



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CFM: CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Maíra Cesário Alvim Lobo

**O modelo vetorial de sacola do MIT:** Estrelas compactas e transição de fases.

Florianópolis, SC  
2022



Maíra Cesário Alvim Lobo

**O modelo vetorial de sacola do MIT: Estrelas compactas e transição de fases.**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Física.  
Orientadora: Profa. Débora Peres Menezes, Dra.

Florianópolis, SC  
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Lobo, Maíra Cesário Alvim

O modelo vetorial de sacola do MIT : Estrelas compactas e transição de fases. / Maíra Cesário Alvim Lobo ; orientadora, Débora Peres Menezes, 2023.  
130 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Física. 2. Modelos efetivos da QCD. 3. Estrelas compactas. 4. Diagramas de fases da QCD.. 5. Matéria estranha de quarks.. I. Peres Menezes, Débora . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Física. III. Título.

Maíra Cesário Alvim Lobo

**O modelo vetorial de sacola do MIT:** Estrelas compactas e transição de fases.

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Eduardo Souza Fraga, Dr(a).  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Emmanuel Gräve de Oliveira, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Kauan Dalfovo Marquez, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Física.

---

Prof. Paulo Henrique Souto Ribeiro, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação

---

Profa. Débora Peres Menezes, Dra.  
Orientadora

Florianópolis, SC, 2022.



Este trabalho é dedicado a todas as mulheres cientistas que  
existiram, existem e virão a existir.



## AGRADECIMENTOS

À professora Débora agradeço por ser, além de uma ótima mentora, uma inspiração e um exemplo. Agradeço pela atenção, pelas críticas, pelo conhecimento transmitido e pela confiança.

Faço um agradecimento especial à Carline Biesdorf que foi uma co-orientadora não oficial e despendeu seu tempo, seu trabalho, seus códigos e seu carinho comigo.

Agradeço ao CNPq por financiar minha pesquisa e tantas outras sendo imprescindível para o desenvolvimento da ciência brasileira.

À minha mãe agradeço pela parceria, apoio, amor, carinho, incentivo e cuidado não só no decorrer do mestrado, mas no decorrer de toda a minha vida. Obrigada por ser meu porto seguro e me ensinar o que é amor.

Agradeço aos meus irmãos. Agradeço Raíssa pela parceria, apoio, amor, carinho, incentivo e empurrão para ser uma pessoa cada vez melhor, mais inclusiva e mais compreensiva. Ao João Pedro que me surpreende com sua sabedoria e bondade com tão poucos anos de vida. À Serena por me fazer querer deixar um mundo melhor e ensinar que o amor nasce também das adversidades.

Agradeço à minha avó Anelisa que me apoia das mais diversas maneiras e que é um exemplo, uma inspiração, parceira e incentivadora para todas as filhas e netas.

Agradeço ao meu companheiro Mateus por me trazer leveza e companhia.

Agradeço à minha avó Ana por me admirar, me apoiar e ser um exemplo.

Agradeço à minha tia Cristiana e meu tio Bruno por terem conversado comigo antes mesmo de eu ingressar na universidade e terem sido os maiores incentivadores de uma carreira acadêmica e científica. Agradeço aos meus primos, seus filhos, por serem parceiros e também incentivadores desde sempre.

Agradeço ao meu pai por me ajudar quando eu estava doente e por me ensinar resiliência e perdão.

Por fim agradeço à todos as cientistas que vieram antes de mim e abriram o caminho para eu estar aqui. A todos os cientistas que desenvolveram minha área de estudo. A todos aqueles que desenvolveram a ciência como um todo tornando o mundo, na minha opinião, melhor. Um agradecimento especial vai àqueles que mapearam o coronavírus e desenvolveram uma vacina fazendo com que eu terminasse meu mestrado de uma maneira diferente da que comecei: vacinada e presente na universidade.



*"Nothing in life is to be feared,  
it is only to be understood.  
Now is the time to understand more,  
so that we may fear less."  
(Marie Curie)*



## RESUMO

No presente trabalho são obtidas Equações de Estado (EOS), diagramas massa-raio de famílias de estrelas e o diagrama de transição de fases da QCD com o uso de modelos efetivos. Para a descrição da matéria de quarks é utilizado o modelo de sacola do MIT e uma variação deste mesmo modelo, o modelo vetorial de sacola do MIT. Duas formas da matéria são estudadas: a matéria estelar e a matéria simétrica. Assumindo que a conjectura de Bodmer-Witten é válida, os parâmetros dos modelos são ajustados para especificar a janela de estabilidade de maneira que os modelos satisfaçam esta conjectura. Um modelo com pressão de sacola dependente da temperatura é proposto para melhor adequação aos dados experimentais de *freeze-out* químico nas transições de fases em altas temperaturas. Por fim a velocidade do som na matéria estelar é calculada com a finalidade de avaliar quão distante o valor fica do limite conforme.

**Palavras-chave:** Modelos efetivos da QCD. Estrelas compactas. Diagrama de fases da QCD. Matéria estranha de quarks.



## ABSTRACT

In the present work Equations of State (EOS), mass radius diagrams of strange star families and the QCD phase transition diagram are obtained using effective models. To describe quark matter the MIT bag model and a variation of this same model, the vector MIT bag model, are used. Two scenarios of quark matter are studied: stellar and symmetric matter. Assuming that the Bodmer-Witten conjecture is valid, the parameters of the models are adjusted to specify the stability window so that the models satisfy this conjecture. A temperature dependent bag model is proposed to best fit freeze-out experimental data in phase transitions at high temperatures. Finally the speed of sound in stellar matter is calculated to evaluate how distant it is from the conformal limit.

**Keywords:** QCD effective models. Strange stars. QCD phase diagram. Strange quark matter.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Comportamento do Potencial de Yukawa com a distância. . . . .	29
Figura 2 – A figura é um diagrama que mostra a simetria que está por trás das famílias de hádrons e foi adaptada do livro (DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, 2022). Os vértices representam as partículas da família. O parâmetro $s$ é a estranheza, $q$ é a carga e $I_z$ é a projeção de isospin. . . . .	33
Figura 3 – Diagrama de transição de fases conjecturado da QCD. Figura de Kevin Schroeder, inspirada em (WATTS, 2014) . . . . .	35
Figura 4 – Energia de ligação por nucleon em função do número de nucleons. Figura retirada de (MENEZES, Débora Peres, 2021) . . . . .	40
Figura 5 – Evolução estelar. Figura retirada de (TORRES, James Rudnei, 2011) . . . . .	40
Figura 6 – Na charge o homem deitado diz <b>“Me chame quando algo explodir lá em cima. Eu quero verificar essas imagens”</b> . No quadro na esquerda inferior está escrito <b>“Raios cósmicos são causados por estrelas explodindo que queimam com um fogo igual a 100 milhões de sóis e depois murcham de um diâmetro de 1/2 milhões de milhas para pequenas esferas de 14 milhas de espessura. É que diz o professor Fritz Zwicky, um físico suíço”</b> . . . . .	41
Figura 7 – Distribuição de partículas para diferentes temperaturas. Figura de Kevin Schroeder. Adaptado de (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012) . . . . .	58
Figura 8 – Comparação da energia por bárion do $^{56}\text{Fe}$ com a matéria de quarks de dois sabores (quarks $u$ e $d$ ) e a matéria estranha desconfinada que tem três sabores de quark ( $u$ , $d$ e $s$ ).Figura adaptada de (WEBER, 2017) . . . . .	62
Figura 9 – Janela de estabilidade da matéria estranha para o modelo de sacola do MIT e $T=0$ MeV. À direita (a) é considerada a matéria simétrica com potenciais químicos iguais. À esquerda (b) é considerada a matéria estelar com equilíbrio beta. As retas verticais à esquerda de cada gráfico representam o requerimento de que a matéria de quarks desconfinada de dois sabores $u$ e $d$ não seja estável. Figura retirada de (TORRES, J. R.; MENEZES, D. P., 2013) . . . . .	62
Figura 10 – Janela de estabilidade obtiUsando C.1.6 temos queda para o modelo vetorial de sacola do MIT apenas com a contribuição linear do campo. Figura retirada de (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021) . . . . .	64
Figura 11 – As curvas mostram o efeito da variação de temperatura para uma constante de sacola definida no modelo original. Para a matéria estelar com $\mathcal{B}^{1/4} = 145$ MeV e para a matéria simétrica com $\mathcal{B}^{1/4} = 147$ MeV. . . . .	66

Figura 12 – Os gráficos mostram o efeito da variação da constante de sacola nas EOS para os extremos da janela de estabilidade e $T = 0$ MeV no modelo original. Os intervalos para pressão e densidade de energia são os mesmos usados na análise da temperatura na figura 11. O gráfico de cima é de matéria estelar e o de baixo de matéria simétrica. A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação. . . . .	67
Figura 13 – Comparação das EOS da matéria estelar e da matéria simétrica no modelo original para $T = 0$ MeV e $\mathcal{B}^{1/4} = 150$ MeV. Aqui notamos que a diferença das EOS de matérias diferentes é tão pequena que só conseguimos vê-la de fato no zoom que se encontra embaixo do lado direito com os intervalos para densidade de energia e pressão muito menores. . . . .	68
Figura 14 – Comportamento da fração de estranheza com a variação do parâmetro $G_V$ para o modelo vetorial linear e $X_V = 1,0$ em cima e para $X_V = 0,4$ embaixo. A fração de estranheza não depende da constante de sacola. . . .	69
Figura 15 – Comportamento das EOS para o modelo vetorial com contribuição apenas linear e com a variação do parâmetro $G_V$ para $X_V = 1,0$ em cima e para $X_V = 0,4$ embaixo. Nos dois casos $\mathcal{B}^{1/4} = 139$ MeV. A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação. . .	70
Figura 16 – Comportamento das EOS com a variação do parâmetro $G_V$ e $X_V$ plotados juntos. Para $G_V = 0$ fm <sup>2</sup> as curvas coincidem como discutido. Foi usado $\mathcal{B}^{1/4} = 139$ MeV . . . . .	71
Figura 17 – Comportamento do campo vetorial com o aumento da densidade bariônica para diferentes valores de $b_4$ com $T = 0$ , $G_V = 0,3$ fm <sup>2</sup> e $X_V = 0,4$ . O valor de $V_0$ é independente da constante de sacola. . . . .	71
Figura 18 – Fração de estranheza para $G_V = 0,3$ fm <sup>2</sup> , $X_V = 0,4$ e diferentes valores de $b_4$ com $T = 0$ . A fração de estranheza não depende da constante de sacola. . . . .	72
Figura 19 – Equações de estado para diferentes valores de $b_4$ com $G_V = 0,3$ fm <sup>2</sup> , $\mathcal{B}^{1/4} = 139$ MeV, $X_V = 1,0$ em cima e $X_V = 0,4$ embaixo. . . . .	73
Figura 20 – Resposta das EOS à mudança da constante de sacola para $G_V = 0,3$ fm <sup>2</sup> , $b_4 = -0,4$ e $X_V = 0,4$ . A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação. . . . .	74
Figura 21 – Resposta das EOS do modelo à variação de temperatura para $\mathcal{B}^{1/4} = 139$ MeV, $X_V = 0,4$ , $G_V = 0,3$ fm <sup>2</sup> e $b_4 = -0,4$ . . . . .	74
Figura 22 – Famílias de estrelas provenientes da TOV e sua interpretação, onde $M_0$ é a massa solar. . . . .	76
Figura 23 – Gráfico da Massa em função da densidade central para análise de estabilidade estelar da TOV. . . . .	77

Figura 24 – Exemplo de família de estrelas com os conjuntos de dados recentes dos pulsares PSR J0740+6620 (RILEY <i>et al.</i> , 2021) (NICER), PSR J0952-0607 (ROMANI <i>et al.</i> , 2022) e do intervalo para o raio da estrela canônica (RILEY <i>et al.</i> , 2021). . . . .	78
Figura 25 – Família de estrelas do modelo de sacola do MIT original para matéria estelar, temperatura nula e constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade. Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . .	79
Figura 26 – Família de estrelas do modelo vetorial de sacola do MIT com $X_V = 1,0$ , $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ e $b_4 = -0,4$ para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, matéria estelar e temperatura nula. Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . .	80
Figura 27 – Família de estrelas do modelo vetorial de sacola do MIT com $X_V = 0,4$ , $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ e $b_4 = -0,4$ para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, matéria estelar e temperatura nula. Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . .	81
Figura 28 – Neste gráfico há famílias de estrelas com conjuntos de parâmetros a serem comparados com os diagramas de fases e $X_V = 1,0$ . Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente: 1- $B=165 \text{ MeV}$ , $G_V=0,8 \text{ fm}^2$ e $b_4=20$ 2- $B=165 \text{ MeV}$ , $G_V=0,8 \text{ fm}^2$ e $b_4=0$ 3- $B=205 \text{ MeV}$ , $G_V=0,0 \text{ fm}^2$ e $b_4=0$ Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . .	82
Figura 29 – Neste gráfico há famílias de estrelas com conjuntos de parâmetros a serem comparados com os diagramas de fases e $X_V = 0,4$ . Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente: 1- $B=165 \text{ MeV}$ , $G_V=0,8 \text{ fm}^2$ e $b_4=20$ 2- $B=165 \text{ MeV}$ , $G_V=0,8 \text{ fm}^2$ e $b_4=0$ 3- $B=205 \text{ MeV}$ , $G_V=0,0 \text{ fm}^2$ e $b_4=0$ Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . .	83

Figura 30 – Famílias de estrelas com as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, com  $X_V = 1,0$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4 = -0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente: 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=139$  MeV e  $T=0$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4}=139$  MeV e  $T=40$  MeV 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=146$  MeV e  $T=0$  MeV 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=146$  MeV e  $T=40$  MeV Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . . 84

Figura 31 – Famílias de estrelas com constante de sacola dentro da janela de estabilidade, com  $X_V = 1,0$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4 = -0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=139$  MeV e  $T=0$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4}=139$  MeV e  $T=40$  MeV 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=146$  MeV e  $T=0$  MeV 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=146$  MeV e  $T=40$  MeV Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. . . . . 85

Figura 32 – Famílias de estrelas para diferentes conjuntos de parâmetros do modelo de sacola vetorial do MIT para  $X_V = 0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente: 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 3-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=0$  MeV 4-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=40$  MeV 5-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 6-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 7-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=0$  MeV 8-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=40$  MeV 9-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 10- $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 11- $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 12- $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. 86

Figura 33 – Famílias de estrelas para diferentes conjuntos de parâmetros do modelo de sacola vetorial do MIT para  $X_V = 1,0$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607. Mais detalhadamente: 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 3-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=0$  MeV 4-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=40$  MeV 5-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 6-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 7-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=0$  MeV 8-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=40$  MeV 9-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 10-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV 11-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV 12-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV Dados e medidas no gráfico: Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607, Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. 87

Figura 34 – Tipos de transição de fases da QCD. Imagem adaptada de (AYRIYAN, Alexander; GRIGORIAN, 2018) . . . . . 91

Figura 35 – **Diagrama de transição de fases de matéria simétrica de dois quarks com  $\mathcal{B}$  constante.** Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola. As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . O *freeze-out* químico é representado pela linha preta e a transição líquido-gás pela linha cor de vinho. Mais detalhadamente: 1-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  2-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$  3-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  4-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  5-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  6-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  7-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  8-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  9-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  10- *Freeze-out* químico 11- Transição líquido-gás. 12- Mínimo potencial químico de transição 13- Máximo potencial químico de transição . . . . . 94

Figura 36 – Diagrama de transição de fases para matéria estelar com  $\mathcal{B}$  constante. Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola para  $X_V = 1,0$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Mais detalhadamente: 1 -  $T=40$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  3-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$  4-  $\mathcal{B}^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  5-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  6-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  7-  $\mathcal{B}^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  8-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  9-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  10-  $\mathcal{B}^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  11-Mínimo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1050$  MeV 12-Máximo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1200$  MeV . . . . . 97

Figura 37 – Diagrama de transição de fases para matéria estelar com  $\mathcal{B}$  constante. Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Mais detalhadamente: 1 -  $T=40$  MeV 2-  $\mathcal{B}^{1/4}= 148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  3-  $\mathcal{B}^{1/4}= 148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$  4-  $\mathcal{B}^{1/4}= 148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  5-  $\mathcal{B}^{1/4}= 165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  6-  $\mathcal{B}^{1/4}= 165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  7-  $\mathcal{B}^{1/4}= 165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  8-  $\mathcal{B}^{1/4}= 205$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  9-  $\mathcal{B}^{1/4}= 205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  10-  $\mathcal{B}^{1/4}= 205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  11-Mínimo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1050$  MeV 12-Potencial químico de transição esperado  $\mu = 1200$  MeV . . . . . 98

Figura 38 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola. As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . O freeze-out químico é representado pela linha preta e a transição líquido-gás pela linha cor de vinho. Mais detalhadamente: 1-  $B=148$ ,  $G_V = 0.0$  e  $b_4=0$  2-  $B=148$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4=60$  3-  $B=148$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4=0$  4-  $B=165$ ,  $G_V = 0.0$  e  $b_4=0$  5-  $B=165$ ,  $G_V = 0,8$  e  $b_4=20$  6-  $B=165$ ,  $G_V = 0,8$  e  $b_4=0$  7- Freeze-out Químico 8- Transição líquido-gás 9- Mínimo potencial químico de transição 10- Máximo potencial químico de transição . . . . . 102

Figura 39 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola inicial para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Aqui é usado o modelo vetorial de sacola do MIT com a pressão de sacola dependente da temperatura. Mais detalhadamente: 1-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  2-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$  3-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  4-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  5-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  6-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  7-Mínimo potencial químico de transição esperado 8–Potencial químico de transição esperado . 103

Figura 40 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola inicial para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Aqui é usado o modelo vetorial de sacola do MIT com a pressão de sacola dependente da temperatura. Mais detalhadamente: 1-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  2-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$  3-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  4-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  5-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$  6-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$  7-Mínimo potencial químico de transição esperado 8–Potencial químico de transição esperado . 104

Figura 41 – Velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico para o modelo vetorial com  $B^{1/4} = 139$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = -0,4$  e os dois valores de  $X_V$ . Mais detalhadamente 1- $X_V = 0,4$  e  $T = 0$  MeV 2-  $X_V = 0,4$  e  $T = 40$  MeV 3- $X_V = 1,0$  e  $T = 0$  MeV 4- $X_V = 1,0$  e  $T = 40$  MeV . . . . . 106

Figura 42 – A figura mostra a velocidade do som ao quadrado como função do potencial químico para  $X_V = 1,0$  e diferentes conjuntos dos outros parâmetros. Os quadrados no gráfico representam a velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico crítico de **verde** para  $T = 40$  MeV e de **preto** para  $T = 0$  MeV. Nas curvas 1 e 2 o modelo original foi usado e destacamos a velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para  $B^{1/4} = 148$  MeV com **círculos** e para  $B^{1/4} = 165$  MeV com **triângulos** respeitando a coloração relativa à temperatura. Mais detalhadamente: 1-  $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 2-  $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV 3-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 4-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 5-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=0 MeV 6-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=40 MeV 7-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 8-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV 9-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=0 MeV 10-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=40 MeV . . . . . 107

Figura 43 – A figura mostra a velocidade do som ao quadrado como função do potencial químico para  $X_V = 0,4$  e diferentes conjuntos dos outros parâmetros. Os quadrados no gráfico representam a velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico crítico de **verde** para  $T = 40$  MeV e de **preto** para  $T = 0$  MeV. Nas curvas 1 e 2 o modelo original foi usado e destacamos a velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para  $B^{1/4} = 148$  MeV com **círculos** e para  $B^{1/4} = 165$  MeV com **triângulos** respeitando a coloração relativa à temperatura. Mais detalhadamente: 1-  $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 2-  $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV 3-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 4-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 5-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=0 MeV 6-  $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=40 MeV 7-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV 8-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV 9-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=0 MeV 10-  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=40 MeV . . . . . 108

Figura 44 – Balanço de pressão da sacola . . . . . 128

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação de intensidade das interações fundamentais considerando a força forte com intensidade igual a um. Fonte (NINGYANG, 1961). . . . .	32
Tabela 2 – Cargas, massas de corrente e números quânticos dos seis sabores de quark. As massas têm incertezas consideráveis e estão apresentadas a título de comparação, ver atualizações. Os valores experimentais e as incertezas podem ser encontrados no <i>Particle Data Group</i> . Obs.: A cada quark corresponde um antiquark com cargas opostas (elétrica, strangeness (estranheza), bottomness, charm , topness e cor) . . . . .	33
Tabela 3 – Intervalo de estabilidade para a constante de sacola para o modelo de sacola do MIT, matéria estelar e $T = 0$ . . . . .	63
Tabela 4 – Intervalo de estabilidade para a constante de sacola para o modelo de sacola do MIT, matéria simétrica e $T = 0$ . . . . .	63
Tabela 5 – Janela de estabilidade obtida para o modelo vetorial de sacola do MIT apenas com a contribuição linear do campo. Valores tirados de (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021) . . . . .	64
Tabela 6 – Relação entre o campo vetorial e o parâmetro $b_4$ para $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ e $X_V = 0,4$ . O valor de $V_0$ é independente da constante de sacola. . . . .	72
Tabela 7 – Tabela com informações estelares para o modelo original de sacola do MIT para os valores extremos da janela de estabilidade para a constante de sacola . Nessa ordem: constante de sacola, massa máxima, família inclui a estrela canônica, se a família prevê as medidas de massa e raio do pulsar PSR J0740+6620 e se a família prevê as medidas de massa do pulsar PSR J0952-0607. . . . .	78
Tabela 8 – Informações estelares obtidas com o modelo vetorial de sacola do MIT com $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ e $b_4 = -0,4$ para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $X_V$ , massa máxima, raio da estrela canônica, se a família inclui a estrela canônica, se a família prevê as medidas de massa e raio do pulsar PSR J0740+6620 e se a família prevê as medidas de massa do pulsar PSR J0952-0607. . . . .	79
Tabela 9 – Dados de famílias de estrelas geradas pelo modelo vetorial de sacola do MIT com constante de sacola dentro da janela de estabilidade e temperaturas distintas. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $X_V$ , valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , valor da temperatura e massa máxima da família de estrelas . . . . .	84
Tabela 10 – Dados de famílias de estrelas geradas pelo modelo vetorial de sacola do MIT para temperaturas distintas. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $X_V$ , valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , temperatura e massa máxima da família de estrelas. . . . .	88

Tabela 11 – Dados da transição de fases da matéria simétrica de dois quarks ( <i>up</i> e <i>down</i> ) para $\mathcal{B}$ constante. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , Valor da temperatura máxima de transição, valor do potencial crítico, se o <i>freeze-out</i> está do lado hadrônico, se a transição líquido-gás está do lado hadrônico, se o potencial químico crítico está dentro do intervalo estabelecido. . . . .	95
Tabela 12 – Dados da transição de fases de matéria estelar e estrelas com parâmetros correspondentes para o modelo de sacola do MIT vetorial com $\mathcal{B}$ constante. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $X_V$ , valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , valor do potencial químico crítico, estrela de massa máxima, se o potencial químico crítico está dentro do intervalo estabelecido e temperatura máxima de transição. . . . .	99
Tabela 13 – Dados da transição de fases da matéria simétrica para o modelo com a pressão de sacola dependente da temperatura. Nessa ordem: constante de sacola inicial, valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , temperatura máxima de transição, potencial químico máximo de transição, se os dados de <i>freeze-out</i> químico estão do lado hadrônico, se os dados da transição de fases líquido gás está do lado hadrônico e se o potencial químico crítico está dentro do intercalo estabelecido. . . . .	101
Tabela 14 – Dados da transição de fases de matéria estelar e estrelas com parâmetros correspondentes para o modelo de sacola do MIT vetorial com pressão de sacola dependente da temperatura. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , valor de $X_V$ , valor do potencial crítico, valor de massa máxima e a temperatura máxima de transição. . . . .	105
Tabela 15 – Dados de potencial químico crítico, massa máxima e velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para o modelo de sacola do MIT vetorial com diferentes valores dos parâmetros do modelo. Nessa ordem: constante de sacola, valor de $X_V$ , valor de $G_V$ , valor de $b_4$ , valor da temperatura, valor do potencial crítico, valor da estrela de massa máxima da família, valor da velocidade do som ao quadrado no potencial crítico. . . . .	109

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEP	Critical End Point
EOS	<i>Equation of State</i> - Equação de Estado
LQCD	<i>Lattice QCD</i> - QCD na rede
MIT	Massachusetts Institute of Technology - Instituto de Tecnologia de Massachusetts
QCD	<i>Quantum Chromodynamics</i> - Cromodinâmica Quântica
SQM	Strange quark matter- Matéria estranha / Matéria estranha de quarks
TOV	Tolman-Oppenheimer-Volkoff



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>29</b>
1.1	OBJETIVOS E ESTRUTURA	36
<b>2</b>	<b>ESTRELAS ESTRANHAS</b>	<b>39</b>
2.1	HISTÓRICO	40
2.2	MATÉRIA DE QUARKS E A SQM	43
<b>2.2.1</b>	<b>Conjectura de Bodmer Witten</b>	<b>43</b>
2.2.1.1	Matéria estelar	44
2.2.1.2	Matéria simétrica	44
2.3	ESTRELAS ESTRANHAS	45
<b>3</b>	<b>MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT</b>	<b>47</b>
3.1	ORIGEM DO MODELO DE SACOLA	47
3.2	DENSIDADE LAGRANGIANA E EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	47
<b>3.2.1</b>	<b>Equações de movimento</b>	<b>50</b>
3.3	EQUAÇÕES DE ESTADO PARA $T > 0$	53
3.4	DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS	56
3.5	EQUAÇÕES DE ESTADO PARA TEMPERATURA NULA	59
3.6	EQUAÇÕES DE ESTADO DOS LÉPTONS NA MATÉRIA ESTELAR.	59
3.7	DUREZA DE UMA EQUAÇÃO DE ESTADO	60
3.8	JANELA DE ESTABILIDADE	61
<b>3.8.1</b>	<b>Janela de estabilidade para o modelo sacola do MIT</b>	<b>61</b>
<b>3.8.2</b>	<b>Janela de estabilidade para o modelo vetorial de sacola do MIT</b>	<b>63</b>
3.9	RESULTADOS E ANÁLISES DO MODELO ORIGINAL DE SACOLA DO MIT	65
3.10	RESULTADOS E ANÁLISE DO MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT	66
<b>4</b>	<b>EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO HIDROSTÁTICO (TOV) E FAMÍLIAS DE ESTRELAS</b>	<b>75</b>
4.1	FAMÍLIAS DE ESTRELAS DO MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT	77
<b>4.1.1</b>	<b>Estrelas quentes</b>	<b>81</b>
<b>5</b>	<b>TRANSIÇÃO DE FASES</b>	<b>89</b>
5.1	TRANSIÇÃO DE FASES DE PRIMEIRA ORDEM	89
5.2	RESTRICÇÕES	91
5.3	DIAGRAMA DE FASES	93
<b>5.3.1</b>	<b>Matéria simétrica de dois quarks</b>	<b>93</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Matéria estelar</b>	<b>96</b>
5.4	MODELO DE SACOLA DEPENDENTE DA TEMPERATURA	99
<b>5.4.1</b>	<b>Matéria simétrica</b>	<b>100</b>

5.4.2	Matéria estelar . . . . .	101
5.5	ESTRELAS DE QUARKS E A VELOCIDADE DO SOM . . . . .	102
6	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>111</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>115</b>
	<b>APÊNDICE A – FORMALISMO E CONVENÇÕES . . . . .</b>	<b>123</b>
A.1	UNIDADES NATURAIS . . . . .	123
A.2	FORMALISMO TENSORIAL . . . . .	123
A.3	INTEGRAL DA DENSIDADE . . . . .	124
A.4	MATRIZES DE PAULI . . . . .	124
A.5	MATRIZES GAMA . . . . .	124
A.6	DEFINIÇÕES . . . . .	126
	<b>APÊNDICE B – ESTUDO DA CONSTANTE DE SACOLA . . .</b>	<b>127</b>
	<b>APÊNDICE C – DENSIDADE HAMILTONIANA E AUTOVALORES DE ENERGIA . . . . .</b>	<b>129</b>
C.1	MODELO VETORIAL . . . . .	130

## 1 INTRODUÇÃO

A interação forte foi postulada para explicar a estabilidade do núcleo atômico pois havia uma inconsistência na física conhecida e no comportamento dos prótons nos núcleos dos elementos. Como prótons têm carga positiva, eles deveriam se repelir e se afastar uns dos outros, então, o núcleo ligado e estável que observamos não podia ser descrito com os recursos científicos que havia na época (GRIFFITHS, 2008). Por isso, em 1935, Yukawa sugeriu que os prótons e nêutrons ficavam unidos no núcleo através de um campo mediador da mesma maneira que o núcleo e os elétrons ficam ligados no átomo através da intermediação do campo eletromagnético. Ele também sugeriu que essa interação nuclear precisava ter um alcance muito curto já que não é observada e nem sentida fora das dimensões nucleares. Além disso, essa interação precisava ser mais intensa que a interação eletromagnética de maneira que a força resultante mantivesse os prótons e nêutrons juntos no núcleo. Deveria haver um potencial associado a essa interação, como há nas outras, e esse potencial, que é um potencial aproximadamente central, ficou conhecido como potencial de Yukawa cujo comportamento pode ser visto na figura 1, e tem a forma

$$U(r) \propto -\frac{e^{-\alpha r}}{r} . \quad 1.0.1$$

onde  $r$  é a variável de distância,  $m$  é a massa da partícula que sofre a interação forte e  $\alpha$  é uma constante de escala de modo que o alcance aproximado seja  $r \approx 1/\alpha m$  e seja condizente com o alcance da força forte.

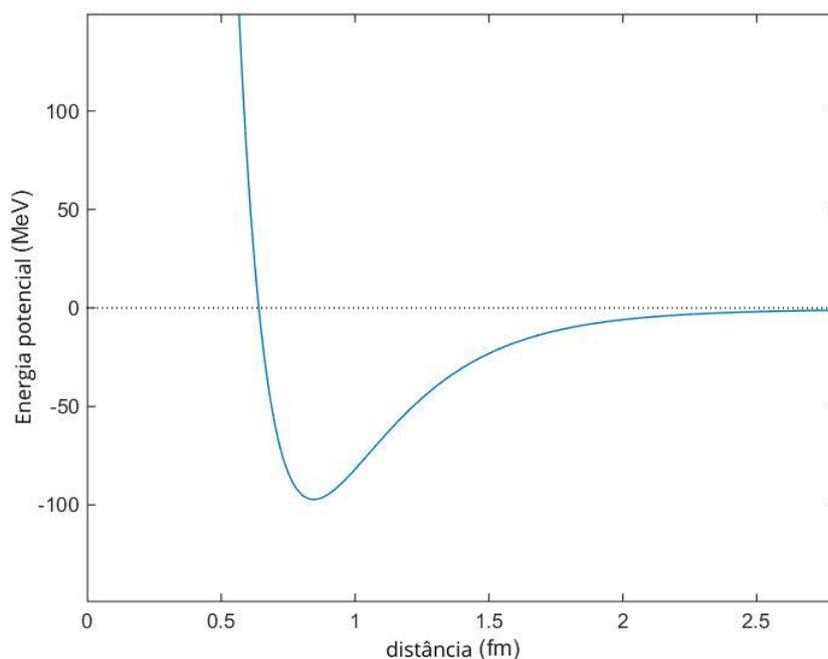


Figura 1 – Comportamento do Potencial de Yukawa com a distância.

Em 1937, Yukawa desenvolveu o aparato teórico de teoria de campos para a interação que havia proposto. Ele sugeriu que a interação forte deveria ser mediada por partículas, assim como os fótons são trocados por elétrons na interação eletromagnética, e batizou essas partículas de mésons. Sabendo que o alcance da interação depende da massa do quantum livre associado ao campo, conhecendo a relação de incerteza ( $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ) e a relação entre energia e massa  $E = mc^2$ , pode-se aproximar

$$\Delta t \geq \frac{\hbar}{mc^2}. \quad 1.0.2$$

Sendo assim, o alcance  $R$  da interação deve ser

$$R = c \Delta t \simeq \frac{\hbar c}{mc^2}. \quad 1.0.3$$

Como o alcance da força nuclear deve ser nas dimensões do núcleo ele é conhecido e é da ordem de 1 fm. Com essas informações a massa do intermediador da interação pode ser aproximadamente obtida da equação 1.0.3. A conclusão é que a partícula deve ter uma massa aproximada de 197 MeV. É por ter uma massa menor que a dos nucleons e maior que a dos elétrons que a partícula foi chamada de méson. Não muito tempo depois, em 1947, essa partícula foi detectada e chamada de méson pi, ou pión. O pión foi então identificado como a partícula intermediária da força forte.

Cabe aqui falarmos um pouco da descoberta dessa partícula, o pión. César Lattes (1924-2005) foi um físico brasileiro que desempenhou um papel importante na descoberta do méson de Yukawa que consolidou a teoria da interação forte na física nuclear. Lattes tinha dois diferenciais a seu favor no grupo que fez as medidas dos mésons: uma boa formação teórica, devido a seu contato com Gleb Wataghin e Mário Schenberg na graduação, e um treinamento na análise de chapas fotográficas aplicadas ao estudo de raios-x dado pelo físico italiano Giuseppe Occhialini que passou um tempo no Brasil e depois foi trabalhar com Powell, em Bristol. Quando seu tutor foi para a Inglaterra, eles trocaram fotografias feitas com aparatos experimentais. Lattes ficou impressionado com o que recebeu de Occhialini que usava uma nova emulsão fabricada pela empresa Ilford. Por conta disso, em 1946, com 22 anos, Lattes chegou à Inglaterra para trabalhar com Powell, Occhialini e essa nova emulsão. No começo César calibrava chapas fotográficas e, entre elas, havia placas solicitadas especialmente por ele com adição de Bórax na composição. Quando Occhialini saiu de férias para uma região a 2,8 mil metros de altitude no final de 1946, Lattes pediu a ele que levasse as chapas calibradas: algumas sem bórax e outras com bórax. Cerca de um mês e meio depois, quando as chapas foram reveladas, Occhialini notou que nas placas com bórax havia evidências de mésons sendo capturados por núcleos desintegrando-os. Quando notou o que havia ali Occhialini escreveu um artigo que foi assinado por ele e por Powell. Lattes protestou sua participação, mas ficou sem reconhecimento naquele momento. À princípio o grupo não estava em busca de mésons mas, ao obter esses resultados, voltaram seus estudos e experimentos para o assunto. Quando perceberam o alcance das emulsões com bórax expostas a grandes altitudes, César Lattes

conseguiu financiamento para ir ao monte Chacaltaya, na Bolívia que está a 5,3 mil metros de altitude. Foi para o Rio de Janeiro revelar as chapas e nelas estavam mais e melhores evidências do pión. Os resultados foram publicados em artigos assinados por Lattes, Ochianini e Powell na *Nature* (LATTES, Cesare Mansueto Giulio; OCCHIALINI, G. P.; POWELL, Cecil Frank, 1947) e depois na *Proceedings of the Physical Society of London* (LATTES, C M G; OCCHIALINI, G. P. S.; POWELL, C F, 1948). Depois desses artigos publicados, Lattes foi muito procurado por outros cientistas, inclusive por Bohr que recomendou que Lattes fosse para os Estados Unidos. Em 1948 César chegou a Berkeley, na Califórnia, já como o portador de uma técnica nova com o aprimoramento das emulsões. A física envolvendo os píons e suas descobertas gerou Prêmios Nobel, mas César Lattes não chegou a ser Laureado. Lattes voltou para o Brasil e em 1949 fundou o CBPF (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas) com a ajuda de outros brasileiros dedicados à ciência. Estando em voga a física nuclear no final da segunda guerra, por causa das bombas, Lattes permaneceu no Brasil e participou da criação do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) incluindo entre seus departamentos uma Comissão de Energia Atômica (MARQUES, 2005). Em 1999 o CNPq homenageou o físico com a criação do currículo Lattes. Além de uma contribuição enorme para a física e a ciência como um todo, César Lattes foi de extrema importância para o desenvolvimento da ciência brasileira e seu legado pode ser visto até hoje com a persistência do CNPq e do CBPF como conselho e centro de renomes (VIEIRA, 2005).

Nessa época muitos cientistas começaram a estudar os raios cósmicos e acharam algumas outras partículas de altas energias que não eram previstas pela teoria. Como os raios cósmicos não são uma fonte controlável, os pesquisadores tiveram que encontrar uma outra fonte de partículas de altas energias (NINGYANG, 1961). Foi em 1953 que uma máquina chamada Cósmotron no Laboratório Nacional de Brookhaven possibilitou a produção dessas partículas em laboratório com energias que alcançavam até  $3,3 \text{ GeV}^1$ . Essa lista de partículas foi então identificada, nomeada e estudada. Adicionando as novas partículas às que já eram conhecidas o total era de trinta partículas, na época, consideradas fundamentais (NINGYANG, 1961).

