



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Jônatas Policarpo Américo

CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO
CONTEÚDO HARMÔNICO NA OPERAÇÃO DE
TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Florianópolis

2023

Jônatas Policarpo Américo

Contribuição à Análise da Influência do Conteúdo
Harmônico na Operação de Transformadores Trifásicos

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de
Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor
em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Jean Viane Leite, Dr. Eng.

Florianópolis
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Américo, Jônatas Policarpo

Contribuição à análise da influência do conteúdo harmônico
na operação de transformadores trifásicos / Jônatas
Policarpo Américo ; orientador, Jean Viane Leite, 2023.
218 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Transformador trifásico. 3.
Modelagem. 4. Perdas. 5. Análise térmica. I. Leite, Jean
Viane. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Jônatas Policarpo Américo

Contribuição à Análise da Influência do Conteúdo Harmônico na Operação de Transformadores Trifásicos

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Prof. Luiz Lebensztajn, Dr.
Universidade de São Paulo - USP

Prof. Sérgio Henrique Lopes Cabral, Dr.
Universidade Regional de Blumenau - FURB

Prof. Mauricio Valencia Ferreira Da Luz, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica.

Prof. Telles Brunelli Lazzarin, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Prof. Jean Viane Leite, Dr.

Orientador

Florianópolis, 2023.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela força e inspiração que me concedeu para concluir este trabalho.

Aos meus pais Alírio e Maria Assunta, agradeço pelo amor incondicional e pelo exemplo de perseverança nos momentos difíceis.

À Juliana, que esteve sempre ao meu lado durante a jornada de cursar um doutorado. Sua presença e palavras de incentivo foram essenciais para me manter motivado nos momentos difíceis. Muito obrigado pelo seu apoio incondicional! Eu não teria chegado até aqui sem você.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) que, devido à concessão e incentivo à qualificação docente, permitiu que eu pudesse, por meio de uma licença capacitação remunerada, participar de um curso de pós-graduação.

À Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) pela sua estrutura excepcional, que fornece um ambiente altamente propício ao desenvolvimento dos alunos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEEL) por fornecer um apoio inestimável e orientação constante durante os quatro anos do meu curso de doutorado.

Ao Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos (GRUCAD) que, por via de sua estrutura organizacional, proporciona um espaço saudável e favorável ao estudo e ao desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores do GRUCAD, sempre muito prestativos em orientar, auxiliar, ajudar e direcionar nos mais diversos assuntos pertinentes ao curso de doutorado.

Ao professor Jean Viane Leite, orientador desse trabalho, por fornecer um ambiente próspero e favorável ao desenvolvimento da pesquisa que resultou nesta tese de doutorado. Sua dedicação em ajudar e em esclarecer minhas dúvidas em inúmeras reuniões foram fundamentais para o sucesso deste trabalho. Sou grato por sua orientação valiosa e pelos ensinamentos que me proporcionou ao longo deste processo. Muito obrigado!

Aos professores, Luiz Lebensztajn (da USP), Mauricio Valencia Ferreira Da Luz (da UFSC) e Sérgio Henrique Lopes Cabral (da FURB) por aceitarem participar da banca para avaliação deste trabalho, que por meio das sugestões contribuíram para a melhoria do texto final. Obrigado!

Ao Cristian F. Mazzola por seu valioso auxílio na realização dos ensaios deste trabalho. Obrigado!

Aos vários colegas que conheci no GRUCAD, sempre solícitos em auxiliar e contribuir para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Às várias pessoas que, mesmo sem citá-las, foram essenciais na minha educação e formação.

Muito obrigado a todos!

Não desista, insista!

RESUMO

Américo, J. P. **Contribuição à Análise da Influência do Conteúdo Harmônico na Operação de Transformadores Trifásicos.** 215 p. Tese (Doutorado) – Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos (GRUCAD), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis – SC, 2023.

Neste trabalho é apresentada uma modelagem elétrica, magnética e térmica para transformadores trifásicos com potências de até 50 kVA, com ênfase na análise das harmônicas. São abordadas as principais técnicas de modelagem aplicáveis a transformadores, assim como a modelagem de seus componentes. As perdas nos enrolamentos e no núcleo são calculadas considerando a presença de harmônicas, destacando a importância da representação dos laços menores de histerese magnética. Além disso, discutem-se as limitações do modelo de Jiles-Atherton na representação dos laços menores de histerese, sendo proposta a implementação do modelo G de histerese como solução. Uma metodologia não invasiva é proposta e validada para a caracterização magnética do núcleo de transformadores trifásicos. São apresentados os mapeamentos das perdas nos enrolamentos e no núcleo do transformador para diferentes condições harmônicas e são discutidas as influências das amplitudes e fases das componentes harmônicas nessas perdas. Ensaios no transformador são conduzidos, obtendo as respostas elétricas e térmicas que validam a modelagem térmica proposta. Finalmente, simulações no modelo elétrico, magnético e térmico do transformador foram realizadas, permitindo a obtenção do perfil térmico do equipamento sob diferentes condições de operação.

Palavras-chaves: Transformador trifásico. harmônica. perda. histerese. modelagem. análise térmica.

ABSTRACT

Américo, J. P. **Contribution to the Analysis of the Influence of Harmonic Content on the Operation of Three-Phase Transformers.** 215 p. PhD dissertation - Group of Conception and Analysis of Electromagnetic Devices, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Florianópolis - SC, 2023.

This study presents an electrical, magnetic, and thermal modeling approach for three-phase transformers with a nominal power of up to 50 kVA, with a focus on harmonic analysis. The main applicable modeling techniques for transformers are addressed, as well as the modeling of their components. Winding and core losses are calculated considering the presence of harmonics, highlighting the importance of representing the minor hysteresis loops. Furthermore, the Jiles-Atherton model's limitations in representing minor hysteresis loops are addressed, and the proposed solution is the implementation of the G-model of hysteresis. A non-invasive methodology for magnetic characterization of three-phase transformers is proposed and validated. The mappings of losses in the windings and core of the transformer for different harmonic conditions are presented, and the influences of the amplitudes and phases of the harmonic components on these losses are discussed. Transformer tests are conducted, obtaining electrical and thermal responses that validate the proposed thermal modeling. To conclude, simulations on the electrical, magnetic, and thermal models of the transformer were carried out, allowing for the obtainment of the equipment's thermal profiling under different operating conditions.

Keywords: Three-phase transformer. harmonic. loss. hysteresis. modeling. thermal analysis

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Distribuição da densidade de corrente em um condutor.(a) De cobre. (b) De alumínio.	49
Figura 2.2 – Representação do circuito Foster.	49
Figura 2.3 – Diferentes tipos de curva de magnetização e laços de histerese.	50
Figura 2.4 – Laço de histerese para definição do Modelo G. (a) Identificação dos pontos a e b . (b) Evolução da indução magnética interna ao laço de histerese para $p_a = 0,3$ e $p_b = 0,9$. (c) Ângulos e distâncias normalizadas entre a e b	54
Figura 2.5 – Representação dos laços menores. (a) Pontos armazenados e equação de segundo grau. (b) Considerações sobre o ângulo de partida.	56
Figura 2.6 – Fluxo de dispersão nas bobinas. (a) Real. (b) Equivalente de Rogowski.	58
Figura 2.7 – (a) Seção reta de uma bobina. (b) Detalhe de um condutor da bobina.	59
Figura 2.8 – Cálculo de k_p com a variação dos aspectos construtivos das bobinas. (a) Gráfico tridimensional. (b) k_p x aumento do diâmetro dos condutores.	61
Figura 2.9 – Fluxo rotacional nas junções “T” de um transformador trifásico. (a) Núcleo completo. (b) Detalhe da junção “T”.	62
Figura 2.10–Lâmina de material ferromagnético submetida a um campo magnético variável no tempo, com a condição de $lx \ll ly$	63
Figura 2.11–Ocorrência dos laços menores de histerese. (a) Tensões e indução mag- nética. (b) Laço de histerese principal e surgimento dos laços menores.	67
Figura 2.12–Variação dos laços menores para $B_{h=1} = 0,8$ T e $B_{h=3} = 0,4$ T, com as variações na fase. (a) Induções magnéticas. (b) Laços de histerese.	68
Figura 2.13–Variação dos laços menores para induções de pico constante com varia- ções na fase. (a) Induções magnéticas. (b) Laços de histerese.	69
Figura 2.14–Variação dos laços menores com a posição no laço principal. (a) Indução magnéticas. (b) Laço de histerese.	69
Figura 2.15–Comparativo dos modelos de histerese para a imposição de um sinal senoidal. (a) Curvas de histerese. (b) Induções resultantes e campo magnético aplicado.	70

Figura 2.16–Variação da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 3ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_3/H_1 = 0,6$ e fase = 150° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_3/H_1 = 0,6$ e fase = 150° .	72
Figura 2.17–Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 5ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_5/H_1 = 0,433$ e fase = 138° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_5/H_1 = 0,433$ e fase = 138° .	73
Figura 2.18–Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 7ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_7/H_1 = 0,4$ e fase = 102° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_7/H_1 = 0,4$ e fase = 102° .	74
Figura 2.19–Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para harmônico composto pela soma das 3ª, 5ª e 7ª. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_T/H_1 = 0,18$ e Fase $\Phi_{H_3} = 174^\circ$, $\Phi_{H_5} = 87^\circ$ e $\Phi_{H_7} = 116^\circ$. (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado.	75
Figura 3.1 – Representação dos fluxos magnéticos em um transformador trifásico de núcleo envolvido.	77
Figura 3.2 – Representação simplificada do transformador trifásico.	78
Figura 3.3 – Circuito magnético equivalente do transformador trifásico.	79
Figura 3.4 – Circuito magnético do transformador trifásico com os FDF. (a) Concentrado na coluna central. (b) Distribuído nas três colunas.	79
Figura 3.5 – Decomposição do FDF no núcleo. (a) Lateral. (b) Central.	80
Figura 3.6 – Circuito magnético equivalente do transformador trifásico com os FDF.	80
Figura 3.7 – Circuito elétrico equivalente do transformador para conexão delta no primário, estrela aterrado no secundário e na carga.	87
Figura 3.8 – Correntes de linha no primário do transformador com carga equilibrada. (a) Publicado por Theocharis. (b) Simulação pelo autor.	89
Figura 3.9 – Correntes de linha no secundário do transformador com carga equilibrada. (a) Publicado por Theocharis. (b) Simulação pelo autor.	90
Figura 3.10–Correntes de linha no secundário do transformador com carga desequilibrada. (a) Publicado por Theocharis. (b) Simulação pelo autor.	90

Figura 3.11–Transitório das correntes de linha no primário do transformador a vazio para a conexão estrela aterrada. (a) Bobina 1. (b) Bobina 2. (c) Bobina 3. (d) Neutro.	91
Figura 3.12–Comparativo dos transitórios das correntes de linha no primário para o transformador trifásico a vazio, em que os valores medidos são apresentados em Elleuch. (a) Bobina 1. (b) Bobina 2. (c) Bobina 3. (d) Neutro.	92
Figura 3.13–Comparativo do transitório das correntes de linha no transformador trifásico para a conexão delta estrela aterrado com carga equilibrada, com e sem o efeito das \mathfrak{R}_{0_s} . (a) Primário. (b) Secundário.	93
Figura 3.14–Comparativo das correntes de linha no transformador trifásico para a conexão no primário em estrela aterrado e com carga equilibrada para as diferentes μ_d . (a) Primário. (b) Secundário. (c) Regime permanente no primário. (d) Regime permanente no secundário.	94
Figura 3.15–Laços de histerese para as chapa de aço para fins elétricos. (a) $M_s = 1,7x10^6$, $k = 500$, $c = 0,1$, $a = 1000$, $\alpha = 0,001$ apresentados em Jiles. (b) Ensaio do quadro de Epstein (linha sólida 1,7 T, tracejada 1,5 T e pontilhada 1,0 T) apresentado em Akcay. (c) $M_s = 1,42x10^6$, $k = 720$, $c = 350x10^{-3}$, $a = 600$, $\alpha = 120,05x10^{-5}$ ajustados pelo autor.	95
Figura 4.1 – Diferentes tipos de núcleo magnético. (a - d) Transformadores monofásicos. (e - h) Transformadores trifásicos.	99
Figura 4.2 – Fluxograma da metodologia proposta.	104
Figura 4.3 – Transformador trifásico utilizado no estudo de caso.	105
Figura 4.4 – Dimensões do núcleo do transformador e caminho magnético médio.	106
Figura 4.5 – (a) Ensaio no transformador em 1,25 Hz. (b) Laços BH experimentais para os ensaio em 1,25 Hz, 5 Hz e 10 Hz.	107
Figura 4.6 – (a) Núcleo do Transformador adquirido. (b) Bobinas confeccionadas.	108
Figura 4.7 – Ensaio no SP: corrente no enrolamento da coluna central e tensões induzidas em todos os enrolamentos das colunas.	109
Figura 4.8 – Comparação entre laços de histerese do transformador e do SP.	109
Figura 4.9 – Fluxo magnético nas colunas do SP.	110
Figura 4.10–Comparação entre laços de histerese de transformador e do SST.	111
Figura 4.11–Perdas magnéticas medidas no SST.	111
Figura 4.12–Comparação entre o laço de histerese experimental do transformador e o simulado com parâmetros de JA.	112

Figura 5.1 – Perda por histerese no núcleo magnético para a 3 ^a harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_3/V_1 = 0,35$ e fase = 18 ^o . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_3/V_1 = 0,35$ e fase = 18 ^o . (g) Curva de histerese em $V_3/V_1 = 0,75$ e fase = 180 ^o . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_3/V_1 = 0,75$ e fase = 180 ^o	121
Figura 5.2 – Perdas nos enrolamentos para a 3 ^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_3/V_1 = 1$ e fase = 0 ^o . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_3/V_1 = 1$ e fase = 180 ^o . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p	122
Figura 5.3 – Análise da influência da 3 ^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p	123
Figura 5.4 – Perda por histerese no núcleo magnético para a 5 ^a + 7 ^a harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 0,25$, $V_7/V_1 = 0,125$ e fase = 0 ^o . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 0,25$, $V_7/V_1 = 0,125$ e fase = 0 ^o . (g) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 0 ^o . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 1$ e $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 0 ^o	125
Figura 5.5 – Perdas nos enrolamentos para a 5 ^a + 7 ^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 180 ^o . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 180 ^o . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p	126
Figura 5.6 – Análise da influência da 5 ^a + 7 ^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p	127

Figura 5.7 – Análise da variação das perdas W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p e harmônicas.	128
Figura 5.8 – Perdas totais no transformador para as diferentes harmônicas. (a) 5 ^a harmônica. (b) 7 ^a harmônica. (c) 5 ^a +7 ^a harmônicas.	129
Figura 5.9 – (a) Posição de instalação dos sensores de temperatura. (b) Medições realizadas pelo analisador de potência na última hora para os casos da Tabela 5.1 para Tensão Eficaz. (c) Corrente Eficaz. (d) Potência Ativa.	130
Figura 5.10–Comparação entre as medições do ensaio S_0 e as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário.	131
Figura 5.11–Ensaio S_0 (a) Tensão aplicada e indução magnética. (b) Laço de histerese.	132
Figura 5.12–Medições de temperatura para o caso S_0 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente.	132
Figura 5.13–Comparação do ensaio S_1 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	133
Figura 5.14–Medições de temperatura para o caso S_1 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	134
Figura 5.15–Comparação do ensaio S_6 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	135
Figura 5.16–Medições de temperatura para o caso S_6 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	136
Figura 5.17–Comparação do ensaio S_8 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	137
Figura 5.18–Medições de temperatura para o caso S_8 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	138

Figura 5.19—Comparação da variação da temperatura para os casos analisados. (a) B_c . (b) B_e . (c) N_i . (d) N_c	139
Figura 5.20—Análise do rendimento do transformador para os casos analisados com diferentes valores de k_p	142
Figura 6.1 – Determinação das equações para as propriedades termofísicas do ar. (a) Coeficiente de transferência de calor k' e viscosidade cinética ν' (b) Número de Prandtl.	145
Figura 6.2 – Dimensões do transformador utilizado na modelagem térmicas. (a) Vista frontal (b) Vista lateral. (c) Vista superior com o detalhamento de uma bobina.	147
Figura 6.3 – Nós de temperatura para o modelo térmico do transformador trifásico.	147
Figura 6.4 – Transformador trifásico analisado. (a) Vista tridimensional. (b) Superior. (c) Lateral. (d) Frontal e zoom da janela entre as bobinas.	148
Figura 6.5 – Modelo de rede térmica equivalente para o transformador trifásico.	150
Figura 6.6 – Modelo de rede térmica equivalente para o transformador trifásico utilizado no Simulink.	151
Figura 6.7 – Temperatura no transformador para o caso S_0 . (a) Modelo térmico proposto. (b) Medições com os termopares da Seção 5.2.	152
Figura 6.8 – Imagens da câmera termográfica para o caso S_0 . (a) Temperatura nas bobinas esquerda (B_e), central (B_c) e núcleo superior (N_c). (b) Temperatura no núcleo inferior (N_i).	152
Figura 6.9 – Histograma com a distribuição da temperatura nas faces frontais das bobinas. (a) Bobina esquerda B_e . (b) Bobina central B_c	153
Figura 7.1 – Identificação dos nós de temperatura do transformador nas simulações.	157
Figura 7.2 – Simulações da elevação de temperatura com desequilíbrio de carga de 5, 10 e 15%.	158
Figura 7.3 – Variação da temperatura com a fase para a 5 ^a harmônica.	159
Figura 7.4 – Induções e campos magnéticos para 5 ^a harmônica com $\phi = 0^\circ$, $\phi = 180^\circ$ e $\phi = 225^\circ$	160
Figura 7.5 – (a) Curvas de histerese para $V_5/V_1 = 0,5$ e $\phi = 225^\circ$. (b) Variação da temperatura entre os modelos JA e G de histerese.	161
Figura 7.6 – Análise de elevação de temperatura com níveis máximos de harmônicas recomendadas pela IEC 61000-3-6. (a) Tensão aplicada e FFT. (b) Comparação da temperatura em relação ao caso senoidal.	161
Figura 7.7 – Tensão composta da 3 ^a , 5 ^a , 7 ^a , 9 ^a e 11 ^a harmônicas e FFT para $\phi = 0^\circ$	162
Figura 7.8 – (a) Tensões e induções magnéticas para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Curvas de histerese para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$	163
Figura 7.9 – Simulações da elevação de temperatura com a aplicação da harmônica composta da 3 ^a , 5 ^a , 7 ^a , 9 ^a e 11 ^a harmônicas para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$	163

Figura 7.10–(a) Simulações da elevação de temperatura com o aumento da tensão aplicada para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Análise da elevação de temperatura média para $\phi = 0^\circ$	164
Figura 7.11–(a) Simulações da elevação de temperatura com o aumento de carga para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Análise da elevação de temperatura média para $\phi = 0^\circ$	165
Figura A.1–Pontos no laço de histerese para a obtenção dos parâmetros de JA. . .	182
Figura A.2–Algoritmo principal de obtenção dos parâmetros.	185
Figura A.3–Subrotina para o cálculo do parâmetro a	186
Figura A.4–Subrotina para o cálculo do parâmetro α	187
Figura B.1–Determinação dos parâmetros do modelo G de histerese. (a) Ramo ascendente, descendentes e ramo deslocado à origem. (b) Comparativo com os valores determinados para o modelo G.	189
Figura C.1–Perda por histerese no núcleo magnético para a 5 ^a harmônica. (a) Gráfico em três dimensões. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 0,25$ e fase = 18° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 0,25$ e fase = 18° . (g) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 324° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 324°	193
Figura C.2–Perdas nos enrolamentos para a 5 ^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 180° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p	194
Figura C.3–Análise da influência da 5 ^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p	195
Figura C.4–Perda por histerese no núcleo magnético para a 7 ^a harmônica. (a) Gráfico em três dimensões. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_7/V_1 = 0,15$ e fase = 18° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_7/V_1 = 0,15$ e fase = 18° . (g) Curva de histerese em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 270° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 270°	197

Figura C.5–Perdas nos enrolamentos para a 7 ^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 0° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p	198
Figura C.6–Análise da influência da 7 ^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p	199
Figura D.1–Comparação do ensaio S_2 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário.	202
Figura D.2–Comparação do ensaio S_2 com as simulações no modelo. (a) Tensão aplicada e indução magnética. (b) Laço de histerese.	203
Figura D.3–Medições de temperatura para o caso S_2 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	203
Figura D.4–Comparação do ensaio S_3 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	204
Figura D.5–Medições de temperatura para o caso S_3 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	205
Figura D.6–Comparação do ensaio S_4 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	206

Figura D.7–Medições de temperatura para o caso S_4 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	207
Figura D.8–Comparação do ensaio S_5 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	208
Figura D.9–Medições de temperatura para o caso S_5 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	209
Figura D.10–Comparação do ensaio S_7 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.	210
Figura D.11–Medições de temperatura para o caso S_7 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.	211
Figura A.1–Algoritmo inverso do modelo G de histerese.	215

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Funções sigmóides e suas derivadas.	54
Tabela 2.2 – Densidade de energia volumétrica dos laços de histerese da Figura 2.12(b).	68
Tabela 2.3 – Densidade de energia volumétrica dos laços de histerese da Figura 2.13(b).	68
Tabela 3.1 – Comparativo das perdas do núcleo magnético.	95
Tabela 4.1 – Medições do ensaio a vazio	108
Tabela 4.2 – Medições do ensaio de curto-circuito	108
Tabela 4.3 – Parâmetros das chapas usadas no SST	110
Tabela 4.4 – Determinação da condutividade das chapas usadas no SST.	113
Tabela 4.5 – Comparativo entre as perdas no SST e nas simulações usando JA_T	114
Tabela 4.6 – Comparação entre as perdas a vazio com as simulações usando JA_T	114
Tabela 5.1 – Tensões com as harmônicas aplicada no transformador.	129
Tabela 5.2 – Variação das perdas no transformador para os casos analisados.	140
Tabela 5.3 – Comparação da variação das perdas no transformador para os casos analisados com diferentes valores de k_p	141
Tabela 6.1 – Determinação da resistência térmica por condução na coluna do núcleo.	144
Tabela 6.2 – Determinação da resistência térmica por convecção.	145
Tabela 6.3 – Propriedades termofísicas e emissividade dos materiais em 100 °C.	146
Tabela 6.4 – Comparativo das temperaturas para os casos analisados.	154
Tabela 6.5 – Comparativo das temperaturas para os casos analisados excluindo a temperatura ambiente.	155
Tabela 7.1 – Análise da elevação da temperatura para as simulações da Figura 7.10(b).	165
Tabela 7.2 – Análise da elevação da temperatura para as simulações da Figura 7.11(b).	166

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
EFR	Ensaio em Frequência Reduzida
FDF	Fluxo de Dispersão por Fase
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> — em português, transformada rápida de Fourier
GIC	<i>Geomagnetically Induced Currents</i> — em português, correntes induzidas geomagneticamente
GNO	Grão Não Orientado
GO	Grão Orientado
GOH	Grão Orientado com Alta Permeabilidade
GOH RD	Grão Orientado com Alta Permeabilidade e Refinamento nos Domínios
GRUCAD	Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos
HST	<i>Hot Spot Temperature</i> — em português, temperatura do ponto quente
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i> — em português, comissão eletrotécnica internacional
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> — em português, Instituto dos Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
JA	<i>Jiles–Atherton</i> — em português, Jiles–Atherton
kVA	kilovolt-ampère
MBB	Modelo <i>Black-Box</i> — em português, modelo caixa preta
MGB	Modelo <i>Gray-Box</i> — em português, modelo caixa cinza

MRTE	Modelo de Rede Térmica Equivalente
MSE	<i>Mean Squared Error</i> — em português, erro médio quadrático
MWB	Modelo <i>White-Box</i> — em português, modelo caixa branca
PPGEEL	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
PT100	Termoresistência
RL	Resistor e Indutor
<i>SiFe</i>	Ferro Silício
SP	<i>Sheet Package</i> — em português, pacote de chapas
SST	<i>Single Sheet Tester</i> — em português, testador de chapa única
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i> — em português, distorção harmônica total
THDi	<i>Current Total Harmonic Distortion</i> — em português, distorção harmônica total de corrente
THDv	<i>Voltage Total Harmonic Distortion</i> — em português, distorção harmônica total de tensão
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UL	<i>Underwriters Laboratories</i>
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
A_c	Área da seção transversal do núcleo [m ²]
a_1	Parâmetro do modelo G
B	Indução magnética [T]
\mathbf{B}	Vetor de indução magnética [T]
b_a	Fator de ponderação da inclinação do ramo acendente do modelo G
b_i	Fator de ponderação da inclinação do ramo descendente do modelo G
B_m	Valor de pico da indução magnética [T]
b_1	Parâmetro do modelo G
c	Parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [adimensional]
C_j	Capacidade térmica [J/K]
\mathbf{C}_m	Matriz de incidências dos fluxos magnéticos [adimensional]
c_1	Parâmetro do modelo G
d	Espessura das chapas [m]
d_c	Diâmetro do condutor [m]
d_i	Distância normalizada do ramo descendente do modelo G
d_s	Distância normalizada do ramo acendente do modelo G
d_1	Parâmetro do modelo G
E	Campo elétrico [V/m]
\mathbf{E}	Vetor de campo elétrico [V/m]
E'	Energia [J]
f	Frequência [Hz]
F_{ps}	Força magnetomotriz total do primário e do secundário [Ae]
f_0	Frequência nominal [Hz]
\mathbf{F}	Matriz das forças magnetomotrizes [Ae]
FF	Fator de forma [adimensional]
g	Aceleração gravitacional [m/s ²]

G	Constante que representa o coeficiente de atrito do objeto magnético
G_r	Número Grashof
h	Coeficiente de transferência de calor [W/m ² K]
H	Campo magnético [A/m]
\mathbf{H}	Vetor de campo magnético [A/m]
H_c	Campo magnético coercitivo [A/m]
\mathbf{H}_e	Vetor de campo magnético efetivo [A/m]
\mathbf{H}_{edd}	Vetor de campo magnético associado a perda por correntes de Foucault [A/m]
\mathbf{H}_{exc}	Vetor de campo magnético associado a perda excedente [A/m]
\mathbf{H}_h	Vetor de campo magnético associado a perda por histerese [A/m]
h_k	Altura do tubo de fluxo do canal proposta por Rogowski
\mathbf{H}_T	Vetor de campo magnético total [A/m]
I	Corrente elétrica [A]
i_{Lp}	Corrente de linha no primário do transformador [A]
i_{Ls}	Corrente de linha no secundário do transformador [A]
i_n	Corrente de neutro no secundário do transformador [A]
i_p	Corrente de fase no primário do transformador [A]
\mathbf{I}_p	Matriz das correntes no primário do transformador [A]
i_s	Corrente de fase no secundário do transformador [A]
\mathbf{I}_s	matriz das correntes no secundário do transformador [A]
I_{sc}	Corrente de curto-circuito [A]
J	Densidade de corrente [A/m ²]
\mathbf{J}	Vetor de densidade de corrente [A/m ²]
k	Parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
k'	Condutividade térmica [W/mK]
K_R	Coeficiente de Rogowski [adimensional]
k_p	Coeficiente de perdas parasitas [adimensional]
L	Indutância [H]
L'	Comprimento característico [m]
l_c	Comprimento das seções do núcleo [m]
L_c	Indutância de carga [H]
\mathbf{L}_d	Matriz de indutância incremental [H]
\mathbf{L}_{dpp}	Matriz de indutância incremental do primário [H]
\mathbf{L}_{dps}	Matriz de indutância incremental mútua do secundário no primário [H]
\mathbf{L}_{dsp}	Matriz de indutância incremental mútua do primário no secundário [H]
\mathbf{L}_{dss}	Matriz de indutância incremental do secundário [H]

l_{eq}	Caminho magnético médio equivalente [m]
L_n	Indutância de neutro [H]
l_p	Metade da largura da coluna central do núcleo [m]
L_p	Indutância de fase no primário do transformador [H]
\mathbf{L}_p	Matriz das indutâncias do primário do transformador [H]
L_s	Indutância de fase no secundário do transformador [H]
\mathbf{L}_s	Matriz das indutâncias do secundário do transformador [H]
\mathbf{m}	Unidade de volume [m ³]
M	Magnetização [A/m]
\mathbf{M}	Vetor de magnetização [A/m]
m'	Fator de expoente empírico [adimensional]
M_{irr}	Magnetização irreversível [A/m]
M_r	Magnetização remanescente [A/m]
M_{ran}	Magnetização anisterética [A/m]
M_{rev}	Magnetização reversível [A/m]
M_s	Magnetização de saturação [A/m]
m_v	Massa específica do material [kg/m ³]
n	Ordem harmônica [adimensional]
n'	Relação de transformação [adimensional]
N_p	Número de espiras do primário do transformador [espiras]
N_s	Número de espiras do secundário do transformador [espiras]
p_a	Ponderação das inclinações dos ramos ascendentes do modelo G
p_b	Ponderação das inclinações dos ramos descendente do modelo G
P_{sc}	Potência ativa trifásico de curto-circuito [W]
P_r	Número Prandtl
Q_h	Transferência de energia [J]
q_1	Parâmetro do modelo G
R	Resistência [Ω]
R_a	Número de Rayleigh
R_c	Resistência de carga [Ω]
R_{ca}	Resistência em corrente alternada [Ω]
R_{cc}	Resistência em corrente contínua [Ω]
R_m	Resistência das chapas [Ω]
R_n	Resistência do neutro [Ω]
R_p	Resistência de fase no primário do transformador [Ω]
\mathbf{R}_p	Matriz das resistências do primário do transformador [Ω]

R_s	Resistência de fase do secundário do transformador [Ω]
\mathbf{R}_s	Matriz das resistências do secundário do transformador [Ω]
$R_{t_{cd}}$	Resistência térmica por condução [K/W]
$R_{t_{cv}}$	Resistência térmica por convecção [K/W]
$R_{t_{rd}}$	Resistência térmica por radiação [K/W]
R_{th}	Resistência térmica entre nós [K/W]
r_0	Raio do condutor [m]
S	Área da seção transversal da lâmina [m ²]
t	Tempo [s]
T	Período [s]
T_s	Temperatura da parede do objeto [°C]
T_∞	Temperatura ambiente [°C]
V	Tensão elétrica [V]
V_{an}	Tensão de fase na fase a da fonte de alimentação [V]
V_{bn}	Tensão de fase na fase b da fonte de alimentação [V]
v_C	Tensão induzida na bobina da coluna central do núcleo [V]
V_{cn}	Tensão de fase na fase c da fonte de alimentação [V]
v_D	Tensão induzida na bobina da coluna da direita do núcleo [V]
v_E	Tensão induzida na bobina da coluna da esquerda do núcleo [V]
V_o	Ente equivalente a um campo coercitivo do objeto magnético
\mathbf{V}_p	Matriz das tensões no primário do transformador [V]
V_p	Tensão de linha no primário do transformador [V]
\mathbf{V}_s	Matriz das tensões no secundário do transformador [V]
V_s	Tensão de fase no secundário do transformador [V]
V_{sc}	Tensão de curto-circuito [V]
W_c	Perda nos condutores [W]
W_e	Perda excedentes no núcleo [J/kg]
W_f	Perda por correntes de Foucault no núcleo [J/kg]
W_h	Perda por histerese no núcleo [J/kg]
W_o	Perda ôhmica [W]
W_p	Perda parasita [W]
X_p	Reatância do primário [Ω]
X_s	Reatância do secundário [Ω]
α'	Fator de distribuição dos parâmetros do transformador [adimensional]
α_{st}	Expoente de Steinmetz
β	Coefficiente de expansão térmica [K ⁻¹]

β_a	Inclinação nos pontos da curva de histerese acendente do modelo G
β_i	Inclinação nos pontos da curva de histerese descendente do modelo G
δ	Parâmetro direcional [adimensional]
δ'	Distância da transferência de calor [m]
Δ_B	Variação de indução magnética [T]
Δ_t	Variação de tempo [s]
ΔT	Variação de temperatura [°C]
η_{st}	Coefficiente de Steinmetz
γ	Fator de variação nos aspectos construtivos das bobinas [adimensional]
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
μ_d	Permeabilidade magnética diferencial [H/m]
ν	Relutividade [m/H]
ν'	Viscosidade cinemática do fluido ou gás [m ² /s]
ν_d	Relutividade diferencial [m/H]
ϕ	Fase [Graus]
Φ	Fluxo magnético [Wb]
Φ_M	Fluxo magnético nas malhas [Wb]
Φ_p	Fluxo magnético de dispersão no primário [Wb]
Φ_{ps}	Fluxo magnético de acoplamento entre bobinas [Wb]
Φ_s	Fluxo magnético de dispersão no secundário [Wb]
Φ_0	Fluxo magnético de dispersão de sequência zero [Wb]
Ψ_p	Matriz de fluxo concatenado no primário [Wb]
Ψ_s	Matriz de fluxo concatenado no secundário [Wb]
ρ	Resistividade [$\Omega \cdot m$]
\mathfrak{R}_m	Relutância magnética [Ae/Wb]
\mathfrak{R}_m	Matriz de relutância magnética [Ae/Wb]
\mathfrak{R}_{md}	Matriz de relutância magnética incremental [Ae/Wb]
\mathfrak{R}_{md}^M	Matriz de relutância magnética incremental das malhas [Ae/Wb]
\mathfrak{R}_0	Relutância de sequência zero [Ae/Wb]
σ	Condutividade elétrica [S]
σ'	Constante de Stefan-Boltzmann [$W/(m^2 K^4)$]
$\sqrt{\sigma G V_o S}$	Fator que relaciona a perda excedente no núcleo
ε	Emissividade [adimensional]
ξ	Fator do coeficiente de perdas parasitas
χ_{in}	Susceptibilidade normal inicial [adimensional]
χ_{an}	Susceptibilidade anisterética inicial [adimensional]

χ_c	Susceptibilidade diferencial no ponto coercitivo [adimensional]
χ_r	Susceptibilidade diferencial da remanescência [adimensional]
χ_m	Susceptibilidade diferencial inicial na ponta do laço [adimensional]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	37
1.1	OBJETIVOS	40
1.1.1	Objetivos Específicos	40
1.2	ESTRUTURA DA TESE	41
	CAPÍTULO 2	43
2	ESTADO DA ARTE	43
2.1	MODELAGEM DE TRANSFORMADORES ELÉTRICOS	43
2.1.1	Modelo Black-Box	44
2.1.2	Modelo White-Box	45
2.1.3	Modelo Gray-Box	46
2.2	MODELAGEM DOS PRINCIPAIS ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DO TRANSFORMADOR	48
2.2.1	Enrolamentos	48
2.2.2	Núcleo magnético	50
2.2.2.1	Modelos de histerese	50
2.2.2.1.1	<i>Modelo de histerese de Jiles-Atherton</i>	<i>51</i>
2.2.2.1.2	<i>Modelo G de histerese</i>	<i>53</i>
2.3	CÁLCULO DAS PERDAS EM TRANSFORMADORES	57
2.3.1	Perdas nos enrolamentos	57
2.3.2	Perdas no núcleo magnético	61
2.3.2.1	Perda por histerese	62
2.3.2.2	Perda por correntes de Foucault	63
2.3.2.3	Perda anômala ou excedente	65
2.3.2.4	Perdas totais no núcleo magnético	65
2.4	A INFLUÊNCIA DAS HARMÔNICAS NAS PERDAS	65
2.4.1	Enrolamentos	66
2.4.2	Núcleo magnético	67

2.4.2.1	Comparativo entre os modelos G e JA de histerese	70
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
CAPÍTULO 3		77
3	MODELAGEM DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO	77
3.1	EQUAÇÕES DO CIRCUITO MAGNÉTICO	78
3.2	EQUAÇÕES DO CIRCUITO ELÉTRICO	83
3.3	INCORPORAÇÃO DOS MODELOS DE HISTERESE	84
3.4	EQUACIONAMENTO DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO	86
3.5	VALIDAÇÃO DO MODELO COM BASE NA LITERATURA	89
3.5.1	Cálculo de perdas no núcleo magnético	94
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	96
CAPÍTULO 4		97
4	CARACTERIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO	97
4.1	CARACTERIZAÇÃO DO NÚCLEO MAGNÉTICO	97
4.1.1	Equipamentos e instrumentos necessários	98
4.1.2	Determinação do número de espiras dos enrolamentos	98
4.1.3	Determinação das dimensões do núcleo e caminhos magnéticos médios	98
4.1.4	Procedimento de realização do ensaio em frequência reduzida	99
4.1.5	Ensaio a vazio e em curto-circuito	101
4.2	ESTUDO DE CASO	104
4.2.1	Equipamentos utilizados	105
4.2.2	Determinação do número de espiras dos enrolamentos, dimensões do núcleo magnético e estimativa do caminho magnético médio	106
4.2.3	Ensaio em frequência reduzida	107
4.2.4	Ensaio a vazio e de curto-circuito	107
4.3	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS	108
4.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	115
CAPÍTULO 5		117

5	SIMULAÇÕES E ENSAIOS NO TRANSFORMADOR	117
5.1	SIMULAÇÕES COM A IMPOSIÇÃO DE CONTEÚDO HARMÔNICO	119
5.1.1	Imposição da 3 ^a harmônica	119
5.1.2	Imposição da 5 ^a +7 ^a harmônica	124
5.2	ENSAIOS COM A IMPOSIÇÃO DE CONTEÚDO HARMÔNICO . .	128
5.2.1	Ensaio para o caso S_0	131
5.2.2	Ensaio para o caso S_1	132
5.2.3	Ensaio para o caso S_6	134
5.2.4	Ensaio para o caso S_8	136
5.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	142
CAPÍTULO 6		143
6	MODELAGEM TÉRMICA DO TRANSFORMADOR	143
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	156
CAPÍTULO 7		157
7	SIMULAÇÕES COM O MODELO ELÉTRICO MAGNÉTICO TÉRMICO	157
7.1	ANÁLISE TÉRMICA COM CARGA DESEQUILIBRADA	158
7.2	ANÁLISE TÉRMICA COM A 5 ^a HARMÔNICA	159
7.3	ANÁLISE TÉRMICA COM BASE NA IEC 61000-3-6	161
7.4	ANÁLISE TÉRMICA COM A 3+5+7+9+11 ^a HARMÔNICAS	162
7.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	166
CAPÍTULO 8		167
8	CONCLUSÕES	167
8.1	CONTRIBUIÇÕES	169
8.2	PUBLICAÇÕES	170
8.3	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	170

REFERÊNCIAS	171
APÊNDICES	178
APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO MODELO DE JA	181
A.1 – DETERMINAÇÃO DA MAGNETIZAÇÃO DE SATURAÇÃO M_S	181
A.2 – DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO C	181
A.3 – DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO K	183
A.4 – DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO α	183
A.5 – DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO A	184
A.6 – PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS	184
APÊNDICE B – DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO MODELO G	189
APÊNDICE C – SIMULAÇÕES COMPLEMENTARES COM A IMPOSIÇÃO DAS HARMÔNICAS	191
C.1 – IMPOSIÇÃO DA 5 ^A HARMÔNICA	191
C.2 – IMPOSIÇÃO DA 7 ^A HARMÔNICA	196
APÊNDICE D – ENSAIOS COMPLEMENTARES COM AS HARMÔNICAS DE TENSÃO	201
ANEXOS	212
ANEXO A – ALGORITMO INVERSO DO MODELO G DE HISTERESE	215

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO, MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Nos últimos anos, a preocupação sobre a influência das componentes harmônicas nos sistemas elétricos tem aumentado, devido à crescente utilização de cargas não lineares, atraindo a atenção da comunidade científica e dos operadores do sistema. As cargas não lineares são aquelas que drenam correntes não senoidais e incluem equipamentos como, por exemplo, sistemas de controle e acionamento de motores elétricos, conversores estáticos e retificadores [1]. Esses dispositivos eletrônicos abriram a possibilidade para novas aplicações, mas produzem um alto nível de distorção harmônica nos sinais que, idealmente, deveriam ser senoidais [2, 3].

Os sistemas de distribuição de energia são integrados por diferentes equipamentos e eles são afetados pela presença de distúrbios na qualidade de energia como, por exemplo, às harmônicas de tensão e de corrente, sendo que esses distúrbios têm um impacto significativo no desempenho dos transformadores [4].

Os transformadores são afetados por diversos efeitos decorrentes das harmônicas presentes no sistema elétrico. Entre os mais comuns estão: a saturação do núcleo magnético; o aumento das perdas no núcleo e nos enrolamentos; o aumento do estresse elétrico nas buchas e comutadores; a redução da eficiência, do fator de potência e dos valores nominais de potência (*derating*); o aumento da temperatura nos enrolamentos, núcleo, braçadeiras, cabos, isolamento e óleo; e a redução da expectativa de vida útil do transformador [1, 5–7].

As cargas não lineares geram harmônicas de corrente que, por sua vez, podem resultar em harmônicas de tensão [8]. Assim, um transformador que for instalado em uma rede industrial estará sujeito às harmônicas de tensão e, conseqüentemente, terá uma tensão de alimentação não senoidal, que pode causar perdas adicionais e aquecimento devido a distorção na forma de onda do fluxo magnético. Além disso, é importante destacar que a crescente utilização da geração distribuída, que envolve conversores de frequência, contribui para a injeção cada vez maior de harmônicas de tensão nos sistemas de distribuição.

O fenômeno das harmônicas foi investigado pela primeira vez por Steinmetz em 1916 [9] e continua um assunto de grande interesse acadêmico e industrial. A influência das distorções harmônicas nas perdas de transformadores são apresentadas em [10] e [11]. Foi

constatado que as perdas nos enrolamentos são proporcionais ao quadrado da Distorção Harmônica Total de Corrente (THDi) e as perdas no núcleo são linearmente proporcionais à Distorção Harmônica Total de Tensão (THDv). Uma correlação entre a corrente harmônica, a temperatura no ponto quente (HST) e a temperatura máxima do óleo foi observada em [2]. Adicionalmente, em [12], foi constatado que as perdas no núcleo são sensíveis às distorções na tensão de alimentação. Já em [6], foi observado um aumento nas perdas de um transformador com a elevação da THDi. Em [13], concluiu-se que a perda por correntes de Foucault no núcleo de um transformador é significativamente maior quando ele é conectado a cargas não lineares. Os resultados também indicam uma correlação entre a elevação da temperatura e a THD. Em [5], observou-se que as harmônicas aumentam as perdas nos enrolamentos e no núcleo, sendo que as harmônicas ímpares, de baixa ordem, são as mais problemáticas e que têm o maior impacto no envelhecimento do transformador. O aumento das perdas no núcleo de um transformador monofásico devido a uma THDv foi observado em [14]. Uma análise semelhante realizada em um transformador trifásico [15] constatou um aumento das perdas com o aumento do conteúdo harmônico da tensão.

Decorrente desses trabalhos analisados, há um consenso que as harmônicas podem provocar a elevação das perdas, seja nos enrolamentos, devido às harmônicas de corrente, ou no núcleo, em razão às harmônicas de tensão.

Diversos modelos para transformadores elétricos são encontrados na literatura [16–26]. No entanto, ainda existem lacunas a serem preenchidas em relação à representação da influência das harmônicas nestes dispositivos. Cita-se, por exemplo, as perdas no núcleo, em que os cálculos das perdas sob a influência das harmônicas são geralmente feitos pela decomposição da indução magnética em diferentes frequências. Todavia, esse procedimento é incorreto, dado que o núcleo magnético possui uma resposta não linear. Além disso, a utilização de equações empíricas para representar a histerese pode gerar erros, já que geralmente se despreza a representação dos laços menores de histerese. A não consideração das fases das harmônicas também pode gerar erros no cálculo das perdas, uma vez que a fase está relacionada, em parte, à ocorrência dos laços menores de histerese, que afetam esta componente das perdas.

A elevação das perdas provoca, inevitavelmente, um aumento na temperatura do transformador, que acelera o seu envelhecimento e poderá levar a ruptura do isolamento. Em parte, a redução da vida útil de um transformador é devida ao excesso de calor gerado por cargas não lineares [27]. Sob condições harmônicas severas, a vida útil do transformador pode ser reduzida a um quarto da expectativa normal, conforme observado em [2]. Nesse contexto, surgiram os modelos térmicos para prever a resposta térmica do transformador nesses regimes de trabalho.

Existem duas abordagens principais para a modelagem térmica de transformadores: o método de elementos finitos e o Modelo de Rede Térmica Equivalente (MRTE). O método de elementos finitos é utilizado para analisar a estrutura geométrica complexa

do transformador e discretizá-lo em equações diferenciais, sendo adequado para calcular múltiplos fenômenos acoplados. Por outro lado, o MRTE é baseado em resistências térmicas que dependem das geometrias e propriedades dos materiais do transformador [28]. É importante ressaltar que há duas formas possíveis de aplicação da modelagem: a abordagem acoplada, que soluciona simultaneamente os problemas elétrico, magnético e térmico, mas é menos comum devido às constantes de tempo térmicas serem significativamente maiores do que as elétricas e magnéticas; e a abordagem desacoplada, adotada neste estudo, em que o modelo eletromagnético determina as perdas elétricas e magnéticas, que são utilizadas como dados de entrada para o modelo térmico.

Diferentes abordagens são utilizadas na representação do MRTE. Por exemplo, em [29], propôs-se um modelo para um transformador monofásico, em que o núcleo magnético e as bobinas foram representados, respectivamente, por nós⁽¹⁾ concentrados. Um modelo térmico para um transformador trifásico foi proposto em [30], em que foi considerada a separação do núcleo entre colunas e culatras, mas cada enrolamento foi considerado como um único nó. Já em [31], foi proposto um modelo para um transformador monofásico que considera a divisão do transformador entre enrolamentos, colunas e culatras, mas não se considerou a convecção e a radiação nas áreas internas das janelas do núcleo. Em [28], analisou-se o mesmo tipo de transformador, considerando a radiação e a convecção no interior das janelas do núcleo e as diferentes temperaturas nos enrolamentos, colunas e culatras. No entanto, assumiu-se que as temperaturas dos enrolamentos nas partes internas e externas à janela do núcleo são iguais, mas na prática, elas diferem entre si.

Para uma modelagem térmica precisa de transformadores, é fundamental considerar alguns aspectos. Primeiramente, é necessário levar em conta os efeitos da condução, convecção e radiação térmicas. Além disso, os diferentes componentes do transformador, como enrolamentos, colunas e culatras, devem ser representados com diferentes nós, a fim de que suas temperaturas distintas sejam consideradas. Não se pode desprezar os efeitos da convecção e radiação nas áreas internas das janelas do núcleo, e é essencial que as temperaturas nos enrolamentos sejam representadas por diferentes nós, levando em consideração as partes internas e externas às janelas do núcleo. Por fim, é importante analisar a geometria completa do transformador e não somente fazer uma análise por simetria, já que na prática, o transformador trifásico opera em condições de desequilíbrio de carga.

Nesse contexto, surgiu a motivação para esta pesquisa, com o objetivo principal de propor uma modelagem numérica para transformadores trifásicos que permita analisar a influência das harmônicas nos aspectos elétrico, magnético e térmico, e que contribua para o preenchimento das lacunas identificadas.

⁽¹⁾ Na representação do MRTE cada nó é relacionado a temperatura do componente, ou seja, se o núcleo é considerado como um nó único, assume-se uma única injeção de perdas e, conseqüentemente, a mesma temperatura em todo o núcleo.

A metodologia empregada nesta pesquisa combinará abordagens teóricas e práticas. Primeiramente, a modelagem proposta será validada utilizando dados previamente publicados. Em seguida, um transformador elétrico trifásico comercial será caracterizado e os parâmetros elétricos e magnéticos serão determinados. Serão realizados ensaios em laboratório para avaliar a resposta do transformador à imposição das harmônicas, obtendo assim as respostas elétricas e térmicas. Esses ensaios serão reproduzidos por meio de simulações na modelagem proposta e as perdas elétricas e magnéticas serão calculadas, fornecendo os dados de entrada para o modelo térmico. Com base nas respostas térmicas obtidas e nas perdas calculadas, a modelagem térmica proposta será validada. Por fim, serão apresentadas simulações e análises que considerem a modelagem elétrica, magnética e térmica, com ênfase nas contribuições desta pesquisa.

A escolha pela utilização das harmônicas de tensão ocorreu devido à disponibilidade de uma fonte controlável, possibilitando o controle das amplitudes e fases das harmônicas. A variação desses parâmetros mostrou-se crucial, uma vez que desempenha um papel direto na formação dos laços menores de histerese no núcleo magnético do transformador, influenciando o cálculo das perdas no dispositivo. Além disso, essa abordagem viabilizou a análise de diferentes modelos de histerese.

Este estudo, considerando catálogos de fabricantes de transformadores elétricos a seco, limita-se às estruturas usualmente utilizadas em dispositivos de até 50 kVA. Para potências superiores, as características construtivas particulares de cada equipamento devem ser analisadas com critério.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal desta tese de doutorado é propor um modelo Elétrico, Magnético e Térmico capaz de representar a influência das componentes harmônicas no funcionamento de transformadores elétricos trifásicos.

1.1.1 Objetivos Específicos

1. Revisar o estado da arte da modelagem de transformadores trifásicos;
2. Propor um modelo (elétrico+magnético) para transformadores trifásicos capaz de permitir a análise da influência das harmônicas;
3. Incluir na modelagem um modelo de histerese que represente adequadamente os laços menores de histerese;
4. Propor uma metodologia para a caracterização magnética de transformadores trifásicos;

5. Realizar ensaios com a imposição de componentes harmônicas de tensão ao transformador;
6. Propor um modelo térmico para transformadores trifásicos;
7. Realizar simulações no modelos Elétrico, Magnético e Térmico, propostos.

1.2 ESTRUTURA DA TESE

- Capítulo 1** Introdução: apresenta uma visão geral sobre o tema, identifica os problemas de pesquisa que levaram à motivação desta tese, as justificativas para o trabalho, os objetivos específicos e a metodologia utilizada nesta pesquisa.
- Capítulo 2** Estado da arte: apresenta o estado da arte da modelagem de transformadores. São discutidas as modelagens adotadas na literatura, incluindo as representações dos componentes do transformador e o equacionamento das perdas, tanto no núcleo quanto nos enrolamentos. Além disso, é realizada uma análise da influência das harmônicas nas perdas.
- Capítulo 3** Modelagem do transformador trifásico: aborda a modelagem proposta para o transformador trifásico, com detalhes sobre o equacionamento utilizado e sua discussão. Além disso, é apresentada a validação da modelagem proposta com base em publicações de referência.
- Capítulo 4** Caracterização do transformador trifásico: apresenta a metodologia desenvolvida para a caracterização magnética de transformadores elétricos trifásicos. Inicialmente, são descritos os equipamentos utilizados para a realização dos ensaios de caracterização. Na sequência, é detalhada a metodologia utilizada para a obtenção das curvas de histerese do núcleo do transformador. Em seguida, um transformador trifásico foi caracterizado com a metodologia proposta, e os resultados foram validados com um equipamento de referência.
- Capítulo 5** Simulações e ensaios no transformador: aborda as simulações e os ensaios realizados no transformador com a aplicação das harmônicas. Primeiramente, são discutidas as influências das amplitudes e fases das componentes harmônicas nas perdas. Em seguida, são apresentados os ensaios realizados com a imposição das harmônicas, e as respostas elétricas e térmicas do transformador são analisadas e discutidas.
- Capítulo 6** Modelagem térmica do transformador: apresenta a proposta de modelagem térmica para o transformador, com a discussão dos mecanismos de troca de calor. Além disso, a resposta térmica obtida no Capítulo 5 é utilizada para validar o modelo térmico proposto.

Capítulo 7 Simulações com o modelo Elétrico Magnético Térmico: apresenta as simulações realizadas no modelo completo do transformador, considerando a modelagem proposta no Capítulo 3, a metodologia de caracterização magnética do Capítulo 4 e a modelagem térmica do Capítulo 6. Diferentes condições de operação são simuladas e as respostas elétricas e térmicas são analisadas. As principais contribuições do modelo proposto são apresentadas e discutidas.

Capítulo 8 Conclusões: apresenta as considerações finais deste trabalho, a partir de uma síntese dos tópicos discutidos nos capítulos anteriores. São destacados os principais resultados obtidos e as contribuições da pesquisa para a área de modelagem e caracterização de transformadores. Além disso, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros, com a intenção de dar continuidade a esta pesquisa. Por fim, são listadas as publicações realizadas como resultado deste estudo.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE

Este capítulo apresenta o estado da arte da modelagem de transformadores elétricos para aplicações em eletrotécnica. Inicialmente, são apresentadas e discutidas as abordagens mais usuais, suas vantagens, desvantagens e aplicações. Na sequência, as representações dos componentes do transformador e o equacionamento das perdas no núcleo e nos enrolamentos são apresentadas. Por fim, uma análise da influência das componentes harmônicas nas perdas elétricas do transformador é realizada.

2.1 MODELAGEM DE TRANSFORMADORES ELÉTRICOS

Uma visão cronológica dos primeiros estudos sobre a modelagem de transformadores elétricos é apresentada em [32], tendo seu início com um modelo baseado na autoindutância e indutância mútua, proposto por Rabins (1956) e seguido de Fergestad e Henriksen (1974). Nesse modelo, fórmulas eram usadas para calcular as autoindutâncias e indutâncias mútuas dos enrolamentos, sendo que a instabilidade das equações, proveniente das correntes de excitação de baixa magnitude, já era relatado. A solução para esse problema foi proposta, posteriormente, por McNutt (1974) e Degenoff (1977), em que era realizada a subtração do fluxo mútuo no cálculo das indutâncias.

A modelagem com base na indutância de dispersão foi proposta inicialmente por Blume (1951) e aprimorada por McWhirter (1957), Shipley (1963) e Dommel (1975). Em 1982, Brandwajn apresentou a aplicação em um transformador trifásico multi enrolamentos. O modelo representava adequadamente o transformador em condições de carga e curto-circuito, mas o comportamento do núcleo não era adequadamente modelado.

A modelagem baseada na dualidade foi introduzido por Cherry (1949) e generalizado por Slemon (1953). O núcleo pôde ser modelado de forma precisa, mas as indutâncias de dispersão, determinadas diretamente do fluxo de dispersão negligenciando a espessura dos enrolamentos, não eram corretamente representadas. A solução para esse problema foi apresentada posteriormente por Edelmann (1959) e Krahenbuhl (1983), em que foi considerado o campo magnético como axial. Em 1991, Arturi usou esta abordagem na modelagem de um transformador trifásico na condição de forte saturação.

Vários autores propuseram modelos baseadas em medições de alta frequência. Em 1979, D'Amore usou na análise de surtos de tensão, Dick (1981) e Su (1990) usaram para estudos de transitórios. No entanto, a limitação dessa modelagem já era relatada, em que a resposta dos modelos só podia ser garantida para o transformador específico ensaiado.

Analisando os trabalhos mencionados, percebe-se que a busca por modelos para a representação de transformadores é morosa, pois os transformadores estão sujeitos a interação dos campos elétricos e magnéticos em diferentes meios, por possuírem diferentes tipos de núcleos magnéticos e ainda pelo fato de alguns dos seus parâmetros serem não lineares e dependentes da frequência [33, 34]. Quando almeja-se analisar transformadores trifásicos a modelagem é ainda mais complexa, pois a resposta varia entre as fases e os enrolamentos [26].

Um modelo único capaz de reproduzir o comportamento do transformador em todas as condições de operação não existe [33]. No entanto, uma vasta gama de modelos e técnicas de modelagem pode ser encontrada na literatura. Vários modelos para transformadores são apresentados em [26, 35], sendo classificados de acordo com a frequência elétrica de análise desejada. Uma abordagem mais generalizada, proposta em [36], divide os modelos em três categorias: *black-box*; *white-box* e *gray-box*.

2.1.1 Modelo Black-Box

O Modelo *Black-Box* (MBB) busca representar o comportamento de entrada/saída do dispositivo por meio da análise da excitação e resposta terminal do transformador. Nessa abordagem, o dispositivo é considerado um sistema desconhecido internamente e um modelo matemático é elaborado para representar sua resposta [37]. Diferentes métodos matemáticos são usados para ajustar o comportamento terminal do equipamento em relação às medições de campo [36].

O MBB é geralmente usado em aplicações envolvendo médias e altas frequências, não sendo popular na representação de transitórios em baixa frequência [36]. Um exemplo de aplicação é o modelo BCTRAN, comumente usado na análise de transitórios eletromagnéticos. Esse modelo é baseado no cálculo da matriz inversa das indutâncias de dispersão a partir de testes nos terminais do transformador [38]. A modelagem *Black-Box* apresenta algumas desvantagens como, por exemplo:

- Não possuir nós internos para conectar os ramos de magnetização, por isso esse fenômeno não é corretamente considerado [38];
- O acoplamento entre as fases e as características terminais do transformador são consideradas. Entretanto, não são consideradas as diferenças na topologia do núcleo ou enrolamento, já que todas recebem o mesmo tratamento matemático [38];

- Problemas de precisão podem ocorrer, pois a matriz de impedância pode ficar mal condicionada [34];
- O modelo obtido só pode ser garantido para o equipamento analisado [32];
- Essa modelagem não fornece informações do comportamento interno do transformador e não é um modelo geral para todas as condições de operação [36];
- Por ser uma modelagem puramente matemática de relação entrada/saída, o modelo pode conter indutâncias negativas, que não representam qualquer identificação física com os elementos de circuito [38]. Essas indutâncias negativas, quando deseja-se analisar transitórios, provocam oscilações numéricas nas análises.

Um exemplo de aplicação do MBB é apresentado em [39], sendo que o modelo foi concebido por intermédio de medições com varredura na frequência. Os valores medidos de tensão e corrente, que são usados na determinação da matriz admitância de dispersão, foram associados aos testes de curto-circuito e circuito aberto. Nessa abordagem, segundo os autores, tem-se uma melhora na resposta do modelo em frequências abaixo de 10 kHz.

2.1.2 Modelo White-Box

O Modelo *White-Box* (MWB) é geralmente construído com componentes básicos de circuitos elétricos como resistores, indutores e capacitores. Esses componentes são relacionados às partes físicas da estrutura do transformador e possuem algum significado físico. Esse modelo, que é baseado no conhecimento das geometrias e propriedades internas do equipamento, pode representar o comportamento eletromagnético do transformador em diferentes frequências e condições de operação [36].

Um exemplo convencionalmente utilizado nessa representação é a dualidade, que consiste na conversão de uma rede de relutâncias em um circuito elétrico. Essa rede é criada pela conexão das relutâncias correspondentes aos caminhos do fluxo magnético no transformador, sendo que para cada condição de operação (aberto, normal e forte saturação), um circuito é criado. Essa abordagem resulta em modelos que incluem o efeito da saturação em cada segmento individual do núcleo, o acoplamento magnético entre fases e o efeito da dispersão. No circuito magnético equivalente os enrolamentos são representados com fontes de força magnetomotriz, os caminhos de dispersão com relutâncias lineares e o núcleo magnético com relutâncias não-lineares [34].

A vantagem dessa modelagem é permitir uma análise detalhada das sobretensões internas, das distribuições do fluxo magnético e da previsão das correntes de Foucault nas regiões do transformador [36]. Entretanto, ela apresenta algumas desvantagens:

- São necessárias as dimensões e detalhes do projeto do transformador, sendo que tais informações são quase que sempre mantidas em segredo pelos fabricantes, devido a questões comerciais [32,36];
- Existem vários modelos obtidos pelo princípio da dualidade, mas o comportamento terminal muitas vezes não é considerado [38];
- Com o uso da dualidade o núcleo pode ser modelado de forma relativamente precisa. Contudo, as indutâncias de dispersão, derivadas diretamente do fluxo disperso negligenciando a espessura do enrolamento, não são corretamente representadas [32];
- Os modelos derivados da dualidade melhor representam os fenômenos transitórios. Todavia, não se atentam ao comportamento visto dos terminais e geralmente, existe uma incompatibilidade com as medições terminais de dispersão [35].

Como exemplo da utilização do MWB tem-se [16], em que foi proposto um modelo para transformadores monofásicos baseado em equações de estado. O circuito magnético equivalente do núcleo foi calculado por meio da permeabilidade diferencial, sendo incluídos a histerese e os efeitos das correntes de Foucault. As correntes de Foucault foram representadas por resistores não lineares dependentes da topologia do núcleo, já a histerese foi representada tanto por uma curva de magnetização quanto pelo modelo de Jiles-Atherton. Esse modelo apresentou bons resultados na análise de perdas, sendo que uma abordagem similar, aplicada em transformadores trifásicos, foi proposta em [17].

Outro MWB para transformadores monofásicos e trifásicos, que deriva do princípio da dualidade, foi proposto em [18]. Entretanto, nesse modelo, é necessário conhecer com detalhes as informações geométricas e os parâmetros dos enrolamentos. Em [19], foi proposto um modelo em alta frequência para transformadores monofásicos e trifásico baseado na dualidade. Esse modelo inclui os efeitos das corrente de Foucault nos enrolamentos e no núcleo, sendo que o núcleo é representado por um circuito equivalente Cauer. Um MWB para transformadores com múltiplos enrolamentos foi proposto em [20]. O modelo abrange as capacitâncias nos enrolamentos e núcleo, a variação da resistência com a frequência e as indutâncias de dispersão. Os parâmetros do modelo são calculados utilizando fórmulas baseadas nas geometrias do equipamento e nas propriedades do material. Sendo assim, nessa abordagem, é necessário conhecer as informações detalhadas sobre a construção do transformador.

2.1.3 Modelo Gray-Box

O Modelo *Gray-Box* (MGB) foi criado pela junção entre o MBB e MWB, sendo considerado o mais prático e preciso. A topologia e a estrutura dos componentes são derivadas do MWB e os parâmetros do modelo são estimados por medições terminais (MBB).

Essa modelagem é considerada a mais adequada, pois supera as limitações relacionadas ao acesso as informações de construção e dos materiais do transformador [36]. Entretanto, o principal desafio é estimar os parâmetros a partir das medições terminais.

Um exemplo de aplicação do MGB é apresentada em [32], em que é proposto um modelo para transformador trifásico, derivado do princípio dualidade e da medição da indutância de dispersão, para a análise de transitórios em alta frequência. O modelo considera as capacitâncias entre espiras, as capacitâncias do núcleo para a terra e as perdas por correntes de Foucault no núcleo e nos enrolamentos. Nesse modelo, a não linearidade do núcleo foi representada com uma equação do fluxo em função da corrente.

Uma abordagem de modelagem de transformadores para frequências de até 5 kHz foi proposta em [21,22]. Nesta abordagem, o núcleo foi modelado com base na dualidade e as dispersões foram representadas por meio de uma matriz de admitância. Para modelar o núcleo, foi utilizada uma curva anistérica representada pelo paralelo de um resistor e um indutor saturável. Além disso, o efeito capacitivo entre as bobinas, o tanque e o núcleo foi considerado. Para representar a dependência da frequência nos enrolamentos, foi utilizado um circuito equivalente Foster de segunda ordem. O modelo foi aplicado em casos de regime permanente e na análise de *Inrush*.

Outra abordagem de MGB, proposta em [23], é aplicável a transformadores trifásicos com núcleo assimétrico. Nesse modelo, a topologia do núcleo é representada pela dualidade, enquanto os parâmetros elétricos são obtidos por meio de ensaios de curto-circuito e circuito aberto. O modelo se baseia no fluxo magnético e na força magnetomotriz, utilizando um modelo escalar de histerese para representar cada seção do núcleo separadamente. Já em [35], um modelo dual de transformador monofásico para a análise de transitórios de baixa frequência foi proposto. O modelo combina o circuito equivalente terminal com o modelo obtido pelo princípio da dualidade. Embora tenham sido obtidos bons resultados nas análises de corrente de *Inrush*, ferromressonância e GIC (Correntes Induzidas Geomagneticamente), o modelo proposto em [35] é válido apenas para transformadores monofásicos com dois enrolamentos.

Um modelo com base na dualidade para a análise de transitórios em média e baixa frequência foi proposto em [24,25]. Foram incorporados no modelo as não linearidades do núcleo e do tanque, as indutâncias de dispersão, as correntes de Foucault, as capacitância dos enrolamentos, a dependência da frequência das resistências dos enrolamentos (com um circuito equivalente Foster) e as blindagens eletromagnéticas do tanque. A histerese foi representada com uma versão modificada do modelo de Preisach. Esse modelo foi validado em testes de ferromressonância e GIC.

Por fim, em [26], foi proposto um modelo de transformador trifásico, baseado na dualidade, para a análise de transitórios em baixa frequência. Os parâmetros do modelo foram obtidos por meio de medições terminais e das dimensões físicas e características do núcleo magnético. O modelo apresentou bons resultados na análise de *Inrush*, curto-circuito

e nas condições de operação em circuito aberto e com carga.

Analisando os modelos apresentados, percebe-se que não se pode concluir definitivamente sobre a melhor representação para um transformador trifásico. Todavia, é consenso que a modelagem deve considerar a topologia do núcleo, incluindo os efeitos das correntes de Foucault, histerese, saturação e a representação das indutâncias de dispersão. Já as capacitâncias devem ser incluídas na análise de transitórios em alta frequência.

2.2 MODELAGEM DOS PRINCIPAIS ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DO TRANSFORMADOR

Na literatura, encontram-se diversas abordagens para a representação dos elementos construtivos de um transformador, cada uma mais apropriada para determinadas análises. Por exemplo, para análises de *Inrush* e GIC, é possível representar o núcleo magnético com uma indutância linear por partes, com duas inclinações, enquanto as indutâncias e resistências dos enrolamentos podem ser representadas com parâmetros concentrados. A representação do tanque é crucial, mas os efeitos capacitivos podem ser negligenciados [36]. Já para a análise de ferrorressonância, ao contrário da análise de *Inrush*, o núcleo magnético deve ser representado por uma histerese dinâmica [40], e a representação dos efeitos capacitivos passa a ser importante [36].

Nesse contexto, para a análise em regime permanente sob a influência de harmônicas, que é o foco desta pesquisa, os componentes construtivos ativos relevantes são o núcleo magnético e os enrolamentos. Portanto, será apresentada uma visão geral somente da modelagem desses dois componentes, não sendo realizada nenhuma consideração sobre isolantes, óleos, blindagens, tirantes, buchas, carcaça e demais constituintes de um transformador convencional.

2.2.1 Enrolamentos

A obtenção dos parâmetros dos enrolamentos pode ser realizada pelo ensaio de curto-circuito. Nesse ensaio, as perdas e as dispersões de cada enrolamento são representadas por, respectivamente, uma resistência e uma reatância de dispersão. Outra abordagem comumente utilizada é a medição da resistência em Corrente Contínua (CC) dos enrolamentos. Nesse caso, além da componente CC, é necessário considerar a dependência da frequência, uma componente em Corrente Alternada (CA) devido às correntes de Foucault e o efeito pelicular [41]. A Equação 2.1 apresenta um exemplo dessa representação.

$$R = R_{cc} + R_{ca} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{m'} \quad (2.1)$$

Em que R_{cc} é a componente CC do enrolamento, R_{ca} é a componente CA do enrolamento, f_0 é a frequência nominal e m' é um fator entre 1,2 e 2 ⁽¹⁾. Embora seja mencionada a necessidade da inclusão do efeito pelicular, sua representação em frequências abaixo de 1 kHz é pouco relevante, conforme apresentado na Figura 2.1. A referida figura apresenta o comparativo da variação da densidade de corrente normalizada $\left(\frac{J(r)}{J(r_0)}\right)$ com o raio ($r_0 = 1,5 \text{ mm}$) de um condutor de cobre (Figura 2.1(a)) e um de alumínio (Figura 2.1(b)).

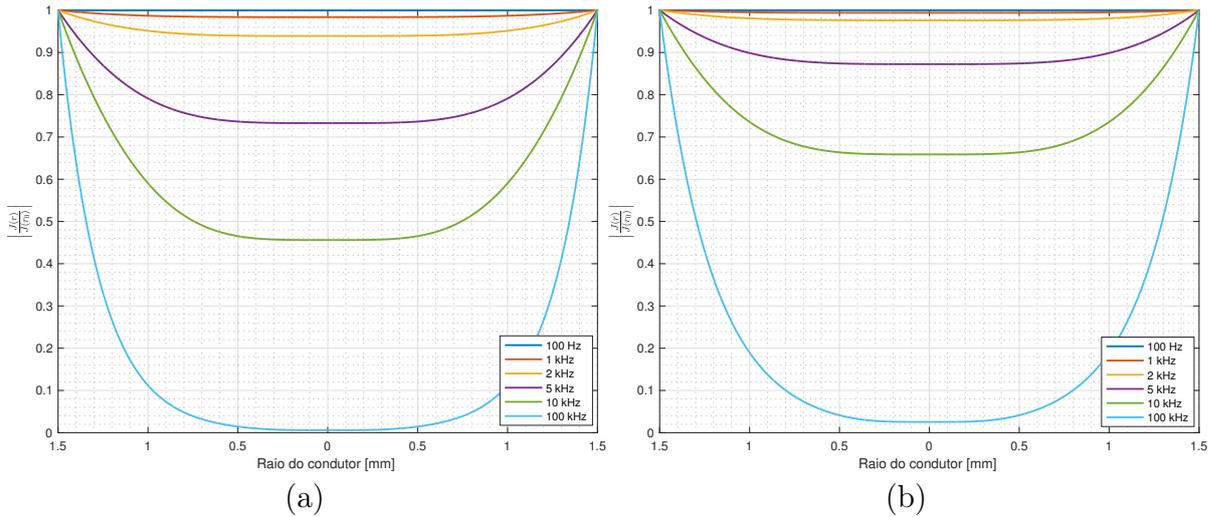


Figura 2.1 – Distribuição da densidade de corrente em um condutor. (a) De cobre. (b) De alumínio [42].

Além das abordagens apresentadas anteriormente, outra forma de representar os enrolamentos é por meio do circuito Foster, como ilustrado na Figura 2.2. Esse circuito é capaz de representar com precisão as resistências e indutâncias de dispersão dos enrolamentos durante transitórios de média e baixa frequência [41]. Para obter os parâmetros desse circuito, é necessário realizar um teste de resposta em frequência e aplicar um procedimento de ajuste. É importante destacar que uma correção no valor da resistência para a temperatura deve ser aplicada. Embora o circuito Foster precise ter uma ordem infinita para reproduzir precisamente o comportamento do enrolamento em todas as frequências, em estudos práticos, um modelo série de ordem 3 já é suficiente para apresentar bons resultados [34].

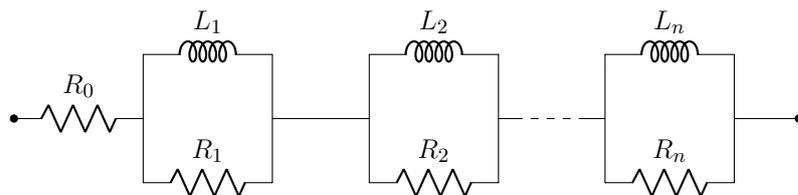


Figura 2.2 – Representação do circuito Foster [41].

⁽¹⁾ O valor de m' é provenientes de procedimentos experimentais propostos em [41]

2.2.2 Núcleo magnético

A relação entre a indução magnética (B) e o campo magnético (H) é comumente utilizada para descrever o comportamento do núcleo magnético [34]. Dentre as abordagens mais utilizadas nessa representação, destacam-se a curva de magnetização, os modelos de histerese, o circuito Cauer e a curva anisterética.

2.2.2.1 Modelos de histerese

Muitas tentativas de modelar os laços de histerese ferromagnética utilizam curvas ajustadas que desconsideram o comportamento físico do material [43]. Por outro lado, métodos micromagnéticos têm uma base física rigorosa, mas consomem muito tempo para serem úteis em aplicações macroscópicas de materiais usados na engenharia. Por isso, busca-se soluções intermediárias, ou seja, modelos capazes de relacionar os parâmetros microestruturais às respostas macroscópicas do material.

Para caracterizar um material magnético, o modelo deve ser capaz de traçar não apenas o laço principal, mas também as inúmeras curvas associadas, ilustradas na Figura 2.3. O laço principal de histerese é aquele que forma a envoltória da curva BH, invertendo a tendência de variação somente nas extremidades, enquanto qualquer outro laço fechado no interior do laço principal é chamado de laço menor, tendo distinção entre laços menores simétricos e assimétricos [43].

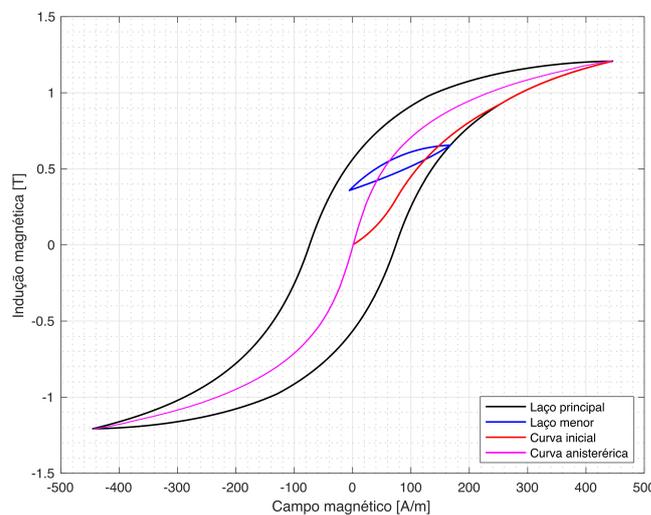


Figura 2.3 – Diferentes tipos de curva de magnetização e laços de histerese.

Na modelagem do transformador a histerese é um dos fenômenos mais complicados de se modelar, em razão da não linearidade e da dependência da frequência. A histerese pode ser causada por diferentes fenômenos como, por exemplo, devido à interação entre os domínios magnéticos, à anisotropia⁽²⁾ do material e às forças de atrito internas causadas por imperfeições, deslocamentos e impurezas [43].

