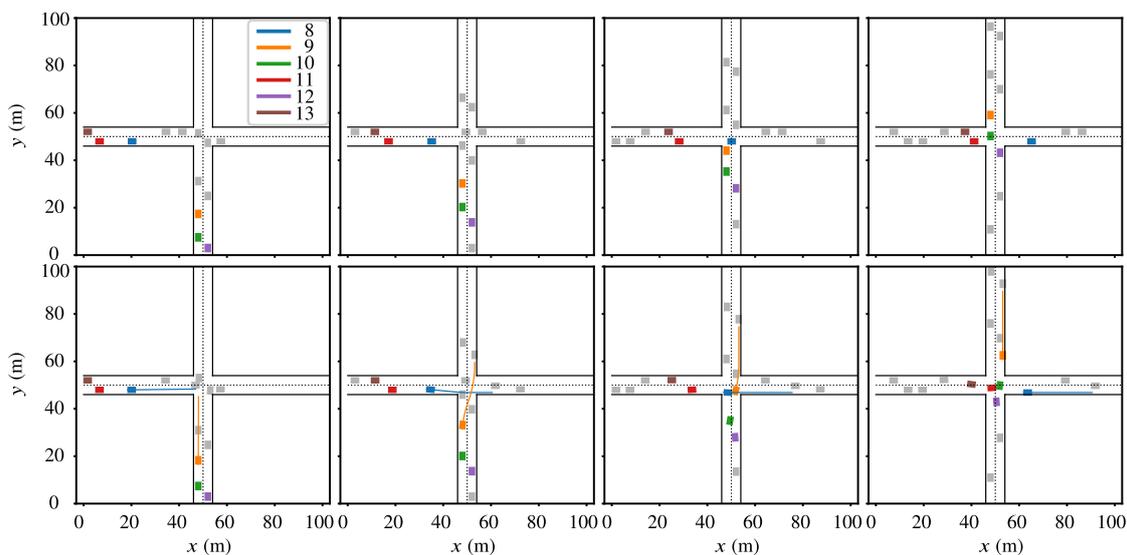


Figura 14 – *Snapshots* da interseção nos passos de tempo 100, 120, 140 e 160 com um fluxo de 5200 veículos/h por aproximação: OATS na linha superior e o método proposto na linha inferior

máxima. Os veículos 9, 11 e 13 aceleram a taxas mais lentas. Isso prejudica o desempenho do tráfego, causando atraso do veículo. O veículo 9 é visto reduzindo sua velocidade para evitar a colisão com o veículo 8.

Com o método proposto, linha inferior da Figura 14 e Figura 15(b), todos os seis

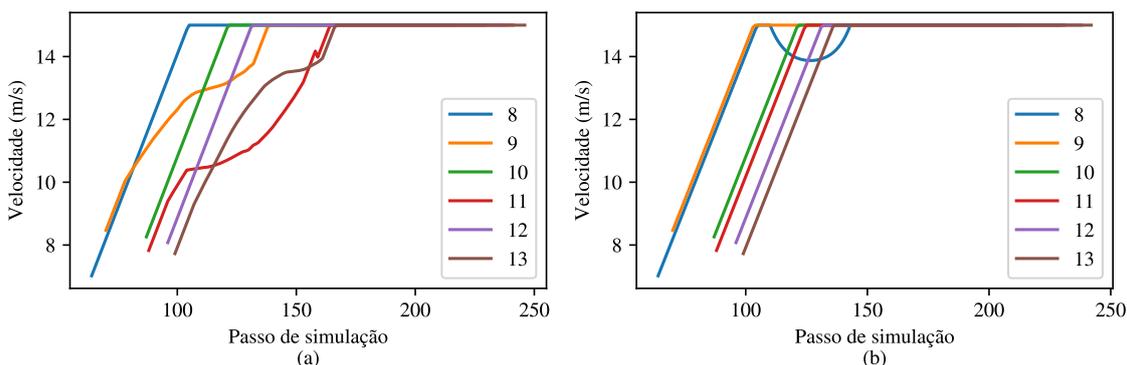


Figura 15 – Perfis de velocidade para seis veículos no caso de um fluxo de 5200 veículos/h por aproximação: (a) OATS; e (b) método proposto