Com o estudo em voga, outros laboratórios começaram a produzir máquinas que aceleravam partículas a altas energias na época. As medidas feitas levantaram muitas questões sobre as interações fundamentais da natureza. Como haviam encontrado a partícula de Yukawa, a interação forte foi adicionada no catálogo das interações fundamentais. Além disso, medidas e algumas contas feitas mostravam que o tempo de colisão das partículas nos aceleradores era em torno de  $10^{-23} \text{ s}$ , o que se tornou uma unidade de escala para os fenômenos que ocorriam nos aceleradores. Era observado que essas novas partículas eram produzidas em um tempo da ordem de  $10^{-23} \text{ s}$  e desintegradas em torno de  $10^{-10} \text{ s}$ , o que dá um intervalo de tempo grande entre a criação e a desintegração se comparado com a unidade de escala  $10^{-23} \text{ s}$ . A

---

<sup>1</sup> Informações retiradas de <https://www.bnl.gov/about/history/accelerators.php>, acessada em 21/11/22.

Interação	Intensidade relativa
Interação forte	1
Interação eletromagnética	$10^{-2}$
Interação fraca	$10^{-13}$
Interações gravitacionais	$10^{-38}$

Tabela 1 – Comparação de intensidade das interações fundamentais considerando a força forte com intensidade igual a um. Fonte (NINGYANG, 1961).

conclusão é que o processo de produção dessas partículas claramente envolve forças mais fortes que o processo de desintegração. Essas interações nucleares tão distintas foram reconhecidas e nomeadas como interação forte e interação fraca (NINGYANG, 1961). As interações conhecidas foram comparadas e, tomando a intensidade da interação forte como a unidade, as intensidades comparativas das outras forças têm os valores mostrados na tabela 1.

Outro fenômeno que começou a parecer claro para os cientistas que estudavam e categorizavam as partículas foi a chamada simetria de isospin.

Foi em janeiro de 1961 que Murray Gell-Mann do *California Institute of Technology* publicou *The Eightfold Way: A theory of strong interaction symmetry* (GELL-MANN, 1961)<sup>2</sup>. Neste artigo, Gell-Mann arranhou bárions e mésons em grupos e padrões geométricos de oito partículas de acordo com a carga, a estranheza e projeção de isospin das partículas como na figura 2.

A questão a ser respondida era: por que há esse padrão? Por que os hádrons podem ser separados em famílias como a da figura 2? Foi através do estudo de grupos de Lie, seus geradores e suas simetrias que Gell-Mann propôs que todos os hádrons eram compostos por partículas mais fundamentais as quais ele chamou de quarks. Os bárions são compostos por três quarks, enquanto os mésons são compostos por um quark e um antiquark. A teoria prevê espécies de quarks que foram chamados sabores. Na época apenas foram identificados os sabores *up*, *down* e *strange*, mas hoje são conhecidos também os sabores *top*, *bottom* e *charm* (GRIFFITHS, 2008).

A teoria explicava as famílias de partículas e as simetrias envolvidas, mas havia ainda uma questão a ser explicada. Os quarks possuem spin  $1/2$  e, portanto, devem obedecer ao princípio de exclusão de Pauli que permite apenas que dois férmions ocupem o mesmo nível de energia: um com spin para cima e outro com spin para baixo. Todavia os bárions possuem três quarks fazendo com que houvesse a necessidade de um elemento a mais para explicar a existência deles. Esse problema só foi resolvido com a introdução de um novo número quântico de degenerescência para os quarks, a cor, que possibilitou novas configurações de conjuntos de quarks sem infringir o princípio de Pauli. A força entre os quarks é uma força de interação, mediada por partículas sem massa, com spin 1, chamadas glúons. A introdução da cor carrega um aparato conceitual de teoria de grupos e deu origem à teoria quântica de campos QCD ou cromodinâmica quântica, que é a teoria que explica a interação forte dos quarks através dos

<sup>2</sup> Um sistema parecido foi proposto independentemente por Ne'eman em (NE'EMAN, 1961)

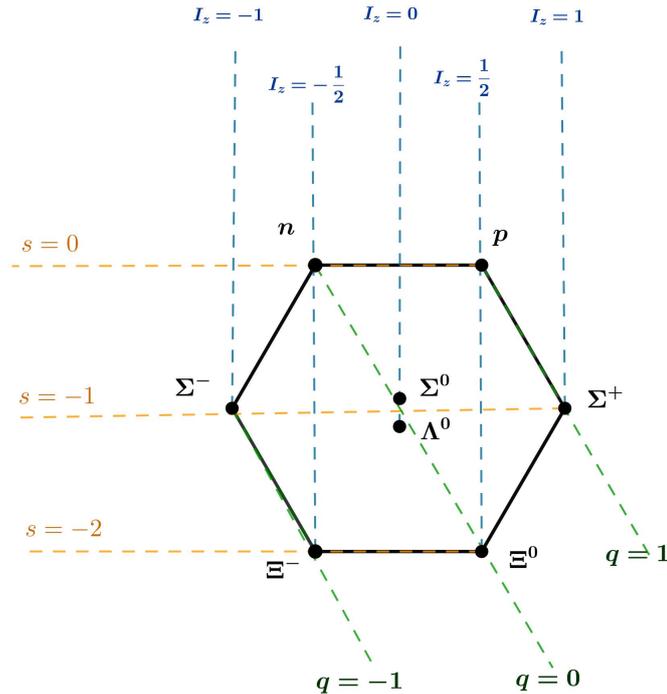


Figura 2 – A figura é um diagrama que mostra a simetria que está por trás das famílias de hádrons e foi adaptada do livro (DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, 2022). Os vértices representam as partículas da família. O parâmetro  $s$  é a estranheza,  $q$  é a carga e  $I_z$  é a projeção de isospin.

Sabor	Carga (e)	Massa (MeV)	Isospin ( $I_z$ )	Strangeness (s)	charm (C)	Botomness (B)	Topness (t)
up(u)	+2/3	2	$I_z = 1/2$	$S = 0$	$C = 0$	$B = 0$	$t = 0$
down (d)	-1/3	5	$I_z = -1/2$	$S = 0$	$C = 0$	$B = 0$	$t = 0$
strange (s)	-1/3	95	$I_z = 0$	$S = -1$	$C = 0$	$B = 0$	$t = 0$
charm (c)	+2/3	1270	$I_z = 0$	$S = 0$	$C = +1$	$B = 0$	$t = 0$
bottom (b)	-1/3	4180	$I_z = 0$	$S = 0$	$C = 0$	$B = -1$	$t = 0$
top (p)	+2/3	172760	$I_z = 0$	$S = 0$	$C = 0$	$B = 0$	$t = +1$

Tabela 2 – Cargas, massas de corrente e números quânticos dos seis sabores de quark. As massas têm incertezas consideráveis e estão apresentadas a título de comparação, ver atualizações. Os valores experimentais e as incertezas podem ser encontrados no *Particle Data Group*. Obs.: A cada quark corresponde um antiquark com cargas opostas (elétrica, strangeness (estranheza), botomness, charm, topness e cor)

glúons.

Hoje em dia conhecemos os seis quarks (e seus respectivos antiquarks<sup>3</sup>) e sabemos que eles têm as propriedades mostradas na tabela 2<sup>4</sup>.

Como os quarks possuem massa e carga eles estão sujeitos à interação gravitacional e

<sup>3</sup> Partículas de mesma massa e cargas (de cor, elétrica, estranheza, etc.) opostas.

<sup>4</sup> Massa de corrente de um quark é a sua massa nua. Se avaliarmos a massa de um próton, por exemplo, ela é muito maior que a soma das massas dos quarks por conta de simetrias envolvidas, campos e energias que os ligam.

à interação eletromagnética. Os quarks também podem mudar de sabor com o decaimento, portanto eles estão sujeitos à interação fraca. Por sofrerem também a ação da interação forte, concluímos que eles estão sujeitos a todas as interações fundamentais. Como os bárions são formados por três quarks, o spin deles é semi-inteiro, ou seja, eles são férmions. Enquanto isso, os mésons, que são formados por um quark e um antiquark, possuem spin inteiro e portanto são bósons.

A carga de cor associada aos quarks são as cargas **vermelho**, **verde** e **azul** (RGB<sup>5</sup>.) e as anticores<sup>6</sup> associadas aos antiquarks. Como o número quântico cor não é observado nos hádrons, as combinações de cores dos quarks confinados neles deve ter resultado neutro convencionado pela cor branca. Uma propriedade observada da interação forte é o confinamento de cor que mantém a cor branca (neutra) como resultante da matéria de quarks. Por conta dessa propriedade não há quarks livres. Mesmo se conseguíssemos separar dois quarks, a energia armazenada no potencial seria tão alta que haveria a criação de um par de quark e anti-quark mantendo a neutralidade de cor.

Uma outra propriedade muito importante da QCD é a liberdade assintótica que foi descoberta em 1973 por Frank Wilczek, David Gross (GROSS DAVID J. WILCZEK, 1973), e independentemente por David Politzer (POLITZER, 1973). A liberdade assintótica é o fenômeno em que a ligação entre os quarks se torna assintoticamente mais fraca à medida que a escala de energia aumenta ou a escala de comprimento correspondente diminui. Essa propriedade é importante na construção e produção do diagrama de fases da QCD. Em baixas energias, a interação forte mantém quarks e glúons dentro de hádrons. Em altas energias como em colisores, núcleos de estrelas e o universo primordial, nós podemos encontrar matéria de quarks desconfiados na forma de um gás de Fermi degenerado de quarks.

A liberdade assintótica e o confinamento de quarks são usados para construir modelos como por exemplo o modelo de sacola do MIT em que os quarks ficam livres (liberdade assintótica) dentro de uma sacola de vácuo quântico (confinamento dos quarks), mas não podem sair dela por causa de uma pressão externa que aparece como uma constante de sacola  $\beta$  (RODINOV, 1997). A utilização de modelos para estudar a QCD é importante porque o tratamento analítico completo da densidade lagrangiana da QCD não é trivial e não foi alcançado. Por conta disso, para cada conjunto de condições desenvolvemos maneiras de descrever a física localmente.

O que define se os quarks estão confinados ou desconfiados dos hádrons são as condições (densidade de energia, temperatura, pressão, potencial químico/densidade bariônica, etc.) nas quais se encontra a matéria de quarks. A transição de um estado para o outro em função dessas condições forma o diagrama de fases da QCD da figura 3 que é muito estudado e requer ainda muita investigação para que suas diferentes regiões e limites de validade sejam bem entendidos. Apesar de a figura referida estar em termos da densidade

<sup>5</sup> Do inglês *red, green and blue*

<sup>6</sup> As anticores das cores vermelho, verde e azul são, respectivamente, o antivermelho (ciano), o antiazul (amarelo) e o antiverde (magenta).

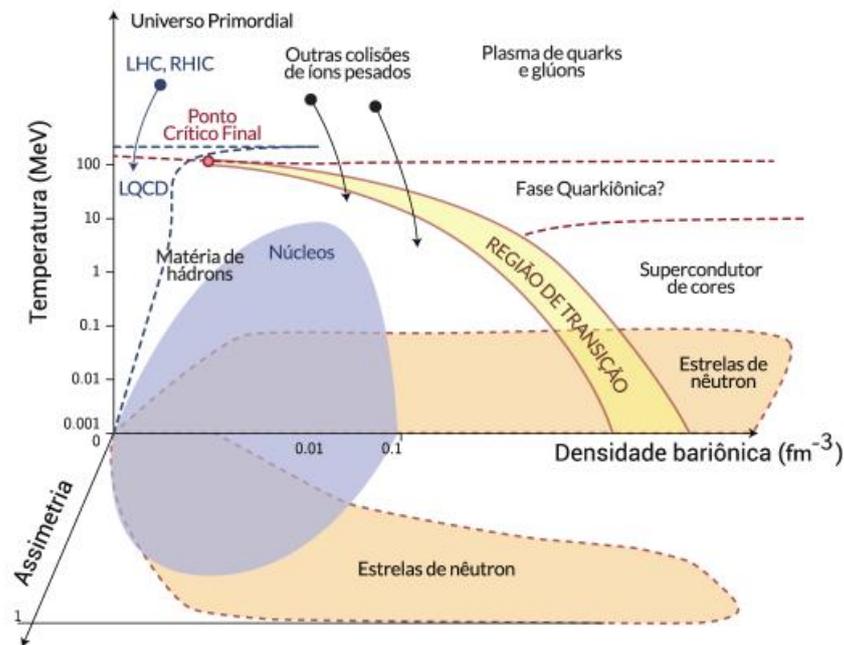


Figura 3 – Diagrama de transição de fases conjecturado da QCD. Figura de Kevin Schroeder, inspirada em (WATTS, 2014)

bariônica, o potencial químico bariônico está relacionado com ela. Por conta disso é comum encontrarmos diagramas de fases da QCD em função da temperatura e do potencial químico. Ambas as versões expressam a mesma física.

Na figura, cada região de fases é descrita por um ou mais modelos que especificam qual é o estado da matéria e onde é a transição de fases naquelas condições de temperatura e densidade bariônica/potencial químico. É importante ressaltar que esse diagrama é apenas um desenho baseado em cálculos e modelos e não representa um resultado experimental e por isso sabe-se muito pouco sobre esse diagrama. Podemos observar no diagrama que para valores baixos de temperatura e densidade bariônica, ou seja, nossas condições cotidianas, os quarks se encontram confinados dentro de hádrons. Na região com valores baixos de densidade bariônica e temperaturas altas os resultados são obtidos numericamente pela LQCD (GUPTA, 1998). Podemos notar que na região de altas densidades e baixas temperaturas se encontram as estrelas de nêutrons que são o foco desta dissertação. A descrição dessa região é feita por modelos efetivos. Estudaremos esse recorte porque, com modelos relativamente simples, podemos estudar a matéria de quarks dentro de estrelas e com esses dados encontrar as propriedades macroscópicas da estrela como massa e raio. Os mesmos modelos podem ser usados para descrever a transição de fases da matéria confinada para a matéria desconfiada nessa região do diagrama de fases.

## 1.1 OBJETIVOS E ESTRUTURA

Essa dissertação pretende estudar a matéria de quarks desconfiados em estrelas compactas e a obter um esboço do diagrama de fases da QCD através da utilização do modelo de sacola do MIT original e modificado. O modelo de sacola do MIT e o modelo vetorial de sacola do MIT (modelo modificado) são modelos efetivos relativísticos que descrevem a matéria de quarks e as equações de estado desses modelos serão calculadas no capítulo 3.

No capítulo 2 um resumo histórico de estrelas compactas será apresentado para introduzir o conceito de estrelas feitas de matéria de quarks desconfiados. Apesar de a liberdade assintótica possibilitar esse tipo de matéria é a conjectura de Bodmer-Witten, que será apresentada e discutida na subseção 2.2.1, que garante a estabilidade da matéria estranha de quarks em estrelas estranhas de quarks que serão discutidas na próxima seção. Também será feita uma discussão sobre os tipos de matéria de quarks, simétrica e estelar, e suas condições de equilíbrio.

No terceiro capítulo serão desenvolvidos os modelos efetivos através da construção de suas lagrangianas termo a termo. Dessa lagrangiana derivaremos as equações de movimento, algumas propriedades da sacola e do campo vetorial e finalmente as equações de estado através do tensor energia momento. Desenvolvidas as EOS para temperatura finita, a distribuição de partículas para temperatura nula e finita será calculada através do potencial termodinâmico na seção 3.4. Com isso as EOS para  $T = 0$  MeV serão calculadas. Com a finalidade de descrever matéria estável será apresentada na seção 3.8 a janela de estabilidade da matéria expressa na forma de valores para os parâmetros do modelo. Nas seções seguintes serão apresentados resultados e feitas análises sobre equações de estado, fração de estranheza e campo vetorial através da mudança dos parâmetros dos modelos.

No capítulo 4 serão apresentadas as equações de Tolman Oppenheimer Volkof que relacionam a microfísica da matéria de quarks, dada pelas equações de estado, com as propriedades macroscópicas, como massa e raio da estrela, descritas por ela. Usando as equações de estado dos modelos supracitados como fomento dessas equações são feitas curvas de famílias de estrelas compactas.

Depois da avaliação dos modelos na descrição de estrelas compactas, no capítulo 5 serão usados os mesmos modelos para descrever transições de fases da QCD. Depois de avaliar dados vindos de experimentos usando a matéria simétrica de dois quarks com a finalidade de mapear valores para os parâmetros dos modelos, serão plotados diagramas de transição de fases para a matéria estelar.

Na seção 5.4 será introduzido um modelo em que a pressão de sacola é dependente da temperatura. As temperaturas nesse modelo são calibradas para que, na matéria simétrica de dois quarks, a temperatura crítica tenha um valor condizente com os experimentos. Na seção 5.5 será feito o cálculo da velocidade do som na matéria de quarks e será avaliado quão distante do limite conforme de  $1/3$  são os valores obtidos com diferentes parametrizações dos modelos usados.

Nos apêndices, detalhes de contas, interpretações e propriedades que auxiliam e enriquecem a compreensão do texto serão apresentados.



## 2 ESTRELAS ESTRANHAS

Quando o universo começou a esfriar, grandes massas gasosas formadas por amontoados de hidrogênio começaram a se formar, essas massas que deram origem às primeiras estrelas. Fatores importantes para a formação de estrelas são a gravidade, a poeira cósmica, a pressão do gás, rotação, campos magnéticos, ventos, radiação de jovens estrelas próximas e choques de ondas radiativas. Em algum momento uma perturbação induz uma instabilidade em uma massa crítica <sup>1</sup> de uma nuvem gasosa e então um aglomerado de gás começa a “cair” em direção ao centro de massa por causa da atração gravitacional. A energia gravitacional é convertida em calor por causa da compressão. A opacidade e densidade do gás aumentam e é estabelecido um gradiente de temperatura e pressão térmica que balanceia a gravidade formando um estado de equilíbrio quase-hidrostático. A energia perdida por radiação na superfície da protoestrela causa mais contração e aquecimento, em menor escala, e faz com que a temperatura do núcleo aumente até o ponto de ignição de fundir hidrogênio em Hélio ( $\approx 10^7$  K). Depois disso, a fusão se torna a fonte de energia térmica dominante e a energia térmica e a pressão de radiação balanceiam a gravidade por milhões ou até bilhões de anos a depender do inverso do quadrado da massa da estrela. Neste ponto, a protoestrela entrou na sequência principal da evolução estelar. As estrelas passarão a maior parte de sua vida luminosa nesta etapa queimando seu grande reservatório de hidrogênio, vagarosamente irradiando energia de sua superfície. (GLENDEENING, 2000).

A fusão termonuclear fornece energia e conduz a estrela aos vários estágios de combustão gerando elementos cada vez mais pesados. Se a estrela for massiva o suficiente a fusão para de acontecer quando é formado o ferro, o elemento que possui maior energia de ligação por nucleon como pode ser visto na figura 4. Depois do ferro, a fusão não é mais exotérmica e seria necessário gastar energia para formar elementos mais pesados. Esses elementos são formados em eventos com grande liberação de energia como, por exemplo, colisões estelares.

A queima de hidrogênio e hélio no núcleo é o que sustenta a estrela na sequência principal pela maior parte de sua vida. Quando acaba cada um dos elementos combustíveis e já não há mais o que queimar o núcleo contrai até atingir a temperatura de ignição para dar o próximo passo na vida e evolução da estrela. O final da fase de fusão nuclear sinaliza o final da fase luminosa da estrela. A duração da fase de fusão, assim como o caminho que ela vai tomar na evolução estelar, depende da massa da estrela. A combustão até o ponto de obter ferro só é atingida por estrelas mais massivas, com massa maior ou igual a oito massas solares, que terminam a vida como estrelas de nêutrons ou buracos negros. A combustão é mais lenta em estrelas mais leves que terminam como anãs brancas. Seja qual for o ponto final da estrela, é a massa dela que determina sua evolução e a taxa dessa evolução como podemos ver na figura 5 (GLENDEENING, 2000).

---

<sup>1</sup> Sir James Jeans derivou a massa crítica, agora conhecida como massa de Jeans.

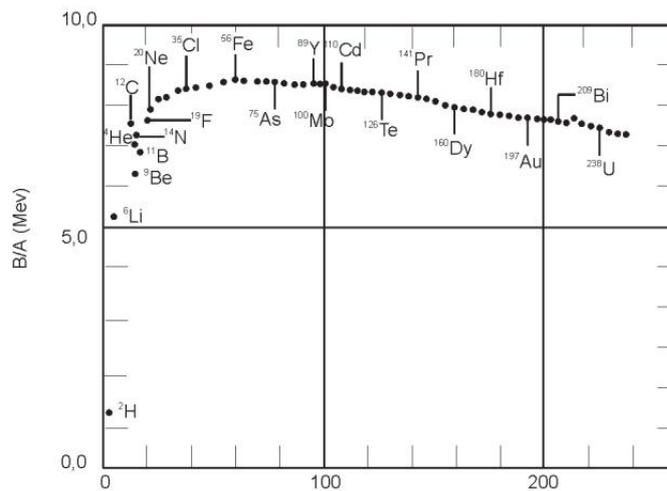


Figura 4 – Energia de ligação por nucleon em função do número de nucleons. Figura retirada de (MENEZES, Débora Peres, 2021)



Figura 5 – Evolução estelar. Figura retirada de (TORRES, James Rudnei, 2011)

## 2.1 HISTÓRICO

A descoberta do nêutron só foi anunciada em 27 de fevereiro de 1932 quando Chadwick publicou um artigo na *Nature* (CHADWICK, 1932). Antes desse artigo ser publicado havia um problema para compreender a estabilidade do núcleo atômico sem os nêutrons por causa do princípio de Heisenberg que proíbe que localizemos o elétron dentro do núcleo. Apesar disso, um ano antes da descoberta do nêutron, o físico russo Lev Landau escreveu um artigo (LANDAU, 1932) dedicado a estrelas densas. Na primeira parte do artigo Landau calculou a massa máxima de anãs brancas. A segunda parte do artigo na qual especulou-se a existência de estrelas mais densas que as anãs brancas era controversa. Essas estrelas comportariam matéria de densidade nuclear. Se havia problemas para explicar a estabilidade de um núcleo atômico sem os nêutrons, explicar um objeto astronômico com essa densidade era ainda mais intangível.

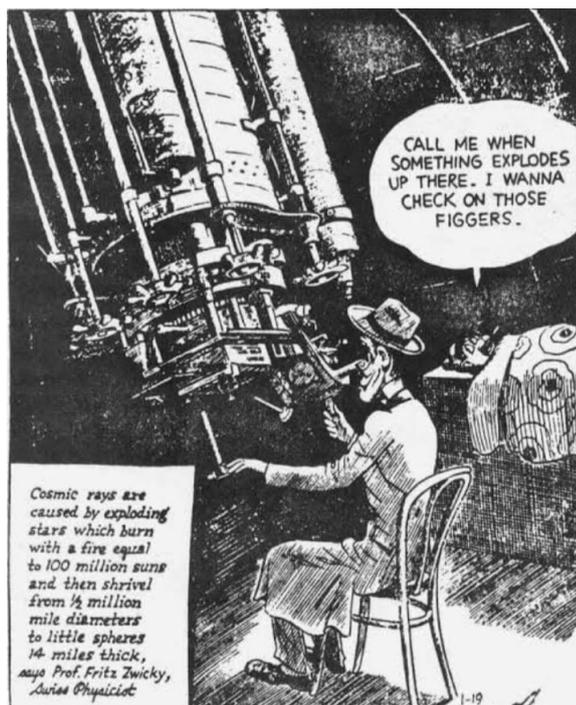


Figura 6 – Na charge o homem deitado diz “Me chame quando algo explodir lá em cima. Eu quero verificar essas imagens”. No quadro na esquerda inferior está escrito “Raios cósmicos são causados por estrelas explodindo que queimam com um fogo igual a 100 milhões de sóis e depois murcham de um diâmetro de 1/2 milhões de milhas para pequenas esferas de 14 milhas de espessura. É que diz o professor Fritz Zwicky, um físico suízo” Imagem tirada de (HAENSEL; POTEKHIN; YAKOVLEV, 2006)

A solução proposta por Landau foi que essas estrelas violavam a mecânica quântica. Na parte final do artigo Landau escreveu “A densidade da matéria torna-se tão grande que os núcleos atômicos entram em contato próximo, formando um núcleo gigantesco.”

A verdadeira predição teórica das estrelas de nêutron foi feita por W. Baade (Mt. Wilson Observatory) e F. Zwicky (Caltech) (BAADE; ZWICKY, Fritz, 1934a) (BAADE; ZWICKY, Fritz, 1934b) (BAADE; ZWICKY, Fritz, 1934c) depois da descoberta do nêutron. Observando e analisando explosões de supernovas eles perceberam que estrelas enormes explodiam liberando muita energia e colapsavam num objeto pequeno e super compacto que identificaram como as estrelas de nêutrons. O trabalho foi homenageado em uma charge e publicada no *Los Angeles Times* em janeiro de 1934 como pode ser visto na figura 6.

Quando estrelas em fase luminosa se transformam em uma estrela de nêutrons, a matéria estelar sofre uma compressão muito forte seguida de uma fuga de neutrinos que levam consigo a energia térmica da estrela no chamado processo Urca. O processo urca é a emissão em massa de neutrinos e faz parte do processo de resfriamento das estrelas de nêutrons e anãs brancas. Por conta dessa fuga de neutrinos que leva a energia térmica das estrelas, os remanescentes estelares como estrelas de nêutrons e quarks são considerados a temperatura nula para fins de cálculo. O processo foi descoberto por Mário Schenberg, físico brasileiro, e

George Gamow no cassino da urca próximo ao CBPF onde trabalhavam no Rio de Janeiro. Comenta-se que processo foi descoberto em um cassino por conta da semelhança entre a rápida perda de energia térmica das estrelas e do dinheiro dos físicos.

Até hoje são construídos modelos para encontrar as equações de estado (EOS) da matéria das estrelas de nêutrons para entender sua física e composição. As equações de estado da matéria que compõe a estrela são de extrema importância para deduzir as características macroscópicas dela e como se dá uma possível transição de fases da matéria de quarks, fato que ficará mais claro ao longo da dissertação. Um passo muito importante foi dado por R.C Tolman (Caltech) e J.R. Oppenheimer & G.M Volkoff (Universidade da Califórnia), de maneira independente, mas com algumas discussões sobre seus desenvolvimentos e resultados. Os artigos Tolman, 1939 (TOLMAN, 1939); Oppenheimer & Volkoff, 1939 (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939a) foram recebidos na revista *Physical Review* no mesmo dia. Os dois artigos continham a derivação das equações de equilíbrio hidrostático para uma estrela esfericamente simétrica na moldura da relatividade geral. As TOV (Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff) são indispensáveis para relacionar a matéria da qual a estrela é feita com suas propriedades macroscópicas e serão discutidas com mais detalhes no capítulo 4.

Enquanto o arcabouço teórico da descrição de estrelas de nêutrons se desenvolvia, a tentativa de detectar estrelas de nêutrons teve seu primeiro passo mais notável em 1960. Nesta ocasião os astrônomos esperavam detectar a radiação térmica da superfície de estrelas de nêutrons no processo de resfriamento, mas não houve sucesso. Foi em 1965 que Antony Hewish (Laboratório de Cavendish, Cambridge, Inglaterra) começou a construir um novo radiotelescópio. O telescópio diferia dos demais por uma boa resolução temporal e foi concluído em julho de 1967. Em agosto de 1967, uma orientanda de Hewish chamada Jocelyn Bell descobriu uma fonte fraca de radiação variável. No final de setembro a fonte já havia sido observada muitas vezes. Em 28 de novembro as observações indicavam que a fonte emitia pulsos estritamente periódicos. O período do sinal era extremamente estável e isso produziu uma suspeita de que os sinais eram de origem artificial, criados, por exemplo, por satélites espaciais ou até mesmo por uma civilização extraterrestre. Os sinais foram nomeados de **LGM** “*Little green men*” (pequenos homens verdes). Custou muitas semanas para os cientistas perceberem que a fonte de pulsação rápida, o *pulsar*, estava bem longe, muito fora do sistema solar. No começo de fevereiro de 1968 outros três pulsares tinham sido descobertos. Foi sugerido que a fonte representava anãs brancas oscilantes ou estrelas de nêutrons. A descoberta foi publicada em fevereiro de 1968 na revista *Nature* (HEWISH; BELL, 1968). No final de 1968 mais de 100 artigos sobre pulsares haviam sido publicados. Hoje sabemos que os pulsares são estrelas de nêutrons giratórias com seus momentos magnéticos inclinados para girar os eixos (HAENSEL; POTEKHIN; YAKOVLEV, 2006).

## 2.2 MATÉRIA DE QUARKS E A SQM

Com a descoberta da liberdade assintótica em 1973, a discussão sobre uma matéria de quarks desconfiados ganhou espaço. Uma das motivações atuais para o estudo da matéria de quarks é a presença dessa matéria em estrelas estranhas e estrelas de nêutrons (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939b; ZWICKY, F., 1938; OPPENHEIMER; SERBER, 1938; BAYM; CHIN, 1976; FREEDMAN; MCLERRAN, 1978; ALCOCK; FARHI; OLINTO, 1986a; JIMÉNEZ; FRAGA, 2019; WATTS, 2014; MENEZES, D P; PROVIDÊNCIA; MELROSE, 2006; LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021; JIMÉNEZ; FRAGA, 2022; WEBER, 2016; GLENDENNING, 2000) . A matéria de quarks também é explorada atualmente com a motivação de estudar o universo primordial [(RAFELSKI, 2013),(RAFELSKI; BIRRELL, 2014), (SCHETTLER; BOECKEL; SCHAFFNER-BIELICH, 2012)] e a colisão de íons pesados [(ZIMÁNYI; LÉVAI; BIRÓ, 2005), (KODAMA, 2007)]. Além disso, conseguir descrever o diagrama de transição de fases da QCD é o motivo de muitos e variados estudos da matéria de quarks (LOPES, Luiz L *et al.*, 2021) e (FUKUSHIMA; HATSUDA, 2010).

A existência da matéria de quarks desconfiados, quarks que não estão dentro de hádrons, tem implicações de importância fundamental para o nosso entendimento do começo do universo, sua evolução no tempo e até os dias de hoje em objetos astronômicos compactos. A QCD prediz que em densidades energéticas altas o suficiente, a matéria nuclear hadrônica sofre um desconfinamento e transita (sofre uma transição de fases) para uma fase de plasma de quarks e glúons desconfiados. A hipótese de que essa nova fase da matéria possa existir em estrelas de nêutrons/estrelas de quarks é o que é estudado na primeira parte desta dissertação. Na condição de extrema densidade causada pela condensação da matéria estelar após a explosão de supernova a hipótese é que as sacolas podem ficar tão próximos um dos outros que suas fronteiras se desfaçam e uma matéria extensa de quarks se forme. **Na dissertação desenvolveremos dois modelos efetivos relacionados para descrever a matéria de quarks: o modelo de sacola do MIT também referido como modelo original e o modelo vetorial de sacola do MIT também referido como modelo vetorial ou modelo modificado.** Deduziremos suas equações de estado para alimentar a TOV, que relaciona as EOS (descrição microscópica) dessa matéria com as propriedades macroscópicas das estrelas. Também usaremos esses modelos para descrever a transição de fases da matéria confinada para a matéria desconfiada.

### 2.2.1 Conjectura de Bodmer Witten

A nossa intuição e observação do dia a dia aponta para o estado fundamental da matéria nuclear ser confinado dentro de hádrons. A matéria de quarks desconfiados pode ocorrer, a princípio, por conta da liberdade assintótica. Porém o proposto pela conjectura de Bodmer Witten é que, em altas densidades, a aparição do quark estranho constituindo a SQM diminui a energia de ligação da matéria de quarks desconfiados tornando a matéria estranha de quarks

o verdadeiro estado fundamental da interação forte, ao invés do  ${}^{56}\text{Fe}$ . Essa conjectura foi introduzida no artigo (BODMER, 1971).

A SQM, ou matéria estranha, é um gás de Fermi degenerado dos quarks *up* ( $u$ ), *down* ( $d$ ) e *strange* ( $s$ ). Nesta dissertação usaremos as massas  $m_u = m_d = 4$  MeV e  $m_s = 95$  MeV. Serão abordadas duas formas dessa matéria: a matéria simétrica e a matéria estelar. É necessário desenvolver as equações de estado e as condições de equilíbrio para cada uma delas. As EOS dos modelos descrevendo a matéria de quarks composta pelos quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  será desenvolvida em 3.

### 2.2.1.1 Matéria estelar

A matéria estelar é resultante do processo de resfriamento e condensação de uma estrela no final da sua vida luminosa. Depois da fuga de neutrinos pelo processo Urca, a matéria de uma estrela é constituída de quarks e léptons. Neste trabalho, serão usados os dois léptons mais leves: o elétron ( $e^-$ ) e o múon ( $\mu$ ). Para incluir esses léptons à descrição da matéria dada pelo modelo precisaremos levar em conta, além das equações de estado do modelo, as equações de estado dos léptons que serão desenvolvidas em 3.6.

A fim de escrever a matéria estelar estável precisamos também considerar duas condições de equilíbrio que são a neutralidade elétrica dada por

$$\rho_e + \rho_\mu = \frac{1}{3}(2\rho_u - \rho_d - \rho_s), \quad 2.2.1$$

e equilíbrio  $\beta$  dado por

$$\mu_d = \mu_s = \mu_u + \mu_e \text{ e } \mu_e = \mu_\mu. \quad 2.2.2$$

### 2.2.1.2 Matéria simétrica

A matéria simétrica é constituída apenas por quarks. Ela é importante no estudo da matéria de quarks para descrever a matéria nuclear, que não possui léptons. Esse tipo de matéria é definido de diferentes formas na literatura. Para matéria nuclear, a matéria de dois quarks ( $u$  e  $d$ ), é equivalente a condição de igualdade de potencial químico e de densidade bariônica

$$\rho_u = \rho_d \rightarrow \mu_u = \mu_d \quad 2.2.3$$

porque os quarks  $u$  e  $d$  têm massas iguais (nos modelos que usamos). Para a matéria de três quarks podemos definir a matéria simétrica de duas maneiras: com densidades iguais

$$\rho_u = \rho_d = \rho_s \quad 2.2.4$$

como é feito no artigo do Bodmer e do Witten (BODMER, 1971) ou com os potenciais químicos iguais

$$\mu_u = \mu_d = \mu_s. \quad 2.2.5$$

como é feito em (BACKES *et al.*, 2021). No caso da matéria de três quarks massivos, essas descrições não são equivalentes porque a massa do quark estranho é bem maior que a dos outros dois quarks.

Nesta dissertação definimos a matéria simétrica como a matéria com potenciais químicos iguais.

### 2.3 ESTRELAS ESTRANHAS

A conjectura de Bodmer-Witten prevê a existência de estrelas estranhas que são estrelas constituídas de matéria estranha e quarks (ALCOCK; FARHI; OLINTO, 1986b).



### 3 MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT

O modelo de sacola do MIT (CHODOS *et al.*, 1974) tem um importante papel no estudo da matéria de quarks. O modelo é simples, porém muito poderoso (principalmente quando modificado), mesmo anos depois de sua introdução. Em sua representação elementar o modelo consta de três quarks não interagentes em uma sacola e pode ser aprimorado introduzindo interações, diferentes potenciais, etc.

#### 3.1 ORIGEM DO MODELO DE SACOLA

A primeira descrição do modelo de sacola apareceu em 1967 com a publicação do trabalho de P.N. Bogoliubov intitulado “*Sur un modèle à quarks quasi-indépendants*”<sup>1</sup> (BOGOLIUBOV, 1968). Neste modelo o cientista considerava três quarks sem massa numa cavidade de vácuo de raio  $R$  com um poço de potencial. Como o artigo estava em francês não ficou muito conhecido e nos anos seguintes foi quase que esquecido.

Sete anos depois, em 1974, um grupo de cientistas do *Massachusetts institute of Technology*<sup>2</sup>, o MIT, reformulou o modelo de sacola e o batizou de *Mit Bag Model* (o Modelo de Sacola do MIT) (CHODOS *et al.*, 1974). Foi introduzida uma pressão de confinamento fenomenológica. Ao mesmo tempo que essa renovação forneceu um mecanismo de confinamento natural também transformou o modelo em uma **forma covariante de Lorentz**<sup>3</sup>. (RODINOV, 1997).

#### 3.2 DENSIDADE LAGRANGIANA E EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O modelo de sacola do MIT descreve um gás relativístico de quarks livres confinados dentro de um volume definido por uma sacola. A lagrangiana de um gás relativístico de férmions livres é dada por

$$\mathcal{L} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_f, \quad 3.2.1$$

onde o índice  $f$  é referente ao tipo de férmion. O modelo de sacola do MIT propõe que esses campos fermiônicos  $\psi_f$  tenham sua liberdade condicionada pela superfície de uma sacola onde eles permanecem confinados. Para desenvolver o aparato matemático desse modelo precisamos incorporar à densidade Lagrangiana dos campos fermiônicos relativísticos um elemento que cumpra o papel de confinamento na sacola. Como o modelo propõe uma superfície brusca (e não suave), é usada uma função degrau para representar o confinamento dos quarks dentro

<sup>1</sup> Sobre um modelo de quarks quase independentes.