⁽²⁾ Um material é anisotrópico se suas propriedades variam de acordo com a direção em que são medidas.

A modelagem da curva BH de um material magnético pode ser dividida entre os modelos estáticos e dinâmicos. No modelo estático busca-se reproduzir o laço principal de histerese, bem como prever laços menores simétricos ou assimétricos. A abordagem mais comum é a utilização de uma resistência em paralelo com um indutor saturável. Entretanto, nesse caso, o valor da resistência deve ser ajustada para diferentes níveis de excitação. Modelos mais realísticos e mais complexos, são os modelos de histerese dependentes do histórico, como o de Preisach [36].

No modelo dinâmico, procura-se individualizar as perdas para diferentes frequências e tensões. Com essa abordagem, a área do laço de histerese aumenta com o aumento da frequência e da tensão. O modelo pode ser representado a partir das contribuições de todos os atributos de magnetização, sendo que cada componente de campo magnético pode ser dividido em três contribuições: histerese, perdas por correntes induzidas, chamadas de correntes de Foucault e perdas excedente [36].

Dois modelos de histerese que foram implementados na modelagem proposta são apresentados a seguir, sendo eles o modelo de Jiles-Atherton e o Modelo G, que é um novo modelo de histerese desenvolvido no GRUCAD [44].

2.2.2.1.1 Modelo de histerese de Jiles-Atherton

O modelo de histerese de Jiles-Atherton (JA) foi desenvolvido como uma tentativa de criar um modelo quantitativo de histerese baseado em uma formulação macromagnética. O modelo descreve materiais policristalinos⁽³⁾ por meio do movimento das paredes e rotação de domínios magnéticos como o principal processo de magnetização. A teoria se desenvolve a partir de uma equação para representação da curva anisterética. A energia por unidade de volume E' , de um domínio típico com momentos magnéticos por unidade de volume \mathbf{m} e um campo magnético interno \mathbf{H} é dada por [43]

$$E' = -\mu_0 \mathbf{m} \mathbf{H}. \quad (2.2)$$

A energia total do material ferromagnético deve considerar o acoplamento entre os domínios, sendo

$$E' = -\mu_0 \mathbf{M} \mathbf{H}_e. \quad (2.3)$$

Em que

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \alpha \mathbf{M} \quad (2.4)$$

e α é um parâmetro de campo médio que representa o acoplamento entre os domínios. A resposta da magnetização \mathbf{M} , na direção do campo aplicado, para o campo efetivo \mathbf{H}_e é

$$\mathbf{M} = M_s f(\mathbf{H}_e), \quad (2.5)$$

⁽³⁾ Materiais constituídos de uma infinidade de cristais, denominados grãos, com orientações cristalográficas e dimensões aleatórias, fortemente unidos entre si, que preenchem todo o volume do sólido.

em que M_s é a magnetização de saturação e f é uma função arbitrária que assume valor zero quando \mathbf{H}_e é zero e um quando \mathbf{H}_e tende ao infinito. Para o caso de materiais ferromagnéticos isotrópicos, uma função que obedece esses critérios foi apresentada por Jiles e Atherton, sendo ela chamada de função modificada de Langevin (Equação 2.6). Nessa equação, a é uma constante com dimensões de campo magnético.

$$M = M_s \left[\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right) \right] \quad (2.6)$$

Nessa etapa, a histerese é introduzida apenas pela interação do parâmetro α . Quando α é pequeno, M terá um valor único e a curva anisterética é representada. Um valor suficientemente alto de α é capaz de gerar o laço de histerese, mas irá gerar magnetização espontânea.

O modelo de JA pode ser mais realístico considerando o efeito do atrito durante o deslocamento das paredes dos domínios. As forças de atrito surgem devido à fixação ou grampeamento (*pinning*⁽⁴⁾) das paredes, quando se deslocam em locais com “defeitos” dentro do material ferromagnético como, por exemplo, impurezas e as bordas dos grãos, que, conseqüentemente, causam forças opostas que resistem a qualquer mudança na magnetização. Para representar a energia perdida pela fixação e desafixação das paredes, um termo adicional é introduzido no modelo.

Supondo que a energia de fixação por unidade de volume seja ϵ_p e se houver n locais de fixação, a energia perdida ao mover um domínio a 180° com área de superfície A pela distância dx é

$$dE'_p = \mu_0 n \epsilon_p A dx, \quad (2.7)$$

enquanto que a variação do momento magnético será

$$dM = 2M_s A dx. \quad (2.8)$$

Então, o volume distribuído nos locais de fixação dE'_p será proporcional à variação do momento magnético. Portanto,

$$dE'_p = k dM, \quad (2.9)$$

em que k é um parâmetro microestrutural proporcional a energia e a densidade dos locais de fixação. Assumindo $k = 0$, não há fixação e as paredes dos domínios podem se mover livremente. Considerando a isotropia no modelo e se α for pequeno, a histerese será eliminada e a curva possuirá um valor único dado pela Equação 2.6, que representará a curva anisterética.

A energia do material é então igual à energia fornecida ao material se este fosse anisterético, subtraindo a energia perdida na superação dos locais de fixação. De modo

⁽⁴⁾ Os pontos de fixação (*pinning*) no material atuam para interromper o movimento da parede, conseqüentemente, exigindo uma maior quantidade de energia para superar essas barreiras.

que o balanço energético será

$$\mu_0 \int M_{irr}(H)dH_e = \mu_0 \int M_{an}(H)dH_e - \mu_0 \int k \left(\frac{dM_{irr}}{dH_e} \right) dH_e. \quad (2.10)$$

Está equação descreve apenas as alterações na magnetização irreversível M_{irr} . É necessário adicionar uma componente de magnetização reversível, devido à curvatura da parede dos domínios, sendo

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}), \quad (2.11)$$

em que c é uma constante. Assim, a magnetização total será

$$M = M_{rev} + M_{irr}. \quad (2.12)$$

O modelo de JA é então definido por

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H) - M_{irr}(H)}{\delta k - \alpha(M_{an}(H) - M_{irr}(H))}, \quad (2.13)$$

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right), \quad (2.14)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + \frac{dM_{rev}}{dH}, \quad (2.15)$$

em que δ é um parâmetro direcional igual a $+1$ para valores crescente de H e -1 para valores decrescentes de H .

Esse modelo utiliza cinco parâmetros físicos que descrevem as curvas de magnetização, sendo eles a magnetização de saturação M_s , a densidade de fixação dos locais k , a interação entre os domínios α , a que trata dos aspectos térmicos e c que determina a componente de magnetização reversível. Uma abordagem para a determinação experimental desses parâmetros é apresentada em [45].

2.2.2.1.2 Modelo G de histerese

O modelo G de histerese é baseado em equações que descrevem analiticamente o laço externo de histerese. Nesse modelo, é necessário apenas um único laço de histerese experimental em que a saturação é atingida para determinar seus parâmetros [44]. Com esse laço de histerese, é possível definir as curvas externas ascendente e descendente utilizando diferentes abordagens. Diversas funções foram testadas para a representação do laço externo, sendo que as funções descritas na Tabela 2.1 proporcionaram os melhores resultados [46].

Tabela 2.1 – Funções sigmoides e suas derivadas [46].

Funções	Expressões	Derivadas
Transferência de Elliot	$f_1(h) = \frac{a_1(h)}{c_1 + b_1 h }$	$\frac{df_1(h)}{dh} = \frac{a_1}{c_1 + b_1 h } - \frac{a_1 b_1 h^2}{ h (c_1 + b_1 h)^2}$
Langevin	$f_2(h) = a_2 \left(\cotg\left(\frac{h}{b_2}\right) - \frac{b_2}{h} \right)$	$\frac{df_2(h)}{dh} = \frac{a_2 b_2}{h^2} - \frac{a_2}{b_2} \left(\cotg\left(\frac{h}{b_2}\right)^2 - 1 \right)$
Exponencial	$f_3(h) = a_3 (1 - e^{-b_3 h})$	$\frac{df_3(h)}{dh} = a_3 b_3 e^{-b_3 h }$

Ao utilizar essas funções na representação de um ciclo, tem-se a indução magnética nula quando o campo magnético é nulo. Então, para representar o laço externo, as curvas são deslocadas para a esquerda (subtraindo) ou direita (adicionando) o campo coercitivo. Para determinar os parâmetros de cada função, o erro médio quadrático entre a resposta da função e o resultado experimental é minimizado por um algoritmo de busca. Com os parâmetros das funções, o modelo recebe como entrada os pontos da curva ajustada e da sua respectiva derivada numérica [46].

Considerando uma variação crescente do campo magnético (de a para b na Figura 2.4(a)), é necessário determinar o ângulo em cada passo dentro do ciclo. No ponto H_a , o ângulo β_a está relacionado ao ramo ascendente com inclinação β_i , entretanto não mantém a mesma derivada e a inclinação deve ser menor [44].

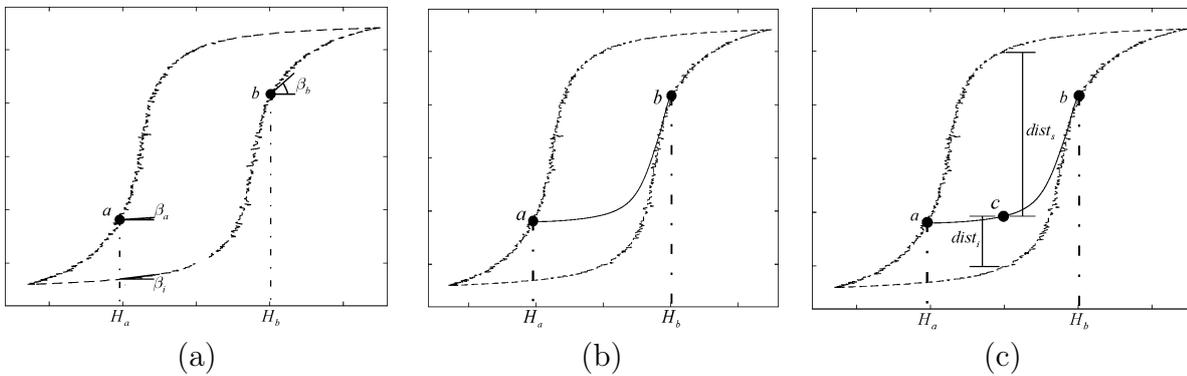


Figura 2.4 – Laço de histerese para definição do Modelo G. (a) Identificação dos pontos a e b . (b) Evolução da indução magnética internamente ao laço de histerese para $p_a = 0,3$ e $p_b = 0,9$. (c) Ângulos e distâncias normalizadas entre a e b [44].

A escolha da angulação em cada ponto é realizada ponderando-se a inclinação do ramo com um fator p_a , sendo $\beta_a = p_a \beta_i$. No ponto b , o mesmo procedimento é realizado, no entanto, a inclinação é muito próxima a da própria curva β_i . Neste caso, p_b é definido no ponto b , podendo ser próximo a 1 e é definido por $\beta_b = p_b \beta_i$. A evolução de B , em função de H , parte de uma inclinação pequena em H_a e torna-se tangente a curva BH no ponto b . Desse ponto em diante, o crescimento de H e B segue o ramo ascendente conforme ilustrado na Figura 2.4(b).

Determinados os parâmetros p_a e p_b , são estabelecidas as ponderações nas extremidades. A alternância de p_a e p_b se estabelece com uma variação linear. Na Figura 2.4(c), é definido um ponto c que está distante ($dist_s$) do ramo descendente e ($dist_i$) do ramo ascendente. Com as distâncias definidas, pode-se calcular a distância normalizada d_i por

$$d_i = \frac{dist_i}{dist_i + dist_s}, \quad (2.16)$$

e d_s por

$$d_s = \frac{dist_s}{dist_i + dist_s}. \quad (2.17)$$

Com essas definições pode-se descrever uma variação linear do parâmetro p , indo de p_a no ponto a à p_b no ponto b , dependendo das distâncias d_i e d_s . Para o ramo ascendente tem-se

$$p = (p_a - p_b) d_i + p_b, \quad (2.18)$$

e para o descendente

$$p = (p_a - p_b) d_s + p_b. \quad (2.19)$$

A literatura já estabeleceu que o modelo de JA não é suficiente para representar com precisão os laços menores de histerese, exigindo algumas mudanças para a sua correta representação [46]. Para abordar essa questão, uma proposta foi feita por [47], introduzindo um fator dissipativo adicional nas equações de JA, que limita a taxa de variação da magnetização. Nesse contexto, a ocorrência de laços menores foi considerada uma perturbação em torno do estado magnético do material, com o processo de magnetização sendo considerado reversível. Como a magnetização total é composta por componentes reversíveis e irreversíveis, o parâmetro R (que é uma função de H e B) foi introduzido como uma limitação para a taxa de variação da componente irreversível M_{irr} , com o objetivo de associá-lo às perdas.

O modelo G, como mencionado anteriormente, também sofre do problema de representar com precisão os laços menores. No entanto, uma estratégia foi proposta para a sua representação, que consiste em monitorar continuamente o campo magnético para detectar possíveis reversões. Quando uma reversão ocorre, os valores de campo magnético e indução magnética são armazenados (ponto P_1 na Figura 2.5(a)). Se o campo magnético não atingir o ramo descendente do laço externo e houver outra reversão, um laço menor é detectado (ponto P_2 na Figura 2.5(a)), e os valores nos pontos P_1 e P_2 são armazenados.

Para obter a curva descendente entre os pontos P_1 e P_2 , é utilizado o mesmo procedimento descrito anteriormente para o laço externo. Uma função de segundo grau é utilizada para descrever a trajetória de retorno à medida que o campo magnético volta a crescer, com base nos pontos (H_1, B_1) e (H_2, B_2) . A terceira informação necessária é melhor explicada pela Figura 2.5(b), em que o ângulo α_1 é obtido pelo segmento de chegada 1 e a linha reta entre os pontos P_1 e P_2 . O mesmo ângulo α_1 é aplicado em P_2 para a curva

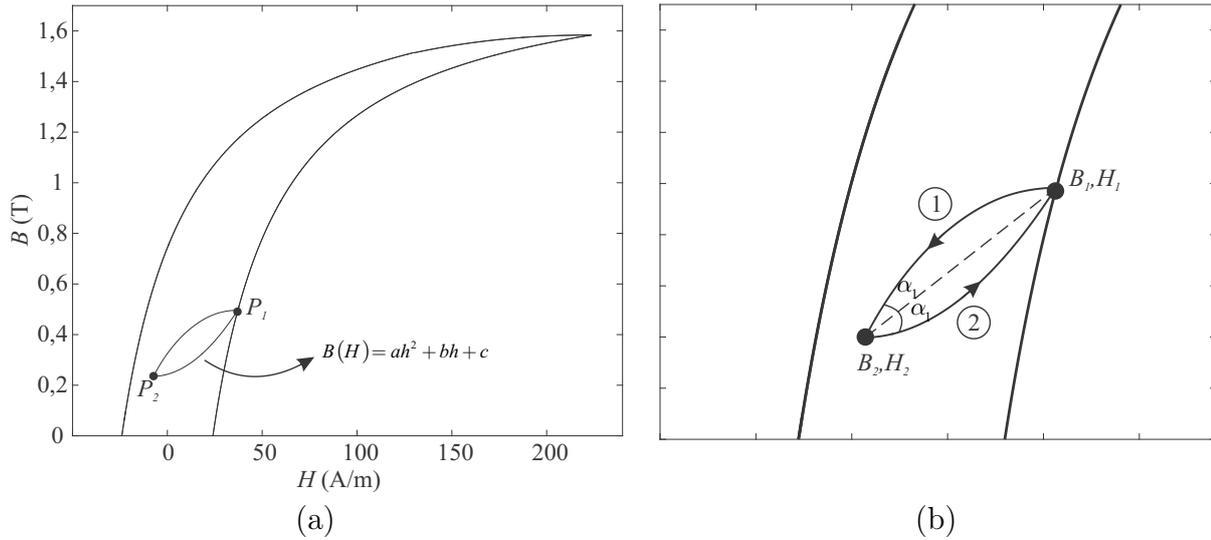


Figura 2.5 – Representação dos laços menores. (a) Pontos armazenados e equação de segundo grau. (b) Considerações sobre o ângulo de partida [44].

2, fornecendo a derivada da função de segundo grau naquele ponto. Caso a derivada seja negativa, um ângulo positivo muito pequeno é imposto. Com esses dois pontos e a derivada no ponto 2, têm-se os elementos necessários para traçar uma trajetória entre esses pontos armazenados, resolvendo o seguinte sistema e encontrando os coeficientes.

$$\begin{cases} B(P_1) = aH_1^2 + bH_1 + c \\ B(P_2) = aH_2^2 + bH_2 + c \\ \frac{dB(P_2)}{dH_2} = 2aH_2 + b \end{cases} \quad (2.20)$$

O modelo G de histerese apresentado anteriormente é de aplicação direta, ou seja, é imposto um campo magnético e como saída tem-se a indução magnética. No entanto, na modelagem proposta para o transformador, a tensão (indução magnética) é imposta, o que requer a inversão do modelo G. Embora o trabalho original em [44] aborde apenas o modelo direto, em [48], foi proposto um método inicial para a inversão do modelo G. Esse método utiliza a Equação 2.21, em que ν_i representa a relutividade no instante anterior do passo de tempo [49]. O algoritmo utilizado na modelagem proposta está disponível no Anexo A.

$$H_{(i+1)} = \nu_i (B_{(i+1)} - B_i) + H_i \quad (2.21)$$

O algoritmo é capaz de calcular o valor de $H_{(i+1)}$ tanto para pontos internos quanto para pontos pertencentes ao laço maior de histerese. Na Figura 2.5(a), a equação da reta foi substituída por $H(B) = aB^2 + bB + c$, e o sistema de equações lineares da Equação 2.20 foi modificado para o da Equação 2.22.

$$\begin{cases} H(P_1) = aB_1^2 + bB_1 + c \\ H(P_2) = aB_2^2 + bB_2 + c \\ \frac{dH(P_2)}{dB_2} = 2aB_2 + b \end{cases} \quad (2.22)$$

2.3 CÁLCULO DAS PERDAS EM TRANSFORMADORES

As perdas elétricas em transformadores são geralmente classificadas em perdas com carga e perdas sem carga. As perdas sem carga ocorrem quando o transformador é energizado com tensão nominal, mas os terminais da carga estão em aberto. Nesse caso, todo o fluxo está presente no núcleo e somente o fluxo da corrente de excitação está presente nos enrolamentos. As perdas são predominantemente do núcleo, devido à histerese e às correntes de Foucault produzidas pelo fluxo variante no tempo.

Já as perdas com carga são classificadas como perdas RI^2 e dispersas. A perda RI^2 é devido ao efeito Joule produzido pela circulação de corrente nos enrolamentos. As perdas dispersas são produzidas principalmente pelas correntes de Foucault induzidas pelo fluxo disperso ao encontrar objetos metálicos, como as paredes do tanque, braçadeiras e estruturas de escoramento. Embora esses objetos possam ser feitos de material ferromagnético, suas dimensões são tão pequenas que as perdas dispersas tendem a ser uma pequena fração das totais. No entanto, elas podem causar aquecimento localizado e comprometer o funcionamento do transformador. Atualmente, métodos como o de elementos finitos e de elementos de contorno têm facilitado os cálculos das perdas devido ao fluxo disperso em geometrias complexas. No entanto, esses métodos ainda não são rotineiros, pois exigem dados construtivos detalhados do equipamento [50].

2.3.1 Perdas nos enrolamentos

Uma abordagem para o cálculo das perdas nos enrolamentos é apresentada em [50]. O autor parte da premissa que a perda nos enrolamentos, devido às correntes induzidas pelo campo transversal, é pequena em relação à corrente de condução principal, sendo que a perda é calculada por

$$p(t) = R[i(t)]^2, \quad (2.23)$$

em que $p(t)$ é a perda Joule, R é a resistência e $i(t)$ é a corrente. Essa perda precisa ser calculada na temperatura de referência e o valor de r , correspondente a essa temperatura, deve ser usado [51]. Como exemplo, em transformadores a óleo, a temperatura de referência é 75°C [52].

Contudo, é importante ressaltar que nas extremidades das bobinas, onde o campo de dispersão se curva, uma porção maior do condutor fica exposta perpendicularmente a uma componente vetorial do campo, o que pode resultar em um aumento das perdas por correntes de Foucault. De acordo com [53], o aumento das perdas por correntes de Foucault nos enrolamentos depende da dimensão do condutor perpendicular ao fluxo de dispersão. Portanto, a magnitude dessas perdas pode variar de acordo com o método de construção dos enrolamentos [54].

Para minimizar essas perdas, é possível utilizar técnicas de enrolamento alternativas, como por exemplo, enrolamentos em folha, disco, entrelaçados, transpostos ou mistos. Além disso, a equalização da altura dos enrolamentos primário e secundário pode ajudar a reduzir a concentração dessas perdas nas extremidades dos enrolamentos. No entanto, é importante notar que a redução da dimensão do condutor pode diminuir as perdas por correntes de Foucault, mas aumentar as perdas ôhmicas. Por outro lado, o uso de múltiplos condutores em paralelo pode reduzir tanto as perdas por correntes de Foucault quanto as perdas ôhmicas. No entanto, se os condutores não forem transpostos, o que pode resultar em comprimentos diferentes, podem ser geradas correntes circulantes que causam perdas adicionais [54].

Uma abordagem para o cálculo da perda por correntes de Foucault nos enrolamentos de um transformador é apresentada em [55]. A origem dessa perda, denominada W_p , é ilustrada na Figura 2.6. A figura representa uma seção transversal de um lado da parte superior (também conhecida como “cabeceira”) de duas bobinas concêntricas de um transformador. A circulação das correntes no primário (enrolamento interno BT) e no secundário (enrolamento externo AT) produzem um fluxo de dispersão. Nessa configuração, a força magnetomotriz (fmm) de ambas as bobinas é praticamente igual, de modo que metade do fluxo de dispersão é produzido pela bobina AT e a outra metade pela bobina BT. O padrão de fluxo apresentado na Figura 2.6(a) é simétrico nas cabeceiras superiores e inferiores.

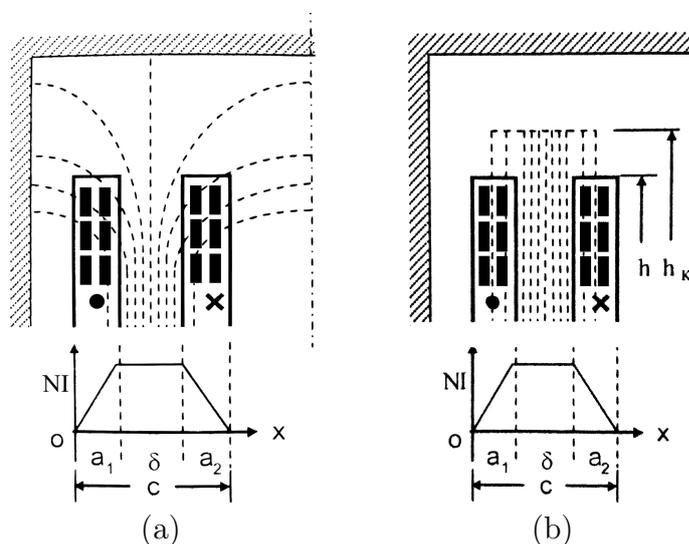


Figura 2.6 – Fluxo de dispersão nas bobinas. (a) Real. (b) Equivalente de Rogowski [55].

Na parte inferior da Figura 2.6(a), é apresentado o diagrama da distribuição das fmm s no sentido radial das bobinas e no canal δ entre elas. A densidade de fluxo é nula na face interna da BT e cresce linearmente à medida que os ampère-espiras da bobina de BT são acrescentados. Entre as bobinas, no canal δ , os ampère-espiras são constantes e iguais a NI . A partir da face interna da AT, os ampère-espiras decrescem linearmente até se anularem na face externa da AT.

A dimensão radial c é significativamente menor que o diâmetro da bobina, permitindo a aproximação da curvatura do enrolamento como desprezível no cálculo da distribuição do fluxo no sentido radial dos canais. Isso leva a uma distribuição de fluxo quase uniforme ao longo da altura da bobina no canal δ , exceto nas cabeceiras, onde o fluxo se espalha. Em muitos casos, é uma aproximação aceitável considerar que a relutância magnética de todo o fluxo de dispersão corresponda a um tubo de fluxo com seção constante e comprimento igual à altura “ h ” das bobinas (Figura 2.6(b)). Uma aproximação maior consiste em aumentar a altura das bobinas para obter um tubo de fluxo com seção constante, mas com comprimento $h_k > h$.

A partir de estudos teóricos, Rogowski estabeleceu uma conexão entre a nova altura do canal h_k e a altura das bobinas h . Como consequência, ele introduziu o coeficiente de Rogowski K_R , o qual é calculado por:

$$K_R = \frac{h}{h_k} \cong 1 - \frac{c}{\pi h} \left(1 - e^{-\frac{\pi h}{c}} \right). \quad (2.24)$$

Na Figura 2.7(a), é ilustrada a disposição dos condutores retangulares em uma bobina, enquanto na Figura 2.7(b), é apresentado o detalhamento de apenas um condutor. É possível observar o fluxo de dispersão Φ que atravessa o condutor, a corrente de carga I que circula através dele e as correntes parasitas que se formam. Essas correntes parasitas se combinam com a corrente de carga, resultando em uma distribuição não uniforme de corrente na seção do condutor. Como as perdas ôhmicas aumentam com o quadrado da corrente, essa distribuição não uniforme acarreta em um aumento das perdas Joule, as quais são denominadas perdas parasitas W_p .

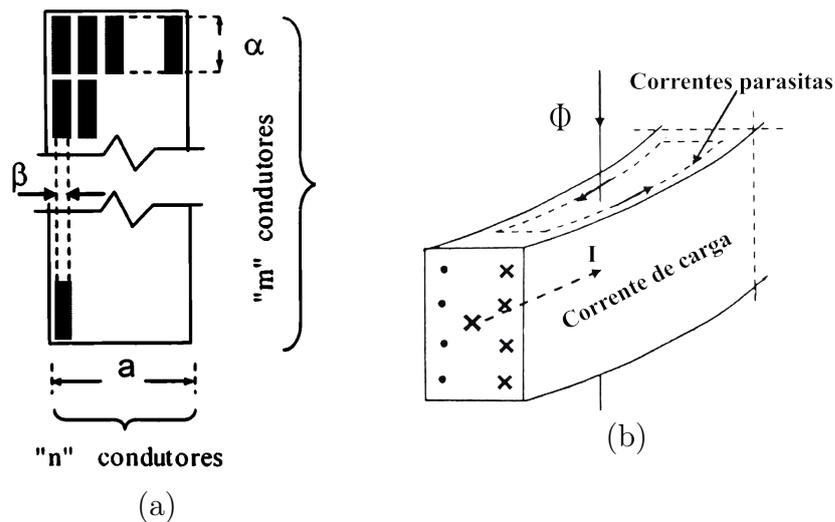


Figura 2.7 – (a) Seção reta de uma bobina. (b) Detalhe de um condutor da bobina [55].

As perdas Joule nos condutores (W_c) são compostas, então, pela perdas ôhmicas (W_o) e as perdas parasitas (W_p), sendo

$$W_c = W_o + W_p. \quad (2.25)$$

Em que,

$$W_o = R_{cc}I^2, \quad (2.26)$$

e

$$W_c = RI^2. \quad (2.27)$$

É possível definir um coeficiente de perda parasita k_p por intermédio da Equação 2.28, permitindo obter a relação entre a resistência equivalente de perdas totais (R) e a resistência medida em corrente contínua (R_{cc}), como:

$$k_p = \frac{W_c - W_o}{W_o} = \frac{R}{R_{cc}} - 1. \quad (2.28)$$

Rogowski analisou a relação entre essas resistências para o caso em que a distribuição do fluxo é retangular e atravessa os condutores, como nos canais a_1 e a_2 da Figura 2.6. A relação entre R e R_{cc} pode ser descrita pela Equação 2.29, na qual o parâmetro ξ é determinado pela Equação 2.30, considerando condutores de secção circular.

$$\frac{R}{R_{cc}} = \Phi(\xi) + \frac{n^2 - 1}{3} \Psi(\xi) \quad (2.29)$$

$$\xi = 2\pi 10^{-3} d_c \sqrt{\frac{m d_c}{h} \frac{f}{10\rho} K_R} \quad (2.30)$$

Em que, d_c é o diâmetro do condutor, n é o número de condutores na direção horizontal, m é o número de condutores na direção vertical, h é a altura da bobina, f é a frequência, ρ é a resistividade do material do condutor e K_R é o coeficiente de Rogowski.

As funções $\Phi(\xi)$ e $\Psi(\xi)$ são descritas pelas Equações 2.31 e 2.32, respectivamente. É importante mencionar que as dimensões lineares devem ser expressas em metros e a resistividade em $\Omega \cdot m$, na temperatura de referência.

$$\phi(\xi) = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (2.31)$$

$$\psi(\xi) = 2\xi \frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)} \quad (2.32)$$

As perdas parasitas podem ser definidas por

$$W_p = k_p W_o. \quad (2.33)$$

Por fim, as perdas totais nos enrolamentos do transformador na frequência fundamental é dada por

$$W_c = W_o + W_p = W_o + k_p W_o = I_1^2 R_{cc} + k_p I_1^2 R_{cc}. \quad (2.34)$$

A Figura 2.8 ilustra o cálculo de k_p com a variação dos parâmetros construtivos das bobinas. Para esse cálculo, foram utilizados os dados construtivos das bobinas do

transformador trifásico utilizado nos ensaios realizados neste trabalho, que serão descritos posteriormente. Esses dados incluem a disposição dos condutores na bobina, o tipo do condutor, o material isolante das bobinas, além da espessura e tipo da camada isolante entre as bobinas. No cálculo de k_p , foram consideradas as variações no diâmetro d_c e na disposição dos condutores na bobina (n e m da Figura 2.7(a)). O diâmetro foi variado de 0 a 100%, enquanto a disposição dos condutores foi alterada por $n(1+\gamma)$ e $\frac{m}{(1+\gamma)}$, respectivamente, sendo que γ representa um fator de variação nos aspectos construtivos das bobinas. Foi realizada uma variação de até 1/3 da disposição original (γ da Figura 2.8(a)), mas manteve-se o mesmo produto de n e m . Da Figura 2.8, pode-se observar que k_p é mais sensível à variação no diâmetro do condutor do que na disposição desses nas bobinas.

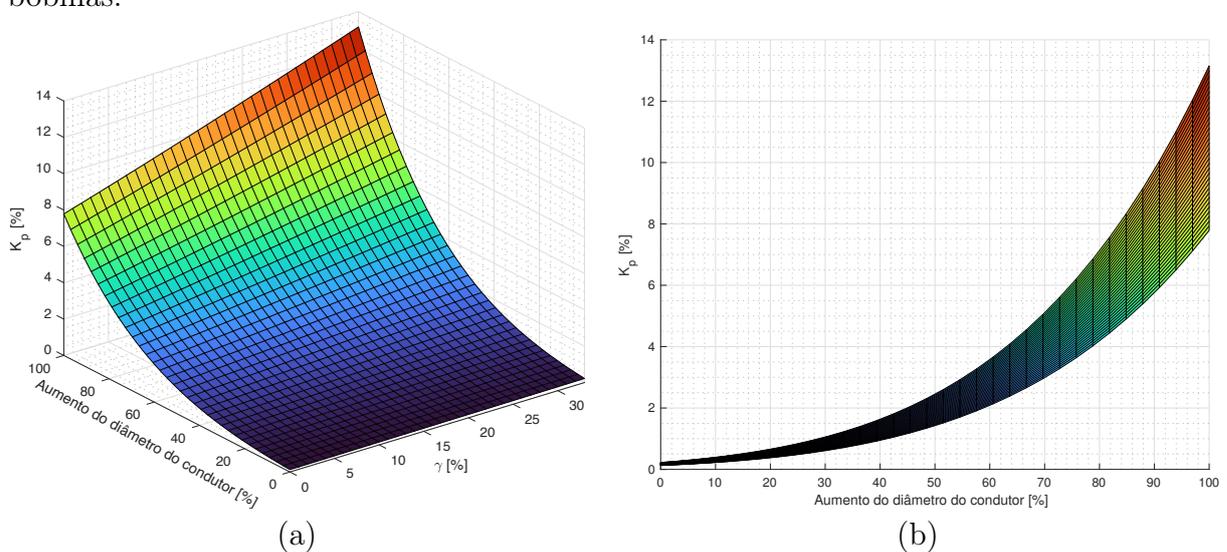


Figura 2.8 – Cálculo de k_p com a variação dos aspectos construtivos das bobinas. (a) Gráfico tridimensional. (b) k_p x aumento do diâmetro dos condutores.

2.3.2 Perdas no núcleo magnético

As perdas totais no núcleo magnético podem ser decompostas em três componentes: perda por histerese W_h , perda clássica por correntes de Foucault W_f e perda excedente W_e . No caso de dispositivos eletromagnéticos, as perdas no núcleo magnético ocorrem por dois processos. O primeiro, ocorre quando o fluxo muda ciclicamente de magnitude, mas não varia a direção angular no espaço. O segundo, é a perda rotacional que ocorre quando os vetores de indução magnética e de campo magnético giram no plano de uma laminação. O fluxo rotacional ocorre, por exemplo, nas junções “T” do núcleo de um transformador trifásico. Nessas junções, o fluxo muda seu caminho em diferentes instantes de tempo em um ciclo de magnetização. O fluxo rotacional no núcleo de um transformador é ilustrado na Figura 2.9, em que as setas indicam as diferentes direções dos vetores de indução em diferentes instantes de tempo.

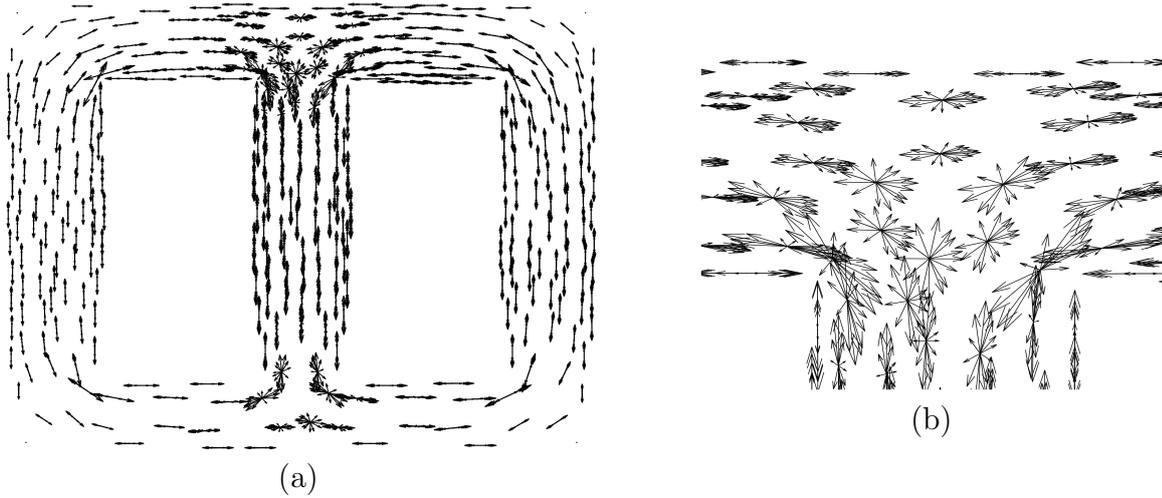


Figura 2.9 – Fluxo rotacional nas junções “T” de um transformador trifásico. (a) Núcleo completo. (b) Detalhe da junção “T” [56].

As perdas rotacionais em transformadores dependem da geometria da junção “T” e das propriedades magnéticas do núcleo. Embora a densidade de perdas rotacionais seja alta nessa região, devido à anisotropia do material, sua contribuição total nas perdas do núcleo não é substancial, devido ao menor volume dessas junções [56, 57]. Para modelar com precisão as perdas rotacionais, é necessário utilizar um modelo vetorial de histerese, como aqueles descritos em [58]. Modelos vetoriais levam em conta a resposta do material magnético nas direções x , y e z , representadas geralmente por um tensor de permeabilidade.

2.3.2.1 Perda por histerese

Quando um material ferromagnético é submetido a um campo magnético H ou indução magnética B variável no tempo, periódico e com frequência f , sua curva BH apresenta um ciclo de histerese. A Equação 2.35 define a energia necessária para variar a indução magnética de um valor inicial B_1 para um valor final B_2 [59].

$$W_h = \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad [J] \quad (2.35)$$

A perda por histerese de um determinado material, por unidade de massa em um período de operação T_o , é definida pela Equação 2.36, em que m_v representa a massa específica do material.

$$W_h = \frac{1}{m_v} \int_{B|_o}^{B|_{T_o}} H dB \quad [J/kg] \quad (2.36)$$

Um dos métodos mais utilizados no cálculo da perda por histerese é a equação empírica de Steinmetz (Equação 2.37), para regimes de forma de onda senoidais. Em que η_{st} e α_{st} são, respectivamente, o coeficiente e o expoente de Steinmetz que dependem do material.

$$W_h = \eta_{st} (B_m)^{\alpha_{st}} \quad (2.37)$$

A Equação 2.37 expressa essa grandeza em forma de energia. Em termos de potência e em função da frequência de operação f_0 , pode-se escrever:

$$P_h = \eta_{st} f_0 (B_m)^{\alpha_{st}} \quad (2.38)$$

Uma limitação desse método, apresentada em [59], é que em valores elevados de indução magnética esse modelo mostrou-se ineficaz. A equação original de Steinmetz se mostra válida para induções senoidais na faixa de 0,2 a 1,2 T, para o aço silício de GO.

2.3.2.2 Perda por correntes de Foucault

A perda por correntes de Foucault ocorre devido às correntes induzidas no núcleo ferromagnético quando este é percorrido por um fluxo variável no tempo. Esse efeito gera anéis de corrente induzidos perpendiculares à direção do fluxo nas lâminas que compõem o núcleo [60].

Para calcular a perda clássica por correntes de Foucault, uma abordagem é apresentada em [59]. O desenvolvimento começa com a consideração de uma lâmina fina (supondo que o vetor de densidade de corrente \mathbf{J} dependa apenas da variável na direção y) de material ferromagnético, ilustrada na Figura 2.10, sob a ação de um vetor de indução $\mathbf{B}(\mathbf{t})$ com direção \mathbf{Oz} .

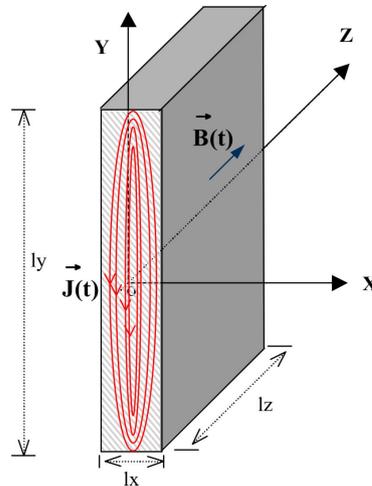


Figura 2.10 – Lâmina de material ferromagnético submetida a um campo magnético variável no tempo, com a condição de $l_x \ll l_y$ [59].

Assumindo que

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.39)$$

em que σ é a condutividade elétrica do material, e como o vetor densidade de corrente varia somente em y , pode-se escrever o vetor de campo elétrico como

$$\mathbf{E} = (0, E, 0), \quad (2.40)$$

e o de indução magnética como

$$\mathbf{B} = (0, 0, B). \quad (2.41)$$

Da Equação 2.42 de Maxwell, obtém-se a Equação 2.43 na forma matricial.

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Resolvendo o determinante da Equação 2.43 tem-se a Equação diferencial 2.44, com solução dada pela Equação 2.45.

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.44)$$

$$E(x) = \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}x + c \quad (2.45)$$

Considerando que a corrente não é descontínua em um condutor, então \mathbf{J} e \mathbf{E} também não o são. O valor c é uma constante qualquer de condição de contorno. Como não há descontinuidade da corrente elétrica no meio da lâmina, tem-se $E = 0$ para $x = 0$ e dessa forma, $c = 0$.

A potência dissipada no volume da lâmina por efeito Joule é dada por

$$P_f = \iiint \sigma E^2 dv \quad (2.46)$$

Com as considerações feitas na Equação 2.45 e substituindo-a na Equação 2.46, tem-se a Equação 2.47, em que d é a espessura da lâmina.

$$P_f = \sigma \int_0^{l_z} \int_0^{l_y} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 x^2 dx dy dz \quad (2.47)$$

A solução da integral volumétrica é dada pela Equação 2.48

$$P_f = \sigma \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 l_y l_z \frac{d^3}{12}. \quad (2.48)$$

Assumindo que o volume da lâmina é dado por $V_{ol} = dl_y l_z$ e dividindo a Equação 2.48 pelo volume, tem-se a Equação 2.49 que representa as perdas por correntes de Foucault no volume.

$$\frac{P_f}{V_{ol}} = \frac{\sigma d^2}{12} \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 \quad [W/m^3] \quad (2.49)$$

O valor médio das perdas por efeito Joule produzidas pelas correntes de Foucault será

$$P_f = \frac{\sigma d^2}{12m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 dt. \quad [W/kg] \quad (2.50)$$

Já a perda magnética por efeito Joule dissipada por unidade de massa do material é

$$W_f = \frac{\sigma d^2}{12fm_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 dt. \quad [J/kg] \quad (2.51)$$

2.3.2.3 Perda anômala ou excedente

Ao analisar as perdas em lâminas de aço silício, observou-se valores superiores aos obtidos pelas perdas clássicas de histerese e correntes de Foucault. As perdas estimadas por meio da separação clássica eram menores que os valores experimentais e essa diferença foi chamada de perda magnética anômala ou excedente [59]. A perda excedente surge porque os materiais ferromagnéticos possuem domínios autossaturados, o que resulta em um padrão microscópico de fluxo magnético não suave e contínuo, como assumido nos cálculos clássicos de correntes de Foucault [61]. A perda média por excesso, por período e por unidade de massa, para qualquer regime de indução, é dada por [59]:

$$W_e = \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_o S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{\frac{3}{2}} dt, \quad [J/kg] \quad (2.52)$$

em que o termo $\sqrt{\sigma G V_o S}$ pode ser assumido como uma constante que depende do material. Nesse contexto, G é uma constante que representa o coeficiente de atrito do objeto magnético, V_o é um valor equivalente ao campo coercitivo do objeto magnético, e S representa a área da seção transversal da lâmina [62].

Para uma indução com forma de onda senoidal, com frequência f e valor máximo de indução B_m , a perda por excesso e por período é

$$W_e = \frac{8,76363}{m_v} \sqrt{\sigma G V_o S} (B_m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{f}. \quad [J/kg] \quad (2.53)$$

2.3.2.4 Perdas totais no núcleo magnético

As perdas totais no núcleo magnético W_{tot} , por unidade de massa, em uma lâmina magnética submetida a uma indução periódica e alternada, é dada pela soma das perdas por histerese, Foucault e excedentes, sendo

$$W_{tot|T} = W_h|T + \frac{\sigma d^2}{12 f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 dt + \frac{\sqrt{\sigma G V_o S}}{f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{\frac{3}{2}} dt, [J/kg] \quad (2.54)$$

em que

$$W_h|T = \frac{1}{m_v} \int_{B|_o}^{B|_T} H(t) dB(t). \quad [J/kg] \quad (2.55)$$

Assumindo um regime puramente senoidal com indução máxima B_m e frequência de operação f_0 , a Equação 2.54 pode ser simplificada por

$$W_{tot}^s(B_m, f_0) = W_h^s + \sigma \frac{(\pi d)^2}{6 m_v} (B_m)^2 f_0 + \sqrt{\sigma G V_o S} (B_m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{f_0}. \quad [J/kg] \quad (2.56)$$

2.4 A INFLUÊNCIA DAS HARMÔNICAS NAS PERDAS

Quando se trata de harmônicos em transformadores, é comum fazer referência ao fator K . Existem duas abordagens distintas para lidar com o aumento das perdas

nos transformadores devidas às componentes harmônicas. A primeira, conhecida como “Sistema Americano”, foi desenvolvida por fabricantes de transformadores em conjunto com a *Underwriters Laboratories* (UL) nos Estados Unidos e consiste em calcular um fator de aumento das perdas por correntes de Foucault e projetar um transformador que possa resistir a essas perdas, sendo chamado de *K-Factor* [54].

A segunda abordagem, usada na Europa e desenvolvida pela *International Electrotechnical Commission* (IEC), é chamada de “Sistema Europeu”. Ela consiste em estimar quanto um transformador deva ter sua potência reduzida em relação à potência nominal para que a perda total com as cargas harmônicas não exceda a perda máxima de projeto, sendo chamado de *Factor K* [63].

A principal vantagem em usar o *K-Factor* é que o transformador será projetado para lidar com cargas harmônicas e tenderá a manter as perdas baixas. Já o *Factor K*, que utiliza o transformador superdimensionado, pode apresentar algumas desvantagens, como por exemplo, o nível da proteção primária de sobrecorrente pode ser muito alta para proteger o secundário. Mas se esse nível for reduzido, a corrente de *Inrush* pode causar o acionamento indevido da proteção. Além disso, um transformador operando com potência reduzida é menos eficiente, pois um núcleo magnético maior que o necessário está sendo magnetizado, contribuindo para a redução do fator de potência da planta [63].

2.4.1 Enrolamentos

As principais perdas nos enrolamentos são as perdas ôhmicas (W_o) e as perdas parasitas (W_p). As perdas ôhmicas são diretamente proporcionais ao quadrado da corrente, enquanto as perdas parasitas são geradas pelo fluxo disperso que, por sua vez, é gerado pela corrente de carga do transformador. Esse fluxo disperso induz tensões eletromotrizes nos próprios condutores dos enrolamentos e em outras partes metálicas, que produzem correntes parasitas proporcionais à frequência. Essas tensões induzidas fazem circular correntes parasitas, que são também proporcionais a frequência, produzindo perdas proporcionais ao quadrado dessas correntes parasitas e, portanto, também proporcionais ao quadrado da frequência. Em resumo, as perdas parasitas aumentam proporcionalmente ao quadrado da corrente de carga que gera essas correntes parasitas, bem como ao quadrado da frequência harmônica.

As perdas totais nos enrolamentos para a frequência fundamental foi apresentada na Equação 2.34. Já as perdas produzidas por uma corrente harmônica é dada por

$$W_{cn} = W_{on} + W_{pn} = I_1^2 R_{cc} \sum_1^n \frac{I_n^2}{I_1^2} + I_1^2 R_{cc} k_p \sum_1^n \frac{I_n^2}{I_1^2} n^2 = W_{on} \left[1 + k_p \frac{\sum_1^n \frac{I_n^2}{I_1^2} n^2}{\sum_1^n \frac{I_n^2}{I_1^2}} \right], \quad (2.57)$$

em que, I_1 é a corrente na frequência fundamental, n é a ordem harmônica e I_n é a corrente

na ordem harmônica n .

2.4.2 Núcleo magnético

A resposta do núcleo magnético aos harmônicos pode resultar na ocorrência dos chamados laços menores de histerese. Vários fatores podem contribuir para o surgimento desses laços, como a forma de onda da indução magnética, a ordem harmônica, a amplitude e fase da harmônica, o nível máximo de indução e o tipo de material magnético utilizado. A Figura 2.11 ilustra um exemplo da ocorrência de laços menores. Quando esses laços surgem, a densidade de energia volumétrica total dissipada aumenta.

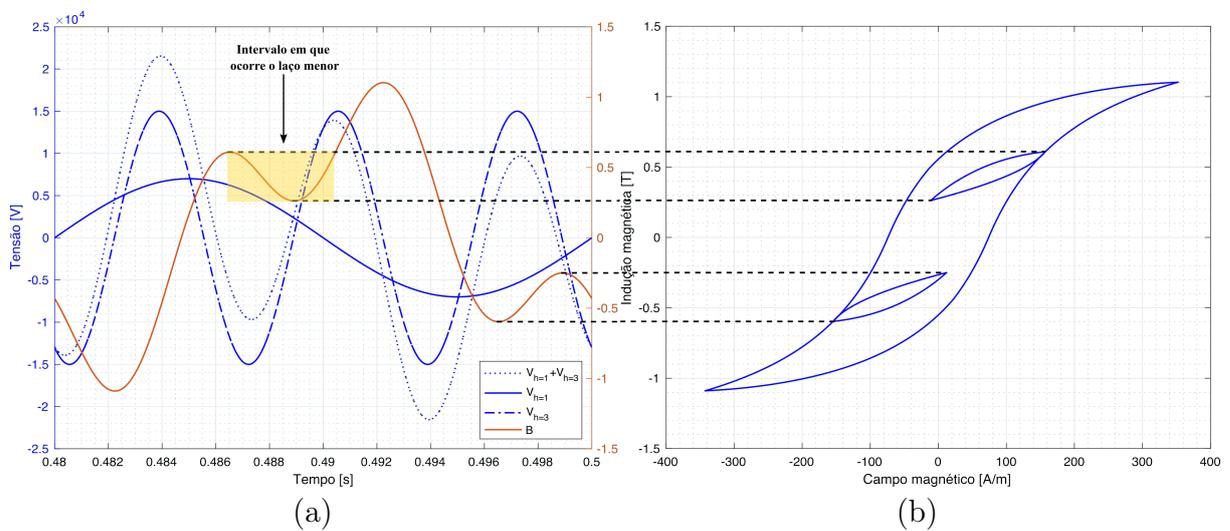


Figura 2.11 – Ocorrência dos laços menores de histerese. (a) Tensões e indução magnética. (b) Laço de histerese principal e surgimento dos laços menores.

Para investigar a influência dos laços menores de histerese no cálculo da densidade de energia de um material ferromagnético, foi realizada uma análise com o modelo G de histerese. Os parâmetros do modelo que representam o material ensaiado são: $pa = 0,1$, $pb = 0,9$, $q_1 = 1$, $a_1 = 0,1145$, $b_1 = 0,0679$, $c_1 = 0$, $d_1 = 10$ e $H_c = 74$.

Inicialmente, a Figura 2.12(a) apresenta as induções magnéticas aplicadas, mantendo-se as amplitudes das induções ($B_{h=1} = 0,8$ T e $B_{h=3} = 0,4$ T), mas variando a fase da terceira harmônica. Os laços de histerese resultantes são mostrados na Figura 2.12(b), enquanto que a Tabela 2.2 apresenta a comparação da densidade de energia entre os laços menores e o principal. Na referida tabela, ao comparar os casos $\phi = 170^\circ$ e $\phi = 0^\circ$, observa-se um aumento de 23% na razão entre a densidade de energia volumétrica do laço menor com o principal (24,5% - 1,5%).

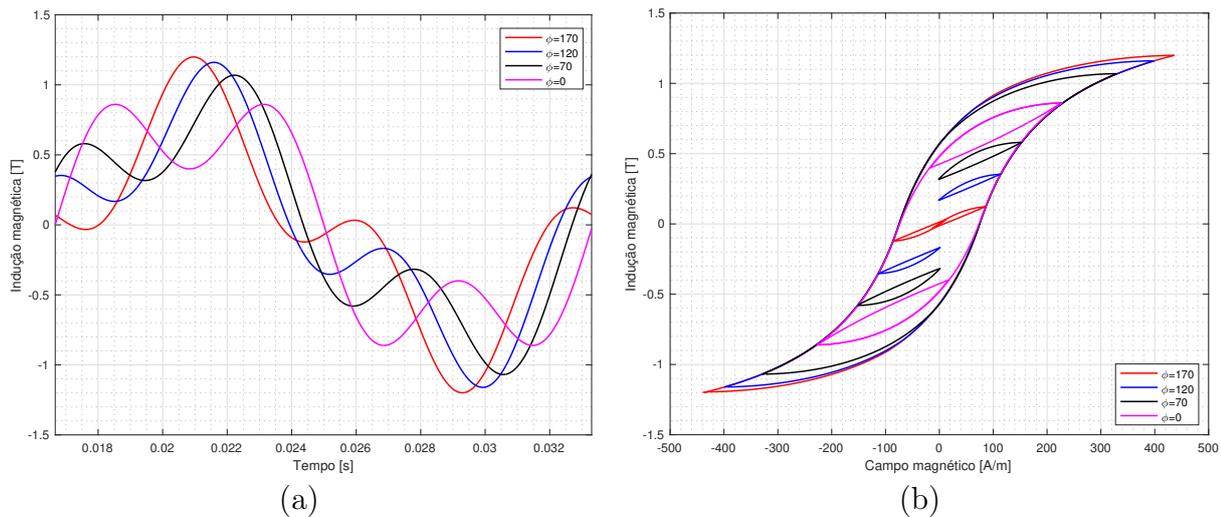


Figura 2.12 – Variação dos laços menores para $B_{h=1} = 0,8 \text{ T}$ e $B_{h=3} = 0,4 \text{ T}$, com as variações na fase. (a) Induções magnéticas. (b) Laços de histerese.

Tabela 2.2 – Densidade de energia volumétrica dos laços de histerese da Figura 2.12(b).

ϕ°	Densidade de energia do laço [J/m^3]			
	Principal (A)	Menor (B)	A+B	B/A [%]
170	342	5	347	1,5
120	330	7	337	2,1
70	300	16	316	5,3
0	216	53	269	24,5

Ao refazer a análise anterior, mas mantendo o valor de pico da indução magnética resultante (Figura 2.13(a)), obtêm-se as curvas de histerese da Figura 2.13(b), com a densidade de energia volumétrica apresentada na Tabela 2.3. Ao analisar os casos $\phi = 170^\circ$ e $\phi = 0^\circ$, nota-se uma variação de 26,2% na densidade de energia. Portanto, ao considerar somente o valor de pico da indução magnética (utilizando a fórmula empírica de Steinmetz apresentada na Equação 2.37) em representações da histerese sob a influência de harmônicos, podem ocorrer erros no cálculo das perdas.

Tabela 2.3 – Densidade de energia volumétrica dos laços de histerese da Figura 2.13(b).

ϕ°	Densidade de energia do Laço [J/m^3]			
	Principal (A)	Menor (B)	A+B	B/A [%]
170	344	5,9	349,9	1,7
120	344	9,1	353,1	2,6
70	344	23	367	6,7
0	344	96	440	27,9

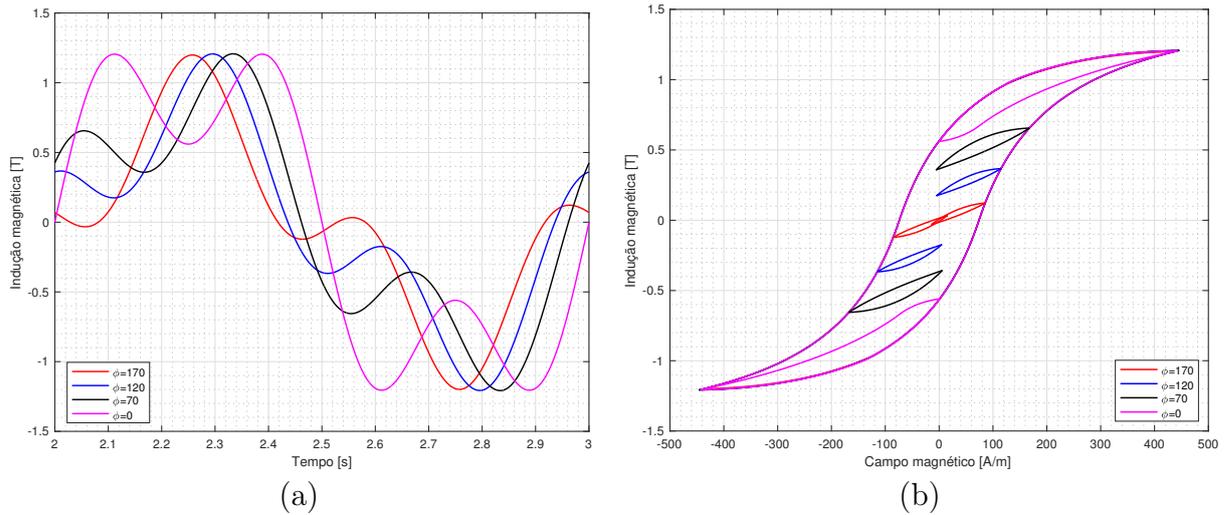


Figura 2.13 – Variação dos laços menores para induções de pico constante com variações na fase. (a) Induções magnéticas. (b) Laços de histerese.

Outra análise realizada foi em relação à posição do laço menor de histerese dentro do laço principal. Foi utilizada a indução magnética da Figura 2.14(a), mantendo-se as mesmas variações de tempo Δt , indução ΔB e relação entre indução e tempo $\Delta B/\Delta t$. O laço de histerese gerado é apresentado na Figura 2.14(b). Ao comparar o laço menor na origem (vermelho) com o superior (magenta), observa-se uma variação na densidade de energia de 226,7%. Fazendo uma comparação da representatividade do laço menor em relação ao principal para os três casos, tem-se, respectivamente, 1,9%, 2,4% e 4,3%.

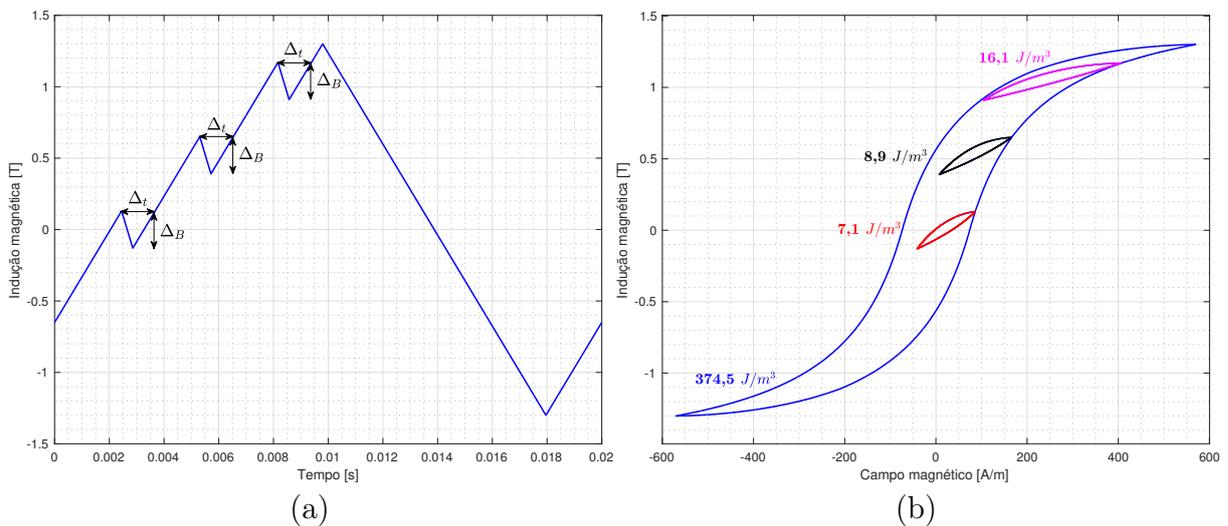


Figura 2.14 – Variação dos laços menores com a posição no laço principal. (a) Indução magnéticas. (b) Laço de histerese.

Deste modo, percebe-se que a densidade de energia dissipada pelo laço menor de histerese é influenciada pela sua posição no laço principal. Tais resultados segue em linha com os apresentados por [64, 65], no qual laços menores em torno de indução zero são

menos dissipativos do que os laços menores com induções mais elevadas. Portanto, a partir dessas análises, conclui-se que:

- O ângulo de fase tem papel importante no surgimento dos laços menores (ver Figura 2.12(b));
- As abordagens que utilizam somente os valores de pico da indução podem causar erros no cálculo das perdas (ver 2.13(b) e Tabela 2.3);
- A densidade de energia dissipada pelo laço menor de histerese é influenciada pela sua posição no laço principal (ver Figura 2.14(b)).

2.4.2.1 Comparativo entre os modelos G e JA de histerese

Agora que já foi apresentada a importância da representação dos laços menores de histerese, cabe apresentar um comparativo entre os modelos G e JA. Para o comparativo, os parâmetros que representam o material magnético foram extraídos de [44], sendo:

- Modelo de JA - $M_s = 1,31 \cdot 10^6$ [A/m], $k = 374,975$ [A/m], $c = 736 \cdot 10^{-3}$, $a = 233,78$ [A/m] e $\alpha = 562 \cdot 10^{-6}$;
- Modelo G - $pa = 0,2$, $pb = 0,8$, $q_1 = 1$, $a_1 = 0,1145$, $b_1 = 0,0679$, $c_1 = 0$, $d_1 = 10$ e $H_c = 74$ [A/m].

A Figura 2.15(a) apresenta as curvas de histerese para os modelos, enquanto na Figura 2.15(b) tem-se o campo magnético imposto e as induções magnéticas resultantes. A diferença na densidade de energia dissipada entre os laços da Figura 2.15(a) é de 0,07%, mostrando que os parâmetros para ambos os modelos representam igualmente o material magnético sob regime senoidal puro.

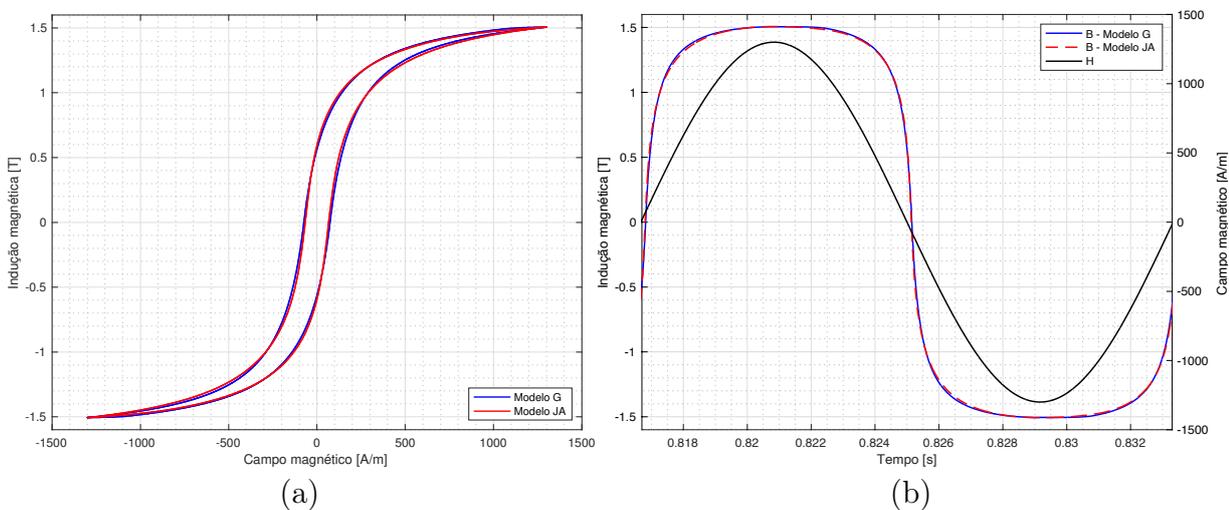


Figura 2.15 – Comparativo dos modelos de histerese para a imposição de um sinal senoidal. (a) Curvas de histerese. (b) Induções resultantes e campo magnético aplicado.

Realizou-se a imposição das harmônicas individuais de 3^a, 5^a e 7^a ordem, bem como um sinal composto pelo somatório dessas três harmônicas. A Figura 2.16 apresenta a análise para a 3^a harmônica, em que o eixo “Dif.” relaciona a variação da densidade de energia do modelo G em relação ao de JA. Na referida figura, é possível observar que a maior diferença entre os modelos ocorre em $H_3/H_1 = 0,6$ e Fase = 150° , sendo ela de 23,4%. As Figuras 2.16(e) e 2.16(f) apresentam esse ponto específico, no qual a diferença está precisamente na representação dos laços menores.

Na Figura 2.17 é apresentada a análise para a 5^a harmônica. O ponto com maior diferença está em $H_5/H_1 = 0,433$ e Fase = 138° , sendo esse apresentado nas Figuras 2.17(e) e 2.17(f). Analisando as figuras supracitadas, ao contrário da análise da 3^a harmônica, tem-se o surgimento de quatro laços menores. Deste modo, há um aumento na diferença entre os modelos, que é de aproximadamente 29%.

A análise para a 7^a harmônica é apresentada na Figura 2.18. O ponto de maior diferença está em $H_7/H_1 = 0,4$ e Fase = 102° , sendo esse ponto apresentado nas Figuras 2.18(e) e 2.18(f). Nesse caso, a diferença entre os modelos é de aproximadamente 35%. Analisando a Figura 2.18(e), percebe-se a ocorrência de seis laços menores, motivo pelo qual a maior diferença foi obtida.

Além das análises individuais, foi realizada uma imposição composta, mais factível de ser encontrada em casos reais. O campo magnético total aplicado (H_T) é composto pelo somatório das 3^a, 5^a e 7^a harmônicas. As amplitudes da 3^a, 5^a e 7^a harmônicas foram variadas de 0 a $H_1/2$, e as fases de $\Phi_{H_3} = 0$ a 180° , $\Phi_{H_5} = 0$ a 90° e $\Phi_{H_7} = 0$ a 120° . Os resultados do comparativo são apresentados na Figura 2.19, em que o ponto com maior diferença é o $H_T/H_1 = 0,18$, $\Phi_{H_3} = 174^\circ$, $\Phi_{H_5} = 87^\circ$ e $\Phi_{H_7} = 116^\circ$, sendo apresentado nas Figuras 2.19(e) e 2.19(f). Para esse caso, ao analisar a Figura 2.19(e), percebe-se a ocorrência de quatro laços menores, sendo que a diferença entre os modelos é de aproximadamente 28%.

Das análises realizadas pode-se concluir que a não representação adequada dos laços menores de histerese, quando há presença de harmônicos, podem resultar em erros no cálculo das perdas. Cita-se, por exemplo, o caso da 7^a harmônica, em que uma diferença de 35% na densidade de energia entre os modelos G e JA foi encontrada.

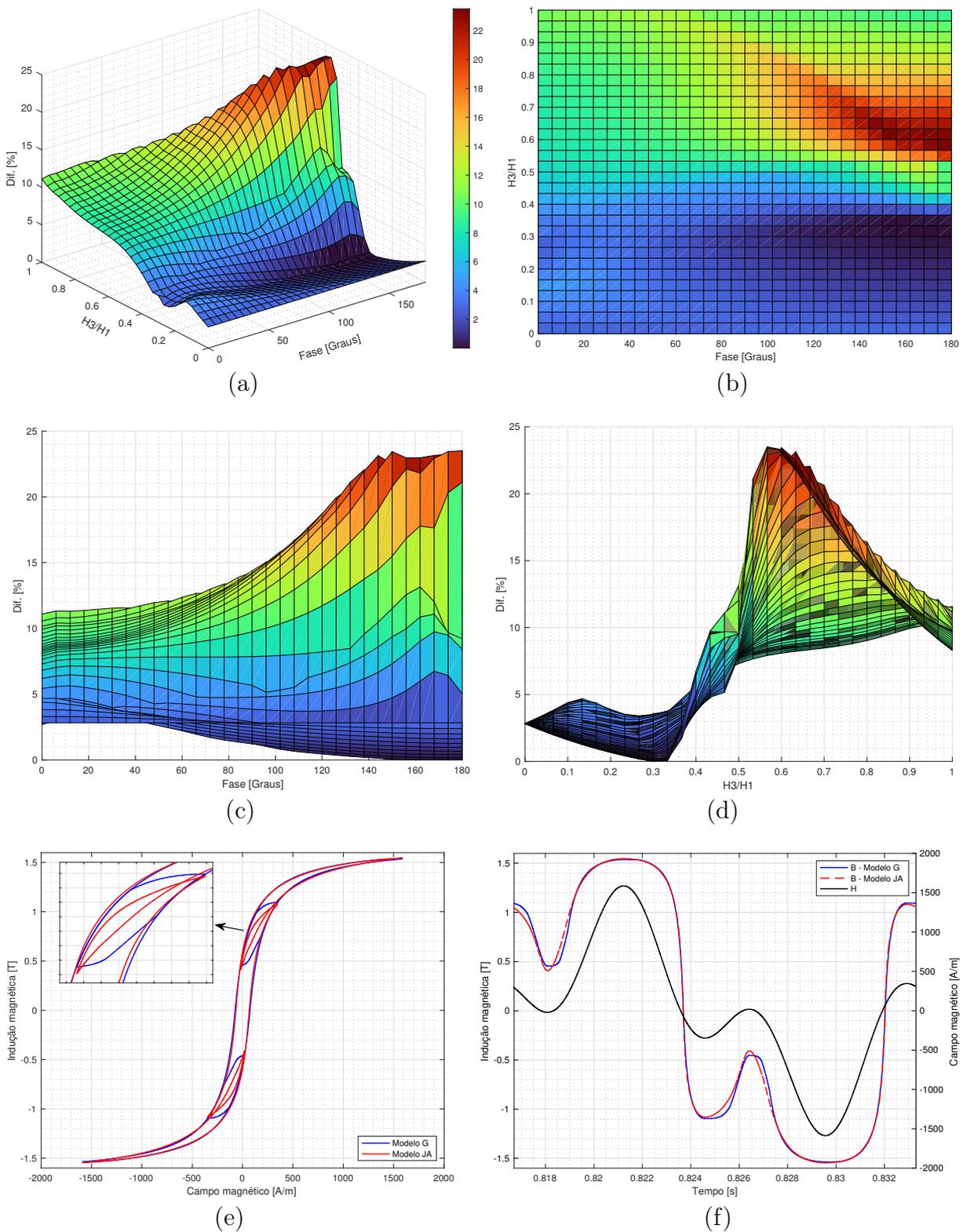


Figura 2.16 – Variação da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 3ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_3/H_1 = 0,6$ e fase = 150° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_3/H_1 = 0,6$ e fase = 150° .

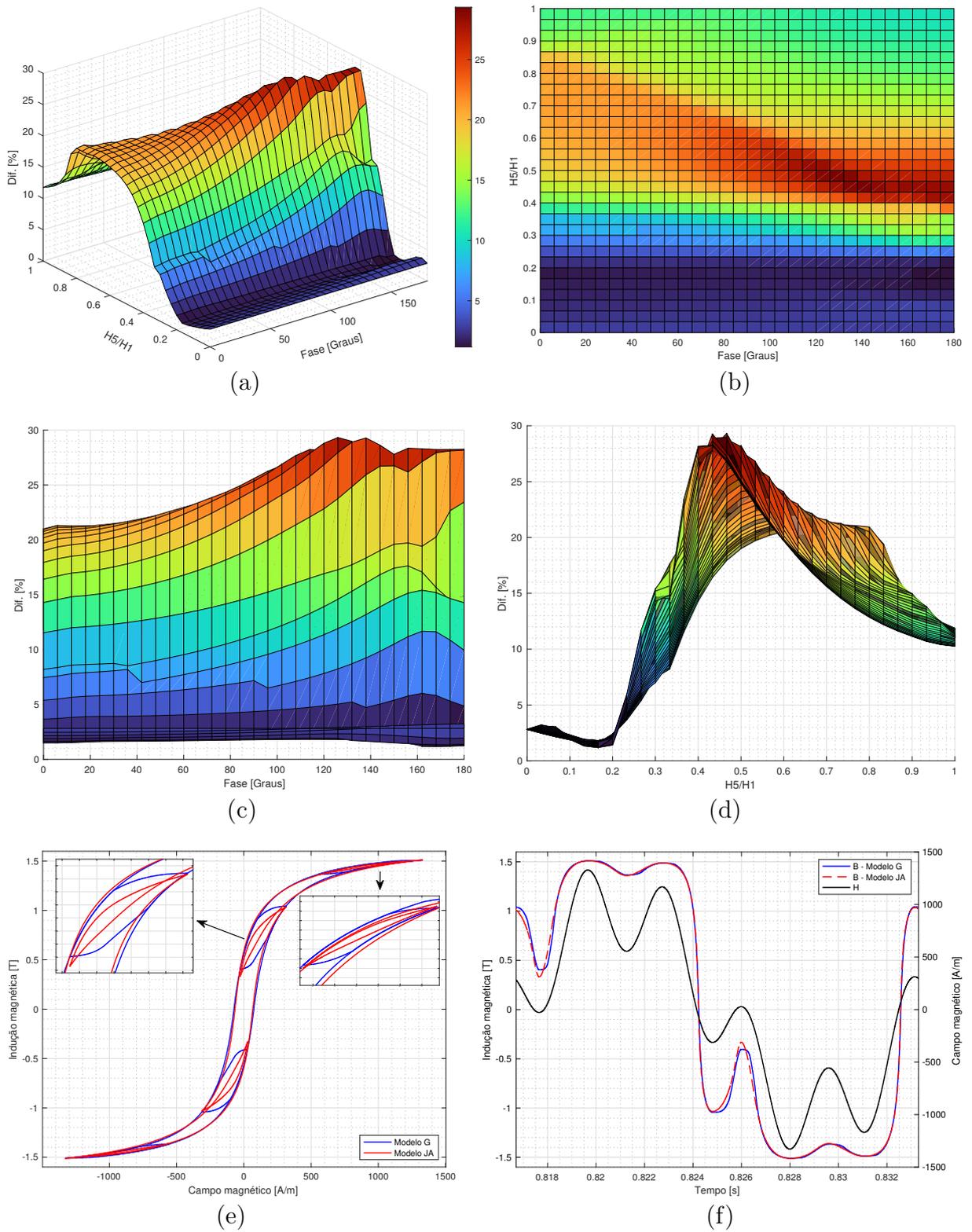


Figura 2.17 – Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 5ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_5/H_1 = 0,433$ e fase = 138° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_5/H_1 = 0,433$ e fase = 138° .

