

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS TRINDADE**

Pedro Henrique Cardoso Costa

**ESTUDO DE PERDAS POR CORRENTES DE FOUCAULT
EM ÍMÃS DE MOTOR SEM ESCOVAS DE ROTOR INTERNO
E ÍMÃS SUPERFICIAIS**

Florianópolis

2023

PEDRO HENRIQUE CARDOSO COSTA

ESTUDO DE PERDAS POR CORRENTES DE FOUCAULT
EM ÍMÃS DE MOTOR SEM ESCOVAS DE ROTOR
INTERNO E ÍMÃS SUPERFICIAIS

**Trabalho de Conclusão de Curso sub-
metido à Universidade Federal de
Santa Catarina, como requisito neces-
sário para obtenção do grau de Bacha-
rel em Engenharia Elétrica**

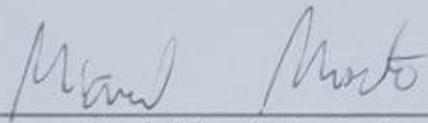
Florianópolis, julho de 2023

Pedro Henrique Cardoso Costa

**ESTUDO DE PERDAS POR CORRENTES DE FOUCAULT EM ÍMÃS DE
MOTOR SEM ESCOVAS DE ROTOR INTERNO E ÍMÃS SUPERFICIAIS**

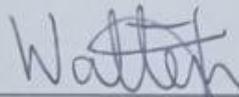
Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de
"Bacharel em Engenharia Elétrica" e aceito, em sua forma final, pelo Curso de
Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 14 de Julho de 2023.

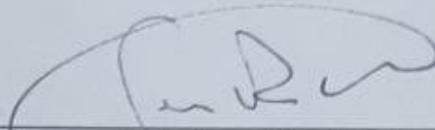


Prof. Miguel Moreto, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Prof. Walter P. Carpes Jr., Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Ricardo de Araújo Elias, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Resumo

O trabalho apresenta uma análise abrangente das perdas por correntes de Foucault em ímãs e no revestimento do rotor de um motor sem escovas. É realizada uma descrição dos conceitos-chave relacionados ao funcionamento de motores sem escovas, fornecendo uma visão geral do tema. Em seguida, uma geometria específica de motor é analisada, e as perdas nos ímãs e no revestimento do rotor são calculadas por meio do método analítico proposto no trabalho. Além disso, são realizadas simulações utilizando a técnica de elementos finitos, tanto em uma como em duas dimensões, para obter resultados comparativos. A análise desses resultados apresenta detalhes importantes do comportamento das perdas nessa topologia de máquina, bem como as limitações da abordagem de cálculo de perdas utilizada.

Palavras-chave: Perdas por correntes de Foucault; Motores sem escovas; Ímãs permanentes; Cálculo analítico; Elementos finitos.

Lista de ilustrações

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Comparação entre diferentes configurações de rotor | 18 |
| Figura 2 – Comparação entre diferentes configurações de ímãs no rotor | 19 |
| Figura 3 – Visão do revestimento do rotor | 20 |
| Figura 4 – Ilustração do segundo quadrante do laço de histerese de um ímã permanente | 22 |
| Figura 5 – Ilustração da modulação do fluxo no entreferro (B_g) pela abertura das ranhuras do estator | 25 |
| Figura 6 – Visão do motor em corte | 28 |
| Figura 7 – Divisão de regiões para o cálculo de perdas | 31 |
| Figura 8 – Interface do Simcenter TM SPEED | 35 |
| Figura 9 – Interface do Simcenter TM MAGNET | 36 |
| Figura 10 – Visão frontal e axial da máquina | 37 |
| Figura 11 – Malhas utilizadas para as simulações em elementos finitos em $t = 0$ ms | 38 |
| Figura 12 – Mapa de perdas médias no rotor resultante do MEF3D | 42 |
| Figura 13 – Perdas instantâneas em um dos ímãs - MEF2D | 43 |
| Figura 14 – Perdas instantâneas no revestimento - MEF2D | 43 |
| Figura 15 – Ilustração das dimensões da máquina | 51 |

Lista de tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Dimensões da máquina | 36 |
| Tabela 2 – Dados da ferrite NeIGT | 37 |
| Tabela 3 – Dados do aço 304 | 37 |
| Tabela 4 – Parâmetros da simulação transiente | 39 |
| Tabela 5 – Valor médio das perdas nos ímãs por correntes induzidas para diferentes valores de resistividade | 41 |
| Tabela 6 – Valor médio das perdas no tempo por correntes induzidas | 41 |
| Tabela 7 – Comparação entre os valores de perdas nos ímãs com e sem o revestimento | 42 |
| Tabela 8 – Diferença percentual entre métodos de cálculo das perdas por correntes induzidas | 44 |

Lista de abreviaturas e siglas

CC = Corrente contínua

CA = Corrente alternada

RMS = *Root-mean-square*

MEF = Método de elemento finitos

BLDC = *Brushless DC*

Sumário

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 | Problemática | 15 |
| 1.2 | Objetivo | 16 |
| 1.2.1 | Objetivo Geral | 16 |
| 1.2.2 | Objetivos Específicos | 16 |
| 1.3 | Organização | 16 |
| 2 | MÁQUINA SEM ESCOVAS DE ROTOR INTERNO COM ÍMÃS PERMANENTES SUPERFICIAIS | 17 |
| 2.1 | Definição | 17 |
| 2.1.0.1 | Máquina sem escovas | 17 |
| 2.1.0.2 | Rotor interno | 17 |
| 2.1.0.3 | Ímãs superficiais | 19 |
| 2.1.0.4 | Revestimento do rotor | 19 |
| 2.2 | Princípio de funcionamento | 20 |
| 2.3 | Características dos ímãs permanentes | 20 |
| 3 | PERDAS EM MÁQUINAS ELÉTRICAS | 23 |
| 3.1 | Perdas por correntes induzidas no rotor de máquinas síncronas | 24 |
| 3.1.1 | Natureza das correntes induzidas nos ímãs e no revestimento do rotor | 26 |
| 3.2 | Modelo do rotor com 4 regiões | 27 |
| 3.3 | Solução da equação de difusão complexa | 28 |
| 3.3.1 | Aplicação nas regiões consideradas | 30 |
| 4 | MODELAGEM E SIMULAÇÃO | 35 |
| 4.1 | Softwares de simulação | 35 |
| 4.2 | Máquina considerada | 36 |
| 4.3 | Simulação em Elementos Finitos: Configurações e Parâmetros | 38 |
| 5 | RESULTADOS | 41 |
| 5.1 | Natureza das correntes induzidas | 41 |
| 5.2 | Perdas calculadas | 41 |
| 5.2.1 | Distribuição das perdas | 42 |
| 5.2.1.1 | Perdas instantâneas | 42 |
| 5.2.2 | Comparação entre os métodos de cálculo | 44 |
| 5.3 | Estratégias de mitigação | 44 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 6 | CONCLUSÃO | 47 |
| | REFERÊNCIAS | 49 |
| | APÊNDICE A – INDICAÇÃO DAS DIMENSÕES DA MÁQUINA . . | 51 |

1 Introdução

A eficiência energética é uma questão de grande importância no contexto atual de crescente preocupação ambiental e busca por soluções sustentáveis [Paris Agreement]. Além disso, há grande pressão para o aumento da relação custo-benefício devido às exigências cada vez mais rigorosas por parte de órgãos governamentais. Em particular, os motores sem escovas têm ganhado popularidade devido à sua alta eficiência, seu design compacto e seu baixo consumo de energia quando comparados a motores de indução [Han et al. 2018]. Isso os torna amplamente utilizados em diversas aplicações, desde veículos elétricos até aparelhos domésticos. No entanto, para garantir o desempenho otimizado desses motores, é crucial compreender e minimizar suas perdas.

O cálculo preciso das perdas por corrente induzidas desempenha um papel fundamental no projeto térmico desses motores [Umans 2014]. À medida que a corrente elétrica circula pelos ímãs, são geradas perdas que se manifestam na forma de calor. A dissipação eficiente desse calor é essencial para evitar o superaquecimento dos ímãs, o que pode levar à desmagnetização irreversível e falha fatal na operação. Além disso, altas temperaturas no rotor podem afetar a lubrificação e confiabilidade dos rolamentos do sistema e limitar a velocidade rotacional [Han et al. 2018]. Devido à complexidade da distribuição do fluxo magnético e às não idealidades geométricas, calcular e minimizar essas perdas representam desafios significativos [Hendershot e Miller 2010].

Nesse contexto, este trabalho de conclusão de curso investiga as perdas por correntes induzidas nos ímãs do rotor de um motor sem escovas de ímãs permanentes superficiais, além de analisar a precisão de aproximações analíticas em comparação com métodos numéricos.

Durante o restante desse trabalho, a configuração de motor utilizada será referenciada como BLDC (do inglês *Brushless DC*).

1.1 Problemática

Perdas por correntes de Foucault na região dos ímãs e do revestimento do rotor em máquinas BLDC são problemáticas, visto a dificuldade em remover o calor resultante em regiões de difícil acesso do ponto de vista fluidodinâmico [Han et al. 2018]. Além disso, o cálculo dessas correntes é matematicamente complexo, sendo mais difícil, em geral, validar esses cálculos do que no caso de modelos magnetoestáticos [Siemens 2022].

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo principal desse Trabalho de Conclusão de Curso é analisar o comportamento das perdas por corrente de Foucault nos ímãs e no revestimento de um motor BLDC mediante um método analítico e pelo cálculo por elementos finitos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Simular a topologia de motor escolhida através do MEF;
- Comparar as aproximações analíticas às soluções por MEF;
- Determinar o impacto do revestimento condutor sobre o valor das perdas nos ímãs;
- Revisar a teoria acerca da modelagem de perdas em motores.

1.3 Organização

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: os conceitos relacionados às características do tipo de motor abordado são apresentados, bem como seu princípio de funcionamento e algumas das características-chave analisadas posteriormente.

Capítulo 3: as principais perdas relacionadas à máquina elétrica estudada são apresentadas, com enfoque nas perdas por correntes induzidas na região dos ímãs permanentes e do revestimento do rotor; é apresentado também um método para o cálculo dessas perdas a partir de uma formulação em vetor potencial magnético.

Capítulo 4: descreve-se a máquina utilizada nesse trabalho, sua geometria, alimentação, e as condições determinadas para a simulação em elementos finitos. São apresentados também os *softwares* utilizados para o cálculo das perdas.

Capítulo 5: os resultados dos cálculos, as análises de dados e as simulações realizadas são apresentados neste capítulo.

2 Máquina sem escovas de rotor interno com ímãs permanentes superficiais

2.1 Definição

2.1.0.1 Máquina sem escovas

Como o nome sugere, esse tipo de máquina se caracteriza pela ausência de conexões deslizantes associadas à alimentação do rotor, como escovas, comutadores ou anéis coletores. Ao estabelecer o campo do rotor com ímãs permanentes, elimina-se a necessidade de alimentação do rotor.

A ausência dessas conexões implica em vantagens e desvantagens em relação às demais configurações [Umans 2014]. Em primeira análise, percebe-se que o uso de ímãs permanentes elimina as perdas no cobre associadas à energização do rotor, bem como as perdas mecânicas nos comutadores; essa é uma grande vantagem para situações em que é difícil dissipar o calor gerado, como o caso de rotores internos. Além disso, cerca de 90% da manutenção rotineira em motores CC convencionais ocorre nos comutadores [Gieras e Wing 1996].