<sup>2</sup> Intitutito de tecnologia de Massachussets

<sup>3</sup> Invariante sob transformações de Lorentz

da sacola. Com isso a densidade Lagrangiana toma a forma

$$\mathcal{L} = \sum_q [\bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q] \theta(\bar{\psi}_q \psi_q), \quad 3.2.2$$

onde  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q)$  é a função degrau de Heaviside que garante que os quarks existem apenas confinados na sacola e o índice  $q$  dos campos  $\psi$  é referente ao sabor dos quarks  $q = \{u, d, s\}$ . O modelo também exige que adicionemos nessa densidade Lagrangiana um termo que é conhecido como constante de sacola  $\mathcal{B}$  que está relacionada com a pressão necessária para contrabalançar a pressão de degenerescência dos quarks (como pode ser visto no apêndice B)

$$\mathcal{L} = \sum_q [\bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - \mathcal{B}] \theta(\bar{\psi}_q \psi_q). \quad 3.2.3$$

Agora temos a densidade lagrangiana de campos fermiônicos relativísticos livres dentro de um volume. Porém, ainda precisamos definir como se comporta a Lagrangiana na superfície da sacola. Para isso vamos introduzir um termo para uma superfície esférica que é expressa na forma de uma função delta de Dirac<sup>4</sup> exatamente na borda da sacola

$$\mathcal{L} = \sum_q \left\{ [\bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - \mathcal{B}] \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) - \frac{1}{2} \bar{\psi}_q \delta_s \psi_q \right\}, \quad 3.2.4$$

onde  $\delta_s$  é a função Delta de Dirac que é infinito na superfície da sacola e zero no resto do espaço.

O modelo de sacola do MIT vetorial, que é uma modificação do modelo original, especificamente da forma que será apresentado nesta dissertação, foi publicado em 2021 nos artigos (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021) e (LOPES, Luiz L *et al.*, 2021).

Já foi visto que o modelo original de sacola do MIT considera que dentro da sacola os quarks são livres e não interagem entre si. Para obter resultados mais adequados às novas medidas e se aproximar mais da física da interação forte, o modelo vetorial introduz uma interação entre os quarks através do acoplamento deles a um campo vetorial mesônico. Esse campo vetorial produz uma repulsão entre os quarks dentro da sacola<sup>5</sup> gerando, na prática, um termo de potencial no modelo original. O modelo vetorial de sacola do MIT será construído em partes. Primeiro será incorporada uma contribuição linear do campo, depois uma contribuição de massa do méson e depois uma contribuição quártica.

Vamos introduzir o canal vetorial  $V_\mu$  e considerar que este canal é o próprio méson ômega. A interação forte tem dois tipos de mediadores conhecidos. Os glúons são os mediadores dentro dos hádrons e eles mantêm os quarks confinados. Na escala nuclear, mantendo prótons e nêutrons juntos, temos alguns mésons como mediadores. Nesta dissertação estudamos a matéria de quarks na condição de densidade extrema, onde as "fronteiras" dos hádrons se

<sup>4</sup> Ver apêndice A, definição A.6.5.

<sup>5</sup> A repulsão em pequenas distâncias é característica da interação forte.

desfazem formando uma matéria de quarks extensa. Para este caso, abusamos da liberdade de considerar que o méson ômega poderia ser mediador da força forte em um meio puramente de quarks ao invés de mediar a interação entre nucleons. Essa consideração não pretende afirmar que há mésons ômeegas sendo trocados por quarks. A pretensão é fazer um modelo que traga a propriedade da repulsão entre os quarks a pequenas distâncias que é característica da força forte. Os modelos propostos para a matéria de quarks buscam se aproximar de uma solução mais acurada para a QCD já que essa não é resolvida analiticamente. Para este fim podemos introduzir termos de campos vetoriais que não necessariamente têm uma correspondência física imediata. Porém, se estas considerações e termos resultarem em uma solução mais adequada e coerente, podemos usar essas inferências por sua efetividade. Introduzindo esse canal vetorial linear a Lagrangiana toma a forma

$$\mathcal{L} = \sum_q \{ \bar{\psi}_q [\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{qqV} V_\mu) - m_q] \psi_q - B \} \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) - \bar{\psi}_q \delta_s \psi_q, \quad 3.2.5$$

onde o termo em azul carrega a contribuição linear do campo vetorial na lagrangiana e as constantes  $g_{qqV}$  são as constantes de acoplamento dos quarks que serão tópicos de discussão mais a frente na subseção 3.8.2. De agora em diante, todos os termos apresentados em azul em expressões como lagrangianas, equações de estado, equação de autovalores, etc. serão as modificações do modelo vetorial e a parte em preto representa o modelo original. É necessária a introdução de um canal vetorial de massa

$$\mathcal{L}_m = \frac{1}{2} m_V^2 V^\mu V_\mu. \quad 3.2.6$$

Na aproximação de campo médio, o canal vetorial deve ser nulo quando a massa do méson correspondente é nula. Esse termo estará sempre presente no modelo modificado, ou seja, quando considerarmos o modelo apenas com a contribuição linear ou com a contribuição linear e quártica.

A aproximação relativística de campo médio facilita as equações de movimento provenientes da densidade lagrangiana. Ela pode ser usada porque quando a densidade bariônica aumenta, os campos mesônicos tendem a se estabilizar em um certo valor e, por isso, podem ser substituídos por seus valores esperados, que seriam campos clássicos (DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, 2022). A aproximação de campo médio para campos vetoriais é<sup>6</sup>

$$V^\mu \rightarrow \langle V \rangle \rightarrow \delta_{0,\mu} V^0, \quad 3.2.7$$

e com isso temos que o termo de massa fica

$$\mathcal{L}_m = \frac{1}{2} m_V^2 \delta^{0,\mu} V^0 \delta_{0,\mu} V_0 = \frac{1}{2} m_V^2 (\delta^{0,\mu} \delta_{0,\mu}) V_0^2 = \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2. \quad 3.2.8$$

Além da contribuição linear e de massa, o modelo introduz uma contribuição quártica do campo vetorial proporcional a  $(V_\mu V^\mu)^2$ . Essa contribuição quártica do campo vetorial,

<sup>6</sup> A aproximação de campo médio usada é a aproximação relativística de campo médio (MFA *mean field approximation*) também chamada de aproximação relativística de Hartree.

também chamada de autointerativa, é introduzida na lagrangiana do modelo de sacola do MIT como

$$U(V^\mu) = b_4 \frac{(g_{uuV}^2 V_\mu V^\mu)^2}{4}, \quad 3.2.9$$

onde  $g_{uuV}$  é a constante de acoplamento do quark  $up$  e  $b_4$  é um parâmetro adimensional que, para produzir apenas pequenas variações no modelo exigimos que  $|b_4| < 1$ , à princípio<sup>7</sup>, para a matéria estável. O campo vetorial auto-interativo nos permite gerar estrelas estranhas com massas maiores ou menores quando comparado ao caso linear. Com a aproximação de campo médio temos

$$U(V^0) = b_4 \frac{(g_{uuV}^2 (\delta^{0,\mu} \delta_{0,\mu}) V_0 V^0)^2}{4} = b_4 \frac{(g_{uuV}^2 (V_0)^2)^2}{4} = b_4 \frac{(g_{uuV} V_0)^4}{4}. \quad 3.2.10$$

Levando em conta o termo linear, o termo de massa e o termo quártico auto interativo do campo vetorial mesônico, já com a aproximação de campo médio, a Lagrangiana final do modelo que vamos explorar é

$$\mathcal{L} = \sum_q \left\{ \bar{\psi}_q [\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{qqV} \delta_{\mu,0} V_0) - m_q] \psi_q + \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 + \frac{b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} - \mathcal{B} \right\} \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) - \bar{\psi}_q \delta_s \psi_q. \quad 3.2.11$$

### 3.2.1 Equações de movimento

Tendo a Lagrangiana do modelo podemos derivar as equações de movimento usando as equações de Euler Lagrange

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \phi_i} = 0. \quad 3.2.12$$

Analisaremos as equações de Euler Lagrange dentro da sacola, onde  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = 1$  e  $\delta_s = 0$ , e na superfície dela, onde  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = 0$  e  $\delta_s \rightarrow \infty$ .

- **Dentro da sacola**

Fazendo  $\phi_i = \bar{\psi}_q$ , o primeiro termo das equações de Euler Lagrange fica<sup>8</sup>:

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_q}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi}_q)} \right) = 0, \quad 3.2.13$$

e o segundo termo fica

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}_q} = [i\gamma^\mu \partial_\mu - g_{qqV} \underbrace{\gamma^\mu \delta_{\mu,0}}_{\gamma_0} V_0 - m_q] \psi_q = 0. \quad 3.2.14$$

<sup>7</sup> Quando estudarmos transição de fases afrouxaremos essa restrição para melhor entender como o termo de autointeração influencia o potencial químico de transição e a massa máxima de estrelas.

<sup>8</sup> A conta funciona com  $\phi_i = \bar{\psi}_q$  ou com  $\phi_i = \psi_q$ . Aqui escolhi, para cada caso, o  $\phi_i$  que torna as contas mais simples.

Por fim, juntando os termos dessa equação, a equação de movimento do modelo de sacola do MIT vetorial para cada quark dentro da sacola é<sup>9</sup>

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_{qqV} \gamma^0 V^0 - m_q] \psi_q = 0. \quad 3.2.15$$

Note que a parte em preto da equação, ou seja, a equação de movimento do modelo original, é a equação de Dirac em unidades naturais (DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, 2022)

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q = 0, \quad 3.2.16$$

que, como esperado pelo modelo original, é a equação de movimento para um gás relativístico de férmions livres.

- **Na superfície da sacola**

Fazendo  $\phi_i = \psi$  e tomando o cuidado de só considerar  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = 0$  depois de calcular as derivadas, o primeiro termo das equações de Euler Lagrange fica:

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_q}{\partial (\partial_\mu \psi_q)} \right) = i(\partial_\mu \bar{\psi}_q) \gamma^\mu \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) + i\bar{\psi}_q \gamma^\mu n_\mu \delta_s, \quad 3.2.17$$

onde eu usei a definição A.6.4.

O segundo termo fica

$$\frac{\partial \mathcal{L}_q}{\partial \psi_q} = \bar{\psi}_q m_q \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) + \frac{1}{2} \bar{\psi}_q \delta_s. \quad 3.2.18$$

Juntando os termos e usando a definição A.6.4 temos as seguintes equações de movimento

$$[i\partial_\mu \bar{\psi}_q \gamma^\mu + \bar{\psi}_q m_q] \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) + [i\bar{\psi}_q \gamma^\mu n_\mu + \frac{1}{2} \bar{\psi}_q] \delta_s = 0. \quad 3.2.19$$

Finalmente considerando  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = 0$  temos

$$(i\bar{\psi}_q \gamma^\mu n_\mu - \frac{1}{2} \bar{\psi}_q) \delta_s = 0. \quad 3.2.20$$

Como a função delta vai para infinito seu coeficiente deve ir para zero para que a equação seja nula, então

$$i\bar{\psi}_q \gamma^\mu n_\mu = -\frac{1}{2} \bar{\psi}_q. \quad 3.2.21$$

Se calcularmos o adjunto dessa equação temos que

$$-i(n_\mu)^\dagger (\gamma^\mu)^\dagger (\bar{\psi}_q)^\dagger = -\frac{1}{2} (\bar{\psi}_q)^\dagger. \quad 3.2.22$$

<sup>9</sup> Note que aqui o somatório foi ignorado porque as mesmas equações de movimento devem valer para cada tipo de quark, então todas as parcelas da soma da lagrangiana quando submetidas às equações de Euler Lagrange devem ter o mesmo resultado.

Simplificando essa expressão e usando as definições A.5.10 e A.5.9 ficamos com

$$-in_{\mu}^{\dagger}\gamma^{\mu}\psi_q = -\frac{1}{2}\psi_q. \quad 3.2.23$$

Com isso nós temos que

$$\begin{cases} i\bar{\psi}_q\gamma^{\mu}n_{\mu} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}_q, \\ -in_{\mu}^{\dagger}\gamma^{\mu}\psi_q = -\frac{1}{2}\psi_q. \end{cases} \quad 3.2.24$$

Multiplicando a primeira equação por  $\psi$  pela direita e a segunda por  $\bar{\psi}$  pela esquerda temos

$$\begin{cases} (\bar{\psi}_q\gamma^{\mu}\psi_q)n_{\mu} = \frac{i}{2}\bar{\psi}_q\psi_q, \\ n_{\mu}^{\dagger}(-\bar{\psi}_q\gamma^{\mu}\psi_q) = \frac{i}{2}\bar{\psi}_q\psi_q. \end{cases} \quad 3.2.25$$

Como  $n_{\mu} \neq 0$  na superfície, a única solução pro sistema é

$$j^{\mu} = \bar{\psi}_q\gamma^{\mu}\psi_q = 0, \quad 3.2.26$$

onde  $j^{\mu}$  expressa a corrente vetorial dos quarks. O fato da corrente de cor ser nula na superfície da sacola revela que a superfície da sacola é branca<sup>10</sup>, como podemos observar nos hádrons. (TORRES, James Rudnei, 2011)(FILIP SAMUELSSON, 2015).

No caso do modelo de sacola do MIT vetorial é importante calcular as equações de Euler-Lagrange também para o campo vetorial, ou seja, para  $\phi_i = V_0$ . O primeiro termo da equação fica

$$\partial_{\mu}\left(\frac{\partial\mathcal{L}_q}{\partial(\partial_{\mu}V_0)}\right) = 0, \quad 3.2.27$$

e o segundo fica

$$\frac{\partial\mathcal{L}_q}{\partial V_0} = -\bar{\psi}_q g_{qqV} \underbrace{\gamma^{\mu}\delta_{\mu,0}}_{\gamma_0} \psi_q + m_V^2 V_0 + b_4 g_{uuV}^4 V_0^3. \quad 3.2.28$$

Com isso encontramos uma equação auto-consistente para  $V_0$

$$-\bar{\psi}_q g_{qqV} \gamma_0 \psi_q + m_V^2 V_0 + b_4 g_{uuV}^4 V_0^3 = 0. \quad 3.2.29$$

Como  $V_0$  é obtido por aproximação de campo médio temos

$$-g_{qqV}\langle\bar{\psi}_q \gamma_0 \psi_q\rangle + m_V^2 V_0 + b_4 g_{uuV}^4 V_0^3 = 0, \quad 3.2.30$$

Usando A.5.9 temos que

$$-g_{qqV}\langle\psi_q|\psi_q\rangle + m_V^2 V_0 + b_4 g_{uuV}^4 V_0^3 = 0, \quad 3.2.31$$

que é uma relação de recorrência para  $V_0$ .

<sup>10</sup> Neutra, não tem carga de cor.

### 3.3 EQUAÇÕES DE ESTADO PARA $T > 0$

Desenvolveremos a equação de estado da matéria de quarks porque, para analisarmos as propriedades macroscópicas de uma estrela e as transições de fase da QCD precisaremos delas. As equações de estado precisam de, pelo menos, três informações: a densidade de partículas (no caso a densidade bariônica), a densidade de energia e a pressão.

A densidade bariônica, ou densidade numérica de bárions é dada por

$$\rho_B = \frac{1}{3} \sum_q \rho_q, \quad 3.3.1$$

onde

$$\rho_q = g \langle \psi_q | \psi_q \rangle = g \int \frac{d^3 p_q}{(2\pi)^3} (f_{q+} - f_{q-}) \quad 3.3.2$$

onde  $g$  representa as degenerescências,  $f_{\pm}$  são as distribuições de partículas e antipartículas e  $\psi_q$  são os campos que resolvem as equações de movimento geradas pelas equações de Euler-Lagrange (DÉBORA PERES MENEZES KAUFMAN DALFOVO MARQUES, 2022)<sup>11</sup>.

O termo na relação de recorrência para  $V_0$  em 3.2.31 contém a densidade bariônica então podemos reescrevê-lo da seguinte maneira

$$-g_{qqV} \rho_q + m_V^2 V_0 + b_4 g_{uuV}^4 V_0^3 = 0. \quad 3.3.3$$

Por fim, multiplicando a equação por  $V_0$  temos

$$g_{qqV} V_0 \rho_q = m_V^2 V_0^2 + b_4 (g_{uuV} V_0)^4. \quad 3.3.4$$

Essa equação é importante para a descrição da matéria de quarks no modelo de sacola do MIT vetorial, pois fornece a relação desse campo vetorial que foi introduzido com a densidade de quarks e os parâmetros do modelo.

Usando A.3.1 no caso do gás de férmions livres temos que a densidade bariônica 3.3.1 pode ser escrita como

$$\rho_B = \frac{1}{3} \sum_q \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi^2)} \int dp_q p_q^2 (f_{q+} - f_{q-}) \quad 3.3.5$$

onde  $n_c = 3$  é a degenerescência de cor,  $n_s = 2$  é a degenerescência de spin e  $f_{\pm}$  são as distribuições de partículas e antipartículas respectivamente. A densidade bariônica é a mesma para o modelo original e para o modelo vetorial porque esta só depende da distribuição de partículas.

Para encontrar as outras equações de estado vamos calcular termo a termo o tensor de energia momento

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \psi)} \right) (\partial_\nu \psi) \quad 3.3.6$$

<sup>11</sup> Ver capítulo de modelos relativísticos, modelo  $\sigma - \omega$ .

considerando apenas a Lagrangiana dentro da sacola, onde  $\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = 1$  e  $\delta_s = 0$ , porque é onde as partículas estão. Chamando o primeiro termo do tensor de  $T_1$ , onde

$$T_1 = -g_{\mu\nu} \mathcal{L}$$

temos que

$$T_{1q} = -g^{\mu\nu} \left[ \sum_q \left\{ \bar{\psi}_q \underbrace{[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{qq} V \delta_{\mu,0} V_0) - m_q]}_{=0, \text{ Equação de movimento}} \psi_q + \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 + \frac{b_4 (g_{uu} V V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B} \right],$$

logo,

$$T_1 = -g^{\mu\nu} \sum_q \left[ \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 + \frac{b_4 (g_{uu} V V_0)^4}{4} \right] + g_{\mu\nu} \mathcal{B} \quad 3.3.7$$

onde levamos em conta a equação de movimento C.1.1 e a equação de Dirac. Observa-se que a única contribuição do modelo original para este primeiro termo é a constante de sacola.

Chamando o segundo termo de  $T_2$ , onde

$$T_2 = \partial_\nu \psi_i \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \psi_i)} \right),$$

temos que

$$T_2 = \sum_q (\partial_\nu \psi) \left( \frac{\partial}{\partial \mu \psi} [\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - g_{qq} V \delta_{\mu,0} V_0) - m] \psi + \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 + \frac{b_4 (g_{uu} V V_0)^4}{4} \right) - \mathcal{B} = \quad 3.3.8$$

$$= \sum_q i (\partial_\nu \psi) \bar{\psi} \gamma^\mu g_{\mu\nu} \frac{\partial (\partial^\nu \psi)}{\partial (\partial^\mu \psi)} \quad 3.3.9$$

$$= \sum_q i (\partial_\nu \psi) \bar{\psi} \gamma_\nu \delta_{\nu\mu} \quad 3.3.10$$

$$= \sum_q i \bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi. \quad 3.3.11$$

onde usamos que  $\partial_\mu = g_{\mu\nu} \partial^\nu$ .

O tensor energia momento do modelo de sacola do MIT vetorial é, então

$$T_{\mu\nu} = \sum_q \left\{ i \bar{\psi}_q \gamma^\mu \partial_\nu \psi - g_{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 + \frac{b_4 (g_{uu} V V_0)^4}{4} \right] \right\} + g_{\mu\nu} \mathcal{B}. \quad 3.3.12$$

Lembrando que  $g^{00} = 1$  podemos calcular a densidade de energia

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle = \sum_q \left\{ \langle i \bar{\psi}_q \gamma_0 \partial_0 \psi_q \rangle - \frac{1}{2} m_V^2 V_0^2 - \frac{b_4 (g_{uu} V V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B}. \quad 3.3.13$$

Lembrando que a derivada temporal está associada à energia (veja apêndice C) e usando C.1.6 temos que

$$\langle i \bar{\psi}_q \gamma_0 \partial_0 \psi_q \rangle = \langle \psi_q | \epsilon_q | \psi_q \rangle =$$

$$\langle \psi_q | (\sqrt{p_q^2 + m_q^2} + g_{qqV} V_0) | \psi_q \rangle = \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \sqrt{p_q^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + g_{qqV} V_0 \rho_q. \quad 3.3.14$$

Conclui-se então que a densidade de energia por quark para temperatura não nula é

$$\varepsilon = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \sqrt{p_q^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + g_{qqV} V_0 \rho_q - \frac{m_V^2 V_0^2}{2} - \frac{b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B}. \quad 3.3.15$$

Substituindo o termo  $(g_{qqV} V_0 \rho_q)$  pela expressão em 3.3.4 temos finalmente que

$$\varepsilon = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{2\pi^2} \int dp_q p_q^2 \sqrt{p_q^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{3b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B}. \quad 3.3.16$$

Ou

$$\varepsilon = \sum_q \left\{ \varepsilon_q + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{3b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B} \quad 3.3.17$$

onde

$$\varepsilon_q = \frac{n_c \cdot n_s}{2\pi^2} \int dp p^2 \sqrt{p^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) \quad 3.3.18$$

é a densidade de energia para temperatura finita do gás de férmions livres. É importante lembrar que, de acordo com a definição dada em 3.3.4,  $V_0$  depende da densidade de quarks e por isso os termos com  $V_0$  devem estar dentro do somatório de quarks. Consequentemente  $V_0$  também depende da temperatura.

De forma similar podemos encontrar a pressão

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = \frac{1}{3} \sum_q \left\{ \langle i \bar{\psi}_q \gamma^i \vec{\nabla} \psi_q \rangle - g^{ii} \left[ \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right] \right\} + \frac{g^{ii}}{3} \mathcal{B}.$$

reescrevendo o termo

$$\langle -i \bar{\psi} \gamma_i \partial_i \psi \rangle = -\langle i \psi^\dagger \gamma_0 \vec{\gamma} \vec{\nabla} \psi \rangle = \langle \psi | \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} | \psi \rangle, \quad 3.3.19$$

onde usamos A.5.9, A.2.11, A.5.6, podemos identificar um termo da pressão como proporcional à derivada da energia

$$\langle \psi_q | \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} | \psi_q \rangle = p \frac{\partial}{\partial p} \langle \psi_q | \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m | \psi_q \rangle = p \frac{\partial}{\partial p} \langle \psi_q | \epsilon_q(\mathbf{p}) | \psi_q \rangle. \quad 3.3.20$$

É importante notar que aqui  $\epsilon_q(\mathbf{p})$  é definido como em C.0.11 e por isso quando usarmos a expressão para  $\epsilon_q(\mathbf{p})$  ela precisa ser da forma C.0.13.

Sendo assim, lembrando que  $g^{ii} = -3$ , temos

$$P = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{3 \cdot (2\pi)^3} \int d^3 p_q p_q \frac{\partial}{\partial p_q} (\epsilon_q(\mathbf{p})) (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B}. \quad 3.3.21$$

Usando A.3.1 e C.0.13 temos

$$P = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{6\pi^2} \int dp_q p_q^3 \frac{\partial}{\partial p_q} (\sqrt{p_q^2 + m_q^2}) (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4(g_{uuV} V_0)}{4} \right\} - \mathcal{B}, \quad 3.3.22$$

que é

$$P = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{6\pi^2} \int dp_q \frac{p_q^4}{\sqrt{p_q^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4(g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B}. \quad 3.3.23$$

Ou

$$P = \sum_q \left\{ P_q + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4(g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B}, \quad 3.3.24$$

onde

$$P_q = \frac{n_c \cdot n_s}{6\pi^2} \int dp_q \frac{p_q^4}{\sqrt{p_q^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) \quad 3.3.25$$

é a pressão de um gás de férmions livres.

Então, para temperatura finita temos que as equações de estado são dadas por

$$P = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{6\pi^2} \int dp_q \frac{p_q^4}{\sqrt{p_q^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4(g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B} \quad 3.3.26$$

$$\varepsilon = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{2\pi^2} \int dp_q p_q^2 \sqrt{p_q^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{3b_4(g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B} \quad 3.3.27$$

$$\rho_B = \frac{1}{3} \sum_q \frac{n_c \cdot n_s}{2\pi^2} \int dp_q p_q^2 (f_{q+} - f_{q-}) \quad 3.3.28$$

### 3.4 DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS

Nesta seção temos como objetivo compreender a forma da distribuição de partículas e antipartículas do modelo a partir do potencial termodinâmico. O potencial termodinâmico é definido como

$$\Omega_q = -P_q = \varepsilon_q - T s_q - \mu_q \rho_q. \quad 3.4.1$$

Sua derivada em relação à distribuição de partículas e antipartículas para pressão e volume constantes é nula<sup>12</sup>

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial f_{q+}} \right)_{P,V} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial f_{q-}} \right)_{P,V} = 0. \quad 3.4.2$$

<sup>12</sup> A notação usada para denotar pressão e volume constante é a mesma do livro (CALLEN, 1960).

Para encontrarmos a forma do potencial termodinâmico para  $T > 0$  precisamos da entropia de um gás de férmions livres que é dada por (MENEZES, Débora Peres, 2021)

$$s = \sum_q s_q \quad 3.4.3$$

onde

$$s_q = \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \left( f_{q+} \ln\left(\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}}\right) + \ln(1-f_{q+}) + f_{q-} \ln\left(\frac{f_{q-}}{1-f_{q-}}\right) + \ln(1-f_{q-}) \right). \quad 3.4.4$$

Dispondo dessas informações podemos encontrar o potencial termodinâmico e calcular suas derivadas

$$\begin{aligned} \Omega = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \left( \epsilon_q(\mathbf{p}) (f_{q+} + f_{q-}) - \mu_q (f_{q+} - f_{q-}) + \right. \right. \\ \left. \left. + T \left[ \left( f_{q+} \ln\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}} \right) + \ln(1-f_{q+}) + f_{q-} \ln\left(\frac{f_{q-}}{1-f_{q-}}\right) + \ln(1-f_{q-}) \right] \right) + \right. \\ \left. + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{3b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B}. \quad 3.4.5 \end{aligned}$$

Derivando a expressão com relação a  $f_{q+}$  temos

$$\frac{\partial \Omega}{\partial f_{q+}} = \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \left\{ \epsilon_q(\mathbf{p}) - \mu_q + T \ln\left(\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}}\right) \right\} = 0. \quad 3.4.6$$

Para satisfazer a equação é necessário que o integrando seja nulo, ou seja,

$$\epsilon_q(\mathbf{p}) - \mu_q + T \ln\left(\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}}\right) = 0. \quad 3.4.7$$

Resolvendo essa equação para  $f_{q+}$  temos

$$f_{q+} = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_q(\mathbf{p}) - \mu_q)/T}} \quad 3.4.8$$

Considerando a distribuição de antipartículas  $f_{q-}$ , a conta é similar a menos de um sinal em  $\mu_q$  por conta da expressão de distribuição de partículas na expressão para densidade de partícula, então

$$\frac{\partial \Omega}{\partial f_{q-}} = \frac{n_c \cdot n_s}{(2\pi)^3} \int d^3 p_q \left\{ \epsilon_q(\mathbf{p}) + \mu_q + T \ln\left(\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}}\right) \right\} = 0, \quad 3.4.9$$

logo,

$$\epsilon_q(\mathbf{p}) + \mu_q + T \ln\left(\frac{f_{q+}}{1-f_{q+}}\right) = 0, \quad 3.4.10$$

o que nos dá

$$f_{q-} = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_q(\mathbf{p}) + \mu_q)/T}}. \quad 3.4.11$$

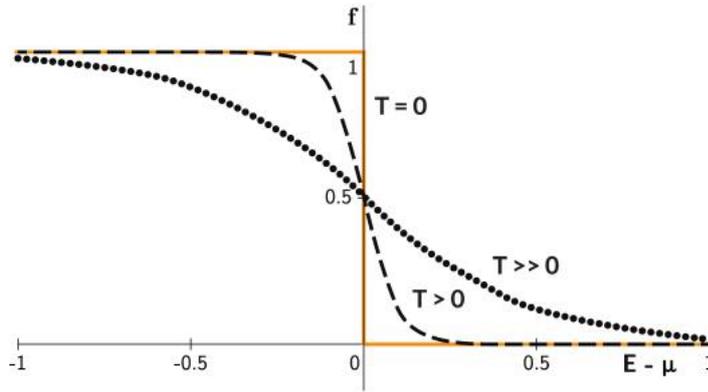


Figura 7 – Distribuição de partículas para diferentes temperaturas. Figura de Kevin Schroeder. Adaptado de (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012)

Ambas as expressões encontradas até aqui para a distribuição de partículas e antipartículas são para o regime em que  $T > 0$ .

Quando  $T = 0$  devemos tomar o limite dessas distribuições

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_q(\mathbf{p}) \pm \mu_q)/T}} \quad 3.4.12$$

Esse limite pode ser dividido em dois casos

1. Para o caso da distribuição das antipartículas  $f_{q-}$ ,

$$(\epsilon_q(\mathbf{p}) + \mu_q) \neq 0,$$

já que ambos são positivos, então

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_q(\mathbf{p}) + \mu_q)/T}} = 0. \quad 3.4.13$$

Logo, para  $T = 0$ , não há antipartículas.

2. Para o caso da distribuição de partículas  $f_{q+}$ , a expressão

$$(\epsilon_q(\mathbf{p}) - \mu_q)$$

pode ser zero, então o resultado do limite é uma função de heaviside, por definição A.6.3. Esse comportamento pode ser visto na figura 7. Com isso a distribuição de partículas para temperatura nula toma a forma

$$f_{q+} = \theta(\epsilon_q(\mathbf{p}) - \mu_q) \quad 3.4.14$$

A energia em que

$$\epsilon_q(\mathbf{p}) = \mu_q$$

é a energia do último estado ocupado na distribuição, chamado de energia de Fermi (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012), ou seja, neste estado

$$\mu_q = \epsilon_{qF} = \epsilon_q(\mathbf{p}_{qF}) = \sqrt{p_{qF}^2 + m_q^2}. \quad 3.4.15$$

Sendo assim nossa função degrau toma a forma

$$f_{q+} = \theta(\epsilon_q(\mathbf{p}_q) - \epsilon_q(\mathbf{p}_{qF})). \quad 3.4.16$$

Como as energias são função do momento e as integrais das equações de estado estão no espaço de momento, podemos escrever a função degrau em função dos momentos de maneira que a distribuição de partículas tome a forma que será usada nesta dissertação que é

$$f_{q+} = \theta(p_q - p_{qF}). \quad 3.4.17$$

### 3.5 EQUAÇÕES DE ESTADO PARA TEMPERATURA NULA

Já sabemos que, para temperatura nula, a distribuição de partículas vira a função da expressão 3.4.17 e a de antipartículas é nula. Ao substituirmos o termo de distribuição de partículas pela função degrau nas integrais das equações de estado, temos que a mudança se dá nos limites de integração, pois

$$\int f(x)\Theta(x - x_0) = \int_0^{x_0} f(x). \quad 3.5.1$$

Assim as equações de estado do modelo vetorial de sacola do MIT para temperatura nula são da forma

$$\varepsilon = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{2\pi^2} \int_0^{p_{qF}} dp_q p_q^2 \sqrt{p_q^2 + m_q^2} + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{3b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} + \mathcal{B}, \quad 3.5.2$$

e

$$P = \sum_q \left\{ \frac{n_c \cdot n_s}{6\pi^2} \int_0^{p_{qF}} dp_q \frac{p_q^4}{\sqrt{p_q^2 + m_q^2}} + \frac{m_V^2 V_0^2}{2} + \frac{b_4 (g_{uuV} V_0)^4}{4} \right\} - \mathcal{B}. \quad 3.5.3$$

$$\rho_B = \frac{1}{3} \sum_q (n_c \cdot n_s) \frac{p_{qF}^3}{6\pi^2} \quad 3.5.4$$

### 3.6 EQUAÇÕES DE ESTADO DOS LÉPTONS NA MATÉRIA ESTELAR.

A matéria estelar, devido ao processo de formação da estrela, possui léptons além dos quarks. Os léptons também são férmions e sua equação de estado pode ser obtida de maneira muito similar a da matéria de quarks. Partindo da lagrangiana de férmions livres 3.2.1 podemos calcular o tensor energia momento e encontrar as equações de movimento<sup>13</sup> para temperatura finita

$$\varepsilon = \sum_{l=\{e,\mu\}} \frac{n_s}{2\pi^2} \int dp_l p_l^2 \sqrt{p_l^2 + m_l^2} (f_{l+} + f_{l-}), \quad 3.6.1$$

<sup>13</sup> Note que essas contas foram feitas na obtenção das equações de estado do modelo e, no final, são as equações de estado para o gás de férmions livres.

$$P = \sum_{l=\{e,\mu\}} \frac{n_s}{6\pi^2} \int dp_l \frac{p_l^4}{\sqrt{p_l^2 + m_l^2}} (f_{l+} + f_{l-}). \quad 3.6.2$$

e

$$\rho_l = (n_s) \int dp_l p_l^2 (f_{l+} - f_{l-}) \quad 3.6.3$$

onde as densidades devem satisfazer 2.2.1 ,  $n_s = 2$  é a degenerescência de spin e  $l = \{e,\mu\}$  são o elétron e o múon do elétron que são os léptons que levaremos em conta por serem os mais leves.

E para temperatura nula

$$\varepsilon = \sum_{l=\{e,\mu\}} \frac{n_s}{2\pi^2} \int dp_l p_l^2 \sqrt{p_l^2 + m_l^2}, \quad 3.6.4$$

$$P = \sum_{l=\{e,\mu\}} \frac{n_s}{6\pi^2} \int dp_l \frac{p_l^4}{\sqrt{p_l^2 + m_l^2}}. \quad 3.6.5$$

e

$$\rho_l = (n_s) \frac{p_{lF}^3}{6\pi^2} \quad 3.6.6$$

onde as densidades devem satisfazer 2.2.1. Quando analisarmos a matéria estelar não podemos deixar de levar em conta a neutralidade elétrica e o equilíbrio beta dados por 2.2.1 e 2.2.2 respectivamente.

### 3.7 DUREZA DE UMA EQUAÇÃO DE ESTADO

Muitas vezes usamos o termo dureza para caracterizar as EOS. Uma equação de estado pode ser mais dura ou menos dura a depender de como se comporta a pressão em relação à densidade de energia. Se a pressão aumenta muito quando a densidade de energia aumenta, o objeto descrito por essas EOS é mais duro quando tentamos comprimi-lo. O que comprime uma estrela é a gravidade, então uma equação de estado mais dura significa que há mais resistência à gravidade, ou seja, suporta mais massa. A equação de estado que tem um aumento menor na pressão dado o mesmo aumento da densidade é dita menos dura, porque o objeto descrito é mais fácil de comprimir, ou seja, oferece menos resistência à gravidade suportando menos massa.

### 3.8 JANELA DE ESTABILIDADE

Para estudar a matéria estranha, precisamos estabelecer sua janela de estabilidade. Essa janela nada mais é do que o intervalo de energia em que a matéria é estável e satisfaz a conjectura de Bodmer Witten. Já sabemos que a estabilidade da matéria estranha e sua condição de estado fundamental estão restritos a altas densidades. Mas, além disso, há limites que precisam ser definidos e, no modelo de sacola do MIT, esses limites são expressos através de um intervalo para os valores da constante de sacola. No modelo modificado também levaremos em conta restrições de valores para outros parâmetros livres. Para compreender os limites de estabilidade da matéria estranha precisamos comparar a densidade de energia da matéria de quarks com a energia por nucleon do núcleo do ferro. Já vimos que o núcleo do elemento  $^{56}\text{Fe}$  é o mais ligado. Isso significa que a energia por nucleon do núcleo de ferro é a menor entre os elementos conhecidos. Essa energia é de 930 MeV. Para que a matéria de três quarks desconfinada seja o verdadeiro estado fundamental da matéria, a sua densidade de energia por densidade bariônica deve ser menor que a energia por nucleon do ferro tornando-a mais estável, ou seja,

$$\left(\frac{\varepsilon}{\rho_B}\right)_{u,d,s} < 930 \text{ MeV}.$$

Além disso, para que a conjectura seja coerente com a física observada no dia a dia, precisamos exigir que a matéria desconfinada de dois sabores de quarks (*up* e *down*) não seja estável. Matematicamente essa exigência é traduzida como a necessidade de a densidade de energia por densidade bariônica da matéria de dois quarks seja maior que 930 MeV, ou seja,

$$\left(\frac{\varepsilon}{\rho_B}\right)_{u,d} > 930 \text{ MeV}.$$

Assim garantimos que a matéria de dois quarks só é estável dentro dos nucleons formando o núcleo dos elementos como os conhecemos. Uma ilustração esquemática dessa discussão acerca da matéria estranha é dada na figura 8.

#### 3.8.1 Janela de estabilidade para o modelo sacola do MIT

Para respeitar essas exigências a constante de sacola, cuja unidade é  $\text{MeV}^4$ , pode assumir apenas valores dentro de um intervalo chamado janela de estabilidade. Esses valores também dependem da massa de corrente do quark estranho. A janela de estabilidade para a matéria de quarks simétrica e estelar para o modelo de sacola do MIT em função da massa de corrente do quark estranho para temperatura nula é deduzida em (TORRES, J. R.; MENEZES, D. P., 2013) e mostrada na figura 9.

Podemos aproximar desta imagem que os valores da constante de sacola dentro da janela de estabilidade são os dados nas tabelas 3 e 4. Importante ressaltar que para as contas usaremos apenas o caso em que  $m_{0s} = 95 \text{ MeV}$  como dito em 2.2.