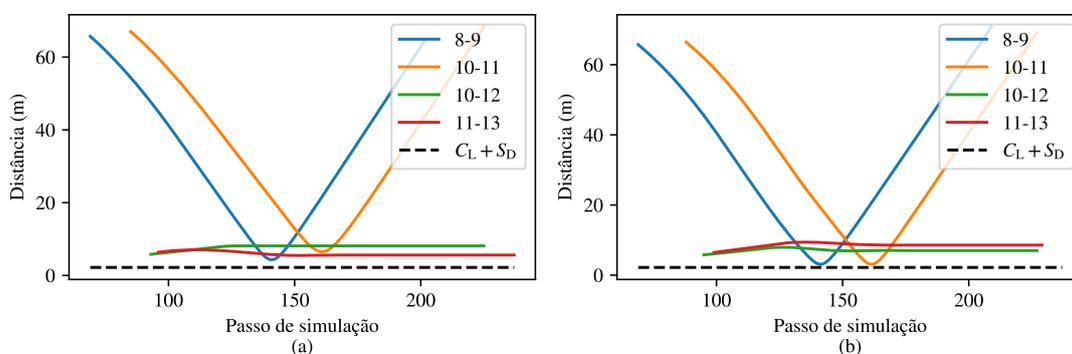


Figura 16 – Distâncias entre veículos selecionados no caso de um fluxo de 5200 veículos/h por aproximação: (a) OATS; e (b) método proposto

veículos aceleram na taxa máxima até a velocidade máxima. Os veículos 8 e 9 desviam do que seria um caminho convencional para caminhos e trajetórias ótimas para maximizar seu progresso. O veículo 9 vai da esquerda para a direita da via enquanto o veículo 8 se aproxima do limite direito da via. No entanto, observa-se que o veículo 8 reduz sua velocidade por um curto período para evitar a colisão com o veículo 9. Apesar dos veículos atingirem mais rapidamente maior velocidade com o método proposto do que com o OATS, a diferença de desempenho é pequena. O ganho pelas maiores velocidades é compensado pelos trajetos mais longos de alguns veículos com o método proposto.

A Figura 16 mostra as distâncias entre veículos selecionados e também a distância mínima que deveria ser respeitada entre os veículos. Acompanhe essa discussão consultando também a Figura 14. Os pares de veículos 8–9 e 10–11 percorrem vias diferentes,

enquanto os pares de veículos 10–12 e 11–13 percorrem a mesma via. As curvas dos veículos 8–9 e 10–11 na Figura 16(a) mostram que ficaram longe de um possível colisão com o OATS, enquanto que com o método proposto, como pode ser visto na Figura 16(b) os veículos chegaram na distância mínima permitida entre eles. Isso não é um indicativo de quase colisão, apenas mostra que no método proposto, os veículos puderam ficar mais próximos pela menor quantidade de restrições no uso do espaço. A curva dos veículos 10–12 mostra que no caso do OATS os veículos se afastam, já que o veículo 10 está com uma velocidade maior no início. Depois que as velocidades se igualam, a distância permanece constante. Já no caso do método proposto, embora as curvas de velocidade dos veículos 10–12 seja muito parecidas com o caso do OATS, os veículos se afastam, mas depois volta a se aproximar e depois se afastar novamente mesmo tendo as mesmas velocidades. Isso acontece pois os veículos não estão restritos as faixas de rolamento e se aproximam horizontalmente (ver Figura 14) para evitar uma colisão com o veículo 11. Os veículos 11–13 começam se afastando e depois de aproximam no caso do OATS. Isso se deve a uma redução na aceleração do veículo 11 em relação ao veículo 13 para evitar uma colisão com o veículo 10. No caso do método proposto a distância é mantida um pouco maior, até que os veículos 11 e 13, para evitar uma colisão com os veículos 10 e 12, se aproxima da linha central da via.

Videoclipes de ambos os métodos estão disponíveis em: <https://1drv.ms/u/s!AgP7AUjGHbG9hpkwMiNZpxE8xOdM3w?e=vVs21H>. Notar que a duração do vídeo pode ser maior do que vinte segundos, mesmo que tenham sido simulados 40 passos (20 segundos).

4.2.1 Conforto do Usuário

A literatura existente até o momento sugere que os passageiros tendem a sentir certo desconforto quando em acelerações mais baixas que os motoristas dos veículos, isto indica que o ocupantes dos veículos autônomos costumam instruir seus veículos a fazerem manobras que proporcionem maior conforto aos usuários e também à direção, o que seria diferente do algoritmo de controle que apenas imitaria a direção humana (LE VINE; ZOLFAGHARI; POLAK, 2015). Neste trabalho o conforto do usuário não foi considerado.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um método para a coordenação de veículos conectados sob condução automatizada em interseções livres de semáforos. Uma característica que diferencia este método é otimização dos caminhos e das trajetórias dos veículos dentro da interseção afim de aumentar a eficiência. Uma comparação com a estratégia OATS, que utiliza um número pré determinado de caminhos, mostra que um melhor uso do espaço de interseção leva a menores variações de velocidade.