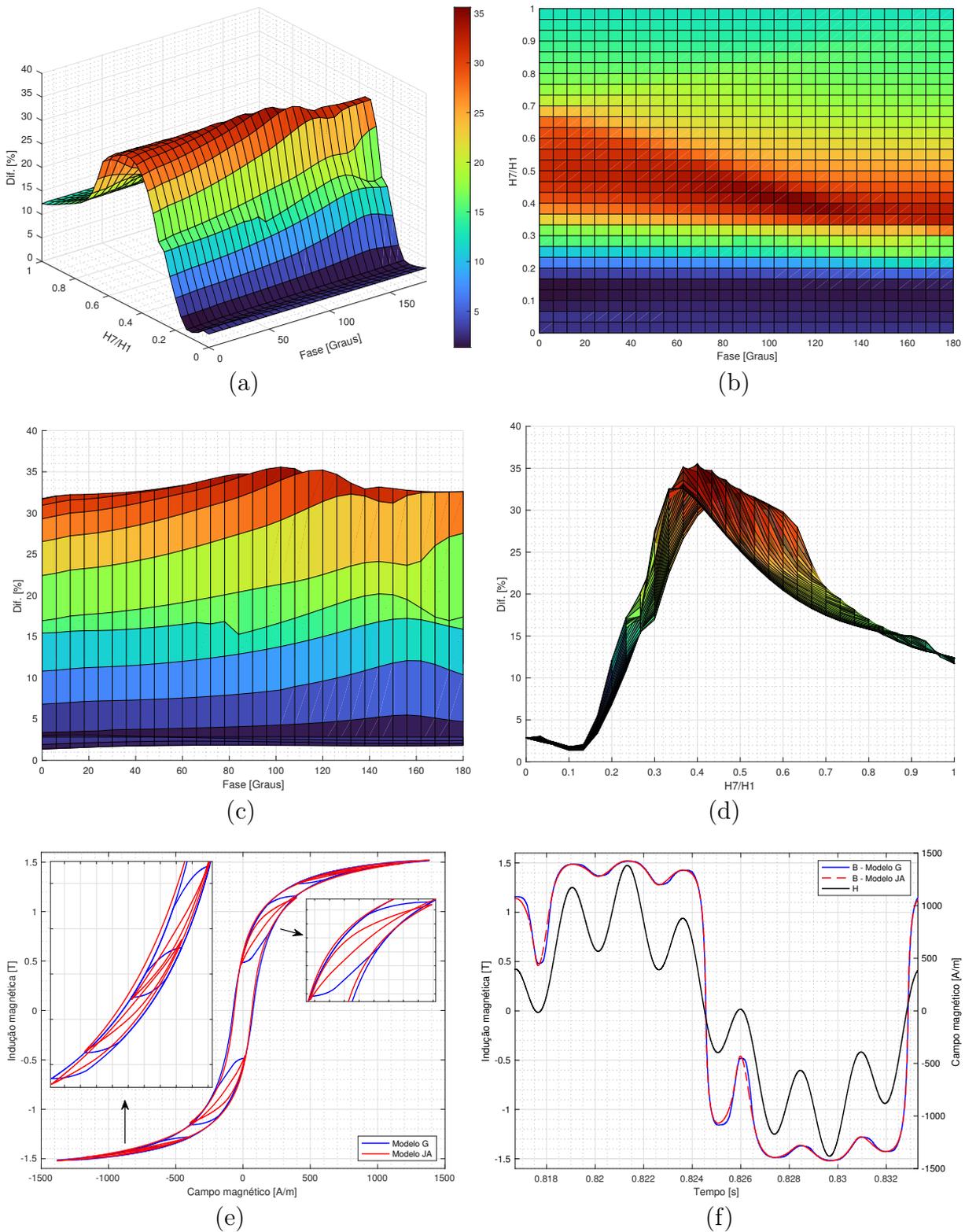


Figura 2.18 – Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para a 7ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_7/H_1 = 0,4$ e fase = 102° . (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado em $H_7/H_1 = 0,4$ e fase = 102° .

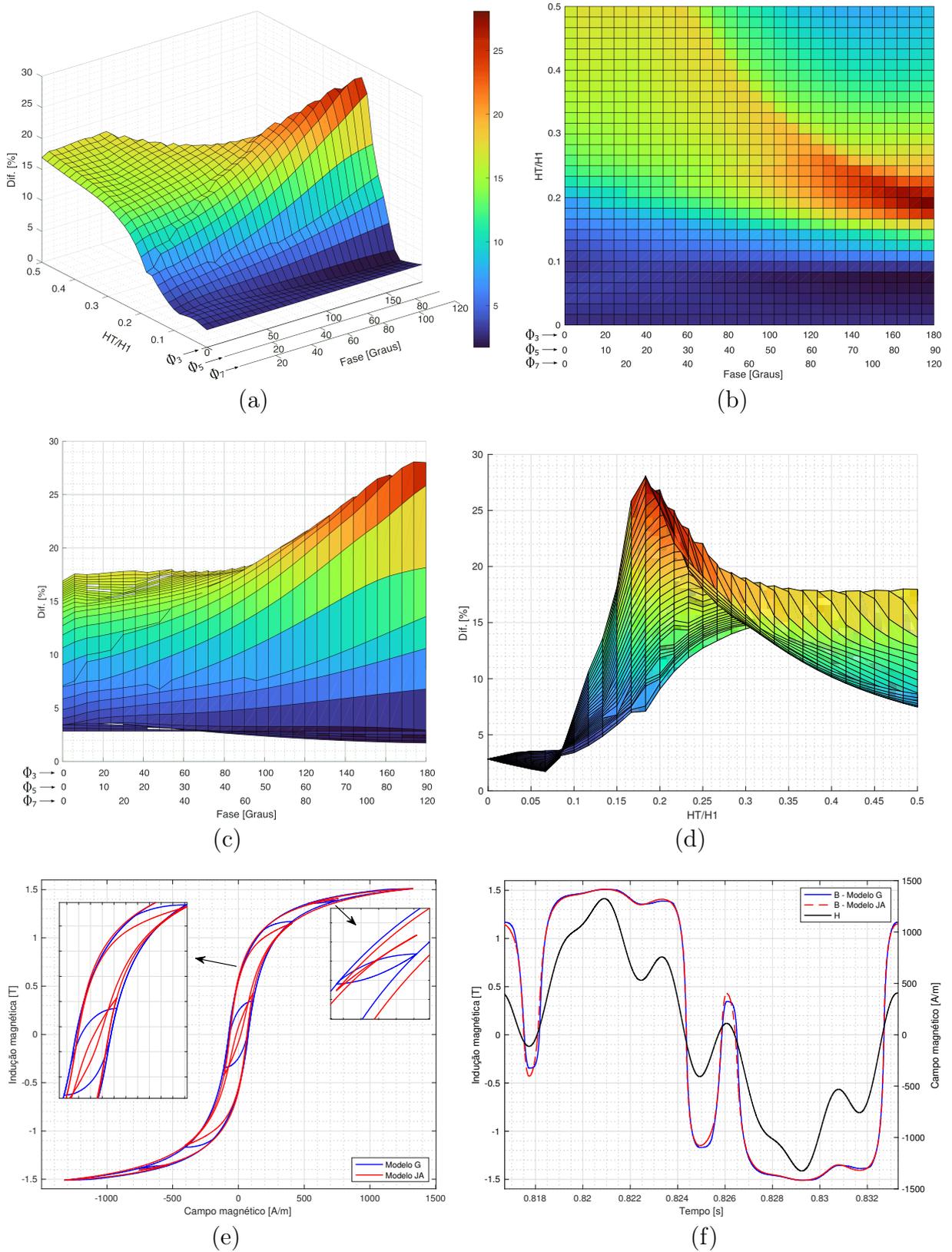


Figura 2.19 – Comparativo da energia dissipada entre os modelos JA e G de histerese para harmônico composto pela soma das 3^a, 5^a e 7^a. (a) Gráfico tridimensional. (b) Amplitude x fase. (c) Diferença de energia x fase. (d) Diferença de energia x amplitude. (e) Curvas de histerese em $H_T/H_1 = 0,18$ e Fase $\Phi_{H_3} = 174^\circ$, $\Phi_{H_5} = 87^\circ$ e $\Phi_{H_7} = 116^\circ$. (f) Induções resultantes e campo magnético aplicado.

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou uma revisão literária sobre as principais técnicas utilizadas para a modelagem de transformadores elétricos. Inicialmente, foi apresentada uma visão cronológica dos primeiros estudos realizados na área. Em seguida, uma generalização dos métodos, conhecidos como *black-box*; *white-box* e *gray-box*, foi discutida. Embora não haja um consenso sobre a melhor representação para um transformador trifásico, é amplamente reconhecido na literatura que a modelagem deve levar em consideração a topologia do núcleo, incluindo os efeitos das correntes de Foucault, histerese, saturação e a representação das indutâncias de dispersão.

Para determinar a abordagem mais adequada na modelagem de um transformador, é crucial focar o fenômeno a ser analisado. Dependendo da análise pretendida, diferentes abordagens podem ser empregadas. Por exemplo, pode-se desconsiderar os efeitos capacitivos, ignorar o núcleo magnético ou representá-lo por meio de um indutor constante, uma curva de magnetização ou um modelo de histerese estático ou dinâmico. A modelagem dos enrolamentos pode ser detalhada para considerar o comportamento das resistências e das indutâncias de dispersão em relação à frequência, ou pode-se utilizar parâmetros concentrados. A importância da representação do tanque varia de acordo com a análise realizada.

Nesta pesquisa, que tem como objetivo analisar a influência das harmônicas em regime permanente, foi constatado que os componentes mais relevantes na modelagem são o núcleo magnético e os enrolamentos. A modelagem proposta deve levar em consideração as resistências e as indutâncias de dispersão dos enrolamentos, as correntes de Foucault no núcleo, a saturação e os efeitos da histerese. Para tanto, diferentes abordagens foram apresentadas para a modelagem tanto dos enrolamentos quanto do núcleo. Além disso, foi discutido o equacionamento das perdas em transformadores, incluindo as perdas nos enrolamentos e as perdas por histerese, Foucault e excedentes no núcleo.

Foi abordada também a influência das harmônicas nas perdas do transformador, apresentando um equacionamento que considera as componentes harmônicas no cálculo das perdas nos enrolamentos e destacando a importância do laço menor na determinação da densidade de energia volumétrica no núcleo magnético. Adicionalmente, foi feita uma comparação entre os modelos de histerese G e JA, destacando a limitação conhecida do modelo JA em representar os laços menores.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Neste capítulo é apresentada a modelagem proposta para um transformador trifásico. Inicialmente, os fluxos magnéticos associados aos enrolamentos do transformador foram subdivididos em diferentes componentes, conforme mostrado na Figura 3.1. Os fluxos que circulam no núcleo magnético e concatenam diferentes fases (Φ_i) são representados por relutâncias não lineares. Os Fluxos de Dispersão por Fase (FDF), que circulam no ar e pelo núcleo e concatenam ambos os enrolamentos de uma fase (Φ_{0i}), são representados por relutâncias lineares. Os fluxos de dispersão Φ_{pi} e Φ_{si} , que concatenam os enrolamentos sem penetrar no material do núcleo magnético, são representados por indutâncias (de dispersão) constantes em cada enrolamento. Os fluxos Φ_{psi} , que representam os acoplamentos entre as bobinas do transformador uma a uma, são descritos por uma matriz de indutância incremental \mathbf{L}_d .

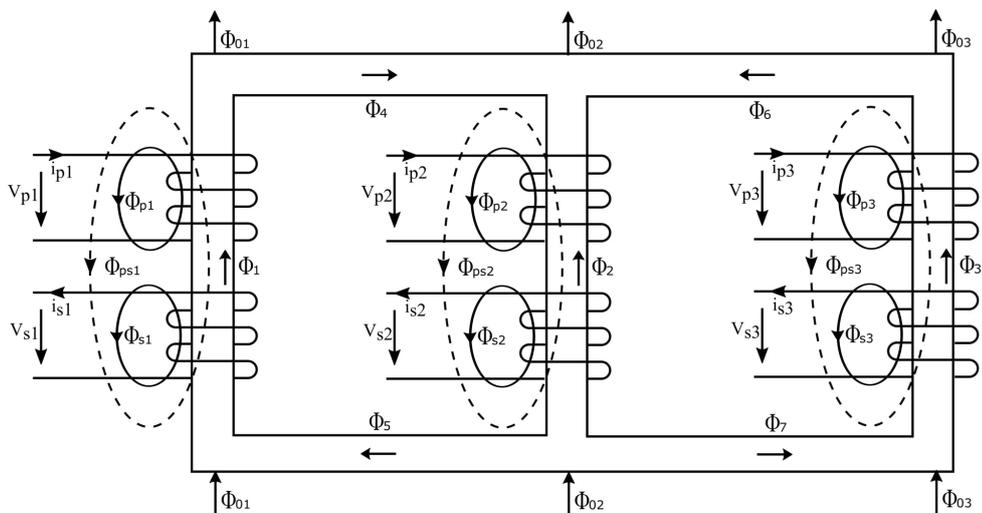


Figura 3.1 – Representação dos fluxos magnéticos em um transformador trifásico de núcleo envolvido.

O transformador trifásico escolhido para a modelagem é do tipo núcleo envolvido, conforme ilustrado na Figura 3.2. O número de espiras do primário e secundário são representados por N_{pj} e N_{sj} , respectivamente, enquanto as correntes dos enrolamentos do primário e secundário são denotadas por i_{pj} e i_{sj} . O fluxo magnético é representado por Φ_j , em que j varia de 1 a 3 para cada fase. A seção transversal e o comprimento das seções do núcleo magnético são representados por A_{ci} e l_{ci} , respectivamente, para i variando de 1 a 7.

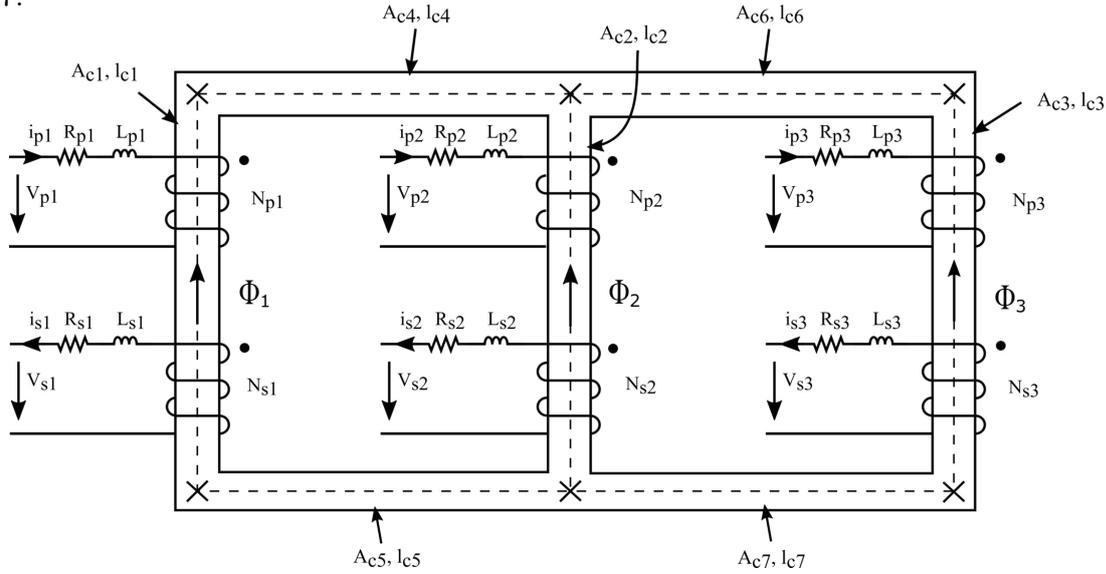


Figura 3.2 – Representação simplificada do transformador trifásico.

Na modelagem proposta o transformador tem seu núcleo e enrolamentos representados por equações diferenciais. São escritas as equações diferenciais para os circuitos de cada bobina sendo o comportamento do núcleo ferromagnético inserido na modelagem por meio de equações diferenciais do fluxo magnético.

Para representar o comportamento não linear do aço no núcleo magnético, foram adotados os modelos JA e G de histerese. A não linearidade foi incorporada ao modelo por meio da permeabilidade diferencial μ_{di} das seções i do núcleo. Cabe destacar que foram considerados apenas os dados das lâminas na direção longitudinal de laminação.

3.1 EQUAÇÕES DO CIRCUITO MAGNÉTICO

Para representar o circuito magnético do transformador trifásico da Figura 3.2, pode-se utilizar seu equivalente, conforme ilustrado na Figura 3.3. As relutâncias magnéticas são representadas por \mathfrak{R}_{mi} ($i = 1, \dots, 7$) e as forças magnetomotrizes totais F_{psj} ($j = 1, 2, 3$) são definidas para cada uma das três colunas do circuito magnético, levando em conta as correntes no primário e no secundário, sendo descrito por

$$F_{psj} = N_{pj}i_{pj} - N_{sj}i_{sj}. \quad (3.1)$$

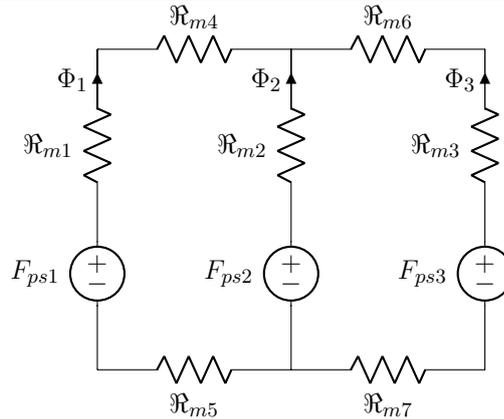


Figura 3.3 – Circuito magnético equivalente do transformador trifásico.

Antes de começar a definir as equações diferenciais do núcleo, é necessário incluir os FDF no circuito magnético. A inclusão pode ser feita pela inserção de ramos adicionais ao circuito magnético, conforme ilustrado na Figura 3.4, que apresenta 4 diferentes representações [66]. A primeira abordagem, ilustrada na Figura 3.4(a), descreve o fluxo concentrado na coluna central, usando apenas uma relutância \mathfrak{R}_0 . A segunda abordagem, ilustrada na Figura 3.4(b), distribui o fluxo nas três colunas do transformador, considerando que as relutâncias \mathfrak{R}_{01} , \mathfrak{R}_{02} e \mathfrak{R}_{03} são iguais. A terceira abordagem é semelhante à anterior, mas considera valores distintos para \mathfrak{R}_{01} , \mathfrak{R}_{02} e \mathfrak{R}_{03} . Por fim, na última abordagem, assume-se que não há fluxos de dispersão. O valor total da relutância de dispersão \mathfrak{R}_0 pode ser obtido por meio do ensaio de sequência zero. Nos capítulos seguintes, esse valor de \mathfrak{R}_0 será utilizado com base em medições previamente publicadas.

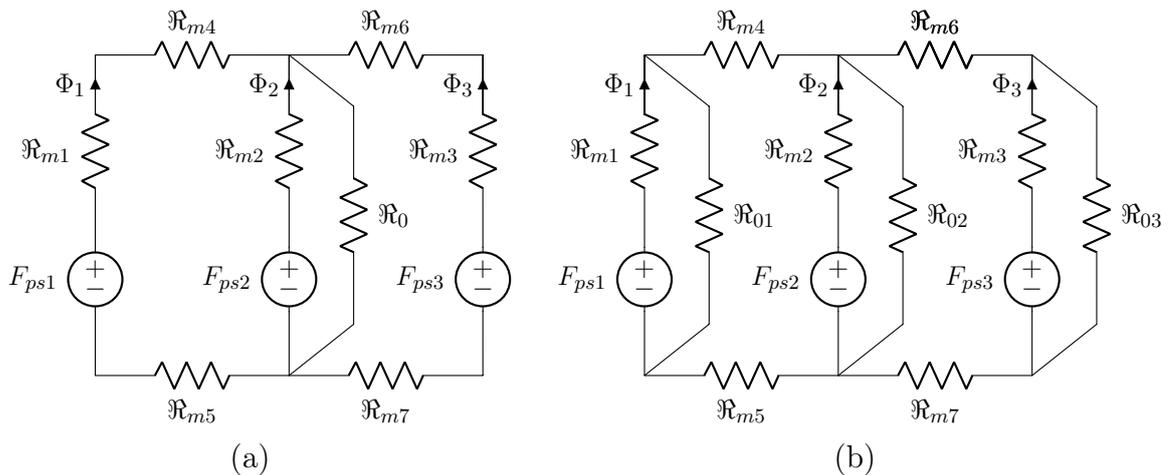


Figura 3.4 – Circuito magnético do transformador trifásico com os FDF. (a) Concentrado na coluna central. (b) Distribuído nas três colunas.

Para a terceira abordagem, é preciso determinar os valores das relutâncias \mathfrak{R}_{01} , \mathfrak{R}_{02} e \mathfrak{R}_{03} . Como a geometria do transformador é simétrica em relação à coluna central, pode-se assumir que

$$\mathfrak{R}_{01} = \mathfrak{R}_{03}. \quad (3.2)$$

Para considerar a diferença entre as partes laterais e central do núcleo magnético, cada FDF é decomposto em uma soma de fluxos elementares Φ_{0f} , e a mesma relutância \mathfrak{R}_{0f} é associada aos diferentes Φ_{0f} . Então, conforme ilustrado na Figura 3.5, as relutâncias do FDF relacionadas às partes laterais (Figura 3.5(a)) e central (Figura 3.5(b)) são compostas, respectivamente, de quatro e três \mathfrak{R}_{0f} em paralelo, o que leva a

$$\mathfrak{R}_{01} = \frac{\mathfrak{R}_{0f}}{4} \quad e \quad \mathfrak{R}_{02} = \frac{\mathfrak{R}_{0f}}{3}. \quad (3.3)$$

Considerando que

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_0} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{01}} + \frac{1}{\mathfrak{R}_{02}} + \frac{1}{\mathfrak{R}_{03}}, \quad (3.4)$$

e combinando as Equações 3.2, 3.3 e 3.4, tem-se

$$\mathfrak{R}_{01} = \mathfrak{R}_{03} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{4} \quad e \quad \mathfrak{R}_{02} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{3}. \quad (3.5)$$

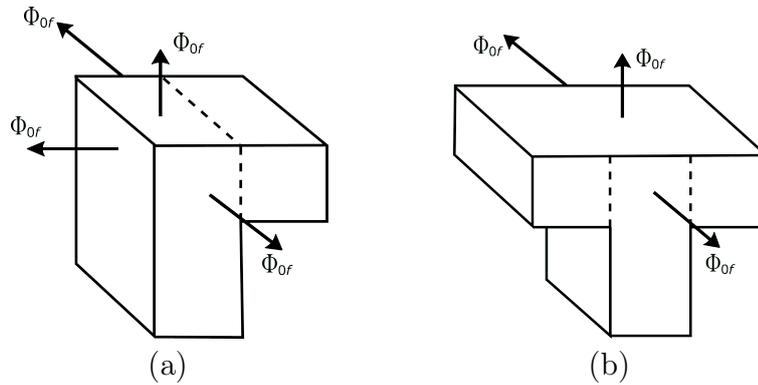


Figura 3.5 – Decomposição do FDF no núcleo. (a) Lateral. (b) Central.

A configuração ilustrada na Figura 3.4(b), na qual \mathfrak{R}_{01} , \mathfrak{R}_{02} e \mathfrak{R}_{03} possuem valores distintos, apresenta os melhores resultados em termos de amplitude e forma de onda [66]. Portanto, esse será o arranjo adotado no modelo do núcleo, e o circuito magnético equivalente final do transformador trifásico será o apresentado na Figura 3.6.

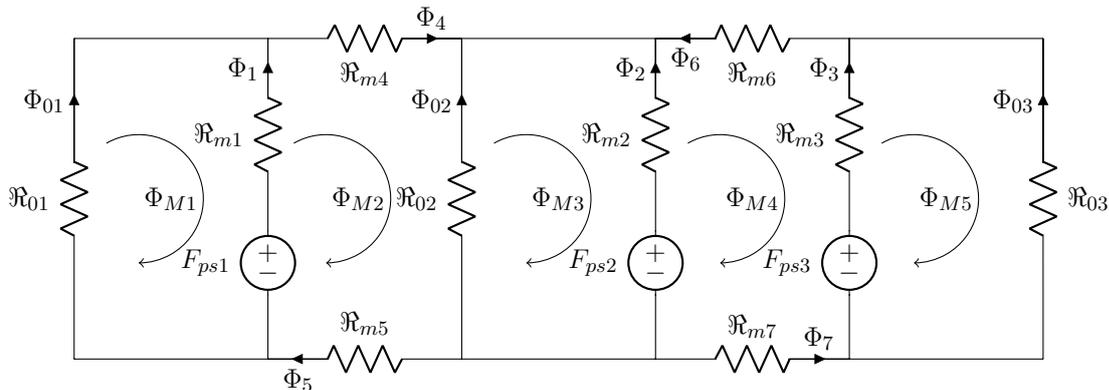


Figura 3.6 – Circuito magnético equivalente do transformador trifásico com os FDF.

As derivadas dos fluxos concatenados e das correntes dos enrolamentos em relação ao tempo são relacionadas por meio da matriz de indutância incremental \mathbf{L}_d . A determinação de \mathbf{L}_d é baseada na análise do circuito magnético equivalente da Figura 3.4(b), levando em conta as orientações das malhas de referência do circuito apresentado na Figura 3.6. Neste circuito, Φ_j ($j = 1, \dots, 7$) representa os fluxos nas relutâncias não lineares (núcleo), Φ_{0i} ($i = 1, 2, 3$) representa os fluxos nas relutâncias lineares (sequência zero) e Φ_{Mk} ($k = 1, \dots, 5$) representa os fluxos nas malhas. A Figura 3.6 também permite obter a matriz de incidência do laço \mathbf{C}_m (Equação 3.6), que relaciona os fluxos dos ramos com os das malhas.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{M1} \\ \Phi_{M2} \\ \Phi_{M3} \\ \Phi_{M4} \\ \Phi_{M5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \\ \Phi_7 \\ \Phi_{01} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{03} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A partir da Equação 3.6, pode-se estabelecer a seguinte relação para descrever os fluxos nos ramos:

$$\Phi = \mathbf{C}_m^T \Phi_M. \quad (3.7)$$

Da Figura 3.6, é possível definir as tensões magnéticas f para todos os ramos, como sendo

$$\begin{aligned} f_1 &= \mathfrak{R}_{m1} \Phi_1 - F_{ps1}, & f_2 &= \mathfrak{R}_{m2} \Phi_2 - F_{ps2}, & f_3 &= \mathfrak{R}_{m3} \Phi_3 - F_{ps3}, \\ f_4 &= \mathfrak{R}_{m4} \Phi_4, & f_5 &= \mathfrak{R}_{m5} \Phi_5, & f_6 &= \mathfrak{R}_{m6} \Phi_6, & f_7 &= \mathfrak{R}_{m7} \Phi_7, \\ f_{01} &= \mathfrak{R}_{01} \Phi_{01}, & f_{02} &= \mathfrak{R}_{02} \Phi_{02}, & f_{03} &= \mathfrak{R}_{03} \Phi_{03}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Na forma matricial, tem-se

$$\mathbf{f} = \mathfrak{R}_m \Phi - \mathbf{F}, \quad (3.9)$$

em que \mathbf{f} e \mathbf{F} são os vetores das tensões magnéticas e das forças magnetomotrizes dos ramos, respectivamente, e \mathfrak{R}_m é a matriz de relutâncias. Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff no circuito equivalente da Figura 3.6, tem-se

$$\mathbf{C}_m \mathbf{f} = 0. \quad (3.10)$$

Substituindo a Equação 3.9 na 3.10, chega-se em

$$\mathbf{C}_m \mathfrak{R}_m \Phi = \mathbf{C}_m \mathbf{F}. \quad (3.11)$$

Aplicando o operador derivativo “ D ” na Equação 3.11, resulta em

$$\mathbf{C}_m D(\mathfrak{R}_m \Phi) = \mathbf{C}_m D\mathbf{F}. \quad (3.12)$$

Para calcular a derivada temporal do produto $\mathfrak{R}_m \Phi$, assume-se que a indução magnética é uniforme em todas as partes do núcleo e que os caminhos magnéticos estão no centro do núcleo. Aplicando a Lei de Ampère na parte “1” do circuito magnético mostrado na Figura 3.2, tem-se

$$\mathfrak{R}_{m1} \Phi_1 = H_1 l_{c1}, \quad (3.13)$$

em que, H_1 é a intensidade de campo magnético. Assim, a derivada pode ser calculada como

$$\frac{d}{dt}(\mathfrak{R}_{m1} \Phi_1) = \frac{d}{dt}(H_1 l_{c1}) = l_{c1} \frac{dH_1}{dt} = l_{c1} \frac{dH_1}{dB_1} \frac{dB_1}{dt} = \frac{l_{c1}}{A_{c1}} \frac{dH_1}{dB_1} \frac{d\Phi_1}{dt}. \quad (3.14)$$

A derivada da indução magnética B_1 em relação ao campo magnético H_1 é chamada de permeabilidade diferencial μ_{d1} da parte “1” do núcleo magnético, definida como

$$\mu_{d1} = \frac{dB_1}{dH_1}. \quad (3.15)$$

Substituindo a Equação 3.15 na 3.14, resulta em

$$\frac{d}{dt}(\mathfrak{R}_{m1} \Phi_1) = \mathfrak{R}_{md1} \frac{d\Phi_1}{dt}, \quad (3.16)$$

em que, \mathfrak{R}_{md1} é chamada de relutância incremental e pode ser expressada por

$$\mathfrak{R}_{md1} = \frac{l_{c1}}{\mu_{d1} A_{c1}}. \quad (3.17)$$

De modo similar, é possível expressar todos os termos do lado esquerdo da Equação 3.12 na forma da Equação 3.16. Assim, a Equação 3.12 pode ser reescrita como

$$\mathbf{C}_m \mathfrak{R}_{md} D\Phi = \mathbf{C}_m D\mathbf{F}, \quad (3.18)$$

em que, \mathfrak{R}_{md} é a matriz incremental de relutância. Substituindo a Equação 3.7 na 3.18 tem-se

$$\mathbf{C}_m \mathfrak{R}_{md} \mathbf{C}_m^T D\Phi_M = \mathbf{C}_m D\mathbf{F}. \quad (3.19)$$

A matriz de relutância incremental na malha pode ser definida como

$$\mathfrak{R}_{md}^M = \mathbf{C}_m \mathfrak{R}_{md} \mathbf{C}_m^T. \quad (3.20)$$

Substituindo a Equação 3.20 na Equação 3.19, é possível expressar a derivada temporal dos fluxos nos laços como

$$D\Phi_M = [\mathfrak{R}_{md}^M]^{-1} \mathbf{C}_m D\mathbf{F}. \quad (3.21)$$

Os fluxos concatenados nos enrolamentos primário e secundário podem ser representados de forma matricial como

$$\Psi = \mathbf{N}_\Psi \Phi, \quad (3.22)$$

em que, Ψ é o vetor do fluxo concatenado e \mathbf{N}_Ψ é a matriz que contém o número de espiras dos enrolamentos. Aplicando o operador derivativo “ D ” na Equação 3.22 e utilizando as Equações 3.7 e 3.21, resulta em

$$D\Psi = \mathbf{N}_\Psi \mathbf{C}_m^T [\mathfrak{R}_{md}^M]^{-1} \mathbf{C}_m D\mathbf{F}. \quad (3.23)$$

As forças F_{psj} ($j = 1, 2, 3$), as quais são expressas pela Equação 3.1, podem ser combinadas na forma matricial como

$$\mathbf{F} = \mathbf{N}_F \mathbf{I}_{ps}, \quad (3.24)$$

em que, \mathbf{N}_F é a matriz que contém o número de espiras dos enrolamentos e \mathbf{I}_{ps} é o vetor que contém as correntes do primário i_{pj} e do secundário i_{sj} . Substituindo a Equação 3.24 na 3.23 tem-se

$$D\Psi = \mathbf{L}_d D\mathbf{I}_{ps}, \quad (3.25)$$

sendo que a matriz \mathbf{L}_d (6x6) é definida por

$$\mathbf{L}_d = \mathbf{N}_\Psi \mathbf{C}_m^T [\mathbf{R}_{md}^M]^{-1} \mathbf{C}_m \mathbf{N}_F. \quad (3.26)$$

Conforme apresentado na Equação 3.26, a matriz simétrica \mathbf{L}_d pode ser calculada para um núcleo magnético com qualquer topologia, utilizando as matrizes fundamentais \mathbf{N}_Ψ , \mathbf{N}_F , \mathbf{C}_m e \mathfrak{R}_{md}^M . Essa matriz representa as indutâncias incrementais do transformador, sendo que os elementos na diagonal correspondem às autoindutâncias incrementais dos enrolamentos e os elementos fora da diagonal correspondem às indutâncias mútuas incrementais entre eles. As indutâncias são expressas em termos da permeabilidade diferencial μ_{di} , por intermédio de \mathfrak{R}_{mdi} , o que leva em consideração as características não lineares do material do núcleo no modelo do transformador.

A matriz \mathbf{L}_d pode ser particionada em 4 matrizes (3x3) que descrevem as indutâncias (auto e mútua) do primário e secundário, sendo

$$\mathbf{L}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{dpp} & \mathbf{L}_{dps} \\ \mathbf{L}_{dsp} & \mathbf{L}_{dss} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Essa representação está em conformidade com o que é apresentado por [56], segundo o qual um transformador trifásico com dois enrolamentos deve ser representado por uma matriz 6x6.

3.2 EQUAÇÕES DO CIRCUITO ELÉTRICO

As equações elétricas do transformador ilustrado na Figura 3.2 podem ser expressas de forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_p \\ \mathbf{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D\mathbf{I}_p \\ D\mathbf{I}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D\Psi_p \\ D\Psi_s \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

em que, \mathbf{I}_p e \mathbf{I}_s são as matrizes de correntes, \mathbf{V}_p e \mathbf{V}_s são as matrizes das fontes de tensões, \mathbf{R}_p e \mathbf{R}_s são as matrizes das resistências dos enrolamentos, \mathbf{L}_p e \mathbf{L}_s são as matrizes das indutâncias de dispersão e $\mathbf{\Psi}_p$ e $\mathbf{\Psi}_s$ são as matrizes dos fluxos concatenados entre o primário e o secundário.

Para combinar o fluxo concatenado na Equação 3.25 com a 3.28, pode-se escrever

$$\mathbf{I}_{ps} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Substituindo a Equação 3.29 na 3.25 tem-se

$$\mathbf{D}\mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}\mathbf{\Psi}_p \\ \mathbf{D}\mathbf{\Psi}_s \end{bmatrix} = \mathbf{L}_d \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Substituindo a Equação 3.30 na 3.28, a equação do circuito elétrico será

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_p \\ \mathbf{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{L}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_s \end{bmatrix} + \mathbf{L}_d \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{D}\mathbf{I}_p \\ \mathbf{D}\mathbf{I}_s \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

3.3 INCORPORAÇÃO DOS MODELOS DE HISTERESE

Nesta seção, será descrito como os modelos de histerese magnética foram incorporados ao modelo de transformador trifásico desenvolvido. A partir do modelo de JA, que é descrito em [45], tem-se

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k - \alpha(M_{an} - M_{irr})}, \quad (3.32)$$

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right). \quad (3.33)$$

Em termos de H , M_{an} pode ser expressada pela equação modificada de Langevin, dada por

$$M_{an}(H) = M_s \left[\coth \left(\frac{H + \alpha M}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha M} \right]. \quad (3.34)$$

O termo $\frac{dM_{an}}{dH}$ na Equação 3.33 pode ser derivado da Equação 3.34, sendo

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H + \alpha M}{a} \right) - \frac{(a)^2}{(H + \alpha M)^2} \right]. \quad (3.35)$$

A implementação do algoritmo para o modelo inverso de JA foi baseado em [67], em que \mathbf{M} e \mathbf{H} são calculados a partir de \mathbf{B} , por

$$\Delta B = B(t + \Delta t) - B(t)$$

$$M(t) = \frac{B(t)}{\mu_0} - H(t)$$

$$\begin{aligned}
 H_e(t) &= H(t) + \alpha M(t) \\
 M_{an}(t) &= M_s \left[\coth \left(\frac{H_e(t)}{a} \right) - \frac{a}{H_e(t)} \right] \\
 M_{irr}(t) &= \frac{M(t) - cM_{an}(t)}{1 - c} \\
 \frac{dM_{an}}{dH_e} &= \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H_e(t)}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e(t)} \right)^2 \right] \\
 \frac{M_{irr}}{dB_e} &= \frac{M_{an}(t) - M_{irr}(t)}{\mu_0 k \delta} \\
 \frac{dM}{dB} &= \frac{(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + \mu_0 (1 - \alpha) (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c(1 - \alpha) \frac{dM_{an}}{dH_e}} \\
 M(t + \Delta t) &= M(t) + \frac{dM}{dB} \Delta B \\
 H(t + \Delta t) &= \frac{B(t + \Delta t)}{\mu_0} - M(t + \Delta t).
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

No modelo proposto para o transformador, foram levadas em consideração as diferentes componentes que compõem a permeabilidade diferencial. Essa abordagem se baseia em [67] e [68], que incluem as componentes responsáveis pelas perdas por correntes de Foucault e perdas excedentes no cálculo da relutividade diferencial.

Pode-se expressar a relação de campo magnético com a indução magnética por

$$d\mathbf{H} = \nu_d d\mathbf{B}, \tag{3.37}$$

em que ν_d representa a relutividade diferencial. Utilizando o método de Euler para representar as derivadas, a Equação 3.37 pode ser escrita como

$$\Delta \mathbf{H} = \nu_d \Delta \mathbf{B}, \tag{3.38}$$

em que, $\Delta \mathbf{H} = \mathbf{H}(t) - \mathbf{H}(t - \Delta t)$, $\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B}(t) - \mathbf{B}(t - \Delta t)$ e Δt é o passo de tempo. Assim, a relutividade diferencial ν_d pode ser calculada como

$$\nu_d = \frac{\mathbf{H}(t) - \mathbf{H}(t - \Delta t)}{\mathbf{B}(t) - \mathbf{B}(t - \Delta t)}. \tag{3.39}$$

Assumindo que o campo magnético total $\mathbf{H}_T(t + \Delta t)$ pode ser expresso como a soma do campo magnético por histerese $\mathbf{H}_h(t + \Delta t)$ (calculado pelo modelo inverso de JA Equação 3.36), juntamente com o campo magnético associado às perdas por correntes de Foucault $\mathbf{H}_{edd}(t + \Delta t)$ e ao campo excedente $\mathbf{H}_{exc}(t + \Delta t)$, tem-se

$$\mathbf{H}_T(t + \Delta t) = \mathbf{H}_h(t + \Delta t) + \mathbf{H}_{edd}(t + \Delta t) + \mathbf{H}_{exc}(t + \Delta t). \tag{3.40}$$

Para obter o campo magnético associado às correntes de Foucault, considera-se a densidade de energia W_f (em $[J/m^3]$) dissipada no intervalo Δt pelas correntes de Foucault nas chapas de aço com condutividade σ e espessura d , dada por

$$W_f = \frac{\sigma d^2}{12} \int_{\Delta t} \left(\frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)^2 dt \cong \frac{\sigma d^2}{12} \int_{\Delta t} \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} d\mathbf{B}. \quad (3.41)$$

Esta mesma energia pode ser expressa em termos do campo magnético $\mathbf{H}_{edd}(t + \Delta t)$ como

$$\mathbf{H}_{edd}(t + \Delta t) = \frac{\sigma d^2}{12 \Delta t} \Delta \mathbf{B}. \quad (3.42)$$

Por outro lado, W_e é a densidade de energia dissipada no intervalo de tempo Δt pelas perdas excedentes, e é descrita como

$$W_e = \sqrt{\sigma G V_o S} \int_{\Delta t} \left| \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right|^{\frac{3}{2}} dt \cong \sqrt{\sigma G V_o S} \int_{\Delta t} \left| \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} \right|^{-0.5} \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} d\mathbf{B}, \quad (3.43)$$

em que, S é a seção transversal da chapa de aço, e G e V_0 ⁽¹⁾ são parâmetros definidos em [62]. Então, W_e pode ser expressa como

$$W_e = \int_{\Delta t} \mathbf{H}_{exc}(t + \Delta t) d\mathbf{B}. \quad (3.44)$$

Com as Equações 3.43 e 3.44, pode-se escrever $\mathbf{H}_{exc}(t + \Delta t)$ como

$$\mathbf{H}_{exc}(t + \Delta t) = \sqrt{\sigma G V_o S} \left| \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} \right|^{-0.5} \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t}. \quad (3.45)$$

Por fim, a relutividade diferencial total ν_{dT} pode ser escrita como

$$\nu_{dT} = \nu_d + \frac{\sigma d^2}{12 \Delta t} + \sqrt{\sigma G V_o S} \left| \frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta t} \right|^{-0.5} \frac{1}{\Delta t}. \quad (3.46)$$

Dessa forma, no modelo proposto, a Equação 3.15 foi substituída por $1/\nu_{dT}$. Embora tenha sido mostrada apenas a incorporação do modelo de histerese de JA, é importante ressaltar que, para a utilização do modelo G de histerese, o algoritmo apresentado na Equação 3.36 é substituído pelo algoritmo do Anexo A. Além disso, é necessário utilizar a representação dos laços menores apresentada nas Equações 2.21 e 2.22.

3.4 EQUACIONAMENTO DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Nos circuitos de distribuição de energia, a conexão delta estrela é a configuração mais utilizada nos transformadores [26]. Portanto, neste modelo, será considerada a conexão delta no primário e estrela aterrado no secundário e na carga, conforme ilustrado na Figura 3.7.

⁽¹⁾ Para chapas de grão orientado 3% *SiFe* com corte longitudinal, $G = 0,1356$ e $V_0 = 0,15$ A/m [62].

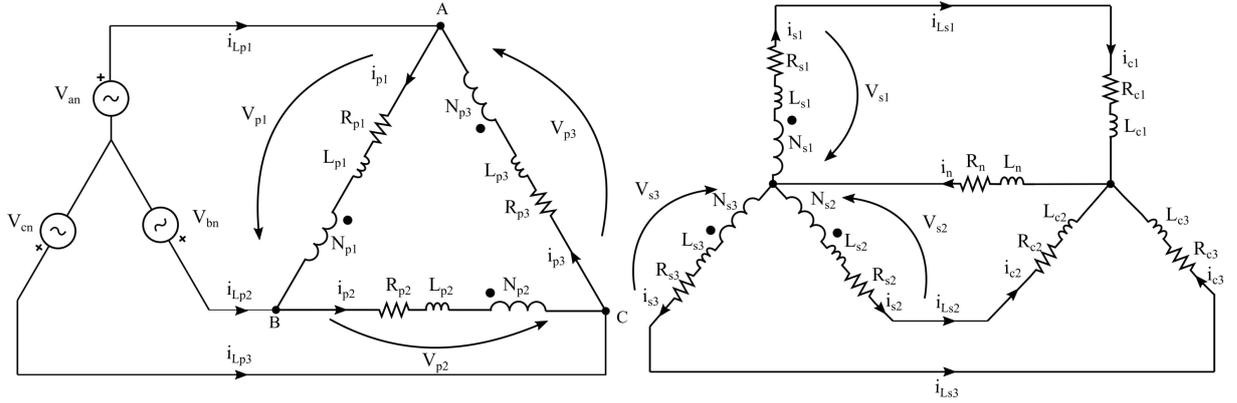


Figura 3.7 – Circuito elétrico equivalente do transformador para conexão delta no primário, estrela aterrado no secundário e na carga.

Ao analisar o circuito elétrico da Figura 3.7 no primário, é possível escrever a seguinte equação na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{p1} \\ V_{p2} \\ V_{p3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

Da aplicação da lei das correntes de Kirchhoff aos nós A, B e C na Figura 3.7, obtém-se

$$\begin{bmatrix} i_{Lp1} \\ i_{Lp2} \\ i_{Lp3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p1} \\ i_{p2} \\ i_{p3} \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

Analisando ainda os enrolamentos do primário, pode-se escrever

$$V_{pk} = R_{pk}i_{pk} + L_{pk}\frac{d}{dt}i_{pk} + \frac{d}{dt}\Psi_{pk}, \quad (k = 1, 2, 3). \quad (3.49)$$

Assumindo que

$$\Psi_{pk} = [\mathbf{L}_{dpp}] \frac{d}{dt}i_{pk} + [\mathbf{L}_{dps}] \frac{d}{dt}i_{sk}, \quad (k = 1, 2, 3), \quad (3.50)$$

e substituindo a Equação 3.50 na 3.49, tem-se

$$V_{pk} = R_{pk}i_{pk} + L_{pk}\frac{d}{dt}i_{pk} + [\mathbf{L}_{dpp}] \frac{d}{dt}i_{pk} + [\mathbf{L}_{dps}] \frac{d}{dt}i_{sk}, \quad (k = 1, 2, 3). \quad (3.51)$$

Reescrevendo na forma matricial e utilizando a notação $[\dot{}]$ para representar a derivada temporal, a equação pode ser expressa como

$$\begin{bmatrix} V_{p1} \\ V_{p2} \\ V_{p3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{p3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p1} \\ i_{p2} \\ i_{p3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{p3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{p1} \\ \dot{i}_{p2} \\ \dot{i}_{p3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dpp}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{p1} \\ \dot{i}_{p2} \\ \dot{i}_{p3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dps}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{i}_{s3} \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Agora, analisando o secundário, a carga e seguindo a orientação da corrente de linha “1” do secundário da Figura 3.7, pode-se escrever

$$\frac{d}{dt}\Psi_{s1} + (L_{s1} + L_{c1})\frac{d}{dt}i_{s1} + (R_{s1} + R_{c1})i_{s1} + L_n\frac{d}{dt}i_n + R_n i_n = 0. \quad (3.53)$$

Considerando que

$$i_n = i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} \quad (3.54)$$

e

$$\Psi_{sk} = [\mathbf{L}_{dss}] \frac{d}{dt}i_{sk} + [\mathbf{L}_{dsp}] \frac{d}{dt}i_{pk}, \quad (k = 1, 2, 3), \quad (3.55)$$

pode-se escrever as equações do secundário na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} R_{eq1} & R_n & R_n \\ R_n & R_{eq2} & R_n \\ R_n & R_n & R_{eq3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{eq1} & L_n & L_n \\ L_n & L_{eq2} & L_n \\ L_n & L_n & L_{eq3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{i}_{s3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dss}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{i}_{s3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dsp}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{p1} \\ \dot{i}_{p2} \\ \dot{i}_{p3} \end{bmatrix} = 0, \quad (3.56)$$

em que $R_{eqk} = R_{sk} + R_{ck} + R_n$ e $L_{eqk} = L_{sk} + L_{ck} + L_n$ para $(k = 1, 2, 3)$.

Das Equações 3.52 e 3.56, pode-se escrever as equações de estado do transformador, sendo

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{p1} \\ \dot{i}_{p2} \\ \dot{i}_{p3} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} V_{p1} \\ V_{p2} \\ V_{p3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{p3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p1} \\ i_{p2} \\ i_{p3} \end{bmatrix} - [\mathbf{L}_{dps}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{i}_{s3} \end{bmatrix} \right\} \left(\begin{bmatrix} L_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{p3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dpp}] \right)^{-1} \quad (3.57)$$

e

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \\ \dot{i}_{s3} \end{bmatrix} = \left\{ - \begin{bmatrix} R_{eq1} & R_n & R_n \\ R_n & R_{eq2} & R_n \\ R_n & R_n & R_{eq3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} - [\mathbf{L}_{dsp}] \begin{bmatrix} \dot{i}_{p1} \\ \dot{i}_{p2} \\ \dot{i}_{p3} \end{bmatrix} \right\} \left(\begin{bmatrix} L_{eq1} & L_n & L_n \\ L_n & L_{eq2} & L_n \\ L_n & L_n & L_{eq3} \end{bmatrix} + [\mathbf{L}_{dss}] \right)^{-1}. \quad (3.58)$$

Definidas as matrizes com as equações elétricas, é necessário determinar \mathbf{L}_d . Partindo da Equação 3.9 e usando a Equação 3.20 é possível determinar a matriz de relutância incremental das malhas, sendo

$$\mathfrak{R}_{md}^M = \begin{bmatrix} \mathfrak{R}_{01} + \mathfrak{R}_1 & -\mathfrak{R}_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathfrak{R}_1 & \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_4 + \mathfrak{R}_5 + \mathfrak{R}_{02} & -\mathfrak{R}_{02} & 0 & 0 \\ 0 & -\mathfrak{R}_{02} & \mathfrak{R}_{02} + \mathfrak{R}_2 & -\mathfrak{R}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathfrak{R}_2 & \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_6 + \mathfrak{R}_7 & \mathfrak{R}_3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathfrak{R}_3 & \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_{03} \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Com base na Equação 3.22, é possível determinar a matriz \mathbf{N}_Ψ (6x10), onde os elementos não nulos são $N_{\Psi_{11}} = N_{p1}$, $N_{\Psi_{22}} = N_{p2}$, $N_{\Psi_{33}} = N_{p3}$, $N_{\Psi_{41}} = -N_{s1}$, $N_{\Psi_{52}} = -N_{s2}$ e $N_{\Psi_{63}} = -N_{s3}$. Da mesma forma, a partir da Equação 3.24, é possível determinar a matriz \mathbf{N}_F (10x6), na qual os elementos não nulos são $N_{F_{11}} = N_{p1}$, $N_{F_{22}} = N_{p2}$, $N_{F_{33}} = N_{p3}$, $N_{F_{14}} = -N_{s1}$, $N_{F_{25}} = -N_{s2}$ e $N_{F_{36}} = -N_{s3}$.

Substituindo as Equações 3.22 e 3.24 na Equação 3.26, e utilizando as matrizes \mathbf{N}_Ψ , \mathbf{N}_F e \mathbf{C}_m , é possível determinar a matriz \mathbf{L}_d .

3.5 VALIDAÇÃO DO MODELO COM BASE NA LITERATURA

Os dados do transformador trifásico de núcleo envolvido apresentado em [69] foram utilizados para as simulações e validações do modelo proposto. Os parâmetros por fase do primário e secundário são os seguintes: 5056 e 58 espiras, $173,64 \Omega$ e $22,85 m\Omega$, $658,08 mH$ e $86,6 \mu H$. A amplitude de fase da fonte de tensão é de $16,33 kV$, enquanto a carga é composta por um ramo RL série com $2,7 \Omega$ e $5 mH$. A seção transversal do núcleo tem uma área de $111,37 \times 10^{-4} m^2$ e as seções do núcleo possuem um comprimento de $0,4875 m$. Os parâmetros para o modelo de JA foram obtidos a partir de [45], enquanto as chapas utilizadas são de grão orientado 3% *SiFe* com corte longitudinal, apresentando espessura (d) de $0,35 \times 10^{-3} m$, potencial magnético interno (V_0) de $0,15 A/m$ e condutividade (σ) de $2,2 \times 10^6 \Omega m^{-1}$, de acordo com [62].

As simulações foram realizadas no *software* Matlab, utilizando o método de Euler para resolver as equações de estado. A primeira simulação foi realizada com a conexão delta estrela e carga equilibrada, conforme ilustrado na Figura 3.7. Na Figura 3.8, é apresentado o transitório da corrente de linha no primário do transformador. Observa-se uma boa concordância entre a Figura 3.8(a) e a simulação da Figura 3.8(b), porém, uma discrepância no primeiro pico de corrente é observada. Uma possível explicação para essa diferença é que, na Figura 3.8(a), segundo [69], foram inseridas chaves nas fases que foram acionadas na passagem das tensões pelo zero, enquanto que nas simulações realizadas neste trabalho esses chaveamentos foram ignorados. Também é importante citar que não se conhece todos os detalhes numéricos da simulação utilizada no artigo de referência, os quais podem introduzir diferenças significativas no cálculo transitório como, por exemplo, o passo de tempo utilizado, o método de solução das equações diferenciais e a implementação do modelo de histerese. Embora uma diferença nos picos das correntes possa ser observada, o modelo implementado representa o comportamento típico de um transformador sendo energizado (correntes de *inrush*).

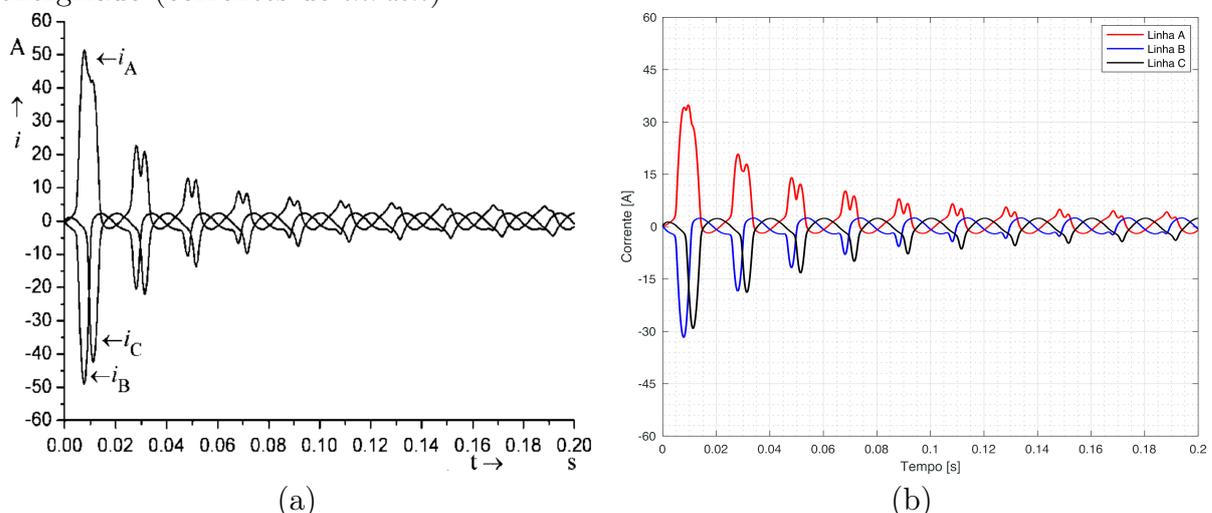


Figura 3.8 – Correntes de linha no primário do transformador com carga equilibrada. (a) Publicado por [69]. (b) Simulação pelo autor.

A Figura 3.9 apresenta as correntes de linha no secundário do transformador para a carga equilibrada, mostrando uma semelhança entre as respostas simuladas. Já a Figura 3.10 apresenta a simulação com carga desequilibrada, considerando uma alteração na fase “a”, que passou a ser composta por um ramo RL série com $2,97 \Omega$ e $5,5 \text{ mH}$. Como esperado, a carga desequilibrada gera uma circulação de corrente pelo neutro, como evidenciado na Figura 3.10.

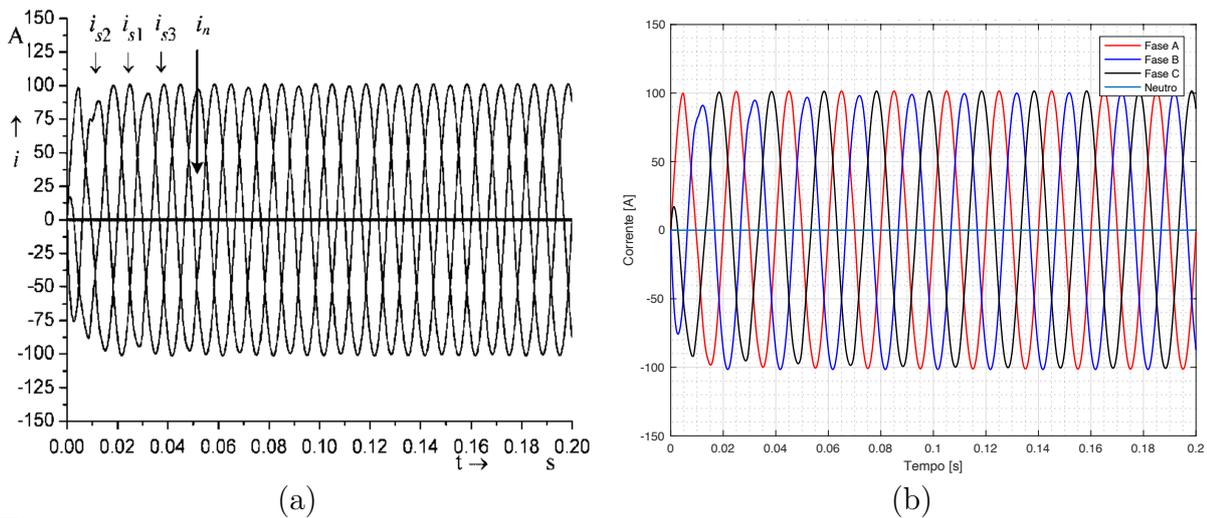


Figura 3.9 – Correntes de linha no secundário do transformador com carga equilibrada. (a) Publicado por [69]. (b) Simulação pelo autor.

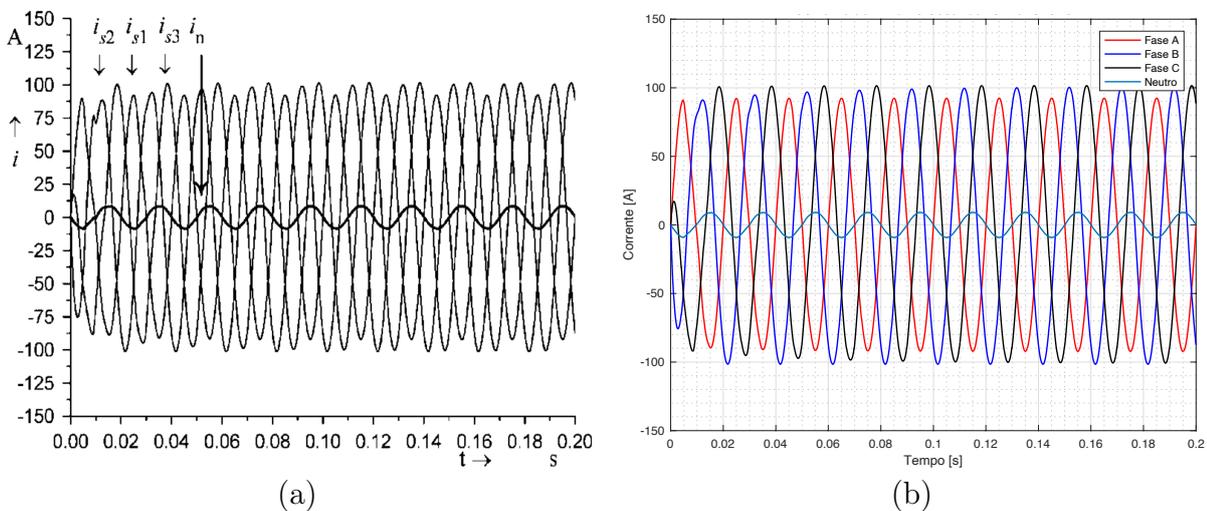


Figura 3.10 – Correntes de linha no secundário do transformador com carga desequilibrada. (a) Publicado por [69]. (b) Simulação pelo autor

A representação da circulação de corrente no neutro é importante, pois mesmo com cargas equilibradas, a relutância de dispersão, doravante denominada de \mathfrak{R}_{0_s} , pode gerar um transitório de corrente no neutro [66, 69]. Nesse ponto, observou-se uma possível inconsistência nos resultados apresentados em [69], uma vez que a Figura 3.9(a) deveria apresentar esse transitório devido às \mathfrak{R}_{0_s} . A Figura 3.9(b), que é proveniente da simulação na modelagem proposta, foi gerada desconsiderando as \mathfrak{R}_{0_s} . Além disso, a matriz de indutância incremental do transformador apresentada em [69] não contém as \mathfrak{R}_{0_s} , o que também pode indicar uma possível inconsistência.

Então, incluiu-se as \mathfrak{R}_{0_s} por meio das Equações 3.26 e 3.59, considerando, inicialmente, as quatro configurações apresentadas na Figura 3.4. O primário do transformador foi conectado em estrela aterrado, e o secundário foi mantido em aberto. A fonte foi ajustada para manter a mesma tensão nas bobinas do transformador do caso anterior. O objetivo desta simulação é comparar os resultados com os apresentados em [66]. Entretanto, como foram utilizados transformadores distintos (embora ambos sejam de núcleo envolvido), não se almeja comparar as amplitudes, mas sim as formas de onda. Essa abordagem foi necessária devido à falta de dados, já que em [69] as \mathfrak{R}_{0_s} não foram apresentadas, e em [66] não foram descritos os parâmetros que representam o núcleo magnético. Portanto, utilizaram-se os valores das \mathfrak{R}_{0_s} definidos em [66] e os parâmetros do núcleo de [69].

A Figura 3.11 apresenta as correntes no primário para as quatro possibilidades, onde a curva azul corresponde à situação em que as \mathfrak{R}_{0_s} foram desconsideradas. Já a curva laranja representa o caso em que $\mathfrak{R}_{01} = \mathfrak{R}_{02} = \mathfrak{R}_{03} = 3\mathfrak{R}_0$ foi considerado, enquanto a curva amarela corresponde à situação em que $\mathfrak{R}_{01} = \mathfrak{R}_{03} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{4}$ e $\mathfrak{R}_{02} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{3}$ foram utilizados. Por fim, a curva roxa representa a situação em que as \mathfrak{R}_{0_s} foram concentradas na coluna central do núcleo.

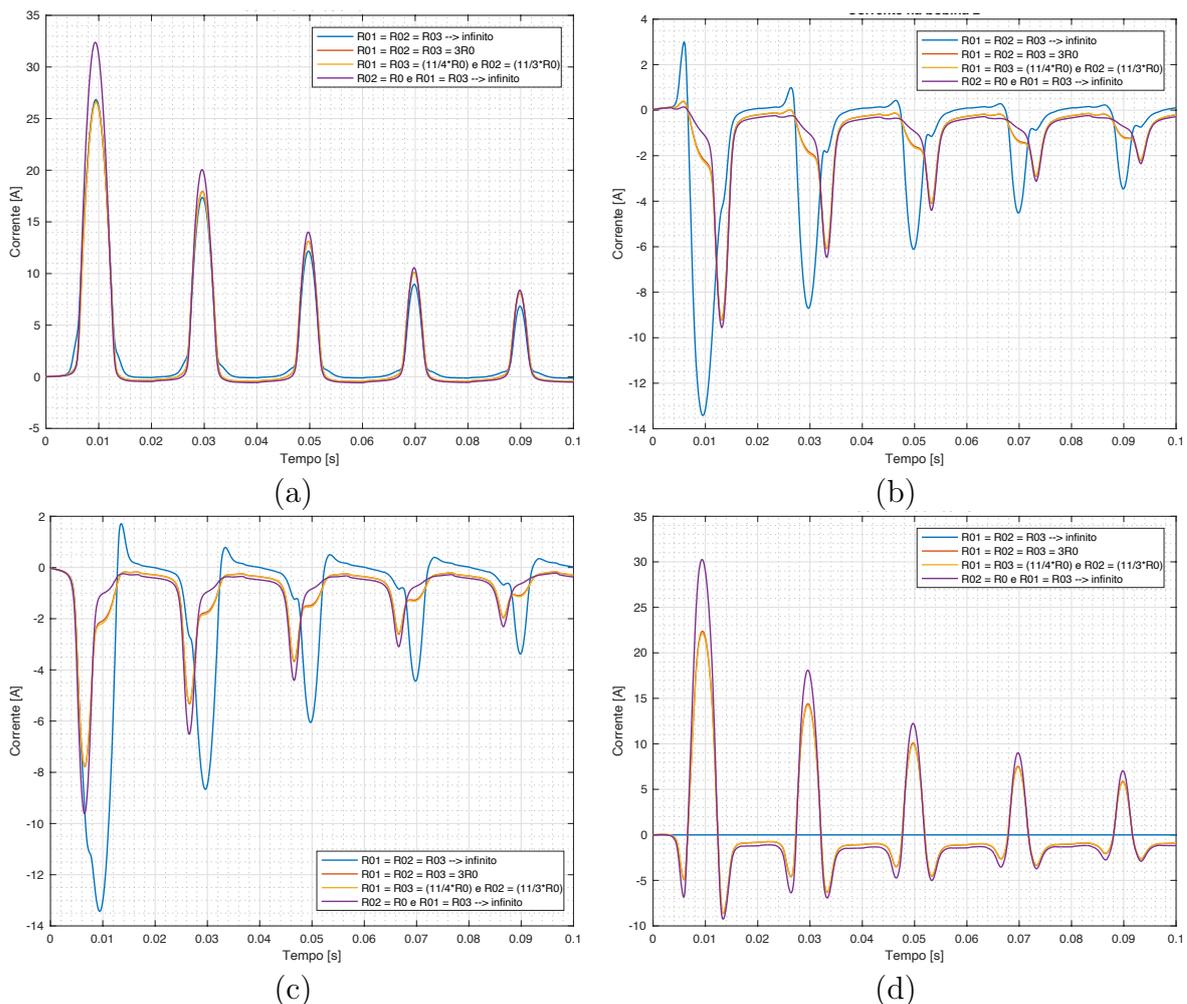


Figura 3.11 – Transitório das correntes de linha no primário do transformador a vazio para a conexão estrela aterrada. (a) Bobina 1. (b) Bobina 2. (c) Bobina 3. (d) Neutro.

Observando a Figura 3.11(d), é possível constatar que somente quando as \mathfrak{R}_{0_s} são desprezadas não ocorre o transitório de neutro. Analisando a Figura 3.11 como um todo, nota-se que a utilização de relutâncias distribuídas (curvas em laranja e amarelo) produz resultados semelhantes. Assim, devido à geometria de construção do núcleo, o fluxo de dispersão deve ser diferente entre as colunas laterais e central, e a representação em amarelo é a mais adequada, o que também é concluído em [66].

Diante desses resultados, a Figura 3.12 apresenta uma comparação entre a abordagem em amarelo ($\mathfrak{R}_{01} = \mathfrak{R}_{03} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{4}$ e $\mathfrak{R}_{02} = \frac{11\mathfrak{R}_0}{3}$) e os ensaios realizados em [66], mostrando uma boa concordância entre as formas de onda da corrente. No entanto, é importante ressaltar que os dois transformadores analisados possuem aspectos construtivos semelhantes, com dois enrolamentos concêntricos por fase e núcleo envolvido, mas são equipamentos distintos, o que pode levar a uma diferença nas magnitudes da corrente.

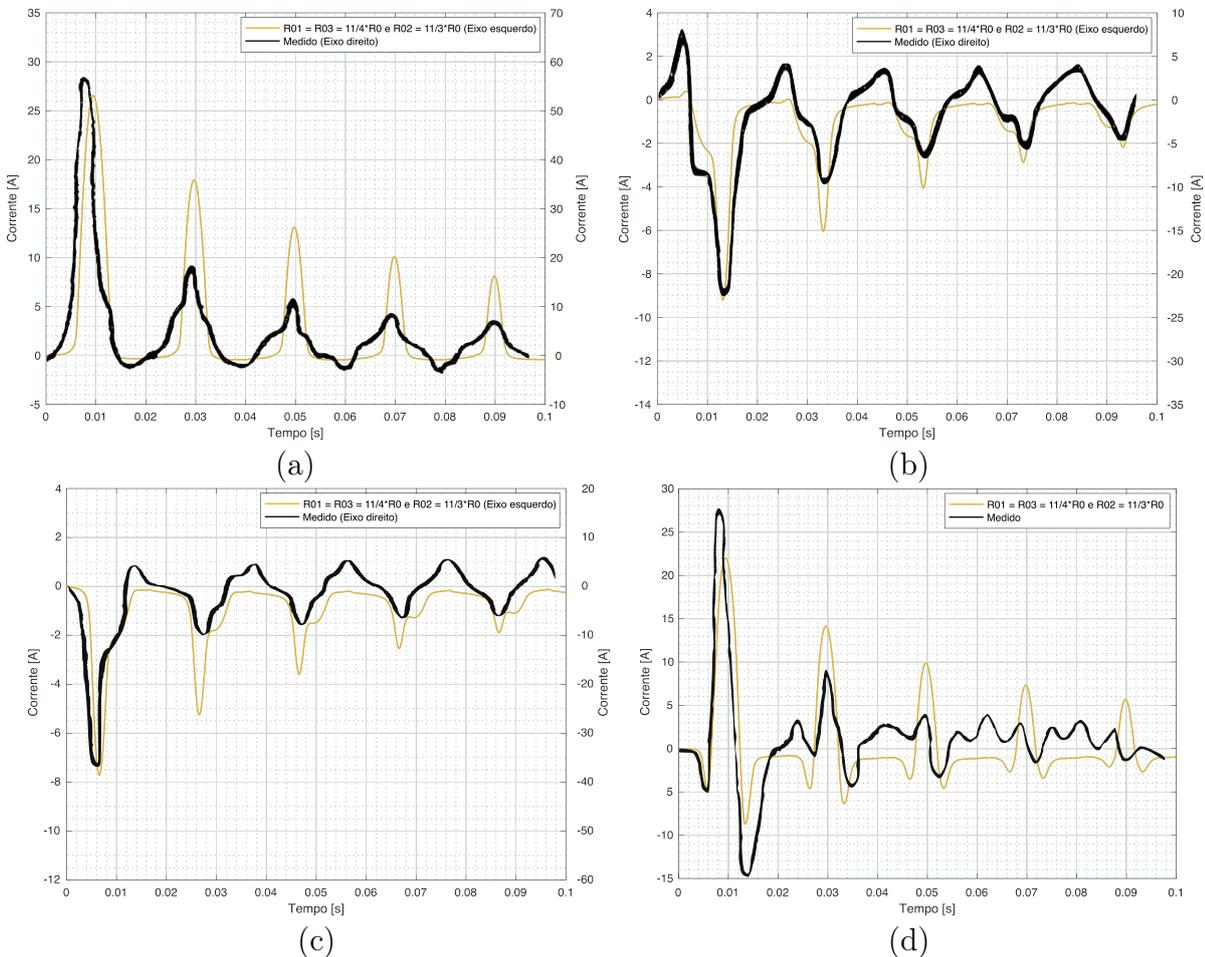


Figura 3.12 – Comparação dos transitórios das correntes de linha no primário para o transformador trifásico a vazio, em que os valores medidos são apresentados em [66]. (a) Bobina 1. (b) Bobina 2. (c) Bobina 3. (d) Neutro.

Como mencionado anteriormente e evidenciado na Figura 3.12(d), é esperada a presença de um transitório de corrente no neutro, devido às \mathfrak{R}_{0_s} . Dessa forma, as simulações das Figuras 3.8(b) e 3.9(b) foram refeitas considerando a influência das \mathfrak{R}_{0_s} (abordagem

em amarelo), como apresentado na Figura 3.13. É possível notar que, no primário (Figura 3.13(a)), há uma diferença apenas nos primeiros ciclos. No entanto, no secundário (Figura 3.13(b)), se as \mathfrak{R}_{0_s} não forem consideradas, a corrente de neutro não é adequadamente representada.

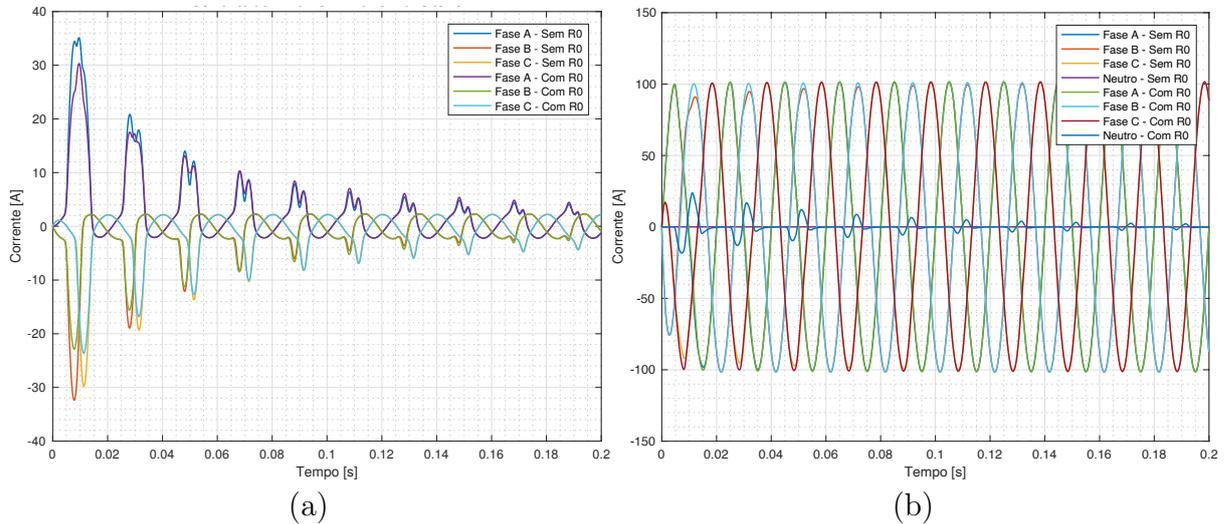


Figura 3.13 – Comparativo do transitório das correntes de linha no transformador trifásico para a conexão delta estrela aterrado com carga equilibrada, com e sem o efeito das \mathfrak{R}_{0_s} . (a) Primário. (b) Secundário.

Até o momento, as simulações foram baseadas na Equação 3.15 para o cálculo da permeabilidade diferencial. Entretanto, como discutido na Seção 3.3, é necessário modificar a Equação 3.15 para incluir o termo $1/\nu_{dT}$, sendo que ν_{dT} é definido pela Equação 3.46. Essa alteração permite considerar as contribuições dos campos referentes às perdas de correntes de Foucault e perdas Excedentes no cálculo da permeabilidade diferencial. Além dos valores já definidos para a espessura da chapa, potencial magnético interno e condutividade, assumiu-se que o valor da seção transversal da chapa de aço S na Equação 3.43 é dada por $d\sqrt{A_c}$.