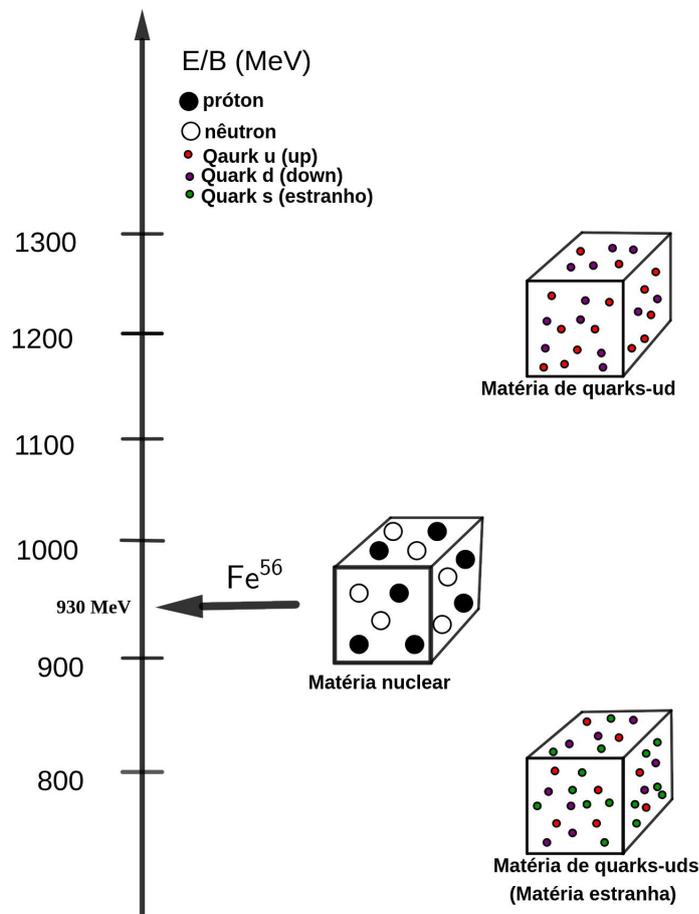


Figura 8 – Comparação da energia por barião do  $^{56}Fe$  com a matéria de quarks de dois sabores (quarks  $u$  e  $d$ ) e a matéria estranha desconfina que tem três sabores de quark ( $u$ ,  $d$  e  $s$ ). Figura adaptada de (WEBER, 2017)

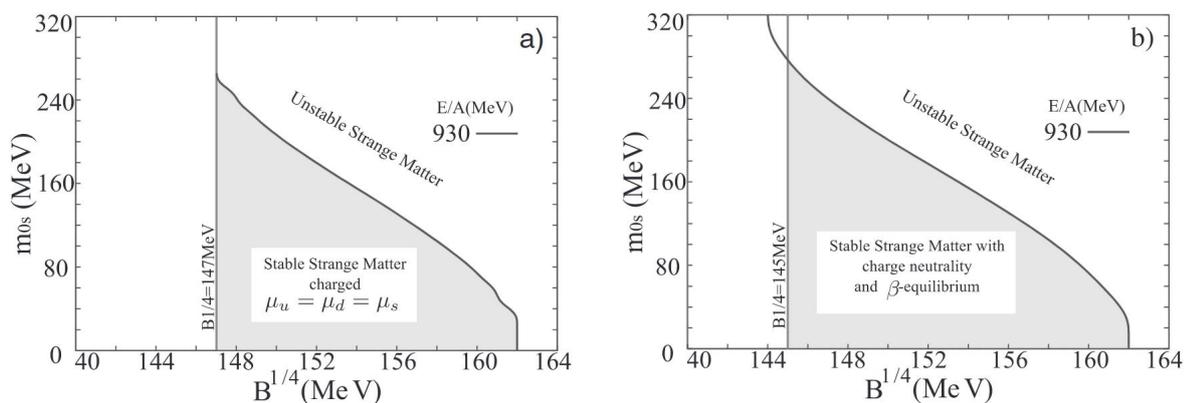


Figura 9 – Janela de estabilidade da matéria estranha para o modelo de sacola do MIT e  $T=0$  MeV. À direita (a) é considerada a matéria simétrica com potenciais químicos iguais. À esquerda (b) é considerada a matéria estelar com equilíbrio beta. As retas verticais à esquerda de cada gráfico representam o requerimento de que a matéria de quarks desconfina de dois sabores  $u$  e  $d$  não seja estável. Figura retirada de (TORRES, J. R.; MENEZES, D. P., 2013)

	$m_{0_s} = 95 \text{ MeV}$	$m_{0_s} = 150 \text{ MeV}$
$\mathcal{B}^{1/4} \text{ MeV}$	145 a 159	145 a 155

Tabela 3 – Intervalo de estabilidade para a constante de sacola para o modelo de sacola do MIT, matéria estelar e  $T = 0$ .

	$m_{0_s} = 95 \text{ MeV}$	$m_{0_s} = 150 \text{ MeV}$
$\mathcal{B}^{1/4} \text{ MeV}$	147 a 158	147 a 155

Tabela 4 – Intervalo de estabilidade para a constante de sacola para o modelo de sacola do MIT, matéria simétrica e  $T = 0$ .

### 3.8.2 Janela de estabilidade para o modelo vetorial de sacola do MIT

Para fazer essa e outras análises sobre o modelo vetorial precisamos definir duas grandezas:

$$G_V = \left( \frac{g_{uuV}}{m_V} \right)^2 \text{ fm}^2$$

e

$$X_V = \frac{g_{ssV}}{g_{uuV}}.$$

O valor de  $X_V$  está relacionado com as constantes de acoplamento. Segundo a teoria de grupos de Lie, mais especificamente o grupo híbrido  $SU(6)$ , é  $X_V = \frac{2}{5} = 0,4$ , ou seja,

$$X_V = \frac{g_{ssv}}{g_{uuv}} = 0,4. \quad 3.8.1$$

A relação entre as outras constantes de acoplamento é de igualdade

$$\frac{g_{ddv}}{g_{uuv}} = 1. \quad 3.8.2$$

Apesar disso também consideraremos  $X_V = 1$  que é o cenário em que todas as constantes de acoplamento são iguais.

$$X_V = \frac{g_{ssv}}{g_{uuv}} = \frac{g_{ddv}}{g_{uuv}} = 1. \quad 3.8.3$$

O cálculo das constantes de acoplamento do modelo pode ser encontrado no apêndice do artigo (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021).

A ideia para a janela de estabilidade do modelo vetorial é exatamente a mesma do modelo original, mas agora há mais fatores para levar em conta como os valores de  $X_V$ ,  $G_V$  e  $b_4$ . Para começar essa análise vamos apenas considerar a contribuição linear do campo, ou seja, os valores de  $X_V$  e  $G_V$ . Depois consideraremos a contribuição do campo autointerativo através do estudo da janela de estabilidade em função da constante  $b_4$ .

Os resultados obtidos para a constante de sacola no modelo vetorial de sacola do MIT apenas com a contribuição linear do campo em função de  $G_V$  para os dois valores de  $X_V$  apontados anteriormente foram plotados e tabelados em (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021) como pode ser visto na figura 10 e na tabela 5. Como a massa

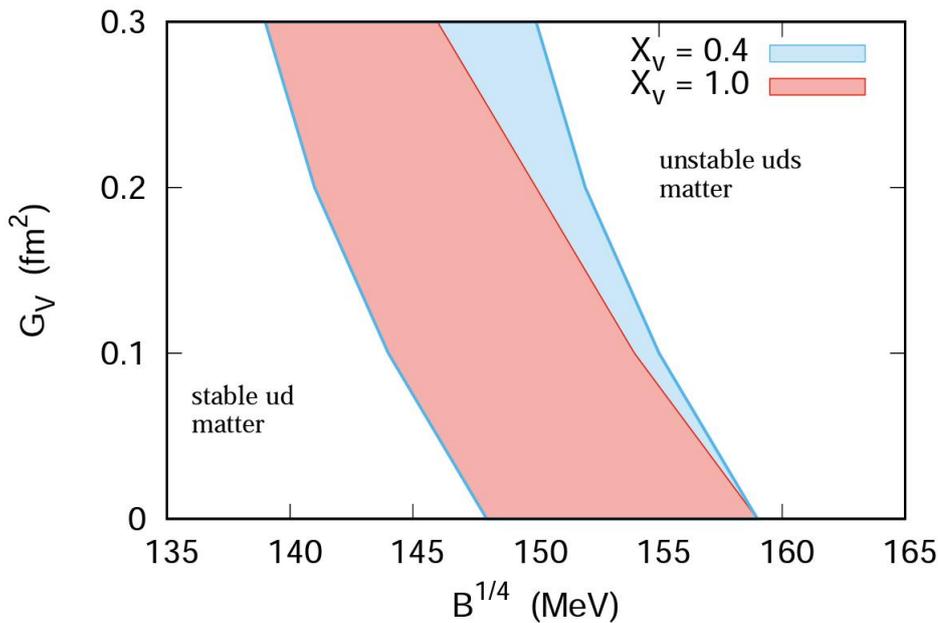


Figura 10 – Janela de estabilidade obtida usando C.1.6 temos queda para o modelo vetorial de sacola do MIT apenas com a contribuição linear do campo. Figura retirada de (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021)

$G_V$ (fm <sup>2</sup> )	$X_V$	Mínimo de $\mathcal{B}$ (MeV)	Máximo de $\mathcal{B}$ (MeV)
0,0	—	148	159
0,1	1,0	144	154
0,1	0,4	144	155
0,2	1,0	141	150
0,2	0,4	141	152
0,3	1,0	139	146
0,3	0,4	139	150

Tabela 5 – Janela de estabilidade obtida para o modelo vetorial de sacola do MIT apenas com a contribuição linear do campo. Valores tirados de (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021)

do quark estranho influencia na janela de estabilidade é importante lembrar que em 2.2.1 definimos que nessa dissertação a massa do quark estranho é de 95 MeV.

Analisando a figura 10 observamos que quando aumentamos o valor de  $G_V$  a janela de estabilidade é deslocada para valores menores. Valores menores para a constante de sacola indicam EOS mais duras, como será visto nas seções a seguir, e conseqüentemente estrelas mais massivas. Esse comportamento é esperado porque quanto maior o módulo de um campo que gera repulsão entre os quarks mais duras são as equações de estado. Isso acontece porque sem campo há apenas a pressão de degenerescência. Com o campo, além da pressão de degenerescência, há a pressão gerada pela repulsão das partículas. Para  $X_V = 1$ , quanto mais forte o campo vetorial, mais estreita é a janela de estabilidade, já para  $X_V = 0,4$  o intervalo permanece o mesmo e é independente do valor de  $G_V$ . Como esperado, o valor mínimo para a constante de sacola na janela de estabilidade é independente de  $X_V$ . Isso acontece porque o

valor mínimo da janela de estabilidade está relacionado ao limite de energia da matéria apenas de quarks  $u$  e  $d$ . Como  $X_V$  está relacionado com a constante de acoplamento do quark  $s$ , essa grandeza não afeta o limite inferior da janela de estabilidade.

O parâmetro  $b_4$  não influencia na janela de estabilidade do modelo. De fato, uma vantagem do uso de termos não lineares é justamente poder modificar as EOS em altas densidades sem mudar a janela de estabilidade do modelo.

### 3.9 RESULTADOS E ANÁLISES DO MODELO ORIGINAL DE SACOLA DO MIT

Tendo a expressão para a distribuição de partículas, tanto pra temperatura nula quanto para a temperatura finita, podemos gerar resultados e analisar as equações de estado. Foram considerados dois tipos de matéria: a matéria simétrica e a matéria estelar. Ambas as matérias e suas condições de equilíbrio estão descritas em 2.2 e em 3.6. Os valores para a constante de sacola foram escolhidos baseados na janela de estabilidade.

Faremos, em alguns casos, comparação de dureza entre as equações de estado geradas com determinados parâmetros do modelo e a equação de estado do gás ultra-relativístico. A equação de estado do gás ultra-relativístico é dada por  $P = \varepsilon/3$ . (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012)<sup>14</sup>.

Podemos notar da figura 11 que a variação de temperatura deixa as EOS levemente mais duras no modelo original, porém a diferença é muito pequena e as curvas quase se sobrepõem tanto para a matéria estelar quanto para a matéria simétrica.

A diferença das EOS quando mudamos a constante de sacola <sup>15</sup> usando os valores extremos da janela de estabilidade faz com que a diferença da dureza das equações de estado seja evidente, bem mais significativa que a mudança da temperatura. Também podemos notar que o aumento da constante de sacola torna as equações de estado menos duras, isto é, mais suaves, ao contrário do aumento da temperatura. Esse comportamento pode ser visto na figura 12. Nessa figura notamos que as equações de estado do modelo original de sacola do MIT dentro da janela de estabilidade são menos duras que a equação de estado do gás ultra-relativístico.

Também foi feita uma comparação das EOS para a matéria estelar e a matéria simétrica. Podemos ver na figura 13 que essa diferença é muito pequena, pois as curvas praticamente se sobrepõem mesmo com um intervalo menor para a densidade de energia e pressão. Isso ocorre por causa da definição para matéria simétrica que usamos (com potenciais químicos iguais). É importante notar que essa diferença das EOS para as diferentes matérias é menor que a diferença da mesma matéria com a variação da temperatura, que já é pequena.

<sup>14</sup> Para o leitor interessado em se aprofundar mais no conhecimento do gás ultra-relativístico ver (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012)

<sup>15</sup> Vista nos mesmos intervalos para densidade de energia e pressão que os da diferença de temperatura

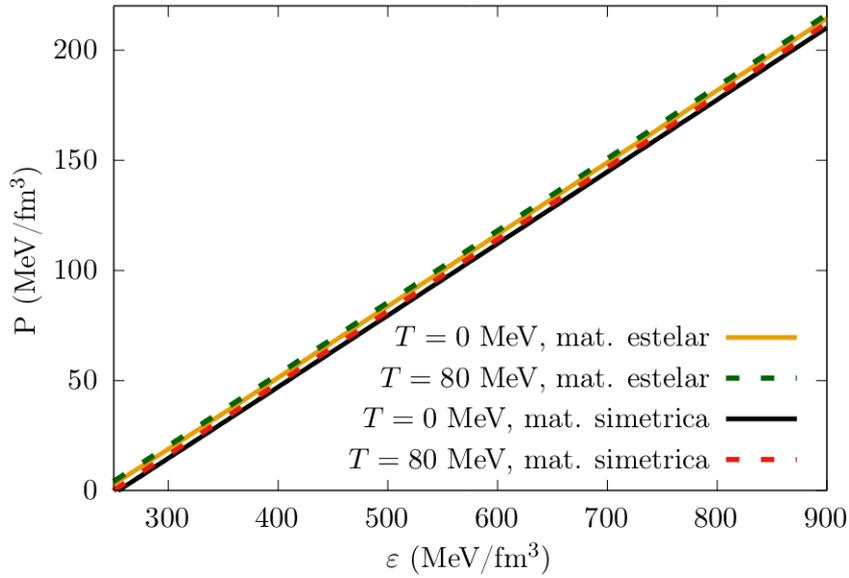


Figura 11 – As curvas mostram o efeito da variação de temperatura para uma constante de sacola definida no modelo original. Para a matéria estelar com  $\mathcal{B}^{1/4} = 145 \text{ MeV}$  e para a matéria simétrica com  $\mathcal{B}^{1/4} = 147 \text{ MeV}$ .

### 3.10 RESULTADOS E ANÁLISE DO MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT

Nesta seção usamos a matéria estelar para gerar todos os gráficos levando em conta que a matéria simétrica tem o mesmo comportamento e valores muito próximos, quase sobrepostos como discutido na seção anterior. Novamente as escolhas dos valores da constante de sacola foram feitas considerando a janela de estabilidade.

Vamos começar analisando a fração de estranheza para o modelo vetorial apenas com a contribuição linear do campo com temperatura nula  $T = 0 \text{ MeV}$ . A fração de estranheza é definida pela densidade de quarks estranhos dividida pela densidade bariônica total

$$f_s = \frac{\rho_s}{\rho_B}. \quad 3.10.1$$

Note que a fração de estranheza é independente da constante de sacola e portanto não varia no modelo original. Ela mede quanto de quarks estranhos há na matéria que estamos descrevendo. Nosso objetivo é entender se e como ela muda com os parâmetros do modelo. Vamos analisar como a fração de estranheza se comporta quando variamos  $G_V$  para os dois valores de  $X_V$  que estamos levando em conta. Para  $X_V = 1,0$  a fração de estranheza é independente da força/valor de  $G_V$ , ou seja, independente da intensidade do campo. Esse fato pode ser entendido se analisarmos as equações C.1.6 e 3.4.14. Percebemos que, neste caso, o potencial químico vai ser acrescido da mesma quantidade para cada quark, logo, o campo vetorial não afeta a população de partículas. Já para o caso em que  $X_V = 0,4$ , o potencial químico varia de forma diferente (menor) para o quark  $s$ . Quando aumentamos  $G_V$  neste caso, a diferença nesta variação fica evidente. Ambos os comportamentos podem ser vistos na figura 14.

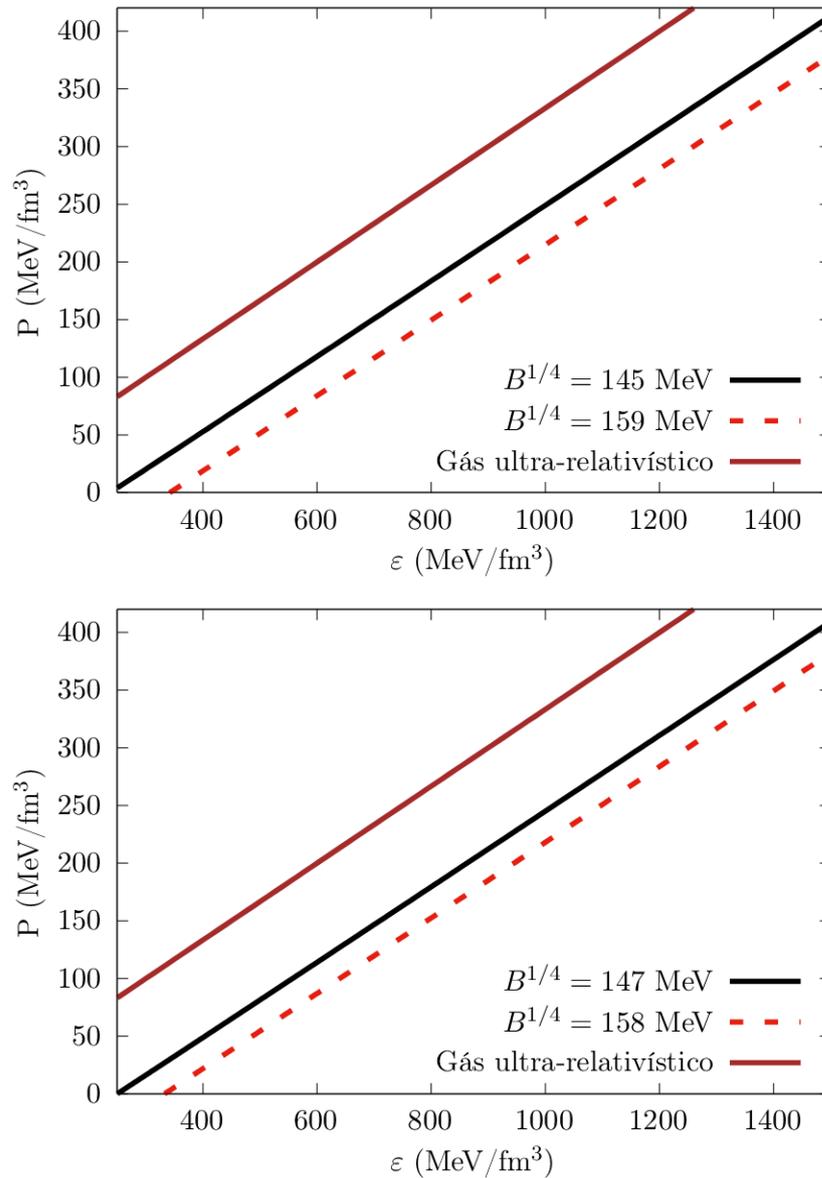


Figura 12 – Os gráficos mostram o efeito da variação da constante de sacola nas EOS para os extremos da janela de estabilidade e  $T = 0$  MeV no modelo original. Os intervalos para pressão e densidade de energia são os mesmos usados na análise da temperatura na figura 11. O gráfico de cima é de matéria estelar e o de baixo de matéria simétrica. A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação.

Ainda analisando o modelo apenas com a contribuição linear podemos avaliar comportamentos com os dois valores de  $X_V$  enquanto variamos  $G_V$ . Vamos explorar o comportamento da dureza das equações de estado como resposta à essa variação. Fazendo os gráficos das EOS com mesma constante de sacola e variando o  $G_V$  notamos que, tanto para  $X_V = 1,0$  quanto para  $X_V = 0,4$ , sua dureza aumenta quando  $G_V$  aumenta. Isso acontece porque quanto maior o valor de  $G_V$  maior é o campo vetorial e, conseqüentemente, maior é a repulsão entre os quarks e isso se manifesta em EOS mais duras. Como valores maiores de  $X_V$  produzem campos

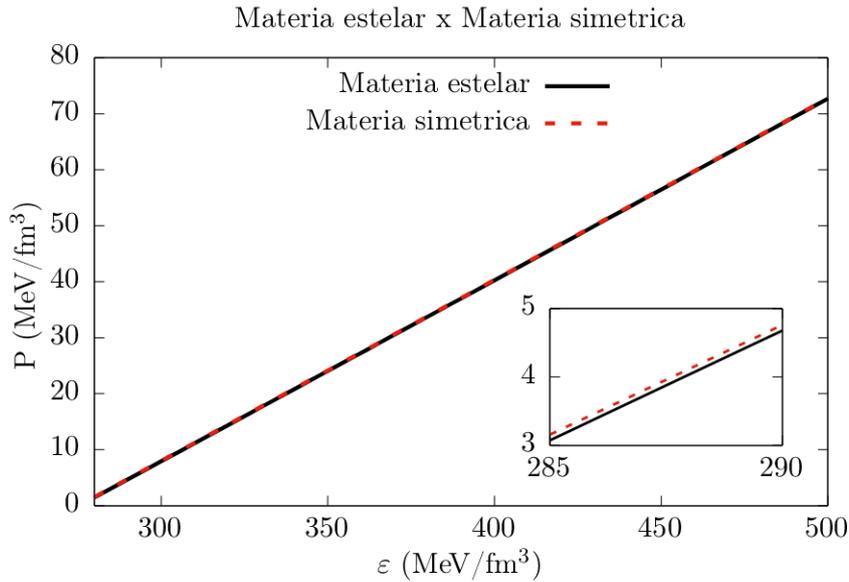


Figura 13 – Comparação das EOS da matéria estelar e da matéria simétrica no modelo original para  $T = 0$  MeV e  $B^{1/4} = 150$  MeV. Aqui notamos que a diferença das EOS de matérias diferentes é tão pequena que só conseguimos vê-la de fato no zoom que se encontra embaixo do lado direito com os intervalos para densidade de energia e pressão muito menores.

mais fortes (maior repulsão)<sup>16</sup>, as EOS serão mais duras para  $X_V = 1$  que para  $X_V = 0,4$ . Se fizermos  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup> o valor de  $X_V$  não faz diferença pois não há campo vetorial por isso as EOS coincidem. Além disso podemos notar que, para baixos valores de densidade de energia e pressão, a contribuição do campo é muito pequena fazendo com que as curvas sejam quase que sobrepostas nessa região. Isso acontece porque neste caso a densidade bariônica tem valores baixos também. Como visto em 3.3.3, o campo vetorial depende da densidade então quanto menor a densidade, menor o campo. Essa propriedade fica bem explícita nas figuras que tem as curvas cada vez mais distintas à medida que a densidade bariônica aumenta. Essa discussão pode ser visualizada nas figuras 15 e 16. Na figura 15 percebe-se claramente o efeito da interação repulsiva, que torna as EOS até mais duras do que a EOS de um gás ultrarelativístico a altas densidades. É evidente também que para  $X_V = 1,0$  esse efeito é mais acentuado que para  $X_V = 0,4$  já que para o primeiro valor de  $X_V$  as equações de estado são mais duras que para o segundo valor de  $X_V$ .

Levando em conta o termo autointerativo nós podemos avaliar a fração de estranheza e a dureza das EOS em relação ao parâmetro  $b_4$  com  $T = 0$  MeV. A parte autointerativa do campo vetorial nos permite construir EOS mais duras ou menos duras quando comparadas ao caso linear. Também nota-se que valores maiores de  $G_V$  geram maior influência no termo quártico através da constante de acoplamento  $g_{uuV}$  na relação de recorrência para o campo vetorial 3.3.3. Por isso vamos fazer análises variando  $b_4$ , mas apenas usando  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup> que gera as equações de estado mais duras. Se  $b_4$  é negativo, o campo vetorial  $V^0$  é maior

<sup>16</sup> Isso pode ser visto através dos coeficientes  $g_{qqV}$  na relação de recorrência para  $V_0$  dado por 3.3.3

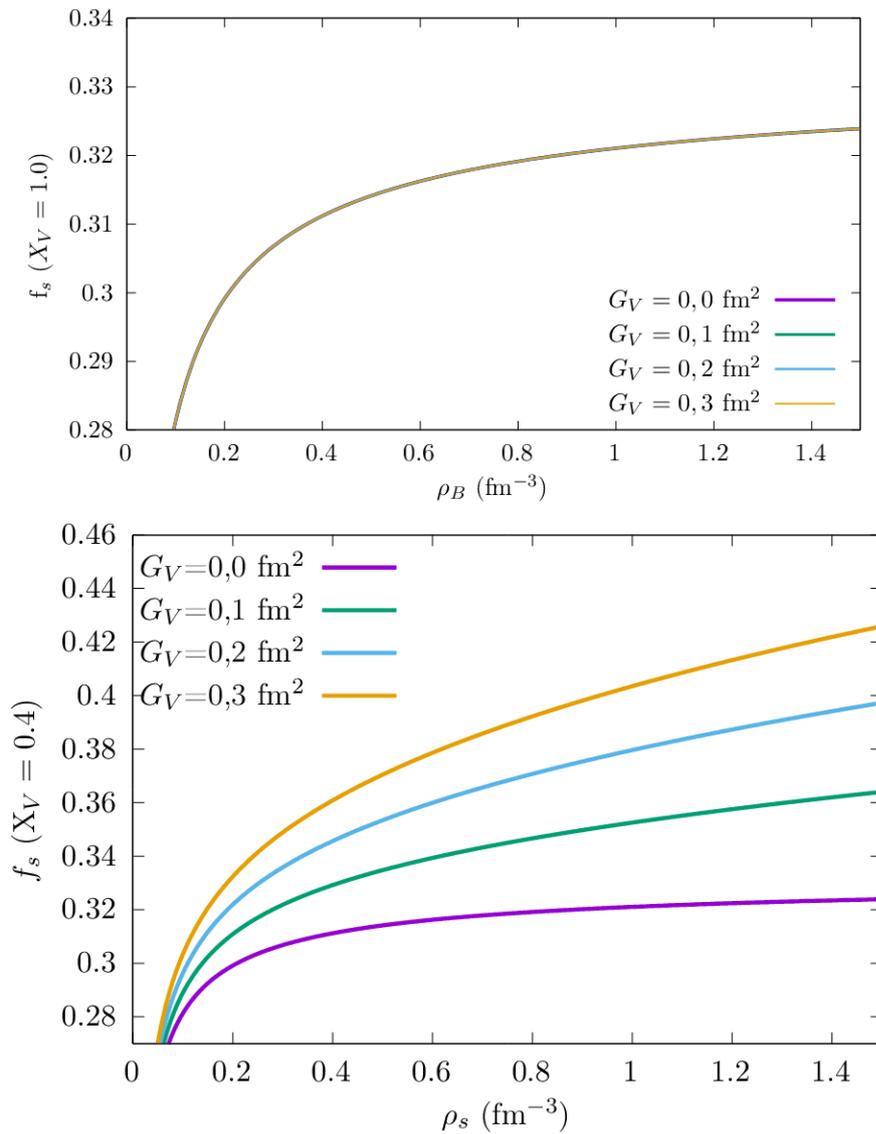


Figura 14 – Comportamento da fração de estranheza com a variação do parâmetro  $G_V$  para o modelo vetorial linear e  $X_V = 1,0$  em cima e para  $X_V = 0,4$  embaixo. A fração de estranheza não depende da constante de sacola.

quando comparamos com o caso linear. Se  $b_4$  é positivo  $V^0$  é menor quando comparado ao caso linear. Esses comportamentos podem ser derivados da equação transcendental para  $V_0$  e vistos na tabela 6 ou na figura 17. Esse efeito reflete na fração de estranheza. Quando  $X_V = 1,0$ , a fração de estranheza é independente do campo vetorial, como visto anteriormente, e conseqüentemente não depende de  $b_4$ . Por conta desses resultados nossas análises para fração de estranheza com relação a  $b_4$  serão restritas ao cenário em que  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $X_V = 0,4$ . Como podemos ver na figura 18, até mais ou menos a densidade  $\rho_s = 0,4 \text{ fm}^{-3}$ , a fração de estranheza é a mesma. Isso acontece porque o campo vetorial aumenta a medida que a densidade bariônica aumenta. Por isso, quanto menor (maior) a densidade, menor (maior) a influência do campo vetorial. Finalmente a fração de estranheza, quando comparada ao caso linear, aumenta se  $b_4 = -0,4$  e diminui se  $b_4 = 1,0$  como pode ser visto na figura 18.

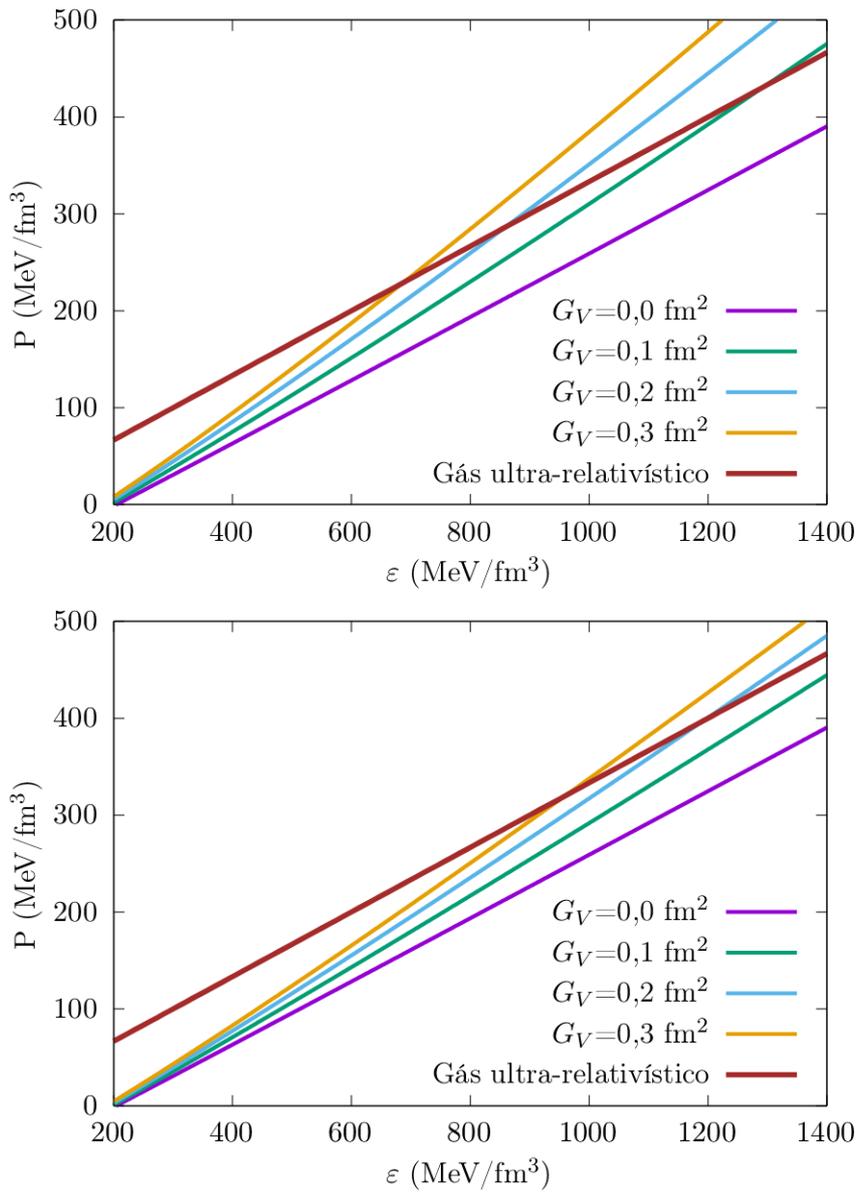


Figura 15 – Comportamento das EOS para o modelo vetorial com contribuição apenas linear e com a variação do parâmetro  $G_V$  para  $X_V = 1,0$  em cima e para  $X_V = 0,4$  embaixo. Nos dois casos  $\mathcal{B}^{1/4} = 139 \text{ MeV}$ . A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação.

Feita a discussão sobre a fração de estranheza, nós podemos avaliar como o  $b_4$  afeta as EOS. Como esperado até aproximadamente  $\varepsilon = 400$  a  $500 \text{ MeV/fm}^3$  as EOS para o caso linear e para os casos com  $b_4 \neq 0$  são iguais já que a intensidade do campo aumenta com a densidade bariônica. Depois disso, a relação de  $V_0$  com o parâmetro  $b_4$  começa provocar um desvio do caso linear. As EOS tornam-se menos duras para  $b_4 = 1,0$  e mais duras para  $b_4 = -0,4$  se comparados ao caso linear como podemos ver na figura 19. Neste caso nós avaliamos também para  $X_V = 1,0$  porque são geradas equações de estado mais duras que para o caso em que  $X_V = 0,4$  já que  $X_V = 1,0$  produz valores menores de  $V_0$ .

Ainda no contexto da temperatura nula e do modelo completo com o termo quártico

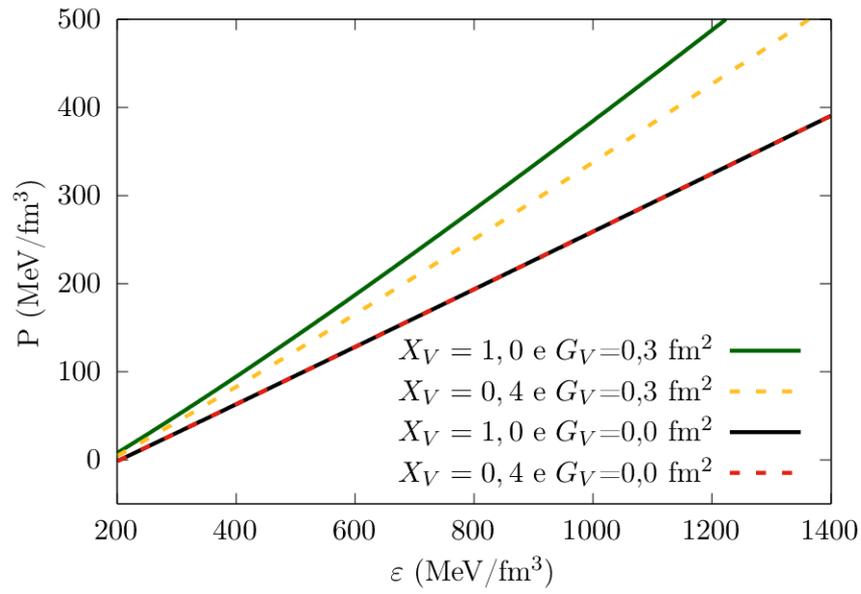


Figura 16 – Comportamento das EOS com a variação do parâmetro  $G_V$  e  $X_V$  plotados juntos. Para  $G_V = 0 \text{ fm}^2$  as curvas coincidem como discutido. Foi usado  $\mathcal{B}^{1/4} = 139 \text{ MeV}$

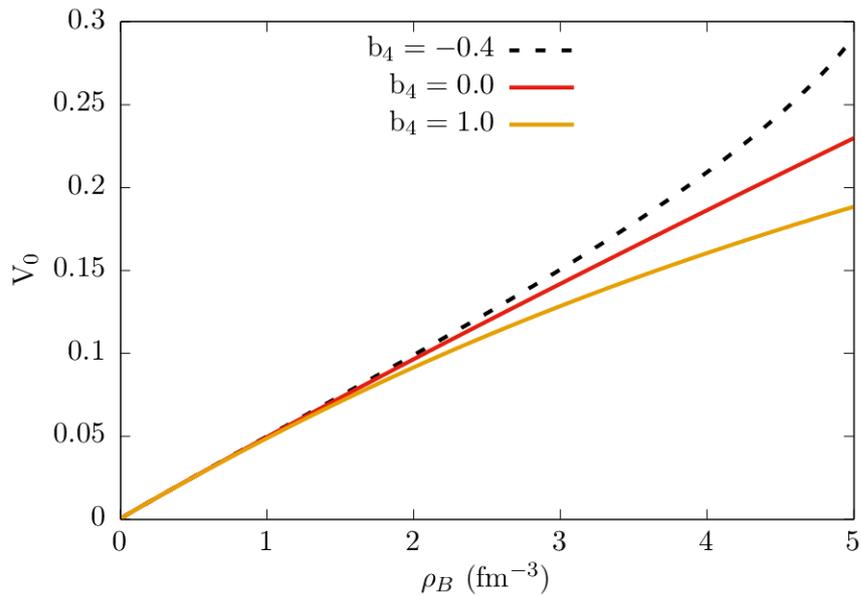


Figura 17 – Comportamento do campo vetorial com o aumento da densidade bariônica para diferentes valores de  $b_4$  com  $T = 0$ ,  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $X_V = 0,4$ . O valor de  $V_0$  é independente da constante de sacola.