Essas características tornam o motor sem escovas atrativo para aplicações como discos rígidos, em que os detritos das escovas são indesejáveis; em sopradores e ventiladores, onde se busca baixo ruído e controle de velocidade; e em veículos, visto o custo de manutenção das escovas e a busca por eficiência.

Entretanto, a substituição de enrolamentos por ímãs permanentes implica na perda de controle do campo magnético gerado no rotor. Assim, o desenvolvimento desse tipo de motor se popularizou com avanços referentes à tecnologia de ímãs permanentes e áreas-chave de controle, como transistores de potência, sensores e microeletrônica. Uma vez que o campo no rotor é relativamente constante, técnicas mais avançadas de alimentação do estator são necessárias para compensar a perda de controle no campo do rotor; é preciso inverter a polaridade da alimentação toda vez que ocorre o alinhamento com o polo de um dos ímãs para garantir torque unidirecional. E mesmo com a melhoria nas características dos ímãs nas últimas décadas, o custo proibitivo de ímãs permanentes continua sendo um dos fatores limitantes no projeto desse tipo de máquina [Barcelos 2021].

2.1.0.2 Rotor interno

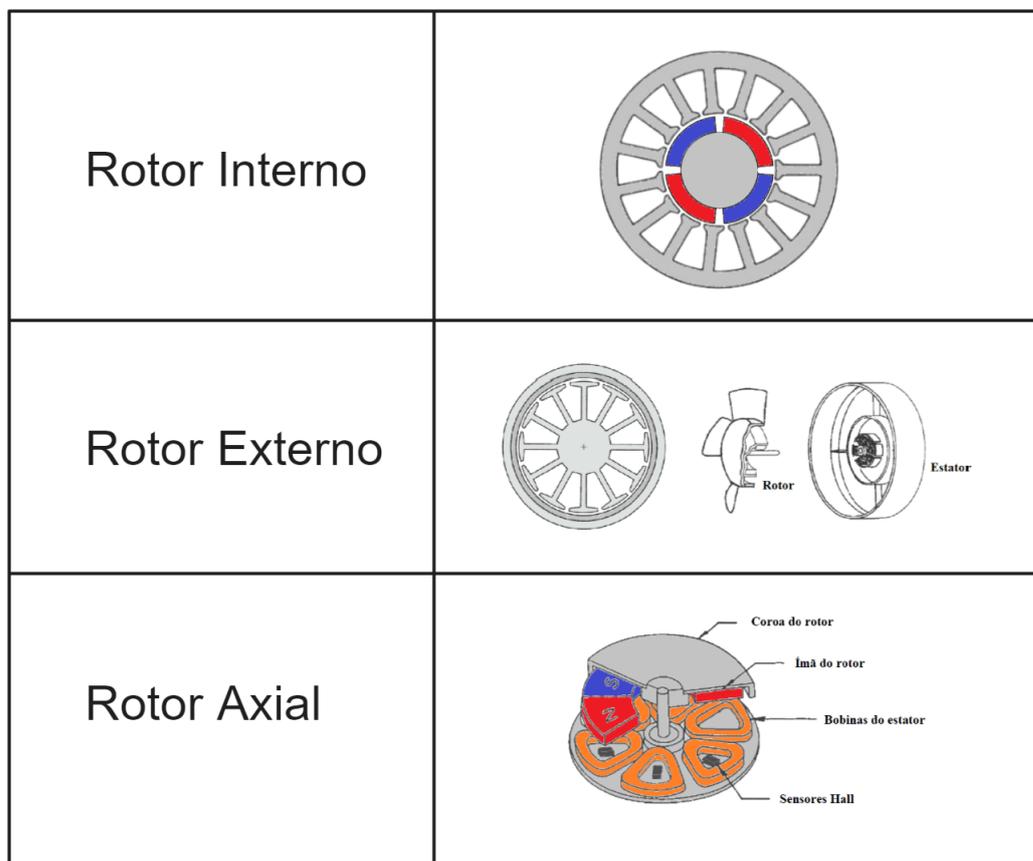
Uma máquina sem escovas pode possuir diferentes topologias. A máquina com rotor interno é a mais parecida com uma máquina CA síncrona, na qual o rotor com ímãs é

circundado pelo estator. Isso permite uma alta relação de torque/inércia e certa facilidade na refrigeração, mas apresenta problemas quanto à fixação dos ímãs no rotor; por vezes é necessário o uso de um revestimento envolvendo os ímãs para evitar que escapem devido à força centrífuga em altas velocidades.

Outras configurações são possíveis, como um estator central circundado pelo rotor, que possui os ímãs em sua superfície interna. O rotor externo permite a proteção da carcaça do rotor contra o desprendimento dos ímãs e, em geral, possui maior raio de entreferro. Com isto, possibilita maior capacidade de atingir torque elevado [Barcelos 2021]. Por outro lado, ele apresenta maiores complicações para a refrigeração dos enrolamentos.

Uma configuração comum é um disco com um ímã permanente em forma de arruela fixado em um dos lados formando o rotor, enquanto o estator tem enrolamentos geralmente elaborados em circuito impresso. Isso configura uma máquina de rotor axial; ele possui uma espessura pequena, operação suave e um custo baixo, mas não possui um bom desempenho para velocidades e torques elevados [Hendershot e Miller 2010].

Figura 1 – Comparação entre diferentes configurações de rotor

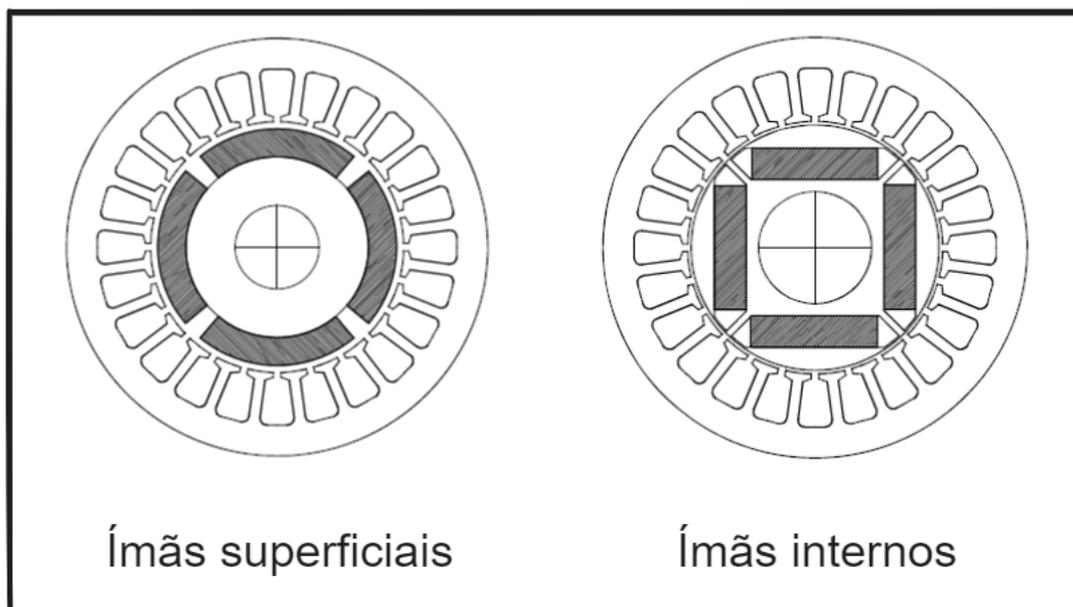


Fonte: adaptado de [Barcelos 2021]

2.1.0.3 Ímãs superficiais

Esse trabalho apresenta enfoque na análise de uma máquina com rotor interno. Nesta configuração é possível encontrar rotores com ímãs fixados na superfície ou internos ao corpo do rotor.

Figura 2 – Comparação entre diferentes configurações de ímãs no rotor



Fonte: adaptado de [Hendershot e Miller 2010]

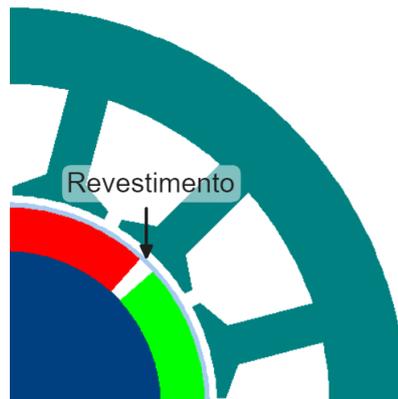
Em motores com seis ou mais polos, é possível alcançar altos níveis de fluxo magnético no entreferro com ímãs de ferrite internos, o que, com rotores de ímãs superficiais, só seria possível com materiais de terras raras [Hendershot e Miller 2010]. Outro ponto relevante é maior resistência dos ímãs internos ao desprendimento em altas velocidades nessa configuração. Entretanto, essa geometria causa uma saliência entre o eixo direto e o de quadratura, que pode ser indesejada. Além disso, devido à ausência de aberturas, a capacidade de troca de calor com o ar reduz a densidade de corrente permitida nos enrolamentos.

2.1.0.4 Revestimento do rotor

Em condições de velocidade elevada, as máquinas com ímãs superficiais e rotores internos precisam tomar medidas quanto ao desprendimento dos ímãs, sendo muitas vezes empregado um revestimento no rotor, permitindo a fixação mecânica [Han et al. 2018]. Esse revestimento pode ser feito de material condutor, ocasionando perdas por correntes induzidas. Uma visão do rotor, dos ímãs e do revestimento é apresentada na figura 3.

Embora materiais não-condutores sejam por vezes considerados para a construção do revestimento, eles possuem baixa condutividade térmica e dificultam a dissipação de

Figura 3 – Visão do revestimento do rotor



Fonte: autoria própria

calor no rotor, resultando em um aumento de temperatura. Além disso, o coeficiente de expansão de revestimentos não-condutores é, em geral, menor do que o da coroa do rotor e dos ímãs. Isso leva a um grande estresse mecânico sobre a estrutura. Esses materiais também costumam ser feitos de materiais compósitos que complicam os aspectos construtivos do rotor. Essas características fazem com que materiais não-condutores sejam uma escolha inadequada para a maioria das aplicações.

2.2 Princípio de funcionamento

Como no motor sem escovas não há contato entre a alimentação do estator e o rotor, a transferência de energia se dá completamente através da conversão da energia elétrica do estator em energia magnética no entreferro, que então é transformada em energia mecânica para movimentar o rotor através da força magnética proveniente da interação com o campo dos ímãs permanentes. Em um cenário ideal, toda a energia elétrica fornecida ao motor seria convertida em energia mecânica. No entanto, em dispositivos reais, o processo de conversão eletromagnética de energia inevitavelmente resulta em perdas no núcleo de aço, bem como perdas no cobre e perdas mecânicas [Umans 2014].

2.3 Características dos ímãs permanentes

Os ímãs permanentes são objetos que possuem propriedades magnéticas duradouras, ou seja, mantêm um campo magnético mesmo na ausência de uma fonte externa de energia. Eles são materiais chamados magnéticos duros e suas características resultam da orientação ordenada nos movimentos dos elétrons ao redor de seus núcleos.

