



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS TRINDADE

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Gerlan Silva da Silva

O Estado da Arte da Pesquisa em Educação Probabilística na Escola Básica

Florianópolis
2023

Gerlan Silva da Silva

O Estado da Arte da Pesquisa em Educação Probabilística na Escola Básica

Dissertação submetida ao Programa de Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Profa. Regina Célia Grando, Dra.

Florianópolis
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silva, Gerlan Silva da

O Estado da Arte da Pesquisa em Educação Probabilística
na Escola Básica / Gerlan Silva da Silva ; orientadora,
Regina Célia Grandó, 2023.

270 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós
Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis,
2023.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Revisão
Sistemática. 3. Ensino de Probabilidade. 4. Educação
Probabilística. 5. Estado da Arte. I. Grandó, Regina Célia.
II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

Gerlan Silva da Silva

O Estado da Arte da Pesquisa em Educação Probabilística na Escola Básica

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 4 de Maio de 2023,
pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Profa Celi Espasandin Lopes, Dra.
Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC Campinas

Profa Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, Dra.
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Profa Roberta Schnorr Buehring, Dra.
Prefeitura Municipal de Florianópolis - PMF

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Profa Regina Célia Grando, Dra.
Orientadora

Florianópolis, 2023.

Este trabalho é dedicado à minha família e a todos que me apoiaram ao longo desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, mesmo que às vezes eu questione a sua existência, por ter me dado força, coragem, inspiração e discernimento em todo o caminho da minha vida acadêmica. Foram muitos os momentos de dificuldade, de dúvidas, de incertezas e de medos, mas em todos eles eu senti a sua presença ao meu lado, me guiando, me amparando e me fortalecendo. Só tenho a agradecer por todo o apoio divino que recebi, por todas as bênçãos que me foram concedidas e por todas as oportunidades que tive de crescer e aprender. Que essa jornada continue sendo abençoada e guiada pela sua infinita sabedoria e amor. Muito obrigado, meu Deus!

Agradeço também à vida pela oportunidade e o privilégio de conhecer lugares maravilhosos que morei e visitei durante a escrita dessa dissertação, como Florianópolis, Viçosa, Ouro Preto, Belo Horizonte, Goiânia e Cuiabá. Foi uma experiência incrível e enriquecedora, mesmo que muitas vezes as pessoas tenham me achado corajoso ou até mesmo louco por viajar para lugares desconhecidos. Agradeço por todas as aventuras e experiências que vivi durante essas viagens, que contribuíram para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

Quero agradecer de coração à minha mãe, Maria das Graças, e ao meu pai, Ivan Nascimento, por todo o apoio financeiro e emocional que me deram durante esses dois anos de dedicação exclusiva ao mestrado. Sei que tive o privilégio de apenas "estudar" durante toda a minha vida acadêmica, e isso só foi possível graças ao esforço e ao sacrifício de vocês. Agradeço também pelas mensagens de amor, de carinho, de fé e de persistência nos momentos em que eu demonstrava não estar bem, principalmente no ano de 2021, quando estive longe de casa. Suas palavras me deram forças para continuar, mesmo nos momentos mais difíceis. Sei que não seria capaz de chegar até aqui sem o amor e o apoio incondicional de vocês. Obrigado por tudo!

Agradeço também aos meus irmãos Geovane Silva, Gean Silva e Ilana Silva por todo o apoio e paciência durante esses dois anos de dedicação exclusiva ao mestrado. Mesmo nos momentos em que eu não estava tão acessível, vocês estiveram presentes, aguentando as minhas patadas e mantendo a luz da cozinha acesa enquanto eu madrugava escrevendo essa pesquisa. Obrigado por acreditarem em mim e me encorajarem a seguir em frente.

Gostaria de expressar minha sincera gratidão à Roberta Schnorr por todo o apoio e ajuda durante o meu mestrado. Desde o início você esteve presente, lendo meu projeto, dando sugestões e me ajudando com as disciplinas. Compartilhou comigo sua experiência e

conhecimento, o que foi fundamental para o sucesso da minha pesquisa. Além disso, o seu carinho e preocupação em momentos difíceis me fizeram sentir apoiado e encorajado a seguir em frente. Não poderia ter chegado até aqui sem você. Muito obrigado por tudo! Também gostaria de agradecer-lá por ter aceitado fazer parte da minha banca examinadora. Por tantos motivos, não poderia ficar de fora dessa etapa tão especial da minha vida acadêmica, a defesa da dissertação. E agradeço à Roberta, ainda, por indicar a professora Regina para orientar meu trabalho de mestrado. Eu não poderia imaginar que teria uma orientadora tão inspiradora e maravilhosa como a Regina. Muito obrigado por tudo!

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha orientadora Regina Célia Grando, por sua bondade, compreensão, carinho e respeito durante todo o processo de orientação desta dissertação. Sua paciência e apoio foram fundamentais para que eu acreditasse em mim mesmo e em minha capacidade de concluir este trabalho. Nos momentos difíceis, quando pensei que não daria tempo ou não seria capaz, sua presença foi essencial, trazendo consolo e alívio à minha ansiedade e solidão. Agradeço de coração a sua dedicação e empenho em minha formação acadêmica, e espero poder continuar contando com sua orientação em minha trajetória como pesquisador.

Gostaria também de expressar minha gratidão à banca examinadora, composta pelas professoras Celi Espasandin Lopes, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos e Roberta Schnorr Buehring, especialistas no campo da Educação Estatística, pelo aceite da participação da minha banca de qualificação, e agora na defesa, e pelas palavras e artigos inspiradores que compartilharam ao longo dessa jornada. O conhecimento e experiência que vocês trouxeram foram fundamentais para o aprimoramento da minha pesquisa e para a minha formação como pesquisador. Obrigado pelo tempo, dedicação e pela oportunidade de aprendizado que me proporcionaram.

Quero expressar minha profunda gratidão aos meus amigos João, Raone, Misllayn e Helena pela recepção tão calorosa que tive na república durante minha estadia em Florianópolis. Agradeço ao João pelas deliciosas comidas compartilhadas, pelos bolos que fizemos juntos nos momentos de ansiedade e pelas longas conversas que tivemos sempre que chegávamos da UFSC. Agradeço também a Misllayn por sua doçura e gentileza, e por estar sempre disposta a ajudar, incluindo o grande auxílio quando eu precisava embalar meu computador para carregá-lo em uma longa viagem até Santarém, Pará. Agradeço a todos vocês pelas inúmeras e enriquecedoras conversas que tivemos na cozinha, tornando meus dias mais leves e felizes. Vocês fizeram uma diferença enorme na minha vida durante essa jornada. Muito obrigado!

Agradeço também à minha colega Angélica Laurent por ter sido uma presença tão importante em um momento tão difícil para mim. Quando me encontrava em Florianópolis, deitado e sem ânimo para continuar a escrever a dissertação, sentindo pânico, medo e insegurança, liguei para a primeira pessoa do grupo de pesquisa que encontrei, a Angélica. Tivemos uma conversa que durou quase duas horas, onde ela conseguiu me acalmar, tentando entender o que eu estava passando, o que eu estava pesquisando e o que estava me angustiando. Ela me deu dicas de como eu poderia voltar a escrever e transmitiu mensagens de conforto, mesmo estando a milhares de quilômetros de distância, em João Pessoa, Paraíba. Agradeço por sua disponibilidade e por ter me ajudado a superar aquele momento difícil.

Quero agradecer à Eliandra Pires e à Raquel Santos por abrirem meus olhos para a análise de dados qualitativos com o *Atlas.ti* e pelos áudios de socorro nos momentos de dúvidas e angústias durante a pesquisa.

Aos amigos do Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Formativos em Educação Matemática (GEPPROFEM), que sempre estiveram ao meu lado, me auxiliando durante essa pesquisa.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) que tive oportunidade de conhecer.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Às/os professoras/es do programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

À CAPES-PROEX e à FAPESC, pelo apoio financeiro durante o período de mestrado

Por fim, quero agradecer a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho. Agradeço aos professores, colegas, amigos e familiares que me apoiaram e incentivaram ao longo dessa jornada. Cada palavra de encorajamento, cada gesto de carinho e cada ato de apoio foram fundamentais para o meu sucesso.

Espero que este trabalho possa contribuir para o avanço da ciência e para a melhoria da educação em nosso país. Que possamos continuar trabalhando juntos em busca de um futuro melhor para todos.

Muito obrigado a todos!

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 1996, p. 32).

RESUMO

Nosso objetivo nesta pesquisa é inventariar, sistematizar, descrever e analisar a pesquisa acadêmica brasileira sobre o ensino e a aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica, produzida no âmbito dos programas de pós-graduação, na área de Educação e Ensino, evidenciando suas principais tendências temáticas e aspectos teórico-metodológicos. Essa investigação se caracteriza metodologicamente como qualitativa quanto à abordagem, de natureza exploratória, quanto aos seus objetivos, e bibliográfica, considerando os seus procedimentos de produção e análise dos dados. O mapeamento das pesquisas, como fonte de dados, foi realizado de forma totalmente digital, através do Catálogo de teses e dissertações da CAPES, da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), e de acervos de currículos da plataforma *Lattes*. Essas buscas nos retornaram um total de 99 teses e dissertações, defendidas no Brasil no período de maio de 1994 a junho de 2021, que relacionam e articulam a Educação Probabilística na Escola Básica como objeto de estudo. Essas pesquisas foram organizadas no gerenciador de referências *Mendeley* com a identificação dos seus respectivos metadados, exportadas para o programa de análise de dados qualitativos MAXQDA e codificadas com base nos seguintes elementos presentes na ficha de leitura das pesquisas: ano de defesa, nome do autor, titulação acadêmica, nome do orientador, instituição de ensino, programa de pós-graduação, banca examinadora, objetivo/problema/questão norteadora, conteúdo focado, foco temático, sujeitos e contextos investigados, metodologia, procedimentos metodológicos, instrumentos de produção de dados, principais resultados obtidos, contribuições e referencial teórico. Por meio da análise das pesquisas, identificamos sete núcleos temáticos principais. Os mais frequentes: "TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem da probabilidade", com um total de 19 pesquisas; e "Metodologias de Ensino", com 20 pesquisas. A partir desses estudos encontrados (78 dissertações e 21 teses) sobre Educação Probabilística na Escola Básica, percebemos um aumento considerável do interesse dos pesquisadores no referido tema, desde 2007. As cinco regiões do Brasil apresentaram trabalhos de pesquisa (com ênfase na região Sudeste) e São Paulo concentrou a maior parte dos trabalhos. 31 universidades brasileiras foram identificadas como produtoras de teses e dissertações sobre Educação Probabilística, com destaque para a PUC/SP. O programa de Educação Matemática apresentou o maior número de trabalhos defendidos, com 55 orientadores identificados e 16 pesquisadores/orientadores centrais na produção nacional. Quanto aos principais resultados dos núcleos temáticos, a categoria "TIC e outros recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem da probabilidade" investigou o uso de materiais manipulativos e jogos educativos para explorar conceitos de probabilidade em diferentes níveis de ensino. O objetivo desses estudos foi tornar o ensino mais atrativo e interativo, bem como examinar a influência desses recursos na aprendizagem de conceitos de probabilidade e interações entre alunos e materiais. Na subcategoria "Metodologias de Ensino", o objetivo foi identificar estratégias e recursos pedagógicos para o ensino de conceitos de probabilidade na Educação Básica, analisando as possibilidades de metodologias ativas e participativas, o papel do professor na construção do conhecimento e o potencial de situações contextualizadas para o ensino de conceitos de probabilidade. No geral, as investigações têm se focado em identificar as principais dificuldades dos alunos em compreender o conceito de probabilidade e em propor estratégias de ensino para melhorar seu aprendizado nessa área.

Palavras-chave: Revisão Sistemática. Ensino de Probabilidade. Educação Probabilística. Estado da Arte. Produção Científica.

ABSTRACT

Our goal in this research is to inventory, systematize, describe, and analyze Brazilian academic research on the teaching and learning of Probability in Basic Education, produced within the scope of postgraduate programs in the field of Education and Teaching, highlighting their main thematic trends and theoretical-methodological aspects. This investigation is characterized methodologically as qualitative in approach, exploratory in nature regarding its objectives, and bibliographic considering its data production and analysis procedures. The mapping of the research, as a data source, was entirely carried out digitally, through the Catalog of theses and dissertations from CAPES, the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), and the *Lattes* platform curriculum repositories. These searches returned a total of 99 theses and dissertations, defended in Brazil from May 1994 to June 2021, which relate and articulate Probabilistic Education in Basic School as the object of study. These research works were organized in the reference manager *Mendeley*, with the identification of their respective metadata, exported to the qualitative data analysis program *MAXQDA*, and coded based on the following elements present in the research reading form: year of defense, author's name, academic degree, advisor's name, educational institution, postgraduate program, examination board, objective/problem/guiding question, focused content, thematic focus, subjects and investigated contexts, methodology, methodological procedures, data production instruments, main results obtained, contributions, and theoretical framework. Through the analysis of the research, we identified seven main thematic clusters. The most frequent ones were: "ICT and other didactic resources for the teaching and learning of probability," with a total of 19 research works, and "Teaching Methodologies," with 20 research works. Based on these studies found (78 dissertations and 21 theses) on Probabilistic Education in Basic School, we noticed a considerable increase in researchers' interest in the mentioned theme since 2007. All five regions of Brazil presented research works (with emphasis on the Southeast region), and São Paulo concentrated the majority of the works. 31 Brazilian universities were identified as producers of theses and dissertations on Probabilistic Education, with PUC/SP standing out. The Mathematics Education program presented the highest number of defended works, with 55 identified advisors and 16 central researchers/advisors in national production. As for the main results of the thematic clusters, the category "ICT and other didactic resources for the teaching and learning of probability" investigated the use of manipulative materials and educational games to explore probability concepts at different levels of education. The aim of these studies was to make teaching more attractive and interactive, as well as examine the influence of these resources on the learning of probability concepts and interactions between students and materials. In the "Teaching Methodologies" subcategory, the objective was to identify strategies and pedagogical resources for teaching probability concepts in Basic Education, analyzing the possibilities of active and participatory methodologies, the teacher's role in knowledge construction, and the potential of contextualized situations for teaching probability concepts. In general, the investigations have focused on identifying the main difficulties students face in understanding the concept of probability and proposing teaching strategies to improve their learning in this area.

Keywords: Systematic Review. Probability Education. Probabilistic Education. State of the Art. Scientific Production.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Linha do tempo sobre o desenvolvimento histórico da Teoria da Probabilidade (950 D.C – 1933).	50
Figura 2 – Representação de uma criança brincando com o astrágalo (imagem esquerda) e a configuração das possíveis pontuação no seu lançamento.	52
Figura 3 – Extrato de um manuscrito medieval que descreve cálculos probabilísticos	56
Figura 4 – Simulação do lançamento de uma moeda	78
Figura 5 – Diferentes significados de probabilidade	84
Figura 6 – Os cinco grandes focos para a aquisição da Linguagem Probabilística	98
Figura 7 – Bases de dados consultadas para a constituição do <i>corpus</i> da pesquisa	122
Figura 8 – Etapas seguidas para a construção do estado da arte dessa dissertação	124
Figura 9 – Condução do processo de seleção, inclusão e exclusão das teses e dissertações..	126
Figura 10 – Ficha de leitura construída para analisar as teses e dissertações.....	134
Figura 11 – <i>Software</i> utilizado para organizar o material de análise com os seus respectivos metadados	135
Figura 12 – Interface de usuário do MAXQDA	137
Figura 13 – Mapa de codificação da tese da Jaqueline A. F. L. Santos utilizando o modelo de um caso	138
Figura 14 – Distribuição geográfica (Regiões/Estados) de teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica no Brasil (1994-2022).....	145

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Resultados prováveis para as somas 9 e 10	59
Quadro 2 – Conteúdos e Habilidades orientadas para serem ensinadas na Educação Básica de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais.	87
Quadro 3 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	89
Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental	90
Quadro 5 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio.....	91
Quadro 6 – Modelo para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico.....	94
Quadro 7 – Modalidades de Revisão Sistemática segundo Fiorentini et al. (2018).....	105
Quadro 8 – Quantitativo de pesquisas que realizaram revisões sistemática no campo da Educação Estatística e Probabilística.	114
Quadro 9 - Investigações que realizaram estudos de revisão sobre Educação Probabilística	118
Quadro 10 – Teses e dissertação sobre Educação Probabilística na Escola Básica (1994-2021).	127
Quadro 11 – Distribuição das teses e dissertações em Educação Probabilística na Escola Básica por Núcleos temáticos e Subtemas (1994 – 2021)	140
Quadro 13 – Pesquisas em Educação Probabilística na Educação Básica segundo o tema “TIC e outros recursos para o ensino e aprendizagem de probabilidade”	157
Quadro 14 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Softwares/Computador”.....	162
Quadro 15 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Material Manipulativo e jogos pedagógicos”	164
Quadro 16 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Livro Paradidático”	165
Quadro 17 – Pesquisas em Educação Probabilística na Educação Básica segundo o tema “Metodologias de Ensino”.....	172
Quadro 18 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Sequência Didática/Ensino/Atividades”	177
Quadro 19 – Características teórico-metodológicas das pesquisas do subtema “Resoluções de Problemas”	180

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Associação dos possíveis resultados no lançamento de três dados às respectivas virtudes elencadas pelo bispo Wibold.	54
Tabela 2 – Tipo e modalidade das pesquisas sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021	142
Tabela 3 – Instituições de Ensino Superior das teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 202	146
Tabela 4 – Programas de Pós-Graduação onde foram ondem foram defendidas as teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021	148
Tabela 5 – Produção de teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica segundo alguns orientadores que mais se destacam (1994-2021)	149
Tabela 6 – Principais avaliadoras em bancas de teses e dissertações de pesquisas que envolvem a Educação Probabilística na Escola Básica.....	152
Tabela 7 – Distribuição das teses e dissertações em Educação Probabilística ne Educação Básica de acordo com os núcleos temáticos/subtemas mais frequentes	155

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Níveis de abordagens das Unidades Temáticas de Matemática (BRASIL, 2018) que devem ser consideradas na escola básica brasileira.....	89
Gráfico 2 – Evolução temporal das 99 teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CFI	Centro de Formação Interdisciplinar
CPADC	Centro Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico
COPAM	Congresso Pan-Amazônico de Matemática
CTD	Catálogo de Teses e Dissertações
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
FURB	Fundação Universidade Regional de Blumenau
GEPFPM	Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática
ICEN	Instituto de Ciências Exatas e Naturais
IES	Instituições de Ensino Superior
IFG	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
IFPA	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
LAPMAT	Laboratório de Aplicações Matemática
LIMF	Licenciatura Integrada em Matemática e Física
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escola Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PIEC	Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências
PPGP	Programa de Pós-Graduação em Psicologia
PPGCP	Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
PPGCEM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PUC/RS	Pontifícia Universidade Católica de Rio Grande do Sul
PUC/SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SIPEM	Seminários Internacional de Pesquisas em Educação Matemática
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TICs	Tecnologias da Informação e Comunicação
THA	Trajectoria Hipotética de Aprendizagem
UCB	Universidade Católica de Brasília
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEPA	Universidade do Estado do Pará
UEPB	Universidade do Estado da Paraíba
UFPA	Universidade Federal do Pará
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
UFABC	Universidade Federal do ABC
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFES	Universidade Federal do Espírito Santos
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UFN	Universidade Francisca
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
UFOPA	Universidade Federal do Oeste do Pará
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UFTM	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
UNB	Universidade de Brasília
UNESP	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
UNIAN/SP	Universidade Anhanguera de São Paulo
UNICAMP	Universidade de Campinas
UNICSUL/SP	Universidade Cruzeiro do Sul/São Paulo
UNIGRANRIO	Universidade do Grande Rio
USF	Universidade de São Francisco

USP

Universidade de São Paulo

UFTPR

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1	CONEXÕES COM O OBJETO DE ESTUDO: TRAJETÓRIA PESSOAL, ESTUDANTIL E ACADÊMICA	34
1.1	TRAJETÓRIA ESTUDANTIL E A ESCOLHA PELA LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA.....	34
1.2	IDAS E VINDAS NA VIDA ACADÊMICA	37
1.3	INGRESSO NO MESTRADO E A CONSTRUÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA	42
2	PROBABILIDADE EM QUESTÃO: PERCURSO HISTÓRICO, SIGNIFICADOS E EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA	48
2.1	UM BREVE PANORAMA HISTÓRICO SOBRE A TEORIA DA PROBABILIDADE	48
2.1.1	Pré-História da Probabilidade: dos tempos remotos aos estudos de Galileu.	51
2.1.2	De cartas a cálculos: o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade por Fermat, Pascal e Huygens	60
2.1.3	Desenvolvimento da Probabilidade Clássica.....	62
2.1.4	Período Moderno da Probabilidade.....	68
2.2	SIGNIFICADOS DA PROBABILIDADE.....	73
2.2.1	Significado Intuitivo da Probabilidade.....	73
2.2.2	Significado Laplaciano da Probabilidade.....	75
2.2.3	Significado Frequencial da Probabilidade	76
2.2.4	Significado Subjetivo da Probabilidade	79
2.2.5	Significado Matemático-Axiomático da Probabilidade	81
2.3	EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NA ESCOLA BÁSICA	85
2.4	DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA ATRAVÉS DA LINGUAGEM PROBABILÍSTICA	93
3	COMPREENDENDO AS PESQUISAS DO TIPO ESTADO DA ARTE: CAMINHOS E POSSIBILIDADES.....	101

3.1	CONCEITOS, DIFERENÇAS, CARACTERÍSTICAS, POSSIBILIDADES E LIMITES.....	101
3.2	REVISÃO DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA EM EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NO BRASIL.....	113
4	CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	120
4.1	CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	120
4.2	DELIMITAÇÃO DO PERÍODO E SELEÇÃO DAS TESES E DISSERTAÇÕES	121
4.3	ETAPAS DESENVOLVIDAS PARA OS PROCEDIMENTOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	124
5	MAPEAMENTO DAS TESES E DISSERTAÇÕES EM EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NA ESCOLA BÁSICA	142
5.1	DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL DAS PESQUISAS	142
5.2	DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DAS PESQUISAS	144
5.3	INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR ENVOLVIDAS NAS PESQUISAS	146
5.4	PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO ONDE AS PESQUISAS FORAM DEFENDIDAS	148
5.5	ORIENTAÇÃO DAS PESQUISAS	149
5.6	BANCA EXAMINADORA DAS PESQUISAS.....	151
6	“UM POSSÍVEL OLHAR” DAS TENDÊNCIAS TEMÁTICAS E DOS ENFOQUES TEÓRICO-METODOLÓGICO DAS PESQUISAS	155
6.1	TIC E OUTROS RECURSOS didáticos PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE	156
6.1.1	Problemas e/ou objetivos abordados nas pesquisas.....	158
6.1.2	Referenciais teóricos e procedimentos metodológicos das pesquisas.....	161
6.1.3	Principais resultados e conclusões explicitados pelas pesquisas	166
6.2	METODOLOGIAS DE ENSINO	171
6.2.1	Problemas e/ou objetivos abordados nas pesquisas.....	173
6.2.2	Referências teóricos e procedimentos metodológicos das pesquisas.....	176

6.2.3	Principais resultados e conclusões explicitados pelas pesquisas	181
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	188
	REFERÊNCIAS.....	196
	ANEXO A – Lista dos resumos e referências das 99 teses e dissertações sobre a Educação Probabilística na Escola Básica, organizadas por ordem alfabética	209

1 CONEXÕES COM O OBJETO DE ESTUDO: TRAJETÓRIA PESSOAL, ESTUDANTIL E ACADÊMICA

Expomos neste relatório de pesquisa desdobramentos e resultados de uma dissertação de mestrado, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis-SC, junto à linha de pesquisa “Ensino e Aprendizagem das Ciências”.

Desta forma, esta dissertação visa mapear, descrever e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo o ensino e a aprendizagem de probabilidade na Educação Básica, produzidas no período de maio 1994 a junho de 2021, em programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da Capes. Assim, realizamos uma ampla revisão sistemática do tipo “Estado da Arte”, a fim de compreendermos os movimentos que esse campo de pesquisa tem tomado ao longo dos anos na produção científica brasileira, revelando, notadamente, as principais características teórico-metodológicas e suas contribuições para a área. Interessa-nos, também, compreender as lacunas existentes nesse campo de investigação e trazer, dessa forma, contribuições para o campo de investigação e de práticas em Educação Probabilística.

Julgamos importante apresentar alguns aspectos pessoais e acadêmicos do professor-pesquisador, que influenciaram (in)diretamente a escolha do objeto de pesquisa. Essa reflexão se faz necessária, uma vez que define com quais lentes e em quais escolhas estarei¹ debruçado na análise das pesquisas. As minhas leituras, minha história e identidade docente permeiam as minhas escolhas na seleção dos aspectos presentes nas pesquisas, bem como na seleção das categorias de análise. Isto posto, descrevo também algumas vivências que considero pertinentes à minha constituição como pesquisador, as quais relatarei a seguir.

1.1 TRAJETÓRIA ESTUDANTIL E A ESCOLHA PELA LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA

Durante meu Ensino Fundamental (2003-2010), não fui um aluno que tirava notas boas em Matemática. Para mim, as aulas de Matemática equivaliam a um castigo que eu deveria aguentar a qualquer custo para não ser reprovado. Estas se resumiam a ler o que constava no

¹ Optamos por escrever o texto em primeira pessoa do singular nos momentos em que nos referimos à trajetória do professor-pesquisador. Quando nos referimos à pesquisa como um todo, utilizamos a primeira pessoa do plural.

livro da disciplina e a ouvir o professor explicar e resumir no quadro as principais equações que utilizaríamos para resolver todos os exercícios daquele conteúdo. Tudo era feito de forma muito mecanizada, fragmentada e descontextualizada, sem a devida justificativa das etapas realizadas para resolver os exercícios. Decorávamos diversas fórmulas para ter sucesso nas avaliações. No fim, em virtude de tanto nervosismo e ansiedade, ninguém lembrava de nada na hora de realizar as atividades e provas, principalmente eu.

No ensino Médio não foi muito diferente, porém, os professores abordavam os conteúdos de forma mais clara e explicavam o surgimento da equação e das variáveis que a compunham. Lembro-me que, nas primeiras duas semanas de aulas de Matemática do 1º ano (2011) do ensino Médio, a professora fez uma intensa revisão de alguns conteúdos (potenciação, radiciação, divisão, entre outros) nos quais os alunos apresentaram ter bastante dificuldade. Foram aulas tão tranquilas e proveitosas que me fizeram, aos poucos, gostar da Matemática. A partir delas, passei, de fato, a entender muito daquilo que eu deveria ter aprendido durante o Ensino Fundamental. Ao longo do ano, os aprendizados foram tantos que o medo da Matemática sumiu aos poucos. Hoje, isso me possibilita refletir sobre o medo daquilo que desconhecemos. Compreender Matemática possibilita empoderamento, o que traz segurança e até afeição.

No 2º ano (2012) do Ensino Médio tínhamos aulas com outro professor de Matemática. Um professor apaixonado pela sua área e suas demonstrações. Conseguia perceber isso a cada aula ministrada por ele e nos desafios que nos propunha resolver semanalmente. Os problemas eram tão instigantes, que passávamos uma tarde inteira discutindo diferentes formas de solucioná-los, sem precisar recorrer a equações prontas disponíveis nos livros didáticos. Esse professor também foi responsável por convidar a equipe de bolsistas do Clube de Matemática, coordenado pelo Laboratório de Aplicações Matemática (LAPMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), para viabilizar o debate e o desenvolvimento de atividades motivadoras voltadas ao ensino da Matemática, para alunos com dificuldades de aprendizagem ou resistências à mesma.

Recebi o convite do professor e decidi participar do Clube, que ocorria duas vezes na semana. As atividades desenvolvidas durante todo o semestre abrangiam construções geométricas com régua e compasso, jogos de raciocínio como Sudoku, Xadrez, *Tangram*, e exercícios de Olimpíadas de Matemática. Ademais, oferecia-se aula de reforço para os alunos participantes. À vista disso, entendi que era possível aprender Matemática de forma recreativa e divertida, o que acabou despertando em mim ainda mais a curiosidade e o gosto pela disciplina, além de contribuir para que eu me sentisse “capaz” de aprender.

Já no último ano do ensino Médio (2013), as aulas de Matemática tiveram um enfoque totalmente conteudista, com base nos assuntos que mais foram abordados nas provas anteriores do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Ou seja, o professor tinha que ensinar os conteúdos que estavam no cronograma da escola e, paralelamente a isso, fazer uma revisão para o vestibular. Nesse tempo eu nem tinha ideia do que era o ENEM, quais universidades públicas e privadas existiam em Santarém - PA, e muito menos sabia qual curso pretendia escolher caso fosse aprovado. Eu estava mais preocupado em terminar o Ensino Médio e praticar esportes na quadra da escola.

Certo dia, durante o horário do recreio, por obra do acaso, conheci duas meninas do PIBID de Física da UFOPA que realizavam o Estágio Supervisionado nas turmas do Ensino Médio. Elas vestiam blusas azuis que continham a caricatura do Albert Einstein e o nome Física Ambiental, o que me chamou atenção. Dessarte, de forma muito espontânea e curiosa, comecei a fazer várias perguntas para elas: que curso vocês fazem? Onde vocês estudam? O curso que vocês estudam é muito difícil? Vocês querem ser professoras? Vocês vão estagiar na minha sala? Não vão ficar com medo de dar aula? Como vocês fizeram para ingressar nesse curso? A faculdade é paga? Passamos todo o intervalo conversando sobre o curso, inclusive, outros alunos também se sentaram à mesa para ouvi-las falar. No entanto, durante esse diálogo quase que interminável, elas disseram que a sua turma era a última do curso de Física Ambiental e que, no ano seguinte, este passaria a ser chamado de Licenciatura Integrada em Matemática e Física. Naquele momento fiquei muito contente em saber que, no ano seguinte, seria ofertado um curso que envolvia duas áreas das quais estava gostando muito de estudar no Ensino Médio. Me animava a ideia de saber que, se eu obtivesse uma boa nota no ENEM, poderia cursá-lo.

Naquele mesmo ano, a minha turma foi convidada pela UFOPA a participar do Salão de Orientação Profissional, em que os alunos do curso de graduação, juntamente com seus professores, apresentavam os cursos disponibilizados pela universidade no processo seletivo regular ofertado todos os anos, para os quais o ingresso se dava mediante nota do ENEM. Além de visitarmos as salas de alguns cursos (dos apresentados, a maioria era de Engenharia e Agrárias), desfrutamos da oportunidade de visitar alguns laboratórios dos cursos de Geologia e Ciências da Computação. No entanto, nenhuma daquelas profissões me agradava. Eu permanecia interessado em cursar a Licenciatura Integrada em Matemática e Física.

Meses depois, fiz uma péssima prova do ENEM. O resultado foi, então, divulgado. Se tratava de uma nota muito baixa, a qual me dava certeza de que não concorreria a uma vaga no curso de Matemática e Física da UFOPA. Depois de um tempo a universidade divulgou as listas dos aprovados e meu nome não aparecia nem na lista de espera. Portanto, o que me restava era

estudar novamente todos os conteúdos do ensino Médio para ter outra chance e melhorar meu desempenho.

No ano seguinte, em 2014, após passar um ano estudando na Biblioteca Pública Municipal de Santarém, consultar diversos livros de vestibular, bem como assistir vídeos aula na internet, obtive uma nota suficiente no ENEM para ser aprovado na 3ª chamada do Curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física da UFOPA. Lembro que, quando saiu a lista dos aprovados, em fevereiro de 2015, eu estava na Biblioteca Municipal estudando para o ano seguinte, caso eu não fosse aprovado. Foi um momento de muita alegria e sentimento de dever cumprido, pois um sonho começava a se realizar.

1.2 IDAS E VINDAS NA VIDA ACADÊMICA

Em março de 2015, após os trâmites das documentações que deveriam ser entregues à universidade, recebi o número da matrícula e me tornei efetivamente um graduando do Curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física (LIMF) da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Naquele momento eu sentia uma mistura de sentimentos bons e ruins. Tinha medo, por exemplo, de não ser capaz o suficiente para estar ali, de reprovar em alguma disciplina, de não corresponder às expectativas dos professores e das pessoas que sabiam que eu tinha sido aprovado na UFOPA.

As aulas do primeiro semestre iniciaram e eu tentei me adaptar ao ritmo acelerado com que os conteúdos eram ministrados e com a quantidade de textos para ler, das oito disciplinas² oferecidas naquela época pelo Centro de Formação Interdisciplinar³ (CFI). Estas disciplinas foram muito importantes para a minha formação acadêmica e humanística, visto que me ajudaram a: compreender alguns aspectos da região Amazônica; entender os elementos que constituem um projeto de pesquisa; aprender estatística descritiva básica; elaborar resumos, resenhas e fichamentos de artigos; elaborar forma de trabalhos acadêmicos, assim como de *slides*; discutir a produção e difusão do conhecimento científico no interior da Amazônia; e vivenciar experiências na comunidade surda.

² As disciplinas eram: Estudos Integrativos da Amazônica; Interação na Bases Real; Introdução à Estatística; Língua Brasileira de Sinais; Origem e Evolução do Conhecimento; Seminários Integradores; Semiótica e Língua Portuguesa; e Tecnologias da Informação e Comunicação.

³ Módulos de formação interdisciplinar que eram ofertados para todos os cursos de graduação da UFOPA durante o primeiro semestre.

Nesse mesmo semestre tive meu primeiro contato com a disciplina de Estatística na graduação. Lembro que, nela, o professor utilizou um livro de Estatística Básica para Economistas e solicitou que lêssemos um capítulo que discutia a leitura e a interpretação de vários tipos de gráficos, e que discorria sobre como estes podem ser utilizados para repassar uma informação equivocada ao leitor. Além disso, também nos foi ensinado um pouco sobre estatística descritiva e a elaboração de gráficos e tabelas no *software* de planilhas eletrônicas *Excel*. O pouco do que foi mostrado nessa disciplina despertou em mim o desejo de compreender ainda mais sobre a área, de saber se existiam outros programas voltados à construção daqueles gráficos personalizados que sempre aparecem nos meios de comunicação (infográficos) e de entender como se faz a interpretação dos dados. Os conhecimentos adquiridos nessa disciplina foram essenciais para as atividades realizadas durante toda a graduação.

Nesse mesmo semestre, fui convidado por uma colega para conhecer a sala do LAPMAT, local onde acontecia o planejamento das atividades do Clube de Matemática e do PIBID da mesma disciplina, do qual eu fui aluno durante o Ensino Médio. Depois de alguns dias verificando a rotina dos bolsistas, resolvi frequentar as atividades desenvolvidas por eles em uma turma de 9º ano de uma escola Pública de Ensino Fundamental e Médio da cidade de Santarém. Foram desenvolvidas atividades de Matemática que envolviam xadrez, ensino de frações e régua e compasso. Fui voluntário no Clube durante alguns meses e, devido ao acúmulo de trabalhos finais do semestre, optei pelo meu afastamento para que eu não ficasse pendente nas disciplinas.

No terceiro semestre, fui bolsista de Extensão do projeto “Planetário Móvel da UFOPA” do Centro Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico (CPADC). Nesse projeto eu era responsável por realizar atividades relacionadas ao ensino, à pesquisa e à difusão científica da área de Astronomia para a Educação Básica. Durante o período em que fui bolsista, realizamos algumas sessões públicas e particulares do Planetário Móvel, estudamos alguns livros da área e efetuamos um balanço geral das ações desenvolvidas pelo CPADC ao longo dos últimos anos. As atividades não aconteciam em horários específicos e, à vista disso, resolvi pedir o desligamento da bolsa, uma vez que eu não mais conseguia conciliá-la com os meus estudos da graduação.

Em 2017, já no quinto semestre, após auxiliar alguns amigos do Curso de Licenciatura Integrada em Biologia e Química a desenvolver um recurso didático (Baralho Químico) que serviria de apoio ao ensino de Química Orgânica, recebi o convite da coordenadora do PIBID de Química para atuar como bolsista em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola

pública. Atuei nesse projeto por mais de nove meses e, através dele, eu e meus colegas apresentamos uma síntese das ações desenvolvidas na Jornada Acadêmica UFOPA, evento que acontece anualmente, geralmente, no mês de outubro. Nesse evento também apresentamos uma pesquisa que avaliou as dificuldades dos alunos em conteúdos de Química Orgânica.

Nesse mesmo semestre, durante a disciplina de Estágio Supervisionado II (Física e Matemática no Ensino Fundamental II), tive o privilégio de conhecer a professora Dr^a Lilian Cristiane Almeida dos Santos⁴ (docente da disciplina) que, naquele período, tinha acabado de retornar do doutorado, do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências (PIEC) da Universidade de São Paulo (USP). Nas primeiras aulas, ela me contou um pouco sobre sua trajetória acadêmica no ensino de Física e sobre as temáticas de suas pesquisas, me levando a pensar em possíveis caminhos a trilhar depois de concluir a graduação. Antes dessa conversa eu não fazia ideia do que era um curso de mestrado ou de doutorado, muito menos do que era preciso para ingressar e permanecer nestes, tal como concluí-los. Após essa reflexão provocada pela professora Lilian, passei a ficar atento aos processos seletivos de mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, mesmo ainda distante de terminar a licenciatura.

Ainda em 2017, participei novamente como voluntário das atividades do Clube de Matemática e do PIBID de Matemática, que desta vez eram realizadas com alunos do 1º ano do Ensino Médio técnico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) - Campus Santarém. Não muito diferente da outra vez, a cada encontro do Clube era entregue aos alunos um roteiro no qual continha o planejamento das atividades que pretendíamos desenvolver, os objetivos, a metodologia e os recursos didáticos que seriam problematizados. Por exemplo: planejávamos realizar uma atividade de construções geométricas, para tanto, registrávamos o que seria abordado, neste caso, alguns conceitos de geometria como reta, circunferência, mediatriz, e os materiais necessários como a régua, compasso, esquadro, e assim por diante. Todas as atividades do Clube eram inspiradas nos desafios propostos no *site* da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

As atividades experienciadas e desenvolvidas no Clube me ajudaram a pensar em temas que poderiam ser abordados na escrita do pré-projeto de pesquisa da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso I (TCC). Logo, partindo das discussões de uma dessas atividades sobre comparação de frações e, percebendo as dificuldades que os alunos apresentavam ao resolvê-la, decidi escrever um trabalho em que eu pudesse abordar o ensino de frações com o uso do

⁴ Professora de ensino superior no Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7382782107751169>

*software Scratch*⁵, por meio de uma sequência didática. Escrever esse pré-projeto foi muito difícil para mim, pensei até em abandonar a disciplina, pois nunca tinha escrito algo nessa modalidade e, muito menos, lido sobre Educação Matemática. Isto me fez perceber o quanto a minha formação pedagógica era falha, pois, na graduação, não discutíamos questões teórico-metodológicas da pesquisa em Educação.

Em 2018, o nosso curso foi convidado a participar do primeiro Congresso Pan-Amazônico de Matemática (COPAM), organizado pela Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN) da Universidade Federal do Pará. Este congresso tinha como objetivo aproximar professores, estudantes e pesquisadores de Matemática das Instituições de Ensino Superior localizadas na Amazônia Internacional. Lembro-me que, quando o convite foi divulgado na minha turma, eu estava assistindo a uma das aulas de Probabilidade e Estatística, do professor Dr. Rodrigo Medeiros dos Santos⁶, que prontamente se dispôs a ajudar aqueles que apresentariam algum trabalho no evento. Fiquei muito empolgado com o convite, pois seria a minha primeira oportunidade de participar de um evento internacional da área de Matemática. À vista disso, eu e o professor Rodrigo escrevemos um resumo expandido no qual relatávamos, através de uma pesquisa bibliográfica, as potencialidades do programa *Scratch* para o ensino da Matemática. Enviamos o trabalho ao evento e essa foi a minha primeira aproximação com pesquisas bibliográficas no campo da Educação Matemática.

No ano de 2019, participei do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), em Cuiabá, onde apresentei um artigo escrito em parceria com o professor Rodrigo, que buscava discutir os modelos de Licenciatura Interdisciplinar em Matemática e Física atualmente ofertados nas Universidades brasileiras, abordando, principalmente, o caso da Licenciatura Integrada em Matemática e Física da UFOPA. Também apresentei um trabalho escrito, junto com outros colegas do Clube de Matemática, que trazia as concepções de alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública a respeito do uso da calculadora em sala de aula. Participar deste evento foi fundamental para a minha inserção no campo da Educação Matemática e para que eu identificasse e conhecesse temáticas de pesquisa apresentadas por pesquisadores, professores e alunos de mestrado e doutorado dos mais diferentes lugares do Brasil.

⁵ Linguagem de programação visual em formas de blocos, que permite criar histórias, jogos e animações. Disponível: <https://scratch.mit.edu/>.

⁶ Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professor adjunto da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). *Lattes*: <http://lattes.cnpq.br/4147392589407409>.

Em setembro do mesmo ano, eu e o professor Rodrigo participamos de outro evento, o IV Simpósio Lasera Manaus, organizado pelo grupo de pesquisa “Alternativas Inovadoras para o Ensino de Ciências Naturais na Amazônia”, da Universidade do Estado do Amazonas. Para este evento, enviamos um artigo de revisão bibliográfica de trabalhos publicados nos anais das cinco últimas edições do ENEM, na modalidade de mapeamento sistemático, que discutia a utilização de tecnologias no ensino de Matemática.

A partir desses acontecimentos, senti a necessidade de uma maior aproximação com alunos, professores e pesquisadores que discutissem temas relativos à Educação Matemática, que compartilhassem dos ideais nos quais eu acreditava, e que pudessem me oferecer um espaço democrático para discussões sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. Assim sendo, no final do ano de 2019 me associei à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Esta possibilitou que eu tivesse contato com educadores matemáticos de diversas instituições de ensino do Brasil, por meio de formações, *lives*, simpósios, congresso, entre outros.

Já em 2020, último período da graduação, realizei algumas leituras pensando em possíveis temas para escrita do meu TCC, o qual eu já sabia que seria voltado para o ensino de Matemática. No entanto, como a maioria dos alunos de graduação, imaturos e ansiosos, eu sempre pensava em questões muito amplas, que não apresentavam um problema de pesquisa muito claro e em temas que poderiam ser investigados dentro de um ano, não mais. Desta forma, procurei o professor Rodrigo, com intuito de encontrar o tema que seria abordado em nossa pesquisa, e ele me indicou a leitura da sua Tese de Doutorado, que discutiu, através de uma pesquisa sistemática do tipo estado da arte, a configuração da pesquisa brasileira em Educação Estatística produzida no bojo dos programas de pós-graduação *stricto sensu*. O professor sugeriu, ainda, a leitura do livro “Educação Estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática⁷”, de Maria Wodewotzki, Celso Campos e Otávio Jacobini, pela editora Autêntica.