$b_4$	$\rho_B$	$\approx V_0$
1,0	$6.0 \text{ fm}^{-3}$	0,21
0,0	$6.0 \text{ fm}^{-3}$	0,27
-0,4	$6.0 \text{ fm}^{-3}$	0,36

Tabela 6 – Relação entre o campo vetorial e o parâmetro  $b_4$  para  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $X_V = 0,4$ . O valor de  $V_0$  é independente da constante de sacola.

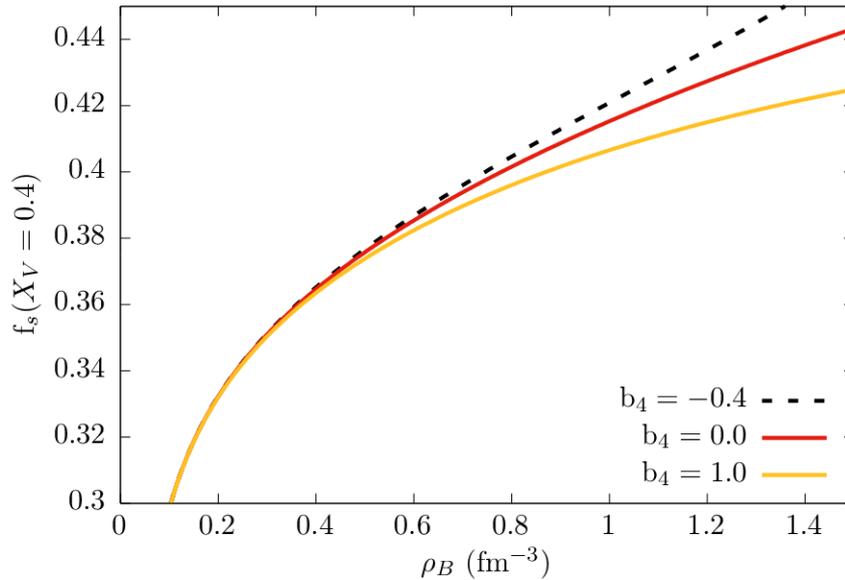


Figura 18 – Fração de estranheza para  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ ,  $X_V = 0,4$  e diferentes valores de  $b_4$  com  $T = 0$ . A fração de estranheza não depende da constante de sacola.

vemos na figura 20 que o comportamento das EOS em resposta à variação da constante de sacola é o mesmo que no modelo original: quando a constante de sacola diminui seu valor, as EOS ficam mais duras. Para essa análise usamos  $X_V = 0,4$ <sup>17</sup> como previsto pela simetria de grupo e  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  que geram as EOS mais duras. Na figura 20 notamos que a maior intensidade do campo vetorial acarreta em uma repulsão mais intensa fazendo com que as equações de estado sejam mais duras que a equação de estado do gás ultra-relativístico.

Quando vamos analisar o comportamento das EOS para o modelo vetorial com temperatura notamos através da figura 21 que o comportamento é o contrário do comportamento do modelo original, ou seja, a equação de estado é mais dura para temperaturas menores. É importante ressaltar que isso ocorre para este conjunto de parâmetros, mais especificamente para um  $b_4$  negativo. Isso acontece porque, como visto no capítulo anterior na figura 11, o deslocamento das curvas do modelo original como resposta à variação da temperatura é muito pequeno. No modelo vetorial, o campo vetorial  $V_0$  também varia com a temperatura, pois ele depende da densidade bariônica como podemos ver em 3.3.3. É fácil notar analisando as equações 3.3.26 e 3.3.27 que a pressão e a densidade de energia do modelo vetorial podem ser escritas como a do modelo original acrescido de um termo que depende de  $V_0$ . Como esse

<sup>17</sup> O mesmo comportamento acontece para  $X_V = 1,0$

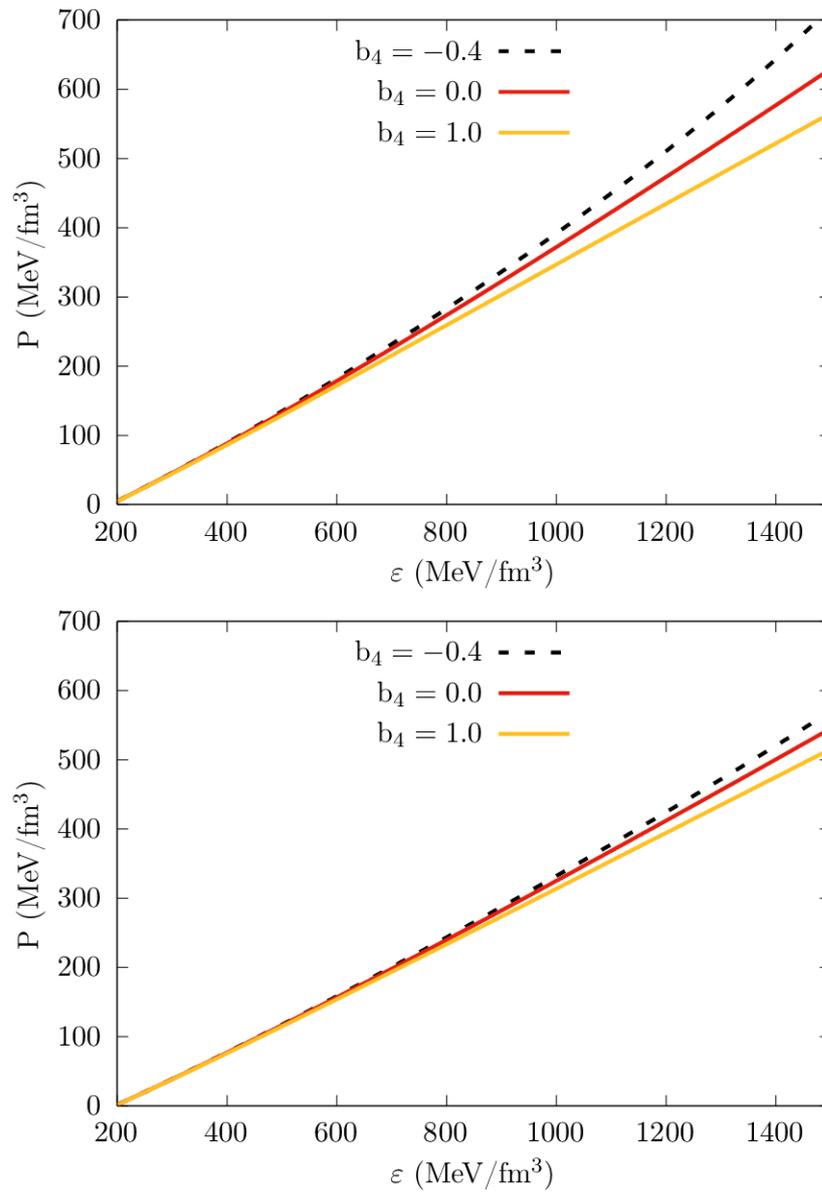


Figura 19 – Equações de estado para diferentes valores de  $b_4$  com  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ ,  $\mathcal{B}^{1/4} = 139 \text{ MeV}$ ,  $X_V = 1,0$  em cima e  $X_V = 0,4$  embaixo.

termo que adicionamos no modelo vetorial é maior que o valor decrescido da temperatura no modelo original, ele se sobrepõem aos resultados do modelo original e gera esse comportamento espelhado com as EOS ficando mais duras com temperaturas mais baixas. Novamente podemos notar como a influência do campo vetorial aumenta com o aumento da densidade pois no começo as curvas estão sobrepostas e, à medida que aumenta a densidade de energia e a pressão, as curvas apresentam caminhos distintos.

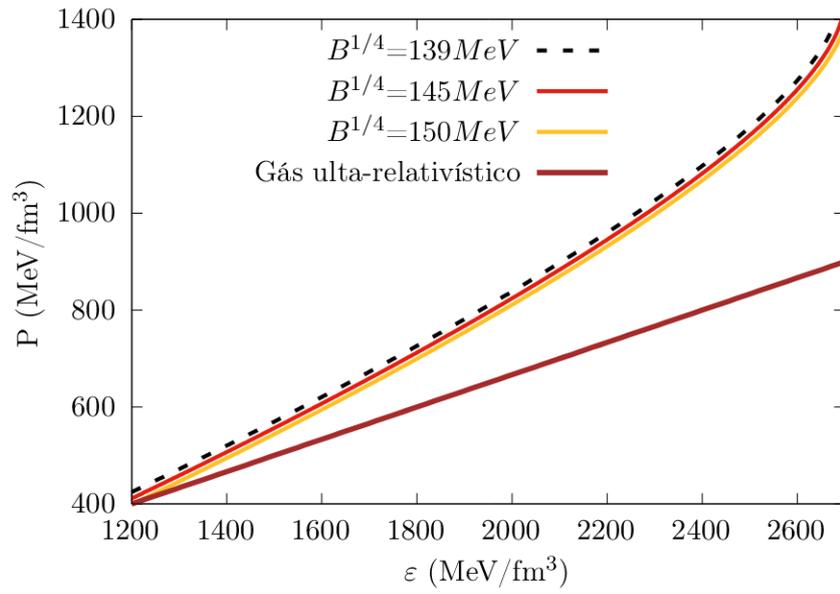


Figura 20 – Resposta das EOS à mudança da constante de sacola para  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$ ,  $b_4 = -0,4$  e  $X_V = 0,4$ . A equação de estado do gás ultra-relativístico está presente apenas para fins de comparação.

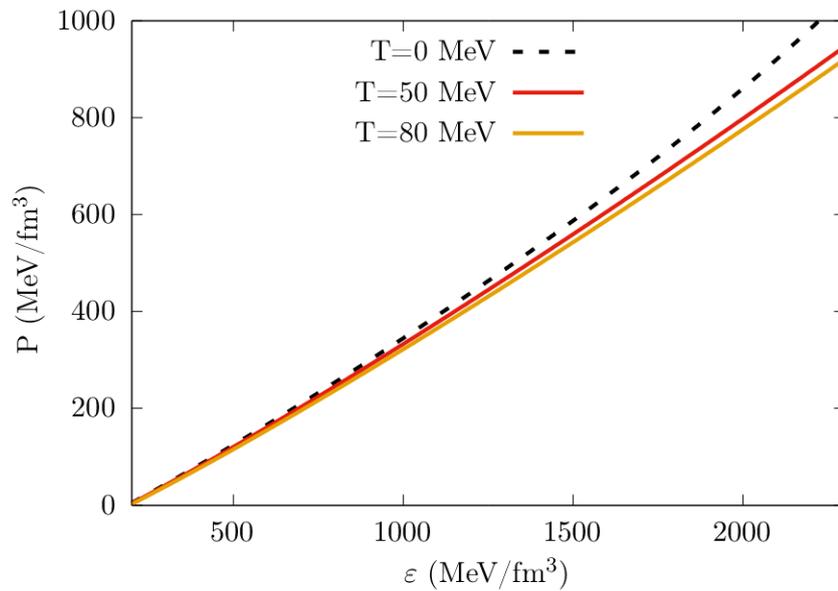


Figura 21 – Resposta das EOS do modelo à variação de temperatura para  $B^{1/4} = 139 \text{ MeV}$ ,  $X_V = 0,4$ ,  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$ .

#### 4 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO HIDROSTÁTICO (TOV) E FAMÍLIAS DE ESTRELAS

As equações de equilíbrio hidrostático, geralmente chamadas de TOV são usadas para relacionar a microfísica presente nas equações de estado com a macrofísica do objeto compacto, gerando, a partir das EOS, massa e raio das estrelas compostas pela matéria descrita. Essas equações foram obtidas em 1939 por Tolman; e Oppenheimer e Volkoff simultanea, mas separadamente [(TOLMAN, 1939) e (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939a)]. Como as estrelas estranhas são muito massivas, o campo gravitacional delas é grande e, por isso, as equações que descrevem essas estrelas precisam estar no contexto da relatividade geral. Para desenvolver essas equações precisamos descrever uma matéria densa em equilíbrio hidrostático<sup>1</sup>. Nessa situação de equilíbrio, onde a estrela é considerada como uma distribuição de matéria esfericamente simétrica, estática e que se comporta como um fluido perfeito, precisamos deduzir a relação entre a força gravitacional e a pressão de degenerescência da matéria estelar. Essa relação é deduzida a partir das equações de Einstein. No sistema natural de unidades as equações da TOV têm a seguinte forma

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \frac{[P(r) + \varepsilon(r)][M(r) + 4\pi r^3 P(r)]}{r[r - 2GM(r)]} \quad 4.0.1$$

e

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r) \quad 4.0.2$$

onde  $\varepsilon(r)$  é a densidade de energia,  $P$  é a pressão e  $M$  é a massa gravitacional da estrela, todos são avaliados na camada de raio  $r$ . Essas equações são integradas da origem com condições iniciais  $M(0) = 0$  e um valor arbitrário para a densidade central de energia  $\varepsilon(0) = \varepsilon_c$ , até a pressão  $P(r)$  tornar-se nula em um raio  $R$ . A pressão nula indica que, neste camada de raio  $R$ , a atração gravitacional da estrela não pode suportar mais matéria sobreposta. Com isso temos que  $R$  define o raio gravitacional da estrela. A dedução dessas equações foge do escopo deste trabalho, mas pode ser encontrada em (GLENDEENING, 2000). Para cada equação de estado existe uma única família de estrelas parametrizadas pela densidade de energia central ou pela pressão central. Essa família de estrelas é um conjunto de estrelas que podem existir dadas as condições da matéria usada, ou seja as EOS, para a obtenção da TOV. O gráfico dessa família de estrelas estranhas em função de suas massas e raios tem uma curva típica como a da imagem 22 onde se encontram instruções de como interpretar os gráficos.

Na figura 22 notamos que há estrelas instáveis no diagrama na parte rosa à esquerda da estrela máxima. Essa questão é tratada em detalhes em (GLENDEENING, 2000; WEBER, 2017) . Em resumo vamos analisar o comportamento esperado para as soluções da TOV para uma estrela de massa  $M$  e energia central  $\varepsilon_c$ . Nota-se que:

- Se a estrela é comprimida, sua densidade central aumenta para um valor  $\varepsilon'_c > \varepsilon_c$ , de modo que a pressão na nova configuração deve ser suficiente para se sobrepor

<sup>1</sup> Aqui levamos em conta que as estrelas compactas são suficientemente estáveis em sua estrutura interna.

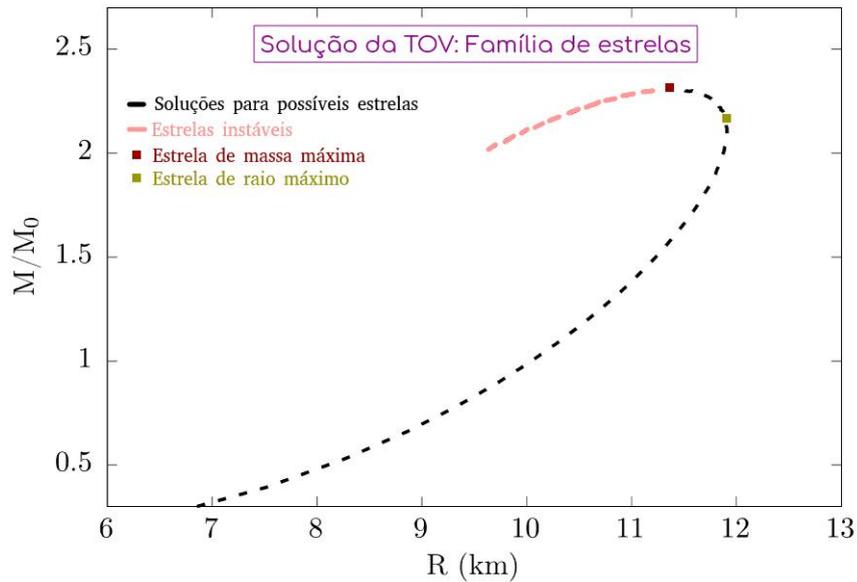


Figura 22 – Famílias de estrelas provenientes da TOV e sua interpretação, onde  $M_0$  é a massa solar.

à gravidade, fazendo a estrela retornar ao seu estado inicial de equilíbrio, o que só ocorrerá se a massa  $M'$ , que a estrela deveria possuir para que estivesse em equilíbrio na configuração  $\varepsilon'_c$ , for maior que a massa inicial  $M$ .

- Se a estrela sofrer uma expansão, sua densidade central diminui para um valor  $\varepsilon'_c < \varepsilon$ , de modo que a atração gravitacional da estrela deve superar a pressão, fazendo a estrela contrair e retornar à configuração inicial, o que demanda que a massa  $M'$ , que a estrela teria na nova configuração se estivesse em equilíbrio, seja menor que a massa inicial  $M$ .

Das duas situações pode-se perceber que

$$\frac{dM}{d\varepsilon_c} > 0$$

é uma condição necessária às soluções estáveis da TOV.

Analisando a figura 23 notamos que a condição da derivada com relação à densidade de energia central para gerar soluções estáveis ocorre até o ponto de massa máxima. Depois disso a massa começa a decrescer com a densidade central representando estrelas instáveis que são as mesmas representadas em rosa na figura 22.

Quão mais duras forem as EOS, maior será a massa máxima da estrela composta pela matéria descrita por essas equações. Um dos objetivos de desenvolver modelos efetivos é encontrar famílias de estrelas com massas e raios concordantes com o que é observado e medido. Com o passar dos anos foram observadas estrelas mais massivas e, em busca de entender sua constituição, foram desenvolvidos diversos modelos efetivos para matéria estranha com a finalidade de encontrar famílias de estrelas que abarquem massas cada vez mais próximas dos novos dados.

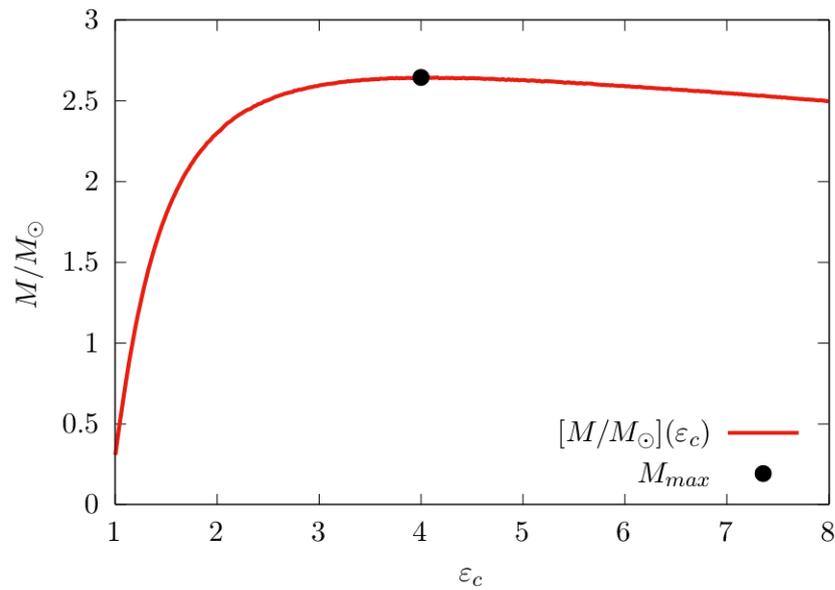


Figura 23 – Gráfico da Massa em função da densidade central para análise de estabilidade estelar da TOV.

A figura 22 é gráfico de exemplo e ensina como ler um diagrama de massa raio de estrelas estranhas. Nos gráficos com famílias de estrelas haverá três conjuntos de dados de medidas recentes. O retângulo amarelo representa os dados do NICER do pulsar PSR J0740+6620 com sua margem de erro (RILEY *et al.*, 2021) ( $M=2.072^{+0.067}_{-0.066} M_{\odot}$  e  $R=12.39^{+1.3}_{-0.98}$  km), o retângulo com uma rede lilás representa os mais recentes dados que são do pulsar PSR J0952-0607 ( $M=2.35 \pm 0.17 M_{\odot}$ ) (ROMANI *et al.*, 2022) e a linha bordô representa o intervalo para o raio da estrela canônica<sup>2</sup> ( $M = 1.40 M_{\odot}$  e  $R=12.45 \pm 0.65$ ) também calculado em (RILEY *et al.*, 2021). Para que a família de estrelas seja aceita como uma descrição adequada não basta que ela descreva a estrela mais massiva, ela precisa também descrever a estrela canônica. Na figura 24 estão os dados das medidas com a legenda apropriada na própria figura. Nos gráficos seguintes aparecerão os dados sem a legenda na figura, mas eles serão sempre os mesmos. A família de estrelas nessa figura satisfaz todos os conjuntos de dados de estrelas massivas e também descreve a estrela canônica, sendo assim, este é um exemplo de família aceita para descrever de fato estrelas compactas. Apesar dessas medidas servirem como restrição para as estrelas geradas pelo modelo aqui desenvolvido, devemos ter cuidado pois esses dados são medidos utilizando um modelo nuclear para o ajuste de dados.

#### 4.1 FAMÍLIAS DE ESTRELAS DO MODELO VETORIAL DE SACOLA DO MIT

As famílias de estrelas geradas pelo modelo original com as constantes de sacola dos extremos da janela de estabilidade, temperatura nula e matéria estelar se encontram no gráfico da figura 25. Na tabela 7 temos os dados de massa máxima das famílias de estrelas. Também encontramos nessa tabela a informação se os conjuntos de parâmetros geram famílias de

<sup>2</sup> A estrela canônica é aquela que possui massa  $M = 1.40M_{\odot}$ .

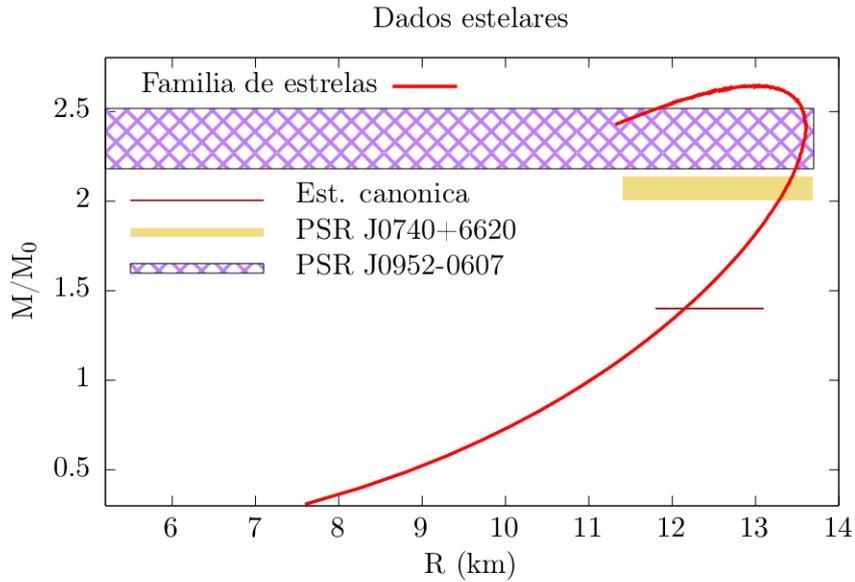


Figura 24 – Exemplo de família de estrelas com os conjuntos de dados recentes dos pulsares PSR J0740+6620 (RILEY *et al.*, 2021) (NICER), PSR J0952-0607 (ROMANI *et al.*, 2022) e do intervalo para o raio da estrela canônica (RILEY *et al.*, 2021).

$\beta^{1/4}$ ( MeV)	$M_{max}(M_{\odot})$	$R_{1.4}$ ?	$M \geq 2.006 M_{\odot}$ $11.41 \leq R \leq 13.69$ km?	$M \geq 2.18 M_{\odot}$ ?
145	1.92	NÃO	NÃO	NÃO
159	1.60	NÃO	NÃO	NÃO

Tabela 7 – Tabela com informações estelares para o modelo original de sacola do MIT para os valores extremos da janela de estabilidade para a constante de sacola. Nessa ordem: constante de sacola, massa máxima, família inclui a estrela canônica, se a família prevê as medidas de massa e raio do pulsar PSR J0740+6620 e se a família prevê as medidas de massa do pulsar PSR J0952-0607.

estrelas que abarcam os valores medidos para o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J0740+6620 e PSR J0952-0607.

Analisando o modelo original através da tabela 7 e do gráfico 25 podemos concluir que, apesar de outrora o modelo original de sacola do MIT ter descrito bem os dados de estrelas de nêutrons da época em que foi proposto, ele não consegue descrever os dados mais recentes pois as massas observadas têm sido cada vez maiores e os raios das estrelas geradas por ele não são condizentes com os dados do NICER para a estrela canônica e portanto não preenchem os requisitos para descrever uma família de estrelas baseada nos dados atuais.

Para fazer as curvas da TOV para o modelo vetorial foram usados os valores  $G_V = 0,3$   $\text{fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  porque geram EOSs mais duras e, portanto, tem mais chance de conseguir descrever as massas dos pulsares medidas recentemente. As EOS usadas foram obtidas com matéria estelar e  $T = 0$  MeV. Para esses conjuntos de parâmetros foram feitos os gráficos de duas famílias de estrelas com as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade para cada valor de  $X_V$  nas figuras 26 e 27. Na tabela 8 temos os dados de massa máxima

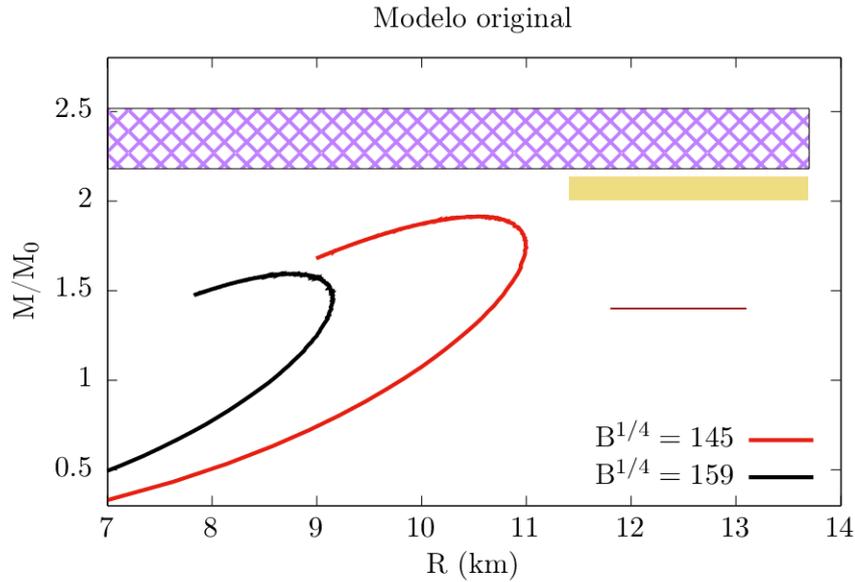


Figura 25 – Família de estrelas do modelo de sacola do MIT original para matéria estelar, temperatura nula e constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade.

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

$B^{1/4}$ (MeV)	$X_V$	$M_{max}$ ( $M_\odot$ )	$R_{1.4}$ km	$R_{1.4}$ ?	$M \geq 2.006 M_\odot$ e $11.41 \leq R \leq 13.69$ km?	$M \geq 2.18 M_\odot$ ?
139	1,0	2.65	12.15	SIM	SIM	SIM
146	1,0	2.45	11.40	NÃO	SIM	SIM
139	0,4	2.45	11.92	SIM	SIM	SIM
150	0,4	2.15	10.71	NÃO	NÃO	NÃO

Tabela 8 – Informações estelares obtidas com o modelo vetorial de sacola do MIT com  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $X_V$ , massa máxima, raio da estrela canônica, se a família inclui a estrela canônica, se a família prevê as medidas de massa e raio do pulsar PSR J0740+6620 e se a família prevê as medidas de massa do pulsar PSR J0952-0607.

das famílias de estrelas. Também encontramos nessa tabela a informação se a família de estrelas gerada pelos conjuntos de parâmetros prevê as medidas de massa e raio do pulsar PSR J0740+6620 e se a família prevê as medidas de massa do pulsar PSR J0952-0607.

Para  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  concluímos, analisando a tabela 8 e os gráficos 26 e 27 e comparando com a tabela 7 e o gráfico 25, que a inclusão do campo vetorial no modelo de sacola do MIT faz com que as famílias de estrelas geradas possuam massas e raios maiores alcançando inclusive as medidas mais recentes. Para esse conjunto de dados e  $X_V = 1$  observamos que o valor mínimo da janela de estabilidade gera uma família de estrelas que cumpre todos os requisitos para descrever os dois pulsares medidos recentemente. Isso

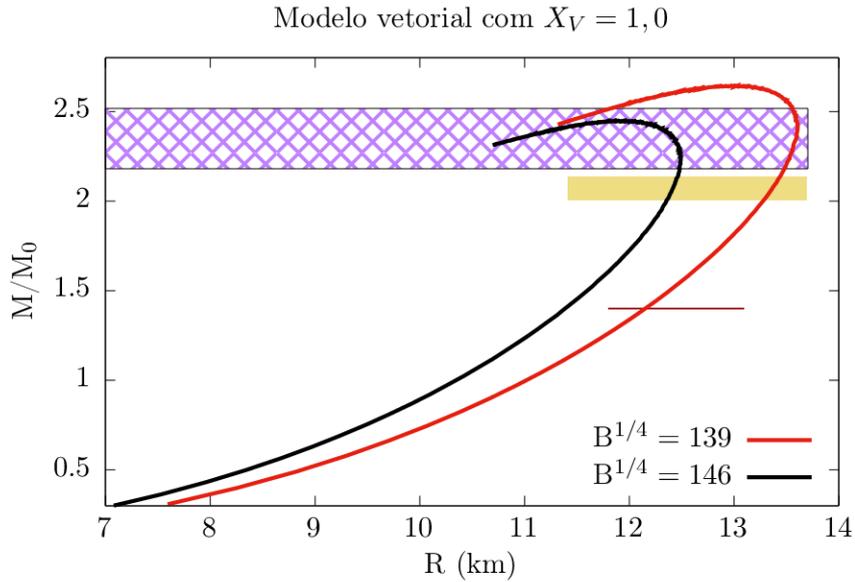


Figura 26 – Família de estrelas do modelo vetorial de sacola do MIT com  $X_V = 1,0$ ,  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, matéria estelar e temperatura nula.

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

acontece porque as curvas alcançam os dados dos pulsares e ao mesmo tempo descrevem a estrela canônica. O valor máximo da janela de estabilidade, apesar de abarcar as massas medidas dos pulsares, não descreve a estrela canônica. **Para  $X_V = 0,4$**  temos o mesmo comportamento onde o valor mínimo da janela de estabilidade descreve os dois pulsares e o valor máximo não alcança as medidas de raio do NICER.

Os conjuntos de parâmetros usados até aqui são adequados para o estudo do modelo e para a análise de famílias de estrelas. Apesar disso, desde já, vamos afrouxar as restrições dos parâmetros e estudar famílias de estrelas com diferentes valores para constante de sacola,  $G_V$  e  $b_4$ . Analisando as figuras 28 e 29 percebemos que esses novos conjuntos de parâmetros não descrevem nenhum pulsar supracitado. Isso acontece porque as famílias de estrelas têm raios muito pequenos e não alcançam as medidas do NICER para o raio da estrela canônica. Alguns conjuntos de dados até atingem massas máximas grandes, mas os raios dessa família de estrelas são muito pequenos. Apesar disso, foi decidido que essas famílias serão apresentadas para que seja possível fazer uma comparação direta entre os diagramas de transição de fases do próximo capítulo e as famílias de estrelas com mesmos conjuntos de parâmetros. Essa comparação é importante para as conclusões deste trabalho e avaliação dos modelos propostos para descrição de estrelas estranhas, transição de fases e matéria estável.

No geral, para todos os conjuntos de parâmetros avaliados neste capítulo, percebemos que as constantes de sacola menores descrevem estrelas com massas maiores. Quão menor

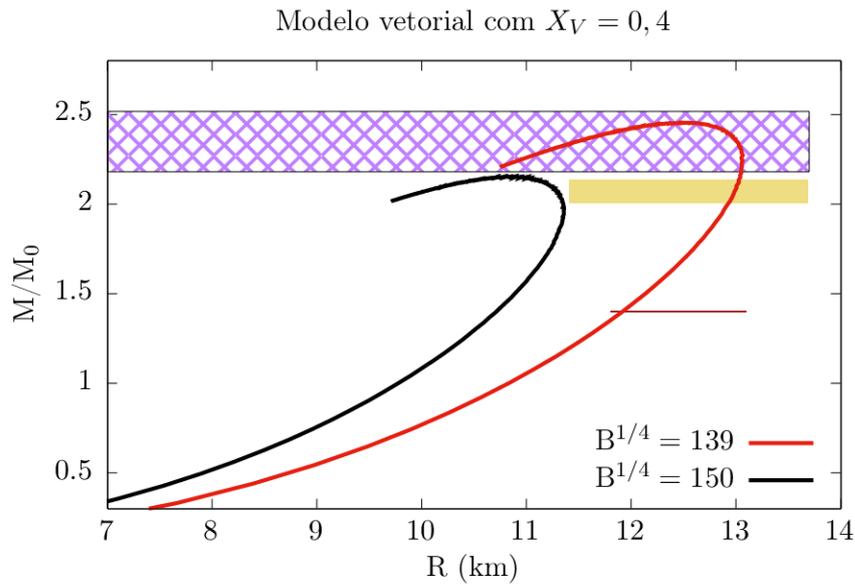


Figura 27 – Família de estrelas do modelo vetorial de sacola do MIT com  $X_V = 0,4$ ,  $G_V = 0,3$   $\text{fm}^2$  e  $b_4 = -0,4$  para as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, matéria estelar e temperatura nula.

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

o parâmetro  $b_4$ , mais massivas são as famílias de estrelas, para valores muito grandes desse parâmetro as massas máximas ficam menores. O parâmetro  $X_V$  influencia no valor da massa da estrela de massa máxima e, quanto menor seu valor, menores são as massas máximas das famílias de estrelas. Porém, quando  $b_4 = 0$ , essa diferença é muito maior do que quando  $b_4 > 0$ . Neste caso, a influência do valor de  $X_V$  na massa máxima da família de estrelas é muito menor, tornando-se secundária. Como  $G_V$  é uma medida da intensidade do campo vetorial, quanto maior esse parâmetro maiores são as massas máximas. Concluímos que o o melhor modelo para a descrição de estrelas estranhas com matéria estável é o modelo vetorial com os parâmetros propostos ao longo do desenvolvimento do modelo de vetorial de sacola do MIT no capítulo 3. Quando afrouxamos as restrições dos parâmetros e fazemos  $b_4 > 0$  e as constantes de sacola com valores maiores os raios das famílias de estrelas ficam muito pequenos impossibilitando a descrição dos pulsares estudados nessa dissertação.

#### 4.1.1 Estrelas quentes

Como foi visto em seções anteriores o estudo das estrelas compactas é feito geralmente para temperatura nula. Porém, na descrição dos estágios iniciais da formação da estrela estranha, a temperatura maior que zero pode ser importante. O desconfinamento da matéria de quarks, que ocorre na escala de tempo da interação forte  $\approx 10^{-23}$  s (LUGONES; BENVENUTO, 1998), dá-se mais rapidamente que o resfriamento da estrela pela difusão de neutrinos

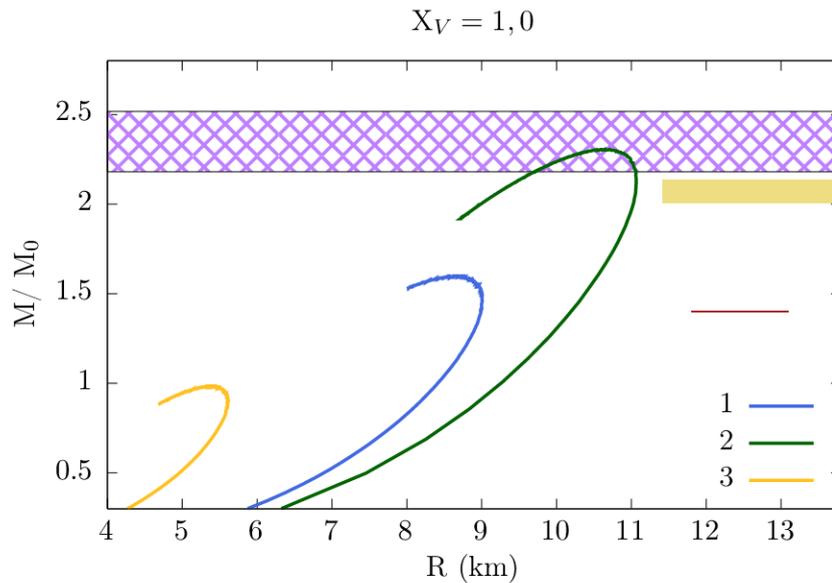


Figura 28 – Neste gráfico há famílias de estrelas com conjuntos de parâmetros a serem comparados com os diagramas de fases e  $X_V = 1,0$ . Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 2-  $B=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 3-  $B=205$  MeV,  $G_V=0,0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

cuja escala de tempo é de alguns segundos (LATTIMER, 2018). Duas descrições desse processo de formação podem ser consideradas: a isentrópica (entropia constante) e a isotérmica (temperatura constante). A formulação isentrópica é mais adequada como pode ser visto em (MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C., 2004), apesar disso, aqui adotaremos a formulação isotérmica já que é essa formulação que usamos para gerar os diagramas de massa raio das estrelas. Serão consideradas temperaturas de até 40 MeV porque não se esperam temperaturas acima desse valor no interior de estrelas de nêutrons, como pode ser ver em (MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C., 2004). Consideraremos novos conjuntos de parâmetros para o modelo vetorial. Por conta de os conjuntos de parâmetros dobrarem com duas possibilidades para temperatura, não será considerada a constante de sacola  $B^{1/4} = 205$  MeV. Escolhemos essa constante para descartar porque ela gera famílias de estrelas com raios e massas muito pequenos. Mais uma vez, consideraremos e estudaremos conjuntos de parâmetros que não geram os pulsares estudados nessa dissertação para poder fazer uma comparação direta com os dados de transições de fases e também de velocidade do som na matéria de quarks, que será calculada

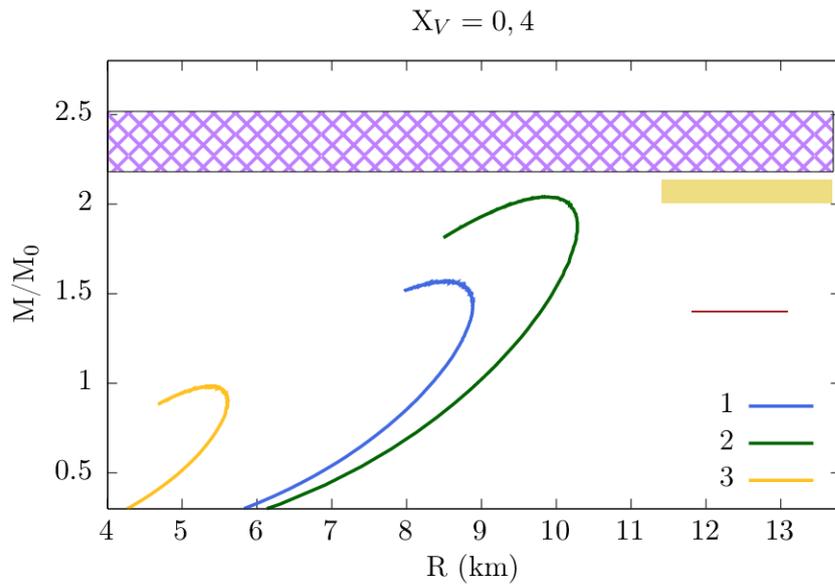


Figura 29 – Neste gráfico há famílias de estrelas com conjuntos de parâmetros a serem comparados com os diagramas de fases e  $X_V = 0,4$ . Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 2-  $B=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 3-  $B=205$  MeV,  $G_V=0,0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica. .

mais a frente.