Em um nível microscópico existem pequenas regiões no material onde os átomos estão alinhados magneticamente, chamadas Domínios de Weiss, e separadas entre si por

Paredes de Bloch, geralmente posicionadas nas imperfeições e impurezas do material [Jiles e Atherton 1986]. Cada domínio possui um campo magnético próprio, mas naturalmente eles estão orientados aleatoriamente, resultando em um campo magnético líquido igual a zero para o material como um todo.

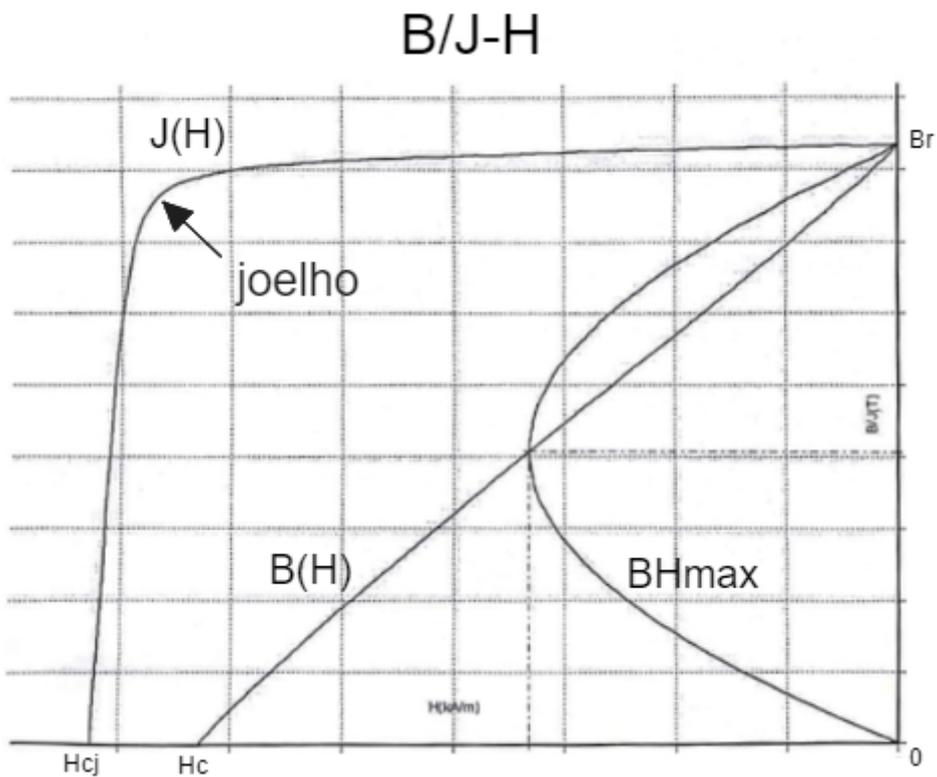
Para adquirirem direções definidas e formarem os domínios, é necessário submeter o material à ação de um campo magnético externo suficientemente forte, em um processo conhecido como magnetização, que consiste na expansão dos domínios com direção igual à do campo externo e encolhimento daqueles com direção contrária. Após este processo, mesmo que se retire o campo magnético externo, o material apresentará uma magnetização residual significativa devido aos momentos magnéticos estarem alinhados em uma direção bem definida [Barcelos 2021].

Diferentes materiais magnéticos podem apresentar características distintas. Alguns materiais, como o ferro, o cobalto e o níquel, são naturalmente magnéticos e podem ser permanentemente magnetizados. Ligas de terras raras também são amplamente utilizados em ímãs permanentes de alto desempenho. As principais características de comparação entre os materiais são:

- Indução remanente (B_r): indução magnética do ímã magnetizado, quando há ausência de um campo externo;
- Coercitividade (H_{cj}): força magnetizante oposta necessária para eliminar a remanência;
- Coercitividade intrínseca (H_{ci}): força magnetizante que reduz a polarização intrínseca a zero;
- Permeabilidade relativa (μ_r): gradiente da curva B/H no ponto de remanência relativo à permeabilidade magnética no vácuo (μ_o);
- Magnetização no joelho da curva (H_k): valor do campo magnético no segundo quadrante abaixo do qual o ímã sofre desmagnetização irreversível;
- Produto BH máximo (BH_{max}): medida da sua energia magnética máxima armazenada.

Essas características são obtidas no segundo quadrante da curva de histerese de um ímã permanente, e indicadas na figura 4.

Figura 4 – Ilustração do segundo quadrante do laço de histerese de um ímã permanente



Fonte: autoria própria

3 Perdas em máquinas elétricas

No projeto de máquinas elétricas, um aspecto de extrema importância é o dimensionamento adequado das perdas. As perdas desempenham um papel importante na eficiência energética, no desempenho térmico e na vida útil desses dispositivos; o dimensionamento preciso das perdas permite um projeto eficiente e confiável.

A seguir serão discutidas a natureza das perdas no rotor da máquina analisada, as aproximações e a divisão de regiões considerada para o cálculo das perdas e a resolução do problema através da solução da equação de difusão complexa aplicada para estruturas cilíndricas de várias camadas [Miller e Lawrenson 1976]. Nesse trabalho são abordados mais detalhadamente os mecanismos de ocorrência das perdas por correntes induzidas nos ímãs e no revestimento do rotor, suas implicações no desempenho das máquinas e possíveis estratégias utilizadas para minimizar essas perdas.

As perdas em máquinas elétricas podem ocorrer em várias formas, sendo os principais tipos de perdas as perdas no cobre, perdas mecânicas e perdas no ferro. As perdas no cobre estão relacionadas à resistência elétrica dos enrolamentos e a correntes que passam por eles. Já as perdas no ferro estão associadas ao processo de magnetização e desmagnetização do material magnético utilizado nas partes fixas da máquina. As perdas mecânicas, por sua vez, estão relacionadas ao atrito e às vibrações decorrentes do movimento mecânico da máquina.

Perdas no cobre

As perdas no cobre referem-se à dissipação de energia devido à resistência elétrica do condutor, ocorrendo principalmente nas bobinas do enrolamento do estator e do rotor. Na topologia de motor estudada não há preocupação com as perdas no cobre do rotor, pois o campo magnético é mantido pelos ímãs permanentes e não há alimentação de correntes.

Existem várias estratégias para mitigar as perdas no cobre. Uma delas é o uso de condutores de maior condutividade, como cobre puro ou ligas condutoras especiais. Isso reduz a resistência do condutor e, conseqüentemente, as perdas no cobre. Além disso, a otimização do design do motor, como a seleção adequada do tamanho e da geometria das bobinas, pode minimizar as perdas no cobre. O uso de técnicas avançadas de resfriamento, como a utilização de líquidos refrigerantes ou ventilação forçada, também pode ajudar a reduzir as perdas no cobre, melhorando a dissipação térmica nas bobinas.

Em um motor com ímãs permanentes elimina-se uma parte dos condutores utilizados, e assim as perdas no cobre. Essa característica pode ser especialmente atrativa em contextos de baixa dissipação do calor gerado.

Perdas mecânicas

As perdas mecânicas em máquinas elétricas referem-se à dissipação de energia devido a atritos e resistências mecânicas durante o funcionamento do motor. Essas perdas são influenciadas por vários fatores, como a fricção entre os componentes rotativos, a resistência do rolamento e a perda por ventilação. Um dos atrativos de máquinas sem escovas é a diminuição de componentes em atrito durante a operação do sistema.

Perdas no ferro

As perdas no ferro são uma forma de perda energética que ocorre devido às propriedades magnéticas do material. Elas são causadas principalmente por dois fenômenos: histerese magnética e correntes parasitas.

A histerese magnética é um comportamento intrínseco do material ferromagnético quando submetido a variações de campo magnético. Esse processo resulta em uma perda de energia devido à resistência do material e à reversão magnética a medida que o campo aplicado percorre o ciclo de histerese. As correntes parasitas, também conhecidas como correntes de Foucault, são correntes induzidas no núcleo de ferro pela variação do campo magnético. Essas correntes circulam no material ferroso e causam perdas adicionais devido à resistência elétrica do núcleo.

Para mitigar as perdas no ferro, são utilizadas técnicas como a seleção de materiais magnéticos com propriedades otimizadas, o design adequado do núcleo da máquina e a aplicação de revestimentos isolantes para reduzir as correntes parasitas. Além disso, simulações computacionais e análises de elementos finitos são empregadas para prever e otimizar o comportamento magnético e as perdas no ferro durante o projeto.

3.1 Perdas por correntes induzidas no rotor de máquinas síncronas

Em uma máquina ideal, o campo gira em sincronismo com o rotor e a densidade de fluxo é invariante no tempo em toda a seção transversal do rotor, visto que o movimento relativo é nulo. Não há tendência para correntes parasitas fluírem em qualquer lugar do rotor. Essas condições ideais consideram velocidade constante; uma máquina sem ranhuras; enrolamentos com distribuição senoidal; e correntes senoidais balanceadas. Na prática, as correntes parasitas são induzidas por imperfeições ou desvios da máquina síncrona ideal.

Harmônicos de espaço devido à distribuição dos condutores do estator e harmônicos de tempo na forma de onda da corrente do estator produzem componentes de campo assíncronos que giram em relação ao rotor. Em geral, os harmônicos de espaço e tempo se combinam para produzir um número potencialmente grande de componentes assíncronos.

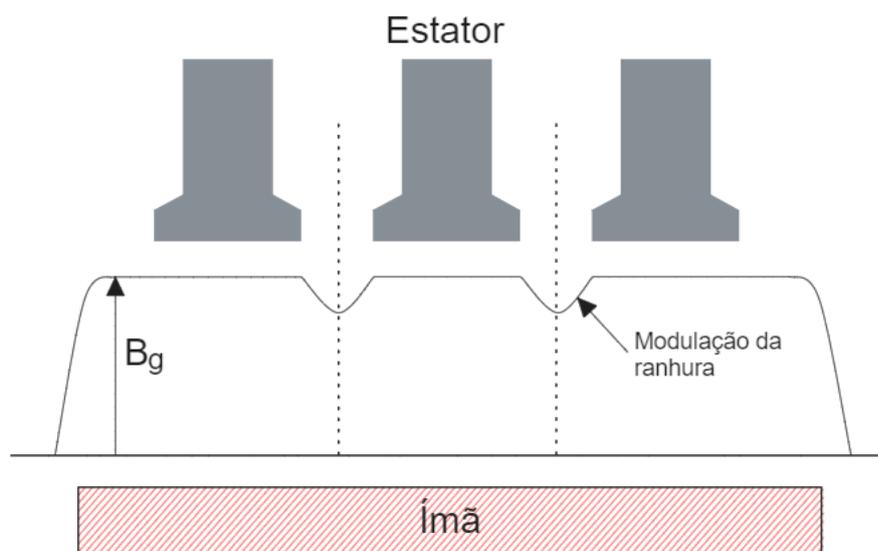
Por exemplo, a troca das correntes de uma fase para outra se comporta como um degrau de tensão nos terminais do estator, induzindo uma força eletromotriz no rotor. As correntes parasitas resultantes são transitórias, mas excitadas regularmente, resultando em uma perda média em regime permanente.

Além das possíveis harmônicas nas formas de onda das correntes, qualquer desequilíbrio entre as fases pode produzir um componente de sequência negativa do campo de reação da armadura, mesmo quando as correntes de fase são senoidais. Essa componente de sequência negativa gira na direção contrária ao rotor e induz uma força eletromotriz com o dobro da frequência fundamental.

