

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Aline Santos Begnini

**DIMENSIONAMENTO DAS LAJES DE UMA EDIFICAÇÃO MULTIFAMILIAR EM  
CONCRETO ARMADO COM O EMPREGO DE BARRAS DE FIBRA DE BASALTO  
(BFRP)**

Florianópolis

2023

Aline Santos Begnini

**DIMENSIONAMENTO DAS LAJES DE UMA EDIFICAÇÃO MULTIFAMILIAR EM  
CONCRETO ARMADO COM O EMPREGO DE BARRAS DE FIBRA DE BASALTO  
(BFRP)**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof.Lourenço Panosso Perlin, Dr.

Florianópolis

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Begnini, Aline Santos  
DIMENSIONAMENTO DAS LAJES DE UMA EDIFICAÇÃO MULTIFAMILIAR EM  
CONCRETO ARMADO COM O EMPREGO DE BARRAS DE FIBRA DE BASALTO  
(BFRP) / Aline Santos Begnini ; orientador, Lourenço Panosso  
Perlin, 2023.  
183 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade  
Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em  
Engenharia Civil, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Estruturas de concreto armado. 3.  
FRPs. 4. BFRP. 5. Lajes. I. Perlin, Lourenço Panosso. II.  
Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia  
Civil. III. Título.

Aline Santos Begnini

**DIMENSIONAMENTO DAS LAJES DE UMA EDIFICAÇÃO MULTIFAMILIAR EM  
CONCRETO ARMADO COM O EMPREGO DE BARRAS DE FIBRA DE BASALTO  
(BFRP)**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 27 de junho de 2023

---

Prof.<sup>a</sup> Liane Ramos da Silva  
Coordenadora de Curso

**Banca examinadora**

---

Prof. Lourenço Panosso Perlin, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Tiago Morkis, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus por tantas oportunidades de crescimento profissional e pessoal durante os anos de graduação e pela realização do sonho de me tornar Engenheira Civil.

Agradeço ao meu parceiro de vida, Joabe, por estar sempre ao meu lado, por acreditar mais em mim que eu mesma e ser meu porto seguro.

Agradeço a minha família pelo incentivo e compreensão. Ao meu pai por me ensinar a batalhar pelos meus objetivos. A minha mãe por me incentivar a trilhar meu próprio caminho com coragem e determinação. A minha irmã por tornar a vida mais leve e ser meu ponto de apoio.

Agradeço aos meus orientadores, professor Lourenço Panosso Perlin e a professora Daiane Brisotto, por me auxiliarem nesse último desafio da graduação.

## RESUMO

As barras de polímeros reforçadas com fibras (FRPs, Fiber Reinforced Polymers) surgiram como alternativa promissora ao aço para reforço de estruturas de concreto, devido sua alta resistência a tração, baixo peso específico, não condutividade térmica e magnética e resistência a corrosão. Este estudo apresenta as propriedades das FRPs e realiza o dimensionamento das lajes maciças de uma edificação residencial multifamiliar, inicialmente com as armaduras de reforço aço (NBR 6118, 2014) e após com armaduras de reforço em BFRP (Barras de polímeros reforçadas com fibra de basalto), conforme a ACI 440.1R (2015), com o objetivo de avaliar a aplicabilidade das BFRPs como reforço em estruturas de concreto em comparação ao reforço em armadura metálica. Foi possível concluir que as lajes armadas com BFRP atenderam aos critérios do estado limite último de flexão e cisalhamento, bem como o estado limite de serviço de fissuração e deflexão, pelo modo de ruptura por rompimento da barra, porém apresentam resultados para a área de armadura superior as lajes armadas com aço, devido principalmente ao conservadorismo da ACI 440.1R (2015) na determinação dos limites de utilização das FRPs. Deste modo, as lajes armadas com BFRP apresentam custo inicial superior para aplicação em lajes de concreto armado de edifícios, entretanto sua aplicação é justificada para ambientes susceptíveis a corrosão devido ao aumento da vida útil e economia em custos de manutenção das estruturas.

**Palavras-chave: Estruturas de concreto armado; Lajes; FRPs; BFRP; Aço;**

## **ABSTRACT**

Fiber-reinforced polymer bars have emerged as a promising alternative to steel for reinforcing concrete structures, due to their high tensile strength, stiffness, low specific weight, non-thermal and magnetic conductivity and corrosion resistance. This present work presents the properties of FRPs and performs the dimensioning of the solid slabs of a multifamily residential building, initially with steel reinforcement (NBR 6118, 2014) and later with reinforcement in BFRP (basalt fiber reinforcement polymer bars), according to ACI 440.1R (2015), with the objective of evaluating the applicability of BFRPs as reinforcement in concrete structures compared to reinforcement in metallic reinforcement. It was possible to conclude that the slabs reinforced with BFRP met the criteria of the ultimate limit state of bending and shearing, as well as the service limit state of cracking and deflection, by the mode of failure by breaking the bar, but they present results for the reinforcement area higher than slabs reinforced with steel, mainly due to the conservatism of ACI 440.1R (2015) in determining the limits of use of FRPs. Thus, slabs reinforced with BFRP have a higher initial cost for application in reinforced concrete slabs of buildings, however its application is justified for environments susceptible to corrosion due to the increase in useful life and savings in maintenance costs of structures.

**Keywords: Reinforced Concrete Structure; Slabs; FRPs; BFRP; Steel;**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Consumo dos principais materiais de construção nos anos de 2016, 2017, 2018 e 2019 .....	17
Figura 2 - Materiais constituintes barras FRP .....	24
Figura 3 - Processo de pultrusão, fabricação das FRPs .....	30
Figura 4 - Tipos de acabamento superficial das barras FRP .....	30
Figura 5 - Passarela em concreto armado com FRP, projeto Eurocrete .....	39
Figura 6 - Metrô com sistema de levitação magnética localizado no Japão .....	39
Figura 7 - Muro de contenção em área marítima com armadura em GFRP .....	39
Figura 8 - Ponte Joffre, utiliza armadura CFRP, localizada em Quebec, Canadá .....	40
Figura 9 - Piso industrial com aplicação de malha GFRP, Curitiba/PR .....	40
Figura 10 - Laje maciça de concreto armado com GFRP, Curitiba/PR.....	41
Figura 11 - Construção de casa, utilizando GFRP para armação longitudinal de vigas e lajes, Curitiba/PR .....	41
Figura 12 - Intervalos de fator de redução em função da taxa de armadura, por tipo de ruptura	46
Figura 13 - Diagrama equivalente para a ruína por rompimento da barra de FRP .....	47
Figura 14 - Diagramas equivalentes para a ruptura por esmagamento do concreto .....	48
Figura 15 - Diagrama equivalente para a ruptura balanceada.....	51
Figura 16 - Planta baixa pavimento tipo .....	68
Figura 17 - Planta baixa apartamento tipo .....	69
Figura 18 - Localização do terreno de implantação.....	69
Figura 19 - Planta de fôrmas pavimento tipo.....	70
Figura 20 - Planta de fôrmas apartamento tipo e circulação .....	71
Figura 21 - Condições de apoio das lajes .....	75
Figura 22 – Carga de alvenaria sobre laje unidirecional segundo o menor vão (L4) .....	78
Figura 23 - Classificação das possíveis combinações de apoio para lajes bidirecionais .....	82
Figura 24 – Representação dos momentos fletores calculados .....	84
Figura 25: Compatibilização dos momentos negativos .....	85
Figura 26 – Representação dos momentos fletores atuantes nas lajes armadas com aço .....	88
Figura 27 - Comprimento das armaduras negativas .....	100
Figura 28: Comprimento das armaduras negativa de borda.....	100
Figura 29 - Croqui armaduras positivas de aço da laje L1 .....	103
Figura 30 - Croqui armaduras negativas de aço laje L1 .....	106



Figura 31 - Área de influência para cálculo das reações de apoio pelo método das charneiras plásticas.....	110
Figura 32 - Área de influência pelo método das linhas de ruptura.....	111
Figura 33 – Representação dos momentos fletores lajes armadas com BFRP .....	128
Figura 34 - Comprimento das armaduras positivas das lajes BFRP.....	143
Figura 35 - Comprimento das armaduras de retração e temperatura.....	143
Figura 36 - Comprimento armadura negativa de vão intermediário.....	144
Figura 37 - Comprimento das armaduras negativas de borda.....	145
Figura 38 – Croqui da armadura positiva e de retração e temperatura laje L1 .....	148
Figura 39 - Croqui armadura negativa entre as lajes L1-L5 e L1-L6 e armaduras negativas de borda da laje L1 .....	153
Figura 40: Consumo de concreto para os dois dimensionamentos. ....	167
Figura 41 - Planta de fôrmas pavimento tipo.....	178
Figura 42 - Planta de fôrmas apartamento tipo .....	179
Figura 43: Planta de armadura positiva e de distribuição das lajes armadas com aço.....	180
Figura 44 - Planta de armadura negativa e de borda das lajes armadas com aço .....	181
Figura 45 - Planta de armadura de flexão positiva e retração e temperatura das lajes armadas com BFRP .....	182
Figura 46 - Planta de armadura de flexão negativa das lajes armadas com BFRP .....	183

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades das matrizes poliméricas.....	24
Tabela 2 - Propriedades típicas das fibras para compósitos de FRP. ....	26
Tabela 3 - Diâmetros nominais de fabricação .....	31
Tabela 4 - Massa específica $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) das barras FRP .....	32
Tabela 5 - Coeficiente de expansão térmica $\alpha_f$ das barras FRP .....	33
Tabela 6 - Propriedades mecânicas das FRPs e aço.....	34
Tabela 7 - Fator de correção ambiental para FRP sob diferentes condições de exposição .....	45
Tabela 8 - Limite de abertura de fissuras para o concreto armado com FRP .....	59
Tabela 9 - Coeficiente K para cálculo da deflexão imediata das lajes BFRP .....	64
Tabela 10 - Limite de deflexões máximas por tipo de estrutura .....	66
Tabela 11 - Igualdade entre lajes devido à simetria de projeto .....	71
Tabela 12 - Cobrimentos nominais por classe de agressividade ambiental .....	72
Tabela 13 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto .....	72
Tabela 14 - Espessura h das lajes armadas com aço.....	74
Tabela 15 - Cálculo dos vãos livres e de cálculo das lajes armadas com aço.....	77
Tabela 16 - Carregamento permanente das lajes armadas com aço .....	79
Tabela 17 - Cálculo das combinações das ações no estado limite último das lajes armadas com aço.....	80
Tabela 18 - Momentos fletores para lajes unidirecionais.....	81
Tabela 19 - Cálculo dos momentos fletores das lajes unidirecionais.....	82
Tabela 20 - Coeficientes para cálculo dos momentos máximos em lajes retangulares, bidirecionais e uniformemente carregadas (casos 2 e 4) para as lajes L3 e L11.....	83
Tabela 21 – Cálculo dos momentos fletores lajes bidirecionais .....	84
Tabela 22 - Cálculo dos momentos fletores negativos compatibilizados .....	86
Tabela 23 – Cálculo dos momentos fletores positivos corrigidos .....	87
Tabela 24 - Momentos fletores das lajes armadas com aço no ELU.....	88
Tabela 25 - Armadura positiva principal das lajes armadas com aço .....	95
Tabela 26 – Armadura de distribuição das lajes unidirecionais armadas com aço .....	96
Tabela 27 – Armadura negativa das lajes armadas com aço .....	96
Tabela 28 - Detalhamento armadura positiva principais das lajes armadas com aço.....	106
Tabela 29 - Detalhamento armadura positivas de distribuição lajes unidirecionais armadas com aço.....	107

Tabela 30 - Detalhamento armaduras negativas.....	107
Tabela 31 - Detalhamento armadura negativa de borda .....	107
Tabela 32: Reações de apoio nas lajes armadas com aço .....	113
Tabela 33 - Verificação do cisalhamento no ELU das lajes armadas com aço.....	113
Tabela 34: Combinação quase permanente de ações no ELS.....	114
Tabela 35 - Verificação de fissuração das lajes armadas com aço .....	116
Tabela 36 - Flechas imediatas das lajes unidirecionais por condição de apoio .....	117
Tabela 37 - Coeficiente $\alpha$ de cálculo de flecha imediata para lajes retangulares bidirecionais e uniformemente carregadas (casos 2 e 4) para as lajes L3 e L11 .....	118
Tabela 38 - Cálculo das flechas e verificação dos limites sensoriais.....	122
Tabela 39: Cobrimento dos elementos de concreto armado moldados in loco.....	124
Tabela 40 - Espessura mínima lajes maciças unidirecionais.....	124
Tabela 41 - Espessura mínima das lajes bidirecionais.....	125
Tabela 42 – Espessura das lajes armadas com BFRP .....	125
Tabela 43 – Carregamento permanente e acidental das lajes armadas com BFRP .....	126
Tabela 44 – Cálculo das combinações de ações no estado limite último para as lajes armadas com BFRP .....	127
Tabela 45 - Momentos fletores das lajes armadas com BFRP no ELU .....	127
Tabela 46 - Armaduras positivas das lajes armadas com BFRP .....	137
Tabela 47 - Armaduras negativas lajes armadas com BFRP .....	137
Tabela 48 - Armaduras negativa de borda das lajes armadas com BFRP .....	138
Tabela 49 - Cálculo das armaduras de retração e temperatura das lajes BFRP .....	138
Tabela 50 - Detalhamento armaduras positivas das lajes armadas com BFRP .....	153
Tabela 51 - Detalhamento armaduras de retração e temperatura das lajes armadas com BFRP .....	153
Tabela 52 - Detalhamento armaduras negativas de vãos intermediários das lajes armadas com BFRP .....	154
Tabela 53 - Detalhamento armadura negativa de borda das lajes armadas com BFRP.....	154
Tabela 54 - Esforço cortante máximo nas lajes armadas com BFRP .....	157
Tabela 55 – Verificação ao cisalhamento das lajes armadas com BFRP .....	157
Tabela 56 - Momentos fletores das lajes armadas com BFRP no ELS .....	158
Tabela 57 - Verificação da fissuração das lajes armadas com BFRP (momento positivo) .....	161
Tabela 58 - Verificação da fissuração das lajes armadas com BFRP (momento negativo) .....	161

Tabela 59 - Cálculos do momento máximo e momento de fissuração das lajes armadas com BFRP .....	164
Tabela 60 - Cálculo das deflexões e verificação dos limites lajes armadas com BFRP.....	165
Tabela 61 – Comparação entre as áreas de armaduras positivas principais.....	168
Tabela 62 - Comparação entre as áreas de armadura de retração e temperatura (BFRP) com a de distribuição (aço).....	168
Tabela 63 - Comparação entre as áreas de armaduras negativas .....	169
Tabela 64 - Resumo das armaduras positivas principais .....	170
Tabela 65 - Resumo das armaduras de retração e temperatura e armaduras de distribuição.	171
Tabela 66 - Resumo das armaduras negativas.....	171
Tabela 67 - Estimativa de custo das armaduras .....	172

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	16
1.2 JUSTIFICATIVA .....	18
1.3 OBJETIVOS .....	19
1.3.1 Geral.....	19
1.3.2 Específicos .....	19
1.3 ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA .....	20
1.4 LIMITAÇÃO DA PESQUISA .....	20
2 BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADAS COM FIBRAS.....	22
2.1 HISTÓRICO .....	22
2.2 MATERIAIS.....	23
2.2.1 Matriz Polimérica .....	24
2.2.2 Fibras.....	25
2.3 PROCESSO DE FABRICAÇÃO .....	29
2.4 PROPRIEDADES DAS BARRAS DE FRP .....	31
2.4.1 Massa Específica.....	31
2.4.2 Coeficiente de expansão térmica .....	32
2.4.3 Resistência a Tração e Módulo de Elasticidade .....	33
2.4.4 Resistência à compressão .....	35
2.5 DURABILIDADE.....	35
2.5.1 Exposição à altas temperaturas e ao fogo .....	36
2.5.2 Umidade .....	36
2.5.3 Raios ultravioleta .....	37
2.5.4 Ambiente alcalino.....	37
2.5.5 Íons cloretos .....	37

2.6 APLICAÇÕES DAS BARRAS DE FRP .....	38
3 PRESCRIÇÕES DO ACI 440.1R (2015) .....	42
3.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO – ELU .....	42
3.1.1 Flexão .....	42
3.1.2 Cisalhamento .....	53
3.2 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO – ELS .....	58
3.2.1 Fissuração .....	59
3.2.2 Deflexão .....	61
4 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES .....	67
4.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO .....	67
4.2 DIMENSIONAMENTO COM BARRAS DE AÇO .....	72
4.2.1 Propriedades dos materiais .....	72
4.2.2 Pré-dimensionamento .....	73
4.2.3 Carregamentos .....	77
4.2.4 Estado Limite Último - Flexão .....	80
4.2.5 Estado Limite Último – Cisalhamento .....	108
4.2.6 Estado Limite De Serviço .....	114
4.3 DIMENSIONAMENTO COM BARRAS DE BFRP .....	123
4.3.1 Propriedades dos materiais .....	123
4.3.2 Pré-dimensionamento .....	124
4.3.3 Carregamentos .....	126
4.3.4 Estado Limite Último – Flexão .....	127
4.3.5 Estado Limite Último – Cisalhamento .....	154
4.3.6 Estado Limite De Serviço .....	158
5. RESULTADOS .....	166
6. CONCLUSÃO .....	173
6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	173

REFERÊNCIAS .....	174
APÊNDICE A .....	178
APÊNDICE B .....	180
APÊNDICE C .....	182

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A construção civil é uma indústria em constante processo de inovação. Isto se deve a necessidade de otimização de tempo, racionalização de matérias primas e custos de produção. Além disso, outro fator que impulsiona a busca por inovações é o uso demasiado de recursos naturais finitos. As obras de engenharia são responsáveis, em escala global, pelo consumo de 50% dos recursos naturais e de 40% da energia produzida, influenciando significativamente a disponibilidade de matéria prima e os custos associados (LIRA et al, 2013).

Um dos materiais mais consumidos na indústria da construção é o aço, sendo uma das suas principais aplicações o uso como armaduras para estruturas de concreto armado (Figura 1). No início do século passado o uso combinado de concreto e aço em elementos estruturais em substituição ao concreto simples agregou as características de ductilidade e resistência à flexão às estruturas (GIONGO, 2007). Entretanto, ao longo do tempo, verificou-se um aumento dos custos associados à reparação e manutenção das estruturas de concreto armado, principalmente em ambientes mais susceptíveis à corrosão, devido à característica oxidante do aço quando exposto a íons cloreto e sulfatos (ANDRADE, 2001).



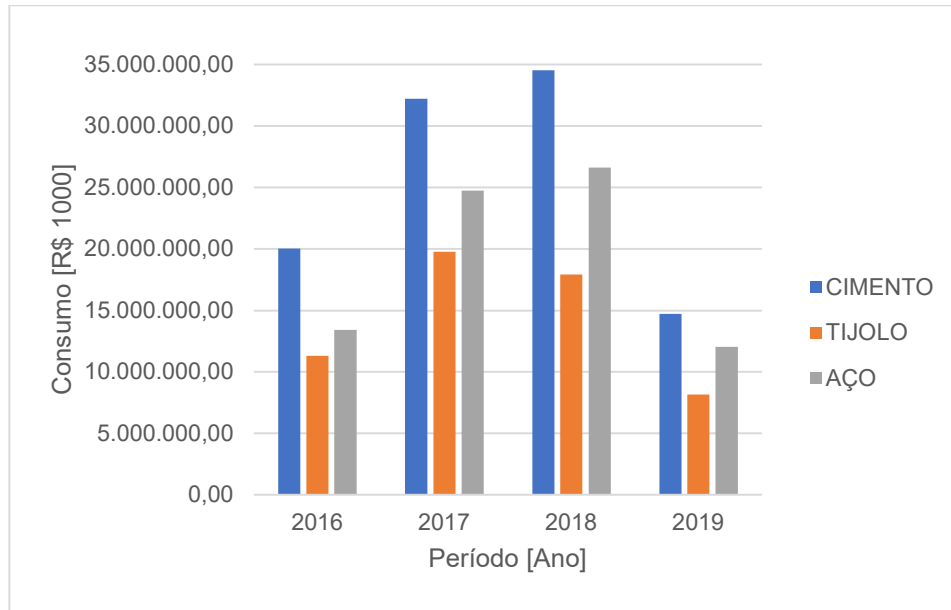


Figura 1 - Consumo dos principais materiais de construção nos anos de 2016, 2017, 2018 e 2019

Fonte: Adaptado de IBGE (2022)

Outro agravante, relacionado ao uso de aço em larga escala nas obras de engenharia, é o fato que seus materiais constituintes (ferro e carbono) são recursos naturais finitos, com alto custo de exploração e produção. Devido ao aumento da demanda mundial, e o consequente esgotamento das reservas de minério de ferro com baixo teor de contaminantes, os processos de lavra e beneficiamento têm se tornado cada vez mais tecnológicos, com elevado consumo energético e impacto ambiental (POLICARPO, 2012).

Este cenário teve um efeito impulsionador no desenvolvimento de novos materiais, com propriedades mais interessantes e menor custo, menos susceptíveis aos efeitos dos agentes agressivos e com menor necessidade de manutenção, destacando-se a utilização de polímeros reforçados com fibras (FRP, do inglês “Fiber Reinforced Polymer”) como alternativa ao uso do aço nas estruturas de concreto armado. De acordo com o ACI 440.1R (2015), em comparação ao aço, os FRPs apresentam como principais vantagens: (i) elevada resistência mecânica à tração; (ii) elevada resistência à corrosão; (iii) maior facilidade de transporte e aplicação devido à maior leveza; e (iv) não condutividade magnética, elétrica e térmica.

As barras de FRP podem ser constituídas por diferentes tipos de fibras: vidro (GFRP), carbono (CFRP), aramida (AFRP), sendo atualmente as barras de fibras de vidro as mais utilizadas em armadura para reforço de concreto. Recentemente, as barras de polímeros reforçadas com fibras de basalto (BFRP) surgiram como uma alternativa promissora aos FRPs convencionais, com potencial para fornecer benefícios comparáveis ou superiores aos outros tipos de FRPs (El REFAI et al., 2015). As barras de BFRP apresentam grande potencial de consolidação no mercado nacional, principalmente devido a vasta disponibilidade de matéria prima e por possuir um processo produtivo simplificado, resultando em considerável redução de consumo energético em comparação às barras de aço. Além disso, apresentam menor peso específico e propriedades mecânicas e químicas superiores às barras de GFRP, mais comumente encontradas no mercado, com melhor relação custo-desempenho (PALMIERI et al. 2009).

## 1.2 JUSTIFICATIVA

No Brasil ainda são poucos os estudos sobre as barras de FRP (BRISOTTO et al, 2018; MAZZÚ et al, 2020; Dalfré, 2021), motivo pelo qual ainda não existe norma técnica específica referente à utilização dessas barras. A norma de referência para as estruturas de concreto armado no país, a NBR 6118 (2014), dispõe somente sobre estruturas de concreto reforçadas com aço e não é aplicável para projetos de estruturas armadas com FRPs devido às diferentes propriedades dos materiais, principalmente pelo baixo módulo de elasticidade e comportamento frágil das FRPs (MAZZÚ et al, 2020).

Visando o suprimento dessa ausência normativa, no ano de 2015, foi constituído pela Associação brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural (ABECE) o Comitê CT 303 - IBRACON/ABECE para desenvolvimento de estudos sobre armaduras não-metálicas, evento que marcou o avanço dos estudos no âmbito nacional. Em dezembro de 2021, o Comitê CT 303 publicou a Prática Recomendada: Projeto de Estruturas de Concreto Armado com Barras de Polímero Reforçado com Fibras (FRP). Essa publicação trás as recomendações das normas internacionais (ACI 440 1R, 2015; CAN/CSA S806-

12, 2012) de forma adaptada à realidade brasileira, considerando as recomendações da NBR 6118, NBR 8953 e NBR 16935.

Deste modo, considerando o avanço dos demais países e a ampla gama de benefícios envolvidas no emprego das FRPs em estruturas de concreto armado, é evidente a necessidade de desenvolvimento de mais estudos sobre metodologias de ensaios, propriedades dos materiais e análise do comportamento das estruturas, de modo a viabilizar o uso das barras em larga escala na indústria da construção civil brasileira.

Diante do exposto, este trabalho visa aplicar as BFRP no dimensionamento das lajes de uma edificação residencial multifamiliar, bem como o dimensionamento das mesmas lajes utilizando aço como reforço. Para tal, serão seguidas as recomendações da norma americana ACI 440.1R (2015) quando do emprego das barras de BFRP e a NBR 6118 (2014) para o dimensionamento com o emprego das armaduras de aço. A escolha da norma americana se deve ao fato de ainda não existir no Brasil uma normativa que trata do emprego de barras não-metálicas, e pelo fato do trabalho já estar em andamento quando da publicação da Prática Recomendada CT 303 (2021).

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Geral

Realizar o dimensionamento das lajes de uma edificação residencial multifamiliar em concreto armado com o emprego de armadura de barras de fibra de basalto (BFRP).

### 1.3.2 Específicos

- Obter informações sobre as principais características e propriedades das barras de FRP, processo produtivo e aplicabilidade;
- Realizar um comparativo entre os resultados obtidos com o dimensionamento das lajes maciças armadas com barras BFRP e o dimensionamento das mesmas lajes armadas com aço.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho está estruturado em seis capítulos. O primeiro apresenta a introdução, justificativa do trabalho, os objetivos gerais e específicos, a organização e, por fim, a delimitação da pesquisa.

O segundo capítulo trata-se da revisão bibliográfica, onde são apresentadas as principais características e propriedades das barras de FRP, com foco nas barras de fibra de basalto (BFRP).

No terceiro capítulo é descrita a metodologia utilizada para o dimensionamento de elementos sujeitos a flexão simples em concreto armado com o emprego de barras de polímeros reforçadas com fibras, de acordo com os procedimentos da ACI 440.1R (2015).

O quarto capítulo apresenta a caracterização do projeto e o desenvolvimento dos cálculos de dimensionamentos das lajes maciças quanto a flexão e cisalhamento nos estados limite último e de serviço, primeiramente para as estruturas de concreto armadas com aço e após para as estruturas armadas as BFRPs.

O quinto capítulo apresenta os resultados e comparações entre os dimensionamentos, a fim de verificar a aplicabilidade das barras de polímero reforçadas com fibras de basalto, bem com as condições e decisões de projeto.

O sexto capítulo apresenta a conclusão do presente trabalho e sugestões para estudos posteriores. Após são apresentados as referências bibliográficas e os Apêndices A, B e C.

### 1.4 LIMITAÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho apresenta limitações com relação ao método empregado e deve ser entendido com o devido cuidado pelo leitor. Uma vez que, na época da elaboração deste trabalho, não havia uma norma brasileira para dimensionamento de concreto armado com barras de FRP, optou-se pelo uso concomitante da NBR6118:2014, para o dimensionamento das estruturas de concreto armado com aço, com a ACI 440 1R, para o dimensionamento das estruturas de concreto armado com barras de FRP. Este uso conjunto de normas de diferentes origens não é indicado, pois mistura diferentes

coeficientes de segurança proveniente de diferentes famílias normativas. Portanto o uso dos dados deste TCC deve ser efetuado com cuidado e não deve ser utilizado para qualquer aplicação real.

Quando uma norma brasileira for criada para o dimensionamento das estruturas de concreto armado com barras de FRP, recomenda-se que esta pesquisa seja refeita.

## **2 BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADAS COM FIBRAS**

Para melhor entendimento sobre o comportamento das barras de FRP como reforço em estruturas de concreto armado, neste capítulo são apresentados o histórico de uso, processo de fabricação, principais características e propriedades, considerações relativas à durabilidade e principais aplicações.

### **2.1 HISTÓRICO**

O desenvolvimento das barras de polímero reforçadas com fibras (FRP) pode ser atribuído à expansão do uso de materiais compósitos após a Segunda Guerra Mundial, na década de 1940. A alta resistência e o baixo peso específico dos materiais compósitos chamaram a atenção da indústria aeroespacial e de defesa e, durante a Guerra Fria, avanços nessas áreas levaram a um aumento do seu uso. Em que pese sua eficácia comprovada no período da guerra, apenas a partir 1960, os materiais compósitos vieram a ser realmente considerados para o uso como reforço em concreto armado (ACI 440.1R, 2015).

Nos Estados Unidos, com a expansão do sistema rodoviário na década de 50, houve um aumento da necessidade de manutenção das estradas. Como a aplicação de sais de degelo em pontes rodoviárias era uma prática comum, estas estruturas apresentavam um alto grau de corrosão, o que se tornou uma grande preocupação e elevou os custos de manutenção. Como resultado, diversas soluções foram investigadas e o emprego dos compósitos de FRP passou a ser apontado como uma alternativa para resolver os problemas de corrosão em tabuleiros de pontes e outras estruturas localizadas em ambiente marinho. Entretanto, até o final da década de 70, as barras de FRP não estavam disponíveis comercialmente. Assim, somente na década de 80, os Estados Unidos e posteriormente o Japão, Alemanha e a China, começaram a aplicar as FRPs para reforço em estruturas suscetíveis a corrosão por influência marítima, obras de arte especiais em áreas sujeitas a aplicação de sais de degelo, pistas de aeroporto e ambientes com necessidade de isolamento elétrico, entre outros.

Em 1991, o Instituto Americano de Concreto (ACI) fundou o comitê responsável pelos estudos sobre as barras de fibras poliméricas, sendo em 2001 publicada a primeira versão do Código Normativo que trata do dimensionamento de elementos estruturais em concreto armado com barras de FRP (ACI 440 1R, 2001). Em 2015 foi publicada a sua versão mais atual (ACI 440 1R, 2015). No Japão, em 1997, a Sociedade dos Engenheiros Civis Japoneses (JSCE, 1997b) incluiu em suas recomendações de projeto e construção de estruturas em concreto armado o uso de armaduras de FRP. Na Europa, o uso das barras de FRP iniciou-se na Alemanha, em 1986, com a construção de uma ponte rodoviária. Em 2007 foi publicado o relatório técnico FIB Bulletin 40 (2007) apresentando os resultados de diversas pesquisas relativas às principais características e propriedades das barras de FRP, bem como os principais códigos de projetos existentes. Finalmente, em 2010, o emprego de barras de FRP foi incluído na normativa relativa ao dimensionamento de elementos de concreto armado FIB Model Code (2010). No Canadá, em 2002, foi lançada a primeira versão da normativa referente ao dimensionamento e construção de edificações em concreto armado com barras de FRP (CAN/CSA-S806, 2002). Em 2012 foi publicada a mais recente versão da referida norma, a qual foi revisada em 2017 (CAN/CSA-S806 -12, R2017). No cenário nacional, os avanços em relação a elaboração de uma norma técnica, ainda são tímidos, limitando-se atualmente, ao documento Prática Recomendada CT 303 (2021).

## 2.2 MATERIAIS

A barras FRP são constituídas por fibras contínuas com elevada resistência e rigidez, produzidas em processo industrial, geralmente pultrusão, impregnadas com matriz polimérica e acabamento superficial (TAVARES, 2006), como indicado na Figura 2.

As fibras constituem a espinha dorsal e conferem as características mecânicas de resistência e rigidez das barras, enquanto a matriz polimérica une as fibras, protege a superfície contra danos, assegura a resistência à corrosão e influência no mecanismo de distribuição de tensões internas na barra, em relação ao acabamento superficial, sua

finalidade é a de melhorar a aderência entre as barras FRP e o concreto (FIB Bulletin 40, 2007).

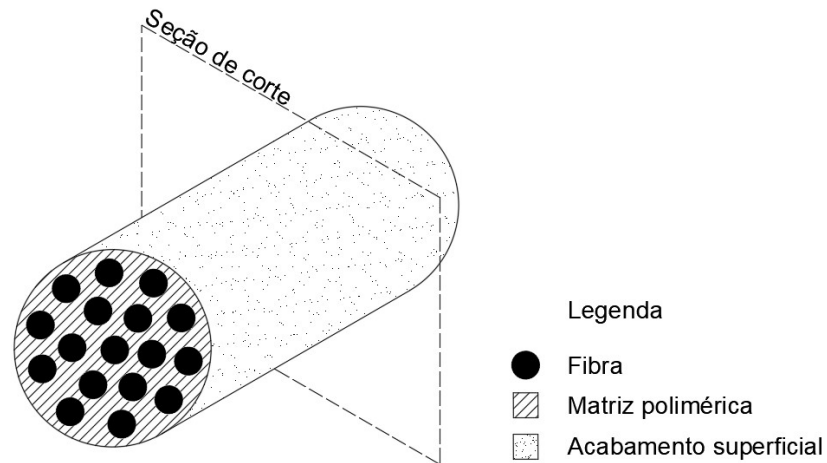


Figura 2 - Materiais constituintes barras FRP

Fonte: Autora

### 2.2.1 Matriz Polimérica

Segundo Uomoto (2002), as matrizes mais utilizadas no processo de fabricação dos compósitos de FRP são as resinas termo estáticas (poliéster, epóxi e vinil éster). Algumas propriedades de matrizes utilizadas na fabricação dos compósitos de FRP são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades das matrizes poliméricas

Propriedades	Matriz		
	Poliéster	Epóxi	Éster Vinílica
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	1200-1400	1200-1400	1150-1350
Resistência à tração (MPa)	34,5-104	55-130	73-81
Módulo longitudinal (GPa)	2,1-3,45	2,75-4,1	3,0-3,5
Coefficiente de Poisson	0,35-0,39	0,38-0,4	0,36-0,39
Coefficiente de expansão térmica (10 <sup>-6</sup> /°C)	55-100	45-65	50-75
Conteúdo da mistura (%)	0,15-0,6	0,08-0,15	0,24-0,3

Fonte: FIB 9.3 TG (2003)



Conforme a ACI 440.1R (2015), a principal resina utilizada para a fabricação dos compósitos de FRP é a resina de poliéster. Uma das principais vantagens desta resina é que se encontram na forma de líquidos com baixa viscosidade. Porém, segundo FIB Bulletin 40 (2007), esta resina possui como grande desvantagem a alta contração volumétrica.

Em relação à resina epóxi, esta apresenta elevadas propriedades mecânicas, fácil processamento, baixo encolhimento durante a cura e boa adesão a uma ampla variedade de fibras. Os epóxios apresentam alta resistência à corrosão e são menos afetados pela água e pelo calor do que outras matrizes poliméricas. Entretanto, apesar de todas essas vantagens, possuem um alto custo em comparação com as outras resinas, além de seu tempo de cura ser mais elevado (FIB bulletin 40, 2007).

Dentre as resinas termo estáticas, resina éster vinílica é considerada a mais flexível e com maior resistência à fratura. Possui boa resistência à umidade e boa adesão, sendo as suas propriedades uma combinação de resinas epóxios e de poliéster, tornando-as a escolha preferida para a fabricação de barras de fibra de vidro. Porém, seu encolhimento volumétrico é maior e sua adesão a outras fibras é menor do que as resinas de epóxi (FIB Bulletin 40, 2007).

### **2.2.2 Fibras**

As fibras usualmente usadas na construção civil para a fabricação dos compósitos de FRP são as de vidro, carbono, aramida. Recentemente, as fibras de basalto também se tornaram comercialmente disponíveis. Estas fibras classificam-se como naturais (vidro, carbono e basalto) e sintéticas (aramida). De acordo com Vikas (2017), as fibras naturais são cada vez mais utilizadas como uma alternativa às fibras sintéticas, as quais têm um efeito adverso sobre o meio ambiente. Entre as várias fibras naturais (vegetal, animal, mineral, etc.), as fibras de basalto têm se destacado.

Os requisitos básicos para uma fibra ser utilizada na produção de compósitos de FRP são: elevado módulo de elasticidade; elevada resistência à tração e alongamento; pouca variação de resistência entre fibras individuais; estabilidade das propriedades durante o manuseio e fabricação; uniformidade do diâmetro e da superfície da fibra; alta

tenacidade e durabilidade; disponibilidade em formas adequadas e custo aceitável (FIB Bulletin 40, 2007). A Tabela 2 apresenta as propriedades típicas das fibras para compósitos de FRP.

Tabela 2 - Propriedades típicas das fibras para compósitos de FRP.

Propriedades	Vidro (E-glass)	Carbono (alta resistência)	Aramida (Kevlar 29)	Basalto
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2500	1750	1440	2800
Resistência a tração (MPa)	3450	3500	2760	4840
Módulo de elasticidade (GPa)	72,4	240	62	89
Máxima deformação (%)	2,4	1,1	4,4	3,1
Coefficiente dilatação térmica (10 <sup>-6</sup> m/°C)	5	-0,6 à -0,2	-2 long. e 59 radial	8
Coefficiente de Poisson	0,22	0,2	0,35	-

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

### 2.2.2.1 Fibras de vidro

Segundo a ACI 440.1R (2015), as fibras de vidro são atualmente as mais utilizadas em compósitos FRP para aplicação como reforço em estruturas de concreto armado. Estas fibras são produzidas a partir da fusão de areia, calcário, óxido de alumínio e óxido de magnésio e, pelo processo de pultrusão, ocorre a formação de filamentos contínuos com diâmetro de 5 a 24 $\mu$ m (ORTENZI JUNIOR, 2007).

As propriedades mecânicas das fibras de vidro variam de acordo com o tipo de vidro utilizado na fabricação. As fibras de vidro do tipo E-glass, representam cerca de 80 a 90% das fibras de vidro produzidas comercialmente, o que ocorre devido à alta resistência à corrosão por ácidos e menor custo em relação aos demais tipos de fibras de vidro. As fibras do tipo S-glass apresentam alta resistência à tração e melhor desempenho sob altas temperaturas, porém apresentam custo elevado em comparação a E-glass. As fibras de vidro do tipo AR são resistentes a álcalis e ajudam a prevenir a corrosão por ataque álcalis em matrizes de cimento (ACI 440.1R, 2015), característica

pertinente a aplicação em estruturas, porém, devido ao seu elevado custo, essas fibras são pouco utilizadas em compósitos FRP.

#### 2.2.2.2 Fibras de carbono

As fibras de carbono são produzidas a partir do processo de pirólise de compostos orgânicos com grande percentual de carbono, como por exemplo o *rayon*, a poliácridonitrila (PAN) e o piche (ACI 4401.1R 2015). Na década de 50, o *rayon* foi o primeiro material utilizado na produção de fibras de carbono. Todavia, as fibras produzidas deste material apresentam baixas propriedades mecânica e elevado custo devido a ineficiência do processo produtivo. O piche é o material menos dispendioso que pode ser utilizado como matéria prima, porém as fibras resultantes apresentam baixa resistência à compressão, fator que restringe a aplicação das fibras de carbono produzidas a partir do piche. A matéria prima mais eficiente recorrente é a poliácridonitrila (cerca de 90% de toda produção comercial), uma vez que as fibras de carbono produzidas a partir deste material apresentam as melhores propriedades mecânicas e térmicas (LEBRÃO, 2008).

Comumente utilizada pelas indústrias aeronáutica, as fibras de carbono apresentam elevados módulos de elasticidade, resistência à tração, rigidez e resistência à fadiga, além de baixo peso específico (LEBRÃO, 2008). Diferente das fibras de vidro, as fibras de carbono apresentam módulo de elasticidade e resistência à tração estáveis sob altas temperaturas, porém, apresentam característica anisotrópica, isto é, as propriedades mecânicas e térmicas apresentam valores diferentes nas principais direções (FIB Bulletin 40, 2007).

Apesar das notáveis propriedades mecânicas, a principal desvantagem da fibra de carbono às demais utilizadas em compósitos FRP é o custo. As fibras de carbono são 10 a 30% mais dispendiosas que as fibras de vidro do tipo E-glass, devido principalmente ao alto custo do processo produtivo (FIB Bulletin 40, 2007), razão principal para o baixo emprego do material como compósito das FRP para reforço de estruturas de concreto.

### 2.2.2.3 Fibras de Aramida

As fibras de aramida são polímeros sintéticos compostos por cadeias orientadas de poliamidas aromáticas, conhecidas comercialmente por *Kevlar* (ACI 4401.1R, 2015), sendo as mais utilizadas na fabricação de FRPs as dos tipos *Kevlar 29*, *Kevlar 49* e *Kevlar 149*.

Os diferentes tipos de fibras de aramida disponíveis no mercado possuem em comum: a alta resistência ao impacto, alta resistência a temperaturas e baixa absorção de umidade. Contudo, apresentam maior sensibilidade a radiação ultravioleta, fator que pode comprometer a estrutura interna da fibra quando combinada com umidade (FIB Bulletin, 2007). Além disso, trata-se de um material muito dispendioso, razão pela qual possui poucas aplicações como reforço de estruturas de concreto armado.