5.1 CONTRIBUIÇÕES

Neste trabalho as trajetórias dos veículos são otimizadas em caminhos livres para uma passagem eficiente e sem colisões pela interseção. O controlador proposto é uma extensão do método de planejamento de caminho e trajetória desenvolvido por Levy e Haddad (2021) baseado em controle de contorno preditivo baseado em modelo (LAM; MANZIE; GOOD, 2010; LINIGER; DOMAHIDI; MORARI, 2015). As contribuições deste trabalho são:

- Levy e Haddad (2021) propuseram um método para estradas, por exemplo rodovias, sem faixas, tendo um caminho de referência. Neste trabalho o método é aplicado a interseções, tendo vários caminhos de referência.
- O método de Levy e Haddad (2021), e os métodos anteriores de coordenação de interseções sem caminhos, consideram uma instância do problema por vez. Há um número de veículos, cada um com determinados estados iniciais, e esses veículos são controlados na estrada. Neste trabalho é considerada a chegada contínua de veículos como feito por Bai Li *et al.* (2021).
- Comparado com o trabalho de Bai Li *et al.* (2021), o método proposto neste trabalho explora todo o espaço da interseção para qualquer possível chegada de veículos e sem impor estados finais para os veículos.
- O método proposto neste trabalho é comparado com a estratégia *Optimal Arrival Time Scheduling* (OATS) (MÜLLER; CARLSON; KRAUS, 2016a, 2016b). OATS é uma estratégia de coordenação de CVAD em cruzamentos baseada no conceito de movimento veicular. Este é o primeiro trabalho a

comparar um método de “caminhos livres” com um método “baseado em caminhos fixos”.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Um cenário com movimentos de conversão e uma revisão no método de geração de veículos deve permitir uma melhor demonstração dos potenciais ganhos de capacidade do método proposto. Embora não mostrados nesta dissertação, os testes com o método revelaram que ele é sensível à escolha dos valores dos parâmetros. Isto pode ser investigado em trabalhos futuros. Tanto as restrições de colisão quanto o modelo dinâmico do veículo são não-lineares, tornando o problema ainda mais complexo. Isso pode dificultar a aplicação em interseções maiores, exigindo a investigação de formulações alternativas ou algoritmos adaptados ao problema. Restrições adicionais, por exemplo, visando conforto do passageiro (LE VINE; ZOLFAGHARI; POLAK, 2015), e o uso de outros modelos de veículos podem ser investigados.

REFERÊNCIAS

AHMADI, Elham; CARLSON, Rodrigo Castelan; KRAUS JUNIOR, Werner; TAHERI, Ehsan. Near-optimal Coordination of Vehicles at an Intersection Plaza Using Bézier Curves. *In: VEHICULAR 2022: The Eleventh International Conference on Advances in Vehicular Systems, Technologies and Applications*. Italy: IARIA, 2022. p. 6–12.

AHMADI, Elham; CARLSON, Rodrigo Castelan; KRAUS JUNIOR, Werner; TAHERI, Ehsan. Near-optimal Coordination of Vehicles at an Intersection Plaza Using Finite Fourier Series. *In: 35º Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes*. Brasil: ANPET, 2021.

ANDERSSON, Joel A E; GILLIS, Joris; HORN, Greg; RAWLINGS, James B; DIEHL, Moritz. CasADi – A Software Framework for Nonlinear Optimization and Optimal Control. **Mathematical Programming Computation**, Springer, v. 11, n. 1, p. 1–36, 2019.

CHEN, Lei; ENGLUND, Cristofer. Cooperative Intersection Management: A Survey. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 17, n. 2, p. 570–586, 2016.

CONTRAN. **Manual Brasileiro de Sinalização de Trânsito – Volume V: Sinalização Semafórica**. Brasília, DF, Brazil: Conselho Nacional de Trânsito, Departamento Nacional de Trânsito, Ministério das Cidades, 2014.

FHWA. **Traffic Analysis Toolbox Volume III: Guidelines for Applying Traffic Microsimulation Modeling Software**. Disponível em: https://ops.fhwa.dot.gov/trafficanalysistools/tat_vol3/sectapp_a.htm. Acesso em: 31 ago. 2022.

FREUND, John E.; SIMON, Gary A. **Estatística aplicada: economia, administração e contabilidade**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000. OCLC: 50836978. ISBN 978-85-7307-531-1.