Outra fonte de harmônicas decorre da frequência de passagem das ranhuras do estator devido ao giro do rotor, que pode modular a relutância geral do circuito magnético. Esses harmônicos de relutância produzem torque de dentação (do inglês *cogging torque*) e geram correntes parasitas no rotor.

As aberturas das ranhuras do estator modulam também a distribuição do fluxo do entreferro, criando “vales” que giram para trás na velocidade síncrona em relação ao rotor. Esses picos produzem conjuntos de correntes parasitas que permanecem estacionárias no espaço, próximas às “sombras” no rotor das aberturas das ranhuras. Esse mecanismo de perdas é representado na figura 5.

Figura 5 – Ilustração da modulação do fluxo no entreferro (B_g) pela abertura das ranhuras do estator



Fonte: autoria própria

3.1.1 Natureza das correntes induzidas nos ímãs e no revestimento do rotor

As correntes induzidas nos ímãs e em um revestimento condutor são normalmente causadas pela variação de fluxo imposta sobre esses componentes. O processo é o mesmo que a geração de correntes induzidas clássica, como descrito em [Bastos 2004] ou [Stoll 1974].

Comumente, se analisa o comportamento das correntes induzidas a partir da relação entre as grandezas da geometria e a penetração do campo representada pela profundidade pelicular (δ). Classicamente, a profundidade pelicular é inversamente proporcional à raiz da frequência angular do campo (ω), à raiz da permeabilidade magnética do material (μ) e à raiz da condutividade elétrica (σ):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

Isso leva à identificação de duas situações: o caso em que as grandezas avaliadas são comparáveis ou pequenas em relação à profundidade pelicular e o caso em que são maiores.

No primeiro caso, pode-se dizer que o campo variante penetra toda a extensão da geometria analisada e, normalmente, tem natureza de baixa frequência. Nessa situação, as correntes são limitadas pela resistividade do material, dado que as perdas são calculadas a partir de

$$W = \frac{\mathbf{E}}{R}$$

em que \mathbf{E} é o campo elétrico, proporcional ao quadrado da frequência, e R é uma resistência constante, dependente somente do material. Nessa situação, as correntes induzidas não possuem impacto no campo que as gerou e diminuem conforme o aumento da resistividade do material.

Conforme a frequência do campo aumenta, o efeito pelicular toma precedência no comportamento do fenômeno, e as correntes induzidas se concentram em áreas menores na superfície da geometria. As correntes de Foucault aumentam em magnitude e há uma mudança em suas fases, de forma que em altas frequências formam uma espécie de blindagem que impede a penetração do campo no material condutor.

Ao mesmo tempo, o aumento da frequência aumenta a resistência do caminho das correntes induzidas, devido à diminuição da profundidade pelicular e consequente diminuição da área efetiva para circulação das correntes. Isto é, a resistência é proporcional ao inverso da profundidade pelicular. Podemos analisar as perdas a partir de

$$W = \mathbf{J}^2 R$$

em que J se mantém constante e R é proporcional a $\sqrt{\omega}$. Nesse contexto, o comportamento das perdas assume uma natureza diferente: as correntes induzidas produzem um campo

oposto ao campo original e as perdas aumentam conforme o aumento da resistividade do material. Nesse caso, pode-se dizer que as correntes são limitadas pela indutância.

Na maioria das situações um aumento de resistividade significa uma diminuição das perdas por correntes induzidas, mas esse nem sempre é o caso. Em situações nas quais o componente age como uma blindagem eletromagnética, a baixa resistividade tenderia a tornar o comportamento ainda mais como o de uma blindagem perfeita. Visto como esse comportamento pode afetar o projeto magnético da máquina de várias maneiras, é importante analisar a natureza dessas correntes para se situar corretamente na escolha de materiais e geometrias.

A análise mostrada é uma simplificação conveniente, embora possa ser válida em vários contextos; o comportamento das correntes induzidas é complexo e envolve mais variáveis que a profundidade pelicular ou uma grandeza de referência na direção de penetração do campo [Stoll e Hammond 1965]. Por exemplo, a natureza do comportamento pode depender também do espaçamento entre os polos ou da largura da geometria medida em um plano normal à direção de fluxo.

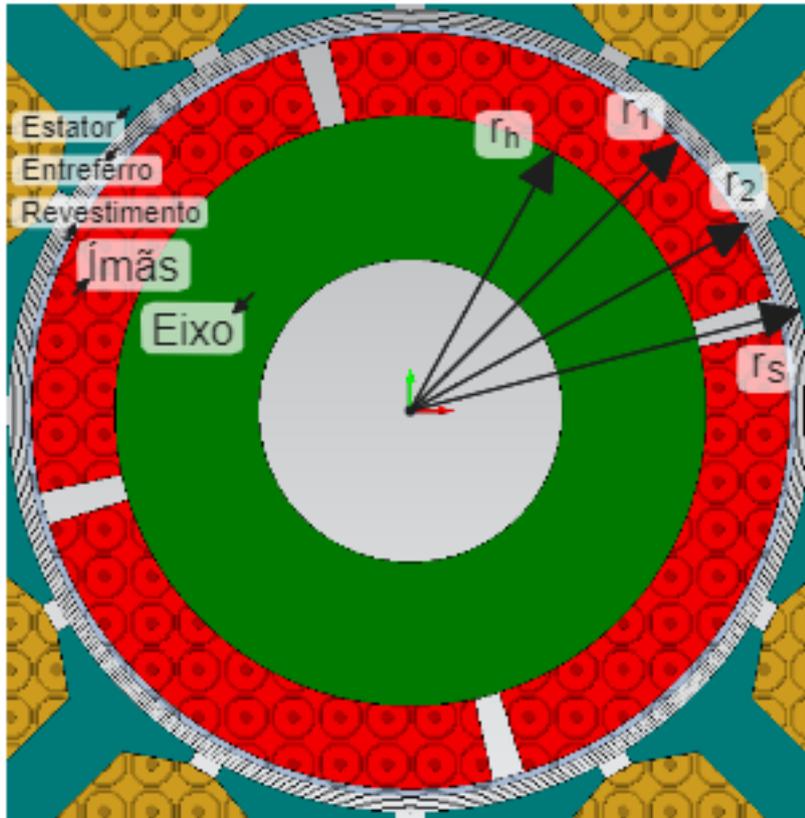
3.2 Modelo do rotor com 4 regiões

O estudo dessas perdas de uma forma analítica é facilitada pela simplificação do sistema em um problema bi-dimensional. Esse sistema consiste em um plano que atravessa a máquina na direção perpendicular ao seu eixo e considera quatro regiões: o entreferro, o revestimento do rotor, os ímãs e a coroa do rotor. O corte do motor considerado pode ser visto na figura 6, com a demarcação dos raios para cada região.

Na imagem estão indicadas as diferentes regiões do motor, em que r_h é o raio externo da coroa do estator; r_1 é o raio externo dos ímãs; r_2 é o raio externo do revestimento do rotor e r_s é o raio externo do entreferro.

As perdas nessa geometria podem ser analisadas através da solução do campo eletromagnético gerado pelas harmônicas temporais e espaciais. Assumindo que essas harmônicas não afetam as correntes no estator, de modo a separar as análises de circuito e de campo, e considerando também cada região como um cilindro contínuo, pode-se desenvolver a solução através da equação de difusão complexa aplicada a estruturas cilíndricas de várias camadas [Miller e Lawrenson 1976].

Figura 6 – Visão do motor em corte



Fonte: autoria própria

3.3 Solução da equação de difusão complexa

A partir da formulação do potencial vetorial magnético [Bastos 2004]

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (3.1)$$

aplica-se o rotacional em ambos os lados

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B}$$

Sendo \mathbf{J} a densidade de corrente

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

e considerando uma relação linear de permeabilidade $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, tem-se na equação anterior

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu\mathbf{J}$$

No contexto de correntes induzidas, podemos escrever \mathbf{J} em função do potencial vetorial magnético. A partir da lei de Faraday em sua forma vetorial

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

substitui-se o potencial vetorial magnético

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \nabla \times \mathbf{A}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) &= 0\end{aligned}$$

a partir do que pode-se definir um potencial escalar Φ :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi$$

pois $\nabla \times \nabla \Phi$ é nulo. Sendo o gradiente desse potencial escalar nulo no contexto das correntes induzidas em um material condutor, vale

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (3.2)$$

e assim

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

A identidade vetorial fornece [Bastos 2004]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A}$$

dado a consideração de que $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, o que é normalmente assumido para esse tipo de análise. Portanto

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

Dada a geometria do rotor, é adequado o tratamento do problema em coordenadas cilíndricas com origem no centro do rotor. Aproximando o comportamento de \mathbf{A} por uma única componente na direção z , a equação é simplificada para o que é conhecido como equação da difusão em duas dimensões.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial \theta^2} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

Uma solução é encontrada através da separação de variáveis, em que um campo rotativo leva a

$$\mathbf{A}(r, \theta, t) = \mathbf{A}(r) e^{j(\omega t - p\theta)}$$

onde ω é a frequência angular considerada e p é o número de par de polos magnéticos do rotor. Substituindo a solução na equação da difusão, tem-se

$$\frac{d^2 \mathbf{A}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mathbf{A}}{dr} - \frac{p^2 \mathbf{A}}{r^2} = j\omega \mu \sigma \mathbf{A}$$

$$\frac{d^2 \mathbf{A}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mathbf{A}}{dr} - \left(\frac{p^2}{r^2} + j\omega \mu \sigma \right) \mathbf{A} = 0 \quad (3.3)$$

Essa é uma variação da equação de Bessel, com solução dada por [Hendershot e Miller 2010]

$$\mathbf{A} = \mathbf{c}_1 \mathbf{I}_p(j^{1/2}r/d) + \mathbf{c}_2 \mathbf{K}_p(j^{1/2}r/d) \quad (3.4)$$

em que $d = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu\sigma}}$, ou ainda uma fração da profundidade pelicular, $d = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta$; \mathbf{I}_p e \mathbf{K}_p são funções de Bessel modificadas do primeiro e segundo tipo, respectivamente [Hendershot e Miller 2010]; \mathbf{c}_1 e \mathbf{c}_2 são constantes complexas.

Em regiões não condutoras $\sigma = 0$, e a equação 3.3 se reduz a uma equação de Laplace

$$\frac{d^2 \mathbf{A}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mathbf{A}}{dr} - \frac{p^2}{r^2} \mathbf{A} = 0$$

com solução [Bastos 2004]

$$\mathbf{A} = \mathbf{c}_3 r^p + \mathbf{c}_4 r^{-p} \quad (3.5)$$

Além da solução para o potencial vetorial magnético \mathbf{A} , é preciso relacionar as soluções aos campos usados em análises práticas, isso é, \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{E} e \mathbf{J} . É importante notar que as condições de contorno são normalmente descritas em termos de \mathbf{B} e \mathbf{H} . Pela definição do potencial vetorial magnético em 3.1

$$\mathbf{B}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta}; \quad \mathbf{B}_\theta = \mu_o \mathbf{H}_\theta = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \quad (3.6)$$

A relação com o campo elétrico é dada por

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -j\omega \mathbf{A}$$

e, em regiões condutoras, a corrente induzida é 3.2, que pode ser escrita como

$$\mathbf{J} = -j\omega\sigma \mathbf{A}$$

Isso posto, as perdas na região cilíndrica podem ser calculadas a partir da integração de \mathbf{J}^2/σ no volume. Desenvolvendo essa integração, tem-se a densidade de potência por unidade de comprimento ao longo do eixo em um cilindro contínuo com raios r_1 e r_2 .