### 2.2.2.4 Fibras de Basalto

O basalto é uma rocha pertence a categoria das rochas ígneas extrusivas, sendo constituído por óxidos de sílica ( $\text{SiO}_2$ ), alumínio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), cálcio ( $\text{CaO}$ ) e magnésio ( $\text{MgO}$ ). Apresenta textura vítrea, granulação fina e cor cinza-escura a preta, proveniente do processo de cristalização do magma sob superfície terrestre (SCHIAVON et al, 2007).

O processo produtivo das fibras de basalto inicia com a trituração das rochas basálticas, seguido de lavagem para retirada de impurezas. Após, a matéria prima é conduzida a fornos aquecidos a temperaturas em torno de  $1600\text{ }^\circ\text{C}$  e, atingindo o ponto de fusão, o basalto passa por banho de platina e ródio. Em seguida, o material é puxado por pressão hidrostática até a fase final do processo, que consiste na aplicação de um molde que confere a estrutura a característica de compatibilidade com a resina aplicada (FAZIO, 2011).

Segundo Fazio (2011), somente as rochas basálticas classificadas como ácidas, isto é, aquelas que possuem alto teor de óxido de sílica ( $\text{SiO}_2$ ), podem ser utilizadas para a fabricação de fibras contínuas, uma vez que contêm menos impurezas em sua estrutura. Por esse motivo, as rochas basálticas ácidas dispensam qualquer aditivo na fabricação das fibras (ROSS, 2006).

A respeito das características sob altas temperaturas, as fibras de basalto mantêm suas propriedades mecânicas até 800 °C. A partir desta temperatura, ocorre o processo de cristalização das fases minerais, tornando a estrutura morfológica da fibra frágil. Entretanto, até a temperatura de 1000°C, as fibras mantêm a estabilidade térmica em relação a perda de massa (SCHIAVON et. al, 2007). Essa característica é relevante para aplicações em ambientes que devem resistir ao fogo, considerando que em um incêndio em um edifício, a temperatura média no ambiente é de 900°C.

As fibras de basalto são ecologicamente sustentáveis, e, ainda que possuam processo de fusão semelhante ao utilizado na fabricação das fibras de vidro, demandam menor consumo energético para sua feitura. Conseqüentemente, há baixo custo econômico, como também, menor impacto ao meio ambiente. Segundo Gomes (2016), a energia necessária para a produção das fibras de basalto é igual a 4,96 kWh/kg, enquanto para a fibra de vidro é 15,19 kWh/kg e para o aço 14,08 kWh/kg. Isso representa uma economia energética da ordem de 65% em relação ao aço e 67% em comparação à fibra de vidro.

### 2.3 PROCESSO DE FABRICAÇÃO

O processo mais comumente utilizado na fabricação das barras FRP é a pultrusão. Este procedimento consiste em puxar os filamentos contínuos de fibras através de um molde e imergir os filamentos em matriz polimérica aquecida. Posteriormente, é feita a moldagem da peça, seguido do processo de cura. Durante a cura a peça passa por um puxador e, então, é feito o corte final da peça (FIB Bulletin 40, 2007). A velocidade com que a fibra é puxada é determinada pelo tipo de matriz polimérica utilizada e seu respectivo tempo de cura (CAN/CSA-S806-12, 2017). A Figura 3 ilustra o processo de pultrusão.

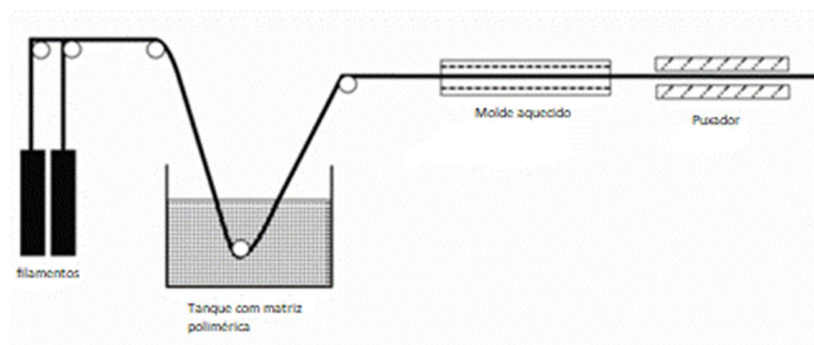


Figura 3 - Processo de pultrusão, fabricação das FRPs

Fonte: CAN CSA-S806-12, 2017

Outro processo que pode ser utilizado para a fabricação das FRPs é o enrolamento, o qual consiste em enrolar as fibras em torno de um mandril, enquanto estas são impregnadas com a matriz polimérica, sendo a cura realizada com utilização de lâmpadas de calor.

Comum a pultrusão e ao enrolamento, o acabamento superficial da barra FRP tem como objetivo aumentar a superfície de contato e a aderência entre a barra e o concreto. Os principais tipos de conformação superficial aplicados são: entalhes; fios enrolados em formato helicoidal; impregnação de epóxi e areia; ou ainda, uma combinação entre os anteriores. A Figura 4 apresenta diferentes conformações superficiais que podem ser aplicadas as FRPs.



Figura 4 - Tipos de acabamento superficial das barras FRP

Fonte: ACI 4401.1R, 2015

A fabricação das barras também deve seguir um padrão de diâmetros nominais, obedecendo aos limites de variação conforme a Tabela 3.

Tabela 3 - Diâmetros nominais de fabricação

Diâmetro nominal (mm)	Área da seção nominal (mm <sup>2</sup> )	Limites de variação da área da seção transversal (mm <sup>2</sup> )	
		Mínimo	Máximo
4	12,6	11,8	21,6
5	19,6	18,4	33,7
6	28,3	26,5	48,6
8	50,3	47,3	80,0
10	78,5	74,1	115,1
12	113,1	104,3	148,2
14	153,9	142,9	197,9
16	201,1	188,0	253,5
18	254,5	239,1	315,9
20	314,2	296,6	383,9
22	380,1	358,5	452,0
25	490,9	458,0	567,0
28	615,7	575,7	699,5
32	804,2	730,3	878,2

Fonte: Prática Recomendada CT 303 (2021)

## 2.4 PROPRIEDADES DAS BARRAS DE FRP

De acordo com a ACI 440.1R (2015), as propriedades mecânicas das barras de FRP variam com o tipo de resina e fibra, orientação da fibra, efeitos dimensionais, controle de qualidade da produção, tipo e duração do carregamento, temperatura e umidade. As principais propriedades das barras de FRP são apresentadas a seguir.

### 2.4.1 Massa Específica

A massa específica das barras de FRP ( $\rho$ ) depende do tipo de fibra e matriz polimérica utilizada, bem como da fração volumétrica das fibras. A Tabela 4 apresenta os valores típicos de massa específica para os diferentes tipos de FRP.

Tabela 4 - Massa específica  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) das barras FRP

Material	Massa específica $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
AFRP	1400
BFRP	2400
CFRP	1700
GFRP	2200
AÇO	7800

Fonte: Adaptado de Prática recomendada, CT-303 (2021)

Como pode-se observar, as FRPs apresentam massa específica entre 1400 e 2400 kg/m<sup>3</sup>. Considerando as barras de fibra de basalto, as quais apresentam maior massa específica entre as FRPs, esse valor corresponde a cerca de 30% da massa específica do aço (7800 kg/m<sup>3</sup>). Esta é uma vantagem das FRPs em relação ao aço, pois reduz os custos de transporte, facilita o manuseio no canteiro de obras e diminui o peso específico das estruturas de concreto armado (ACI 440.1R, 2015).

#### 2.4.2 Coeficiente de expansão térmica

O coeficiente de expansão térmica varia com a composição das barras, com a fração volumétrica das fibras e com a direção em análise. Como a maioria das barras FRP possui características anisotrópicas, o coeficiente de expansão térmica na direção transversal - o qual é determinado principalmente pelas propriedades das fibras - apresenta valor muito superior ao coeficiente de expansão térmica na direção longitudinal, que é definido principalmente pelas propriedades da resina polimérica (FIB Bulletin 40, 2007).

Segundo a ACI 440.1R (2015), as barras FRP apresentam coeficiente de expansão térmica na direção transversal (perpendicular as fibras), muito superior ao coeficiente de expansão térmica do concreto. Essa diferença pode afetar a aderência da



barra ao concreto sob elevadas temperaturas e ocasionar fissuras, além de, em situações críticas, pode acarretar a ruptura do cobrimento e colapso da estrutura.

A Tabela 5 apresenta aos valores de referência dos coeficientes de expansão térmica longitudinal e transversal das barras FRP e do aço.

Tabela 5 - Coeficiente de expansão térmica  $\alpha_f$  das barras FRP

Material	Direção	$\alpha_f \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
AFRP	Longitudinal	-4,0
	Transversal	70,0
BFRP	Longitudinal	8,0
	Transversal	22,0
CFRP	Longitudinal	-4,5
	Transversal	90,0
GFRP	Longitudinal	8,0
	Transversal	22,0
Aço	Longitudinal	10,0
	Transversal	

Fonte: Adaptado de Prática recomendada, CT-303 (2021)

O aço, diferentemente das FRP, tem comportamento isotrópico e apresenta o mesmo coeficiente de expansão térmica, da ordem de  $10 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ , para as direções longitudinal e transversal. Essa é uma vantagem do aço em relação as FRPs, visto que o aço possui coeficiente ( $\alpha_f$ ) semelhante ao do concreto, que evita que tensões internas sejam criadas por diferenças de expansão e contração dos materiais que compõem a estrutura.

### 2.4.3 Resistência a Tração e Módulo de Elasticidade

Segundo FIB Bulletin 40 (2007), os fatores que influenciam o comportamento à tração das barras FRP são relacionadas as propriedades dos materiais constituintes, à fração volumétrica das fibras e ao controle de qualidade de produção.

De modo geral, quando submetidas a tensões de tração, as FRPs apresentam comportamento elástico linear até a tensão última, apresentando uma ruptura súbita e frágil (ACI 440.1R, 2015).

Os valores de resistência à tração ( $f_{fu}$ ), módulo de elasticidade ( $E_f$ ) e deformação última ( $\varepsilon_{fu}$ ) para as barras poliméricas e para o aço, de acordo com a Prática Recomendada CT 303 (2021) são apresentados na Tabela 6.

**Tabela 6 - Propriedades mecânicas das FRPs e aço**

<b>Barra</b>	<b>Propriedade</b>	<b>Valor de referência</b>
<b>AFRP</b>	$E_f$ (GPa)	70
	$f_{fu}^*$ (MPa)	1400
	$\varepsilon_{fu}$ (‰)	20
<b>BFRP</b>	$E_f$ (GPa)	50
	$f_{fu}^*$ (MPa)	800
	$\varepsilon_{fu}$ (‰)	16
<b>CFRP</b>	$E_f$ (GPa)	130
	$f_{fu}^*$ (MPa)	1400
	$\varepsilon_{fu}$ (‰)	10,7
<b>GFRP</b>	$E_f$ (GPa)	50
	$f_{fu}^*$ (MPa)	800
	$\varepsilon_{fu}$ (‰)	16
<b>AÇO</b>	$E$ (GPa)	210
	$f_{yk}$ (MPa)	500
	$\varepsilon$ (‰)	10

Fonte: Adaptado de Prática recomendada, CT-303 (2021)

Conforme os dados da Tabela 6 demonstram, as barras FRP apresentam valores de resistência à tração mais elevados em detrimento às barras de aço. No caso das barras de BFRP, o valor é aproximadamente 37% superior. Para as barras de CFRP este aumento chega à ordem de 64%.

Além da resistência à tração, outra propriedade que influencia diretamente o comportamento das estruturas de concreto armado é o módulo de elasticidade. O aço

apresenta um módulo de elasticidade de 210 GPa, enquanto as barras de fibra de basalto e de fibras de vidro apresentam cerca de 23,80% do módulo de elasticidade do aço.

Cabe salientar que, devido ao comportamento frágil, sem ductilidade das barras de polímeros reforçadas com fibras, estas apresentam redução na resistência à tração na ordem de 50% quando dobradas, devido as microfissuras que ocorrem nessa região durante o processo de dobra. Deste modo, o procedimento de dobra das barras deve ser realizado durante o processo de fabricação para fins de controle de qualidade (FIB Bulletin 40, 2007).

#### **2.4.4 Resistência à compressão**

Segundo a ACI 440.1R (2015) e FIB Bulletin 40 (2007), não é recomendado o uso de barras FRP para elementos estruturais sujeitos a esforços de compressão longitudinal. Essa limitação na aplicação das FRPs está relacionada, principalmente, ao modo de ruptura dos elementos sujeitos à compressão, que depende diretamente das propriedades dos materiais compósitos e da interação entre eles.

A ruptura dos elementos sujeitos à compressão pode ocorrer por microflambagem das fibras, cisalhamento das fibras ou tração transversal. Todos os possíveis modos de falha estão relacionados ao tipo de fibra utilizada, à resina polimérica aplicada, à fração volumétrica da fibra e à aderência entre os materiais compósitos da barra.

## **2.5 DURABILIDADE**

Uma das principais vantagens das FRPs, e razão para serem consideradas uma alternativa viável ao uso do aço como reforço em estruturas de concreto em ambientes agressivos, é não serem suscetíveis à corrosão. Deste modo, os fatores que afetam a durabilidade das estruturas de concreto armadas com FRP são diferentes dos que afetam as estruturas armadas com aço.

As estruturas de concreto armadas com aço, quando expostas a ambientes agressivos, estão sujeitas a ação de íons cloretos, carbonos e sulfatos, que infiltram pelos

poros do concreto ocasionando a despassivação e posterior corrosão das armaduras, patologias que afetam a integridade e a vida útil das estruturas.

Apesar das estruturas de concreto armadas com FRP não se sujeitarem ao fenômeno da corrosão, existem outros mecanismos de deterioração que podem comprometer a qualidade e a vida útil dessas estruturas, os quais estão descritos a seguir.

### **2.5.1 Exposição à altas temperaturas e ao fogo**

A exposição das barras FRP a altas temperaturas tem efeito danoso sobre os materiais compósitos, principalmente sobre a aderência entre as FRPs e o concreto. Segundo as normas internacionais (CAN/CSA – S6, 2006; ACI 440.1R, 2015), o aumento da temperatura começa a influenciar as propriedades mecânicas das FRPs a partir do ponto de transição vítrea ( $T_g$ ) da matriz polimérica.

A temperatura de transição vítrea depende do tipo de resina e apresenta valores na faixa de 70°C a 100°C para poliéster, 70°C a 163°C para vinil éster e 95°C a 175°C. Os efeitos da exposição a altas temperaturas são mais brandos em resinas termoestáticas (poliéster, epóxi e vinil éster), por esse motivo, as resinas termoplásticas são pouco aplicadas como matrizes poliméricas em FRPs.

Segundo FIB Bulletin 40 (2007), sob temperaturas próximas a  $T_g$ , a matriz polimérica sofre amolecimento, levando a redução da aderência entre a matriz e a fibra e redução das resistências à tração e cisalhamento. Deste modo, as normas internacionais recomendam precauções especiais (tipo de agregado, cobrimento etc.) para aplicação de reforço FRP em estruturas de concreto onde o fator de resistência ao fogo seja um requisito de projeto.

### **2.5.2 Umidade**

Segundo a Prática recomendada CT-303 (2021), os efeitos da exposição à umidade só influenciam significativamente as propriedades das barras FRP quando estas forem simultaneamente expostas a temperaturas superiores a 60°C. Neste caso, a

combinação, no mesmo cenário, da ação da temperatura e da umidade poderá ocasionar a hidrólise da matriz polimérica e a indução de tensões de inchamento que diminuem a aderência entre os materiais constituintes da barra.

### **2.5.3 Raios ultravioleta**

A radiação ultravioleta quando em contato direto com as barras FRP causa a degradação da matriz polimérica e afeta significativamente as propriedades mecânicas do material. Segundo a ACI 440.1R (2015), barras FRP submetidas à exposição de raios ultravioletas e umidade, com ou sem tensão aplicada, podem apresentar até 40% de redução da resistência à tração.

### **2.5.4 Ambiente alcalino**

Diferentemente do aço, em que o ambiente alcalino promove a passivação da armadura, as barras FRP podem sofrer degradação quando expostas a ambientes alcalinos. Segundo ACI 440.1R (2015), estudos experimentais demonstraram que as barras de polímeros reforçadas com fibra de vidro são mais sujeitas a deterioração por álcalis que as demais fibras, sendo propensas à deterioração quando submetidas a soluções aquosas com pH entre 11,5 e 13,0, sofrendo grande redução de resistência à tração e rigidez. No entanto, sabe-se que a degradação ocorre mais rapidamente em solução aquosa do que em concreto, devido a maior mobilidade dos íons cloreto.

Para mitigação dos efeitos negativos do ambiente alcalino, podem ser utilizados concretos com menor teor de hidróxido de cálcio ( $Ca(OH)_2$ ), utilização de barras com fibras álcali resistentes (AR-glass) e matriz polimérica do tipo vinil éster (FIB Bulletin 40, 2007). Para os demais tipos de FRPs, a literatura não retrata deterioração significativa das barras por efeito álcalis promovido pelo pH do concreto.

### **2.5.5 Íons cloretos**

Segundo a ACI 440.1R (2015) estudos experimentais indicam que a presença de íons cloreto não influenciam significativamente nas propriedades mecânicas das FRPs. Porém, é importante ressaltar que as FRPs quando imersas em solução salina tendem a acumular sais na superfície da barra, fator que retarda a absorção de água. Desta forma, deve-se atentar a estruturas que são permanentemente sujeitas a soluções salinas (como ambientes marítimos) pois a saturação da barra induzir tensões internas de inchamento ao longo do tempo.

## 2.6 APLICAÇÕES DAS BARRAS DE FRP

O ambiente alcalino do concreto normalmente fornece a proteção necessária para as armaduras metálicas. No entanto, quando expostas ou quando o ambiente alcalino é neutralizado, ocorre a corrosão dessas armaduras. Embora as normas de projeto estabeleçam um cobrimento mínimo de concreto para a proteção das armaduras, além de outras medidas para controlar a abertura de fissuras e reduzir a permeabilidade do concreto, o ataque ambiental é implacável e, mais cedo ou mais tarde, as propriedades alcalinas do concreto são reduzidas. Sendo assim, devido à alta resistência à corrosão das barras de FRP, estas são principalmente indicadas para estruturas em ambientes agressivos, tais como construções marítimas e litorâneas, tabuleiros e superestruturas de pontes expostos a sais de degelo, pavimentos tratados com sais de degelo e estruturas próximas ou em contato com o solo (FIB Bulletin 40, 2007).

Devido as propriedades não magnéticas, as barras de FRP também são indicados para ambientes com necessidade de neutralidade eletromagnética, tais como salas de ressonância magnética e laboratórios eletrônicos (FIB Bulletin 40, 2007).

O uso das barras de polímeros reforçadas com fibras é amplamente difundido na América do Norte, Europa e Ásia, principalmente nos Estados Unidos, Canadá, Alemanha, Japão e China. Nesses países, as FRPs já são aplicadas como reforço em estruturas de concreto armado desde 1980, com protagonismo em obras de infraestrutura, tais como construção e reabilitação de pontes, construções litorâneas, túneis, hospitais, linhas de trem, pistas de decolagem de aeroportos, garagens de estacionamento, lajes de pavimentos, entre outros. As Figuras 6, 7, 8 e 9 apresentam diversos exemplos de aplicações das FRPs.



Figura 5 - Passarela em concreto armado com FRP, projeto Eurocrete  
Fonte: FIB Bulletin 40 (2007)



Figura 6 - Metrô com sistema de levitação magnética localizado no Japão  
Fonte: FIB Bulletin 40 (2007)



Figura 7 - Muro de contenção em área marítima com armadura em GFRP  
Fonte: ACI 440.1R (2015)



Figura 8 - Ponte Joffre, utiliza armadura CFRP, localizada em Quebec, Canadá  
Fonte: CAN/CSA-S806-12 (2017)

No Brasil, o uso de materiais compósitos FRP ainda é limitado, devido á falta de conhecimento dos profissionais da área, à inexistência de uma norma técnica e ao baixo número de empresas que produzem esses materiais. A Figura 9, 11 e 12 apresentam algumas das aplicações das FRPs já realizadas no Brasil.

Vale salientar que, de acordo com o ACI 4401.1R (2015), o uso de armaduras de FRP deve ser limitado a estruturas que se beneficiarão significativamente de suas propriedades (comportamento não-corrosivo e/ou não-condutivo). Ademais, o reforço FRP não é recomendado para zonas onde é necessária a redistribuição de momentos.



Figura 9 - Piso industrial com aplicação de malha GFRP, Curitiba/PR  
Fonte: Haizen Group, acesso em 13/06/2022



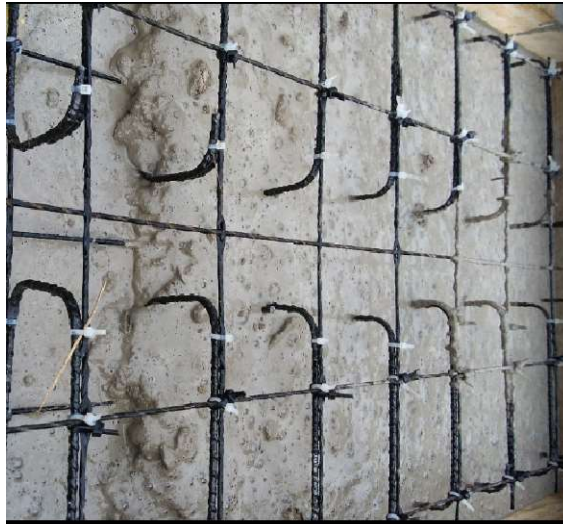


Figura 10 - Laje maciça de concreto armado com GFRP, Curitiba/PR  
Fonte: Haizen Group, acesso em 13/06/2022



Figura 11 - Construção de casa, utilizando GFRP para armação longitudinal de vigas e lajes, Curitiba/PR  
Fonte: Haizen Group, acesso em 13/06/2022

### 3 PRESCRIÇÕES DO ACI 440.1R (2015)

Neste capítulo é apresentada a metodologia de cálculo para o dimensionamento de elementos de concreto armado reforçados com barras de FRP, sujeitos à flexão, de acordo com as recomendações da ACI 440.1R (2015).

#### 3.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO – ELU

##### 3.1.1 Flexão

O dimensionamento de um elemento à flexão no estado limite último consiste em majorar as ações às quais o elemento está submetido e minorar as resistências dos materiais. Deste modo, deve-se assegurar que o momento nominal resistente do elemento, multiplicado por um fator redutor, seja maior ou igual ao momento solicitante de cálculo, ou seja:

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \quad (3.1)$$

Onde:

$M_u$  é o momento solicitante de cálculo, obtido a partir das ações as quais o elemento estrutural está submetido;

$M_n$  é o momento nominal resistente do elemento, calculado a partir das equações de equilíbrio e compatibilidade das deformações;

$\phi$  é o fator de redução da resistência nominal, o qual depende do tipo de ruína que governa o comportamento da peça.

Segundo a ACI 440.1R (2015), o dimensionamento a flexão é realizado considerando as seguintes hipóteses:

- a. As seções transversais planas permanecem planas após a deformação;
- b. A resistência à tração do concreto deve ser desprezada;

- c. A deformação máxima do concreto antes da ruína é 3‰;
- d. As tensões nas barras de FRP são proporcionais às deformações e a barra apresenta comportamento elástico linear até a ruptura;
- e. Aderência perfeita entre o concreto e as barras de FRP;

### 3.1.1.1 Modos de ruptura

Como mencionado anteriormente, as barras de FRP não apresentam escoamento. Desta forma, diferentemente do aço, para o dimensionamento de um elemento armado com barras de FRP não se pode levar em conta o escoamento das barras que compõe a armadura, e a melhor situação de dimensionamento passa a ser a ruína do elemento por esmagamento do concreto na fibra mais comprimida, pois ainda existe uma certa ductibilidade dada pelo desenvolvimento do comportamento plástico do concreto antes da ruína. (TAVARES, 2006; MAZZÚ, 2021).

Sendo assim, são considerados três modos de ruptura para os elementos reforçados com FRP submetidos à flexão no estado limite último: *Ruptura da barra de FRP*, *Ruptura pelo esmagamento da fibra mais comprimida do concreto* e a *Ruptura balanceada*. O modo de ruptura depende da relação entre a taxa de armadura ( $\rho_f$ ) e a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), sendo determinado pelo seguinte critério:

$$\begin{array}{ll}
 \rho_f \leq \rho_{fb} & \rightarrow \text{Ruptura da barra FRP} \\
 \rho_{fb} < \rho_f < 1,40 \cdot \rho_{fb} & \rightarrow \text{Ruptura por esmagamento do concreto} \\
 \rho_f \geq 1,40 \cdot \rho_{fb} & \rightarrow \text{Ruptura balanceada}
 \end{array} \quad (3.2)$$

A taxa de armadura ( $\rho_f$ ) e a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ) podem ser definidas pelas equações 3.3 e 3.4, respectivamente:

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \quad (3.3)$$

Onde:

$A_f$  é a área da seção transversal das barras de FRP;

$b$  é a largura da seção de concreto;  
 $d$  é a altura útil da seção de concreto.

$$\rho_{fb} = \alpha_c \beta_1 \frac{f_{c'} E_f \varepsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (3.4)$$

Onde:

$f_{c'}$  é resistência à compressão característica do concreto;

$E_f$  é o módulo de elasticidade da barra de FRP;

$\varepsilon_{cu}$  é a deformação última do concreto;

$\alpha_c$  é o fator de redução de resistência do concreto à compressão (0,85 para seções retangulares);

$\beta_1$  é o fator de transformação de tensões, onde:

$$\beta_1 = \begin{cases} \beta_1 = 0,85 & \text{se } f_{c'} < 27,6 \text{ MPa} \\ 0,85 - 0,05 \text{ para cada } 6,9 \text{ MPa, extrapolado do} \\ & \text{limite de } 27,6 \text{ MPa em todo caso, } \beta_1 \geq 0,65 \end{cases} \quad (3.5)$$

$f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto da barra de FRP, definida por:

$$f_{fu} = f_{fu}^* \cdot C_E \quad (3.6)$$

Sendo:

$f_{fu}^*$  a resistência à tração da barra fornecida pelo fabricante;

$C_E$  o fator de correção ambiental.

Sabe-se que a exposição prolongada das FRPs a condições ambientais degradantes (temperatura, umidade etc.) causa a redução das propriedades mecânicas do material. Para que esses efeitos sejam considerados nos projetos de estruturas de concreto reforçadas com FRP, a norma determina um fator de redução ambiental ( $C_E$ ),

que varia conforme o tipo de fibra e o nível de exposição ambiental, conforme apresenta a Tabela 7.

Tabela 7 - Fator de correção ambiental para FRP sob diferentes condições de exposição

Condição de exposição	Material	Fator ambiental de redução $C_E$
Interior e sem contato com solo	AFRP	0,90
	CFRP	1,00
	GFRP/BFRP	0,80
Exterior ou em contato com o solo	AFRP	0,80
	CFRP	0,90
	GFRP/BFRP	0,70

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

De modo semelhante à resistência à tração da barra ( $f_{fu}$ ), é possível determinar a deformação de ruptura de projeto da barra de FRP ( $\varepsilon_{fu}$ ) através da seguinte equação:

$$\varepsilon_{fu} = \varepsilon_{fu}^* \cdot C_E \quad (3.7)$$

Onde:

$\varepsilon_{fu}^*$  é a deformação última da FRP fornecida pelo fabricante;

$C_E$  é o fator de correção ambiental, com valores definidos na Tabela 7.

Devido as barras FRP não apresentarem comportamento dúctil, e, portanto, possuírem comportamento elástico linear constante até a ruptura, deve-se aplicar um coeficiente de redução da resistência, de modo a aumentar a segurança do dimensionamento. O fator de redução da resistência ( $\phi$ ), o qual aparece na Equação 3.8 e está representado na Figura 13, depende da razão entre a taxa de armadura ( $\rho_f$ ) e a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), ou seja:

$$\phi = \begin{cases} 0,55 & \text{se } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ 0,30 + 0,25 \cdot \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & \text{se } \rho_{fb} < \rho_f < 1,40 \cdot \rho_{fb} \\ 0,65 & \text{se } \rho_f \geq 1,40 \cdot \rho_{fb} \end{cases} \quad (3.8)$$

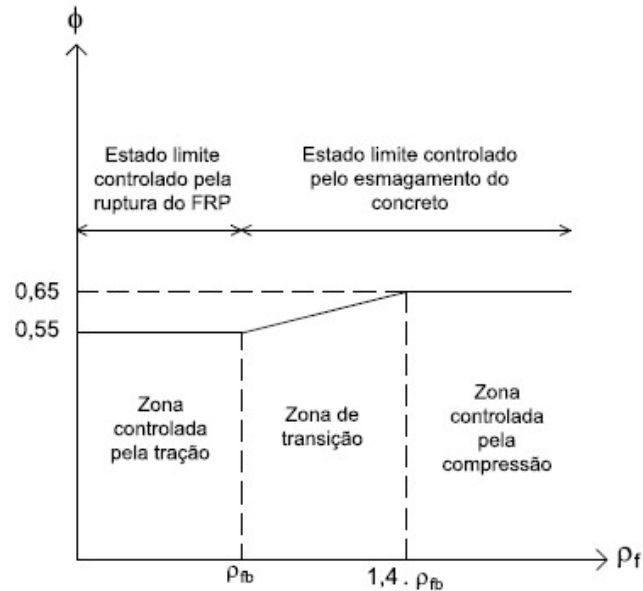


Figura 12 - Intervalos de fator de redução em função da taxa de armadura, por tipo de ruptura

Fonte: ACI 440.1R (2015)

#### 3.1.1.1.1 Ruptura da barra FRP

Quando a taxa de armadura ( $\rho_f$ ) é menor que a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), a ruína é causada pelo rompimento da barra de FRP, e a ruptura ocorre na zona controlada pela tração (Figura 12). Considerando que a deformação máxima do concreto não foi atingida, isto é,  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ , o diagrama de tensões no concreto não pode ser aproximado para a forma retangular apresentada no ACI 318 (2019). Dessa forma, utiliza-se para fins de dimensionamento o diagrama equivalente apresentado na Figura 13.

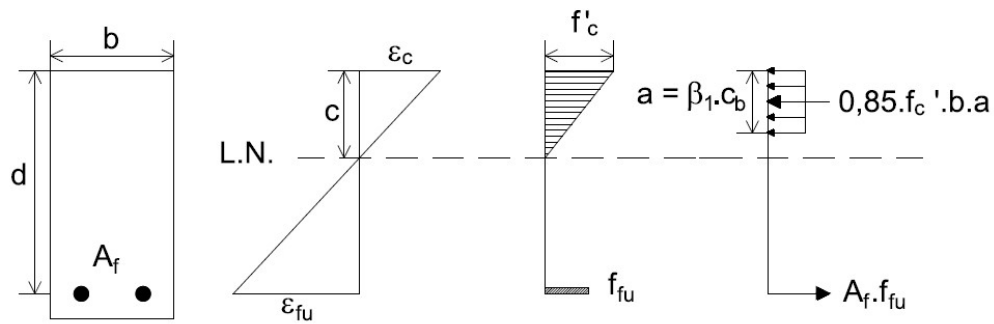


Figura 13 - Diagrama equivalente para a ruína por rompimento da barra de FRP

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

O diagrama equivalente apresenta como incógnitas a deformação do concreto ( $\epsilon_c$ ) quando a barra FRP rompe e a distância da fibra mais comprimida em relação a linha neutra ( $c$ ). Os fatores  $\alpha_1$  e  $\beta_1$ , que definem o diagrama retangular equivalente, também são desconhecidos. O fator  $\alpha_1$  é a relação entre tensão média do concreto e a resistência do concreto. O fator  $\beta_1$  é a relação entre a profundidade do bloco retangular de tensões e a profundidade da linha neutra.

Entretanto, para simplificar a análise do diagrama equivalente, que dispõe de muitas variáveis, pode-se aplicar a Equação 3.9 para cálculo do momento nominal resistente à flexão:

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (3.9)$$

Onde:

$A_f$  é a área da seção transversal da armadura de FRP;

$f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto da barra de FRP;

$d$  é a altura útil da seção de concreto;

$\beta_1$  é o fator de transformação de tensões;

$c$  é a altura da linha neutra.

Para uma dada seção, o produto  $\beta_1 c$  varia em função das propriedades do material e da taxa de armadura de FRP. Para a ruína causada pelo rompimento da barra

de FRP, o máximo valor para esse produto é igual a  $\beta_1 c_b$ , obtido quando a máxima deformação no concreto é alcançada ( $\varepsilon_{cu} = 3\text{‰}$ ). Deste modo, o momento nominal resistente e a variável  $c_b$  ficam definidos, respectivamente, por:

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left( d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad (3.10)$$

$$c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \cdot d \quad (3.11)$$

Onde:

$\varepsilon_{cu}$  é a deformação última do concreto;

$\varepsilon_{fu}$  deformação última de projeto da barra de FRP.

### 3.1.1.1.2 Ruptura por esmagamento do concreto

O modo de ruptura por esmagamento da fibra mais comprimida do concreto ocorre quando a taxa de armadura ( $\rho_f$ ) é maior que a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ) multiplicada por 1,40, ou seja,  $\rho_f \geq 1,40 \cdot \rho_{fb}$ . Desta forma, o diagrama de tensões pode ser aproximado para a forma retangular conforme a Figura 14.

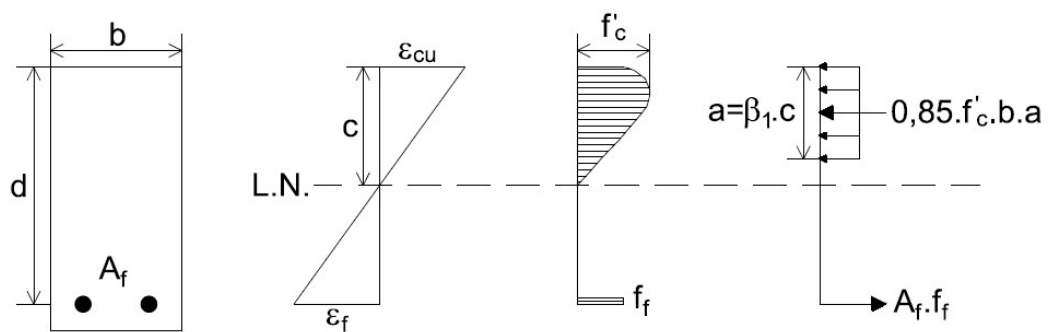


Figura 14 - Diagramas equivalentes para a ruptura por esmagamento do concreto  
Fonte: ACI 440.1R (2015)



Assim, aplicando as equações de equilíbrio e compatibilidade de deformações, e considerando o diagrama aproximado apresentado na Figura 14, é possível determinar a força de tração resultante na barra de FRP ( $R_f$ ) através da Equação 3.12:

$$R_f \geq A_f \cdot f_f \quad (3.12)$$

Onde:

$A_f$  é a área da seção transversal da armadura de FRP;

$f_f$  é a tensão na armadura de FRP.

Logo, o momento nominal resistente à flexão ( $M_n$ ) é dado pela força de tração resultante na barra de FRP ( $R_f$ ), multiplicada pelo braço de alavanca ( $z$ ), conforme as Equações 3.13 e 3.14:

$$z = \left(d - \frac{a}{2}\right) \text{ ou } z = \left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) \quad (3.13)$$

$$M_n = A_f \cdot f_f \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad (3.14)$$

Apropriando-se do princípio do equilíbrio das forças, é possível determinar a altura do diagrama retangular equivalente ( $a$ ) igualando-se a resultante da região tracionada ( $R_f$ ) à resultante da região comprimida ( $R_c$ ):

$$A_f \cdot f_f = 0,85 \cdot f_{c'} \cdot b \cdot a \quad (3.15)$$

$$a = \frac{A_f \cdot f_f}{0,85 \cdot f_{c'} \cdot b} \quad (3.16)$$

Devido ao comportamento elástico linear das barras de FRP, é possível aplicar a Lei de Hooke, ou seja:

$$f_f = E_f \cdot \varepsilon_f \quad (3.17)$$

Onde:

$f_f$  é a tensão na armadura de FRP;

$E_f$  é o módulo de elasticidade da barra FRP;

$\varepsilon_f$  é a deformação na barra FRP.

Utilizando-se a compatibilidade de deformações (Equação 3.18), obtêm-se o valor da deformação na armadura ( $\varepsilon_f$ ):

$$\frac{\varepsilon_f}{d - c} = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \cdot \left( \frac{d - \frac{a}{\beta_1}}{\frac{a}{\beta_1}} \right) \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{\beta_1 \cdot d - a}{a} \quad (3.21)$$

Assim, substituindo a Equação 3.21 na Equação 3.17, chega-se ao valor da tensão na armadura de FRP ( $f_f$ ):

$$f_f = E_f \cdot \varepsilon_{cu} \frac{\beta_1 \cdot d - a}{a} \quad (3.22)$$

Realizando-se a substituição na Equação 3.22 da altura do diagrama retangular equivalente ( $a$ ), obtido da Equação 3.16, e isolando-se a tensão na barra, obtêm-se a seguinte equação para determinação da tensão na armadura de FRP:

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{ci}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} \right) \leq f_{fu} \quad (3.23)$$

Logo, em posse da Equação 3.23 e das Equações 3.14 e 3.16 é possível determinar o momento resistente nominal. Alternativamente, o momento nominal resistente pode ser expresso em função da taxa de armadura ( $\rho_f$ ), através da seguinte relação:

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \left( 1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_{ci}} \right) \cdot b \cdot d^2 \quad (3.24)$$

### 3.1.1.1.3 Ruptura balanceada

Na ruptura balanceada considera-se que a ruína ocorre, simultaneamente, pelo rompimento da barra FRP e pelo esmagamento da fibra mais comprimida do concreto. Conforme a Figura 12, apresentada anteriormente, esse modo de ruptura está relacionado à zona de transição, definida pelo intervalo  $\rho_{fb} < \rho_f < 1,40 \cdot \rho_{fb}$ . Assim, segundo o diagrama equivalente de tensão e deformação da Figura 15, a linha neutra é levada para um ponto onde ocorra a ruína governada pelos dois fatores em conjunto.

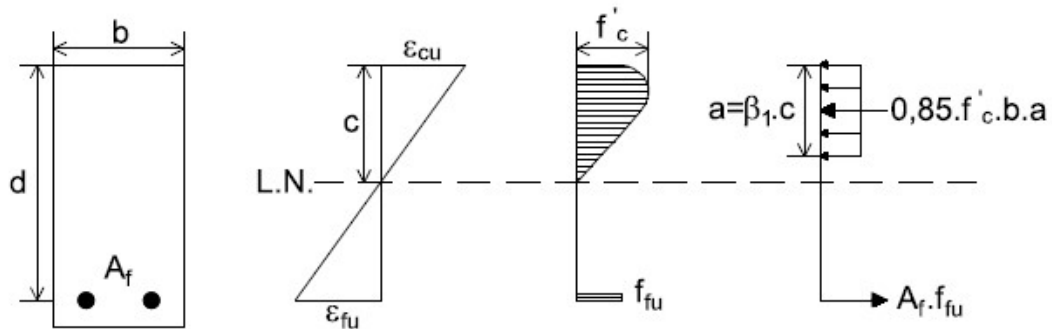


Figura 15 - Diagrama equivalente para a ruptura balanceada  
Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

Utilizando-se da compatibilidade de deformações, tem-se:

$$\frac{\varepsilon_{fu}}{d - c} = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \quad (3.25)$$

$$c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \cdot d \quad (3.26)$$

O momento resistente nominal ( $M_n$ ) na ruptura balanceada será dado pelo menor valor entre o momento do bloco de tração e o momento do bloco de compressão, ou seja:

$$M_n \leq \begin{cases} A_f \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \\ 0,85 \cdot f_{c'} \cdot b \cdot \beta_1 \cdot c \cdot \left(d - \frac{a}{c}\right) \end{cases} \quad (3.27)$$

### 3.1.1.2 Armadura Mínima

Segundo a ACI 440.1R (2015), a armadura mínima de uma seção submetida a flexão é calculada considerando a ruína do elemento pelo rompimento da barra FRP. Esse procedimento é adotado a fim de evitar que a ruptura ocorra por fissuração do concreto, de modo a atender a condição  $\phi \cdot M_n \geq M_{cr}$ , isto é, o momento resistente nominal calculado ( $M_n$ ), multiplicado pelo fator de redução de resistência de flexão ( $\phi$ ), deve ser menor ou igual ao momento de fissuração do concreto ( $M_{cr}$ ). As recomendações da armadura mínima de aço pela ACI 318 (2019) seguem este mesmo conceito, podendo ser aplicadas para as barras de FRP com alguns ajustes, devido a diferença entre os coeficientes de redução de resistência para a ACI 318 (0,9) e ACI 440.1R (0,55). Logo, considerando  $\phi = 0,55$  e multiplicando a equação do ACI 318 (2019) para a armadura de aço por 1,64 ( $0,9/0,55 = 1,64$ ), chega-se a seguinte expressão para a armadura mínima de seções submetidas a flexão:

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{f_{c'}}}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \quad (3.28)$$

### 3.1.1.3 Considerações

Conforme apresentado na ACI 440.1R (2015), não deve ser considerada a redistribuição dos momentos fletores em elementos de concreto armado com FRP devido ao comportamento elástico-linear dessas barras, ao contrário dos elementos armados com barras de aço que sofrem plastificação.