A Figura 3.14 apresenta as correntes considerando as \mathfrak{R}_{0_s} e diferentes representações de μ_d . É possível notar que a inclusão das outras componentes de μ_d afeta as amplitudes das correntes do primário (Figura 3.14(a)), enquanto no secundário (Figura 3.14(b)) apenas a corrente de neutro varia. Ao analisar a Figura 3.14(c) que apresenta o primário em regime permanente, é possível notar uma ligeira redução nos picos de corrente, enquanto na Figura 3.14(d) que representa o secundário, não foi verificada nenhuma alteração.

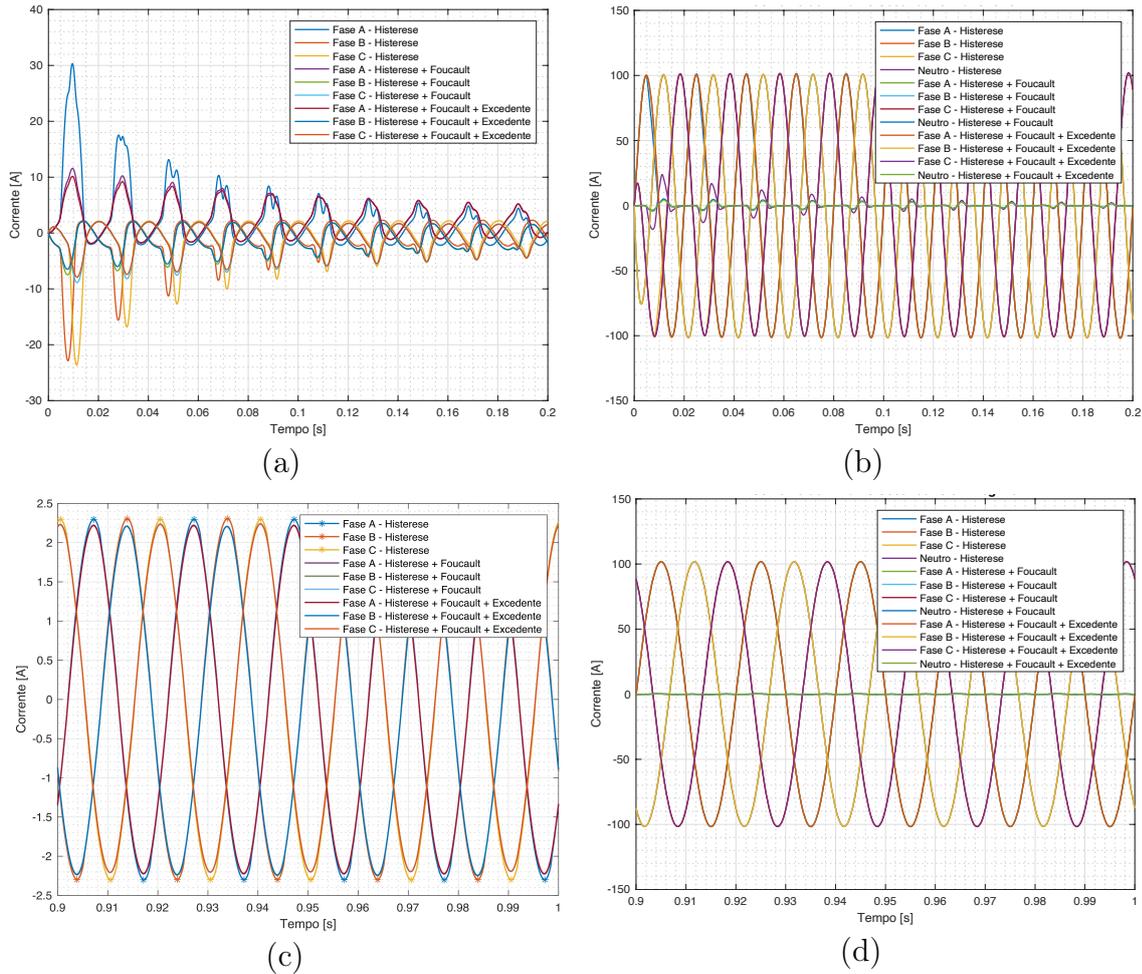


Figura 3.14 – Comparativo das correntes de linha no transformador trifásico para a conexão no primário em estrela aterrado e com carga equilibrada para as diferentes μ_d . (a) Primário. (b) Secundário. (c) Regime permanente no primário. (d) Regime permanente no secundário.

3.5.1 Cálculo de perdas no núcleo magnético

Para validar o modelo no cálculo das perdas no núcleo magnético, foi implementada a Equação 2.54, utilizando os parâmetros e a conexão do transformador trifásico descrito em [17]. O primário foi conectado em estrela aterrado e o secundário mantido em aberto. Os parâmetros por fase do primário são: 3792 espiras, 45 Ω e 170,7 mH, enquanto a área da seção transversal do núcleo é de $99 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. O comprimento das seções do núcleo foi definido como $l_{c1} = l_{c2} = l_{c3} = 0,4875 \text{ m}$ e $l_{c4} = l_{c5} = l_{c6} = l_{c7} = 0,23 \text{ m}$. Para o material do núcleo magnético, foram utilizados os dados de chapas de grão orientado 3% *SiFe* com corte longitudinal, com espessura de $0,3 \times 10^{-3} \text{ m}$, potencial magnético interno V_0 de 0,15 A/m, condutividade da chapa σ de $2,2 \times 10^6 \Omega \text{ m}^{-1}$ e seção transversal da chapa S de $8,7 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ [62]. A amplitude da tensão aplicada no primário, a 60 Hz, foi ajustada para obter os níveis de indução magnética de 1,5 e 1,7 T.

Inicialmente, foram utilizados os parâmetros de JA de [45] (Figura 3.15(a)). No

entanto, ao comparar com a curva BH do ensaio no quadro de Epstein (Figura 3.15(b)), apresentada em [70] e utilizado pelo autor, foi observada uma diferença. Assim, os parâmetros do modelo de JA foram “ajustados” (Figura 3.15(c)) para se assemelharem ao ensaio do quadro de Epstein da Figura 3.15(b).

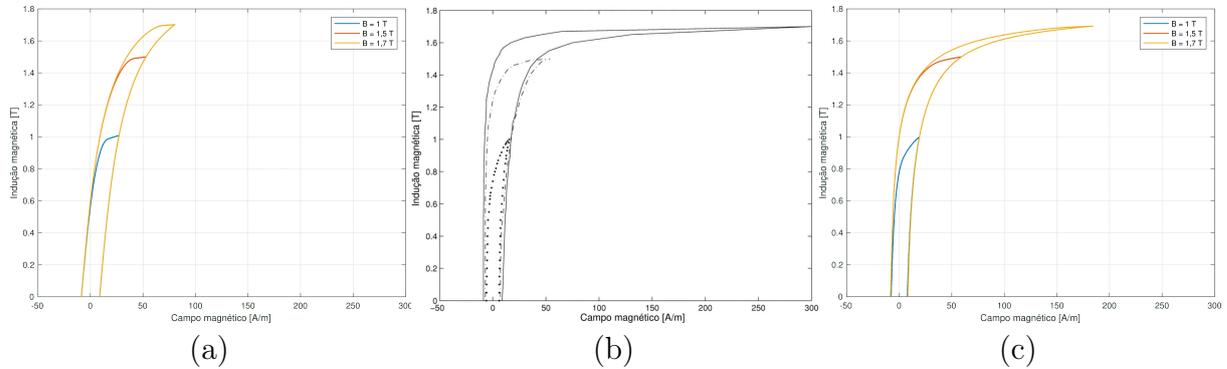


Figura 3.15 – Laços de histerese para as chapa de aço para fins elétricos. (a) $M_s = 1,7 \times 10^6$, $k = 500$, $c = 0,1$, $a = 1000$, $\alpha = 0,001$ apresentados em [45]. (b) Ensaio do quadro de Epstein (linha sólida 1,7 T, tracejada 1,5 T e pontilhada 1,0 T) apresentado em [70]. (c) $M_s = 1,42 \times 10^6$, $k = 720$, $c = 350 \times 10^{-3}$, $a = 600$, $\alpha = 120,05 \times 10^{-5}$ ajustados pelo autor.

A Tabela 3.1 apresenta uma comparação da análise das perdas no núcleo magnético a 60 Hz, na qual bons resultados foram obtidos ao comparar as simulações (destacadas em negrito [C] e [D]) com as publicações ([A] e [B]), para a indução magnética de 1,5 T. Entretanto, na indução de 1,7 T, as perdas por correntes de Foucault e as perdas excedentes são semelhantes, mas a perda por histerese apresenta discrepância em relação aos valores publicados. Essa divergência pode ser explicada pela análise da Figura 3.15, pois os parâmetros de JA das Figuras 3.15(a) e 3.15(c), na indução de 1,7 T, não reproduzem adequadamente a curva BH do ensaio apresentado na Figura 3.15(b), principalmente em relação à área da região do “joelho” da curva BH, que impacta nas perdas por histerese.

Tabela 3.1 – Comparativo das perdas do núcleo magnético⁽²⁾.

Perdas [W/kg]	B = 1,5 T					B = 1,7 T				
	[A]	[B]	[B*]	[C]	[D]	[A]	[B]	[B*]	[C]	[D]
Histerese	0,39	0,37	0,37	0,34	0,35	-	0,63	0,60	0,39	0,41
Foucault	0,67	0,70	0,65	0,24	0,70	-	0,87	0,90	0,30	0,85
Excedente				0,46	0,46				0,55	0,55
Totais	1,06	1,07	1,02	1,04	1,05	-	1,50	1,50	1,24	1,26

⁽²⁾ Comparativo das perdas no núcleo de ferro. [A] - Simulado por [17]. [B] - Simulado por [70]. [B*] - Dados fornecidos pelo fabricante e apresentados em [70]. [C] - Simulação realizada pelo autor utilizando os parâmetros da Figura 3.15(a). [D] - Simulação realizada pelo autor utilizando os parâmetros da Figura 3.15(c).

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo descreveu o processo de modelagem e validação de um transformador trifásico, utilizando como referência publicações na área. Foram apresentados detalhes sobre a implementação do modelo, bem como os parâmetros utilizados. Os resultados obtidos foram comparados com os valores publicados e foram discutidas as discrepâncias encontradas.

Para desenvolver a modelagem, além da análise de regime permanente, também foram realizadas análises transitórias. Essa modelagem apresentou bons resultados tanto em regime permanente quanto em transitórios. O objetivo desse estudo foi obter informações relevantes para uma modelagem final adequada, e algumas observações importantes foram feitas a partir das simulações realizadas. Por exemplo, foi observado que as relutâncias de sequência zero (\mathfrak{R}_{0_s}) são relevantes para uma representação adequada do transitório de corrente no neutro (ver Figura 3.11(d)). Além disso, transitórios como o da corrente de *Inrush* são influenciados pela representação das \mathfrak{R}_{0_s} (ver Figura 3.11) e pela permeabilidade magnética diferencial (ver Figura 3.14(a)). Foi também observado que, em regime permanente, a representação das \mathfrak{R}_{0_s} não afeta as amplitudes e formas de onda da corrente (ver Figura 3.13). Ademais, a representação de μ_d em regime permanente, para este núcleo magnético, resulta em uma redução dos picos de corrente no primário (ver Figura 3.14(c)), enquanto no secundário essa variação não é observada (ver Figura 3.14(d)).

Durante o desenvolvimento da metodologia de modelagem proposta, foi identificada a dificuldade em obter dados precisos de transformadores, especialmente relacionados ao núcleo magnético. Portanto, a fim de validar as simulações apresentadas neste trabalho, foi proposta uma metodologia para a caracterização magnética de transformadores trifásicos, que será apresentada no próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

CARACTERIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Neste capítulo, é apresentada a metodologia proposta para a caracterização magnética do transformador elétrico trifásico. Para a realização dos ensaios e simulações no modelo proposto, foi utilizado um transformador trifásico comercial juntamente com um Pacote de Chapas (SP) do mesmo material do núcleo magnético do transformador. Garantiu-se que o núcleo do transformador e o pacote de chapas fossem do mesmo material e lote. O objetivo da utilização do SP foi a retirada de algumas chapas para realizar ensaios no *Single Sheet Tester* (SST) e ensaios adicionais com o material.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DO NÚCLEO MAGNÉTICO

Para uma modelagem representativa de um dispositivo eletromagnético, é necessário conhecer o comportamento magnético do núcleo em detalhe. A curva de magnetização, a característica da saturação, a variação da permeabilidade magnética com a indução e as perdas de origem magnética são, normalmente, obtidas por meio de ensaios controlados em laboratório, utilizando-se dispositivos de caracterização de aços como o quadro de Epstein e o SST. Esses ensaios são realizados com chapas do material do núcleo, cortadas em dimensões padronizadas. Entretanto, quando um dispositivo se encontra em operação e os ensaios com o aço não estão disponíveis, ou se deseja analisar o desempenho do material no núcleo montado e em operação, pode-se realizar a caracterização do material do núcleo por intermédio da metodologia proposta a seguir.

Para a caracterização do núcleo magnético, é necessário realizar um Ensaio em Frequência Reduzida (EFR) e os ensaios clássicos de circuito aberto e curto-circuito. Tais ensaios permitem determinar as características de saturação do núcleo, perdas por histerese, perdas por correntes induzidas, perdas excedentes e as perdas nos enrolamentos.

A metodologia proposta é baseada em equações fundamentais de eletromagnetismo e ensaios de rotina realizados em transformadores elétricos. O procedimento, que é descrito a seguir, indica a fonte de tensão e os instrumentos de medição necessários, como pode ser determinado o número de espiras dos enrolamentos, a determinação dos parâmetros magnéticos do núcleo, a realização do EFR e ensaios adicionais.

4.1.1 Equipamentos e instrumentos necessários

Para a realização dos testes descritos nesta seção, é necessária uma fonte de alimentação que permita o controle da frequência aplicada e a imposição nominal de tensão e corrente no transformador, instrumentos para as medições de tensão, corrente e potência, equipamentos para a aquisição das formas de onda da tensão, corrente e suas respectivas sondas, além de transformadores de tensão e corrente para ajustar as amplitudes dos sinais adquiridos, se necessário.

Destaca-se que a fonte de tensão com frequência variável é o dispositivo mais incomum entre aqueles listados, sendo que a fonte deve ser controlada para manter a simetria das formas de onda. Um gerador síncrono pode ser usado como fonte de energia, em que a frequência da tensão terminal possa ser controlada pela velocidade da máquina primária.

4.1.2 Determinação do número de espiras dos enrolamentos

Se o número de espiras dos enrolamentos é desconhecido ou se há alguma dúvida sobre seu valor real, esta quantidade pode ser determinada experimentalmente por meio da construção de enrolamentos auxiliares, com número de espiras definido, sobre os enrolamentos originais do transformador. Impondo uma tensão no enrolamento em análise, na frequência nominal de operação, e medindo a tensão induzida no enrolamento auxiliar, o número de espiras do enrolamento pode ser obtido a partir da relação de transformação. O enrolamento auxiliar deve ser construído no centro do enrolamento em análise, de modo a evitar distorções do fluxo magnético na “cabeceira” da bobina. Recomenda-se realizar várias medições de tensão, a partir de um nível baixo de tensão, aumentando-o até a tensão nominal. Os enrolamentos auxiliares devem preencher pelo menos 25% da altura dos enrolamentos em análise.

4.1.3 Determinação das dimensões do núcleo e caminhos magnéticos médios

Na análise de circuitos magnéticos é necessário determinar os caminhos magnéticos médios (l_{eq}) de circulação dos campos magnéticos. Ao se excitar um enrolamento, o conhecimento do l_{eq} permitirá estimar o campo magnético no interior da estrutura em análise. No caso do transformador, se o projeto do dispositivo não estiver disponível, medidas na estrutura do núcleo serão necessárias. Entretanto, se o núcleo estiver encapsulado ou

imerso em um tanque de óleo, a determinação do l_{eq} só pode ser feita com os dados geométricos fornecidos pelo fabricante do dispositivo. Uma análise cuidadosa do circuito magnético deve ser realizada, determinando o caminho mais relevante do campo magnético a partir do enrolamento excitado. Esta determinação depende do tipo de núcleo do transformador e da escolha dos enrolamentos em que o EFR será realizado. A Figura 4.1 mostra diferentes tipos de núcleos de transformadores, evidenciando que a determinação do l_{eq} deve ser feito com critério.

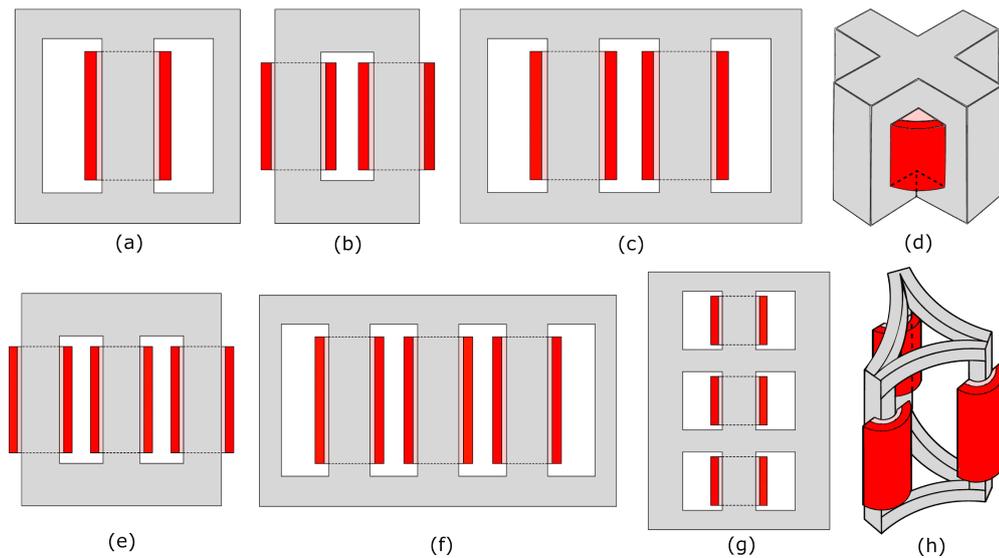


Figura 4.1 – Diferentes tipos de núcleo magnético. (a - d) Transformadores monofásicos. (e - h) Transformadores trifásicos.

l_{eq} pode ser visto como um caminho magnético médio equivalente à combinação paralela das relutâncias magnéticas do núcleo. Neste ponto, para núcleos com seção quadrada ou *step-lap*, as seguinte etapas devem ser seguidas:

1. Para determinar as seções transversais e o caminho de circulação do campo magnético, as dimensões do colunas e culatras do núcleo devem ser medidas;
2. O enrolamento onde o EFR será realizado é selecionado e o l_{eq} é estimado com base nas dimensões do núcleo.

4.1.4 Procedimento de realização do ensaio em frequência reduzida

Este procedimento trata-se de um ensaio monofásico. Uma tensão com frequência reduzida deve ser aplicada e a corrente deve ser medida em um dos enrolamentos primários. A tensão induzida no enrolamento secundário, na mesma coluna do núcleo, deve ser medida. Este valor de tensão será usado para estimar a indução magnética. A escolha do enrolamento secundário permite a determinação da indução magnética sem a necessidade de determinar a queda de tensão nos parâmetros série dos enrolamentos devido à corrente magnetizante.

Se for possível examinar o laço de fluxo-corrente durante o ensaio, deve-se verificar se a indução magnética está na região não linear (acima do “joelho” do laço). Quando isto não for possível, a não linearidade deve ser observada examinando a corrente primária medida (ver i_p na Figura 4.5(a)).

A razão de se impor uma tensão com frequência reduzida é para minimizar o efeito das perdas dinâmicas, as quais podem ser desconsideradas para frequências abaixo de 10 Hz. Já a perda por histerese é independente da frequência e pode ser determinada por intermédio desse ensaio. Portanto, a perda por histerese deve ser obtida na menor frequência possível [59]. A partir de trabalhos anteriores, é recomendado que o ensaio seja realizado com uma frequência inferior a 5 Hz para se garantir a mínima influência das correntes de Foucault. Como as reatâncias indutivas são reduzidas, devido à baixa frequência, uma pequena porção da tensão nominal é necessária para impor induções próximas à saturação. A tensão primária deve ser elevada gradualmente a partir de zero, observando a corrente primária para que ela não exceda o valor nominal do enrolamento.

A partir da aproximação da Lei de Ampère, o campo magnético $H(t)$ pode ser aproximado por

$$H(t) = \frac{N_p \cdot i_p(t)}{l_{eq}}, \quad (4.1)$$

em que, N_p é o número de espiras do enrolamento primário, $i_p(t)$ é a corrente medida no primário e l_{eq} é o caminho magnético médio devido ao enrolamento selecionado.

A tensão secundária $v_s(t)$ está relacionada com a variação do fluxo ϕ em relação ao tempo, sendo dada por

$$v_s(t) = N_s \cdot \frac{d\phi}{dt}, \quad (4.2)$$

em que, N_s é o número de espiras do enrolamento secundário. A Equação 4.2 pode ser escrita de forma aproximada em termos da indução magnética $B(t)$, como

$$v_s(t) = N_s \cdot S \cdot \frac{dB(t)}{dt}, \quad (4.3)$$

em que, S representa a área da seção transversal da coluna do núcleo magnético. $B(t)$ é então determinada pela integração de $v_s(t)$ em relação ao tempo.

$$B(t) = \frac{1}{N_s \cdot S} \int v_s(t) dt \quad (4.4)$$

A Equação 4.4 pode ser resolvida numericamente usando a Equação 4.5, em que m é o número de pontos do sinal adquirido, V é a forma de onda a ser integrada, Δt é o passo do tempo e $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ [59]. Ao utilizar a Equação 4.5, deve-se assegurar que a forma de onda a ser integrada inicie no valor máximo do semiciclo de tensão positivo. Caso contrário, um nível contínuo será incorporado ao sinal.

$$\int v(t) dt = \frac{1}{6} \sum_{j=0}^i (V_{j-1} + 4V_j + V_{j+1}) \Delta t \quad (4.5)$$

Atenção especial deve ser dada a este ensaio, pois um leve incremento na tensão aplicada pode ser suficiente para causar a saturação do núcleo magnético, o que, consequentemente, causaria um aumento exponencial da corrente. A tensão necessária para obter a saturação do núcleo dependerá da frequência do ensaio, do número de espiras do enrolamento e da área da seção transversal da coluna. Durante o ensaio, deve ser garantido que a corrente não exceda os limites nominais do enrolamento.

Do ensaio em frequência reduzida, pode-se obter o laço de histerese e, consequentemente, a perda por histerese no núcleo por unidade de volume, em J/m^3 . Este dado permite estimar a perdas por histerese em todo o volume do núcleo. Além disso, o laço BH permite a representação da saturação magnética do núcleo.

4.1.5 Ensaio a vazio e em curto-circuito

A medição das perdas totais do núcleo, em frequência nominal, pode ser obtida pelo ensaio a vazio [71]. O ensaio consiste em excitar o enrolamento de baixa tensão com tensão nominal, mantendo o enrolamento de alta tensão a vazio, e realizar a medição da potência ativa [72, 73]. Os parâmetros série de cada enrolamento podem ser determinados pelo ensaio de curto-circuito. Ele consiste em aplicar uma tensão para atingir a corrente nominal no enrolamento de alta tensão, enquanto o de baixa tensão é curto-circuitado [41]. Os parâmetros são então calculados por:

$$R_p = \alpha \cdot \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2}, \quad (4.6)$$

$$R_s = \frac{1 - \alpha}{n'^2} \cdot \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2}, \quad (4.7)$$

$$X_p = \alpha' \cdot \sqrt{\left(\frac{V_{sc}}{I_{sc}}\right)^2 - \left(\frac{\left(\frac{P_{sc}}{3}\right)}{I_{sc}^2}\right)^2}, \quad (4.8)$$

$$X_s = \frac{1 - \alpha'}{n'^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{V_{sc}}{I_{sc}}\right)^2 - \left(\frac{\left(\frac{P_{sc}}{3}\right)}{I_{sc}^2}\right)^2}, \quad (4.9)$$

em que, P_{sc} é a potência ativa de curto-circuito trifásica, I_{sc} é a corrente de curto-circuito de fase, V_{sc} é a tensão de curto-circuito de fase, n' é a relação de transformação e α' relaciona a distribuição de parâmetros entre os enrolamentos primário e secundário. A partir do ensaio a vazio, são obtidas as perdas totais do núcleo. As perdas dinâmicas são então obtidas pela subtração da perda por histerese das perdas totais do núcleo.

Os procedimentos acima descritos permitem a obtenção do laço BH em baixa frequência, assim como as perdas por histerese e dinâmicas do núcleo. Do laço BH, é possível obter a permeabilidade magnética do aço que é utilizada na maioria dos tipos de modelagem, já o ensaio de curto-circuito permite obter as resistências e reatâncias dos enrolamentos. Estes dados combinados permitem a modelagem do núcleo para diferentes regimes de operação do dispositivo.

Para uma melhor compreensão da metodologia proposta, apresenta-se a seguir um passo a passo e um fluxograma (ver Figura 4.2):

1. Determinação do número de espiras;
 - a) Se o número de espiras dos enrolamentos for desconhecido, enrolamentos auxiliares devem ser construídos sobre os enrolamentos originais do transformador e N_p e N_s podem ser determinados de acordo com a Seção 4.1.2;
2. Dimensões do núcleo magnético;
 - a) Se o projeto do núcleo não estiver disponível, as dimensões do núcleo devem ser medidas conforme a Figura 4.4;
3. Determinação do caminho magnético médio;
 - a) Deve-se identificar o tipo de construção do núcleo magnético (ver Figura 4.1) e escolher o enrolamento (Win_p) no qual o ensaio em frequência reduzida (EFR) será realizado;
 - b) Determinar, com base no item 3a, o caminho magnético médio (l_{eq});
4. Ensaio em frequência reduzida;
 - a) Conectar a fonte de tensão com frequência variável ao enrolamento escolhido (Win_p) e o dispositivo de aquisição da tensão no enrolamento secundário (Win_s) na mesma coluna do núcleo onde a tensão com frequência reduzida será aplicada, mantendo todos os outros enrolamentos em aberto;
 - b) Incrementar gradualmente a tensão em frequência reduzida no enrolamento escolhido (Win_p), verificando se a indução magnética está na região não linear (acima do “joelho” do laço BH). Este ensaio é recomendado que seja realizado com uma frequência inferior a 5 Hz;
 - c) Realizar a aquisição da corrente de magnetização (i_p) no enrolamento (Win_p);
 - d) Realizar a aquisição da tensão induzida (v_s) no enrolamento secundário (Win_s);
 - e) Estimar o campo magnético ($H(t)$) usando a Equação 4.1, considerando N_p do item 1, l_{eq} do item 3b e i_p do item 4c;



- f) Estimar a indução magnética ($B(t)$) usando a Equação 4.4, considerando N_s do item 1 e V_s do item 4d. A Equação 4.5 pode ser usada para resolver o integral de $v(t)dt$;
5. Ensaio a vazio;
- a) Alimentar os enrolamentos de baixa tensão com tensão e frequência nominal, mantendo os outros enrolamentos a vazio, e então medir a potência ativa;
6. Ensaio de curto-circuito;
- a) Alimentar o enrolamento primário enquanto o secundário está curto-circuitado. Impor a tensão necessária para atingir a corrente nominal;
- b) Medir a tensão (V_{sc}), corrente (I_{sc}), e potência ativa (P_{sc});
- c) Calcular os parâmetros série dos enrolamentos usando as Equações 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9, considerando V_{sc} , I_{sc} e P_{sc} do item 6b.

Para validar a metodologia, foi realizado um estudo de caso com um transformador comercial que foi submetido aos ensaios propostos. As chapas de aço do núcleo foram caracterizadas em laboratório a fim de avaliar a precisão da metodologia.

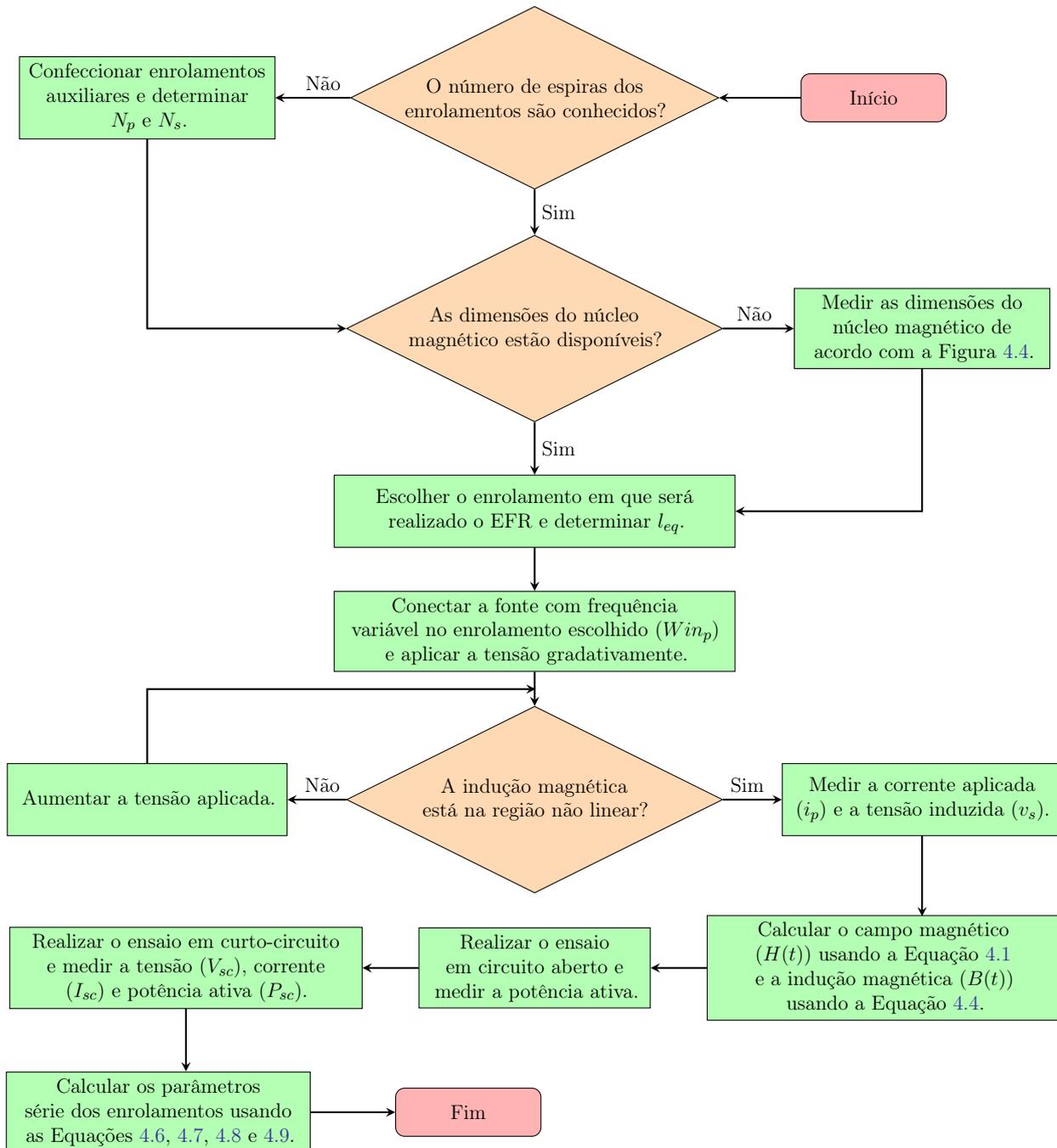


Figura 4.2 – Fluxograma da metodologia proposta.

4.2 ESTUDO DE CASO

Para o estudo de caso, utilizou-se o transformador trifásico apresentado na Figura 4.3, com as seguintes características: 220/127 V, conexão delta estrela e potência de 2 kVA. Foi necessário realizar uma série de ensaios e procedimentos experimentais para caracterizar o núcleo e validar os resultados, incluindo a determinação do número de espiras dos enrolamentos, medições das dimensões do núcleo magnético, escolha do enrolamento para realização do EFR e estimativa do caminho magnético médio, ensaio em frequência

reduzida, ensaio a vazio para determinação das perdas do núcleo magnético, e ensaio de curto-circuito para a determinação dos parâmetros série dos enrolamentos.

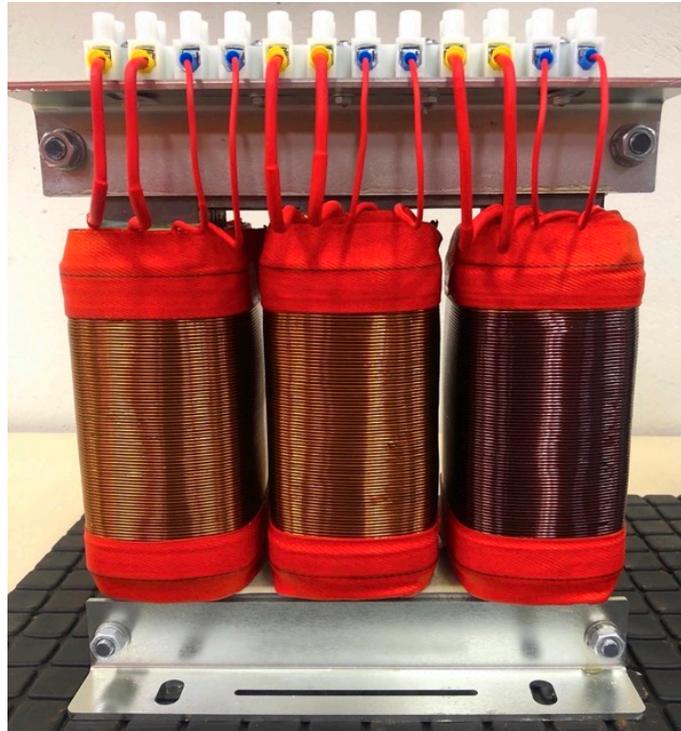


Figura 4.3 – Transformador trifásico utilizado no estudo de caso.

Para validar esta metodologia, a densidade e a condutividade das chapas do núcleo foram determinadas em laboratório e os testes de caracterização das chapas foram realizados em um dispositivo SST.

4.2.1 Equipamentos utilizados

Um gerador síncrono com potência de 5 kVA foi utilizado como fonte de alimentação para os ensaios. A variação de frequência foi obtida por meio do controle de velocidade do gerador. Os sinais em frequência reduzida foram adquiridos com uma taxa de amostragem de 5 kS/s, utilizando a sonda de corrente Tektronix TCP0030A com uma precisão de 1%, a sonda de tensão Tektronix P6117, e o osciloscópio Tektronix DPO3034 com uma precisão de 1,5%. As medições de potência, tensão e corrente nos ensaios a vazio e de curto-circuito foram realizadas com o analisador de potência Yokogawa WT500, com uma precisão de 0,1%. Uma balança de precisão com uma resolução de 0,01 g foi usada para determinar a densidade das chapas. A determinação da condutividade das chapas foi realizada medindo a resistência, a quatro fios, com o Agilent 34410A Digital Multimeter High Performance. A validação do laço de histerese do transformador foi realizada ensaiando as chapas do núcleo no SST MPG 200 Brockhaus. O *software* MATLAB foi usado para analisar e processar os sinais.

4.2.2 Determinação do número de espiras dos enrolamentos, dimensões do núcleo magnético e estimativa do caminho magnético médio

O número de espiras dos enrolamentos foram determinados pelo procedimento descrito na Seção 4.1.2, sendo que foram construídos três enrolamentos auxiliares com 20 espiras cada. A tensão foi aplicada em cada enrolamento separadamente e a tensão induzida no enrolamento auxiliar, na mesma coluna do núcleo, foi medida. Este procedimento foi realizado para todas as bobinas do transformador. Os resultados médios foram: $N_p = 288,6$ e $N_s = 96,1$ espiras. Comparando os valores calculados com os fornecidos pelo fabricante ($N_p = 288$ e $N_s = 96$ espiras), foi obtida uma diferença de 0,2% para o enrolamento primário e 0,1% para o secundário.

O enrolamento da coluna central foi escolhido para o EFR. Considerando esta escolha, a Seção 4.1.3, as dimensões do núcleo do transformador da Figura 4.4, e $l_{c2} = l_{c3}$, l_{eq} pode ser determinado como

$$l_{eq} = l_{c1} + \frac{(l_{c2} + 2l_p)^2}{2l_{c2} + 4l_p}, \quad (4.10)$$

em que, l_p é a metade da largura da coluna central do núcleo.

A Equação 4.10 foi determinada para o núcleo do transformador trifásico da Figura 4.1(e), em que o EFR foi realizado nos enrolamentos da coluna central. Dependendo da geometria do núcleo e da escolha dos enrolamentos para o ensaio, l_{eq} se altera. Usando a Equação 4.10 e as dimensões mostradas na Figura 4.4, l_{eq} foi calculado como $387,5 \cdot 10^{-3}$ m. A área da seção transversal $S = 2,5 \cdot 10^{-3}$ m² é obtida diretamente das dimensões do núcleo da Figura 4.4.

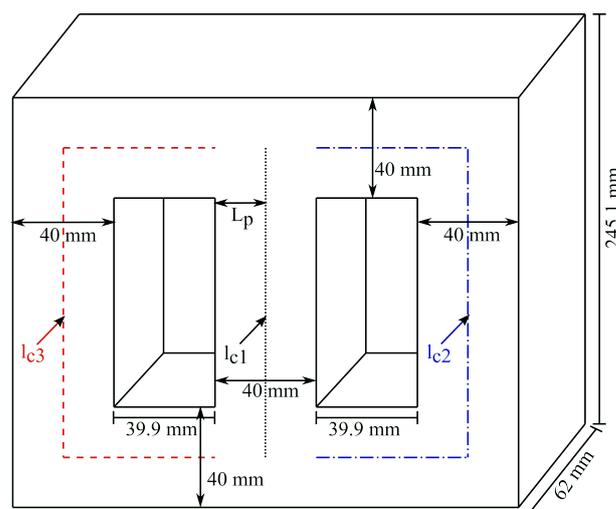


Figura 4.4 – Dimensões do núcleo do transformador e caminho magnético médio.

4.2.3 Ensaio em frequência reduzida

A tensão com frequência reduzida foi aplicada no enrolamento primário da coluna central e a corrente de magnetização foi medida, já a tensão induzida foi medida no enrolamento secundário na mesma coluna. A Figura 4.5(a) apresenta as medidas em 1,25 Hz, em que v_p , v_s e i_p são, respectivamente, a tensão primária, a tensão secundária e a corrente no primário. A partir da Figura 4.5(a) pode-se observar que impondo a tensão em frequência reduzida, mesmo com a amplitude de 8,6 V de pico, a característica não linear do núcleo já é observada na forma de onda da corrente i_p . Examinando a distorção na v_s , quando comparada a v_p , pode-se perceber a influência da queda de tensão dos parâmetros série dos enrolamentos devido à corrente de magnetização.

A Figura 4.5(b) mostra os laços BH obtidos usando as Equações 4.1 e 4.4 para as frequências de 1,25, 5, e 10 Hz. Como esperado, à medida que a frequência do ensaio é elevada, a área do laço BH (perda) aumenta devido às perdas dinâmicas.

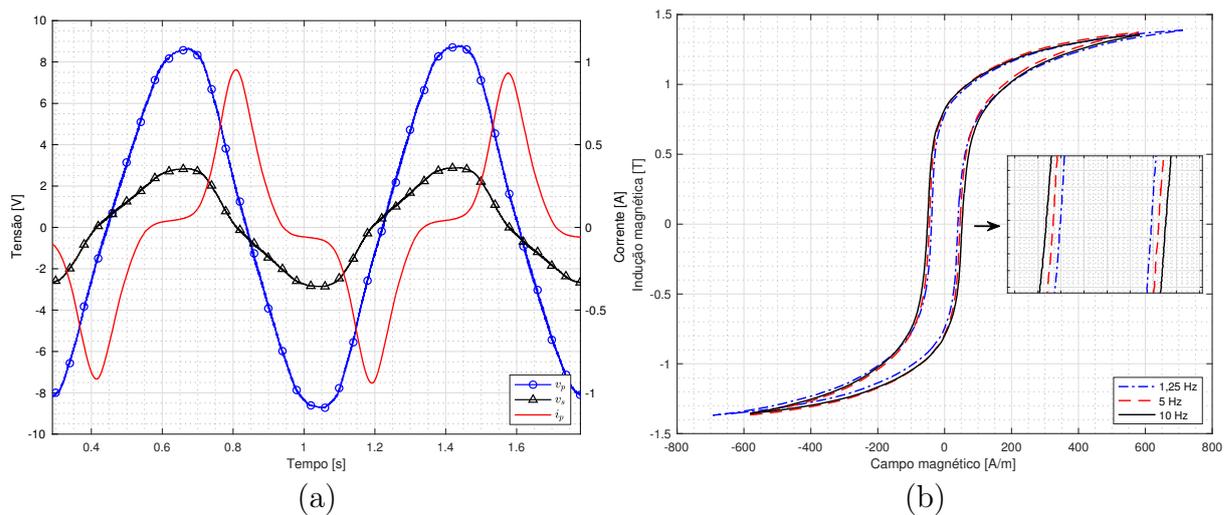


Figura 4.5 – (a) Ensaio no transformador em 1,25 Hz. (b) Laços BH experimentais para os ensaio em 1,25 Hz, 5 Hz e 10 Hz.

4.2.4 Ensaios a vazio e de curto-circuito

Para minimizar a variação nas resistências dos enrolamentos com a temperatura, os ensaios a vazio e de curto-circuito foram realizados após o transformador atingir a temperatura de regime permanente, ou seja, uma variação inferior a 1 °C na última hora de operação [74]. As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram, respectivamente, aos valores médios medidos em ambos os ensaios. Usando as medidas da Tabela 4.2 e as Equações 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 e considerando $\alpha' = 0.5$ [56], pode-se obter $R_p = 1,4 \Omega$, $R_s = 0,1 \Omega$, $L_p = 1,5 \text{ mH}$ e $L_s = 168,4 \mu\text{H}$.

Tabela 4.1 – Medições do ensaio a vazio

Tensão de linha [V]	Corrente de linha [A]	Potência trifásica [W]
220,5	0,5	54,0

Tabela 4.2 – Medições do ensaio de curto-circuito

Tensão de linha [V]	Corrente de linha [A]	Potência trifásica [W]
9,1	5,1	75,0

4.3 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Além do transformador, também estava disponível o núcleo magnético (Figura 4.6(a)), denominado de SP, com o intuito de realizar a caracterização das chapas. Algumas chapas do núcleo adicional foram retiradas para a realização de ensaios no SST. Inicialmente, visando confirmar que ambos equipamentos possuem o mesmo material no núcleo, o EFR foi realizado no SP. Para este ensaio, foi necessário construir bobinas no SP (Figura 4.6(b)). Em cada coluna lateral 100 espiras foram enroladas, já na coluna central, dois enrolamentos foram enrolados, sendo um com 100 espiras e o outro com 260. O enrolamento primário foi considerado como sendo o de 260 espiras. Durante os ensaios, os enrolamentos foram deslocados para o centro de cada coluna.

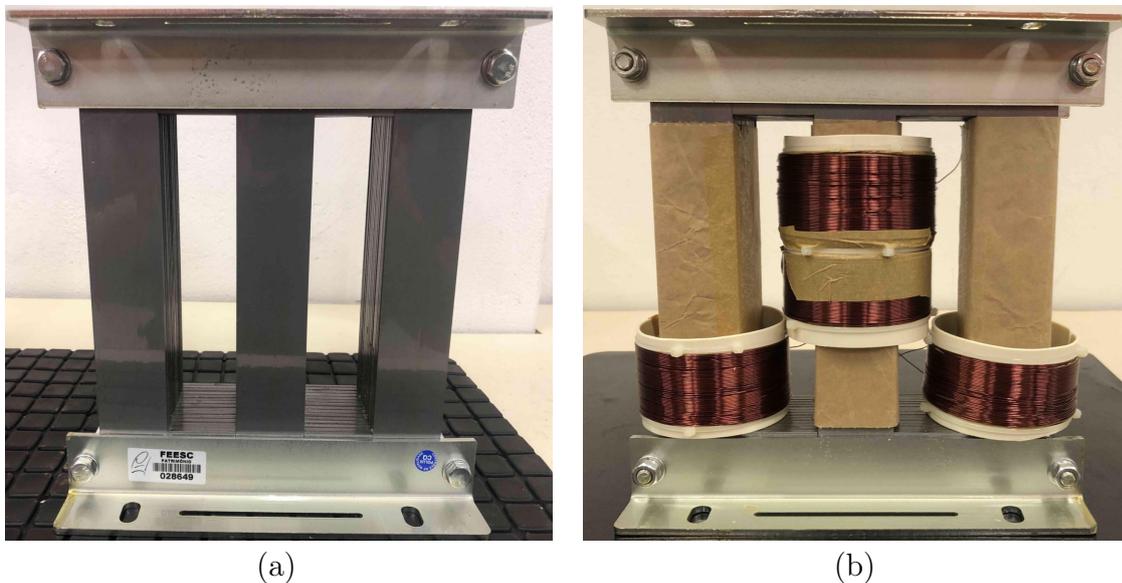


Figura 4.6 – (a) Núcleo do Transformador adquirido. (b) Bobinas confeccionadas.

A Figura 4.7 mostra as medições no SP, em que i_p é a corrente primária do enrolamento (260 espiras) e v_C , v_E e v_D são, respectivamente, as tensões induzidas nos enrolamentos (100 espiras) das colunas central, esquerda e direita. Analisando a Figura 4.7, percebe-se as mesmas características da tensão induzida e da corrente de magnetização como visto na Figura 4.5(a). A diferença nas tensões induzidas (v_E e v_D em relação à v_C na Figura 4.7) deve-se à divisão do fluxo na coluna central (ver Figura 4.9). Na Figura 4.7, ao contrário da Figura 4.5(a), a tensão aplicada ao enrolamento primário não foi adquirida.

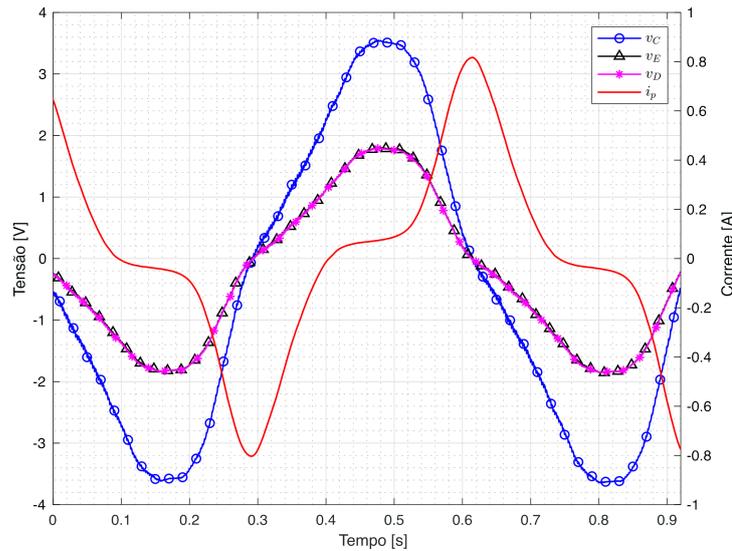


Figura 4.7 – Ensaio no SP: corrente no enrolamento da coluna central e tensões induzidas em todos os enrolamentos das colunas.

A Figura 4.8 mostra o comparativo entre os laços BH do transformador e do SP. Para a comparação entre os laços a densidade de energia foi calculada, sendo $247,9 J/m^3$ para o transformador e $243,9 J/m^3$ para o SP. A diferença na densidade de energia entre eles é de 1,6%. A partir dos resultados apresentados, pode-se assumir que ambos os núcleos foram construídos com o mesmo material.

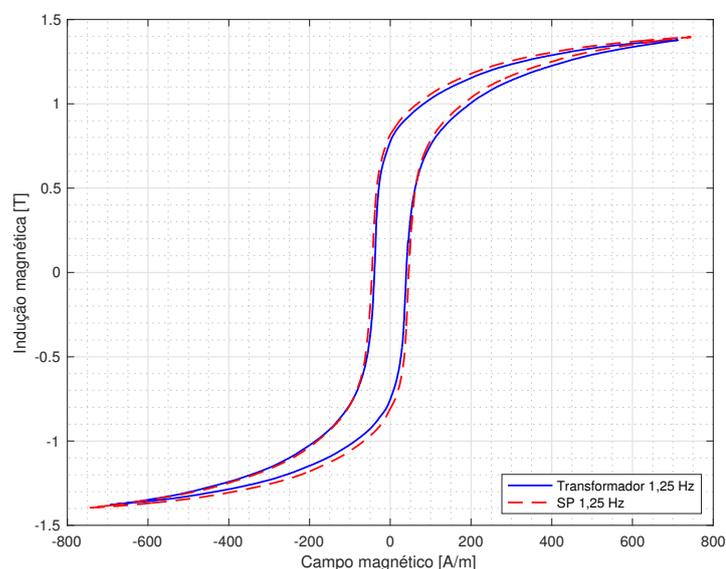


Figura 4.8 – Comparação entre laços de histerese do transformador e do SP.

Além do EFR, foi realizada uma análise do fluxo magnético, como mostra a Figura 4.9. Em que, ϕ_C , ϕ_D , e ϕ_E são, respectivamente, os fluxos nas colunas central, direita e esquerda. Para este nível de indução magnética, não há quase nenhum fluxo de dispersão ($\phi_C - (\phi_D + \phi_E)$). Esta observação é importante porque mostra que o laço BH medido não teve interferência de fluxos dispersos no núcleo.

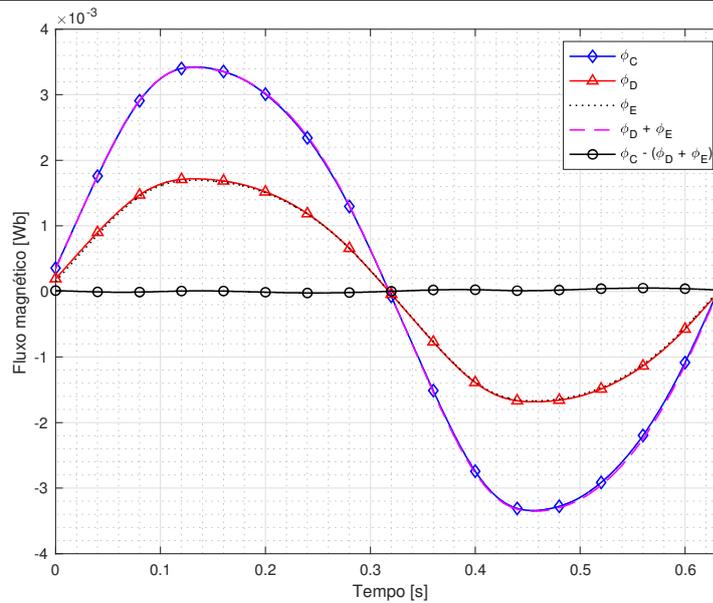


Figura 4.9 – Fluxo magnético nas colunas do SP.

A fim de obter os parâmetros magnéticos de referência das chapas para comparação, foram realizados ensaio utilizando o SST, sendo que três amostras foram selecionadas para a caracterização. Inicialmente, as dimensões e massas das chapas foram obtidas e suas respectivas densidades calculadas, como mostra a Tabela 4.3. Deste procedimento, uma densidade média de $6876,1 \text{ kg/m}^3$ foi encontrada. Para validar a densidade obtida, foi aplicado o procedimento descrito em [75], em que a densidade é calculada por intermédio do procedimento de medição de resistividade das chapas. A densidade obtida com a abordagem descrita na norma técnica foi de $6905,7 \text{ kg/m}^3$, tendo uma variação de 0,4%.

Tabela 4.3 – Parâmetros das chapas usadas no SST

Chapas	Largura [m]	Comprimento [m]	Espessura [m]	Massa [kg]	Densidade kg/m^3
T1	$30,3 \cdot 10^{-3}$			$25,6 \cdot 10^{-3}$	6866,3
T2	$30,2 \cdot 10^{-3}$	$205 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-3}$	$25,6 \cdot 10^{-3}$	6886,3
T3	$30,2 \cdot 10^{-3}$			$25,5 \cdot 10^{-3}$	6875,6

A Figura 4.10 mostra a comparação entre o laço de histerese do transformador e do SST para as três chapas analisadas. Na comparação, os dados experimentais em 5 Hz foram usados porque o SST tem uma frequência inicial de análise de 3 Hz [76].

Há uma boa semelhança entre as curvas, com uma pequena diferença nos valores de pico. Esta diferença pode ser justificada pelo fato que, ao contrário do SST no qual a indução é imposta e controlada, no transformador a indução é devida à imposição da tensão pelo gerador síncrono, sem laço de controle. É também importante mencionar que os ensaios realizados no transformador consideram o efeito de várias chapas que formam o núcleo, levando a um comportamento magnético médio do conjunto de chapas. Por outro

lado, no SST, apenas uma chapa foi ensaiada de cada vez, o que pode levar a diferenças entre os resultados obtidos. Além disso, é importante notar que haverá erros associados aos instrumentos de medição que também podem acrescentar incertezas aos resultados.

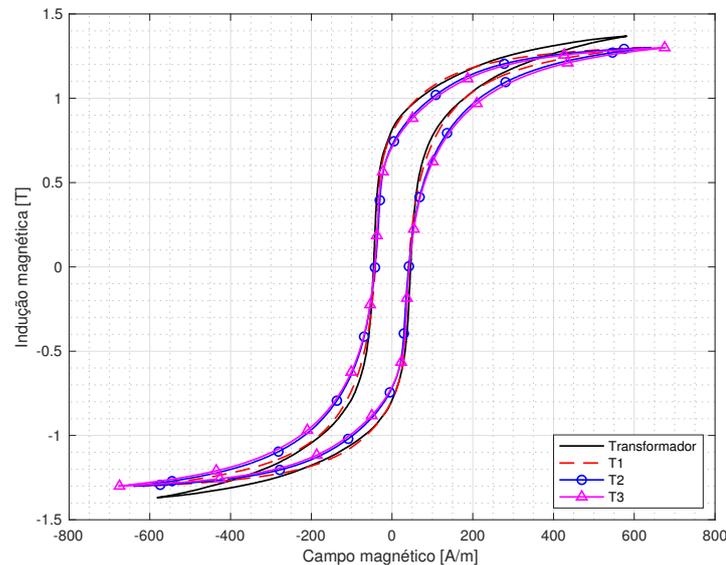


Figura 4.10 – Comparação entre laços de histerese de transformador e do SST.

A Figura 4.11 mostra as perdas magnéticas do ensaio no SST em 1,3 T. Para a frequência de 60 Hz, as perdas médias foram de 2,26 W/kg para histerese, 2,01 W/kg para as perdas dinâmicas e 4,27 W/kg para a perda total. É importante destacar que o ensaio no SST não fornece a separação das perdas dinâmicas, como pode ser visto na Figura 4.11.

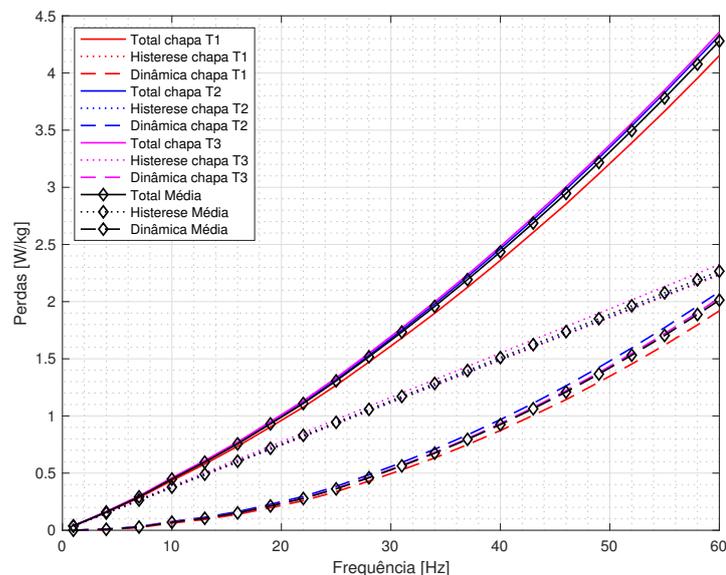


Figura 4.11 – Perdas magnéticas medidas no SST.

Analisando os valores de indução magnética obtidos nos ensaios, é possível perceber que suas magnitudes diferem: 1,36 T (Figura 4.10) no ensaio em frequência reduzida, 1,3 T (Figura 4.10) do ensaio no SST e 1,15 T (apresentado no final desta seção) do ensaio a

vazio. Esta diferença, ao considerar a metodologia proposta e o ensaio no SST, é devida aos diferentes procedimentos e equipamentos utilizados. Enquanto que para o ensaio a vazio, o nível de indução magnética na tensão nominal dependerá do projeto do transformador.

Para permitir uma comparação quantitativa precisa dos resultados, a modelagem da histerese foi realizada utilizando o laço BH experimental do transformador e o modelo de JA, já estabelecido na literatura [45]. O modelo de histerese de JA permite a representação dos laços BH do material para diferentes níveis de indução magnética. Esta abordagem permite a comparação dos resultados da caracterização do transformador com os obtidos do ensaio no SST e do ensaio a vazio, nos mesmos níveis de indução magnética.

Os parâmetros de JA foram determinados com um algoritmo iterativo apresentado no Apêndice A, usando a identificação de pontos do laço BH propostos em [45]. Uma técnica de otimização foi usada para ajustar as curvas calculadas (H_{calc}) às experimentais (H_{exp}). A otimização foi realizada minimizando o erro médio quadrático (MSE) (Equação 4.11) entre os dados calculados e os experimentais [77].

$$MSE = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (H_{calc} - H_{exp})^2 \quad (4.11)$$

em que, p representa o número de pontos de ciclo.

A Figura 4.12 mostra a comparação entre o laço BH experimental do transformador com os parâmetros determinados para o modelo JA, já otimizado, sendo: $M_s = 1,28 \cdot 10^6$ (A/m); $k = 54,05$ (A/m); $c = 0,1595$; $a = 140,7$ (A/m) e $\alpha = 4,203 \cdot 10^{-4}$. Percebe-se que estes parâmetros representam adequadamente os dados experimentais, sendo que a diferença na densidade de energia entre os laços é de 2,9%. As simulações apresentadas com os parâmetros obtidos foram realizadas utilizando o modelo inverso de JA, proposto em [67].

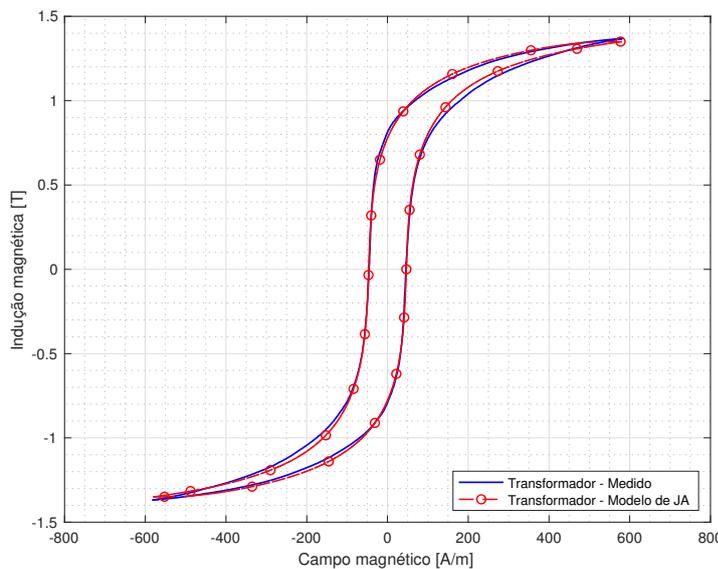


Figura 4.12 – Comparação entre o laço de histerese experimental do transformador e o simulado com parâmetros de JA.

Para utilizar as Equações 2.51 e 2.52, σ e $\sqrt{\sigma GV_o S}$ precisam ser determinados. σ foi determinado medindo a resistência das chapas (R_m) usando uma medição a quatro fios, semelhante à usada em [78]. Os valores medidos são mostrados na Tabela 4.4. Ressalta-se que para a caracterização magnética na metodologia proposta não é necessário determinar a resistividade das chapas. Este procedimento foi realizado para a validação da metodologia.

Tabela 4.4 – Determinação da condutividade das chapas usadas no SST.

Chapas	$\overline{R_m}$ [Ω]	$\bar{\rho}$ [$\Omega \cdot m$]	$\bar{\sigma}$ [$\Omega \cdot m^{-1}$]	$\bar{\sigma}$ [$\Omega \cdot m^{-1}$]
T1	$4,83 \cdot 10^{-3}$	$4,28 \cdot 10^{-7}$	$2,34 \cdot 10^6$	
T2	$4,80 \cdot 10^{-3}$	$4,24 \cdot 10^{-7}$	$2,35 \cdot 10^6$	$2.35 \cdot 10^6$
T3	$4,83 \cdot 10^{-3}$	$4,25 \cdot 10^{-7}$	$2,35 \cdot 10^6$	

Uma vez que σ foi determinado, é possível calcular $\sqrt{\sigma GV_o S}$ por meio da separação das perdas dinâmicas:

$$\sqrt{\sigma GV_o S} = \frac{[W_t - (W_h + W_f)] f \cdot m_v}{\frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{\frac{3}{2}} dt} \quad (4.12)$$

Assim, $\sqrt{\sigma GV_o S}$ é considerada como uma constante associada as perdas excedentes e pode ser determinada pelo balanço energético. A separação das perdas dinâmicas consiste em obter as constantes em um único ponto de operação, em função da indução máxima do material [59]. Os procedimentos para a separação das perdas são:

1. Realizar um ensaio em 5 Hz ou em uma frequência mais baixa e determinar W_h ;
2. Determinar W_t pela medição da potência dissipada na frequência nominal, mantendo o mesmo nível de indução na qual W_h foi determinada;
3. Calcular W_f do núcleo magnético usando a Equação 2.51, na frequência nominal e no mesmo nível de indução em que W_h foi medido;
4. Determinar $\sqrt{\sigma GV_o S}$ utilizando o balanço energético definido na Equação 4.12.

Do procedimento descrito aplicado às chapas ensaiadas, o valor médio obtido foi de $\sqrt{\sigma GV_o S} = 0,79$.

A Tabela 4.5 mostra a comparação entre as perdas obtidas com os parâmetros do modelo de histerese para o transformador (JA_T), calculadas com as Equações 2.36, 2.51 e 2.52, com as obtidas no SST. A comparação foi realizada usando $B = 1,3$ T, sendo o mesmo nível de indução do ensaio no SST. Foi calculada uma diferença de 4,9% para a perda por histerese, 1,5% para as perdas dinâmicas, e 3,3% para as perdas totais.

Tabela 4.5 – Comparativo entre as perdas no SST e nas simulações usando JA_T

	Histerese [W/kg]	Foucault [W/kg]	Excedente [W/kg]	Dinâmica [W/kg]	Total [W/kg]
Medido no SST ¹	2.26	-	-	2.01	4.27
Calculado com JA_T	2.15	1.28	0.70	1.98	4.13

¹ Foram utilizados os valores médios das perdas da Figura 4.11.

Para permitir a comparação das perdas do núcleo do ensaio da Tabela 4.1, foi necessário determinar a indução magnética na qual o transformador foi exposto. A partir da lei das tensões de Kirchhoff, tem-se

$$v(t) - R_p \cdot i(t) - L_p \cdot \frac{di(t)}{dt} - e(t) = 0, \quad (4.13)$$

em que, $v(t)$ é a fonte de tensão, R_p e L_p são, respectivamente, a resistência e a indutância do enrolamento primário e $i(t)$ é a corrente. A tensão induzida $e(t)$ pode ser escrita como

$$e(t) = N_p \cdot \frac{d\phi}{dt}. \quad (4.14)$$

A partir das Equações 4.13 e 4.14 a indução magnética pode ser obtida por

$$B(t) = \frac{1}{N_p \cdot S} \int \left(v(t) - R_p \cdot i(t) - L_p \cdot \frac{di(t)}{dt} \right) dt. \quad (4.15)$$

Resolvendo a Equação 4.15 usando a tensão e a corrente de magnetização da Tabela 4.1, R_p e L_p calculados a partir do teste de curto-circuito, chega-se a $B = 1,15$ T.

A Tabela 4.6 mostra a comparação entre as perdas experimentais (Tabela 4.1) com as simuladas com os parâmetros JA_T . No cálculo, foi usado a densidade média da Tabela 4.3, $\bar{\sigma}$ da Tabela 4.4, $\sqrt{\sigma GV_o S}$ da separação das perdas dinâmicas, e as dimensões do núcleo da Figura 4.4. O resultado mostra uma diferença, em comparação com as perdas calculadas com os parâmetros JA_T , de -4% para as perdas dinâmicas e -1,8% para as perdas totais.

Tabela 4.6 – Comparação entre as perdas a vazio com as simulações usando JA_T

	Histerese [W/kg]	Foucault [W/kg]	Excedente [W/kg]	Dinâmica [W/kg]	Total [W/kg]
Ensaio a vazio		-	-	24.1	54.0
Calculado com JA_T	29.9 ¹	15.9	9.2	25.1	55.0

¹ Os valores foram calculados com JA_T e $B = 1,15$ T.

É importante destacar que nos ensaio para obter as perdas de origem magnética, o fator de forma da tensão induzida deve ser mantido o mais próximo possível de 1,11. As normas para ensaio de chapas de aço elétrico concordam que um desvio de $\pm 1\%$ em um fator de forma de 1,11 é tolerado [75, 79]. Entretanto, será necessário corrigir o valor de perda medida se o fator de forma se desviar mais de 1,0% do valor de referência, conforme estabelecido pelas diretrizes da norma. Do ensaio realizado, o fator de forma obtido para a tensão induzida (v_s da Figura 4.5(a)), calculado pela Equação 4.16, foi de 1,1143, com uma variação de 0,4% do valor de referência. Demonstrando que não é necessário corrigir os valores das perdas medidas.

$$FF = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} v^2(t) dt}}{\left| \frac{2}{T} \int_{t_o}^{t_o+\frac{T}{2}} v(t) dt \right|} \quad (4.16)$$

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foi apresentada uma metodologia não invasiva para a caracterização magnética de transformadores, a qual foi aplicada em um transformador trifásico a seco de 2 kVA. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais coletados a partir de testes realizados no mesmo material utilizando um dispositivo *Single Sheet Tester*. A metodologia proposta permite obter o ciclo de histerese em baixa frequência e separar as perdas por histerese e dinâmicas, possibilitando a caracterização do material ferromagnético.

Embora a caracterização tenha sido realizada para o transformador trifásico mostrado na Figura 4.3, essa metodologia pode ser aplicada em diferentes tipos de núcleos, bem como em transformadores monofásicos e reatores.

Com base na caracterização realizada com a metodologia descrita neste capítulo, torna-se possível proceder com as simulações no modelo proposto, como será detalhado no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÕES E ENSAIOS NO TRANSFORMADOR

Neste capítulo, serão descritas as simulações e ensaios realizados no transformador trifásico com a aplicação de harmônicas. O objetivo deste capítulo é avaliar a eficácia do modelo, comparando-o com o ensaio em laboratório, e identificar possíveis deficiências a serem corrigidas. Além disso, com base nas simulações, será possível mapear as perdas do transformador em diferentes condições harmônicas, o que subsidiará a escolha dos ensaios a serem realizados com a imposição de harmônicos.

Para a realização das simulações, foram considerados:

- O transformador trifásico apresentado na Figura 4.3;
- A modelagem detalhada no Capítulo 3;
- A conexão estrela aterrado no primário e secundário;
- A conexão de cargas resistivas no secundário para obter a potência nominal no transformador;
- O número de espiras das bobinas da Seção 4.2.2, sendo $N_p = 288$ e $N_s = 96$ espiras;
- Os parâmetros série dos enrolamentos da Seção 4.2.4, sendo $R_p = 1,4 \Omega$, $R_s = 0,1 \Omega$, $L_p = 1,5 \text{ mH}$ e $L_s = 168,4 \mu\text{H}$;
- A densidade média das chapas da Tabela 4.3, sendo $6876,1 \text{ kg/m}^3$;
- A condutividade média de $2,35 \cdot 10^6 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$ da Tabela 4.4;

- O valor do termo $\sqrt{\sigma GV_o S} = 0,79$ obtido pelo balanço energético (Equação 4.12) da Seção 4.3, utilizado no cálculo das perdas excedentes;
- Os parâmetros do modelo de JA apresentados na Seção 4.3, sendo: $M_s = 1,28 \cdot 10^6$ A/m; $k = 54,05$ A/m; $c = 0,1595$; $a = 140,7$ A/m e $\alpha = 4,203 \cdot 10^{-4}$;
- Os parâmetros do modelo G de histerese apresentados no Apêndice B, sendo $a_1 = 0,2501$, $b_1 = 0,1684$, $c_1 = 0$, $d_1 = 8,5$ e $H_c = 44,8$ A/m;
- As perdas nos enrolamentos foram simuladas com variações de k_p em 0,1%, 1%, 5%, 10% e 20%. O valor máximo de $k_p = 20\%$ foi escolhido, conforme [55], por ser o limite desejado nos processos construtivos.

Para manter o mesmo valor eficaz da tensão em todas as simulações e ensaios, a tensão de entrada foi controlada seguindo uma abordagem semelhante à realizada em [80]. A Equação 5.1 foi utilizada, na qual V_{rms} é a tensão eficaz, A_n e ϕ_n representam, respectivamente, as variações das amplitudes e fases das harmônicas, e T é o período. Para obter o valor de pico da tensão (V_p) necessário para o modelo, isolou-se V_p na Equação 5.1 e impôs-se o valor eficaz da tensão (V_{rms}).

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(V_p^2 \cos(\omega t)^2 + \sum V_p^2 A_n^2 \cos(n\omega t + \phi_n)^2 \right)}, \quad (n = 3, 5, 7, \dots, 19) \quad (5.1)$$

Para realizar as análises em regime permanente, foi aplicada uma técnica de atenuação inicial na tensão de alimentação, a qual aumenta paulatinamente de zero até o seu valor de pico em um tempo determinado. Para uma tensão de entrada senoidal, a atenuação inicial pode ser alcançada inserindo uma função exponencial que atenua os primeiros ciclos, como demonstrado na Equação 5.2, em que $v(t)$ é a tensão de entrada suavizada, V_p é o valor de pico da tensão, ω é a frequência angular, ϕ é a fase, t é o tempo e c determina o fator de atenuação da tensão de entrada.

$$v(t) = V_p \sin(\omega t + \phi)(1 - e^{-ct}) \quad (5.2)$$

A atenuação inicial do sinal de excitação previne um transitório severo, melhorando a convergência do sistema, o que permite atingir o regime permanente mais rapidamente, sendo este o regime que é de fato o objeto da análise.

5.1 SIMULAÇÕES COM A IMPOSIÇÃO DE CONTEÚDO HARMÔNICO

Nesta seção, será realizada uma análise para avaliar a influência das harmônicas nas perdas dos enrolamentos e do núcleo, levando em conta as 3^a, 5^a, 7^a e 5^a+7^a harmônicas impostas na tensão de alimentação. Para representar a histerese nas simulações, será utilizado o modelo de JA. Com o intuito de mapear as perdas, serão variadas as amplitudes e fases do conteúdo harmônico em cada caso analisado. Na análise da 3^a harmônica, por exemplo, a amplitude (V_3/V_1) variará de 0 a 1, enquanto a fase variará de 0 a 360°.

Para evitar a apresentação de uma sequência longa de gráficos nesta seção, serão apresentadas apenas as análises da 3^a e 5^a+7^a harmônicas. As análises das demais harmônicas podem ser encontradas no Apêndice C.

5.1.1 Imposição da 3^a harmônica

A perda por histerese no núcleo do transformador para a 3^a harmônica é apresentada nas Figuras 5.1(a-d). É possível observar que a fase exerce uma forte influência sobre essa perda. Na Figura 5.1(e), é apresentada a curva de histerese no ponto de perda máxima, com $V_3/V_1 = 0,35$ e fase de 18°. Já a Figura 5.1(f) exibe a tensão aplicada e a indução magnética neste ponto. Na Figura 5.1(g), é apresentada a curva de histerese no ponto de perda mínima, com $V_3/V_1 = 0,75$ e fase de 180°, enquanto a Figura 5.1(h) mostra a tensão aplicada e a indução magnética neste ponto.

Nas Figuras 5.2(a) e 5.2(b), são apresentadas as perdas nos enrolamentos do primário e do secundário para $k_p = 0,1\%$. Percebe-se que no primário há um aumento das perdas com a elevação da componente de 3^a harmônica. Esse aumento pode ser explicado ao analisar as Figuras 5.2(c) e 5.2(d), que mostram, respectivamente, as correntes de linha e a Transformada Rápida de Fourier (FFT) da tensão e corrente nos enrolamentos do primário e do secundário. No primário (Figura 5.2(c)), mesmo com a imposição de $V_3/V_1 = 1$, observa-se uma maior componente de 3^a harmônica na corrente. Essa maior componente pode ser explicada pela não linearidade do núcleo, que já produz uma componente de 3^a harmônica na corrente de entrada. Já no secundário (Figura 5.2(d)), essa elevação da 3^a harmônica de corrente não é observada. Essa constatação está em linha com o que é apresentado em [81], no qual a imposição de uma 3^a harmônica na tensão de alimentação tem um forte efeito na corrente harmônica.