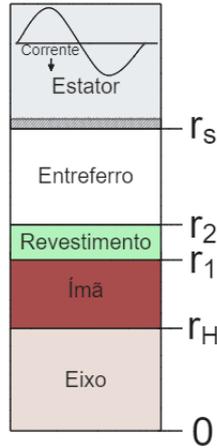
$$W = \frac{2\pi}{2} \omega^2 \sigma \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{A} \mathbf{A}^* r dr \quad W/m_z \quad (3.7)$$

3.3.1 Aplicação nas regiões consideradas

A máquina é dividida em 4 regiões, como delimitado na seção 3.2. A divisão das regiões é novamente representada na figura 7.

Para a região do entreferro, a solução do potencial vetorial magnético se comporta como visto para regiões não condutoras, em 3.5. A partir das relações apresentadas em 3.6

Figura 7 – Divisão de regiões para o cálculo de perdas



Fonte: autoria própria

deduzem-se os demais campos.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbf{c}_1 r^p + \mathbf{c}_2 r^{-p} \\ \mathbf{B}_r &= -j \frac{p}{r} (\mathbf{c}_1 r^p + \mathbf{c}_2 r^{-p}) \\ \mathbf{H}_\theta &= -\frac{p}{\mu_o} (\mathbf{c}_1 r^{p-1} + \mathbf{c}_2 r^{-p-1})\end{aligned}$$

Considerando a região do revestimento como condutora, vale a solução obtida em 3.4.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p(z) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p(z) \\ \mathbf{B}_r &= -j \frac{p}{r} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p(z) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p(z)) \\ \mathbf{H}_\theta &= -\frac{j^{1/2}}{\mu_R d_R} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p'(z) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p'(z))\end{aligned}$$

sendo $z = j^{1/2} \frac{r}{d_R}$; e $d_R = \frac{1}{\sqrt{\omega \mu_r \sigma_r}} = \frac{\delta_s}{\sqrt{2}}$; μ_r , σ_r e δ_s a permeabilidade magnética em H/m, a condutividade em S/m e a profundidade pelicular do revestimento, respectivamente.

Considerando os ímãs também como condutores

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p(z) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p(z) \\ \mathbf{B}_r &= -j \frac{p}{r} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p(z) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p(z)) \\ \mathbf{H}_\theta &= -\frac{j^{1/2}}{\mu_i d_i} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p'(z) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p'(z))\end{aligned}$$

sendo $z = j^{1/2} \frac{r}{d_i}$, e $d_i = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu_i\sigma_i}} = \frac{\delta_i}{\sqrt{2}}$; μ_i , σ_i e δ_i a permeabilidade magnética em H/m, a condutividade em S/m e a profundidade pelicular dos ímãs, respectivamente.

Por fim, sendo a região da coroa do rotor condutora,

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbf{c}_7 \mathbf{I}_p(z) \\ \mathbf{B}_r &= -j \frac{p}{r} \mathbf{c}_7 \mathbf{I}_p(z) \\ \mathbf{H}_\theta &= -\frac{j^{1/2}}{\mu_e d_e} \mathbf{c}_7 \mathbf{I}_p'(z)\end{aligned}$$

sendo $z = j^{1/2} \frac{r}{d_e}$, $d_e = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu_e\sigma_e}} = \frac{\delta_e}{\sqrt{2}}$ e μ_e , σ_e e δ_e a permeabilidade magnética em H/m, a condutividade em S/m e a profundidade pelicular da coroa do rotor, respectivamente. O termo $\mathbf{K}_p(z)$ não está presente, pois a solução deve ser finita em $r = 0$, e \mathbf{K}_p tende ao infinito quando r tende a zero.

Por fim, os coeficientes complexos \mathbf{c}_k devem ser resolvidos através da solução do sistema algébrico obtido a partir das condições de contorno do problema.

Condições de contorno

Uma simulação completa da máquina e seu acionamento é necessária para obter as harmônicas no tempo das formas de onda de corrente e uma análise harmônica do enrolamento é necessária para obter as harmônicas espaciais da distribuição de ampere-condutor, mas isso foge do escopo desse trabalho, sendo considerado um dado para a análise.

Em $r = r_s$ tem-se um material de permeabilidade infinita em que se considera a presença de uma folha de corrente K . Isso significa que a região do estator é uma superfície em que o campo tangencial é definido pela folha de corrente representando todos os ampere-condutores do estator. Com isso, a condição de contorno se dá por:

$$\mathbf{c}_1 r_s^p + \mathbf{c}_2 r_s^{-p} = K$$

Em $r = r_2$ há a interface entre o entreferro e o revestimento, em que \mathbf{H}_θ e \mathbf{B}_r são contínuos. Dessa forma

$$-\frac{p}{\mu_o} (\mathbf{c}_1 r_2^{p-1} + \mathbf{c}_2 r_2^{-p-1}) = -\frac{j^{1/2}}{\mu_R d_R} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p'(z_{2R}) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p'(z_{2R}))$$

e

$$-j \frac{p}{r_2} (\mathbf{c}_1 r_2^p + \mathbf{c}_2 r_2^{-p}) = -j \frac{p}{r_2} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p(z_{2R}) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p(z_{2R}))$$

onde $z_{2R} = j^{1/2} r_2 / d_R$. De maneira similar na interface entre o revestimento e os ímãs, de maneira que em $r = r_1$ tem-se

$$-\frac{j^{1/2}}{\mu_R d_R} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p'(z_{1R}) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p'(z_{1R})) = -\frac{j^{1/2}}{\mu_i d_i} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p'(z_{1i}) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p'(z_{1i}))$$

e

$$-j \frac{p}{r_1} (\mathbf{c}_3 \mathbf{I}_p(z_{1R}) + \mathbf{c}_4 \mathbf{K}_p(z_{1R})) = -j \frac{p}{r_1} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p(z_{1i}) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p(z_{1i}))$$

em que $z_{1R} = j^{1/2} r_1 / d_R$ e $z_{1i} = j^{1/2} r_1 / d_i$.

Na interface restante em $r = r_h$, entre os ímãs e a coroa do rotor,

$$-\frac{j^{1/2}}{\mu_i d_i} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p'(z_{hi}) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p'(z_{hi})) = -\frac{j^{1/2}}{\mu_e d_e} \mathbf{c}_7 \mathbf{I}_p'(z_{he})$$

e

$$-j \frac{p}{r_h} (\mathbf{c}_5 \mathbf{I}_p(z_{hi}) + \mathbf{c}_6 \mathbf{K}_p(z_{hi})) = -j \frac{p}{r_h} \mathbf{c}_7 \mathbf{I}_p(z_{he})$$

em que $z_{hi} = j^{1/2} r_h / d_i$ e $z_{he} = j^{1/2} r_h / d_e$.

Resolução do sistema

A partir disso, o problema pode ser escrito como o sistema abaixo.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 \mathbf{c}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{c}_2 &= \mu_o K \\ \mathbf{a}_3 \mathbf{c}_1 + \mathbf{a}_4 \mathbf{c}_2 + \mathbf{a}_5 \mathbf{c}_3 + \mathbf{a}_6 \mathbf{c}_4 &= 0 \\ \mathbf{a}_7 \mathbf{c}_1 + \mathbf{a}_8 \mathbf{c}_2 + \mathbf{a}_9 \mathbf{c}_3 + \mathbf{a}_{10} \mathbf{c}_4 &= 0 \\ \mathbf{a}_{11} \mathbf{c}_3 + \mathbf{a}_{12} \mathbf{c}_4 + \mathbf{a}_{13} \mathbf{c}_5 + \mathbf{a}_{14} \mathbf{c}_6 &= 0 \\ \mathbf{a}_{15} \mathbf{c}_3 + \mathbf{a}_{16} \mathbf{c}_4 + \mathbf{a}_{17} \mathbf{c}_5 + \mathbf{a}_{18} \mathbf{c}_6 &= 0 \\ \mathbf{a}_{19} \mathbf{c}_5 + \mathbf{a}_{20} \mathbf{c}_6 + \mathbf{a}_{21} \mathbf{c}_7 &= 0 \\ \mathbf{a}_{22} \mathbf{c}_5 + \mathbf{a}_{23} \mathbf{c}_6 + \mathbf{a}_{24} \mathbf{c}_7 &= 0 \end{aligned}$$

em que

$$\begin{aligned} a_1 &= pr_s^{p-1}; & a_2 &= -pr_s^{-p-1}; & a_3 &= -pr_2^{p-1}; \\ a_4 &= pr_2^{-p-1}; & \mathbf{a}_5 &= \frac{j^{1/2}}{d_R} \frac{\mu_o}{\mu_R} \mathbf{I}_p'(z_{2R}); & \mathbf{a}_6 &= \frac{j^{1/2}}{d_R} \frac{\mu_o}{\mu_R} \mathbf{K}_p'(z_{2R}); \\ a_7 &= r_2^p; & a_8 &= r_2^{-p}; & \mathbf{a}_9 &= -\mathbf{I}_p(z_{2R}); \\ \mathbf{a}_{10} &= -\mathbf{K}_p(z_{2R}); & \mathbf{a}_{11} &= -\frac{j^{1/2}}{\mu_R d_R} \mathbf{I}_p'(z_{1R}); & \mathbf{a}_{12} &= -\frac{j^{1/2}}{\mu_R d_R} \mathbf{K}_p'(z_{1R}); \\ \mathbf{a}_{13} &= -\frac{j^{1/2}}{d_i} \mathbf{I}_p'(z_{1i}); & \mathbf{a}_{14} &= -\frac{j^{1/2}}{d_i} \mathbf{K}_p'(z_{1i}); & \mathbf{a}_{15} &= -j \frac{p}{r_1} \mathbf{I}_p(z_{1R}); \\ \mathbf{a}_{16} &= -j \frac{p}{r_1} \mathbf{K}_p(z_{1R}); & \mathbf{a}_{17} &= -\mathbf{I}_p(z_{1i}); & \mathbf{a}_{18} &= -\mathbf{K}_p(z_{1i}); \\ \mathbf{a}_{19} &= -\frac{j^{1/2}}{d_i} \mathbf{I}_p'(z_{hi}); & \mathbf{a}_{20} &= -\frac{j^{1/2}}{d_i} \mathbf{K}_p'(z_{hi}); & \mathbf{a}_{21} &= -\frac{j^{1/2}}{d_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} \mathbf{I}_p'(z_{he}); \\ \mathbf{a}_{22} &= \mathbf{I}_p(z_{hi}); & \mathbf{a}_{23} &= \mathbf{K}_p(z_{hi}); & \mathbf{a}_{24} &= -\mathbf{I}_p(z_{he}); \end{aligned}$$

A resolução do sistema é obtida através da álgebra linear, e os resultados são expressos com a ajuda dos seguintes coeficientes auxiliares:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= a_{19} - a_{21}a_{22}/a_{24}; & b_2 &= a_{20} - a_{21}a_{23}/a_{24}; & b_3 &= -b_1/b_2; \\
 b_4 &= a_{13} + a_{14}b_3 & b_5 &= a_{17} + a_{18}b_3; & b_6 &= a_{11} - b_4a_{15}/b_5; \\
 b_7 &= a_{12} - b_4a_{16}/b_5; & b_8 &= a_9 - b_6a_{10}/b_7; & b_9 &= a_5 - b_6a_6/b_7; \\
 b_{10} &= a_3 - b_9a_7/b_8; & b_{11} &= a_4 - b_9a_8/b_8; & b_{12} &= a_1 - b_{10}a_1/b_{11}.
 \end{aligned}$$

e por fim

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{\mu_o K}{b_{12}}; & c_2 &= -\frac{b_{10}}{b_{11}}c_1; & c_3 &= -\frac{a_7}{b_8}c_1 - \frac{a_8}{b_8}c_2; \\
 c_4 &= -\frac{b_6}{b_7}c_3; & c_5 &= -\frac{a_{15}}{b_5}c_3 - \frac{a_{16}}{b_5}c_4; & c_6 &= -b_3c_5; \\
 c_7 &= -\frac{a_{22}}{a_{24}}c_5 - \frac{a_{23}}{a_{24}}c_6.
 \end{aligned}$$

Mediante a solução apresentada, as perdas podem ser calculadas via 3.7.