Além disso, as barras de FRP possuem baixa resistência à compressão e seu valor está sujeito uma grande variabilidade. Sendo assim, esta resistência deve ser ignorada no dimensionamento, não sendo recomendada a utilização de barras de FRP em zonas comprimidas. Entretanto, para situações em que não seja possível evitar a presença dessas barras em zona de compressão, como no caso dos apoios de vigas contínuas, recomenda-se o confinamento.

### 3.1.2 Cisalhamento

O comportamento das estruturas de concreto armado com FRP submetidas a esforços cisalhantes depende da interação de diversas propriedades do elemento estrutural, como por exemplo: da parcela da resistência ao cisalhamento oferecida pela zona de compressão não fissurada, do intertravamento do agregado na matriz do concreto, da rigidez da barra FRP, da aderência entre a armadura e o concreto, da ação de pino e da própria armadura de cisalhamento (FIB Bulletin 40, 2007).

Entretanto, devido a inexistência de estudos específicos sobre o comportamento de estruturas de concreto armado com FRP submetidas a esforços de cisalhamento, a ACI 440.1R (2015) baseia-se nos princípios de cálculo definidos na ACI 318.R (2014), considerando as seguintes propriedades específicas das barras de FRP:

- a. Baixo módulo de elasticidade em relação ao aço;
- b. Baixa resistência ao cisalhamento transversal;
- c. Elevada resistência à tração;
- d. Comportamento elástico linear constante, sem patamar de escoamento definido;

- e. Significativa redução na resistência à tração em dobras;
- f. Natureza anisotrópica;

As propriedades das barras FRP listadas interferem de maneira significativa no comportamento da estrutura quando sujeita a esforços cisalhantes, tornando-se um ponto crítico para aplicação do material compósito.

### 3.1.2.1 Dimensionamento ao cisalhamento

Para o dimensionamento ao esforço cortante são consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras dos cálculos:

- a. modelo de treliça com bielas de compressão inclinadas em  $\theta = 45^\circ$ ;
- b. contribuição do concreto somente na região comprimida;
- c. estribos orientados perpendicularmente as armaduras longitudinais;

De acordo com o critério de segurança, deve-se assegurar que resistência nominal ao cisalhamento, multiplicada por um fator redutor, seja maior ou igual ao esforço cortante solicitante na seção considerada, ou seja,  $\phi \cdot V_n \geq V_u$ . Segundo a ACI 440.1R (2015), o fator de redução da resistência adotado pela ACI 318 (2011) para estruturas de concreto armado com aço também pode ser adotado para o concreto reforçado com barras de FRP, assumindo o valor de 0,75.

A resistência nominal ao cisalhamento é dada pela seguinte equação:

$$V_n = V_c + V_f \quad (3.29)$$

Onde:

$V_c$  é a resistência ao cisalhamento fornecida pelos mecanismos complementares à treliça (concreto), em kN;

$V_f$  é a resistência ao cisalhamento fornecida pela armadura transversal de FRP, em kN.

A resistência ao cisalhamento fornecida pelo concreto é definida por:

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f_{c'}} \cdot b_w (kd) \quad (3.30)$$

Onde:

$f_{c'}$  é a resistência característica do concreto à compressão;

$b_w$  é a largura do elemento;

$d$  é a altura útil.

$k$  é o coeficiente de proporcionalidade, dado por:

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f \quad (3.31)$$

Onde:

$\rho_f$  é a taxa de armadura de reforço de FRP;

$n_f$  é a relação entre o módulo de elasticidade da barra de FRP e o módulo de elasticidade do concreto.

A resistência ao cisalhamento fornecida pela armadura transversal de FRP pode ser calculada por:

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot f_{fv} \cdot d}{s} \quad (3.32)$$

Onde:

$A_{fv}$  é a área da armadura de cisalhamento dentro do espaçamento  $s$ ;

$f_{fv}$  é a resistência à tração para projeto de cisalhamento;

$s$  é o espaçamento entre estribos;

Devido à redução de resistência à tração nas regiões de dobra dos estribos, que pode chegar a 54% em relação à barra reta, a tensão de tração na armadura de cisalhamento deve ser limitada a fim de controlar a abertura das fissuras e assegurar que não ocorra falha na região de dobra. Deste modo, a ACI 440.1R (2015) define que a tensão última de tração ( $f_{fv}$ ) para barras submetidas ao cisalhamento deve ser limitada a 0,4% do módulo de elasticidade da barra de FRP ( $E_f$ ) e não deve exceder a resistência à tração da parte dobrada do estribo ( $f_{fb}$ ), ou seja:

$$f_{fv} = 0,004 \cdot E_f \leq f_{fb} \quad (3.33)$$

De modo a garantir que cada fissura de cisalhamento prevista seja interceptada por no mínimo um estribo, a distância entre os estribos ( $s$ ) deve obedecer aos seguintes limites:

$$s \leq \begin{cases} d/2 \\ \text{ou} \\ 60 \text{ cm} \end{cases} \quad (3.34)$$

Em relação à área de armadura para resistir aos esforços cisalhantes, esta varia com a disposição dos estribos em relação à armadura longitudinal. Para estribos posicionados perpendicularmente ao eixo das barras longitudinais, a Equação 3.32 apresenta uma relação entre o espaçamento mínimo e a área da armadura:

$$\frac{A_{fv}}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_{fv} d} \quad (3.35)$$

Onde:

$A_{fv}$  é a área da armadura de cisalhamento dentro do espaçamento  $s$ ;

$s$  é o espaçamento entre estribos;

$V_u$  é o esforço cortante solicitante na seção considerada;

$\phi$  é o fator de redução de resistência;



$V_c$  é a resistência ao cisalhamento fornecida pelo concreto;  
 $f_{fv}$  é a resistência à tração para projeto de cisalhamento;  
 $d$  é a altura útil da seção.

### 3.1.2.2 Armadura mínima

A fim de prevenir a ruptura e restringir o desenvolvimento de fissuras com grandes aberturas, a ACI 440.1R (2015) prevê uma armadura mínima de cisalhamento quando:

$$V_u \geq \phi \frac{V_c}{2} \quad (3.36)$$

O valor da área mínima de armadura para esforços cortantes pode ser calculado por:

$$A_{fv,min} = 0,35 \frac{b_w s}{f_{fv}} \quad (3.37)$$

com  $b_w$  e  $s$  em (mm) e  $f_{fv}$  em MPa.

### 3.1.2.3 Modos de ruptura

Segundo a ACI 440.1R (2015), a ruptura por cisalhamento de estruturas de concreto armadas com FRP podem ocorrer de dois modos: Esmagamento biela do concreto ou Rompimento da armadura de reforço cisalhante.

O modo de ruptura depende da taxa de armadura de cisalhamento que é dada por:  $\rho_{fv} E_f$ , onde  $\rho_{fv} = \frac{A_{fv}}{b_w s}$ . Sob baixas taxas de armadura, a ruptura ocorre pelo rompimento da própria armadura de FRP, isto é, devido às tensões de tração diagonal na região de dobra dos estribos. À medida que o taxa de armadura de cisalhamento aumenta, a capacidade resistente de cisalhamento também aumenta e a ruptura passa a ocorrer sob efeitos dos esforços de compressão atuantes e há o esmagamento da biela de concreto.

### 3.1.2.4 Recomendações

Conforme o FIB Bulletin 40 (2007), diversos estudos experimentais indicam uma redução significativa da resistência à tração nos cantos e dobras dos estribos de FRP. Essa característica pode ocasionar falha prematura do elemento estrutural, isto é, ruptura sob tensão de tração inferior à prevista em projeto. Para prevenir esse comportamento, a norma americana, ACI 440.1R (2015), traz recomendações de projeto para mitigar os efeitos indesejados nos estribos de FRP. São elas:

- a. A razão entre o raio interno da dobra ( $r_f$ ) e o diâmetro da barra de FRP ( $d_f$ ) deve ser maior que três, isto é,  $\frac{r_f}{d_f} > 3$ ;
- b. O comprimento do transpasse do estribo ( $l_{thf}$ ) deve ser maior ou igual ao diâmetro da barra FRP mais o cobrimento ( $d_b$ ) multiplicado por doze, ou seja,  $l_{thf} \geq d_f + 12d_b$ ;
- c. Os estribos devem ser fechados com ganchos de 90°.

## 3.2 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO – ELS

As estruturas de concreto armadas com barras de FRP apresentam comportamento mecânico distinto das estruturas armadas com aço, principalmente quando analisadas sobre os critérios de serviço. As barras de fibras poliméricas apresentam uma relação constitutiva elástica-linear e um baixo módulo de elasticidade, ou seja, não apresentam escoamento e atingem a máxima capacidade resistente sem deformar, com ruptura brusca, resultado da baixa ductilidade dos elementos estruturais. Sendo assim, os elementos estruturais armados com FRP apresentam menor rigidez após a fissuração, apresentando maiores deformações e maiores aberturas de fissuras. Por esta razão, conforme Tavares (2006), observa-se um grande conservadorismo na determinação dos limites de utilização das barras de FRP, além de existirem divergências entre os procedimentos já desenvolvidos, uma vez que a maioria é baseada em normas

de concreto armado convencional, sendo cada uma dessas diferentes no seu modo de proceder.

### 3.2.1 Fissuração

Devido a maior resistência à corrosão das barras de FRP, o limite de abertura de fissuras apresenta uma maior tolerância em comparação às barras de aço. Entretanto, cabe salientar que outros fatores devem ser levados em consideração quanto à abertura excessiva de fissuras, como por exemplo, a redução na resistência ao cisalhamento da seção, a ruptura por fluência e aspectos estéticos (ACI 440.1R, 2015).

Em elementos sujeitos a flexão, existem dois métodos para o controle da abertura de fissuras:

- a. Método direto: consiste no cálculo da largura das fissuras e posterior comparação com os valores admissíveis de referência, conforme a Tabela 8.

Tabela 8 - Limite de abertura de fissuras para o concreto armado com FRP

Condição de exposição	$w_{m\acute{a}x}$ [mm]
Ambiente interno	0,70
Ambiente externo	0,50

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015)

- b. Método indireto: consiste no cálculo do espaçamento máximo necessário entre as barras de FRP para satisfazer o estado limite de serviço requerido para a fissuração.

Este estudo adota o método direto para verificação da fissuração dos elementos. De acordo com o ACI 440.1R (2006), a abertura máxima da fissura ( $w$ ) pode ser calculada pela Equação 3.42.

Inicialmente, determina-se o coeficiente de proporcionalidade  $k$ :

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f \quad (3.38)$$

Onde:

$\rho_f$  é a taxa de armadura;

$n_f$  é a relação entre o módulo de elasticidade da barra de FRP e o módulo de elasticidade do concreto, neste estudo,  $n_f = 1,70$  ;

Para que a análise seja realizada considerando uma seção fissurada sob carregamentos de serviço, deve-se determinar o coeficiente que relaciona a distância da linha neutra a fibra mais tracionada e a distância da linha neutra até o eixo da armadura de tração, conforme Equação 3.39, e a tensão na barra FRP ( $f_f$ ) conforme Equação 4.40.

$$\beta = \frac{h - kd}{d - kd} \quad (3.39)$$

Onde:

$h$  é a espessura da laje;

$k$  é o coeficiente dado na Equação 4.21;

$d$  é a altura útil da seção;

$$f_f = \frac{Ma}{A_f d \left(1 - \frac{k}{3}\right)} \quad (3.40)$$

Onde:

$A_f$  é a área de armadura positiva;

$d$  é a altura útil;

$k$  é o coeficiente dado na Equação 3.38;

$Ma$  é o momento máximo de serviço dado pela Equação 3.41.

$$M_a = M_d + M_l \quad (3.41)$$

Onde:

$M_d$  é o momento solicitante devido aos carregamentos permanentes;

$M_l$  é o momento solicitante devido aos carregamentos acidentais;

Logo, a abertura da fissura pode ser calculada por:

$$w = 2 \frac{f_f}{E_f} \beta k_b \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad (3.42)$$

Onde:

$f_f$  é a tensão na barra de FRP, em MPa;

$E_f$  é o módulo de elasticidade da barra de FRP em MPa;

$\beta$  é o coeficiente dado pela Equação 3.39;

$k_b$  é o coeficiente que depende da aderência entre concreto e a barra igual a 1,4;

$d_c$  distância da extremidade tracionada até o centro da barra ( $d_c = c_c + \frac{d_b}{2}$ ), em mm;

$s$  é o espaçamento entre as barras, em mm.

Em relação ao coeficiente  $k_b$ , para barras de FRP com comportamento aderente semelhante às barras de aço, adota-se o valor de 1,0. Para barras de FRP com um comportamento aderente inferior ao aço, este valor deve ser maior que 1,0 e, para barras de FRP com aderência superior as barras de aço, o coeficiente deve ser menor do que 1,0. De acordo com o (ACI 440.1R, 2006), quando o valor de  $k_b$  for desconhecido, deve-se usar o valor conservativo de 1,40.

### 3.2.2 Deflexão

As propriedades inerentes as barras FRP, como o baixo módulo de elasticidade, comportamento frágil e a diferença na tensão de aderência entre as FRP e o concreto,

tornam as estruturas mais sensíveis as deflexões, isto é, estruturas de concreto armado com FRP tendem a apresentar maiores flechas em comparação as estruturas armadas com aço devido as propriedades dos materiais compósitos.

A ACI 440.1R (2015) recomenda o uso do método direto para verificação e controle das deflexões dos sujeitos a flexão. Este método consiste em estimar as deflexões instantâneas e de longo prazo sob as cargas de serviço e comparar com os limites aceitáveis estabelecidos na ACI 318 (2011).

De acordo com o método direto, a fissuração ocorre quando o momento máximo de serviço ( $M_a$ ) supera o momento de fissuração ( $M_{cr}$ ). O momento de fissuração deve ser calculado conforme a Equação 3.43.

$$M_{cr} = \frac{0,62\lambda\sqrt{f'_c}I_g}{y_t} \quad (3.43)$$

Onde:

$f'_c$  é a resistência a compressão característica do concreto;

$\lambda$  é o fator de redução de resistência do concreto;

$y_t$  é a distância do centro da seção bruta, excluindo-se o reforço, à face tracionada;

$I_g$  é momento de inércia da seção bruta dado pela Equação 3.44.

$$I_g = \frac{bh^3}{12} \quad (3.44)$$

Onde:

$b$  é a largura da seção, para lajes  $b = 100 \text{ cm}$ ;

$h$  é a altura da laje.

Se  $M_{cr} < M_a$ , calcula-se o momento de inércia da seção fissurada ( $I_{cr}$ ) conforme a Equação 3.45.

$$I_{cr} = \frac{bd^3}{12}k^3 + n_f A_f d^2(1 - k) \quad (3.45)$$

Onde:

$d$  é a altura útil da laje;

$k$  é o coeficiente de proporcionalidade, Equação 3.38;

$n_f$  é a relação entre o módulo de elasticidade da barra de FRP e o módulo de elasticidade do concreto, neste estudo igual a 1,70;

$A_f$  é a área da armadura de flexão adotada na seção.

Dependendo da magnitude do momento de serviço aplicado e da extensão de fissuração ao longo do elemento, a rigidez à flexão global de um elemento fissurado ( $E_c I$ ) varia entre  $E_c I_g$  e  $E_c I_{cr}$ . Branson (1965) introduziu o conceito de um momento de inércia efetivo ( $I_e$ ) para permitir uma transição gradual de  $I_g$  a  $I_{cr}$ . O momento de inércia efetivo pode ser calculado através da Equação 3.46.

Se  $M_{cr} > M_a$ , não ocorre fissuração, e as deflexões são calculadas considerando o momento de inércia da seção bruta ( $I_g$ ), ou seja,  $I_e = I_g$ .

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} \leq I_g \quad (3.46)$$

Onde:

$I_g$  é o momento de inércia da seção bruta, Equação 3.44;

$I_{cr}$  é o momento de inércia da seção fissurada, Equação 3.45;

$M_a$  é o momento máximo de serviço, Equação 3.41;

$M_{cr}$  é o momento de fissuração, dado pela Equação 3.37;

$\gamma$  é o parâmetro que considera a variação da rigidez da seção dado pela Equação 3.47.

$$\gamma = 1,72 - 0,72 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right) \quad (3.47)$$

Após a determinação do momento de inércia efetivo é possível determinar a deflexão instantânea (Equação 3.48). As deflexões instantâneas correspondem as deformações que ocorre na estrutura no momento da aplicação das cargas, no caso das lajes, logo após a retirada do escoramento.

$$(\Delta_{i(D+L)}) = \frac{KM_a l^2}{48E_c(I_e)} \quad (3.48)$$

Onde:

$K$ : parâmetro referente a condição de apoio (Tabela 9);

$l$ : menor vão entre faces de vigas;

$E_c$ : módulo de elasticidade do concreto;

$I_e$  momento de inércia efetivo;

**Tabela 9 - Coeficiente K para cálculo da deflexão imediata das lajes BFRP**

<b>Condição de apoio da viga/laje unidirecional</b>	<b>K</b>
Balanço	2,40
Apoiada	1,00
Contínua	$1,20 - 0,20 \frac{M_o}{M_a}$
Apoiada - Engastada (deflexão no meio do vão)	0,80
Apoiada – Engastada	0,74
Engaste - Engaste	0,60

\*  $M_o$  é o momento no meio do vão para viga apoiada, sendo  $M_o = \frac{wl^2}{8}$ ;

\*  $M_a$  é o momento no meio do vão;

Fonte: Adaptado de ACI 318.1R (2008)

Para verificação dos limites das deflexões segundo a combinação do estado limite de serviço estabelecida pela ACI 318 (2011), é necessário determinar separadamente a deflexão imediata devido a cargas permanente ( $\Delta_{i,(D)}$ ), dada pela Equação 3.49 e a deflexão imediata devido a carga acidental ( $\Delta_{i,(L)}$ ), dada na Equação 3.50.



$$\Delta_{i,(D)} = \frac{w_d}{w_d + w_l} \Delta_{i,(D+L)} \quad (3.49)$$

$$\Delta_{i,(L)} = \frac{w_l}{w_d + w_l} \Delta_{i,(D+L)} \quad (3.50)$$

Onde:

$w_d$  é o carregamento permanente;

$w_l$  é o carregamento acidental;

$\Delta_{i,(D+L)}$  é a deflexão imediata total (3.48)

A deflexão de longo prazo devido a fluência e a retração dos elementos armados com FRP pode ser calculada usando a mesma abordagem empregada aos elementos armados com aço, visto que as curvas tempo-deformação em ambos os casos apresentam a mesma forma básica. De acordo com ACI 318.1R (2011), a deformação a longo prazo devido à fluência e retração podem ser determinadas pelas Equações 3.51 e 3.52.

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho_f'} \quad (3.51)$$

$$\Delta = \lambda_{\Delta} (\Delta_i) \quad (3.52)$$

Onde:

$\xi$  é o coeficiente dado em função do tempo de carregamento, podendo variar de 1,0 para 3 meses até 2,00 para 5 anos ou mais;

$\rho_f'$  é a taxa de armadura comprimida.

$\Delta_i$  é a deflexão imediata calculada pela Equação 3.48;

Na Equação 3.51  $\lambda$  reduz-se a  $\xi$  uma vez que a armadura de compressão não é considerada para o reforço de elementos com FRP, ou seja,  $\rho_f' = 0$ . Entretanto, o ACI 440.1R (2015) recomenda que um fator de modificação de 0,60 seja aplicado à Equação 3.52. Assim, para aplicações típicas, a deflexão de longo prazo de elementos de concreto armados com barras de FRP pode ser determinada pela Equação 3.53.

$$\Delta = 0,6\xi\Delta_i \quad (3.53)$$

Após a determinação das deflexões imediatas e de longa duração, deve-se calcular a deflexão total ( $\Delta_{LT}$ ), segundo a combinação de serviço dada pela Equação 3.54 e, por fim, os resultados obtidos devem atender aos limites estabelecidos pela tabela 9.5.b da ACI 318.1R (2011), apresentados na Tabela 10.

$$\Delta_{LT} = \Delta_{i,(L)} + \lambda[\Delta_{i,(D)} + 0,20\Delta_{i,(L)}] \quad (3.54)$$

Onde:

$\Delta_{i,(L)}$  é a deflexão imediata devido as cargas acidentais;

$\Delta_{i,(D)}$  é a deflexão imediata devido as cargas permanentes;

Tabela 10 - Limite de deflexões máximas por tipo de estrutura

Tipo de elemento	Deflexão considerada	Limite
Telhados ou pisos planos que não suportam ou são fixados a elementos não estruturais	Imediata	$l/180$
Telhados ou pisos que não suportam ou estão presos a elementos não estruturais	Imediata	$l/360$
Telhados ou pisos suportando elementos não estruturais susceptíveis a grandes deflexões	Soma da deflexão imediata com a deflexão de longa duração	$l/480$
Telhados ou pisos suportando elementos não estruturais não susceptíveis a grandes deflexões		$l/240$

Fonte: Adaptado de ACI 318.1R (2011)

## 4 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES

Neste capítulo é apresentado o dimensionamento das lajes da edificação com armaduras de aço e posteriormente com barras de polímeros reforçadas com fibra de basalto (BFRP). Para o dimensionamento com barras de aço foram adotadas as prescrições da NBR 6118 (2014) e para o dimensionamento com BFRP foram adotados os procedimentos de cálculo descritos no capítulo 3, conforme o ACI 440.1R (2015) e ACI 318.1R (2011).

Salienta-se que embora existam algumas diferenças entre a norma brasileira e a norma americana no que se refere aos valores de cargas e cálculo dos esforços atuantes nas lajes, foram adotados para estas etapas os procedimentos indicados na NBR 6118 (2014) em ambos os dimensionamentos, ou seja, os valores de peso específico dos materiais, cargas acidentais e cálculo dos esforços seguiram as recomendações da NBR 6118 (2014). Tal consideração foi adotada a fim de permitir uma melhor comparação entre os valores de área de armaduras obtidas.

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO

O objeto deste estudo trata-se de uma edificação residencial multifamiliar de concreto armado, composta por quatro pavimentos, com área total construída de 1.032,84 m<sup>2</sup>. Cada pavimento possui quatro apartamentos tipo, cada um com área total construída de 80,54 m<sup>2</sup>. A Figura 16 apresenta a planta baixa do pavimento tipo, e a Figura 17 a planta baixa do apartamento tipo.

As paredes da edificação serão executadas com tijolo cerâmico vazado de dimensões 14cm x 19cm x 29cm. Tanto as faces das paredes quanto a parte inferior das lajes receberão revestimento de argamassa com espessura mínima de 2,0 cm. O piso será composto por revestimento cerâmico de 1 cm de espessura e, o contrapiso, será executado com argamassa de 4 cm de espessura.

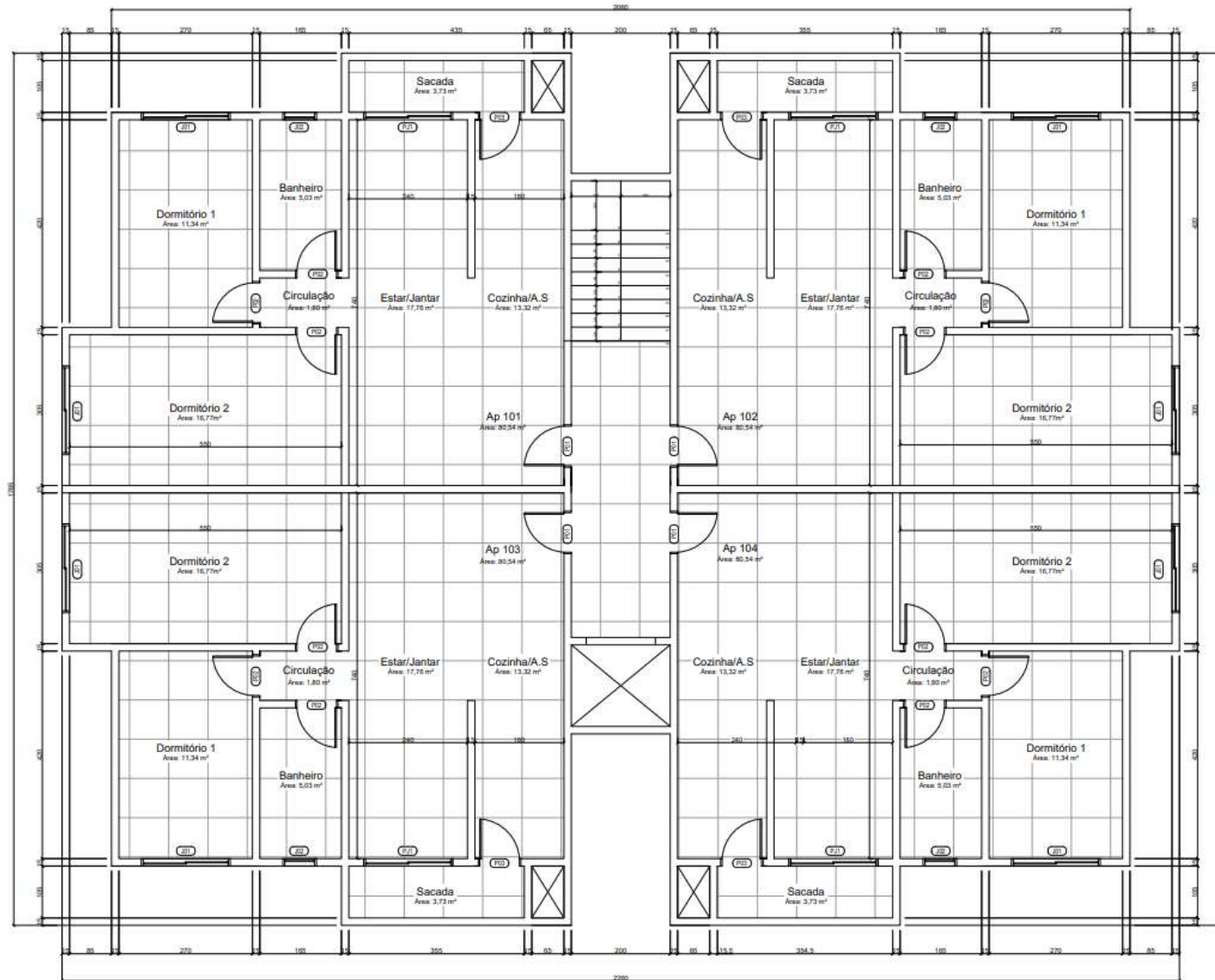


Figura 16 - Planta baixa pavimento tipo  
Fonte: Autora

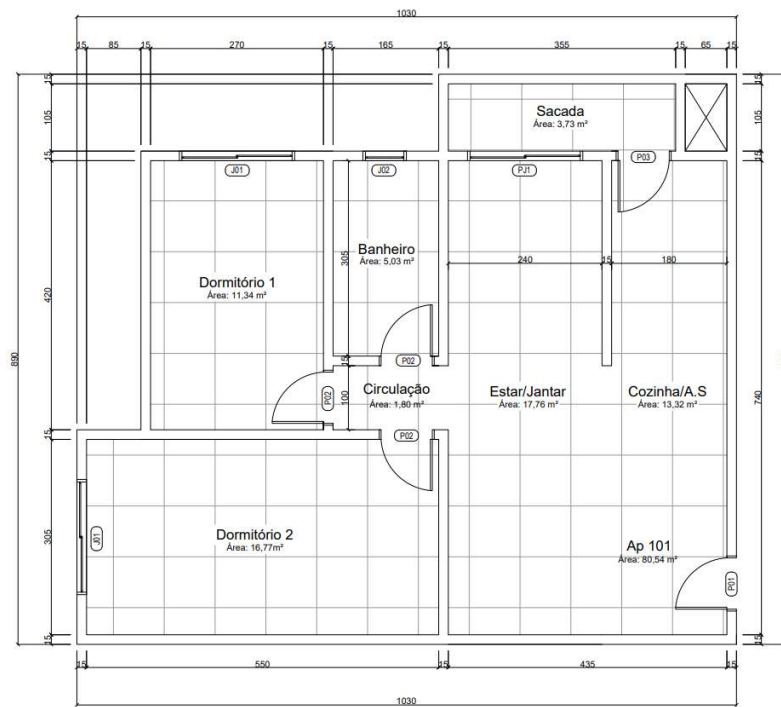


Figura 17 - Planta baixa apartamento tipo  
Fonte: Autora

A edificação será implantada a beira mar, na Rua Marcionilo Martinho Melim, bairro Serraria no município de São José/SC, à margem da rodovia BR – 101. A Figura 18 apresenta a localização do terreno.

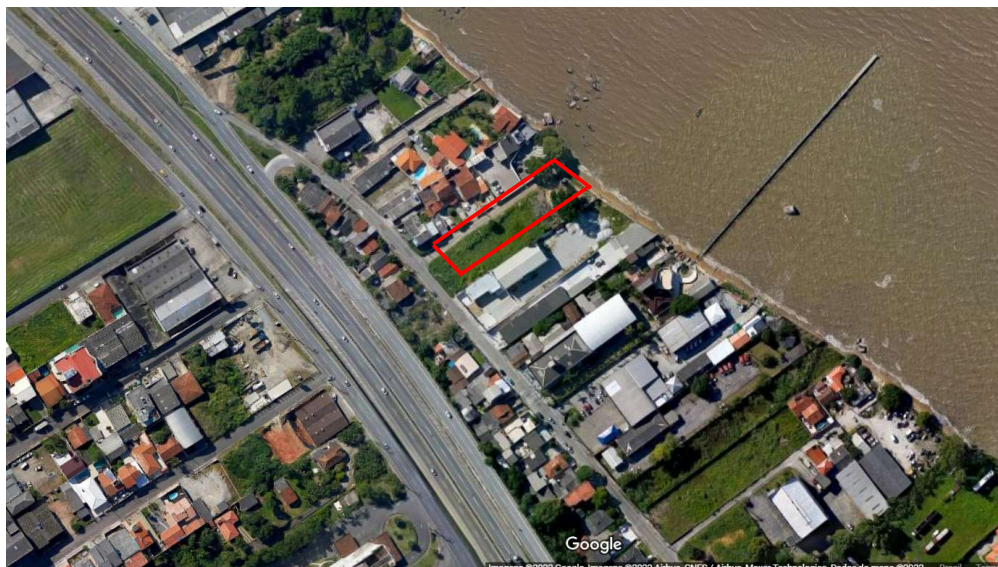


Figura 18 - Localização do terreno de implantação  
Fonte: Adaptado de Google Earth (2022)



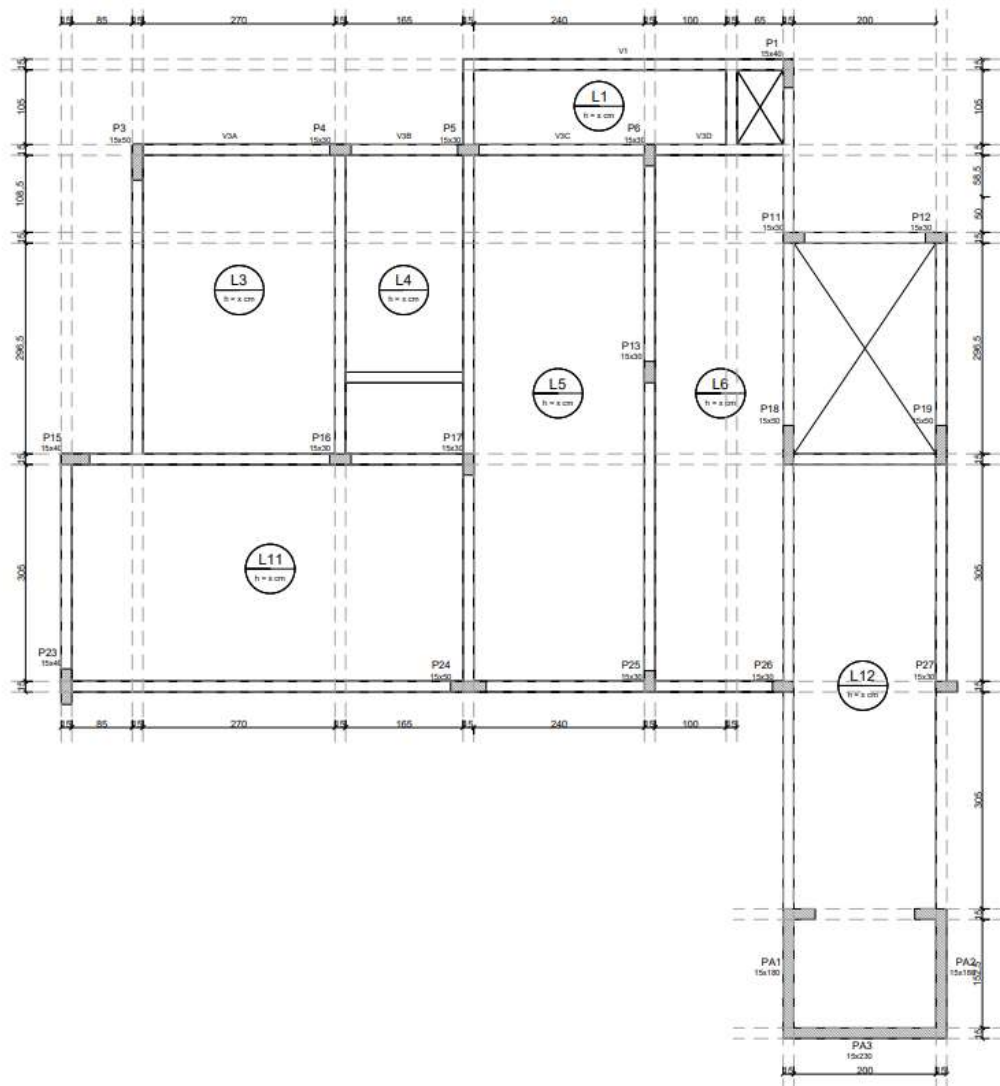


Figura 20 - Planta de fôrmas apartamento tipo e circulação  
Fonte: Autora

Tabela 11 - Igualdade entre lajes devido à simetria de projeto

L1	= L2	= L24	= L25
L3	= L10	= L20	= L23
L4	= L9	= L21	= L22
L5	= L8	= L15	= L18
L6	= L7	= L16	= L17
L11	= L13	= L14	= L19
L12			

Fonte: Autora

## 4.2 DIMENSIONAMENTO COM BARRAS DE AÇO

### 4.2.1 Propriedades dos materiais

De acordo com a NBR 6118 (2014), devido à proximidade em relação ao mar, a classe de agressividade ambiental na qual está inserida a edificação é a CAA III, correspondente a um ambiente com forte agressividade ambiental devido a influência marinha e com grande risco de deterioração da estrutura.

Ainda segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a qualidade do concreto, assim como o cobrimento, a ser utilizado depende da classe de agressividade ambiental na qual a edificação está inserida, conforme indicado nas Tabelas 12 e 13.

Tabela 12 - Cobrimentos nominais por classe de agressividade ambiental

Tipo de estrutura	Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50

Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014)

Tabela 13 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
Classe de concreto	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40

Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014)



Logo, para o dimensionamento com barras de aço adotou-se as seguintes propriedades dos materiais:

Para as barras de aço:

- Resistência à tração:  $f_y = 500 MPa$ ;
- Módulo de elasticidade:  $E_f = 200 GPa$ ;
- Deformação última:  $\varepsilon_f = 10\%$

Para o concreto:

- Deformação última:  $\varepsilon_{cu} = 3,5 \%$ ;
- Resistência à compressão característica:  $f_{ct} = 35 MPa$
- Módulo de elasticidade:  $E = E_{cs} = 29,40 GPa$
- Agregado Granítico;

## 4.2.2 Pré-dimensionamento

### 4.2.2.1 Espessura

Conforme o item 13.2.4.1 da NBR 6118 (2014), nas lajes maciças de concreto armado devem ser projetadas com uma espessura mínima suficiente para limitar as suas deformações, além de evitar vibrações que causem desconforto aos usuários. As espessuras mínimas exigidas são:

- a. 7 cm para cobertura não em balanço;
- b. 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c. 10 cm para lajes em balanço;
- d. 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total  $\leq 30$  kN;
- e. 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total  $> 30$  kN;

Atendendo aos critérios apresentados acima, a espessura das lajes maciças pode ser inicialmente estimada em função do seu menor vão ( $l_x$ ) (Giongo, 2007). Essa relação pode variar entre  $l_x/45$  e  $l_x/35$ . Neste estudo adotou-se a seguinte relação:

$$h = \frac{l_x}{40} \quad (4.1)$$

A Tabela 14 apresenta o cálculo da estimativa da altura das lajes. Como os valores obtidos são inferiores ao mínimo exigido pela norma, no caso 8 cm, portanto, a espessura adotada ( $h_{adot}$ ) para todas as lajes é igual a 8 cm.

Tabela 14 - Espessura h das lajes armadas com aço

laje	$l_{0x}$ [cm]	$h_{calc}$ [cm]	$h_{adot}$ [cm]
<b>L1</b>	105	2,63	8,00
<b>L3</b>	270	6,75	8,00
<b>L4</b>	165	4,13	8,00
<b>L5</b>	240	6,00	8,00
<b>L6</b>	180	4,50	8,00
<b>L11</b>	305	7,63	8,00
<b>L12</b>	200	5,00	8,00

Fonte: Autora

#### 4.2.2.2 Condições de apoio

As condições de apoio, ou vínculos nas bordas das lajes, podem ser classificadas em quatro tipos: simplesmente apoiada, bordo livre, engaste perfeito e engaste elástico. Para fins de cálculo manual, não se considera o engaste elástico, somente o engaste perfeito.

Neste estudo, todas as lajes apresentam vigas de borda, sendo esse modelo mais comum nas construções e para a determinação das condições de apoio considerou-se as seguintes diretrizes (Perlin et al, 2020):

- a. Os bordos das lajes sobre alvenarias estruturais externas ou vigas perimetrais de concreto são considerados como simplesmente apoiados;

- b. Uma laje deve possuir no mínimo  $2/3$  do comprimento de seu bordo em continuidade com a laje adjacente para que se possa considerá-la engastada nesta laje.
- c. O vão da laje adjacente deve ser superior a  $2/3$  do vão da laje analisada para que esta última possa ser engastada na primeira;
- d. Uma laje de espessura  $h$ , pode ser engastada na laje adjacente desde que a espessura da adjacente não seja maior ou igual a  $h - 2$ ;

A Figura 21 apresenta as lajes em estudo com as respectivas condições de contorno.