GE, Zhengyi. Reinforcement Learning-based Signal Control Strategies to Improve Travel Efficiency at Urban Intersection. *In: 2020 International Conference on Urban Engineering and Management Science (ICUEMS)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 347–351.

GUO, Qiangqiang; LI, Li; (JEFF) BAN, Xuegang. Urban Traffic Signal Control with Connected and Automated Vehicles: A Survey. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 101, p. 313–334, 2019. ISSN 0968090X.

GUROBI OPTIMIZATION, LLC. **Gurobi Optimizer Reference Manual**. <https://www.gurobi.com/>: [s.n.], 2022. Disponível em: <https://www.gurobi.com/>.

HE, Zhengbing; ZHENG, Liang; LU, Lili; GUAN, Wei. Erasing Lane Changes From Roads: A Design of Future Road Intersections. **IEEE Transactions on Intelligent Vehicles**, v. 3, n. 2, p. 173–184, 2018. ISSN 2379-8904, 2379-8858.

LAM, Denise; MANZIE, Chris; GOOD, Malcolm. Model Predictive Contouring Control. *In*: 49TH IEEE Conference on Decision and Control (CDC). USA: IEEE, 2010. p. 6137–6142.

LAW, Averill M. **Simulation modeling and analysis**. Fifth edition. Dubuque: McGraw-Hill Education, 2013. (McGraw-Hill series in industrial engineering and management science). ISBN 978-0-07-340132-4.

LE VINE, Scott; ZOLFAGHARI, Alireza; POLAK, John. Autonomous cars: The tension between occupant experience and intersection capacity. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 52, p. 1–14, 2015. ISSN 0968-090X.

LEVY, Rotem; HADDAD, Jack. Path and Trajectory Planning for Autonomous Vehicles on Roads without Lanes. *In*: 2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). USA: IEEE, 2021. p. 3871–3876.

LI, Bai; ZHANG, Youmin; ACARMAN, Tankut; OUYANG, Yakun; YAMAN, Cagdas; WANG, Yaonan. Lane-free Autonomous Intersection Management: A Batch-processing Framework Integrating Reservation-based and Planning-based Methods. *In*: 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). China: IEEE, 2021. p. 7915–7921.

LI, Bai; ZHANG, Youmin; JIA, Ning; PENG, Xiaoyan. Autonomous Intersection Management over Continuous Space: A Microscopic and Precise Solution via Computational Optimal Control. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 53, n. 2, p. 17071–17076, 2020.

LI, Bai; ZHANG, Youmin; ZHANG, Yue; JIA, Ning; GE, Yuming. Near-optimal Online Motion Planning of Connected and Automated Vehicles at a Signal-free and Lane-free Intersection. *In: 2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. China: IEEE, 2018. p. 1432–1437.

LINIGER, Alexander; DOMAHIDI, Alexander; MORARI, Manfred. Optimization-based Autonomous Racing of 1:43 Scale RC Cars. **Optimal Control Applications and Methods**, v. 36, n. 5, p. 628–647, 2015. ISSN 01432087.

MATARIĆ, Maja J. From local interactions to collective intelligence. *In: THE biology and technology of intelligent autonomous agents*. [S.l.]: Springer, 1995. p. 275–295.

MÜLLER, Eduardo Rauh. **Optimal Arrival Time Scheduling of Automated Vehicles at Intersections**. 2018. PhD dissertation – Post-graduate Program in Automation e Systems Engineering, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

MÜLLER, Eduardo Rauh; CARLSON, Rodrigo Castelan; KRAUS, Werner. Intersection Control for Automated Vehicles with MILP. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 3, p. 37–42, 2016. ISSN 24058963.

MÜLLER, Eduardo Rauh; CARLSON, Rodrigo Castelan; KRAUS, Werner. Time Optimal Scheduling of Automated Vehicle Arrivals at Urban Intersections. *In: IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. Brazil: IEEE, 2016. p. 1174–1179.

NINOS NETO, Georgios Joannis. **Análise do Gerenciamento de Veículos Automatizados com Exploração Livre da Área da Interseção**. 2021. Master thesis – Post-graduate Program in Automation e Systems Engineering, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

PAPAGEORGIOU, M.; DIAKAKI, C.; DINOPOULOU, V.; KOTSIALOS, A.; WANG, Yibing. Review of Road Traffic Control Strategies. **Proceedings of the IEEE**, v. 91, n. 12, p. 2043–2067, 2003. ISSN 0018-9219.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python 3.8.13 Documentation**. <https://www.python.org/>: [s.n.], 2022. Disponível em: <https://www.python.org/>.