A Figura 5.2(e) apresenta as perdas nas bobinas em função da elevação da componente de 3^a harmônica e dos diferentes k_p . As perdas são segregadas em perdas ôhmicas (W_{on}) e parasitas (W_{pn}), conforme descrito na Equação 2.57. Observando a Figura 5.2(e) e considerando $V_3/V_1 = 1$, é possível notar que para $k_p = 10\%$, as perdas W_{pn} têm uma relevância quase igual às perdas W_{on} . Por outro lado, para $k_p = 20\%$, as perdas W_{pn} tornam-se predominantes.

Na Figura 5.2(f), é mostrada a razão entre as perdas parasitas (W_{pn}) e as perdas ôhmicas (W_{on}). No ponto $V_3/V_1 = 1$ e $k_p < 1\%$, as perdas W_{pn} correspondem a menos de 6% das perdas W_{on} . No entanto, ao analisar o caso $k_p = 20\%$, observa-se que as perdas W_{pn} correspondem a cerca de 160% das perdas W_{on} .

As Figuras 5.3(a-c) apresentam as perdas no núcleo e nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$, sendo a Figura 5.3(a) referente às perdas dinâmicas e a Figura 5.3(b) às perdas totais no núcleo. Já a Figura 5.3(c) apresenta as perdas totais nos enrolamentos. Observa-se que as perdas dinâmicas (Figura 5.3(a)) praticamente não variam em função da fase e da amplitude das harmônicas, ao contrário da perda por histerese (Figuras 5.1(a-d)).

Nas Figuras 5.3(d-g) são apresentadas, respectivamente, as perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$, $k_p = 1\%$, $k_p = 5\%$ e $k_p = 10\%$. Além disso, a Figura 5.3(h) apresenta a contribuição relativa das perdas no núcleo e nas bobinas em relação às perdas totais, para os diferentes valores de k_p . Considerando uma excitação senoidal pura ($V_3/V_1 = 0$ na Figura 5.3(h)), a análise revela que, para este transformador em particular, as perdas no núcleo representam cerca de 40% das perdas totais, enquanto as perdas nas bobinas representam cerca de 60%. A Figura 5.3(h) também sugere que, à medida que o conteúdo harmônico e o fator k_p aumentam, as perdas nas bobinas passam a ter uma maior representatividade nas perdas totais.

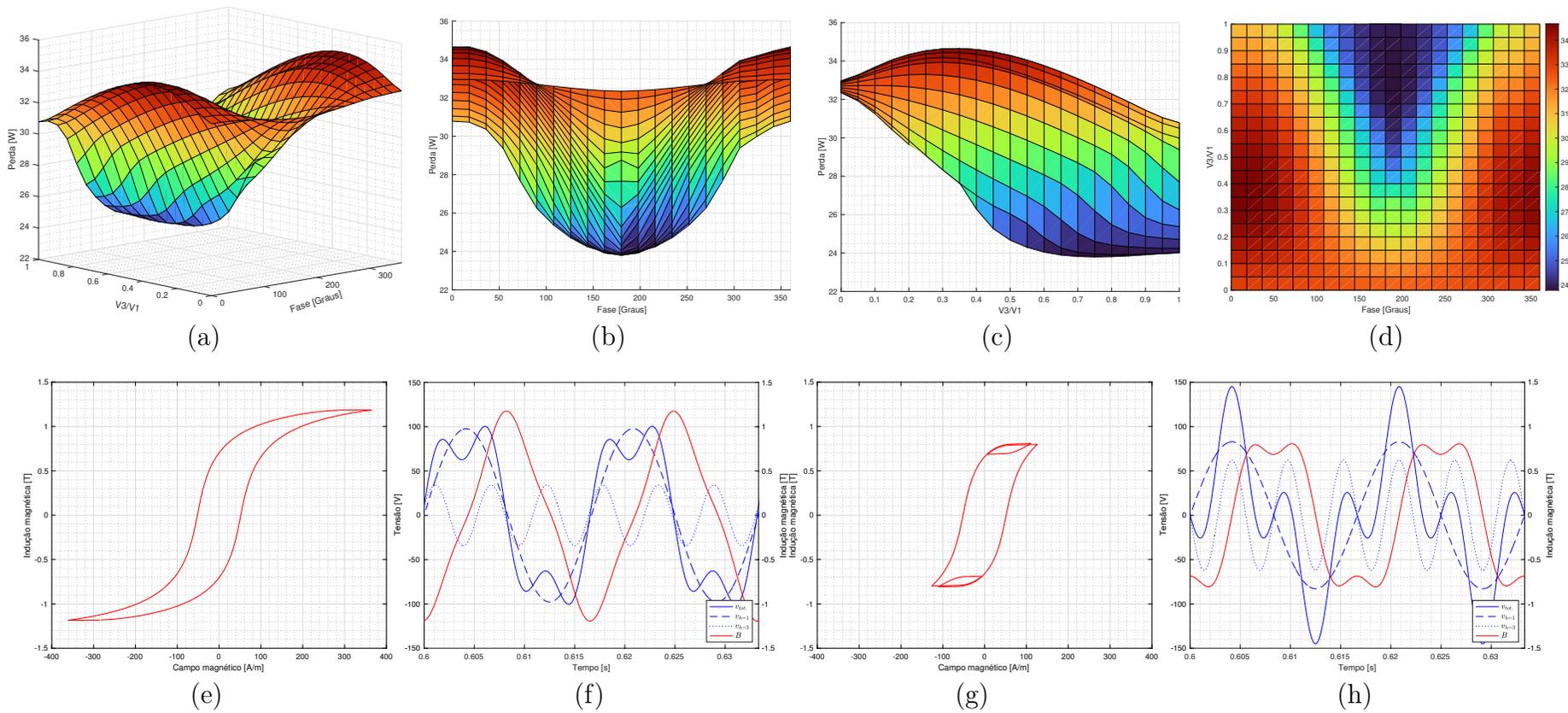


Figura 5.1 – Perda por histerese no núcleo magnético para a 3ª harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_3/V_1 = 0,35$ e fase = 18° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_3/V_1 = 0,35$ e fase = 18° . (g) Curva de histerese em $V_3/V_1 = 0,75$ e fase = 180° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_3/V_1 = 0,75$ e fase = 180° .

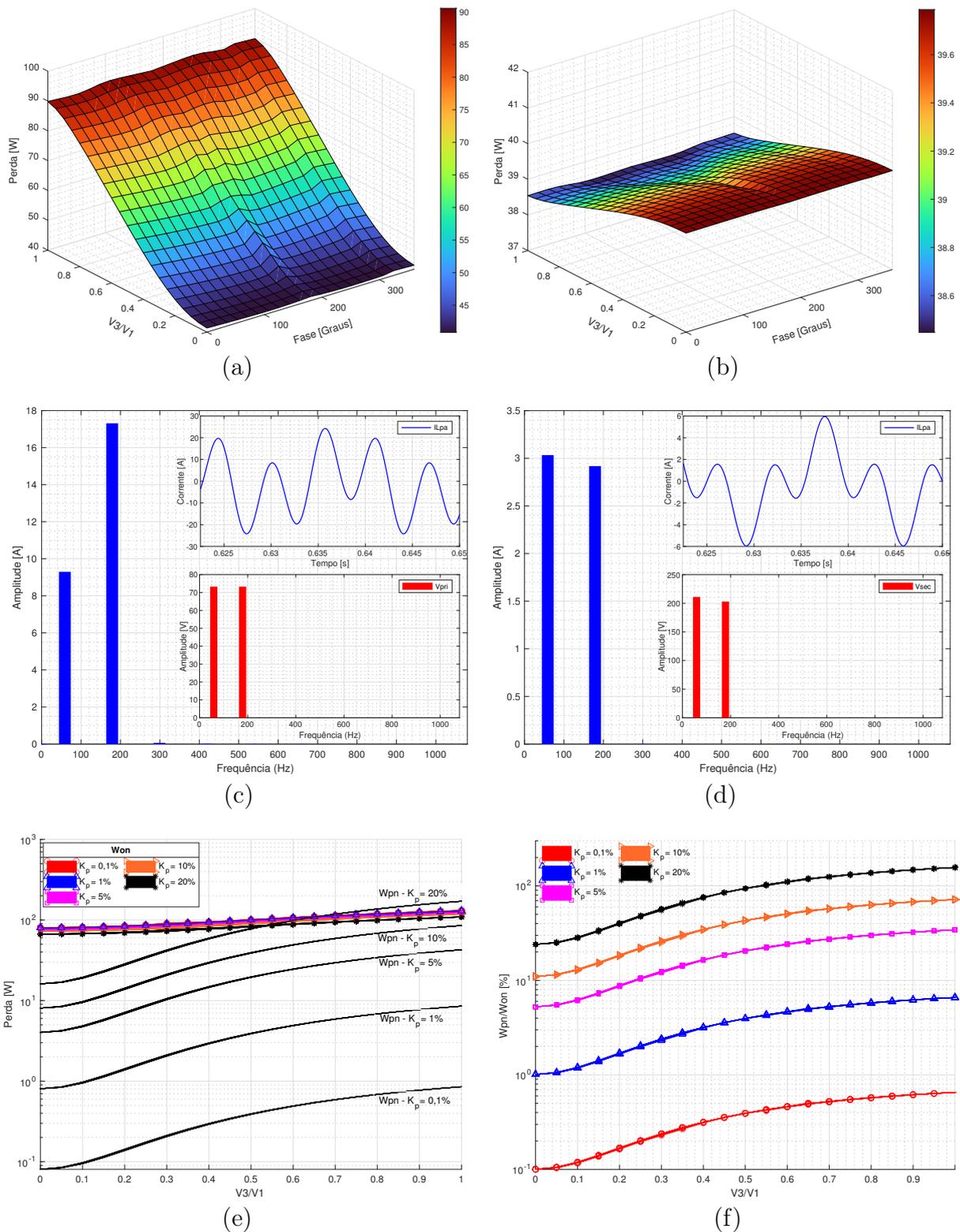


Figura 5.2 – Perdas nos enrolamentos para a 3ª harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_3/V_1 = 1$ e fase = 0° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_3/V_1 = 1$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p .

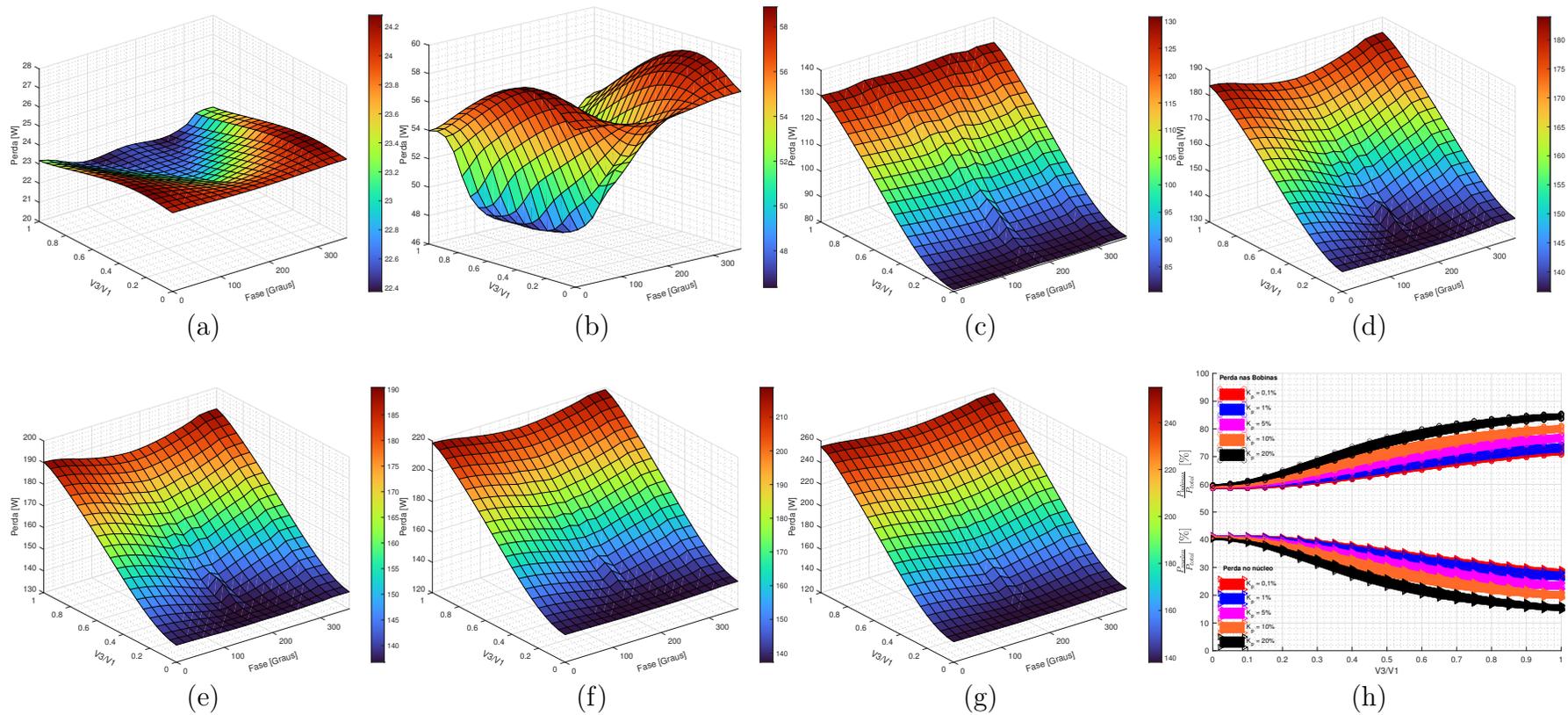


Figura 5.3 – Análise da influência da 3^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p .

5.1.2 Imposição da 5^a+7^a harmônica

Realizou-se também uma análise com a imposição da 5^a+7^a harmônica. As Figuras 5.4(a-d) apresentam as perdas por histerese resultantes, enquanto as Figuras 5.4(e), 5.4(f), 5.4(g) e 5.4(h) mostram os pontos de perda máxima ($V_5/V_1 = 0,25 + V_7/V_1 = 0,125$ e fase = 0°) e de perda mínima ($V_5/V_1 = 1 + V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 0°), respectivamente.

Ao analisar a Figura 5.4(a-d), é possível notar diferenças nas perdas por histerese em comparação com a Figura 5.1(a-d). Para a imposição das harmônicas de 5^a + 7^a ordem, também observa-se a ocorrência de laços menores. No entanto, o modelo de histerese de JA não consegue representá-los adequadamente, como evidenciado na Figura 5.4(g).

As Figuras 5.5(a-d) mostram as perdas nos enrolamentos do primário e do secundário, bem como a FFT da corrente no primário e no secundário, para $k_p = 0,1\%$. Já a Figura 5.5(e) apresenta as perdas nas bobinas em função da elevação da componente harmônica e dos diferentes valores de k_p . Observa-se que, para $k_p = 5\%$ e ($V_5/V_1 = 1 + V_7/V_1 = 0,5$), as perdas W_{pn} têm praticamente a mesma relevância que as perdas W_{on} . A Figura 5.5(f) apresenta a razão entre as perdas W_{pn} e W_{on} , onde se verifica que, para $k_p = 1\%$ e ($V_5/V_1 = 1 + V_7/V_1 = 0,5$), as perdas W_{pn} correspondem a cerca de 18% das perdas W_{on} . Ao aumentar o valor de k_p para 20%, as perdas W_{pn} representam aproximadamente 400% das W_{on} .

Nas Figuras 5.6(a-c), são apresentadas, respectivamente, as perdas dinâmicas no núcleo, totais no núcleo e totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. Já as Figuras 5.6(d-g) mostram as perdas totais no transformador para diferentes valores de k_p : 0,1%, 1%, 5% e 10%. A relevância das perdas nas bobinas e no núcleo, frente às perdas totais, para os diferentes valores de k_p é apresentada na Figura 5.6(h). Quando $k_p = 20\%$ e ($V_5/V_1 = 1 + V_7/V_1 = 0,5$), as perdas no núcleo correspondem a aproximadamente 13%, enquanto as perdas nas bobinas representam 87%.

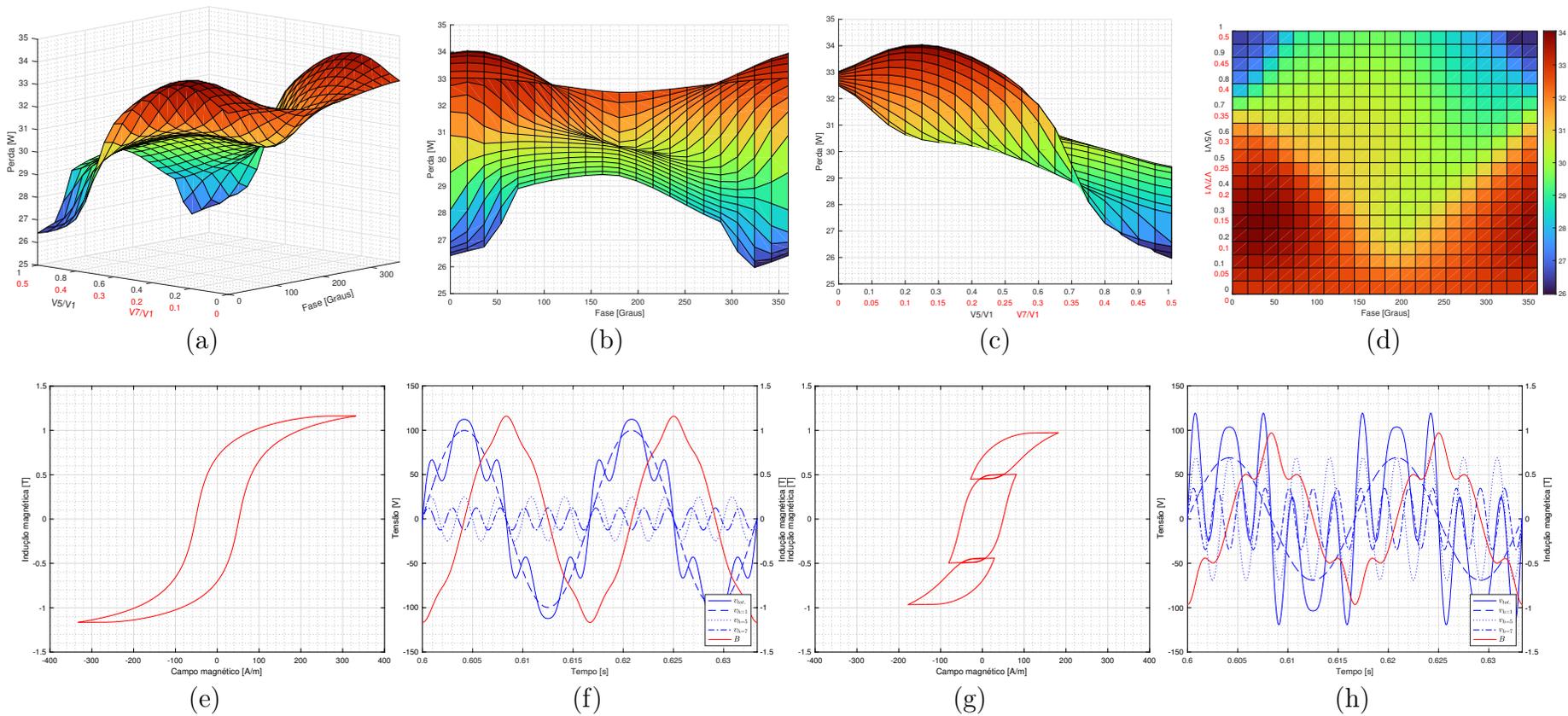


Figura 5.4 – Perda por histerese no núcleo magnético para a $5^{\text{a}} + 7^{\text{a}}$ harmônica. (a) Gráfico tridimensional. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 0,25$, $V_7/V_1 = 0,125$ e fase = 0° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 0,25$, $V_7/V_1 = 0,125$ e fase = 0° . (g) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 0° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 1$ e $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 0° .

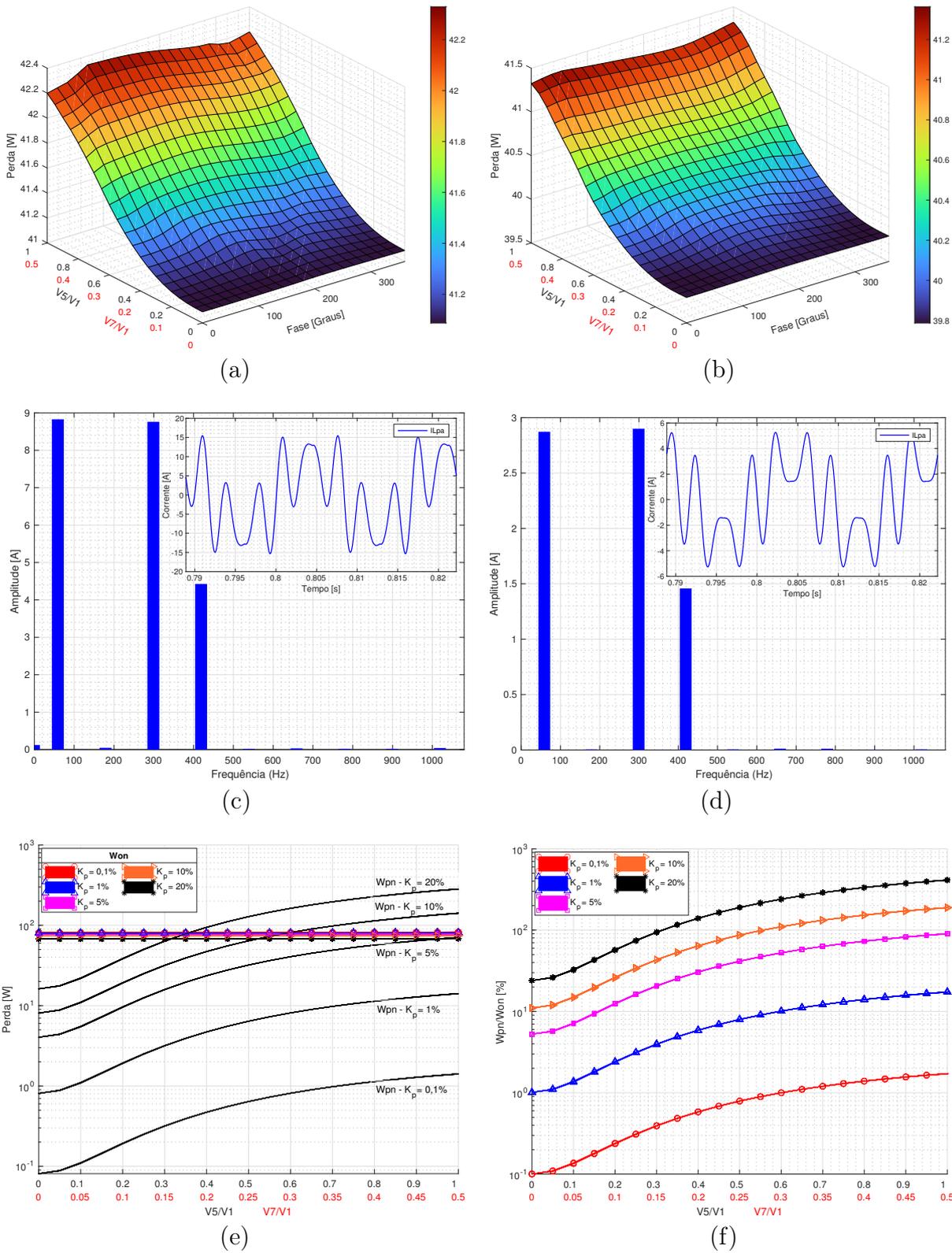


Figura 5.5 – Perdas nos enrolamentos para a 5^a + 7^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 180° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_5/V_1 = 1$, $V_7/V_1 = 0,5$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p .

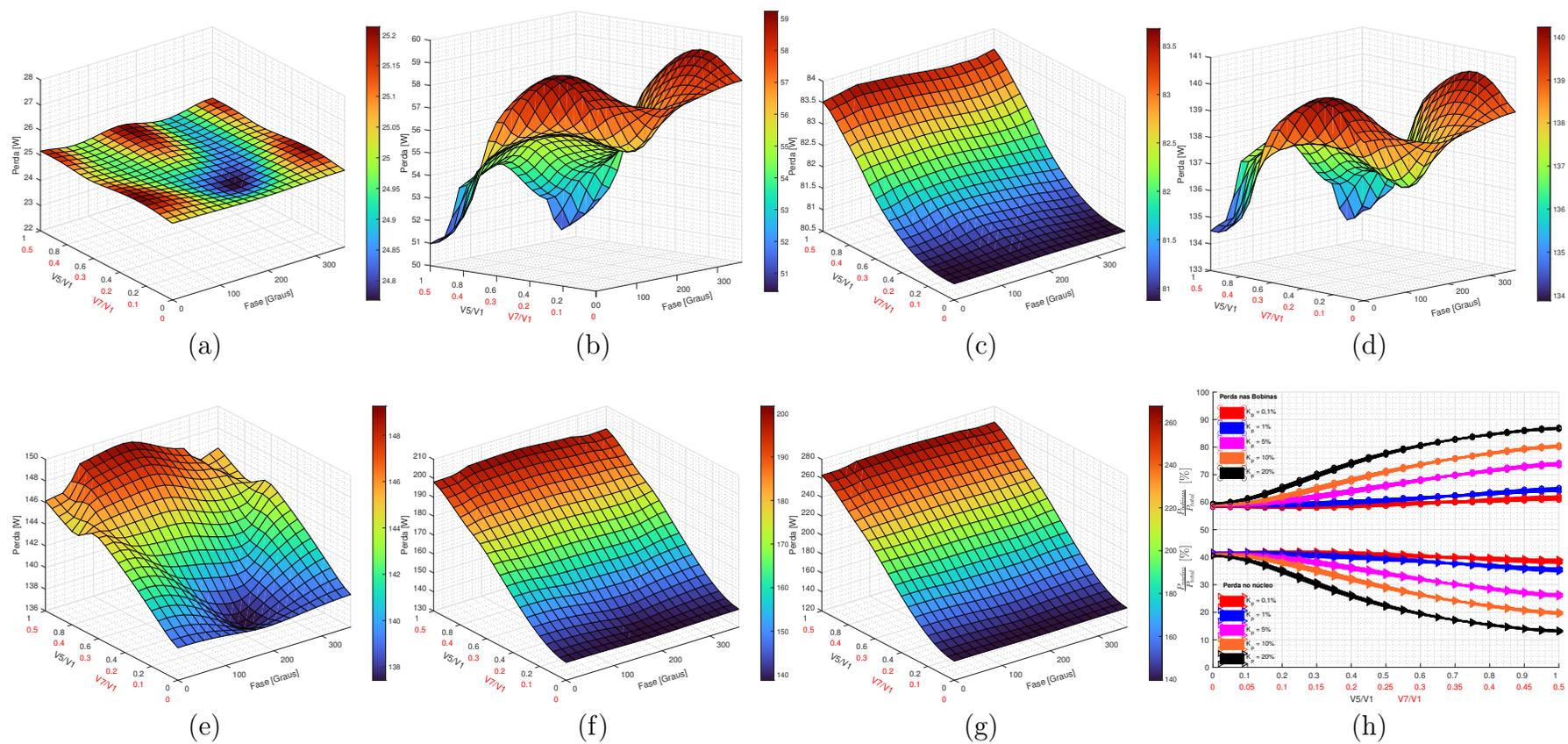


Figura 5.6 – Análise da influência da 5^a + 7^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p .

A Figura 5.7 apresenta um resumo das razões entre as perdas W_{pn} e W_{on} para diferentes valores de k_p e harmônicas impostas (representados por V_H/V_1). Além dos dois casos descritos nesta seção, foram incluídos também aqueles apresentados no Apêndice C. É possível observar uma característica exponencial na perda W_{pn} conforme k_p e a intensidade das harmônicas aumentam, sendo que a maior proporção de W_{pn}/W_{on} é obtida com a 7ª harmônica.

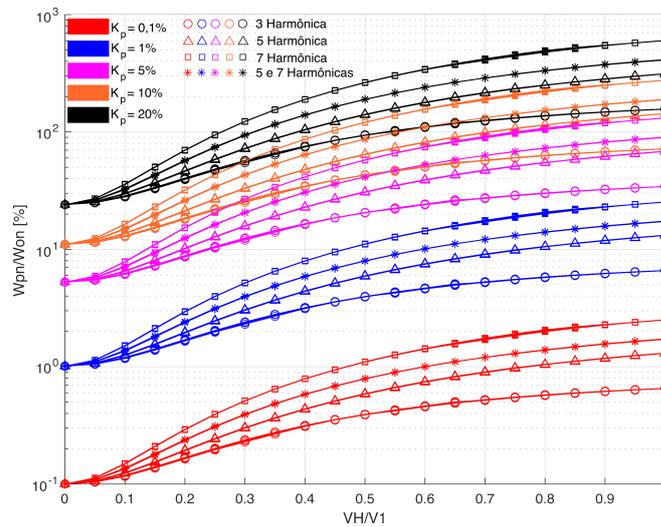


Figura 5.7 – Análise da variação das perdas W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p e harmônicas.

Nesta seção, foram apresentadas simulações das perdas no transformador com o objetivo de subsidiar a escolha dos ensaios a serem realizados em laboratório. O propósito é selecionar as configurações que apresentem as perdas máxima e mínima, ou seja, os extremos de perda.

5.2 ENSAIOS COM A IMPOSIÇÃO DE CONTEÚDO HARMÔNICO

Ensaio com as harmônicas de tensão foram realizados utilizando a fonte de alimentação trifásica FCATHQ 3000-38-50-n55450, que permite o controle das amplitudes e fases das componentes harmônicas da forma de onda da tensão elétrica gerada. Para selecionar os casos ensaiados, foram analisadas as variações das perdas totais do transformador para diferentes harmônicas. As Figuras 5.8(a-c) apresentam os casos escolhidos para a 5ª, 7ª, e 5ª+7ª harmônicas, em que se pretende analisar os pontos de perda máxima e mínima. A Tabela 5.1 resume os casos selecionados (representados por S_n), sendo que S_0 refere-se ao caso senoidal, considerado como referência nos comparativos apresentados.

O objetivo desses ensaios é analisar como as harmônicas afetam o transformador, mantendo o mesmo nível de tensão eficaz na entrada (primário), de modo similar ao realizado nas simulações na Seção 5.1. A tensão de entrada foi ajustada com base nas medições do analisador de potência Yokogawa WT500, levando em consideração V_p (que é o parâmetro de entrada da fonte FCATHQ 3000-38-50-n55450), conforme descrito na Equação

5.1. Durante os ensaios, ambos os enrolamentos do transformador foram conectados em estrela aterrado e cargas resistivas foram conectadas no secundário.

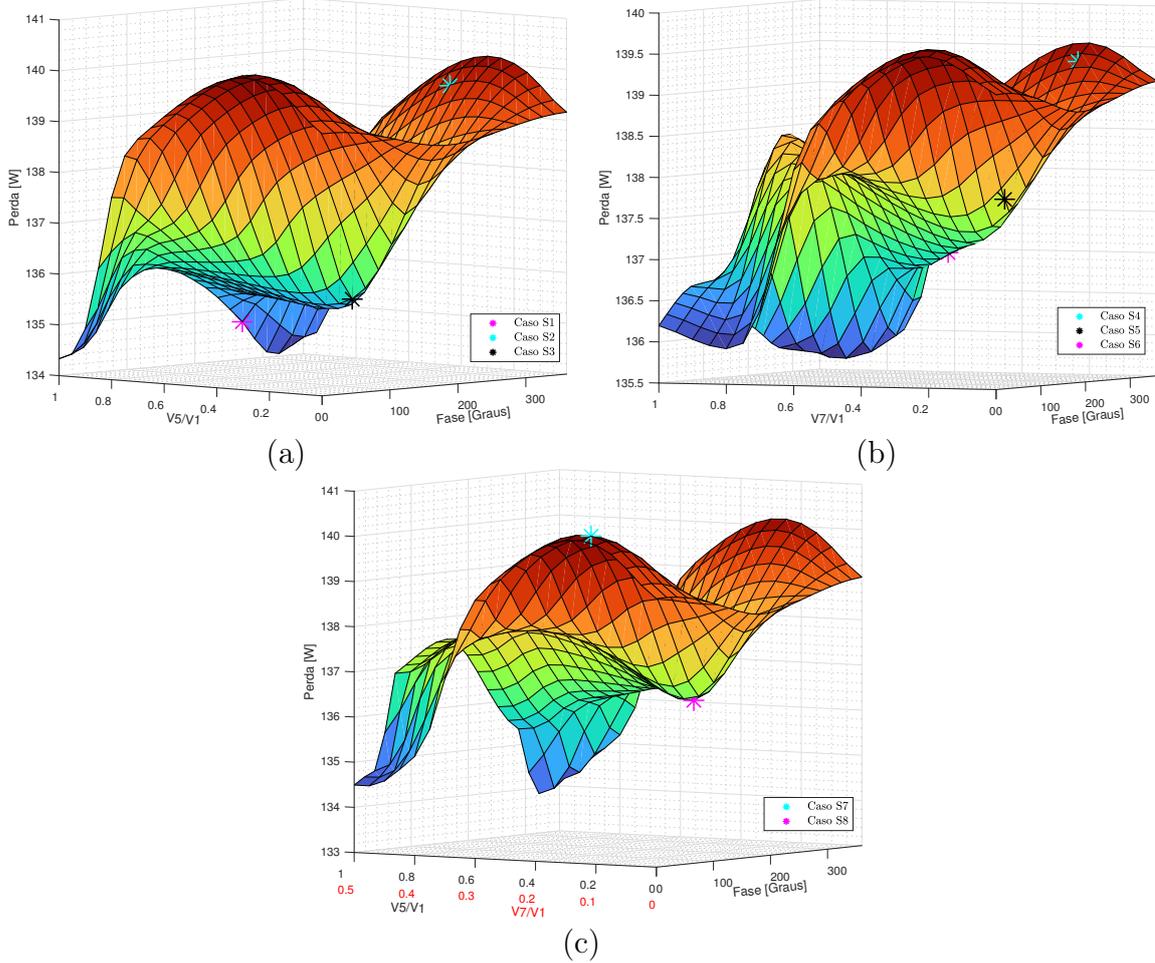


Figura 5.8 – Perdas totais no transformador para as diferentes harmônicas. (a) 5^a harmônica. (b) 7^a harmônica. (c) 5^a+7^a harmônicas.

Tabela 5.1 – Tensões com as harmônicas aplicada no transformador.

Casos analisados	$\frac{V_{h=5}}{V_{h=1}}$ [%]	$\phi_{h=5}$ [graus]	$\frac{V_{h=7}}{V_{h=1}}$ [%]	$\phi_{h=7}$ [graus]
S_0	-	-	-	-
S_1	100	270	-	-
S_2	35	324	-	-
S_3	35	180	-	-
S_4	-	-	20	334
S_5	-	-	20	170
S_6	-	-	50	270
S_7	25	18	12,5	18
S_8	25	198	12,5	198

As medições de temperatura foram realizadas utilizando cinco termopares (PT100) conectados ao Yokogawa SMARTDAC+GP10 [82]. Os sensores B_c e B_e foram instalados

nas bobinas central e esquerda, respectivamente, enquanto N_c e N_i foram posicionados na parte central superior e na lateral inferior do núcleo, respectivamente. O sensor A foi utilizado para medir a temperatura ambiente. A Figura 5.9(a) mostra a posição dos sensores na estrutura do transformador.

As Figuras 5.9(b-d) apresentam as medições de tensão, corrente e potência realizadas durante a última hora de operação em todos os casos. Observa-se que a variação da tensão no primário é inferior a 1%, conforme ilustrado na Figura 5.9(b). Já na Figura 5.9(c), é possível notar uma variação máxima de 1,5% na corrente. Por fim, a Figura 5.9(d) mostra que a variação na potência medida é inferior a 0,5%.

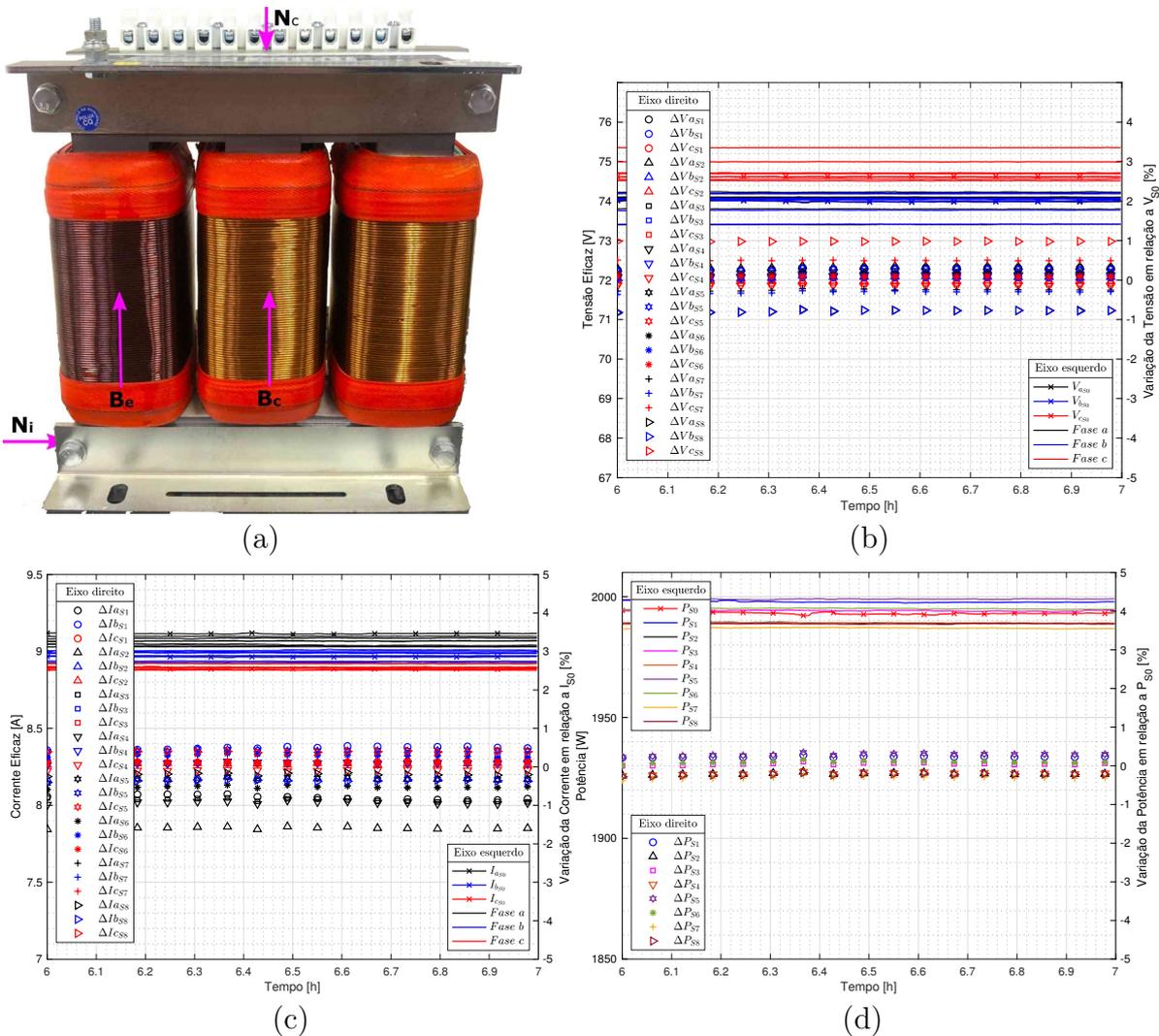


Figura 5.9 – (a) Posição de instalação dos sensores de temperatura. (b) Medições realizadas pelo analisador de potência na última hora para os casos da Tabela 5.1 para Tensão Eficaz. (c) Corrente Eficaz. (d) Potência Ativa.

Com o intuito de evitar uma série excessiva de gráficos nesta seção, foram selecionados, além do caso base S_0 , três casos adicionais para apresentação: S_1 , S_6 e S_8 . Os demais casos encontram-se disponíveis no Apêndice D.

5.2.1 Ensaio para o caso S_0

O primeiro ensaio realizado foi o S_0 , sem conteúdo harmônico. Para fins comparativos, as medições são identificadas como “*exp.*” e as simulações como “*sim.*”. As Figuras 5.10(a-d) mostram as formas de onda das tensões e correntes no primário e secundário, respectivamente, e é possível observar a boa semelhança entre elas. As Figuras 5.11(a) e 5.11(b) apresentam, respectivamente, a tensão aplicada e a indução magnética e o laço de histerese correspondentes ao caso S_0 , com representações exclusivamente simuladas no modelo.

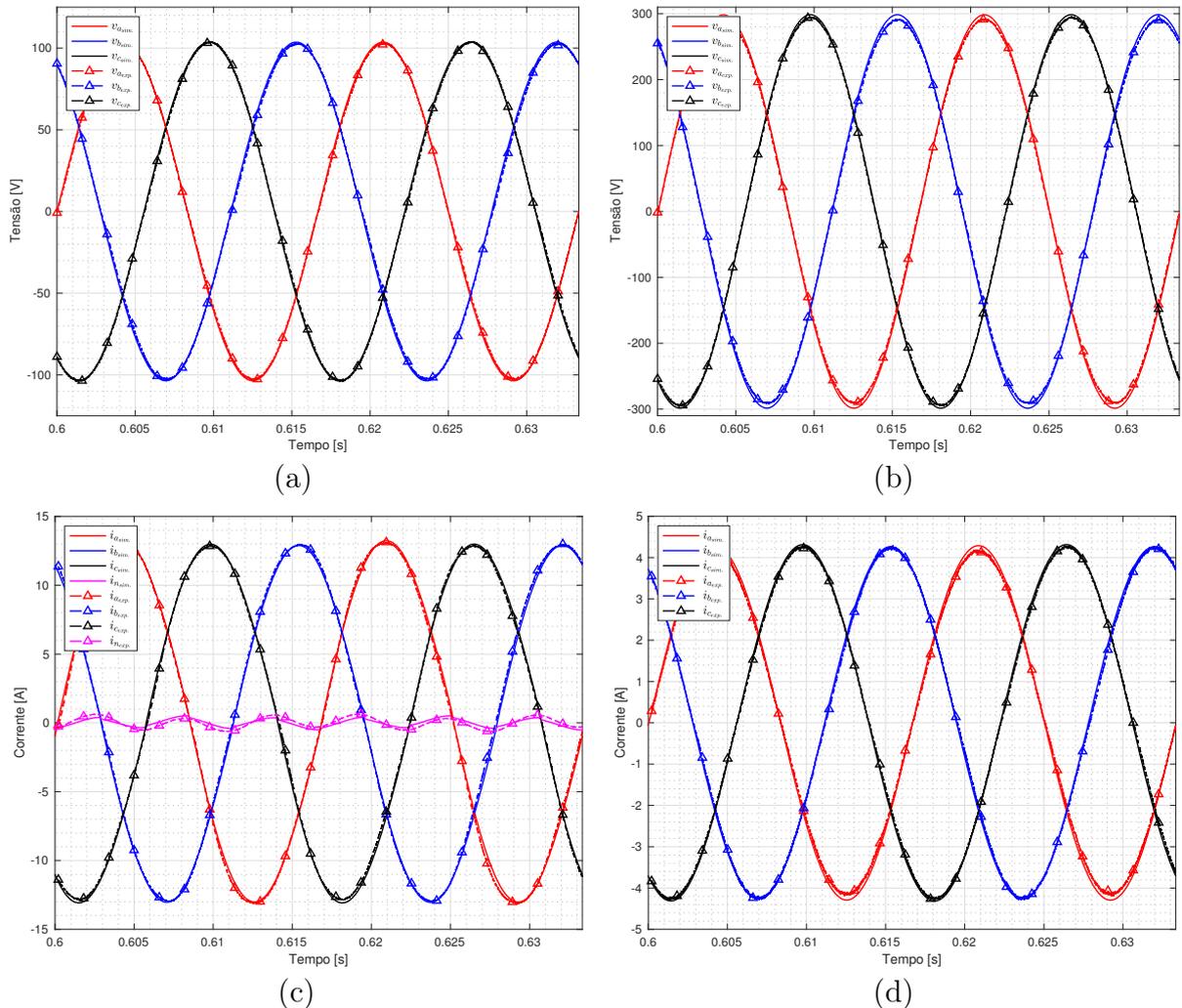


Figura 5.10 – Comparação entre as medições do ensaio S_0 e as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário.

Na Figura 5.12(a) são apresentadas as temperaturas medidas e as suavizações das medições (*fitting*) para o caso S_0 . Já na Figura 5.12(b) são mostradas as temperaturas, em que foi excluído a temperatura ambiente, e a análise de regime permanente térmico. A condição de regime permanente térmico foi considerada quando a variação da temperatura não excedeu 1 °C por hora, conforme estabelecido pela norma IEC 60076-11 [74].

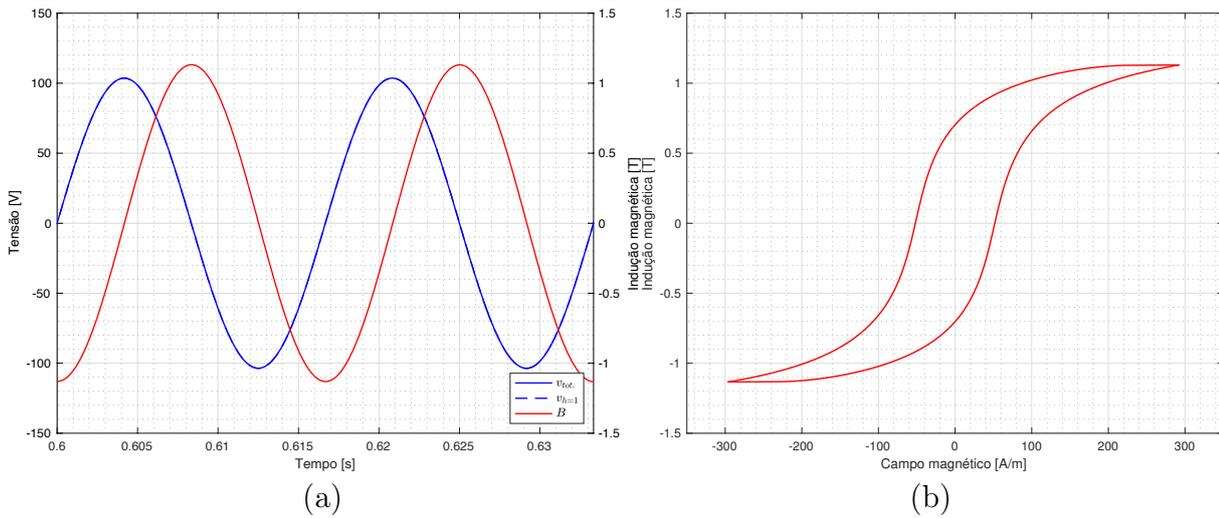


Figura 5.11 – Ensaio S_0 (a) Tensão aplicada e indução magnética. (b) Laço de histerese.

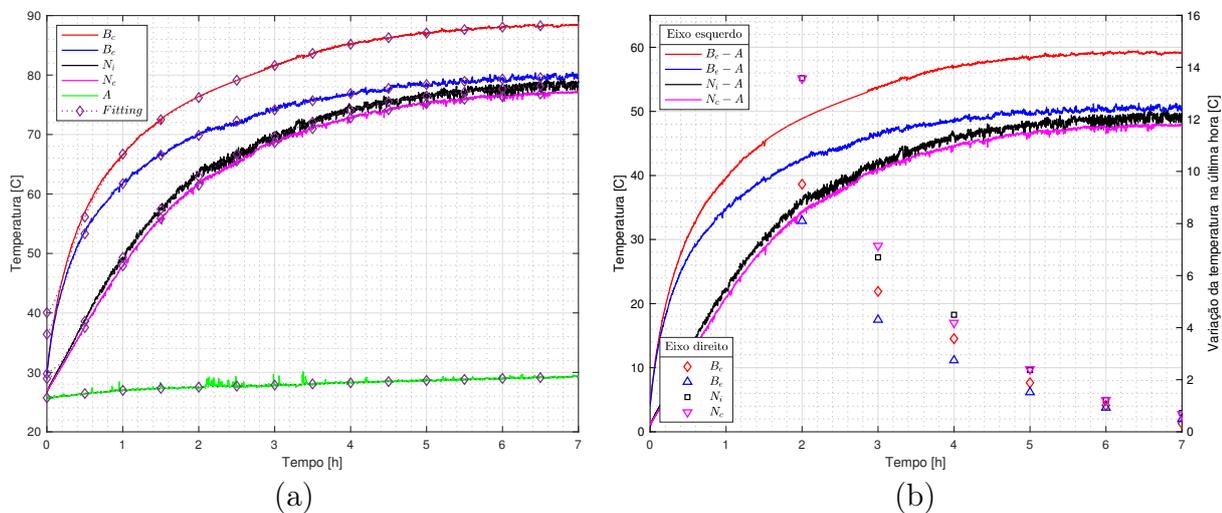


Figura 5.12 – Medições de temperatura para o caso S_0 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente.

5.2.2 Ensaio para o caso S_1

As Figuras 5.13(a-d) apresentam as tensões e correntes no primário e secundário para o caso S_1 ($V_5/V_1 = 1$ e $\phi_5 = 270^\circ$), onde é observada uma boa concordância entre as formas de onda. A Figura 5.13(e) exibe a tensão aplicada e a indução magnética resultante. Já a Figura 5.13(f) mostra os laços de histerese calculados com os modelos G e JA de histerese. É possível perceber uma diferença na densidade de energia de 4,9% em relação ao modelo JA, que é proveniente da representação limitada dos laços menores pelo modelo JA.

A Figura 5.14(a) apresenta as temperaturas medidas para o caso S_1 , enquanto na Figura 5.14(b) é realizada a exclusão da temperatura ambiente e a análise de regime permanente térmico. Na Figura 5.14(c), é feita uma comparação entre os casos S_0 e S_1 , enquanto na Figura 5.14(d), é realizada a mesma análise, porém a variação da temperatura ambiente é retirada da comparação. Ao analisar a Figura 5.14(d), percebe-se que as maiores variações de temperatura ocorrem no núcleo, sendo de -9,6% em N_c e -5,4% em N_i .

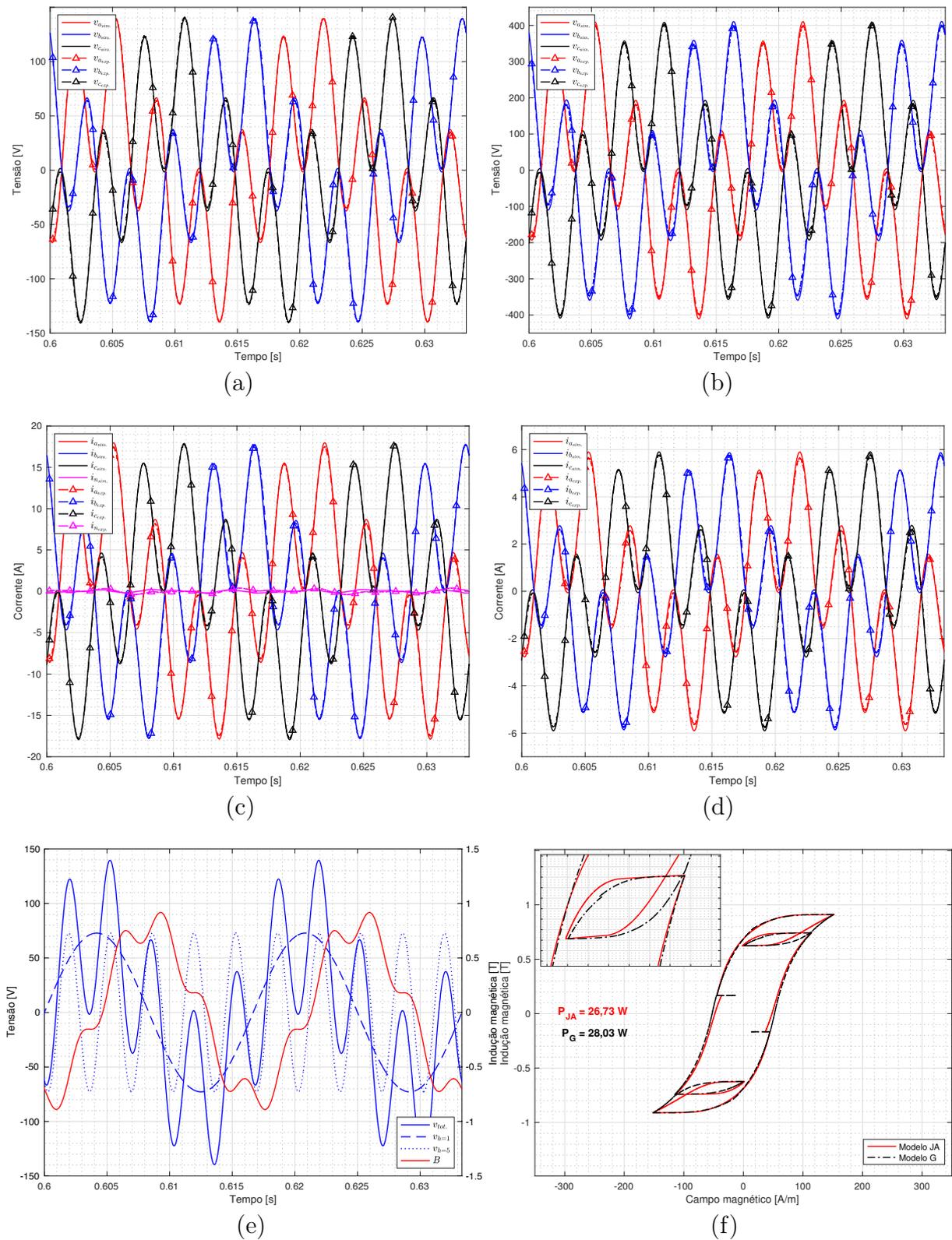


Figura 5.13 – Comparação do ensaio S_1 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

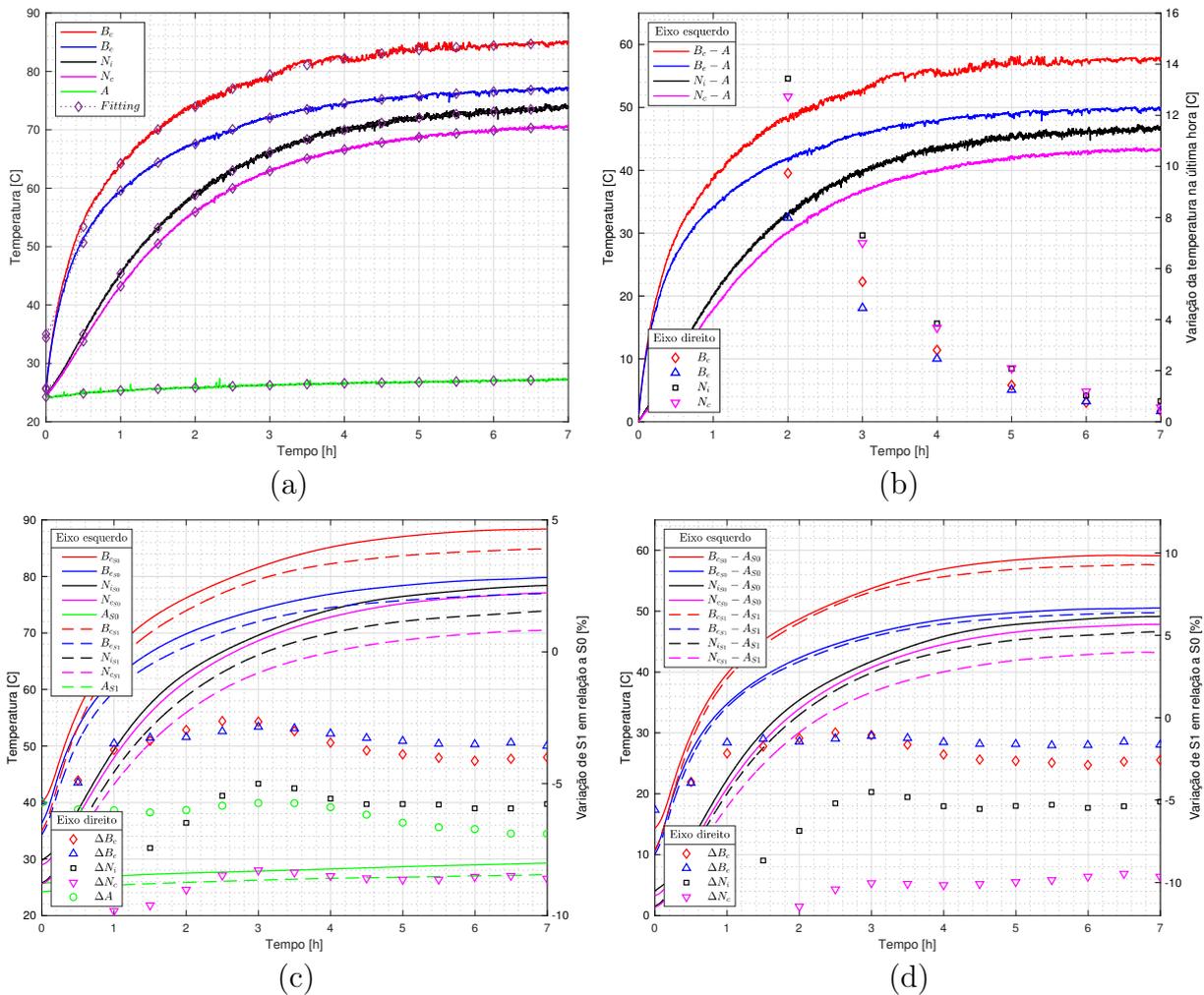


Figura 5.14 – Medições de temperatura para o caso S_1 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

5.2.3 Ensaio para o caso S_6

As Figuras 5.15(a-d) exibem as tensões e correntes no primário e secundário para o caso S_6 ($V_7/V_1 = 0,5$ e $\phi_7 = 270^\circ$). Na Figura 5.15(e), é apresentada a tensão aplicada e a indução magnética para este caso. Já na Figura 5.15(f), tem-se os laços de histerese calculados com os modelos G e JA. Nesse caso, observa-se uma diferença na densidade de energia de apenas 1,5% em relação ao modelo de JA.

As Figuras 5.16(a) e 5.16(b) mostram, respectivamente, as temperaturas medidas e a análise de regime permanente térmico para o caso S_6 . Na Figura 5.16(c), é apresentada a comparação entre os casos S_0 e S_6 , enquanto na Figura 5.16(d) essa comparação é feita excluindo a temperatura ambiente. Ao analisar a Figura 5.16(d), nota-se que as maiores variações de temperatura ocorrem nas bobinas (B_e e B_c).

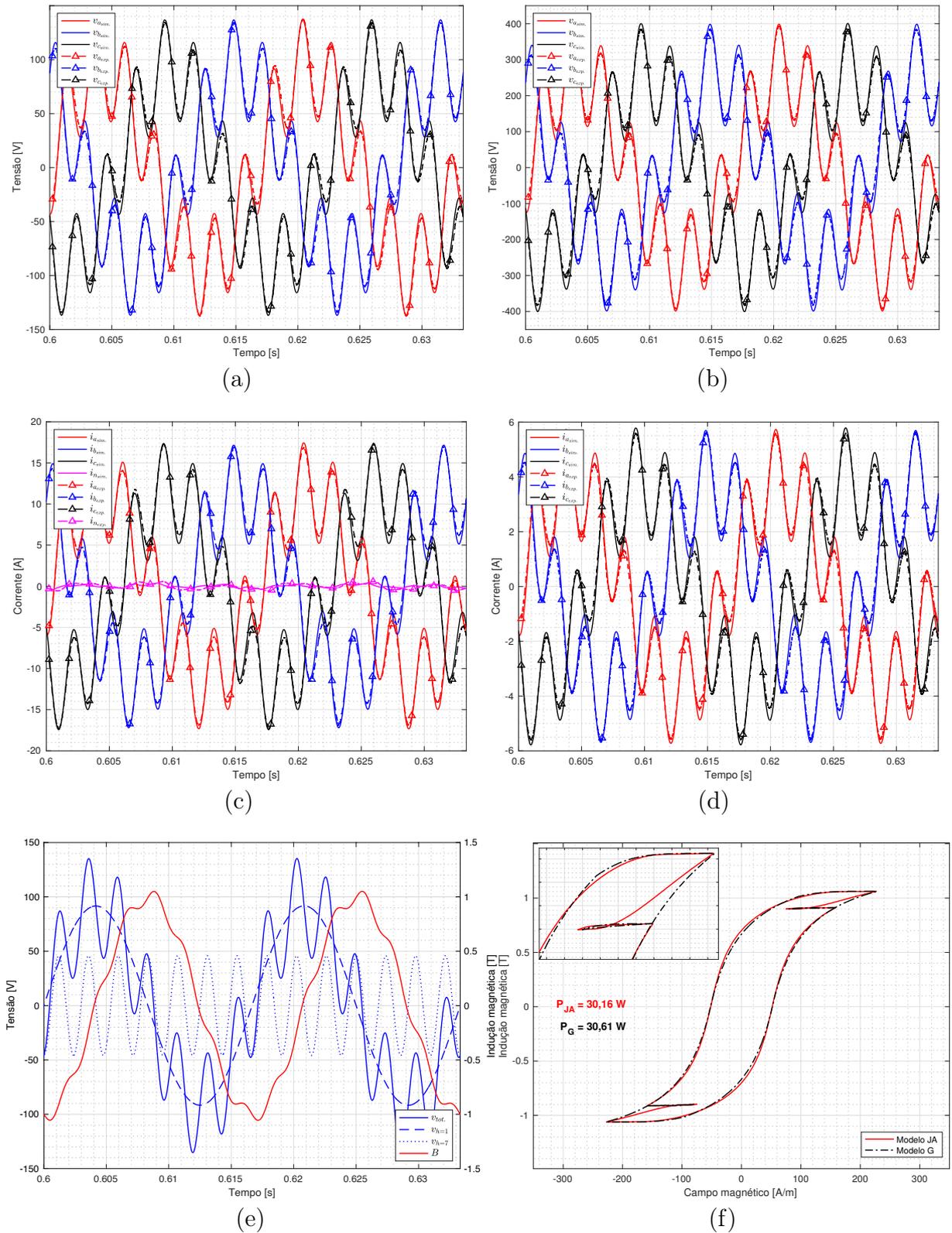


Figura 5.15 – Comparação do ensaio S_6 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

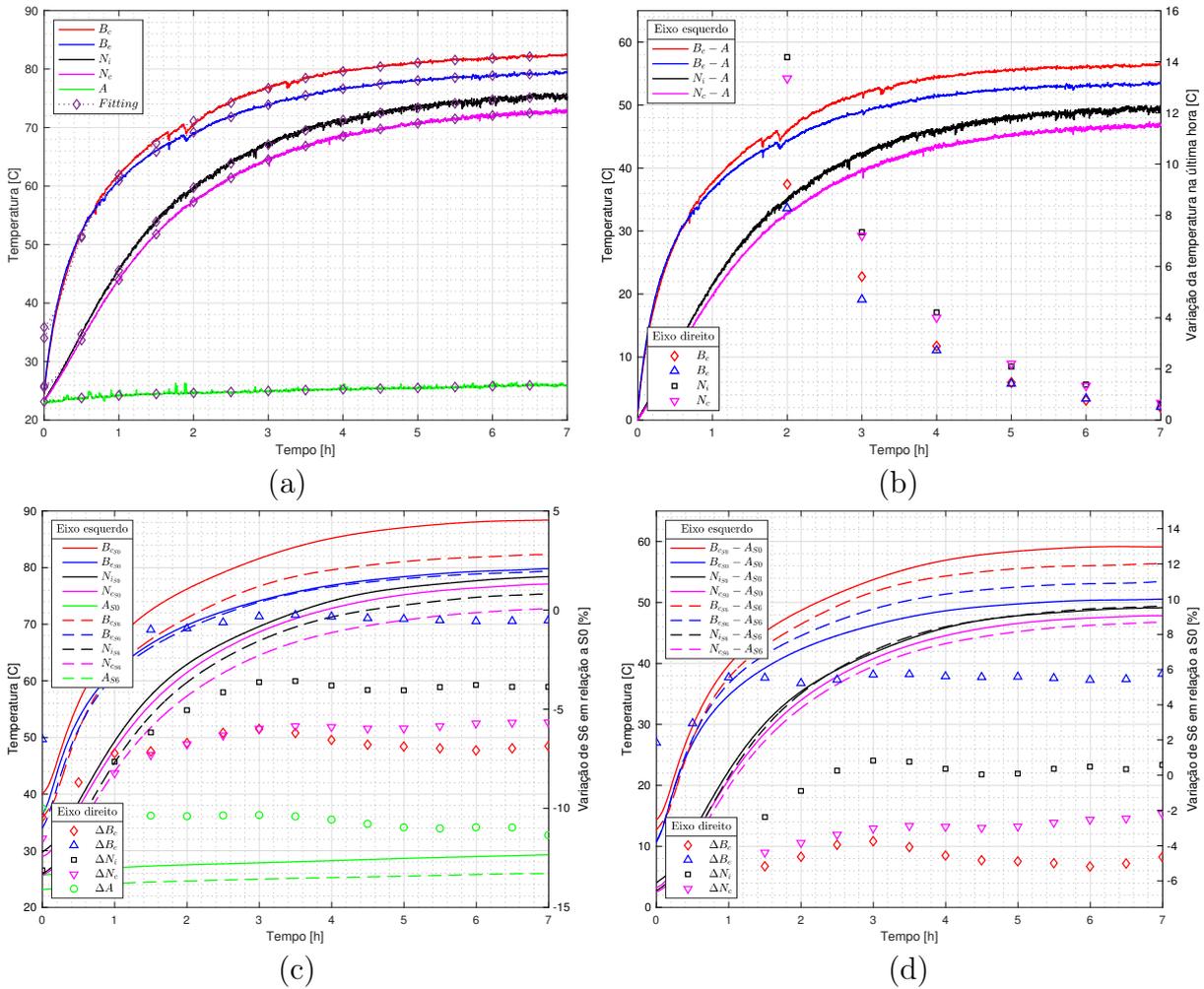


Figura 5.16 – Medições de temperatura para o caso S_6 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

5.2.4 Ensaio para o caso S_8

As tensões e correntes no primário e secundário para o caso S_8 ($V_5/V_1 = 0,25$ e $\phi_5 = 198^\circ + V_7/V_1 = 0,125$ e $\phi_7 = 198^\circ$) são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 5.17(a-d), já a tensão aplicada e a indução magnética resultante são apresentadas na Figura 5.17(e). Os laços de histerese obtidos com os modelos G e JA são apresentados na Figura 5.17(f), sendo que do mesmo modo que o caso S_6 , o laço menor não chega a se formar por completo e tem-se uma diferença na densidade de energia de apenas 0,2% em relação ao modelo de JA.

Nas Figuras 5.18(a) e 5.18(b) são apresentadas, respectivamente, as temperaturas medidas e a análise de regime permanente térmico para o caso S_8 . A Figura 5.18(c) apresentada o comparativos entre os casos S_0 e S_8 , já a Figura 5.18(d) tem-se o mesmo comparativo, mas é feita a exclusão da temperatura ambiente. Ao analisar a Figura 5.18(d), percebe-se que as maiores variações de temperatura ocorrem nas bobinas (B_e e B_c).

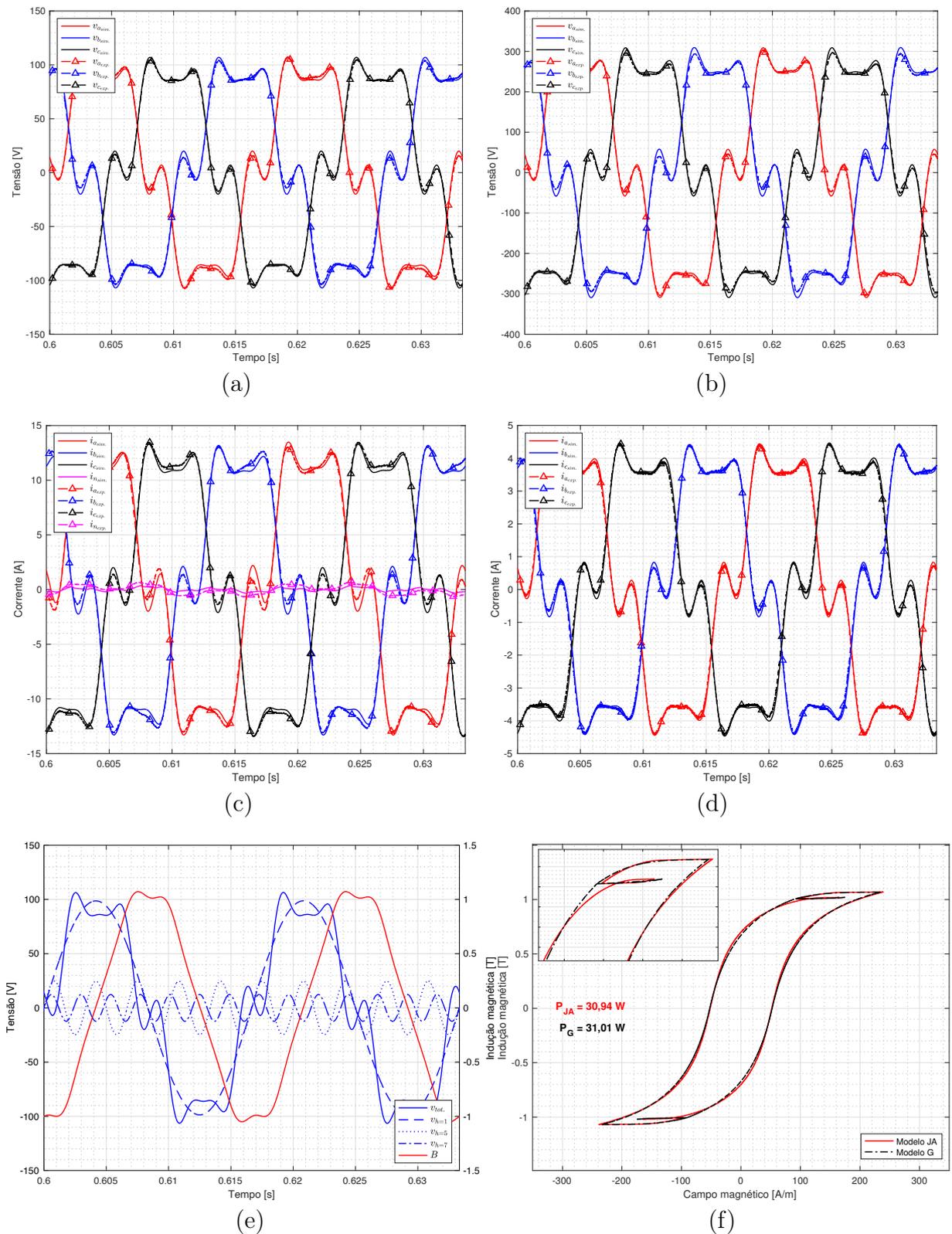


Figura 5.17 – Comparação do ensaio S_8 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

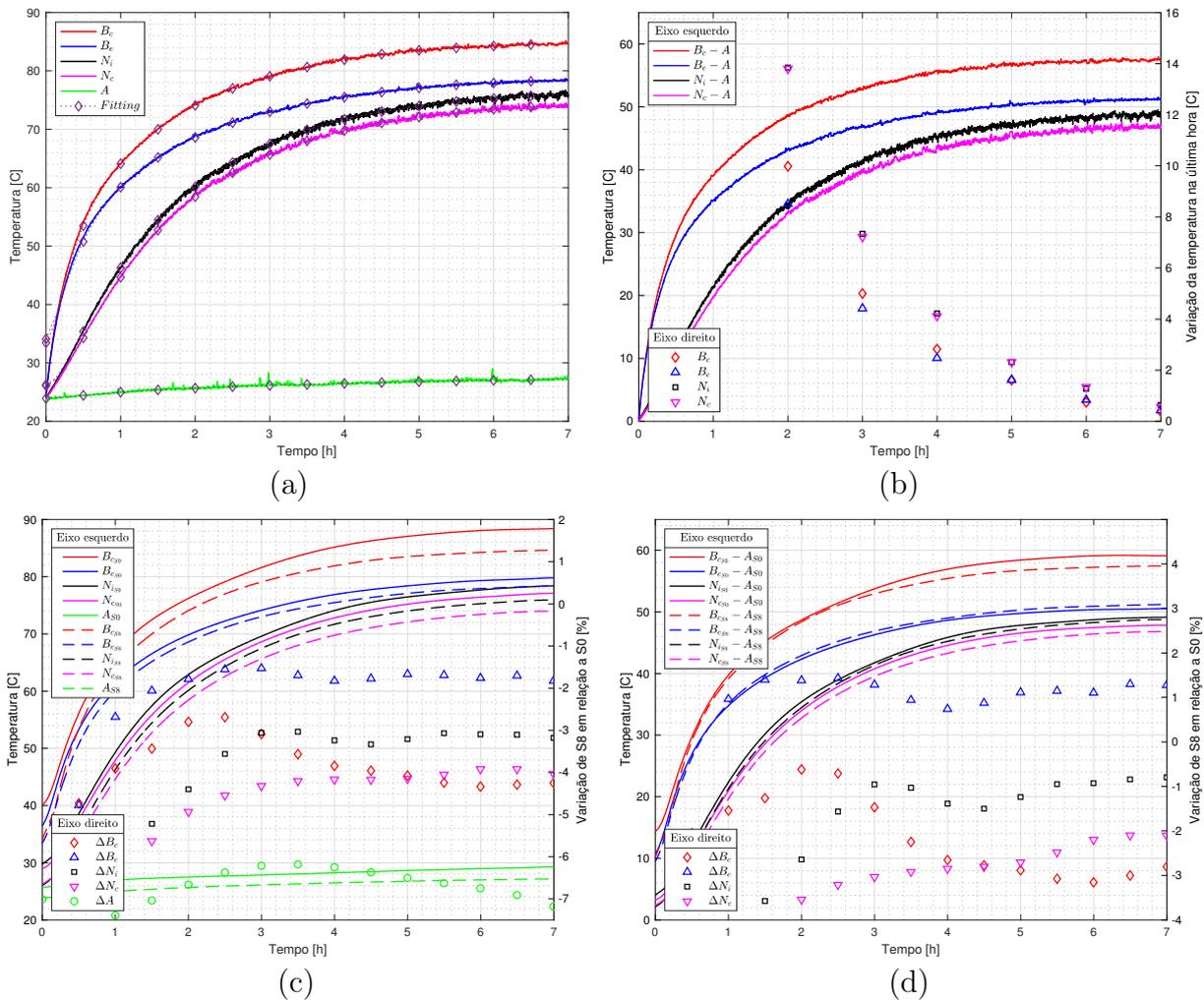


Figura 5.18 – Medições de temperatura para o caso S_8 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

A Figura 5.19 apresenta os comparativos das variações de temperatura para os casos listados na Tabela 5.1. Na Figura 5.19(a), são mostradas as variações para o sensor B_c , sendo observado que as maiores variações ocorreram nos casos S_2 e S_6 , com valores de 4,2% e -4,9%, respectivamente. Analisando o caso S_2 na Tabela 5.2, nota-se que as perdas nas bobinas e no núcleo aumentaram em relação ao caso S_0 . Já para o caso S_6 , houve um aumento de 1% nas perdas nas bobinas e uma redução de 5,5% nas perdas do núcleo, resultando em uma redução de 1,6% nas perdas totais.