4 Modelagem e simulação

A computação dos valores de perdas envolve a definição precisa da geometria e condições de alimentação envolvidos, bem como a aplicação dos métodos numéricos pertinentes. Nesse trabalho, utilizaram-se os *softwares* comerciais SimcenterTM SPEED e SimcenterTM MAGNET para a definição da geometria em formato digital; obtenção das harmônicas no tempo das formas de onda de corrente e harmônicas espaciais da distribuição de ampere-condutor para a aplicação do modelo de perdas apresentado na seção 3.3; a definição e refino de malhas; condições de contorno; análises transientes por elementos finitos em 2D e 3D; e análise de resultados.

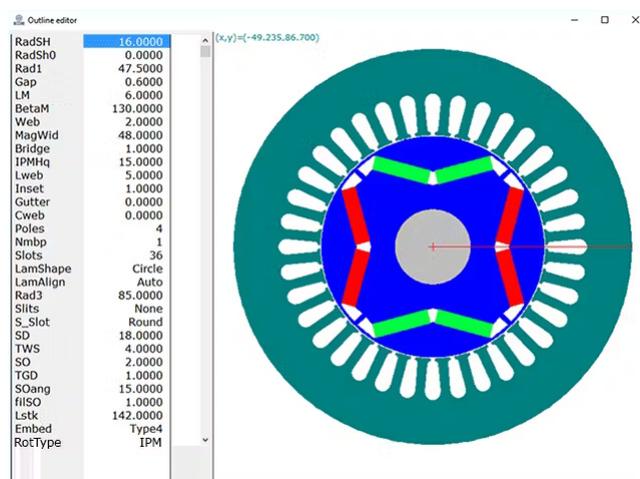
Abaixo, são comentadas as características dos *softwares* utilizados, os detalhes da geometria da máquina e as características utilizadas para o cálculo de perdas e para as simulações transientes.

4.1 Softwares de simulação

SimcenterTM SPEED

O software Simcenter SPEED é um software científico para solução numérica de equações íntegro-diferenciais.

Figura 8 – Interface do SimcenterTM SPEED

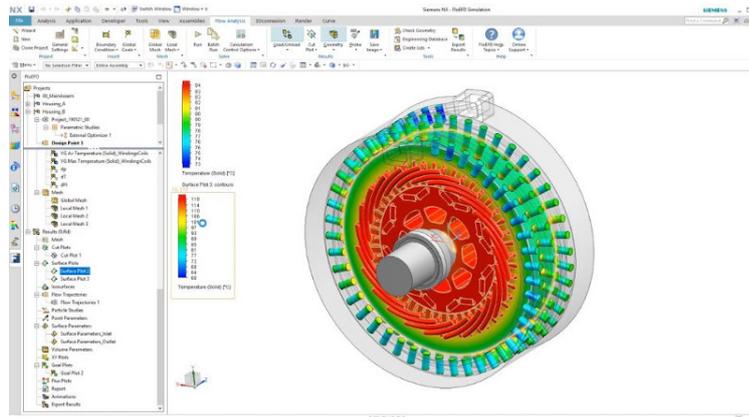


Fonte: autoria própria

SimcenterTM MAGNET

O Simcenter MAGNET é um gerador de malha de elementos finitos com um criador de geometria e pós-processador aberto ao acoplamento de problemas físicos (eletromagnético, térmico, etc.) com resolução por métodos numéricos. A interface do programa pode ser vista na figura 3.

Figura 9 – Interface do SimcenterTM MAGNET



Fonte: autoria própria

4.2 Máquina considerada

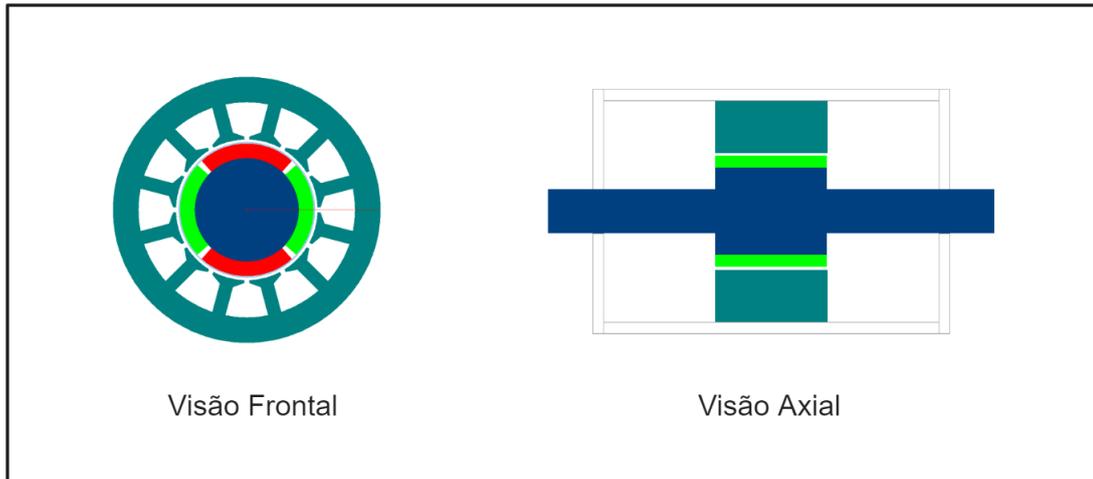
O modelo utilizado para a realização das simulações é um motor trifásico de 40 kW, sem escovas, com ímãs permanentes superficiais, 4 polos, rotor interno e alimentação senoidal. As dimensões da máquina são indicadas na tabela 1. No apêndice A há uma representação dessas grandezas na máquina em corte.

Tabela 1 – Dimensões da máquina

| | |
|-----------------------|--------|
| RADSH | 20 mm |
| R1 | 50 mm |
| R2 | 100 mm |
| GAP | 3 mm |
| LM | 11 mm |
| RVS | 1 mm |
| TGD | 2 mm |
| TWS | 10 mm |
| SOang | 20° |
| Comprimento do pacote | 100 mm |

Na figura 10 é apresentada a visão da máquina como um todo.

Figura 10 – Visão frontal e axial da máquina



Fonte: autoria própria

Materiais

Os materiais utilizados são parte da biblioteca padrão dos *softwares*. O ímã é feito da ferrite NeIGT, enquanto o revestimento utiliza o aço 304.

Tabela 2 – Dados da ferrite NeIGT

| Temperatura (°C) | Permeabilidade Relativa | Coercitividade (A/m) |
|------------------|-------------------------|----------------------|
| -60 | 1,07352 | -344209 |
| -20 | 1,07361 | -320662 |
| 20 | 1,07211 | -297016 |
| 60 | 1,07294 | -273004 |
| 100 | 1,07285 | -249337 |

| | |
|---------------------------------------|-------------------|
| Resistividade Elétrica ($\Omega.m$) | $1,436 * 10^{-6}$ |
|---------------------------------------|-------------------|

Tabela 3 – Dados do aço 304

| | |
|---------------------------------------|-----------------|
| Permeabilidade relativa | 1,008 |
| Resistividade Elétrica ($\Omega.m$) | $7,2 * 10^{-7}$ |

Além disso, não foi considerada nenhuma espécie de laminação nesses componentes. Eles são tratados como condutores sólidos para o cálculo de correntes induzidas.

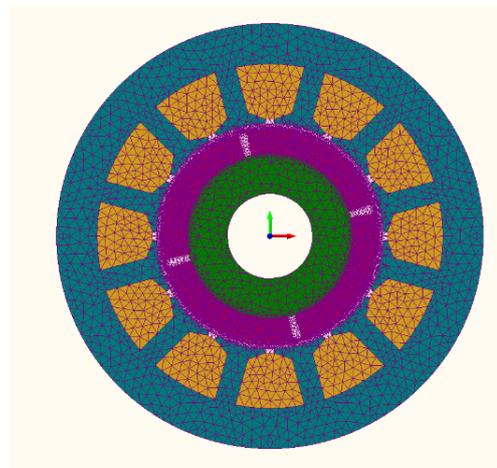
Controle

Foi considerado um controle senoidal com tensão de alimentação $V_s = 200 V$, ponto de operação da corrente $I_{sp} = 200 A$ e velocidade de rotação de 6000 RPM.

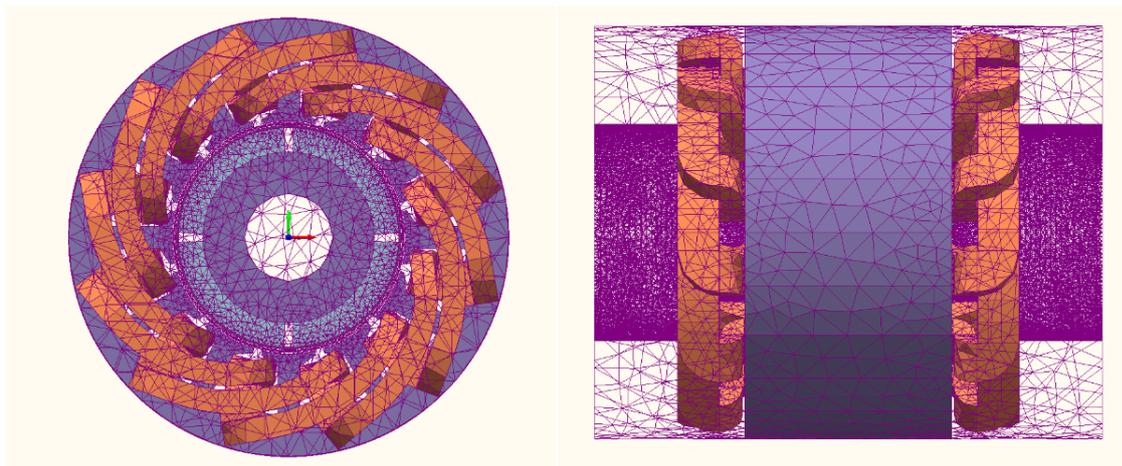
4.3 Simulação em Elementos Finitos: Configurações e Parâmetros

Para a simulação em elementos finitos, a malha foi gerada automaticamente, com maior refinamento nos ímãs e no revestimento do rotor; as malhas são recalculados em cada passo de tempo. A figura 11 apresenta as malhas usadas para o cálculo em $t = 0$ ms, desconsiderando o envoltório de ar. A região que envolve o rotor foi definida como uma região de rotação, permitindo o movimento durante as simulações transientes.