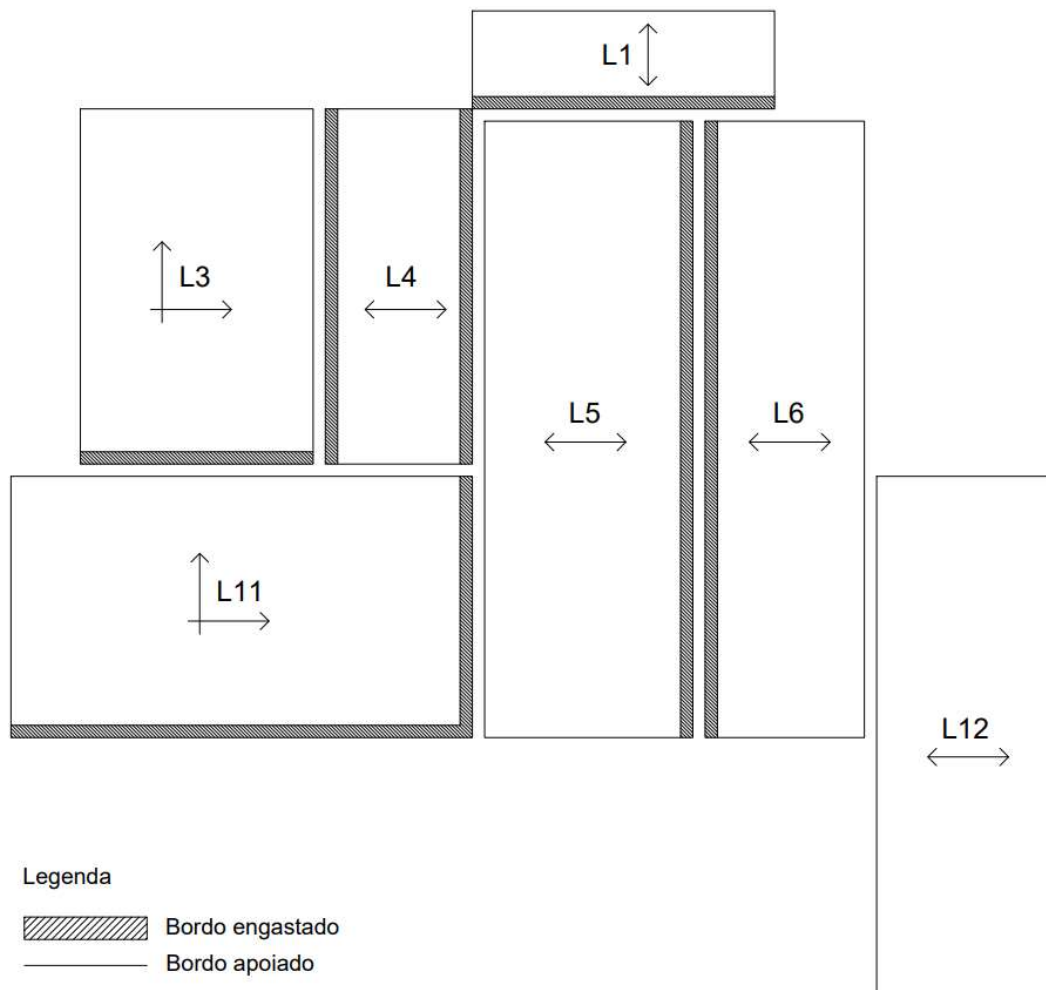


Figura 21 - Condições de apoio das lajes  
Fonte: Autora

#### 4.2.2.3 Vãos de cálculo e classificação das lajes

A NBR 6118 (2014) utiliza o coeficiente  $\lambda$  para a determinação do tipo de armação das lajes (unidirecional ou bidirecional). Esse coeficiente é dado pela razão entre o maior vão de cálculo da laje ( $l_y$ ) e o menor vão ( $l_x$ ), ou seja:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (4.2)$$

$$se \lambda = \begin{cases} > 2 \rightarrow \text{laje armada em uma direção (unidirecional)} \\ < 2 \rightarrow \text{laje armada em duas direções (bidirecional)} \end{cases}$$

De acordo com o item 14.7.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), os vãos de cálculo das lajes podem ser determinados utilizando as seguintes equações:

$$l = l_0 + a_1 + a_2 \quad (4.3)$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot t_1 \\ 0,3 \cdot h \end{cases} \quad (4.4)$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot t_2 \\ 0,3 \cdot h \end{cases} \quad (4.5)$$

Onde:

$l$  é o vão de cálculo (vão efetivo);

$l_0$  é vão livre;

$h$  é a espessura da laje;

$t_1$  e  $t_2$  são as larguras dos apoios.

Os vãos livres e de cálculo para as lajes em estudo estão indicados na Tabela 15, juntamente com a classificação quanto à armação.

Tabela 15 - Cálculo dos vãos livres e de cálculo das lajes armadas com aço

Laje	$l_{0,x}$ [cm]	$l_{0,y}$ [cm]	$a_1 = a_2$ [cm]	$l_x$ [cm]	$l_y$ [cm]	Armação
L1	105	355	2,40	109,80	359,80	unidirecional
L3	270	420	2,40	274,80	424,80	bidirecional
L4	165	420	2,40	169,80	424,80	unidirecional
L5	240	740	2,40	244,80	744,80	unidirecional
L6	180	740	2,40	184,80	744,80	unidirecional
L11	305	550	2,40	309,80	554,80	bidirecional
L12	200	625	2,40	204,80	629,80	unidirecional

Fonte: Autora

### 4.2.3 Carregamentos

Segundo recomendação da NBR 6118 (2014), para determinação dos carregamentos atuantes nas lajes em estudo utilizou-se como referência a norma NBR 6120 (2019): Cargas para cálculo de estruturas de edificações.

#### 4.2.3.1 Permanentes

A determinação das cargas permanentes ( $g$ ) levou em conta o peso próprio da laje, o peso do piso cerâmico, contrapiso e revestimento inferior da laje, bem como o peso das alvenarias descarregamento diretamente sobre as lajes, sendo adotados os seguintes valores para os pesos específicos dos materiais (NBR 6120, 2019):

- Revestimento inferior com 2 cm de espessura, composta por argamassa de cimento, areia e cal ( $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ );
- Contrapiso com 4 cm de espessura, composta por argamassa de cimento e areia ( $\gamma = 21 \text{ kN/m}^3$ );
- Revestimento cerâmico com 1 cm de espessura ( $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ );
- Peso próprio da laje, dado por  $\gamma_{conc} \cdot h$ , onde  $h$  é a altura da laje e  $\gamma_{conc}$  é o peso específico do concreto armado, igual a  $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ ;
- Peso específico do tijolo cerâmico vazado igual a  $\gamma = 13 \text{ kN/m}^3$ .

Os carregamentos permanentes devido aos revestimentos ( $g_{rev}$ ) e ao peso próprio ( $g_{peso\ próprio}$ ) são determinados pelas seguintes relações:

$$g_{rev} = 0,02 [m] \cdot 19 \left[ \frac{kN}{m^3} \right] + 0,04 [m] \cdot 21 \left[ \frac{kN}{m^3} \right] + 0,01 [m] \cdot 18 \left[ \frac{kN}{m^3} \right] = 1,40 \text{ kN/m}^2 \quad (4.6)$$

$$g_{peso\ próprio} = h [m] \cdot 25 \left[ \frac{kN}{m^3} \right] = 0,08 \cdot 25 = 2,00 \text{ kN/m}^2 \quad (4.7)$$

Na laje L4 também deve-se considerar a parcela de carga devido a alvenaria. Como trata-se de uma laje unidirecional com a parede paralela ao menor vão, considera-se a carga da parede distribuída uniformemente na faixa de largura  $l_x/2$ , havendo a necessidade de se reforçar essa faixa nas proximidades da parede, conforme indicado na Figura 22.

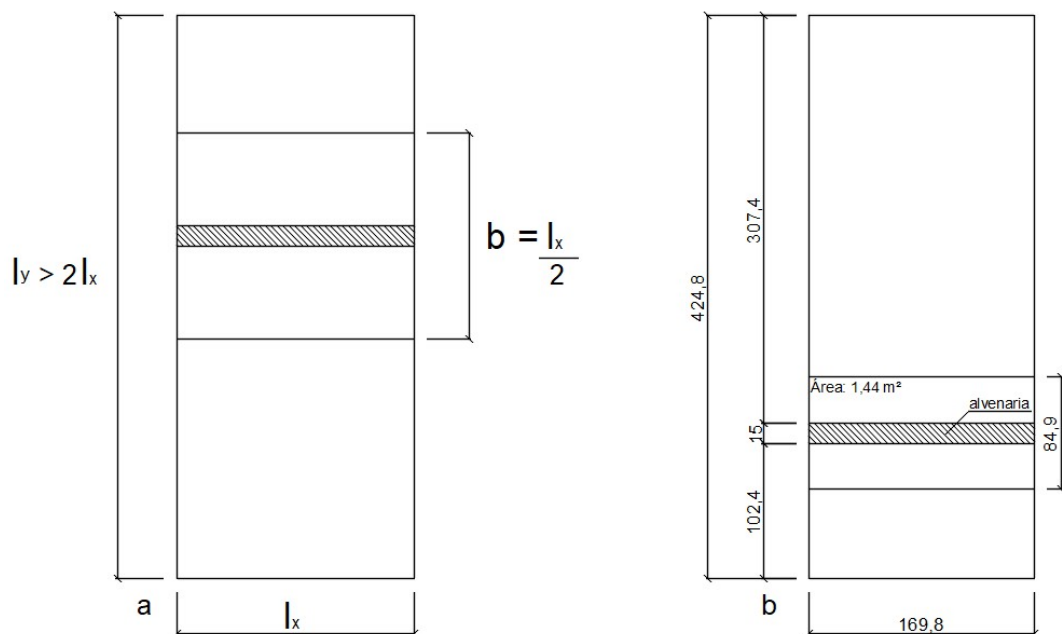


Figura 22 – Carga de alvenaria sobre laje unidirecional segundo o menor vão (L4)

Fonte: Autora

O carregamento devido a carga da parede pode ser calculado por:

$$g_{alvenaria} = \frac{P_{alvenaria}}{l_x \cdot \frac{l_x}{2}} \quad (4.8)$$

Onde:

$$P_{parede} = (\text{espessura} \cdot \text{altura} \cdot \text{comprimento} - (\text{espessura} \cdot \text{largura porta} \cdot \text{altura porta})) \cdot \gamma$$

$$\gamma = 13 \text{ kN/m}^3;$$

$l_x$  é o menor vão efetivo;

$$P_{alvenaria} = (0,15 \cdot 2,80 \cdot 1,698 - 0,15 \cdot 0,70 \cdot 2,10) \cdot 13 = 6,40 \text{ KN}$$

$$g_{alvenaria} = \frac{6,40}{1,698 \cdot \frac{1,698}{2}} = 4,44 \text{ KN/m}^2$$

Por simplificação, optou-se por considerar esse carregamento como atuante em toda a laje L4, estando assim a favor da segurança.

Na Tabela 16 estão indicados os valores de carga permanente obtidos para as lajes em estudo, sendo a carga permanente total calculada por:

$$g = g_{\text{peso próprio}} + g_{\text{rev}} + g_{\text{alvenaria}} \quad (4.9)$$

Tabela 16 - Carregamento permanente das lajes armadas com aço

Laje	h [cm]	$g_{\text{peso próprio}}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$g_{\text{rev}}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$g_{\text{alvenaria}}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$g$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	8,00	2,00	0,53		2,53
L3	8,00	2,00	0,53		2,53
L4	8,00	2,00	0,53	4,44	6,97
L5	8,00	2,00	0,53		2,53
L6	8,00	2,00	0,53		2,53
L11	8,00	2,00	0,53		2,53
L12	8,00	2,00	0,53		2,53

Fonte: Autora

#### 4.2.3.2 Acidentais

Os valores correspondentes às cargas acidentais ( $q$ ) são definidos em função do uso da edificação, sendo fornecidos pela Tabela 10 da NBR 6120 (2019). Por se tratar de lajes de um edifício residencial, considerou-se uma carga acidental uniformemente distribuídas de 1,5 kN/m<sup>2</sup> em todas as lajes, exceto para a L12, por se tratar de um corredor de uso comum do edifício, onde recomenda-se a aplicação de uma carga acidental de 2 kN/m<sup>2</sup>.

#### 4.2.4 Estado Limite Último - Flexão

##### 4.2.4.1 Combinação de ações

O cálculo das combinações das ações no ELU foi realizado conforme o item 11.8.2 da NBR 6118 (2014). Por se tratar de lajes de um edifício residencial sujeitas apenas ao carregamento permanente e as cargas acidentais previstas para o uso da construção, o cálculo da combinação de ações se resume a seguinte equação:

$$p = \gamma_g \cdot (g + q) \quad (4.10)$$

Onde:

$g$  é a carga permanente;

$q$  é a carga acidental;

$\gamma_g$  é o coeficiente de majoração das ações para combinação normal no ELU, igual a 1,40;

A Tabela 17 apresenta os resultados das combinações de ações no ELU para as lajes em estudo.

Tabela 17 - Cálculo das combinações das ações no estado limite último das lajes armadas com aço

Laje	$g$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\gamma_g$	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	2,53	1,50	1,40	5,64
L3	2,53	1,50	1,40	5,64



Laje	$g$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\gamma_g$	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L4	6,97	1,50	1,40	11,86
L5	2,53	1,50	1,40	5,64
L6	2,53	1,50	1,40	5,64
L11	2,53	1,50	1,40	5,64
L12	2,53	2,00	1,40	6,34

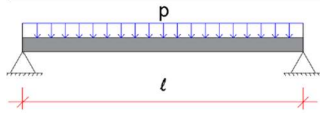
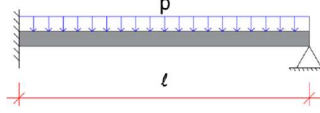
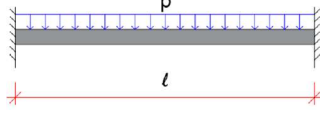
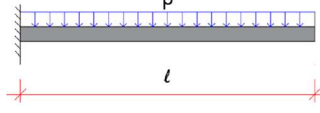
Fonte: Autora

#### 4.2.4.2 Momentos fletores

As lajes unidirecionais são calculadas como uma viga segundo a direção principal. Assim, os momentos são calculados considerando uma viga com largura constante de um metro e comprimento igual ao menor vão efetivo da laje. Na direção secundária desprezam-se os momentos fletores.

A Tabela 18 apresenta as equações para determinação dos momentos fletores em lajes unidirecionais para as diferentes condições de apoio e, na Tabela 19, são indicados os valores obtidos para as lajes unidirecionais em estudo.

Tabela 18 - Momentos fletores para lajes unidirecionais

Condição de apoio	Diagrama da condição de apoio	Momento fletor positivo	Momento fletor negativo
Bi apoiada		$M^+ = \frac{p \cdot l^2}{8}$	
Apoiada e engastada		$M^+ = \frac{p \cdot l^2}{14,22}$	$M^- = \frac{p \cdot l^2}{8}$
Bi engastada		$M^+ = \frac{p \cdot l^2}{24}$	$M^- = \frac{p \cdot l^2}{12}$
Em balanço			$M^- = \frac{p \cdot l^2}{2}$

\*  $l = l_x$  é o menor vão efetivo da laje

\*\*  $p$  é a combinação das ações no estado limite último

Fonte: Autora

Tabela 19 - Cálculo dos momentos fletores das lajes unidirecionais

Laje	$l_x$ [cm]	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Condição de apoio	$M^+$ [kNm/m]	$M^-$ [kNm/m]
L1	109,80	5,64	Apoiada e engastada	0,48	0,85
L4	169,80	11,86	Bi engastada	1,42	2,85
L5	244,80	5,64	Engastada e apoiada	2,38	4,23
L6	184,80	5,64	Engastada e apoiada	1,36	2,41
L12	204,80	6,34	Bi apoiada	3,33	-

Fonte: Autora

Para o cálculo dos momentos fletores das lajes bidirecionais este estudo utiliza como referência as tabelas de Bares (1972) e adaptadas por Carvalho e Figueiredo (2014) para coeficiente de Poisson igual a 0,20, tendo como fundamento a Teoria das placas. A Figura 23 apresenta as possíveis situações de classificação dos apoios para cálculo das lajes armadas em duas direções. E em função do tipo de vinculação, através das Equações 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14, é possível determinar os momentos fletores atuantes nas lajes bidirecionais.

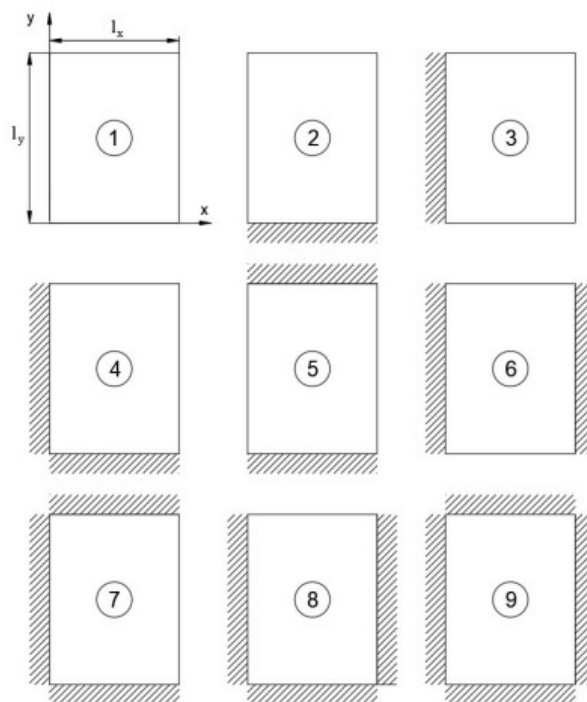


Figura 23 - Classificação das possíveis combinações de apoio para lajes bidirecionais

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2016)

$$M_x = u_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (4.11)$$

$$M_y = u_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (4.12)$$

$$M_x^- = u_x^- \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (4.13)$$

$$M_y^- = u_y^- \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (4.14)$$

Onde:

$u_x$  e  $u_y$  são os coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas  $l_x$  e  $l_y$  respectivamente (Tabela 20);

$u'_x$  e  $u'_y$  são os coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas bordas perpendiculares às direções  $l_x$  e  $l_y$  respectivamente (Tabela 20);

$p$  é a carga atuante na laje (kN/m<sup>2</sup>);

$l_x$  é o menor vão da laje (m).

A Tabela 20 apresenta os coeficientes de cálculo segundo classificações de casos (Figura 23) em função de  $\lambda$  para as lajes L3 e L11.

Tabela 20 - Coeficientes para cálculo dos momentos máximos em lajes retangulares, bidirecionais e uniformemente carregadas (casos 2 e 4) para as lajes L3 e L11

$\lambda$	Caso 2			Caso 4			
	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_y'$	$\mu_x$	$\mu_x'$	$\mu_y$	$\mu_y'$
<b>1,55</b>	6,90	4,17	11,39				
<b>1,75</b>				5,36	11,43	2,11	8,16
<b>1,80</b>				5,45	11,55	2,04	8,17

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2016)

Na Tabela 21 são indicados os valores de momento fletor obtidos para as lajes bidirecionais em estudo. A Figura 24 mostra a representação dos momentos fletores isolados calculados para todas as lajes.

Tabela 21 – Cálculo dos momentos fletores lajes bidirecionais

Laje	$l_x$ [m]	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\mu_x$	$\mu_x'$	$\mu_y$	$\mu_y'$	$M_x$ [kNm/m]	$M_y$ [kNm/m]	$M_x'$ [kNm/m]	$M_y'$ [kNm/m]
L3	2,748	5,64	6,90	4,17		11,39	2,94	1,78		4,85
L11	3,098	5,64	5,43	11,53	2,05	8,17	2,94	6,25	1,11	4,43

Fonte: Autora

A Figura 24 apresenta os momentos fletores isolados calculados para as lajes em estudo.

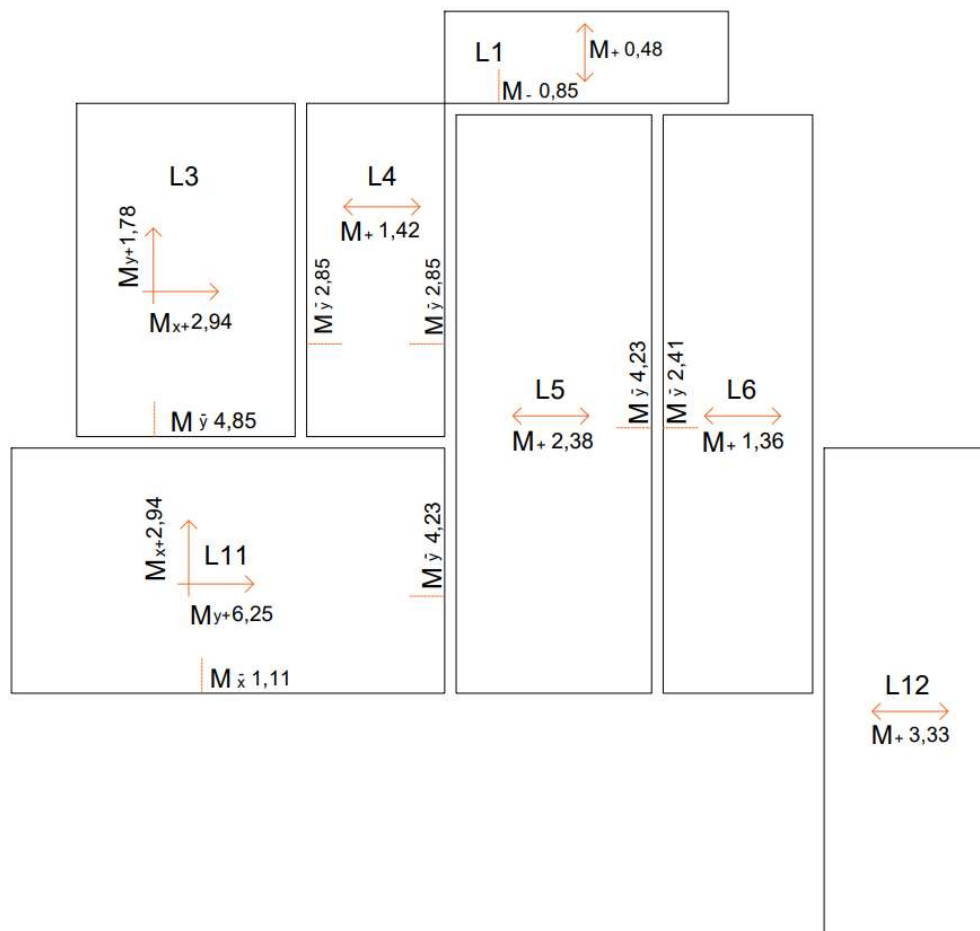


Figura 24 – Representação dos momentos fletores calculados

Fonte: Autora

#### 4.2.4.2.1 Compatibilização dos momentos fletores negativos

Como os momentos fletores são calculados considerando cada laje como uma placa isolada, os momentos fletores negativos apresentam valores distintos para laje adjacentes. Portanto, em uma borda em comum, é necessário fazer uma compatibilização dos momentos negativos, como indica a Figura 25.

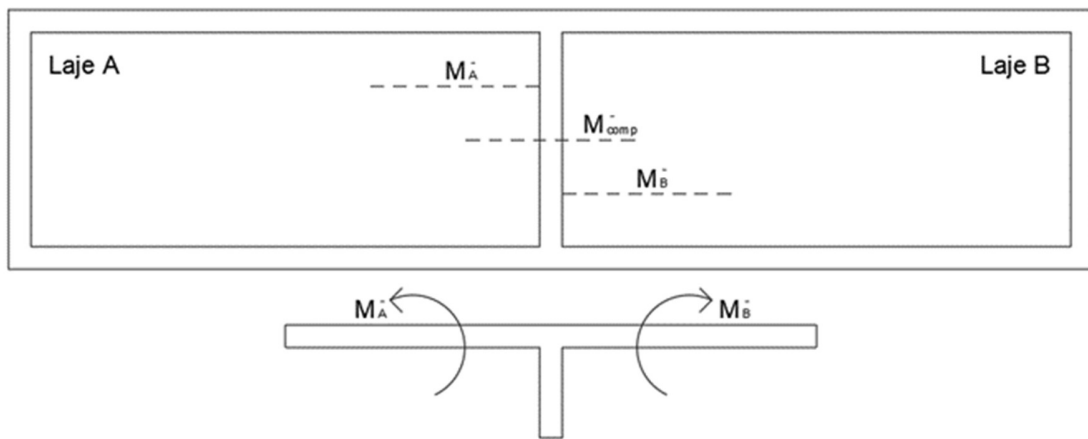


Figura 25: Compatibilização dos momentos negativos  
Fonte: Adaptado de Perlin et al (2020)

O momento fletor negativo compatibilizado é o maior dos seguintes valores (Perlin et al, 2020):

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0,8 \cdot M_A^- \\ 0,8 \cdot M_B^- \\ \frac{M_A^- + M_B^-}{2} \end{cases} \quad (4.15)$$

Onde:

$M_{comp}^-$  é o momento negativo compatibilizado;

$M_A^-$  é o momento negativo calculado da laje A;

$M_B^-$  é o momento negativo calculado da laje B;

Neste estudo verificou-se a necessidade de realizar a compatibilização dos momentos fletores negativos entre as seguintes lajes: L1 e L5; L1 e L6; L3 e L4; L3 e

L11; L4 e L5; L5 e L6; L11 e L5, conforme visualizado na Figura 24 . A Tabela 22 apresenta os cálculos da compatibilização dos momentos fletores negativos.

Tabela 22 - Cálculo dos momentos fletores negativos compatibilizados

Laje A	Laje B	$M_A^-$ [kNm/m]	$M_B^-$ [kNm/m]	$0,8 \cdot M_A^-$	$0,8 \cdot M_B^-$	$\frac{M_A^- + M_B^-}{2}$	$M_{comp}^-$ [kNm/m]
L1	L5	0,85	0,00	0,68	0,00	0,43	0,68
L1	L6	0,85	0,00	0,68	0,00	0,43	0,68
L3	L4	0,00	2,85	0,00	2,28	1,42	2,28
L3	L11	4,85	0,00	3,88	0,00	2,43	3,88
L4	L5	2,85	0,00	2,28	0,00	1,42	2,28
L5	L6	4,23	2,41	3,38	1,93	3,32	3,38
L11	L5	4,43	0,00	3,54	0,00	2,21	3,54

Fonte: Autora

#### 4.2.4.2.2 Correção dos momentos positivos

Em função da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos devem ser corrigidos. Corrigem-se os momentos positivos apenas em situações em que a compatibilização dos momentos negativos levar ao aumento do momento positivo. Isso ocorre quando os momentos negativos compatibilizados são menores que os momentos negativos originais (Perlin et al, 2020).

A correção dos momentos positivos deve ser feita da seguinte forma:

- a. Para vãos extremos, deve-se adicionar ao momento fletor positivo um valor igual a metade da variação do momento fletor negativo;

$$M_{corr}^+ = M^+ \frac{M^- - M_{comp}^-}{2} \quad (4.16)$$

Onde:

$M_{corr}^+$  é o momento positivo corrigido;

$M^+$  é o momento positivo calculado;

$M^-$  é o momento negativo calculado;

$M_{comp}^-$  é o momento negativo compatibilizado.

b. Para vãos intermediários deve-se acrescentar ao momento fletor positivo um valor igual a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos;

$$M_{corr}^+ = M^+ + \frac{|M_e^- - M_{comp,e}^-| + |M_d^- - M_{comp,d}^-|}{2} \quad (4.17)$$

Onde:

$M_{corr}^+$  é o momento positivo corrigido;

$M^+$  é o momento positivo calculado;

$M_e^-$  é o momento negativo no apoio da esquerda;

$M_{comp,e}^-$  é o momento negativo compatibilizado no apoio da esquerda;

$M_d^-$  é o momento negativo no apoio da direita;

$M_{comp,d}^-$  é o momento negativo compatibilizado no apoio da direita;

Considerando os resultados obtidos na Tabela 22, verificou-se a necessidade de corrigir os momentos positivos das lajes L1, L3 (direção y), L4, L5 e L11 (direção y). A Tabela 23 apresenta os momentos fletores positivos corrigidos.

Tabela 23 – Cálculo dos momentos fletores positivos corrigidos

Laje	$M_+$ [kNm/m]	$M_-$ [kNm/m]	$M_{comp}^-$ [kNm/m]	$M_{corr}^+$ [kNm/m]
L1	0,48	0,85	0,68	0,56
L3	1,78	4,85	3,88	2,26
L4	1,42	2,85	2,28	1,99
L5	2,38	4,23	3,38	4,23
L11	6,25	4,43	3,54	6,69

Fonte: Autora

Por fim, a Tabela 24 e Figura 26 apresentam os valores finais dos momentos fletores positivos e negativos para as lajes em estudo.

Tabela 24 - Momentos fletores das lajes armadas com aço no ELU

Laje	Lajes unidirecionais		Lajes bidirecionais			
	$M_+$ [kNm/m]	$M_-$ [kNm/m]	$M_x$ [kNm/m]	$M_y$ [kNm/m]	$M_x'$ [kNm/m]	$M_y'$ [kNm/m]
L1	0,56	0,68				
L3			2,94	2,26		3,88
L4	1,99	2,28				
L5	4,23	3,38				
L6	1,36	3,38				
L11			2,94	6,69	1,11	3,54
L12	3,33					

Fonte: Autora



Figura 26 – Representação dos momentos fletores atuantes nas lajes armadas com aço

Fonte: Autora



#### 4.2.4.3 Cálculo das armaduras

##### a. Armaduras positivas

Para o cálculo das armaduras principais é necessário definir inicialmente a altura útil da laje ( $d$ ), a qual representa a distância entre o ponto mais comprimido da laje e o eixo da armadura tracionada. Entretanto, para o cálculo da altura útil, é necessário determinar, previamente, um diâmetro para a armadura. Para tal, deve-se obedecer a disposição do item 20.1 da NBR 6118 (2014) o qual estabelece que o diâmetro de qualquer barra qualquer barra da armadura de flexão não deve ultrapassar 1/8 do valor da altura da laje, ou seja:

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} \quad (4.18)$$

Após a determinação da bitola, é possível calcular a altura útil da laje nas duas direções, utilizando as seguintes expressões:

$$d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} \quad (4.19)$$

$$d_y = h - c - \phi_x - \frac{\phi_y}{2} \quad (4.20)$$

Onde:

$d_x$  é a altura útil na direção do menor vão;

$d_y$  é a altura útil na direção do maior vão;

$h$  é a espessura da laje;

$c$  é o cobrimento da laje, igual a 3,5 cm para CA-III;

$\phi_x$  é o diâmetro da armadura na direção do menor vão;

$\phi_y$  é o diâmetro da armadura na direção do maior vão.

Definido o valor da altura útil, pode-se calcular a posição da linha neutra ( $x$ ) utilizando a seguinte expressão:

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot \left( \frac{M_d}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}} \right)}}{\lambda} \quad (4.21)$$

Onde:

$M_d$  é o momento fletor de cálculo atuante na seção;

$b_w$  é a largura da seção;

$\alpha_c$  é o coeficiente de redução da resistência de cálculo do concreto, igual a 0,85 para concretos com  $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$  ;

$f_{cd}$  resistência à compressão de cálculo do concreto, dado por:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$  ;

$\lambda$  é o coeficiente de simplificação do diagrama tensão x deformação em um retângulo, sendo  $\lambda = 0,80$  para concretos até 50 MPa.

Para verificar o domínio de deformação é necessário calcular a relação  $x/d$ . De acordo com o item 17.2.3 da NBR 6118 (2014), vigas e lajes submetidas à flexão simples devem se enquadrar nos domínios 2 ou 3 para proporcionar o adequado comportamento dúctil, caso o dimensionamento recaia no domínio 4, deve-se usar armadura de compressão. Entretanto, no caso das lajes, procura-se evitar o Domínio 4, ou seja:

$$\frac{x}{d} \leq \begin{cases} 0,45 \rightarrow f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ 0,35 \rightarrow 50 \text{ MPa} < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.22)$$

Para o cálculo da armadura principal, utiliza-se a seguinte expressão:

$$A_s = \frac{M_d}{(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \cdot f_{yd}} \quad (4.23)$$

Onde:

$A_s$  é a área de aço;

$M_d$  é o momento de cálculo atuante na seção;

$f_{yd}$  é a resistência à tração de cálculo do aço, dado por:  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$ ;

$d$  é a altura útil da seção;

$x$  é a altura da linha neutra;

$\lambda$  é o coeficiente de simplificação do diagrama tensão x deformação em um retângulo, sendo  $\lambda = 0,80$  para concretos até 50 MPa.

No caso das lajes unidirecionais, como não existe armadura principal na direção do maior vão, adota-se apenas uma armadura de distribuição nesta direção, respeitando os seguintes limites estabelecidos pela norma NBR 6118 (2014):

$$A_s > \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} \\ 0,5 \cdot p_{min} \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{cm} \end{cases} \quad (4.24)$$

#### b. Armaduras negativas

O dimensionamento das armaduras negativas, segue o procedimento utilizado para as armaduras positivas. Para o cálculo da altura útil adota-se a seguinte expressão:

$$d = h - c - 0,5 \emptyset \quad (4.25)$$

Onde:

$d$  é a altura útil;

$h$  é a menor espessura entre as lajes adjacentes;

$c$  é o cobrimento de concreto;

$\emptyset$  é o diâmetro da barra.

Salienta-se que para as lajes que possuem revestimento de piso cerâmico e revestimento argamassado, a NBR 6118 (2014) permite a adoção de um cobrimento de 1,50 cm para a parte superior da laje. Logo, a altura útil para a armadura negativa é calculada com este valor.

### c. Armaduras mínimas

A área de aço calculada deve atender ao valor mínimo exigido pela NBR 6118 (2014), item 19.3.3.2, a fim de melhorar o desempenho à flexão, aumentar a ductilidade e controlar a fissuração.

Para armaduras negativas e armaduras positivas principais de lajes unidirecionais, deve ser respeitado o seguinte valor mínimo:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot 100 \cdot h \quad (4.26)$$

Onde:

$h$  é a espessura da laje, para as armaduras negativas considera-se a maior espessura entre as lajes adjacentes;

$\rho_{min}$  é a taxa mínima de armadura definida em função do  $f_{ck}$  do concreto ( $\rho_{min} = 0,164\%$  para  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ ).

Para armaduras positivas de lajes bidirecionais e armaduras negativas de bordas sem continuidade, adota-se:

$$A_{s,min} = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot 100 \cdot h \quad (4.27)$$

### d. Armadura de borda

Segundo a NBR 6118 (2014) é necessário o uso de armaduras negativas em todas as bordas onde já viga de apoio, porém, não há laje adjacente. A área de aço para armadura de borda é dada pela equação:

$$A_s = A_{s,min} = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot 100 \cdot h \quad (4.28)$$

## Cálculo da laje L1

### Armadura positiva principal

Altura da laje:  $h = 8 \text{ cm}$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Momento de cálculo:  $M_d = 0,56 \text{ kNm/m}$

- *Linha neutra:*

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{8}{8} = 1,00 \text{ cm}$$

$$d = h - c - 0,5 \cdot \phi_x = 8 - 3,5 - 0,5 \cdot 0,63 = 4,19 \text{ cm}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 25.000 \text{ kPa}$$

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot \left( \frac{M_d}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}} \right)}}{\lambda} = \frac{0,0419 - \sqrt{0,0419^2 - 2 \cdot \left( \frac{0,56}{1 \cdot 0,85 \cdot 25000} \right)}}{0,80} \rightarrow$$

$$x = 7,98 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- *Verificação do domínio de ruptura:*

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0798}{4,19} = 0,0191 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

- *Cálculo da armadura*

$$A_{sx} = \frac{M_d}{(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \cdot f_{yd}} = \frac{0,56 \cdot 10^4}{(0,0419 - 0,5 \cdot 0,80 \cdot 7,98 \cdot 10^{-4}) \cdot 434,78 \cdot 10^3} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot 100 \cdot h = \frac{0,164}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como  $A_{sx} < A_{s,min}$ , para a laje L1 adotou-se a armadura igual a 1,31 cm<sup>2</sup>/m.

### Armadura positiva de distribuição

$$A_s \geq \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} = 1,31 \cdot 0,20 = 0,26 \text{ cm}^2/m \\ 0,5 \cdot p_{\min} \cdot b_w \cdot h = 0,5 \cdot \frac{0,164}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 0,66 \text{ cm}^2/m \\ 0,90 \text{ cm}^2/cm \end{cases}$$

$$A_s = 0,90 \text{ cm}^2/m$$

### Armadura negativa

#### Entre as lajes L1 e L5

Altura das lajes:  $h_{L1} = 80 \text{ mm}$ ;  $h_{L5} = 80 \text{ mm} \rightarrow h = 80 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $\phi = 6,3 \text{ mm}$

Momento de cálculo:  $M_d = 0,68 \text{ kNm/m}$

- *Linha neutra:*

$$\phi_{\max} = \frac{h}{8} = \frac{8}{8} = 1,00 \text{ cm}$$

$$d = h - c - 0,5 \cdot \phi_x = 8 - 1,5 - 0,5 \cdot 0,63 = 6,19 \text{ cm}$$

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot \left( \frac{M_d}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}} \right)}}{\lambda} = \frac{0,0619 - \sqrt{0,0619^2 - 2 \cdot \left( \frac{0,68}{1 \cdot 0,85 \cdot 25000} \right)}}{0,80} \rightarrow$$

$$x = 6,49 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- *Verificação do domínio de ruptura:*

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0649}{6,19} = 0,0105 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

- *Cálculo da armadura:*

$$A_s = \frac{M_d}{(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \cdot f_{yd}} = \frac{0,68 \cdot 10^4}{(0,0619 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 6,49 \cdot 10^{-4}) \cdot 434,78 \cdot 10^3} \rightarrow$$

$$A_s = 0,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_w \cdot h = \frac{0,164}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como  $A_s < A_{s,min}$ , para a armadura negativa entre as lajes L1 e L5, adotou-se a armadura mínima igual a  $1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

### Armadura negativa de borda

Como não possui momento fletor negativo, a armadura negativa de borda da laje L1 é dada pela mínima.

$$A_s = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot 100 \cdot h = 0,67 \cdot \frac{0,164}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 0,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

As Tabelas 25 e 26 apresentam, respectivamente, os valores de área de aço para a armadura positivas e as armaduras de distribuição das lajes unidirecionais. A Tabela 27 apresenta os valores das armaduras negativas e as armaduras de borda apresentam valor igual para todas as lajes ( $A_{s,min} = 0,88 \text{ cm}^2/\text{m}$ ).

Tabela 25 - Armadura positiva principal das lajes armadas com aço

Laje	$M_d$ [kNm/m]	$\phi$ [cm]	$d$ [m]	$x$ [m]	$\frac{x}{d} < 0,45$	$A_{sx}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_{s,min}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_{s,x}$ (adotada) [cm <sup>2</sup> /m]
L1	<b>0,56</b>	0,63	0,0419	0,0008	0,0191	0,31	1,31	1,31
L3	<b>2,94</b>	0,63	0,0419	0,0043	0,1030	1,30	0,88	1,30
L3*	<b>2,26</b>	0,63	0,0419	0,0033	0,0785	1,28	0,88	1,28
L4	<b>1,99</b>	0,63	0,0419	0,0029	0,0689	1,13	1,31	1,31
L5	<b>4,23</b>	0,63	0,0419	0,0063	0,1511	2,47	1,31	2,47
L6	<b>1,36</b>	0,63	0,0419	0,0019	0,0464	0,76	1,31	1,31

Laje	$M_d$ [kNm/m]	$\emptyset$ [cm]	$d$ [m]	$x$ [m]	$\frac{x}{d} < 0,45$	$A_{sx}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_{s,min}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_{s,x}$ (adotada) [cm <sup>2</sup> /m]
L11	2,94	0,63	0,0419	0,0043	0,1030	3,83	0,88	3,83
L11*	6,69	0,63	0,0419	0,0104	0,2495	4,08	0,88	4,08
L12	3,33	0,63	0,0419	0,0049	0,1172	1,92	1,31	1,92

\* Armaduras positivas na direção ly das lajes bidirecionais;

Fonte: Autora

Tabela 26 – Armadura de distribuição das lajes unidirecionais armadas com aço

Laje	$A_{sx}$ [cm <sup>2</sup> /m] adotada	$20\% \cdot A_{sx}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$0,5 \cdot p_{min} \cdot b_w \cdot h$	$0,90$ [cm <sup>2</sup> /cm]	$A_{sy}$ [cm <sup>2</sup> /m]
L1	1,31	0,26	0,66	0,90	0,90
L4	1,31	0,26	0,66	0,90	0,90
L5	2,47	0,49	0,66	0,90	0,90
L6	1,31	0,26	0,66	0,90	0,90
L12	1,92	0,38	0,66	0,90	0,90

Fonte: Autora

Tabela 27 – Armadura negativa das lajes armadas com aço

Lajes	$M_d$ [kNm/m]	$\emptyset$ [cm]	$d$ [m]	$x$ [m]	$\frac{x}{d} < 0,45$	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_{s,min}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_s$ (adotada) [cm <sup>2</sup> /m]
L1-L5	0,68	0,63	0,0619	0,00065	0,0105	0,25	1,31	1,31
L1-L6	0,68	0,63	0,0619	0,00065	0,0105	0,25	1,31	1,31
L3-L4	2,28	0,63	0,0619	0,00220	0,0356	0,86	1,31	1,31
L3-L11	3,88	0,63	0,0619	0,00379	0,0612	1,48	1,31	1,48
L4-L5	2,28	0,63	0,0619	0,00220	0,0356	0,86	1,31	1,31
L5-L6	3,38	0,63	0,0619	0,00329	0,0531	1,29	1,31	1,31
L11-L5	3,54	0,63	0,0619	0,00344	0,0557	1,35	1,31	1,35
L4-L11	0,00	0,63	0,0619	0,00000	0,0000	0,00	1,31	1,31
L6-L12	0,00	0,63	0,0619	0,00000	0,0000	0,00	1,31	1,31
L11-L14	1,11	0,63	0,0619	0,00106	0,0172	0,42	1,31	1,31
L5-L15	0,00	0,63	0,0619	0,00000	0,0000	0,00	1,31	1,31
L6-L16	0,00	0,63	0,0619	0,00000	0,0000	0,00	1,31	1,31

Fonte: Autora



#### 4.2.4.4 Detalhamento das armaduras

##### a. Espaçamento e quantidade de barra

O número de barras é determinado conforme a seguinte relação:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,\phi}} \quad (4.29)$$

Onde:

$n$  é o número de barras por metro de largura;

$A_s$  é a área de armadura calculada;

$A_{s,\phi}$  é a área da seção relativa ao diâmetro adotado.