Analisando os gráficos das figuras 30, 31, 32 e 33 e os dados das tabelas 9 e 10, percebemos que a variação de temperatura de  $T = 40$  MeV não afeta muito a estrela de massa máxima nem o raio das estrelas para cada conjunto de parâmetros. Cada dupla de curvas de mesma cor representa o mesmo conjunto de parâmetros onde a linha sólida tem  $T = 40$  MeV e a linha pontilhada tem  $T = 0$  MeV.

No próximo capítulo serão avaliados diagramas de transição de fases de matéria estelar. A análise feita aqui é importante para que, ao fazer um paralelo entre os diagramas de fases e as famílias de estrelas, percebamos que não há grandes mudanças na descrição das estrelas até pelo menos a temperatura de  $T = 40$  MeV. Além disso, quando calcularmos a velocidade do som na matéria de quarks dentro das estrelas também usaremos matéria com temperatura de 40 MeV, por isso é importante entender como as famílias de estrelas se comportam nessas condições.

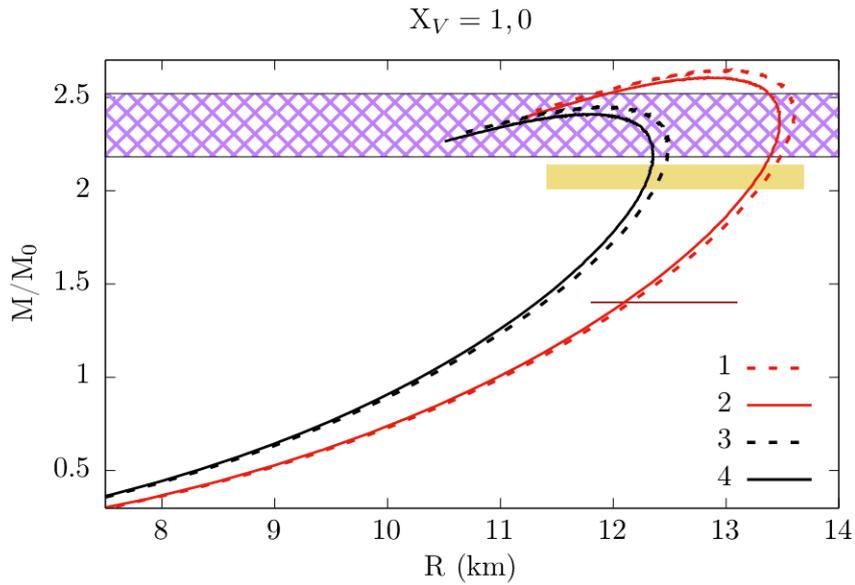


Figura 30 – Famílias de estrelas com as constantes de sacola das extremidades da janela de estabilidade, com  $X_V = 1,0$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4 = -0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente:

- 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV e  $T = 0$  MeV
- 2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV e  $T = 40$  MeV
- 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 146$  MeV e  $T = 0$  MeV
- 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 146$  MeV e  $T = 40$  MeV

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

$\mathcal{B}^{1/4}$ (MeV)	$X_V$	$G_V$	$b_4$	T (MeV)	$M_{max}(M_{\odot})$
139	1,0	0,3	-0,4	0	2,65
139	1,0	0,3	-0,4	40	2,61
146	1,0	0,3	-0,4	0	2,45
146	1,0	0,3	-0,4	40	2,41
139	0,4	0,3	-0,4	0	2,45
139	0,4	0,3	-0,4	40	2,43
150	0,4	0,3	-0,4	0	2,15
150	0,4	0,3	-0,4	40	2,14

Tabela 9 – Dados de famílias de estrelas geradas pelo modelo vetorial de sacola do MIT com constante de sacola dentro da janela de estabilidade e temperaturas distintas. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $X_V$ , valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , valor da temperatura e massa máxima da família de estrelas

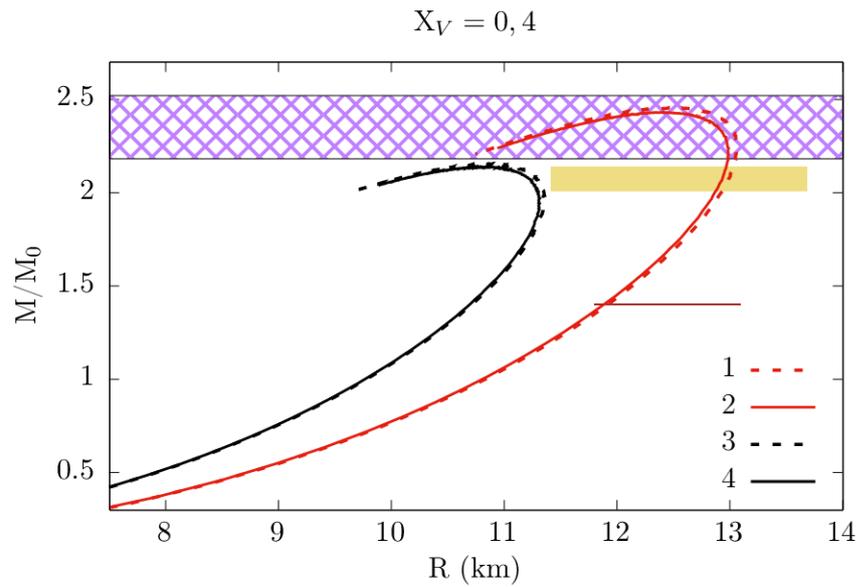


Figura 31 – Famílias de estrelas com constante de sacola dentro da janela de estabilidade, com  $X_V = 1,0$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4 = -0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente

1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV e  $T = 0$  MeV

2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV e  $T = 40$  MeV

1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 146$  MeV e  $T = 0$  MeV

1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 146$  MeV e  $T = 40$  MeV

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

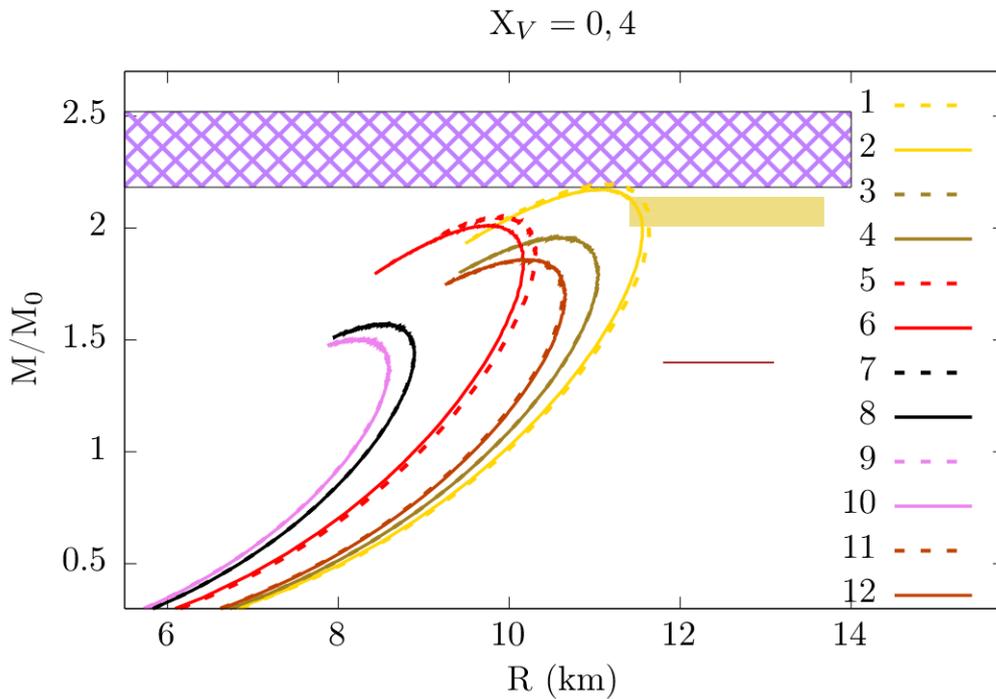


Figura 32 – Famílias de estrelas para diferentes conjuntos de parâmetros do modelo de sacola vetorial do MIT para  $X_V = 0,4$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente:

- 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 3-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=0$  MeV
- 4-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=40$  MeV
- 5-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 6-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 7-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=0$  MeV
- 8-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=40$  MeV
- 9-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 10-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 11-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 12-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

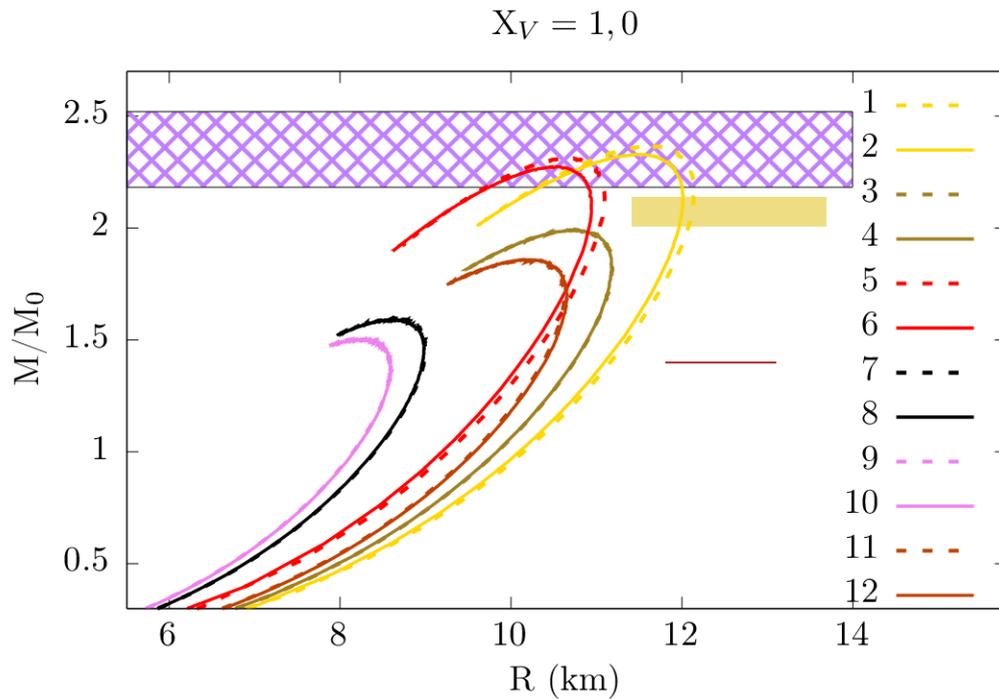


Figura 33 – Famílias de estrelas para diferentes conjuntos de parâmetros do modelo de sacola vetorial do MIT para  $X_V = 1,0$  com linhas sólidas para  $T = 40$  MeV e pontilhadas para  $T = 0$  MeV com mesmas cores para o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso há, com as devidas margens de erro, o raio da estrela canônica e os pulsares PSR J07406620 e PSR J0952-0607.

Mais detalhadamente:

- 1-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 3-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=0$  MeV
- 4-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$  e  $T=40$  MeV
- 5-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 6-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 7-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=0$  MeV
- 8-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$  e  $T=40$  MeV
- 9-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 10-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV
- 11-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=0$  MeV
- 12-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  e  $T=40$  MeV

Dados e medidas no gráfico:

Retângulo com rede roxa: PSR J0952-0607,

Retângulo amarelo: PSR J0740+6620 e

Linha bordô: intervalo para o raio da estrela canônica.

$B^{1/4}$ ( MeV)	$X_V$	$G_V$ ( fm <sup>2</sup> )	$b_4$	T( MeV)	$M_{max}(M_{\odot})$
148	—	0	0	0	1.85
148	—	0	0	40	1.86
165	—	0	0	0	1.50
165	—	0	0	40	1.50
148	0,4	0,3	0	0	2.20
148	0,4	0,3	0	40	2.17
148	0,4	0,3	60	0	1.96
148	0,4	0,3	60	40	1.96
165	0,4	0,8	0	0	2.05
165	0,4	0,8	0	40	2,01
165	0,4	0,8	20	0	1.57
165	0,4	0,8	20	40	1.57
148	1,0	0,3	0	0	2.37
148	1,0	0,3	0	40	2.33
148	1,0	0,3	60	0	1.99
148	1,0	0,3	60	40	1.99
165	1,0	0,8	0	0	2.31
165	1,0	0,8	0	40	2.27
165	1,0	0,8	20	0	1.60
165	1,0	0,8	20	40	1.60

Tabela 10 – Dados de famílias de estrelas geradas pelo modelo vetorial de sacola do MIT para temperaturas distintas. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $X_V$ , valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , temperatura e massa máxima da família de estrelas.

## 5 TRANSIÇÃO DE FASES

Já sabemos que, por conta da liberdade assintótica, a matéria fortemente interagente sofre uma transição de fases da matéria confinada de quarks (hádrons) para a matéria desconfinada de quarks. O diagrama de transição de fases da QCD estuda como e em que condições essa transição se dá. Neste capítulo serão construídos diagramas de transição de fases nos moldes do diagrama da QCD com a finalidade de avaliar se os modelos propostos estão de acordo com alguns dados e algumas aproximações conhecidas. É importante destacar que o diagrama de fases da QCD não tem seus limites completamente definidos e o que vemos em artigos e livros são desenhos baseados em cálculos e modelos. Por conta disso os diagramas aqui mostrados não pretendem afirmar que são o diagrama de fases da QCD fidedigno, apenas são diagramas que procuram reproduzir dados experimentais e se aproximar de outros diagramas feitos usando outros modelos e cálculos computacionais. Para os modelos do tipo sacola do MIT não há a descrição e o estudo da transição de fases quiral como há no modelo de Nambu Jona Lasínio (KASHIWA *et al.*, 2007), por exemplo.

### 5.1 TRANSIÇÃO DE FASES DE PRIMEIRA ORDEM

Se considerarmos um sistema isolado com  $k$  espécies de partículas e  $F$  diferentes fases (sólido, líquido, gás,...), cada fase pode ser compreendida como um sistema parcial que faz parte do sistema total. Dessa maneira podemos formular a primeira lei da termodinâmica para cada fase

$$dU^{(i)} = T^{(i)}dS^{(i)} - p^{(i)}dV^{(i)} + \sum_{l=1}^k \mu_l^{(i)}dN_l^{(i)}, \quad (i = 1, 2, \dots, F) \quad 5.1.1$$

onde o índice  $i$  é referente às fases,  $U$  é a energia interna do sistema,  $T$  é a temperatura do sistema,  $S$  é a entropia do sistema,  $p$  é a pressão do sistema,  $V$  é o volume do sistema,  $\mu$  é o potencial químico do sistema e  $N$  é o número de moles do sistema. Como o sistema está isolado temos que os parâmetros extensivos  $U, S, V$  e  $N$  do sistema total são constantes, enquanto os sistemas parciais podem trocar energia (trabalho, calor,...) de maneira que

$$\begin{aligned} U^{(1)} + U^{(2)} + \dots + U^{(F)} &= U = cte. & S^{(1)} + S^{(2)} + \dots + S^{(F)} &= S = cte. \\ V^{(1)} + V^{(2)} + \dots + V^{(F)} &= V = cte. & N^{(1)} + N^{(2)} + \dots + N^{(F)} &= N = cte. \end{aligned} \quad 5.1.2$$

Quando o sistema total alcança o **equilíbrio termodinâmico** temos condições específicas também para os parâmetros intensivos dos sistemas parciais que são

$$\begin{aligned} T^{(1)} = T^{(2)} = \dots = T^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Térmico} \\ P^{(1)} = P^{(2)} = \dots = P^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Mecânico} \\ \mu_l^{(1)} = \mu_l^{(2)} = \dots = \mu_l^{(F)} & \quad \text{Equilíbrio Químico} \end{aligned} \quad 5.1.3$$

Por conta das equações de Gibbs Duhem 5.1.4

$$\sum_{l=1}^k N_l d\mu_l = -S dT + V dP. \quad 5.1.4$$

as condições 5.1.2 e 5.1.3 não são independentes umas das outras.

Podemos encontrar a energia livre de Gibbs para esse sistema calculando uma transformada de Legendre da energia interna da maneira

$$G = \sum_{l=1}^k N_l \mu_l = U + PV - TS. \quad 5.1.5$$

Dessa forma as equações no equilíbrio termodinâmico ficam

$$dG = V dP - S dT + \sum_{l=1}^k \mu_l dN_l = 0. \quad 5.1.6$$

Como  $dG = 0$ , a energia livre de Gibbs dos sistemas parciais no equilíbrio termodinâmico deve satisfazer

$$G^{(1)} = G^{(2)} = \dots = G^{(F)}. \quad 5.1.7$$

Na transição de fases já sabemos pelas condições 5.1.2 que a temperatura e a pressão se mantêm constantes. Levando isso em conta na definição 5.1.5 temos que o potencial químico por quark pode ser calculado da seguinte forma

$$\mu_q(P,T) = \frac{G(P,T)}{N} = \frac{\varepsilon_q + P_q - s_q T}{\rho_q} \quad 5.1.8$$

onde  $\varepsilon = \frac{U}{V}$  é a densidade de energia,  $P$  é a pressão,  $s = \frac{S}{V}$  é a densidade de entropia e  $\rho_q = \frac{N_q}{V}$  é a densidade de quarks (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012). Logo, concluímos que para descrever a transição de fases para a matéria de quarks, além das condições 5.1.3, é necessário que a equação 5.1.8 seja satisfeita usando a densidade de entropia dada por 3.4.3 e 3.4.4 e a densidade de energia e a pressão do modelo escolhido. (GREINER; NEISE; STÖCKER, 2012)

As transições de fases podem ser categorizadas como de primeira ordem, segunda ordem ou crossover. Há indícios de que o pode ser visto na figura 34. A transição de fase de primeira

## Tipos de transições de fases

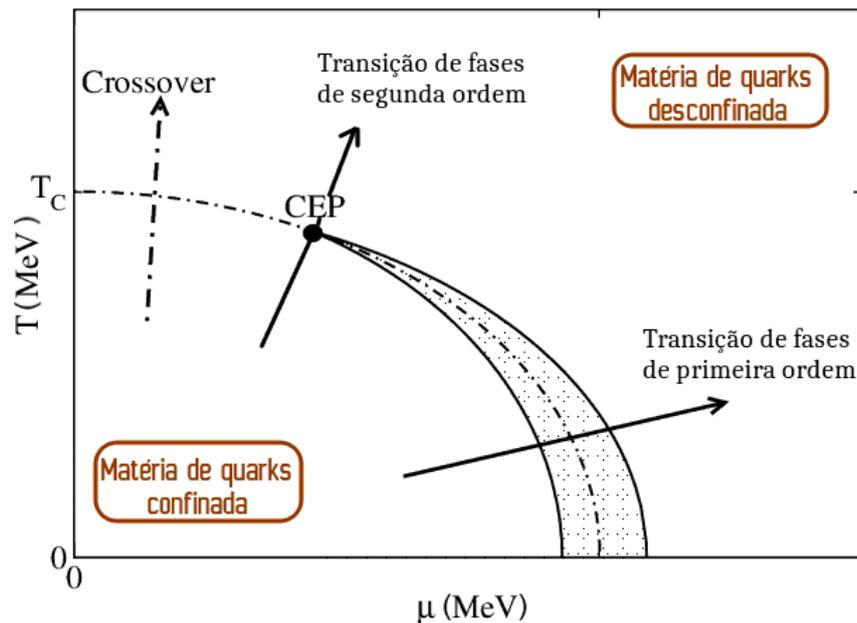


Figura 34 – Tipos de transição de fases da QCD. Imagem adaptada de (AYRIYAN, Alexander; GRIGORIAN, 2018)

ordem é a única que é descrita pelos modelos desenvolvidos nessa dissertação. Ela possui uma descontinuidade na primeira derivada da energia livre de Gibbs com relação à alguma variável intensiva como a densidade de entropia, por exemplo. A transição de fases de primeira ordem deve acabar em um único ponto, o ponto crítico (CEP), onde a transição de fases de segunda ordem começa. Não sabemos onde está esse ponto crítico no diagrama de fases da QCD nem se ele, de fato, existe.

## 5.2 RESTRIÇÕES

Ao propor um modelo com a finalidade de descrever a física de algo, precisamos que ele satisfaça as propriedades já conhecidas. O caso de um modelo para descrever a transição de fases da matéria de quarks confinada para a matéria desconfinada não é diferente. Apesar de o diagrama de fases da QCD não ser exatamente definido, há dados experimentais, dados vindos da LQCD e dados aproximados de outros modelos e técnicas conhecidos que precisam ser levados em conta para análise de eficiência do modelo que vamos explorar.

Um dos dados experimentais que os modelos devem reproduzir é a linha de *freeze-out* químico que está relacionada com o equilíbrio entre os diferentes sabores da matéria de quarks. Os experimentos com colisões de  $Au + Au$  e  $Pb + Pb$  foram feitos em aceleradores de partículas e os resultados da linha de *freeze-out* químico foram publicados, entre outros, em (CLEYMANS *et al.*, 2006). Na colisão de íons pesados, a fonte de partículas produzida tem temperaturas altas. Apesar disso, a matéria produzida com a colisão imediatamente começa

a se expandir e esfriar. Essa expansão eventualmente atinge um ponto em que a temperatura diminui até que os hádrons param de interagir entre si. Nesta ocasião as razões entre os sabores/tipos de partícula ficam fixos e a configuração em que isso acontece é chamado de linha de *freeze-out* químico. Em uma colisão de íons pesados, o plasma de quarks e glúons, matéria de quarks desconfinados, é formado logo no começo. À medida que essa matéria se expande e se esfria há o processo de hadronização que forma novamente a matéria de quarks confinados dentro de hádrons. A linha de *freeze-out* químico ocorre na fase hadrônica, ou seja, precisa estar do lado hadrônico/confinado da matéria quando traçamos linhas no diagrama de fases da QCD. O modelo também deve ter a transição de fases do tipo líquido-gás na fase hadrônica. Para baixas temperaturas e potencial químico, os nucleons estão confinados dentro do núcleo, o que chamaremos de fase líquida. Quando aumentamos a temperatura, o núcleo começa a se dissolver em um gás de nucleons interagentes diluído. Essa fase de gás é ainda uma fase hadrônica, porque é um gás de nucleons, e por isso a transição líquido-gás deve estar inteiramente nessa fase confinada. Uma temperatura crítica, acima da qual apenas a fase de gás sobrevive é esperada (ELLIOTT *et al.*, 2013). Os dados dessa transição de fases estão em (FINN *et al.*, 1982).

O potencial químico máximo de transição (ou potencial químico crítico) e a temperatura máxima de transição (ou temperatura crítica) são outras restrições para as quais devemos nos atentar. O potencial químico máximo de transição é aquele que ocorre quando  $T = 0$  MeV, regime de estrelas de nêutrons. Não há evidências experimentais de um potencial químico máximo que preserva a fase hadrônica, porém, um estudo recente (ANNALA *et al.*, 2020) aponta que a matéria de quarks dentro de estrelas de nêutrons massivas não é apenas possível, mas provável. Partindo desse pressuposto, um potencial químico máximo de transição deve existir. Alguns métodos foram usados para estimar o valor desse potencial químico crítico. Usando o formalismo de loop de Polyakov o valor mínimo do potencial químico esperado para que ocorra a transição de fase em  $T = 0$  é de 1050 MeV segundo (FUKUSHIMA; HATSUDA, 2010). Usando modelos do tipo Nambu-Jona-Lasínio, estima-se que a transição deve ocorrer entre 1080 MeV e 1100 MeV segundo (BUBALLA, 2005). Em (AYRIYAN, A. *et al.*, 2018) é indicado que a transição para matéria  $\beta$  estável deve ocorrer em torno de 1200 MeV. Para matéria simétrica de dois sabores assumimos um valor máximo de  $\mu = 1400$  MeV. Esses valores têm que ser usados com cautela porque não são restrições experimentais e são, por vezes, dependentes de modelos que foram usados na sua obtenção. Mesmo assim usaremos esses dados como um guia para apontar, aproximadamente, se os dados gerados pelos modelos estudados representam transições de fases possíveis e condizentes com o que é conhecido estabelecendo que para matéria beta estável (estelar) o potencial químico crítico deve estar entre  $1050 \text{ MeV} \leq \mu_c \leq 1200 \text{ MeV}$  (preferencialmente em torno de 1200 MeV) e para a matéria simétrica o potencial químico crítico deve estar entre  $1050 \text{ MeV} \leq \mu_c \leq 1400 \text{ MeV}$ .

### 5.3 DIAGRAMA DE FASES

Para os modelos efetivos baseados no modelo do MIT, a transição de fases da fase confinada para a fase desconfinada se dá quando a pressão do modelo é nula. Isso acontece porque a pressão é nula quando a pressão da matéria de quarks se iguala à pressão da constante de sacola fazendo com que essas sacolas sumam e uma matéria extensa de quarks se forme.

#### 5.3.1 Matéria simétrica de dois quarks

Para podermos comparar o modelo com os dados de *freeze-out* químico e da transição líquido-gás precisamos simular as condições em que esses dados foram gerados, condição essa que não era de matéria estranha, mas sim de matéria simétrica contendo dois sabores (*up* e *down*) de quarks. Para isso precisamos fomentar o modelo com a matéria de dois quarks, *up* e *down*, com potenciais químicos iguais como descrita em 2.2.1.2. Essa análise é para mapearmos os valores dos parâmetros condizentes com essas restrições e comparar com os mesmos parâmetros na descrição da transição de fases da matéria estelar. Além disso esse estudo é de suma importância para compreender porque desenvolvemos posteriormente na seção 5.4 um modelo com pressão de sacola dependente da temperatura. Os resultados das transições de fases para diferentes valores dos parâmetros podem ser encontrados na figura 35 junto com dois pontos que mostram os limites aproximados estabelecidos para o potencial químico máximo de transição ( $\mu = 1050 - 1400$  MeV), a linha de *freeze-out* químico e a transição líquido-gás. Resultados também podem ser encontrados na Tabela 11 onde  $T_{max}$  e  $\mu_{max}$  são a temperatura e o potencial químico máximos de transição e as colunas 'F-O?', 'L-G?' e Int.  $\mu_{max}$  se referem ao *freeze-out* químico, à transição líquido-gás e ao intervalo para o potencial químico máximo de transição respectivamente onde SIM/NÃO significa que, para o conjunto de dados da linha correspondente, o modelo está ou não está na fase hadrônica para os dois primeiros e se está ou não está dentro do intervalo aproximado estabelecido para o terceiro. Note que o parâmetro  $X_V$  não é considerado porque ele é associado à constante de acoplamento do quark estranho que não aparece na matéria simétrica de dois quarks.

Observamos que os parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não têm influência quando o potencial químico tem valores baixos. Esse comportamento se repete para todos os conjuntos de parâmetros com mesma constante de sacola. Isso acontece porque o campo  $V_0$  depende da densidade bariônica e aumenta com ela segundo 3.3.3. Conseqüentemente o campo também depende do potencial químico e cresce com ele por causa da correspondência entre potencial químico e densidade bariônica. Quanto maior o potencial químico, maior o campo vetorial e maiores as influências dos parâmetros do modelo. Conclui-se então que o campo vetorial não tem efeito sobre a temperatura máxima de transição de fases, apenas o valor de constante de sacola. Além disso podemos notar que, quando aumentamos o valor da constante de sacola, a fase de hádrons é favorecida e também maior é a temperatura crítica e o potencial crítico.

Para altas densidades/potencial químico, quanto maior o valor (positivo) do termo de

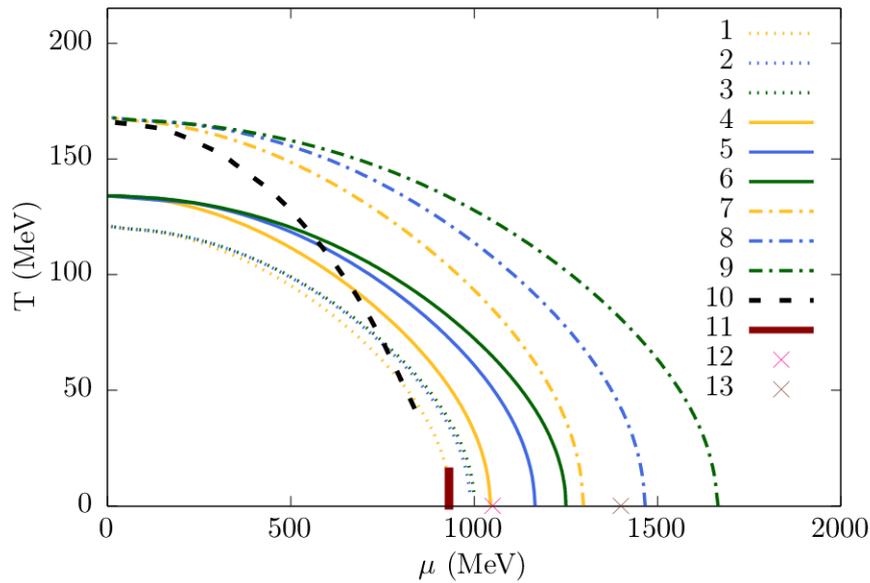


Figura 35 – Diagrama de transição de fases de matéria simétrica de dois quarks com  $B$  constante. Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola. As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . O freeze-out químico é representado pela linha preta e a transição líquido-gás pela linha cor de vinho.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 2-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$
- 3-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 4-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 5-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 6-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 7-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 8-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 9-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 10- Freeze-out químico
- 11- Transição líquido-gás.
- 12- Mínimo potencial químico de transição
- 13- Máximo potencial químico de transição

$\mathcal{B}^{1/4}$ (MeV)	$G_V$ (fm $^{-2}$ )	$b_4$	$T_{max}$ (MeV)	$\mu_{max}$ (MeV)	F-O?	L-G?	Int. $\mu_{max}$ ?
148	0	0	121	936	NÃO	NÃO	NÃO
165	0	0	134	1043	NÃO	SIM	NÃO
205	0	0	168	1296	SIM	SIM	SIM
148	0,3	0	121	1000	NÃO	SIM	NÃO
148	0,3	60	121	989	NÃO	SIM	NÃO
165	0,8	0	134	1250	NÃO	SIM	SIM
165	0,8	20	134	1165	NÃO	SIM	SIM
205	0,8	0	168	1662	SIM	SIM	NÃO
205	0,8	20	168	1464	SIM	SIM	NÃO

Tabela 11 – Dados da transição de fases da matéria simétrica de dois quarks (*up* e *down*) para  $\mathcal{B}$  constante. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , Valor da temperatura máxima de transição, valor do potencial crítico, se o *freeze-out* está do lado hadrônico, se a transição líquido-gás está do lado hadrônico, se o potencial químico crítico está dentro do intervalo estabelecido.

auto-interação  $b_4$ , menor a repulsão entre os quarks quando comparado com  $b_4$  com valor menor (ver figura 18). Em consequência disso, quando comparamos o modelo que possui  $b_4 > 0$  com o modelo que possui  $b_4 = 0$  vemos que o primeiro tem potencial químico crítico menor. Isso acontece porque quanto maior (menor) a repulsão entre os quarks, maior (menor) é o potencial químico necessário para atingir  $P = 0$ .

Para  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV, único valor dentro da janela de estabilidade<sup>1</sup>, a temperatura máxima de transição é de aproximadamente  $T = 121$  MeV e está abaixo dos resultados de *freeze-out* químico fazendo com que ele não esteja na fase hadrônica. Além disso, para o modelo original, a transição de fase líquido-gás também não está na fase hadrônica. Com a inclusão do campo vetorial no modelo, a transição de fase líquido-gás fica na fase hadrônica, mas o potencial químico máximo ainda é menor que o limite mínimo estabelecido de 1050 MeV.

Para  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV percebemos que a temperatura de transição,  $T = 134$  MeV, também está abaixo dos dados de *freeze-out* químico fazendo com que ele não esteja na fase hadrônica. Todos os valores do potencial químico de transição preservam a transição líquido-gás na fase hadrônica, mas sem o campo vetorial o valor do potencial químico de transição de fase ainda está abaixo do valor mínimo estabelecido no intervalo  $\mu < 1050$  MeV. Com a adição do termo vetorial na sua forma linear e quártica, apesar de a linha de *freeze-out* químico não estar na fase hadrônica, a transição de fase líquido-gás e o potencial químico de transição estão dentro dos limites estabelecidos.

Para  $\mathcal{B}^{1/4} = 205$  MeV, a temperatura máxima de transição de fase preserva a linha de *freeze-out* químico na fase hadrônica. Porém, a adição do campo vetorial em sua forma linear e quártica faz com que os potenciais químicos máximos de transição tenham valores maiores que o estabelecido como máximo. Conclui-se então que, neste caso, o modelo original

<sup>1</sup> Para a matéria estranha.

é o único que satisfaz ambas as restrições de temperatura e potencial químico críticos.

É importante lembrar que aqui analisamos a matéria de dois quarks e não a matéria estranha. Sendo assim, a janela de estabilidade para essa matéria não é exatamente a que encontramos na seção 3.8. Além disso, a conjectura de Bodmer Witten prevê que o estado fundamental da QCD é a matéria estranha de quarks e na análise feita aqui o quark estranho não aparece em qualquer momento. Apesar disso, essa transição de fases da matéria de dois sabores de quark ocorre em aceleradores de partículas, por exemplo.

### 5.3.2 Matéria estelar

Já avaliamos que no começo da vida de uma estrela, temperaturas até 40 MeV podem ser alcançadas e que o tempo para a estrela esfriar é milhões de vezes maior que o tempo de desconfinamento dos quarks, por isso o estudo da transição de fases da matéria estelar até essa temperatura é importante. Para o estudo de transição de fases da matéria estelar plotamos dois diagramas de fases: um com o parâmetro  $X_V = 1,0$  na figura 36 e outro com o parâmetro  $X_V = 0,4$  na figura 37.

Para analisar se os parâmetros que melhor descrevem a transição de fases são também adequados para a descrição de estrelas estranhas podemos comparar os diagramas com os mesmos conjuntos de parâmetros das famílias de estrelas nas figuras 28, 29, 30 e 31. Alguns dos dados das famílias de estrelas encontrados são unidos aos dados das transições de fases na tabela 12 para facilitar a análise.

Comparando os dois tipos de matéria notamos que a matéria estelar desfavorece a fase hadrônica em relação à matéria simétrica. O valor do potencial químico de transição é menor na matéria estelar que na matéria simétrica para todos os conjuntos de parâmetros. Apesar disso, quanto maior o parâmetro  $X_V$ , maiores os valores do potencial químico crítico e mais favorecida é a fase hadrônica. Ainda assim percebemos que o padrão de que conjunto de parâmetros favorece ou desfavorece a fase hadrônica continua o mesmo da matéria de dois sabores. A temperatura crítica é notavelmente mais baixa para a matéria estelar. Os dados podem ser encontrados na tabela 12.

me Para  $B^{1/4} = 148\text{MeV}$  todos os conjuntos de parâmetros têm valor de potencial químico crítico muito pequeno. A diferença é que para o  $X_V$  menor os valores do potencial crítico são menores. Como já foi visto para o  $X_V$  menor as estrelas têm massas e raios menores. É fato que esse valor de constante de sacola está fora da janela de estabilidade para matéria estelar no modelo vetorial, vide tabela 5.