- RIOS-TORRES, Jackeline; MALIKOPOULOS, Andreas A. A Survey on the Coordination of Connected and Automated Vehicles at Intersections and Merging at Highway On-ramps. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 18, n. 5, p. 1066–1077, 2017.
- ROCA, Damian; MILITO, Rodolfo; NEMIROVSKY, Mario; VALERO, Mateo. Advances in the Hierarchical Emergent Behaviors (HEB) Approach to Autonomous Vehicles. **IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine**, v. 12, n. 4, p. 57–65, 2020. ISSN 1939-1390, 1941-1197.
- ROCA, Damian; MILITO, Rodolfo; NEMIROVSKY, Mario; VALERO, Mateo. Tackling IoT Ultra Large Scale Systems: Fog Computing in Support of Hierarchical Emergent Behaviors. In: RAHMANI, Amir M.; LILJEBERG, Pasi; PREDEN, Jürjo-Sören; JANTSCH, Axel (Ed.). **Fog Computing in the Internet of Things**. Cham: Springer International Publishing, 2018. p. 33–48. ISBN 978-3-319-57638-1 978-3-319-57639-8.
- ROCA, Damian; NEMIROVSKY, Daniel; NEMIROVSKY, Mario; MILITO, Rodolfo; VALERO, Mateo. Emergent Behaviors in the Internet of Things: The Ultimate Ultra-large-scale System. **IEEE micro**, IEEE, v. 36, n. 6, p. 36–44, 2016.
- ROSSITER, J. A. **A First Course in Predictive Control**. 2. ed. Boca Raton: Taylor & Francis, CRC Press, 2018. ISBN 978-1-138-09934-0.
- SAE/ISO. **Taxonomy and Definitions for Terms Related to Driving Automation Systems for On-Road Motor Vehicles**. en. [S.l.], abr. 2021. P. 41. Disponível em: https://www.sae.org/content/j3016_202104. Acesso em: 16 ago. 2022.
- SHLADOVER, Steven E. Connected and automated vehicle systems: Introduction and overview. en. **Journal of Intelligent Transportation Systems**, v. 22, n. 3, p. 190–200, mai. 2018. ISSN 1547-2450, 1547-2442.
- STEVANOVIC, Aleksandar; MITROVIC, Nikola. Impact of Conflict Resolution Parameters on Combined Alternate-directions Lane Assignment and Reservation-based Intersection Control. **European Transport Research Review**, v. 12, n. 1, p. 6, 2020. ISSN 1866-8887.

APÊNDICE A – SIMULAÇÃO DE CHEGADAS

Neste apêndice apresenta-se o modelo de microssimulação de chegadas utilizado neste trabalho. Considerou-se que o sistema inicia vazio, isto é, sem veículos. Os veículos são gerados na entrada da rede segundo uma distribuição exponencial negativa deslocada dos intervalos de chegada como segue (FHWA, 2022):

$$h = (H - h_{\min})[-\ln(1 - R)] + h_{\min} \quad (23)$$

em que h é o espaçamento (*headway*) em segundos que separa cada veículo gerado, h_{\min} é o intervalo mínimo especificado entre veículos e R é um número aleatório entre 0 e 1. O espaçamento médio H é dado por:

$$H = \frac{3600}{V} \quad (24)$$

em que V é o volume em veículos/hora.

O ponto de entrada corresponde ao alinhamento central da faixa no início da pista para o OATS e é obtido aleatoriamente para o método proposto. Assume-se que todos os veículos chegam em condições que garantem factibilidade do problema, por exemplo, por um coordenador entre as partes do sistema viário. Caso um veículo seja gerado tal que o problema se torne infactível, ele é colocado em uma fila virtual e liberado no próximo passo em que não provoque infactibilidade.

APÊNDICE B – RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E NÚMERO DE REPLICAÇÕES

Neste apêndice são apresentadas as tabelas com os resultados de todas as simulações. Para determinar a quantidade de simulações necessárias de cada cenário para que os dados sejam interpretados corretamente foi realizado um teste estatístico descrito a seguir.

B.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO PARA DETERMINAR O NÚMERO DE REPLICAÇÕES

Law (2013) propõe um procedimento estatístico iterativo para determinar o número de replicações, isto é, o número de execuções de simulação estocástica de cada cenário. O número de replicações resultante permite obter uma estimativa \bar{X} da média real μ_T com erro relativo γ e nível de confiança $1 - \alpha$ a partir de uma amostra para cada uma das métricas de interesse.