Dessarte, após realizar essas leituras obrigatórias, assistir inúmeras palestras sobre o assunto disponíveis em canais do *Youtube* da SBEM e de diversos Educadores Matemáticos, e depois de construir uma trajetória formativa interdisciplinar que perpassou várias Ciências, pensei que seria interessante realizarmos um estado da arte sobre o campo da Educação Estatística, mas com olhar para artigos publicados em periódicos científicos de Educação, Educação Matemática e Educação em Ciências e Matemática. A Estatística foi escolhida, uma vez que representa um campo que acolhe, de certa forma, muito bem as práticas

⁷ CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística** – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

interdisciplinares e os projetos de investigação. Isso tinha muito a ver com minha constituição profissional. Em um primeiro momento a ideia pareceu viável, mas conforme realizávamos as buscas nos *sites* das revistas e obtínhamos um retorno de mais de 350 artigos, percebíamos que seria necessário utilizar algum critério, a fim de diminuir a quantidade de documentos para a nossa revisão sistemática, ou eleger uma ou duas temáticas para análise. Logo, focamos apenas nos trabalhos que discutiam a atuação e formação de professores que ensinam Estatística, Probabilidade e Combinatória, e, a partir disso, buscamos inventariar, sistematizar e descrever a produção desse conhecimento acumulado.

Paralelo à escrita do TCC, eu também participava da seleção de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), com um anteprojeto sobre ensino de Estatística através de projetos. Depois de alguns meses recebi a notícia de que eu havia sido aprovado. Com isso, precisaríamos “correr” com a escrita do TCC e tentar adiantar algumas burocracias relativas à defesa e à entrega do diploma de graduação. Desta maneira, me formei em fevereiro de 2021 e em abril do mesmo ano iniciei o mestrado na UFSC.

1.3 INGRESSO NO MESTRADO E A CONSTRUÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Quando ingressei no mestrado, em 12 de abril de 2021, tínhamos o esboço de um projeto de pesquisa alinhado ao ensino de estatística por meio de projetos, cujo objetivo era **investigar a possibilidade da promoção do letramento estatístico para alunos do 5º do Ensino Fundamental com o auxílio de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), visando a aprendizagem de conceitos iniciais da estatística**. No entanto, durante a apresentação dos anteprojetos de pesquisa dos mestrandos na disciplina de Seminários de Dissertação I (29 de abril de 2021), ministrada pela professora Regina Célia Grando e pelo professor Everaldo Silveira, percebemos que muitas das pesquisas apresentadas naquele momento, inclusive a nossa, eram inviáveis, em virtude da pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2 e, por conseguinte, do isolamento social. Esse imprevisto deixou a maioria dos mestrandos ansiosos e preocupados com o rumo de suas pesquisas.

Dias depois, me reuni com a professora Regina para revermos o anteprojeto e verificar o que poderia ser feito naquele momento, tendo em vista que precisaríamos apresentá-lo novamente na disciplina. Durante a reunião, comentei com a professora que nos dois últimos

anos da graduação eu havia me dedicado bastante às pesquisas bibliográficas no campo da Educação Matemática, especialmente às revisões sistemáticas da Literatura, que me fascinavam, uma vez que apresentam uma estrutura metódica, criteriosa e reproduzível. Naquele período da graduação eu não tinha noção de que era possível fazer pesquisa sem precisar ir à sala de aula. Ademais, expressei para a professora Regina o meu interesse pelas discussões referentes ao campo da Educação Estatística com foco na sala de aula da escola básica e comentei que, durante a escrita do TCC da graduação, fiz uma revisão sistemática do tipo estado da arte, relativa à formação de professores que ensinam Matemática no contexto da Educação Estatística.

Diante disso, indaguei sobre a possibilidade de realizarmos um estado da arte referente a algo que ainda era pouco explorado no contexto da Educação Estatística, levando em consideração as diversas revisões sistemáticas acerca da temática mencionada, as quais eu havia consultado durante o início do mestrado. A professora Regina mostrou-se bastante à vontade com a proposta, uma vez que tem vasta experiência na realização desse tipo de estudo, em parceria com o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM), coordenado pelo professor Dario Fiorentini, da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Isto posto, após consultarmos algumas revisões sistemáticas concernentes ao campo de Estudo da Educação Estatística (LIMA, 2021; RITTER; BULEGON, 2016; SANTOS; CARVALHO, 2018; SANTOS, 2015; VIALI; ODY, 2020), percebemos a necessidade de realizarmos um estado da arte sobre as pesquisas que tratam especificamente da Educação Probabilística, buscando caracterizar e compreender o que vem sendo investigado, pois a maior parte das revisões publicadas engloba, de modo geral, estudos que discutem processos de ensino e de aprendizagem de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Desta forma, naquele momento, definimos o seguinte problema de pesquisa: **Quais as principais tendências temáticas e teórico-metodológicas emergem das pesquisas dos programas brasileiros de pós-graduação sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade? E de que forma esse movimento é interpretado nas vozes dos principais pesquisadores da área?**

No entanto, após realizarmos uma busca inicial e identificarmos mais de 400 pesquisas, observamos a necessidade de reescrever o problema, pois este era muito amplo e não transmitia claramente o que realmente pretendíamos investigar. Seria, também, praticamente impossível realizar uma análise aprofundada de todo esse material em dois anos, constituirmos um estado da arte e entrevistar os pesquisadores que mais orientam sobre essas pesquisas. Deste modo, no dia 03 de junho de 2021, reformulamos a pergunta de investigação: **Qual o atual estado do**

conhecimento atingido pela pesquisa acadêmica brasileira sobre o ensino e a aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica produzida no âmbito das pesquisas dos programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da CAPES?

Este problema de pesquisa, que julgamos ser mais consistente, foi apresentado para os demais colegas e professores no final da disciplina de Seminários de Dissertação I. Mantivemos a questão de investigação na disciplina de Seminários de Dissertação II e buscamos, através das discussões de pressupostos teóricos e metodológicos da investigação científica (pesquisa qualitativa e quantitativa), amadurecer a nossa proposta de pesquisa, assim como dar encaminhamento na escrita do projeto.

Consideramos importante apresentar esse histórico referente a como a questão de investigação foi construída, visto que ela possibilita ao leitor compreender que na pesquisa qualitativa o foco de investigação é construído e remodelado, principalmente quando nos deparamos com as primeiras impressões sobre o campo de investigação. Na pesquisa qualitativa essa é uma prática comum, entretanto, ela nem sempre é descrita no texto de dissertação. No nosso entender, essa escrita foi esclarecedora, pois possibilitou refletir sobre nossas escolhas, direcionar e focar no objetivo principal da pesquisa.

No final do semestre, em novembro de 2021, expandimos o projeto de pesquisa e o submetemos no formato de artigo para o XXV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), realizado de maneira virtual e organizado pelos alunos de mestrado e doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) e da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Após discutirmos a nossa intenção de pesquisa em fase inicial nesse evento, recebemos algumas sugestões dos avaliadores, as quais nos auxiliaram a refletir sobre alguns pontos que não estavam claros na escrita, como a forma que delimitaríamos e analisaríamos as teses e dissertações, e outros pontos que passaram despercebidos durante a redação do projeto.

Logo, a partir desse problema de pesquisa, mobilizamos outras questões que nos ajudaram a pensar em possíveis caminhos para estruturar a escrita da dissertação e análise dos dados. As inquietações eram: em que programas de pós-graduação são produzidos esses estudos? Como o ensino de probabilidade é abordado no âmbito dos programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da Capes? Quais os níveis de ensino privilegiados? Quem são os sujeitos investigados e em que contexto? Quais as abordagens

teórico-metodológicas empregadas nessas pesquisas? Quais as contribuições dessas pesquisas para o campo da Educação Probabilística?

Essas questões nos perseguiram e nos orientaram ao longo da pesquisa.

Na busca de possíveis respostas para tantos questionamentos que surgiram durante o desenvolvimento da pesquisa, definimos como objetivo geral mapear, descrever e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo o ensino e a aprendizagem de probabilidade na Educação Básica, produzidas no período de maio 1994 a junho de 2021, em programas de Pós-Graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da CAPES.

Conseqüentemente, para que possamos atingir o objetivo geral desta pesquisa destacamos a seguinte trajetória de investigação:

- Identificar, documentar e sistematizar teses e dissertações que abordem temáticas relativas ao Ensino e à Aprendizagem de Probabilidade na escola básica;
- Identificar e analisar aspectos de natureza institucional das teses e dissertações quanto ao: ano de defesa, titulação acadêmica, instituição, programa de pós-graduação, orientador, palavras-chave, distribuição geográfica, etc.;
- Explicitar e analisar aspectos das teses e dissertações como: focos temáticos, conteúdos enfocados, problema e/ou questões de investigação, principais teóricos, objetivos, metodologias e procedimentos metodológicos, sujeitos investigados e principais resultados e conclusões;
- Revelar as principais tendências da produção acadêmica brasileira sobre o Ensino de Probabilidade;
- Identificar possíveis lacunas no campo de pesquisa.

O desenvolvimento deste estudo é justificado em função da necessidade de registrar o processo de evolução desse campo de pesquisa e de possibilitar “uma visão geral do que vem sendo produzido na área e uma ordenação que permite aos interessados perceberem a evolução das pesquisas na área, bem como suas características e foco, além de identificarem as lacunas ainda existentes” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 41).

Esse tipo de pesquisa vem se tornando cada vez mais comum nos últimos anos e ganhando destaque entre os estudos sobre Educação Estatística, pois, desde sempre, os programas de Pós-Graduação são locais de intensa produção e divulgação de pesquisas acadêmicas. Eles contribuem, de certa forma, para ao desenvolvimento pessoal e profissional do pesquisador na construção de novos conhecimentos. Além do mais, se faz necessário que

alguém, através de uma revisão sistemática, aponte que aspectos e dimensões vêm sendo focalizadas e priorizadas em diferentes momentos e lugares (FERREIRA, 2002).

Podemos citar como exemplo o trabalho de Guimarães et al. (2009), no qual os autores analisaram publicações em anais de congressos e periódicos científicos, do período de 2001 a 2006, sobre Estatística na Educação Infantil e nos Anos Iniciais e Santos (2015), e realizaram um estado da arte e Histórico de teses e dissertações de programas de pós-graduação brasileiros. Também cabe mencionar o estudo de Santos, Barbosa e Lopes (2020), que investigou as trajetórias e perspectivas da Educação Estatística de trabalhos publicados nos anais do Seminários Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM) e, mais recentemente, a pesquisa de Lima (2021), que analisou o Ensino de Probabilidade nas edições especiais de Educação Estatística. Da mesma forma, evidenciamos o artigo de Tinti e Lopes (2021), em que foi feito um panorama dos percursos metodológicos e contextos formativos de pesquisas que envolviam Educação Estatística e professores.

Neste seguimento, articulando esse tipo de pesquisa ao campo da Educação Probabilística na escola básica, este estudo se apresenta como um estado da arte que atenta para o potencial desse tipo de investigação no importante exercício de explicitar características e tendências de uma determinada área, de acordo com a sistematização do conhecimento científico já acumulado, e pode, também, servir de consulta para trabalhos futuros na identificação daquele objeto que já foi muito explorado e o que ainda necessita ser investigado (RIBEIRO, 2014). Esta pesquisa impacta diretamente na minha prática profissional, como professor e pesquisador envolvido nas questões que articulam pesquisa e formação de professores, e em suas consequências para a melhoria da escola básica brasileira.

A dissertação em questão está dividida em sete capítulos. No primeiro foram apresentadas as conexões pessoais com o objeto de estudo, incluindo a trajetória acadêmica e a escolha pela Licenciatura Integrada em Matemática e Física, além da construção do problema de pesquisa. O capítulo dois aborda o percurso histórico da teoria da probabilidade, desde os tempos antigos até a modernidade, bem como os diferentes significados da probabilidade e sua relação com a Educação Probabilística. O capítulo três discute a compreensão das pesquisas conhecidas como "Estado da Arte" e realiza uma revisão de literatura referente aos estudos desenvolvidos sobre a produção acadêmica e científica no campo da Educação Probabilística no Brasil. No capítulo quatro, são apresentados os caminhos metodológicos da pesquisa, incluindo a caracterização metodológica, delimitação do período e seleção das teses e dissertações utilizadas como fonte de dados. Os capítulos cinco e seis realizam uma análise das teses e dissertações em Educação Probabilística na escola básica, com foco na distribuição

temporal e geográfica das pesquisas, instituições de ensino superior envolvidas, orientação das pesquisas, banca examinadora e tendências temáticas e enfoques teórico-metodológicos presentes nos estudos. Por fim, no capítulo sete, são apresentadas as considerações finais do estado da arte em Educação Probabilística na escola básica, através de uma síntese dos principais resultados e conclusões, destacando tendências temáticas e enfoques teórico-metodológicos mais recorrentes, lacunas e desafios presentes no campo, bem como possíveis direções para futuras pesquisas.

2 PROBABILIDADE EM QUESTÃO: PERCURSO HISTÓRICO, SIGNIFICADOS E EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA

Neste capítulo apresentaremos, por meio de um breve recorte histórico, elementos da Teoria da Probabilidade, perpassando desde a Antiguidade até meados do Século XX e enfatizando os principais matemáticos e suas respectivas contribuições para o Cálculo de Probabilidade. Para tanto, nos apoiaremos nos estudos e nas leituras realizadas, tomando como referência, especialmente, David (1962), Morales (1985), Gadelha (2004), Viali (2008), Ortiz (2014), Zindel (2018) e Silva (2020), entre outros. Deste modo, buscaremos compreender a rede complexa da constituição epistemológica da probabilidade e como ela se traduz nos processos de ensino e de aprendizagem que tangenciam as mudanças políticas, sociais e educacionais ao longo desse tempo. Ademais, abordaremos a sua importância para a sociedade atual, a sua inserção na escola básica, destacando as orientações dos documentos oficiais sobre o seu ensino, e, posteriormente, discutiremos sobre a aquisição da linguagem probabilística.

2.1 UM BREVE PANORAMA HISTÓRICO SOBRE A TEORIA DA PROBABILIDADE

Ao contrário da história da Matemática, que possui uma longa tradição de pesquisa e documentação, a história da Teoria da Probabilidade é menos estudada e documentada. Isso se deve, em parte, à falta de material disponível em nosso idioma e à falta de interesse dos estudiosos em documentar seu desenvolvimento. Como resultado, a história da Teoria da Probabilidade, muitas vezes, é abordada de forma secundária em textos e documentos que tratam de uma área intimamente relacionada a ela, a estatística. Isso pode dificultar a distinção entre os desenvolvimentos em probabilidade e estatística, bem como levar a uma compreensão incompleta da história da probabilidade como disciplina separada (CALABRIA; CAVALARI, 2013; VIALI, 2008).

Além disso, conforme observamos nas buscas realizadas no *Google Acadêmico*, muitos dos documentos históricos sobre a Teoria da Probabilidade estão disponíveis apenas em idiomas menos acessíveis para a maioria dos estudantes e pesquisadores, como o latim, o francês e o alemão. Isso pode dificultar o acesso a esses materiais e impedir que os estudiosos, como nós, os utilizem para traçar uma linha histórica e uma visão abrangente desse movimento da Teoria da Probabilidade.

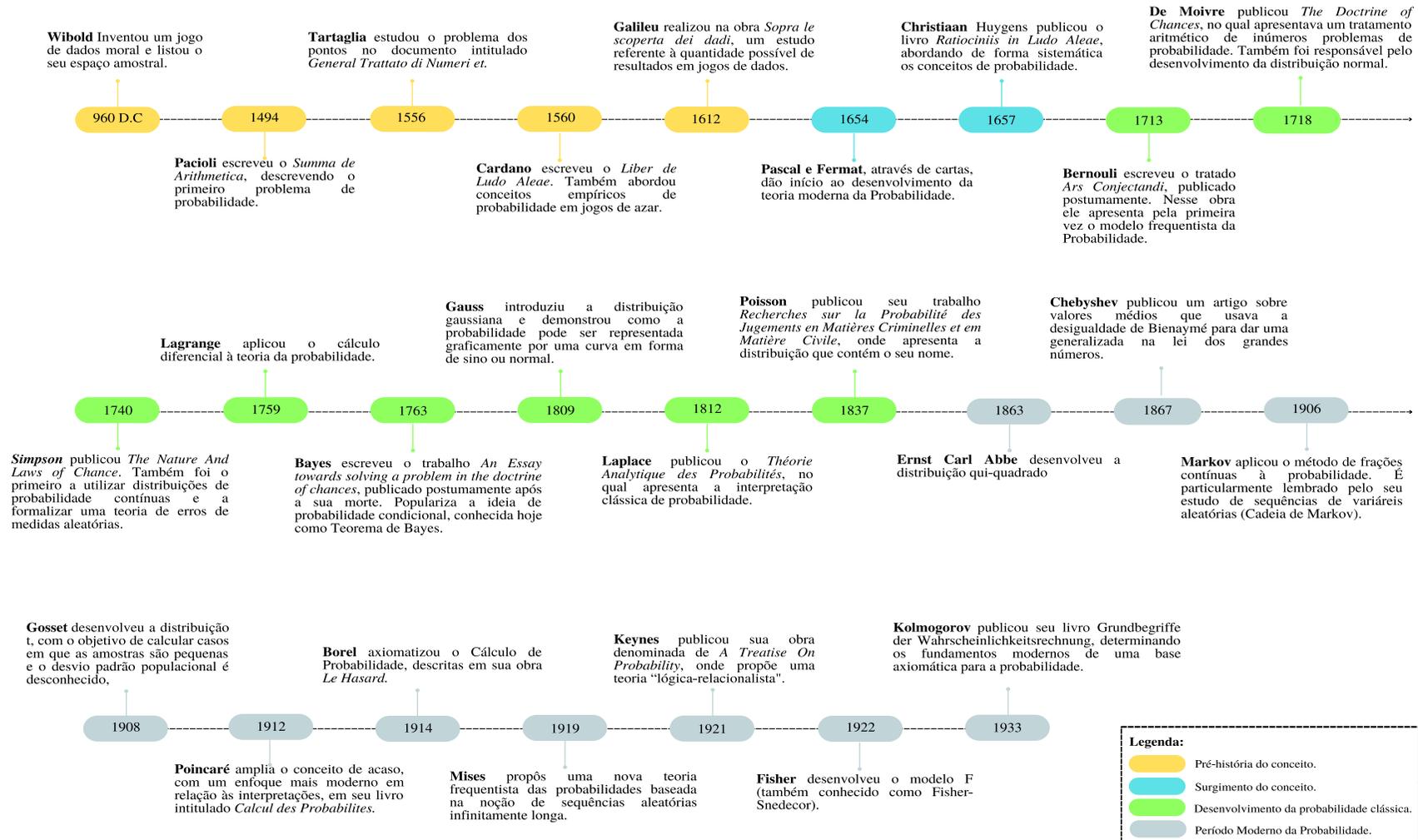
A linha histórica é importante para a compreensão do desenvolvimento da referida teoria, visto que nos permite ver que diferentes contribuições, ideias e contextos influenciaram sua evolução ao longo do tempo, e que ela foi construída por muitas mãos, com contribuições de matemáticos, filósofos, estatísticos e outros cientistas de diferentes épocas e contextos. Além disso, a linha histórica nos ajuda a entender como a compreensão conceitual e epistemológica da probabilidade mudou ao longo do tempo e como isso impactou o desenvolvimento da teoria. Essas contribuições são o resultado de um processo evolutivo que se dá desde as primeiras tentativas de compreender a incerteza e o azar, até as modernas aplicações da probabilidade em áreas como a inteligência artificial e a análise de dados.

No entanto, devido à multifacetada história da probabilidade e sua complexidade, é difícil estabelecer uma linha cronológica clara e linear dos eventos e desenvolvimentos importantes. Outrossim, as contribuições e ideias dos diversos cientistas que trabalharam na área não ocorreram em uma ordem cronológica precisa, e, muitas vezes, houve interações e influências mútuas entre essas ideias. Ainda assim, aprender com o passado e avaliar o progresso da Teoria da Probabilidade ao longo do tempo, é fundamental para entendermos sua evolução e aplicação.

É importante lembrar que, embora possamos estabelecer uma linha do tempo aproximada da história da probabilidade, esta não é linear e deve ser vista como uma simplificação útil para entender a evolução da teoria. Além disso, vale ter em mente que a história da probabilidade se constitui de ideias e conceitos que evoluíram ao longo do tempo, não se trata apenas de uma história de fatos isolados que ocorreram em determinado período. É preciso analisar o contexto e as influências que levaram ao desenvolvimento dessas ideias e conceitos, a fim de entendermos a complexidade e a não linearidade da história da probabilidade.

Apesar de os fatos não se desenrolarem linearmente, é possível apresentar uma descrição histórica da probabilidade de forma linear, seguindo uma cronologia aproximada dos eventos e desenvolvimentos importantes. Embora a nossa apresentação (Figura 1) seja feita linearmente, é importante deixar claro que a história da probabilidade é repleta de interconexões e influências mútuas entre diferentes desenvolvimentos e contextos.

Figura 1 – Linha do tempo do desenvolvimento histórico da Teoria da Probabilidade (950 D.C – 1933)



Fonte: Autores (2022)

Como podemos observar na Figura 1, dividimos a linha histórica em quatro períodos distintos para entender a evolução da probabilidade ao longo dos séculos. O primeiro diz respeito à pré-história da probabilidade, a qual abrange desde os tempos remotos até os estudos de Galileu. Esse período é caracterizado por jogos de azar e pela tentativa de entender o acaso e a incerteza em diferentes contextos.

O segundo período, que chamamos de “O surgimento do conceito de Probabilidade”, se inicia com as trocas de cartas entre Fermat e Pascal, e se estende até os trabalhos de Huygens. Durante esse período, as primeiras ideias sobre a probabilidade começaram a surgir e as bases foram estabelecidas para o desenvolvimento futuro dessa disciplina.

O terceiro período, Desenvolvimento da Probabilidade Clássica, é relativo ao momento em que a probabilidade começou a ser formalizada como uma disciplina matemática. Esse período se estende desde as contribuições de Bernoulli até os trabalhos de Poisson, e marca a consolidação da probabilidade como uma disciplina matemática.

Por fim, temos o Período Moderno da Probabilidade, que inicia em Ernst Carl Abbe e se prolonga até Kolmogorov. Esse período é caracterizado pelo estabelecimento dos fundamentos modernos da probabilidade axiomática e pelo desenvolvimento de aplicações práticas da probabilidade em áreas como estatística, física e engenharia.

É importante salientar que essa divisão em períodos, embora útil para fins de estudo e compreensão, não captura totalmente a complexidade e a interconexão da história da probabilidade. Muitos dos desenvolvimentos mencionados ocorreram simultaneamente em diferentes partes do mundo e em várias áreas do conhecimento

2.1.1 Pré-História da Probabilidade: dos tempos remotos aos estudos de Galileu

A concepção de acaso é tão antiga que remonta desde as primeiras civilizações da Antiguidade. No entanto, a compreensão de que isto se trata de um fenômeno simplesmente natural, ocorreu após muitos anos (VIALI, 2008). Naquela época, os povos Mesopotâmicos e Egípcios associavam a ideia de acaso às providências de algum tipo de divindade, por exemplo, às práticas de presságios e/ou previsões do futuro, e às interpretações da vontade dos deuses (COUTINHO, 2007).

De acordo com David (1962) e Viali (2008), os primeiros registros que envolviam probabilidade se deram através das práticas de jogos de azar⁸. Por exemplo, formas primitivas de dados foram descobertas em sítios arqueológicos da Mesopotâmia e da região do vale do rio Nilo, no Egito, durante o período paleolítico. Esses dados rudimentares eram ossos extraídos das patas de alguns animais, por exemplo, ovelhas, cavalos, carneiros, veados, e eram denominados de *astrágalo* ou *tálus* (Figura 2). Por ter formato de cubo, foram bastante utilizados nos jogos de azar como um tipo de ancestral dos dados modernos durante a Antiguidade, especialmente na Mesopotâmia e na Grécia.

Figura 2 – Representação de uma criança brincando com o astrágalo (imagem esquerda) e a configuração das possíveis pontuações no seu lançamento



Fonte: <http://www.roemisches-rheinland.com/Spiele>. Acesso em: 09 de jun. 2022

Segundo Vega-Amaya (2002), na Mesopotâmia, os sumérios e assírios entalhavam esse osso com objetivo de utilizá-lo como um dispositivo aleatório em jogos ou atividades de entretenimento. Quando jogado em superfícies planas, o *tálus* poderia cair em quatro posições diferentes, o que permitia a criação de jogos com regras simples e, ao mesmo tempo, com certo grau de aleatoriedade. Não há certeza de que os entalhes nos *astrágalos* eram utilizados apenas para fins de entretenimento. Existem indícios de que os povos da Mesopotâmia possuíam noções probabilísticas, o que indica um nível de sofisticação cultural. É possível que os *astrágalos* também tenham sido utilizados em contextos religiosos, como oferendas ou

⁸ São denominados jogos de azar aqueles que seus resultados são inerentes ao nível de habilidade do apostador, mas exclusiva ou predominantemente do acaso. Do árabe az-zahr, a palavra é utilizada como sinônimo de aleatório quando se trata de eventualidade, embora no Brasil a expressão **azar** seja empregada em sentidos variados, principalmente para se referir à má sorte.

símbolos de deuses. No caso da civilização egípcia, algumas pinturas encontradas em tumbas de faraós mostram tanto *astrágalos* quanto tábuas utilizadas para o registro dos deuses. Tal fato sugere que o uso destes não era limitado a fins de entretenimento, mas poderia, também, ter implicações religiosas e simbólicas.

Batanero e Romero (1995) relatam que o jogo com o *tálus* era utilizado para várias finalidades, incluindo a previsão do futuro, tomada de decisões e atividades de entretenimento. Os autores destacam que ao utilizar o *tálus*, evitava-se dar vantagem a qualquer um dos interessados, uma vez que se acreditava que o aleatório não poderia ser humanamente controlado.

O *astrágalos* tinha seis lados, mas apenas quatro deles contavam com uma aparência mais uniforme. As faces maiores eram identificadas pelos números 3 e 4, enquanto as faces menores pelos números 1 e 6. Isso resultava em probabilidades diferentes para as faces irregulares do *tálus*, com cerca de 12% para a face 1 e 6, 37% para a face 3 e 39% para a face 4. Essa distribuição desigual de probabilidades poderia ser utilizada em jogos de azar como forma de aumentar o grau de aleatoriedade do jogo, bem como tornava o jogo mais imprevisível e desafiador, pois não era possível controlar o resultado. Portanto, o descontrole de resultados promovido pelo *astrágalos* o tornava ideal para jogos de azar, onde a aleatoriedade é um elemento importante. Por exemplo, em um jogo de apostas, os jogadores poderiam apostar em qual face do *tálus* seria virada para cima, com base em suas próprias suposições e probabilidades (VIALI, 2008).

No século X, o Bispo Belga **Wibold**⁹ (~960 d.C.), Arquidiácono da igreja em Noyon, Norte da França, realizou um estudo matemático sobre um jogo, com intuito de analisar as possibilidades que este oferecia para um determinado resultado. Tal estudo foi um marco na história dos jogos, pois foi uma das primeiras pesquisas matemáticas sobre jogos, que possibilitou uma abordagem mais racional e estratégica para abordá-los. No entanto, naquela época, as práticas de jogos eram consideradas pecaminosas pela Igreja e eram vistas como pertencentes ao diabo. Diante disso, Wibold teve a ideia de utilizar o jogo como um mecanismo de promoção e ensinamento para uma vida virtuosa, proporcionando, assim, que os sujeitos da classe eclesiástica desfrutassem de uma atividade formativa, ao mesmo tempo que melhoravam seus princípios morais e religiosos. Dessa forma, o clero foi encorajado a praticar o jogo que ficou conhecido como *Ludus Regularis Seu Clericalis*, ou seja, um jogo adequado para monges

⁹ (c. 900-966, Norte da França) – Arquidiácono da igreja em Noyon, França, responsável pela supervisão do Clero da Diocese, em 965.

e padres. Isto posto, a iniciativa de Wibold foi importante para a promoção da prática de jogos entre os religiosos, que passaram a enxergar nestes uma atividade que poderia ser utilizada para o seu próprio desenvolvimento pessoal e espiritual (HOFFMANN-JØRGENSEN, 1994).

O *Ludus Regularis Seu Clericalis* era um jogo de tabuleiro no qual três dados eram lançados simultaneamente. Havia um total de 56 combinações possíveis de serem extraídas desses dados. Cada combinação correspondia a uma virtude atribuída a uma pontuação de 3 a 18 pontos (Tabela 1). O objetivo do jogo era acumular o maior número possível de virtudes, sendo que algumas eram mais fáceis de obter do que outras. Uma característica interessante do jogo era que algumas jogadas poderiam ser combinadas com virtudes complementares para demonstrar as formas pelas quais estas se conectam. Por exemplo, a combinação de Caridade (3 pontos) e Humildade (18 pontos) resultava em um total de 21 pontos, demonstrando, assim, a conexão entre essas duas virtudes. Da mesma forma, a combinação de Fé (4 pontos) e Continência (17 pontos) resultava em 21 pontos, assim como a combinação de Justiça (6 pontos) e Hilaridade (15 pontos). O referido jogo era especialmente popular entre o clero e era considerado uma forma de promover e ensinar valores morais e religiosos.

Tabela 1 – Associação dos possíveis resultados no lançamento de três dados às respectivas virtudes elencadas pelo bispo Wibold

Eventos	Virtudes	Soma	Eventos	Virtudes	Soma
1.1.1.	Caridade	3	2.3.5.	Hospitalidade	10
1.1.2.	Fé	4	2.3.6.	Economia	11
1.1.3.	Esperança	5	2.4.4.	Paciência	10
1.1.4.	Justiça	6	2.4.5.	Zelo	11
1.1.5.	Prudência	7	2.4.6.	Pobreza	12
1.1.6.	Temperança	8	2.5.5.	Doçura	12
1.2.2.	Coragem	5	2.5.6.	Virgindade	13
1.2.3.	Paz	6	2.6.6.	Respeito	14
1.2.4.	Castidade	7	3.3.3.	Piedade	9
1.2.5.	Compaixão	8	3.3.4.	Indulgência	10
1.2.6.	Obediência	9	3.3.5.	Oração	11
1.3.3.	Medo	7	3.3.6.	Amor	12
1.3.4.	Previsão	8	3.4.4.	Julgamento	11
1.3.5.	Discrição	9	3.4.5.	Vigilância	12
1.3.6.	Perseverança	10	3.4.6.	Mortificação	13
1.4.4.	Bondade	9	3.5.5.	Inocência	13
1.4.5.	Modéstia	10	3.5.6.	Contrição	14
1.4.6.	Longanimidade	11	3.6.6.	Confissão	15
1.5.5.	Misericordioso	11	4.4.4.	Maturidade	12
1.5.6.	Benevolência	12	4.4.5.	Solicitude	13
1.1.6.	Sabedoria	13	4.4.6.	Constância	14
2.2.3.	Compunção	6	4.5.5.	Inteligência	14
2.2.2.	Alegria	7	4.5.6.	Dolor	15
2.2.4.	Sobriedade	8	4.6.6.	Choroso	16
2.2.5.	Penitência	9	5.5.5.	Bom humor	15
2.2.6.	Delicadeza	10	5.5.6.	Compaixão	16
2.3.3.	Destreza	8	5.6.6.	Continência	17

2.3.4.	Simplicidade	9	6.6.6.	Humildade	18
--------	--------------	---	--------	-----------	----

Fonte: <https://www.maa.org/book/export/html/430396>. Tradução nossa. Acesso em: 09 de jun. 2022

A Tabela 1 mostra a pontuação associada a diferentes combinações possíveis de três dados do jogo mencionado anteriormente. Cada combinação de três números gerada pelo lançamento dos dados corresponde a uma virtude específica, como a humildade, a justiça ou a paciência, e o valor numérico associado a cada virtude é a soma desses três números. Por exemplo, se os dados caírem nos números 1, 2 e 3, a combinação resultante é "Humildade", e a pontuação para essa virtude é 6 (1 + 2 + 3). Além disso, a tabela inclui alguns valores numéricos que possuem significados religiosos ou morais, como o 3 para representar a Trindade (uma crença cristã de que Deus é composto por três divindades: o Pai, o Filho e o Espírito Santo), o 10 para representar os Dez Mandamentos e 7 para representar os Sete Sacramentos. Esses números servem para ensinar, de forma didática, princípios religiosos e morais durante o jogo.

Posteriormente, por volta de 1220 e 1250, **Richard de Fornival**¹⁰ (1201-1260) escreveu um poema intitulado *De Vetula*, em que apresenta uma descrição do cálculo do número de resultados possíveis para o lançamento de três dados, incluindo as permutações. Esse poema (Figura 3) é considerado o manuscrito mais antigo e propõe a relação entre as frequências observadas do lançamento e a enumeração das combinações possíveis. O autor inicia sua escrita apresentando os resultados para o lançamento de um único dado e, em seguida, explica como calcular as combinações possíveis para o lançamento de três dados. Ele indica que, ao lançar três dados, há dezesseis somas possíveis das faces que aparecem, que vão de 3 (1+1+1) a 18 (6+6+6). Ele também descreve a maneira como as permutações são calculadas para cada soma possível, mostrando, portanto, como as diferentes combinações podem ser obtidas (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005).

O poema também destaca a importância de considerar as permutações dos dados, ou seja, as diferentes ordens em que os números podem aparecer nos dados lançados. Com isso, Fornival foi capaz de calcular o número total de combinações possíveis para o lançamento de três dados, assim como estabelecer a relação entre as frequências observadas e a enumeração das combinações possíveis. Essa obra do autor é considerada uma importante contribuição para o desenvolvimento da Teoria das Probabilidades e influenciou diversos matemáticos e estudiosos nos séculos seguintes. Trata-se, ainda, de uma forma concisa e didática de apresentar

¹⁰ Nasceu em Amiens, Norte da França. Possuía um amplo conhecimento em diversas áreas, como filosofia, poesia, música e medicina, além de ser um cientista.

tal teoria, visto que envolve a enumeração de todas as combinações possíveis entre os pontos obtidos nos três dados.

Figura 3 – Extrato de um manuscrito medieval que descreve cálculos probabilísticos

Talvez, no entanto, você diga que certos números são melhores
 Do que outros que os jogadores usam, porque,
 Como um dado tem seis lados e seis números simples,
 EM três dados há dezoito,
 Dos quais apenas três podem estar no topo dos dados
 Estas variam de diferentes maneiras e a partir delas,
 Dezesesseis números compostos são produzidos. Não são, porém,
 De igual valor, um vez que o maior e o menor deles
 Venha raramente e os do meio frequentemente,
 E o resto, quanto mais próximos estiverem dos do meio,
 Quanto melhores eles são e com mais frequência eles vêm.
 Estes, quando ocorrem, têm apenas uma configuração de faces nos dados,
 Esses têm seis, e os restantes têm configurações intermediárias entre os dois,
 Tal que existem dois números maiores e tantos outros menores,
 E estes têm uma configuração. Os dois que se seguem,
 O maior, o outro menor, tem duas configurações de faces nos dados cada.
 Novamente, depois deles, eles têm três cada, depois quatro cada.
 E cinco cada, enquanto os seguem sucessivamente se aproximando
 Os quattros números do meio que têm seis configurações de faces nos dados cada.

Fonte: Adaptado de Belhouse (1994, p. 134, tradução nossa)

De acordo com a literatura, os primeiros cálculos probabilísticos surgiram no final do século XV e início do século XVI, através do trabalho de matemáticos italianos como **Luca Pacioli** (1445-1517), **Niccolo Fontana**, (1499-1557) e **Girolamo Cardano** (1501-1576). Esses matemáticos começaram a trabalhar com a probabilidade através da resolução de problemas concretos de comparação de frequências e ganhos em jogos de azar. Embora não tenham formulado conceitos ou teoremas, eles foram além da simples enumeração das possibilidades. Buscaram entender como as chances de ganhar ou perder em um jogo eram afetadas pelas diferentes combinações de dados (VIALI, 2008).

O frei **Luca Pacioli**¹¹ (1445-1517), também conhecido como Luca di Borgo, foi um monge franciscano italiano que viveu durante o Renascimento. Ainda que não tenha publicado nada de original, ele é conhecido por sua obra *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalità*, impressa em Veneza em 1494. O livro é considerado uma importante referência no campo da Matemática, pois forneceu um resumo dos conhecimentos matemáticos

¹¹ Luca Bartolomeo de Pacioli (Sansepolcro, 1445 – Sansepolcro, 1517) foi um frei franciscano e célebre matemático italiano.

disponíveis na época e incorporou quase todo o trabalho de Leonardo Pisano¹² (1170-1250), mais conhecido como Fibonacci (VIALI, 2008).

O livro de Pacioli foi particularmente importante para o desenvolvimento da Teoria das Probabilidades, visto que apresentou o estudo de um problema muito famoso, conhecido como o problema dos pontos ou da divisão das apostas. Este consiste em um jogo de azar entre dois jogadores que possuem chances iguais de vencer cada partida. Cada um deles contribui igualmente para formar o valor do prêmio da aposta e concorda previamente que o vencedor será aquele que fizer 6 pontos primeiro, ficando com o valor total arrecadado.

No entanto, suponha que o jogo tenha sido interrompido quando um jogador tinha 5 pontos e o outro tinha 3 pontos. Como dividir de forma justa o valor do prêmio? A resposta depende do número de rodadas obtidas por cada jogador, sendo que o jogador que estiver mais próximo de vencer deve ficar com a maior parte do prêmio. Pacioli abordou esse problema em sua obra, mas sua solução estava incorreta. Ele indicou que o primeiro jogador deveria receber $\frac{5}{8}$ do valor total da aposta e o segundo deveria receber $\frac{3}{8}$ do prêmio. Contudo, essa solução inspirou muitos outros matemáticos a tentarem resolver o problema, incluindo Tartaglia e Cardano, que eventualmente levaram ao desenvolvimento da teoria moderna da probabilidade durante o século XVII.

Niccolò Fontana¹³ (1499-1577), mais conhecido como Tartaglia, foi um importante matemático italiano do século XVI, que fez contribuições significativas para a Álgebra e para a Teoria das Equações. Em seu documento *General Trattato di Numeri et Misurre*¹⁴ (Tratado Geral de Número e Medidas) dedicou algumas páginas ao problema dos pontos, discutindo a solução apresentada por Pacioli e enfatizando que ela parecia estar errada.

No entanto, apesar de discordar da solução de Pacioli, Tartaglia chegou ao mesmo resultado, ou seja, que o primeiro jogador deveria receber $\frac{5}{8}$ do valor total da aposta e o segundo deveria receber $\frac{3}{8}$. Isso nos leva a pensar que ele pode ter tratado o problema apenas como uma questão de proporção. Mais tarde, o problema dos pontos foi resolvido corretamente por outros matemáticos notáveis, como Pierre de Fermat e Blaise Pascal, os quais desenvolveram a teoria referida nesse capítulo. A solução correta envolve a aplicação da

¹² Matemático italiano, considerado o primeiro matemático europeu da Idade Média.

¹³ Conhecido como Tartaglia, nasceu em Brescia, Itália, e depois foi viver em Veneza, também na Itália. Era o único professor de Matemática de Veneza que, gradualmente, ganhou visibilidade como um promissor matemático em virtude de suas colaborações bem-sucedidas. Seu nome está atrelado ao Triângulo de Tartaglia e à solução da equação do terceiro grau.

¹⁴ Versão digital disponível em:

<<https://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuView?url=/permanent/library/H5BAMGAN/>>.

fórmula binomial que calcula a probabilidade de cada jogador vencer o jogo em um determinado número de rodadas. Em seguida, deve-se utilizar as probabilidades calculadas para determinar a divisão justa do prêmio (DAVID, 1962; VIALI, 2008).

Outro personagem muito importante para o desenvolvimento do cálculo de probabilidade é **Girolamo Cardano**¹⁵ (1501-1576), matemático, físico e médico de origem italiana, com significativas contribuições (cerca de 131 livros publicados) no campo da Matemática, da Mecânica, da Física, da Filosofia, da Medicina etc. Dentre seus inúmeros trabalhos produzidos, o grande destaque, indubitavelmente, “é *Ars Magna*¹⁶, o primeiro grande tratado em latim dedicado exclusivamente à álgebra, onde pela primeira vez são mostrados métodos de solução de equações de terceiro e quartos graus” (SILVA, 2020, p. 21–22).

Além disso, Cardano dedicava grande parte do seu tempo à Matemática e aos jogos de azar. Foi considerado o primeiro estudioso a se aventurar pela Teoria da Probabilidade, uma vez que analisou o lançamento de dados com o objetivo de comprovar que o acaso influencia diretamente no resultado dos jogos de azar. Em 1560, ele escreveu um tratado intitulado *Liber de Ludo Aleae*¹⁷ (Livro dos jogos de azar), no qual resolveu vários problemas de análise combinatória, retomou os problemas levantados por Pacioli e deu conselhos sobre como evitar trapaças. Esse livro buscava permitir a tomada de boas decisões nos problemas de jogos de azar encontrados naquela época (MORALES, 1985).

Embora o livro só tenha sido publicado após sua morte, em Lyon (França), em 1663, ele é considerado por alguns o manual mais bem escrito da época para um jogador. No *Liber de Ludo Aleae* contém vários assuntos relacionados ao jogo, como descrições de jogos e precauções necessárias a serem usadas contra o adversário. Em um dos capítulos, o autor mostra o número de casos favoráveis de cada lance, que pode ser feito com dois dados, e apresenta o número de casos favoráveis para cada lançamento, que pode ser obtido com três dados (COUTINHO, 2007).

Em consonância com esse pensamento, Mlodinow (2009) expõe que *Liber de Ludo Aleae*:

[...] tratava de cartas, dados, gamão e astrágalos. Não é perfeito. Suas páginas refletem a personalidade do autor, suas ideias desvairadas, seu temperamento instável, a paixão com que enfrentava cada empreendimento - e a turbulência de sua vida e sua época. O livro considera apenas os processos - como o lançamento de um dado ou a escolha de uma carta - nos quais um resultado é tão provável quanto outro. E Cardano se

¹⁵ Foi um matemático, físico e médico italiano, bastante conhecido pela sua obra *Ars Magna* – tratado dedicado exclusivamente à Álgebra e divulgado em 1545.

¹⁶ Disponível em: <<https://www.math.ksu.edu/~cjbalm/570s14/arsmagna.pdf>>.

¹⁷ Disponível em: <<https://books.google.at/books?id=419rySi8XbEC&pg=PA262#v=onepage&q&f=false>>.

equivoca em alguns pontos. Ainda assim, a obra representa um primeiro avanço, o primeiro êxito na tentativa humana de compreender a natureza da incerteza. E o método de Cardano para investir contra as questões ligadas ao acaso é surpreendente, tanto por sua eficácia como por sua simplicidade. (2009, p. 58).

Embora seus estudos se limitassem a casos concretos de jogos de azar, principalmente o de dados, seu tratado *Liber de Ludo Aleae* é considerado o primeiro trabalho a desenvolver princípios estatísticos da probabilidade de forma sistemática. Até aquele período, este era o trabalho mais completo sobre o cálculo de probabilidade. Mesmo que o livro não seja perfeito e que Cardano tenha cometido alguns erros, sua obra representa um primeiro avanço na tentativa humana de compreender a natureza da incerteza. Seu método para investir contra as questões ligadas ao acaso é surpreendente tanto por sua eficácia como por sua simplicidade (GADELHA, 2004; VIALI, 2008).

Além das contribuições de Tartaglia e Cardano para a origem da teoria das probabilidades, outro estudioso que ganha destaque é o **Galileu Galilei**¹⁸ (1564-1642). Famoso matemático, físico e astrônomo italiano, Galilei fez contribuições significativas para a origem da Teoria das Probabilidades com seu trabalho *Sopra le scoperta dei dadi*¹⁹ (Sobre o jogo de dados), escrito por volta de 1612. Neste trabalho, o autor realizou um estudo detalhado dos possíveis resultados em jogos de dados, seguindo os resultados alcançados por Cardano, sobre os quais ele supostamente tinha alguma compreensão. Galilei foi convidado por seu patrono, o Grão-Duque da Toscana, a investigar um problema. Ele buscava entender por que, quando rolamos três dados comuns, a soma de 10 aparece com mais frequência do que a soma de 9 (CALABRIA; CAVALARI, 2013).