Para  $B^{1/4} = 165\text{ MeV}$  o modelo original produz potenciais químicos muito baixos. Tanto para  $X_V = 1,0\text{ MeV}$  quanto para  $X_V = 0,4\text{ MeV}$  o modelo com a contribuição apenas linear o valor do potencial crítico fica muito próximo de 1200 MeV, sendo a melhor descrição. Acrescentando também a contribuição autointerativa o valor do potencial químico diminui, mas continua acima do valor mínimo estabelecido. A diferença é que para o  $X_V$  menor os valores do potencial químico crítico são menores. Analisando a figura 28 percebemos que nenhuma

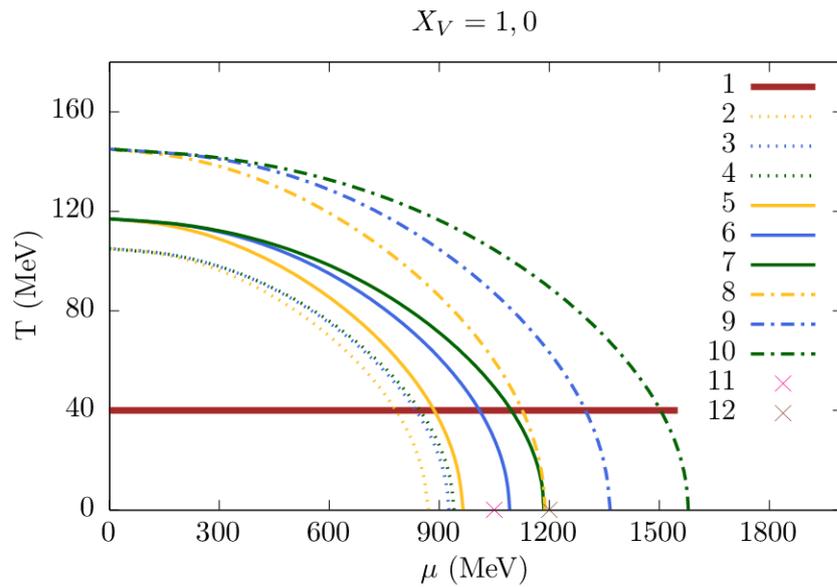


Figura 36 – Diagrama de transição de fases para matéria estelar com  $B$  constante.

Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola para  $X_V = 1,0$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ .

Mais detalhadamente:

1 -  $T=40$  MeV

2-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

3-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$

4-  $B^{1/4}=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

5-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

6-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$

7-  $B^{1/4}=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

8-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

9-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$

10-  $B^{1/4}=205$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$

11-Mínimo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1050$  MeV

12-Máximo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1200$  MeV

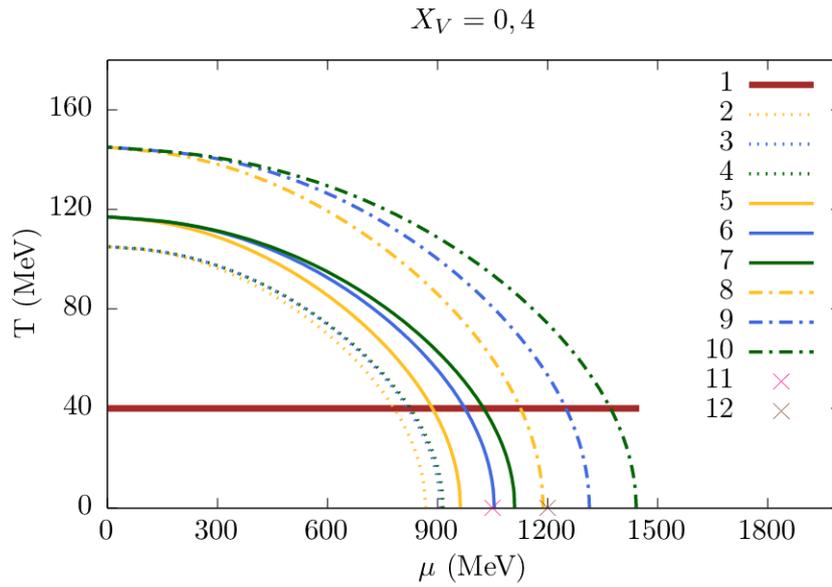


Figura 37 – Diagrama de transição de fases para matéria estelar com  $\mathcal{B}$  constante. Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ .

Mais detalhadamente:

1 -  $T=40$  MeV

2-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0.0 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

3-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 60$

4-  $\mathcal{B}^{1/4} = 148 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,3 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

5-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0.0 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

6-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,8 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 20$

7-  $\mathcal{B}^{1/4} = 165 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,8 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

8-  $\mathcal{B}^{1/4} = 205 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0.0 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

9-  $\mathcal{B}^{1/4} = 205 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,8 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 20$

10-  $\mathcal{B}^{1/4} = 205 \text{ MeV}$ ,  $G_V = 0,8 \text{ fm}^2$  e  $b_4 = 0$

11- Mínimo potencial químico de transição esperado  $\mu = 1050$  MeV

12- Potencial químico de transição esperado  $\mu = 1200$  MeV

$B^{1/4}$ (MeV)	$X_V$	$G_V$ (fm $^{-2}$ )	$b_4$	$\mu_{max}$ (MeV)	$M_{max}(M_{\odot})$	int. $\mu_{max}$	$T_{max}$ (MeV)
148	-	0	0	866	1.84	NÃO	105
165	-	0	0	965	1.48	NÃO	117
205	-	0	0	1188	0.98	SIM	145
148	1,0	0,3	0	939	2.36	NÃO	105
148	1,0	0,3	60	926	1.99	NÃO	105
165	1,0	0,8	0	1189	2.31	SIM	117
165	1,0	0,8	20	1091	1.60	SIM	117
205	1,0	0,8	0	1575	1.62	NÃO	145
205	1,0	0,8	20	1364	1,02	NÃO	145
148	0,4	0,3	0	915	2.19	NÃO	105
148	0,4	0,3	60	909	1.96	NÃO	105
165	0,4	0,8	0	1112	2.04	SIM	117
165	0,4	0,8	20	1055	1.57	SIM	117
205	0,4	0,8	0	1442	1.40	NÃO	145
205	0,4	0,8	20	1315	1,00	NÃO	145

Tabela 12 – Dados da transição de fases de matéria estelar e estrelas com parâmetros correspondentes para o modelo de sacola do MIT vetorial com  $B$  constante. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $X_V$ , valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , valor do potencial químico crítico, estrela de massa máxima, se o potencial químico crítico está dentro do intervalo estabelecido e temperatura máxima de transição.

estrela considerada nessa dissertação é descrita por esses valores de parâmetros. Para o modelo vetorial linear percebemos que a família de estrelas até descreve estrelas massivas, mas têm raio muito pequeno e não descreve a estrela canônica e nem alcança os dados do NICER.

Para  $B^{1/4} = 205$  MeV o modelo original é o único com potencial químico dentro do intervalo esperado e o valor é muito próximo de 1200 MeV. Notamos aqui uma equivalência da adequação dos parâmetros à descrição da transição de fases com a matéria simétrica de dois quarks. Tanto para  $X_V = 1,0$  MeV quanto para  $X_V = 0,4$  MeV a inclusão do campo vetorial faz com que o potencial químico tenha valores muito altos. A diferença é que para o  $X_V$  menor os valores do potencial químico crítico são menores. Se analisarmos a figura 28 percebemos que as famílias de estrelas com esses parâmetros têm massa e raio muito pequenos e estão longe de descrever qualquer um dos três pulsares.

#### 5.4 MODELO DE SACOLA DEPENDENTE DA TEMPERATURA

Fica claro que até então não foi possível conciliar o *freeze-out* químico, a temperatura crítica, estrelas massivas, potencial crítico e matéria dentro da janela de estabilidade com o mesmo conjunto de parâmetros. Ao analisar a matéria estelar não levamos em conta os resultados para temperaturas acima de 40 MeV, mas observando os diagramas de fases fica claro que o modelo gera temperaturas críticas muito baixas, abaixo de  $T = 120$  MeV. Mesmo quando aumentamos o valor de  $G_V$  com  $B^{1/4} = 205$  MeV, o potencial químico crítico fica muito aquém do valor aproximado estabelecido e produz estrelas com raios e massas muito

pequenos. Por conta disso, uma modificação dos modelos baseados no modelo de sacola do MIT é proposta de modo que diferentes valores da pressão de sacola são usados em diferentes escalas de energia. A necessidade de uma pressão de sacola diferente para diferentes escalas de energia vem da dificuldade de alcançar temperaturas críticas mais altas/adequadas para a transição de fases da matéria estelar. Há na literatura algumas propostas para modificar a pressão de sacola fazendo-a ser função da temperatura, da densidade ou mesmo dos dois. Em (LOPES, Luiz L *et al.*, 2021) é proposto um modelo no qual a pressão de sacola aumenta com a temperatura

$$\mathcal{B}^{1/4} = B_0 \left[ 1 + \left( \frac{T}{T_0} \right)^4 \right]. \quad 5.4.1$$

Esse modelo é uma modificação do modelo desenvolvido em (DEY, J.; DEY, M., 1986) onde a pressão de sacola diminui com a temperatura

$$\mathcal{B}^{1/4} = B_0 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_0} \right)^4 \right]. \quad 5.4.2$$

Para esse modelo o valor de  $T_0$  foi ajustado de maneira que cada valor de constante de sacola inicial  $B_0$  reproduzisse a temperatura crítica prima do *freeze-out* químico deixando-o na fase confinada. O resultado desta parametrização é

$$\begin{aligned} B_0^{1/4} = 148 \text{ MeV} &\rightarrow T_0 = 131 \text{ MeV} \\ B_0^{1/4} = 165 \text{ MeV} &\rightarrow T_0 = 155 \text{ MeV} \end{aligned} \quad 5.4.3$$

onde só foram usados os valores de constante de sacola que dão estrelas mais massivas.

### 5.4.1 Matéria simétrica

Como podemos ver na figura 38 e na tabela 13 a temperatura máxima de transição de fases do modelo de sacola do MIT vetorial com pressão de sacola dependente da temperatura gira em torno de  $T = 168 \text{ MeV}$  para ambos os valores de  $B_0$  considerados. Para  $B_0 = 148 \text{ MeV}$  o *freeze-out* químico não fica totalmente do lado hadrônico. Para  $B_0 = 165 \text{ MeV}$ , porém, essa condição é plenamente satisfeita para o modelo vetorial, enquanto o modelo original ainda falha em deixar o *freeze-out* químico no lado hadrônico em alguns pontos. A transição líquido-gás só não fica do lado hadrônico para o modelo original com  $B_0 = 148 \text{ MeV}$ . Esse fato indica que neste modelo não conseguimos gerar, com o mesmo conjunto de parâmetros, matéria dentro da janela de estabilidade e o diagrama de transição de fases da QCD já que a constante de sacola de  $165 \text{ MeV}$  está fora da janela de estabilidade.

Naturalmente, o potencial químico máximo não muda do modelo independente da temperatura para o modelo dependente da temperatura porque esse valor é medido em  $T = 0$ . Felizmente para  $B_0 = 165 \text{ MeV}$  o modelo vetorial, linear e autointerativo, produz potenciais químicos dentro do intervalo esperado. Isso faz com que esses dois conjuntos de parâmetros descrevam transições de fases respeitando as restrições de *freeze-out* químico, transição líquido-gás e potencial químico máximo. Por produzir estrelas com massas e raios extremamente

$B_0^{1/4}$ (MeV)	$G_V$ (fm <sup>2</sup> )	$b_4$	$T_{max}$	$\mu_{max}$ (MeV)	F-O?	L-G?	int. $\mu_{max}$ ?
148	0	0	168	936	NÃO	NÃO	NÃO
165	0	0	167	1043	NÃO	SIM	NÃO
148	0,3	0	167	1000	NÃO	SIM	NÃO
148	0,3	60	167	989	NÃO	SIM	NÃO
165	0,8	0	168	1250	SIM	SIM	SIM
165	0,8	20	168	1165	SIM	SIM	SIM

Tabela 13 – Dados da transição de fases da matéria simétrica para o modelo com a pressão de sacola dependente da temperatura. Nessa ordem: constante de sacola inicial, valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , temperatura máxima de transição, potencial químico máximo de transição, se os dados de *freeze-out* químico estão do lado hadrônico, se os dados da transição de fases líquido gás está do lado hadrônico e se o potencial químico crítico está dentro do intercalo estabelecido.

baixose potenciais químicos críticos altos, o valor de constante de sacola de 205 MeV foi desconsiderado. Esse modelo com esse conjunto de parâmetros consegue fazer uma descrição razoável da transição de fases da QCD, apesar de que o valor da constante de sacola não está dentro da janela de estabilidade e os pulsares considerados nessa dissertação não serem descritos pelo mesmo conjunto de parâmetros, como visto na subseção 4.1.1.

#### 5.4.2 Matéria estelar

A diferença do modelo dependente da temperatura para o modelo independente da temperatura é a temperatura máxima de transição de fases. Percebemos isso ao comparar as figuras 37 e 36 respectivamente com as figuras 39 e 40. Enquanto nas duas primeiras figuras a temperatura máxima de transição para  $B_0^{1/4} = 165$  MeV não chega a atingir 120 MeV, as figuras do modelo cuja pressão de sacola depende da temperatura possuem temperaturas que chegam a  $T = 128$  MeV para  $B_0 = 165$  MeV e de 118 MeV para  $B_0 = 148$  MeV. Esse fato também pode ser conferido na tabela 14. Naturalmente todas as outras informações na tabela são as mesmas do modelo cuja constante de sacola não depende da temperatura porque essas grandezas e informações são obtidas para  $T = 0$  MeV.

Concluimos então que o modelo com a pressão de sacola dependente da temperatura descreve melhor o diagrama de transição de fases da QCD, principalmente para  $B_0 = 165$ ,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4 = 20$  MeV. Porém, esse conjunto de parâmetros possui valor de constante de sacola fora da janela de estabilidade do modelo. Isso faz com que a conciliação da descrição da transição de fases da QCD com estrelas massivas e matéria estranha dentro da janela de estabilidade não seja possível com esse modelo. Além disso, as estrelas geradas com esses conjuntos de dados possuem raios muito pequenos para a estrela canônica. A vantagem do modelo da pressão de sacola dependente da temperatura é descrever melhor o diagrama de transição de fases.

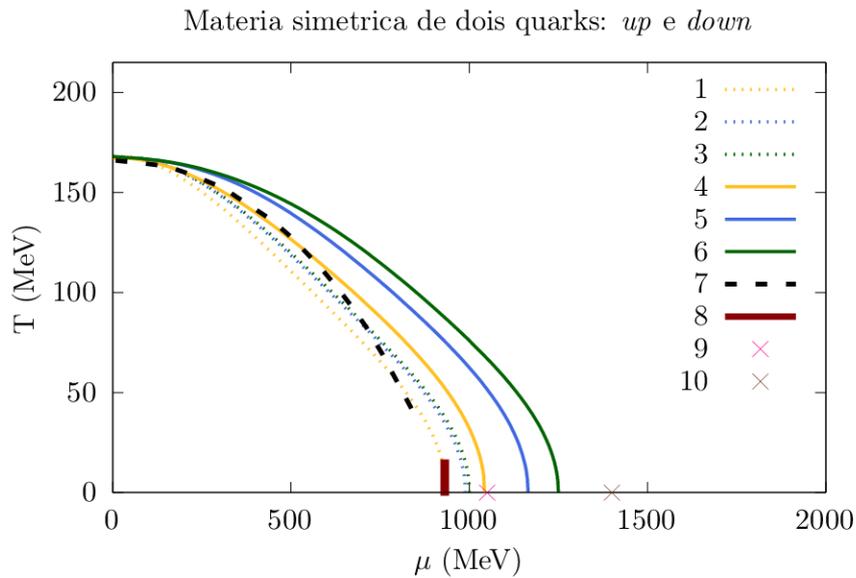


Figura 38 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola. As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . O freeze-out químico é representado pela linha preta e a transição líquido-gás pela linha cor de vinho.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B=148$ ,  $G_V = 0.0$  e  $b_4=0$
- 2-  $B=148$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4=60$
- 3-  $B=148$ ,  $G_V = 0,3$  e  $b_4=0$
- 4-  $B=165$ ,  $G_V = 0.0$  e  $b_4=0$
- 5-  $B=165$ ,  $G_V = 0,8$  e  $b_4=20$
- 6-  $B=165$ ,  $G_V = 0,8$  e  $b_4=0$
- 7- Freeze-out Químico
- 8- Transição líquido-gás
- 9- Mínimo potencial químico de transição
- 10- Máximo potencial químico de transição

## 5.5 ESTRELAS DE QUARKS E A VELOCIDADE DO SOM

Tanto a velocidade da luz quanto a velocidade do som mudam dependendo do meio em que estão viajando/se propagando. Além disso, em todos os meios a velocidade da luz deve ser maior que a velocidade do som para respeitar a causalidade. A velocidade do som e sua dependência com a densidade/potencial químico são muito importantes no estudo da matéria. Segundo (ANNALA *et al.*, 2020), em estrelas de nêutrons mais massivas a presença da matéria de quarks desconfiados está associada ao comportamento da velocidade do som  $v_s$  na matéria fortemente interagente. Sabe-se que matéria de quarks em altas densidades é aproximadamente invariante frente a uma transformação de escala de renormalização. Essa propriedade é usualmente chamada de invariância de escala ou conforme. Por outro lado, em matéria hadrônica, o número de graus de liberdade é muito menor e essa invariância de escala

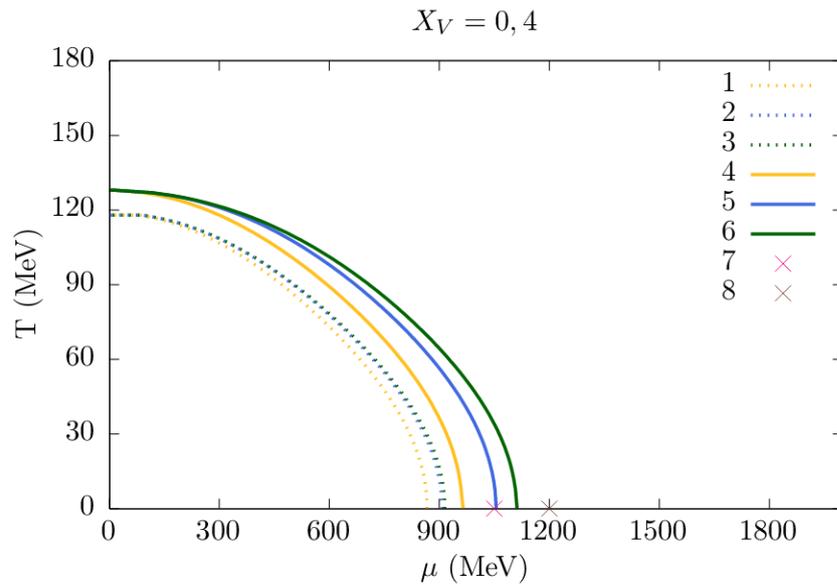


Figura 39 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola inicial para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Aqui é usado o modelo vetorial de sacola do MIT com a pressão de sacola dependente da temperatura.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 2-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$
- 3-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 4-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 5-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 6-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 7-Mínimo potencial químico de transição esperado
- 8-Potencial químico de transição esperado

acaba sendo violada pela quebra da simetria quiral. Esse assunto está fora do escopo desta dissertação, mas a ideia de limite conforme será utilizada a seguir. Ainda em (ANNALA *et al.*, 2020), os autores afirmam que se o limite conforme da velocidade do som ao quadrado

$$v_s^2 \leq 1/3$$

não for fortemente violado, a previsão é que estrelas de nêutrons massivas devem ter um núcleo de matéria de quarks desconfinados de tamanho considerável. A velocidade do som deve alcançar o limite de  $v_s^2 = 1/3$  para estrelas que tenham um núcleo de tamanho considerável de matéria de quarks desconfinada. Em (LOPES, Luiz L.; MENEZES, Débora P., 2021) os autores chegam à conclusão que quanto maior for o valor da velocidade do som ao quadrado, menor é o tamanho do núcleo de matéria desconfinada em estrelas. Neste capítulo faremos curvas com a velocidade do som em função do potencial químico com a finalidade de analisar se e quando

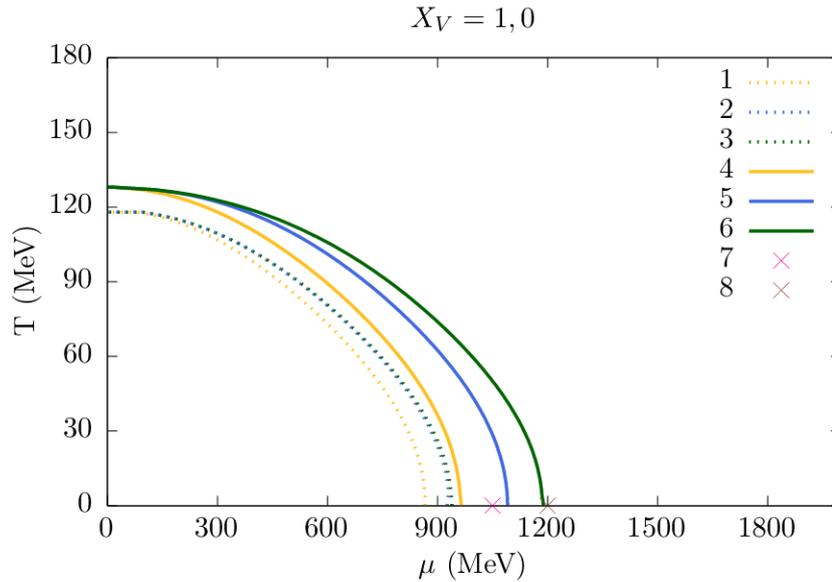


Figura 40 – Nesta imagem cada tipo de linha representa um valor para a constante de sacola inicial para  $X_V = 0,4$ . As linhas amarelas são do modelo original, ou seja, com  $G_V = b_4 = 0$ . As linhas azuis possuem parâmetros  $G_V$  e  $b_4$  não nulos. As linhas verdes possuem  $G_V \neq 0$  e  $b_4 = 0$ . Aqui é usado o modelo vetorial de sacola do MIT com a pressão de sacola dependente da temperatura.

Mais detalhadamente:

- 1-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 2-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=60$
- 3-  $B_0=148$  MeV,  $G_V=0,3$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 4-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0.0$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 5-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=20$
- 6-  $B_0=165$  MeV,  $G_V=0,8$  fm<sup>2</sup> e  $b_4=0$
- 7-Mínimo potencial químico de transição esperado
- 8-Potencial químico de transição esperado

os conjuntos de parâmetros do modelo vetorial de sacola do MIT descrevem uma matéria cuja velocidade do som ao quadrado tem limite conforme próximo a  $1/3$ . Consideraremos a temperatura nula e a temperatura de  $T = 40$  MeV na pressão e densidade de energia para o cálculo da velocidade do som.

A velocidade do som é calculada pela derivada da pressão com relação à densidade de energia (ANNALA *et al.*, 2020)

$$v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \quad 5.5.1$$

e, portanto, não depende da constante de sacola. Porém, é importante lembrar que o potencial químico crítico, que é o potencial químico onde ocorre a transição de fase, depende da constante de sacola.

Em primeiro lugar será avaliada a velocidade de som ao quadrado associada aos parâmetros que reproduziram os pulsares considerados neste trabalho, ou seja, o modelo vetorial

$\mathcal{B}^{1/4}$ (MeV)	$G_V$ (fm $^{-2}$ )	$b_4$	$X_V$	$\mu_{max}$ (MeV)	$T_{max}$ (MeV)
148	0	0	–	866	118
165	0	0	–	965	128
148	0,3	0	0,4	915	118
148	0,3	60	0,4	909	118
165	0,8	0	0,4	1112	128
165	0,8	20	0,4	1055	128
148	0,3	0	1,0	939	118
148	0,3	60	1,0	926	118
165	0,8	0	1,0	1189	128
165	0,8	20	1,0	1091	128

Tabela 14 – Dados da transição de fases de matéria estelar e estrelas com parâmetros correspondentes para o modelo de sacola do MIT vetorial com pressão de sacola dependente da temperatura. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , valor de  $X_V$ , valor do potencial crítico, valor de massa máxima e a temperatura máxima de transição.

de sacola do MIT com  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm $^2$ ,  $b_4 = -0,4$  e os dois valores de  $X_V$ . Os resultados estão na figura 41. Analisando essa figura, notamos que para todos os conjuntos de parâmetros considerados a velocidade do som cresce monotonicamente acima do valor de  $1/3$ , fazendo com que as estrelas descritas por esses parâmetros não tenham um núcleo grande de matéria desconfiada.

A principal contribuição da temperatura não se dá na obtenção de massas máximas diferentes, mas sim na sua influência sobre o potencial químico crítico como pode ser visto na tabela 15<sup>2</sup>. A temperatura influencia o potencial químico crítico na ordem de 7% a 10%.

Também foi analisada a velocidade do som ao quadrado com relação ao potencial químico para os conjuntos de parâmetros usados na descrição da transição de fases do capítulo anterior. Analisando as figuras 42 e 43 percebemos que, no modelo de sacola do MIT vetorial linear, seja com o  $G_V = 0,3$  ou  $0,8$  fm $^2$ , a velocidade do som cresce monotonicamente com o potencial químico. Além disso podemos perceber que quanto maior o valor de  $G_V$  mais longe fica a velocidade do som ao quadrado do valor de  $1/3$  e, conseqüentemente, menor o possível núcleo de matéria desconfiada. Vale notar que esses parâmetros geram os maiores potenciais químicos de transição se comparados com o modelo original ou com o modelo com contribuição autointerativa com mesma constante de sacola.

Quando usamos o modelo original ou quando temos o modelo vetorial com uma grande contribuição do termo de auto-interação, a velocidade do som ao quadrado permanece quase constante próxima de  $1/3$ . O modelo original produz velocidade do som e potencial químico de transição um pouco menores que o modelo com auto-interação, mas com o aumento do potencial químico vemos que a velocidade do som deles, do modelo original e do modelo com autointeração, ficam cada vez mais próxima e em torno do valor do limite conforme. Quanto

<sup>2</sup> Note que a diferença de temperatura aqui se dá na matéria de quarks e não na pressão de sacola, por isso que o potencial químico crítico muda.

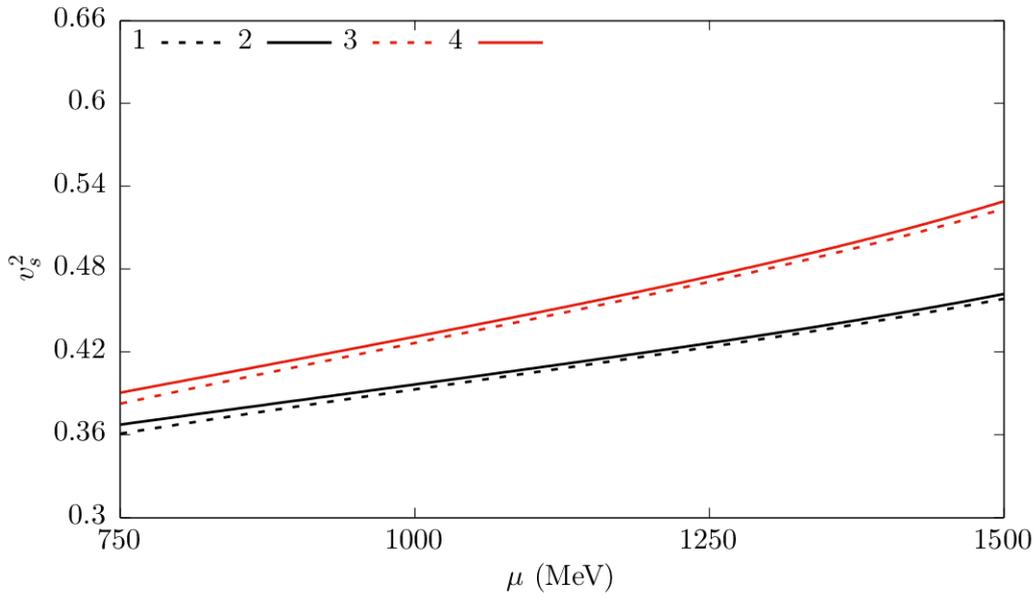


Figura 41 – Velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico para o modelo vetorial com  $\mathcal{B}^{1/4} = 139$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = -0,4$  e os dois valores de  $X_V$ .

Mais detalhadamente

1- $X_V = 0,4$  e  $T = 0$  MeV

2- $X_V = 0,4$  e  $T = 40$  MeV

3- $X_V = 1,0$  e  $T = 0$  MeV

4- $X_V = 1,0$  e  $T = 40$  MeV

ao parâmetro  $X_V$  percebemos que a influência na velocidade do som para o modelo original e com auto-interação é mínima, enquanto para o modelo vetorial linear a mudança no valor da velocidade do som é significativa fazendo com que os valores sejam menores para  $X_V = 0,4$  que para  $X_V = 1,0$ .

Os valores de velocidade do som no potencial crítico, estrela máxima e potencial químico crítico para esses conjuntos de parâmetros podem ser encontrados na tabela 15.

Uma análise geral mostra que o modelo original foi o que apresentou melhor adequação ao limite conforme explorado em (ANNALA *et al.*, 2020), mas ela não descreve os pulsares e nem a transição de fases. O modelo vetorial com  $b_4$  positivo nos conjuntos de parâmetros ( $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ ,  $T=0$  e/ou 40 MeV) e ( $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ ,  $T=0$  e/ou 40 MeV) se aproxima do limite conforme por cima e torna-se quase constante próximo do valor de  $1/3$ . Além disso, o conjunto de parâmetros que obedece esse limite para  $\mathcal{B}^{1/4} = 165$  MeV também descreve bem as transições de fases. Porém o conjunto de parâmetros para a outra constante de sacola,  $\mathcal{B}^{1/4} = 148$  MeV, não descreve bem a transição de fases. Além disso nenhum desses conjuntos com  $b_4 > 0$  descreve os pulsares considerados nessa dissertação. Os outros conjuntos de parâmetro tem velocidade do som crescente com valores maiores que  $1/3$ .

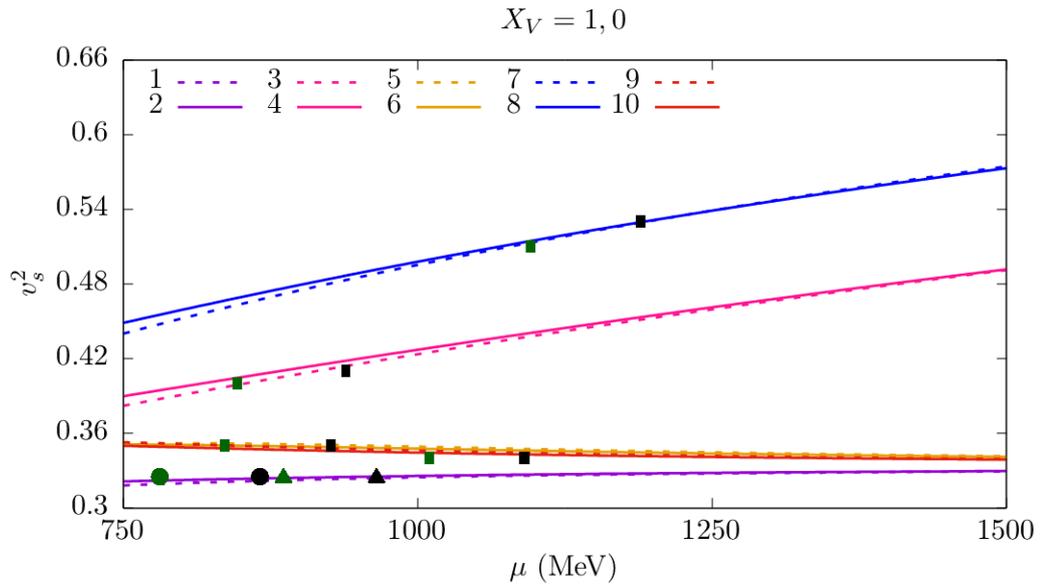


Figura 42 – A figura mostra a velocidade do som ao quadrado como função do potencial químico para  $X_V = 1,0$  e diferentes conjuntos dos outros parâmetros. Os quadrados no gráfico representam a velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico crítico de **verde** para  $T = 40$  MeV e de **preto** para  $T = 0$  MeV. Nas curvas 1 e 2 o modelo original foi usado e destacamos a velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para  $B^{1/4} = 148$  MeV com **círculos** e para  $B^{1/4} = 165$  MeV com **triângulos** respeitando a coloração relativa à temperatura. Mais detalhadamente:

- 1- $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 2- $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 3- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 4- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 5- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=0 MeV
- 6- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=40 MeV
- 7- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 8- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 9- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=0 MeV
- 10- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=40 MeV

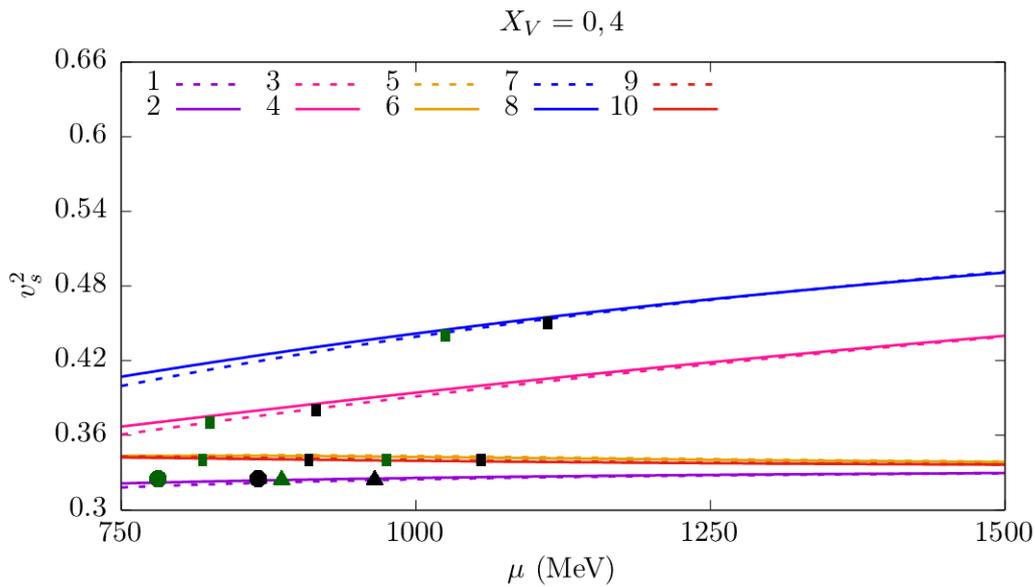


Figura 43 – A figura mostra a velocidade do som ao quadrado como função do potencial químico para  $X_V = 0,4$  e diferentes conjuntos dos outros parâmetros. Os quadrados no gráfico representam a velocidade do som ao quadrado em função do potencial químico crítico de **verde** para  $T = 40$  MeV e de **preto** para  $T = 0$  MeV. Nas curvas 1 e 2 o modelo original foi usado e destacamos a velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para  $B^{1/4} = 148$  MeV com **círculos** e para  $B^{1/4} = 165$  MeV com **triângulos** respeitando a coloração relativa à temperatura. Mais detalhadamente:

- 1- $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 2- $B^{1/4} = 148$  MeV e/ou  $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 3- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 4- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 5- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=0 MeV
- 6- $B^{1/4} = 148$  MeV,  $G_V = 0,3$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 60$ , T=40 MeV
- 7- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=0 MeV
- 8- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$ , T=40 MeV
- 9- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=0 MeV
- 10- $B^{1/4} = 165$  MeV,  $G_V = 0,8$  fm<sup>2</sup>,  $b_4 = 20$ , T=40 MeV

$\mathcal{B}^{1/4}$ (MeV)	$X_V$	$G_V(\text{fm}^2)$	$b_4$	T(MeV)	$\mu_c$ (MeV)	$M_{max}(M_\odot)$	$v_s^2$ em $\mu_c$
148	—	0	0	0	866	1.85	0,32
148	—	0	0	40	781	1.86	0,32
165	—	0	0	0	965	1.50	0,32
165	—	0	0	40	886	1.50	0,32
148	0,4	0,3	0	0	915	2.20	0,38
148	0,4	0,3	0	40	825	2.17	0,37
148	0,4	0,3	60	0	909	1.96	0,34
148	0,4	0,3	60	40	819	1.96	0,34
165	0,4	0,8	0	0	1112	2.05	0,45
165	0,4	0,8	0	40	1025	2,01	0,44
165	0,4	0,8	20	0	1055	1.57	0,34
165	0,4	0,8	20	40	975	1.57	0,34
148	1,0	0,3	0	0	939	2.37	0,41
148	1,0	0,3	0	40	847	2.33	0,40
148	1,0	0,3	60	0	926	1.99	0,35
148	1,0	0,3	60	40	836	1.99	0,35
165	1,0	0,8	0	0	1189	2.31	0,53
165	1,0	0,8	0	40	1096	2.27	0,51
165	1,0	0,8	20	0	1091	1.60	0,34
165	1,0	0,8	20	40	1010	1.60	0,34

Tabela 15 – Dados de potencial químico crítico, massa máxima e velocidade do som ao quadrado no potencial químico crítico para o modelo de sacola do MIT vetorial com diferentes valores dos parâmetros do modelo. Nessa ordem: constante de sacola, valor de  $X_V$ , valor de  $G_V$ , valor de  $b_4$ , valor da temperatura, valor do potencial crítico, valor da estrela de massa máxima da família, valor da velocidade do som ao quadrado no potencial crítico.