Na Figura 5.19(b), são mostradas as variações de temperatura para o sensor B_e , sendo observadas as maiores variações nos casos S_3 e S_5 , com valores de -3,1% e 6,2%, respectivamente. Analisando o caso S_3 na Tabela 5.2, nota-se que as perdas nas bobinas e no núcleo diminuíram em relação ao caso S_0 . Já para o caso S_5 , observa-se uma discrepância com o resultado esperado, uma vez que há uma redução nas perdas, mas um aumento na temperatura. Essa discrepância pode ser parcialmente explicada ao analisar a Figura

5.9(c). Observa-se uma variação maior na corrente I_a (que é a corrente da bobina em que o sensor B_e foi instalado) entre os casos S_0 e S_5 , possivelmente gerada por alguma alteração na carga da fase A.

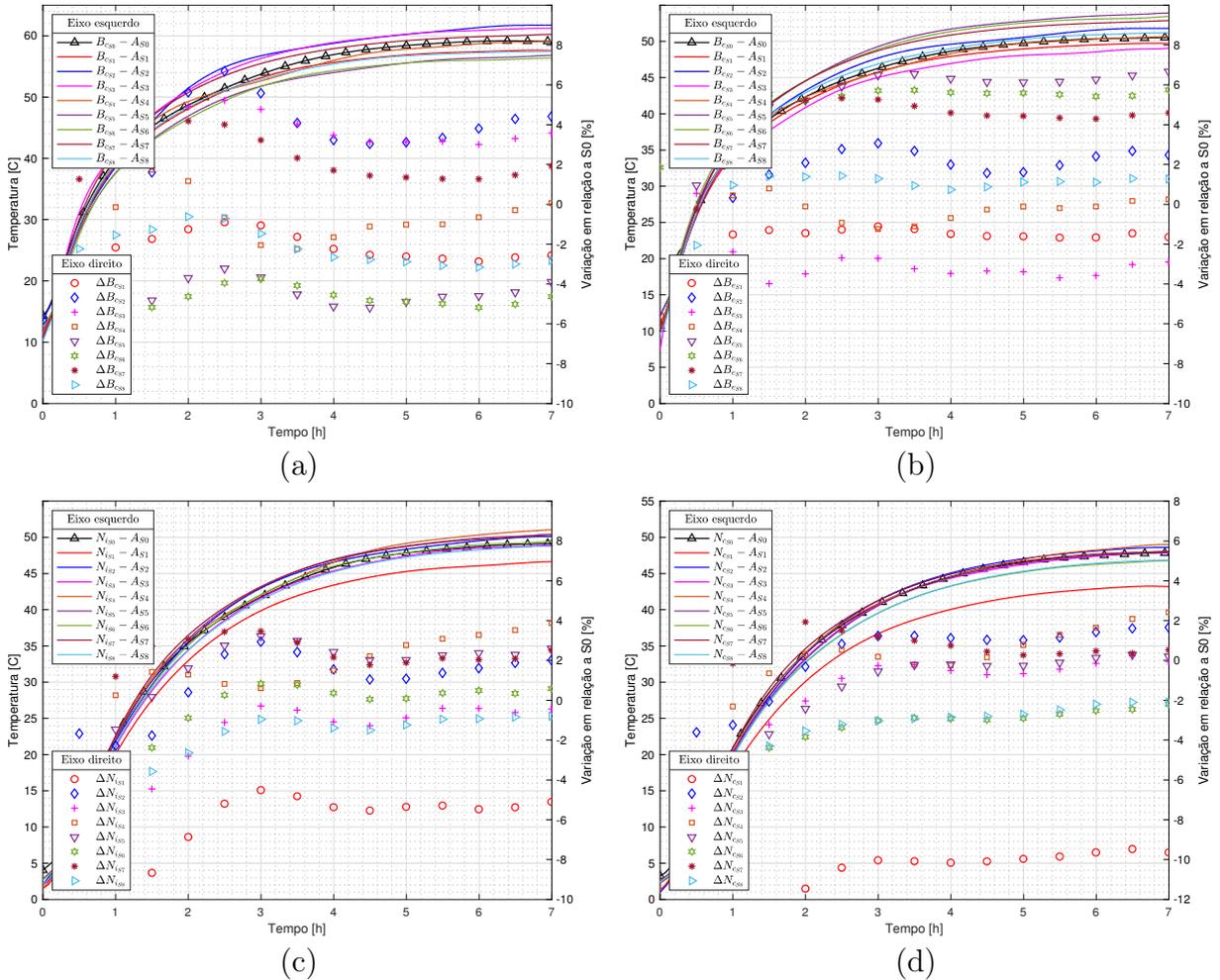


Figura 5.19 – Comparação da variação da temperatura para os casos analisados. (a) B_c . (b) B_e . (c) N_i . (d) N_c .

As variações de temperatura para o sensor N_i são apresentadas na Figura 5.19(c), sendo que a maior variação foi para o caso S_1 com -5,4%. De acordo com a Tabela 5.2, no caso S_1 , observou-se uma redução de 10,5% nas perdas do núcleo e um aumento de 2,9% nas perdas das bobinas. Neste cenário, as reduções das perdas no núcleo prevaleceram e resultaram na diminuição das temperaturas em todos os sensores, como pode ser visto nas Figuras 5.19(a-d).

Na Figura 5.19(d) são apresentadas as variações de temperatura para o sensor N_c . Observa-se que este sensor apresenta a mesma característica do sensor N_i , em que a maior variação é para o caso S_1 com -9,6%. A diferença na variação da temperatura (-5,4% para N_i e -9,6% para N_c) pode ser explicada, em partes, pela posição de instalação dos sensores. O sensor N_c foi instalado na parte superior do núcleo, tendo uma maior área

para a troca de calor com o ambiente. Por outro lado, o sensor N_i foi instalado na parte inferior do núcleo, próximo às bobinas, que são as principais fontes de geração de calor no transformador.

Tabela 5.2 – Variação das perdas no transformador para os casos analisados.

Casos	Perda											
	Histerese				Dinâmica		Núcleo		Bobinas		Total	
	Jiles-Atherton		Modelo G		[W]	Δ [%]	[W]	Δ [%]	[W]	Δ [%]	[W]	Δ [%]
	[W]	Δ [%]	[W]	Δ [%]								
S_0	33,2	-	-	-	25,4	-	58,6	-	80,7	-	139,3	-
S_1	26,7	-24,4 ↓	28,0	-18,6	25,0	-1,4 ↓	53,1	-10,5 ↓	83,1	2,9 ↑	136,2	-2,3 ↓
S_2	33,4	0,6 ↑	-	-	25,4	0,0 –	58,8	0,3 ↑	81,2	0,5 ↑	140,0	0,4 ↑
S_3	29,6	-12,3 ↓	-	-	24,8	-2,3 ↓	54,4	-7,7 ↓	81,1	0,5 ↑	135,5	-2,8 ↓
S_4	33,3	0,2 –	-	-	25,2	-0,8 ↓	58,5	-0,2 –	80,2	-0,6 ↓	138,7	-0,5 ↓
S_5	31,6	-5,2 ↓	-	-	24,8	-2,2 ↓	56,4	-3,9 ↓	79,6	-1,4 ↓	136,0	-2,4 ↓
S_6	30,2	-10,2 ↓	30,6	-8,6	25,0	-1,6 ↓	55,6	-5,5 ↓	81,5	1,0 ↑	137,1	-1,6 ↓
S_7	34,5	3,8 ↑	-	-	25,9	1,9 ↑	60,4	3,0 ↑	82,2	1,8 ↑	142,6	2,3 ↑
S_8	30,9	-7,4 ↓	31,0	-7,2	24,9	-1,7 ↓	56,0	-4,7 ↓	80,2	-0,7 ↓	136,2	-2,3 ↓

Nos casos em que o valor da perda calculada pelo modelo G foi apresentado, ela foi utilizada no cálculo das perdas totais do núcleo.

Ao analisar a Tabela 5.2, foi constatado que, em alguns casos, ocorreu a redução das perdas e, conseqüentemente, o aumento do rendimento. Com isso em mente, realizou-se uma análise das perdas no transformador considerando as variações de k_p , cujos resultados encontram-se na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Comparação da variação das perdas no transformador para os casos analisados com diferentes valores de k_p .

Casos	Núcleo	Bobinas										Totais									
		$k_p=0,1\%$		$k_p=1\%$		$k_p=5\%$		$k_p=10\%$		$k_p=20\%$		$k_p=0,1\%$		$k_p=1\%$		$k_p=5\%$		$k_p=10\%$		$k_p=20\%$	
	[W]	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta P[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$	[W]	$\Delta[\%]$
S_0	58,6	80,7	-	80,7	-	80,9	-	81,5	-	83,5	-	139,3	-	139,3	-	139,5	-	140,1	-	142,1	-
S_1	53,1	83,1	2,9	92,0	12,3	131,9	38,6	182,0	55,2	283,1	70,5	136,2	-2,3	145,1	4,0	184,9	24,5	235,0	40,4	336,2	57,7
S_2	58,8	81,2	0,5	83,1	2,9	92,0	12,1	103,5	21,2	127,7	34,7	140,0	0,4	141,9	1,8	150,8	7,5	162,3	13,7	186,5	23,8
S_3	54,4	80,6	-0,2	82,5	2,1	91,2	11,3	102,4	20,4	125,7	33,6	135,0	-3,2	136,9	-1,8	145,6	4,2	156,8	10,7	180,1	21,1
S_4	58,5	80,2	-0,6	81,6	1,1	88,0	8,0	96,3	15,4	113,7	26,6	138,7	-0,5	140,1	0,5	146,5	4,7	154,8	9,5	172,2	17,5
S_5	56,4	79,6	-1,4	81,0	0,3	87,2	7,2	95,3	14,5	112,4	25,8	136,0	-2,4	137,4	-1,4	143,7	2,9	151,8	7,7	168,8	15,9
S_6	55,6	81,5	1,0	88,8	9,1	121,3	33,3	162,2	49,8	245,0	65,9	137,1	-1,6	144,4	3,5	176,9	21,1	217,8	35,7	300,5	52,7
S_7	60,4	82,2	1,8	83,7	3,6	90,9	10,9	100,1	18,6	119,4	30,1	142,6	2,3	144,1	3,3	151,2	7,7	160,5	12,7	179,8	21,0
S_8	56,0	80,2	-0,7	81,7	1,2	88,6	8,6	97,5	16,4	116,1	28,1	136,2	-2,3	137,7	-1,2	144,5	3,5	153,4	8,7	172,1	17,4



A Figura 5.20 apresenta o rendimento do transformador para diferentes casos e valores de k_p da Tabela 5.3. O cálculo do rendimento foi feito utilizando a potência de entrada medida na Figura 5.9(d) e as perdas calculadas na Tabela 5.3. Observa-se que, para o caso S_0 (senoidal), o rendimento se mantém praticamente constante para diferentes valores de k_p . No entanto, para $k_p = 0,1\%$, observa-se uma melhora no rendimento nos casos S_1, S_3, S_4, S_5, S_6 e S_8 , devido à maior relevância das perdas no núcleo em relação às perdas nas bobinas, conforme discutido na Seção 5.1. Para $k_p = 1\%$, a mesma tendência é observada para os casos S_3, S_5 e S_8 . No entanto, para valores maiores de k_p , ocorre uma queda no rendimento, uma vez que a relevância das perdas nas bobinas aumenta.

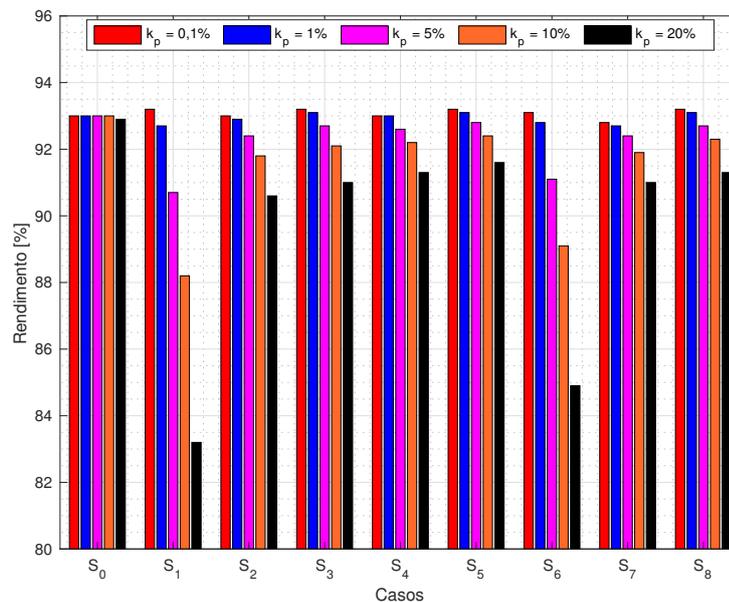


Figura 5.20 – Análise do rendimento do transformador para os casos analisados com diferentes valores de k_p .

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foram apresentados os resultados das simulações e ensaios realizados no transformador trifásico. Inicialmente, as perdas no núcleo magnético e nos enrolamentos foram mapeadas por meio das simulações, o que permitiu escolher os ensaios a serem realizados em seguida. Após a realização dos ensaios, os resultados foram discutidos e comparados com as simulações.

A análise dos dados da resposta térmica do transformador para os diferentes casos estudados, será usada para validar a modelagem térmica proposta, que será apresentada e discutida no próximo capítulo.

CAPÍTULO 6

MODELAGEM TÉRMICA DO TRANSFORMADOR

Neste capítulo é apresentado o modelo térmico proposto para o transformador trifásico. O desenvolvimento do modelo foi baseado nos mecanismos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Quando há um gradiente de temperatura em um meio estacionário, como um sólido ou um fluido, utiliza-se o termo **condução** para se referir à transferência de calor que ocorre através do meio. Por outro lado, o termo **convecção** é usado para descrever a transferência de calor entre uma superfície e um fluido em movimento quando eles estão a diferentes temperaturas. A **radiação** térmica é o modo de transferência que não exige a presença de matéria para o transporte de calor, e é transportado por ondas eletromagnéticas [83].

A transferência de calor por condução entre os componentes do transformador é definida por

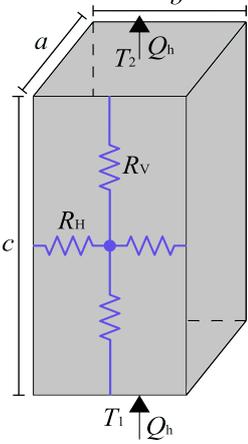
$$Q_h = k' A_s \frac{\Delta T}{\delta'} \quad (6.1)$$

em que Q_h representa a quantidade de calor, k' é a condutividade térmica do objeto, A_s é a área da seção transversal perpendicular à direção da transferência de calor, ΔT é a diferença da temperatura entre os objetos e δ' é a distância da transferência de calor. A resistência térmica por condução é definida por

$$R_{t_{cd}} = \frac{\delta'}{k' A_s} \quad (6.2)$$

Considerando a coluna do núcleo do transformador ilustrado na Tabela 6.1, pode-se determinar as resistências térmicas pelas Equações 6.3 e 6.4.

Tabela 6.1 – Determinação da resistência térmica por condução na coluna do núcleo.

Condução	Resistência térmica
	$R_V = \frac{c}{kab} \quad (6.3)$
	$R_H = \frac{b}{kac} \quad (6.4)$

A transferência de calor por convecção entre os componentes do transformador (núcleo e bobinas) e o ar, no caso de transformadores a seco, é definida pela Equação 6.5, conhecida como Lei de Newton de resfriamento.

$$Q_h = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (6.5)$$

Em que h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, T_s é a temperatura da parede (objeto) e T_∞ é a temperatura do gás ou fluido circundante (temperatura ambiente). A resistência térmica por convecção é definida por

$$R_{t_{cv}} = \frac{1}{hA_s}. \quad (6.6)$$

A principal dificuldade em determinar a resistência térmica está na obtenção do coeficiente h , o qual depende das dimensões físicas e orientação do objeto, do tipo de fluido, da densidade, da velocidade e de vários outros parâmetros de difícil determinação [84]. No entanto, no caso do transformador em questão, podem ser utilizadas as correlações de paredes vertical e horizontal apresentadas na Tabela 6.2 [28, 83, 85].

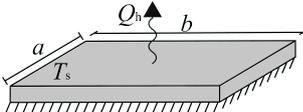
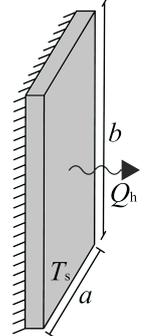
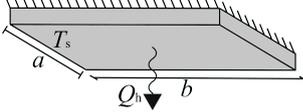
O número de Rayleigh (R_a) é obtido do produto dos números de Grashof (G_r) e de Prandtl (P_r). O número de Grashof é uma medida da relação entre a força de empuxo e as forças viscosas presentes em um fluido ou gás, e é definido por

$$G_r = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L'^3}{\nu'^2}, \quad (6.7)$$

em que g é a aceleração gravitacional, β é o coeficiente de expansão térmica, T_s é a temperatura na superfície analisada, T_∞ é a temperatura do ambiente, L' é o comprimento característico e ν' é a viscosidade cinemática do fluido ou gás. O coeficiente de expansão térmica (β) é definido por [83]

$$\beta = \left(\frac{T_s + T_\infty}{2}\right)^{-1}. \quad (6.8)$$

Tabela 6.2 – Determinação da resistência térmica por convecção.

Convecção	Coefficiente de transferência	Comprimento característico
Horizontal superior 	$h = \frac{k' \left[0,65 + 0,36 (Ra)^{\frac{1}{6}} \right]^2}{L'}$	$L' = \frac{2a + 2b}{ab}$
Vertical 	$h = \frac{k'}{L'} \left[0,825 + \frac{0,387 (Ra)^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right]^2$	$L' = b$
Horizontal inferior 	$h = \frac{k \left[0,27 (Ra)^{\frac{1}{4}} \right]}{L'}$	$L' = \frac{2a + 2b}{ab}$

R_a - Número de Rayleigh e P_r - Número de Prandtl.

O número de Prandtl (P_r) é uma grandeza adimensional que relaciona a viscosidade de um fluido com sua condutividade térmica [86] e é geralmente apresentado em tabelas na literatura.

As propriedades termofísicas do ar, como k' , ν' , G_r , P_r e R_a , que é o meio de convecção em que o transformador está inserido, variam com a temperatura. Como a temperatura final do transformador é desconhecida no modelo térmico proposto, foram definidas equações para k' , ν' e P_r , que são apresentadas na Figura 6.1.

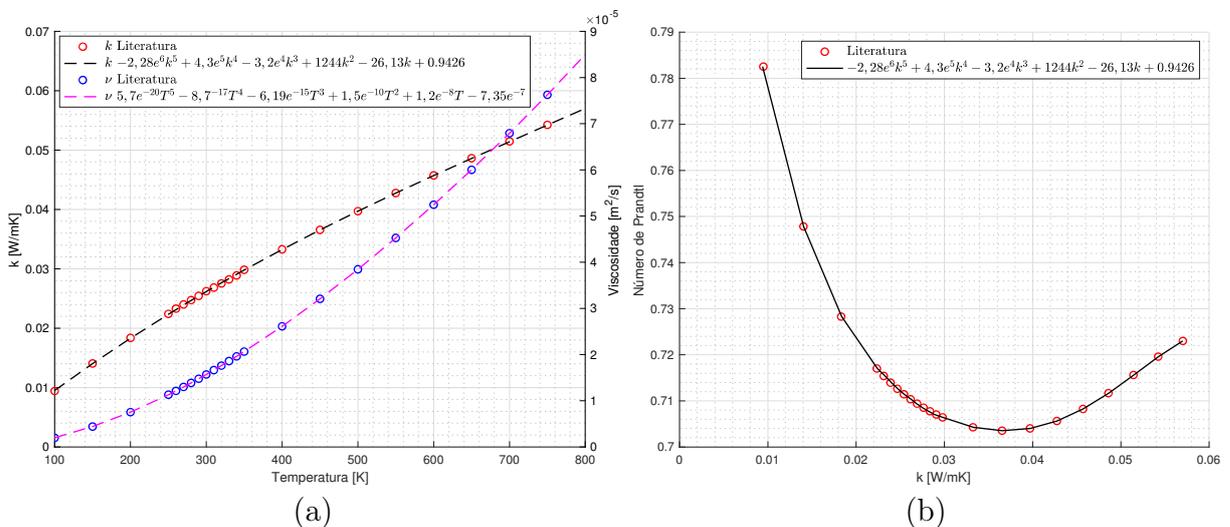


Figura 6.1 – Determinação das equações para as propriedades termofísicas do ar [83]. (a) Coeficiente de transferência de calor k' e viscosidade cinética ν' (b) Número de Prandtl.

Quando há uma diferença de temperatura entre as superfícies do transformador e o ambiente, ocorre uma transferência de calor por radiação para o ambiente. A transferência de calor por radiação é definida por

$$Q_h = hA_s(T_s - T_\infty). \quad (6.9)$$

A resistência térmica por radiação é dada por

$$R_{trd} = \frac{1}{hA_s}. \quad (6.10)$$

O coeficiente de transferência de calor por radiação é calculado pela equação de Stefan-Boltzmann, dada por

$$h = \varepsilon\sigma' \frac{(T_1 + 273,15)^4 - (T_2 + 273,15)^4}{T_1 - T_2}, \quad (6.11)$$

em que σ' é a constante de Stefan-Boltzmann igual a $5,67 \cdot 10^{-8} [W/(m^2K^4)]$, ε é o coeficiente de emissividade e T_1 e T_2 são as temperaturas dos corpos emissor e receptor, respectivamente. As características termofísicas dos materiais que compõem o transformador são apresentadas na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Propriedades termofísicas e emissividade dos materiais em 100 °C [28, 83, 87].

Componente	Material	k' [$W(mk)^{-1}$]	ε
Núcleo magnético	Chapas de aço silício	42,5	0,5
Bobinas	Alumínio com pintura dourada	206	0,37
Isolamento entre bobinas	Polivolterm ¹	0,04	-
Isolamento entre o núcleo e as bobinas	Papel	0,18	-

¹ Papel recoberto com fibras de poliéster.

Além das propriedades termofísicas dos materiais, é necessário conhecer as dimensões do núcleo e das bobinas do transformador para o modelo térmico. Para o transformador analisado, essas dimensões são apresentadas na Figura 6.2.

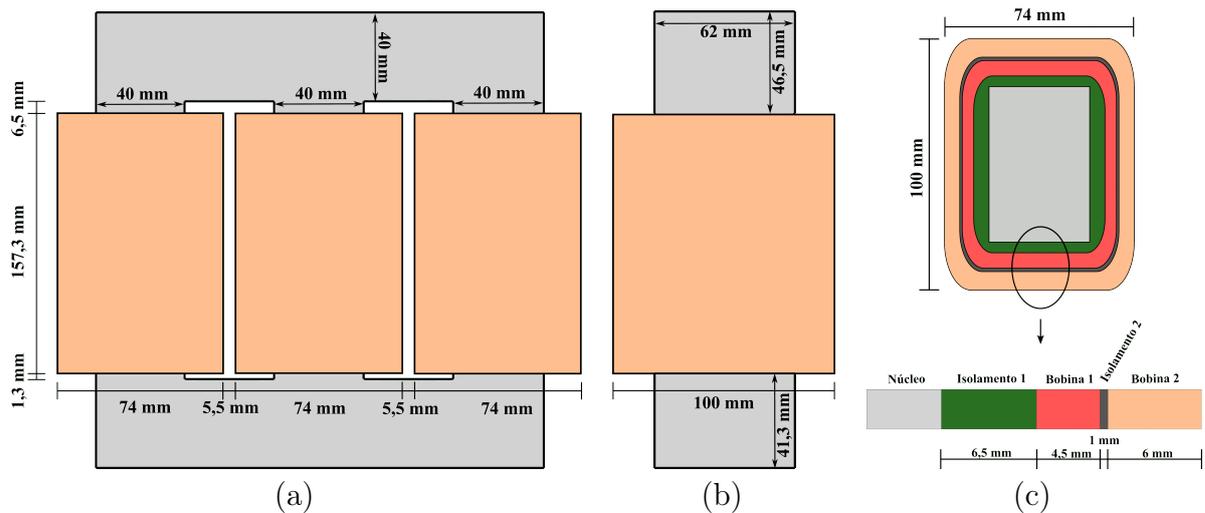


Figura 6.2 – Dimensões do transformador utilizado na modelagem térmica. (a) Vista frontal (b) Vista lateral. (c) Vista superior com o detalhamento de uma bobina.

Para construir o modelo térmico do transformador, a estrutura foi dividida em vários nós, conforme ilustrado na Figura 6.3. Os nós de T_1 a T_{13} correspondem às temperaturas no núcleo magnético, enquanto os nós de T_{14} a T_{25} representam as temperaturas nas bobinas.

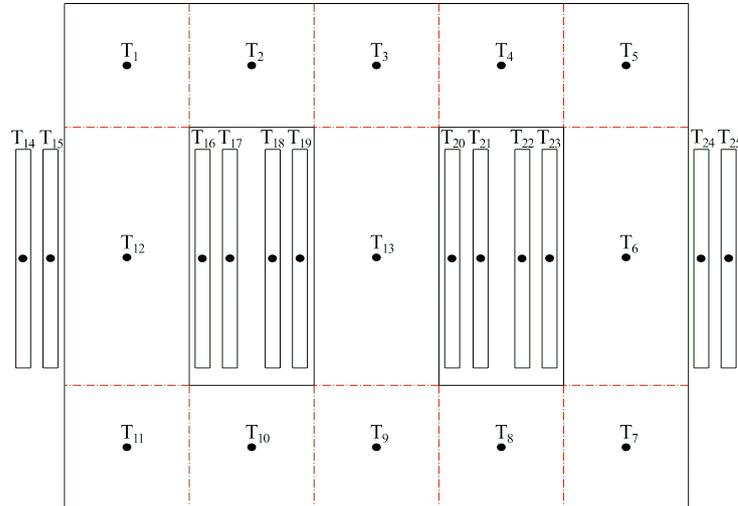


Figura 6.3 – Nós de temperatura para o modelo térmico do transformador trifásico.

No modelo proposto, a transferência de calor dentro do transformador ocorre principalmente por condução térmica, enquanto que nas partes externas a troca de calor com o meio circundante (ar) é feita pelos mecanismos de convecção e radiação. A Figura 6.4 apresenta os mecanismos de troca de calor por convecção e radiação, em que as setas verdes (convecção) e azuis (radiação) estão relacionadas às cores da rede de resistências térmicas apresentadas na Figura 6.5.

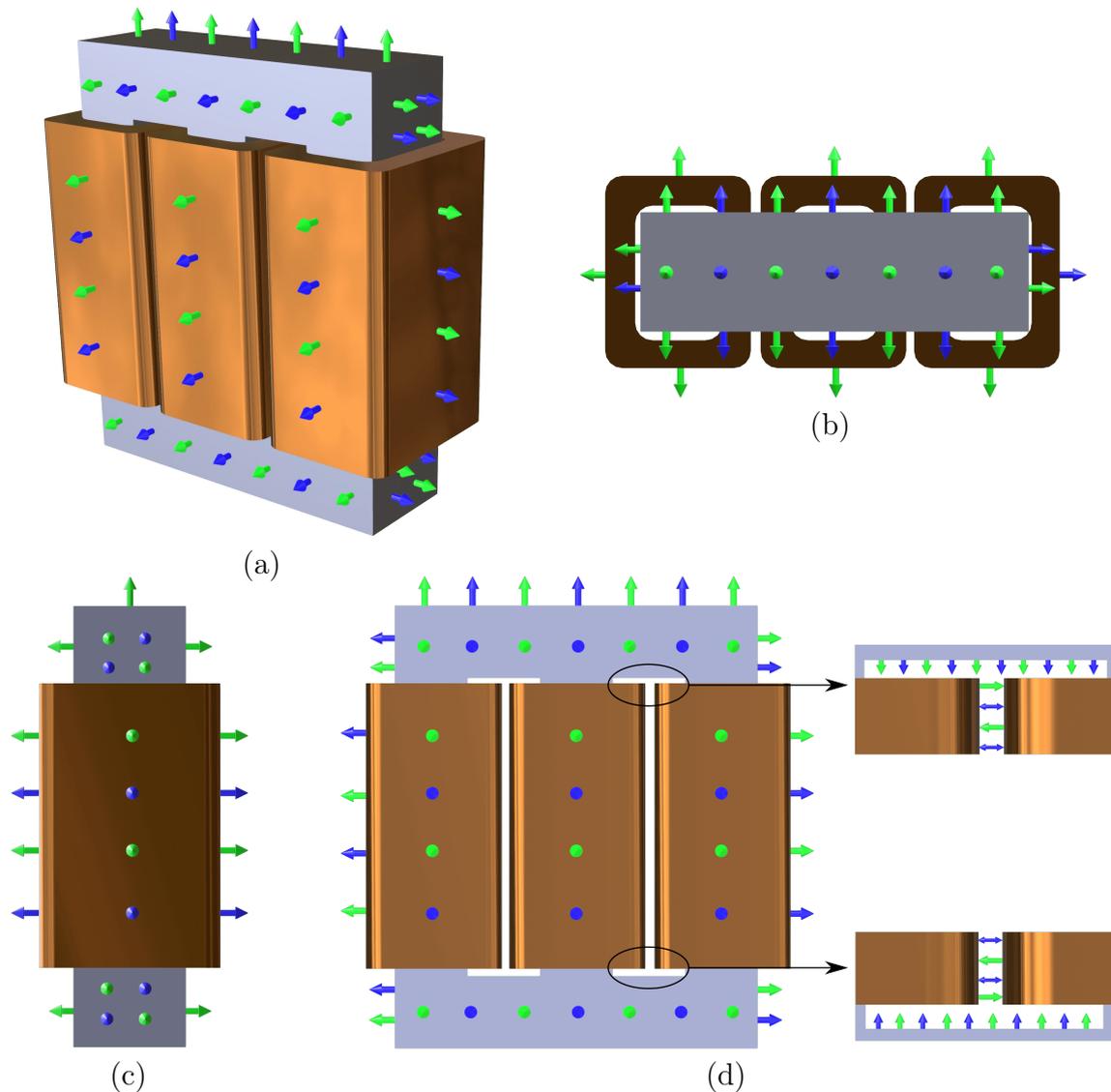


Figura 6.4 – Transformador trifásico analisado. (a) Vista tridimensional. (b) Superior. (c) Lateral. (d) Frontal e zoom da janela entre as bobinas.

Após a definição dos nós de temperatura no transformador, é possível construir a rede de resistências térmicas que representam os processos de condução, convecção e radiação, conforme ilustrado na Figura 6.5. As resistências convectiva e radiante entre uma superfície e sua “grande vizinhança” atuam em paralelo, e é por esse motivo que elas foram conectadas em paralelo na Figura 6.5 [83]. Para construir o modelo térmico e permitir sua solução numérica, foram adotadas algumas premissas, a saber:

- As perdas no núcleo e nas bobinas são consideradas distribuídas;
- A mesma densidade de perdas é considerada para todos os nós do núcleo;
- O núcleo magnético é considerado homogêneo;

- Nas bobinas, as perdas de cada enrolamento do primário e secundário foram consideradas separadamente, totalizando 6 fontes distintas de perdas;
- O efeito da dissipação de calor na direção vertical foi ignorado, já que a seção longitudinal das bobinas é pequena comparada às demais seções [28];
- Os coeficientes de transferência de calor k' apresentados na Tabela 6.3, usados no processo de condução, são considerados constantes;
- As superfícies dos nós de temperatura do transformador foram assumidas como isotérmicas, ou seja, o gradiente de temperatura é nulo ao longo da superfície de cada nó e há presença de gradiente de temperatura somente na direção normal à superfície.

Após a definição do circuito térmico equivalente e das resistências térmicas correspondentes, é possível definir as equações governantes conforme [88]:

$$C_j \frac{dT_j}{dt} = \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{1}{R_{th_{i,j}}} (T_i - T_j) + P_j, \quad (j = 1, \dots, 25), \quad (6.12)$$

em que C_j é a capacidade térmica equivalente do nó, P_j é a fonte de calor relacionada ao nó (perda), T_j é a temperatura do nó e $R_{th_{i,j}}$ é a resistência térmica entre dois nós.

As equações derivadas da Equação 6.12 permitem a análise térmica transitória do transformador. No entanto, para o propósito deste estudo, a análise em regime permanente foi utilizada para determinar a temperatura final em cada nó. Assim, o lado esquerdo de todas as equações diferenciais obtidas a partir da Equação 6.12 foi considerado zero, o que explica a ausência das capacidades térmicas equivalentes na Figura 6.5. Portanto, a representação matricial das equações diferenciais da Equação 6.12 é dada por:

$$0 = \mathbf{AT} + \mathbf{BU} \Rightarrow \mathbf{T} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{BU}, \quad (6.13)$$

em que \mathbf{T} representa o vetor de temperaturas dos nós, \mathbf{U} é o vetor das perdas, e \mathbf{A} e \mathbf{B} são as matrizes do sistema.

Diferentemente do coeficiente de transferência de calor por condução, os coeficientes h para convecção e radiação são dependentes da temperatura de cada nó. Assim, as equações resultantes da Equação 6.13 devem ser resolvidas iterativamente para se alcançar o regime permanente em cada nó. As iterações começam com a temperatura ambiente sendo a inicial para todos os nós e, em seguida, as resistências térmicas são atualizadas a cada iteração até se atingir o regime permanente térmico.

Para a resolução iterativa da rede térmica equivalente apresentada na Figura 6.5, foi utilizado um *script* no Matlab, em conjunto com o Simulink. O diagrama utilizado no Simulink é apresentado na Figura 6.6.

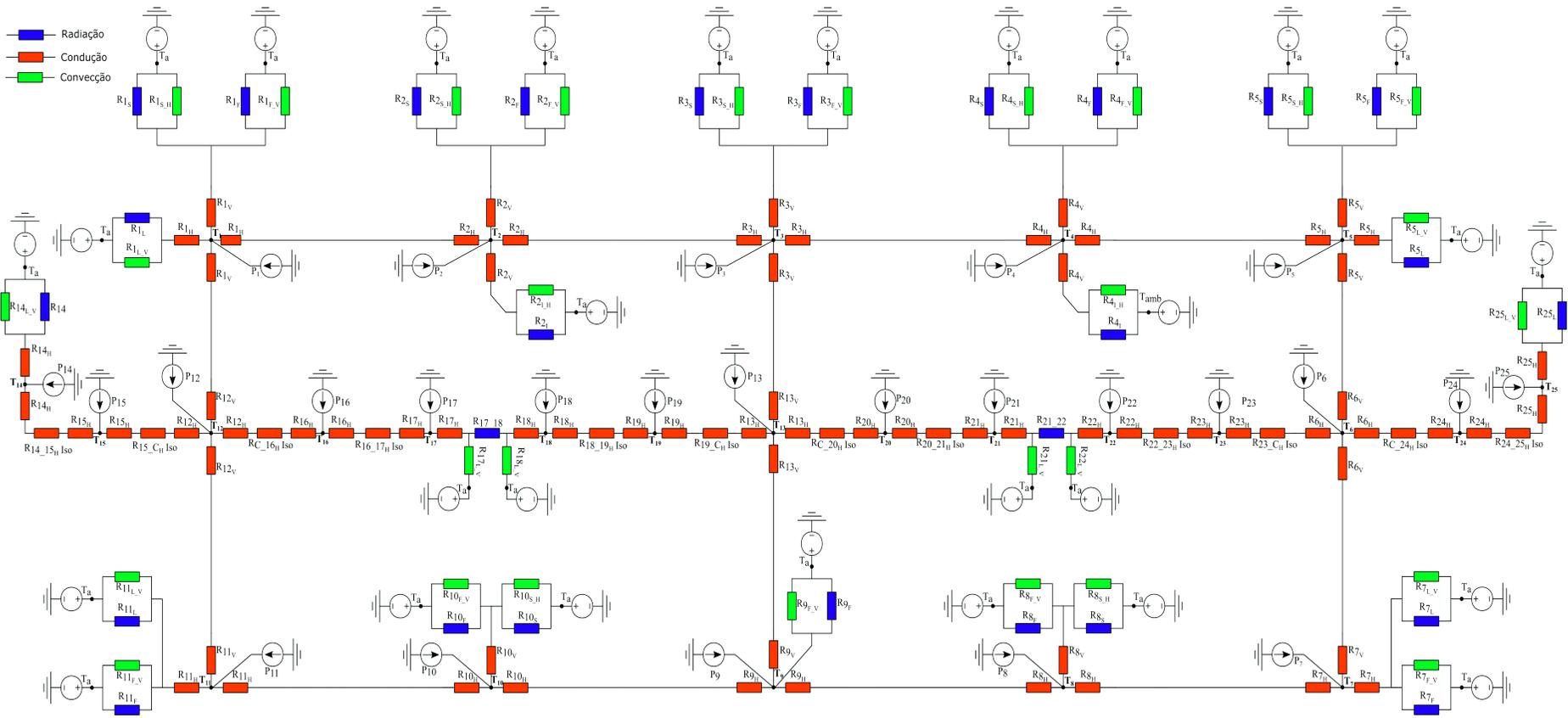


Figura 6.5 – Modelo de rede térmica equivalente para o transformador trifásico.

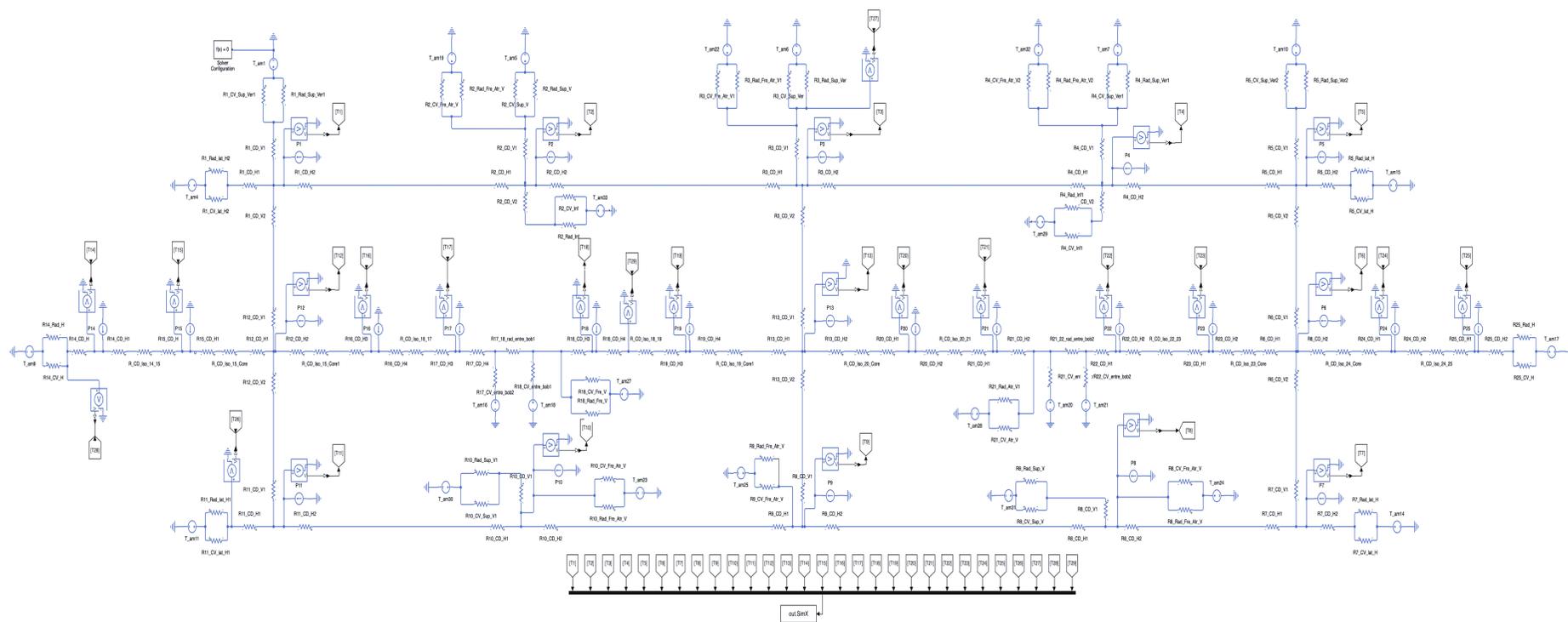


Figura 6.6 – Modelo de rede térmica equivalente para o transformador trifásico utilizado no Simulink.

Na Figura 6.7(a) são apresentadas as temperaturas nos nós do transformador obtidas com o modelo proposto para o caso senoidal (S_0 da Seção 5.2.1). Para realizar a comparação, buscou-se evidenciar com as mesmas cores os pontos simulados (Figura 6.7(a)) com os medidos pelos termopares (Figura 6.7(b)).

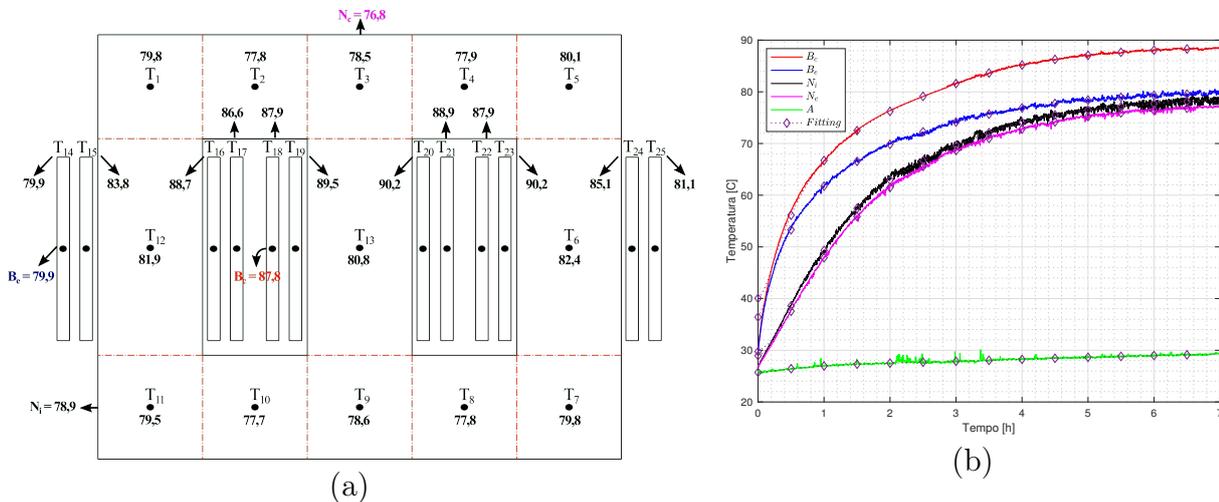


Figura 6.7 – Temperatura no transformador para o caso S_0 . (a) Modelo térmico proposto. (b) Medições com os termopares da Seção 5.2.

Na validação do modelo térmico utilizou-se, além dos termopares, a câmera termográfica Testo 885-2. Na Figura 6.8 são apresentadas as respectivas imagens térmicas.

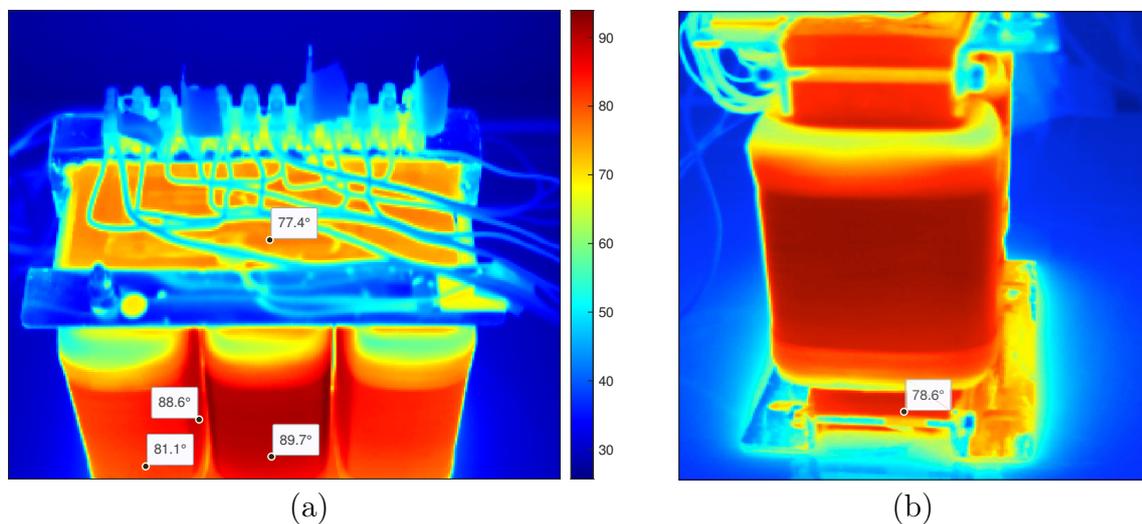


Figura 6.8 – Imagens da câmera termográfica para o caso S_0 . (a) Temperatura nas bobinas esquerda (B_e), central (B_c) e núcleo superior (N_c). (b) Temperatura no núcleo inferior (N_i).

Ao analisar a distribuição de temperatura na Figura 6.8, verificou-se que há uma variação da temperatura nas bobinas, dependendo da posição do cursor de temperatura. As posições dos cursores foram escolhidas para representar as posições em que foram instalados os termopares. Sendo assim, além da análise pontual, foram construídos histogramas das

temperaturas nas faces frontais das bobinas, como apresentado na Figura 6.9. Ao comparar os valores médios (linha preta vertical) nos histogramas, observa-se uma diferença de 0,9% para B_e e praticamente zero para B_c .

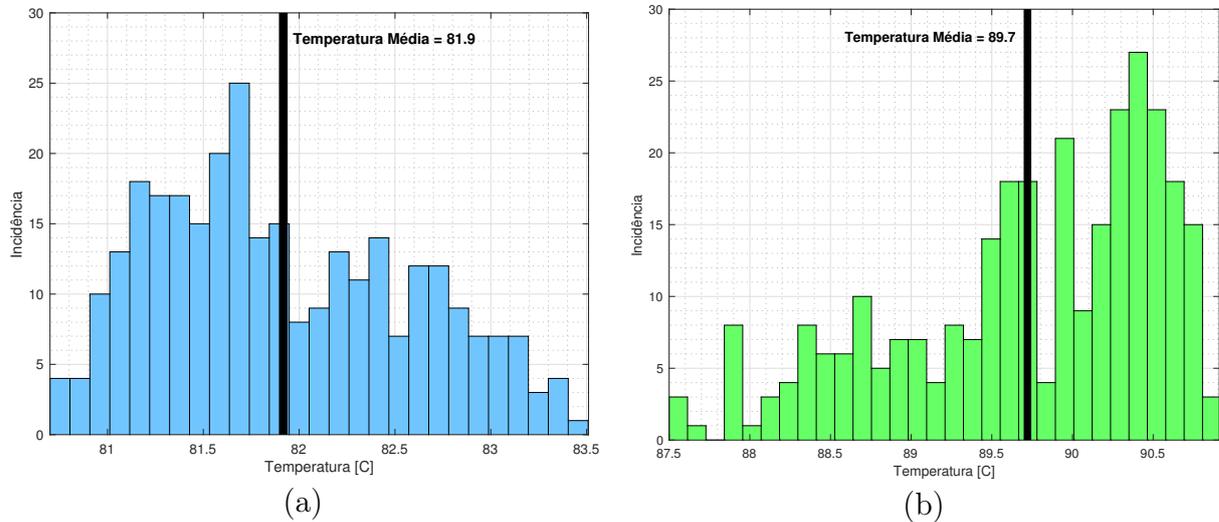


Figura 6.9 – Histograma com a distribuição da temperatura nas faces frontais das bobinas. (a) Bobina esquerda B_e . (b) Bobina central B_c .

Ao analisar as medições dos termopares (Figura 6.7(b)) e as imagens térmicas (Figura 6.8), observa-se uma semelhança entre os valores medidos e os simulados no modelo proposto (Figura 6.7(a)). Para a B_e , a diferença em relação ao modelo é de 0,2% no termopar e 1,6% na câmera termográfica. Já para a B_c , a diferença é de 0,7% no termopar e 1,5% na câmera termográfica. No caso do N_c , a diferença é de 0,4% para ambos. Por fim, para o N_i , a diferença é de 0,6% no termopar e 0,3% na câmera termográfica. Com base nos resultados apresentados, pode-se validar o modelo térmico proposto tanto pelas medições dos termopares quanto pela câmera termográfica.

Uma contribuição importante do modelo térmico proposto é levar em consideração a existência de temperaturas distintas nas faces internas e externas das bobinas nas janelas do núcleo. É importante ressaltar que, diferentemente do que é comumente assumido na literatura, essas temperaturas não são iguais na prática. Essa constatação pode ser facilmente verificada ao analisar as Figuras 6.7(a) e 6.8(a), nas quais se nota uma diferença de 8,4% na temperatura da bobina esquerda (B_e) quando se consideram as partes internas e externas das bobinas na janela do núcleo para o modelo térmico proposto, e de 9,2% para o termovisor.

Após validar o modelo térmico proposto, foram simulados os casos com as harmônicas apresentados na Tabela 5.1. Os resultados obtidos, juntamente com as medições realizadas pelos termopares, são apresentados na Tabela 6.4. Verifica-se que o modelo térmico representa adequadamente todos os casos, apresentando uma variação máxima de 3,3% na temperatura da parte superior do núcleo (N_c) no caso S_1 (100% do 5ª harmônica).

Tabela 6.4 – Comparativo das temperaturas para os casos analisados.

Casos	Experimental [°C]				Modelo térmico [°C]				Comparativo [%]			
	B_c	B_e	N_i	N_c	B_c	B_e	N_i	N_c	ΔB_c	ΔB_e	ΔN_i	ΔN_c
S_0	88,4	79,8	78,4	77,1	87,8	79,9	78,9	76,8	0,6	-0,2	-0,7	0,4
S_1	84,9	77,0	73,9	70,5	85,4	78,1	75,1	72,8	-0,7	-1,5	-1,6	-3,3
S_2	88,8	78,9	77,2	75,7	86,3	77,5	76,6	74,4	2,8	1,7	0,8	1,7
S_3	89,1	76,9	76,7	75,6	86,7	77,4	76,5	74,5	2,6	-0,6	0,4	1,5
S_4	87,0	78,5	78,8	76,8	86,7	78,6	78,0	75,8	0,3	-0,2	1,1	1,3
S_5	85,3	82,4	78,9	76,4	86,7	81,0	78,7	76,3	-1,7	1,6	0,1	0,1
S_6	82,3	79,4	75,4	72,7	83,8	78,0	75,4	73,0	-1,8	1,8	-0,1	-0,4
S_7	87,1	79,7	77,2	74,9	86,4	78,7	77,4	75,0	0,8	1,2	-0,3	-0,2
S_8	84,6	78,4	75,9	74,0	86,1	79,3	76,8	74,5	-1,7	-1,2	-1,2	-0,7

Os ensaios com as harmônicas foram realizados em dias diferentes devido ao tempo necessário para que o transformador atingisse o regime permanente térmico. Foi, então, realizada uma análise (Tabela 6.5) excluindo a variação da temperatura ambiente entre os casos. Para cada caso, tanto no ensaio quanto no modelo simulado, foi calculada a variação da temperatura em relação a S_0 . Na tabela mencionada, as elevações de temperatura são identificadas por (↑), as reduções por (↓) e as variações menores que 0,5% por (—).

Ao analisar as variações de temperatura apresentadas na Tabela 6.5, é possível constatar que o modelo representa adequadamente o perfil de variação de temperatura. Por exemplo, no caso S_1 , todas as temperaturas experimentais apresentaram redução (↓), perfil este também observado no modelo proposto. Já no caso S_2 , o modelo apresentou elevação na temperatura (↑), padrão este também observado no ensaio. A Tabela 6.5 ainda apresenta um comparativo da variação de temperatura, excluindo a temperatura ambiente. A maior diferença encontrada entre os ensaios e as simulações foi de 2,9% na parte superior do núcleo (N_c) para o caso S_1 .

Tabela 6.5 – Comparativo das temperaturas para os casos analisados excluindo a temperatura ambiente.



Casos	Experimental								Modelo térmico								Comparativo			
	$T - T_a$ [°C] (A)				Em relação a S_0 [%]				$T - T_a$ [°C] (B)				Em relação a S_0 [%]				(A-B)/A [%]			
	B_c	B_e	N_i	N_c	ΔB_c	ΔB_e	ΔN_i	ΔN_c	B_c	B_e	N_i	N_c	ΔB_c	ΔB_e	ΔN_i	ΔN_c	B_c	B_e	N_i	N_c
S_0	59,1	50,5	49,1	47,8	-	-	-	-	58,5	50,6	49,6	47,5	-	-	-	-	1,0	-0,3	-1,1	0,7
S_1	57,6	49,7	46,6	43,2	-2,6 ↓	-1,7 ↓	-5,1 ↓	-9,6 ↓	57,1	49,8	46,8	44,5	-2,4 ↓	-1,7 ↓	-5,8 ↓	-6,3 ↓	0,9	-0,1	-0,3	-2,9
S_2	61,7	51,8	50,1	48,6	4,4 ↑	2,5 ↑	2,0 ↑	1,7 ↑	60,3	51,5	50,6	48,4	3,0 ↑	1,8 ↑	2,0 ↑	2,0 ↑	2,3	0,5	-1,0	0,4
S_3	61,3	49,1	48,9	47,8	3,6 ↑	-2,9 ↓	-0,4 -	0,0 -	59,6	50,3	49,4	47,4	1,8 ↑	-0,7 ↓	-0,5 ↓	-0,3 -	2,6	-2,7	-1,0	1,1
S_4	59,2	50,7	51,1	49,0	0,1 -	0,3 -	3,9 ↑	2,4 ↑	58,8	50,7	50,1	47,9	0,4 -	0,1 -	0,9 ↑	0,9 ↑	0,5	-0,2	1,8	2,2
S_5	56,8	53,9	50,4	47,9	-3,9 ↓	6,7 ↑	2,6 ↑	0,2 -	58,0	52,3	50,0	47,6	-0,8 ↓	3,3 ↑	0,8 ↑	0,2 -	-2,3	2,8	0,5	0,7
S_6	56,4	53,5	49,4	46,8	-4,6 ↓	5,8 ↑	0,6 ↑	-2,2 ↓	57,8	52,0	49,4	47,0	-1,2 ↓	2,6 ↑	-0,4 -	-1,1 ↓	-2,6	2,6	-0,2	-0,5
S_7	60,3	52,9	50,4	48,1	1,9 ↑	4,6 ↑	2,5 ↑	0,5 ↑	59,7	52,0	50,7	48,3	1,9 ↑	2,8 ↑	2,2 ↑	1,8 ↑	0,9	1,4	-0,8	-0,7
S_8	57,5	51,2	48,8	46,8	-2,8 ↓	1,3 ↑	-0,8 ↓	-2,1 ↓	57,8	51,0	48,5	46,2	-1,2 ↓	0,8 ↑	-2,2 ↓	-2,7 ↓	-0,6	0,3	0,4	1,3

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foi apresentada a modelagem térmica proposta para o transformador trifásico. Para isso, foram discutidos os mecanismos de troca de calor e apresentada uma rede térmica equivalente para o transformador analisado. Os resultados das simulações no modelo térmico foram validados por meio de medições realizadas com termopares na Seção 5.2. Além disso, foi utilizada uma câmera termográfica para validar a diferença de temperatura entre as bobinas internas e externas às janelas do núcleo.

O modelo térmico proposto apresenta diversas melhorias em relação às publicações de referência. Uma dessas melhorias é a representação do núcleo e dos enrolamentos por diferentes nós na modelagem proposta. Em contrapartida, em [29], o modelo térmico proposto para um transformador monofásico considerou o núcleo e os enrolamentos como nós concentrados, o que resultou em uma mesma temperatura em todo o núcleo ou enrolamento. Além disso, na modelagem proposta, os enrolamentos do primário e secundário são considerados por diferentes nós, enquanto que em [30], o modelo térmico para um transformador trifásico separou o núcleo em colunas e culatras, mas considerou cada enrolamento como um único nó.

Outra melhoria do modelo proposto é a consideração dos efeitos da convecção e da radiação nas áreas internas das janelas do núcleo. Em [31], o modelo térmico para um transformador monofásico considerou a separação entre enrolamentos, colunas e culatras, mas não considerou esse efeito. Além disso, em [28], o modelo térmico de um transformador monofásico considerou diferentes nós de temperatura entre enrolamentos, colunas e culatras, bem como a radiação e convecção no interior das janelas do núcleo, mas assumiu que a temperatura do enrolamento na parte interna e externa da janela do núcleo é igual, o que é um equívoco na prática. Na modelagem proposta, essa diferença de temperatura é considerada, aumentando a precisão do modelo. Por fim, a modelagem térmica proposta permite a análise do transformador trifásico em condições de desequilíbrio de carga, uma vez que considera a geometria completa do equipamento, tornando essa abordagem mais adequada do que a análise por simetria presente nas publicações analisadas.

A partir das análises realizadas, constatou-se que os efeitos da convecção e radiação nas áreas internas das janelas do núcleo não podem ser negligenciados, e é essencial que as temperaturas nos enrolamentos sejam representadas por diferentes nós, considerando as partes internas e externas às janelas do núcleo. Além disso, é importante analisar a geometria completa do transformador, em vez de fazer uma análise por simetria, uma vez que, na prática, o transformador trifásico opera em condições de desequilíbrio de carga.

Com a modelagem térmica validada, torna-se possível realizar simulações do comportamento do transformador trifásico nos modelos elétrico, magnético e térmico. Essas simulações serão apresentadas no próximo capítulo, evidenciando as principais contribuições da modelagem proposta.

CAPÍTULO 7

SIMULAÇÕES COM O MODELO ELÉTRICO MAGNÉTICO TÉRMICO

Neste capítulo, são apresentadas as análises e simulações realizadas utilizando o modelo Elétrico Magnético Térmico do transformador. A Figura 7.1 exemplifica como será feita a apresentação dos resultados, em que buscou-se distribuir os nós definidos na Figura 6.3 de forma simétrica. As laterais da Figura 7.1 representam as áreas esquerda e direita do núcleo, enquanto a parte central representa as bobinas, com diferenciação entre as bobinas internas e externas às janelas do núcleo. As temperaturas e variações de temperatura são exibidas no eixo das ordenadas, enquanto os nós de temperatura são alocados no eixo das abscissas.

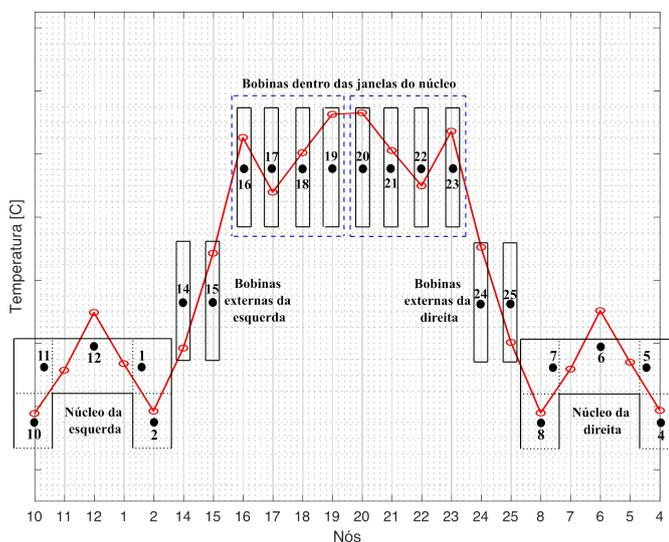


Figura 7.1 – Identificação dos nós de temperatura do transformador nas simulações.

Para a realização das simulações, foram considerados: a tensão nominal do transformador, as condições de desbalanceamento da carga apresentadas no Capítulo 6, os parâmetros do transformador descritos no Capítulo 4, a utilização de cargas resistivas, os parâmetros para o modelo G de histerese estabelecidos no Apêndice B e a temperatura ambiente de 29 °C, que foi a temperatura registrada nos ensaios realizados na Seção 5.2.

7.1 ANÁLISE TÉRMICA COM CARGA DESEQUILIBRADA

A primeira análise realizada demonstra uma das contribuições da modelagem térmica proposta em relação à resposta térmica do transformador frente a um desequilíbrio de carga, comumente encontrado em transformadores trifásicos. Nessa análise, a potência nominal do transformador foi mantida e três condições de desequilíbrio (5%, 10% e 15%) foram aplicadas na bobina da coluna da direita, sendo os resultados apresentados na Figura 7.2.

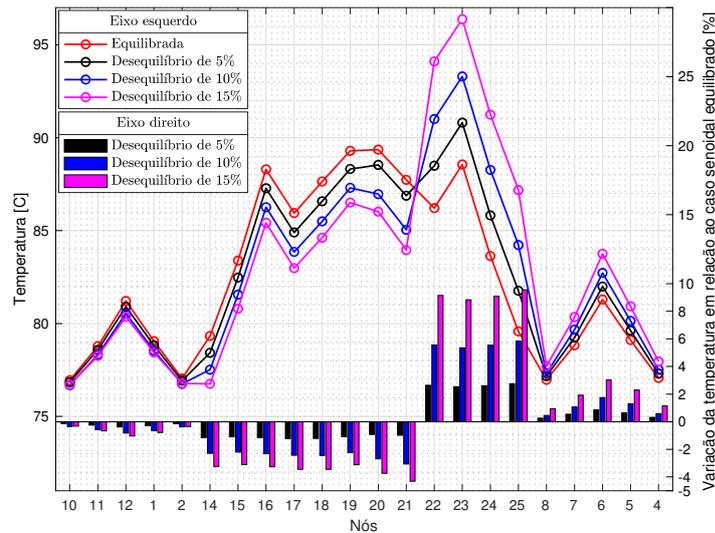


Figura 7.2 – Simulações da elevação de temperatura com desequilíbrio de carga de 5, 10 e 15%.

Percebe-se que com o desequilíbrio de carga, mesmo mantendo a potência nominal do transformador, há uma mudança no perfil da resposta térmica. Ao analisar os três casos de desequilíbrio, nota-se que as áreas central e esquerda do transformador apresentam redução na temperatura, enquanto na área da direita há um aumento de temperatura. Adicionalmente, constata-se que as bobinas exibem maior variação de temperatura.

Ao analisar o desequilíbrio de carga nos diferentes casos, foram observadas variações na temperatura das bobinas e do núcleo. Para um desequilíbrio de carga de 5%, a temperatura das bobinas das colunas central e esquerda reduziu cerca de 1%, enquanto a temperatura das bobinas da coluna da direita aumentou aproximadamente 3%. Para um desequilíbrio de 10%, a variação na temperatura das bobinas foi semelhante, mas mais acentuada. Houve uma redução de cerca de 2,7% nas bobinas das colunas central e esquerda e um aumento de aproximadamente 5,5% nas bobinas da coluna da direita. Já para um desequilíbrio de 15%, as variações foram ainda maiores. Houve uma elevação de aproximadamente 9% nas bobinas da coluna da direita e uma redução de aproximadamente 3% na temperatura das bobinas das colunas da esquerda e central. Além disso, o núcleo também apresentou elevação de temperatura, com o nó 6 (coluna do núcleo interna às bobinas da direita) apresentando a maior elevação de temperatura, de aproximadamente 3%.

Analisando ainda a Figura 7.2 e considerando todas as condições de desequilíbrio, é possível observar que o ponto mais quente (HST) foi alterado em relação ao caso de carga equilibrada. Nas condições de desequilíbrio analisadas, o nó 23 passa a ser o HST.

Uma importante contribuição na modelagem térmica é a consideração das diferenças de temperatura entre as bobinas internas e externas às janelas do núcleo. Os modelos térmicos propostos na literatura geralmente assumem que essas bobinas possuem a mesma temperatura, o que é um equívoco na prática, como evidenciado na Figura 6.8(a). Analisando a condição de 15% de desequilíbrio da Figura 7.2, é possível notar uma variação na temperatura de aproximadamente 7 °C (7,4%) entre os nós 22 (bobina da coluna da direita interna à janela do núcleo) e 25 (bobina da coluna da direita externa à janela do núcleo). A diferenciação entre as temperaturas dessas bobinas permite uma determinação mais precisa do HST, já que a temperatura de cada nó influencia a resposta térmica dos mecanismos de troca de calor (condução, radiação e convecção) entre os meios.

7.2 ANÁLISE TÉRMICA COM A 5ª HARMÔNICA

Uma segunda análise foi realizada com o objetivo de investigar as alterações na resposta térmica ao impor a 5ª harmônica de tensão. Nessa simulação, foi imposta uma amplitude de $V_5/V_1 = 0,5$, mantendo a mesma tensão eficaz do caso senoidal. A Figura 7.3 apresenta o comparativo da resposta térmica em relação ao caso senoidal. Conforme ilustrado na figura, a fase da harmônica influencia a resposta térmica, sendo que a máxima variação na temperatura ocorre para $\phi = 0^\circ$ e a mínima para $\phi = 180^\circ$.

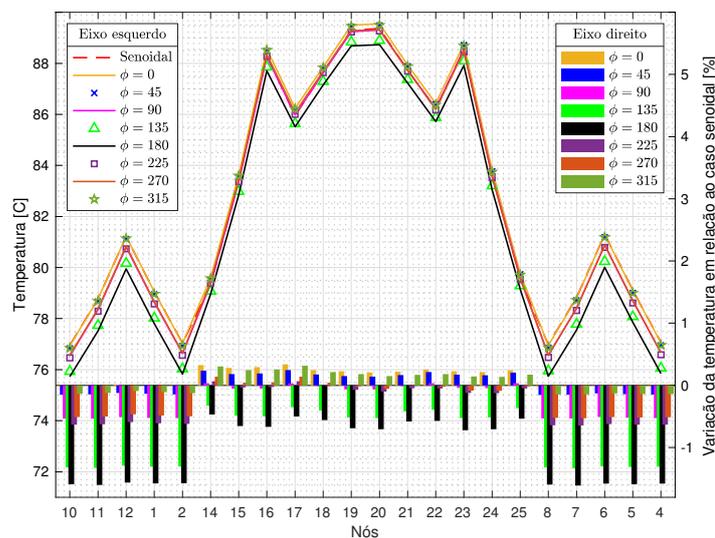


Figura 7.3 – Variação da temperatura com a fase para a 5ª harmônica.

Considerando $\phi = 0^\circ$, a variação de temperatura no núcleo é praticamente imperceptível, enquanto nas bobinas há um aumento de temperatura de aproximadamente 0,2%. Essa pequena alteração pode ser explicada pela diminuição das perdas em 1% no núcleo e pelo aumento de 1,1% nas bobinas. Por outro lado, quando $\phi = 180^\circ$, há uma redução de

temperatura de aproximadamente 1,6% no núcleo e de 0,5% nas bobinas. Nesse caso, foi observada uma redução das perdas em 7,4% no núcleo e um aumento de 1,6% nas bobinas, o que explica a redução de temperatura observada.

A variação na perda do núcleo pode ser compreendida ao analisar a Figura 7.4, que mostra as induções magnéticas e campos magnéticos para $\phi = 0^\circ$, $\phi = 180^\circ$ e $\phi = 270^\circ$. Quando $\phi = 0^\circ$, a indução e o campo magnético possuem amplitudes próximas ao caso com tensão senoidal, o que resulta em uma pequena variação na área da curva BH e, conseqüentemente, em uma variação quase imperceptível na temperatura do núcleo. Já para $\phi = 180^\circ$, as componentes de indução e campo magnético apresentam uma redução mais acentuada, o que leva a uma redução na perda do núcleo e, conseqüentemente, a uma redução de temperatura.

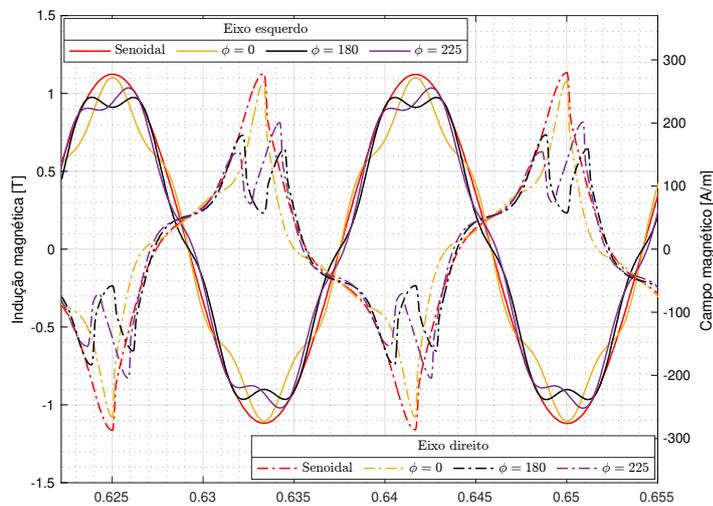


Figura 7.4 – Induções e campos magnéticos para 5ª harmônica com $\phi = 0^\circ$, $\phi = 180^\circ$ e $\phi = 225^\circ$.

Analisando ainda a Figura 7.4, é possível observar a presença de laços menores de histerese para $\phi = 180^\circ$ e $\phi = 225^\circ$. Quando o modelo de JA é utilizado com $\phi = 180^\circ$, os laços menores são adequadamente representados. No entanto, para $\phi = 225^\circ$, o modelo de JA apresenta deficiências na representação desses laços, como mostrado na Figura 7.5(a). A diferença na perda por histerese entre as curvas de histerese nessa figura é de 6,3%.

A Figura 7.5(b) apresenta uma comparação da resposta térmica do transformador para os modelos de histerese. Considerando o transformador analisado ($k_p = 0,1\%$) e a temperatura no núcleo, o modelo de JA produz uma resposta térmica 0,85% menor em comparação com o modelo G, enquanto nas bobinas essa redução varia entre 0,48 e 0,57%. É importante notar que a diferença na resposta térmica diminui com o aumento da representatividade das perdas nos enrolamentos (elevação de k_p).

Essa análise sugere que a representação inadequada dos laços menores de histerese pode influenciar na resposta térmica do equipamento. É possível que, ao considerar diferentes componentes harmônicas e a inserção de cargas não lineares, haja uma variação ainda maior na resposta térmica ao utilizar os diferentes modelos de histerese.

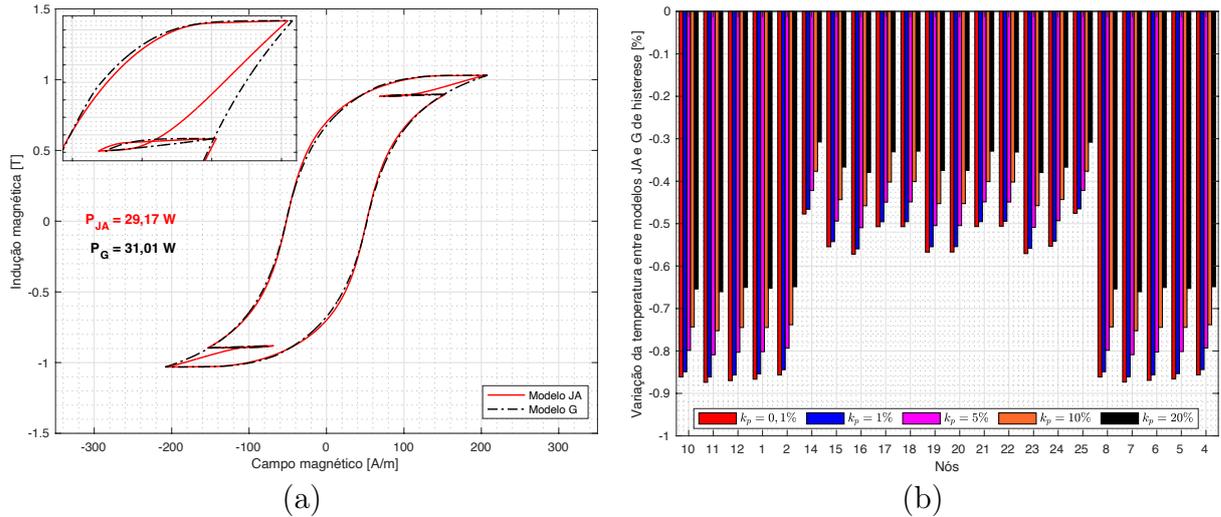


Figura 7.5 – (a) Curvas de histerese para $V_5/V_1 = 0,5$ e $\phi = 225^\circ$. (b) Variação da temperatura entre os modelos JA e G de histerese.