É evidente que, para obter uma soma de 9, existem seis combinações diferentes, assim como existem seis combinações para obter uma soma de 10. No entanto, de acordo com Viana (2013), Galileu não levou em conta existentes permutações simples e permutações com elementos repetitivos. Por exemplo, para obter 9 pontos com os resultados 1, 2 e 6, poderíamos ter, além do triplo (1; 2; 6), os triplos (1; 6; 2), (2; 1; 6), (2; 6; 1), (6; 1; 2) e (6; 2; 1). Assim, teríamos uma permutação simples de 3, ou seja, $P_3 3! = 6$, como podemos observar no Quadro 1.

Quadro 1 – Resultados prováveis para as somas 9 e 10

Soma 9	1 + 3 + 6	1 + 3 + 5	1 + 4 + 4	2 + 2 + 5	2 + 3 + 4	3 + 3 + 3
---------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

¹⁸ Nascido na cidade de Pisa, Itália, é considerado um importante astrônomo, físico e matemático italiano do período renascentista. Ele é referenciado como pai da astronomia observacional, da física moderna e da ciência moderna.

¹⁹ Disponível em: < <https://archive.org/details/agh6462.0008.001.umich.edu/>>.

Soma 10	1 + 3 + 6	1 + 4 + 5	2 + 2 + 6	2 + 3 + 5	2 + 4 + 4	3 + 3 + 4
----------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Fonte: Autores (2022)

Levando em conta essas permutações, Galilei identificou que "havia mais inversões, ou diferentes formas, de obtenção de cada uma dessas combinações, constatando que o total para a soma 10 era de 27, enquanto para a soma 9 era de 25 inversões" (SILVA, 2020, p. 24). Ele provou, assim, que os eventos nem sempre eram equiprováveis e que era mais provável obter uma soma de 10 do que uma soma de 9.

Portanto, é possível observar que, tanto o livro de Cardano quanto a obra de Galilei, apresentam explicações, como técnicas de contagem, o conceito de equiprobabilidade de um evento e a possibilidade de ganhar em um jogo, que hoje se encaixam no significado da Probabilidade Clássica. Também pode-se identificar que "os dados forneceram um meio acessível e fácil de estudar as 'regras do acaso', uma vez que o número de resultados possíveis (chances) em um jogo com um ou dois dados é pequeno e perfeitamente conhecido" (SÁ, 2008, p. 2).

Analisando as contribuições de Pacioli, Cardano e Galilei, observa-se que não houve formulação de uma Teoria das Probabilidades, mas apenas a resolução de problemas concretos relacionados ao jogo. No entanto, seus trabalhos lançaram as bases para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade, que surgiria mais tarde com as contribuições de outros estudiosos, como Pascal, Bernoulli e Laplace.

2.1.2 De cartas a cálculos: o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade por Fermat, Pascal e Huygens

Um século após uma importante contribuição dos italianos com a introdução de conceitos básicos de espaço amostral e equiprobabilidade, dois dos grandes matemáticos franceses mais importantes da história, **Pierre de Fermat**²⁰ (1601-1665) e **Blaise Pascal**²¹ (1623-1662), deram o próximo passo para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade. Esses dois matemáticos começaram a estudar juntos a referida teoria, por meio de troca de

²⁰ Advogado e matemático francês reconhecido pelo seu trabalho na teoria dos números, em particular o Último Teorema de Fermat.

²¹ Matemático, escritor, físico, filósofo e teólogo francês muito importante que contribuiu para diversas áreas da matemática. Em correspondência com Fermat, ele estabeleceu as bases para a Teoria da Probabilidade e formulou o princípio de pressão de pascal.

correspondências, depois que foram apresentados por um amigo comum, Pierre de Carcavi²² (CABALLERO, 2001).

Segundo Silva (2020), os problemas que motivaram os esforços de Fermat e Pascal no campo da probabilidade foram apresentados a Pascal por Antoine Gombaud²³, um apaixonado por jogos de azar que se autointitulava Cavaleiro de Méré. Um dos problemas discutidos entre eles foi o dos pontos, que envolvia a divisão justa do dinheiro apostado em um jogo interrompido antes de seu final.

Pascal percebeu que as ferramentas matemáticas que ele tinha à sua disposição não eram suficientes para resolver esses problemas, então escreveu para Fermat, e juntos eles desenvolveram uma matemática avançada para calcular probabilidades, capaz de resolver diversos problemas propostos na época. Durante esse período de correspondência, Pascal apresentou a Fermat seu manuscrito *Traité du triangle arithmétique*²⁴, que descrevia o estudo do triângulo e seus coeficientes binomiais, conhecido hoje mundialmente como triângulo de Pascal.

As correspondências de Pascal e Fermat foram publicadas em 1679, em Toulouse (França), e foram consideradas a origem do desenvolvimento da Teoria Matemática da Probabilidade. Essas correspondências foram importantes não apenas em virtude do conteúdo, mas também pelo prestígio dos dois matemáticos, que atraíram outros cientistas da época para o tema. Antes disso, a discussão sobre o acaso não havia sido estudada sistematicamente, em parte porque a ideia de jogos e apostas não era considerada muito séria, e em tempos mais remotos, sua ligação com assuntos religiosos poderia ter impedido seu estudo.

Através das inúmeras cartas trocadas entre Pascal e Fermat, foram formalizados os conceitos de probabilidade e esperança matemática. Todavia, vale ressaltar que, embora tenham realizado importantes contribuições para a Teoria da Probabilidade, eles não escreveram nenhum livro sobre o assunto. Sabe-se, de fato, que o primeiro livro sobre esta teoria só foi escrito em 1657, por Christiaan Huygens.

²² Conhecido como Carcavi, foi um matemático francês, secretário da Biblioteca Nacional da França.

²³ Viveu na França no século XVII (1607-1684). Foi um matemático e viciado em jogos de azar, e utilizava o pseudônimo Méré nos diálogos que fazia expondo a sua própria opinião.

²⁴ Obra escrita em 1654, mas publicada somente em 1665. Disponível em: <https://archive.org/details/bub_gb_UqgUAAAAQAAJ>.

Christiaan Huygens²⁵ (1629-1695) é conhecido por suas contribuições em várias áreas da ciência, como Astronomia, Física e Óptica. No entanto, ele também é lembrado por sua obra *Ratiociniis in Ludo Aleae*²⁶, publicada em 1657, a qual trata de probabilidades em jogos de azar. Nessa obra, Huygens resolveu 14 problemas relacionados a jogos de azar, sem utilizar análise combinatória, o que, na época, era considerado um grande feito. Ele definiu as regras da probabilidade clássica e introduziu o conceito de esperança matemática, que diz respeito a um valor que representa o resultado médio esperado de um evento aleatório.

O livro de Huygens passou por diversas alterações até se tornar uma obra famosa de introdução à Teoria da Probabilidade e foi utilizado até o século XVIII. Nele o autor definiu as regras da probabilidade clássica e introduziu o conceito de esperança matemática. Os problemas apresentados no livro são essencialmente de caráter aleatório, o que indica a propensão do autor para o enfoque frequente.

A importância dessa obra para o campo da probabilidade está na percepção clara de Huygens sobre o surgimento de uma teoria matemática fundamental. Em sua correspondência com van Schooten, o autor afirmou: "não estamos lidando apenas com jogos, mas com os fundamentos de uma nova teoria, tanto profunda como interessante." Suas pesquisas influenciaram diversos matemáticos da época, especialmente Jacques Bernoulli, que desempenhou papel decisivo para definir a base da teoria da probabilidade.

Os trabalhos de Huygens e outros matemáticos da época foram importantes não apenas para a teoria da probabilidade em si, mas também para outras áreas da Matemática e da Ciência, como a Física e a Astronomia. Eles auxiliaram a estabelecer a ideia de que a natureza é governada por leis matemáticas precisas e que os fenômenos aleatórios podem ser descritos e compreendidos matematicamente.

2.1.3 Desenvolvimento da Probabilidade Clássica

O desenvolvimento da probabilidade clássica foi marcado por vários eventos e contribuições de diferentes matemáticos e filósofos, que ocorreram ao longo de vários séculos. No entanto, há alguns períodos que são considerados especialmente importantes para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade.

²⁵ Nascido em Haia, Holanda, foi um físico, matemático, astrônomo e horologista neerlandês, responsável por desenvolver um mecanismo que aumenta a capacidade dos telescópios. Também contribuiu com a descoberta da primeira lua de saturno (Titã).

²⁶ Publicado como apêndice no livro *Exercitationum Mathematicarum* de Frans van Schooten. Disponível em: <<https://archive.org/details/ita-bnc-mag-00001383-001>>.

Um desses matemáticos foi Jacob (Jacques) **Bernoulli**²⁷ (1654–1705). Ele, que foi influenciado pelas abordagens combinatórias de Femat e pelo livro *De Ratiociniis in Ludo Aleae* de Huygens, contribuiu significativamente para a sistematização da Teoria da Probabilidade. Embora tenha deixado de lado os jogos de azar em sua abordagem teórica, em 1685 iniciou sua investigação sobre problemas relacionados aos mesmos e publicou diversos estudos sobre o assunto.

Bernoulli é mais conhecido por seu tratado *Ars Conjectandi*²⁸ (A Arte de Conjectura), publicado postumamente, em 1713, por seu sobrinho, Nicolaus I²⁹, que se formou em Matemática sob sua orientação e editou o livro incompleto deixado pelo tio. O livro foi estruturado em quatro partes: a primeira consiste em uma reedição do livro de Huygens e conta vários comentários; a segunda, intitulada "A Doutrina de Permutações e Combinações", foi usada como livro-texto em análise combinatória durante o século XVII; a terceira aplicou a Teoria de Combinações na solução detalhada de 24 problemas de jogos de azar; e a quarta, denominada *Pars Quarta*, propôs aplicações em problemas cívicos, morais e econômicos. Bernoulli usou cálculos com coeficientes binomiais para demonstrar a Lei dos Grandes Números, a qual consiste em um teorema que representa o resultado de um experimento realizado muitas vezes. De acordo com tal lei, a média dos resultados de um experimento realizado diversas vezes se aproxima do valor esperado, ao passo que mais tentativas são efetuadas. Em outras palavras, trata-se de um teorema que estabelece uma conexão entre os conceitos de probabilidade e frequência relativa (GADELHA, 2004).

O livro também contém considerações sobre esperança matemática e moral, bem como sobre o significado de probabilidade como uma medida do grau de certeza e probabilidade *a priori* e *a posteriori*. É uma obra carregada de grandes contribuições que marcam o início de uma Teoria de Probabilidade mais sistematizada.

Em 1718, o renomado matemático francês **Abraham De Moivre**³⁰ (1667-1754) lançou a obra *The Doctrine of Chance*³¹ (A Doutrina das Chances), uma versão ampliada de *De*

²⁷ Também conhecido como Jacob, Jacques ou Jacob I Bernoulli, foi o primeiro matemático a desenvolver o cálculo infinitesimal para além do que tinha sido proposto por Newton e Leibniz. No entanto, seu reconhecimento se deu no campo da probabilidade.

²⁸ Versão digital disponível em: <https://ia803106.us.archive.org/4/items/BRIE000602_TO0324_PNI-2761_000000/BRIE000602_TO0324_PNI-2761_000000.pdf>.

²⁹ Nasceu e residiu durante toda a sua vida em Basileia, Suíça, e foi um matemático importante reconhecido por sua correspondência com outros matemáticos, incluindo Euler e Leibniz.

³⁰ Foi um matemático nascido na França, reconhecido pela fórmula de De Moivre, pioneiro no desenvolvimento da Geometria Analítica e na Teoria da Probabilidade.

³¹ Disponível para leitura em: <https://books.google.com.br/books?id=3EPac6QpbuMC&redir_esc=y>.

*Mensura Sortis*³², escrita em inglês. Nessa obra, De Moivre utilizou uma abordagem aritmética para tratar os problemas de probabilidade, com o objetivo de tornar o tema mais acessível aos indivíduos que não possuíam uma inclinação para álgebra, conforme apontado por David (1962). De acordo com Gadelha (2004), De Moivre propôs, ainda que de forma implícita, a técnica de reduzir problemas de probabilidade a equações diferenciais e usar funções geratrizes para solucionar tais equações, que posteriormente foram aperfeiçoadas por Laplace. Além disso, a obra apresentou diversos problemas relacionados a jogos de azar e introduziu a definição de independência na Teoria da Probabilidade.

Em 1730, De Moivre publicou a obra *Miscellanea Analytica*³³, que continha a primeira tentativa de demonstrar a fórmula conhecida atualmente como Fórmula de Stirling. Três anos depois, ele publicou um complemento desta obra, intitulado *Approximatio ad Summam Terminorum Binomii $(a + b)^n$ in Seriem Expansi*³⁴ (Aproximação para resumir termos binomiais $(a + b)^n$ em uma série de expansão), “no qual usou a fórmula para realizar a primeira derivação da distribuição normal como uma aproximação da distribuição binomial” (SILVA, 2020, p. 39).

Em 1738, De Moivre publicou uma segunda edição de *The Doctrine of Chance*, na qual apresentou, pela primeira vez, a distribuição normal. Ele utilizou a distribuição normal como uma aproximação para a distribuição binomial, apresentando-a na forma de uma série. Mais tarde, em 1756, o autor publicou a terceira edição de *The Doctrine of Chance*, que continha a demonstração de um caso particular dessa aproximação de distribuições, o qual implicou no surgimento do Teorema do Limite Central (GADELHA, 2004).

Em suma, De Moivre fez várias contribuições importantes para a Teoria da Probabilidade, incluindo a definição de "independência" de eventos, o uso de equações diferenciais e funções geratrizes para resolver problemas de probabilidade, a derivação da distribuição normal como uma aproximação da distribuição binomial e a demonstração do Teorema do Limite Central.

Em 1740, o matemático inglês **Thomas Simpson**³⁵ (1710-1761) publicou o seu trabalho intitulado *The Nature And Laws of Chance*³⁶, que se baseou na obra de Abraham de Moivre.

³² Versão digital disponível em: <<https://www.biodiversitylibrary.org/page/36910924#page/187/mode/1up>>.

³³ Versão digital disponível em: <https://archive.org/details/bub_gb_TFX1165yEc4C>.

³⁴ Disponível em: <<https://vdocuments.site/a-rare-pamphlet-of-moivre-and-some-of-his-discoveries.html>>.

³⁵ Foi um matemático e inventor britânico, criador da fórmula de Simpson, utilizada para a aproximação de integrais definidas. É bastante reconhecido por seu trabalho sobre interpolação e métodos numéricos de integração.

³⁶ Disponível para leitura em: <<https://wellcomecollection.org/works/ftbgrgqu/items>>.

No entanto, essa publicação provocou discussões entre os dois matemáticos, já que Simpson apresentou ideias inovadoras, como o uso de distribuições de probabilidade contínuas e a formalização de uma teoria sistemática de erros de medidas aleatórias. Essas ideias desafiaram as abordagens anteriores e geraram debates intensos entre os matemáticos da época. Além disso, as contribuições de Simpson foram muito importantes para o desenvolvimento da análise matemática e da probabilidade, influenciando o trabalho de outros matemáticos posteriores, como Pierre-Simon Laplace e Carl Friedrich Gauss. Vale ressaltar que, naquele período, a matemática estava em constante evolução e as obras de Simpson e Moivre contribuíram significativamente para esse avanço, mesmo que suas ideias tenham sido questionadas e debatidas. Em 1759, **Joseph-Louis Lagrange**³⁷ (1736-1813) aplicou o cálculo diferencial à teoria da probabilidade (SILVA, 2020).

Posteriormente, em 1763, o trabalho mais importante do pastor presbiteriano e matemático inglês, **Thomas Bayes**³⁸ (1702–1761), foi publicado no periódico *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, dois anos após sua morte. O trabalho, intitulado *Essay towards solving a problem in the doctrine of chances*³⁹ (Ensaio para resolver um problema na doutrina das probabilidades), é considerado uma obra original uma vez que apresenta um problema que questiona como podemos calcular a probabilidade de que um evento ocorrerá, sendo que nada sabemos sobre ele, a não ser que ocorreu com uma determinada frequência e deixou de ocorrer um determinado número de vezes.

O teorema de Bayes é um importante artifício para melhorar uma previsão probabilística (probabilidade *a priori*) quando novos eventos acontecem. Este oferece uma nova compreensão para o cálculo da probabilidade quando certas variáveis são desconhecidas, tornando possível formalizar a ideia de que a probabilidade depende da informação. Ortiz (2014) destaca que a grande contribuição de Bayes é a concepção da probabilidade como um evento aleatório em termos de uma aposta antes de sua ocorrência, isto é, uma avaliação subjetiva prévia do que é arriscado em termos do que se espera ganhar. É assim que surge a probabilidade condicional, valorizando o grau de certeza com base nas condições dadas.

O procedimento adotado para a resolução do problema proposto por Bayes nos remete a uma visão axiomática que evidencia a noção fundamental de probabilidade como um caráter

³⁷ Foi um matemático e astrônomo nascido em Turim, Itália. Teve grande destaque em análise, Teoria dos Números e na Mecânica Celeste.

³⁸ Foi um pastor presbiteriano e matemático. O primeiro a utilizar a matemática indutiva e estabelecer uma base matemática para a inferência de probabilidade.

³⁹ Cópia digital disponível em: <<https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rstl.1763.0053>>.

subjetivo do conceito da mesma apontado pelo autor. Tal procedimento surge de um enfoque epistemológico e, portanto, torna a contribuição tão importante.

Pierre-Simon Laplace⁴⁰ (1749-1827) foi outro matemático francês que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade no início do século XIX. Em 1812, publicou sua grande obra intitulada *Théorie Analytique des Probabilités*⁴¹ em Paris. Esta foi posteriormente reeditada em 1814 e 1820, e foi dividida em dois volumes, sendo que o primeiro aborda o estudo das funções geratrizes e inúmeras expressões utilizadas na Teoria da Probabilidade, enquanto o segundo discute o cálculo de probabilidade propriamente dito e suas aplicações. No segundo volume da obra, Laplace caracteriza a probabilidade como um campo de conhecimento, introduz a definição clássica de probabilidade e o método utilizado para a multiplicação de eventos independentes. Ele também apresenta a probabilidade de eventos compostos, aplicações de probabilidade em erros de observações de corpos celestes, entre outros. Além disso, o autor mostra uma adaptação do problema da agulha de Buffon a fim de estimar o valor de π (MORALES, 1985).

Em 1814, Laplace publicou outra obra chamada *Essai philosophique sur les probabilités*⁴², onde reflete sobre a epistemologia da probabilidade e enfatiza sua aplicação em questões cotidianas da vida dos indivíduos e das nações. Até então, a probabilidade estava essencialmente relacionada aos cálculos decorrentes dos jogos de azar. Laplace foi capaz de ampliar as aplicações da Teoria da Probabilidade para diversas áreas, a saber, para a Teoria dos Erros, a Matemática Atuarial e a Mecânica Estatística (VIALI, 2008).

No século XIX, especificamente em 1809, o matemático alemão **Johann Carl Friedrich Gauss**⁴³ (1777-1855) desenvolveu o método dos mínimos quadrados, com intuito de ajudar a contornar os erros em observações astronômicas. O objetivo do método era medir a curvatura da Terra para melhorar a exatidão das medições geodésicas e compará-las com outras medições realizadas por outros pesquisadores. Dado que é impossível medir cada centímetro quadrado da Terra, a mensuração é feita por meio de estimativas amparadas em amostras entre as distâncias estabelecidas por cada área de estudo (ZINDEL, 2018).

⁴⁰ Foi um matemático, astrônomo e físico francês. Dedicou-se aos trabalhos referentes à Teoria das Probabilidades e equações diferenciais.

⁴¹ Versão digital disponível em: <<https://archive.org/details/theorieanalytdepro00laprich>>.

⁴² Versão digital disponível para leitura em: <https://archive.org/details/bub_gb_wAdmU2e2unAC>.

⁴³ Foi um matemático, astrônomo e físico alemão, considerado geralmente como um dos maiores matemáticos de todos os tempos por seus estudos em geometria diferencial, geodésia, teoria dos números, análise matemática, teoria da probabilidade, dentre outros.

Ao analisar o comportamento dessas estimativas, Gauss notou que existia uma grande variação, mas à medida que o número de estimativas aumentava, um agrupamento ao redor de um ponto central, a média central das observações, se tornava mais evidente. Com isso, o matemático percebeu que, “quanto maior o número de medições, mais claro se tornava o quadro e mais se assemelhava à curva em sino” (ZINDEL, 2018, p. 20). Essa curva em sino, também conhecida como distribuição normal, se trata de um modelo básico da Teoria Estatística e foi denominada dessa forma em homenagem a Gauss, embora haja controvérsias com relação a quem teria sido o real formulador do modelo. Alguns autores o denominam de modelo de **Gauss-Moivre-Laplace**⁴⁴.

A distribuição normal não apenas ilustra a distribuição dos erros de uma medida experimental, como também permite visualizar de que forma os dados se comportam em diversas situações oriundas de eventos mutuamente independentes. Por isso, ela é uma ferramenta poderosa na análise estatística e é amplamente utilizada em diversas áreas do conhecimento, como na Física, na Economia, na Biologia, entre outras.

Em 1837, **Siméon Denis Poisson**⁴⁵ (1781-1840), um matemático e engenheiro francês renomado, publicou um trabalho intitulado *Recherches sur la Probabilité des Jugements em Matières Criminelles et em Matière Civile*⁴⁶, no qual apresentou a Distribuição de Poisson, descoberta por ele mesmo. Essa distribuição está relacionada a eventos raros, onde a probabilidade de ocorrência é muito pequena e o número de tentativas é muito grande. É utilizada para calcular a probabilidade de um evento acontecer em um determinado intervalo de tempo ou espaço, dadas as condições de ocorrência, como o número de carros que passam por um determinado cruzamento em uma hora.

A distribuição de Poisson é amplamente utilizada em áreas como Engenharia, Finanças e Ciências da vida. Ela pode ser usada, por exemplo, para prever o número de falhas em equipamentos industriais em um determinado período, permitindo que as empresas façam reparos preventivos antes de ocorrerem problemas mais graves. A distribuição de Poisson também é usada na análise de dados biológicos, como a contagem de células em amostras de sangue ou a contagem de indivíduos de uma espécie em uma área de estudo. Ademais, é

⁴⁴ Alguns livros didáticos utilizam tal denominação para indicar que outros matemáticos também o deduziram, como Moivre e Laplace.

⁴⁵ Matemático francês conhecido por seu trabalho em integrais definidas, Teoria Eletromagnética e probabilidade.

⁴⁶ Versão disponível para leitura em: <<https://archive.org/details/recherchessurlap00pois>>.

particularmente útil em situações em que os eventos raros são fundamentais para a tomada de decisões e as condições de ocorrência são conhecidas com certeza.

2.1.4 Período Moderno da Probabilidade

O Período Moderno da Probabilidade começou no final do século XIX e foi caracterizado pela formalização e axiomatização da Teoria da Probabilidade. A distribuição χ^2 ou qui-quadrado foi desenvolvida pelo físico alemão **Ernst Carl Abbe**⁴⁷ (1840-1905) em 1875 e, de forma autônoma, pelo geodesta alemão **Friedrich Robert Helmert**⁴⁸ (1843-1917). Em 1900, o estatístico britânico **Karl Pearson**⁴⁹ (1857-1936) nomeou e popularizou o modelo, que é amplamente utilizado em estatística e em muitas áreas da Ciência.

A distribuição qui-quadrado é contínua e contém k graus de liberdade, onde k é um parâmetro positivo que determina a forma da distribuição. É utilizada para descrever a distribuição de uma soma de variáveis aleatórias ao quadrado, comum em muitos experimentos científicos. Ela é importante, porque permite que os pesquisadores testem a hipótese nula de que uma amostra de dados foi retirada de uma população com uma distribuição específica. Além disso, a distribuição qui-quadrado é um caso particular da distribuição gama, a qual é utilizada para modelar a distribuição de tempos de espera, tempos de vida, tamanhos de partículas e outras grandezas contínuas positivas.

Com a formalização e axiomatização da Teoria da Probabilidade, os estatísticos e matemáticos puderam desenvolver um conjunto de ferramentas e técnicas que permitiram uma compreensão mais profunda da probabilidade e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento. A distribuição qui-quadrado é apenas um exemplo de como a referida teoria evoluiu e se tornou uma ferramenta fundamental na estatística e em outras áreas, como a Física, a Economia, a Engenharia, entre outras.

Pafnuty L'vovich Chebyshev⁵⁰ (1821-1884), matemático russo e fundador da escola matemática de São Petersburgo, desenvolveu em 1867 a desigualdade de Chebyshev. Esta consiste em uma comparação por desigualdade que afirma que, para uma ampla classe de

⁴⁷ Foi um professor físico e alemão na Universidade de Jena, Alemanha. É reconhecido por seu trabalho sobre a Teoria da Óptica e Difração.

⁴⁸ Foi um geodesta alemão muito importante para a Geodésia (ciência que estuda a forma e as dimensões da terra) e para a Teoria dos Erros.

⁴⁹ Foi um estatístico britânico pioneiro no desenvolvimento de métodos estatísticos modernos.

⁵⁰ Matemático Russo fundador da Escola de São Petersburgo, lembrado principalmente por seus estudos referentes à Teoria dos Números e à aproximação de funções.

distribuições de probabilidade, não mais do que determinada fração de valores pode estar mais do que uma certa distância da média, provando, portanto, de forma simples, a Lei dos Grandes Números. A desigualdade de Chebyshev é essencial, visto que permite avaliar a qualidade das estimativas obtidas a partir de dados amostrais e fornece uma medida de dispersão em relação à média de uma variável aleatória. Trata-se de uma generalização da desigualdade Bienaymé-Chebyshev e é um resultado fundamental da Teoria da Probabilidade.

Posteriormente, em 1906, temos a contribuição de **Andrei Andreiwich Markov**⁵¹ (1856-922), matemático russo que desenvolveu a Teoria dos Processos Estocásticos, incluindo a concepção das chamadas Cadeias de Markov. Essas cadeias são sequências de eventos aleatórios que dependem apenas do evento anterior na sequência, o que torna sua análise mais simples. Além disso, Markov também aplicou o método das frações contínuas no campo da probabilidade, técnica matemática útil para aproximar funções e avaliar integrais. Suas contribuições são fundamentais para o entendimento da aleatoriedade e sua aplicação em diversas áreas, como na Engenharia, na Economia e nas Ciências Sociais.

Em 1908 **William Sealey Gosset**⁵² (1837-1937), estatístico da cervejaria Guinness, propôs o uso da Distribuição t em seu artigo publicado na revista *Biometrics*, sob o pseudônimo "*Student*" devido às restrições da empresa em publicar pesquisas, observando que as técnicas estatísticas existentes não serviam para pequenas amostras encontradas em seu trabalho. A Distribuição t é frequentemente referida como Distribuição t de *Student*. É amplamente usada em inferência estatística para testar hipóteses sobre a média de uma população quando a amostra é pequena ou quando a variância da população é desconhecida. Ela é semelhante à distribuição normal, mas tem maior variabilidade em virtude do uso da estimativa da variância da população, com base na amostra disponível. A descoberta de Gosset permitiu avanços significativos na Teoria Estatística para amostras pequenas e em áreas como a estimação de intervalos de confiança e a análise de regressão (VIALI; BITTENCOURT, 2007).

No início do século XX, **Jules Henri Poincaré**⁵³ (1854-1912), um renomado matemático francês, ampliou o conceito de acaso com um enfoque mais moderno em relação às interpretações que o precederam. Segundo ele, alguns eventos que parecem ocorrer ao acaso, na verdade, têm causas que procedem de perturbações mínimas, ou seja, o acaso é apenas uma

⁵¹ Nascido em São Petersburgo, foi um matemático soviético com importantes contribuições em vários campos da Matemática, incluindo equações diferenciais, topologia, lógica matemática e fundamentos da Matemática.

⁵² Químico e Estatístico Inglês conhecido pelo seu estudo sobre a Distribuição t de *Student*.

⁵³ Matemático, físico e filósofo da ciência francês que trouxe contribuições para a Geometria, Equações Diferenciais, Eletromagnetismo, Topologia e Filosofia da Matemática.

manifestação macroscópica de uma causa muito pequena que nos escapa. Essa ideia foi apresentada por Poincaré em seu livro *Cálculo de Probabilidade*, publicado em 1912, onde ele também desenvolveu uma base matematicamente rigorosa para o entendimento da relação de causa-efeito e da importância das informações no processo de tomada de decisão. É possível que ele tenha sido o primeiro matemático a abordar esses temas de forma tão completa e rigorosa (ZINDEL, 2018).

Félix Édouard Justin Émile Borel⁵⁴ (1871-1956) também deixou sua contribuição para o Cálculo de Probabilidade. Em sua obra *Le Hasard*⁵⁵, publicada em 1914, ele apresentou a axiomatização do cálculo, um importante passo para tornar a teoria mais precisa e rigorosa. Borel também se destacou como autor de diversos livros didáticos e publicou mais de cinquenta artigos entre 1905 e 1950 sobre o assunto. Além disso, ele foi pioneiro nos estudos sobre jogos de estratégia e escreveu uma coleção de artigos sobre teoria dos jogos. Um de seus livros sobre probabilidade incluiu uma experiência mental que ficou conhecida como o "Teorema do Macaco Infinito".

Em 1919, o matemático austríaco **Richard Edler von Mises**⁵⁶ (1883-1921) propôs uma abordagem problemática para a probabilidade, baseada na noção de sequências aleatórias infinitamente longas, as quais ele chamou de Coletivo. A abordagem de frequência para probabilidade proposta por Mises defende um caráter objetivo para o desenvolvimento do cálculo de probabilidade.

Segundo Mises, o coletivo é uma sequência de eventos ou processos uniformes que se divergem por certas características visíveis e que respeitam o axioma da aleatoriedade e o axioma da convergência. O axioma da aleatoriedade afirma a independência dos eventos de um determinado coletivo, ou seja, a ocorrência de um evento não implica na probabilidade de ocorrência de outro evento do mesmo coletivo. Já o axioma da convergência, também conhecido como axioma do limite, afirma que a frequência relativa de um determinado evento no coletivo tende a um valor limite, quando a probabilidade de ocorrência tende ao infinito. Com base nesses axiomas, Mises concluiu que a probabilidade é a frequência limite de um evento em um coletivo em que são aceitos os axiomas da aleatoriedade e da convergência. No

⁵⁴ Matemático e político francês que estabeleceu a primeira Teoria efetiva da Medida de Conjuntos de Pontos, que iniciam a Teoria Moderna das funções de uma variável real.

⁵⁵ Um dos mais importantes economistas ingleses, visto que mudou a teoria e prática da macroeconomia. Além disso, publicou diversos artigos sobre probabilidade.

⁵⁶ Cientista e matemático judeu austríaco, nascido em Lemberg. Possui contribuições na Mecânica dos Fluidos, Aerodinâmica, Estatística Aeronáutica e Teoria da Probabilidade.

entanto, essa abordagem é problemática, pois a noção de sequências aleatórias infinitamente longas é difícil de ser aplicada na prática, além de que nem todos os eventos podem ser tratados como uma sequência infinita de resultados.

Em 1921, o economista **John Maynard Keynes**⁵⁷ (1883-1946) publicou sua obra *A Treatise On Probability*⁵⁸, através da qual apresentou contribuições importantes para a Teoria de Probabilidade e para o estudo do processo de tomada de decisão. Neste estudo, Keynes questionou a teoria clássica da probabilidade e propôs uma teoria "lógico-relacional", conforme indicado por Zindel (2018). Embora o livro apresente formulações matemáticas complexas, é considerado um clássico da interpretação lógica da probabilidade e traz uma abordagem essencialmente filosófica. Sua importância reside na ênfase que Keynes dá à racionalidade e à incerteza em relação aos pressupostos da probabilidade. Ele concebe a mesma como uma junção entre evidências e conclusões derivadas de um argumento lógico bem fundamentado.

No ano seguinte, 1922, **Ronald Aylmer Fisher**⁵⁹ (1880-1962), considerado um dos fundadores da estatística moderna, desenvolveu a Distribuição F como parte de sua Teoria da Análise de Variância (ANOVA). Esta distribuição é utilizada para testar a igualdade de variâncias entre dois ou mais grupos em um conjunto de dados e é especialmente útil em experimentos científicos. Mas foi apenas em 1934 que **George Waddell Snedecor**⁶⁰ (1881-1974), um dos primeiros estatísticos americanos, tabulou a referida distribuição, utilizando a letra F para simbolizá-la em seu livro "*Statistical Methods*". Além disso, o autor também fez uma dedicatória à Fisher, o criador da referida distribuição. (VIALI; BITTENCOURT, 2007). Snedecor, por sua vez, é conhecido por suas contribuições para a Análise de Variância e por ter fundado o primeiro departamento de estatística em uma universidade americana. Desde então, a Distribuição F tem sido amplamente utilizada na inferência estatística e na Análise de Variância e de Regressão em diversas áreas, incluindo Engenharia, Ciências Naturais e Sociais.

O matemático russo **Andrey Nikolaevich Kolmogorov**⁶¹ (1903-1987) foi responsável por determinar os fundamentos modernos de uma base axiomática rigorosa para a Teoria da Probabilidade, a partir da Teoria dos Conjuntos. Em seu livro *Grundbegriffe der*

⁵⁷ Versão digital disponível para consulta em: <<https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.148462>>.

⁵⁸ Versão digital disponível para consulta em: <<https://www.gutenberg.org/files/32625/32625-pdf.pdf>>.

⁵⁹ Estatístico biólogo evolutivo e geneticista inglês, pioneiro na aplicação de procedimentos estatísticos para o desenho de experimentos científicos.

⁶⁰ Matemático e estatístico americano que trabalhou em correlação. Possui contribuições nos fundamentos da Análise de Variância, na Análise de Dados, Desenho Experimental e Metodologia Estatística.

⁶¹ Matemático russo que trouxe importantes contribuições para a Teoria das Probabilidades, Topologia, Lógica Intuicionista, Mecânica Clássica, dentre outras áreas.

*Wahrscheinlichkeitsrechnung*⁶² (Fundamentos da Teoria da Probabilidade), publicado em 1933, Kolmogorov apresenta os três axiomas fundamentais que definem a probabilidade: o axioma da não-negatividade, que estabelece que a probabilidade de um evento é um número não negativo; o axioma da aditividade, que estabelece que a probabilidade da união de dois eventos mutuamente exclusivos é igual à soma de suas probabilidades; e o axioma da normalização, que estabelece que a probabilidade do espaço amostral é igual a 1. Esses axiomas foram considerados suficientes para provar uma série de teoremas e resultados importantes na Teoria da Probabilidade, como a Lei dos Grandes Números e o Teorema Central do Limite. Além disso, a abordagem axiomática de Kolmogorov permitiu a unificação dos enfoques laplaciano e frequentista da probabilidade, bem como a incorporação de abordagens subjetivistas. Kolmogorov também fez contribuições importantes para o estudo de processos estocásticos, como os processos de Markov, ao publicar trabalhos profundos sobre o assunto em 1938.

No decorrer desse pequeno recorte histórico concernente ao desenvolvimento da Teoria da Probabilidade, podemos concluir que a compreensão do conceito de probabilidade evoluiu ao longo do tempo, passando por diferentes fases e desenvolvimentos, desde a sua origem na antiguidade até as teorias mais modernas. No início, a probabilidade era baseada principalmente em intuições e conjecturas, com pouca ou nenhuma fundamentação matemática. Com o passar do tempo, surgiram as primeiras ideias matemáticas sobre o tema, impulsionadas por estudos de jogos de azar e apostas. A partir do século XVII, com as contribuições de Fermat, Pascal e Huygens, a Teoria da Probabilidade passou a ser desenvolvida de forma mais sistemática, com a formalização de conceitos como a Lei dos Grandes Números e o Teorema de Bayes. Posteriormente, a probabilidade clássica foi aprimorada e o período moderno trouxe novas concepções, como a probabilidade subjetiva e a Teoria das Probabilidades Estocásticas.

Essa evolução histórica nos mostra que a compreensão da probabilidade é um processo contínuo e dinâmico, que depende do avanço do conhecimento matemático e da incorporação de novas ideias e teorias. A compreensão histórica é importante para o ensino da probabilidade na Educação Básica, pois permite que os estudantes percebam a evolução dos conceitos e das teorias ao longo do tempo, compreendam a importância da Matemática para a probabilidade e relacionem os conceitos aprendidos em sala de aula com as aplicações da probabilidade em diferentes contextos.

⁶² Versão digital disponível em: <https://www.ic.tu-berlin.de/fileadmin/fg121/Source-Coding_WS12/selected-readings/Kolmogorov_1933.pdf>.

Além disso, ao estudar a história da probabilidade, os alunos podem entender que a teoria não surgiu do nada, mas sim a partir de questionamentos e reflexões sobre a incerteza e o acaso. Isso pode ajudá-los a desenvolver uma visão mais crítica e reflexiva sobre a teoria, e a compreender que ela não é apenas um conjunto de regras matemáticas, mas sim uma ferramenta importante para lidar com situações do cotidiano e para a tomada de decisões.

2.2 SIGNIFICADOS DA PROBABILIDADE

Conforme mencionado anteriormente, o conceito de probabilidade apresenta diferentes significados e perspectivas que se constituíram ao longo dos anos e influenciaram diretamente um caráter multifacetado no surgimento de diferentes interpretações (BATANERO, 2005; BATANERO; DÍAZ, 2007; BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005). De acordo com Hacking (1975), essas interpretações são influenciadas pelo componente metafísico das relações das pessoas com a realidade. Entre as interpretações mais comuns estão: o significado intuitivo, que se refere à noção de chance ou incerteza das pessoas em situações cotidianas; o clássico, que está relacionado com a proporção entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis em um evento aleatório equiprovável; o frequentista, que se baseia na ideia de que a probabilidade de um evento é dada pela frequência com que ele ocorre em uma grande quantidade de tentativas; o subjetivo, que é baseado na crença pessoal sobre a chance de um evento ocorrer; e, finalmente, o matemático-axiomático, que é uma abordagem formal e abstrata da probabilidade, fundamentada em axiomas matemáticos.

Esses diferentes significados são abordados por Batanero (2005) no artigo “*Significados de la probabilidad en la educación secundaria*”, publicado na revista *Relime*. A autora apresenta um modelo teórico que relaciona os significados históricos da probabilidade com sua interpretação semiótica, identificando conflitos semióticos em resoluções de problemas probabilísticos dos estudantes. Compreender esses significados é essencial para interpretar o raciocínio matemático correto e evitar erros na resolução desses problemas.

Nas próximas subseções, abordaremos de forma sucinta cada um dos significados da probabilidade mencionados anteriormente, com base nos estudos dos autores citados.

2.2.1 Significado Intuitivo da Probabilidade

A história da probabilidade remonta às primeiras civilizações e sempre esteve associada aos jogos de azar, onde era utilizada para definir apostas justas. A ideia de que a probabilidade é uma medida da incerteza ou da chance de um evento ocorrer é tão antiga quanto a humanidade em si. Desde tempos antigos, as pessoas se interessaram em prever eventos futuros, como o clima ou os resultados de jogos de azar. Com o passar do tempo, a ideia de probabilidade evoluiu para se tornar uma ferramenta poderosa para medir e gerenciar riscos em situações que envolvem incerteza (VIALI; BITTENCOURT, 2007). No entanto, o desenvolvimento formal da probabilidade se deu bem mais tarde, comparado a outros campos da Matemática. Ela foi formalizada apenas no início do século XVII, “quando as pessoas começaram a tentar quantificar diferentes graus de crenças atribuindo números que procuram comparar probabilidade de ocorrência de diferentes eventos” (ORTIZ, 2014, p. 30, tradução nossa).

De acordo com Hacking (1975) apud Batanero e Díaz (2007), os motivos para justificar esse atraso podem ter sido a obsessão com o determinismo, as ausências de condições naturais equiprováveis, crenças religiosas, exemplos empíricos de fácil entendimento ou incentivos econômicos. No entanto, mesmo sem a formalização matemática, as primeiras ideias intuitivas relativas ao acaso e à probabilidade aparecem desde muito cedo em crianças e se estendem mesmo em adultos sem educação formal, que usam frases e expressões coloquiais qualitativas (impossível, possível, provável) para quantificar eventos aleatórios e expressar seu grau de incerteza, baseados em fatores culturais, sociais e em contextos cotidianos.

Portanto, a compreensão do significado intuitivo da probabilidade no contexto histórico é importante para entender de que forma a Matemática evoluiu e como os conceitos de probabilidade se desenvolveram ao longo do tempo. Além disso, reconhecer as ideias intuitivas da probabilidade e como elas surgem naturalmente em nosso cotidiano é essencial para o ensino da probabilidade, uma vez que permite que os alunos se familiarizem com os conceitos antes de serem introduzidos aos métodos mais formais e matemáticos.

Por isso, para ensinar a probabilidade de forma eficaz, é necessário começar pelo significado intuitivo e cotidiano, utilizando jogos, a fim de auxiliar os alunos a desenvolverem uma linguagem probabilística que seja capaz de analisar diferentes eventos em situações reais do dia a dia, as quais são repletas de incerteza. Esse tipo de abordagem pode contribuir para que os estudantes entendam melhor a importância e a utilidade da probabilidade em suas vidas e em diversas áreas do conhecimento, como a Estatística, a Economia e a Ciência em Geral.

2.2.2 Significado Laplaciano da Probabilidade

A probabilidade clássica teve sua origem no século XVII, com a obra *Doctrine of Chances* de Abraham De Moivre. Ele propôs a ideia de que a probabilidade de um evento pode ser calculada pela razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Essa ideia foi posteriormente aprimorada por Pierre-Simon Laplace, que a definiu como a proporção de casos favoráveis pelo número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam igualmente prováveis. Durante o século XVIII e XIX, a probabilidade clássica foi aplicada em diversos campos, como a Física, onde era usada para calcular as probabilidades de eventos aleatórios, como o movimento de partículas em um gás. Na Teoria da Decisão, a probabilidade era usada para calcular as chances de um evento acontecer e ajudava a tomar decisões mais informadas. Na Economia, a probabilidade era utilizada para calcular riscos em investimentos.

A probabilidade clássica serve para determinar a probabilidade de um evento ocorrer em um espaço amostral finito e equiprovável. Esse espaço amostral consiste em todos os possíveis resultados de um experimento aleatório e cada resultado tem a mesma chance de acontecer. Atualmente, tanto os livros didáticos da Educação Básica quanto do Ensino Superior trazem a mesma definição para essa discussão:

Considere A um subconjunto de um espaço amostral ($A \subset \Omega$) de cardinalidade finita. Definimos a probabilidade clássica de ocorrência do evento A como o quociente

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favoráveis de } A}{n^{\circ} \text{ de casos possíveis}} = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

em que $\#A$ indica o número de eventos do conjunto A (cardinalidade), que são subconjuntos de Ω , e $\#\Omega$ corresponde a cardinalidade do espaço amostral, sendo que o numerador são os casos favoráveis do evento e o denominador o número de casos possíveis do seu espaço amostral (RINCÓN, 2007).