Para aplicação do método, além das fórmulas para cálculo da média da amostra \bar{X} e do desvio padrão s (FREUND; SIMON, 2000), é necessário calcular o comprimento de meio intervalo de confiança:

$$\delta(n_s, \alpha) = t_{n_s-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2(n_s)}{n_s}} \quad (25)$$

em que n_s é o número de amostras, $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$ é o ponto crítico superior a $1 - \frac{\alpha}{2}$ para a distribuição t com grau de liberdade $n_s - 1$.

O erro relativo γ precisa ser ajustado para uso no método:

$$\gamma' = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \quad (26)$$

em que γ' é o erro relativo ajustado.

O procedimento inicia com a escolha de um número arbitrário de replicações $n_0 \geq 10$. Em seguida são realizados os seguintes passos para cada uma das métricas de interesse:

1. Fazer $n_s = n_0$ e executar n replicações da simulação para obter os valores X_1, X_2, \dots, X_{n_s} da métrica de interesse;

2. Calcular $\bar{X}(n_s)$ e $\delta(n_s, \alpha)$ de X_1, X_2, \dots, X_{n_s} ;
3. Verificar se $\frac{\delta(n_s, \alpha)}{|\bar{X}(n_s)|} \leq \gamma'$. Caso verdadeiro para todas as métricas de interesse, usar $\bar{X}(n_s)$ como a estimativa de μ_r . Caso falso, fazer $n_s = n_s + 1$, executar mais uma replicação e voltar ao passo 2.

B.2 RESULTADOS

As Tabelas 3 e 5 mostram os resultados para o caso do OATS com valores absolutos e normalizados de Tempo Total de Viagem, respectivamente. Já as tabelas 4 e 6 apresentam os mesmos resultados para o caso do método proposto. O método da seção anterior foi aplicado para as duas abordagens usando os dados normalizados. Os testes foram realizados para um intervalo de confiança de 95% ($\alpha = 0,05$) com erro relativo de 15% ($\gamma = 0,15$) e, portanto, $\gamma' = 0,1304$. Após concluído o teste, podemos afirmar com 95% de confiança que média estimada do tempo total de viagem normalizado está até 15% acima ou abaixo da média real. Para o caso com valores absolutos o teste também foi empregado, mas a mesma quantidade de replicações foi.

Foram necessárias $n = 17$ replicações até que se atingisse o valor do erro ajustado γ' . Há portanto 16 graus de liberdade e o valor crítico de t a ser usado é $t_{16,0,975} = 2,120$ (FREUND; SIMON, 2000). Após a aplicação do método estatístico todos os valores de $\frac{\delta(n_s, \alpha)}{|\bar{X}(n_s)|} \leq \gamma'$ ficaram abaixo do valor do erro ajustado para o caso normalizado, conforme ilustram as Tabelas 7, 8, 9 e 10.

Tabela 3 – Tempo total de viagem (s) das simulações com o método OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h em intervalos de 400 veículos/h.

		Sementes								
Fluxo	111	163	182	140	10	47	299	464	949	
200	14,35	22,9	29,15	31,45	20,15	24,30	25,65	30,90	18,80	
600	97,40	64,70	100,70	93,85	65,45	36,45	90,90	79,75	101,85	
1000	125,10	136,05	118,85	140,90	130,00	100,70	80,70	116,10	98,15	
1400	165,75	192,85	216,85	197,95	171,60	211,65	161,05	154,75	153,95	
1800	270,45	258,25	235,60	239,25	241,90	243,55	201,60	267,65	220,05	
2200	276,85	324,60	309,60	304,00	305,05	313,50	252,25	282,60	296,10	
2600	325,45	378,00	367,95	317,90	316,40	330,75	317,85	372,75	329,55	
Fluxo	221	802	675	338	781	500	642	857		
200	27,65	35,05	30,80	35,35	30,60	34,60	35,95	20,30		
600	65,00	100,80	91,20	78,05	96,00	79,95	57,30	63,15		
1000	132,55	144,65	118,95	164,05	140,75	104,40	154,35	140,75		
1400	219,35	221,80	172,15	137,80	193,25	187,90	224,90	188,90		
1800	271,60	257,00	233,65	194,75	267,05	248,15	224,85	270,35		
2200	285,65	285,65	290,85	302,75	257,95	312,15	287,30	331,20		
2600	336,65	352,65	349,20	316,15	343,05	305,45	334,10	332,05		

Tabela 4 – Tempo total de viagem (s) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h em intervalos de 400 veículos/h.