7.3 ANÁLISE TÉRMICA COM BASE NA IEC 61000-3-6

Foi realizada uma terceira análise considerando os níveis máximos das harmônicas de tensão recomendados pela IEC 61000-3-6 [89, 90]. Na Figura 7.6(a), é apresentada a forma de onda da tensão e sua respectiva FFT, destacando as componentes harmônicas presentes. Uma elevação nas perdas de 5,7% no núcleo e 3,7% nos enrolamentos foi observada a partir dessa forma de onda.

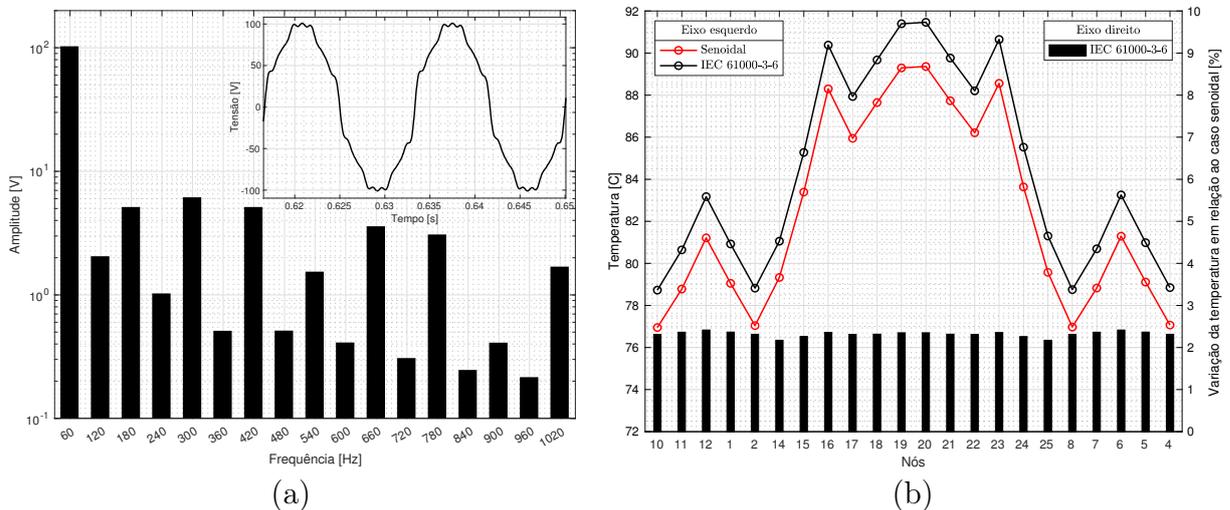


Figura 7.6 – Análise de elevação de temperatura com níveis máximos de harmônicas recomendadas pela IEC 61000-3-6. (a) Tensão aplicada e FFT. (b) Comparação da temperatura em relação ao caso senoidal.

A Figura 7.6(b) apresenta uma comparação da resposta térmica do transformador para a tensão da Figura 7.6(a) em relação à senoidal. Ao analisar a figura, nota-se que a elevação de temperatura é distribuída de forma praticamente uniforme, com os nós 6 e 12 (colunas do núcleo internas às bobinas) apresentando a maior variação de cerca de

2,4%, enquanto os nós 16, 19, 20 e 23 (bobinas nas regiões internas dos enrolamentos) apresentam uma variação de cerca de 2,3%.

É importante destacar que, nessa simulação, considerou-se $\phi = 0^\circ$ para todas as componentes harmônicas, uma vez que a IEC 61000-3-6 não estipula valores para as fases.

7.4 ANÁLISE TÉRMICA COM A 3^a+5^a+7^a+9^a+11^a HARMÔNICAS

A última simulação realizada tem como objetivo analisar a instalação de um transformador em um ambiente industrial, visto que, às vezes, o transformador é necessário para adequar os níveis de tensão de equipamentos específicos. Nessa análise, foi imposta uma tensão composta pelo somatório das 3^a, 5^a, 7^a, 9^a e 11^a harmônicas, sendo que a forma de onda de tensão resultante foi mantida no mesmo nível eficaz da tensão senoidal. A Figura 7.7 apresenta a forma de onda da tensão para $\phi = 0^\circ$ e sua respectiva FFT.

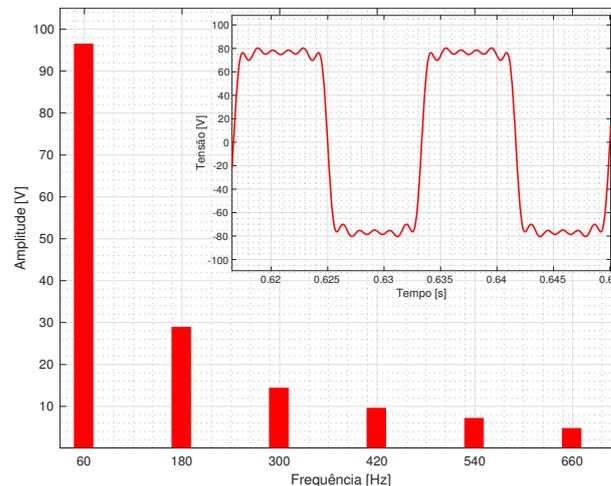


Figura 7.7 – Tensão composta da 3^a, 5^a, 7^a, 9^a e 11^a harmônicas e FFT para $\phi = 0^\circ$.

Na presente simulação, além da imposição das harmônicas, foi analisada a influência da fase na resposta térmica do transformador. A Figura 7.8(a) apresenta as tensões e as induções magnéticas para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$, enquanto a Figura 7.8(b) mostra as respectivas curvas BH.

A imposição da forma de onda de tensão da Figura 7.8(a) para $\phi = 0^\circ$ resultou em um aumento de 6% nas perdas no núcleo e de 10,6% nas bobinas. Já para $\phi = 180^\circ$, observou-se uma redução de 7,2% nas perdas no núcleo e um aumento de 10,3% nas bobinas. As perdas nas bobinas mantiveram-se praticamente iguais para ambas as fases, enquanto no núcleo foi observada uma variação de +6% ($\phi = 0^\circ$) e -7,2% ($\phi = 180^\circ$). Essa variação nas perdas no núcleo pode ser compreendida ao analisar as Figuras 7.8(a) e 7.8(b), nas quais é possível notar um aumento na indução magnética para $\phi = 0^\circ$, resultando em uma maior área do laço BH (Figura 7.8(b)). Já para $\phi = 180^\circ$, ocorre uma diminuição na indução magnética e, conseqüentemente, uma redução da área do laço BH.

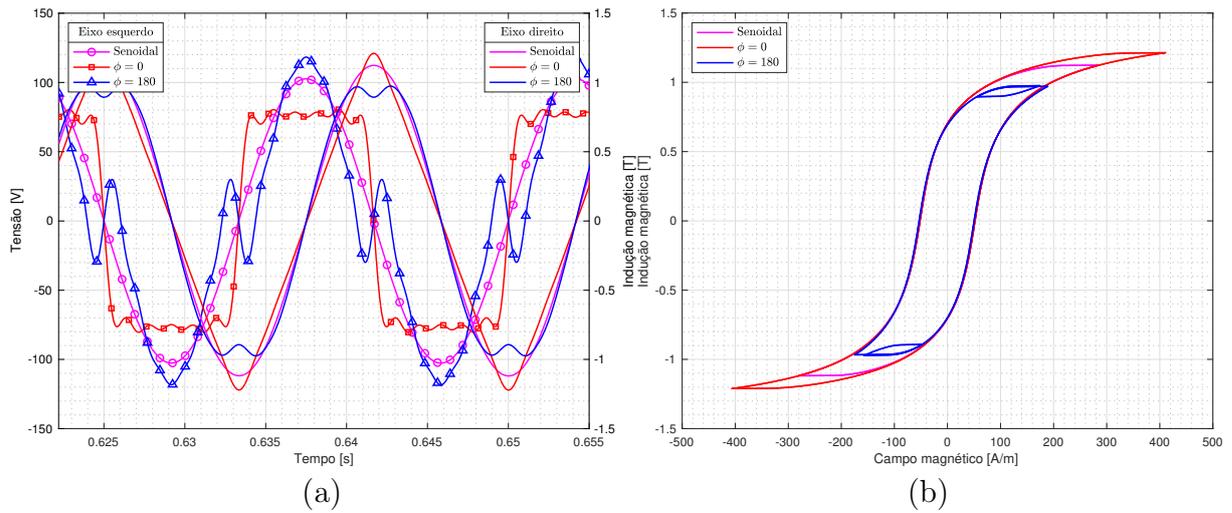


Figura 7.8 – (a) Tensões e induções magnéticas para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Curvas de histerese para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$.

A Figura 7.9 apresenta as respostas térmicas do transformador para ambas as fases. Para $\phi = 0^\circ$, observa-se as maiores variações de temperatura com uma elevação de aproximadamente 4% no núcleo e de 4,5 a 5,5% nas bobinas. Essas variações de temperatura são causadas pelo aumento nas perdas de 6% no núcleo e de 10,6% nos enrolamentos.

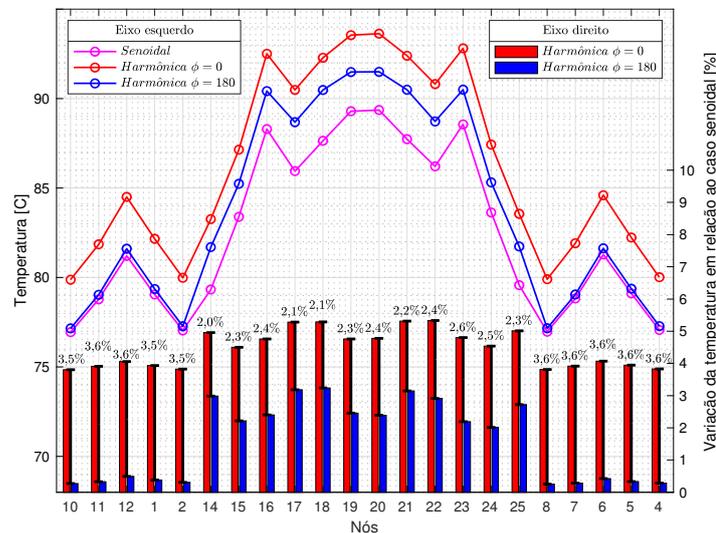


Figura 7.9 – Simulações da elevação de temperatura com a aplicação da harmônica composta da 3^a, 5^a, 7^a, 9^a e 11^a harmônicas para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$.

Ao considerar agora $\phi = 180^\circ$ na Figura 7.9, nota-se que ocorre uma elevação de temperatura de aproximadamente 0,5% no núcleo, enquanto nas bobinas essa elevação varia entre 2 e 3,2%. Nesse caso, tem-se uma redução de 7,2% nas perdas no núcleo e uma elevação de 10,3% nas bobinas, sendo que dessa variação nas perdas uma redução na temperatura do núcleo poderia ocorrer. No entanto, devido à interação da resposta

térmica entre as partes do transformador, a elevação de temperatura gerada pelo aumento das perdas nas bobinas é mais significativa e produz um aumento de temperatura em todo o transformador.

Analisando ainda a Figura 7.9, foram adicionados marcadores (barras e valores em preto) que mostram a diferença na elevação da temperatura entre $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. Observa-se uma diferença de aproximadamente 3,6% no núcleo, enquanto nas bobinas essa diferença varia de 2 a 2,6%.

Considerando ainda as tensões apresentadas na Figura 7.8(a), algumas análises adicionais foram realizadas. Inicialmente, foram aplicadas variações na tensão nominal do transformador, correspondendo a um acréscimo de 5% (1,05p.u.) e 10% (1,10p.u.). A Figura 7.10(a) apresenta os resultados, em que foram consideradas também as fases $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$, que delimitam os valores máximos e mínimos da temperatura.

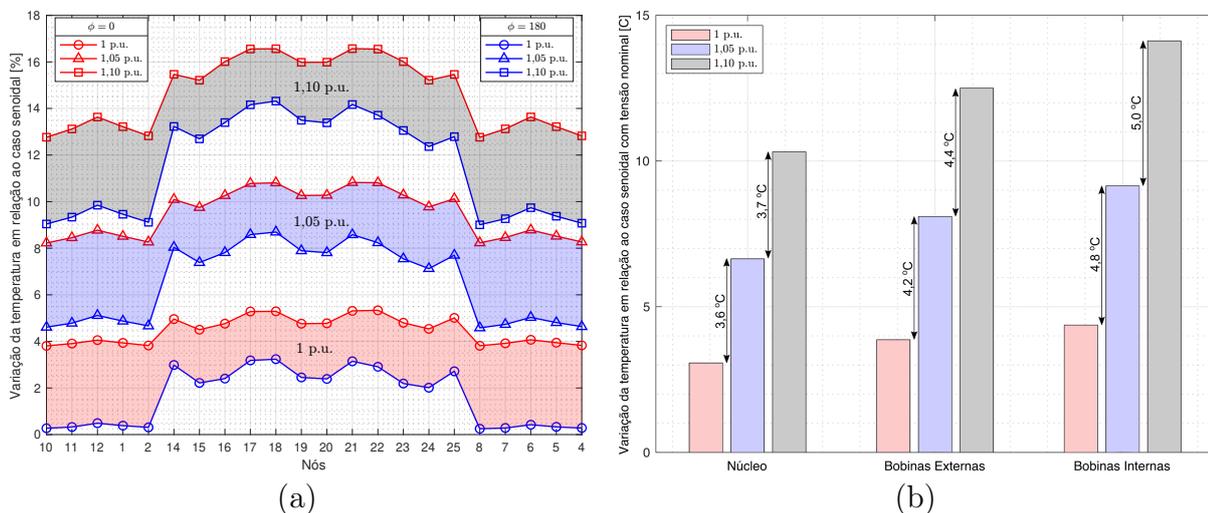


Figura 7.10 – (a) Simulações da elevação de temperatura com o aumento da tensão aplicada para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Análise da elevação de temperatura média para $\phi = 0^\circ$.

Ao analisar a Figura 7.10(a) para a tensão nominal de 1,05p.u. e as variações de fase (preenchimento da área em azul), observa-se um aumento na temperatura do núcleo de 4,5 a 9%, enquanto nas bobinas a elevação varia de 7,2 a 10,7%. Para uma tensão nominal de 1,10p.u., a elevação da temperatura no núcleo varia de 9 a 13,2%, enquanto nas bobinas a elevação é de 11 a 16,5%.

Foram realizadas análises adicionais para investigar o aumento da temperatura média no núcleo e nas bobinas internas e externas às janelas do núcleo, quando expostos a um aumento na tensão para $\phi = 0^\circ$ (pior caso). A Figura 7.10(b) apresenta os resultados, nos quais um acréscimo de 5% na tensão resulta em elevações de temperatura média de 3,6, 4,2 e 4,8 °C no núcleo, bobinas externas e internas, respectivamente. Já um aumento de 10% na tensão resulta em elevações de temperatura média de 3,7, 4,4 e 5,0 °C, respectivamente.

A Tabela 7.1 apresenta as variações na elevação da temperatura para os acréscimos de 5 e 10% na tensão. Verifica-se que as maiores variações ocorrem no núcleo em relação à tensão nominal (1p.u.), sendo de 16,3% para 1,05p.u. e 19,5% para 1,1p.u..

Tabela 7.1 – Análise da elevação da temperatura para as simulações da Figura 7.10(b).

	1p.u. [°C] (A)	1,05p.u. [°C] (B)	1,1p.u. [°C] (C)	$\Delta_{1,05p.u.}[\%]$ (B-A)/(A)	$\Delta_{1,1p.u.}[\%]$ (C-A)/(A)
Núcleo	3,1	3,6	3,7	16,3	19,5
Bobina externa	3,9	4,2	4,4	9,0	13,7
Bobina interna	4,4	4,8	5,0	9,2	14,0

Em outra análise realizada considerou-se as tensões apresentadas na Figura 7.8(a) e a sobrecarga do transformador. Foram simuladas três condições de sobrecarga: 1,10p.u. (10%), 1,20p.u. (20%) e 1,30p.u. (30%), cujos resultados são apresentados na Figura 7.11(a). Verifica-se que, para a sobrecarga de 10%, a temperatura no núcleo teve uma variação de 4,8 a 8,8%, enquanto nas bobinas a variação foi de 9 a 12,8%. Para a condição de 20%, observa-se uma variação na temperatura de 9,4 a 14% no núcleo e de 16,6 a 20,7% nas bobinas. Já para a sobrecarga de 30%, a variação foi de 14,2 a 19,2% no núcleo e de 24,5 a 29,2% nas bobinas.

Na Figura 7.11(b) são apresentadas as elevações da temperatura média no núcleo, nas bobinas externas e internas às janelas do núcleo para $\phi = 0^\circ$ e para as diferentes condições de sobrecarga. Considerando a sobrecarga de 10%, é observado uma elevação de, respectivamente, 3,6, 3,8 e 3,9 °C no núcleo, bobinas externas e internas. Para 20% tem-se, respectivamente, uma elevação de 5,7, 6 e 6,4 °C. Finalmente, para 30%, as elevações médias são de 6,4, 6,9 e 7,2 °C, respectivamente.

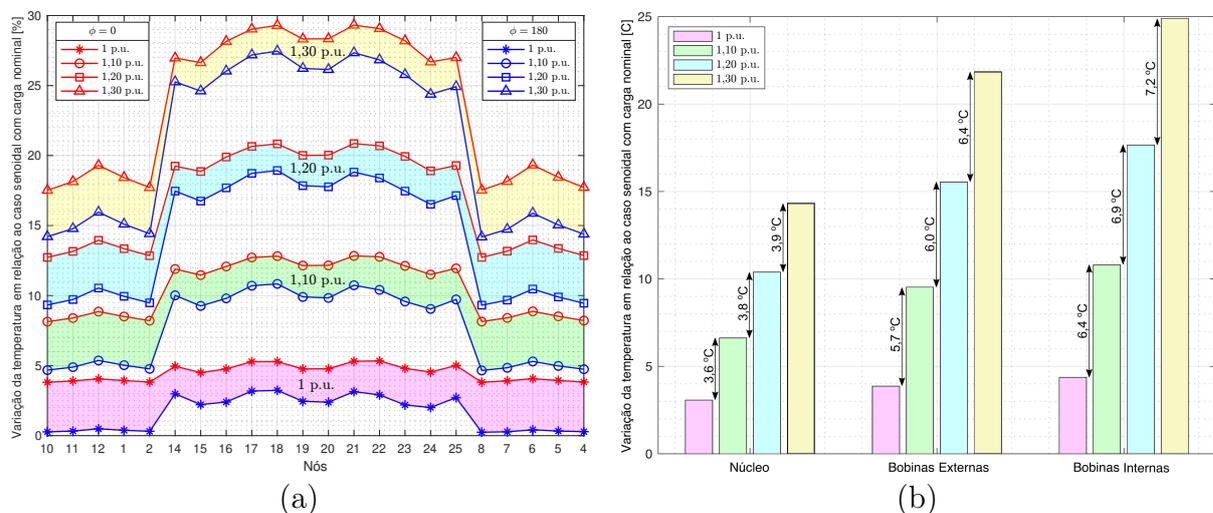


Figura 7.11 – (a) Simulações da elevação de temperatura com o aumento de carga para $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$. (b) Análise da elevação de temperatura média para $\phi = 0^\circ$.

Na Tabela 7.2, são apresentadas as variações na elevação da temperatura para as sobrecargas analisadas. Observa-se que as bobinas internas apresentam as maiores variações na elevação da temperatura em relação à carga nominal (1p.u.), com valores de 47,7%, 57,3% e 66,1% para as sobrecargas de 10%, 20% e 30%, respectivamente.

Tabela 7.2 – Análise da elevação da temperatura para as simulações da Figura 7.11(b).

	1p.u. [°C] (A)	1,1p.u. [°C] (B)	1,2p.u. [°C] (C)	1,3p.u. [°C] (D)	$\Delta_{1,1p.u.}[\%]$ (B-A)/(A)	$\Delta_{1,2p.u.}[\%]$ (C-A)/(A)	$\Delta_{1,3p.u.}[\%]$ (D-A)/(A)
Núcleo	3,1	3,6	3,8	3,9	15,6	22,8	28,3
Bobina externa	3,9	5,7	6,0	6,4	46,3	54,3	64,1
Bobina interna	4,4	6,4	6,9	7,2	47,7	57,3	66,1

7.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foram apresentadas simulações no modelo elétrico, magnético e térmico proposto para evidenciar as contribuições desta pesquisa. Foram analisadas diversas situações, sendo que a representação completa do transformador em vez de uma análise por simetria, permitiu analisar o perfil térmico do equipamento para diferentes condições de desequilíbrio de carga. Além disso, a modelagem proposta contribuiu para a representação de temperaturas distintas nos enrolamentos posicionados nas áreas internas e externas das janelas do núcleo, o que também foi destacado como uma das principais contribuições desta pesquisa.

Posteriormente, foram analisados os valores máximos de harmônicos de tensão recomendados pela IEC 61000-3-6, bem como a imposição de apenas a 5^a harmônica. Essa análise demonstrou que a representação inadequada dos laços menores de histerese pode gerar diferenças na temperatura final do equipamento.

Por fim, foi realizada uma análise com o objetivo de investigar a instalação de um transformador em uma rede industrial. Nessa análise, foram investigadas as influências da sobretensão e sobrecarga, evidenciando a variação da temperatura média no núcleo e nas bobinas internas e externas às janelas do núcleo para os diferentes casos. Em resumo, as simulações permitiram avaliar diferentes aspectos do modelo proposto, demonstrando suas contribuições para a análise da influência das harmônicas em transformadores.

CONCLUSÕES

A compreensão do comportamento operacional dos transformadores em sistemas elétricos é crucial para a modelagem desses dispositivos. Com a crescente utilização de cargas não lineares, a operação eficiente dos transformadores tornou-se cada vez mais desafiadora. Dada essa realidade, a pesquisa nesta área está em constante expansão, visando compreender e modelar os efeitos das componentes harmônicas nos transformadores. Com este propósito, o objetivo desta tese foi propor uma modelagem numérica para transformadores trifásicos, a fim de analisar como as harmônicas afetam os aspectos elétricos, magnéticos e térmicos do dispositivo.

Durante a análise do estado da arte, verificou-se que a modelagem de transformadores para a análise da operação em regime permanente - que é o foco desta pesquisa - deve levar em conta a topologia do núcleo, considerando os efeitos das correntes de Foucault, da histerese magnética e da saturação do fluxo, assim como a representação das indutâncias de dispersão. Além disso, para determinar a abordagem mais adequada na modelagem de um transformador, é crucial identificar o fenômeno de maior interesse a ser analisado.

Em relação à modelagem da histerese, foi evidenciada a limitação do modelo de Jiles-Atherton em representar os laços menores. No entanto, é importante destacar que o modelo de JA ainda é amplamente utilizado na literatura, devido à sua facilidade de implementação, caracterização simples, baixo custo computacional e robustez.

Uma modelagem para transformadores trifásicos que solucionou a representação inadequada dos laços menores, por meio do modelo G de histerese foi proposta, o que se configura como uma das contribuições da pesquisa. Analisando essa modelagem em regime permanente, constatou-se que a representação das relutâncias de sequência zero não afeta as amplitudes e formas de onda da corrente. Entretanto, uma representação inadequada da permeabilidade diferencial resultou em uma redução nos picos de corrente no primário, que afeta o cálculo das perdas nos enrolamentos.

A análise da literatura revelou também a dificuldade em obter dados precisos de transformadores, especialmente relacionados ao núcleo magnético. Nesse contexto, outra contribuição importante desta pesquisa foi a metodologia desenvolvida e validada para

a caracterização magnética de transformadores trifásicos. Essa metodologia dispensa a realização de testes prévios em laboratório ou procedimentos invasivos na estrutura do núcleo ou nas bobinas, podendo ser aplicada a dispositivos em campo. Com o auxílio desse método, juntamente com um modelo de perdas, foi possível obter o laço BH do núcleo em baixa frequência e realizar a separação das perdas de origem magnética.

Por intermédio da metodologia proposta para caracterização do transformador, foi possível mapear as perdas em diferentes condições harmônicas. A análise revelou que tanto a amplitude quanto a fase da componente harmônica influenciam nas perdas magnéticas no núcleo, sendo a relevância dessa influência variável de acordo com a harmônica em questão. Além disso, ao analisar as perdas nos enrolamentos com variações no fator k_p , observou-se que a perda associada a essa variação é fortemente dependente da componente harmônica.

Após os ensaios com as harmônicas, realizados com base no mapeamento das perdas, foi constatada uma correlação entre a temperatura e as perdas. Tal relação foi evidenciada no caso S_1 , no qual uma redução acentuada nas perdas do núcleo levou a uma diminuição significativa em sua temperatura, sendo que essa relação, em menor magnitude, foi observada também no caso S_7 . Já para o caso S_8 , ao contrário dos casos S_1 e S_7 observou-se que o aumento nas perdas resultou em uma elevação na temperatura.

Uma modelagem térmica para transformadores trifásicos foi desenvolvida e validada, que representa outra importante contribuição da pesquisa. O modelo desenvolvido supre as lacunas identificadas na literatura, como a consideração dos efeitos da convecção e radiação nas áreas internas das janelas do núcleo, bem como a representação das temperaturas nos enrolamentos por diferentes nós, levando em conta tanto as partes internas quanto externas às janelas do núcleo. Além disso, o modelo considera a geometria completa do transformador, em vez de se basear em análises por simetria, o que é crucial na prática, pois os transformadores trifásicos frequentemente operam em condições de desequilíbrio de carga.

Para destacar as contribuições da pesquisa, foram realizadas análises considerando os modelos elétrico, magnético e térmico do transformador trifásico. A modelagem térmica proposta permitiu traçar o perfil térmico para diferentes condições de desequilíbrio de carga. Foi verificado que mesmo com um desequilíbrio de 5% na carga, houve uma alteração no HST. Além disso, a modelagem possibilitou a análise das temperaturas nas bobinas internas e externas às janelas do núcleo, revelando uma variação de até 7 °C nos casos de desequilíbrios de carga analisados. Ademais, foi constatado que a representação inadequada dos laços menores de histerese impacta na resposta térmica do transformador, principalmente na temperatura do núcleo.

Adicionalmente, ao investigar a possível instalação de um transformador em uma rede industrial, constatou-se que a fase da componente harmônica exerce impacto na temperatura final do equipamento. Além disso, as análises de sobretensão e sobrecarga

mostraram que a tensão tem um impacto maior no aumento da temperatura média do núcleo, enquanto a sobrecarga afeta principalmente a temperatura dos enrolamentos. Outro resultado relevante é que as bobinas internas próximas às janelas do núcleo são as mais vulneráveis à elevação de temperatura quando submetidas a sobrecarga.

Em suma, acredita-se que esta tese tenha feito importantes contribuições para a modelagem de transformadores, abordando aspectos elétricos, magnéticos e térmicos, com especial ênfase na análise de harmônicas.

8.1 CONTRIBUIÇÕES

Como as principais contribuições desta tese pode-se citar:

- 1) Avaliação das vantagens e desvantagens dos diferentes tipos de modelagem aplicáveis a transformadores;
- 2) Proposição de um modelo para transformadores trifásicos capaz de permitir a análise da influência das harmônicas, o qual inclui:
 - a) a implementação de um modelo de histerese que representa adequadamente os laços menores de histerese;
 - b) a proposição de um modelo de circuito magnético equivalente realístico que considera os diferentes fluxos de dispersão nas partes laterais e central do núcleo.
- 3) Mapeamento das perdas em um transformador trifásico, evidenciando as influências das amplitudes e das fases das componentes harmônicas nas perdas;
- 4) Proposição de uma metodologia não invasiva para a caracterização magnética de transformadores trifásicos;
- 5) Proposição de um modelo térmico para transformadores trifásicos, o qual inclui:
 - a) a representação da estrutura completa do transformador que possibilita analisar diferentes condições de desequilíbrio de carga;
 - b) os efeitos da convecção e da radiação nas áreas internas das janelas do núcleo;
 - c) a consideração de temperaturas distintas nas partes das bobinas internas e externas às janelas do núcleo.
- 6) Análises e simulações no modelo elétrico, magnético e térmico para diferentes condições harmônicas e de desequilíbrio de carga.

8.2 PUBLICAÇÕES

As contribuições desta tese permitiram até o momento a seguinte publicação:

- 1) artigo em periódico nacional [91]
AMÉRICO, J. P. et al. A non-invasive methodology for magnetic characterization of transformers and reactors. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, Sociedade Brasileira de Microondas e Optoeletrônica e Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo, v. 22, n. J. Microw. Optoelectron. Electromagn. Appl., 2023 22(1), p. 101–120, Mar 2023. ISSN 2179-1074. DOI 10.1590/2179-10742023v22i1267791;
- 2) um artigo em fase de elaboração que aborda a modelagem do transformador trifásico, incluindo a representação dos laços menores por meio do modelo G de histerese;
- 3) um artigo em elaboração que apresenta a modelagem térmica proposta.

8.3 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Embora este trabalho tenha abordado diversos aspectos da modelagem e análise de transformadores, há ainda muitos temas que merecem investigação. Sugere-se, portanto, as seguintes continuidades para este trabalho:

- 1) Incluir a modelagem de uma carga trifásica não linear na modelagem proposta do transformador;
- 2) A utilização de um modelo vetorial de histerese na modelagem proposta;
- 3) Analisar as temperaturas nas junções “T” do núcleo no modelo térmico a partir do uso de um modelo vetorial de histerese;
- 4) Implementar as capacidades térmicas no modelo de rede térmica equivalente para permitir a análise transitória;
- 5) Incluir mais nós na geometria do transformador, adicionando-os na direção vertical e na direção da profundidade do equipamento para aprimorar o modelo térmico;
- 6) Desenvolver um modelo analítico para calcular o valor das \mathfrak{R}_{0_s} em função da geometria do transformador trifásico;
- 7) Realizar ensaios transitórios no transformador analisado e compará-los com a modelagem proposta;
- 8) Realizar ensaios e análises na modelagem proposta sob a condição de forte saturação magnética;
- 9) Aplicar a modelagem proposta em diferentes tipos de transformadores trifásicos.

REFERÊNCIAS

- [1] DIGALOVSKI, M. et al. Impact of current high order harmonic to core losses of three-phase distribution transformer. In: *Eurocon 2013*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1531–1535. Citado na página 37.
- [2] TAHERI, S. et al. Modeling and simulation of transformer loading capability and hot spot temperature under harmonic conditions. *Electric Power Systems Research*, v. 86, p. 68–75, 2012. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779611003117>>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- [3] LANCAROTTE, M.; PENTEADO, A. de A. Estimation of core losses under sinusoidal or nonsinusoidal induction by analysis of magnetization rate. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 16, n. 2, p. 174–179, 2001. Citado na página 37.
- [4] MANTILLA, H. F. M. et al. Aging of distribution transformers due to voltage harmonics. In: *2017 IEEE Workshop on Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–5. Citado na página 37.
- [5] KHAN, S. et al. Finite element analysis of distribution transformer under harmonics condition: A review. In: *2017 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–5. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- [6] ISKENDER, I.; NAJAFI, A. Evaluation of transformer performance under harmonic load based on 3-d time stepping finite element method. In: *2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 224–228. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- [7] PEJOVSKI, D. et al. Impact of different harmonic loads on distribution transformers. *Procedia Engineering*, v. 202, p. 76–87, 2017. ISSN 1877-7058. Special issue of the 4th International Colloquium "Transformer Research and Asset Management". Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817342352>>. Citado na página 37.
- [8] ECE, D.; AKCAY, H. An analysis of transformer excitation current under nonsinusoidal supply voltage. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 51, n. 5, p. 1085–1089, 2002. Citado na página 37.
- [9] NASRUL, N.; FIRMANSYAH, F. Harmonics impact a rising due to loading and solution etap using the distribution substation transformer 160 kva at education and training unit in pt pln. *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology*, INSIGHT - Indonesian Society for Knowledge and Human Development, v. 5, n. 6, p. 469–474, 2015. ISSN 2088-5334. Citado na página 37.
- [10] SEPARI, F. et al. Assessment of power distribution transformers electrical and thermal parameters in harmonic environments. In: *INTELEC 2009 - 31st International Telecommunications Energy Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–4. Citado na página 37.

- [11] YAZDANI-ASRAMI, M. et al. Investigation on impact of current harmonic contents on the distribution transformer losses and remaining life. In: *2010 IEEE International Conference on Power and Energy*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 689–694. Citado na página 37.
- [12] KEFALAS, T. D.; KLADAS, A. G. Harmonic impact on distribution transformer no-load loss. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 1, p. 193–200, 2010. Citado na página 38.
- [13] EBENEZER, M. et al. Study and analysis of the effect of harmonics on the hot spot temperature of a distribution transformer using finite-volume method. *Electric Power Components and Systems*, Taylor and Francis, v. 43, n. 20, p. 2251–2261, 2015. Citado na página 38.
- [14] YAZDANI-ASRAMI, M. et al. No-load loss calculation of distribution transformers supplied by nonsinusoidal voltage using three-dimensional finite element analysis. *Energy*, v. 50, p. 205–219, 2013. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544212007293>>. Citado na página 38.
- [15] MALEKPOUR, M. et al. Core loss studies using fem of a three phase isolation transformer under harmonic conditions. In: *2019 9th International Conference on Power and Energy Systems (ICPES)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–5. Citado na página 38.
- [16] Theocharis, A. D. et al. Single-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents. *Electrical Engineering*, v. 90, p. 229–241, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- [17] Theocharis, A. D. et al. Three-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents effects. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 24, n. 3, p. 1284–1294, July 2009. ISSN 1937-4208. Citado 4 vezes nas páginas 38, 46, 94 e 95.
- [18] De Leon, F.; Martinez, J. A. Dual three-winding transformer equivalent circuit matching leakage measurements. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 24, n. 1, p. 160–168, Jan 2009. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- [19] Jazebi, S.; de León, F. Duality-based transformer model including eddy current effects in the windings. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 30, n. 5, p. 2312–2320, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- [20] Deswal, D.; de León, F. Generalized circuit model for eddy current effects in multi-winding transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 34, n. 2, p. 638–650, April 2019. ISSN 1937-4208. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- [21] Mork, B. A. et al. Hybrid transformer model for transient simulation—part i: Development and parameters. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, p. 248–255, Jan 2007. ISSN 1937-4208. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 47.
- [22] Mork, B. A. et al. Hybrid transformer model for transient simulation—part ii: Laboratory measurements and benchmarking. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, p. 256–262, Jan 2007. ISSN 1937-4208. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 47.

- [23] Moses, P. S. et al. Dynamic modeling of three-phase asymmetric power transformers with magnetic hysteresis: No-load and inrush conditions. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 25, n. 4, p. 1040–1047, Dec 2010. ISSN 1558-0059. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 47.
- [24] Rezaei-Zare, A. Enhanced transformer model for low- and mid-frequency transients—part i: Model development. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 30, n. 1, p. 307–315, Feb 2015. ISSN 1937-4208. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 47.
- [25] Rezaei-Zare, A. Enhanced transformer model for low- and mid-frequency transients—part ii: Validation and simulation results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 30, n. 1, p. 316–325, Feb 2015. ISSN 1937-4208. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 47.
- [26] Wu, Q. et al. Parameter estimation of three-phase transformer models for low-frequency transient studies from terminal measurements. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 53, n. 7, p. 1–8, July 2017. ISSN 1941-0069. Citado 4 vezes nas páginas 38, 44, 47 e 86.
- [27] RAD, M. S. et al. Analysis of the grid harmonics and their impacts on distribution transformers. In: *2012 IEEE Power and Energy Conference at Illinois*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–5. Citado na página 38.
- [28] XU, W. et al. Analysis of temperature field of medium frequency transformer based on improved thermal network method. *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 16, n. 12, p. 2346–2356, 2022. Disponível em: <<https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1049/gtd2.12451>>. Citado 5 vezes nas páginas 39, 144, 146, 149 e 156.
- [29] GUO, Y. et al. Optimal design of high-power medium-frequency transformer using hollow conductors with consideration of multi-objective parameters. *Energies*, v. 13, n. 14, 2020. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/13/14/3654>>. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 156.
- [30] MIKHA-BEYRANVAND, M. et al. Thermal analysis of power transformers under unbalanced supply voltage. *IET Electric Power Applications*, v. 13, n. 4, p. 503–512, 2019. Disponível em: <<https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1049/iet-epa.2018.5799>>. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 156.
- [31] MOGOROVIC, M.; DUJIC, D. 100 kw, 10 khz medium-frequency transformer design optimization and experimental verification. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 34, n. 2, p. 1696–1708, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 156.
- [32] De Leon, F.; Semlyen, A. Complete transformer model for electromagnetic transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 1, p. 231–239, Jan 1994. Citado 4 vezes nas páginas 43, 45, 46 e 47.
- [33] Jazebi, S. et al. Duality derived transformer models for low-frequency electromagnetic transients—part i: Topological models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 31, n. 5, p. 2410–2419, Oct 2016. Citado na página 44.
- [34] Martinez, J. A.; Mork, B. A. Transformer modeling for low- and mid-frequency transients - a review. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, p. 1625–1632, April 2005. ISSN 1937-4208. Citado 4 vezes nas páginas 44, 45, 49 e 50.

- [35] Jazebi, S. et al. Dual reversible transformer model for the calculation of low-frequency transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 4, p. 2509–2517, Oct 2013. Citado 3 vezes nas páginas 44, 46 e 47.
- [36] Jazebi, S. et al. Duality-derived transformer models for low-frequency electromagnetic transients—part ii: Complementary modeling guidelines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 31, n. 5, p. 2420–2430, Oct 2016. Citado 6 vezes nas páginas 44, 45, 46, 47, 48 e 51.
- [37] ZAMBRANO, G. M. V. *Identificação De Parâmetros De Um Circuito Equivalente De Transformadores De Potência*. 144 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, Rio de Janeiro, 2009. Citado na página 44.
- [38] Alvarez-Marino, C. et al. Equivalent circuit for the leakage inductance of multiwinding transformers: Unification of terminal and duality models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 1, p. 353–361, Jan 2012. Citado 3 vezes nas páginas 44, 45 e 46.
- [39] Gustavsen, B. A hybrid measurement approach for wideband characterization and modeling of power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 25, n. 3, p. 1932–1939, July 2010. Citado na página 45.
- [40] SHAFIEIPOUR, M. et al. Application of duality-based equivalent circuits for modeling multilimb transformers using alternative input parameters. *IEEE Access*, v. 8, p. 153353–153363, 2020. Citado na página 48.
- [41] Martinez, J. A. et al. Parameter determination for modeling system transients-part iii: Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 3, p. 2051–2062, July 2005. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 101.
- [42] W.G., W. W. H. *Transformers and Inductors for Power Electronics Theory, Design and Applications*. [S.l.]: Wiley, 2013. ISBN 1119950570. Citado na página 49.
- [43] Liorzou, F. et al. Macroscopic models of magnetization. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 36, n. 2, p. 418–428, March 2000. ISSN 1941-0069. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.
- [44] Hoffmann, K. *Modelagem Numérica de Histerese Ferromagnética Acoplada ao Método de Elementos Finitos 3d: Proposição do Modelo G e Aprimoramento da Técnica de Jiles-Atherton*. 141 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 51, 53, 54, 56 e 70.
- [45] Jiles, D. C. et al. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n. 1, p. 27–35, Jan 1992. ISSN 1941-0069. Citado 9 vezes nas páginas 53, 84, 89, 94, 95, 112, 181, 182 e 183.
- [46] BASTOS, J. P. A. et al. A new and robust hysteresis modeling based on simple equations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 54, n. 3, p. 1–4, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 53, 54 e 55.

- [47] LEITE, J. V. et al. Accurate minor loops calculation with a modified jiles-atherton hysteresis model. *Compel-the International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, v. 28, p. 741–749, 2009. Citado na página 55.
- [48] Fernandes, M. C. *Modelagem da Histerese Magnética Considerando Laços Menores e Fenômenos Vetoriais*. 91 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 215.
- [49] FERNANDES, M. C. et al. A vector generalization of the inverse g model for magnetic vector potential fem problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 56, n. 3, p. 1–4, 2020. Citado na página 56.
- [50] VECCHIO, R. M. D. et al. *Transformer design principles*. Third edition. [S.l.]: CRC Press, 2018. ISBN 9781315155920. Citado na página 57.
- [51] NAIR, K. *Power and Distribution Transformers: Practical Design Guide*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 2021. ISBN 9780367535933. Citado na página 57.
- [52] IEC60076-1. Iec60076-1 - power transformers – part 1: General. *INTERNATIONAL IEC STANDARD IEC 60076-1*, p. 1–52, 2000. Citado na página 57.
- [53] MASSEY, G. Estimation methods for power system harmonic effects on power distribution transformers. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 2, p. 485–489, 1994. Citado na página 57.
- [54] DESMET, J.; DELAERE, G. *Power Quality Application Guide - Harmonics Selection and Rating of Transformers 3.5.2*. European Copper Institute 168 Avenue de Tervueren Brussels, Belgium, 2005. Disponível em: <<http://copperalliance.org.uk/uploads/2018/03/352-selection-and-rating-of-transformers.pdf>>. Citado 3 vezes nas páginas 57, 58 e 66.
- [55] RIES, W. *Transformadores - Fundamentos para o Projeto e Cálculo*. 1th. ed. Porto Alegre: EDIPECRS, 2007. ISSN 978-85-7430-632-3. Citado 3 vezes nas páginas 58, 59 e 118.
- [56] KULKARNI, S. K. S. *Transformer Engineering: Design, Technology, and Diagnostics, Second Edition*. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, 2012. ISBN 1439853770,9781439853771. Citado 3 vezes nas páginas 62, 83 e 107.
- [57] MOSES, A. J. Importance of rotational losses in rotating machines and transformers. *Journal of Materials Engineering and Performance*, v. 1, p. 235–244, 1992. Citado na página 62.
- [58] Leite, J. V. *Contribuição à Modelagem Vetorial da Histerese Magnética*. 105 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2006. Citado na página 62.
- [59] BATISTELA, N. J. *Caracterização e modelagem eletromagnética de lâminas de aço ao silício*. 210 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2001. Citado 12 vezes nas páginas 62, 63, 65, 100, 113, 181, 182, 183, 184, 185, 186 e 187.

- [60] BASTOS, J. *Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática*. 3. ed. [S.l.]: Editora UFSC, 2012. ISBN 9788532806024. Citado na página 63.
- [61] CHANDRASENA, W. et al. Simulation of hysteresis and eddy current effects in a power transformer. *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 8, p. 634 – 641, 2006. ISSN 0378-7796. Selected Topics in Power System Transients. Citado na página 65.
- [62] Bertotti, G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 1, p. 621–630, 1988. Citado 4 vezes nas páginas 65, 86, 89 e 94.
- [63] ASSOCIATION, C. *Harmonics, Transformers and K-Factors*. Verulam Industrial Estate 224 London Road, 2000. Disponível em: <<https://copperalliance.org.uk/uploads/2018/03/pub-144-harmonics-transformers-k-factors.pdf>>. Citado na página 66.
- [64] LANCAROTTE, M. et al. Estimation of fesi core losses under pwm or dc bias ripple voltage excitations. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 20, n. 2, p. 367–372, 2005. Citado na página 69.
- [65] Simão, C. *Estudo da Eficiência Energética de Dispositivos Eletromagnéticos e de Suas Alimentações*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Maio 2008. Citado na página 69.
- [66] Elleuch, M.; Poloujadoff, M. A contribution to the modeling of three phase transformers using reluctances. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 32, n. 2, p. 335–343, 1996. Citado 5 vezes nas páginas 79, 80, 90, 91 e 92.
- [67] Sadowski, N. et al. An inverse jiles-atherton model to take into account hysteresis in time-stepping finite-element calculations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, n. 2, p. 797–800, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 84, 85 e 112.
- [68] Righi, L. A. et al. A new approach for iron losses calculation in voltage fed time stepping finite elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 37, n. 5, p. 3353–3356, 2001. Citado na página 85.
- [69] Theocharis, A. D. et al. A systematic method for the development of a three-phase transformer non-linear model. *Int. J. Circuit Theory Appl.*, v. 38, p. 797–827, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 89, 90 e 91.
- [70] Akcay, H.; Ece, D. G. Modeling of hysteresis and power losses in transformer laminations. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 2, p. 487–492, 2003. Citado na página 95.
- [71] C57.123-2019, I. S. Ieee guide for transformer loss measurement. *IEEE Std C57.123-2019 (Revision of IEEE Std C57.123-2010)*, p. 1–55, 2020. Citado na página 101.
- [72] C57.12.91-1995, I. S. Ieee standard test code for dry-type distribution and power transformers. *IEEE Std C57.12.91-1995*, p. 1–88, 1996. Citado na página 101.
- [73] SO, E. et al. No-load loss measurements of power transformers under distorted supply voltage waveform conditions. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 52, n. 2, p. 429–432, 2003. Citado na página 101.



- [74] IEC60076-11. Iec60076-11 - dry-type transformers – part 11. *INTERNATIONAL IEC STANDARD IEC 60076-1*, p. 1–42, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 107 e 131.
- [75] TÉCNICAS, A. B. de N. Produtos laminados planos de aço para fins elétricos - verificação das propriedades. *NBR 5161*, p. 1–35, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 110 e 115.
- [76] MEASUREMENTS, B. *Measuring Unit MPG 200 Data Manual*. Lüdenscheid, Germany, 2000. Citado na página 110.
- [77] Leite, J. V. *Análise De Modelos Diferenciais De Histerese Magnética Considerando Laços Menores de Indução*. 92 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 112, 182, 183 e 184.
- [78] Mailhé, B. J. *Characterization and Modelling of the Magnetic Behaviour of Electrical Steel Under Mechanical Stress*. 227 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2018. Citado na página 113.
- [79] ASSOCIATION, J. S. Test methods for electrical steel strip and sheet - part 1: Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of an Epstein frame. *JIS C 2550-1*, p. 1–37, 2000. Citado na página 115.
- [80] MASOUM, M.; FUCHS, E. Derating of anisotropic transformers under nonsinusoidal operating conditions. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 25, n. 1, p. 1–12, 2003. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061501000916>>. Citado na página 118.
- [81] CHOWDHURY, A. et al. An investigation of the harmonic characteristics of transformer excitation current under nonsinusoidal supply voltage. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 2, p. 450–458, 1999. Citado na página 119.
- [82] YOKOGAWA. *User's Manual - SMARTDAC + GP10*. Yokogawa, 2021. Disponível em: <https://web-material3.yokogawa.com/IM04L51B01-01EN.pdf?_ga=2.29838143.1862275075.1650378143-1046577558.1650378142>. Citado na página 129.
- [83] INCROPERA THEODORE L.BERGMAN, A. L. e. D. P. F. P. *Fundamentos de transferência de calor e massa*. 7 ed. ed. [S.l.]: LTC, 2013. ISBN 9788521625049; 8521625049. Citado 5 vezes nas páginas 143, 144, 145, 146 e 148.
- [84] BAHMANI, M. *Design and Optimization Considerations of Medium-Frequency Power Transformers in High-Power DC-DC Applications*. 167 p. Tese (Doutorado) — Division of Electric Power Engineering Department of Energy and Environment Chalmers University of Technology Gothenburg, Sweden, 2016. Citado na página 144.
- [85] NECATI, O. M. *Heat Transfer: A Basic Approach*. [S.l.]: McGraw-Hill Book Company, 1985. ISBN 0070479828; 9780070479821. Citado na página 144.
- [86] RAPP, B. E. *Chapter 9 - Fluids*. Oxford: Elsevier, 2017. 243-263 p. (Micro and Nano Technologies). ISBN 978-1-4557-3141-1. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781455731411500095>>. Citado na página 145.

- [87] VALCHEV, A. V. d. B. V. C. *Inductors and Transformers for Power Electronics*. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2005. ISBN 1574446797; 9781574446791. Citado na página 146.
- [88] CHEN, B. et al. Design methodology for inductor-integrated litz-wired high-power medium-frequency transformer with the nanocrystalline core material for isolated dc-link stage of solid-state transformer. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 35, n. 11, p. 11557–11573, 2020. Citado na página 149.
- [89] MCGRANAGHAN; BEAULIEU. Update on iec 61000-3-6: Harmonic emission limits for customers connected to mv, hv, and ehv. In: *2005/2006 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1158–1161. Citado na página 161.
- [90] MALEKPOUR, M. et al. Core loss studies using fem of a three phase isolation transformer under harmonic conditions. In: *2019 9th International Conference on Power and Energy Systems (ICPES)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–5. Citado na página 161.
- [91] AMÉRICO, J. P. et al. A non-invasive methodology for magnetic characterization of transformers and reactors. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, Sociedade Brasileira de Microondas e Optoeletrônica e Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo, v. 22, n. J. Microw. Optoelectron. Electromagn. Appl., 2023 22(1), p. 101–120, Mar 2023. ISSN 2179-1074. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/2179-10742023v22i1267791>>. Citado na página 170.

Apêndices

APÊNDICE A

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO MODELO DE JA

Até agora não foi especificado claramente como calcular os parâmetros do modelo a , α , k e c a partir de dados experimentais da curva de histerese. Este é um procedimento difícil, pois não fica claro quais são os pontos fixos de referências da curva de histerese que devem ser utilizados no cálculo. Além disso, a natureza implícita das equações de histerese torna o problema intratável para uma escolha inadequada destes pontos. No entanto, descobriu-se que a solução mais simples é obtida usando a susceptibilidade normal inicial χ_{in} , a susceptibilidade anisterética inicial χ_{an} , a coercividade H_c , a susceptibilidade diferencial no ponto coercitivo χ_c , a remanescência M_r , a susceptibilidade diferencial da remanescência χ_r , e as coordenadas H_m , M_m na ponta do laço, juntamente com a susceptibilidade diferencial da curva de magnetização inicial na ponta do laço χ_m [45]. A partir dessas medidas magnéticas, ilustradas na Figura A.1, os parâmetros que regem as equações de histerese podem ser calculados. Em [59], o autor propõe que a susceptibilidade normal inicial χ_{in} seja obtida pela inclinação de uma reta que começa na amplitude máxima (ou mínima) de magnetização e segue no sentido do decrescimento do seu valor absoluto ($\delta = -1$), representado por χ_{in}^* na Figura A.1.

A.1 DETERMINAÇÃO DA MAGNETIZAÇÃO DE SATURAÇÃO M_s

O parâmetro mais simples de se obter é a magnetização de saturação. Para determiná-la, o material é exposto a um campo magnético arbitrário de alta intensidade e, em seguida, a indução magnética B é medida. Com os dados coletados, é possível calcular a magnetização de saturação M_s .

A.2 DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO c

No modelo, o coeficiente c da Equação A.1 representa a componente reversível da magnetização, que surge devido à flexão reversível das paredes dos domínios.

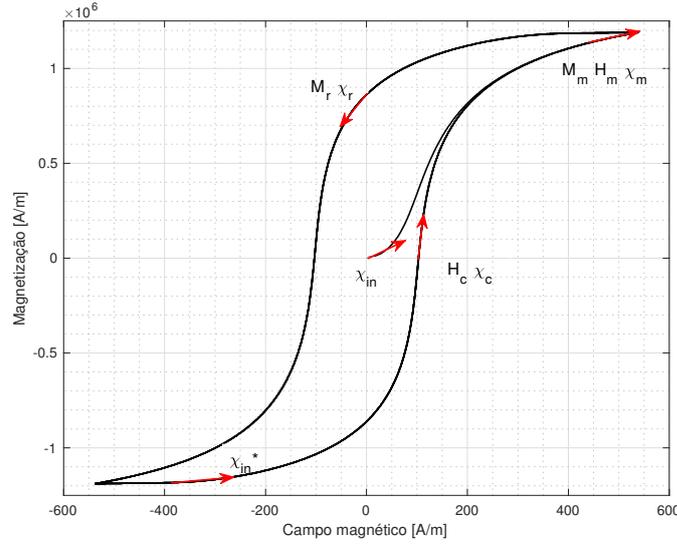


Figura A.1 – Pontos no laço de histerese para a obtenção dos parâmetros de JA [59, 77].

Na região inicial da curva de magnetização, tem-se $M_{irr} = 0$, e como as pequenas alterações incrementais na magnetização devem ser totalmente reversíveis no ponto de origem, tem-se $dM_{irr}/dH = 0$. Assim, a partir da Equação A.1, é possível obter a Equação A.2 [45].

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (\text{A.1})$$

$$\chi_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0} = \frac{(1 - c) M_{an}}{k\delta - \alpha M_{an}} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (\text{A.2})$$

Um modelo fenomenológico da magnetização anistética, baseado na função modificada de Langevin e descrito pela Equação A.3, é usado.

$$M_{an}(H) = M_s \left[\coth \left(\frac{H + \alpha M}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha M} \right] \quad (\text{A.3})$$

Como $M = 0$ na origem e, ao substituir a Equação A.3 na A.2, tem-se

$$\chi_{in} = \frac{(1 - c) \left[\coth \left(\frac{H}{a} - \frac{a}{H} \right) \right]}{k\delta - \alpha \left[\coth \left(\frac{H}{a} - \frac{a}{H} \right) \right]} - \frac{c}{a} \left[\operatorname{cosech}^2 \left(\frac{H}{a} + \frac{a^2}{H^2} \right) \right]. \quad (\text{A.4})$$

Aplicando o limite de $H \rightarrow 0$ do $\coth H/a - a/H$, chega-se a

$$\lim_{H \rightarrow 0} \left[\coth \left(\frac{H}{a} - \frac{a}{H} \right) \right] = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{H}{3a}. \quad (\text{A.5})$$

Com isso,

$$\chi_{in} = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{dM}{dH} = 0 + c \frac{dM_{an}}{dH}. \quad (\text{A.6})$$

Como $M = 0$ no ponto de origem da curva de magnetização, tem-se

$$\chi_{in} = c \frac{M_s}{3a} \rightarrow c = \frac{3a\chi_{in}}{M_s}. \quad (\text{A.7})$$

Sendo esta a relação direta entre c e a susceptibilidade inicial.

A.3 DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO k

O parâmetro k indica o quanto as paredes dos domínios magnéticos estão “presas” à estrutura metalúrgica do material, o que dificulta o processo de magnetização e pode ser interpretado como um coeficiente de grampeamento ou perda [59]. A unidade utilizada para k é $[A/m]$, já que a força de grampeamento age como um campo magnético que se opõe ao campo predominante [45]. O valor de k pode ser determinado a partir da susceptibilidade χ_c , dada pela Equação A.8, no ponto em que a magnetização é nula, no campo coercitivo H_c , considerando o ramo ascendente da curva ($\delta = +1$) [77].

$$\chi_c = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_c} = \frac{(1-c)[M_{an}(H_c - M_{irr})]}{k - \alpha[M_{an}(H_c - M_{irr})]} + c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}. \quad (\text{A.8})$$

Como a magnetização é nula em H_c , a magnetização irreversível pode ser escrita por

$$M_{irr} = \frac{-cM_{an}(H_c)}{(1-c)}. \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a Equação A.9 na A.8 e isolando k , tem-se

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{(1-c)} \left[\alpha + \frac{1-c}{\chi_c - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right]. \quad (\text{A.10})$$

O parâmetro k é calculado conhecendo-se os parâmetros a , α e c .

A.4 DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO α

O parâmetro α representa o acoplamento entre os domínios magnéticos e é definido no ponto de magnetização remanente M_r , onde se obtém a susceptibilidade remanente χ_r [59]. No ramo descendente da curva de magnetização ($\delta = -1$), no ponto onde o campo se anula, a magnetização irreversível pode ser expressa como [77]:

$$M_{irr} = \frac{M_r - cM_{an}(M_r)}{(1-c)}. \quad (\text{A.11})$$

A susceptibilidade χ_r na magnetização remanente pode ser escrita como:

$$\chi_r = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{M=M_r} = \frac{(1-c)[M_{an}(M_r) - M_{irr}]}{-k - \alpha[M_{an}(M_r) - M_{irr}]} + c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}. \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a Equação A.11 na A.12 e isolando α tem-se

$$\alpha = \frac{k(1-c)}{M_r - M_{an}(M_r)} - \frac{(1-c)}{\chi_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}}. \quad (\text{A.13})$$

A partir dos valores conhecidos de a , k e c , o parâmetro α pode ser calculado por meio de um processo iterativo.

A.5 DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO a

O parâmetro a [A/m] está relacionado aos momentos dos domínios magnéticos e à temperatura [77]. Assume-se que o material, submetido a uma alta indução no ponto M_m e tendo uma susceptibilidade χ_m , não apresenta perdas (ou seja, não ocorre o fenômeno da histerese). Dessa forma, χ_m seria uma função somente da magnetização sem histerese [59]. Quando $M = M_m$, a magnetização irreversível pode ser expressa como:

$$M_{irr} = \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1 - c)}. \quad (\text{A.14})$$

Assumindo que em níveis elevados de saturação as susceptibilidades histeréticas e anisteréticas são iguais, tem-se

$$dM dH \Big|_{H=H_m} = dM_{an} dH \Big|_{H=H_m}. \quad (\text{A.15})$$

Com esta consideração e com a Equação A.14, pode-se escrever:

$$\chi_m = \frac{dM}{dH} \Big|_{H=H_m} = \frac{(1 - c) \left[M_{an}(M_m) - \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1 - c)} \right]}{k - \alpha \left[M_{an}(M_m) - \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1 - c)} \right]} + c\chi_m. \quad (\text{A.16})$$

Por fim, a Equação A.16, pode ser reduzida a

$$M_m = M_{an}(H_m) - \frac{(1 - c)k\chi_m}{\alpha\chi_m + 1}. \quad (\text{A.17})$$

Para obter os parâmetros, as Equações A.7, A.10, A.13 e A.17 precisam ser resolvidas simultaneamente. Um algoritmo numérico que utiliza o método da secante é apresentado nas Figuras A.2, A.3 e A.4 [59].

A.6 PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS

Devido à não linearidade da curva de histerese, os parâmetros obtidos pelo algoritmo podem não representar corretamente o comportamento do material magnético. Por essa razão, técnicas de otimização são utilizadas para ajustar com maior precisão os parâmetros calculados, quando comparados às curvas experimentais. O algoritmo utilizado realiza a otimização por meio da minimização do Erro Médio Quadrático (MSE), em que as alterações no MSE (Equação A.18) controlam o incremento ou decremento do parâmetro [77]. A otimização dos parâmetros do modelo de Jiles-Atherton utiliza o MSE para analisar a diferença entre as curvas de campo magnético medido experimentalmente (H_{exp}) e as obtidas pelo modelo (H_{calc}). O parâmetro n representa o número de pontos do ciclo.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (H_{calc} - H_{exp})^2 \quad (\text{A.18})$$

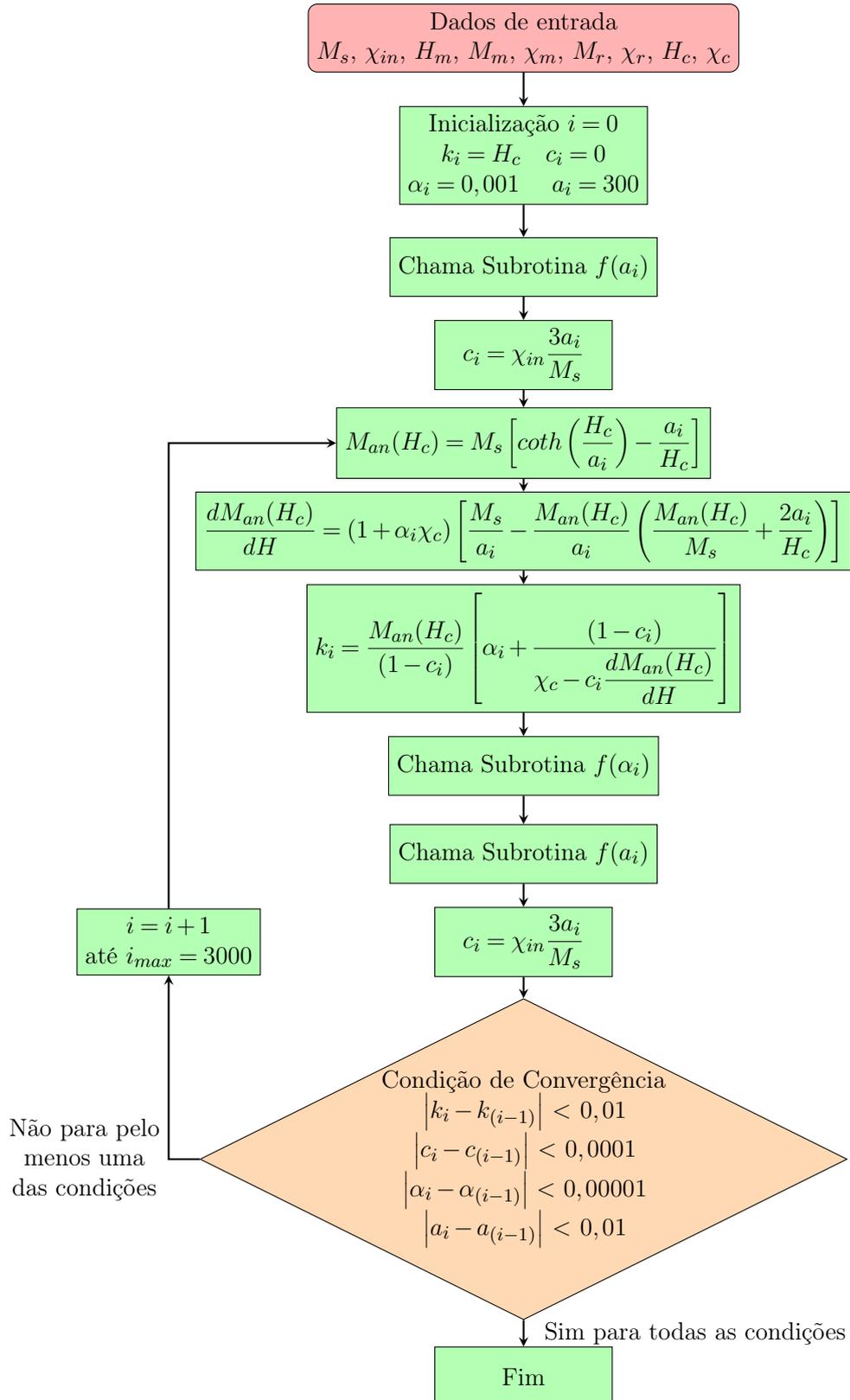


Figura A.2 – Algoritmo principal de obtenção dos parâmetros [59].

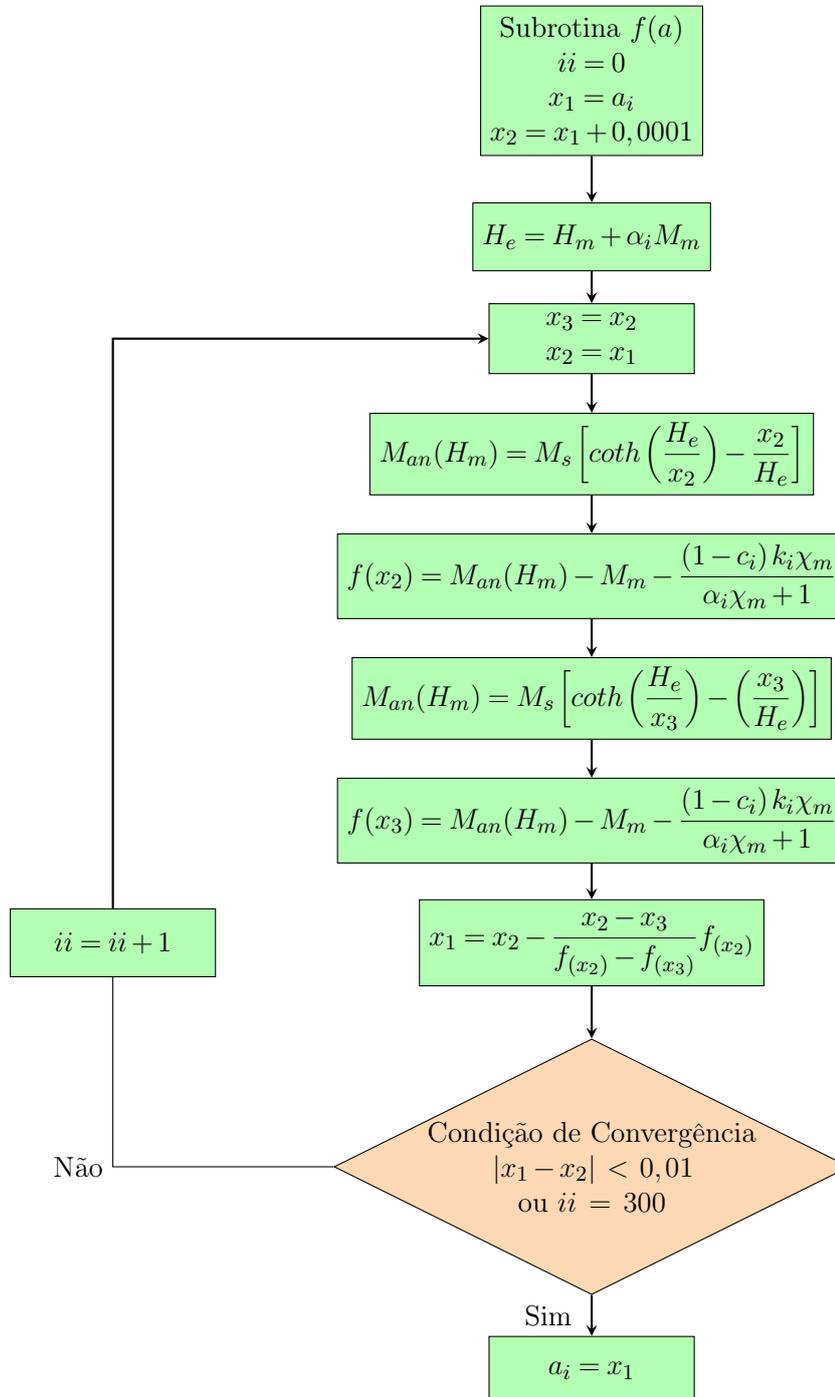
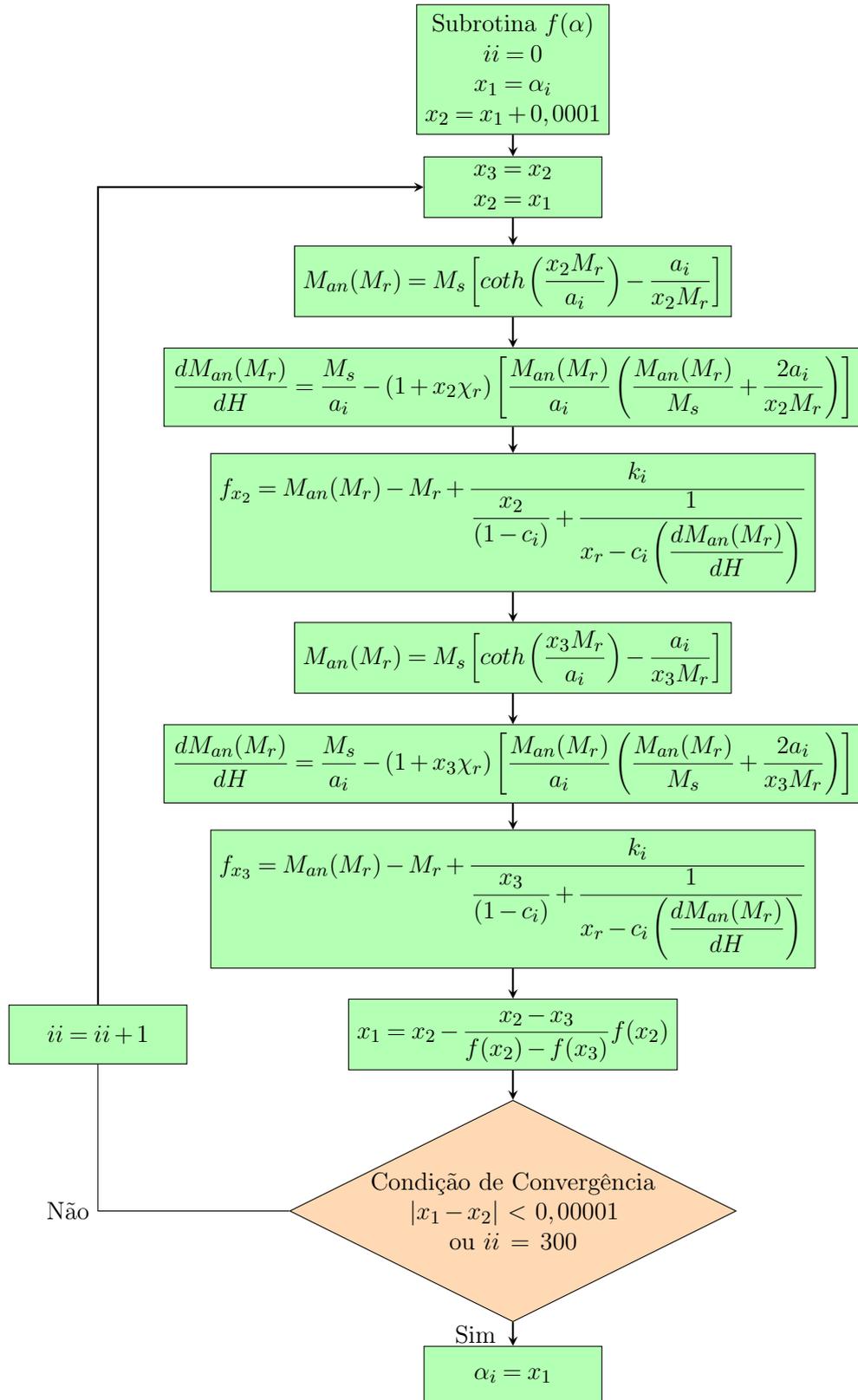


Figura A.3 – Subrotina para o cálculo do parâmetro a [59].


 Figura A.4 – Subrotina para o cálculo do parâmetro α [59].

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO MODELO G

Para determinar os parâmetros do modelo G de histerese, foi utilizado a curva experimental de histerese do transformador apresentada na Figura 4.10. Primeiramente, um dos ramos de histerese (ascendente ou descendente) deve ser escolhido e, em seguida, deslocado para a origem. Para realizar o deslocamento, o campo coercitivo é subtraído (no ramo ascendente) ou adicionado (no ramo descendente). A Figura B.1(a) mostra um exemplo de uma curva de histerese experimental com destaque para o ramo descendente e o deslocamento para a origem.

Usando a curva deslocada, a função de transferência de Elliot e o *Curve Fitter* do Matlab, os parâmetros podem ser determinados. Os parâmetros encontrados foram: $a_1 = 0,2501$, $b_1 = 0,1684$, $c_1 = 0$, $d = 18,5$ e $H_c = 44,8$. A Figura B.1(b) mostra a comparação entre a curva experimental e a simulada com os parâmetros do modelo G de histerese.

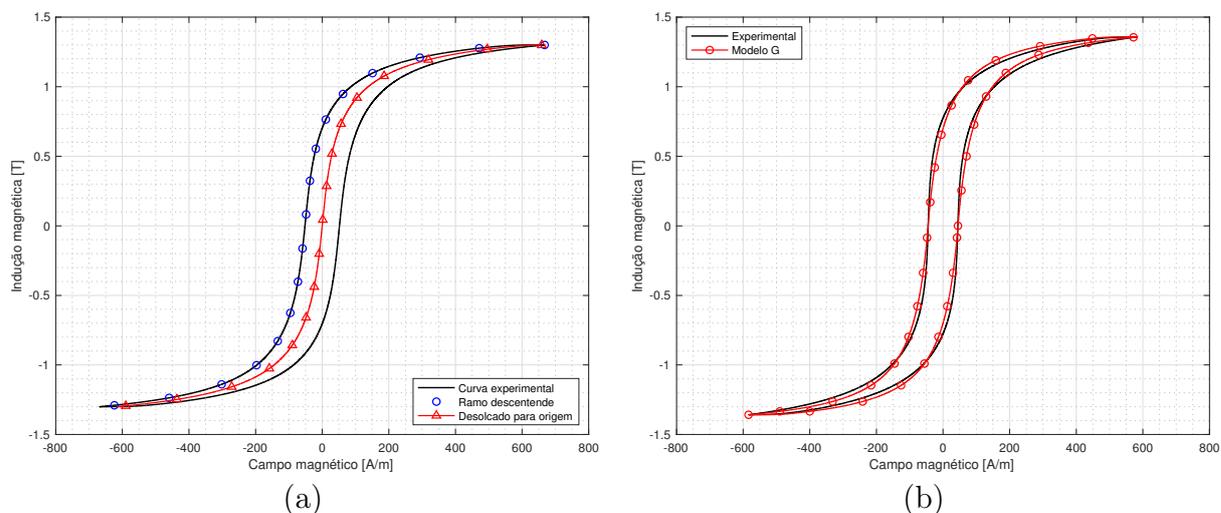


Figura B.1 – Determinação dos parâmetros do modelo G de histerese. (a) Ramo ascendente, descendentes e ramo deslocado à origem. (b) Comparativo com os valores determinados para o modelo G.

APÊNDICE C

SIMULAÇÕES COMPLEMENTARES COM A IMPOSIÇÃO DAS HARMÔNICAS

Este apêndice apresenta as simulações complementares descritas na Seção 5.1.