A definição de probabilidade clássica, proposta por Laplace, apresenta algumas fragilidades apontadas por Godino, Batanero e Cañizares (1991). Os autores colocam que a definição é restritiva e circular, isto é, não fornece uma resposta clara sobre o que é realmente a probabilidade, apenas um método prático para calcular a probabilidade de alguns acontecimentos simples. Além disso, essa definição é válida apenas para espaços amostrais

finitos e equiprováveis, o que limita sua aplicação em situações mais complexas e realistas (RINCÓN, 2007).

Apesar dessas fragilidades, de acordo com Lima (2020), a definição clássica de probabilidade ainda se faz bastante presente nos livros didáticos brasileiros dos anos finais do Ensino Fundamental. Segundo o autor, 81% das atividades que abordam probabilidade nesses livros didáticos envolvem jogos e sorteios, como lançamento de dados, moedas e outros dispositivos aleatórios. Isso pode ser justificado pela facilidade de cálculo e pelo interesse das crianças por essas atividades.

No entanto, quando se aborda a probabilidade composta, a qual envolve eventos não equiprováveis, o cálculo tende a se tornar mais difícil para os alunos. Isso porque se faz necessário um raciocínio combinatório para calcular a probabilidade em situações mais complexas. Além disso, a principal fragilidade da definição clássica é a ausência de um método para calcular e estimar eventos não equiprováveis, o que restringe sua aplicação a um número limitado de casos específicos.

2.2.3 Significado Frequential da Probabilidade

A probabilidade frequentista, também cunhada de probabilidade *a posteriori*, é uma abordagem que surge como uma alternativa à abordagem clássica de probabilidade, a qual apresentava limitações para casos em que os eventos do espaço amostral não eram equiprováveis ou enumeráveis. Essa nova perspectiva foi desenvolvida por matemáticos como Jakob Bernoulli e Richard Von Mises, e tem como objetivo estimar a probabilidade de um evento com base na frequência relativa de ocorrência do mesmo em um grande número de experimentos (BATANERO, 2005). Diferentemente da abordagem clássica, que utiliza a teoria da combinação e permutação para calcular a probabilidade de um evento, a probabilidade frequentista se baseia na observação empírica de eventos repetidos. Em outras palavras, a probabilidade de um evento é estimada a partir da frequência com que ele ocorre em uma série de experimentos idênticos e independentes.

Assim como a probabilidade clássica, este significado não pode ser considerado como uma definição, mas como uma forma ou um método de estimar probabilidades por meio da frequência relativa de ocorrência (repetições) de um determinado evento aleatório (Figura 4), estabelecendo assim uma relação direta com a estatística. Um dos principais aspectos da probabilidade frequentista é a sua objetividade, ou seja, a ideia de que a probabilidade deve ser

determinada com base em fatos observáveis e mensuráveis, e não em considerações subjetivas ou pessoais. Para isso, é necessário que as condições do experimento sejam idênticas e que as repetições sejam independentes umas das outras, de modo a garantir a validade das estimativas obtidas.

Nesta perspectiva, a probabilidade frequentista é entendida como um valor hipotético no qual a frequência relativa de um evento aleatório tende a se estabilizar, assumindo que o experimento seja realizado muitas vezes sob as mesmas condições iniciais. Rincón (2007) explica que, por exemplo, se realizarmos um experimento aleatório E , repetido n vezes com um número grande o suficiente de repetições, e contarmos o número de vezes em que ocorre um evento A , podemos estimar a probabilidade de A como o limite da frequência relativa de A , à medida que n se aproxima do infinito:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}, \text{ com } 0 \leq (PA) \leq 1$$

Onde:

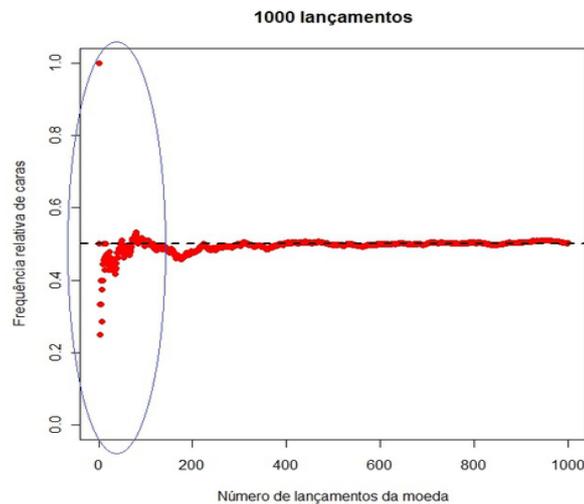
n_A : número de vezes que o evento A em n repetições do experimento E ;

n : número total de repetições do experimento E ;

$\frac{n_A}{n}$: indica a frequência relativa (fr_A) do evento A , em E .

Essa equação nos indica que a probabilidade de ocorrência do evento A é o limite da frequência relativa da ocorrência do mesmo em n repetições de um experimento qualquer, com n tendendo para o infinito. Logo, entende-se que os resultados são imprevisíveis entre o intervalo de cada repetição e não têm um padrão definido se obtidos a um curto prazo, e que, a longo prazo, é possível visualizar uma determinada estabilização, como no problema clássico do lançamento de uma moeda honesta, repetido muitas vezes (Figura 4), em que há apenas dois resultados, cara ou coroa.

Figura 4 – Simulação do lançamento de uma moeda



Fonte: https://www.umlivroaberto.org/BookCloud/Volume_1/master/view/PE511-0.html

A imagem acima representa a simulação de um experimento no qual uma moeda honesta foi lançada 1000 vezes. A frequência relativa de "cara" (eixo vertical), em relação ao número de lançamentos da moeda (eixo horizontal), é bastante variável no início, mas à medida que o número de lançamentos aumenta, é possível identificar uma estabilização que tende a $\frac{1}{2} = 0,5$ e que corresponde à probabilidade teórica de ocorrer "cara" em uma moeda honesta. No entanto, como essas simulações podem ser bastante demoradas, principalmente em sala de aula, uma alternativa é utilizar programas de computador para realizar essas atividades (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991).

Segundo Godino, Batanero e Cañizares (1991), essa definição amplia a possibilidade de cálculo de probabilidades, pois não exige que os eventos sejam equiprováveis. No entanto, ela só é válida para situações que possam ser repetidas sob as mesmas condições, o que não é comum em aplicações reais. Além disso, Rincón (2007, p. 32, tradução nossa) reforça a limitação de que:

[...] é humanamente possível realizar a experiência aleatória um número infinito de vezes, nem podemos garantir, por enquanto, a existência de tal limite. Portanto, através da definição acima, não é possível encontrar exatamente a probabilidade de qualquer evento, embora nos permita ter uma aproximação empírica do valor de $P(A)$, ou seja, $P(A) \approx \frac{n_A}{n}$. (p. 32, tradução nossa).

De acordo com Batanero (2005), tal definição apresenta algumas lacunas. A saber: i) nem sempre é possível realizar um experimento infinitas vezes sob as mesmas condições; ii) não há como encontrar um valor exato da probabilidade, mas sim um valor teórico; iii) não é

possível afirmar a quantidade necessária de repetições para uma boa aproximação teórica; e iv) pressupõe que o espaço amostral seja enumerável.

No entanto, na Educação Básica, as crianças geralmente desejam experimentar várias vezes um evento específico (como lançamento de moedas, dados, extração de bolas coloridas etc.) para confirmar suas hipóteses. Embora essa não seja uma conclusão precisa, é importante experimentar para entender a necessidade de ampliação dos experimentos a fim de obter resultados mais precisos.

2.2.4 Significado Subjetivo da Probabilidade

Anteriormente, consideramos a probabilidade como um valor "objetivo". Contudo, em outra perspectiva, ela é "subjetiva", pois depende das crenças, experiências e informações do indivíduo em relação a um evento específico. Isto é, trata-se de uma avaliação pessoal sobre a possibilidade de um evento ocorrer (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991). Como resultado, diferentes pessoas podem atribuir distintas probabilidades a um mesmo evento (BATANERO; DÍAZ, 2007). Essa interpretação não se baseia na repetição de processos, pois é possível avaliar a probabilidade de um evento que ocorre apenas uma vez.

Conforme vimos anteriormente no desenvolvimento histórico da probabilidade, o significado subjetivo acima mencionado apareceu com o Teorema de Bayes, disseminado pela primeira vez em 1763, após a morte de Thomas Bayes, matemático que demonstrou tal teorema. No entanto, foi Pierre-Simon Laplace que, no século XIX, formalizou os achados de Bayes e mostrou como eles poderiam ser aplicados. O teorema nos permite determinar que a probabilidade de um evento ocorra com base em conhecimentos prévios sobre o mesmo. Assim dizendo, é possível entender se um evento específico já ocorreu e qual é a sua probabilidade de acontecer novamente.

Desta forma, entende-se que o foco deste teorema é a probabilidade condicional, pois consideramos que a probabilidade de uma teoria ou hipótese é verdadeira, com base nas evidências que temos sobre o acontecimento (RINCÓN, 2007). Logo, é possível deduzir o Teorema de Bayes utilizando a definição de probabilidade condicional: a probabilidade de dois eventos A e B acontecerem, $P(A \cap B)$, é a probabilidade de A , $P(A)$, multiplicado pela probabilidade de B , dado que A ocorreu, $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0.$$

Onde:

- $P(A|B)$ é a probabilidade condicional do evento A , dado que o evento B ocorreu;
- $P(B|A)$ é a probabilidade condicional do evento B , dado que o evento A ocorreu;
- $P(A)$ é a probabilidade do evento A ocorrer;
- $P(B)$ é a probabilidade do evento B ocorrer.

De forma análoga, observa-se que a probabilidade de A e B também é igual à probabilidade de B vezes a probabilidade de A dado B .

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}, P(A) \neq 0$$

Dessarte, a probabilidade conjunta $P(A \cap B)$ de ambos os eventos A e B , é visivelmente verdadeira:

$$P(B \cap A) = P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

E, portanto,

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}, P(B) \neq 0.$$

Com efeito, a probabilidade $P(A)$ pode ser nomeada de probabilidade “*a priori*” (probabilidade do evento A ocorrer) e a $P(A|B)$ de probabilidade “*a posteriori*” (probabilidade de A ocorrer dado que B ocorreu) (RINCÓN, 2007). Esta equação, conhecida atualmente como teorema de Bayes e, às vezes, chamada de probabilidades “posteriores”, sustenta a base da inferência estatística para calcular a probabilidade. Ela tem aplicabilidade, principalmente, na construção de algoritmos que possibilitam respostas mais confiáveis e em ferramentas estatísticas que analisam processos organizacionais.

O significado do Teorema de Bayes pode ser facilmente observado em nosso cotidiano, especialmente em jogos de loteria e apostas esportivas, onde utilizamos nosso julgamento pessoal baseado em nossas crenças. Na sala de aula da Educação Básica, embora o ensino explícito do teorema não seja estabelecido pelos documentos curriculares oficiais, é preciso

notar a influência das crenças advindas do conhecimento e das experiências prévias dos estudantes para o desenvolvimento de seus raciocínios probabilísticos (LIMA, 2020). Watson (2006) destaca a importância de não desprezar tais crenças no ensino de Probabilidade, uma vez que são muito fortes e presentes no ideário dos alunos, e que, portanto, podem constituir um caminho interessante para levantar algumas problematizações, bem como para despertar a necessidade de avançar para além dessas crenças muitas vezes não fundamentadas.

2.2.5 Significado Matemático-Axiomático da Probabilidade

Os significados apresentados anteriormente estão ligados à parte experimental da Estatística. No entanto, nos últimos anos, a Teoria da Probabilidade tem se desenvolvido e ganhado definições cada vez mais rigorosas do ponto de vista matemático. Especialmente ao longo do século XX, o matemático Henry Borel considerou a probabilidade um tipo especial de medida. Kolmogorov, por sua vez, aplicou essa ideia na Teoria dos Conjuntos e Medidas, através de alguns axiomas que são aceitos universalmente, independente do significado filosófico ligado à natureza da probabilidade. Isso permite que a referida teoria seja utilizada para descrever e interpretar a realidade de fenômenos aleatórios. Vale ressaltar que esses significados ampliam a definição da Teoria da Probabilidade com intuito de abranger qualquer medida que se queira averiguar (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991).

Conforme explica Rincón (2007), a definição matemático-axiomático não tem o objetivo de apresentar fórmulas prontas para calcular probabilidades. Em vez disso, ela estabelece um conjunto de regras que devem ser consideradas durante o cálculo. Essa interpretação mostrou-se útil nas ciências, técnicas, política e gestão, em todos os campos da atividade humana, quase sem exceção.

Para Godino, Batanero e Cañizares (1991), o conceito de probabilidade surgiu a partir dos trabalhos de Kolmogorov, que o desenvolveu em oposição ao conceito clássico de equiprobabilidade dos sucessos. Para ele, os sucessos podem ser representados por meio de conjuntos, em que o espaço amostral (Ω) seria o conjunto total e os diferentes eventos corresponderiam a subconjuntos dele. Essa definição também é conhecida como probabilidade objetiva ou normativa.

Rincón (2007) define a probabilidade como uma função P na álgebra de eventos, que associa a cada um destes um valor numérico que expressa a maior ou menor probabilidade ou possibilidade de ocorrer quando a experiência é realizada. Essa função é conhecida como

medida de probabilidade ou simplesmente probabilidade. Ela pode ser calculada a partir do quociente entre a medida de A e a medida de Ω , sendo que o resultado dessa razão está definido entre 0 e 1.

Considera-se, então, Ω um espaço amostral atrelado a F . A cada evento A desse espaço, associamos um número real denominado $P(A)$, que é a probabilidade de A , desde que sejam satisfeitos os seguintes axiomas de Rincón (2007):

1. A probabilidade de qualquer evento A é um número real não negativo, ou seja, $0 \leq P(A) \leq 1$. Portanto, é sempre um valor entre 0 (evento impossível) e 1 (evento possível).
2. A probabilidade do evento certo Ω é um valor unitário, ou seja, $P(\Omega) = 1$.
3. A probabilidade da união de dois eventos mutuamente exclusivos ou disjuntos (que não possuem elementos em comum) corresponde à soma de duas probabilidades. De maneira formal, isto significa dizer que, se $A \cap B = \phi$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Após analisar os conceitos da Teoria da Probabilidade apresentados até o momento e com base no livro de Rincón (2007), concluímos que esta é sistematizada por meio de três axiomas que satisfazem os significados experimentais relacionados à probabilidade. Esses axiomas foram estabelecidos por Kolmogorov e, ao utilizar a análise cuidadosa e ponderada das definições de probabilidade, podemos compreender melhor a teoria. Qualquer função P que atenda a esses três axiomas é considerada uma medida de probabilidade, ou seja, uma probabilidade em si. Ademais, é possível demonstrar diversas propriedades interessantes, consequências imediatas dos axiomas de Kolmogorov (RINCÓN, 2007):

- Para qualquer evento A , a probabilidade do seu complementar A^c é igual a 1 menos a probabilidade de A : $P(A^c) = 1 - P(A)$. Essa propriedade se dá em virtude de que a soma das probabilidades de todos os eventos possíveis é igual a 1;
- A probabilidade do evento vazio, denotado por \emptyset , é igual a zero: $P(\emptyset) = 0$. Essa propriedade decorre do fato de que o evento vazio não contém elemento do espaço amostral;
- Se um evento A está contido em outro evento B , a probabilidade de A é menor ou igual à probabilidade de B : $P(A) \leq P(B)$;

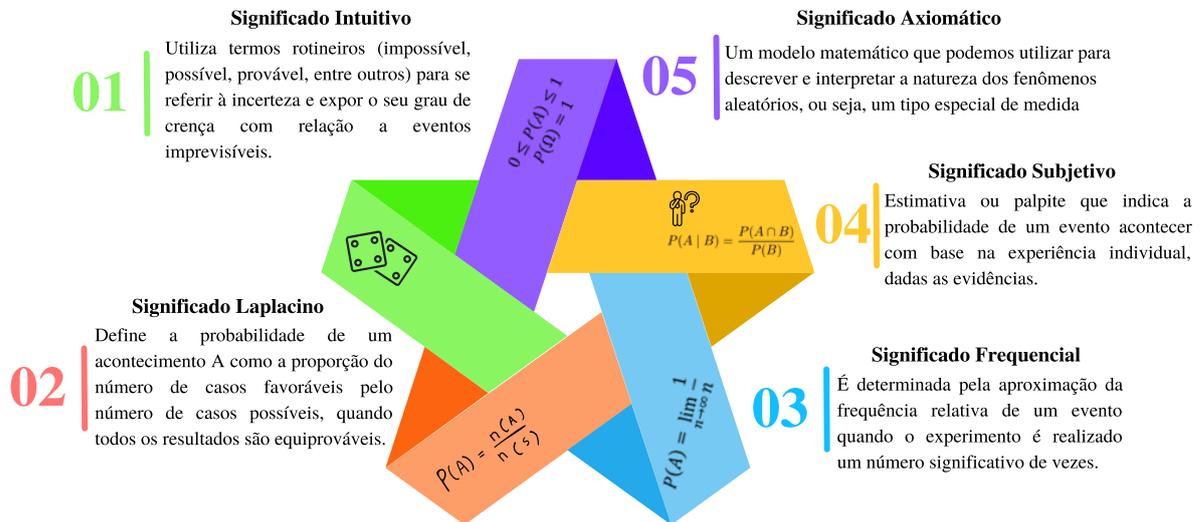
- Se um evento A está contido em outro evento B , a probabilidade do evento $B - A$ (ou seja, o evento que ocorre quando B ocorre e A não ocorre) é igual à diferença entre a probabilidade de B e a probabilidade de A : $P(B - A) = P(B) - P(A)$. Essa propriedade acontece uma vez que a probabilidade de $B - A$ é igual à probabilidade de B menos a probabilidade de $B \cap A$ (a interseção entre B e A);
- Para qualquer evento A , a probabilidade de A está entre 0 e 1: $0 \leq P(A) \leq 1$. Essa propriedade decorre do fato de que a probabilidade de um evento não pode ser negativa e nem maior que 1;
- Para quaisquer eventos A e B , a probabilidade da união destes é igual à soma das probabilidade de A e B menos a probabilidade da interseção entre A e B : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Essa propriedade se dá em virtude de que a probabilidade de $A \cup B$ é igual à soma das probabilidade de A e B , mas é preciso subtrair a probabilidade da interseção entre A e B , que foi contabilizada nas duas somas.
- Para quaisquer eventos A , B ou C , a probabilidade da união destes é igual a soma das probabilidade de A , B ou C , menos a soma das probabilidades das interseções duplas entre A e B , A e C , mais a probabilidade da interseção tripla entre A , B e C : $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$. Essa propriedade é uma generalização da propriedade 6 para mais de dois eventos.

Em suma, a Teoria da Probabilidade é uma ferramenta fundamental para a análise de incertezas e riscos em diversas áreas do conhecimento. Seus axiomas estabelecidos por Kolmogorov permitem uma sistematização precisa, enquanto suas propriedades e ferramentas permitem a resolução de problemas práticos e a construção de modelos probabilísticos.

Todas as diferentes definições de probabilidade mencionadas anteriormente coexistem e, dependendo da natureza do evento aleatório analisado, uma delas pode ser mais apropriada do que outra. De fato, ao compararmos essas diferentes concepções de probabilidade, observamos que cada uma delas pode ser aplicada com vantagem em alguma circunstância específica. Todavia, todas essas definições se complementam (Figura 5) para formalizar o que conhecemos hoje como a Teoria das Probabilidades, teoria esta que nos fornece modelos matemáticos para que possamos entender e prever eventos em que a incerteza nos resultados é um fator importante. Ela é extremamente útil, pois permite que os pesquisadores selecionem o

modelo mais adequado para o evento aleatório em questão, e fornece um quadro geral que abrange diferentes concepções e modelos de probabilidade (ORTIZ, 2014).

Figura 5 – Diferentes significados de probabilidade



Fonte: Autores (2022). Adaptado de Batanero (2005, p. 34)

A Figura 5 representa os diferentes significados de probabilidade e foi desenvolvida para facilitar a interpretação e localização das informações de cada significado. O formato do objeto, que se assemelha a fitas entrelaçadas, foi escolhido para exemplificar como esses diferentes significados estão relacionados e como são dependentes entre si. As cores utilizadas foram selecionadas para representar cada um dos cinco tipos de significados de probabilidade apresentados por Batanero (2005). Cada cor indica um conceito distinto e as fitas entrelaçadas mostram como eles se fundem e se completam.

O objetivo dessa figura é mostrar que a probabilidade é uma noção complexa e multifacetada, e que diferentes tipos de eventos aleatórios exigem diferentes concepções de probabilidade. Ao representar visualmente esses diferentes conceitos como fitas entrelaçadas, a figura demonstra como eles estão interligados e como cada um é importante para fornecer uma compreensão abrangente da probabilidade. Portanto, é crucial compreender como esses diferentes significados se conectam e como podem ser aplicados de forma adequada na sala de aula.

De acordo com Ortiz (2014), para que o processo de ensino de probabilidade seja efetivo, é essencial que os professores possuam conhecimentos tanto matemáticos quanto didáticos relativos aos diferentes significados de probabilidade. É necessário que saibam orientar o processo de ensino de forma progressiva, partindo das ideias intuitivas dos alunos

sobre o acaso e a probabilidade, para depois apresentar gradualmente os outros significados e, assim, construir progressivamente o conceito de probabilidade. Conforme Ortiz (2014), essa abordagem é fundamental para que os alunos possam compreender de forma adequada a complexidade e multifacetada natureza da probabilidade e sua aplicação em diferentes situações. Dessarte, o ensino de probabilidade deve ser feito de maneira gradual e progressiva a fim de que os estudantes desenvolvam uma compreensão sólida e efetiva do conceito.

2.3 EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NA ESCOLA BÁSICA

A probabilidade é uma linguagem que nos permite descrever eventos do nosso dia a dia que não podem ser explicados de forma causal ou determinística, quais sejam: jogos de azar, pesquisas eleitorais, previsões do tempo, investimento em bolsas de valores, doenças hereditárias, entre outros. Através dela refletimos e nos posicionamos frente aos nossos julgamentos, escolhas, observações, análises, conclusões e tomada de decisões (BATANERO, 2005; GAL, 2005; ORTIZ; ALSINA, 2017). À vista disso, diversos autores (BATANERO; DÍAZ, 2007; LOPES, 2008; SANTOS; GRANDO, 2011) discutem a importância do ensino da probabilidade nas escolas, desde os anos iniciais, pois este se trata de “um caminho para que nossos estudantes sejam futuros cidadãos, visto que este tema favorece o desenvolvimento de habilidades e competências relevantes para a sua atuação em sociedade” (SANTANA, 2020, p. 46). Ademais, contribui “para o desenvolvimento de um pensamento crítico, que permite os cidadãos compreender e comunicar distintos tipos de informações presentes em muitas situações cotidianas em que fenômenos aleatórios, casualidade e incerteza estão presentes” (ORTIZ; ALSINA, 2017, p. 455, tradução).

Em consonância com a ideia dos autores mencionados, Santana (2020, p. 60) destaca que:

O entendimento da Probabilidade se faz necessário para o desenvolvimento da compreensão do meio que nos cerca, em particular em situações de julgamento de riscos e em alguns casos de discernimento de justiça. A aleatoriedade – elemento básico da Probabilidade – se faz presente em muitas circunstâncias cotidianas e está associada também ao senso de justiça. Portanto, o ensino de Probabilidade busca entender como se formam os eventos aleatórios e como podem ser quantificados eventos que virão a acontecer ou não. (p. 60).

Complementando, Batanero e Díaz (2012, p. 3, tradução nossa) realizam um compilado na literatura especializada, sobre as razões indicadas por alguns teóricos que levaram à inclusão da Probabilidade na Educação Básica, sintetizando:

Essas razões estão relacionadas à utilidade da probabilidade para a vida cotidiana, seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade de um conhecimento estocástico básico em muitas profissões e o importante papel da probabilidade no raciocínio na tomada de decisões. Os alunos encontrarão a aleatoriedade não apenas na sala de aula de matemática, mas também em ambientes biológicos, econômicos, meteorológicos, políticos e sociais (jogos e esportes). Todas essas razões explicam por que a probabilidade foi incluída recentemente no currículo da escola primária em muitos países desde idades muito precoces e porque o estudo da probabilidade continua mais tarde no ensino médio e superior e nas universidades. (BATANERO; DÍAZ, 2012, p. 3, tradução nossa).

Desta forma, percebe-se a existência de uma tendência mundial em defesa do ensino de probabilidade nos currículos escolares da Educação Básica desde a Educação Infantil, tanto por parte de documentos oficiais quanto por pesquisadores da área, como apontado anteriormente. Defende-se um ensino que parta do experimental, a fim de proporcionar aos alunos uma experiência estocástica⁶³ desde o início de sua escolarização (BATANERO, 2005; BATANERO; DÍAZ, 2012), por meio de experiências baseadas na resolução de problemas (LOPES, 2008). No Brasil, essa ampla discussão integra o campo da Educação Estatística, o qual faz parte dos estudos desenvolvidos dentro da grande área Educação Matemática.

Em nosso país, a importância sobre a inserção de conteúdos relativos ao Ensino de Probabilidade foi descrita, de forma inicial e limitada, nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) do Ensino Fundamental, em 1997 (1º e 2º ciclo) e 1998 (3º e 4º ciclo), no bloco intitulado **Tratamento da Informação**, e do Ensino Médio, em 2000, no eixo denominado **Análise de Dados**, o qual defendia “a importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se já, no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos” (BRASIL, 1997, p. 21).

Os PCN eram documentos que norteavam o Ensino Fundamental e Médio de todo o país, garantindo a todos os estudantes brasileiros o direito de desfrutar de um amplo conhecimento reconhecido como essencial para o exercício da cidadania. Estes foram elaborados em função da necessidade de um referencial curricular nacional e a palavra “parâmetro” foi empregada com o objetivo de destacar o respeito às diversidades regionais, culturais e políticas existentes no país (LOPES, 1998), por meio de uma proposta aberta e flexível.

Com relação ao ensino da Probabilidade (Quadro 2) no Ensino Fundamental (unidade temática Tratamento da Informação), o documento destacava que os alunos deveriam ser

⁶³ Termo utilizado para estudar a probabilidade articulada com a estatística.

capazes de compreender que muitos acontecimentos do seu dia a dia são eventos aleatórios e que é possível identificar e estimar prováveis resultados desses acontecimentos. Além, disso, nele constava que “as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis)” (BRASIL, 1997, p. 52), pressupondo que eles pudessem identificar sucessos possíveis, seguros e situações de “sorte”. Também, esperava-se que os estudantes soubessem indicar a probabilidade de um evento através da razão, como no caso do lançamento de uma moeda honesta, que pudessem construir o espaço amostral de um evento, utilizando o princípio multiplicativo, bem como “realizar experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidade previstas” (BRASIL, 1998, p. 90).

No Ensino Médio (unidade temática Análise de Dados), os Parâmetros Curriculares do mesmo (PCNEM) destacavam a importância do reconhecimento de fenômenos aleatórios em um contexto sociocultural “como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca” (BRASIL, 2002, p. 126), calcular probabilidade, analisar informações de diversas áreas do conhecimento que circulam na mídia e identificar modelos e problemas probabilísticos em áreas científicas.

Quadro 2 – Conteúdos e Habilidades orientados para serem ensinados na Educação Básica, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais

Unidade Temática	Conteúdos	Habilidades
Tratamento da Informação	Primeiro ciclo (1º e 2º)	
	-	-
	Segundo ciclo (3º e 4º)	
	Probabilidade Intuitiva	Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.
	Terceiro ciclo (5º e 6º ano)	
	Cálculo de probabilidade	Resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão
	Quarto ciclo (7º e 8º ano)	
	Espaço amostral, eventos equiprováveis, contagem e cálculo de probabilidade	Construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.
Ensino Médio		
Análise de Dados	Possibilidades e cálculo de probabilidade	Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.

		Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades.
--	--	--

Fonte: PCN e PCNEM (1997, 1998, 2002).

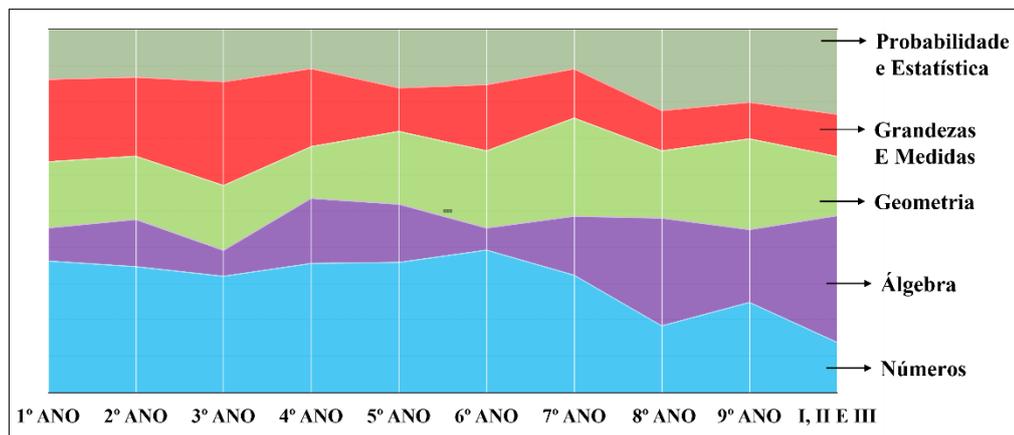
De acordo com Lopes (1998), nesses documentos, o ensino de Probabilidade ganhou pouca visibilidade se comparado a outros conteúdos e foi apresentado de forma insuficiente no que diz respeito a como a temática poderia ser trabalhada em sala de aula, com a justificativa de escassez de literatura nacional. Ainda, segundo a autora, os PCN deveriam ter oferecido maiores orientações e evidências com relação ao ensino de Probabilidade e sobre como favorecer o pensamento probabilísticos dos alunos, “considerando que tais temas nunca foram antes abordados em propostas curriculares brasileiras, além de não terem feito parte da formação inicial do professor” (LOPES, 1998, p. 112).

Em uma discussão mais atual, o ensino de Probabilidade voltou a ser alvo de intensas pesquisas no cenário brasileiro (BÔAS; CONTI, 2018; CASTILHO; FIGUEIREDO; RODRIGUES, 2021; GIORDANO; KIAN, 2021; PINHEIRO; SILVA; GALVÃO, 2020; SAMÁ; SILVA, 2020), após a sua inclusão na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Básica, documento este que, atualmente, “define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p. 9). Embora o documento represente uma evolução nas recomendações para o ensino de Probabilidade, nota-se que este carece de orientações didáticas mais claras e de uma abordagem em espiral com foco no desenvolvimento do pensamento probabilístico. É preciso abordar o referido tema desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, enfatizando conceitos como aleatoriedade, acaso e a classificação de eventos. Todavia, as recomendações não são suficientes para garantir que os alunos desenvolvam compreensão profunda sobre tais conceitos ao longo do tempo.

A BNCC de Matemática está organizada em cinco grandes unidades temáticas correlacionadas (Gráfico 1), onde são indicados os seus respectivos objetos de conhecimentos e habilidades, os quais se espera que os alunos desenvolvam ao longo do Ensino Fundamental e Médio. A saber: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; e Probabilidade e Estatística. Esses níveis de abordagem apresentados no documento servem “tão somente para facilitar a compreensão dos conjuntos de habilidades e de como eles se inter-relacionam” (BRASIL, 2018, p. 277), sendo que cada temática recebe um enfoque diferente, a depender do nível de ensino. Desta forma, conforme podemos observar no Gráfico 1, construído a partir da quantidade de habilidades relacionadas à unidade temática Matemática em cada nível de ensino,

os conteúdos relativos ao ensino de Probabilidade se apresentam com um nível de abordagem regular se comparado às demais unidades temáticas, de forma contínua e gradual ao longo de toda a Educação Básica.

Gráfico 1 – Níveis de abordagens das Unidades Temáticas de Matemática (BRASIL, 2018) que devem ser consideradas na escola básica brasileira



Fonte: Autores (2022)

No que concerne ao ensino de Probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental (Quadro 3), é esperado que os alunos, ainda nesse nível, aprendam os conceitos básicos relativos a este tema, como identificar eventos com acontecimento certo, eventos que podem ou não acontecer e eventos que são impossíveis de acontecer. Além disso, espera-se que aprendam a classificar os resultados dos eventos de acordo com a probabilidade de ocorrerem, a identificar todos os resultados possíveis de um evento aleatório, a estimar as chances de cada resultado acontecer. Ainda, que possam reconhecer os eventos aleatórios com maior chance de ocorrer e, por fim, a determinar a probabilidade de um resultado acontecer em eventos aleatórios quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer.

De modo geral, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o significado intuitivo de Probabilidade se apresenta como um elemento central e indispensável, “uma vez que se refere àqueles termos comumente usados para se referir à incerteza e expressar através de frases coloquiais a quantificação e o grau de crença em relação a eventos incertos” (ORTIZ; ALSINA, 2017, p. 460, tradução nossa).

Quadro 3 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento	Habilidades
------------------	-------------------------	-------------

Estatística e Probabilidade	Noção de acaso.	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
	Análise da ideia de aleatório em situações de cotidiano.	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
		(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios; cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).		

Fonte: Brasil (2018)

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), considerando que os alunos tenham alcançado as habilidades previstas anteriormente, que tenham compreendido os conceitos básicos de Probabilidade e que sejam capazes de estimar a probabilidade de ocorrência de evento aleatório, assumindo que são equiprováveis, por meio da construção do espaço amostral, é esperado que, nos anos finais do Ensino Fundamental (Quadro 4), o estudo seja ampliado e aprofundado, “por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista” (BNCC, 2018, p. 274). Além disso, espera-se que os alunos saibam diferenciar eventos dependentes, calcular a probabilidade nos dois casos, tal como representar a probabilidade da ocorrência de um evento, levando em consideração as mais diferentes formas de representação (fração, porcentagem, número decimal etc.). Essas habilidades são importantes para a compreensão dos conceitos mais avançados de probabilidade e para sua aplicação em situações reais.

Quadro 4 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Estatística e Probabilidade	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

	(frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	
	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrência.	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
	Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: Brasil (2018)

Na última etapa da Educação Básica (Ensino Médio), a BNCC propõe que o ensino de Probabilidade (Quadro 5) seja retomado de forma a ser consolidado, ampliando e aprofundando as habilidades desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, “a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade” (BRASIL, 2018, p. 527), em diferentes contextos, levando em considerações as suas experiências cotidianas. Para que isso ocorra, os estudantes devem ser capazes de desenvolver “habilidades relativas aos processos de investigação, construção de modelos e de resolução de problemas (BRASIL, 2018, p. 529), além de construir de forma autônoma o seu próprio modo “de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (BRASIL, 2018, p. 529). Ou seja, o foco neste nível de ensino é a promoção de ações que ampliem o letramento probabilístico.

A BNCC indica que os alunos utilizem métodos de contagem adequados para identificar e descrever o espaço amostral e o número de casos favoráveis, mesmo que em alguns problemas não seja necessária a utilização da árvore de possibilidades, comum no Ensino Fundamental. Além disso, é necessário que desenvolvam habilidades a fim de reconhecer diferentes tipos de espaços amostrais (como discretos ou não) e situações não equiprováveis, associando os significados dessas características ao Cálculo de Probabilidade.

Quadro 5 – Objetos de conhecimento e habilidades para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento	Habilidades
------------------	-------------------------	-------------

Estatística e Probabilidade	Probabilidade simples e condicional. Eventos sucessivos, mutuamente exclusivos e não mutuamente exclusivos	(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médio em detrimento de outro etc.)
	Noções de probabilidade básica: espaço amostral, evento aleatório (equiprovável). Contagem de possibilidades. Cálculo de probabilidades simples.	(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.
	Eventos dependentes e independentes. Cálculo de probabilidade de eventos relativos a experimentos aleatórios sucessivos.	(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
	Probabilidade. Espaços amostrais discretos ou contínuos. Eventos equiprováveis ou não equiprováveis.	(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Brasil (2018).

Apesar de ter sido oficialmente incluída na BNCC desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, a probabilidade ainda é um assunto que carece de orientações didáticas e metodológicas adequadas para os professores da Educação Básica. Embora o documento apresente habilidades e competências relacionadas ao ensino do referido tema, não oferece uma abordagem ampla o suficiente para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico (conhecimento fundamental para a formação de cidadãos críticos e conscientes). A ausência dessa abordagem forma uma lacuna no documento, o qual apresenta de forma muito genérica e sem referências bibliográficas os objetos de conhecimentos e as habilidades que os alunos precisam atingir, bem como a linguagem necessária a ser construída para expressar o pensamento probabilístico. Como resultado, muitos professores evitam ensinar o assunto ou focam excessivamente em fórmulas e cálculos, evidenciando, assim, a necessidade de uma formação sólida e suporte didático e pedagógico (BATANERO; DÍAZ, 2012). Para que isso seja possível, é preciso oferecer aos professores uma sólida formação inicial e continuada “que lhes permita ensinar probabilidade de uma forma adequada e que, ao mesmo tempo, promova o desenvolvimento do letramento probabilístico” (ORTIZ; ALSINA, 2017, p. 457, tradução nossa) do alunos, a fim de que estes consigam se posicionar de forma consciente frente às inúmeras situações do nosso cotidiano em que os fenômenos aleatórios, a incerteza, o risco e o azar se fazem presentes.

Nesse sentido, é crucial que a BNCC forneça orientações claras e detalhadas sobre como os professores podem ensinar probabilidade com sentido e como eles podem promover o desenvolvimento do letramento probabilístico dos alunos. Isso pode incluir sugestões de

atividades práticas e projetos de investigação que envolvam situações reais, bem como materiais de ensino que ajudem os alunos a entender conceitos complexos de forma clara e acessível.

2.4 DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA ATRAVÉS DA LINGUAGEM PROBABILÍSTICA

Como apontado por Ortiz e Alsina (2017), a aquisição da linguagem probabilística se constitui como um elemento chave na Educação Básica, principalmente, nos anos iniciais. Neste período são introduzidas, de forma gradual e informal, algumas expressões ligadas às noções de probabilidade, “por meio de atividade ou situações problemáticas focadas nos julgamentos que os alunos fazem com base em suas próprias experiências” (ORTIZ; ALSINA, 2017, p. 457, tradução nossa), isto para que percebam que essa linguagem é importante para compreender, comunicar e opinar sobre diferentes tipos de situações. Entretanto, é importante destacar que, nesse momento, o foco não é a construção de uma linguagem matemática formal, mas sim a apropriação de definições e termos matemáticos a partir da sua forma de se comunicar, conforme também aponta Ortiz (2018):

Nos primeiros anos de escolaridade, estas tarefas probabilísticas devem estar fortemente ligadas às situações da vida cotidiana, portanto, o professor deve propor tarefas nas quais os alunos evocam seus conhecimentos e experiências anteriores a fim de construir conhecimentos probabilísticos. Este conhecimento, dada sua natureza intuitiva (em uma primeira etapa), está ligado à linguagem cotidiana, que permitirá que as primeiras noções probabilísticas surjam para dar lugar à "linguagem probabilística" entendida como uma linguagem especializada precisa - precisa no sentido de que está ligada à escala qualitativa de possibilidades de ocorrência de um evento e especializada porque denota conhecimentos especiais em relação ao acaso e à probabilidade - que os estudantes devem usar para se comunicar sobre ideias, conceitos ou procedimentos ligados ao acaso e à probabilidade. (ORTIZ, 2018, p. 380, tradução nossa).

Assim, o processo da aquisição da linguagem probabilística necessita perpassar toda a Educação Básica de forma progressiva e longitudinal, para que os alunos possam compreender a dimensão multifacetada que é a probabilidade (BATANERO, 2005) e construir “estratégias e formas de raciocínios que os ajudem a tomar decisões adequadas em situações cotidianas e profissionais em que o acaso está presente” (BATANERO et al., 2016, p. 8, tradução nossa). A aquisição de um repertório linguístico se faz necessária para que eles possam, desde cedo, se tornar cidadãos letrados probabilisticamente (GAL, 2005, 2012).

A necessidade de se trabalhar com o letramento probabilístico tem sido apresentada e amplamente discutida por Iddo Gal em sua pesquisa intitulada “*Towards ‘Probability Literacy’*”

for all citizens: building blocks and instructional dilemmas”. Neste trabalho, o autor questiona por que os alunos precisam aprender probabilidade e por que devemos ensiná-la. Ele destaca, ainda, as razões básicas para essa emergência: i) a probabilidade faz parte da Matemática e da Estatística, campos de conhecimentos que são indispensáveis para uma educação atual; e ii) ela é fundamental para auxiliar no preparo dos estudantes para eventos aleatórios que permeiam nossa sociedade.

Em sua pesquisa, Gal (2005) propõe a construção de um modelo para o desenvolvimento do letramento probabilístico (Quadro 6), a partir dos **elementos de conhecimento**, referentes às grandes ideias (aleatoriedade, independência e variação), aos cálculos de probabilidade, à linguagem probabilística, ao conhecimento do contexto e à capacidade de julgar os dados de forma crítica; e a partir dos **elementos de disposição**, que envolvem aspectos mais subjetivos, como crenças, hábitos e atitudes pessoais em relação à incerteza e ao risco. Para Ortiz e Alsina (2017, p. 460, tradução nossa), nesse modelo, “a linguagem cotidiana ligada ao significado intuitivo constitui um elemento básico para construir uma conexão com a linguagem probabilística” (p. 460, tradução nossa) e pode, portanto, ajudar os alunos a expor verbalmente a probabilidade de ocorrência de um determinado evento.

Quadro 6 – Modelo para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico

Elementos de Conhecimentos	Elementos de Disposição
Grandes ideias	Postura Crítica
Cálculo de probabilidades	Crenças e atitudes
Linguagem	Sentimentos pessoais em
Contexto	relação à incerteza ao risco
Questões críticas	
 Letramento Probabilístico	

Fonte: Adaptado de Gal (2005, p. 51, tradução nossa)

De acordo com o modelo acima apresentado por Gal (2005), para que uma pessoa seja considerada letrada sobre assuntos referentes à probabilidade, não basta que ela domine apenas aspectos que envolvam as grandes ideias ou que saiba os algoritmos para calcular probabilidades, é preciso, também, que compreenda o papel dos processos probabilísticos e da sua comunicação em situações reais. Outrossim, é importante considerar que, embora esses elementos sejam postos de forma compartimentada e que contenham características próprias, todos eles estão interligados de forma complexa durante o aprendizado. “Isso significa que uma

instrução que se concentra apenas em um ou dois elementos não será suficiente para desenvolver um comportamento de letramento probabilístico” (ORTIZ; ALSINA, 2017, p. 461, tradução nossa), mas sim um conjunto de cinco elementos, conforme aponta Gal (2005):

- **Grandes ideias** – noções e conceitos fundamentais de probabilidade (aleatoriedade, independência, variação e predição) dos quais os alunos devem se apropriar, para que possam desenvolver habilidades, bem como compreender a derivação, a representação e as consequências de declarações probabilísticas. Muitos desses aspectos podem ser representados por símbolos matemáticos ou termos estatísticos, mas suas características não podem ser sintetizadas apenas por notações técnicas. Ademais, esses conceitos precisam ser entendidos não como objetos desconexos entre si, mas como um conjunto de grandes ideias, para que se entenda os aspectos complementares à probabilidade: a previsibilidade e a incerteza (noções de risco e confiança). A previsibilidade e a incerteza caracterizam o nosso conhecimento geral sobre a probabilidade de um evento qualquer, ou seja, dependem das informações e suposições que comunicamos a respeito dos meios que afetam a ocorrência desse evento.
- **Cálculo de Probabilidade** – corresponde às técnicas utilizadas para calcular ou estimar a probabilidade, com intuito de entender o fenômeno analisado. É aqui que os significados de probabilidade clássica, frequentista, subjetiva e axiomática aparecem e se tornam úteis. Assim, é importante que os alunos saibam que existem diferentes formas de estimar a probabilidade e que essas estimativas são resultado da aproximação de informações de diferentes fontes de dados.
- **Linguagem** – compreende a dimensão da “Linguagem do acaso”, ou seja, as diferentes formas de se representar e comunicar sobre o acaso e a probabilidade. Possui estreita relação com as expressões de uso cotidiano que os alunos utilizam para comunicar, de forma qualitativa, a probabilidade de ocorrência de um determinado evento: muito provável, certamente, possível, impossível, com certeza, etc. É esperado que os estudantes tenham oportunidades de expressar oralmente e por escrito os seus sentimentos em relação à probabilidade.
- **Contexto** – está atrelado ao conhecimento de mundo. Os alunos precisam ter consciência de que o acaso e a probabilidade influenciam diretamente em eventos e processos do mundo real e, principalmente, de suas vidas. A compreensão do

contexto é extremamente necessária na escola, pois ajuda a justificar a importância de aprender probabilidade em diferentes setores da vida.