## 6 CONCLUSÃO

No presente trabalho foram apresentados modelos efetivos da QCD com a finalidade de descrever estrelas estranhas e a transição de fases da matéria de quarks. Para isso na introdução é feito um breve histórico sobre a QCD e suas principais propriedades: a liberdade assintótica e o confinamento.

No capítulo 2 foi apresentado como são formadas as estrelas, como é a vida das estrelas e quais são seus remanescentes depois da explosão de supernova. Depois de um histórico sobre a previsão e descoberta das estrelas de nêutrons foi apresentada a conjectura de Bodmer Witen no na subseção 2.2. Essa conjectura propõe que a matéria estranha desconfinada é o verdadeiro estado fundamental da interação forte em altas densidades. Com isso, estrelas compactas que são feitas de matéria estranha desconfinada tornam-se possíveis. Nesta seção também foram apresentados os dois tipos de matéria de quarks, simétrica e estelar, e suas condições de equilíbrio.

No capítulo 3 o modelo de sacola do MIT e o modelo vetorial de sacola do MIT, que é um modelo modificado através da introdução de um campo vetorial, foram desenvolvidos. A densidade lagrangiana dos modelos foi construída termo a termo usando a aproximação de campo médio. Neste ponto foram calculadas as equações de movimento que auxiliam no cálculo das equações de estado, geram uma relação de recorrência para o campo vetorial e conduzem ao entendimento de propriedades sobre a superfície da sacola do modelo.

Na seção 3.3 foram calculadas as equações de estado do modelo para temperatura finita através do cálculo do tensor energia momento. As equações de estado do modelo são imprescindíveis para o estudo de estrelas compactas e para a descrição da transição de fases da matéria confinada para matéria desconfinada de quarks. Na seção 3.4 foi calculada, através do potencial termodinâmico, a distribuição de partículas para temperatura finita e temperatura nula. Com essa distribuição foi possível calcular na seção 3.5 as equações de estado para temperatura nula que foram usadas na descrição de estrelas. Depois disso, na seção 3.6 foram desenvolvidas as equações de estado para a matéria de léptons, necessária para a correta descrição da matéria estelar.

Na seção 3.8 foi apresentada a janela de estabilidade dos modelos efetivos estudados. A janela de estabilidade garante que a matéria de quarks usada obedece a conjectura de Bodmer Witten através da restrição nos parâmetros dos modelos. Nas seções 3.9 e 3.10 foram apresentados resultados dos modelos. Foram feitos gráficos das EOS variando as constantes de sacola dentro da janela de estabilidade e também variando a temperatura para os modelos efetivos desenvolvidos nessa dissertação. Para o modelo original foi feita uma comparação da matéria simétrica e da matéria estelar através também de um gráfico das EOS. Usando o modelo vetorial foram feitas curvas da fração de estranheza em função da densidade bariônica para diferentes composições de valores dos parâmetros do modelo. Também as equações de estado foram avaliadas com a variação desses parâmetros.

No capítulo 4 foi apresentada a forma do gráfico da família de estrelas que as equações da TOV geram quando fomentadas com as equações de estado. Neste ponto foram apresentados dados de medidas recentes de pulsares e da estrela canônica. Foram também apresentadas as condições para que a família de estrelas descreva os pulsares que estão presentes em todos os gráficos que possuem famílias de estrelas. Usando o modelo original e o modelo vetorial com diferentes combinações de parâmetros foram feitas curvas para famílias de estrelas e construídas tabelas com informações importantes sobre a descrição dos pulsares e da estrela canônica. O modelo vetorial de sacola do MIT, com as combinações de parâmetros corretas, obteve êxito em descrever as mais novas medidas de pulsares com matéria estável. Na subseção 4.1.1 são consideradas famílias de estrelas de matéria com temperatura de até 40 MeV que são importantes na descrição da formação da estrela.

No capítulo 5 foi apresentada rapidamente a termodinâmica da transição de fases e as condições de equilíbrio. Na seção seguinte foram apontadas e discutidas as restrições que a descrição da transição de fase deve reproduzir. Algumas dessas restrições são para a matéria simétrica de dois quarks e por isso a transição de fases para essa matéria foi estudada na subseção 5.3.1. Estabelecidos os parâmetros que satisfazem essas condições o estudo da transição de fases para a matéria estelar até  $T = 40$  MeV foi feita na subseção 5.3.2. Em ambas as subseções foram apresentados gráficos e tabelas com as informações importantes sobre as restrições estabelecidas. Alguns conjuntos de parâmetros obtiveram êxito em descrever transições de fases obedecendo o intervalo para o potencial crítico, porém essa descrição ocorre para valores da constante de sacola fora da janela de estabilidade. Além da questão da janela de estabilidade, a temperatura crítica é muito baixa para o modelo vetorial de sacola do MIT e o cumprimento do *freeze-out* químico só é alcançado, na matéria de dois quarks, para poucos conjuntos de parâmetros. Para melhorar esses problemas foi desenvolvido um modelo com a pressão de sacola dependente da temperatura na seção 5.4. O modelo foi calibrado para que a constante de sacola inicial reproduza a temperatura crítica do *freeze-out* químico para a matéria simétrica de dois quarks. Usando esse novo modelo conseguimos reproduzir um diagrama de fases no qual o *freeze-out* químico aparece do lado hadrônico do diagrama, respeitando assim os dados experimentais, e o potencial químico crítico está dentro do intervalo inferido por outros modelos para o mesmo valor de constante de sacola. É importante destacar que uma transição do tipo cross-over nunca será reproduzida pelos modelos estudados nesta dissertação, uma vez que eles só produzem transições de fases de primeira ordem por construção.

Na seção 5.5 foi calculada e analisada a velocidade do som na matéria de quarks dentro das estrelas compactas. Esse cálculo foi inspirado em um estudo feito em (ANNALA *et al.*, 2020) que diz que a velocidade do som ao quadrado quando tem o limite conforme próximo de  $1/3$  descreve um núcleo de tamanho considerável de matéria de quarks desconfiada dentro das estrelas. Ao colocar o modelo à prova, o modelo original e o modelo quártico com  $b_4 > 0$  (incluindo um conjunto de parâmetros que têm uma boa descrição da transição de fases, mas não descreve os pulsares), satisfizeram esse limite conforme. Contudo, o conjunto de

---

parâmetros que descreveu os pulsares gerou velocidade do som ao quadrado crescente acima do valor de  $1/3$ .

Ao avaliar as famílias de estrelas, a transição de fases e a velocidade do som ao quadrado não conseguimos conciliar a descrição dos pulsares, da transição de fases, da matéria com parâmetros dentro da janela de estabilidade e de um núcleo grande de matéria desconfiada com os mesmos conjuntos de parâmetros do modelo. Porém, as modificações propostas do modelo de sacola do MIT fazem com que ele obtenha resultados melhores e mais atualizados na descrição de objetos compactos massivos e na descrição do diagrama de transição de fases da QCD com a introdução do modelo com pressão de sacola dependente da temperatura. A busca por modelos efetivos que descrevam a QCD na condição de altas densidades e baixas temperaturas é pauta de muitos estudos atuais e é uma pesquisa muito relevante como podemos ver em (LOPES, Luiz L; BIESDORF; MENEZES, Débora P, 2021; LOPES, Luiz L *et al.*, 2021; MENEZES, D P; PROVIDÊNCIA; MELROSE, 2006; BACKES *et al.*, 2021; NAMBU; JONASINIO, 1961; PENG, G. X. *et al.*, 2000; XIA *et al.*, 2014; ISLAM; ALI; HUANG, 2023; LIU; XU; PENG, G.-X., 2023; BLASCHKE *et al.*, 2022), principalmente agora que novas medidas de pulsares estão sendo publicadas.

O modelo pode ser aprimorado com a adição de outros termos para refletir outras propriedades da interação forte ou também fazendo uma aproximação mais elaborada que a aproximação de campo médio.



## REFERÊNCIAS

ALCOCK, Charles; FARHI, Edward; OLINTO, Angela. *Strange Stars.*, v. 310, p. 261, nov. 1986.

ALCOCK, Charles; FARHI, Edward; OLINTO, Angela. *Strange Stars.*, v. 310, p. 261, nov. 1986.

ANNALA, Eemeli; GORDA, Tyler; KURKELA, Aleks; NÄTTILÄ, Joonas; VUORINEN, Aleks. Evidence for quark-matter cores in massive neutron stars. **Nature Physics**, Springer Science e Business Media LLC, v. 16, n. 9, p. 907–910, jun. 2020. ISSN 1745-2481.

AYRIYAN, A.; BASTIAN, N.-U.; BLASCHKE, D.; GRIGORIAN, H.; MASLOV, K.; VOSKRESENSKY, D. N. Robustness of third family solutions for hybrid stars against mixed phase effects. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 97, 4 abr. 2018.

AYRIYAN, Alexander; GRIGORIAN, Hovik. Model of the Phase Transition Mimicking the Pasta Phase in Cold and Dense Quark-Hadron Matter. *In: EDP SCIENCES. EPJ Web of Conferences.* [*S.l.: s.n.*], 2018. v. 173, p. 03003.

BAADE, Walter; ZWICKY, Fritz. Cosmic rays from super-novae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 20, n. 5, p. 259–263, 1934.

BAADE, Walter; ZWICKY, Fritz. On super-novae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 20, n. 5, p. 254–259, 1934.

BAADE, Walter; ZWICKY, Fritz. Remarks on super-novae and cosmic rays. **Physical Review**, APS, v. 46, n. 1, p. 76, 1934.

BACKES, Betânia C; HAFEMANN, Eduardo; MARZOLA, Isabella; MENEZES, Débora P. Density-dependent quark mass model revisited: thermodynamic consistency, stability windows and stellar properties. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, IOP Publishing, v. 48, n. 5, p. 055104, abr. 2021.

BAYM, G.; CHIN, S. A. Can a neutron star be a giant MIT bag? **Physics Letters B**, v. 62, n. 2, p. 241–244, mai. 1976.

BHADURI, R.K.; BHADURI, R.K. *Models of the Nucleon: From Quarks to Soliton.* Addison-Wesley, Advanced Book Program, 1988.

BLASCHKE, David; SHUKLA, Udit; IVANYTSKYI, Oleksii; LIEBING, Simon. Effect of color superconductivity on the mass of hybrid neutron stars in an effective model with pQCD asymptotics. arXiv, 2022.

BODMER, A. R. Collapsed Nuclei. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 4, p. 1601–1606, 6 set. 1971.

BOGOLIUBOV, P. N. Sur un modèle à quarks quasi-indépendants. **Annales de l'I.H.P. Physique théorique**, v. 8, n. 2, p. 163–189, 1968.

BUBALLA, M. NJL-model analysis of dense quark matter. **Physics Reports**, Elsevier BV, v. 407, n. 4-6, p. 205–376, fev. 2005.

CALLEN, Herbert B. Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics. **John Wiley & Sons, New York**, 1960.

CHADWICK, J. Possible Existence of a Neutron. **Nature**, fev. 1932.

CHODOS, A.; JAFFE, R. L.; JOHNSON, K.; THORN, C. B. Baryon structure in the bag theory. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 10, p. 2599–2604, 8 out. 1974.

CLEYMANS, J.; OESCHLER, H.; REDLICH, K.; WHEATON, S. Comparison of chemical freeze-out criteria in heavy-ion collisions. **Physical Review C**, American Physical Society (APS), v. 73, n. 3, mar. 2006.

DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, Tiago José Nunes da Silva. Introdução à física nuclear e de partículas elementares. Editora Livraria da Física, 2022.

DEY, Jishnu; DEY, Mira. On the density dependence of nucleon size in nuclear medium. **Physics Letters B**, v. 176, n. 3, p. 469–472, 1986. ISSN 0370-2693.

ELLIOTT, J. B.; LAKE, P. T.; MORETTO, L. G.; PHAIR, L. Determination of the coexistence curve, critical temperature, density, and pressure of bulk nuclear matter from fragment emission data. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 87, p. 054622, 5 mai. 2013.

FILIP SAMUELSSON, Leo Lagerkvist e. The MIT bag-model, 2015.

FINN, J. E. *et al.* Nuclear Fragment Mass Yields from High-Energy Proton-Nucleus Interactions. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 49, p. 1321–1325, 18 nov. 1982.

FREEDMAN, Barry; MCLERRAN, Larry. Quark star phenomenology., v. 17, n. 4, p. 1109–1122, fev. 1978.

FUKUSHIMA, Kenji; HATSUDA, Tetsuo. The phase diagram of dense QCD. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 74, n. 1, p. 014001, dez. 2010.

GELL-MANN, M. THE EIGHTFOLD WAY: A THEORY OF STRONG INTERACTION SYMMETRY, mar. 1961.

GLENDENNING, N.K. Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity. Springer New York, 2000.

GREINER, Walter; NEISE, Ludwig; STÖCKER, Horst. Thermodynamics and statistical mechanics. Springer Science & Business Media, 2012.

GRIFFITHS, D. Introduction to Elementary Particles. John Wiley Sons, Inc., 2008.

GROSS DAVID J. WILCZEK, Frank. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. **Phys. Rev. C, American Physical society**, v. 30, p. 1343–1346, jun. 1973.

GUPTA, Rajan. Introduction to Lattice QCD, 1998. arXiv: hep-lat/9807028 [hep-lat].

HAENSEL, P.; POTEKHIN, A.Y.; YAKOVLEV, D.G. Neutron Stars 1: Equation of State and Structure. Springer New York, 2006.

HEWISH, A.; BELL, S. J. **Nature**, v. 217, 1968.

ISLAM, Chowdhury Aminul; ALI, Mahammad Sabir; HUANG, Mei. Deciding on the anomalous magnetic moment of quarks in a framework of nonlocal NJL model. arXiv, 2023.

JIMÉNEZ, José C.; FRAGA, Eduardo S. Radial Oscillations of Quark Stars Admixed with Dark Matter. **Universe**, v. 8, n. 1, 2022. ISSN 2218-1997.

JIMÉNEZ, José C.; FRAGA, Eduardo S. Radial oscillations of quark stars from perturbative QCD. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 100, p. 114041, 11 dez. 2019.

- KASHIWA, Kouji; KOUNO, Hiroaki; SAKAGUCHI, Tomohiko; MATSUZAKI, Masayuki; YAHIRO, Masanobu. Chiral phase transition in an extended NJL model with higher-order multi-quark interactions. **Physics Letters B**, v. 647, n. 5, p. 446–451, 2007. ISSN 0370-2693.
- KODAMA, Takeshi. Study of bulk properties of QCD matter by the relativistic heavy ion collisions. *Brazilian Journal of Physics*, v. 37, 2b, p. 499–505, 2007.
- LANDAU, Lev Davidovich. On the theory of stars. **Phys. Z. Sowjetunion**, v. 1, n. 285, p. 152, 1932.
- LATTES, C M G; OCCHIALINI, G P S; POWELL, C F. A Determination of the Ratio of the Masses of  $\pi$  and  $\rho$ -Mesons by the Method of Grain-counting. **Proceedings of the Physical Society**, IOP Publishing, v. 61, n. 2, p. 173–183, ago. 1948.
- LATTES, Cesare Mansueto Giulio; OCCHIALINI, Giuseppe PS; POWELL, Cecil Frank. Observations on the tracks of slow mesons in photographic emulsions. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 160, n. 4067, p. 486–492, 1947.
- LATTIMER, James M. A Rapidly Cooling Neutron Star. v. 11, 2018.
- LIU, Lu-Meng; XU, Jun; PENG, Guang-Xiong. Three-dimensional QCD phase diagram in the pNJL model. *arXiv*, 2023.
- LOPES, Luiz L; BIESDORF, Carline; MARQUES, K D; MENEZES, Débora P. Modified MIT Bag Models—part II: QCD phase diagram and hot quark stars. **Physica Scripta**, IOP Publishing, v. 96, n. 6, p. 065302, mar. 2021.
- LOPES, Luiz L; BIESDORF, Carline; MENEZES, Débora P. Modified MIT bag Models—part I: Thermodynamic consistency, stability windows and symmetry group. **Physica Scripta**, IOP Publishing, v. 96, n. 6, p. 065303, mar. 2021. ISSN 1402-4896.
- LOPES, Luiz L.; MENEZES, Débora P. Broken SU(6) symmetry and massive hybrid stars. **Nuclear Physics A**, v. 1009, p. 122171, 2021. ISSN 0375-9474.
- LUGONES, G.; BENVENUTO, O. G. Effect of trapped neutrinos in the hadron matter to quark matter transition. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 58, p. 083001, 8 set. 1998.

MARQUES, Alfredo. Em memória a César Lattes, 2005.

MENEZES, D P; PROVIDÊNCIA, C; MELROSE, D B. Quark stars within relativistic models. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, IOP Publishing, v. 32, n. 8, p. 1081–1095, jun. 2006. ISSN 1361-6471.

MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C. Warm stellar matter with neutrino trapping. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 69, p. 045801, 4 abr. 2004.

MENEZES, Débora Peres. **Universe**, MDPI AG, v. 7, n. 8, p. 267, jul. 2021. ISSN 2218-1997.

NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 122, p. 345–358, 1 abr. 1961.

NE'EMAN, Y. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. **Nuclear Physics**, v. 26, n. 2, p. 222–229, 1961. ISSN 0029-5582.

NINGYANG, Chen. Elementary Particles: A Short History of Some Discoveries in Atomic Physics. Princeton University Press, 1961.

OPPENHEIMER, J. R.; SERBER, Robert. On the Stability of Stellar Neutron Cores. **Physical Review**, v. 54, n. 7, p. 540–540, out. 1938.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On Massive Neutron Cores. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 374–381, 4 fev. 1939.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On Massive Neutron Cores. **Physical Review**, v. 55, n. 4, p. 374–381, fev. 1939.

PENG, G. X.; CHIANG, H. C.; ZOU, B. S.; NING, P. Z.; LUO, S. J. Thermodynamics, strange quark matter, and strange stars. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 62, p. 025801, 2 jun. 2000.

POLITZER, H. David. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 30, p. 1346–1349, 26 jun. 1973.

RAFELSKI, Johann. Connecting QGP-Heavy Ion Physics to the Early Universe. **Nuclear Physics B - Proceedings Supplements**, v. 243, jun. 2013.

RAFELSKI, Johann; BIRRELL, Jeremiah. Traveling Through the Universe: Back in Time to the Quark-Gluon Plasma Era. **Journal of Physics: Conference Series**, IOP Publishing, v. 509, p. 012014, mai. 2014.

RILEY, Thomas E. *et al.* A NICER View of the Massive Pulsar PSR J07406620 Informed by Radio Timing and XMM-Newton Spectroscopy. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. l27, set. 2021.

RODINOV, Evguenii N. The MIT bag model in nuclear and particle physics. Tese dedoutorado da Universidade de Adelaide, 1997.

ROMANI, Roger W; KANDEL, D; FILIPPENKO, Alexei V; BRINK, Thomas G; ZHENG, WeiKang. PSR J0952- 0607: The Fastest and Heaviest Known Galactic Neutron Star. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 934, n. 2, p. l18, 2022.

SCHETTLER, S.; BOECKEL, M. T.; SCHAFFNER-BIELICH, J. DETECTING QUARK MATTER IN THE EARLY UNIVERSE BY GRAVITATIONAL WAVES. **Exploring Fundamental Issues in Nuclear Physics**, WORLD SCIENTIFIC, jan. 2012.

TOLMAN, Richard C. Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 364–373, 4 fev. 1939.

TORRES, J. R.; MENEZES, D. P. Quark matter equation of state and stellar properties. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 101, n. 4, p. 42003, fev. 2013.

TORRES, James Rudnei. EQUAÇÃO DE ESTADO PARA MATÉRIA DE QUARKS E PROPRIEDADES ESTELARES, 2011.

VIEIRA, Cássio Leite. Lattes: Nosso Herói da Era Nuclear. **Física na Escola**, SBF, Sociedade Brasileira de Física, n. 2, 2005.

WATTS, A. Probing the neutron star interior and the Equation of State of cold dense matter with SKA. **ADVANCING ASTROPHYSICS WITH THE SQUARE KILOMETRE ARRAY**, jun. 2014.

WEBER, F. Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics. CRC Press, 2017.

WEBER, F. Strange Quark Matter Inside Neutron Stars, p. 1–24, jan. 2016.

XIA, C. J.; PENG, G. X.; CHEN, S. W.; LU, Z. Y.; XU, J. F. Thermodynamic consistency, quark mass scaling, and properties of strange matter. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 89, n. 10, mai. 2014.

ZIMÁNYI, J; LÉVAI, P; BIRÓ, T S. Properties of quark matter produced in heavy-ion collision. IOP Publishing, v. 31, n. 7, p. 711–718, mai. 2005.

ZWICKY, F. On Collapsed Neutron Stars., v. 88, p. 522–525, nov. 1938.



## APÊNDICE A – FORMALISMO E CONVENÇÕES

As convenções, notações, algumas definições e o desenvolvimento de algumas contas são feitos nesse apêndice.

### A.1 UNIDADES NATURAIS

No sistema de unidades naturais, a constante de planck dividida por dois pi, a velocidade da luz e a constante de gravitação universal são todas iguais a 1

$$\hbar = c = G = 1. \quad \text{A.1.1}$$

Esse sistema é usado porque simplifica as contas, deixa as equações mais limpas e torna a programação mais fácil.

### A.2 FORMALISMO TENSORIAL

O tensor métrico utilizado tem assinatura negativa e é definido como

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{A.2.1}$$

Ele levanta e abaixa índices da seguinte maneira

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu \quad \text{A.2.2}$$

e

$$A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu. \quad \text{A.2.3}$$

As coordenadas contravariantes de um quadri vetor são

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) = (t, \mathbf{r}) \quad \text{A.2.4}$$

As coordenadas covariantes são

$$x_\mu = (x_0, -x_1, -x_2, -x_3) = (t, -x, -y, -z) = (t, -\mathbf{r}) \quad \text{A.2.5}$$

O produto escalar entre dois quadri vetores é

$$D \cdot E = D^\mu E_\mu = D_0 E_0 - \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \quad \text{A.2.6}$$

A derivada contravariante é definida como

$$\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left( \partial_t, -\vec{\nabla} \right). \quad \text{A.2.7}$$

A derivada covariante é definida como

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left( \partial_t, \vec{\nabla} \right). \quad \text{A.2.8}$$

A quadridivergência toma a forma

$$\partial^\mu D_\mu = \partial_t D_0 + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{D} = \partial_0 D_0 + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{D}. \quad \text{A.2.9}$$

O quadrimomento relativístico é definido como

$$p^\mu = (E, \mathbf{p}) \quad \text{A.2.10}$$

e

$$\mathbf{p} = -i \vec{\nabla}. \quad \text{A.2.11}$$

### A.3 INTEGRAL DA DENSIDADE

Uma integral que aparece algumas vezes ao longo do trabalho é

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} = \frac{1}{(2\pi)^3} \underbrace{\int \sin(\theta) d\theta \int d\varphi}_{\Omega=4\pi} \int p^2 dp = \int \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi)^3} = \frac{1}{2\pi^2} \int p^2 dp \quad \text{A.3.1}$$

onde  $\Omega$  é o ângulo sólido.

### A.4 MATRIZES DE PAULI

As matrizes de Pauli são matrizes  $2 \times 2$ , unitárias e que possuem traço nulo

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{A.4.1}$$

Algumas propriedades são

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \mathbf{I}, \quad \text{A.4.2}$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k, \quad \text{A.4.3}$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2i \delta_{ij} \quad \text{A.4.4}$$

### A.5 MATRIZES GAMA

Por vezes nos nossos cálculos aparecem as matrizes  $\gamma$  que são matrizes  $4 \times 4$  definidas como

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{A.5.1}$$

onde  $\sigma_i$  são as matrizes de Pauli. É fácil perceber que

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0 \quad \text{e} \quad (\gamma^i)^\dagger = -\gamma^i \quad \text{A.5.2}$$

Importante ressaltar que

$$\gamma^\mu = (\gamma_0, \vec{\gamma}) \quad \text{e} \quad \gamma_\mu = (\gamma_0, -\vec{\gamma}). \quad \text{A.5.3}$$

Algumas grandezas, definições e desenvolvimentos associados que podem aparecer são:

1. Associado a  $\gamma_0$  pode aparecer a matriz reduzida  $\beta$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{A.5.4}$$

Note que

$$\beta^2 = \mathbf{I} \quad \text{A.5.5}$$

2. O produto  $\gamma_0 \vec{\gamma}$  é dado por

$$\gamma_0 \vec{\gamma} = \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{A.5.6}$$

3. Também vale notar que

$$(\gamma_0)^2 = 1 \quad \text{A.5.7}$$

4. Usaremos que

$$\vec{\alpha}^\dagger \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma}^\dagger \\ \vec{\sigma}^\dagger & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}^\dagger \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}^\dagger \vec{\sigma} \end{pmatrix} = \mathbf{I} \quad \text{A.5.8}$$

5. A definição de  $\bar{\psi}$  é

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \quad \text{A.5.9}$$

6. A matriz  $\gamma^\mu$  transposta e conjugada é

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad \text{A.5.10}$$

Para mostrar essa propriedade nós precisamos retomar A.5.2 para os casos específicos em que  $\mu = 0$  e  $\mu = i$ . Para  $\mu = 0$  temos

$$(\gamma^0)^\dagger = \underbrace{\gamma^0 \gamma^0}_{(\gamma^0)^2=1} \gamma^0 = \gamma^0 \quad \text{A.5.11}$$

que está de acordo com A.5.2. Para o caso em que  $\mu = i$

$$(\gamma^i)^\dagger = \underbrace{\gamma^0 \gamma^i \gamma^0}_{\vec{\alpha}} = \vec{\alpha} \gamma^0 = -\gamma^i \quad \text{A.5.12}$$

que também está de acordo com A.5.2.

## A.6 DEFINIÇÕES

- **Função degrau** ou função de Heaviside é uma função singular e descontínua com valor zero quando o argumento é negativo e valor um quando seu argumento é positivo.

$$\theta(x - x_0) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < x_0 \\ 0 & \text{se } x > x_0 \end{cases} \quad \text{A.6.1}$$

Esta função pode/será apresentada da seguinte maneira

$$\theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = \begin{cases} 1 & \text{se há partículas e antipartículas} \\ 0 & \text{se não há partículas e antipartículas} \end{cases} \quad \text{A.6.2}$$

Ela pode ser definida de várias maneiras e uma delas é na forma do seguinte limite

$$\theta(x - x_0) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{(x+x_0)/k}}. \quad \text{A.6.3}$$

Usaremos a quadri-derivada dessa função que, por ter simetria esférica no caso de uma sacola, fica

$$\partial_\mu \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = (0, \hat{r}) \frac{d}{dr} \theta(\bar{\psi}_q \psi_q) = n_\mu \delta(\bar{\psi}_q \psi_q) \quad \text{A.6.4}$$

onde  $n_\mu$  é o vetor normal à superfície.

- **Função delta de Dirac** é, na verdade, uma distribuição que vale infinito no ponto  $x = 0$  e é nula no restante

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \quad \text{A.6.5}$$

satisfazendo a propriedade

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad \text{A.6.6}$$

## APÊNDICE B – ESTUDO DA CONSTANTE DE SACOLA

A conservação do tensor energia momento é expressa da forma

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0. \quad \text{B.0.1}$$

A forma covariante do tensor dentro da sacola é dada em 3.3.12. Aqui usaremos apenas o tensor energia momento do modelo original porque a contribuição da parte vetorial no tensor energia momento é constante. Por conta disso a derivada da parte vetorial do tensor é nula e, portanto, não faz diferença na equação de conservação do tensor energia momento. Afim de não ter uma notação muito carregada desconsideraremos o índice com relação ao sabor do quark sem prejuízos. Sendo assim o tensor que usaremos é o

$$T_{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + g_{\mu\nu}\mathcal{B} \quad \text{B.0.2}$$

Quando calculamos o tensor energia momento anteriormente consideramos apenas a matéria dentro da sacola. Para compreender como a constante de sacola se relaciona com a pressão necessária para balancear a pressão de degenerescência na superfície da sacola nós precisaremos levar em conta a parte da Lagrangiana que a descreve. A parte do tensor energia momento que diz respeito à superfície da sacola é<sup>1</sup>

$$T_{\mu\nu}^{Sup} = -g^{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} \bar{\psi}\delta_s\psi \right) \quad \text{B.0.3}$$

Sendo assim, o tensor energia momento covariante completo é

$$T_{\mu\nu} = [i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + g_{\mu\nu}\mathcal{B}]\theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\bar{\psi}\delta_s\psi. \quad \text{B.0.4}$$

Na forma contravariante o tensor fica

$$T^{\alpha\beta} = g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}([i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + g_{\mu\nu}\mathcal{B}]\theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\bar{\psi}\delta_s\psi) \quad \text{B.0.5}$$

então

$$T^{\alpha\beta} = [i\bar{\psi}\gamma^\alpha(\partial^\beta\psi) + g^{\alpha\beta}\mathcal{B}]\theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\bar{\psi}\delta_s\psi \quad \text{B.0.6}$$

Renomeando os índices e impondo a condição de conservação

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \{ \partial_\mu (i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi) + g^{\mu\nu}\mathcal{B}) \} \theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + [i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi) + g^{\mu\nu}\mathcal{B}] \partial_\mu \theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + \frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\mu (\bar{\psi}\delta_s\psi)$$

e usando A.6.4 temos que

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = i \{ \partial_\mu \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi) + \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\partial^\nu\psi) \} \theta(\bar{\psi}_q\psi_q) + \{ i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi)n_\mu + n^\nu\mathcal{B} \} \delta_s + \frac{1}{2}\partial^\nu(\bar{\psi}\delta_s\psi) = 0$$

Considerando apenas a superfície da sacola, onde a função  $\theta(\bar{\psi}_q\psi_q) = 0$  e  $\delta_s = 1$

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\nu\psi)n_\mu + n^\nu\mathcal{B} + \frac{1}{2}\partial^\nu(\bar{\psi}\psi) = 0. \quad \text{B.0.7}$$

<sup>1</sup> Aqui calculei o tensor energia momento usando apenas o termo de superfície da lagrangiana.

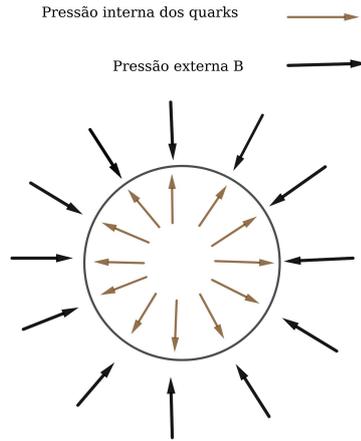


Figura 44 – Balanço de pressão da sacola

Se multiplicarmos essa equação por  $\psi$  pelo lado direito temos

$$i \underbrace{\bar{\psi} \gamma^\mu \psi}_{=0} (\partial^\nu \psi) n_\mu + \left\{ n^\nu \mathcal{B} + \frac{1}{2} \partial^\nu (\bar{\psi} \psi) \right\} \psi = 0 \quad \text{B.0.8}$$

onde o termo nulo é a corrente de cor dada por 3.2.26. Como  $\psi \neq 0$ ,

$$n^\nu \mathcal{B} + \frac{1}{2} \partial^\nu (\bar{\psi} \psi) = 0. \quad \text{B.0.9}$$

Multiplicando por  $n_\mu$  dos dois lados e usando o fato de que  $n^\mu n_\mu = 1$  temos que

$$\mathcal{B} = -\frac{1}{2} n_\nu \partial^\nu (\bar{\psi} \psi) \text{ na superfície da sacola} \quad \text{B.0.10}$$

Em (BHADURI; BHADURI, 1988)<sup>2</sup> é demonstrado que a pressão para fora exercida por uma partícula em uma cavidade esférica infinitamente profunda é

$$P = -\frac{1}{2} \frac{d}{dr} (\bar{\psi} \psi) \text{ na superfície da sacola.} \quad \text{B.0.11}$$

Se considerarmos a sacola aproximadamente esférica temos que  $n_\nu \partial^\nu = \frac{d}{dr}$ . Com isso podemos identificar

$$\mathcal{B} = -\frac{1}{2} \frac{d}{dr} (\bar{\psi} \psi) \text{ na superfície da sacola.} \quad \text{B.0.12}$$

Isso significa que  $\mathcal{B} = P$ , ou seja, a constante de sacola é igual à pressão na superfície da sacola. Isso significa que a pressão de degenerescência dos quarks no sentido 'para fora' da sacola é balanceada pela pressão expressa na forma da constante de sacola no sentido 'para dentro' dela. Esse balanço de pressão pode ser visualizado na figura 44.

<sup>2</sup> Capítulo 2 seção 5.

## APÊNDICE C – DENSIDADE HAMILTONIANA E AUTOVALORES DE ENERGIA

Para encontrarmos a densidade hamiltoniana do **gás relativístico de férmions livres**, matéria que temos dentro da sacola no **modelo original**, usaremos a equação

$$\mathcal{H} = \pi \dot{\psi} - \mathcal{L} \quad \text{C.0.1}$$

onde

$$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}},$$

$$\dot{\psi} = \partial_0 \psi$$

e a lagrangiana usada será a que descreve a matéria dentro da sacola, ou seja, a lagrangiana dada por 3.2.1. Aqui vamos suprimir o índice  $q$  para que a notação fique menos carregada. Podemos reescrever a Lagrangiana de modo a facilitar as operações que precisam ser feitas da seguinte maneira<sup>1</sup>

$$\mathcal{L} = \psi^\dagger (i\partial_0 - \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \gamma^0 m) \psi. \quad \text{C.0.2}$$

Usando essa forma para a Lagrangiana temos

$$\pi = i\psi^\dagger, \quad \text{C.0.3}$$

então

$$\pi \dot{\psi} = \psi^\dagger i\partial_0 \psi. \quad \text{C.0.4}$$

Agora podemos calcular o Hamiltoniano

$$\mathcal{H} = \cancel{\psi^\dagger i\partial_0 \psi} - \psi^\dagger (i\cancel{\partial_0} - \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \gamma^0 m) \psi, \quad \text{C.0.5}$$

ou seja,

$$\mathcal{H} = \psi^\dagger (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m) \psi. \quad \text{C.0.6}$$

Reescrevendo também a equação de Dirac temos que

$$(i\partial_0 - \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \gamma^0 m) \psi = 0. \quad \text{C.0.7}$$

Assim como a derivada espacial está relacionada com o momento, a derivada temporal está relacionada com a energia  $\epsilon$ , sendo assim

$$(\epsilon - \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \gamma^0 m) \psi = 0, \quad \text{C.0.8}$$

reconhecendo o hamiltoniano temos a equação de autovalores

$$\epsilon \psi = (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma^0 m) \psi, \quad \text{C.0.9}$$

<sup>1</sup> Aqui usamos A.5.9, A.5.7, A.2.9, A.5.6 e A.2.11

que é o mesmo que

$$\epsilon^2 \psi = (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma^0 m)^2 \psi. \quad \text{C.0.10}$$

Como agora os dois coeficientes são escalares, podemos igualá-los. Não levamos em conta os termos cruzados pois não aparecem na equação de Dirac (DÉBORA PERES MENEZES KAUAN DALFOVO MARQUES, 2022). Com isso temos<sup>2</sup>

$$\epsilon^2 \psi = (p^2 + m^2) \psi, \quad \text{C.0.11}$$

finalmente

$$\epsilon(p) = \sqrt{p^2 + m^2}. \quad \text{C.0.12}$$

Recuperando a notação,

$$\epsilon_q(p) = \sqrt{p_q^2 + m_q^2}. \quad \text{C.0.13}$$

## C.1 MODELO VETORIAL

Escrevendo 3.2.15 de maneira mais extensa

$$[\gamma_0(i\partial_0 - g_{qq}V V_0) + i\vec{\gamma}\vec{\nabla} - m_q]\psi_q = 0, \quad \text{C.1.1}$$

multiplicando por  $\gamma^0$  pela esquerda e rearrumando temos

$$(i\partial_0 - g_{qq}V V_0)\psi_q = (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m)\psi_q. \quad \text{C.1.2}$$

Reconhecendo o hamiltoniano C.0.6 percebemos que, no modelo vetorial, aparece um termo de potencial na energia e podemos reescrever a equação de autovalores da forma

$$\epsilon_q^* \psi_q = (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m)\psi_q. \quad \text{C.1.3}$$

A fim de termos dois termos escalares para comparar podemos fazer o mesmo que na sessão anterior elevando os coeficientes ao quadrado

$$(\epsilon_q^*)^2 \psi_q = (\vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m)^2 \psi_q. \quad \text{C.1.4}$$

Assim como em C.0.10 temos que

$$\epsilon_q^* = \sqrt{p^2 + m^2}. \quad \text{C.1.5}$$

Com isso o autovalor de energia para a matéria de quarks do modelo vetorial de sacola do MIT é

$$\epsilon_q = \sqrt{p^2 + m^2} + g_{qq}V V_0. \quad \text{C.1.6}$$

<sup>2</sup> Aqui usamos A.5.8 e A.5.7