Figura 11 – Malhas utilizadas para as simulações em elementos finitos em $t = 0$ ms



2D - visão frontal



3D - visão frontal

3D - visão lateral

Fonte: autoria própria

A tabela 4 apresenta os parâmetros utilizados para a simulação transiente em duas e três dimensões. Em ambos os casos, o cálculo das perdas é realizado sobre os últimos 10 ms para garantir a contabilização durante operação estável.

Tabela 4 – Parâmetros da simulação transiente

| Parâmetro | 2D | 3D |
|--------------------------|--------|---------|
| Tempo total | 15 ms | 20 ms |
| Passo de tempo | 0,1 ms | 0,42 ms |
| Critério de convergência | 0,01% | 0,01% |
| Ordem polinomial | 2 | 2 |

Em ambos os casos, foi escolhido um tempo de simulação maior do que o período de 2 ciclos elétricos para eliminar quaisquer efeitos transientes do início do movimento. Para a simulação 3D, esse tempo foi um pouco maior, devido à maior complexidade os efeitos envolvidos e o menor passo de tempo utilizado.

Mediante estimativas pelos valores de frequência analisados, bem como ajustes iterativos, o passo de tempo de 0,1 ms se mostrou um compromisso válido entre velocidade de simulação e consistência das respostas. No caso tridimensional foi utilizado um passo maior para diminuir o tempo de simulação, visto o grande requerimento computacional de geometrias mais complexas.

O critério de convergência de 0,1 ms é o valor padrão utilizado para esse tipo de análise e mostrou bom desempenho em simulação iniciais. Portanto, manteve-se o valor.

No que diz respeito à ordem polinomial, elementos de segunda e terceira ordem apresentaram pouca diferença entre si na magnitude e distribuição dos campos calculados em uma simulação magnetoestática. Uma ordem polinomial igual a 1, por outro lado, levou a uma representação grosseira dos campos. Por esses motivos, e levando em conta a necessidade de reduzir ao máximo o custo computacional da solução, utilizaram-se polinômios de segunda ordem.

5 Resultados

5.1 Natureza das correntes induzidas

Uma análise utilizando o MEF2D com variação da resistividade dos ímãs e do revestimento permite a constatação que o fator limitante para o surgimento de correntes nos ímãs, nas principais frequências harmônicas consideradas, é a sua resistência elétrica. Ou seja, o aumento da sua resistividade leva a quedas expressivas no valor das correntes induzidas, e conseqüentemente das perdas na região.

Tabela 5 – Valor médio das perdas nos ímãs por correntes induzidas para diferentes valores de resistividade

| Resistividade ($\Omega.m$) | Perdas |
|------------------------------|---------|
| $1,437*10^{-7}$ | 72,8 W |
| $1,437*10^{-6}$ | 10,52 W |

5.2 Perdas calculadas

As perdas foram calculadas considerando a alimentação senoidal, de forma que o fluxo magnético existente corresponde à variação temporal causada pela alimentação das bobinas, e no cálculo por métodos numéricos devido à interação dessa com o campo dos ímãs em movimento.

Os resultados numéricos das perdas médias, em watts, obtidos pela resolução analítica, por MEF-2D e 3D são apresentados na tabela 6.

Tabela 6 – Valor médio das perdas no tempo por correntes induzidas

| Região | Analítico | 2D | 3D |
|--------------|-----------|---------|---------|
| Revestimento | 88,3 W | 153,6 W | 51,7 W |
| Ímãs | 60,9 W | 72,8 W | 46,41 W |

Observa-se que as perdas são mais acentuadas no revestimento do rotor, tendo em vista sua condutividade e a proximidade com o entreferro. Entretanto, vale notar que o revestimento, além da fixação mecânica, atua como uma barreira de fluxo, atenuando a penetração das correntes induzidas nos ímãs ao custo de aumentá-las em si. Para comparação, o valor médio das perdas nos ímãs para uma resolução em MEF2D sem o revestimento é apresentado na tabela 7.

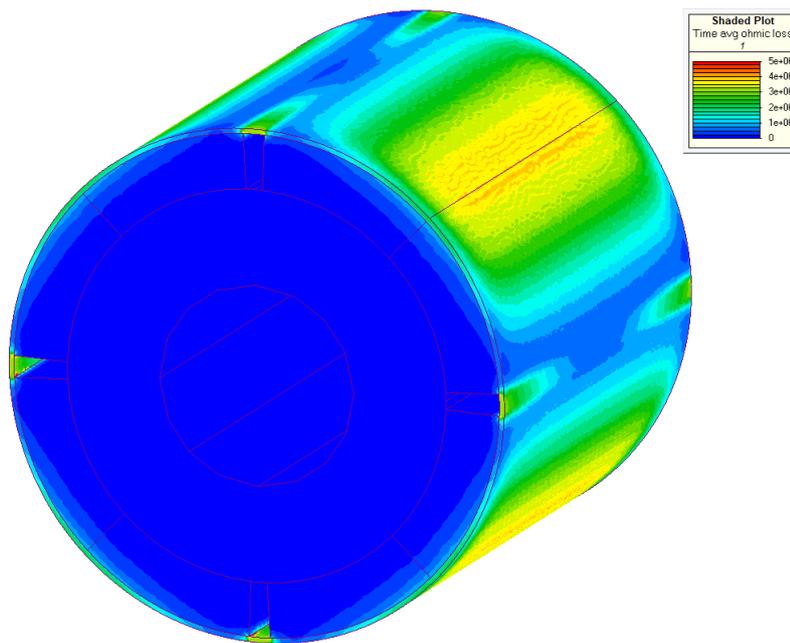
Observa-se que o valor das perdas nos ímãs são maiores sem o revestimento, como esperado.

Tabela 7 – Comparação entre os valores de perdas nos ímãs com e sem o revestimento

| Presença do Revestimento | Perdas médias nos ímãs |
|--------------------------|------------------------|
| Sim | 72,8 W |
| Não | 80 W |

5.2.1 Distribuição das perdas

Figura 12 – Mapa de perdas médias no rotor resultante do MEF3D



Fonte: autoria própria

Na figura 12 é possível perceber que as perdas se concentram nas regiões centrais dos ímãs, bem como nas regiões de quina. Isso pode ser explicado pelo fato de que o campo magnético é mais intenso próximo ao entreferro, onde ocorre a interação com o campo magnético gerado pelas bobinas do estator. A maior densidade de fluxo magnético na região central resulta em maiores variações de fluxo magnético durante o ciclo de operação, o que aumenta a indução de correntes de Foucault e, conseqüentemente, as perdas. A distribuição de corrente nas seções transversais do ímã também pode influenciar a concentração das perdas na região central.

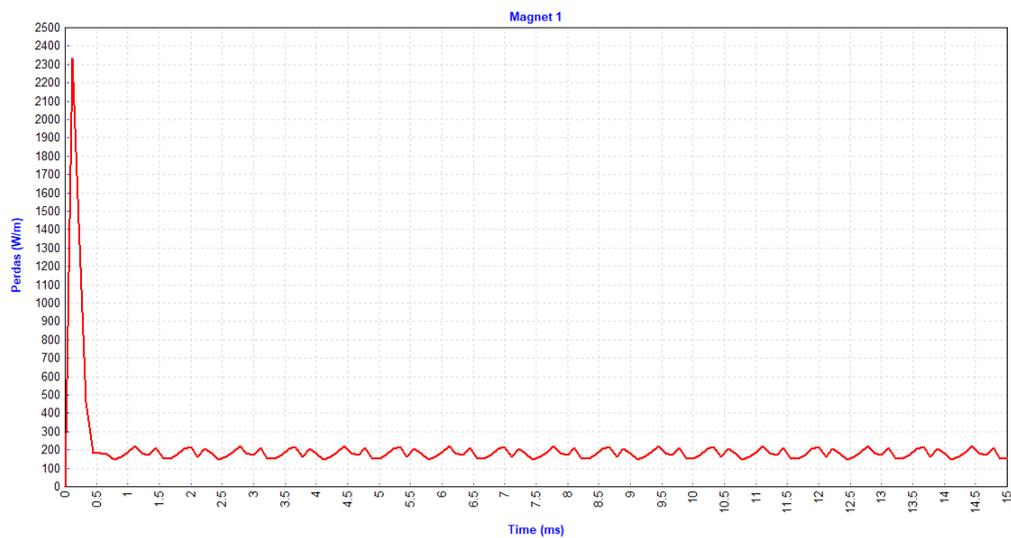
Quanto às bordas, é esperado uma maior variação do fluxo magnético na região, visto a modulação do fluxo devido à separação entre os ímãs, de maneira semelhante ao fenômeno de modulação do fluxo pela ranhura, ilustrado em 5.

5.2.1.1 Perdas instantâneas

Podemos analisar o valor instantâneo das perdas para compreender fenômenos relacionados ao período de repetição das perdas e à operação em regime permanente do

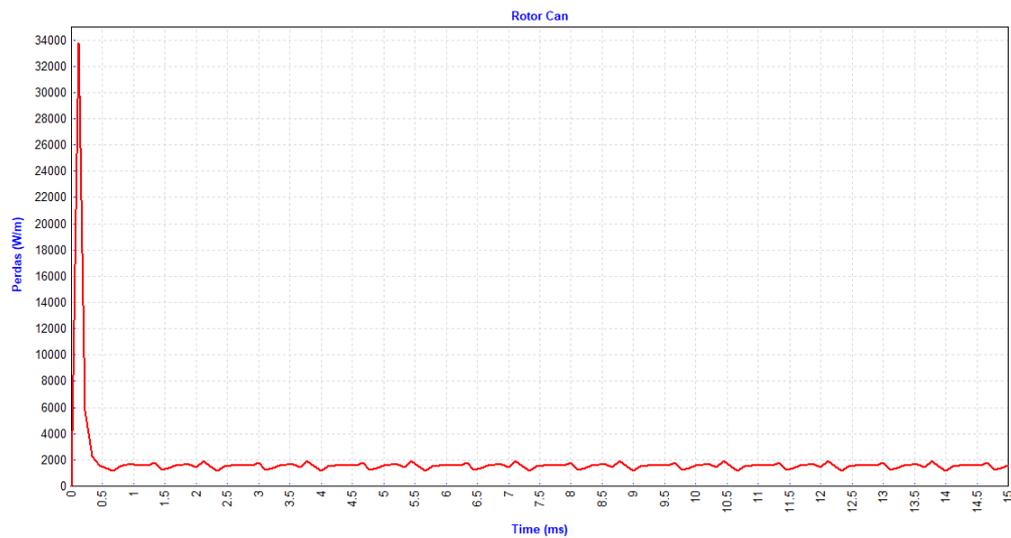
sistema. A análise do comportamento apresentado nas figuras 13 e 14 demonstra que o cálculo das médias de perdas foi, de fato, realizado em um período com regime estável de operação. Além disso, é possível observar a repetição do “ciclo de perdas” em uma frequência próxima à frequência de rotação mecânica do rotor.