		Sementes								
Fluxo	111	163	182	140	10	47	299	464	949	
200	14,40	22,65	29,30	31,45	20,20	24,30	25,65	30,95	18,90	
600	96,70	64,75	100,40	93,30	65,45	36,45	90,75	79,50	101,60	
1000	125,05	135,50	118,35	139,95	129,45	100,65	80,75	116,10	98,20	
1400	164,55	192,75	215,15	196,40	170,40	210,30	160,75	154,10	153,30	
1800	267,60	256,40	233,60	238,45	240,35	242,05	199,25	263,05	219,60	
2200	275,85	321,40	304,55	301,10	300,85	309,10	249,20	280,15	292,60	
2600	325,40	372,45	363,45	315,20	313,90	327,15	315,85	367,45	328,60	
Fluxo	221	802	675	338	781	500	642	857		
200	27,65	35,10	30,85	35,30	30,70	34,65	36,05	20,30		
600	65,30	100,85	90,85	77,90	96,2	80,00	57,00	62,95		
1000	144,45	118,75	163,20	132,70	140,15	103,95	153,90	140,45		
1400	217,30	219,75	170,10	136,95	192,80	186,40	223,65	187,6		
1800	269,15	255,10	228,15	193,00	264,55	245,65	224,20	267,55		
2200	282,75	283,45	286,70	300,85	256,05	311,60	284,45	325,5		
2600	332,55	350,00	348,65	312,30	338,65	301,30	328,70	328,10		

Tabela 5 – Tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

		Sementes							
Fluxo	111	163	182	140	10	47	299	464	949
200	4,78	5,73	5,83	5,24	5,04	4,86	4,28	6,18	6,27
600	5,73	6,47	6,29	6,70	6,55	6,08	5,68	6,65	5,66
1000	5,44	5,67	5,66	5,87	5,91	5,30	5,04	5,53	6,13
1400	5,92	5,67	5,86	6,00	6,13	6,41	4,88	5,73	5,70
1800	6,29	6,15	5,89	5,84	5,76	5,66	4,69	5,95	5,95
2200	6,02	6,12	6,19	6,08	6,10	6,15	4,95	6,14	6,30
2600	5,92	6,10	6,13	5,78	5,86	6,01	5,78	6,21	5,99
Fluxo	221	802	675	338	781	500	642	857	
200	5,53	7,01	6,16	7,07	5,10	6,92	7,19	5,08	
600	5,42	6,30	6,08	5,20	6,00	6,15	5,73	5,26	
1000	6,03	5,95	5,66	5,76	5,63	6,14	5,72	5,86	
1400	6,09	6,34	6,15	5,99	6,04	6,06	6,08	5,90	
1800	6,04	5,59	5,84	6,09	6,21	6,05	6,08	6,14	
2200	6,08	5,95	5,70	5,94	6,00	6,24	6,25	6,02	
2600	6,01	6,19	6,13	6,08	6,13	6,23	6,07	6,15	

Tabela 6 – Tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

		Sementes							
Fluxo	111	163	182	140	10	47	299	464	949
200	4,80	5,74	5,86	5,24	5,05	4,86	4,28	6,19	6,30
600	5,69	6,48	6,28	6,66	6,55	6,08	5,67	6,63	5,64
1000	5,44	5,65	5,64	5,83	5,88	5,30	5,05	5,53	6,14
1400	5,88	5,67	5,81	5,95	6,09	6,37	5,95	5,71	5,68
1800	6,22	6,10	5,84	5,82	5,72	5,15	6,04	5,85	5,94
2200	6,00	6,06	6,09	6,02	6,02	6,06	5,80	6,09	6,23
2600	5,92	6,01	6,06	5,73	5,81	5,95	5,85	6,12	5,97
Fluxo	221	802	675	338	781	500	642	857	
200	5,53	7,02	6,17	7,06	5,12	6,93	7,21	5,08	
600	5,44	6,30	6,06	5,19	6,01	6,15	5,70	5,25	
1000	6,02	5,94	5,63	5,77	5,61	6,11	5,70	5,85	
1400	6,04	6,28	6,08	5,95	6,03	6,01	6,04	5,86	
1800	5,98	5,55	5,70	6,03	6,15	5,99	6,06	6,08	
2200	6,02	5,91	5,62	5,90	5,95	6,23	6,18	5,92	
2600	5,94	6,25	6,12	6,01	6,05	6,28	5,98	6,08	

Tabela 7 – Dados estatísticos do tempo total de viagem (s) das simulações com o OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