O espaçamento entre as barras é calculado por:

$$s = \frac{100}{n} \quad (4.30)$$

O item 20.1 da NBR 6118 (2014) determina que o espaçamento máximo entre as barras da armadura principal de flexão deve respeitar os seguintes limites:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 h \end{cases} \quad (4.31)$$

O mesmo item ainda estabelece que, no caso de lajes unidirecionais, a armadura de distribuição deve apresentar um espaçamento entre barras de no máximo 33 *cm*. Em todos os casos,  $s$  deve ser arredondado para um número inteiro imediatamente inferior.

Com o espaçamento entre as barras definida, a quantidade total de barras em cada direção é calculada através da seguinte relação:

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 \quad (4.32)$$

Onde:

$Q$  é a quantidade de barras na direção considerada;

$l_o$  é o vão livre na direção oposta;

$s$  é o espaçamento entre as barras na direção considerada;

Salienta-se que o valor de  $Q$  deve sempre ser arredondado para um número imediatamente superior.

#### *b. Comprimento das armaduras positivas*

O comprimento total das barras é a soma do vão livre com as ancoragens em ambos os lados.

A rigor, o comprimento das barras deve ser determinado após o cálculo do comprimento de ancoragem nos apoios. Entretanto, em virtude dos pequenos diâmetros das barras utilizados nas lajes de edifícios, normalmente, o comprimento necessário de ancoragem é inferior ao comprimento de ancoragem disponível. Assim, para lajes com o emprego de barras com diâmetro menor ou igual a 8 mm, basta adotar o comprimento mínimo de ancoragem reta de 10 cm, garantindo que o eixo do apoio seja ultrapassado no mínimo 4 cm (ARAUJO, 2014).

O comprimento de ancoragem disponível ( $l_{disp}$ ) é dado por:

$$l_{b,disp} = b_w - c \quad (4.33)$$

Onde:

$b_w$  é a largura da viga;

$c$  é o cobrimento da viga, igual a 4 cm para CA III;

Assim, conforme salienta Araújo (2014), visando rapidez e facilidade construtiva, é usual estender a barra por todo o comprimento de ancoragem disponível, mesmo que este seja maior que comprimento necessário. Para este trabalho foi adotada esta solução. Neste caso, o comprimento total das barras é dado pela seguinte fórmula:

$$C = l_{b,disp1} + l_o + l_{b,disp2} \quad (4.34)$$

Onde:

$C$  é o comprimento total da barra;

$l_{b,disp1}$  é a largura disponível do apoio da direita;

$l_{b,disp2}$  é a largura disponível na viga esquerda;

$l_o$  é o vão livre na direção considerada;

Salienta-se que nos casos em que a largura do apoio é muito pequena, em condições excepcionais de carga ou com o uso de barras grossas, deve-se calcular o comprimento de ancoragem. Não sendo possível fazer a ancoragem reta, utiliza-se a ancoragem com ganchos.

### c. Comprimento das armaduras negativas

Em relação às armaduras negativas, o comprimento da barra deve ser calculado considerando-se ganchos nas duas extremidades, como indica a Figura 27. Deste modo, o comprimento das armaduras negativas é dado por:

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,max} + 10\phi + g_d \quad (4.35)$$

Onde:

$\phi$  é a bitola empregada;

$g_e$  é o gancho do lado esquerdo, dado por  $g_e = h_e - c_s - c_i$ , sendo  $h_e$  a altura da laje da esquerda;

$g_d$  é o gancho do lado direito, dado por  $g_d = h_d - c_s - c_i$ , sendo  $h_d$  a altura da laje da direita;

$c_i$  é o cobrimento inferior da laje (3,5 cm para CA III);

$c_s$  é o cobrimento superior da laje (1,5 cm para CA III, no caso de revestimento superior na laje);

$l_{x,max} \geq \begin{cases} l_{x,e} = \text{menor v\~ao da laje esquerda} \\ l_{x,d} = \text{menor v\~ao da laje direita} \end{cases}$ , quando houver duas lajes engastadas;

$l_{x,max}$  é o menor v\~ao da laje engastada, quando houver uma laje engastada e a outra apoiada;

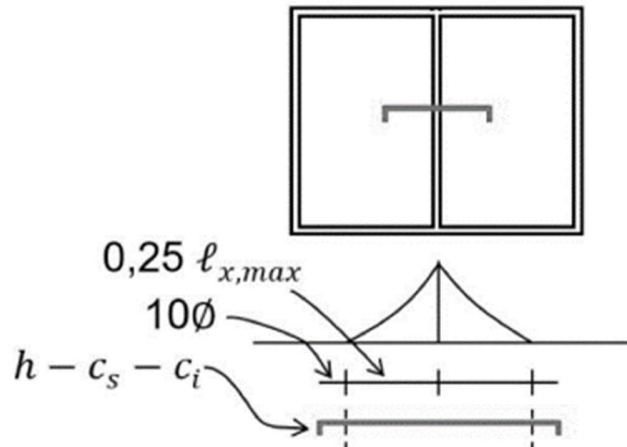


Figura 27 - Comprimento das armaduras negativas  
Fonte: Perlin et al (2020)

#### d. Armadura negativa de borda

Segundo o item 19.3.3.2 da NBR 6118 (2014), nos bordos das lajes sem continuidade com planos de lajes adjacentes e que tenham vigas como elementos de apoio, deve-se dispor de armadura negativa de borda. Essa armadura deve se estender até pelo menos  $0,15 \cdot l_x$  a partir da face do apoio, conforme ilustra a Figura 28.

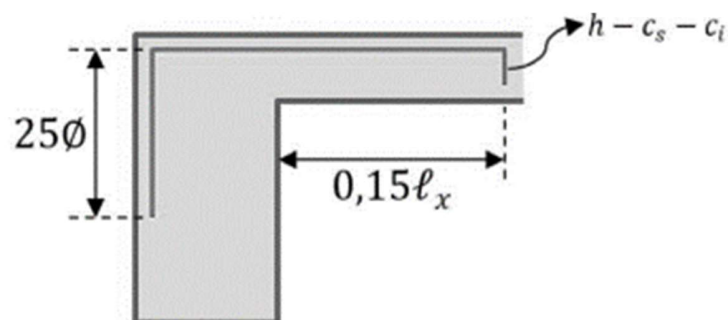


Figura 28: Comprimento das armaduras negativa de borda  
Fonte: Perlin et al (2020)

O comprimento da armadura negativa de borda é dado pela equação:

$$C = 25\phi + b_w - c_v + 0,15 \cdot l_x + h - c_s - c_i \quad (4.36)$$

Onde:

$b_w$  é a largura da viga;

$c_v$  o comprimento da viga;

$l_x$  é o menor vão da laje;

$h$  é a espessura da laje;

$c_s$  é o cobrimento superior da laje;

$c_i$  é o cobrimento inferior da laje;

### **Cálculo da laje L1**

#### **Armadura positiva principal**

Área da armadura:  $A_{sx} = 1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Área da seção transversal da barra:  $A_{s,\phi} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{m}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_{sx}}{A_{s,\phi}} = \frac{1,31}{0,31} = 4,21 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{4,21} = 23,76 \text{ cm}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2h \end{cases} \rightarrow s_{\text{adot}} = 16 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{355}{16} - 1 = 22 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_{b,disp} = b_w - c = 15 - 4 = 11 \text{ cm}$$

$$C = l_{b,disp1} + l_o + l_{b,disp2} = 11 + 105 + 11 = 127 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$22 \text{ N1 } \emptyset 6,3 \text{ c/16} \quad c = 127 \text{ cm}$$

### **Armadura positiva de distribuição**

Área da armadura:  $A_{sy} = 0,90 \text{ cm}^2/m$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Área da seção transversal da barra:  $A_{s,\phi} = 0,31 \text{ cm}^2/m$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_{sy}}{A_{s,\phi}} = \frac{0,90}{0,31} = 2,89 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,89} = 34,64 \text{ cm}$$

$$s_{m\acute{a}x} \leq \{33 \text{ cm} \rightarrow s_{adot} = 33 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{105}{33} - 1 = 3 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_{b,disp} = b_w - c = 15 - 4 = 11 \text{ cm}$$

$$C = l_{b,disp1} + l_o + l_{b,disp2} = 11 + 355 + 11 = 377 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$3 \text{ N}2 \text{ } \phi 6,3 \text{ c}/33 \quad c = 377 \text{ cm}$$

A Figura 29 apresenta o croqui da armadura positiva principal e armadura de distribuição da laje L1 armada com aço.

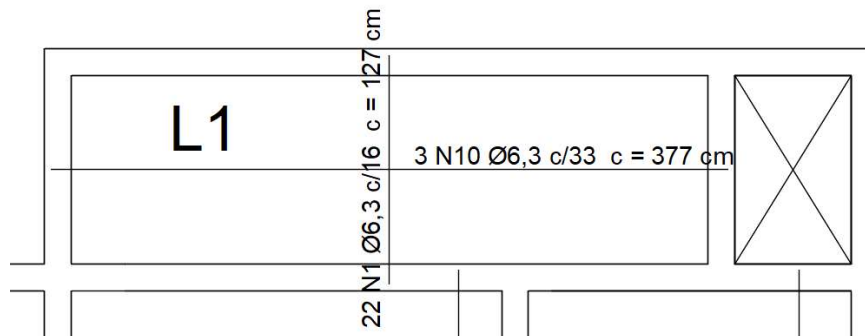


Figura 29 - Croqui armaduras positivas de aço da laje L1  
Fonte: Autora

### Armaduras negativas

#### Entre as lajes L1 e L5

Área da armadura:  $A_s = 1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Área da seção transversal da barra:  $A_{s,\phi} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{m}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_s}{A_{s,\phi}} = \frac{1,31}{0,31} = 4,21 \text{ un}/\text{m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{4,21} = 23,76 \text{ cm}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2h \end{cases} \rightarrow s_{\text{adot}} = 16 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{240}{16} - 1 = 14 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$g_d = g_e = h_e - c_s - c_i = 8 - 3,5 - 1,5 = 3 \text{ cm}$$

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_x + 10\phi + g_d = 3 + 10 \cdot 0,63 + 2 \cdot 0,25 \cdot 105 + 10 \cdot 0,63 + 3 \rightarrow$$

$$C = 71,10 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$14 \text{ N3 } \phi 6,3 \text{ c/16 } \quad c = 72 \text{ cm}$$

### **Armaduras negativa de borda**

#### **Viga V1A**

Área da armadura:  $A_s = 0,88 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Área da seção transversal da barra:  $A_{s,\phi} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{m}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_s}{A_{s,\phi}} = \frac{0,88}{0,31} = 2,82 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,82} = 35,46 \text{ cm}$$

$$s_{m\acute{a}x} \leq \{33 \text{ cm} \rightarrow s_{adot} = 33 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{355}{33} - 1 = 10 \text{ barras}$$



- *Comprimento da armadura:*

$$C = 25\phi + b_w - c_v + 0,15 \cdot l_0 + h - c_s - c_i \rightarrow$$

$$C = 25 \cdot 0,63 + 15 - 4 + 0,15 \cdot 105 + 8 - 1,5 - 3,5 \rightarrow$$

$$C = 45,50 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$10 N4 \phi 6,3 \text{ c}/33 \quad c = 46 \text{ cm}$$

### **Viga V22F/V25**

Área de armadura:  $A_s = 0,88 \text{ cm}^2/m$

Diâmetro da barra:  $\phi = 0,63 \text{ cm}$

Área da seção da barra:  $A_{s,\phi} = 0,31 \text{ cm}^2/m$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_s}{A_{s,\phi}} = \frac{0,88}{0,31} = 2,82 \text{ un}/m$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{105}{2,82} = 35,46 \text{ cm}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \{33 \text{ cm} \rightarrow s_{\text{adot}} = 33 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{105}{33} - 1 = 3 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$C = 25\phi + b_w - c_v + 0,15 \cdot l_0 + h - c_s - c_i \rightarrow$$

$$C = 25 \cdot 0,63 + 15 - 4 + 0,15 \cdot 355 + 8 - 1,5 - 3,5 \rightarrow$$

$$C = 83 \text{ cm}$$

- **Especificação:**

$$3 \text{ N5 } \phi 6,3 \text{ c/33 } \quad c = 83 \text{ cm}$$

A Figura 30 apresenta as armaduras negativas e negativas de borda para o dimensionamento com reforço em aço da laje L1.

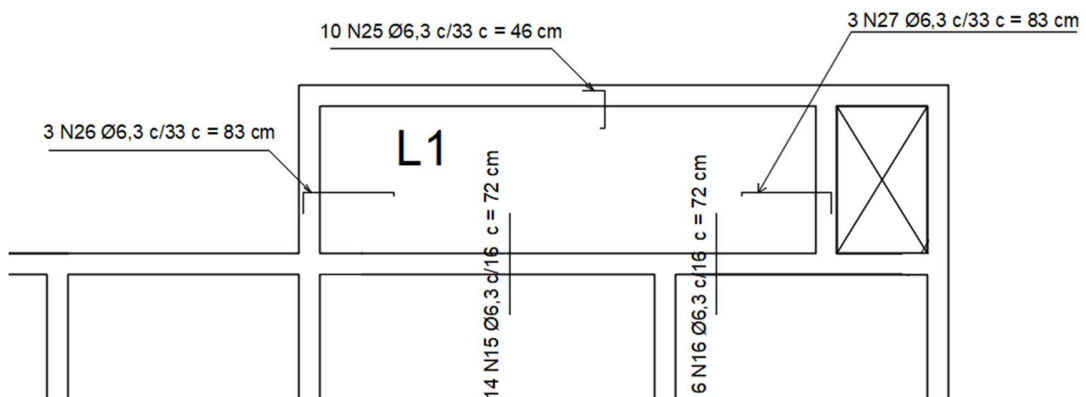


Figura 30 - Croqui armaduras negativas de aço laje L1  
Fonte: Autora

As Tabelas 28, 29, 30 e 31 apresentam o resumo do detalhamento das armaduras positivas e negativas calculadas. As plantas de armação de todas as lajes em estudo estão apresentadas no Apêndice B.

Tabela 28 - Detalhamento armadura positiva principais das lajes armadas com aço

Laje	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi_x$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	C [cm]
L1	1,31	0,63	4,21	23,76	16	22	127
L3	1,30	0,63	4,16	24,04	16	26	292
L3*	1,28	0,63	4,12	24,28	16	16	442
L4	1,31	0,63	4,21	23,76	16	26	187
L5	2,47	0,63	7,84	12,61	13	56	262
L6	1,31	0,63	4,21	23,76	16	46	202
L11	3,83	0,63	12,30	8,13	9	61	327

Laje	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi_x$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	C [cm]
L11*	4,08	0,63	13,10	7,63	8	38	572
L12	1,92	0,63	6,15	16,25	16	39	222

\* Armaduras positivas na direção do maior vão lajes bidirecionais

Fonte: Autora

Tabela 29 - Detalhamento armadura positivas de distribuição lajes unidirecionais armadas com aço

Laje	$A_{sy}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi$ [cm]	$l_x$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	C [cm]
L1	1,31	0,63	105	2,89	34,64	33	3	377
L4	1,31	0,63	165	2,89	34,64	33	4	442
L5	2,47	0,63	240	2,89	34,64	33	7	762
L6	1,31	0,63	180	2,89	34,64	33	5	762
L12	1,92	0,63	200	2,89	34,64	33	6	647

Fonte: Autora

Tabela 30 - Detalhamento armaduras negativas

Laje	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi$ [cm]	$l_0$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	$l_{x,max}$ [cm]	C [cm]
L1-L5	1,31	0,63	240	4,21	23,76	16	14	105	71,10
L1-L6	1,31	0,63	105	4,21	23,76	16	6	105	71,10
L3-L4	1,31	0,63	420	4,21	23,76	16	26	165	101,10
L3-L11	1,48	0,63	270	4,75	21,06	16	16	270	153,60
L4-L5	1,31	0,63	420	4,21	23,76	16	26	165	101,10
L5-L6	1,31	0,63	740	4,21	23,76	16	46	240	138,60
L11-L5	1,35	0,63	305	4,32	23,15	16	19	305	171,10
L4-L11	1,31	0,63	165	4,21	23,76	16	10	165	101,10
L6-L12	1,31	0,63	305	4,21	23,76	16	19	200	118,60
L11-L14	1,31	0,63	550	4,21	23,76	16	34	305	171,10
L5-L15	1,31	0,63	240	4,21	23,76	16	14	240	138,60
L6-L16	1,31	0,63	180	4,21	23,76	16	11	180	108,60

Fonte: Autora

Tabela 31 - Detalhamento armadura negativa de borda

Laje	Vão livre Apoio [cm]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	$l_0$ [cm]	C [cm]
L1	355	0,88	0,63	2,82	35,42	33	10	105	45,50
L1	105	0,88	0,63	2,82	35,42	33	3	355	83,00
L1	105	0,88	0,63	2,82	35,42	33	3	105	45,50
L3	270	0,88	0,63	2,82	35,42	33	8	420	92,75
L3	420	0,88	0,63	2,82	35,42	33	12	270	70,25

Laje	Vão livre Apoio [cm]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi$ [cm]	n [barras/m]	s [cm]	$s_{adot}$ [cm]	Q [barras]	$l_0$ [cm]	C [cm]
L4	165	0,88	0,63	2,82	35,42	33	4	420	92,75
L11	305	0,88	0,63	2,82	35,42	33	9	550	112,25
L11	85	0,88	0,63	2,82	35,42	33	2	305	75,50
L6	105	0,88	0,63	2,82	35,42	33	3	180	56,75
L12	200	0,88	0,63	2,82	35,42	33	3	625	96,90
L12	200	0,88	0,63	2,82	35,42	33	3	625	96,90

Fonte: Autora

#### 4.2.5 Estado Limite Último – Cisalhamento

Segundo o item 19.4.1 da NBR 6118 (2014), lajes maciças podem dispensar o uso de armaduras transversal para resistir as forças de tração oriundas de esforços cortantes caso a seguinte condição seja verdadeira:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (4.37)$$

Onde:

$V_{Sd}$  é o esforço cortante de cálculo, dado pela maior reação de apoio calculada;

$V_{Rd1}$  é o esforço cortante resistente de cálculo sem armadura dado por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (4.38)$$

Onde:

$$\tau_{Rd} = 37,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (se \ f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (4.39)$$

$$k \geq \begin{cases} 1 & \text{para lajes onde 50\% da armadura inferior não chegam até o apoio;} \\ |1,6 - d| \geq 1, & \text{onde } d \text{ é a altura útil da laje, em metros.} \end{cases}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (4.40)$$

Onde:

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até  $d - l_{nec}$  da seção transversal;  
 $\sigma_{cp}$  coeficiente relativo a protensão;  
 $d$  é a altura útil da seção.

Para a determinação do esforço cortante de cálculo máximo ( $V_{sd}$ ), é necessário o cálculo das reações de apoio das lajes nas vigas. Para tal, aplicou-se o método das linhas de ruptura, também conhecido como Método das charneiras plásticas seguindo as recomendações da NBR 6118 (2014).

Este método considera as linhas de ruptura de cada laje na quantificação do carregamento transferido as vigas de apoio. As linhas de ruptura podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices, com os seguintes ângulos:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio engastado, se o outro for simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Cada uma das regiões mostrada na Figura 31 carregará a viga de apoio correspondente.

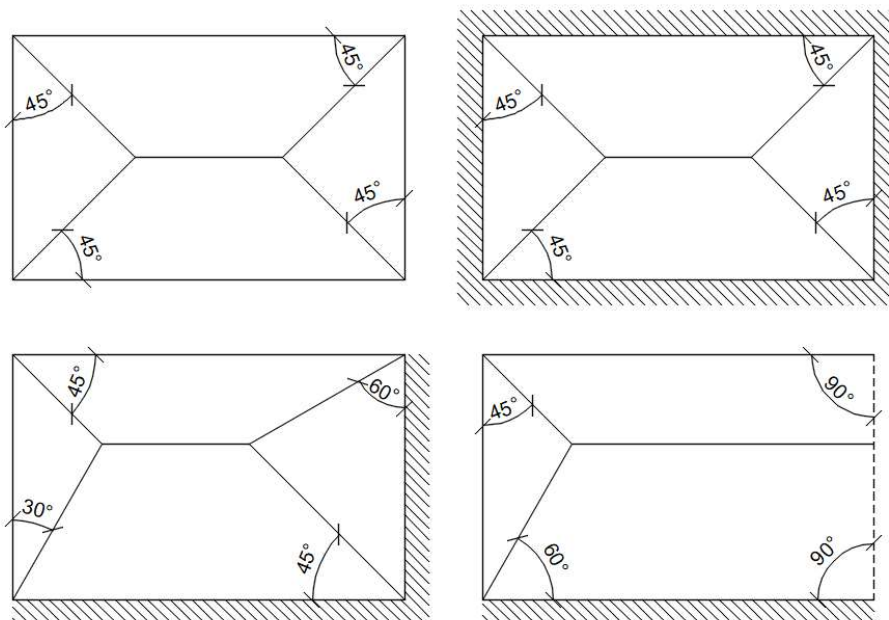


Figura 31 - Área de influência para cálculo das reações de apoio pelo método das charneiras plásticas

Fonte: Adaptado de Perlin et al (2021)

Como a carga da laje fica dividida em função da área de influência das charneiras plásticas, a carga total transferida para uma viga de apoio é dada pela expressão:

$$P_i = p \cdot A_i \quad (4.41)$$

Onde:

$P_i$  é o carregamento proporcional da laje que é transmitida para a viga de apoio ( $kN$ );

$p$  é o carregamento de cálculo total da laje ( $kN/m^2$ );

$A_i$  é a área interna entre as linhas de ruptura ( $m^2$ ).

Embora este carregamento não seja uniforme, o item 14.7.6.1 da NBR 6118 (2014) permite, por simplificação, considerá-lo uniformemente distribuído. Logo, a carga uniformemente distribuída transmitida da laje para a viga de apoio é dada por:

$$C_{viga} = \frac{P_i}{l} \quad (4.42)$$

Onde:

$C_{viga}$  é a carga uniforme transmitida da laje para a viga ( $kN/m$ );

$P_i$  é o carregamento proporcional da laje que é transmitida para a viga de apoio ( $kN$ );

$l$  é o vão livre da laje.

As áreas de influência para cada uma das lajes em estudo são apresentadas na Figura 32.

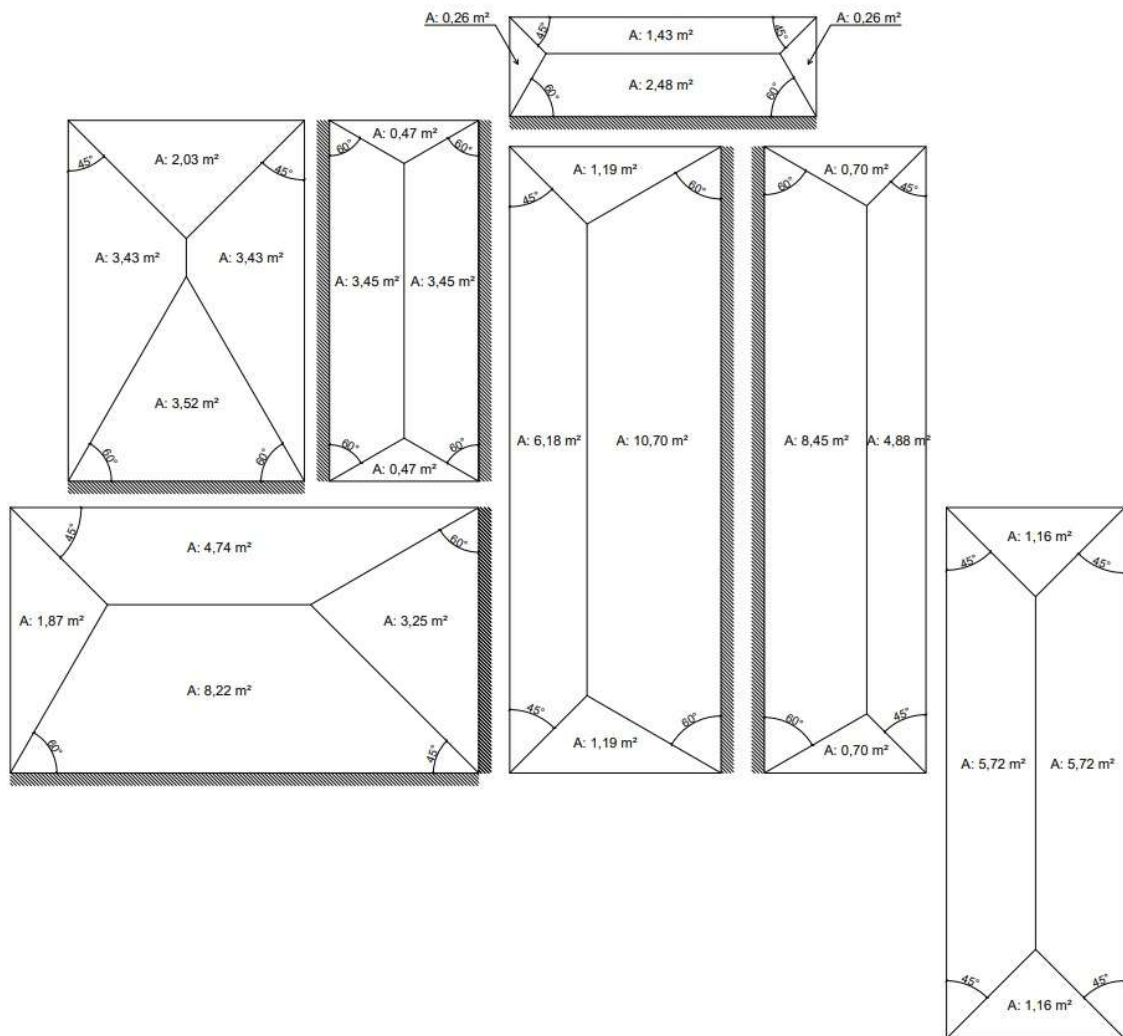


Figura 32 - Área de influência pelo método das linhas de ruptura  
Fonte: Autora

### Cálculo da laje L1

- *Esforço cortante de cálculo*

#### Viga V1A

$$P_{v1a} = p \cdot A_{v1a} = 5,64 \cdot 1,43 = 8,06 \text{ kN}$$

$$C_{v1A} = \frac{P_{v1a}}{l_{v1a}} = \frac{8,06}{3,59} = 2,25 \text{ kN/m}$$

Viga V3C/V3D

$$P_{v3c/v3d} = p \cdot A_{v3c/v3d} = 5,64 \cdot 2,48 = 13,99 \text{ kN}$$

$$C_{v3c/v3d} = \frac{P_{v3c/v3d}}{l_{v3c/v3d}} = \frac{13,99}{3,59} = 3,89 \text{ kN/m}$$

Viga V22F

$$P_{v22f} = p \cdot A_{v22f} = 5,64 \cdot 0,26 = 1,47 \text{ kN}$$

$$C_{v18} = \frac{P_{v22f}}{l_{v22f}} = \frac{1,47}{1,09} = 1,34 \text{ kN/m}$$

Viga V25

$$P_{v25} = p \cdot A_{v25} = 5,64 \cdot 0,26 = 1,47 \text{ kN}$$

$$C_{v2} = \frac{P_{v25}}{l_{v25}} = \frac{1,47}{1,09} = 1,34 \text{ kN/m}$$

Logo, o esforço cortante de cálculo máximo na laje L1 é:  $V_{sd} = C_{v3c/v3d} = 3,89 \text{ kN/m}$

- *Resistência ao cisalhamento*

$$\tau_{Rd} = 37,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 37,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{35000^2} = 401,24 \text{ kN/m}^2$$

$$k = 1,6 - d = 1,6 - 0,0419 = 1,5581 > 1 \rightarrow ok$$

$$A_{s1} = A_{s,uni} \cdot \frac{100}{s} = \frac{0,63^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{100}{16} = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 = \frac{1,95}{100 \cdot 4,19} = 0,0047 < 0,02 \rightarrow ok$$

$$V_{Rd1} = [401,24 \cdot 1,56 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0047) + 0,15 \cdot 0] \cdot 1 \cdot 0,0419 \rightarrow$$



$$V_{Rd1} = 36,2698 \text{ kN/m}$$

- *Verificação do critério de cisalhamento*

$$V_{Sd} < V_{Rd1} \rightarrow$$

$$3,89 \text{ kN/m} < 36,26 \text{ kN/m} \rightarrow \text{atende portanto não necessita de armadura}$$

As Tabelas 32 e 33 apresentam, respectivamente, o cálculo das reações das lajes e a verificação da segurança ao esforço cortante, mostrando que para todas as lajes ficou dispensado o uso de armadura de cisalhamento.

Tabela 32: Reações de apoio nas lajes armadas com aço

Laje	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]	$P_i$ [kN]	$l$ [cm]	$V_{Sd}$ [kN/m]
L1	5,64	2,48	14,00	3,60	3,89
L3	5,64	3,52	19,87	3,60	5,52
L3	5,64	3,52	19,87	2,75	7,23
L4	11,86	3,45	40,92	4,25	9,63
L5	5,64	10,70	60,39	7,45	8,11
L6	5,64	8,45	47,69	7,45	6,40
L11	5,64	8,22	46,39	5,55	8,36
L11	5,64	8,22	46,39	5,55	8,36
L12	6,34	5,72	36,29	6,30	5,76

Fonte: Autora

Tabela 33 - Verificação do cisalhamento no ELU das lajes armadas com aço

Laje	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	$d$ [cm]	$k$ [m]	$\rho_1$	$\tau_{Rd}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$V_{Rd1}$ [kN/m]	$V_{Sd}$ [kN/m]	$V_{Rd1} > V_{Sd}$
L1	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	3,8900	Atende*
L3	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	5,5213	Atende*
L3	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	7,2292	Atende*
L4	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	9,6318	Atende*
L5	2,40	4,19	1,5582	0,0057	401,2453	37,3942	8,1079	Atende*
L6	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	6,4029	Atende*
L11	3,46	4,19	1,5582	0,0083	401,2453	40,0594	8,3618	Atende*
L11	3,90	4,19	1,5582	0,0093	401,2453	41,1421	8,3618	Atende*
L12	1,95	4,19	1,5582	0,0047	401,2453	36,2698	5,7615	Atende*

\* Atende aos critérios de cisalhamento do estado limite último de serviço sem necessidade de armadura de cisalhamento

Fonte: Autora

#### 4.2.6 Estado Limite De Serviço

Após a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, deve-se analisar a estrutura em relação aos estados limites de serviço. No projeto de lajes de concreto armado deve ser verificado o estado limite de deformações excessivas. Para esta verificação devem ser utilizadas as combinações quase permanentes de carregamento.

##### 4.2.6.1 Combinação de ações

Por se tratar de lajes de um edifício residencial sujeitas apenas ao carregamento permanente e as cargas acidentais previstas para o uso da construção, o cálculo da combinação quase permanente de ações é realizado, de acordo com item 11.8 da NBR 6118 (2014), através da seguinte Equação:

$$p_0 = g + \psi_2 q \quad (4.43)$$

Onde:

$p_0$  é o carregamento quase permanente;

$g$  é carga permanente total;

$q$  é carga acidental.

$\psi_2$  é fator de redução de combinação quase permanente (0,3 para edifícios residenciais);

A Tabela 34 apresenta valores do carregamento quase-permanente para as lajes em estudo.

Tabela 34: Combinação quase permanente de ações no ELS

Laje	$g$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\psi_2$	$p_0$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	2,53	1,50	0,30	2,98
L3	2,53	1,50	0,30	2,98
L4	6,97	1,50	0,30	7,42
L5	2,53	1,50	0,30	2,98

Laje	$g$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\psi_2$	$p_0$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L6	2,53	1,50	0,30	2,98
L11	2,53	1,50	0,30	2,98
L12	2,53	2,00	0,30	3,13

Fonte: Autora

#### 4.2.6.2 Fissuração

Para um cálculo mais preciso das flechas, é necessário primeiramente determinar a presença ou não de fissuras, tendo em vista que tal ocorrência diminui a rigidez da laje que passa a trabalhar no Estádio II. Para a determinar do estágio de deformação em que a peça se encontra, inicialmente é necessário calcular o momento fletor de fissuração ( $M_r$ ), comparando esse valor com o momento fletor de serviço ( $M_a$ ).

A ABNT NBR 6118 (2014) determina que o momento fletor de fissuração seja calculado de acordo com a seguinte Equação:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ctm} I_c}{y_t} \quad (4.44)$$

Onde:

$\alpha$  é o fator que relaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta do concreto. Para seções retangulares utiliza-se o valor 1,5;

$f_{ctm}$  é a resistência média à tração do concreto, igual a  $f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$  (3,21 MPa);

$y_t$  é distância da linha neutra até a borda tracionada. Para seções retangulares esse valor é a metade da altura da seção.

$I_c$  é momento de inércia da seção bruta de concreto, calculado a partir da Equação 4.45;

$$I_c = \frac{b h^3}{12} \quad (4.45)$$

O momento fletor de serviço é calculado da mesma forma que o momento fletor de cálculo no estado limite último, conforme apresentado no item 4.2.4.2. Entretanto, agora é utilizado o valor de carregamento  $p_0$ , referente a combinação quase permanente.

Se  $M_a \leq M_r$ , admite-se que a peça não irá fissurar (estádio I) e utiliza-se a seção bruta de concreto para o cálculo das flechas

Se  $M_a > M_r$ , admite-se que a peça irá fissurar (estádio II). Neste caso, é necessário calcular a altura equivalente da laje para o cálculo das flechas.

Conforme a Equação 4.46, o momento de fissuração depende somente das propriedades do concreto e da espessura da laje. Deste modo, como as lajes armadas com aço em estudo possuem a mesma espessura, o momento de fissuração será:

$$I_c = \frac{b h^3}{12} = \frac{100 \cdot 8^3}{12} = 4266,66 \text{ cm}^4$$

$$M_r = \frac{\alpha f_{ctm} I_c}{y_t} = \frac{1,5 \cdot 3,21 \cdot 4266,66 \cdot 10^{-8}}{0,04} = 5,14 \text{ kNm/m} \quad (4.46)$$

A Tabela 35 apresenta os momentos fletores de serviço calculados, bem como a comparação com o momento de fissuração. Verifica-se que, tanto nas regiões de momento positivo quanto nas de momento negativo, não ocorreu fissuração nas lajes em estudo. Desta forma, não é necessário calcular a altura equivalente da laje para o cálculo das flechas.

Tabela 35 - Verificação de fissuração das lajes armadas com aço

Laje	Lajes unidirecionais		Lajes bidirecionais				$M_r$ [kNm/m]
	$M_+$ [kNm/m]	$M_-$ [kNm/m]	$M_x$ [kNm/m]	$M_y$ [kNm/m]	$M_x'$ [kNm/m]	$M_y'$ [kNm/m]	
L1	0,30	0,36					5,14
L3			1,55	1,20		2,05	5,14
L4	1,25	1,43					5,14
L5	2,37	1,79					5,14
L6	0,72	1,79					5,14
L11			1,55	3,53	0,59	1,87	5,14
L12	1,64						5,14

Fonte: Autora

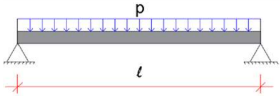
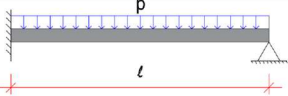
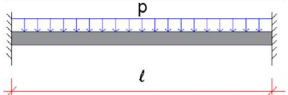
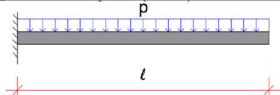
### 4.2.6.3 Deflexão

#### a) Flecha imediata

As flechas imediatas são as deformações que ocorrem no momento da aplicação do carregamento sobre o elemento estrutural. No caso das lajes, considera-se que ocorre após a retirada do escoramento.

O cálculo das flechas imediatas depende da classificação da laje quanto à armação e da sua vinculação. No caso das lajes unidirecionais, podem ser calculadas conforme Equações dadas Tabela 36. E para as lajes bidirecionais a flecha imediata é calculada através da Equação 4.47, considerando os coeficientes  $\alpha$  dados na Tabela 37.

Tabela 36 - Flechas imediatas das lajes unidirecionais por condição de apoio

Condição de apoio	Diagrama da condição de apoio	Flecha imediata
<b>Bi apoiada</b>		$f_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_0 \cdot l^4}{EI}$
<b>Apoiada e engastada</b>		$f_0 = \frac{1}{184,6} \cdot \frac{p_0 \cdot l^4}{EI}$
<b>Bi engastada</b>		$f_0 = \frac{1}{384} \cdot \frac{p_0 \cdot l^4}{EI}$
<b>Em balanço</b>		$f_0 = \frac{1}{8} \cdot \frac{p_0 \cdot l^4}{EI}$

\*  $l = l_x$  é o menor vão efetivo da laje;

\*\*  $p_0$  é a combinação das ações no estado limite de serviço;

\*\*\*  $E = E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto, para  $f_{ck} = 35MPa$  e agregados graníticos  $E = 29,40 GPa$ ;

\*\*\*\*  $I$  é o momento de inércia da seção, dado por  $I = \frac{bh^3}{12} = \frac{100 \cdot 8^3}{12} = 4,27 \cdot 10^{-5} m^4$ .

Fonte: Autora

A flecha imediata para lajes bidirecionais é dada pela Equação 4.47.

$$f_0 = \frac{p_0 \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \frac{\alpha}{100} \quad (4.47)$$

Onde:

$p_0$  é a combinação das ações no estado limite de serviço;

$l_x$  é o menor vão efetivo da laje;

$E = E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto, para  $f_{ck} = 35MPa$  e agregados graníticos  $E = 29,40 GPa$ ;

$h$  é a espessura da laje;

$\alpha$  é o coeficiente de cálculo dado em função de  $\lambda$  (Tabela 37)

Tabela 37 - Coeficiente  $\alpha$  de cálculo de flecha imediata para lajes retangulares bidirecionais e uniformemente carregadas (casos 2 e 4) para as lajes L3 e L11

$\lambda$	Caso 2	Caso 4
	$\alpha$	$\alpha$
1,55	7,81	-
1,75	-	4,97
1,80	-	5,07

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2016)

#### b) Flecha diferida no tempo

A flecha adicional diferida no tempo, decorrente das cargas de longa duração e fluência, pode ser calculada pela multiplicação da flecha imediata pelo coeficiente  $\alpha$ , o qual pode ser determinado pela seguinte equação:

$$\alpha_f = \frac{\xi(t) - \xi(t_0)}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (4.48)$$

Onde:

$\rho'$  é a taxa de armadura de compressão, para lajes é zero;

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo, que pode ser obtido pelas seguintes expressões:

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}; & t \leq 70 \text{ meses} \\ 2; & t \geq 70 \text{ meses} \end{cases} \quad (4.49)$$

Onde:

$t$  é idade, em meses, em que se deseja calcular a flecha diferida;

$t_0$  é idade, em meses, de aplicação do carregamento de longa duração.

Neste trabalho considerou-se a retirada das escoras das lajes aos 28 dias. Logo,  $t_0$  é igual a 0,933 meses. Assim, considerando  $t > 70$  meses, o coeficiente  $\alpha_f$  assume o seguinte valor:

$$\xi(t_0) = 0,68 \times 0,996^{0,933} \times 0,467^{0,32} = 0,6627$$

$$\alpha_f = \frac{\xi(t) - \xi(t_0)}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,6627}{1 + 50 \cdot 0} = 1,3373$$

#### c) Flecha total

O valor da flecha total pode ser obtido através da seguinte relação:

$$f_t = (1 + \alpha_f) \cdot f_0 \quad (4.50)$$

#### d) Limite de aceitabilidade visual

A deflexão máxima das lajes para que se garanta o conforto do usuário quanto à aceitabilidade visual deve respeitar o seguinte limite:

$$f_t < \frac{l_x}{250} \quad (4.51)$$

Onde:

$f_t$  é a flecha total;

$l_x$  é o menor vão efetivo;

e) *Limite de aceitabilidade para vibrações*

Para verificação do limite de aceitabilidade por vibrações sentidas no piso, o cálculo da flecha imediata deve ser feito considerando apenas as cargas acidentais, ou seja,

$$f'_0 < \frac{l_x}{350} \quad (4.52)$$

Onde:

$$f'_0 = \frac{q}{p_0} \cdot f_0 \quad (4.53)$$

Sendo:

$f'_0$  flecha imediata devido aos carregamentos acidentais;

$l_x$  é o menor vão efetivo;

$q$  é a carga acidental;

$p_0$  é a carga total de serviço na combinação quase permanente.

f) *Efeitos em elementos não estruturais (alvenaria sobre laje)*

Para verificação da deflexão de lajes que possuem alvenaria descarregando diretamente sobre a laje a flecha imediata deve obedecer aos limites estabelecidos na Equação 54.

$$f_0 < \begin{cases} \frac{l}{500} \\ 10 \text{ mm} \end{cases} \quad (4.54)$$

\*Onde  $l$  deve ser tomado na direção de desenvolvimento da alvenaria.