- **Questões Críticas** – referente a ter uma postura crítica diante de informações probabilísticas propagadas pelas mídias como fatos inquestionáveis. Isto é, refletir sobre a origem dessas informações, a forma como estão dispostas, buscar a fonte para checar os dados e entender qual a finalidade do transmissor. Para isso, é preciso que o aluno tenha uma boa familiaridade com elementos de metodologia que afetam a qualidade dos dados de uma pesquisa e que conheça os aspectos tendenciosos que possam dificultar ou distorcer a interpretação dos resultados.

O modelo de letramento probabilístico é composto por diversos elementos que podem ser utilizados como possíveis direcionamentos para que os alunos desenvolvam uma linguagem probabilística especializada e, gradualmente, compreendam conceitos probabilísticos durante a Educação Básica. Para tanto, essa linguagem precisa incluir termos específicos da probabilidade e estar relacionada a situações rotineiras do dia a dia dos estudantes. Contudo, de acordo com Gal (2005), os pesquisadores ainda não têm dado muita atenção a essa temática, o que resulta em poucas pesquisas sobre o desenvolvimento dessa linguagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental (ORTIZ; ALSINA, 2017). Se faz necessário, portanto, um maior investimento em pesquisas e na construção de estratégias para o desenvolvimento de uma linguagem probabilística capaz de auxiliar na compreensão dos alunos referente aos conceitos probabilísticos ao longo de sua formação escolar, pois, como afirmam Nacarato e Grandó (2014, p. 95, tradução nossa):

Muitas das dificuldades e mal-entendidos apresentados pelos estudantes ao tentar resolver problemas de probabilidade estão inicialmente relacionados à falta de uma linguagem adequada com a qual possam interpretar os problemas. Somos guiados aqui pela conclusão apresentada na pesquisa de Bentz, Borovcnik e Bentz (em Sáenz, 1999), que argumenta que as respostas dadas aos problemas podem não representar o pensamento dos alunos, pois as questões relacionadas à linguagem podem confundirlos ou até reforçar suas crenças equivocadas sobre probabilidade.

Sobre essa questão, Watson (2006) destaca que é essencial discutir o papel da linguagem probabilística nos mais diferentes contextos, tendo em vista que as ideias dos estudantes podem ser influenciadas por conhecimentos oriundos de diferentes espaços, como do seu cotidiano, da escola ou até mesmo dos meios de comunicação aos quais têm acesso. De acordo com a autora, é preciso que os professores apresentem, em suas aulas, situações que abordem diferentes contextos, que tragam debates relacionando a linguagem coloquial com a formal, com vistas ao

aprofundamento de conceitos científicos sobre a probabilidade. Na visão de Santos (2015, p. 42) este seria um “movimento entre os conceitos espontâneos e os científicos”.

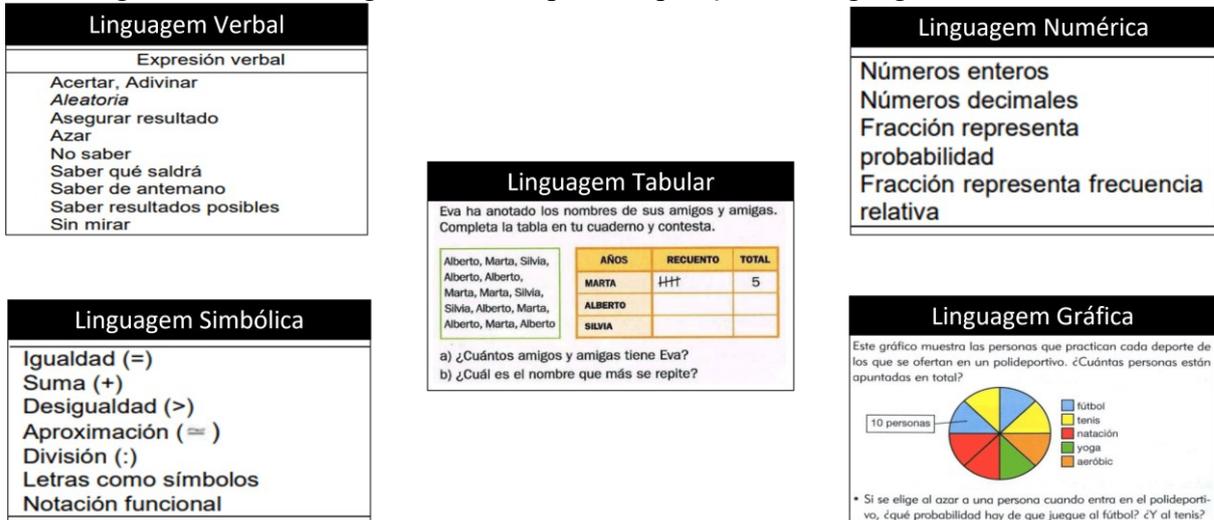
A pesquisa de mestrado de Santos (2010), a qual teve o objetivo de investigar o movimento do pensamento probabilístico dos alunos do 7º ano de uma escola pública, reforça o quanto é necessário discutirmos a inserção de termos da linguagem probabilística desde o início dos estudos sobre probabilidade. Em seu estudo, o autor concluiu que, com a referida linguagem, foi possível identificar e minimizar equívocos de enunciados e conceitos. Além disso, os alunos passaram a compreender que os termos probabilísticos expressam as chances de um evento acontecer e foram capazes de estimar probabilidades de seu acontecimento, utilizando palavras que indicam valores quantitativos exatos (impossível, certo, sem dúvida e seguro) e valores mais flexíveis (pode ser, se espera que, há alguma possibilidade etc.).

Segundo Ortiz e Alsina (2017), a probabilidade deve ser abordada desde as primeiras idades, a partir da linguagem cotidiana e informal, a fim de construir uma base para uma linguagem probabilística adequada, permitindo que os alunos superem suas dificuldades e concepções equivocadas. No entanto, de acordo com Nacarato e Grando (2014), as aulas de probabilidade no Ensino Médio, geralmente, não exploram a negociação de significado de termos como certeza, incerteza, possível, menos provável, improvável, frequência e outros. Acreditamos que esses termos já fazem parte do vocabulário dos alunos, mas, na prática é diferente. Conforme os alunos interpretam e utilizam essas palavras de maneiras diferentes, torna-se evidente a necessidade de lidar com a linguagem probabilística enquanto se desenvolvem conceitos de probabilidade, para, posteriormente, alcançar o desenvolvimento do letramento probabilístico, entendido como "a capacidade de acessar, usar, interpretar e comunicar informações e ideias relacionadas à probabilidade, a fim de participar e gerenciar efetivamente as demandas de funções e tarefas que envolvem incerteza e risco no mundo real" (GAL, 2012, p. 4, tradução nossa). O intuito é que os alunos façam escolhas conscientes e baseadas em evidências, bem como reconheçam e reflitam as/sobre incertezas envolvidas nos diferentes contextos.

Como mencionado anteriormente, Gal (2005) propôs o desenvolvimento de uma linguagem probabilística para que cidadãos possam comunicar ideias relacionadas à probabilidade de forma clara e precisa. Contudo, a partir da leitura do artigo publicado por Torres et al. (2013), intitulado “*El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria*”, percebemos que a linguagem verbal sozinha não é suficiente para tal, pois, de acordo com os autores, é preciso que os alunos desenvolvam outros tipos de linguagem (Figura 6) para

que possam adquirir uma ampla compressão da probabilidade, quais sejam: linguagem verbal, linguagem numérica, linguagem tabular, linguagem gráfica e linguagem simbólica.

Figura 6 – Os cinco grandes focos para a aquisição da Linguagem Probabilística



Fonte: Adaptado de Torres, Haro, Batanero e Contreras (2013)

A **Linguagem Verbal** diz respeito às palavras e expressões que empregamos para comunicar ideias e conceitos matemáticos, sejam termos específicos da Matemática ou palavras do nosso cotidiano usadas para descrever coisas (SCHLEPPEGRELL, 2007). É o meio de comunicação mais utilizado pelos professores para explicar conceitos probabilísticos, exemplos e resoluções de problemas, uma vez que, através dele, podem estabelecer diálogos diretos com os alunos que compartilham perguntas, dúvidas e discussões. Ainda, a linguagem verbal pode ser explorada sozinha ou combinada com outras formas de linguagem, como gráficos e diagramas. De acordo com Shuard e Rothery (1984), existem três categorias de expressões verbais utilizadas no ensino de Matemática: as **específicas da Matemática**, mais técnicas e não comuns na linguagem cotidiana; as **relacionadas à Matemática**, usadas tanto na Matemática quanto no cotidiano dos alunos, porém, com significados que podem variar em ambos os contextos; e as **comuns**, que têm o mesmo significado ou significados muito próximos em ambos os contextos – matemático e cotidiano (ORTIZ; ALSINA, 2017).

A **Linguagem Numérica** está relacionada à quantificação da possibilidade de um evento específico ocorrer e à comparação de probabilidade. No artigo publicado na revista Unión, por Torres et al., em 2013, o qual tinha o intuito de analisar o uso da linguagem probabilística em duas coleções de livros didáticos espanhóis para o Ensino Fundamental, os autores perceberam que a linguagem numérica era muito empregada nos livros analisados, em

forma de números: inteiros, desde o primeiro ciclo⁶⁴, com função nominal ou numérica, representando um valor (possível, impossível ou seguro) da variável aleatória estudada ou um evento no experimento; fracionários, a partir do segundo ciclo, a fim de representar o valor da probabilidade ou da frequência relativa; e decimais, para o terceiro ciclo (TORRES *et al.*, 2013).

A **Linguagem Tabular** refere-se ao uso de tabelas para apresentar, de forma padronizada, dados e informações. É geralmente utilizada para mostrar frequências relativas, como estimativas de probabilidade, e possui forte ligação com o significado frequentista da probabilidade (TORRES *et al.*, 2013). Sua estrutura se torna cada vez mais complexa conforme os níveis de ensino aumentam, possibilitando diversas formas de representação: tabelas de frequência, para listar dados de um espaço amostral; tabela de dupla entrada, para representar dados relacionados a duas variáveis; tabela de frequência relativa, para introduzir a ideia de probabilidade condicional; e tabela de distribuição de probabilidade, para introduzir a ideia de variáveis aleatórias e como elas são utilizadas para modelar experimentos aleatórios.

A **Linguagem Gráfica** relaciona-se à diversidade de representações gráficas, como pictogramas, diagramas de barras, histogramas, diagrama de árvore, e tem como objetivo facilitar a visualização, bem como auxiliar na compreensão de conceitos probabilísticos. Segundo Torres *et al.* (2013), esse tipo de linguagem serve comumente para representar frequências absolutas de variáveis qualitativas ou discretas com poucos valores, e é mais usada para leitura dos dados do que para a sua construção. Muito embora seja pouco utilizada no ensino de probabilidade, sendo que existem outras formas de linguagem para tal, ainda é considerada importante para a compreensão do significado frequentista da probabilidade (ORTIZ; ALSINA, 2017). Esses gráficos, muitas vezes, são simplificados e não refletem a complexidade dos dados no mundo real. Além disso, eles não se assemelham aos gráficos mais modernos e sofisticados veiculados na mídia, como os gráficos de bolhas, o que pode limitar a compreensão dos alunos sobre o tema.

Já a **Linguagem Simbólica** relaciona-se ao emprego de símbolos que representam e comunicam a ocorrência de um evento aleatório, no lugar de usar descrições verbais. De acordo com Ortiz e Alsina, “esse tipo de linguagem está mais frequentemente vinculado ao significado clássico e axiomático de probabilidade” (2017, p. 462, tradução nossa), e seu uso depende do

⁶⁴ O sistema educacional brasileiro organiza a Educação Básica em três ciclos: o primeiro, Ciclo I, compreende os cinco primeiros anos de estudo (do 1º ao 5º ano) do Ensino Fundamental; o segundo, Ciclo II, é composto pelos anos finais do Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano; e o terceiro, Ciclo III, consiste no Ensino Médio, que é dividido em três anos (1º, 2º e 3º ano).

nível de ensino e dos objetivos traçados pelo professor. Por exemplo, ao representar a probabilidade de um evento qualquer, o símbolo “ P ” é convencionalmente utilizado, seguido do evento entre parênteses. Deste modo, a probabilidade de obtermos um número ímpar em um lançamento de um dado pode ser representada por $P(\text{número par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Assim, sinais como “+”, “x”, “/” e “-“ são empregados para simbolizar operações no cálculo de probabilidade, como a regra da soma e do produto.

Em resumo, acreditamos que, para apresentar uma compressão ampla e adequada da probabilidade, nossos alunos precisam desenvolver uma linguagem probabilística especializada que inclua não apenas a linguagem verbal, mas também os outros elementos citados por Torres et al. (2013). Essas diferentes formas de comunicar ideias probabilísticas permitem que os estudantes manifestem seus conhecimentos de maneiras diferentes e mais apropriadas às suas necessidades e inclinações pessoais. Embora isso pareça ser muito complexo e desafiador, é possível que professores de alunos da Educação Básica, por meio de uma abordagem progressiva e adaptada, utilizem exemplos do dia a dia e diferentes formas de linguagem para tornar o assunto mais concreto e atraente.

No próximo capítulo, abordaremos algumas questões teóricas relativas à natureza da pesquisa denominada "Estado da Arte". Tais questões foram embasadas por autores renomados, como Fiorentini *et al.* (2018), Fiorentini e Lorenzato (2006) e Santos e Fiorentini (2021), os quais forneceram metodologias que subsidiaram as ações executadas na nossa pesquisa sobre o Ensino de Probabilidade na Educação Básica. Para isso, foi realizada uma revisão sistemática de teses e dissertações de programas de pós-graduação da área de Ensino e Educação da CAPES.

3 COMPREENDENDO AS PESQUISAS DO TIPO ESTADO DA ARTE: CAMINHOS E POSSIBILIDADES

Neste capítulo trazemos nossas impressões sobre as pesquisas do tipo estado da arte, algumas definições teórico-metodológicas, as principais características e diferenças entre esse tipo de estudo e outras modalidades de revisão sistemática, sua importância para a compreensão de um campo de pesquisa, bem como seus limites e possibilidades. Além disso, descrevemos alguns estudos correlatos, destacando seus objetivos, percursos metodológicos e principais resultados.

3.1 CONCEITOS, DIFERENÇAS, CARACTERÍSTICAS, POSSIBILIDADES E LIMITES

O Relatório intitulado *Research in Brazil*, realizado pelo grupo de trabalho de analistas de dados da *Clarivate Analytics*⁶⁵ para a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), aponta indícios de elementos que demonstram um desempenho considerável da pesquisa brasileira no período de 2011 a 2016. Para isso, foram analisados os dados obtidos da plataforma analítica, *InCites*⁶⁶, que se apoiam em documentos (patentes, sites, artigos, trabalhos de eventos, agência de fomento, livros, patentes etc.) catalogados na base de dados multidisciplinar da *Web of Science*⁶⁷, organizada pela *Clarivate Analytics*. Em síntese, o estudo apontou o Brasil como o 13º maior produtor de publicações de artigos em escala mundial, com um crescimento anual de conclusão dessas pesquisas.

Uma investigação mais recente, intitulada “Panorama da Ciência Brasileira 2015-2020”, realizada pelo Observatório em Ciência, Tecnologia e Inovação (OCTI) juntamente com o Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE), aponta que houve um aumento de 32,2% da produção científica brasileira no ano de 2020 em relação ao ano de 2015. Esse trabalho foi

⁶⁵ Empresa líder global que opera e possui serviços baseados em análise de dados, principalmente pesquisa científica e acadêmica, incluindo análise de patentes, proteção de marcas comerciais, produtos farmacêuticos e biotecnológicos, gerenciamento de propriedade intelectual etc.

⁶⁶ Ferramenta online desenvolvida pela *Clarivate Analytics* que avalia a pesquisa científica e acadêmica, baseada em citações por meio de métricas (quantifica e qualifica), e que permite comparar seus resultados com locais do mundo todo.

⁶⁷ Conhecido anteriormente como *Web of Knowledge*, é um site que permite acessar diferentes bancos de dados, os quais fornecem dados de citações para muitos campos do conhecimento, que podem ser analisados, filtrados e disseminados em um período produtivo.

apresentado pelos pesquisadores do CGEE na 73ª Reunião Anual da SBPC, realizada entre 18 e 24 de junho de 2021. Os principais resultados desta pesquisa destacam que, no período de 2015 a 2020, foram disponibilizados na *Web Of Science* (WoS) mais de 11 milhões de artigos científicos. Cabe destacar que, desse total, aproximadamente 372 mil eram artigos elaborados com a colaboração de, pelos menos, um pesquisador de instituições brasileiras. Os dados também apontam que o Brasil se manteve na 13ª posição mundial de produtor de artigos científicos indexados na base WoS, superando a Rússia (14º), o Irã (15º), a Holanda (16º) e a Turquia (17º), em um *ranking* encabeçado por Estados Unidos da América (EUA), China e Alemanha.

Segundo Ribeiro (2014, p. 54), esse crescimento quantitativo de artigos científicos no Brasil tem possibilitado o “surgimento de pesquisas que buscam, cada vez mais, delimitar e melhor conhecer o que vem sendo produzido em uma determinada área de conhecimento” (p. 54), pois este acumulado desordenado de conhecimento impede que o pesquisador tenha uma visão panorâmica do estado atual atingido em uma determinada área de conhecimento. Nesse sentido, é crescente e necessário o número de investigações que buscam inventariar, mapear essa produção em pesquisas na modalidade estado da arte ou estado do conhecimento, e que têm como objetivo notabilizar “o conhecimento acerca da totalidade de pesquisas em determinado campo investigativo, na busca de caracterizar e descrever a produção” (SANTOS; FIORENTINI, 2021, p. 3). Ademais, esses estudos também contribuem para a constituição do campo teórico e da prática de um campo de conhecimento (ROMANOWSKI; ENS, 2006). A pesquisa do tipo estado da arte é uma das modalidades que busca realizar uma revisão sistemática de investigações qualitativas. Segundo Messina (1999, p. 145):

Um estado da arte é um mapa que nos permite continuar a caminhar; um estado da arte é também uma possibilidade de tecer juntos discursos que à primeira vista parecem ser descontínuos ou contraditórios. Num estado da arte existe a possibilidade de contribuir para a teoria e a prática de algo. (MESSINA, 1999, p. 145, tradução nossa).

Em consonância com Messina, Ernest (1995) diz que “o estado da arte consiste em olhar para o futuro a partir dos traços e antecedentes imediatos do cenário atual da pesquisa” (p. 1, tradução nossa), que se encontra em um movimento de expansão de forma acentuada. Isto é, reflete os “avanços e os entraves que determinada área ou objeto de conhecimento tem apresentado em um determinado período” (PICHETH, 2007, p. 27).

De acordo com Brandão, Baeta e Rocha (1986), esse tipo de pesquisa é bem comum na comunidade científica americana e foi conceituado pela primeira vez no início do século XX. A expressão “Estado da Arte” é efeito de uma tradução literal do inglês do termo "*State-of-the-*

Art", que teve origem no início do século XX. Segundo o *Oxford English Dictionary*⁶⁸, o termo foi empregado pela primeira vez na publicação de um manual de engenharia de Henry Harrison Suplee⁶⁹, em 1910.

Já no Brasil, como em diversos outros países da América Latina, esse movimento aconteceu de modo expressivo entre o final da década de 1970 e início de 1980. Este foi, então, assumido como uma modalidade de pesquisa aplicada ao estudo de um campo de conhecimento e seu progresso, e se tornou indispensável para a compreensão da amplitude do que é produzido e discutido (SANTOS et al., 2020).

De acordo com Nogueira (2009), esses estudos que se propõem a mapear, descrever e analisar a produção científica em diferentes áreas do conhecimento, buscando responder os aspectos e as dimensões que vêm sendo enfatizados e privilegiados em diferentes períodos e lugares, tendem a ter um caráter bem sistemático, porém flexível, e permitem que o pesquisador os adaptem de acordo com o problema de pesquisa. Por conta disso, é comum encontrarmos estudos que realizam revisões, “algumas vezes utilizando diferentes denominações – estado da arte, estado do conhecimento, mapeamento, tendências, panorama entre outras” (NOGUEIRA, 2009, p. 45).

Essas diferentes nomenclaturas dadas aos estudos de revisões, também são apontadas por Vosgerau e Romanowski (2014) no artigo intitulado “Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas”, através do qual realizam um levantamento de artigos científicos no portal de periódicos nacionais e internacionais da CAPES. Por conseguinte, as autoras identificaram uma diversidade muito grande de estudos que realizaram revisões de literatura com as mais variadas denominações, como: levantamento bibliográfico; revisão de literatura; revisão bibliográfica; estado da arte; revisão narrativa; estudo bibliométrico; revisão sistemática; integrativa; meta-análise; metassumarização; e síntese de evidências qualitativas. Segundo as autoras, “esta diversidade de termos encontrada para denominar os estudos que realizam revisões nos leva a questionar sobre a relação existente entre eles: o que os distingue, quando as expressões representam o mesmo tipo de estudo?” (VOSGERAU; ROMANOWSKI, 2014, p. 169). Desta forma, elas classificaram tais revisões em dois grupos: as que mapeiam e as que avaliam e sintetizam.

⁶⁸ Mais importante dicionário de Língua Inglesa, organizado e publicado pela *Oxford University Press*.

⁶⁹ Graduando em Engenharia pela Universidade da Pensilvânia, documentou pela primeira vez, em 1910, no manual de engenharia intitulado “*Gas Turbine: progress in the design and construction of turbines operated by gases of combustion*”, o termo “Estado da Arte”.

Os estudos de mapeamento possuem o objetivo de mapear aspectos teóricos e metodológicos, além de indicar possíveis lacunas para novas pesquisas. Esse processo pode ser feito através de informações quantitativas extraídas dos documentos e a partir de dados qualitativos, que podem ser codificados e transformados em dados quantitativos. Já os estudos de avaliação e síntese, além do mapeamento, avaliam e sintetizam de forma sistemática os resultados das pesquisas por meio de um diagnóstico crítico (VOSGERAU; ROMANOWSKI, 2014).

Para Fiorentini *et al.* (2018), tais estudos podem ser classificados como revisões sistemáticas, que possuem o objetivo de coligir pesquisas semelhantes, relevantes e disponíveis para um problema de pesquisa. Estes obedecem a critérios sistemáticos que são elaborados com a finalidade de minimizar a subjetividade do pesquisador, fornecendo, assim, resultados mais transparentes em forma de síntese de evidências.

Os autores ainda dizem que:

Embora a revisão sistemática utilize como fonte de dados, à semelhança dos estudos de revisão bibliográfica, a literatura de um determinado campo ou tema de estudo, ela diferencia-se da revisão bibliográfica por utilizar um processo metódico e rigoroso de busca e seleção de fontes primárias, de coleta de dados/informações, de análise/interpretação e de sistematização e produção de sínteses integradoras das evidências encontradas. (FIORENTINI *et al.*, 2018, p. 235).

Em conformidade com Dermeval, Coelho e Bittencourt (2020), nesse processo, o problema de pesquisa é a ação mais importante do planejamento de uma revisão sistemática, a qual conduz: a definição da estratégia de busca e seleção dos documentos que devem ser incluídos no *corpus* de pesquisa; a elaboração de critérios de exclusão e inclusão de artigos; a avaliação da qualidade dos trabalhos; a execução de um conjunto de trabalhos em um teste piloto; a coleta/fichamento de dados que ajudem a responder o problema de pesquisa; e, por fim, uma síntese e análise dos dados de forma criteriosa. Em concordância com Fiorentini *et al.* (2018), após a conclusão dessas etapas, os documentos “precisam ser comparados, contrastados e discutidos visando, de um lado, produzir sínteses integrativas e, de outro, apontar problemas e questões que demandam a realização de novas pesquisas” (p. 236). Dessa maneira, dependendo do objetivo da investigação, a revisão sistemática pode se enquadrar em uma das seguintes modalidades: mapeamento; estado da arte da pesquisa ou estado do conhecimento; metanálise; e metassíntese.

Ainda, de acordo com Fiorentini *et al.* (2018), o mapeamento procura compreender os aspectos teóricos e epistemológicos de uma área de pesquisa, e não se preocupa com os

resultados dos estudos, ainda que estes também possam ser codificados e, posteriormente, mapeados.

No Quadro 7, a seguir, trazemos a identificação de cada modalidade de revisão sistemática indicada por Fiorentini *et al.* (2018) e, em caráter de síntese, apresentamos os conceitos propostos pelo autor e seus colaboradores para as respectivas modalidades.

Quadro 7 – Modalidades de Revisão Sistemática segundo Fiorentini *et al.* (2018)

Tipos de Revisões Sistemáticas	Definição
Mapeamento	[...] processo sistemático de levantamento e descrição de informações das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teóricos-metodológicos e temáticos. (FIORENTINI <i>et al.</i> , 2016, p. 18)
Estado da Arte ou Estado do Conhecimento	[...] modalidade de pesquisa qualitativa, de caráter histórico-bibliográfico, denominada “Estado da Arte da pesquisa ou estado do Conhecimento” é utilizada quando o pesquisador busca sistematizar os resultados (isto é, os conhecimentos) produzidos em um determinado campo de estudo ou temática de pesquisa, durante um período de tempo. Assim, ele faz, ao final, um balanço de síntese do conhecimento produzido, evidenciando contribuições e questões ou temáticas em aberto e que demandam investigações. (FIORENTINI <i>et al.</i> , 2018, p. 241).
Metanálise de pesquisas	[...] uma modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma “revisão sistemática” de um conjunto de estudos já realizados, em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa, tentando extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses, transcendendo aqueles anteriormente obtidos (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 71).
Metassíntese	Representa uma tentativa sistemática e rigorosa de realização de leituras de segunda ordem acerca das interpretações encontradas nos estudos qualitativos (de campo) de primeira ordem. (FIORENTINI <i>et al.</i> , 2018, p. 241).

Fonte: Autores (2022)

Fiorentini *et al.* (2018) apontam que a escolha dessas modalidades de revisão sistemática, apresentadas no Quadro 7, depende da essência do que se pretende “pesquisar ou problematizar acerca do conhecimento produzido em relação a um determinado campo ou objetivo mais delimitado de estudo” (p. 250). Segundo os autores, os estudos de mapeamento e estado da arte da pesquisa geralmente são mais densos e englobam uma quantidade significativa de trabalhos concernentes a uma temática de pesquisa, no decorrer de um longo período. Por outro lado, os estudos de metanálise e de metassíntese tendem a abarcar uma quantidade bem menor de estudos, pois são extremamente meticulosos e necessitam de leituras e interpretações bem detalhadas, para que seja possível produzir revisões sistemáticas profundas.

As pesquisas do tipo estado da arte também assumem um caráter histórico-bibliográfico (FERREIRA, 2002; FIORENTINI; LORENZATO, 2006) e propendem a “inventariar,

sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 103). Nessa mesma perspectiva, Ferreira (2002) salienta que esses estudos permitem ampla visualização do que se tem produzido e, portanto, proporcionam ao pesquisador a capacidade de fazer (inter)relações entre as pesquisas, bem como produzir novos dados e conhecimentos.

Outros pesquisadores que se debruçam sobre os estudos na referida modalidade, no contexto educacional brasileiro, como Melo (2006), Ferreira (2021) e Santos e Fiorentini (SANTOS; FIORENTINI, 2021), salientam que tais pesquisas buscam compreender o conhecimento produzido, reunido e sistematizado sobre determinado tema ou campo de investigação ao longo do tempo e sumarizam a produção científica num campo de compreensão específico. À vista disso, as pesquisas compreendidas como estado da arte, atualmente, são consideradas integrantes de um campo de conhecimento (FERREIRA, 2021).

Em sua pesquisa intitulada “Três décadas de pesquisa em Educação Matemática: um estudo histórico a partir de teses e dissertações”, Melo (2006) descreve esta modalidade de pesquisa da seguinte forma:

[...] esse tipo de pesquisa não é apenas uma revisão de estudos anteriores, mas busca, sobretudo, identificar as convergências e divergências, as relações e arbitrariedades, aproximações e contrariedades existentes nas pesquisas e apresentam indícios e compreensões do conhecimento a partir de estudos acadêmicos como teses e dissertações. Esse movimento de aproximar e distanciar as pesquisas acadêmicas, a fim de enxergar o fundo teórico, metodológico e temático comum às pesquisas [...] tomando como material de análise estudos específicos, traduzidos em artigos, publicações em anais e, especialmente, em dissertações e teses acadêmicas. (p. 62).

Ferreira (2021) complementa, destacando que as pesquisas do tipo estado da arte buscam:

[...] inventariar, fazer um balanço, descrever, mas o sujeito (pesquisador) opera com as informações e dados coletados, recorta e identifica, cruza e une fios, questiona e interpreta por um ponto de partida escolhido por ele, cria uma narrativa plausível e coerente, mutável e inacabada, buscando dar uma organicidade compreensível aos leitores. (p. 9).

Assim, de acordo com Picheth (2007), o sujeito inserido (pesquisador) nessa modalidade de pesquisa é responsável por conduzir o estudo:

[...] a um olhar ampliado e guiado às diversas possibilidades que possam contribuir da forma mais qualificada possível com o processo de investigação, visando construir o ainda não-construído, descobrir o ainda não-descoberto, redimensionar a visão que contribua acima de tudo com uma ciência que não se repita, não se cristalice e se renove. (PICHETH, 2007, p. 26).

Nesse contexto, segundo Ferreira (2002), o pesquisador do “Estado da Arte”, durante o processo de organização da produção científica, percorre duas fases bastante distintas, porém,

a depender do objetivo da pesquisa, ambas podem ser complementares. A primeira fase se trata daquela em que o investigador busca quantificar e identificar dados bibliográficos da produção acadêmica (produtividade, evolução histórica e distribuição institucional/regional da produção científica), geralmente, localizados nas primeiras páginas do documento ou na própria base de dados. Esta etapa permite a visualização do movimento histórico e do amadurecimento do campo de pesquisa. Com isso, também é possível perceber o crescimento das pesquisas ao longo do tempo, diacronicamente, os saltos ou movimentos contínuos, os sujeitos envolvidos, os locais onde as mesmas foram produzidas, as intersecções, as transformações e o seu desaparecimento (em um tempo ou lugar) (FERREIRA, 2002). Já na segunda fase, o olhar do pesquisador volta-se às tendências teórico-metodológicas, contrastando os estudos entre si. Nesta, a preocupação do pesquisador é “buscar responder, além das perguntas “quando”, “onde” e “quem” produz pesquisas num determinado período e lugar, àquelas questões que se referem a “o quê” e “o como” dos trabalhos” (FERREIRA, 2002, p. 265).

Face ao exposto, as pesquisas denominadas “Estado da Arte” ou “Estado do Conhecimento”

[...] parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações, teses e publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são reconhecidos por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que caracterizam como tais em cada trabalho e no conjunto deles, sobre os quais o fenômeno passa a ser analisado. (FERREIRA, 2002, p. 258).

Ao discutirmos sobre tais pesquisas e alicerçados em estudos nessa área, é possível deslindar ainda que essas investigações, ao exporem o nível de conhecimento e o grau de desenvolvimento de uma área, com realce no que há de mais recente, intentam, entre outras coisas: “diagnosticar temas relevantes, emergentes e recorrentes, indicar os tipos de pesquisa, organizar as informações existentes bem como localizar as lacunas existentes” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 41); “focalizar, mais qualitativamente, o desenvolvimento e as transformações de seus objetivos de estudos, seus focos e temas de interesse, referências e outros recortes acerca de sua natureza” (SALEM, 2012, p. 93); “identificar a produção, categorizá-la, descrevê-la e analisá-la, revelando seus múltiplos enfoques, tendências, sobretudo temáticas e teórico-metodológicas” (SANTOS, R. M., 2015, p. 35); “identificar as convergências e divergências, as relações e arbitrariedades, as aproximações e contrariedades existentes nas pesquisas” (MELO, 2006, p. 62); e “apresentar um panorama de tal área do

conhecimento e também auxiliar na divulgação e na discussão das pesquisas que vêm sendo realizadas no recorte local e temporal escolhido” (COBELLACHE, 2017, p. 45).

Nessa conjuntura, essas pesquisas não buscam somente identificar o que já foi produzido, mas analisar, categorizar e desvelar o contexto plural das temáticas e perspectivas (ROMANOWSKI; ENS, 2006). Ratificando, Soares e Maciel (2000, p. 4) apontam que, num estado da arte, é preciso construir “categorias que identifiquem, em cada texto, e no conjunto deles as facetas sobre as quais o fenômeno vem sendo analisado” (p. 4). Por conseguinte, entende-se que este procedimento não diz respeito apenas ao processo de coleta e análise de dados, mas nomeadamente à produção de dados. Santos (2015) evidencia “que esta produção se dá na medida em que as pesquisas são analisadas e desta análise despontam novos conhecimentos e informações possíveis apenas a partir de inventários dessa natureza” (p. 45).

As motivações as quais têm levado os pesquisadores a se dedicarem aos estudos que se enquadram na modalidade estado da arte ou estado do conhecimento, foram apontadas por Ferreira:

A sensação que parece invadir esses pesquisadores é a do não conhecimento acerca da totalidade de estudos e pesquisas em determinada área de conhecimento que apresenta crescimento tanto quantitativo quanto qualitativo, principalmente reflexões desenvolvidas em nível de pós-graduação, produção esta distribuída por inúmeros programas de pós e pouco divulgada. (FERREIRA, 2002, p. 258–259).

Agregando a tais motivações, Picheth destaca que:

Para o pesquisador focado em pesquisas do tipo estado da arte, a realidade jamais está totalmente construída e mesmo o que já foi realizado é permissível de novos desdobramentos, como se as coisas e os conhecimentos continuassem tendo algo de incompreensível, enigmático e repleto de muitos segredos e originalidades. (PICHETH, 2007, p. 30).

Para Romanowski e Ens (2006), o anseio por estas investigações “deriva da abrangência desses estudos para apontar caminhos que vêm sendo tomados e aspectos que são abordados em detrimento de outros” (p. 38-39), bem como move “o pesquisador por um sentimento, por um desejo pelo ainda não-alcançado, ou seja, explorar caminhos distantes, muito mais abrangentes e rigorosos metodologicamente” (PICHETH, 2007, p. 57).

Em conformidade com esse pensamento e com Ferreira (2002), a principal justificativa para a iniciar uma pesquisa do tipo estado da arte pode estar atrelada ao ato dos pesquisadores experienciarem o sentimento de:

[...] conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisa realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez, mais rapidamente e de divulgá-lo para sociedade, todos esses pesquisadores trazem em comum a opção metodológica, por ser constituírem pesquisas de levantamento e de avaliação do conhecimento sobre determinado tema. (FERREIRA, 2002, p. 259).

Além disso, nesse enquadramento das pesquisas apresentadas como estado da arte ou estado do conhecimento, os pesquisadores levantam algumas observações sobre a relevância/necessidade/importância, contribuições, limites e possibilidades a respeito dessa modalidade de pesquisa. Por exemplo, no Seminário “A Didática em Questão”, Lüdke (1984) indica a necessidade de realizar Estados da Arte ao afirmar que esses estudos poderiam contribuir para a constituição de “um marco histórico” de um campo de conhecimento, bem como viabilizar a verificação de sua “evolução”.

Sobre essa questão, Soares e Maciel (2000) complementam que:

[...] da mesma forma que a ciência se vai construindo ao longo do tempo, privilegiando ora um aspecto ora outro, ora uma metodologia ora outra, ora um referencial teórico ora outro, também a análise, em pesquisas de “estado do conhecimento” produzidas ao longo do tempo, deve ir sendo paralelamente construída, identificando e explicitando os caminhos da ciência, para que se revele o processo de construção do conhecimento sobre determinado tema, para que se possa tentar a integração de resultados e também, identificar duplicações, contradições e, sobretudo, lacunas, isto é, aspectos não estudados ou ainda precariamente estudados, [e] metodologias de pesquisa pouco exploradas. (SOARES; MACIEL, 2000, p. 6).

Para Romanowski e Ens (2006), a constituição desses estudos também podem representar:

[...] uma contribuição importante na constituição do campo teórico de uma área de conhecimento, pois procuram identificar os aportes significativos da construção da teoria e prática pedagógica, apontar as restrições sobre o campo em que se move a pesquisa, as suas lacunas de disseminação, identificar experiências inovadoras investigadas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa na constituição das propostas a área focalizada. (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 39).

Justificando também a necessidade de investigações dessa modalidade, Soares e Maciel (2000) afirmam que esses estudos são:

[...] sem dúvida, de grande importância, pois pesquisas desse tipo é que podem conduzir à plena compreensão do estado atingido pelo conhecimento a respeito de determinado tema, sua amplitude, tendências teóricas, vertentes metodológicas. Essa compreensão do estado do conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, a fim de que se ordene periodicamente o conjunto de informações e resultados já obtidos, ordenação que permita a indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições e a determinação de lacunas ou vieses. (SOARES; MACIEL, 2000, p. 9).

Para Carvalho e Bueno (2004), o crescimento exorbitante da produção acadêmica brasileira (crescendo a “passos largos”) já não é nenhuma novidade, pois este é um fato perceptível ao adentrarmos em uma biblioteca, numa livraria, ao acessarmos um periódico, ou até mesmo ao utilizarmos mecanismos de busca da internet. Esse crescimento também pode ser observado no número vertiginoso de teses e dissertações defendidas ao longo dos anos nos programas de pós-graduação brasileiros. Tendo em vista a imensa quantidade de informações

existentes, geradas pelo processo acelerado da produção científica em todas as áreas do conhecimento, a publicização desse conhecimento acumulado se faz necessária para a sociedade (DROESCHER; SILVA, 2014) e proporciona a realização de diversas pesquisas do tipo estado da arte ou estado do conhecimento, possibilitando, assim, uma visão sucinta e crítica.

Nessa perspectiva, Alves-Mazzotti (2002, p. 30) afirma que a proximidade com estudos dessa modalidade concede ao pesquisador a capacidade de problematizar uma temática, “indicando a contribuição que seu estudo pretende trazer à expansão desse conhecimento, quer procurando esclarecer questões controvertidas ou inconsistências, quer preenchendo lacunas” (p. 30).

À vista disso, os elaboradores desses estudos podem “se configurar como divulgadores da produção científica brasileira, tanto na esfera interna acadêmica, quanto na esfera pública/social” (CONRADO, 2005, p. 18). Através desses, enfatizam o quanto foi produzido ao longo do tempo (caráter quantitativo) e quais enfoques teórico-metodológicos (caráter qualitativo) foram adotados. Assim, conforme aponta Picheth (2007), esse conhecimento passa a ganhar credibilidade e reconhecimento à medida que é amplamente disseminado.

A realização desses estudos também é importante para que os pesquisadores e os seus pares estejam cientes dos resultados já alcançados até o presente momento, dos avanços e possíveis repetições num determinado campo de conhecimento. Geralmente, serve como ponto de partida para o desenvolvimento de novas pesquisas e abordagens metodológicas (PICHETH, 2007).

Em consonância com o pensamento exposto anteriormente, Mueller (2000) relata que “os resultados alcançados por determinado pesquisador são frequentemente retomados por outros cientistas, teóricos ou aplicados, que dão continuidade ao estudo, fazendo avançar a ciência” (p. 25). Esta prática se torna indispensável em tempos de intensas transformações relacionadas aos avanços da ciência e da tecnologia. Nesse contexto, realizar uma pesquisa na concepção de estado da arte “é acima de tudo reconhecer o objeto de estudo sob pontos de vista diferenciados, em que os dados que compõem a sua história científica são elementos base para compreender o que ainda precisa ser investigado” (PICHETH, 2007, p. 27).

Sobre esse aspecto, Ferreira (2021, p. 18–19) acrescenta que:

No estado da arte, a produção acadêmica inventariada e problematizada sempre será aquela em que o pesquisador, sob seu ponto de vista, conseguiu separar, recortar, copiar, reunir, nomear, classificar, ordenar, propondo uma “biblioteca” formada por um conjunto de documentos (partes) que pode ser organizada e operada por

intersecções, ajuntamento, de semelhanças e diferenças e interpretada pelo seu todo. (p. 18-19).

Complementando, a mesma autora realiza uma analogia entre as pesquisas do tipo estado da arte e a biblioteca, para explicar o movimento de organização e análise dos documentos tomados pelo pesquisador:

Um estado da arte pode ser visto, deste modo, como uma biblioteca (des)arrumada nas inúmeras combinações que são postas a ela por um determinado pesquisador, naquele momento, naquela situação, com algumas operações e intenções específicas. Uma biblioteca que, de certa forma, tem uma movimentação ininterrupta e um sentido de incompletude, pois a cada novo documento inventariado ou a cada interpretação proposta por um pesquisador, ela pode ganhar uma nova configuração no debate acadêmico (FERREIRA, 2021, p. 19).

Em suma, essas pesquisas têm papel fundamental no sentido de revistar o já exposto à comunidade científica, sempre com um amplo aspecto de mapeamento que congregue, se possível, tudo o que foi produzido sobre uma determinada temática num determinado período, propiciando momentos de reflexão a respeito das discussões que circundam o objeto de pesquisa (PICHETH, 2007). Como afirmado anteriormente, estudos nessa modalidade são essenciais para qualquer área do conhecimento. No entanto, abarcar tudo o que se tem produzido em uma área de pesquisa não é tarefa fácil. Segundo Ferreira, este “é um fazer marcado por dificuldades, limitações e perdas, porque esbarra na impossibilidade de reunir o todo e o tudo” (FERREIRA, 2021, p. 19).