Fluxo	$\bar{X}(n_s)$	S	n_s	γ	γ'	$\delta(n_s, \alpha)$	$\frac{\delta(n_s, \alpha)}{\bar{X}(n_s)}$
200	27,53	6,52	17	0,15	0,1304	3,35	0,1218
600	80,15	18,88	17	0,15	0,1304	9,71	0,1211
1000	126,29	21,72	17	0,15	0,1304	11,17	0,0884
1400	186,61	26,84	17	0,15	0,1304	13,80	0,0739
1800	243,86	23,72	17	0,15	0,1304	12,20	0,0500
2200	295,18	21,23	17	0,15	0,1304	10,92	0,0370
2600	336,82	21,20	17	0,15	0,1304	10,90	0,0324

Tabela 8 – Dados estatísticos do tempo total de viagem (s) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

Fluxo	$\bar{X}(n_s)$	S	n_s	γ	γ'	$\delta(n_s, \alpha)$	$\frac{\delta(n_s, \alpha)}{\bar{X}(n_s)}$
200	27,57	6,52	17	0,15	0,1304	3,35	0,1216
600	80,00	18,79	17	0,15	0,1304	9,66	0,1208
1000	125,97	21,52	17	0,15	0,1304	11,07	0,0879
1400	185,43	26,53	17	0,15	0,1304	13,64	0,0736
1800	241,63	23,33	17	0,15	0,1304	12,00	0,0497
2200	292,13	20,67	17	0,15	0,1304	10,63	0,0364
2600	333,51	20,61	17	0,15	0,1304	10,60	0,0318

Tabela 9 – Dados estatísticos do tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o OATS para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

Fluxo	$\bar{X}(n_s)$	S	n_s	γ	γ'	$\delta(n_s, \alpha)$	$\frac{\delta(n_s, \alpha)}{\bar{X}(n_s)}$
200	5,78	0,90	17	0,15	0,1304	0,46	0,0801
600	6,00	0,47	17	0,15	0,1304	0,24	0,0402
1000	5,72	0,29	17	0,15	0,1304	0,15	0,0260
1400	5,94	0,34	17	0,15	0,1304	0,17	0,0293
1800	5,89	0,36	17	0,15	0,1304	0,19	0,0318
2200	6,01	0,31	17	0,15	0,1304	0,16	0,0264
2600	6,05	0,14	17	0,15	0,1304	0,07	0,0120

Tabela 10 – Dados estatísticos do tempo total de viagem normalizado (s/veh) das simulações com o método proposto para 17 sementes com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h.

Fluxo	$\bar{X}(n_s)$	S	n_s	γ	γ'	$\delta(n_s, \alpha)$	$\frac{\delta(n_s, \alpha)}{\bar{X}(n_s)}$
200	5,79	0,9017	17	0,15	0,1304	0,46	0,0802
600	5,99	0,47	17	0,15	0,1304	0,24	0,0402
1000	5,71	0,29	17	0,15	0,1304	0,15	0,0257
1400	5,96	0,19	17	0,15	0,1304	0,10	0,0165
1800	5,90	0,26	17	0,15	0,1304	0,13	0,0228
2200	6,01	0,15	17	0,15	0,1304	0,08	0,0131
2600	6,01	0,14	17	0,15	0,1304	0,07	0,0122

APÊNDICE C – TESTE-T PAREADO

Neste apêndice apresenta-se os resultados do teste estatístico utilizado para verificar se a diferença obtida entre os dois métodos, OATS e método proposto, são significativas.

Foi utilizado o teste-*t* pareado bicaudal para um intervalo de confiança de 95%. Os dados de entrada são os valores de TTS de cada método para cada um dos fluxos simulados. A Tabela 11 mostra os resultados obtidos pelo teste-*t* pareado considerando 17 observações, ou seja, 16 graus de liberdade e $t = 2,120$.

Tabela 11 – Dados obtidos no teste-*t* pareado considerando as amostras obtidas nas replicações do OATS e do método proposto com fluxos de 400 a 5200 veículos/h por aproximação em intervalos de 400 veículos/h

Análise	400	1200	2000	2800	3600	4400	5200
Média OATS (s)	27,53	80,15	126,29	186,61	243,86	295,18	336,82
Média do método proposto (s)	27,57	80,00	125,97	185,43	241,63	292,13	333,51
Diferença entre médias (s)	0,04	-0,15	-0,32	-1,19	-2,24	-3,05	-3,31
Diferença entre médias (%)	0,15	-0,19	-0,25	-0,64	-0,92	-1,03	-0,98
<i>p</i> bi-caudal	0,00209	0,02876	0,00092	$5,5 \times 10^{-7}$	$2,25 \times 10^{-6}$	$8,1 \times 10^{-8}$	$4,55 \times 10^{-7}$