Figura 13 – Perdas instantâneas em um dos ímãs - MEF2D



Fonte: autoria própria

Figura 14 – Perdas instantâneas no revestimento - MEF2D



Fonte: autoria própria

5.2.2 Comparação entre os métodos de cálculo

A diferença percentual do método analítico utilizado e o valor da simulação em duas e três dimensões é apresentada na tabela 8.

| Região | Dif. 2D | Dif. 3D |
|--------------|---------|---------|
| Revestimento | 42,5% | -70,79% |
| Ímãs | 16,3% | -31,22% |

Tabela 8 – Diferença percentual entre métodos de cálculo das perdas por correntes induzidas

Existem algumas conjecturas que podem explicar por que o cálculo de perdas por elementos finitos pode resultar em um valor total significativamente diferente do que uma aproximação analítica.

A simulação por elementos finitos considera detalhes geométricos complexos, como o formato exato das peças e a presença de bordas, cantos e descontinuidades. Esse tipo de comportamento é aproximado, na solução apresentada, com um cilindro contínuo. Esses detalhes podem levar a um aumento das perdas devido a efeitos como o aumento das correntes parasitas e a concentração do campo magnético.

Em outro ponto de vista, a alta complexidade e o detalhamento necessários para a modelagem da geometria também tornam a simulação em três dimensões extremamente suscetível a erros, sejam de origem da modelagem, de erros numéricos ou de gargalos nas propriedades dos materiais; de forma que pequenos detalhes podem invalidar a confiabilidade da resolução.

Além disso, o cálculo analítico considera uma resposta linear do material, enquanto a simulação por elementos finitos considera o comportamento não linear dos materiais magnéticos, como a curva de magnetização não linear do aço elétrico. Isso pode resultar em perdas adicionais que não são consideradas na aproximação analítica.

Uma melhoria significativa na aproximação do comportamento pelas equações utilizadas seria a consideração de seccionamento no cilindro que representa os ímãs, caracterizando uma barreira no caminho das correntes entre as regiões de um mesmo cilindro.

5.3 Estratégias de mitigação

Nota-se que os valores obtidos para as perdas representam uma porção significativa da potência da máquina. Embora seja um resultado esperado, visto que a geometria e controle escolhido não possuem em vista um motor otimizado, algumas estratégias podem ser empregadas para a redução do valor dessas perdas. Duas abordagens comuns são

o aumento da resistividade dos materiais utilizados e o seccionamento dos ímãs e do revestimento ao longo do eixo.

Como apresentado na seção 5.1, as correntes de Foucault analisadas são limitadas pela resistividade dos materiais empregados. Portanto, a escolha de materiais com maior resistividade elétrica, como aços elétricos especiais ou ligas com maior teor de resistividade, são uma forma efetiva da redução dessas perdas [Han et al. 2018].

O seccionamento dos ímãs e do revestimento ao longo do eixo é outra estratégia eficaz para mitigar as perdas [Siemens 2022] [Hendershot e Miller 2010]. Ao dividir os ímãs e o revestimento em seções ao longo do eixo do rotor, o caminho percorrido pelas correntes parasitas é interrompido. Essa interrupção impede que as correntes circulem livremente e reduz consideravelmente as perdas por correntes de Foucault [Bastos 2004]. Além disso, o seccionamento também pode ajudar a minimizar o efeito da saturação magnética.

A escolha das estratégias de mitigação das perdas nos ímãs e no revestimento do rotor depende das características específicas do motor e dos requisitos de desempenho. Cada abordagem deve ser avaliada em termos de custo, complexidade de fabricação e impacto nas propriedades magnéticas do motor.

6 Conclusão

Com base nas análises realizadas neste estudo sobre as perdas por correntes de Foucault em ímãs de motor sem escovas de rotor interno e ímãs superficiais, foram identificadas diferenças significativas entre o modelo analítico proposto e as simulações em elementos finitos.

O modelo analítico apresentado demonstrou ser uma ferramenta valiosa para estimar as perdas de forma rápida, mas esbarra em limitações. Ao comparar esses resultados com as simulações em elementos finitos, observou-se que as simulações forneceram uma avaliação mais detalhada das perdas, considerando a complexidade da geometria do motor e a distribuição espacial das correntes de Foucault.

Essas diferenças ressaltam a importância de utilizar abordagens complementares na análise das perdas. O modelo analítico pode ser uma opção viável para estimativas rápidas e simplificadas, especialmente durante a fase de projeto inicial. Por outro lado, as simulações em elementos finitos permitem uma análise mais precisa e abrangente das perdas, considerando aspectos geométricos e físicos mais complexos.

Durante o desenvolvimento deste estudo, foi possível obter um maior entendimento sobre as áreas nas quais as perdas por correntes de Foucault se concentram no rotor de um motor sem escovas. A análise em elementos finitos e as simulações permitiram uma visualização detalhada das regiões onde ocorrem as correntes induzidas e, conseqüentemente, onde as perdas são mais significativas.

Além disso, foi possível investigar a natureza cíclica das perdas instantâneas por correntes de Foucault que ocorrem nos ímãs permanentes superficiais durante a operação do motor sob regime de alimentação senoidal. Essas perdas apresentam um padrão periódico, seguindo o ciclo da corrente elétrica aplicada. Outro aspecto relevante observado neste estudo é que as correntes induzidas são limitadas pela resistência do material e não pela sua indutância. Isso significa que o aumento na resistividade dos materiais utilizados no rotor pode ser uma estratégia eficaz para reduzir as perdas por correntes de Foucault.

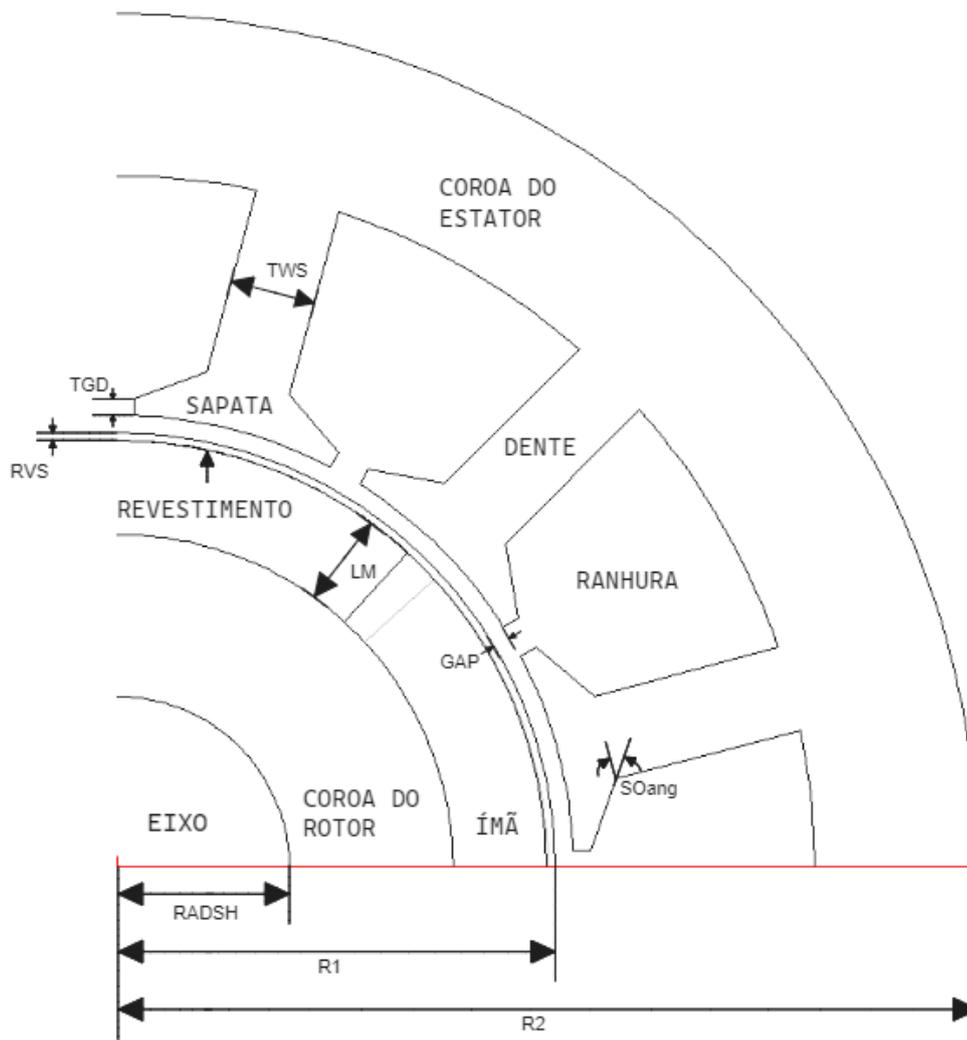
Em suma, este estudo contribuiu para o avanço do conhecimento sobre as perdas por correntes de Foucault em motores sem escovas, ressaltando a importância de utilizar abordagens analíticas e de simulação em elementos finitos complementarmente. Essas ferramentas são essenciais para o projeto e otimização de motores eficientes e de alto desempenho, levando a avanços significativos na indústria de motores elétricos.

Referências

- BARCELOS, P. C. S. Tese de mestrado, *PROJETO E OTIMIZAÇÃO DE UM MOTOR BLDC DE ROTOR INTERNO COM ÍMÃS CERÂMICOS NA SUPERFÍCIE*. Florianópolis, SC: [s.n.], 2021. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 21.
- BASTOS, J. *Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática*. [S.l.]: Ed. da UFSC, 2004. (Serie Didatica Universidade Federal de Santa Catarina). ISBN 9788532803061. Citado 5 vezes nas páginas 26, 28, 29, 30 e 45.
- GIERAS, J.; WING, M. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications*. [S.l.]: Marcel Dekker, 1996. Citado na página 17.
- HAN, T. et al. Investigation of various rotor retaining sleeve structures in high-speed pm brushless motors. In: *2018 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 109–114. Citado 3 vezes nas páginas 15, 19 e 45.
- HENDERSHOT, J.; MILLER, T. *Design of Brushless Permanent-magnet Machines*. [S.l.]: Motor Design Books, 2010. ISBN 9780984068708. Citado 5 vezes nas páginas 15, 18, 19, 30 e 45.
- JILES, D.; ATHERTON, D. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 61, n. 1, p. 48–60, 1986. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304885386900661>>. Citado na página 21.
- MILLER, T.; LAWRENSON. Penetration of transient magnetic fields through conducting cylindrical structures, with particular reference to superconducting a.c. machines. *Proc. IEE*, v. 123, n. 5, p. 437–443, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.
- PARIS Agreement. Disponível em: <https://treaties.un.org/pages/ViewDetails.aspx?src=TREATY&mtdsg_no=XXVII-7-d&chapter=27&clang=_en>. Citado na página 15.
- SIEMENS. *Eddy-current Losses in Magnets and Rotor Cans*. [S.l.], 2022. Trabalho não publicado. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 45.
- STOLL, R. *The Analysis of Eddy Currents*. [S.l.]: Clarendon Press, 1974. (International Series of Monographs in Electrical Engineering). ISBN 9780198593119. Citado na página 26.
- STOLL, R. L.; HAMMOND, P. Calculation of the magnetic field of rotating machines. part 4: Approximate determination of the field and the losses associated with eddy currents in conducting surfaces. In: . [S.l.: s.n.], 1965. Citado na página 27.
- UMANS, S. *Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley - 7.ed.* [S.l.]: AMGH Editora, 2014. ISBN 9788580553741. Citado 3 vezes nas páginas 15, 17 e 20.

APÊNDICE A – Indicação das dimensões da máquina

Figura 15 – Ilustração das dimensões da máquina



Fonte: autoria própria