Por exemplo, diversas pesquisas produzidas antes do surgimento das bibliotecas digitais, como o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), findaram se perdendo ao longo dos anos ou, no mínimo, estão disponíveis apenas para serem consultadas em um espaço restrito (bibliotecas, cópias dos documentos em universidade ou centros de pesquisa). Santos e Fiorentini (2021), apontam que “são poucas as pesquisas produzidas antes do surgimento dos bancos digitais que foram posteriormente digitalizadas e disponibilizadas online” (p. 9), em consonância com Romanowski e Ens (2006), que ratificam:

[...] que o acesso ao material de pesquisa pode constituir limite severo na realização do estado arte. Quando as teses e dissertações não são publicadas em forma de livros, e só estão disponíveis nas bibliotecas dos programas de pós-graduação, é preciso recorrer ao sistema COMUT. A consulta local é inviável em função da dimensão territorial brasileira, e pelo sistema COMUT o processo é dispendioso e demorado, o que torna restrito e difícil o acesso às pesquisas. Alguns trabalhos, apesar da obrigatoriedade de depósito em biblioteca, por algum motivo deixam de fazer parte do acervo, inviabilizando a consulta. (p. 47).

A dificuldade de acesso a alguns documentos difundidos nessas bibliotecas digitais é motivada por vários fatores, dentre eles: i) o intervalo de tempo que é dado entre a correções da pesquisa e o seu depósito na biblioteca; ii) a restrição determinada pelos pesquisadores para a sua não divulgação; iii) a ausência de teses e dissertações no banco digital da CAPES, antes do ano de 2012; iv) o documento estar disponível exclusivamente de forma física na instituição de origem.

A título de exemplo de tais limitações, Teixeira (2008), em sua pesquisa de doutorado, a qual buscava levantar a produção acadêmica brasileira materializada em dissertações e teses em ensino de biologia defendidas nos Programas de Pós-Graduação entre 1972 e 2004, efetuou as primeiras buscas das pesquisas no catálogo de teses e dissertações da CAPES e na BDTD. A partir disso, o autor constatou que alguns documentos não estavam disponíveis na íntegra, sendo possível identificar apenas o nome do autor e o título da pesquisa. Logo após, recorreu aos *sites* dos Programas de Pós-Graduação. Quando essas pesquisas não se encontravam disponíveis em nenhuma das bases de dados, ele visitava o Currículo *Lattes* de cada pesquisador e encaminhava um e-mail solicitando uma cópia em formato digital da pesquisa. De acordo com Neto (2021), essa falha:

[...] ocorreu principalmente para alguns daqueles trabalhos que foram defendidos em data anterior à coleta e disponibilização no Catálogo, que correspondem a antes do ano de 2012. [...] Nas visitas aos sítios eletrônicos das IES e dos Programas ou das Bibliotecas digitais ou repositórios institucionais dessas IES, descobrimos que outras pesquisas ainda não constavam no Catálogo nem na Biblioteca Digital, o que ampliou nosso repertório de informações, até porque algumas pesquisas defendidas em 2018 ainda não estavam inseridas nas plataformas. (NETO, 2021, p. 24).

Além das falhas apresentadas nos catálogos e/ou bibliotecas digitais, Ferreira (2002) indica que muitos dos títulos de trabalhos disponíveis nas bases de dados são confusos e não correspondem totalmente ao tema de pesquisa. Romanowski e Ens (2006, p. 46) discorrem que:

[...] alguns resumos são muitos sucintos e outros confusos ou incompletos, sem informação sobre o tipo de pesquisa e os procedimentos de coletas de dados. Alguns sequer deixavam claro os objetivos do trabalho e vários confundiam a metodologia da pesquisa com os procedimentos e instrumentos de pesquisa. (p. 46).

Assim sendo, o pesquisador, comprometido em realizar uma pesquisa do tipo estado da arte ou estado do conhecimento, precisa ser cauteloso no momento de buscar as pesquisas, para que nenhum trabalho fique de fora do mapeamento. Também é preciso ter cuidado com a seleção dos documentos que irão compor o banco de dados da pesquisa, pois nem sempre é possível identificar se determinado trabalho condiz com o objetivo da pesquisa apenas através da leitura do título e/ou o resumo, tendo em vista que muitos trabalhos apresentam esses elementos (o título e o resumo) de forma desconexa do objetivo real da pesquisa.

Ciente dessas questões pontuais, o pesquisador consegue detectar “também brechas, lacunas que causam percepções de ‘vazio’, ou seja, prismas sob os quais determinado objeto de estudo não foi tratado; estes prismas refletem o surgimento de novas pesquisas, conseqüentemente na ampliação da Ciência” (PICHETH, 2007, p. 28). Ele pode, assim, sem dúvida, “localizar e delinear a extensão em que os trabalhos em uma área do conhecimento estão inseridos, de forma a estudar seus traços intrínsecos, vinculados às possíveis influências do meio – tempo, espaço geográfico, relações históricas e questões culturais” (NOGUEIRA, 2009, p. 46).

Por conseguinte, mediante à extensa discussão sobre as pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte” e tendo em vista o nosso objeto de pesquisa, reiteramos nosso objetivo de empreender uma investigação sobre a consolidação da produção acadêmica em Educação Probabilística na Educação Básica nos Programas brasileiros de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, reconhecendo as possibilidades de tantas outras interpretações, a depender do leitor que estiver motivado a lê-lo ou do pesquisador que o pretenda realizar. Portanto, estamos cientes da importância desse trabalho e esperamos, dessa forma, proporcionar uma visão abrangente do campo de pesquisa e contribuir para investigações futuras neste campo.

Na próxima seção, apresentaremos uma revisão bibliográfica de outros estudos de revisão realizados no Brasil, no campo da Educação Probabilística, com o objetivo de realizar uma síntese de cada trabalho, destacando as abordagens e os principais resultados já alcançados neste campo de investigação.

3.2 REVISÃO DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA EM EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NO BRASIL

Ao efetuar uma breve busca no *Google Acadêmico*, no Portal Periódico da CAPES e no Catálogo de Teses e Dissertações, identificamos diversos tipos de pesquisas elaboradas no Brasil (teses, dissertações, artigos científicos, trabalhos publicados em anais de eventos, capítulos de livros, etc.) que já realizaram algum tipo de revisão de literatura acerca do campo da Educação Estatística e da Educação Probabilística (metapesquisa, mapeamento, revisão sistemática, estado do conhecimento, estado da arte, balanço de pesquisa, estudo bibliográfico, cenários de pesquisa, meta-análise, revisão de literatura, metacompreensão, etc.).

Nesse mapeamento, identificamos 57 trabalhos que fazem referência à Educação Estatística (3 dissertações, 1 tese, 44 artigos, 2 capítulos de livro e 7 trabalhos publicados em anais de eventos) e apenas 6 documentos que tratam especificamente da Educação Probabilística (4 artigos científicos e 2 capítulos de livro), conforme podemos observar no Quadro 8. De modo geral, são pesquisas que buscam descrever e analisar a pesquisa em Educação Estatística e a Educação Probabilística no Brasil, a partir de diversos catálogos compostos por uma grande quantidade de documentos heterogêneos, estabelecidos com base em recortes teórico-metodológicos estritamente específicos.

Quadro 8 – Quantitativo de pesquisas que realizaram revisões sistemáticas no campo da Educação Estatística e Probabilística.

Bases de Dados	Total	Educação Estatística	Educação Probabilística
<i>Google Acadêmico</i>	14	10	4
Periódicos CAPES	45	43	2
Banco de Teses e Dissertações da CAPES	4	4	0
Total	63	57	6

Fonte: Autor (2022)

No quadro anterior identificamos uma lacuna na pesquisa em Educação Probabilística, no âmbito da pesquisa *Stricto Sensu*. Nesta pesquisa nos atentamos somente para os trabalhos de revisões que discutem especificamente sobre a Educação Probabilística, buscando compreender quais caminhos foram traçados nesses estudos. Dessa forma, realizaremos uma breve revisão de literatura dessas pesquisas correlatas (Quadro 9), ressaltando seus objetivos, metodologias e seus principais resultados.

Ritter e Bulegon (2016) realizaram um mapeamento sobre os trabalhos que tratam da Probabilidade Geométrica⁷⁰ em periódicos, monografias e dissertações, entre 1982 e 2016, apontando as propostas, abordagens, recursos e atividades de ensino. Segundo essas autoras, a temática não é abordada nas aulas de Matemática do Ensino Médio e muito menos discutida nos livros didáticos. Daí se justifica a necessidade de tal mapeamento. A busca dos trabalhos foi realizada em periódicos digitais e impressos da área de Educação e Ensino de Matemática, no portal de periódicos da CAPES, no *Google Acadêmico* e nos *sites* dos programas brasileiros de pós-graduação. Foram, então, selecionados os trabalhos que apresentavam em seus títulos as palavras-chave Probabilidade e/ou Jogos dos discos, e que faziam menção à Probabilidade

⁷⁰ Estuda os conceitos probabilísticos por meio de relações entre comprimentos de segmentos, áreas de figuras planas e volumes de sólidos, estabelecendo relações entre Probabilidade e Geometria.

Geométrica. A partir disso, foram selecionados 24 trabalhos, dentre eles: 11 dissertações, 1 monografia, 8 artigos científicos, 2 minicursos e 2 oficinas. A pesquisa evidenciou que “existe uma preocupação dos pesquisadores em produzir material sobre o tema, elaborando Modelos de propostas de ensino e Atividades de Aprendizagem que possam servir de base” (RITTER; BULEGON, 2016, p. 594) para professores que tenham interesse em abordar esse conteúdo em sala de aula. Dentre os materiais mencionados nessas pesquisas, destacam-se as atividades de resolução de problemas de lápis e papel (33%) e atividades práticas por meio de jogos e materiais lúdicos (29%). As pesquisadoras indicam também que o Ensino de Probabilidade Geométrica, com o uso de tecnologias, é pouco explorado, o que aponta para o indício de uma possível lacuna que merece ser explorada.

Santos e Carvalho (2018) conduziram uma revisão sistemática, com o propósito de mapear e analisar a produção acadêmica sobre o Ensino de Probabilidade na Educação Básica (2012-2017), buscando destacar o cenário de desenvolvimento dessas pesquisas, as ferramentas, os recursos e as metodologias empregadas para o Ensino de Probabilidade. Para isso, foram feitas duas buscas. A primeira foi realizada no *site* da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), e tinha como foco encontrar trabalhos publicados entre 2012 e 2017. Para tanto, foram utilizadas as seguintes palavras-chave: probabilidade, Ensino de Probabilidade, Letramento Probabilístico, Educação Básica, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Desse modo, 72 trabalhos foram localizados, porém, após uma análise preliminar do material encontrado, foram selecionados apenas 10 trabalhos cujo objeto de estudo era o Ensino de Probabilidade na Educação Básica. Dentre eles: 2 trabalhos voltados para a Educação Infantil, 3 para o Ensino Fundamental e 5 voltados para o Ensino Médio.

Já a segunda busca foi realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com os mesmos descritores citados anteriormente. Também foram consultadas outras bases de dados internacionais. Os autores encontraram 6 pesquisas, 3 delas no Catálogo da CAPES e as outras foram selecionadas devido ao seu impacto nacional (CAZORLA; GUSMÃO; KATAOKA, 2011) e mundial (BRYANT; NUNES, 2012; NUNES et al., 2015). Os dados apontam os recursos didáticos como principal metodologia de ensino, especialmente o uso de jogos e atividades com lápis e papel. De acordo com Santos e Carvalho (2018), urge a necessidade de pesquisas que tragam como foco a qualidade do ensino e aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica, e que priorizem o desenvolvimento de propostas e recursos para a sua efetivação.

Outro trabalho a ser destacado foi elaborado por Oliveira et al. (2020) e intitulado “Um olhar para as pesquisas brasileiras sobre Letramento Probabilístico de 2007 a 2018”. Este capítulo de livro, publicado pela editora Atena no *Ebook* “A Educação como diálogo intercultural e sua relação com as políticas públicas 2”, realizou um mapeamento no Catálogo de Teses e dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) sobre as pesquisas que tiveram como foco o modelo proposto por Gal (2005) para o desenvolvimento do letramento probabilístico, com objetivo de analisar a incidência dos elementos cognitivos e de disposições que compõem essa teoria. Para os autores, essa pesquisa se enquadra na modalidade estado da arte, uma vez que evidencia teses e dissertações que discutem o ensino e/ou aprendizagem de Probabilidade desenvolvidas no Ensino Fundamental, Ensino Médio, e na Formação inicial e/ ou continuada de professores que ensinam Matemática. Ao final, foram identificados 13 trabalhos que utilizaram o aporte teórico-metodológico de Iddo Gal. Os autores sinalizam que é preciso diversificar os contextos utilizados nas pesquisas, tendo em vista que os jogos de azar aparecem com mais frequência e, na maioria dos casos, é o único a ser discutido.

Lima (2021), por sua vez, realizou um levantamento bibliográfico concernente ao Ensino de Probabilidade na Educação Estatística, através do qual pretendia identificar, caracterizar e compreender o que vem sendo investigado em artigos científicos brasileiros sobre o Ensino de Probabilidade nas edições especiais de Educação Estatística, no período de 2011 a 2019. Nesse levantamento bibliográfico, foram inventariadas e descritas 29 pesquisas brasileiras que abordavam a temática. A partir da análise dos trabalhos emergiram duas categorias temáticas: em relação à fundamentação teórica e em relação às abordagens metodológicas assumidas pelos autores das pesquisas. O autor evidencia que a investigação realizada permite uma compreensão mais abrangente do campo de estudo pouco explorado e que pode despertar o debate de novas reflexões sobre as lacunas que ainda faltam ser investigadas, especialmente em relação à formação inicial e continuada para o ensino de probabilidade e à utilização de recursos tecnológicos.

Lozada et al. (2021) desenvolveram uma revisão sistemática intitulada “Recursos didáticos para a formação de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental”, a partir dos trabalhos sobre este tema localizados no *Google Acadêmico*, entre 2014 e 2019. Foram selecionados para o *corpus* da pesquisa 10 trabalhos, sendo que 5 são relatos de experiências e os outros 5 consistem em teses e dissertações, categorizadas em jogos manipuláveis e jogos digitais. Dentre os documentos encontrados, apenas 2 foram discutidos

no decorrer do artigo. Os resultados indicam que os jogos expostos nos trabalhos analisados “são de fácil manipulação seja o concreto quanto o digital, sendo o primeiro com caráter mais problematizador e o segundo com uma interface mais visual e relacionada diretamente aos conceitos específicos de probabilidade” (LOZADA et al., 2021, p. 1645), o que garante uma aprendizagem de forma lúdica e interativa, despertando nos alunos o interesse pelas aulas de probabilidade.

Lima et al. (2021) apresentaram um estado do conhecimento sobre o ensino de probabilidade nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, entre os anos de 2010 e 2016. O mapeamento dos artigos foi realizado no *site* do evento. A escolha dos trabalhos para a análise foi realizada através da leitura do título, do resumo e das palavras-chave de cada trabalho, com o intuito de verificar alguma relação com o objeto de pesquisa, da leitura completa dos trabalhos selecionados na etapa anterior, bem como da análise dos artigos. Como resultado desse processo, apenas 9 trabalhos apresentam como foco o Ensino de Probabilidade. Para a discussão desses trabalhos, foi aplicado o uso da análise discursiva, seguindo as seguintes etapas: desconstrução, unitarização e categorização. Os autores observaram o quanto é importante problematizar esse assunto e que são necessárias mais investigações sobre o seu ensino. Eles destacam, ainda, que também é pertinente discutir mais sobre “o ensino de probabilidade, por professores da área, no que tange à forma como este conteúdo é apresentado nos livros didáticos” (LIMA et al., 2021, p. 233).

Quadro 9 - Investigações que realizaram estudos de revisão sobre Educação Probabilística

Ano	Autor(es)	Periódico / Editora	Título	Objetivo	Material Analisado	Período de Análise
2016	RITTER, D.; BULEGON, A. M.	Vidya	Uma revisão de literatura sobre estudos relativos à Probabilidade Geométrica.	Mapear trabalhos que abordam esse tema e identificar as abordagens, os recursos e as atividades propostas sobre a Probabilidade Geométrica em periódicos, monografias e dissertações no período de 1982 a 2016.	Periódicos, monografias e dissertações.	1982 - 2016
2018	SANTOS, I. P.; CARVALHO, J. I. F.	Revista Educação Matemática em FOCO	Uma revisão sistemática sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica.	Mapear e analisar pesquisas acadêmicas sobre o Ensino de Probabilidade na Educação Básica, publicadas entre os anos de 2012 e 2017.	Teses e dissertações.	2012 - 2017
2021	OLIVEIRA, C. O.; PAIM, S. A. O. C.; CUSTÓDIO, L. A. A.; ALMAGRO, R. C.	Editora Atena	Um olhar para as pesquisas brasileiras sobre letramento probabilístico de 2007 a 2018	Analisar a incidência dos elementos cognitivos e de disposição que compõem o letramento probabilístico em teses e dissertações brasileiras.	Teses e dissertações	2007 - 2018
	LIMA, R. F.	Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática	Ensino de probabilidade como objetivo de pesquisa: o que vem sendo investigado?	Identificar, caracterizar e compreender o que vem sendo investigado nas produções científicas brasileiras que abordam o Ensino de Probabilidade nas edições especiais de Educação Estatística.	Artigos publicados em edições especiais em Educação Estatística.	2011 - 2019
	LOZADA, C. O.; VIANA, S. L. S.; OLIVEIRA, M. L. S.; SANTOS, B. G.; LIMA, C. A.; AVIZ, W. M. A.	<i>Diversitas Journal</i>	Recursos didáticos para a formação de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Mapear sistematicamente trabalhos que explanam sobre materiais didáticos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Teses e Dissertações.	2014 - 2019
	LIMA, R. F.; SILVA, M. J.; CORREA, R.; SILVEIRA, H. B.	Editora Científica Digital	Ensino de Probabilidade presente em anais do ENEM	Compreender o ensino de probabilidade presente em anais do ENEM, entre os anos de 2010 e 2016.	Trabalhos publicados nos anais do ENEM	2010 - 2016

Fonte: Autores (2022)

Ao examinarmos as pesquisas relacionadas ao tema desta dissertação, as quais foram apresentadas anteriormente de forma resumida, juntamente com o Quadro 9, identificamos diversas revisões de literatura em suas distintas modalidades. São elas: revisão sistemática (LOZADA et al., 2021; SANTOS; CARVALHO, 2018); Estado da Arte ou Conhecimento (LIMA *et al.*, 2021; OLIVERIA *et al.*, 2020); e revisão de literatura ou bibliográfica (LIMA, 2021; RITTER; BULEGON, 2016). Tais revisões foram importantes para a nossa pesquisa, pois nos permitiram vislumbrar um panorama geral dos estudos já realizados sobre a nossa temática, e, conseqüentemente, identificar as lacunas e possibilidades de novas contribuições.

Dessarte, ficou claro para nós que existe uma lacuna de pesquisa no que se refere à Educação Probabilística na Educação Básica. Embora tenhamos encontrado algumas revisões de literatura relacionadas, nenhuma delas se aprofundou no estado da arte da Educação Probabilística na Educação Básica, nosso propósito com essa pesquisa. O estudo mais próximo de nosso objetivo foi conduzido por Santos e Carvalho (2018), no qual, conforme detalhado anteriormente, foi realizada uma revisão sistemática das teses e dissertações brasileiras sobre o Ensino de Probabilidade na Educação Básica, porém, apresentando um recorte temporal de apenas 5 anos.

Portanto, até o momento em que esta pesquisa foi realizada (13 de janeiro de 2022), não encontramos nenhum estudo que tenha conduzido uma ampla revisão da literatura a fim de compreender o estado atual do conhecimento sobre a Educação Probabilística na Educação Básica, e que tenha como foco as teses e dissertações dos programas de Pós-Graduação brasileiros. Nossa pesquisa pretende preencher essa lacuna e fornecer uma compreensão mais completa dos enfoques, dos temas mais pesquisados e dos espaços vazios existentes na área.

Portanto, nosso objetivo com este estudo é realizar um "Estado da Arte" sobre a Educação Probabilística na Educação Básica, com foco nas teses e dissertações dos programas de Pós-Graduação brasileiros. Para alcançar esse propósito, seguimos uma metodologia de revisão sistemática da literatura. Com base nesse referencial teórico e metodológico, descrevemos, no próximo capítulo, os caminhos metodológicos desta pesquisa de mestrado, incluindo suas principais características, o *corpus* da mesma e as etapas percorridas na produção e análise dos dados.

4 CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos detalhadamente os caminhos metodológicos trilhados durante a elaboração desta dissertação. Uma vez que se trata de uma revisão sistemática do tipo estado da arte, utilizamos a abordagem bibliográfica para a produção e análise dos dados. As etapas realizadas não foram lineares e sequenciais, e os movimentos de idas e vindas foram constantes durante toda a produção e análise dos documentos. Assim, esperamos que ao final deste capítulo, o leitor tenha uma compreensão clara dos procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa.

4.1 CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

Considerando a configuração da nossa dissertação de mestrado, esta pesquisa se caracteriza metodologicamente como qualitativa, quanto à abordagem, de natureza exploratória, bem como quanto aos seus objetivos, e como bibliográfica, tendo em conta os seus procedimentos de produção e análise dos dados.

É enquadrada na pesquisa de **abordagem qualitativa**, levando em consideração as características básicas que a adjetivam, mencionadas por Bogdan e Biklen (1994): o contato direto com os dados é o ambiente natural e o pesquisador é o principal instrumento de mediação; os dados são majoritariamente descritivos; a reflexão sobre o processo precisa ser maior que com o produto; e a análise dos dados dirige-se a um processo indutivo, isto é, o pesquisador desenvolve conceitos e reflexões a partir de padrões localizados nos dados produzidos, numa ação que ocorre, geralmente, de baixo para cima. Também tem **natureza exploratória**, principalmente na fase inicial da pesquisa, em virtude da falta de familiaridade com o objeto de estudo e delimitação do foco de investigação, tendo em conta que esta é uma temática pouco investigada (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Além disso, pesquisas dessa natureza possuem o objetivo de “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (GIL, 1999, p. 43), podem ser bastante flexíveis, e na maioria dos casos, assumem a forma de pesquisa bibliográfica.

Caracteriza-se como **bibliográfica** uma vez que o processo de constituição do *corpus* de análise da pesquisa compreende o inventário de teses e dissertações referentes à Educação

Probabilística na escola básica e a construção de fichamentos baseados na leitura desses documentos. A principal vantagem desse tipo de estudo “reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente” (GIL, 2002, p. 45).

Dentre os vários tipos de estudos bibliográficos existentes, mencionados anteriormente, optamos pela modalidade **Estado da Arte**, visto que, segundo Romanowski e Ens (2006), este tipo de pesquisa “possibilita contribuir com a organização e análise na definição de um campo, uma área, além de indicar possíveis contribuições da pesquisa para com as rupturas sociais” (p. 39), o que vai de encontro com o objetivo da nossa pesquisa. Também é importante salientar que não se trata apenas de um compilado de estudos identificados em diferentes bases de dados, mas, especialmente, de um esforço para detectar possíveis convergências e divergências, conexões e sobreposições, que expõe compreensões do conhecimento já acumulado a partir de estudos, materializado em teses e dissertações (FERREIRA, 2002; MELO, 2006).

4.2 DELIMITAÇÃO DO PERÍODO E SELEÇÃO DAS TESES E DISSERTAÇÕES

Segundo Picheth (2007), devido ao grande volume de dados em que o pesquisador precisa se debruçar nas pesquisas do tipo estado da arte, é primordial, antes de iniciar o processo de produção dos dados, que se defina uma temática de estudo específica, bem como é importante entender, decorrente a tal definição, que estudos inspirados nessa modalidade de pesquisa tem como características: delimitação de períodos; elaboração de critérios de inclusão e exclusão de documentos; seleção de documentos; leitura crítica e criteriosa dos documentos selecionados; organização de categorias de análise; e análise final dos documentos a partir das categorias compostas.

À vista disso, Romanowski e Ens (2006) alertam que essas modalidades de pesquisa necessitam de um tempo considerável para a sua realização das leituras e exigem do pesquisador uma delimitação explícita da temática de estudo e do seu recorte temporal, levando em consideração que muitas áreas de estudos produzem centenas de pesquisas em um só ano. Desse modo, de acordo com as orientações de Melo (2006), é preciso que esses estudos se direcionem para problemáticas particularizadas da produção científica de um determinado campo de pesquisa, uma vez que o crescimento notável das pesquisas nas áreas educacionais é muito complexo e infactível aos estudos da modalidade do tipo estado da arte abarcar toda uma área.

Destaca-se, portanto, como temática desta pesquisa o campo a Educação Probabilística na escola básica, ou melhor, os estudos que discutem aspectos sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade na Educação Básica.

O período delimitado para a composição do nosso *corpus* de análise vai desde o registro do primeiro documento encontrado no Catálogo de Teses e Dissertações (CTD) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) sobre Educação Probabilística na Educação Básica, datado do ano de maio 1994, até junho de 2021, limite superior estipulado para a produção dos dados. Ao verificar outras pesquisas do tipo estado da arte, como por exemplo, a de Santos (2015), observarmos que a dissertação⁷¹ da professora Dr^a Cileda de Queiroz Silva e Coutinho foi a primeira a discutir sobre a nossa temática de pesquisa.

Desta forma, o critério adotado para a seleção dos documentos que constituem o *corpus* da pesquisa foi: eleger dissertações e teses defendidas até junho de 2021, em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* da área de Educação e Ensino, os quais buscaram investigar ou responder problemáticas relativas ao ensino e à aprendizagem da Educação Probabilística na escola básica.

A seleção desses documentos para a composição do nosso *corpus* de pesquisa teve como principal base de dados o Catálogo⁷² de Teses e Dissertações da CAPES, e posteriormente, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁷³, bem como o acervo dos currículos da plataforma *Lattes*⁷⁴, conforme podemos observar na Figura 7.

Figura 7 – Bases de dados consultadas para a constituição do *corpus* da pesquisa



Fonte: Autores (2022)

Escolhemos o CTD da CAPES como fonte principal de consulta visto que se trata de uma plataforma cujo objetivo é difundir e facilitar o acesso a informações sobre teses e dissertações defendidas nos programas de pós-graduação do Brasil. Nessa base de dados é

⁷¹ Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista: estudo epistemológico e didático. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11159>>.

⁷² Disponível em: <<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>>

⁷³ Disponível em: <<https://bdttd.ibict.br/vufind/>>.

⁷⁴ Disponível em: <<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/busca.do>>.

possível encontrar resumos desses documentos, datados a partir de 1987, além de informações estatísticas e referências bibliográficas. Ademais, o sistema é de responsabilidade da CAPES, instituição que coordena e avalia os diversos programas de pós-graduação *stricto sensu* de distintas áreas do conhecimento.

Por outro lado, o CTD da CAPES apresenta problemas gravíssimos que podem comprometer uma revisão sistemática se o pesquisador o utilizar como único mecanismo de busca. Após sua atualização e migração para a plataforma Sucupira⁷⁵, o sistema não disponibilizava (até a data em que realizamos a busca das teses e dissertações, 30 de junho de 2021) os trabalhos completos anteriores ao ano de 2013, apenas os títulos e resumo, e muitas vezes de forma equivocada. Por esse motivo, decidimos utilizar a BDTD como base de dados secundária complementar para a busca dos documentos.

A BDTD foi desenvolvida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), o qual faz parte dos sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas Instituições de Ensino (IES) e pesquisa do Brasil, e tem como objetivo estimular o registro e a publicação de teses e dissertações em meio digital. Este projeto é uma iniciativa do IBICT em parceria com outras instituições do Brasil, e visa dar maior visibilidade à produção científica nacional. É um sistema que opera de forma diferente da CTD da CAPES, pois funciona como um mecanismo que conecta todas as Bibliotecas Digitais das universidades brasileiras que utilizam o sistema BDTD do IBICT.

Por último, utilizamos os currículos da plataforma *Lattes* como base de dados final, a fim de encontrar trabalhos mais antigos que, na maioria das vezes, não estão disponíveis no CTD e/ou na BDTD. De acordo com Santos (2015), “a vantagem de se utilizar os currículos da Plataforma *Lattes* como base de busca está na amplitude das informações fornecidas por este meio. Assim, é possível buscar a produção por autor e os trabalhos que este, por sua vez, orientou” (p. 38). Trata-se de uma consulta morosa e árdua, realizada de currículo em currículo, pois a plataforma não dispõe de filtros para refinar e facilitar a busca.

Após apresentarmos essas considerações, passamos a descrever de forma detalhada as cinco etapas desenvolvidas para a produção e análise dos dados.

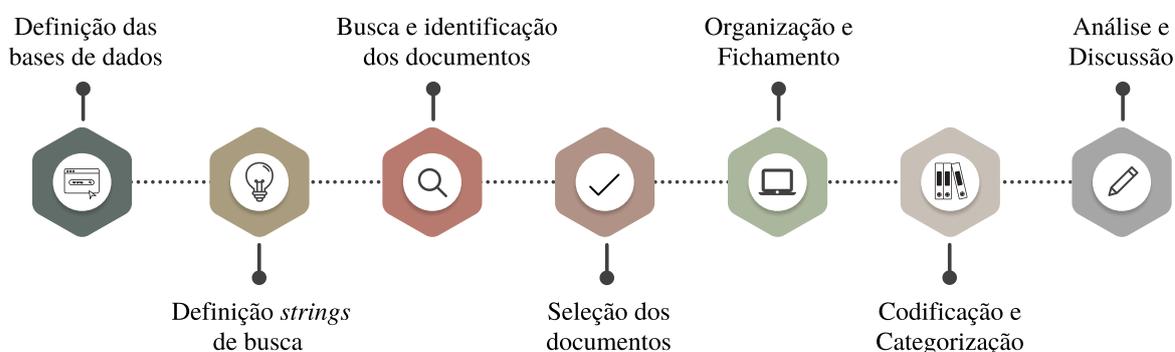
⁷⁵ Disponível em: <<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>>.

4.3 ETAPAS DESENVOLVIDAS PARA OS PROCEDIMENTOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As etapas aqui descritas não foram desenvolvidas de forma linear e sequencial, até porque os movimentos de idas e vindas efetuados nesta revisão sistemática, foram constantes durante toda a produção e análise dos documentos. Em vários momentos da pesquisa tais etapas se entrecruzaram e, portanto, diversos procedimentos foram realizados de forma conjunta, assim como outros foram revisitados.

Mostramos, a seguir, um panorama das etapas desenvolvidas (Figura 8):

Figura 8 – Etapas seguidas para a construção do estado da arte dessa dissertação



Fonte: Autores (2022).

Etapa 1: Busca, identificação e seleção das teses e dissertações referentes à Educação Probabilística na Escola Básica (1994 - junho de 2021).

Iniciamos a busca pelos documentos que se relacionavam com a temática de estudo desta dissertação no dia 9 de maio de 2021, no decorrer da disciplina Seminários de Dissertação I⁷⁶, e finalizamos no dia 31 de junho de 2021. Durante esse período, consultamos primeiramente o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a BDTD, utilizando as seguintes *strings* de busca (palavras-chave) na barra pesquisa: “Educação” AND “Estatística”; “Educação” AND “Probabilística”; “Educação” AND “Estocástica”; “Ensino” AND “Probabilidade”; “Letramento” AND “Probabilístico”; “Pensamento” AND “Probabilístico” e “Raciocínio” AND “Probabilístico”.

⁷⁶ Disciplina ofertada no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, ministrada pela Professora Regina Dr^a Célia Grando e pelo Professor Dr^o Everaldo Silveira.

A busca na primeira base de dados não foi fácil, pois, diferentemente da BDTD, esta não apresenta a opção de busca avançada por campos (título, autor, assunto, entre outros), mostrando, portanto, quantidades exorbitantes de resultados. A única opção disponível era filtrar os resultados por área de Educação e Ensino, o que acabou reduzindo consideravelmente os títulos e resumos. Já na BDTD, a busca foi feita por assunto e, quando necessária, filtrada também pela área de Educação e Ensino.

As bases de dados ofereciam o recurso de salvar/registrar as pesquisas que já havíamos aberto. Utilizar esse recurso foi uma prática que se tornou recorrente no decorrer do avanço do mapeamento, visto que trabalhamos com bases de dados que armazenam grande parte da produção científica dos programas de pós-graduação do Brasil, o que torna o processo de seleção mais lento e complexo, uma vez que o mesmo documento pode aparecer mais de uma vez.

Das buscas realizadas nas referidas bases de dados e da leitura dos títulos e resumos disponibilizados com o objetivo de determinar se pertenciam à temática Educação Probabilística, encontramos 313 teses e dissertações, mas nem todas com as suas cópias digitais em anexo. A fim de complementar essa busca, enviamos um *e-mail* para os autores dos trabalhos dos quais não conseguimos ter acesso à versão digital. Em seguida, verificamos o *Lattes* de seus orientadores, com intuito de conferir se havia outras pesquisas que não foram catalogadas nessas bases de dados. Nesse processo encontramos 9 trabalhos, sendo que 4⁷⁷ não possuíam a versão digital.

Assim, nas três bases de dados (CTD, BDTD e a Plataforma *Lattes*), encontramos um total de 332 teses e dissertações, as quais foram submetidas a alguns critérios de exclusão (Figura 9). Primeiramente, identificamos e excluímos 168 dissertações do mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), uma tese do Programa de Pós-Graduação em Psicologia (PPGP) da Universidade Federal do Espírito Santos (UFES), uma dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e uma tese do Programa de Pós-Graduação em Psicologia

⁷⁷ Maschion, Joelson. **Uma experiência de ensino:** noções de amostra representativa e probabilidade durante um curso de estatística. Orientadora: Verônica Bender Haydu;

Rodrigues, José Maria Soares. **Formação matemática de professores de atuação multidisciplinar nas séries iniciais do ensino fundamental:** indicativos com vista a estudos de noções de Probabilidade. Orientadora: Maria Tereza Carneiro Soares;

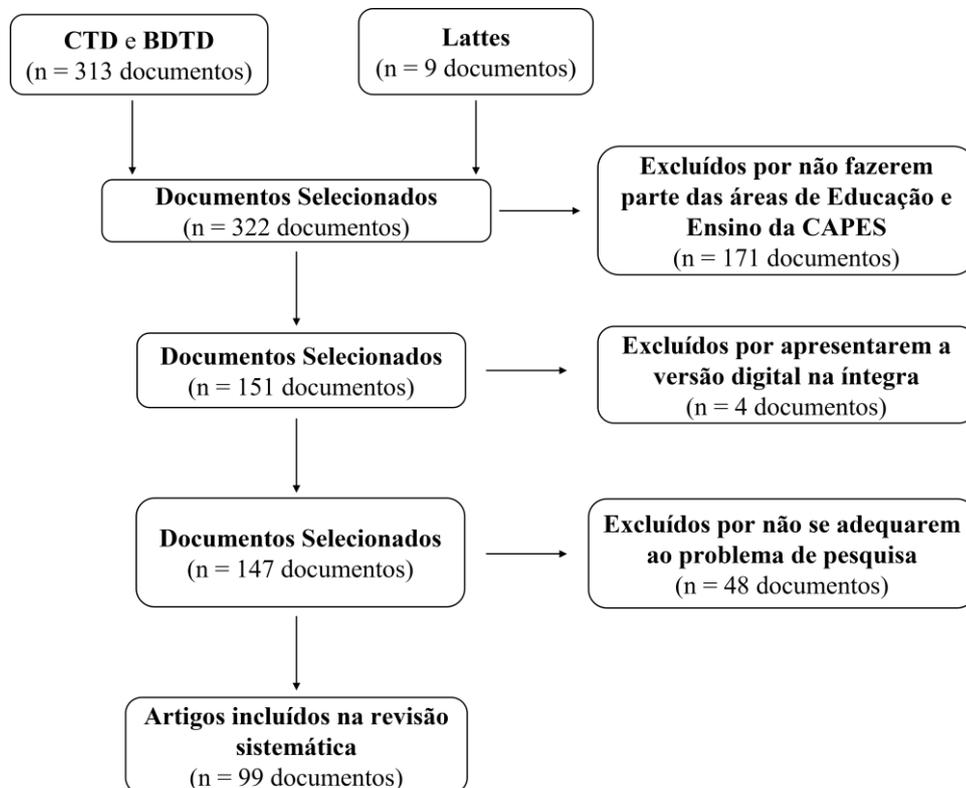
Cardoso, Karoline Marcolino. **O jogo histórico contribuindo para o ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Orientador: Ailton Paulo de Oliveira Júnior;

Pessanha, Solange Maria Santos. **Uma abordagem histórica de alguns conceitos e tópicos de estatística e probabilidade.** Orientador: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho.

Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), visto que não pertenciam aos programas de Pós-Graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da CAPES, restando, assim, 151 documentos.

Ao fazer *download* desses arquivos, não conseguimos ter acesso a 4 deles, nem mesmo ao procurá-los em outras bases de dados ou solicitá-los aos seus autores e orientadores via *e-mail*. Restaram, portanto, apenas 147 trabalhos. Por fim, após lermos o resumo e alguns trechos desses documentos, excluímos 48 trabalhos, pois estes não discutiam especificamente a questão do ensino e da aprendizagem de Probabilidade na escola básica.

Figura 9 – Condução do processo de seleção, inclusão e exclusão das teses e dissertações



Fonte: Autores (2022)

Diante dessas difíceis decisões tomadas para a composição final do material a ser analisado, incluímos nesta revisão sistemática 99 documentos que representam um panorama geral das pesquisas que versam sobre a Educação Probabilística na escola básica, dentro do recorte temporal de 1994 a junho de 2021. A relação desses documentos encontrados está organizada no Quadro 10 pelo número de identificação (ID), ano de defesa, nome do autor, titulação acadêmica, Instituição de Ensino (IES), orientador e título do trabalho.

Quadro 10 – Teses e dissertação sobre Educação Probabilística na Escola Básica (1994-2021)⁷⁸

ID	Ano	Autor	Nível	IES	Orientador	Título
01	1994	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Mest. Acad.	PUC/SP	Tânia Maria Mendonça Campos	Introdução ao conceito de Probabilidade por uma visão frequentista.
02	1998	Celi Espasandin Lopes	Mest. Acad.	UNICAMP	Regina Célia Carvalho Pinto Moran	A Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular.
03	2002	Ismael de Araújo Silva	Mest. Acad.	PUC/SP	Saddo Ag Almouloud	Probabilidades: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito.
04	2003	Celi Espasandin Lopes	Dout.	UNICAMP	Anna Regina Laner de Moura	O conhecimento profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil.
05	2003	Paulo César Oliveira	Dout.	UNICAMP	Dione Lucchesi de Carvalho	O processo de aprender noções de Probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do Ensino Fundamental: uma história de parceria.
06	2004	Mauro César Gonçalves	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Concepções de Professores e o ensino de Probabilidade na escola básica.
07	2005	Rosália Policarpo Fagundes de Carvalho	Mest. Acad.	UCB	Beatrice Laura Carnielli	A formação de conceitos probabilísticos em crianças da 4ª série do ensino fundamental.
08	2005	Harryson Júnio Lessa Gonçalves	Mest. Acad.	UNB	Cristiano Alberto Muniz	A Educação Estatística no Ensino Fundamental: discussões sobre a práxis de professores que ensinam Matemática no Interior de Goiás.
09	2005	Clemente Ramos dos Santos	Mest. Profis.	PUC/SP	Célia Maria Carolino Pires	O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula.
10	2005	Elaine Cristina Soares Meirelles	Mest. Profis.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	A intervenção Docente no desenvolvimento do Pensamento Estocástico
11	2006	Paulo Iorque Freira de Oliveira	Mest. Acad.	PUC/RS	Lori Viali	A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio.
12	2007	Luis Cesar Friolani	Mest. Profis.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	O pensamento estocástico nos livros didáticos no Ensino Fundamental.
13	2007	Amari Goulart	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	O discurso sobre conceitos Probabilísticos para a escola básica.
14	2007	Pedro Alceu Bigattão Junior	Mest. Profis.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Concepções de Professores de Matemática sobre o ensino de Estocástica.

⁷⁸ Nota: Doutorado (Dout.), Mestrado Acadêmico (Mest. Acad.) e Mestrado Profissional (Mest. Profis.)

15	2007	Marcelo Rivelino Rodrigues	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	A urna de Bernoulli como modelo fundamental no Ensino de Probabilidade.
16	2007	Sandra Aparecida Martins Rotunno	Mest. Acad.	UFPR	Ademir Donizeti Caldeira	Estatística e Probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no Ensino Fundamental.
17	2009	Rubens de Souza Cabral Junior	Mest. Profis.	PUC/SP	Armando Traldi Júnior	Abordagem das Noções Iniciais de Probabilidade em uma Perspectiva Construtiva.
18	2009	Osmar Antonio de Lima	Mest. Profis.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Distribuição Normal: uma introdução voltada ao Ensino Médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos.
19	2009	Leandro de Oliveira Souza	Mest. Profis.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	A Educação Estatística no Ensino Fundamental e os recursos tecnológicos.
20	2009	Anne Heloíse Coltro Stelmastchuk	Mest. Acad.	UFPR	Carlos Roberto Vianna	Probabilidade: Significados atribuídos por alunos do Ciclo II do Ensino Fundamental.
21	2010	Marcio Welker Corrêa	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	O conhecimento profissional e a abordagem do Ensino da Probabilidade: um estudo de caso.
22	2010	Everton José Goldoni Estevam	Mest. Acad.	UNESP	Monica Fürkotter	(Res)Significando a Educação Estatística no ensino fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas tecnologias de informação e comunicação.
23	2010	Priscila Glauce de Oliveira	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Probabilidade: concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das Concepções (CK ϵ).
24	2010	Ramolise do Rocio Pieruccini	Mest. Acad.	UFPR	Tania Stoltz	Interação social e tomada de consciência das noções básicas de probabilidade em crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental.
25	2010	Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	Mest. Acad.	USF	Regina Célia Grandó	O movimento do Pensamento Probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.
26	2010	Paulo Avelino dos Santos	Mest. Profis.	PUC/SP	Sandra Maria Pinto Magina	A modelagem como proposta para a introdução à Probabilidade por meio dos "Passeios Aleatórios da Mônica".
27	2010	Francisco Evangelista Sobrinho	Mest. Profis.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental desenvolvimento Raciocínio Combinatório e Probabilístico
28	2010	Nilton de Freitas	Mest. Profis.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	O software Estocástico como suporte lúdico - investigando à cultura infantil
29	2011	Thatiana Sakate Abe	Mest. Acad.	UFMS	Marilena Bittar	O ensino de Probabilidade por meio das visões clássica e frequentista.
30	2011	Robson Dos Santos Ferreira	Mest. Acad.	UNIAN/SP	Verônica Yumi Kataoka	Ensino de Probabilidade com o uso do programa Estatístico R

						numa perspectiva construtivista.
31	2011	Joyce Furlan	Mest. Acad.	USF	Regina Célia Grandó	Processos de avaliação na resolução de problemas em estocástica.
32	2011	Lia Marques Marocci	Mest. Acad.	USF	Adair Mendes Nacarato	O Movimento das significações Probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do Ensino Médio.
33	2011	José Maria Soares Rodrigues	Dout.	UFPR	Maria Tereza Carneiro Soares	A probabilidade como componente curricular na formação matemática inicial de professores polivalentes.
34	2011	Michaelle Renata Moraes de Santana	Mest. Acad.	UFPE	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimento probabilísticos de professores do Ensino Fundamental.
35	2011	José Jefferson Aguiar dos Santos	Mest. Profis.	UEPB	Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita	Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o Ensino de conceitos de Probabilidade.
36	2012	Juliana Ramaos Amâncio	Mest. Acad.	UFRJ	Claudia Coelho de Segadas Vianna	Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o Ensino de Probabilidade no âmbito do PIBID.
37	2012	Rossano Evaldt Steinmetz Ribeiro	Mest. Profis.	UFRGS	Alvino Alves Sant'Ana	Uma proposta de ensino de Probabilidade no Ensino Médio.
38	2012	André Marcelo Santos de Souza	Mest. Acad.	FURB	Geraldo Moretto	Proposta de ensino para conceituação de Acaso como introdução ao ensino de Probabilidade.
39	2012	Aida Carvalho Vita	Dout.	PUC/SP	Sandra Maria Pinto Magina	Análise instrumental de uma Maquete Tátil para a aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos.
40	2013	Leila Canaveze	Mest. Profis.	UFSCAR	Paulo César Oliveira	O ensino-aprendizagem de Probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP.
41	2013	Felipe Mascagna Bittencourt Lima	Mest. Profis.	UFSCar	Roberto Ribeiro Paterlini	O Ensino de Probabilidade com o uso do Problema de Jogo dos Discos.
42	2013	Magnus Cesar Ody	Mest. Acad.	PUC/RS	Lori Viali	Literacia Estatística e Probabilística no Ensino Médio.
43	2013	Débora de Oliveira	Dout.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	As aprendizagens dos professores que ensinam matemática para crianças ao se inserirem em um espaço formativo sobre Estocástica.
44	2013	Fernanda Monteiro de Castro Rezende	Mest. Profis.	UFOP	Ana Cristina Ferreira	Desenvolvimento profissional e Pensamento Probabilístico: estudo de processo vivido por um grupo de professores de Matemática de Conselheiro Lafaiete (MG).
45	2013	Antonio Carlos de Souza	Dout.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	O desenvolvimento profissional de Educadoras da Infância: uma aproximação à Educação Estatística.