\*\*Neste estudo, somente a laje L4 foi verificada quanto a este critério.



### Cálculo Laje L1

- *Flecha imediata:*

$$f_0 = \frac{1}{184,6} \cdot \frac{p_0 \cdot l_x^4}{EI} = \frac{1}{184,6} \cdot \frac{2,98 \cdot 1,09^4}{29,4 \cdot 10^6 \cdot 4,26 \cdot 10^{-4}} = 1,87 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

- *Flecha total:*

$$f_t = (1 + \alpha_f) \cdot f_0 = (1 + 1,3373) \cdot 1,87 \cdot 10^{-5} = 4,37 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

- *Limite de aceitabilidade visual:*

$$f_t < \frac{l_x}{250} \rightarrow 4,37 \cdot 10^{-5} < \frac{1,09}{250} \rightarrow$$

$$4,37 \cdot 10^{-5} < 4,36 \cdot 10^{-3} \rightarrow \text{atende}$$

- *Limite de aceitabilidade para vibrações:*

$$f'_0 = \frac{q}{p} \cdot f_0 = \frac{1,50}{2,98} \cdot 1,87 \cdot 10^{-5} = 9,42 \cdot 10^{-6}$$

$$f'_0 < \frac{l_x}{350} \rightarrow 9,42 \cdot 10^{-6} < \frac{2,75}{350} \rightarrow$$

$$9,42 \cdot 10^{-6} < 7,86 \cdot 10^{-3} \rightarrow \text{atende}$$

A Tabela 38 apresenta as flechas imediatas e totais calculadas bem como a verificação quando aos limites de aceitabilidade visual, limite de aceitabilidade de vibrações e limite de aceitabilidade para carga de alvenaria sobre lajes.

Tabela 38 - Cálculo das flechas e verificação dos limites sensoriais

Laje	$f_0$ [m]	$f_t$ [m]	$\frac{l_x}{250}$	$\frac{f_t}{l_x} < \frac{l_x}{250}$	$f'_0$ [m]	$\frac{l_x}{350}$	$\frac{f'_0}{l_x} < \frac{l_x}{350}$	$\frac{l_x}{500}$	$f_0 < \begin{cases} \frac{l}{500} \\ 10 \text{ mm} \end{cases}$
L1	1,87E-05	4,37E-05	4,39E-03	atende	9,42E-06	3,14E-03	atende		
L3	8,82E-04	2,06E-03	1,10E-02	atende	4,44E-04	7,85E-03	atende		
L4	1,28E-04	2,99E-04	6,79E-03	atende	2,59E-05	4,85E-03	atende	2,20E-03	Atende
L5	4,62E-04	1,08E-03	9,79E-03	atende	2,33E-04	6,99E-03	atende		
L6	1,50E-04	3,51E-04	7,39E-03	atende	7,55E-05	5,28E-03	atende		
L11	9,21E-04	2,15E-03	1,24E-02	atende	4,64E-04	8,85E-03	atende		
L12	5,72E-04	1,34E-03	8,19E-03	atende	2,74E-04	5,85E-03	atende		

Fonte: Autora

### 4.3 DIMENSIONAMENTO COM BARRAS DE BFRP

Este estudo adotou os mesmos procedimentos de cálculo apresentados no item 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4.2 e 4.2.5, isto é, o dimensionamento das lajes armadas com BFRP segue as recomendações da NBR 6118 (2014) para determinação das condições de apoio, espessuras, vãos de cálculo e classificação da armação, carregamentos e cálculo dos momentos fletores e determinação das reações de apoio.

#### 4.3.1 Propriedades dos materiais

Para as barras de BFRP foram adotadas as seguintes propriedades:

- Coeficiente de redução ambiental:  $C_E = 0,80$ , referente a ambiente interno e sem contato com solo (Tabela 7)
- Resistência à tração fornecida pelo fabricante:  $f_{fu}^* = 800 \text{ MPa}$ ;
- Resistência à tração de projeto:  $f_{fu} = f_{fu}^* \cdot C_E = 800 \cdot 0,80 = 640 \text{ MPa}$ ;
- Módulo de elasticidade fornecido pelo fabricante:  $E_f = 50 \text{ GPa}$ ;
- Deformação última fornecida pelo fabricante:  $\varepsilon_{fu}^* = 16\%$
- Deformação última de projeto:  $\varepsilon_{fu} = \varepsilon_{fu}^* \cdot C_E = 16\% \cdot 0,80 = 12,8\%$

Para o concreto foram adotadas as seguintes propriedades:

- Deformação última:  $\varepsilon_{cu} = 3\%$ ;
- Resistência à compressão característica:  $f_{cr} = 35 \text{ MPa}$
- Módulo de elasticidade:  $E = E_{cs} = 29,40 \text{ GP}$
- Agregado granítico;

Em função da localização da edificação é necessário definir o valor de cobrimento de concreto ( $c_c$ ) a ser adotado nos cálculos. Para o dimensionamento com barras de BFRP foram adotadas as recomendações da ACI 318 (2011), conforme apresenta a Tabela 39. Logo, considerando-se as lajes não expostas ao solo e intempéries, bem como

barras com diâmetros menores que 4,30 cm, adotou-se  $c_c = 1,90 \text{ cm}$  para cobrimento superior e inferior das lajes.

Tabela 39: Cobrimento dos elementos de concreto armado moldados in loco

Condição	Tipo de elemento	Armaduras	Cobrimento [cm]
Em contato com o solo	Todos	Todos	7,62
Exposto a intempéries	Todos	Barras com diâmetros de 1,90 a 5,73 cm	5,08
		Barras com diâmetros menores que 1,59 cm	3,81
Não exposto ao solo ou intempéries	Lajes, vigas e paredes	Barras com diâmetros maiores que 4,30 cm	3,81
		Barras com diâmetros menores que 4,30 cm	1,90
	Pilares	Barras com diâmetros menores que 3,58 cm	3,81

Fonte: Adaptado de ACI 318 (2011)

### 4.3.2 Pré-dimensionamento

#### 4.3.2.1 Espessura

Segundo a Tabela 7.3.2.1 da ACI 440.1R (2015), a espessura mínima recomendada para lajes maciças unidirecionais armadas com FRP é definida de acordo com as condições de apoio, conforme apresentado na Tabela 40, onde  $l$  é o menor vão livre. Para as lajes bidirecionais pode-se seguir as recomendações da Tabela 8.3.1.2 da ACI 318 (2014) indicadas na Tabela 41. Vale ressaltar que as relações apresentadas nas Tabelas 40 e 41 servem apenas como uma estimativa inicial, não garantindo que os limites de fissuração e de deflexões serão atendidos.

Tabela 40 - Espessura mínima lajes maciças unidirecionais

Tipo	Espessura mínima			Balanço
	Simplemente apoiada	Uma borda engastada	Duas bordas engastadas	

<b>Lajes maciças unidirecionais</b>	$l/13$	$l/17$	$l/22$	$l/5,5$
-------------------------------------	--------	--------	--------	---------

Fonte: Adaptada de ACI 440.1R (2015)

Tabela 41 - Espessura mínima das lajes bidirecionais

$\alpha_{fm}$	Espessura mínima (h)	
$0,20 < \alpha_{fm} \leq 2,00$	$h >$	$\frac{l_n \left( 0,80 + \frac{f_y}{200.000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0,20)}$ 5,00
$\alpha_{fm} > 2,00$	$h >$	$\frac{l_n \left( 0,80 + \frac{f_y}{200.000} \right)}{36 + 9\beta}$ 3,50

$\alpha_{fm}$  é o valor médio de  $\alpha_f$  calculado para todas as vigas de apoio da laje, onde  $\alpha_f = \frac{E_{cb}I_b}{E_{cb}I_s}$ ,

$l_n$  é o maior vão livre (pol);

$\beta$  é a razão entre o maior e o menor vão livre da laje;

Fonte: Adaptado de ACI 318.1R (2015)

Empregando as relações acima sugeridas para a estimativa inicial das espessuras das lajes, os valores obtidos foram, com exceção da laje L1, maiores comparados com as espessuras adotadas das lajes armadas em aço. Entretanto, com o intuito permitir uma melhor comparação, bem como de evitar espessuras exageradas, optou-se por adotar inicialmente os mesmos valores empregados quando do dimensionamento com barras de aço, conforme apresentado no item 4.2.2.3. Desta forma, iniciou-se o dimensionamento admitindo-se uma espessura de 8 cm para todas as lajes. Entretanto, posteriormente, foi necessário aumentar a espessuras de algumas lajes para que os critérios do estado limite último (lajes L5 e L11) e do estado limite de serviço de abertura de fissuras (laje L12) fossem atendidos, chegando-se aos valores apresentados na Tabela 42.

Tabela 42 – Espessura das lajes armadas com BFRP

Laje	$l$ [cm]	Tipo de armação	Condição de apoio	$h_{calc}$	$h_{adot}$
L1	105	Unidirecional	Apoiada e engastada	6,18	8,00
L3	270	Bidirecional	-	13,50	9,00
L4	165	Unidirecional	Engastada e apoiada	9,70	8,00

Laje	$l$ [cm]	Tipo de armação	Condição de apoio	$h_{calc}$	$h_{adot}$
L5	240	Unidirecional	Engastada e apoiada	14,11	11,00
L6	180	Unidirecional	Bi apoiada	13,85	8,00
L11	305	Bidirecional	-	15,25	14,00
L12	200	Unidirecional	Bi apoiada	15,38	10,00

Fonte: Autora

#### 4.3.2.2 Condições de apoio, vãos de cálculo e classificação das lajes

Para o dimensionamento com barras de BFRP adotou-se as mesmas condições de apoio consideradas quando do dimensionamento com barras de aço, conforme apresentado no item 4.2.2.1. Além disso, embora a ACI 440.1R (2015) considere como vão de cálculo o próprio vão livre da laje, por padronização adotou-se como vão de cálculo os mesmos valores empregados no dimensionamento com barras de aço. Quanto à classificação das lajes, o mesmo critério é seguido em ambas normativas.

#### 4.3.3 Carregamentos

A norma americana adota valores diferentes da norma brasileira para o peso específico dos materiais e cargas acidentais. Desta forma, para permitir uma melhor comparação entre os resultados, para o cálculo das cargas nas lajes armadas com BFRP, assim como para as lajes armadas com aço, utilizou como referência a norma NBR 6120 (2019) de acordo com o apresentado no item 4.2.3. Entretanto, como foi necessária uma espessura maior para algumas das lajes armadas com BFRP, a parcela de carga permanente referente ao peso próprio apresenta, nestes casos, um valor superior. A Tabela 43 apresenta os valores de cargas obtidos.

Tabela 43 – Carregamento permanente e acidental das lajes armadas com BFRP

Laje	Peso próprio [kN/m <sup>2</sup> ]	Revestimentos [kN/m <sup>2</sup> ]	Alvenaria sobre a laje [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga permanente $g$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga acidental $q$ [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	2,00	0,53		2,53	1,50
L3	2,25	0,53		2,78	1,50
L4	2,00	0,53	4,44	6,97	1,50
L5	2,75	0,53		3,28	1,50
L6	2,00	0,53		2,53	1,50

Laje	Peso próprio [kN/m <sup>2</sup> ]	Revestimentos [kN/m <sup>2</sup> ]	Alvenaria sobre a laje [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga permanente g [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga acidental q [kN/m <sup>2</sup> ]
L11	3,50	0,53		4,03	1,50
L12	2,50	0,53		3,03	2,00

Fonte: Autora

#### 4.3.4 Estado Limite Último – Flexão

##### 4.3.4.1 Combinação de ações

Pelo fato de a norma americana adotar coeficientes de ponderação diferentes da norma brasileira, optou-se por realizar o cálculo das combinações das ações no ELU conforme o apresentado no item 4.2.4.1, seguindo as recomendações da NBR 6118 (2014). A Tabela 44 apresenta o cálculo das combinações de ações no estado limite último para cada uma das lajes em estudo.

Tabela 44 – Cálculo das combinações de ações no estado limite último para as lajes armadas com BFRP

Laje	g [kN/m <sup>2</sup> ]	q [kN/m <sup>2</sup> ]	$\gamma_g$	p [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	2,53	1,50	1,40	5,64
L3	2,78	1,50	1,40	5,99
L4	6,97	1,50	1,40	11,86
L5	3,28	1,50	1,40	6,69
L6	2,53	1,50	1,40	5,64
L11	4,03	1,50	1,40	7,74
L12	3,03	2,00	1,40	7,04

Fonte: Autora

##### 4.3.4.2 Momentos Fletores

O cálculo dos momentos fletores das lajes armadas com BFRP seguiu o mesmo procedimento empregado para as barras de aço, conforme descrito no item 4.2.4.2. A Tabela 45 e a Figura 33 apresenta os momentos fletores finais atuantes nas lajes armadas com BFRP, após compatibilização dos momentos negativos e correção dos momentos positivos.

Tabela 45 - Momentos fletores das lajes armadas com BFRP no ELU

Laje	Lajes unidirecionais		Lajes bidirecionais			
	$M_+$ [kNm/m]	$M_-$ [kNm/m]	$M_x$ [kNm/m]	$M_y$ [kNm/m]	$M_x'$ [kNm/m]	$M_y'$ [kNm/m]
L1	0,56	0,68				
L3			3,12	2,40		4,12
L4	1,99	2,28				
L5	4,75	4,01				
L6	1,36	4,01				
L11			4,04	9,18	1,52	4,86
L12	3,69					

Fonte: Autora

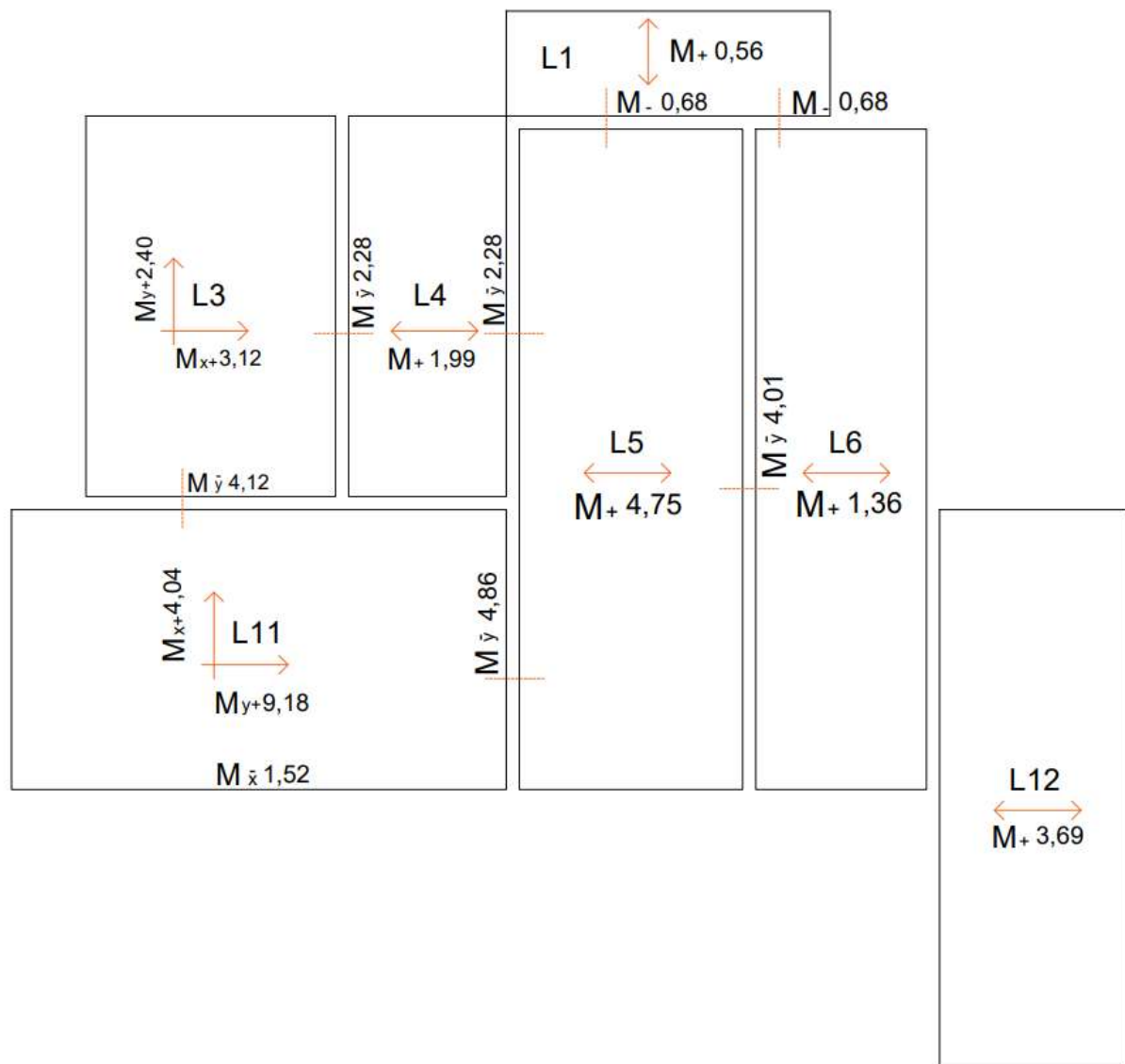


Figura 33 – Representação dos momentos fletores lajes armadas com BFRP



Fonte: Autora

#### 4.3.4.3 Cálculo das armaduras

##### a. Armadura positiva

O cálculo da área da armadura positiva foi realizado de acordo com o exposto no item 3.1.1.

Considerou-se a ruptura da seção devido à ruptura da barra de BFRP, o Neste caso, admite-se que a taxa de armadura ( $\rho_f$ ) é menor ou igual à taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), ou seja,  $\rho_f \leq \rho_{fb}$ . Desta forma, isolando-se  $A_f$  na Equação 3.9, e considerando a Equação 3.1, chega-se à Equação 4.55 para o cálculo da área de armadura.

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2}\right)} \quad (4.55)$$

Onde:

$A_f$  é a área da seção transversal da armadura de FRP;

$M_u$  é o momento solicitante de cálculo;

$\phi$  é o fator de redução da resistência, igual a 0.55 para ruptura da barra;

$f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto da barra de FRP (Equação 3.6);

$d$  é a altura útil da seção de concreto, dada por  $d = h - (c + d_b/2)$ ;

$d_b$  é o diâmetro da barra BFRP;

$\beta_1$  é o fator de transformação de tensões (Equação 3.5);

$c_b$  é a altura da linha neutra (Equação 3.11).

Após o cálculo da área de aço, deve-se verificar se a relação  $\rho_f \leq \rho_{fb}$  é cumprida (Equações 3.3 e 3.4) e se o critério de resistência ( $\phi \cdot M_n \geq M_u$ ) é atendido, sendo  $M_n$  obtido pela Equação 3.10.

Vale ressaltar que neste estudo, por fim de comparação, optou-se por realizar o dimensionamento adotando-se inicialmente barras de BFRP com o diâmetro comercial mais próximo ao das barras de aço, utilizando-se assim um diâmetro de 6 mm.

*b. Armadura de retração e temperatura*

Na direção do maior vão da laje deve ser disposta uma armadura para resistir as tensões devido aos efeitos da retração e temperatura, cuja principal função é limitar a abertura de fissuras. A ACI 440.1R (2014) segue as recomendações gerais da ACI 318 (2011), incorporando as propriedades de rigidez e resistência das barras FRP. Deste modo, a taxa de armadura de retração e temperatura é dada pela Equação 4.56.

$$\rho_{f,ts} = 0,0014 \leq 0,0018 \cdot \frac{414 E_s}{f_{fu} E_f} \leq 0,0036 \quad (4.56)$$

Onde:

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço, igual a 200 GPa;

$E_f$  é o módulo de elasticidade da BFRP, igual a 50 GPa;

$f_{fu}$  é a resistência a tração de projeto da BFRP, igual a 640 MPa .

*c. Armadura negativa*

O cálculo da área de aço referente a armadura negativa das lajes é realizado utilizando o mesmo procedimento da armadura positiva.

*d. Armadura mínima*

O cálculo da armadura mínima foi feito através da Equação 3.28, conforme exposto no item 3.1.1.2.

### Cálculo da laje L1

#### Armadura positiva

Altura da laje:  $h = 80 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Momento de cálculo:  $M_u = 0,56 \text{ kNm}$

- *Armadura mínima:*

$$d = h - \left( c_c + \frac{d_b}{2} \right) = 80 - \left( 19 + \frac{6}{2} \right) = 58 \text{ mm}$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{f_{c'}}}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \rightarrow$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{35}}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \geq \frac{2,3}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \rightarrow$$

$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \geq 208,44 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- *Cálculo da área de armadura admitindo a ruptura da barra de BFRP*

$$c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \cdot d = \frac{0,003}{0,003 + 0,0128} \cdot 58 = 11,01 \text{ mm}$$

$$\beta_1 = \begin{cases} \beta_1 = 0,85 & \text{se } f_{c'} < 27,6 \text{ MPa} \\ 0,85 - 0,05 & \text{para cada } 6,9 \text{ MPa, extrapolado do} \rightarrow \\ & \text{limite de } 27,6 \text{ MPa em todo caso, } \beta_1 \geq 0,65 \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0,85 - \left( \frac{35 - 27,6}{6,9} \right) \cdot 0,05 = 0,80$$

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2}\right)} = \frac{0,56 \cdot 10^6}{0,55 \cdot 640 \cdot \left(58 - \frac{0,80 \cdot 11,01}{2}\right)} \rightarrow$$

$$A_f = 29,68 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 0,2968 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$A_f < A_{f,min} \rightarrow$  a armadura adotada é a mínima  $\rightarrow A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,1982 \text{ cm}^2/\text{m}$

- *Verificação da taxa de armadura e critério da resistência*

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \rightarrow \rho_f = \frac{219,82}{1000 \cdot 58} \rightarrow \rho_f = 0,0038$$

$$\rho_{fb} = \alpha_c \beta_1 \frac{f_{c'}}{f_{fu}} \frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} = 0,85 \cdot 0,80 \frac{35}{640} \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,003}{50 \cdot 10^3 \cdot 0,003 + 640} = 0,0070$$

$0,0038 < 0,0070 \rightarrow \rho_f < \rho_{fb} \rightarrow$  ruptura da barra

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) = 219,82 \cdot 640 \cdot \left(58 - \frac{0,80 \cdot 11,01}{2}\right) \rightarrow$$

$$M_n = 7,54 \cdot 10^6 \text{ Nmm}/\text{m} \rightarrow 7,54 \text{ kNm}/\text{m}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \rightarrow$$

$$0,55 \cdot 7,54 \geq 0,56 \rightarrow$$

$$4,15 \geq 0,56 \rightarrow \text{atende}$$

- *Armadura positiva da laje L1*

$$A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### Armadura de retração e temperatura

$$\rho_{f,ts} = 0,0014 \leq 0,0018 \cdot \frac{414 E_s}{f_{fu} E_f} \leq 0,0036 \rightarrow$$

$$\rho_{f,ts} = 0,0014 \leq 0,0018 \cdot \frac{414 \cdot 200}{640 \cdot 50} \leq 0,0036 \rightarrow$$

$$\rho_{f,ts} = 0,0014 \leq 0,0047 \leq 0,0036 \rightarrow$$

$$\rho_{f,ts} = 0,0036$$

$$A_f = \rho_{f,ts} \cdot b \cdot h = 0,0036 \cdot 1000 \cdot 80 \rightarrow$$

$$A_f = 288 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### Armadura negativa

#### Entre as lajes L1 e L5

Altura das lajes:  $h_{L1} = 80 \text{ mm}$ ;  $h_{L5} = 110 \text{ mm} \rightarrow h = 110 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Momento de cálculo:  $M_u = 0,68 \text{ kNm/m}$

- *Armadura mínima:*

$$d = h - \left( c_c + \frac{d_b}{2} \right) = 110 - \left( 19 + \frac{6}{2} \right) = 88 \text{ mm}$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{f_{c'}}}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \rightarrow$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{35}}{640} \cdot 1000 \cdot 88 \geq \frac{2,3}{640} \cdot 1000 \cdot 88 \rightarrow$$

$$A_{f,min} = 333,52 \text{ mm}^2/\text{m} \geq 316,25 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{f,min} = 333,52 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- *Cálculo da área de armadura admitindo a ruptura da barra de BFRP*

$$c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \cdot d = \frac{0,003}{0,003 + 0,0128} \cdot 88 = 16,71 \text{ mm}$$

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2}\right)} = \frac{0,68 \cdot 10^6}{0,55 \cdot 640 \cdot \left(88 - \frac{0,80 \cdot 16,71}{2}\right)} \rightarrow$$

$$A_f = 23,76 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 0,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_f < A_{f,\min} \rightarrow \text{a armadura adotada é a mínima} \rightarrow A_f = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- *Verificação da taxa de armadura e critério da resistência*

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \rightarrow \rho_f = \frac{333,52}{1000 \cdot 88} \rightarrow \rho_f = 0,0038$$

$$\rho_{fb} = \alpha_c \beta_1 \frac{f_{c'} E_f \varepsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} = 0,85 \cdot 0,80 \frac{35 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,003}{640 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,003 + 640} = 0,0070$$

$$0,0038 < 0,0070 \rightarrow \rho_f < \rho_{fb} \rightarrow \text{ruptura da barra}$$

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) = 333,52 \cdot 640 \cdot \left(88 - \frac{0,80 \cdot 16,71}{2}\right) \rightarrow$$

$$M_n = 17,36 \cdot 10^6 \text{ Nmm/m} \rightarrow 17,36 \text{ kNm/m}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \rightarrow$$

$$0,55 \cdot 17,36 \geq 0,68 \rightarrow$$

$$9,55 \geq 0,68 \rightarrow \text{atende}$$

- *Armadura negativa entre as lajes L1 e L5*

$$A_f = 333,52 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### **Entre as lajes L1 e L6**

Altura das lajes:  $h_{L1} = 80 \text{ mm}$ ;  $h_{L6} = 80 \text{ mm} \rightarrow h = 80 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Momento de cálculo:  $M_u = 0,68 \text{ kNm/m}$

- *Armadura mínima:*

$$d = h - \left( c_c + \frac{d_b}{2} \right) = 80 - \left( 19 + \frac{6}{2} \right) = 58 \text{ mm}$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{f_{c'}}}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \rightarrow$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{35}}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \geq \frac{2,3}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \rightarrow$$

$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \geq 208,44 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- *Cálculo da área de armadura admitindo a ruptura da barra de BFRP*

$$c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \cdot d = \frac{0,003}{0,003 + 0,0128} \cdot 58 = 11,01 \text{ mm}$$

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_{fu} \cdot \left( d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right)} = \frac{0,68 \cdot 10^6}{0,55 \cdot 640 \cdot \left( 88 - \frac{0,80 \cdot 16,71}{2} \right)} \rightarrow$$

$$A_f = 23,76 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 0,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_f < A_{f,min} \rightarrow \text{a armadura adotada é a mínima} \rightarrow A_f = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- *Verificação da taxa de armadura e critério da resistência*

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \rightarrow \rho_f = \frac{219,82}{1000 \cdot 58} \rightarrow \rho_f = 0,0038$$

$$\rho_{fb} = \alpha_c \beta_1 \frac{f_{c'} E_f \varepsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} = 0,85 \cdot 0,80 \frac{35 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,003}{640 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,003 + 640} = 0,0070$$

$$0,0038 < 0,0070 \rightarrow \rho_f < \rho_{fb} \rightarrow \text{ruptura da barra}$$

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) = 219,82 \cdot 640 \cdot \left( 58 - \frac{0,80 \cdot 11,01}{2} \right) \rightarrow$$

$$M_n = 7,54 \cdot 10^6 \text{ Nmm/m} \rightarrow 7,54 \text{ kNm/m}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \rightarrow$$

$$0,55 \cdot 7,54 \geq 0,68 \rightarrow$$

$$4,15 \geq 0,68 \rightarrow \text{atende}$$

- *Armadura negativa entre as lajes L1 e L6*

$$A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### **Armadura negativa de borda**

Altura da laje:  $h_{L1} = 80 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Momento de cálculo:  $M_u = 0,00 \text{ kNm/m}$

Altura útil:  $d = 58 \text{ mm}$

Como não possui momento fletor negativo, a armadura negativa de borda da laje L1 é dada pela mínima:

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{f_{c'}}}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} \cdot b \cdot d \rightarrow$$

$$A_{f,min} = \frac{0,41 \cdot \sqrt{35}}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \geq \frac{2,3}{640} \cdot 1000 \cdot 58 \rightarrow$$

$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \geq 208,44 \text{ mm}^2/\text{m}$$



$$A_{f,min} = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A Tabela 46 e Tabela 47 apresentam, respectivamente, os valores de área de armadura positiva e negativa adotados para as lajes em estudo, com a indicação do tipo de ruptura considerado. Para as lajes adjacentes sem momento negativo entre elas (L4-L11, L6-L12, L5-L15, L6-L16) adotou-se armadura mínima. Observa-se que para as lajes L3 (direção do menor vão) e L11 (direção do maior vão) foi necessário, posteriormente à verificação da ancoragem da armadura positiva, diminuir o diâmetro dessas barras para 5 mm para que o nível de tensão de aderência fosse satisfeito.

Tabela 46 - Armaduras positivas das lajes armadas com BFRP

Laje	$d_b$ [mm]	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi M_n$ [kNm]	$M_u$ [kNm]	Tipo de ruptura
L1	6	2,20	4,15	0,56	Barra
L3	5	2,60	5,79	3,12	Barra
L3*	6	2,58	5,70	2,40	Barra
L4	6	2,20	4,15	1,99	Barra
L5	6	3,34	9,55	4,75	Barra
L6	6	2,20	4,15	1,36	Barra
L11	6	4,47	17,17	4,04	Barra
L11*	5	4,49	17,32	9,18	Barra
L12	6	2,96	7,50	3,69	Barra

\* Armaduras positivas na direção do maior vão das lajes bidirecionais;

Fonte: Autora

Tabela 47 - Armaduras negativas lajes armadas com BFRP

Lajes	$d_b$ [mm]	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\phi M_n$ [kNm]	$M_u$ [kNm]	Tipo de ruptura
L1 L5	6	3,34	9,55	0,68	Barra
L1 L6	6	2,22	4,22	0,68	Barra
L3 L4	6	2,58	5,70	2,28	Barra
L3 L11	6	4,47	17,17	4,12	Barra
L4 L5	6	3,34	9,55	2,28	Barra
L5 L6	6	3,34	9,55	4,01	Barra
L11 L5	6	4,47	17,17	4,86	Barra
L4 L11	6	4,49	17,32	0,00	Barra
L6 L12	6	2,96	7,50	0,00	Barra
L11 L14	6	5,31	24,17	1,52	Barra
L5 L15	6	4,17	14,92	0,00	Barra
L6 L16	6	3,03	7,89	0,00	Barra

Fonte: Autora

Em relação as armaduras negativas de borda, indicadas na Tabela 48, como todas as bordas externas são simplesmente apoiadas e, portanto, não possuem momento fletor negativo, adotou-se armadura mínima.

Tabela 48 - Armaduras negativa de borda das lajes armadas com BFRP

Laje	$h$ [cm]	$d_b$ [mm]	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]
L1	8	6	2,20
L1	8	6	2,20
L1	8	6	2,20
L3	9	6	2,58
L3	9	6	2,58
L4	8	6	2,20
L6	8	6	2,20
L6	8	6	2,20
L11	14	6	4,47
L11	14	6	4,47
L12	10	6	2,96
L12	10	6	2,96

Fonte: Autora

A Tabela 49 apresenta as armaduras de retração e temperatura calculadas para cada uma das lajes.

Tabela 49 - Cálculo das armaduras de retração e temperatura das lajes BFRP

Laje	$\rho_{f,ts}$	$h$ [cm]	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]
L1	0,0036	8,00	2,88
L4	0,0036	8,00	2,88
L5	0,0036	11,00	3,96
L6	0,0036	8,00	2,88
L12	0,0036	10,00	3,60

Fonte: Autora

#### 4.3.4.4 Detalhamento das armaduras

Após a obtenção das áreas de armadura em cada direção, inicialmente deve-se calcular o espaçamento necessário ( $s$ ) para que a armadura, disposta em uma faixa de 1 m de largura, atenda a área de armadura calculada ( $A_f$ ). Também deve-se calcular a quantidade total das barras e seus comprimentos em cada direção.

##### a. Espaçamento entre as barras

Com o valor de área de armadura por metro, determina-se para cada direção o número de barras por metro necessárias, através da Equação 4.57.

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} [un/m] \quad (4.57)$$

Onde:

$A_{f,bar}$  é a área da seção transversal da armadura;

$A_f$  é a área de armadura calculada para a direção em análise;

O espaçamento entre as barras em cada direção é calculado pela Equação 4.58, onde é adotado o valor inteiro imediatamente inferior:

$$s = \frac{100}{n} \quad (4.58)$$

Onde:

$s$  é o espaçamento entre as barras a partir do seu eixo (cm);

$n$  é o número de barras necessárias por metro;

100 é a largura da seção (considerada igual a 100 cm).

Segundo o capítulo 7.6 da ACI 318.1R (2008), para as armaduras de flexão positivas e negativas, o espaçamento  $s$  não deve ultrapassar os valores indicados na Equação 4.59. Também, o espaçamento livre entre as barras dever ser no mínimo 2,54 cm.

$$s \leq \begin{cases} 3 \cdot h \\ 45 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.59)$$

Para as armaduras de retração e temperatura, segundo o capítulo 9 do ACI 440.1R (2015), o espaçamento máximo é dado por:

$$s \leq \begin{cases} 3 \cdot h \\ 30 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.60)$$

*b. Quantidade total de barras*

Com o espaçamento entre as barras definido, a quantidade total de barras em cada direção é calculada através da Equação 4.61.

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 \quad (4.61)$$

Onde:

$Q$  é a quantidade de barras na direção considerada;

$l_o$  vão livre na direção oposta;

$s$  é o espaçamento calculado pela Equação 4.58, atendendo aos limites das Equações 4.59 e 4.60;

*c. Comprimento da armadura positiva*

Conforme o item 10.1 do ACI 440.1R (2015), o comportamento aderente das barras de FRP não é o mesmo das barras de aço devido às diferentes propriedades materiais, e mais estudos são necessários para um melhor entendimento sobre como a ancoragem dessas barras ao concreto.

Para o cálculo do comprimento das armaduras positivas deve-se primeiramente verificar o nível de tensão na barra na região de ancoragem. A referida norma fornece a Equação 4.62 para o cálculo desta tensão.

$$f_{fe} = \frac{0,083\sqrt{f'_c}}{\alpha} \left( 13,6 \frac{l_e}{d_b} + \frac{C}{d_b} \frac{l_e}{d_b} + 340 \right) \leq f_{fu} \quad (4.62)$$

Onde:

$\alpha$  é o fator de redução da aderência em função da localização da barra sendo o valor de referência igual a 1,0. Para barras horizontais com camada de concreto de espessura

menor que 30 cm abaixo da barra adota-se 1,00. Para espessuras maiores que 30 cm, adota-se 1,50;

$f_{c'}$  é a resistência característica do concreto a compressão, neste estudo igual a 35 MPa;

$d_b$  é o diâmetro da barra BFRP;

$f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto da BFRP, neste estudo igual a 640 MPa ;

$l_e$  é o comprimento de ancoragem disponível nos apoios dado pela Equação 4.63:

$$l_e = b_w - c_c \quad (4.63)$$

Onde:

$b_w$  é a largura da viga de apoio;

$c_c$  é o cobrimento da viga, neste dimensionamento igual a 1,90 cm.

$C$  é o menor valor da Equação 4.64.

$$C = \text{minimo} \left( d_c, \frac{s}{2} \right) \leq 3,5d_b \quad (4.64)$$

Onde:

$d_c$  é a distância da extremidade até o centro da BFRP;

$s$  é o espaçamento entre as barras.

De acordo com o item 10.1.3 da ACI 440.1R (2015), as seções críticas de aderência são definidas como as seções onde a máxima tensão na barra de FRP é limitada pela Equação 4.62. Nestes casos, a capacidade resistente deve ser reavaliada realizando uma modificação no procedimento apresentado no item 3.1.1.1, conforme descrito na sequência.

Quando a tensão de aderência limita a tensão que pode ser desenvolvida na barra, os dois estados limites possíveis são a ruptura por esmagamento do concreto e a ruptura da aderência. O momento resistente devido a ruptura por esmagamento do concreto pode ser calculado pela Equação 3.24. Essa Equação pode ser aplicada se  $f_{fe} \geq f_f$ ,

sendo  $f_f$  a tensão na barra calculada pela Equação 3.23. Neste caso, pode-se realizar a ancoragem reta, sendo comprimento de ancoragem dado por  $l_e$  (Equação 4.63).

Quando  $\rho_f \leq \rho_{fb}$  ou  $\rho_f > \rho_{fb}$  e a tensão na barra calculada pela Equação 3.23 não pode ser alcançada ( $f_f > f_{fe}$ ), a capacidade resistente devido a ruptura da aderência deve ser verificada. O momento resistente pode ser calculado neste caso pela Equação (3.10) com  $f_{fu}$  substituído por  $f_{fe}$  e  $\varepsilon_{fu}$  da Equação (3.11) substituído por  $f_{fe}/E_f$ . Se o critério de segurança não for satisfeito, deve-se prever ganchos, conforme representado na Figura 34, cujo comprimento ( $l_{bhf}$ ) pode ser determinado pela Equação 4.65, atendendo a condição da Equação 4.16. Importante ressaltar que o fator de redução de resistência  $\phi$  para o cálculo do momento nominal ( $M_n$ ) devido a ruptura da aderência deve ser igual a 0,55.

$$l_{bhf} = \begin{cases} 165 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} & \text{se } f_{fu} < 520 \text{ MPa} \\ 3,1 \frac{f_{fu} d_b}{\sqrt{f'_c}} & \text{se } 520 < f_{fu} < 1040 \text{ MPa} \\ 330 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} & \text{se } f_{fu} \geq 1040 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.65)$$

$$l_{bhf} \geq \begin{cases} 12d_b \\ 23 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.66)$$

Onde:

$l_{bhf}$  é o comprimento do gancho, em mm;

$d_b$  é o diâmetro da barra BFRP, em mm;

$f_{fu}$  é a resistência a tração de projeto da barra BFRP, em MPa;

$f'_c$  é a resistência a compressão do concreto, em MPa.

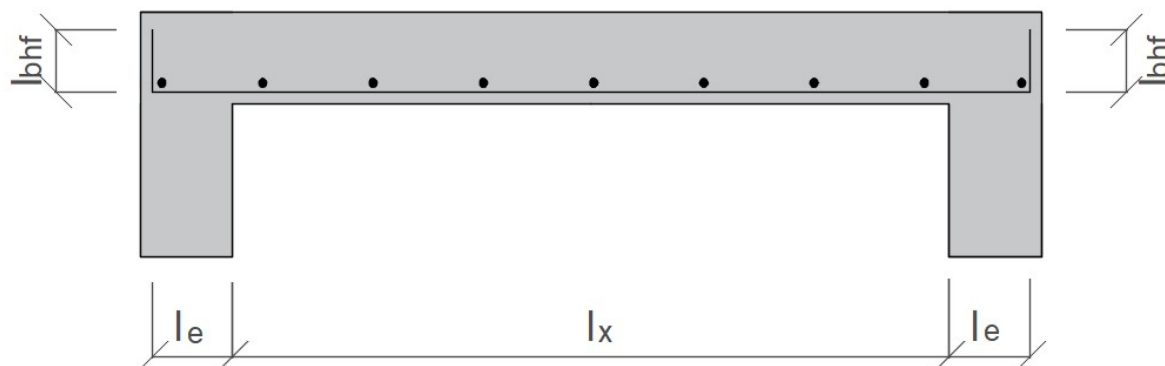


Figura 34 - Comprimento das armaduras positivas das lajes BFRP  
Fonte: Autora

*d. Comprimento da armadura de retração e temperatura*

As armaduras de retração e temperatura são aquelas alocadas na direção perpendicular a principal ( $l_y$ ) e tem como função limitar a abertura de fissuras. comprimento desta armadura deve se estender por toda a laje, sendo possível realizar a ancoragem reta, com  $l_e$  dado pela Equação 4.63. A representação esquemática da ancoragem da armadura de retração e temperatura é apresentada na Figura 35.