C.1 IMPOSIÇÃO DA 5^A HARMÔNICA

As Figuras C.1(a-d) mostram a perda por histerese no núcleo do transformador para a 5^a harmônica e a Figura C.1(e) apresenta a curva de histerese no ponto de perda máxima ($V_5/V_1 = 0,25$ e fase = 18°), enquanto a Figura C.1(f) exibe a tensão aplicada e a indução magnética correspondentes. Já as Figuras C.1(g) e C.1(h) apresentam, respectivamente, a curva de histerese no ponto de perda mínima ($V_5/V_1 = 1$ e fase = 324°) e a tensão e a indução magnética neste ponto. A partir da Figura C.1(g), é possível constatar que o modelo de JA não representa adequadamente os laços menores.

Nas Figuras C.2(a) e C.2(b) são apresentadas as perdas nos enrolamentos do primário e do secundário para $k_p = 0,1\%$, enquanto as Figuras C.2(c) e C.2(d) mostram as correntes de linha e as FFTs da tensão e corrente dos enrolamentos primário e secundário, respectivamente. Ao comparar a Figura C.2(c) com o caso da 3^a harmônica da Figura 5.2(c), não se observa a elevação da componente harmônica acima da imposição realizada.

Por sua vez, a Figura C.2(e) apresenta as perdas totais nos enrolamentos em relação à elevação da componente de 5^a harmônica e aos diferentes valores de k_p . Observa-se que, quando $V_5/V_1 = 1$, as perdas W_{pn} são praticamente tão significativas quanto as perdas W_{on} para $k_p = 5\%$. No entanto, para $k_p = 10\%$, as perdas W_{pn} se tornam predominantes. Já a Figura C.2(f) mostra a razão entre as perdas W_{pn} e W_{on} , onde para $k_p = 1\%$ e $V_5/V_1 = 1$, as perdas W_{pn} representam cerca de 10% das W_{on} . Ao realizar a análise novamente para $k_p = 20\%$, as perdas W_{pn} passam a representar aproximadamente 210% das perdas W_{on} .

Nas Figuras C.3(a-c) são apresentadas as perdas dinâmicas no núcleo, totais no núcleo e totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$, respectivamente. Já as Figuras C.3(d-g) apresentam as perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$, $k_p = 1\%$, $k_p = 5\%$ e

$k_p = 10\%$, respectivamente. Por fim, na Figura C.3(h), é apresentada a relevância das perdas nas bobinas e no núcleo em relação às perdas totais para os diferentes valores de k_p . Ao analisar a Figura C.3(h) em $V_5/V_1 = 1$ e considerando $k_p = 20\%$, observa-se que as perdas no núcleo representam aproximadamente 15% das perdas totais, enquanto as perdas nas bobinas representam cerca de 85%.

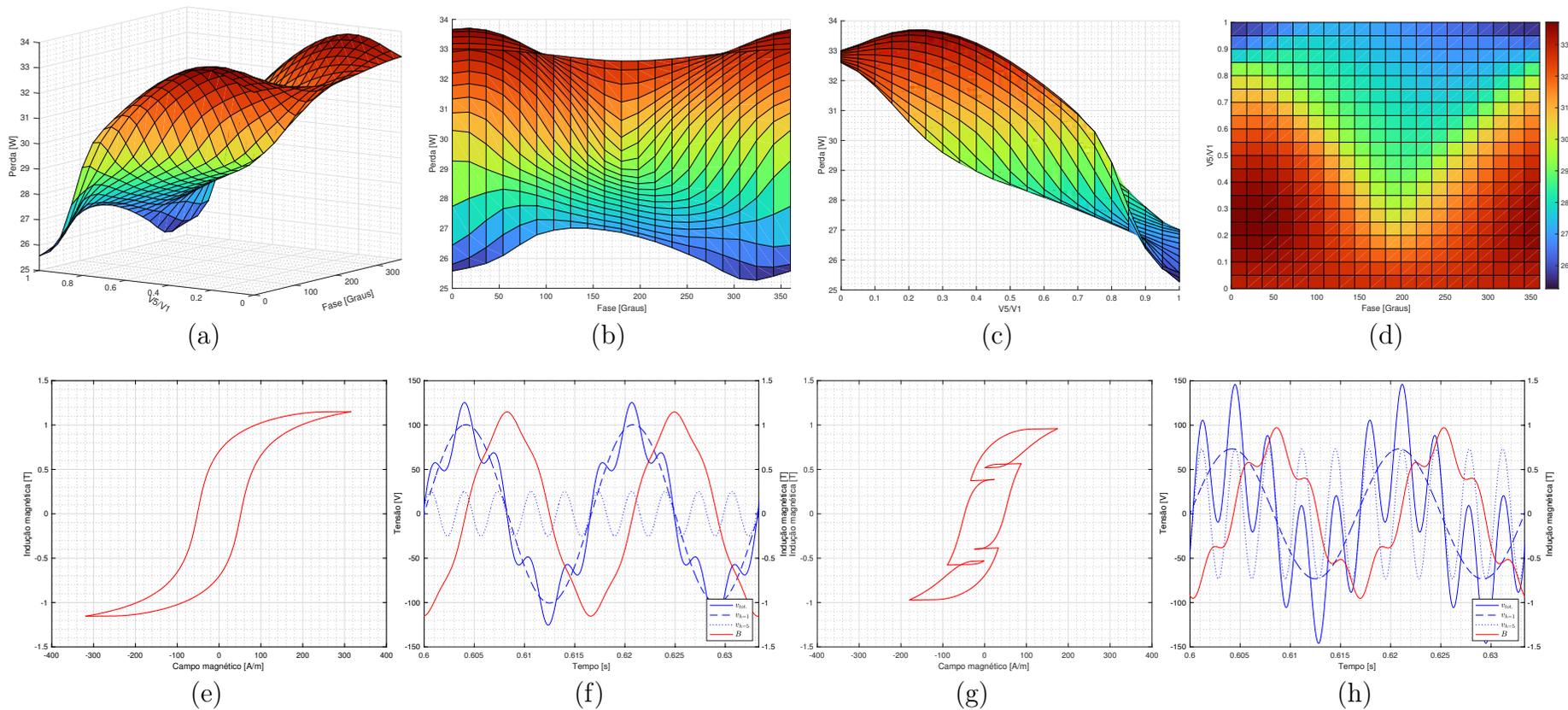


Figura C.1 – Perda por histerese no núcleo magnético para a 5ª harmônica. (a) Gráfico em três dimensões. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 0,25$ e fase = 18° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 0,25$ e fase = 18° . (g) Curva de histerese em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 324° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 324° .

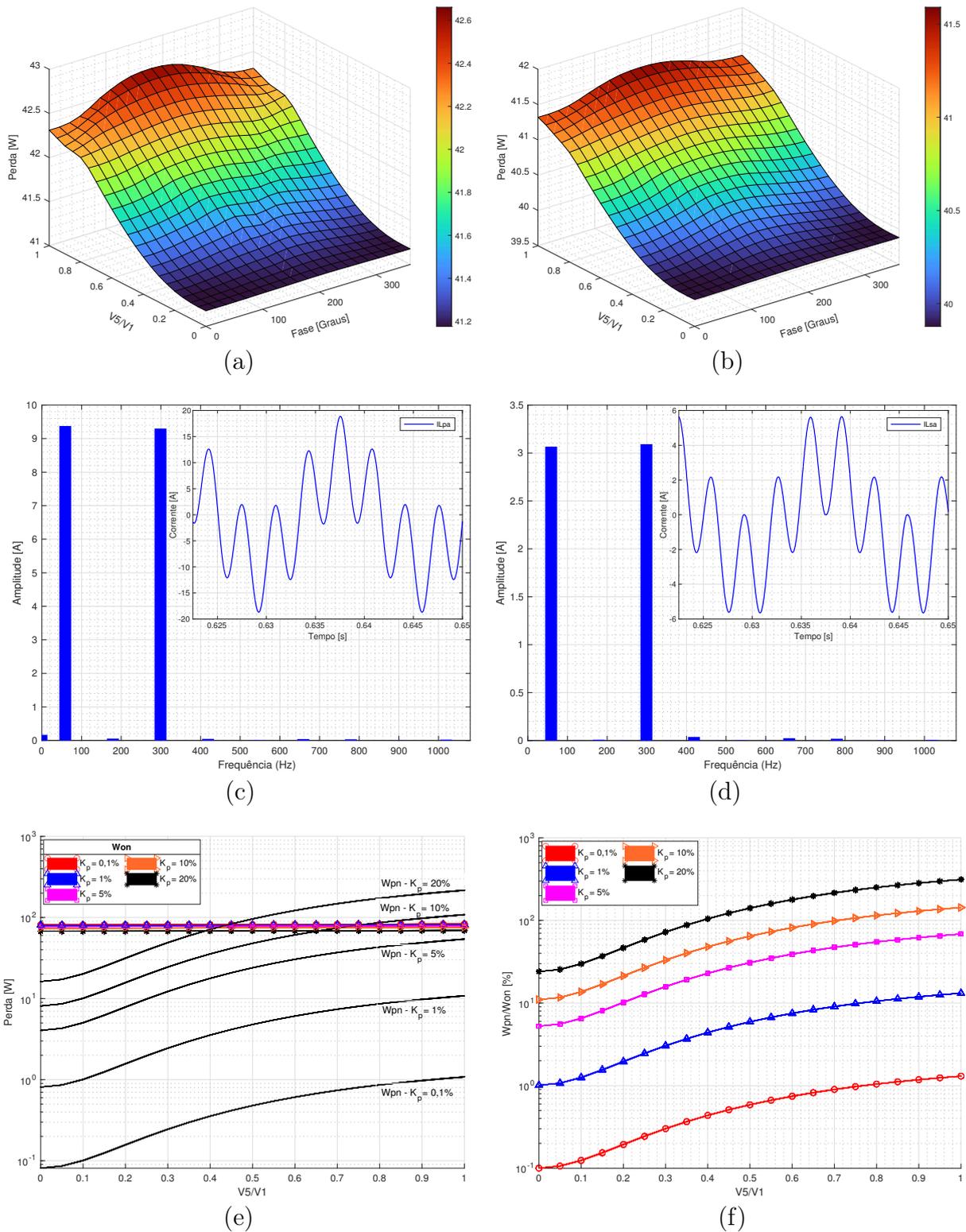


Figura C.2 – Perdas nos enrolamentos para a 5ª harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 180° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_5/V_1 = 1$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p .

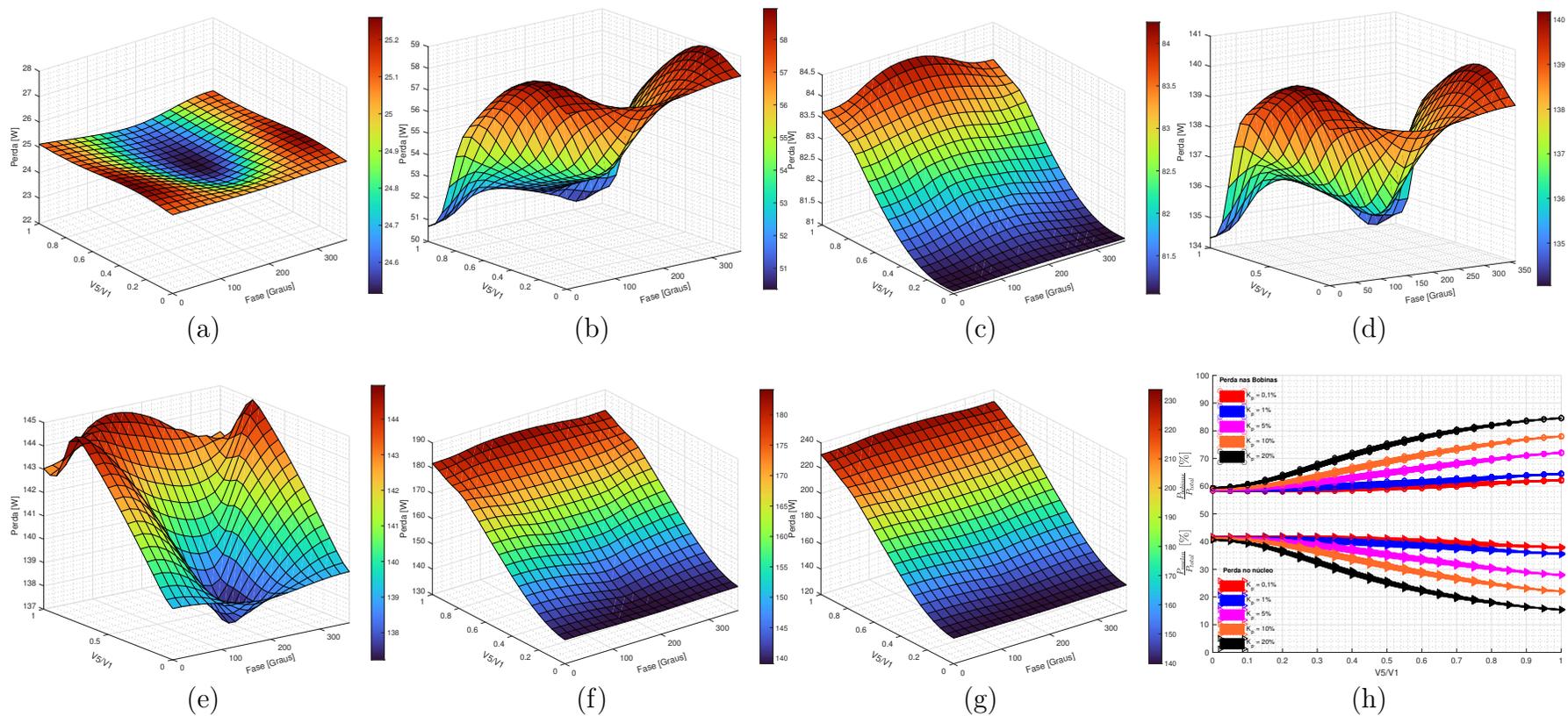


Figura C.3 – Análise da influência da 5ª harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p .

C.2 IMPOSIÇÃO DA 7^A HARMÔNICA

A perda por histerese para a 7^a harmônica é apresentada nas Figuras C.4(a-d). Ao contrário da 3^a harmônica (Figura 5.1(a-d)), as fases da 7^a harmônica tem uma menor influência nas perdas por histerese. Os pontos de perda máxima ($V_7/V_1 = 0,15$ e fase = 18°) e de mínima ($V_7/V_1 = 1$ e fase = 270°) são apresentados, respectivamente, nas Figuras C.4(e), C.4(f), C.4(g) e C.4(h).

As perdas nos enrolamentos do primário e do secundário, a FFT da corrente no primário e a FFT da corrente no secundário para $k_p = 0,1\%$ são mostrados nas Figuras C.5(a-d), enquanto as perdas totais nos enrolamentos são exibidas na Figura C.5(e). Observa-se que, para $k_p = 5\%$ e $V_7/V_1 = 0,75$, as perdas W_{pn} já são predominantes.

A Figura C.5(f) apresenta a razão entre as perdas W_{pn} e W_{on} , indicando que, para $k_p = 1\%$ e $V_7/V_1 = 1$, as perdas W_{pn} correspondem a cerca de 20% das W_{on} . Ao refazer a análise para $k_p = 20\%$, constata-se que as perdas W_{pn} representam aproximadamente 600% das W_{on} .

As Figuras C.6(a-c) apresentam as perdas dinâmicas no núcleo, totais no núcleo e totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$, respectivamente. Já as Figuras C.6(d-g) mostram as perdas totais no transformador para diferentes valores de k_p , sendo eles $k_p = 0,1\%$, $k_p = 1\%$, $k_p = 5\%$ e $k_p = 10\%$. Por fim, a Figura C.6(h) apresenta a relevância das perdas nas bobinas e no núcleo em relação às perdas totais para os diferentes valores de k_p . Ao analisar a Figura C.6(h) para $k_p = 20\%$ e $V_7/V_1 = 1$, observa-se que as perdas no núcleo representam cerca de 9% das perdas totais, enquanto as perdas nos enrolamentos correspondem a aproximadamente 91%.

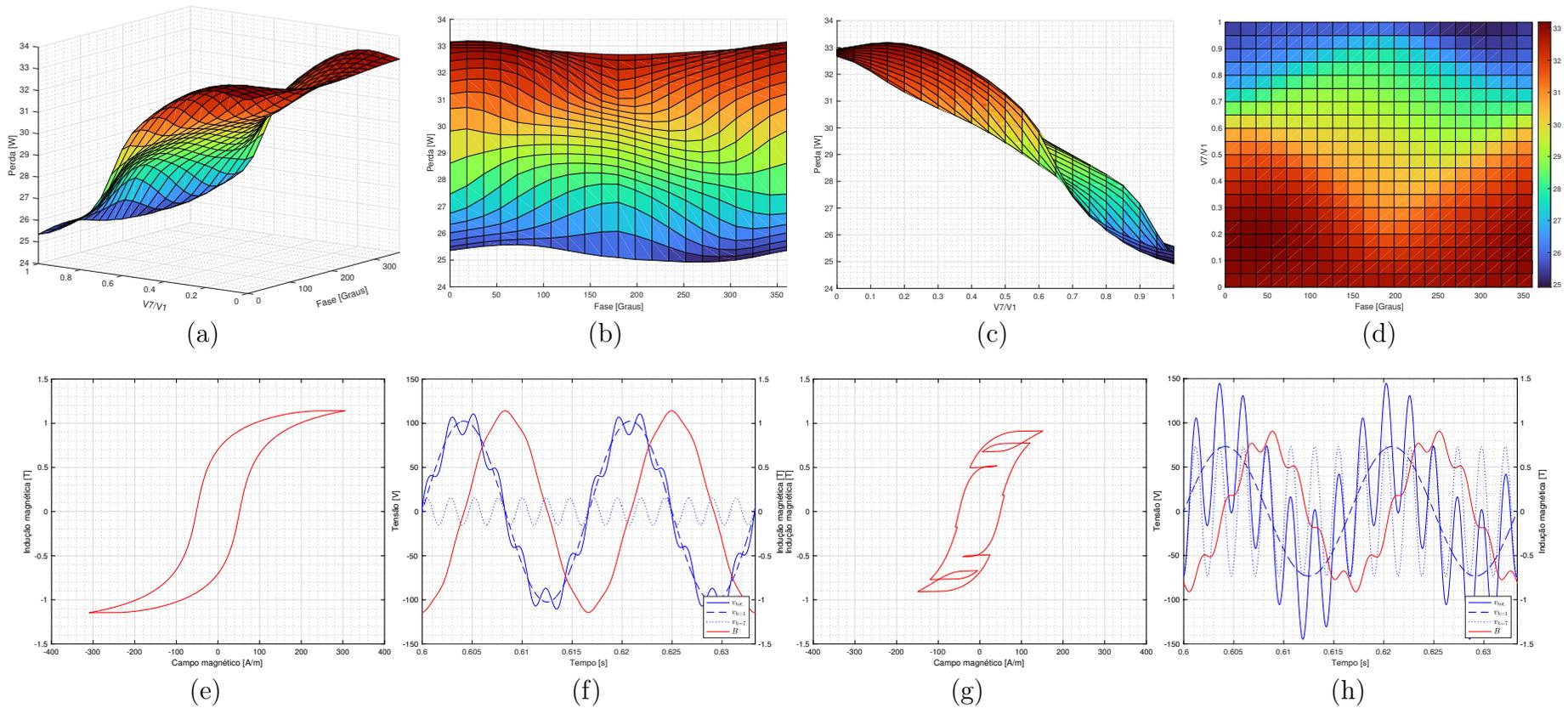


Figura C.4 – Perda por histerese no núcleo magnético para a 7^a harmônica. (a) Gráfico em três dimensões. (b) Perda em função da fase. (c) Perda em função da amplitude. (d) Perda em função da amplitude e fase. (e) Curva de histerese em $V_7/V_1 = 0,15$ e fase = 18° . (f) Tensão aplicada e indução magnética em $V_7/V_1 = 0,15$ e fase = 18° . (g) Curva de histerese em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 270° . (h) Tensão aplicada e indução magnética em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 270° .

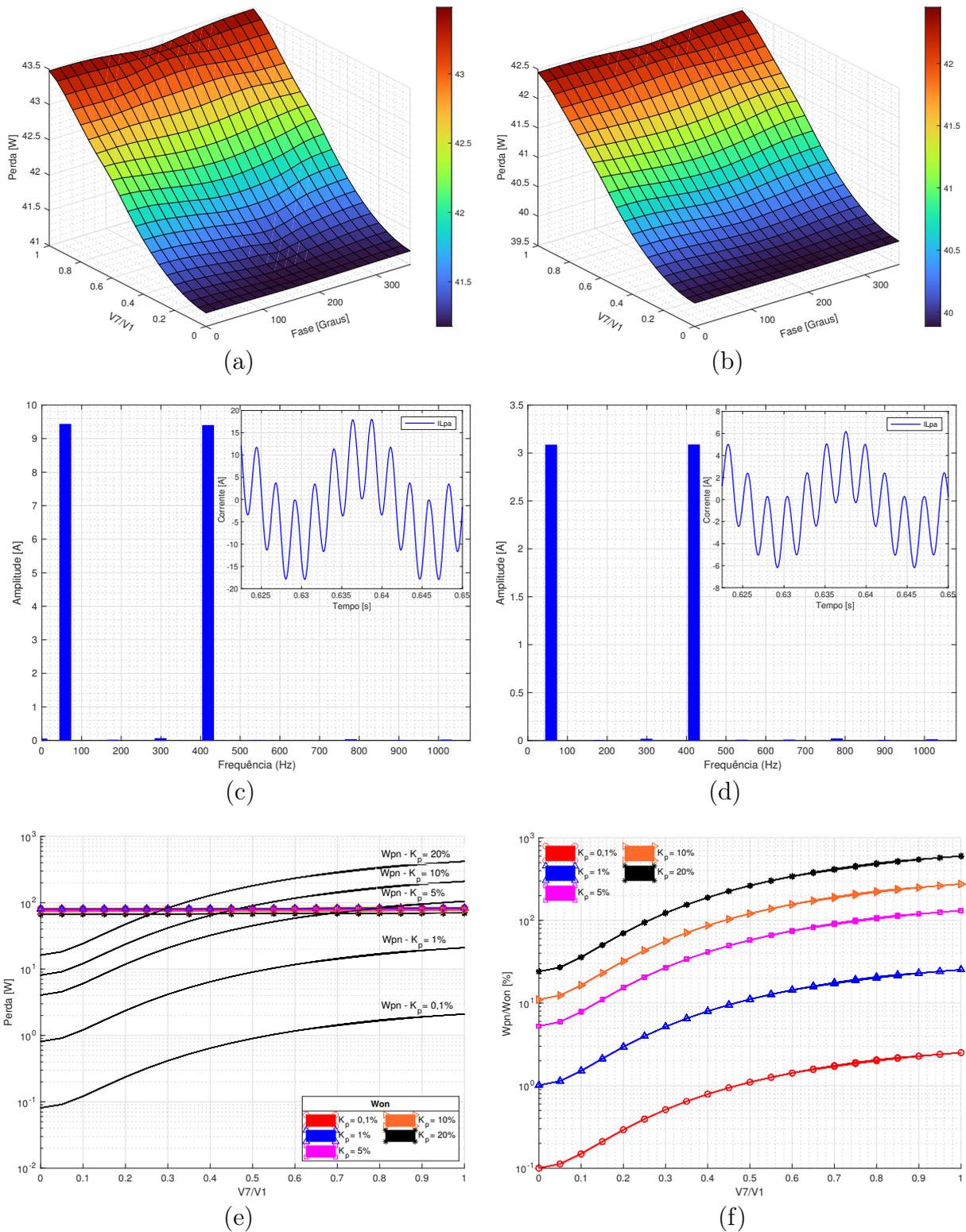


Figura C.5 – Perdas nos enrolamentos para a 7^a harmônica. (a) Primário. (b) Secundário. (c) FFT da corrente de linha A do primário em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 0° . (d) FFT da corrente de linha A do secundário em $V_7/V_1 = 1$ e fase = 180° . (e) Variação de W_{on} e W_{pn} para os diferentes k_p . (f) Proporcionalidade de W_{on} e W_{pn} para diferentes k_p .

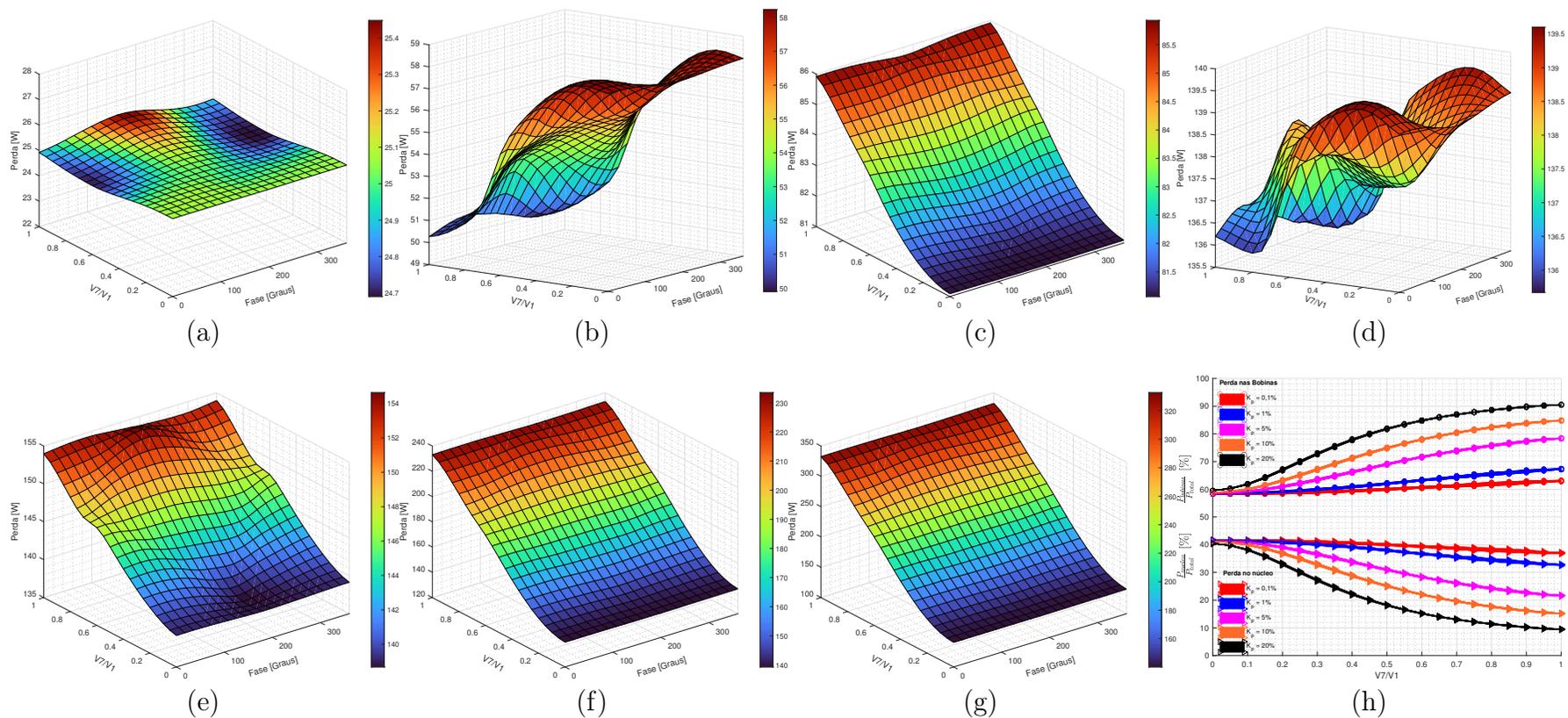


Figura C.6 – Análise da influência da 7^a harmônica nas perdas do transformador. (a) Perdas dinâmicas. (b) Perdas totais no núcleo. (c) Perdas totais nos enrolamentos para $k_p = 0,1\%$. (d) Perdas totais no transformador para $k_p = 0,1\%$. (e) Perdas totais no transformador para $k_p = 1\%$. (f) Perdas totais no transformador para $k_p = 5\%$. (g) Perdas totais no transformador para $k_p = 10\%$. (h) Representatividade das perdas nas bobinas e no núcleo para os diferentes k_p .

APÊNDICE D

ENSAIOS COMPLEMENTARES COM AS HARMÔNICAS DE TENSÃO

Neste apêndice, são apresentados os casos que foram suprimidos da Seção 5.2. As Figuras D.1(a-d) mostram as tensões e correntes no primário e secundário para o caso S_2 , sendo observado a simetria entre as formas de onda. A Figura D.2(a) apresenta a tensão aplicada e a indução magnética resultante, enquanto a Figura D.2(b) mostra o laço de histerese. As temperaturas medidas para o caso S_2 são apresentadas na Figura D.3(a), e na Figura D.3(b) é feita a análise de regime permanente térmico, excluindo a temperatura ambiente. A Figura D.3(c) faz uma comparação entre os casos S_0 e S_2 , enquanto a Figura D.3(d) repete a análise, mas excluindo a variação da temperatura ambiente. Observa-se na Figura D.3(d) que as maiores variações de temperatura ocorrem nas bobinas, sendo de 4,2% em B_c e 2,5% em B_e .

As Figuras D.4(a-d) apresentam, respectivamente, as tensões e correntes para o caso S_3 . A Figura D.4(e) mostra a tensão aplicada e a indução magnética resultante, enquanto a Figura D.4(f) exibe o laço de histerese correspondente. As temperaturas medidas para o caso S_3 são apresentadas na Figura D.5(a) e D.5(b). A Figura D.5(c) compara os resultados obtidos para os casos S_0 e S_3 , enquanto a Figura D.5(d) repete a análise, mas exclui a variação da temperatura ambiente. Observa-se na Figura D.5(d) que a maior variação de temperatura ocorre em B_c , com um aumento de aproximadamente 3,4%.

Na análise do caso S_4 , as Figuras D.6(a-d) apresentam as tensões e correntes no primário e secundário. A Figura D.6(e) mostra a tensão aplicada e a indução magnética resultante, enquanto a Figura D.6(f) exibe o laço de histerese correspondente. As temperaturas medidas durante o ensaio são apresentadas nas Figuras D.7(a) e D.7(b). A comparação entre os resultados dos casos S_0 e S_4 é exibida na Figura D.7(c), enquanto a Figura D.7(d) apresenta a mesma análise, porém excluindo a variação da temperatura ambiente. Nota-se, a partir da Figura D.7(d), que a maior variação de temperatura ocorreu no sensor N_i .

As Figuras D.8(a-d) mostram as tensões e correntes para o caso S_5 . A Figura D.8(e)

apresenta a tensão aplicada e a indução magnética resultante, enquanto a Figura D.8(f) exibe o laço de histerese correspondente. As temperaturas medidas durante o ensaio são mostradas nas Figuras D.9(a) e D.9(b). Na Figura D.9(c), são comparados os resultados obtidos para os casos S_0 e S_5 , enquanto na Figura D.9(d) a mesma análise é realizada, porém com a variação da temperatura ambiente excluída. Neste caso, a maior variação de temperatura ocorre no sensor B_e , com aproximadamente 6,5%.

As tensões e correntes para o caso S_7 são apresentadas, respectivamente, nas Figuras D.10(a-d), enquanto a Figura D.10(e) apresenta a tensão aplicada e a indução magnética resultante, e a Figura D.10(f) exibe o laço de histerese correspondente. As Figuras D.11(a) e D.11(b) apresentam as temperaturas medidas para o caso analisado. Na Figura D.11(c) é apresentado o comparativo entre os casos S_0 e S_7 , já na Figura D.11(d) a mesma análise é feita, mas sem a variação da temperatura ambiente. Assim como no caso S_5 , a maior variação de temperatura no caso S_7 ocorre no sensor B_e , com um aumento de aproximadamente 4,6%.

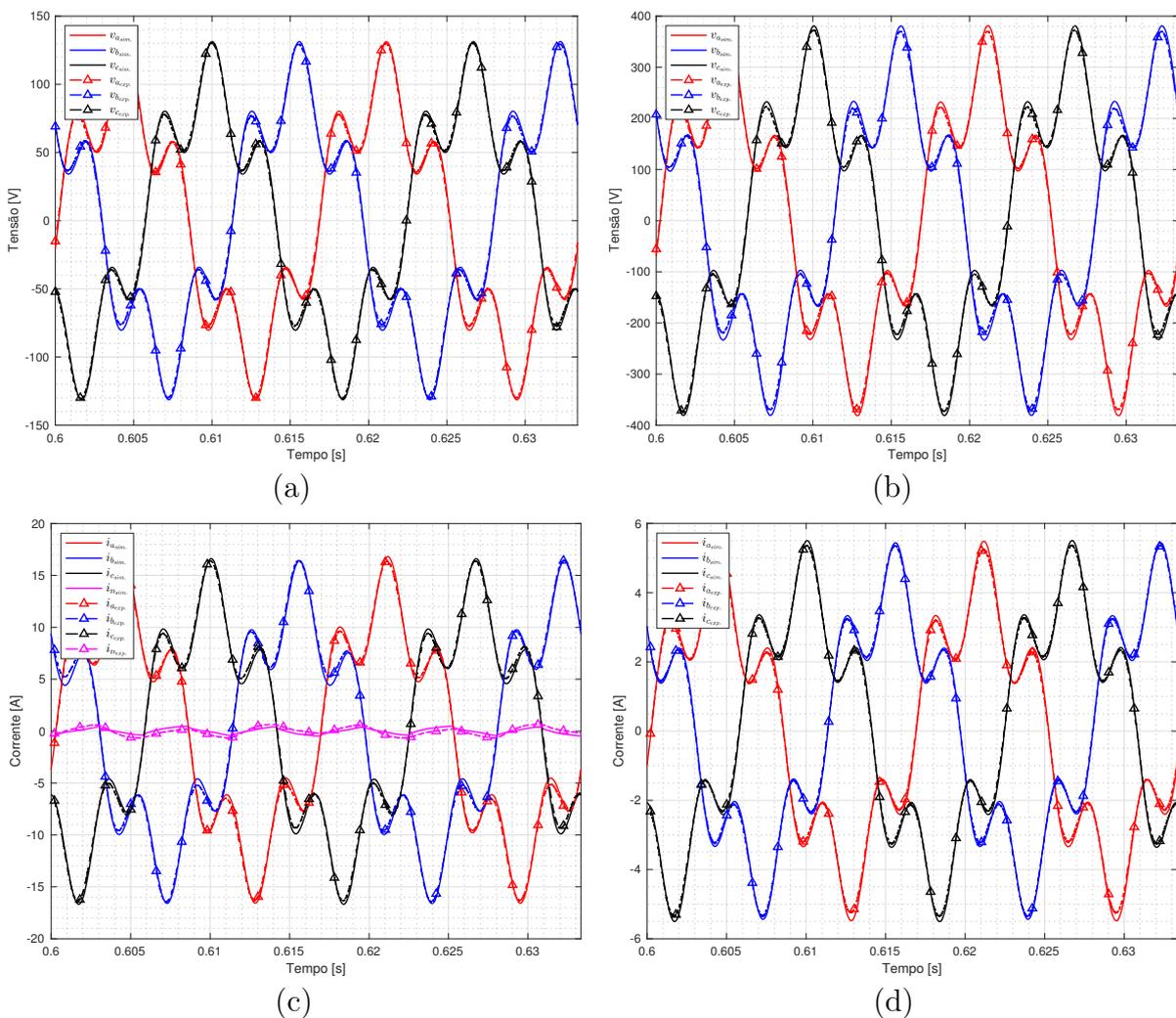


Figura D.1 – Comparação do ensaio S_2 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário.

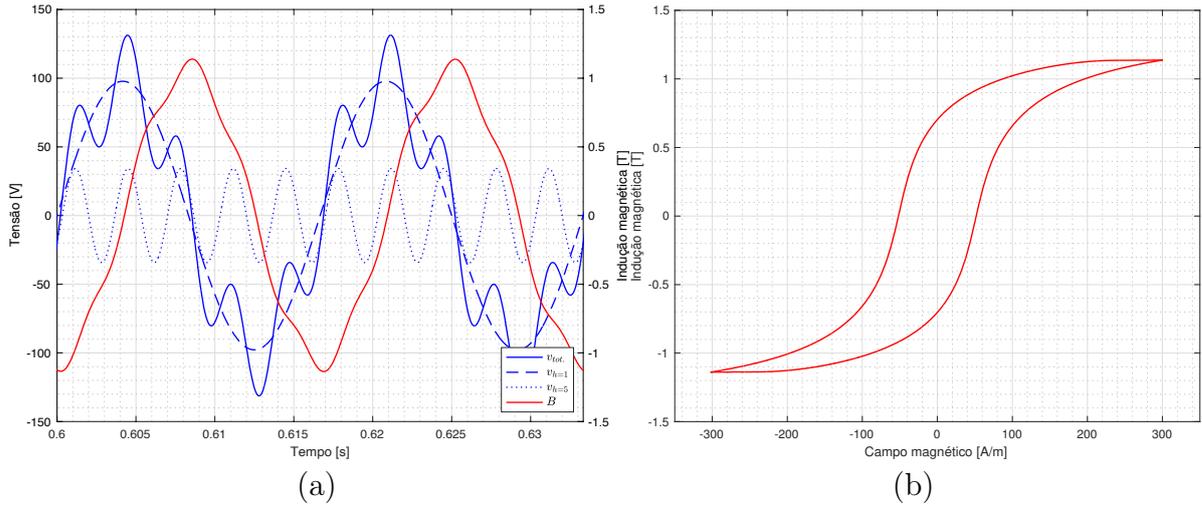


Figura D.2 – Comparação do ensaio S_2 com as simulações no modelo. (a) Tensão aplicada e indução magnética. (b) Laço de histerese.

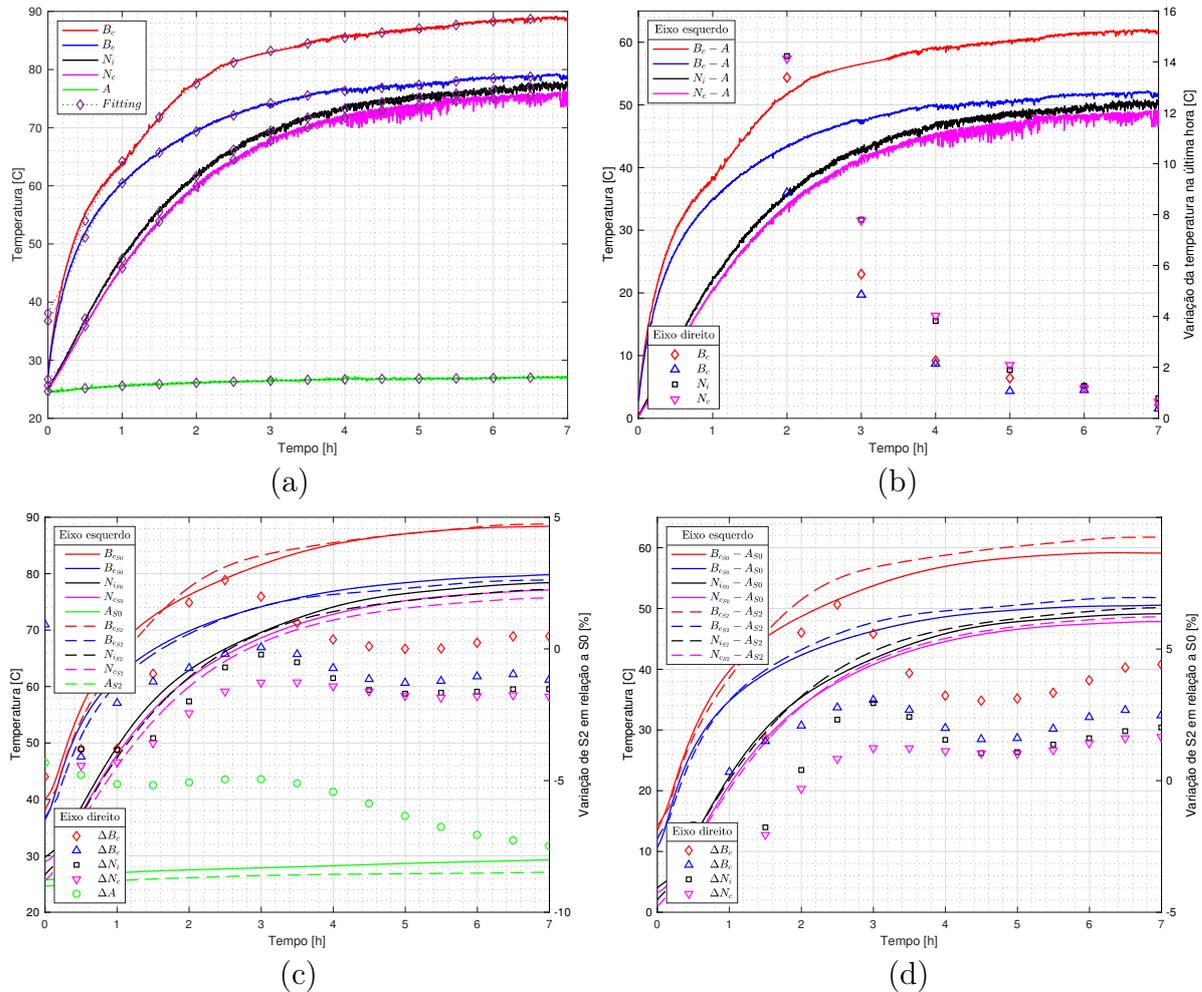


Figura D.3 – Medições de temperatura para o caso S_2 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

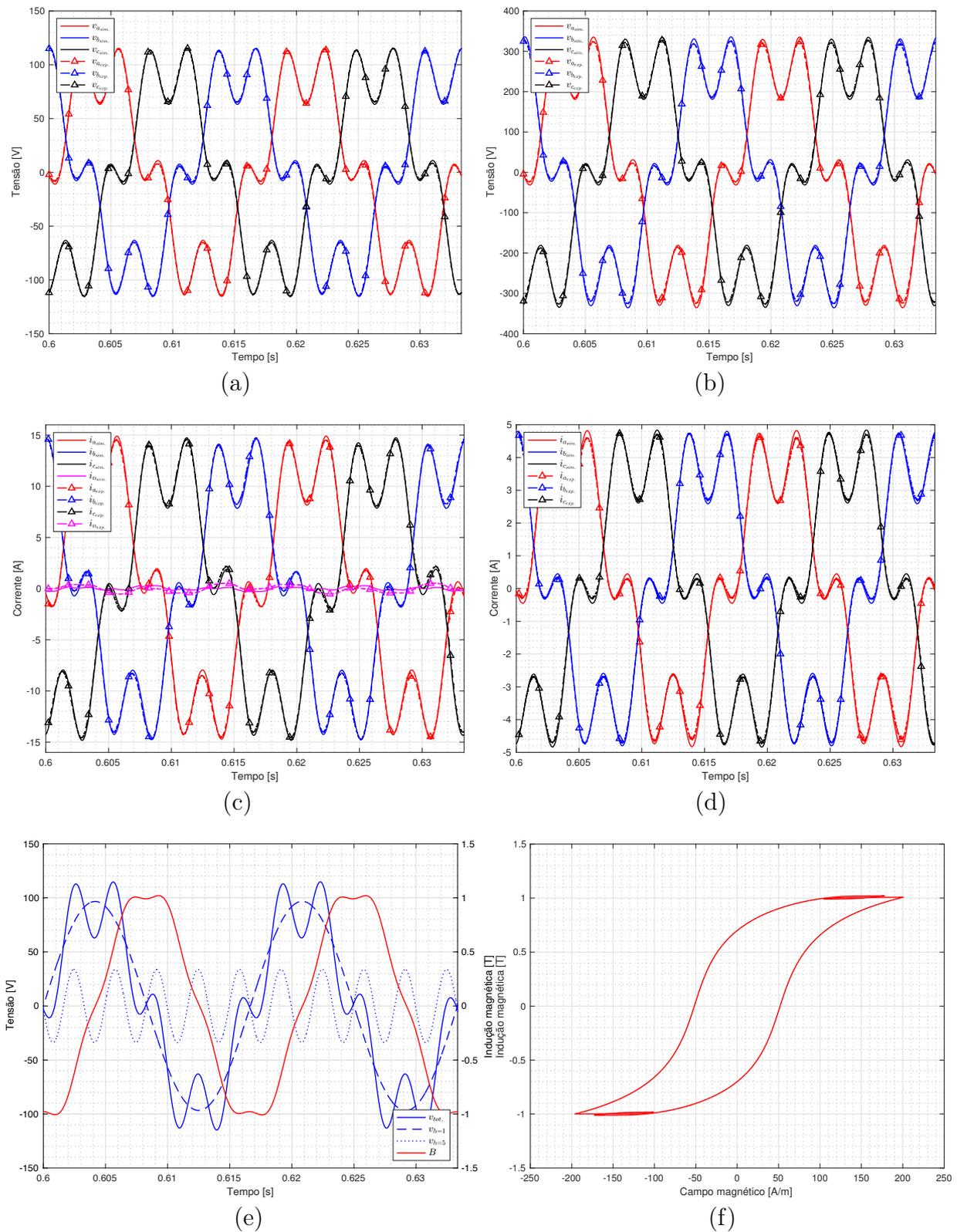


Figura D.4 – Comparação do ensaio S_3 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

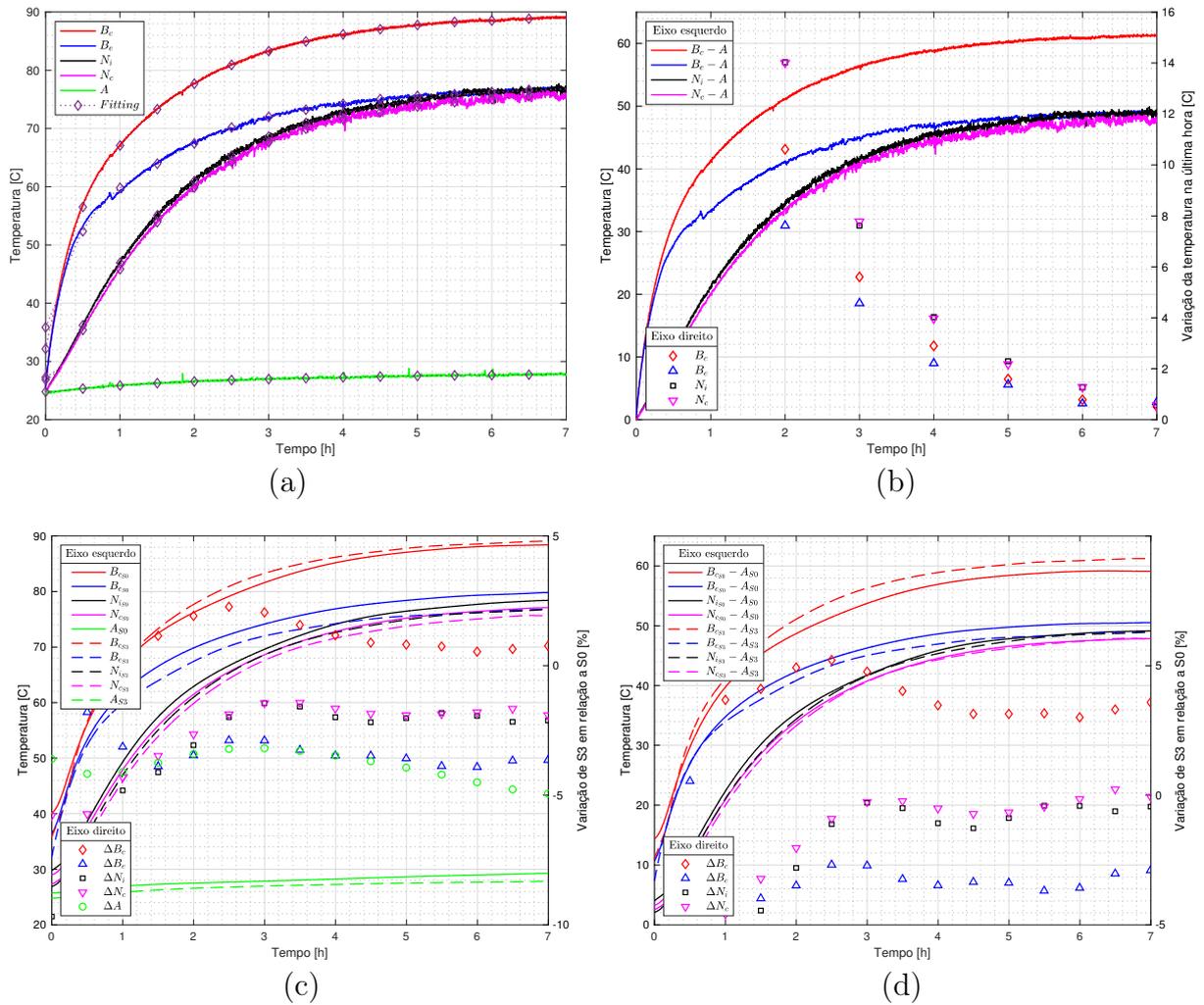


Figura D.5 – Medições de temperatura para o caso S_3 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

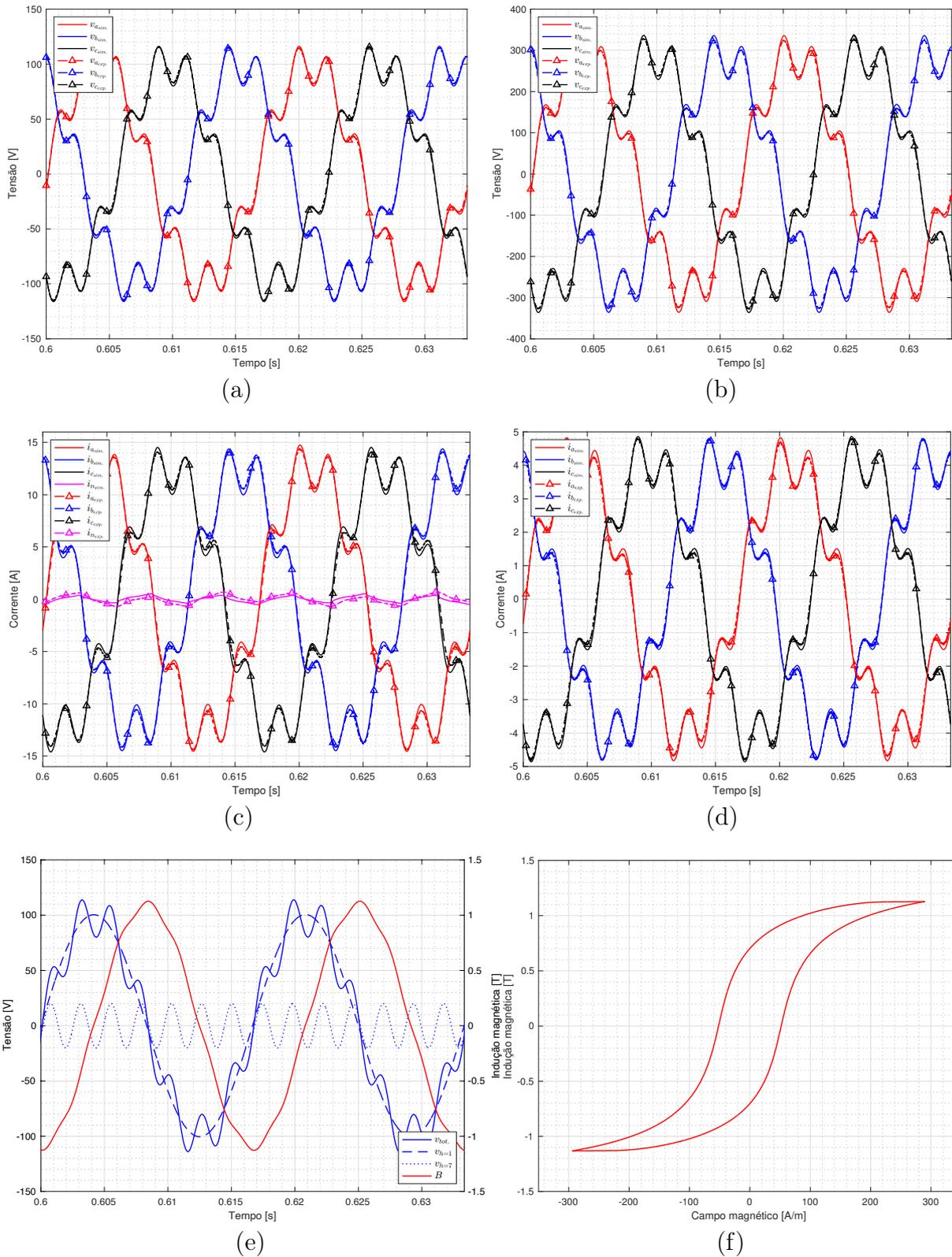


Figura D.6 – Comparação do ensaio S_4 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

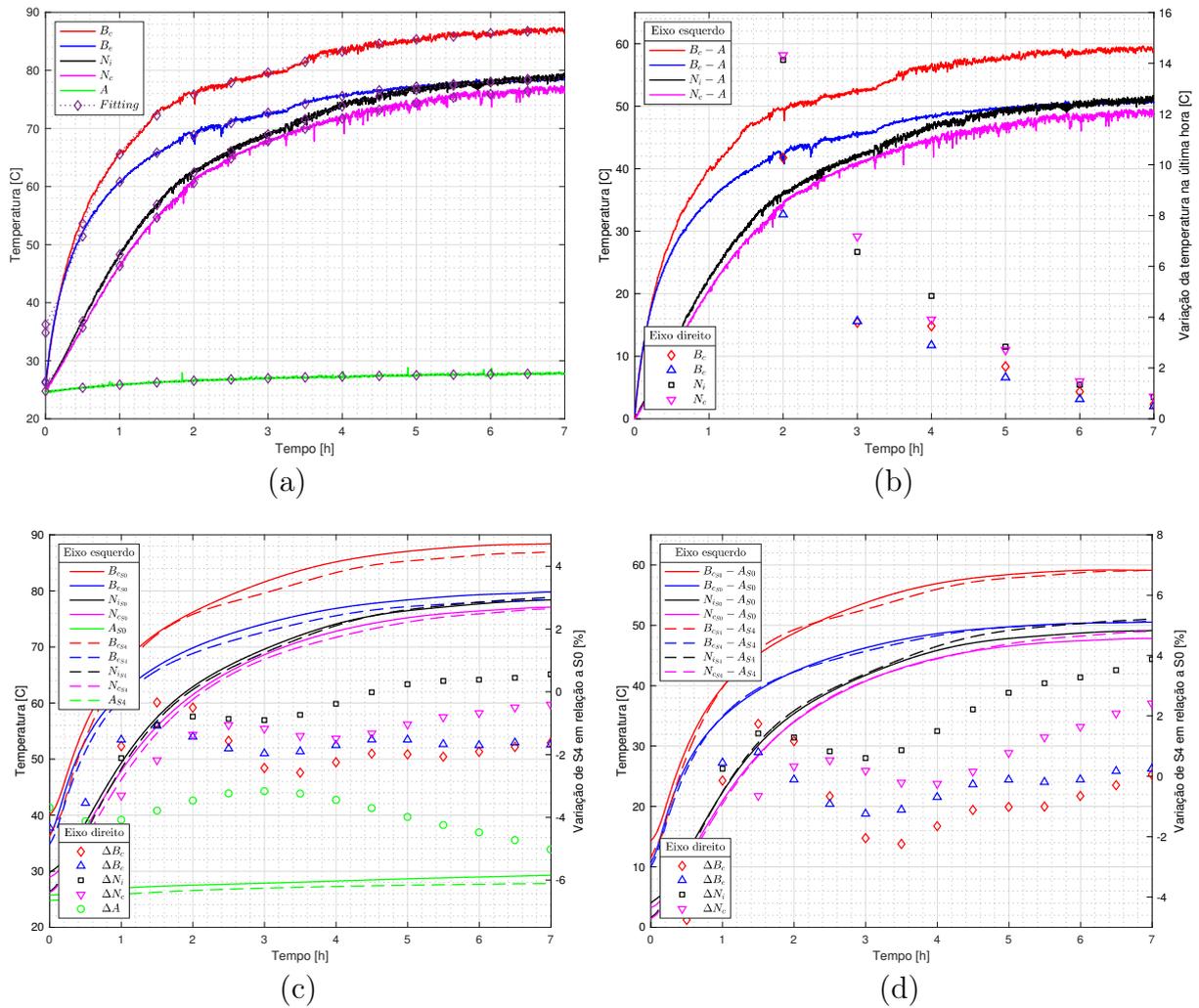


Figura D.7 – Medições de temperatura para o caso S_4 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

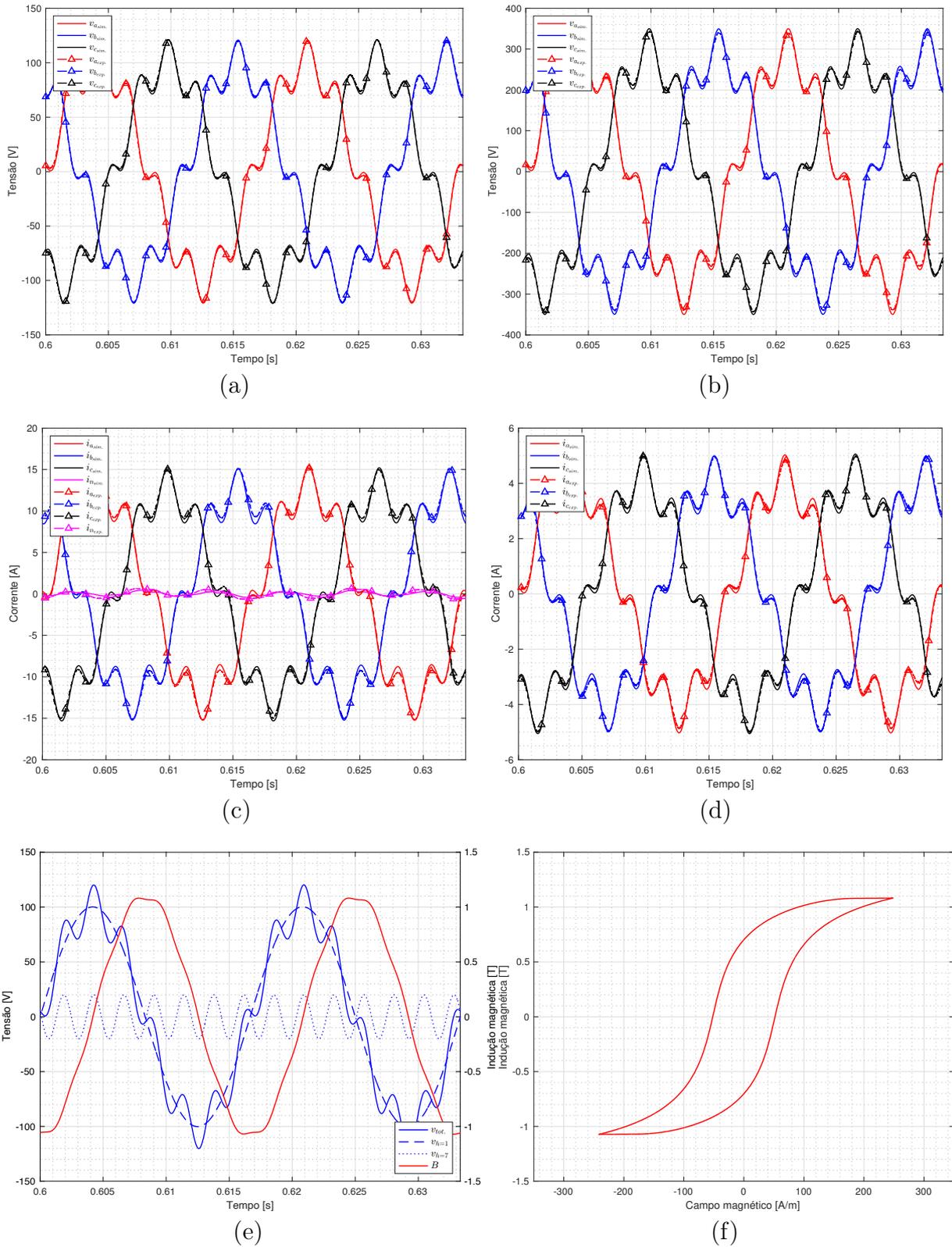


Figura D.8 – Comparação do ensaio S_5 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

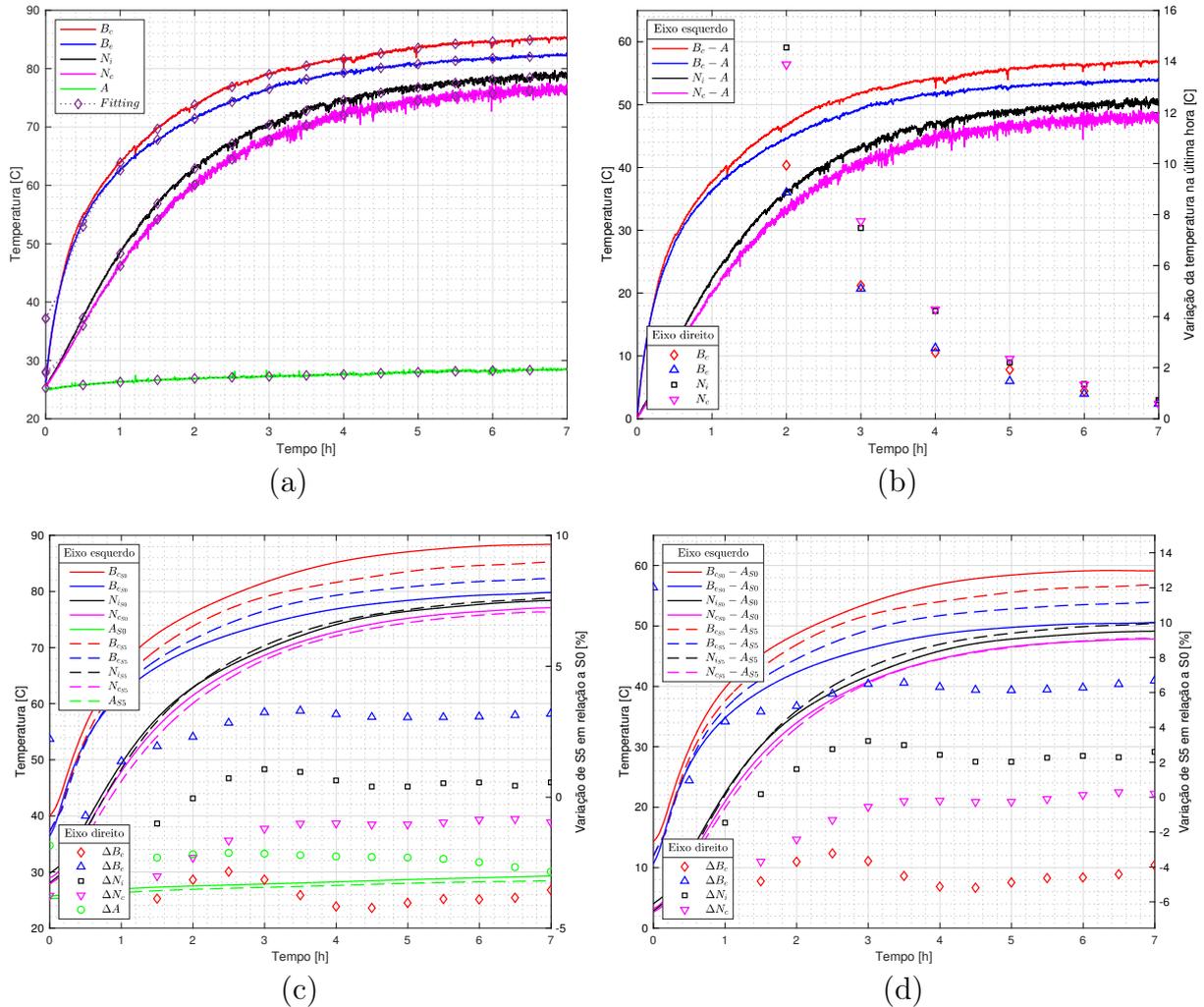


Figura D.9 – Medições de temperatura para o caso S_5 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

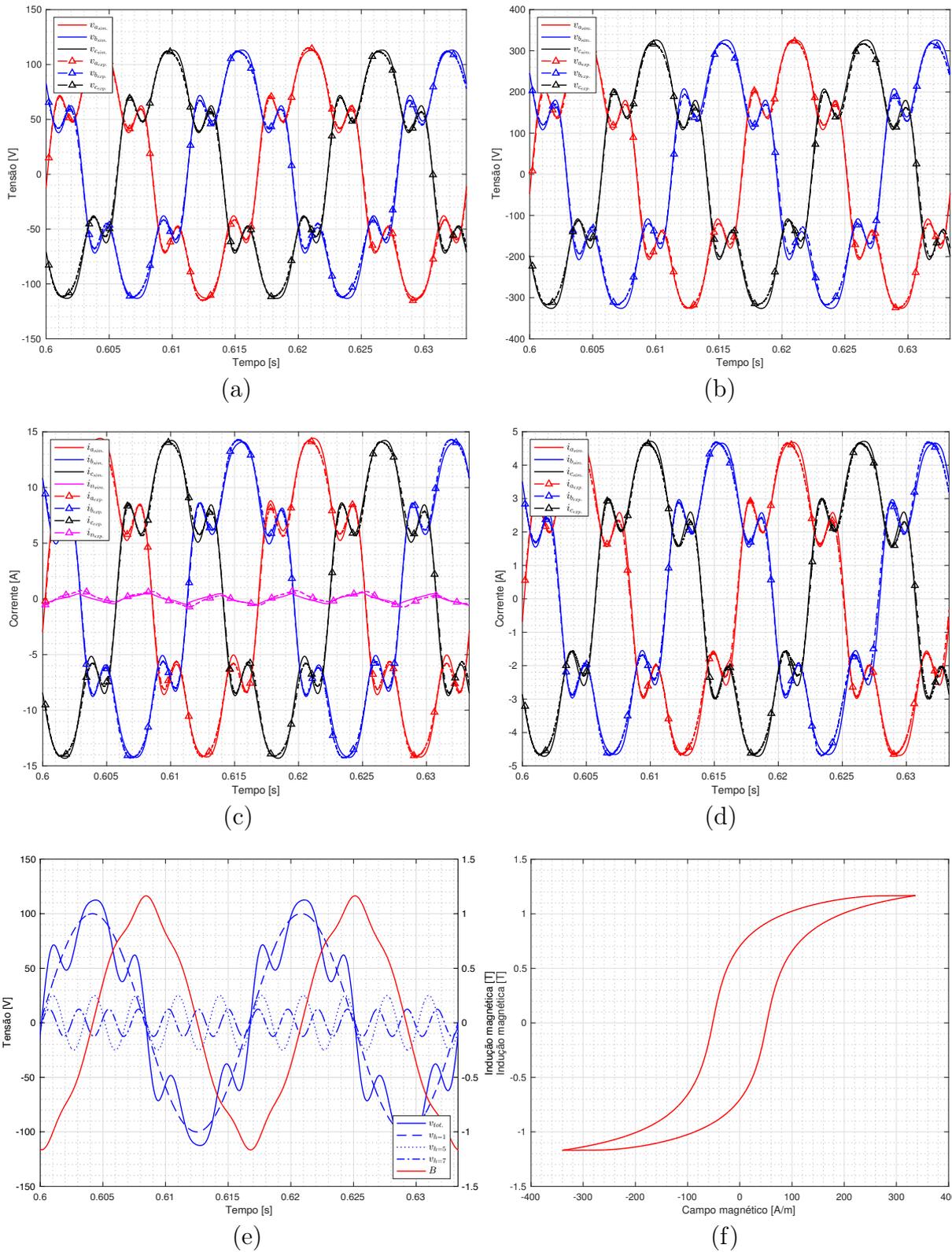


Figura D.10 – Comparação do ensaio S_7 com as simulações no modelo. (a) Tensão no primário. (b) Tensão no secundário. (c) Corrente no primário. (d) Corrente no secundário. (e) Tensão aplicada e indução magnética. (f) Laço de histerese.

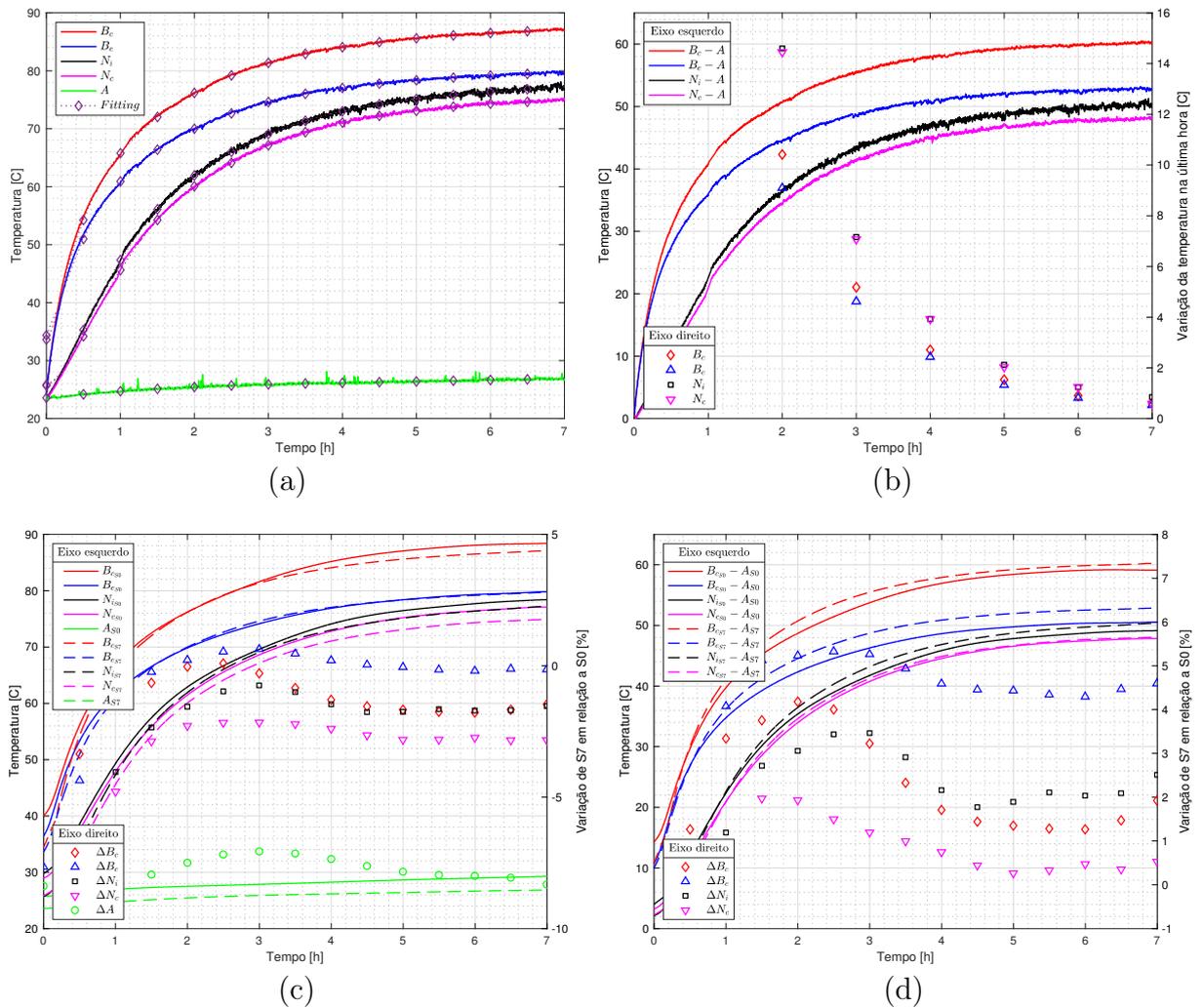


Figura D.11 – Medições de temperatura para o caso S_7 . (a) Temperaturas medidas. (b) Regime permanente térmico após exclusão da temperatura ambiente. (c) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 . (d) Comparação da variação de temperatura com o caso S_0 após exclusão da temperatura ambiente.

Anexos

ANEXO A

ALGORITMO INVERSO DO MODELO G DE HISTERESE

O Algoritmo inverso do modelo G de histerese é apresentado na Figura A.1 [48].

```
Data:  $a, b, c, H_{coer}, B_i, B_{i+1}$  and  $H_i$ .  
Result:  $H_{i+1}$ .  
begin  
  /* Choose  $p_a, p_b$  e  $q$   
  if  $(B_{i+1} - B_i) > 0$  then  
    |  $i_{asc} = 1$   
  else  
    |  $i_{asc} = 0$   
  end  
   $dist_i = f(H_i - H_{coer}) - B_i$   
   $dist_s = f(H_i + H_{coer}) - B_i$   
  if  $(dist_i * dist_s) > 0$  then  
    |  $i_{cr} = 1$   
  else  
    |  $i_{cr} = 0$   
  end  
  if  $i_{cr} == 1$  then  
    | if  $i_{asc} == 1$  then  
      |  $H_{i+1} = (dH/df(H_i - H_{coer}))(B_{i+1} - B_i) + H_i$   
    | else  
      |  $H_{i+1} = (dH/df(H_i + H_{coer}))(B_{i+1} - B_i) + H_i$   
    | end  
  else  
    | if  $i_{asc} == 1$  then  
      |  $d_s = |dist_s|/(|dist_i| + |dist_s|)$   
      |  $p = (p_a - p_b)/d_i + p_b$   
      |  $\beta_i = df(H_i - H_{coer})/dH$   
      |  $\beta_p = \beta_i p^q$   
    | else  
      |  $d_i = |dist_i|/(|dist_i| + |dist_s|)$   
      |  $p = (p_a - p_b)/d_s + p_b$   
      |  $\beta_i = df(H_i + H_{coer})/dH$   
      |  $\beta_p = \beta_i p^q$   
    | end  
    |  $H_{i+1} = (1/\beta_p)(B_{i+1} - B_i) + H_i$   
  end  
end
```

Figura A.1 – Algoritmo inverso do modelo G de histerese [48].