46	2013	Renata Rivas Tonouti	Mest. Acad.	UNIAN/SP	Verônica Yumi Kataoka	Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
47	2014	Rúbia Juliana Gomes Fernandes	Mest. Profis.	UTFPR	Guataçara dos Santos Junior	Estatística e Probabilidade: uma proposta para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
48	2014	Márcia Alessandra Souza Guimarães	Mest. Acad.	UESC	Aida Carvalho Vita	A interação entre estudante cego e vidente em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade mediadas pela Maquete Tátil.
49	2014	Ana Lucia Nogueira Junqueira	Dout.	UNIAN/SP	Maria Elisabette Brisola Prado	Probabilidade na Educação Básica: um estudo sobre concepções de professores de Matemática.
50	2014	Fábio Francisco de Oliveira	Mest. Acad.	UNIAN/SP	Monica Karrer	Probabilidade Condicional: proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representações semióticas.
51	2014	Flávia Batista Santos	Mest. Acad.	UESC	Verônica Yumi Kataoka	Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da Aprendizagem de Probabilidade por estudantes cegos e videntes.
52	2014	Elizabeth Soares	Dout.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Uma análise sobre as atividades de Probabilidade propostas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.
53	2015	Cristiane Candido Luz Caberlim	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Letramento Probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos.
54	2015	Reinaldo Amirato Dias	Mest. Profis.	UNIGRAN RIO	Adriano Vargas Freitas	Proposta de atividade potencialmente interdisciplinar envolvendo noções de análise Combinatória e Probabilidade.
55	2015	Ulisses Vieira Guimarães	Dout.	UNIAN/SP	Tânia Maria Mendonça Campos	Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de probabilidade mediada pela maquete tátil.
56	2015	Luzinete de Oliveira Mendonça	Dout.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Reflexões e ações de professores sobre modelagem na Educação Estatística em um grupo colaborativo.
57	2015	Lemerton Matos Nogueira	Mest. Acad.	UESC	Verônica Yumi Kataoka	Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade.
58	2015	Caroline Lameza Ramos	Mest. Profis.	UFScar	Pedro Luiz Aparecido Malagutti	O ensino de Probabilidade com o uso de Mágicas fundamentadas matematicamente.
59	2015	Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	Dout.	USF	Adair Mendes Nacarato	A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora.

60	2015	Fabrcia Lcia Costa Ferreira da Silva	Mest. Profis.	UFOP	Maria do Carmo Vila	Analisando contribuies da Teoria das Situaes Didticas no ensino e na aprendizagem da Estatstica e da Probabilidade no ensino fundamental.
61	2015	Gleudson de Oliveira Souza	Mest. Acad.	UFPE	Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho	Exploraes de estudantes do 9º ano sobre o conceito de Probabilidade com o <i>Software Tinkerplots 2.0</i> .
62	2016	Valria Ciabotti	Mest. Acad.	UFTM	Ailton Paulo de Oliveira Jnior	Elaborao de livro paradidtico para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os finais do Ensino Fundamental
63	2016	Cristiane de Fatima Budek Dias	Mest. Profis.	UTFPR	Guataara dos Santos Junior	Ambiente Virtual de Aprendizagem para o ensino de Probabilidade e Estatstica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
64	2016	Wanderlei Aparecida Grenchi	Dout.	UNIAN/SP	Maria Elisabette Brisola Brito Prado	Contribuiço de um Programa de Ensino para o Letramento Probabilstico na Educao Bsica.
65	2016	Claudio Roberto de Oliveira	Mest. Profis.	USP	Lisbeth Kaiserlian Cordani	Julgando sob incerteza: heursticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatstica.
66	2016	Danilo Messias Nascimento e Santos	Mest. Acad.	UFS	Karly Barbosa Alvarenga	Anlise de Livros Didticos conforme as consideraes do Programa Nacional do Livro Didtico: Estatstica e Probabilidade.
67	2016	Rita de Cssia Batista da Silva	Mest. Acad.	UFPE	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	É a moeda que diz, no é a gente que quer no: conhecimentos probabilsticos de crianas em situaes de jogos.
68	2017	Irlene Silva de Almeida	Mest. Acad.	UESC	Vernica Yumi Kataoka	Esquemas utilizados por crianas da Educao Infantil em situaes envolvendo o campo conceitual de chance.
69	2017	Roberta de Cssia dos Anjos	Mest. Acad.	UFTM	Ailton Paulo de Oliveira Jnior	Um estudo sobre a abordagem dos contedos estocsticos na Educao Bsica no Brasil sob a tica da Teoria Antropolgica do Didtico.
70	2017	José Ivanildo Felisberto de Carvalho	Dout.	UNIAN/SP	Ruy Cesar Pietropaolo	Um estudo sobre conhecimentos didticos-matemticos de Probabilidade com professores de Matemtica dos anos finais do Ensino Fundamental.
71	2017	Leandro Aparecido Alves Custdio	Mest. Profis.	UFSCar	Paulo César Oliveira	Letramento Probabilstico: um olhar sobre as situaes de aprendizagem do caderno do professor.
72	2017	Carlos Afonso Silveira Moraes	Mest. Profis.	UFSCAR	Paulo César Oliveira	Registros de Representao Semiótica: Contribuies para o Letramento Probabilstico no 9º ano de Ensino Fundamental.
73	2017	Denise Ritter	Mest. Acad.	UFN	Ana Marli Bulegon	O ensino de Probabilidade Geomtrica: desafios possibilidade.

74	2017	Joaldo Silva dos Santos	Mest. Acad.	UESC	Aida Carvalho Vita	Passeios aleatórios e o conceito de chance na Educação Infantil: uma análise instrumental.
75	2018	Cecilia Manoella Carvalho Almeida	Mest. Acad.	UFBA	Luiz Márcio Santos Farias	Um modelo didático de referência para o ensino de Probabilidade.
76	2018	Jorge de Lima Assis	Mest. Acad.	UEPB	Rogéria Gaudencio Rêgo	Ensino de Probabilidade: análise de uma proposta para os Anos Finais do Ensino Fundamental.
77	2018	Albano Dias Pereira Filho	Dout.	UNIAN/SP	Nilce Meneguelo Lobo da Costa	Formação Continuada de professores do Ensino Médio para uma aula investigativa sobre Probabilidade.
78	2018	Ewellen Tenorio de Lima	Mest. Acad.	UFPE	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	Raciocínios Combinatórios e Probabilísticos na EJA: investigando relações.
79	2018	Marcelo Rivelino Rodrigues	Dout.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Estudo sobre as concepções de professores do ensino básica em relação à Aleatoriedade e Probabilidade.
80	2018	Danilo Saes Corrêa da Silva	Mest. Acad.	PUC/SP	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Letramento estocástico: uma possível articulação entre os letramentos estatístico e probabilístico.
81	2018	Valdson Davi Moura Silva	Mest. Profis.	UEPB	José Larmartine da Costa Barbosa	A abordagem da História da Matemática no ensino da Probabilidade nos livros didáticos no Ensino Médio.
82	2018	Marcel Brito Soares	Mest. Profis.	UEPA	Pedro Franco de Sá	O Ensino de Probabilidade por meio de Atividade.
83	2018	Sezilia Elizabete Rodrigues Garcia Olmo de Toledo	Mest. Profis.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Desenvolvimento do Raciocínio Estocástico de Crianças de um segundo ano do Ensino Fundamental.
84	2019	Nilceia Datori Barbosa	Mest. Acad.	UFABC	Ailton Paulo de Oliveira Júnior	O trilhar da construção de um jogo pedagógico como ferramenta para o ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
85	2019	Robson da Silva Eugênio	Dout.	UFPE	Carlos Eduardo Ferreira Monteiro	Letramento Probabilístico nos anos finais do Ensino Fundamental: um processo de formação dialógica com professores de Matemática.
86	2019	Leila Alves Martins	Mest. Acad.	IFG	Adelino Candido Pimenta	Educação Matemática para surdos: contribuições de um glossário para o ensino de Probabilidade e Estatística.
87	2019	Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro	Dout.	UNIAN/SP	Angélica da Fontoura Garcia Silva	Ensino de Probabilidade nos anos iniciais: um estudo sobre o desenvolvimento profissional do professor.
88	2019	Gabriel de Souza Pinheiro	Mest. Acad.	UFRGS	Marilaine de Fraga Sant'Ana	Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.
89	2019	Indaclécio Paulo dos Santos	Mest. Acad.	UFPE	José Ivanildo Felisberto de Carvalho	Ecologia de aprendizagem sobre Probabilidade com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental.
90	2019	Rogério Ramos Socha	Mest. Acad.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Aprendizagem probabilística de alunos do 7º ano do Ensino

						Fundamental por meio de Atividade de investigação.
91	2019	Janielly Taila dos Santos Verbisck	Mest. Acad.	UFMS	Marilena Bittar	Uma análise praxeológica da proposta de ensino de probabilidade em livros da Educação Básica.
92	2020	Cristimara Rodrigues de Castilho	Mest. Profis.	UFJF	Chang Kuo Rodrigues	O ensino de Probabilidade baseada em uma sequência didática para o exercício de Literacia Probabilística.
93	2020	Michaelle Renata Moraes de Santana	Dout.	UFPE	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	Produções e usos de livros didáticos no ensino de probabilidade nos anos iniciais.
94	2020	Maxwell Rodrigues da Silva	Mest. Profis.	UFJF	Ronaldo Rocha Basto	Uma sequência de atividades de letramento Probabilístico em uma abordagem pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos.
95	2021	Fátima Aparecida Kian	Mest. Acad.	UFABC	Ailton Paulo de Oliveira Júnior	A linguagem probabilística no final dos anos iniciais do ensino fundamental: um caminho para o desenvolvimento da alfabetização probabilística.
96	2021	Diego Barboza Prestes	Dout.	UEL	Regina Luzia Corio de Buriasco	Um olhar realístico para tarefas de probabilidade e estatística de uma coleção de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental.
97	2021	Emilly Rayane Moura Diniz Santos	Mest. Acad.	UFPE	José Ivanildo Felisberto de Carvalho	Mergulhando no universo das incertezas: literatura infantil e probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
98	2021	Nathalia Tornisiello Scarlassari	Dout.	UNICSUL	Celi Espasandin Lopes	Narrativas de práticas em Educação Estatística e a agência profissional de professores de Matemática.
99	2021	Rita de Cássia Batista da Silva	Dout.	UFPE	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	Intuições probabilísticas: um estudo comparativo envolvendo crianças e adultos.

Fonte: Autores (2022).

Etapa 2: Elaboração da Ficha de Leitura das Teses e Dissertações

A ficha de leitura (Figura 10) foi elaborada com base em algumas revisões sistemáticas referentes à Educação Matemática: “Estado da Arte da pesquisa em Educação Matemática de jovens e adultos: um estado das teses e dissertações defendidas no Brasil na primeira década do século XXI”, tese de doutorado do Professor Emerson da Silva Ribeiro; “Mapeamento e Estado da Arte da pesquisa brasileira sobre o professor que ensina Matemática”, realizada pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM); “Mapeamento sobre os Processos Formativos em Educação Matemática a partir do PNAIC”, ainda em desenvolvimento pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Formativos em Educação Matemática (GEPPROFEM/UFSC), do qual sou membro; por fim, “Tendências da

pesquisa acadêmica sobre o ensino de ciências no nível fundamental”, tese de doutorado do professor Jorge Megid Neto.

Inspirando-nos nessas pesquisas, organizamos a nossa ficha com os descritores que atendessem ao nosso problema de pesquisa, tais como: ano de defesa, programa de pós-graduação, palavras-chave, orientador, problema de pesquisa, objetivos, referencial teórico, procedimentos metodológicos, principais resultados, contribuições, entre outros. Cabe ressaltar que foi preciso reconfigurar alguns descritores durante o processo de análise dos documentos, com o objetivo de atender às diferentes peculiares do nosso *corpus* de pesquisa, e que a ficha de leitura nos serviu de apoio para que pudéssemos elaborar um panorama geral das pesquisas, expresso nos capítulos 5 e 6.

Figura 10 – Ficha de leitura construída para analisar as teses e dissertações

Código			
Referência			
Palavras-chave			
Base de dados			
Orientador			
Linha de pesquisa			
Problema/Questão de investigação			
Objetivos do trabalho			
Principais referenciais teóricos			
Procedimentos Metodológicos			
Abordagem Metodológica	Sujeitos e Contextos pesquisados	Produção dos dados	Análise dos dados
Conteúdo focado			
Tendência Temática	Breve Descrição sobre a Tendência Temática		
Considerações (em relação ao objetivo)			
Recomendações (O que a pesquisa recomenda)			
Observações/Comentários do pesquisador			

Fonte: Autores (2022)

Etapa 3: Organização dos documentos com gerenciador de referência *Mendeley*

Os trabalhos selecionados para a revisão sistemática, listados no Quadro 10, foram nomeados de acordo com o autor que os produziu e salvos em pastas correspondentes à modalidade da pesquisa (dissertação ou tese). Logo após, em razão da grande quantidade de documentos que estávamos organizando, percebemos a necessidade de utilizarmos algum *software* que fosse gratuito e de fácil acesso para o gerenciamento das referências bibliográficas.

Diante das diversas opções testadas, decidimos utilizar o *Mendeley* (Figura 11), pois este possibilita que o pesquisador mantenha a sua biblioteca de documentos salva no computador local, em sincronia com os servidores da plataforma em nuvem, o que representa maior segurança para o nosso acervo. O *Mendeley* é também uns dos gerenciadores de referências gratuitos mais utilizados no mundo por pesquisadores.

No referido programa, criamos uma pasta chamada **Pesquisa** e duas subpastas que nomeamos de **Dissertações e Teses**, respectivamente, para as quais importamos as pesquisas armazenadas em nosso computador local. Em seguida, definimos cada tipo de documento (tese ou dissertação) e preenchemos os campos destinados aos metadados com as informações contidas nas próprias pesquisas, a saber: título, autor, ano de defesa, quantidade de páginas, resumo, palavras-chave, cidade, universidade, dentre outros, conforme podemos observar na Figura 11, no campo referente à tese da Michaelle Renata (destaque em azul). Além disso, o próprio programa identificou cada documento com o último nome do pesquisador acrescido do ano de defesa da pesquisa (AUTOR_ANO).

Figura 11 – *Software* utilizado para organizar o material de análise com os seus respectivos metadados

The screenshot displays the Mendeley Desktop application window. On the left, there is a sidebar with 'Pastas' (Folders) including 'Pesquisas', 'Dissertações', and 'Teses'. The main area shows a table of documents with columns for Authors, Title, Year, Published In, and Added. One document is highlighted in blue: 'SANTANA, MICHAELLE RENATA MORAES' with the title 'O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental'. On the right, the 'Metadados' (Metadata) panel is open, showing details for the selected document, including the title, authors, year (2011), and an abstract.

Authors	Title	Year	Published In	Added
RODRIGUES, MARCELO RIVELINO	Estudo sobre as concepções de professores do Ensino Básico em relação à aleatoriedade e Probabilidade	2018		09/05/21
RODRIGUES, MARCELO RIVELINO	A urna de bernoulli como modelo fundamental no ensino de Probabilidade	2007		09/05/21
ROTUNINO, SANDRA APARECIDA MARTINS	Estatística e Probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental	2007		10/12/20
SANTANA, MICHAELLE RENATA MORAES	O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino funda...	2011		09/05/21
SANTANA, MICHAELLE RENATA MORAES	Produções e usos de livros didáticos no ensino de Probabilidade nos anos iniciais	2020		23/08/21
SANTOS, CLEMENTE RAMOS	O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula	2005		23/08/21
SANTOS, DANILO MESSIAS NASCIMENTO	Análise de livros didáticos conforme as considerações do programa nacional do livro didático: Estatística e Probabilidade	2016		09/05/21
SANTOS, EMILLY RAYANE MOURA DINIZ	Mergulhando no universo das incertezas: leitura infantil e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental	2021		08/11/21
SANTOS, FLÁVIA BATISTA	Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de probabilidade por estudantes cegos e videntes	2014		09/05/21
SANTOS, INDACLÉCIO PAULO DOS	Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental	2019		09/05/21
SANTOS, JAQUELINE APARECIDA FORATTO LDA...	A produção de significações sobre Combinatória e Probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir d...	2015		23/08/21
SANTOS, JAQUELINE APARECIDA FORATTO LDA...	O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fun...	2010		23/08/21
SANTOS, JOALDO SILVA	Passeios aleatórios e o conceito de chance na educação infantil: uma análise instrumental	2017		23/08/21
SANTOS, JOSÉ JEFFERSON AGUIAR	Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o ensino de conceitos de probabilidade	2011		09/05/21
SANTOS, PAULO AVELINO	A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meios dos "jogos aleatórios da Mônica"	2010		09/05/21
SCARLASSARI, NATHALIA TORRESIELLO	Narrativas de práticas em Educação Estatística e a agência profissional de professores de matemática	2021		23/08/21

Metadados

Type: Theses

O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental

Authors: M. SANTANA

Year: 2011

Pages: 96

Abstract:
A formação básica em probabilidade torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais. Baseando-se nessas ideias, a presente pesquisa teve como objetivo refletir sobre o ensino proposto desta temática com objetivo de identificar como professores do Ensino Fundamental de escolas públicas concebem o ensino de probabilidade. O quadro teórico de nosso trabalho foi composto da análise de diversas pesquisas, identificando as diferentes tendências quanto às noções básicas de probabilidade a serem abordadas no Ensino F...

Tags:

Fonte: Autores (2022)

Logo após esse processo exaustivo de organização e preparação dos documentos para a próxima etapa (codificação e categorização), percebemos que o programa também nos permitia gerar citações e referências nas normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), o que nos ajudou bastante na elaboração das referências dos documentos analisados (Anexo A).

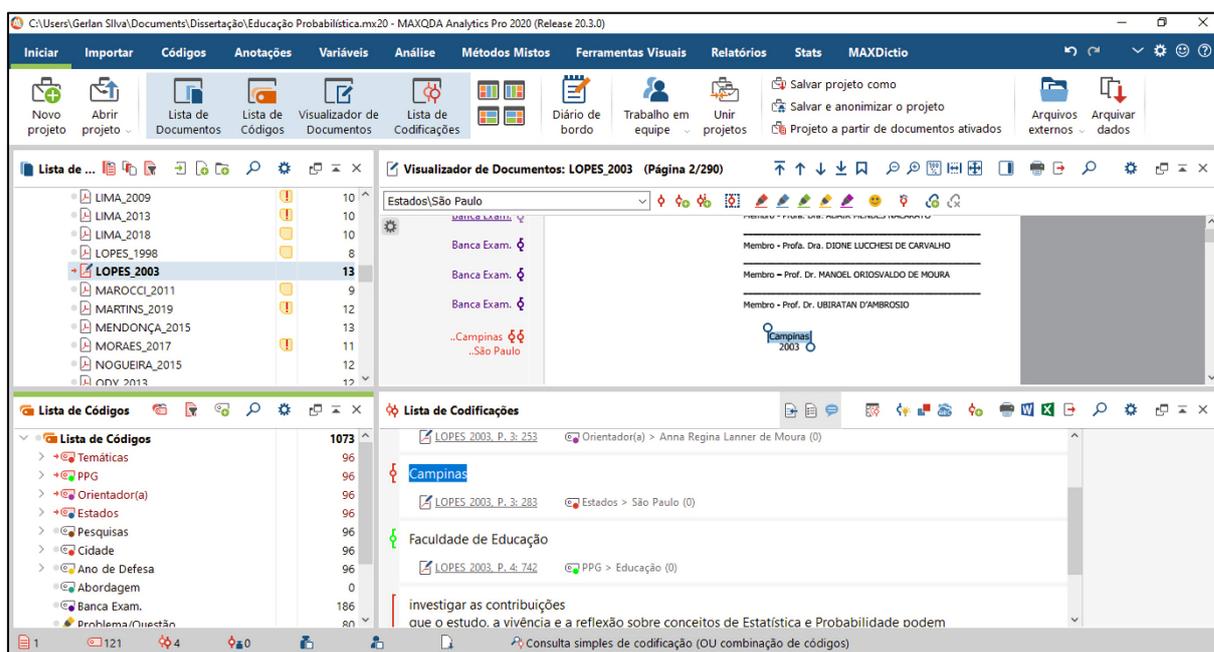
Etapa 4: Codificação e categorização das pesquisas com o *software* de análise de dados qualitativos MAXQDA

Devido à grande quantidade de documentos que nos propusemos a analisar nessa pesquisa, e considerando o curto espaço de tempo e a complexidade do processo de análise do amplo volume de informações, sentimos a necessidade de utilizarmos um *software* de apoio à análise de dados qualitativos, que pudesse garantir agilidade e eficiência no processo de investigação, além de “dar um suporte para a organização das etapas de revisão e dos achados, de forma a obter sínteses coerentes e robustas, que contribuam para a produção do conhecimento” (FORNARI; PINHO, 2022, p. 12), bem como aumentar a confiabilidade dos dados obtidos. Nesse contexto, adotamos o MAXQDA, pertencente à família CAQDAS (acrônimo para “*Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software*”), *software* de análise de dados qualitativos assistidos por computador (RÄDIKER; KUCKARTZ, 2020), desenvolvido por pesquisadores para pesquisadores. Escolhemos o referido sistema, uma vez que este apresenta uma interface intuitiva e fácil de ser utilizada por usuários em todos os níveis de experiência. Também em razão de ser conhecido por sua flexibilidade de se adequar aos mais diversos tipos de escolhas teóricas-metodológicas e por atender aos objetivos da nossa pesquisa (RÄDIKER; KUCKARTZ, 2020). No entanto, destacamos que o programa escolhido para analisar os dados qualitativos não substitui o nosso trabalho como pesquisadores, mas sim apoia e fornece condições para que este se torne mais rápido, organizado e transparente.

Ao iniciarmos o MAXQDA, criamos um projeto intitulado **Educação Probabilística** e o salvamos na pasta junto com o material de análise. Logo após, apareceu a interface geral do programa, dividida em quatro janelas secundárias (Figura 12) que formam a estrutura básica da área de trabalho: 1) Lista de Documentos; 2) Lista de Códigos; 3) Visualizador de Documentos; e 4) Lista de Codificações. A primeira área do projeto (Lista de Documentos), lado superior esquerdo, refere-se ao espaço destinado para o pesquisador organizar o material a ser analisado, seja texto (nos seus mais diversos formatos), imagem, vídeo ou áudio. Esta área também pode ser organizada por tipos de documentos ou pela sua função, de acordo com a necessidade do investigador. A segunda área (Lista de Codificações) é o local onde o pesquisador cria as dimensões, os indicadores ou as categorias de acordo com uma “infinidade de características, incluindo sua amplitude de conteúdo, seu nível de abstração e o quanto se baseiam em um material empírico” (RÄDIKER; KUCKARTZ, 2020, p. 78, tradução nossa). Tais categorias

podem representar fatos, temáticas, serem de cunho analítico, avaliativo e em forma de símbolos. Na janela ao lado, parte superior, temos a terceira área (Visualizador de Documentos), onde é possível ler o documento, tal como fazer marcações e codificações dos segmentos considerados importantes. Por último, na quarta área (Lista de Codificações), visualiza-se todos os códigos específicos de um conjunto de documentos ou de um único em específico.

Figura 12 – Interface de usuário do MAXQDA



Fonte: Autores (2022)

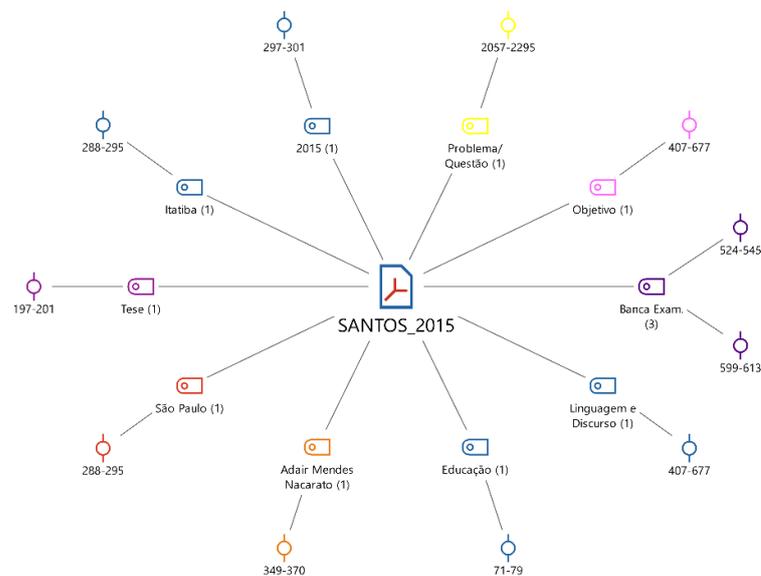
Nesse programa, os códigos são ferramentas centrais que movimentam todo o processo de análise, independentemente do tipo de metodologia a ser utilizada. Eles permitem, entre outras coisas, sistematizar e dar significado a um segmento de texto, imagem ou vídeo, utilizando-se de rótulos ou cores distintas, para facilitar a sua visualização nos documentos analisados e no contexto da pesquisa, como podemos observar na figura acima. Além disso, “os segmentos codificados podem ser atribuídos códigos no nível mais alto, que são chamado de códigos de nível superior e, às vezes, códigos principais, ou podem ser classificados como subcódigos, promovendo a associação de ideias próximas” (ALONSO; BRANDÃO; GONÇALVES, 2021, p. 313). No entanto, conforme versado anteriormente, o tipo de categorização dada a um determinado código depende da lente teórica do pesquisador e pode assumir significados e funções diferentes no decorrer da pesquisa, quais sejam: código temático, teórico, analítico, avaliativo etc. Em nossa investigação, adotaremos a Análise Temática

(Codificação Temática), apontada por Minayo (2008) como uma etapa flexível e útil do processo analítico, capaz de fornecer um conjunto de dados rico e detalhado, mesmo que complexo, com um olhar direto aos textos, que nos possibilita definir temas ligados à literatura analisada ou então pré-estabelecidos pelo pesquisador.

Desta forma, nosso primeiro movimento foi a importação das 99 teses e dissertações para dentro da lista de documentos do MAXQDA (Figura 12), com o objetivo de iniciarmos uma leitura exploratória dos documentos, buscando verificar os principais elementos descritivos, bem como a identificar previamente possíveis temas que se destacavam e/ou apareciam com maior frequência ao longo da leitura. Essa etapa envolve uma leitura rápida e repetitiva dos dados, que procura aproximar o pesquisador da amplitude do conteúdo do material de análise.

O segundo passo dado foi a criação de códigos iniciais no MAXQDA, com base nos descritores propostos na ficha de leitura (Figura 10), onde cada um deles foi atribuído às suas respectivas características nas teses e dissertações analisadas, como podemos observar na Figura 13. Desta forma, esse programa nos permitiu criar uma rede de informações para cada um dos documentos quanto à autoria, título do trabalho, ano de defesa, titulação acadêmica, programa de pós-graduação, orientador, banca examinadora, e palavras-chaves. Ademais, nos possibilitou organizar os dados em redes através de gráficos, tabelas, redes de coorientação e relatórios personalizados de forma interativa utilizando a frequência com que o código aparecia.

Figura 13 – Mapa de codificação da tese da Jaqueline A. F. L. Santos utilizando o modelo de um caso



Fonte: Autores (2022)

O terceiro movimento consistiu na composição das categorias temáticas, com idas e vindas pelo conjunto de teses e dissertações, buscando identificar tendências e possíveis padrões no nosso material de análise. Para isso, realizamos uma leitura cuidadosa e meticulosa do resumo, dos objetivos e da metodologia do nosso *corpus* de pesquisa, com intuito de localizar o foco/objeto de estudo e os principais referenciais teóricos e metodológicos dessas pesquisas, tal como de construir um sistema classificatório de núcleos temáticos que congregasse as características potencialmente relevantes para o nosso problema de pesquisa. Assim, estabelecemos códigos (rótulo para um segmento de texto) iniciais para cada um desses elementos presentes nos 99 documentos, agrupando em subcódigos os que possuíam características semelhantes, mediante à técnica de comparação e contraste, e procurando destacar temas relevantes que pudessem conter dados suficientes para serem discutidos. Essa configuração nos ajudou a organizar e relatar as nossas observações analíticas, bem como descobrir semelhanças, diferenças e relações entre segmentos.

A elaboração de nossos núcleos temáticos (Quadro 11) emergiu do movimento de análise do nosso *corpus* de pesquisa e das perguntas que nos fazíamos sobre os dados (trechos, códigos e categorias), como também do diálogo com a literatura, em particular Melo (2006), Ribeiro (2014) e Santos (2015). Tudo isso, de certa forma, serviu de suporte para a composição e aprimoramento de nossas 7 categorias de análise. A saber: i) Currículo/Livro Didático; ii) TIC e outros recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade; iii) Formação, conhecimentos, práticas e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática; iv) Metodologias de Ensino; v) Psicologia e Cognição; vi) Crenças /Concepções de alunos e professores; e vii) Processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação.

Reconhecemos que, se tratando de um processo subjetivo de categorização, os núcleos temáticos propostos no Quadro 11 não são composições absolutas, muito definitivas e incontestáveis, pois, como aponta Ferreira (2002), o estado da arte é revelado ao pesquisador de forma muito pessoal, de modo que cada leitor interpreta e constitui o seu delinear num dado contexto histórico e no espaço em que está inserido. Essa dinâmica é caracterizada pelo nível com que cada leitor se apropria do que foi produzido historicamente. Além do mais, conforme enfatiza Santos (2015), por se tratar de um sistema classificatório oriundo das nossas impressões como pesquisador, a categorização “pode englobar as limitações de nossa visão e de nosso entendimento sobre o(s) tema(s)” (p. 50).

Embora os núcleos temáticos aqui apresentados possam, em função do processo de categorização, parecerem mutualmente exclusivos, enfatizamos que essa delimitação se constituiu em função do nosso objetivo de dar maior ênfase, aprofundamento e caracterização aos documentos. Contudo, ressaltamos que tais temáticas não são por nós consideradas categorias isoladas sem correspondência entre si, sendo que na maioria das vezes a sobreposição de temas não pode ser evitada. Uma mesma pesquisa que se enquadra em mais de uma categoria “dificulta um inquérito mais objetivo sobre o material pesquisado” (SANTOS, 2015, p. 47).

Quadro 11 – Distribuição das teses e dissertações em Educação Probabilística na Escola Básica por Núcleos temáticos e Subtemas (1994 – 2021)

Núcleos Temáticos	Subtemas	Documentos (ID)	Total
Currículo/Livro Didático	Análise de Livros/Cadernos Didáticos	11, 12, 52, 66, 71, 76, 81, 91, 93,96	15
	Currículo incorporado em práticas escolares	09	
	Proposta e projetos curriculares	02, 13, 16, 69	
TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade	<i>Softwares/Computador</i>	18, 19, 22, 28, 30, 35, 61, 63	19
	Livro Paradidático	62, 97	
	Glossário	86	
	Material manipulativo e jogos pedagógicos	15, 39, 41, 48, 51, 55, 74, 84	
Formação, conhecimentos, práticas e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática	Prática Docente	08, 43	16
	Grupo Colaborativo	44, 46	
	Conhecimento Profissional e Saberes Docentes	04, 05, 14, 21, 70, 77, 85	
	Agência profissional	98	
	Formação Continuada e Desenvolvimento Profissional	33, 45, 75, 87	
Metodologias de Ensino	Sequência Didática/Ensino/Atividades	03, 26, 29, 36, 37 ,38, 47, 54, 57, 82, 89, 92	20
	Resolução de problemas	25, 27, 32, 53, 78, 90	
	Trajectoria Hipotética de Aprendizagem	17	
	Experimento de Ensino	50	
Psicologia e Cognição	Habilidades e Competências	42	13
	Linguagem e Discurso	59, 95	
	Formação, compreensão, mobilização e construção de conceitos	07, 20, 24, 67 ,68, 80, 83, 88, 94, 99	
Crenças /Concepções de alunos e professores	Concepções de alunos e professores	01, 06, 23, 34, 49, 79	7
	Heurísticas e vieses	65	
		Processos avaliativos	31, 46, 64

Processos de ensino e aprendizagem e avaliação	Ensino e aprendizagem na sala de aula	10, 40, 58, 60, 72, 73	
Total			99

Fonte: Autores (2022)

Como podemos observar no quadro acima, além dos núcleos temáticos, criamos subtemas que explicitam, dentro de cada categoria, o foco ou objeto de estudo das teses e dissertações. O objetivo de criar subtemas para cada um dos núcleos temáticos foi propor uma delimitação clara e didática entre os eixos, além de uma melhor compreensão dentro de cada eixo. Apesar do nosso esforço para compor um sistema de núcleos temáticos satisfatoriamente “objetivo” e para minimizar a subjetividade no processo de categorização, entendemos que a nossa classificação aqui mencionada pode ser compreendida de diferentes maneiras sob o olhar de leitores e pesquisadores da área.

Etapa 5: Síntese e organização dos resultados

No Capítulo 5 e 6, apresentaremos uma análise detalhada dos Núcleos Temáticos mais frequentes, Metodologias de Ensino e TIC, assim como outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade, identificados nas teses e dissertações examinadas. Para tanto, utilizaremos tabelas, quadros e redes de códigos, a fim de fornecer um panorama geral e indicar as tendências na produção acadêmica sobre Educação Probabilística na escola básica. Abordaremos, por exemplo, a autoria das pesquisas, distribuição temporal e geográfica delas, IES, orientadores envolvidos, PPG, níveis de ensino e contextos privilegiados, principais metodologias de produção e análise de dados, bem como os principais resultados e contribuições. Esperamos que essas informações possibilitem uma compreensão ampla e significativa com relação às pesquisas na área de Educação Probabilística na escola básica.

5 MAPEAMENTO DAS TESES E DISSERTAÇÕES EM EDUCAÇÃO PROBABILÍSTICA NA ESCOLA BÁSICA

No presente capítulo, apresentaremos um panorama geral dos aspectos físicos da produção acadêmica relacionados às pesquisas sobre Educação Probabilística na escola básica. Estas pesquisas foram defendidas nos programas de Pós-Graduação *stricto sensu* brasileiros, entre maio de 1994 e junho de 2021, e são compostas por 21 teses e 78 dissertações. O objetivo do capítulo é descrever alguns aspectos circunstanciais dessas pesquisas, tais como autoria do estudo, ano de defesa, titulação acadêmica, instituição, programa de pós-graduação, orientador(a) e banca examinadora. A descrição desses elementos pretende oferecer uma visão geral da produção acadêmica sobre o tema, bem como permitir a identificação de tendências e padrões na área de Educação Probabilística na escola básica no Brasil.

5.1 DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL DAS PESQUISAS

Inicialmente, a partir do mapeamento das pesquisas sobre a Educação Probabilística na escola básica produzidas em programas de pós-graduação no Brasil, no período de maio de 1994 a junho de 2021, encontramos um conjunto de 99 trabalhos, sendo 21 teses e 78 dissertações (50 dissertações de mestrado acadêmico e 28 de mestrado profissional) produzidas em 31 diferentes instituições brasileiras de ensino superior. Através dos dados dispostos na Tabela 2, observamos que existe um predomínio das dissertações em relação às teses, uma vez que as dissertações compõem 78,79% da produção acadêmica (50,51% de dissertações oriundas do mestrado acadêmico e 28,28% do mestrado profissional), enquanto as teses correspondem a 21,21% desse total.

Diante desses resultados, esses estudos podem trazer contribuições significativas para o desenvolvimento de metodologias de ensino que contemplem a abordagem probabilística, bem como para a formação de professores mais qualificados em relação a essa temática.

Tabela 2 – Tipo e modalidade das pesquisas sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021

Tipo	Modalidade	Quantidade	Total	%
Dissertação	Acadêmico	50	78 (78,79%)	50,51
	Profissional	28		28,28
Tese	Acadêmico	21	21 (21,21%)	21,21

Total Geral	99	99	100,00
--------------------	----	----	--------

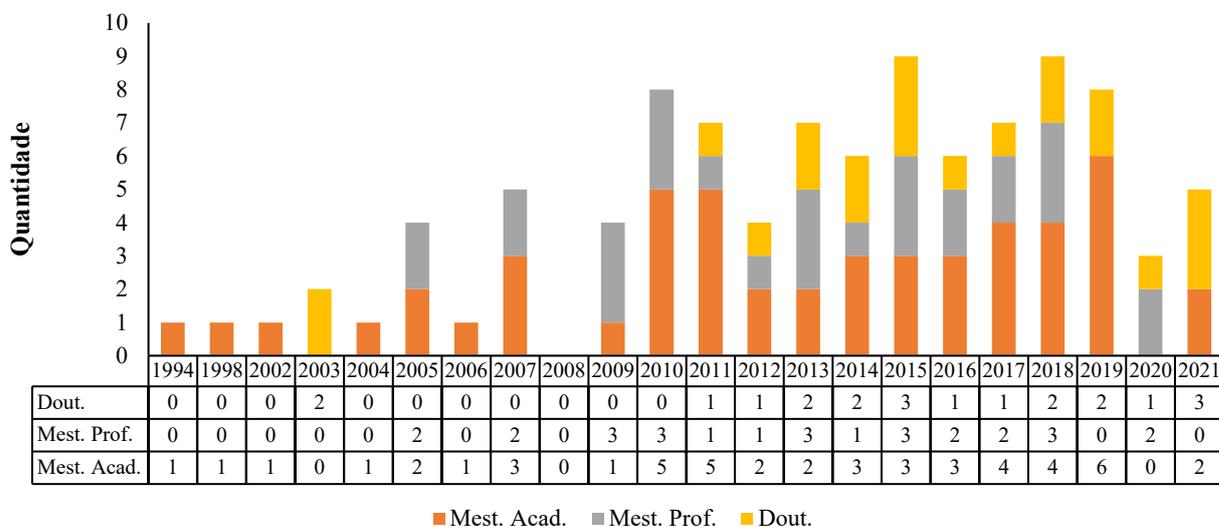
Fonte: Autores (2022)

De acordo com Ribeiro (2014), essa disparidade entre o número de dissertações em comparação à quantidade de teses pode ser explicada pela oferta expressiva de “vagas e programas brasileiros de pós-graduação em nível de mestrado (incluindo o crescimento de mestrados profissionais na última década) em comparação aos programas oferecidos no Brasil em nível de doutorado” (p. 96). Além disso, outro fator que influencia diretamente nessa discrepância, é o tempo que cada modalidade de pesquisa demanda para ser concluída, sendo que as pesquisas em nível de mestrado têm duração máxima de 2 anos e as de doutorado, 4 anos. Dessarte, no Brasil, a produção das pesquisas em nível de mestrado se intensifica quantitativamente em detrimento da produção de pesquisa em nível de doutorado, como aponta Sousa (2020). Essa diferença entre o número de dissertações e teses pode ter implicações importantes para o desenvolvimento da pesquisa no Brasil. Embora as dissertações sejam importantes para o avanço do conhecimento em áreas específicas, as teses são fundamentais para a formação de pesquisadores de alto nível e para a produção de conhecimento original e de impacto.

Abaixo, o Gráfico 2 apresenta a evolução temporal das pesquisas sobre a temática em estudo, mostrando que é possível dividir esse processo em dois momentos distintos. O primeiro momento, que vai de 1994 a 2009, é caracterizado pela incipiência do tema e por uma produção científica que oscila entre 1 e 4 trabalhos por ano, com um total de 20 defesas nesse período. Já o segundo momento, que vai de 2010 a 2021, apresenta um aumento considerável do interesse dos pesquisadores pela temática, com um total de 79 defesas nesse período, embora com pequenos pontos de inflexão.

A produção científica sobre a temática apresentou maior crescimento nos anos de 2010, 2015, 2018 e 2019, com 8 ou 9 defesas em cada um desses anos. Esse aumento pode ser resultado da crescente importância atribuída à Educação Matemática nos últimos anos, bem como da necessidade de se investigar a relação entre a Educação Matemática e a Tecnologia, uma vez que ambas têm sido áreas de grande avanço e transformação na atualidade.

Gráfico 2 – Evolução temporal das 99 teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021



Fonte: Autores (2022)

Além disso, vale ressaltar que a baixa quantidade de estudos sobre Educação Probabilística na escola básica na modalidade do mestrado profissional pode estar relacionada ao fato de que esta é uma área recente de pesquisa na Educação Matemática, e essa modalidade de pós-graduação, ainda mais. Na verdade, a modalidade de mestrado profissional é uma novidade na área de Educação e Ensino da CAPES. Teve seu início efetivo apenas em 2002, com o programa da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), que contou com suas primeiras defesas em 2005. Já na área de Educação, o programa pioneiro de mestrado profissional foi o da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), criado somente em 2010.

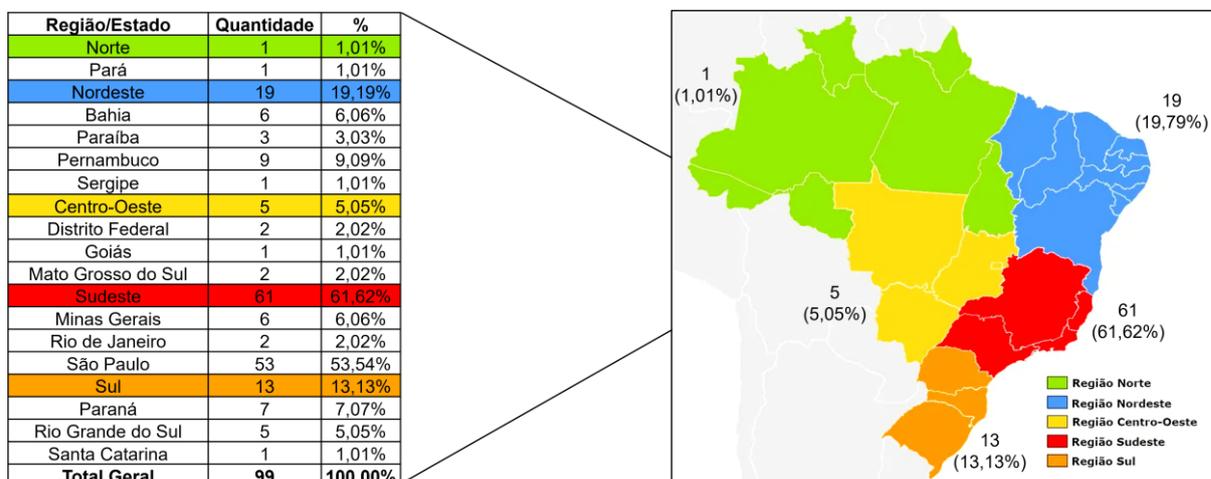
Destacamos também que a evolução temporal das pesquisas sobre a temática em estudo reflete a dinâmica da produção científica em geral, a qual é influenciada por diversos fatores, tais como investimentos em pesquisas, políticas públicas de fomento à pesquisa e desenvolvimento, assim como por tendências e temas emergentes em diferentes áreas do conhecimento.