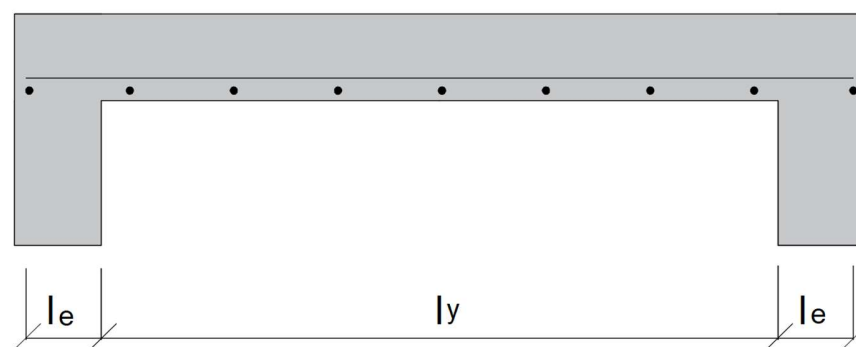


Figura 35 - Comprimento das armaduras de retração e temperatura  
Fonte: Autora

*e. Comprimento da armadura negativa*

O comprimento de ancoragem das armaduras negativas em vãos intermediários de lajes contínuas e em bordas externas pode ser calculado pela Equação 4.67, e está esquematicamente ilustrado nas Figuras 36 e 37.

$$l_a = \frac{\alpha \frac{f_{fr}}{0,083 \cdot \sqrt{f'_c}} - 340}{13,6 + \frac{C}{d_b}} d_b \quad (4.67)$$

Onde:

$\alpha$  é o fator de redução de resistência em função da aderência, neste estudo igual a 1,0;  
 $f_{fr}$  é o menor valor entre a resistência a tração de projeto da BFRP ( $f_{fu}$ ) e a tensão na armadura ( $f_f$ ); para o caso da ruptura por rompimento da barra  $f_{fu} = f_f$ ;  
 $f'_c$  é a resistência característica do concreto a compressão, neste estudo igual a 35 MPa;  
 $C$  é o menor valor da Equação 4.64.  
 $d_b$  é o diâmetro da barra BFRP;

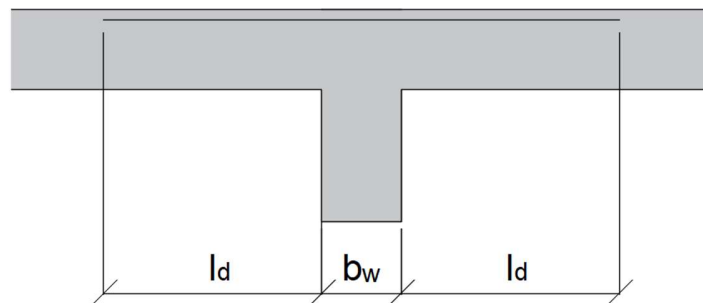


Figura 36 - Comprimento armadura negativa de vão intermediário  
 Fonte: Autora



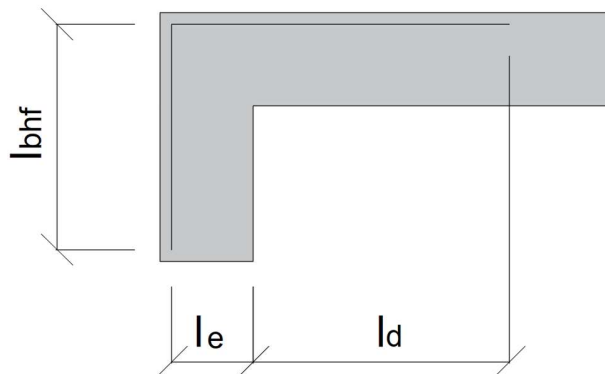


Figura 37 - Comprimento das armaduras negativas de borda  
Fonte: Autora

### Cálculo da Laje L1

#### Armadura positiva

Altura da laje:  $h_{L1} = 8 \text{ cm}$

Altura útil:  $d = 5,80 \text{ cm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 0,6 \text{ cm}$

Área seção transversal da barra:  $A_{f,bar} = 0,28 \text{ cm}^2$

Área da armadura:  $A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Largura do apoio:  $b_w = 15 \text{ cm}$

Vão de cálculo:  $l_x = 105 \text{ cm}$

Momento de cálculo:  $M_u = 0,56 \text{ kNm/m}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{2,19}{0,28} = 7,78 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{7,78} = 12,86 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 3 \cdot h \rightarrow 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \text{atende}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{355}{12} - 1 = 29 \text{ barras}$$

- Comprimento da armadura:

$$l_e = b_w - c_c = 15 - 1,9 = 13,10 \text{ cm}$$

$$C = \min\left(d_c, \frac{s}{2}\right) \leq 3,5d_b \rightarrow$$

$$C = \min\left(2,40, \frac{12}{2}\right) \leq 3,5 \cdot 0,6 \rightarrow$$

$$C = 2,10 \text{ cm}$$

$$f_{fe} = \frac{0,083\sqrt{f'_c}}{\alpha} \left(13,6 \frac{l_e}{d_b} + \frac{C}{d_b} \frac{l_e}{d_b} + 340\right) \leq f_{fu} \rightarrow$$

$$f_{fe} = \frac{0,083\sqrt{35}}{1,0} \left(13,6 \frac{13,10}{0,60} + \frac{2,10}{0,60} \frac{13,10}{0,60} + 340\right) \leq 640 \rightarrow$$

$$f_{fe} = 350,28 \text{ MPa} \leq 640 \text{ MPa}$$

$$\rho_f < \rho_{fb} \text{ e } f_f > f_{fe} \rightarrow$$

$$0,0038 < 0,0070 \text{ e } 640 > 350,28 \rightarrow$$

*deve ser verificada a capacidade resistente devido a ruptura da aderência*

$$c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + f_{fe}/E_f} \cdot d = \frac{0,003}{0,003 + 350,28/50000} \cdot 58 = 17,39 \text{ mm}$$

$$M_n = A_f \cdot f_{fe} \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2}\right) = 219,82 \cdot 350,28 \cdot \left(58 - \frac{0,80 \cdot 17,39}{2}\right) \rightarrow$$

$$M_n = 3,93 \cdot 10^6 \text{ Nmm/m} \rightarrow 3,93 \text{ kNm}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \rightarrow$$

$$0,55 \cdot 3,93 \geq 0,56 \rightarrow$$

$2,16 \geq 0,56 \rightarrow$  *atende, portanto não necessita de gancho*

Logo, o comprimento total da barra é:

$$c = 2l_e + l_x + 2l_{bhf} = 2 \cdot 13,10 + 105 + 2 \cdot 0 = 131,20 \text{ cm}$$

- Especificação:

$$29 \text{ N1 } \emptyset 6 \text{ c/12} \quad C = 132$$

### **Armadura retração e temperatura**

Área da armadura:  $A_f = 2,88 \text{ cm}^2/m$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Largura do apoio:  $b_w = 15 \text{ cm}$

Vão de cálculo:  $l_y = 355 \text{ cm}$

Comprimento de ancoragem disponível:  $l_e = 13,10 \text{ cm}$

- *Espaçamento*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{2,88}{0,28} = 10,19 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{10,19} = 9,82 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 5 \cdot h \rightarrow 5 \cdot 8 = 40 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \textit{atende}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{105}{9} - 1 = 11 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$c = 2l_e + l_y = 2 \cdot 13,10 + 355 \rightarrow$$

$$c = 381,20 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$11 \text{ N2 } \varnothing 6 \text{ c/9} \quad C = 382 \text{ cm}$$

A Figura 38 apresenta a distribuição das armaduras positivas para a laje L1

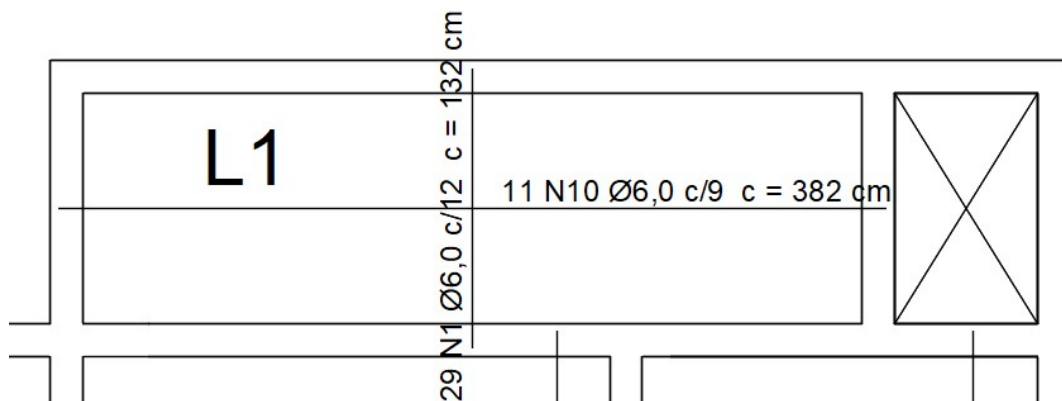


Figura 38 – Croqui da armadura positiva e de retração e temperatura laje L1

Fonte: Autora

### Armadura negativa

#### Entre Lajes L1 e L5

Área de armadura:  $A_f = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 0,60 \text{ cm}$

Área da seção da barra:  $A_{f,bar} = 0,28 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tensão na armadura:  $f_{fr} = f_{fu} = 640 \text{ MPa}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{3,33}{0,28} = 11,79 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{11,79} = 8,48 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{240}{8} - 1 = 29 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_d = \frac{\alpha \frac{f_{fu}}{0,083 \cdot \sqrt{f'_c}} - 340}{13,6 + \frac{C}{d_b}} d_b \rightarrow l_d = \frac{1 \frac{640}{0,083 \cdot \sqrt{35}} - 340}{13,6 + \frac{2,10}{0,60}} 0,60 \rightarrow$$

$$l_d = 33,80 \text{ cm}$$

$$c = 2l_d + b_w \rightarrow c = 2 \cdot 33,80 + 15 \rightarrow$$

$$c = 82,60 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$29 \text{ N3 } \emptyset 6 \text{ c/8} \quad C = 83 \text{ cm}$$

### **Entre Lajes L1 e L6**

Área de armadura:  $A_f = 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Área da seção da barra:  $A_{f,bar} = 0,28 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tensão na armadura:  $f_{fr} = f_{fu} = 640 \text{ MPa}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{2,19}{0,28} = 7,77 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{7,77} = 12,86 \text{ cm} = 12,00 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{105}{12} - 1 = 8 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_d = \frac{\alpha \frac{f_{fu}}{0,083 \cdot \sqrt{f'_c}} - 340}{13,6 + \frac{C}{d_b}} d_b \rightarrow l_d = \frac{1 \frac{640}{0,083 \cdot \sqrt{35}} - 340}{13,6 + \frac{2,10}{0,60}} 0,60 \rightarrow$$

$$l_d = 33,80 \text{ cm}$$

$$c = 2l_d + b_w = 2 \cdot 33,80 + 15 \rightarrow$$

$$c = 82,60 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$8 \text{ N3 } \emptyset 6 \text{ c/12} \quad C = 83 \text{ cm}$$

### **Armadura negativa de borda**

#### **Viga V1A**

Área de armadura:  $A_f = 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Área da seção da barra:  $A_{f,bar} = 0,28 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tensão na armadura:  $f_{fr} = f_{fu} = 640 \text{ MPa}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{2,19}{0,28} = 7,77 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{7,77} = 12,86 \text{ cm} = 12,00 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{355}{12} - 1 = 29 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_{bhf} = \frac{f_{fu}}{3,1} \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} = \frac{640}{3,1} \frac{6}{\sqrt{35}} = 209,38 \text{ mm} = 20,94 \text{ cm}$$

$$l_d = \frac{\alpha \frac{f_{fr}}{0,083 \cdot \sqrt{f'_c}} - 340}{13,6 + \frac{C}{d_b}} d_b \rightarrow l_d = \frac{1 \frac{640}{0,083 \cdot \sqrt{35}} - 340}{13,6 + \frac{2,10}{0,60}} 0,60 = 33,80 \text{ cm}$$

$$c = l_{bhf} + l_e + l_d = 20,94 + 13,10 + 33,80$$

$$c = 67,84 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$29 \text{ N3 } \emptyset 6 \text{ c/12} \quad C = 68 \text{ cm}$$

### **Viga V22F/V25**

Área de armadura:  $A_f = 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Área da seção da barra:  $A_{f,bar} = 0,28 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tensão na armadura:  $f_{fr} = f_{fu} = 640 \text{ MPa}$

- *Espaçamento:*

$$n = \frac{A_f}{A_{f,bar}} = \frac{2,19}{0,28} = 7,77 \text{ un/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{7,77} = 12,86 \text{ cm} = 12,00 \text{ cm}$$

- *Quantidade total:*

$$Q = \frac{l_o}{s} - 1 = \frac{105}{12} - 1 = 8 \text{ barras}$$

- *Comprimento da armadura:*

$$l_{bhf} = \frac{f_{fu}}{3,1} \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} = \frac{640}{3,1} \frac{6}{\sqrt{35}} = 209,38 \text{ mm} = 20,94 \text{ cm}$$

$$l_d = \frac{\alpha \frac{f_{fr}}{0,083 \cdot \sqrt{f'_c}} - 340}{13,6 + \frac{C}{d_b}} d_b \rightarrow l_d = \frac{1 \frac{640}{0,083 \cdot \sqrt{35}} - 340}{13,6 + \frac{2,10}{0,60}} 0,60 = 33,80 \text{ cm}$$

$$c = l_{bhf} + l_e + l_d = 20,94 + 13,10 + 33,80$$

$$c = 67,84 \text{ cm}$$

- *Especificação:*

$$8 \text{ N3 } \emptyset 6 \text{ c/12} \quad C = 68 \text{ cm}$$

A Figura 39 apresenta o croqui das armaduras negativas calculadas para a laje L1.



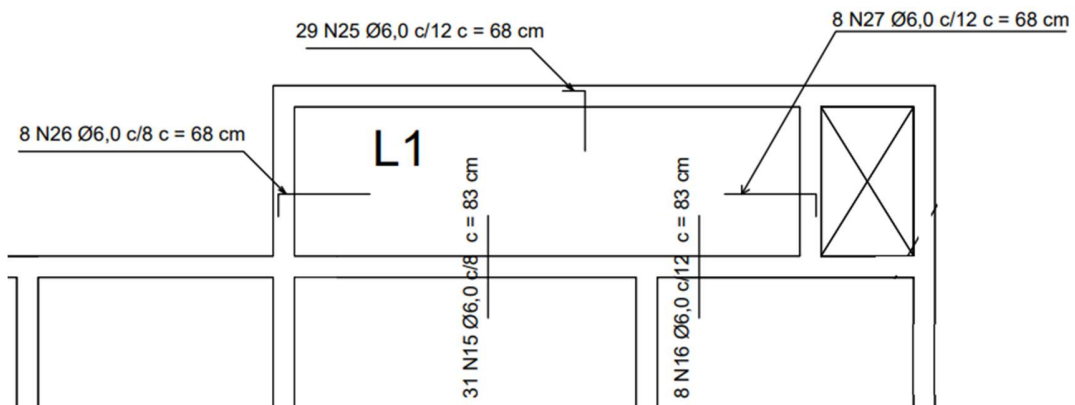


Figura 39 - Croqui armadura negativa entre as lajes L1-L5 e L1-L6 e armaduras negativas de borda da laje L1

Fonte: Autora

As Tabelas 50, 51, 52 e 53 apresentam o detalhamento das armaduras positivas, de retração e temperatura, armaduras negativas de vãos intermediários e de borda, respectivamente, para todas as lajes em estudo.

Tabela 50 - Detalhamento armaduras positivas das lajes armadas com BFRP

Laje	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$d_b$ [mm]	$N$ [un/m]	$s$ [cm]	$Q$ [un]	$c$ [cm]	Tipo de ancoragem
L1	2,1982	6	7,77	12	29	131,20	Reta
L3	2,5961	5	13,22	7	59	296,20	Reta
L3*	2,5772	6	9,11	10	26	446,20	Reta
L4	2,1982	6	7,77	12	34	191,20	Reta
L5	3,3352	6	11,80	8	92	266,20	Reta
L6	2,1982	6	7,77	12	61	206,20	Reta
L11	4,4722	6	15,82	6	91	331,20	Reta
L11*	4,4911	5	22,87	4	76	576,20	Reta
L12	2,9562	6	10,46	9	69	226,20	Reta

\* Armadura positiva secundária, no maior vão, lajes bidirecionais.

Fonte: Autora

Tabela 51 - Detalhamento armaduras de retração e temperatura das lajes armadas com BFRP

Laje	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$d_b$ [mm]	$N$ [un/m]	$s$ [cm]	$Q$ [un]	$c$ [cm]	Tipo de ancoragem
L1	2,88	6	10,19	9	11	381,20	Reta
L4	2,88	6	10,19	9	18	446,20	Reta
L5	3,96	6	14,01	7	34	766,20	Reta
L6	2,88	6	10,19	9	19	766,20	Reta
L12	3,60	6	12,73	7	28	651,20	Reta

Fonte: Autora

Tabela 52 - Detalhamento armaduras negativas de vãos intermediários das lajes armadas com BFRP

Lajes		$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$d_b$ [mm]	$N$ [un/m]	$s$ [cm]	$Q$ [un]	$l_d$ [cm]	$c$ [cm]
L1	L5	3,34	6	11,80	8	31	33,80	82,60
L1	L6	2,20	6	7,77	12	8	33,80	82,60
L3	L4	2,58	6	9,11	10	41	33,80	82,60
L3	L11	4,47	6	15,82	6	44	33,80	82,60
L4	L5	3,34	6	11,80	8	52	33,80	82,60
L5	L6	3,34	6	11,80	8	92	33,80	82,60
L11	L5	4,47	6	15,82	6	50	33,80	82,60
L4	L11	4,47	6	15,82	6	27	33,80	82,60
L6	L12	2,96	6	10,46	9	33	33,80	82,60
L11	L14	4,47	6	15,82	6	91	33,80	82,60
L5	L15	3,34	6	11,80	8	29	33,80	82,60
L6	L16	2,20	6	7,77	12	14	33,80	82,60

Fonte: Autora

Tabela 53 - Detalhamento armadura negativa de borda das lajes armadas com BFRP

Laje	Viga	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$d_b$ [mm]	$N$ [un/m]	$s$ [cm]	$Q$ [un]	$l_e$ [cm]	$l_d$ [cm]	$l_{bhf}$ [cm]	$c$ [cm]
L1	355	2,20	6	7,77	12	29	13,10	33,80	20,94	67,84
L1	105	2,20	6	7,77	12	8	13,10	33,80	20,94	67,84
L1	105	2,20	6	7,77	12	8	13,10	33,80	20,94	67,84
L3	270	2,58	6	9,11	10	26	13,10	33,80	20,94	67,84
L3	420	2,58	6	9,11	10	41	13,10	33,80	20,94	67,84
L4	165	2,20	6	7,77	12	13	13,10	33,80	20,94	67,84
L6	65	2,20	6	7,77	12	5	13,10	33,80	20,94	67,84
L11	305	4,47	6	15,82	6	50	13,10	33,80	20,94	67,84
L11	85	4,47	6	15,82	6	14	13,10	33,80	20,94	67,84
L12	200	2,96	6	10,46	9	22	13,10	33,80	20,94	67,84
L12	200	2,96	6	10,46	9	22	13,10	33,80	20,94	67,84

Fonte: Autora

As plantas de armaduras das lajes armadas com BFRP são apresentadas no Apêndice C.

#### 4.3.5 Estado Limite Último – Cisalhamento

A verificação dos esforços cisalhantes atuantes nas lajes segue as recomendações da ACI 440.1R (2015), conforme o apresentado no item 3.1.2.1, onde o seguinte critério deve ser satisfeito:  $\phi \cdot V_n \geq V_u$ .

A resistência nominal ao cisalhamento ( $V_n$ ) é dada pela soma das resistências fornecidas pela armadura transversal ( $V_f$ ) e pelo concreto ( $V_c$ ). Contudo, as lajes normalmente são dimensionadas de forma a resistir aos esforços cortantes sem a necessidade de armadura de cisalhamento. Neste caso, a resistência nominal ao cisalhamento é fornecida somente pelo concreto, ou seja,  $V_n = V_c$ , com  $V_c$  definido pela Equação 3.30.

Para a determinação do esforço cortante solicitante máximo ( $V_u$ ), é necessário o cálculo das reações de apoio das lajes nas vigas. Para tal, aplicou-se o método das linhas de ruptura, seguindo as recomendações da NBR 6118 (2014), conforme apresentado no item 4.2.5.

Como as lajes armadas com BFRP apresentam espessuras e carregamentos diferentes das lajes armadas com aço, este capítulo considera as áreas de influência determinadas no item 4.2.5 (Figura 32) e recalcula as reações de apoio considerando os carregamentos e combinações de ações para o estado limite último apresentadas apresentadas na Tabela 44.

### **Cálculo Laje L3**

- *Esforço cortante solicitante*

#### V19

$$P_{v19} = p \cdot A_{v1} = 5,99 \cdot 3,43 = 20,55 \text{ kN}$$

$$C_{v1A} = \frac{P_{v19}}{l_{v19}} = \frac{20,55}{4,20} = 4,89 \text{ kN/m}$$

#### V3A

$$P_{v3a} = p \cdot A_{v3a} = 5,99 \cdot 2,03 = 12,16 \text{ kN}$$

$$C_{v3a} = \frac{P_{v3a}}{l_{v3a}} = \frac{12,16}{2,70} = 4,50 \text{ kN/m}$$

#### V21

$$P_{v21} = p \cdot A_{v21} = 5,99 \cdot 3,43 = 20,55 \text{ kN}$$

$$C_{v21} = \frac{P_{v21}}{l_{v21}} = \frac{1,47}{4,20} = 4,89 \text{ kN/m}$$

V5B

$$P_{v5b} = p \cdot A_{v5b} = 5,99 \cdot 3,52 = 21,08 \text{ kN}$$

$$C_{v5b} = \frac{P_{v5b}}{l_{v5b}} = \frac{21,08}{2,70} = 7,81 \text{ kN/m}$$

Logo, o esforço cortante solicitante máximo na laje L1 é:  $V_u = C_{v5b} = 7,81 \text{ kN/m}$

- *Resistência ao cisalhamento*

Menor vão

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{2,60}{100 \cdot 6,85} = 0,0038$$

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f \rightarrow$$

$$k = \sqrt{2 \cdot 0,0038 \cdot 1,70 + (0,0038 \cdot 1,70)^2} - 0,0038 \cdot 1,70 = 0,1073$$

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f_{ct}} \cdot b_w (kd) = \frac{2}{5} \sqrt{35} \cdot 1000 \cdot (0,1073 \cdot 68,50) = 17386,27 \text{ N} \rightarrow$$

$$V_c = 17,39 \text{ kN}$$

- *Verificação do critério de cisalhamento*

$$\phi \cdot V_c \geq V_u \rightarrow$$

$$0,75 \cdot 17,39 > 7,81 \rightarrow$$

$13,04 > 7,81 \rightarrow$  atende, logo não é necessário armadura de cisalhamento

Maior vão

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{2,60}{100 \cdot 6,85} = 0,0038$$

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f \rightarrow$$

$$k = \sqrt{2 \cdot 0,0038 \cdot 1,70 + (0,0038 \cdot 1,70)^2} - 0,0038 \cdot 1,70 = 0,1073$$

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f_{ct}} \cdot b_w (kd) = \frac{2}{5} \sqrt{35} \cdot 1000 \cdot (0,1073 \cdot 68,50) = 17386,36 \text{ N} \rightarrow$$

$$V_c = 17,39 \text{ kN}$$

- *Verificação do critério de cisalhamento*

$$\phi \cdot V_c \geq V_u \rightarrow$$

$$0,75 \cdot 17,39 > 7,81 \rightarrow$$

A Tabela 54 apresenta os cálculos dos esforços cortantes máximos aos quais as lajes em estudo estão submetidas. A Tabela 55 apresenta os cálculos da resistência ao cisalhamento, bem como a verificação do critério de segurança. Pode-se observar que todas as lajes em estudo atenderam aos critérios de cisalhamento no estado limite último sem a necessidade de armadura.

Tabela 54 - Esforço cortante máximo nas lajes armadas com BFRP

Laje	$p$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]	$P_i$ [kN]	$l$ [cm]	$V_u$ [kN/m]
L1	5,64	2,48	14,00	355	3,94
L3	5,99	3,52	21,10	270	7,81
L3	5,99	3,52	21,10	270	7,81
L4	11,86	3,45	40,92	420	9,74
L5	6,69	10,7	71,62	740	9,68
L6	5,64	8,45	47,69	740	6,44
L11	7,74	8,22	63,65	550	11,57
L11	7,74	8,22	63,65	550	11,57
L12	7,04	5,72	40,29	625	6,45

Fonte: Autora

Tabela 55 – Verificação ao cisalhamento das lajes armadas com BFRP

Laje	$V_c$	$V_u$	$0,75 \cdot V_c$	$0,75 \cdot V_c > V_u$
------	-------	-------	------------------	------------------------

	[kN/m]	[kN/m]		
<b>L1</b>	14,72	3,94	11,04	Atende
<b>L1*</b>	17,39	7,81	13,04	Atende
<b>L3</b>	17,26	7,81	12,94	Atende
<b>L4</b>	14,72	9,74	11,04	Atende
<b>L5</b>	22,34	9,68	16,75	Atende
<b>L6</b>	14,72	6,44	11,04	Atende
<b>L11</b>	29,95	11,57	22,46	Atende
<b>L11*</b>	30,08	11,57	22,56	Atende
<b>L12</b>	19,80	6,45	14,85	Atende

Fonte: Autora

### 4.3.6 Estado Limite De Serviço

#### 4.3.6.1 Fissuração

Este estudo adota o método direto para verificação da fissuração dos elementos. Inicialmente determina-se o momento máximo de serviço seguindo o procedimento apresentado no item 4.3.4.2, porém considerando as cargas de serviço não fatoradas (Equação 3.41). Conforme descrito no item 3.2.1, e de acordo com o ACI 440.1R (2006), a abertura máxima da fissura ( $w$ ) pode ser calculada pela Equação 3.42 e, após a determinação da largura da fissura, deve-se verificar se atende ao limite indicado na Tabela 8.

A Tabela 56 apresenta os momentos máximos calculados considerando a combinação de ações do estado limite de serviço para as lajes armadas com BFRP.

Tabela 56 - Momentos fletores das lajes armadas com BFRP no ELS

Laje	Lajes unidirecionais		Lajes bidirecionais			
	$M_+$ [kNm/m]	$M_-$ [kNm/m]	$M_x$ [kNm/m]	$M_y$ [kNm/m]	$M_x'$ [kNm/m]	$M_y'$ [kNm/m]
<b>L1</b>	0,40	0,49				
<b>L3</b>			2,10	1,62		2,77
<b>L4</b>	1,42	1,63				
<b>L5</b>	3,02	2,42				
<b>L6</b>	0,97	2,42				

L11		2,10	4,78	0,79	2,53
L12	2,38				

Fonte: Autora

### Cálculo da laje L1

Altura da laje:  $h = 80 \text{ mm}$

$M_a = 0,40 \text{ kNm/m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Altura útil:  $d = 58 \text{ mm}$

Taxa de armadura:  $\rho_f = 0,0038$

Espaçamento:  $s = 120 \text{ mm}$ ;

Área de armadura:  $A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} = 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Razão entre módulo de elasticidade da barra e do concreto:  $n_f = 1,70$ ;

Coefficiente de proporcionalidade:  $k = 0,1073$

Coefficiente de aderência:  $k_b = 1,40$ ;

### Armadura positiva

- Tensão na barra:

$$f_f = \frac{M_a}{A_f d \left(1 - \frac{k}{3}\right)} = \frac{0,40 \cdot 10^6}{219,82 \cdot 58 \left(1 - \frac{0,1073}{3}\right)} = 32,74 \text{ MPa}$$

- Abertura da fissura:

$$d_c = c_c + d_b = 19 + \frac{6}{2} = 22 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{h - kd}{d - kd} = \frac{80 - 0,1073 \cdot 58}{58 - 0,1073 \cdot 58} = 1,4249$$

$$w = 2 \frac{f_f}{E_f} \beta k_b \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} = 2 \frac{32,74}{50 \cdot 10^3} \cdot 1,4249 \cdot 1,40 \sqrt{22^2 + \left(\frac{120}{2}\right)^2} = 0,17 \text{ mm}$$

- *Verificação:*

$$w < 0,70 \text{ mm} \rightarrow 0,17 \text{ mm} < 0,70 \text{ mm} \rightarrow \text{atende}$$

### **Armadura negativa**

#### **Entre Lajes L1-L5**

Altura das lajes:  $h_{L1} = 80 \text{ mm}$ ;  $h_{L5} = 110 \text{ mm} \rightarrow h = 110 \text{ mm}$

$M_a = 0,40 \text{ kNm/m}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Altura útil:  $d = 88 \text{ mm}$

Taxa de armadura:  $\rho_f = 0,0038$

Espaçamento:  $s = 80 \text{ mm}$ ;

Área de armadura:  $A_f = 333,52 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow 3,34 \text{ cm}^2/\text{m}$

Razão entre módulo de elasticidade da barra e do concreto:  $n_f = 1,70$ ;

Coefficiente de proporcionalidade:  $k = 0,1073$

Coefficiente de aderência:  $k_b = 1,40$ ;

- *Tensão na barra:*

$$f_f = \frac{M_a}{A_f d \left(1 - \frac{k}{3}\right)} = \frac{0,49 \cdot 10^6}{333,52 \cdot 88 \left(1 - \frac{0,1073}{3}\right)} = 17,17 \text{ MPa}$$

- *Abertura da fissura:*

$$d_c = c_c + d_b = 19 + \frac{6}{2} = 22 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{h - kd}{d - kd} = \frac{110 - 0,1073 \cdot 88}{88 - 0,1073 \cdot 88} = 1,2800$$



$$w = 2 \frac{f_f}{E_f} \beta k_b \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2} = 2 \frac{24,04}{50 \cdot 10^3} \cdot 1,2800 \cdot 1,40 \sqrt{22^2 + \left(\frac{80}{2}\right)^2} = 0,06 \text{ mm}$$

- *Verificação:*

$$w < 0,70 \text{ mm} \rightarrow 0,06 \text{ mm} < 0,70 \text{ mm} \rightarrow \text{atende}$$

As Tabelas 57 e 58 apresentam o cálculo das fissuras e verificação da abertura de fissura para as lajes em estudo.

Tabela 57 - Verificação da fissuração das lajes armadas com BFRP (momento positivo)

Laje	$f_f$ [MPa]	$M_a$ [kNm/m]	$\beta$	$w$ [mm]	$w \leq 0,7$ [mm]
L1	32,74	0,40	1,42	0,17	Atende
L3	122,49	2,10	1,35	0,38	Atende
L3*	95,64	1,62	1,36	0,40	Atende
L4	115,89	1,42	1,42	0,59	Atende
L5	106,66	3,02	1,28	0,35	Atende
L6	78,75	0,97	1,42	0,40	Atende
L11	41,29	2,10	1,21	0,10	Atende
L11*	93,09	4,78	1,20	0,18	Atende
L12	106,85	2,38	1,32	0,39	Atende

Fonte: Autora

Tabela 58 - Verificação da fissuração das lajes armadas com BFRP (momento negativo)

Laje	$f_f$ [MPa]	$M_a$ [kNm/m]	$\beta$	$w$ [mm]	$w \leq 0,7$ [mm]	
L1	L5	17,17	0,49	1,28	0,06	Atende
L1	L6	39,53	0,49	1,42	0,20	Atende
L3	L4	96,36	1,63	1,36	0,40	Atende
L3	L11	54,51	2,77	1,21	0,14	Atende
L4	L5	57,54	1,63	1,28	0,19	Atende
L5	L6	85,36	2,42	1,28	0,28	Atende
L11	L5	49,70	2,53	1,21	0,13	Atende
L4	L11	0,00	0,00	1,21	0,00	Atende
L6	L12	0,00	0,00	1,03	0,00	Atende
L11	L14	15,59	0,79	1,21	0,04	Atende

Laje		$f_f$ [MPa]	$M_a$ [kNm/m]	$\beta$	$w$ [mm]	$w \leq 0,7$ [mm]
L5	L15	0,00	0,00	1,28	0,00	Atende
L6	L16	0,00	0,00	1,42	0,00	Atende

Fonte: Autora

#### 4.3.6.2 Deflexão

Este estudo adota o método direto para o cálculo da deflexão das lajes. De posse do momento máximo de serviço ( $M_a$ ), já obtido anteriormente para a verificação da fissuração, calcula-se o momento de fissuração da laje ( $M_{cr}$ ) através da Equação 3.42. Se  $M_{cr} < M_a$ , a laje não fissura e a deflexões imediata e final são calculadas através da Equações 3.47 e 3.49, utilizando-se o momento de inercia da seção bruta (Equação 3.43). Caso contrário, a deflexão deve ser calculada utilizando-se a inercia equivalente, dada pela Equação 3.45. Após a determinação da deflexão final, deve-se verificar se esta atende aos limites indicados na Tabela 10.

#### Cálculo da laje L1

Altura da laje:  $h = 80 \text{ mm}$

Altura útil:  $d = 58 \text{ mm}$

Diâmetro da barra:  $d_b = 6 \text{ mm}$

Carregamento permanente:  $g = 2,53 \text{ kN/m}^2$

Carregamento acidental:  $q = 1,50 \text{ kN/m}^2$

Área de armadura:  $A_f = 219,82 \text{ mm}^2/\text{m} = 2,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

Razão entre módulo de elasticidade da barra e do concreto:  $n_f = 1,70$ ;

Coefficiente de proporcionalidade:  $k = 0,1073$

Fator de redução de resistência do concreto:  $\lambda = 1,00$ ;

Momento máximo de serviço:  $M_a = 0,40 \text{ kNm}$

- *Momento de fissuração*

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{1000 \cdot 80^3}{12} = 4,27 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 = 4,27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$M_{cr} = \frac{0,62\lambda\sqrt{f'_c}I_g}{y_t} \rightarrow M_{cr} = \frac{0,62 \cdot 1 \cdot \sqrt{35} \cdot 4,27 \cdot 10^7}{40}$$

$$M_{cr} = 3,91 \cdot 10^6 \text{ Nmm/m} \rightarrow 3,91 \text{ kNm/m}$$

- *Verificação do momento de fissuração:*

$$M_{cr} > M_a \rightarrow$$

$$3,91 \text{ kNm/m} > 0,40 \text{ kNm/m}$$

Portanto para o cálculo das deflexões imediatas, o momento de inércia efetivo é igual ao momento de inércia da seção bruta ( $I_e = I_g$ ).

- *Deflexão imediata total ( $\Delta_{i,(D+L)}$ )*

$$K = 1,20 - 0,20 \frac{M_o}{M_a} \rightarrow K = 1,20 - 0,20 \frac{4,03 \cdot 1,09^2}{0,40} \rightarrow$$

$$K = 0,8982$$

$$\Delta_{i,(D+L)} = \frac{5KM_a l^2}{48E_C(I_e)} \rightarrow \Delta_i = \frac{5 \cdot 0,8982 \cdot 0,40 \cdot 10^6 \cdot 1098^2}{48 \cdot 29,4 \cdot 10^3 \cdot 4,27 \cdot 10^7} = 0,036 \text{ mm}$$

- *Deflexão imediata devido aos carregamentos permanentes ( $\Delta_{i,(D)}$ )*

$$\Delta_{i,(D)} = \frac{g}{g+q} \Delta_{i,(D+L)} = \frac{2,53}{2,53+1,50} \cdot 0,036 = 0,023 \text{ mm}$$

- *Deflexão imediata devido aos carregamentos acidentais ( $\Delta_{i,(L)}$ )*

$$\Delta_{i,(L)} = \frac{q}{g+q} \Delta_{i,(D+L)} = \frac{1,50}{2,53+1,50} \cdot 0,036 = 0,013 \text{ mm}$$

- *Deflexão total*

$$\lambda = 0,60 \cdot \xi = 0,60 \cdot 2 = 1,20$$

$$\Delta_{LT} = \Delta_{i,(L)} + \lambda[\Delta_{i,(D)} + 0,20\Delta_{i,(L)}] \rightarrow$$

$$\Delta_{LT} = 0,013 + 1,20[0,023 + 0,20 \cdot 0,013] = 0,044 \text{ mm}$$

- *Verificação dos limites de deflexão*

$$\{\Delta_{i,(D+L)} = 0,036 \text{ mm}\} \leq \left\{ \frac{l}{360} = \frac{1050}{360} = 2,92 \text{ mm} \right\} \rightarrow \text{atende}$$

$$\{\Delta_{LT} = 0,044 \text{ mm}\} \leq \left\{ \frac{l}{480} = \frac{1050}{480} = 2,19 \text{ mm} \right\} \rightarrow \text{atende}$$

A Tabela 59 abaixo apresenta os momentos máximos de serviço ( $M_a$ ), o momento de fissuração ( $M_{cr}$ ) e verificação do critério de fissuração  $M_{cr} > M_a$  de cada uma das lajes em estudo.

Tabela 59 - Cálculos do momento máximo e momento de fissuração das lajes armadas com BFRP

Laje	$M_a$ [kNm/m]	$I_g$ [m <sup>4</sup> ]	$M_{cr}$ [kNm/m]	$M_{cr} > M_a$
L1	0,40	4,27E-05	3,91	Atende
L3	2,10	6,08E-05	5,57	Atende
L3*	1,62	6,08E-05	5,57	Atende
L4	1,42	4,27E-05	3,91	Atende
L5	3,02	1,11E-04	10,17	Atende
L6	0,97	4,27E-05	3,91	Atende
L11	2,10	2,29E-04	20,97	Atende
L11*	4,78	2,29E-04	20,97	Atende
L12	2,38	8,33E-05	7,64	Atende

Fonte: Autora

A Tabela 60 apresenta os cálculos da deflexão imediata total ( $\Delta_{i,(D+L)}$ ), deflexão imediata devido ao carregamento permanente ( $\Delta_{i,(D)}$ ), deflexão imediata devido ao carregamento acidental ( $\Delta_{i,(L)}$ ), a deflexão total ( $\Delta_{LT}$ ) e as verificações quanto aos limites apresentados na Tabela 10. Todas as lajes em estudo atenderam aos critérios de fissuração e deflexão no estado limite de serviço.

Tabela 60 - Cálculo das deflexões e verificação dos limites lajes armadas com BFRP

Laje	$\Delta_{i,(D+L)}$ [mm]	$\Delta_{i,(D)}$ [mm]	$\Delta_{i,(L)}$ [mm]	$\Delta_{LT}$ [mm]	$\Delta_{i,(D+L)} < \frac{l}{360}$	$\Delta_{LT} < \frac{l}{480}$
<b>L1</b>	0,0362	0,0227	0,0135	0,0440	2,92	2,19
<b>L3</b>	0,7749	0,4866	0,2884	0,9415	7,50	5,63
<b>L3*</b>	0,5190	0,3259	0,1931	0,6305	7,50	5,63
<b>L4</b>	0,2631	0,2166	0,0466	0,3176	4,58	3,44
<b>L5</b>	0,5778	0,3628	0,2150	0,7019	6,67	5,00
<b>L6</b>	0,2319	0,1456	0,0863	0,2817	5,00	3,75
<b>L11</b>	0,2311	0,1451	0,0860	0,2807	8,47	6,35
<b>L11*</b>	0,7086	0,4450	0,2637	0,8609	8,47	6,35
<b>L12</b>	0,4236	0,2367	0,1870	0,5159	5,56	4,17

Fonte: Autora

## 5. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nos dimensionamentos das lajes maciças de um pavimento tipo de uma edificação familiar com o emprego de barras de aço (NBR 6118, 2014) e com barras de BFRP (ACI 440.1R, 2015), bem como comparações entre os valores obtidos nas duas situações.

Em relação ao modo de ruptura, o dimensionamento com barras de aço admite o escoamento das barras, caracterizando uma ruptura do tipo dúctil, sendo que para as lajes em estudo a ruptura ocorreu no domínio 2 de deformação. Por outro lado, no dimensionamento com barras de BFRP, não se pode levar em conta o escoamento das barras visto que estas apresentam uma ruptura súbita e frágil, sendo possível a ruína governada pelo esmagamento do concreto, ruína governada pela ruptura da barra e ruína governada pela ruptura da barra e esmagamento do concreto. No estudo em questão, o dimensionamento com barras de FRP foi realizado considerando-se a ruína devido à ruptura da barra. Ainda que este modo de ruptura seja frágil quando comparado ao modo de ruptura obtido com a utilização de armadura de aço, nesta situação é aproveitada a maior resistência à tração fornecida por este material.

A fim de comparação, optou-se por adotar para barras de BFRP com diâmetros semelhantes as barras de aço. Além disso, cabe salientar que a medida que se aumenta o diâmetro das barras de BFRP pode ocorrer a mudança do modo de ruptura para o esmagamento concreto, não sendo vantajoso do ponto de vista estrutural, dado que a grande resistência à tração da barra de BFRP não é inteiramente mobilizada.

Em relação a espessura das lajes, observou-se que as algumas das lajes armadas com BFRP apresentaram espessuras superiores as lajes armadas com aço, variação que influencia no consumo de concreto e, conseqüentemente, no peso próprio da estrutura do edifício como um todo. Este aumento na espessura normalmente se dá devido as estruturas de concreto armadas com BFRPs apresentarem menor rigidez que estruturas armadas com aço após a fissuração. Deste modo, a ACI 440.1R (2015), apresenta critérios mais conservadores para a verificação da fissuração e deflexão. Também vale ressaltar que, caso tivéssemos adotado os valores sugeridos pela ACI 440.1R (2015) como estimativa inicial de espessura das lajes armadas em BFRP, os valores de

espessura seriam de forma geral mais elevados, o que confirma o conservadorismo na determinação dos limites de utilização das barras de FRP.

A Figura 40 apresenta os volumes de concreto obtido para os dois dimensionamentos. Pode-se observar que o volume de concreto das lajes armadas com BFRP é superior nas lajes L3, L5, L11 e L12, resultando em um volume total de concreto de 8,49 m<sup>3</sup> para as lajes armadas com BFRP e 6,59 m<sup>3</sup> para as lajes armadas com aço, diferença na ordem de 29%.

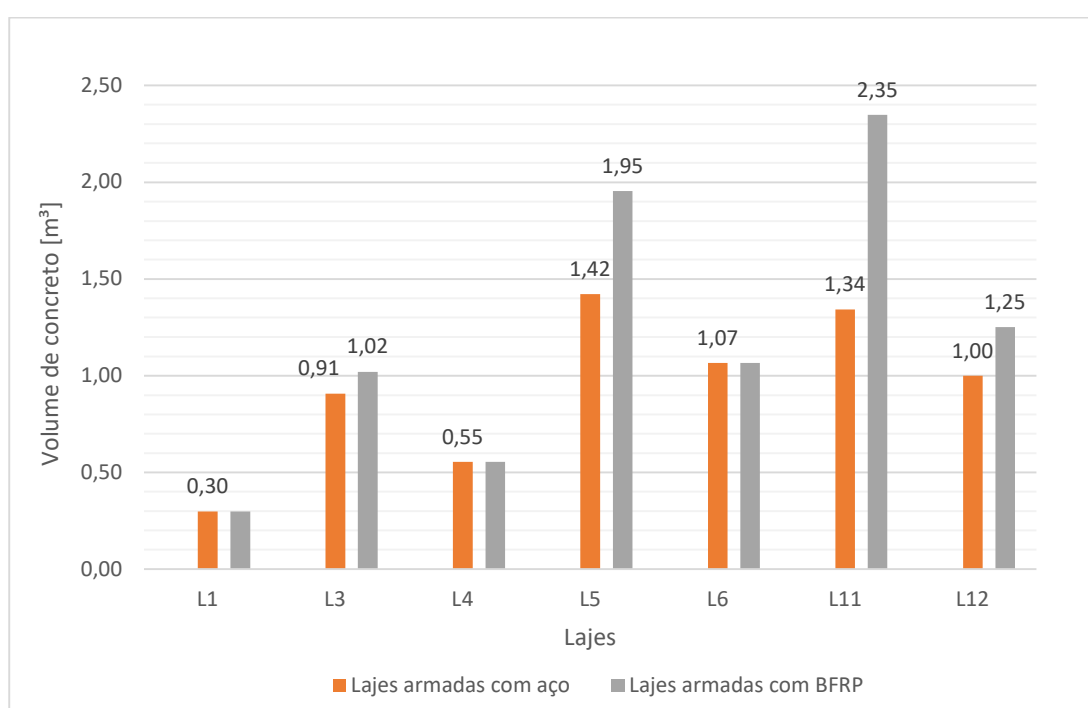


Figura 40: Consumo de concreto para os dois dimensionamentos.

Fonte: Autora

A Tabela 61 apresenta a área total de armadura positiva para cada laje em ambos os dimensionamentos, bem como a indicação da diferença percentual entre os resultados obtidos para os dois materiais. Observa-se que para todas as lajes armadas com BFRP a área de armadura obtida foi maior em comparação ao aço. A maior diferença ocorreu para a laje L3, com um aumento de 100%. Considerando a soma da área de todas as lajes, constatou-se um incremento na área de armadura de 58% com o emprego das barras de BFRP em relação ao aço. Vale ressaltar que no caso das barras BRFP, todas

as lajes recaíram em armadura mínima. Além disso, se o dimensionamento tivesse sido feito considerando o modo de ruptura por esmagamento do concreto, a área de armadura calculada seria maior.

Tabela 61 – Comparação entre as áreas de armaduras positivas principais

Laje	BFRP	Aço	BFRP - Aço
	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	[%]
L1	2,20	1,31	68%
L3	2,60	1,30	100%
L3*	2,58	1,28	101%
L4	2,20	1,31	68%
L5	3,34	2,47	35%
L6	2,20	1,31	68%
L11	4,47	3,83	17%
L11*	4,49	4,08	10%
L12	2,96	1,92	54%
<b>TOTAL</b>	<b>27,02</b>	<b>18,82</b>	<b>44%</b>

Fonte: Autora

Comparando-se a quantidade de armadura de distribuição do aço com a armadura de retração e temperatura das BFRP, como indica a Tabela 62, observa-se que também uma área maior obtida com o emprego da armadura não metálica, em torno de 260%, considerando-se todas as lajes analisadas. O capítulo 9.1 da ACI 440.1R (2015) ressalta que não existem dados experimentais para armadura mínima de retração e temperatura para lajes armadas com FRPs, sendo a taxa de armadura utilizada derivada de uma equação da ACI 318 (2011) para o aço, apenas incorporando a rigidez e a resistência a tração da FRP na equação. Como resultado, são obtidas áreas muito superiores para as armaduras de retração e temperatura das lajes com BFRP em comparação à armadura de distribuição das lajes de aço, evidenciando a necessidade de estudos teóricos e experimentais para fundamentar o método para dimensionamento dessas armaduras.

Tabela 62 - Comparação entre as áreas de armadura de retração e temperatura (BFRP) com a de distribuição (aço)

Laje	BFRP	Aço	BFRP - Aço
	$A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	[%]
L1	2,88	0,90	220%
L4	2,88	0,90	220%
L5	3,96	0,90	340%
L6	2,88	0,90	220%



Laje	BFRP $A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	Aço $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	BFRP - Aço [%]
L12	3,60	0,90	300%
<b>TOTAL</b>	16,20	4,50	260%

Fonte: Autora

Em relação as armaduras negativas entre as lajes adjacentes, a comparação entre os dois tipos de barras é indicada na Tabela 63, mostrando um aumento de 157% na área de armadura para as lajes armadas com BFRP. No que diz respeito a armadura de cisalhamento, os cálculos mostraram que esta não era necessária para os dois tipos de armaduras.

Tabela 63 - Comparação entre as áreas de armaduras negativas

Laje		BFRP $A_f$ [cm <sup>2</sup> /m]	Aço $A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	BFRP - Aço [%]
L1	L5	3,34	1,31	154%
L1	L6	2,20	1,31	68%
L3	L4	2,58	1,31	96%
L3	L11	4,47	1,48	202%
L4	L5	3,34	1,31	154%
L5	L6	3,34	1,31	154%
L11	L5	4,47	1,35	232%
L4	L11	4,47	1,31	241%
L6	L12	2,96	1,31	125%
L11	L14	4,47	1,31	241%
L5	L15	3,34	1,31	154%
L6	L16	2,20	1,31	68%
<b>TOTAL</b>		<b>41,16</b>	<b>15,95</b>	<b>158%</b>

As Tabelas 64, 65, 66 e 67 apresentam o resumo do detalhamento das armaduras positivas, retração e temperatura e distribuição e negativas, respectivamente, das lajes armadas com BFRP e das lajes armadas com aço, com indicação do peso da armadura em quilos. Levando-se em conta a diferença entre a massa específica do aço (7800 kg/m<sup>3</sup>) e a das barras de basalto (2400 kg/m<sup>3</sup>), pode-se afirmar que, de forma geral, o peso de uma estrutura armada com barras de BFRP pode ser inferior ao de uma estrutura armada com barras de aço. No estudo em questão, o peso referente às barras de BFRP foi de 165,32 Kg, enquanto para as barras de aço esse valor chegou a 348,99 kg, o que

representa uma redução de 53% no peso total de armadura das lajes. Salienta-se também que essa redução no peso das armaduras facilita o manuseio no canteiro de obras e reduz os custos de transporte.

Entretanto, como mencionado anteriormente, algumas lajes armadas em BFRP apresentaram espessuras maiores comparadas ao aço, o que levou em contrapartida, a um aumento no consumo de concreto de 29%, o que também influencia no peso total da estrutura. Sendo assim, considerando a variação no peso da armadura e do concreto, chegou-se a um aumento de 4382,81 kg (21%) no peso total das lajes analisadas com o emprego das barras de BFRP.

Porém, é importante ressaltar que o aumento das espessuras das lajes armadas com BFRP, trata-se de uma decisão de projeto a fim de atender aos critérios do estado limite último e de serviço, sendo possível, por exemplo, aumentar a taxa de armadura e alterar o modo de ruptura considerado, em detrimento ao aumento da espessura da laje, deste modo, mitigando ou até eliminando a diferença no peso do concreto entre os dimensionamentos.

Tabela 64 - Resumo das armaduras positivas principais

Laje	Lajes armadas com BFRP						Lajes armadas com Aço						
	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]	
L1	29	6	12	131,20	38,048	2,58	22	6,3	16	127	27,94	6,79	
L3	52	5	8	296,20	174,758	8,24	26	6,3	16	292	75,92	18,46	
L3*	22	6	12	446,20	77,012	5,23	16	6,3	16	442	70,72	17,20	
L4	34	6	12	191,20	65,008	4,41	26	6,3	16	187	48,62	11,82	
L5	92	6	8	266,20	244,904	16,62	56	6,3	13	262	146,72	35,67	
L6	61	6	12	206,20	125,782	8,54	46	6,3	16	202	92,92	22,59	
L11	91	6	6	331,20	301,392	20,45	61	6,3	9	327	199,47	48,50	
L11*	76	5	4	331,20	251,712	11,86	38	6,3	8	572	217,36	52,85	
L12	69	6	9	226,20	156,078	10,59	39	6,3	16	222	86,58	21,05	
<b>Total</b>					<b>1434,69</b>	<b>88,51</b>	<b>Total</b>					<b>966,25</b>	<b>234,94</b>

Fonte: Autora

Tabela 65 - Resumo das armaduras de retração e temperatura e armaduras de distribuição

Laje	Lajes armadas com BFRP						Lajes armadas com Aço								
	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]			
L1	11	6	9,00	381,20	41,93	2,85	3	6,3	33	377,00	11,31	2,75			
L4	18	6	9,00	446,20	80,32	5,45	4	6,3	33	442,00	17,68	4,30			
L5	34	6	7,00	766,20	260,51	17,68	7	6,3	33	762,00	53,34	12,97			
L6	19	6	9,00	766,20	145,58	9,88	5	6,3	33	762,00	38,10	9,26			
L12	28	6	7,00	651,20	182,34	12,37	6	6,3	33	647,00	38,82	9,44			
<b>Total</b>						<b>710,67</b>	<b>48,22</b>	<b>Total</b>						<b>159,25</b>	<b>38,72</b>

Fonte: Autora

Tabela 66 - Resumo das armaduras negativas

Lajes	Lajes armadas com BFRP						Lajes armadas com Aço								
	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]	Q	db [mm]	s [cm]	c [cm]	C total [m]	Peso [kg]			
L1 L5	29	6	8	82,60	23,96	1,63	14	6,3	16	71,10	9,95	2,42			
L1 L6	8	6	12	82,60	6,61	0,45	6	6,3	16	71,10	4,27	1,04			
L3 L4	34	6	12	82,60	28,09	1,91	26	6,3	16	101,10	26,29	6,39			
L3 L11	44	6	6	82,60	36,35	2,47	16	6,3	16	153,60	24,58	5,98			
L4 L5	52	6	8	82,60	42,95	2,91	26	6,3	16	101,10	26,29	6,39			
L5 L6	92	6	8	82,60	76,00	5,16	46	6,3	16	138,60	63,76	15,50			
L11 L5	50	6	6	82,60	41,30	2,80	19	6,3	16	171,10	32,51	7,90			
L4 L11	27	6	6	82,60	22,30	1,51	10	6,3	16	101,10	10,11	2,46			
L6 L12	33	6	9	82,60	27,26	1,85	19	6,3	16	118,60	22,53	5,48			
L11 L14	91	6	6	82,60	75,17	5,10	34	6,3	16	171,10	58,17	14,14			
L5 L15	29	6	8	82,60	23,96	1,63	14	6,3	16	138,60	19,40	4,72			
L6 L16	14	6	12	82,60	11,56	0,78	11	6,3	16	108,60	11,95	2,90			
<b>Total</b>						<b>421,29</b>	<b>28,59</b>	<b>Total</b>						<b>309,81</b>	<b>75,33</b>

Fonte: Autora

A fim de comparar os custos das armaduras, realizou-se uma consulta as empresas Haizen Group e ArcelloMittal, em 15/junho/2023, para obter-se os custos

unitários das BFRPs e das barras de aço respectivamente. A Tabela 67 apresenta a estimativa de custo total das armaduras para as lajes em estudo.

Tabela 67 - Estimativa de custo das armaduras

<b>Armadura</b>	<b>Diâmetro [mm]</b>	<b>Comprimento [m]</b>	<b>Preço unitário [R\$/m]</b>	<b>Preço total [R\$]</b>
<b>Aço</b>	6,30	1435,31	2,33	3.337,10
<b>BFRP</b>	5,00	426,47	2,17	925,44
	6,00	2140,18	4,00	8.560,72

Fonte: Autora

Como pode-se observar nos dados apresentados na Tabela 67, o custo direto das armaduras para as lajes armadas com BFRP é cerca de três vezes maior que para as lajes armadas com aço devido a quantidade e preço unitário superior. Contudo, sua aplicação é justificada para ambientes susceptíveis à corrosão devido ao aumento da vida útil e economia em custos associados à manutenção e reparo das estruturas.

## 6. CONCLUSÃO

Este presente trabalho de conclusão de curso teve como principal objetivo o dimensionamento das lajes maciças da edificação, inicialmente com armaduras convencionais de aço e pós com não metálicas de reforço em BFRP. Ambos os dimensionamentos analisaram os esforços de flexão simples e cortante no estado limite último e as fissurações e deflexões no estado limite de serviço. O estudo apresentou as propriedades mecânicas das barras BFRP e os resultados obtidos para as áreas, quantidades e custo direto de armaduras traçando um comparativo

Concluiu-se após a análise qualitativa e quantitativa dos resultados obtidos que o emprego de barras de polímeros reforçados com fibra de basalto apresenta viabilidade para aplicação em lajes maciças de concreto para edificações, principalmente em edificações sujeitas a ambientes agressivos. Isto ocorre pois apesar das lajes armadas com BFRP apresentarem custo inicial superior, sua aplicação é justificada para ambientes susceptíveis a corrosão devido ao aumento da vida útil e economia em custos de manutenção das estruturas.

Diante de todo o exposto, a deflagração de estudos teóricos e experimentais que analisem o comportamento, a confiabilidade de estruturas e sirvam de referência para o dimensionamento de concreto armadas com FRPs é de ordem prioritária para disseminar, viabilizar e otimizar o uso das armaduras não metálicas para reforço de estruturas de concreto no Brasil.

### 6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Em função da ausência de norma técnica brasileira específica para estruturas de concreto armadas com armaduras não metálicas e as limitações existentes na norma americana (ACI 440.1R, 2015), recomenda-se que estudos futuros realizem estudo utilizando como referência a Prática Recomendada IBRACON/ABECE – Estruturas de Concreto Armado com Barras de Polímeros reforçado com Fibras (2021) e demais estudos do Comitê Técnico 303 de Estudos de Uso de materiais não convencionais para Estruturas de Concreto, Fibras e Concreto Reforçado com Fibras.

## REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 440. ACI 440.1R-15. **Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with PRF Bars**. 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**, Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

AHMED H. ALI; HAMDY M. MOHAMED; BRAHIM BENMOKRANE. **Bar size effect on long-term durability of sand-coated basalt-FRP composite bars, Composites Part B: Engineering**, 2020.

ANDRADE, Jairo José de Oliveira. **Contribuição à Previsão da Vida Útil das Estruturas de Concreto Armado Atacadas pela Corrosão de Armaduras: Iniciação por Cloretos**. Dissertação de Doutorado em Engenharia, Porto Alegre, Brasil, 2001.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. v. 1. Rio Grande: Dunas, 2014.

BARES, R. **Tablas para el cálculo de placas y vigas parede**. Barcelona: Editora Gustavo Gili S/A, 1972.

BAKIS, C. E. ; BANK, L. C. ; BROWN, V. L. ; COSENZA, E. ; DAVALOS, J. F. ; LESKO, J. J. ; MACHIDA, A. ; RIZKALLA, S. H. ; TRIANTAFILLOU, T. C. **Fiber-reinforced Polymer composites for construction - State-of-the-art review**. Journal of Composites for Construction ; Vol. 6, No. 2. pp. 73-87, 2002.

BENMOKRANE, BRAHIM e ELGABBAS, FAREED e AHMED, EHAB e OUSIN, PATRICE. **Characterization and Comparative Durability Study of Glass/Vinylester, Basalt/Vinylester, and Basalt/Epoxy FRP Bars**. Journal of Composites for Construction, 2015.

BRISOTTO, D. S.; BITTENCOURT, E. ; BESSA, VIRGINIA M. R. D A. . **Simulation of interface behavior between FRP bars and concrete by an elastic-plastic theory via FEM**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 11, p. 1381-1390, 2018.

COUTO, I. A. **Análise teórica e experimental do comportamento da aderência entre o concreto e barras de fibra de vidro impregnada por polímero**. Dissertação Mestrado em Engenharia de Estruturas - Escola de Engenharia de São Carlos, EESC, São Carlos, Brasil, 2007.

DALFRÉ, G. M., & DUARTE Escobal Mazzu, A. **Dimensionamento de vigas de concreto armadas à flexão com barras não metálicas**. São Paulo, Brasil, 2020.

FIB. **FRP reinforcement in RC structures**. Bulletin d'Information de la Federation Internationale du Beton, n. 40, 2007.

FAZIO, P. D; **Basalt fiber: from earth an ancient material for innovative and modern application**. Italian National Agency for New Technologies, Energy and Sustainable Economic Development, n.3, 2011.

F. YAN; Z. LIN; M. YANG. **Bond mechanism and bond strength of GFRP bars to concrete: A review. Composites Part B: Engineering**, v.98, p.56-69, 2016.

GARCEZ, R.M. **Alternativas para melhoria no desempenho de estruturas de concreto armado reforçadas pela colagem de polímeros reforçados com fibras**. Dissertação de doutorado da Escola de Engenharia da UFRS - Porto Alegre. 2007

GIONGO, José Samuel. **Concreto Armado: Introdução e Propriedades dos Materiais**. Universidade de São Paulo, USP - Escola de Engenharia de São Carlos, EESC, São Paulo, Brasil, 2007.

GOMES, William; MORAES, Carlos. **Análise Ambiental Comparativa da Obtenção de Fibra de Vidro e de Basalto**. 71° Congresso Abm Week. Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

INMAN, M.; THORHALLSSON, R. E.; AZRAGUE, K.; **A mechanical and environmental assessment and comparison of basalt fibre reinforced polymer (BFRP) rebar and**

**steel rebar in concrete beams.** 8<sup>a</sup> International Conference on Sustainability in Energy and Buildings, SEB-16, 11-13, 2016.

JUVANDES, Luis Filipe Pereira. **Materiais Compósitos Reforçados com FIBRAS, FRP.** Monografia. Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2002.

LAPENA, M.H; MARINUCCI, G., CARVALHO, de O. **Utilização da Fibra de Basalto em aplicações estruturais** - Revisão e Propostas de Aplicação. Joinville, Brasil, 2012.

LIRA, WS., and CÂNDIDO, GA., orgs. **Gestão sustentável dos recursos naturais: uma abordagem participativa [online]**. Campina Grande: EDUEPB, 2013.

ORLANDO, Igor Del Gaudio. **Projeto de Estrutura de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos FRP: Dimensionamento à Flexão e à Força Cortante.** São Paulo, 2019.

PINHEIRO, Libânio M. **Tabelas de lajes.** 2007. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf>. Acesso em: 09 abr.

POLICARPO, Flávio Ferreira. Minério de Ferro: **Desafios para as Indústrias Mineral e Siderúrgica.** Monografia. Minas Gerais, Brasil, 2012.

CARDOSO, Daniel; CARNIO, Marcos; FORTI, Nadia; CHRIST, Roberto. **Estruturas de Concreto Armado com Barras de Polímeros reforçado com Fibras.** Prática Recomendada IBRACON/ABECE. São Paulo, 2021.

SOUZA, Pamela Scari; SANTOS, Odair. **Patologias em Estruturas de Concreto Armado.** *Boletim do Gerenciamento*, [S.l.], v. 24, n. 24, p. 1-11, maio 2021. ISSN 2595-6531.

SCHIAVON, A. M.; REDONDO, A. U. S.; YOSHIDA, P. V. IV.; **Thermal and morphological characterization of basalt continuous fibers.** *Cerâmica* vol.53 no.326 São Paulo, 2007.

TAVARES, D. **Análise teórica e experimental de vigas de concreto armadas com barras não metálicas de GFRP.** Dissertação de mestrado da USP – São Carlos. 2006.



VIKAS, G.; SUDHEER, M.. A. **Review on Properties of Basalt Fiber Reinforced Polymer Composites**. American Journal Of Material Science. Mangaluru, p. 156-168. maio 2017.

APÊNDICE A

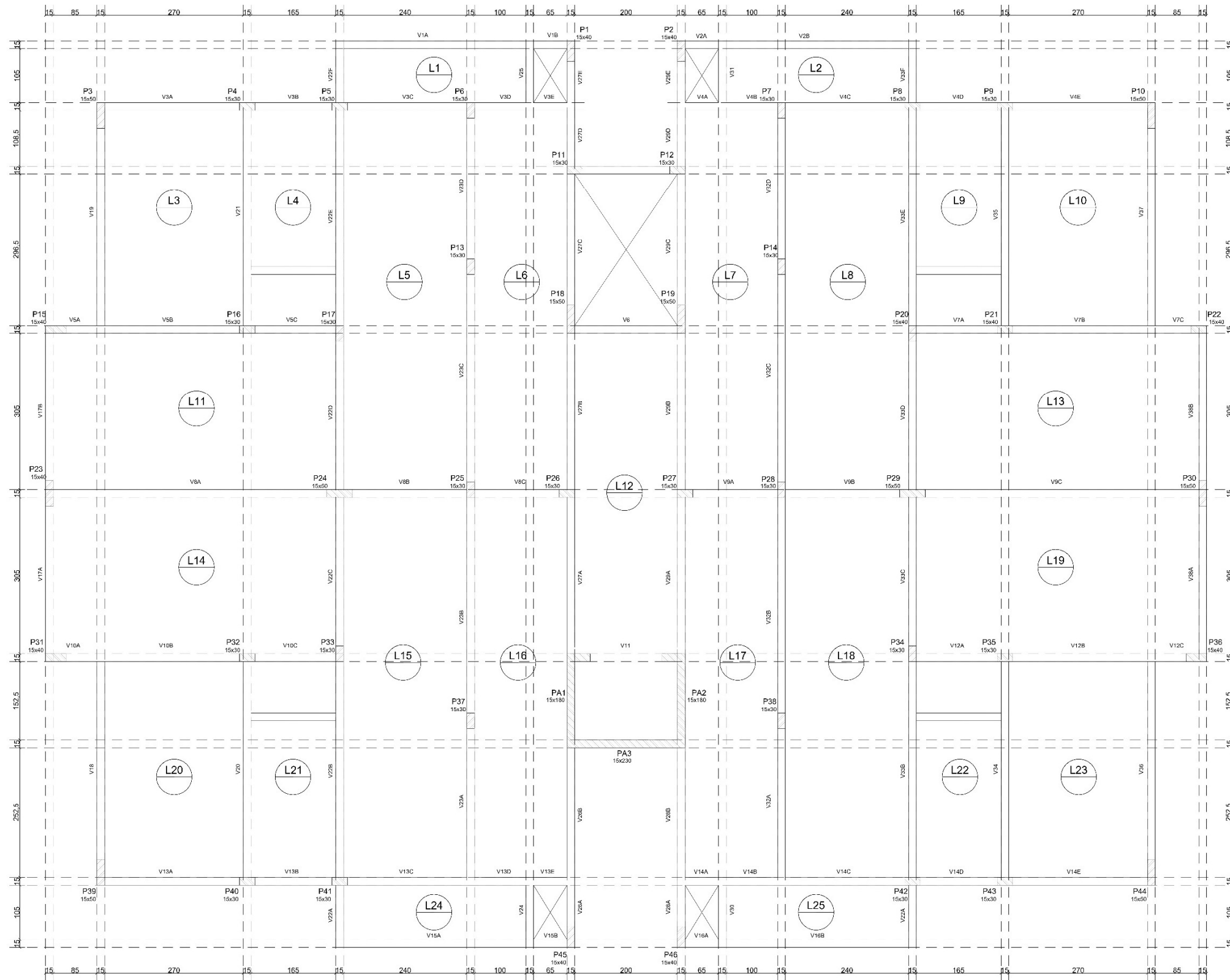


Figura 41 - Planta de fôrmas pavimento tipo  
Fonte: Autora



## APÊNDICE B

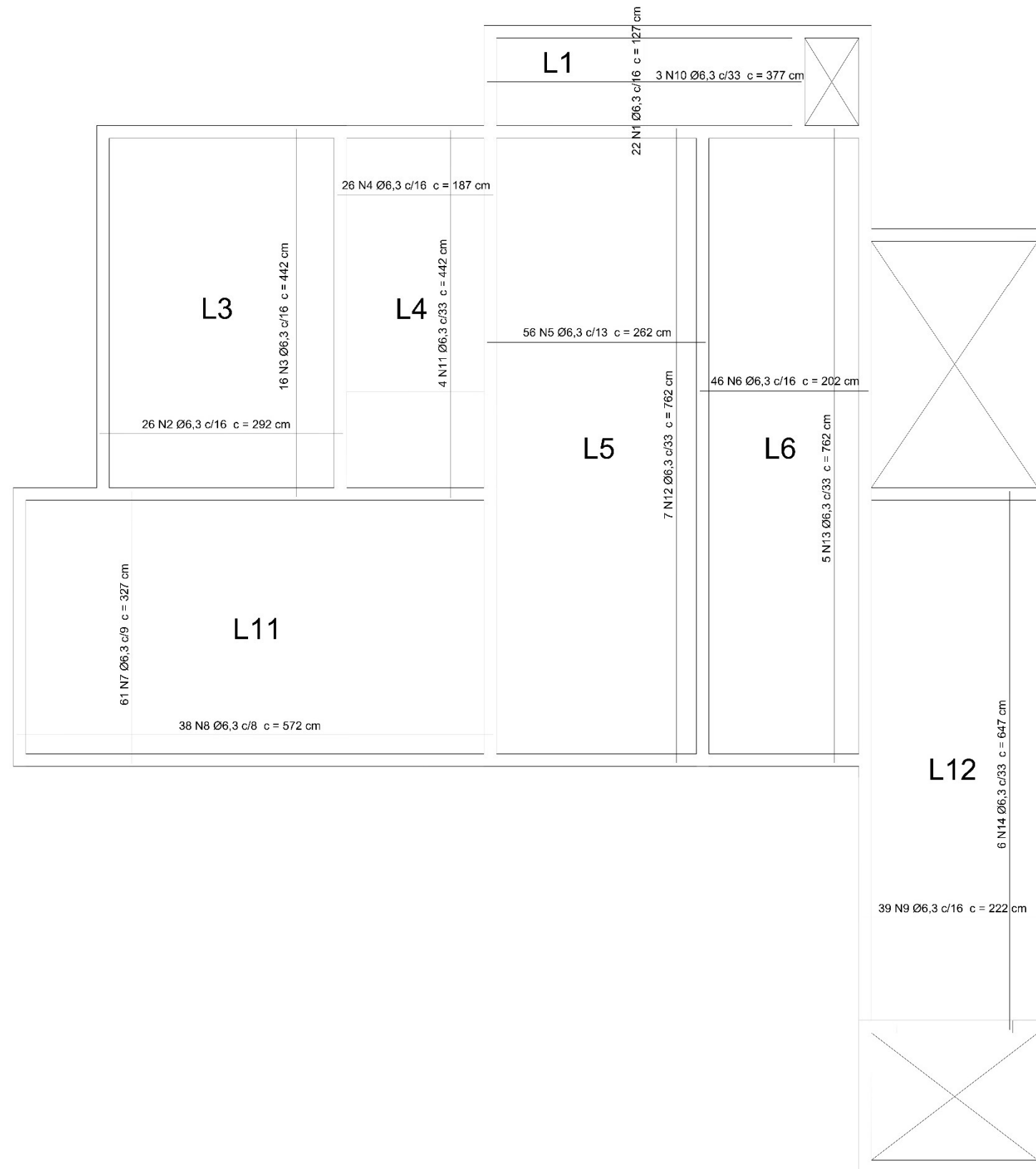


Figura 43: Planta de armadura positiva e de distribuição das lajes armadas com aço  
Fonte: Autora

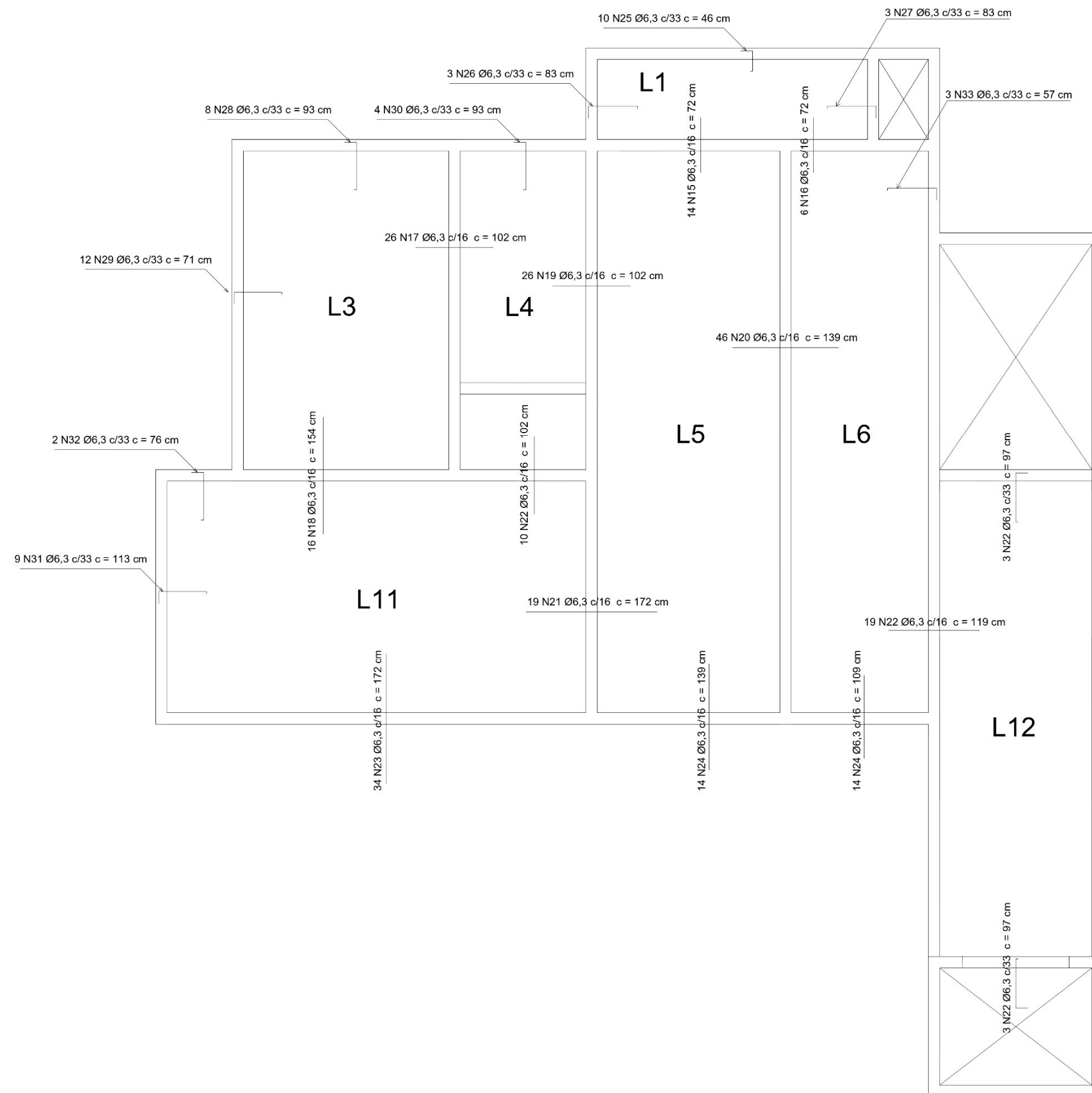


Figura 44 - Planta de armadura negativa e de borda das lajes armadas com aço  
Fonte: Autora

## APÊNDICE C

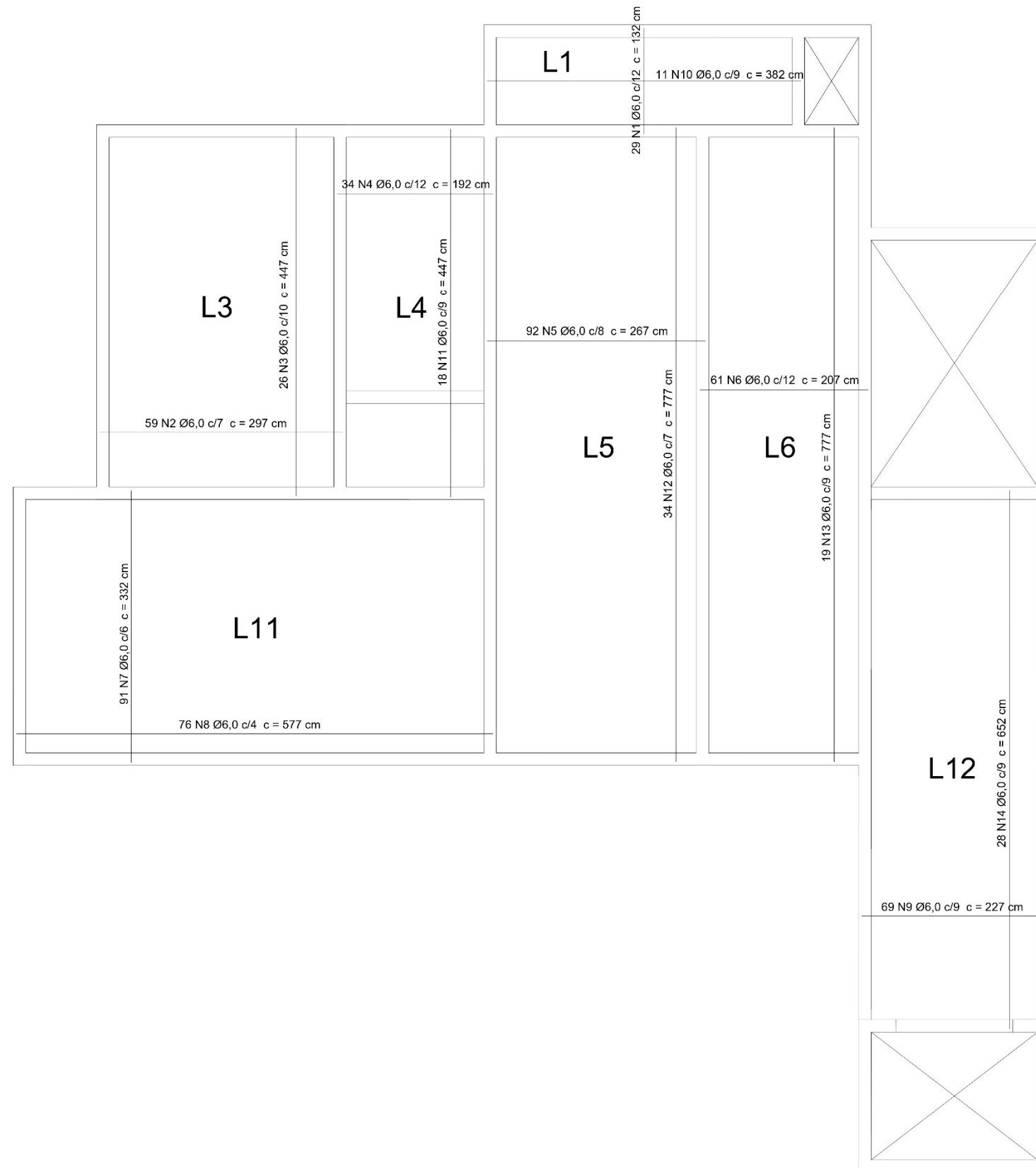


Figura 45 - Planta de armadura de flexão positiva e retração e temperatura das lajes armadas com BFRP  
Fonte: Autora

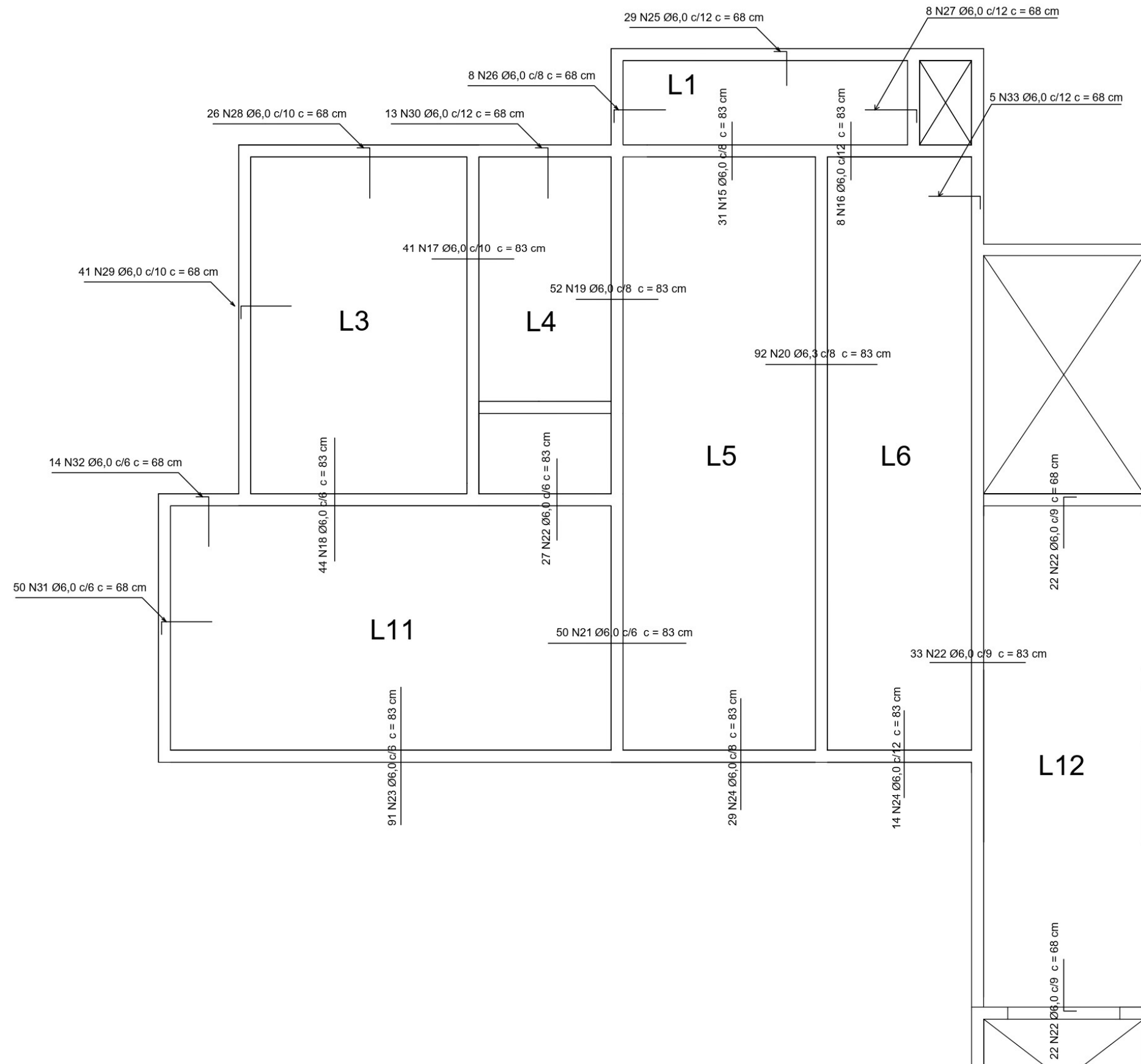


Figura 46 - Planta de armadura de flexão negativa das lajes armadas com BFRP  
Fonte: Autora