5.2 DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DAS PESQUISAS

Ao verificarmos a distribuição geográfica das teses e dissertações sobre a Educação Probabilística na escola básica entre 1994 e junho de 2021 (Figura 14), percebemos que as cinco regiões do Brasil apresentam pelo menos uma pesquisa sobre a temática. A região Sudeste se

destaca com 61 trabalhos, sendo responsável por mais da metade da produção científica acumulada (61,62%), seguida das regiões Nordeste e Sul com 19 (19,79%) e 13 (13,13%) trabalhos, respectivamente. Posteriormente temos a região Centro-Oeste, com 5 pesquisas (5,05%), e a região Norte, com apenas um trabalho (1,01%). Também observamos que essas pesquisas estão concentradas em apenas 13 estados e no Distrito Federal, como pode ser observado na Figura 14. Ou seja, 13 estados (50%) não apresentaram defesas de trabalhos sobre a temática em questão. Nas regiões Sul e Sudeste, todos os estados apresentaram pelo menos um trabalho sobre o tema.

Figura 14 – Distribuição geográfica (Regiões/Estados) de teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica no Brasil (1994-2022)



Fonte: Autores (2022)

Com relação à produção por unidade federativa, o estado de São Paulo concentra a maior parte das teses e dissertações sobre a temática, com 53,54% ($n = 53$) dos trabalhos, se sobressaindo não só na região Sudeste, mas na produção científica de todo o território brasileiro, seguido do Estado de Pernambuco, com 9,09% ($n = 9$) e do Paraná, com 7,07% ($n=7$).

A concentração massiva de pesquisas em Educação Matemática na região Sudeste, principalmente em São Paulo, tem sido uma característica histórica. No entanto, essa concentração pode ser explicada pelo baixo número de programas de pós-graduação nas regiões Norte, Centro-Oeste e Nordeste, o que afeta diretamente o quantitativo de pesquisas educacionais nessas regiões. De acordo com Nardi (2015), essa discrepância não se restringe à Educação Matemática, também afeta outras áreas do conhecimento, uma vez que há uma concentração expressiva de universidades na região Sudeste.

Embora a região Sudeste seja conhecida por sua grande oferta de instituições de ensino superior, a concentração de pesquisas em uma única região pode ter consequências negativas para o desenvolvimento do país. Ao concentrar recursos e oportunidades em uma única região, outras áreas podem ser abandonadas e ter menos oportunidades de crescer e se desenvolver. Além disso, a diversidade cultural e geográfica do país pode não ser plenamente representada em pesquisas quando há uma concentração geográfica.

Portanto, é importante que os governos e instituições de ensino incentivem e apoiem a criação de programas de pós-graduação nas regiões menos desenvolvidas do país, para que haja equilíbrio na produção de conhecimento em diferentes áreas e regiões geográficas, e para que diversos espaços do país sejam contextos de investigação.

5.3 INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR ENVOLVIDAS NAS PESQUISAS

No mapeamento das Instituições de Ensino Superior (IES) produtoras de teses e dissertações sobre Educação Probabilística na escola básica, entre 1994 e 2021, identificamos 31 universidades que figuram no topo da lista, com 5 ou mais teses e dissertações produzidas: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP (17,17%), Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL (11,11%), Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN (9,09%), Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (9,09%), Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC (5,05%) e Universidade de São Carlos – UFSCar (5,05%), conforme detalhado na Tabela 3. Com esses dados, percebemos que 56,57% (n = 56) da produção sobre a temática está concentrada em 6 instituições. Entretanto, também observamos que 13,13% das IES (n = 13) produziram apenas uma tese/dissertação cada sobre a temática.

Tabela 3 – Instituições de Ensino Superior das teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021

Instituições de Ensino Superior	Quantidade	%
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	17	17,17
Universidade Cruzeiro do Sul	11	11,11
Universidade Anhanguera de São Paulo	9	9,09
Universidade Federal de Pernambuco	9	9,09
Universidade Estadual de Santa Cruz	5	5,05
Universidade Federal de São Carlos	5	5,05
Universidade Federal do Paraná	4	4,04
Universidade São Francisco	4	4,04
Universidade Estadual da Paraíba	3	3,03
Universidade Estadual de Campinas	3	3,03
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul	2	2,02

Universidade Federal do Triângulo Mineiro	2	2,02
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2	2,02
Universidade Federal do ABC	2	2,02
Universidade Federal de Juiz de Fora	2	2,02
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	2	2,02
Universidade Federal de Ouro Preto	2	2,02
Universidade Federal do Rio Grande do Sul	2	2,02
Universidade do Grande Rio	1	1,01
Universidade Franciscana	1	1,01
Universidade de São Paulo	1	1,01
Universidade do Estado do Pará	1	1,01
Universidade Estadual de Londrina	1	1,01
Universidade de Brasília	1	1,01
Universidade Federal do Rio de Janeiro	1	1,01
Universidade Estadual Paulista	1	1,01
Fundação Universidade Regional de Blumenau	1	1,01
Universidade Federal da Bahia	1	1,01
Universidade Federal de Sergipe	1	1,01
Universidade Católica de Brasília	1	1,01
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás	1	1,01
Total Geral	99	100,00

Fonte: Autores (2022)

A produção científica da PUC-SP, culturalmente com longa tradição na produção de pesquisa em Educação Matemática no Brasil, que possui um mestrado acadêmico em Educação Matemática, um mestrado profissional em Ensino de Matemática, apresenta um total de 17 pesquisas de mestrado e doutorado concluídas até junho de 2021. Na UNICSUL foram produzidas 11 teses e dissertações nos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (n = 1) e Ensino de Ciências e Matemática (n = 10). No programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNIAN, a produção de nove produções de trabalhos defendidos. Na UFPE foram também defendidas 9 pesquisas em seus programas de pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica (n = 8) e em Educação em Ciências e Matemática (n = 1). Já no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade UESC, a produção totaliza 5 trabalhos defendidos. Na UFSCar, no programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas, também foram produzidas 5 pesquisas.

De modo geral, a lista apresentada na Tabela 3 demonstra que várias instituições de ensino superior têm se dedicado à pesquisa e ao desenvolvimento de novos métodos e estratégias de ensino e de aprendizagem da Educação Probabilística nas escolas básicas. Isso mostra o interesse dessas instituições em contribuir para o avanço da Educação Matemática no país, em especial no que se refere à probabilidade, área importante da Matemática que conta com aplicação prática em diversas áreas do conhecimento.

Além disso, a produção de teses e dissertações sobre o tema demonstra que há uma preocupação em entender e aprimorar como os conceitos probabilísticos são ensinados nas escolas básicas, buscando formas mais eficazes e significativas de abordá-los.

5.4 PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO ONDE AS PESQUISAS FORAM DEFENDIDAS

Ao verificarmos a quais programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* (Educação e Ensino) as teses e dissertações sobre Educação Probabilística na escola básica no período de 1994 a junho de 2021 estão atreladas, identificamos a ocorrência de 16 programas vinculados a 31 Instituições de Ensino Superior (IES) em todo país, onde foram produzidas as pesquisas em questão.

O programa de Educação Matemática concentra o maior número de teses e dissertações, com 31 trabalhos defendidos, o que representa 31,31% do total. Em seguida, aparece o programa de Educação, com 16 trabalhos defendidos (16,16%), e o programa de Ensino de Matemática, com 13 trabalhos (12,12%). Também merecem destaque os programas de Ensino de Ciências e Matemática (11 trabalhos, 11,11%), tal como de Educação Matemática e Tecnológica (8 trabalhos, 8,08%), conforme podemos observar na Tabela 4.

Tabela 4 – Programas de Pós-Graduação onde foram ondem foram defendidas as teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica entre 1994 e 2021

Programas de Pós-Graduação	Quantidade	%
Educação Matemática	31	31,31
Educação	16	16,16
Ensino de Matemática	12	12,12
Ensino de Ciências e Matemática	11	11,11
Educação Matemática e Tecnológica	8	8,08
Ensino de Ciências Exatas	5	5,05
Educação em Ciências e Matemática	3	3,03
Ensino de Ciências e Matemática	3	3,03
Ensino de Ciências e Educação Matemática	2	2,02
Ensino e História das Ciências e da Matemática	2	2,02
Educação Para Ciências e Matemática	1	1,01
Ensino das Ciências na Educação Básica	1	1,01
Ensino de Ciências e Tecnologia	1	1,01
Ensino, Filosofia e História das Ciências	1	1,01
Ensino de Ciências	1	1,01
Ensino de Ciência e Tecnologia	1	1,01
Total Geral	99	100,00

Fonte: Autores (2022)

Esses resultados indicam que a Educação Matemática tem sido o campo de estudo mais explorado no que se refere à Educação Probabilística na escola básica. Esse fato pode estar relacionado à necessidade de formação de professores que possam abordar a probabilidade de forma mais efetiva em suas aulas de Matemática, considerando que a probabilidade é um conteúdo matemático presente nos currículos escolares. Além disso, a presença da probabilidade em outras áreas do conhecimento, como a Física e a Biologia, pode ter contribuído para o destaque dos programas de Ensino de Ciências e Matemática e de Ensino de Matemática.

A diversidade de programas e instituições envolvidas nas pesquisas indica que a Educação Probabilística na escola básica é uma temática relevante em diferentes contextos de ensino e pesquisa no Brasil. Essa variedade de perspectivas pode favorecer a produção de conhecimentos mais abrangentes e, através das formações, auxiliar profissionais capacitados a lidar com a probabilidade de forma adequada e contextualizada no ambiente escolar.

5.5 ORIENTAÇÃO DAS PESQUISAS

Realizamos um levantamento a respeito dos(as) orientadores(as) das teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Educação Básica no período de maio de 1994 a junho de 2021, com o objetivo de identificar a frente de pesquisa desses sujeitos, sua afiliação institucional e perfil acadêmico. Contabilizamos, assim, um total de 55 docentes para as 99 pesquisas descritas nesta dissertação, sendo que desse total, 40,63% (n = 39) orientaram apenas um único trabalho.

Na Tabela 5 apresentamos os 16 pesquisadores/orientadores centrais na produção de trabalhos sobre Educação Probabilística que tiveram duas ou mais orientações concluídas no campo até junho de 2021, também a quantidade de documento e a instituição em que cada docente estava filiado no momento da coleta dos dados. Juntas representam 59,38% (n = 57) da produção nacional.

Tabela 5 – Produção de teses e dissertações sobre Educação Probabilística na Escola Básica segundo alguns orientadores que mais se destacam (1994-2021)

Orientadores	IES	Orientações		Total
		Tese	Dissertação	
Cíleda de Queiroz e Silva Coutinho	PUC-SP	1	10	11
Celi Espasandin Lopes	UNICUL	5	6	11
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	UFPE	2	3	5
Verônica Yumi Kataoka	UESC	0	5	5
Ailton Paulo de Oliveira Júnior	UFABC	0	4	4

Paulo César Oliveira	UFSCar	0	3	3
Aida Carvalho Vita	UESC	0	2	2
Guataçara dos Santos Junior	UTFPR	0	2	2
Lori Viali	PUC-RS	0	2	2
Marilena Bittar	UFMS	0	2	2
Regina Célia Grandó	USF	0	2	2
José Ivanildo Felisberto de Carvalho	UFPE	0	2	2
Sandra Maria Pinto Magina	UESC	1	1	2
Tânia Maria Mendonça Campos	PUC-SP	1	1	2
Adair Mendes Nacarato	USF	1	1	2
Total Geral		13	46	57

Fonte: Autores (2022)

Dos 15 orientadores centrais, que tiveram seus nomes dispostos na tabela acima, a pesquisadora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP), integrante do programa de pós-graduação em Educação Matemática, orientou, desde 2004, 1 tese e 10 dissertações, no campo da Educação Probabilística. Celi Espasandin Lopes (UNICSUL), atuante no programa de Ensino de Ciências e Matemática, orientou 11 pesquisas na área, 5 teses e 6 dissertações. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba (UFPE), atuante no programa de Educação Matemática e Tecnológica, por sua vez, orientou 5 pesquisas, 2 teses e 3 dissertações. Verônica Yumi Kataoka (UESC) desenvolveu 5 orientações. Ailton Paulo de Olivera Júnior (UFABC) orientou 4 dissertações. Paulo César Oliveira (UFSCar), docente no mestrado profissional de Ensino de Ciências Exatas, orientou 3 dissertações. Sandra Maria Pinto Magina (PUC-SP), Guataçara dos Santos Junior (UTFPR), Lori Viali (PUC-RS), Marilena Bittar (UFMS), Regina Célia Grandó (USF), José Ivanildo Felisberto de Carvalho (UFPE), Ruy Cesar Pietropaolo (UNIAN-SP), Tânia Maria Mendonça Campos (PUC-SP), Aida Carvalho Vita (UESC) e Adair Mendes Nacarato (USF) desenvolveram 2 orientações cada.

A presença de alguns pesquisadores e suas afiliações institucionais podem influenciar as tendências de pesquisa em uma determinada área. Como resultado, a concentração de pesquisadores em certas instituições pode levar à priorização de determinados temas de pesquisa, e a falta de representatividade de outras instituições pode levar a lacunas de pesquisa em outras áreas.

Por fim, o fato de uma pessoa ou instituição se destacar em determinada área de pesquisa, não significa que ela seja a única fonte de conhecimento confiável e relevante na área. Pesquisadores e instituições com diferentes formações, perspectivas e abordagens podem contribuir para a diversidade e enriquecimento da produção científica em qualquer campo do conhecimento.

5.6 BANCA EXAMINADORA DAS PESQUISAS

Mediante à importância da banca examinadora para o avanço da produção científica nos programas de pós-graduação, apontada por Severino (2013) como quem simboliza “a instituição, a comunidade científica da área e até a própria sociedade, atestando a contribuição trazida pelo trabalho” (SEVERINO, 2013, p. 209) para um determinado campo de pesquisa, realizamos o levantamento dos nomes dos membros participantes (especialistas da área) das bancas examinadoras dos 99 documentos que compõem o nosso *corpus* de análise, mesmo diante do intenso desafio de identificar quem são esses sujeitos, pois, muitas das vezes, as pesquisas não citam os participantes ou não apresentam a ata da defesa. Por outro lado, em alguns casos, como as teses e dissertações da PUC-SP, a banca examinadora é mencionada apenas nos agradecimentos, e mesmo assim, nem sempre de forma explícita. Para contornarmos essa situação, sempre que necessário, consultávamos o CTD, o currículo *Lattes* dos orientadores ou enviávamos um *e-mail* para o pesquisador e/ou orientador, solicitando informações não disponíveis nos documentos.

Acreditamos que não citar corretamente, ou apenas não citar, é não reconhecer o tempo e o esforço dedicado pelo especialista daquela área que contribui de forma crítica e construtiva com a investigação do estudante de pós-graduação. Logo, é importante que tanto o pesquisador quanto o orientador façam um esforço para nomear corretamente os membros da banca em suas pesquisas, com o objetivo de garantir que a tese/dissertação seja adequadamente reconhecida, avaliada e divulgada na comunidade científica.

Desta forma, no período analisado, de 1994 a 2021, ressaltando os orientadores, a coordenação e os presidentes das bancas examinadoras, e levando em consideração apenas os demais componentes das bancas, com a finalidade de observarmos somente a colaboração e a contribuição dos membros em outras pesquisas que não foram orientadas por eles, notamos um quantitativo de 157 examinadores especialistas/participantes de bancas de defesas de dissertações e teses em Educação Probabilística na escola básica. Este fato revelou uma dispersão/diversidade significativa de avaliadores atuando em diferentes bancas examinadoras, o que pode trazer diversos benefícios para o processo de avaliação, como uma maior diversidade de perspectivas teórico-metodológicas, maior rigor, redução de possíveis vieses e maior transparência.

Desse total, em termos da frequência de participação dos membros das bancas em defesas de mestrado e doutorado, localizamos 115 pesquisadores que fizeram parte apenas de uma banca, 22 que participaram de duas bancas e 9 que participaram de três bancas. Na sequência, três membros que participaram de 4 bancas cada um: Irene Maurício Cazorla (UESC), Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (UFPE) e Saddo Ag Almouloud (PUC-SP). Em seguida, temos três membros com 5 participações cada um: Norma Suely Gomes Allevato (UNICSUL), Maria Delourdes Maciel (UNICSUL) e Verônica Yumi Kataoka (UESC). Por fim, temos cinco membros que apresentaram entre 6 e 15 participações cada em bancas examinadoras, todas mulheres que se destacam como principais avaliadoras em pesquisas sobre a Educação Probabilística na escola básica, conforme podemos observar na Tabela 6.

Tabela 6 – Principais avaliadoras em bancas de teses e dissertações de pesquisas que envolvem a Educação Probabilística na Escola Básica

Membros das Bancas Examinadoras	Lattes	IES	Quantidade
Celi Espasandin Lopes	http://lattes.cnpq.br/9699186251670702	UNICSUL	15
Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	http://lattes.cnpq.br/4594644657798556	PUC-SP	12
Cláudia Borim da Silva	http://lattes.cnpq.br/9592163566467270	USJT	7
Adair Mendes Nacarato	http://lattes.cnpq.br/4651130852101924	USF	6
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	http://lattes.cnpq.br/6244946561746497	UFPE	6
Total			46

Fonte: Autores (2023)

Primeiramente, temos a professora Dra. **Celi Espasandin Lopes** (UNICSUL), com 15 participações, aproximadamente 5,70% do total de todas as defesas das pesquisas mencionadas neste texto (exceto a sua participação em 11 bancas como orientadora, a defesa de sua dissertação em 1998 e de sua tese em 2003). Atuou em 3 bancas de doutorado, além de defesas de mestrado acadêmico e profissional, com participação em bancas examinadoras de nove instituições distintas, como PUC-SP, UNESP, USF, UFPR, UFOP, UFPE e UNIAN-SP. Em seguida, temos a professora Dra. **Cileda de Queiroz e Silva Coutinho** (PUC-SP), com 12 participações (excluindo a sua participação em 11 bancas como orientadora e a defesa de sua dissertação em 1994), sendo 4 em bancas de doutorado, 8 de mestrado (5 de mestrado acadêmico e 3 na modalidade profissional) e 6 participações em instituições diferentes. Temos também a professora Dra. **Cláudia Borim da Silva** (USJT), com 7 atuações, sendo 5 em bancas

de mestrado (quatro de mestrado acadêmico e um de mestrado profissional) e 2 de doutorado, em instituições como a PUC-SP, USP, UESC, UNIAN-SP e UFABC.

Também foi constatado que duas pesquisadoras tiveram igual participação em 6 bancas examinadoras de mestrado e doutorado. A primeira delas, a professora Dra. **Adair Mendes Nacarato** (USF), atuou como avaliadora em 6 bancas, sendo 4 de teses e 2 de dissertações de mestrado acadêmico, em três instituições distintas: UNICAMP, USP e UNICSUL. Já a segunda, a Dra. **Rute Elizabete de Souza Rosa Borba** (UFPE), participou como avaliadora em 4 pesquisas de mestrado acadêmico e 2 de doutorado, em quatro instituições diferentes: UNIAN-SP, UESC, UFMS e UFPE.

É interessante notar que as mulheres têm uma representatividade significativa nas bancas de defesa de teses e dissertações em Educação Probabilística na escola básica, representando 61,15% ($n = 96$) do total de membros, enquanto os homens representaram 38,85% ($n = 61$). Além disso, as pesquisadoras mencionadas na Tabela 6 apresentam uma ampla participação em bancas examinadoras, o que mostra sua expertise no assunto e sua contribuição para a formação de novos pesquisadores nessa área. No entanto, lembramos que a participação em bancas examinadoras não é a única forma de contribuição para a pesquisa em Educação Probabilística na escola básica. Existem outras formas, como a produção de artigos científicos, a organização de eventos acadêmicos, a orientação de pesquisas, entre outras.

Com a conclusão deste capítulo, apresentamos os resultados da análise das pesquisas sobre o ensino de probabilidade na Educação Probabilística na escola básica. Assim, cumprimos o nosso segundo objetivo específico, que era mapear e analisar aspectos indicadores das teses e dissertações quanto a diversos fatores, como autoria da pesquisa, ano de defesa, titulação acadêmica, instituição, programa e linha de pesquisa, orientador(a) e distribuição geográfica. Esses dados foram importantes para traçar um panorama das pesquisas desenvolvidas nessa área e identificar tendências e lacunas de investigação.

No próximo capítulo, analisaremos as tendências teórico-metodológicas das pesquisas sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica, com base nos dois núcleos temáticos mais emergentes desta análise inicial: "TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade" e "Metodologias de Ensino". Nosso objetivo é contribuir para uma compreensão mais aprofundada das possibilidades de ensino de Probabilidade e para o aprimoramento da qualidade do ensino deste tema na Educação Básica. Discutiremos, portanto, as principais abordagens teóricas e metodológicas presentes nessas pesquisas, e buscaremos compreender como os recursos e abordagens utilizados pelos pesquisadores podem contribuir

para o aprimoramento do ensino de Probabilidade na Educação Básica. Abordaremos diferentes recursos didáticos, como jogos, simulações e maquetes, bem como as potencialidades das TICs, como *softwares* e aplicativos, e as metodologias de ensino que promovem a participação ativa dos alunos, a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades críticas.

6 “UM POSSÍVEL OLHAR” DAS TENDÊNCIAS TEMÁTICAS E DOS ENFOQUES TEÓRICO-METODOLÓGICO DAS PESQUISAS

Neste capítulo, apresentamos uma análise descritiva das 39 pesquisas que compõem os dois núcleos temáticos (Tabela 7) mais frequentes do nosso *corpus* de análise inicial. Com isso, pretendemos apresentar e discutir as principais tendências temáticas e os enfoques teórico-metodológicos que emergiram dessas pesquisas, através de um processo metódico de categorização das características de nosso interesse (Figura 10), no qual buscamos alcançar uma compreensão mais profunda do nosso objeto de estudo e evidenciar as características mais relevantes e emergentes.

Tabela 7 – Distribuição das teses e dissertações em Educação Probabilística na Educação Básica de acordo com os núcleos temáticos/subtemas mais frequentes

Núcleos Temáticos	Subtemas	Dissertação		Tese	Total	Total Geral
		Acadêmico	Profissional	Acadêmico		
TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade	<i>Softwares/Computador</i>	3	5	0	8	19
	Material manipulativo e jogos pedagógicos	5	1	2	8	
	Livro Paradidático	2	0	0	2	
	Glossário	1	0	0	1	
Metodologias de Ensino	Sequência Didática/Ensino/Atividades	6	6	0	12	20
	Resolução de problemas	5	1	0	6	
	Trajectoria Hipotética de Aprendizagem	0	1	0	1	
	Experimento de Ensino	1	0	0	1	
Total Geral		23	14	2	39	39

Fonte: Autores (2023)

A análise temática dos trabalhos, os quais agrupamos em núcleos temáticos/subtemas (Tabela 7), é uma atividade subjetiva, visto que depende da nossa interpretação e compreensão, enquanto pesquisadores, sobre os conteúdos presentes nos documentos. Dessarte, como cada pesquisador possui suas próprias experiências, conhecimentos, valores, referenciais teóricos e perspectivas no campo da Educação Probabilística, é possível que cada um produza categorias temáticas diferentes para um mesmo conjunto de documentos, ou que até mesmo interprete de forma diferente o mesmo documento.

Por essa razão, adotamos procedimentos metodológicos rigorosos na análise temática, conscientes das limitações de nossas escolhas. Entre esses procedimentos, destacam-se a utilização de protocolos e critérios claros na seleção dos documentos, a triangulação de dados

com outras fontes e a validação das categorias temáticas construídas por meio da participação de outro pesquisador, no meu caso, a minha orientadora Regina Célia Grandó, a qual possui vasta experiência em estudos de revisões sistemáticas.

À vista disso, acreditamos que a análise das tendências temáticas e enfoques teórico-metodológicos é uma atividade importante na pesquisa, uma vez que pode ajudar a identificar lacunas no conhecimento e direcionar novas pesquisas. Além do mais, pode fornecer informações valiosas para o desenvolvimento de políticas e práticas educacionais na área da Educação Probabilística na escola básica.

Nas seções seguintes, apresentamos e descrevemos cada um dos núcleos temáticos/subtemas categorizados, identificamos e analisamos as teses e dissertações que os compõem segundo os aspectos relacionados aos focos/objetivo de cada conjunto de pesquisa, bem como os principais aportes teóricos, os procedimentos metodológicos, e os principais resultados e contribuições para o campo de pesquisas. Logo, cada documento foi direcionado para um único núcleo temático, de acordo com o que acreditamos ser o seu foco/objeto de estudo principal.

Vale ressaltar que os núcleos temáticos não são excludentes e que um trabalho pode abordar mais de uma categoria. Isso ocorre porque muitos temas estão interligados e se relacionam entre si. No entanto, para fins de organização e análise, pensamos ser importante vincular cada trabalho a um único núcleo temático para que a análise seja feita de forma clara e objetiva, com cada categoria temática sendo discutida separadamente e as conexões entre elas sendo evidenciadas. A seguir, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos.

6.1 TIC E OUTROS RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

A categoria “TIC e outros recursos didáticos para o ensino e a aprendizagem de probabilidade” trata de estudos que investigam o uso de tecnologias da informação e comunicação e outros recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade. As pesquisas nessa categoria buscam avaliar a efetividade e o impacto desses recursos no desempenho dos alunos, na motivação e engajamento, bem como na facilitação da compreensão dos conceitos de probabilidade, entre outros aspectos.

No período de 2007 a 2021, foram defendidas 19 pesquisas, sendo que 11 eram dissertações de mestrado acadêmico, 6 de mestrado profissional e 2 teses. As instituições que mais se destacaram foram a UESC e a PUC-SP, ambas com 4 pesquisas cada, seguidas pela UNICSUL e UFPE, com 2 pesquisas cada. As pesquisas estão distribuídas entre diferentes programas de pós-graduação, mostrando a diversidade de áreas de estudo e pesquisa na Educação Matemática e Ensino de Ciências. Apesar de a maioria delas ter sido realizada em programas de pós-graduação em Educação Matemática, notamos a presença de algumas em programas de Ensino de Ciências e Ensino de Ciências e Matemática, além de programas mais específicos como Educação Matemática e Tecnológica, Ensino e História das Ciências, e Matemática. Essa variedade de abordagens e perspectivas sugere que há uma ampla gama de possibilidades para o ensino e aprendizagem de Matemática e Ciências, o que pode contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais efetivas.

Foram incluídas 19 pesquisas neste núcleo temático, 8 delas relacionadas ao subtema **Softwares/Computador** (DIAS, 2016; ESTEVAM, 2010; FERREIRA, 2011; FREITAS, 2010; LIMA, 2009; SANTOS, 2011; SOUZA, 2015, 2009), 8 ao subtema **Material manipulativo e jogos pedagógicos** (BARBOSA, 2019; GUIMARÃES, 2014, 2015; LIMA, 2013; RODRIGUES, 2007; SANTOS, 2014, 2017; VITA, 2012), 2 ao subtema **Livro Paradidático** (CIABOTTI, 2016; SANTOS, 2021); e 1 ao subtema **Glossário** (MARTINS, 2019).

A seguir, no Quadro 12, listamos as pesquisas relacionadas ao núcleo temático “TIC e outros recursos para o ensino e aprendizagem de probabilidade”. Estas foram agrupadas de acordo com o subtema, nome do autor, ano de defesa, nível de titulação, instituição de defesa e objeto de estudo. Em seguida, descreveremos seus objetivos e focos, além dos principais aportes teóricos e metodológicos utilizados. Por fim, apresentaremos os resultados obtidos e as contribuições para o campo de pesquisa.

Quadro 12 – Pesquisas em Educação Probabilística na Educação Básica segundo o tema “TIC e outros recursos para o ensino e aprendizagem de probabilidade”

Quant.	Autor	Tipo	IES	Objeto de Estudo
Subtema: Softwares/Computador				
8	Lima (2009)	MP	PUC/SP	Contribuições de uma sequência didática baseada na resolução de problemas e com a utilização de uma planilha eletrônica para o ensino da Distribuição Normal para alunos do Ensino Médio
	Souza (2009)	MP	UNICSUL	Recursos tecnológicos e ferramentas de simulações para o ensino de estatística e probabilidade no Ensino Fundamental
	Estevam (2010)	MA	UNESP	Análise exploratória de dados com o uso das TIC para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos estatísticos no ensino fundamental

	Freitas (2010)	MP	UNICSUL	Analisar as possibilidades de um software estocástico auxiliar as crianças da Educação Infantil e das Séries Iniciais do Ensino Fundamental em sua Educação Estatística.
	Ferreira (2011)	MA	UNIAN/SP	Analisar a aprendizagem de conceitos probabilísticos por meio da aplicação do experimento de ensino "Passeios Aleatórios da Carlina" nos ambientes papel e lápis e computacional
	Santos (2011)	MP	UEPB	Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o ensino de conceitos de probabilidade
	Souza (2015)	MA	UFPE	Contribuições da ferramenta <i>Sampler</i> do <i>Tinkerplots</i> para os estudantes mobilizarem conhecimentos sobre probabilidade
	Dias (2016)	MP	UTFPR	Construção de um ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental
Subtema: Material manipulativo e jogos pedagógicos				
8	Rodrigues (2007)	MA	PUC/SP	Contribuições que o modelo de urna de Bernoulli poderia trazer na construção dos conceitos probabilísticos
	Vita (2012)	T	PUC/SP	Potencialidades de uma maquete tátil, planejada e construída para a aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade por alunos cegos
	Lima (2013)	MP	UFSCar	Apresentar a proposta denominada "Jogo dos Discos" para o Ensino de Probabilidade em três turmas do terceiro ano do Ensino Médio
	Santos (2014)	MA	UESC	Construção de pictogramas 3D construídos por estudantes cegos e videntes no contexto da aprendizagem de Probabilidade utilizando uma maquete tátil
	Guimarães (2014)	MA	UESC	Interação entre o estudante cego e o estudante vidente na realização de atividade que abordam conceitos básicos de probabilidade mediadas pela maquete tátil
	Guimarães (2015)	T	UNIAN/SP	Interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela maquete tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de probabilidade
	Santos (2017)	MA	UESC	Potencialidades da maquete tátil para abordar o conceito de chance na Educação Infantil
	Barbosa (2019)	MA	UFABC	Construção e criação de um jogo pedagógicos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental propostos na BNCC
Subtema: Livro Paradidático				
2	Ciabotti (2016)	MA	UFTM	Elaboração de um livro paradidático para subsidiar o ensino de conceitos probabilísticos dos anos finais do Ensino Fundamental
	Santos (2021)	MA	UFPE	Potencial da Literatura Infantil para a mobilização das demandas cognitivas na construção do conceito de probabilidade por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental
Subtema: Glossário				
1	Martins (2019)	MA	IFG	Construção de um glossário que possibilite a representação dos termos de probabilidade e estatística em Língua Brasileira de Sinais

Fonte: Autores (2023)

6.1.1 Problemas e/ou objetivos abordados nas pesquisas

Dentro do subtema *Softwares/Computador*, as pesquisas investigaram o uso de tecnologias de informação e comunicação (TICs), incluindo *softwares* e ambientes virtuais de aprendizagem, para aprimorar o ensino e a aprendizagem de conceitos estatísticos e

probabilísticos em diferentes níveis educacionais. Esses estudos exploraram de que forma as TICs contribuíram para tornar o ensino mais significativo, envolvente e lúdico, além de permitir que os alunos interagissem com os conceitos de modo mais prático e intuitivo.

Alguns estudos, como o de Lima (2009) e Ferreira (2011), utilizaram *softwares* específicos para ensinar conceitos estatísticos e probabilísticos de forma interativa, envolvendo a participação dos alunos em experimentos computacionais e passeios aleatórios. Já Estevam (2010) e Souza (2015) investigaram como as TICs ajudaram os estudantes a atribuir significado a informações estatísticas apresentadas por meio de gráficos e tabelas, bem como a mobilizar seus conhecimentos prévios sobre probabilidade por meio de experimentos aleatórios.

Outros estudos visam investigar o potencial das ferramentas e *softwares* a fim de tornar o ensino mais significativo. Buscam aprimorar aprimorá-los para que se tornem objetos de aprendizagem relevantes para o ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade (SOUZA, (2009), ou ainda, explorar a importância de tornar as atividades mais lúdicas e interativas, especialmente para crianças em idade escolar (FREITAS, (2010).

Por fim, aparecem estudos com objetivos mais específicos, como o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem (SANTOS, (2011) ou de um ambiente virtual de aprendizagem (DIAS, 2016) voltado para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Já as 8 pesquisas que fazem parte da subcategoria **Material manipulativo e jogos pedagógicos** tinham como objetivo principal explorar o uso de materiais manipulativos e jogos pedagógicos para o ensino e a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade em diferentes níveis de escolaridade.

As dissertações de Barbosa (2019) e Lima (2013) propuseram investigar o desenvolvimento de propostas didáticas que envolvam a criação de jogos pedagógicos para introduzir e desenvolver conceitos de probabilidade em alunos dos anos iniciais e do Ensino Médio. Ao passo que, a dissertação de Santos (2017) e a tese de Guimarães (2015) investigaram as interações que ocorrem entre os alunos, tal como o material manipulativo utilizado (maquete tátil⁷⁹) na resolução de tarefas que envolvem conceitos básicos de probabilidade em crianças da Educação Infantil e estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, respectivamente.

⁷⁹ Miniatura projetada para ser explorada por pessoas com deficiência visual ou limitações sensoriais. Permite sentir texturas, formas e tamanhos, sendo, portanto, útil em diferentes áreas, no sentido de que torna a aprendizagem mais acessível e interativa.

As pesquisas de Santos (2014) e Guimarães (2014) também exploram a utilização da maquete tátil, mas em um contexto específico: a aprendizagem de conceitos de probabilidade por estudantes cegos e videntes. Santos (2014) analisa a construção dos Pictogramas 3D, enquanto Guimarães (2014) investiga a interação entre os alunos cegos e videntes durante a realização de atividades que abordam conceitos básicos de probabilidade. Além dessas, temos a pesquisa de Vita (2012) que investigou a potencialidade da maquete tátil como material didático para a aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade por alunos cegos.

A dissertação de Rodrigues (2007) é o único estudo que não envolve a maquete tátil, mas sim a urna de Bernoulli. O trabalho tem o objetivo de verificar as contribuições que esta pode trazer para a construção dos conceitos probabilísticos de base em alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. A urna de Bernoulli é um modelo clássico de probabilidade o qual consiste em, conforme sugere o nome, uma urna que contém bolas de duas cores distintas, e na probabilidade de cada cor determinada pela proporção das bolas na urna. Nessa pesquisa, a urna de Bernoulli foi utilizada como recurso didático para explorar as ideias de experimento aleatório, espaço amostral e evento, com o intuito de promover a compreensão dos conceitos de probabilidade.

À vista disso, observa-se que os objetivos desses estudos buscaram investigar a utilização de materiais manipulativos e jogos pedagógicos para a exploração de conceitos de probabilidade em diferentes níveis de escolaridade, com o intuito de tornarem o ensino mais atrativo e interativo para os alunos. De modo geral, analisaram como a utilização desses recursos podem influenciar a aprendizagem dos conceitos de probabilidade, bem como as interações entre os alunos e o material utilizado.

No subtema **Livros Paradidáticos**, as duas pesquisas (CIABOTTI, 2016; SANTOS, 2021) presentes possuem objetivos diferentes. Ciabotti (2016) analisou o processo de criação de um livro paradidático, seguindo os princípios da Teoria Antropológica da Didática, a fim de subsidiar o ensino de conteúdos de probabilidade no Ensino Fundamental. Em outras palavras, a pesquisa teve como objetivo compreender como um livro paradidático poderia ser produzido de forma adequada e eficaz para apoiar o ensino da probabilidade. Por outro lado, a dissertação de Santos (2021) tinha como intuito explorar como a literatura infantil poderia ser utilizada para ajudar a construir o conceito de Probabilidade em alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, a pesquisa utilizou as diferentes demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) para analisar como os alunos compreendiam conceitos probabilísticos por meio de sua relação com a literatura infantil.

Ambos os estudos visaram, em certa medida, compreender como os livros paradidáticos e a literatura infantil podem ser efetivamente utilizados para ensinar conceitos probabilísticos, mas com abordagens diferentes: enquanto o primeiro se concentrou na criação de material didático, o segundo analisou como usá-lo para melhorar a compreensão dos alunos.

A pesquisa referente ao subtema **Glossário** analisou as dificuldades de alunos surdos, intérpretes de Libras e professores no ensino de Matemática, devido à falta de terminologia específica em probabilidade e estatística. O objetivo era criar um glossário que contemplasse a terminologia e facilitasse o aprendizado desses conceitos (MARTINS, 2019).

6.1.2 Referenciais teóricos e procedimentos metodológicos das pesquisas

As pesquisas apresentadas na subcategoria **Softwares/Computador** contam com distintos aportes teóricos, produção de dados e sujeitos (Quadro 13), porém são agrupadas em duas abordagens metodológicas: quantitativa e qualitativa. As pesquisas de Lima (2009) e Ferreira (2011) são classificadas como quantitativas, enquanto as demais (DIAS, 2016; ESTEVAM, 2010; FREITAS, 2010; SANTOS, 2011; SOUZA, 2015, 2009) são qualitativas. A escolha da abordagem metodológica está diretamente relacionada aos objetivos e questões de pesquisa, bem como aos tipos de dados que se pretende coletar e analisar.

Em relação ao tipo de pesquisa, foram realizadas pesquisas experimentais, como a de Lima (2009), e estudos de caso, como os de Freitas (2010) e Souza (SOUZA, 2015, 2009). Estevam (2010) desenvolveu uma pesquisa de Engenharia Didática, e Dias (2016) uma pesquisa de campo ao explorar diferentes aspectos dos *softwares* e computadores na educação, proporcionando, assim, uma visão abrangente do assunto.

Em relação aos aportes teóricos, alguns estudos utilizaram a Teoria da Aprendizagem Significativa (LIMA, 2009) e a Teoria da Atividade (SOUZA, 2009), enquanto outros utilizaram a Teoria da Complexidade (FREITAS, 2010) a Teoria da Transposição Didática (ESTEVAM, 2010), e, ainda, a Teoria da Ação Comunicativa (2016). Essa diversidade de aportes teóricos permitiu uma análise ampla e aprofundada dos fenômenos estudados, tal como proporcionou maior compreensão do papel dos *softwares* e computadores na educação. Cada teoria utilizada pelos autores traz uma perspectiva diferente para a compreensão dos fenômenos estudados, seja através da análise da aprendizagem dos alunos, das atividades realizadas, da complexidade dos sistemas envolvidos ou da interação comunicativa entre os atores envolvidos.

O questionário foi o principal instrumento de coleta de dados, utilizado em 5 (DIAS, 2016; ESTEVAM, 2010; LIMA, 2009; SOUZA, 2015, 2009) dos 7 estudos. Além disso, em uma das pesquisas, foi explorada a entrevista semiestruturada (SOUZA, 2015), e em outra, a atividade de familiarização com *software* R e o experimento de ensino denominado “Passeios aleatórios da Carlinha” (FERREIRA, 2011). O estudo de Santos (2011) utilizou como instrumento de coleta de dados, a análise de teses e um objeto virtual de aprendizagem que envolvia conceitos de probabilidade. O autor não especificou se foi utilizado outro instrumento.

A predominância de questionários como instrumento de coleta de dados pôde ser explicada pela possibilidade de se obter muitas respostas em um curto período, além de permitir a padronização das perguntas e respostas. Já os outros instrumentos, como entrevistas e atividades práticas, puderam proporcionar uma visão mais aprofundada e detalhada sobre o objeto de estudo.

Quadro 13 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Softwares/Computador”

Autor	Abordagem Metodológica	Tipos de pesquisa	Aporte Teórico	Produção dos Dados	Sujeitos
Lima (2009)	Quantitativa	Experimental	Teoria Antropológica do Livro Didático - Yves Chevallard	Questionário	Alunos do Ensino Médio
Souza (2009)	Qualitativa	Estudo de Caso	Educação Estatística - Celi Lopes	Questionário	Alunos do 8º do Ensino Fundamental
Estevam (2010)	Qualitativa	Engenharia Didática	Teoria das Situações Didáticas - Guy Brousseau e a Teoria de Registro das Representações Semióticas - Raymond Duval	Questionário	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental
Freitas (2010)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria Sociocultural - Levy Vygotsky	Não Identificado	Educação Infantil e os Anos Iniciais do Ensino Fundamental
Ferreira (2011)	Qualitativa	Design Experiment	Letramento Probabilístico - Iddo Gal e o Construcionismo - Seymour Papert	Atividade de familiarização com o <i>software</i> R e o experimento de ensino denominado “Passeios aleatórios da Carlinha”	Alunos do 3º do Ensino Médio
Santos (2011)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria da Aprendizagem Significativa - David Ausubel e o Construcionismo - Seymour Papert	Teses e a utilização de um objeto virtual de aprendizagem que envolviam conceitos de Probabilidade	Alunos do 3º do Ensino Médio
Souza (2015)	Qualitativa	Estudo de Caso	Letramento Probabilístico - Iddo Gal	Entrevista semiestruturada com ênfase na investigação do perfil dos estudantes; 2) teste diagnóstico com questões sobre concepções e sobre experimento aleatório não realizado e	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental

				realizado no ambiente físico.	
Dias (2016)	Qualitativa	Pesquisa de Campo	Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo - Punya Mishra e Matthew J. Koehler	Documentos curriculares vigentes (PCN - Brasil, 1997, e Diretrizes Curriculares Municipais - Ponta Grossa, 2015), um questionário com o intuito de averiguar as práticas docentes para o ensino de Probabilidade e Estatística	Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Fonte: Autores (2023)

Ao analisarmos as características das pesquisas apresentadas (Quadro 14), referentes à temática “Material manipulativo e jogos pedagógicos”, observamos que, quanto à abordagem metodológica, todas possuem um viés qualitativo. Esse tipo de abordagem permite uma investigação mais aprofundada sobre um determinado fenômeno e busca compreender suas particularidades, contextos e subjetividades. Por outro lado, quanto aos tipos de pesquisa, percebemos que há uma variedade de abordagens utilizadas pelos autores. Dentre elas, destacam-se o estudo de caso (GUIMARÃES, 2014, 2015; SANTOS, 2014, 2017), a pesquisa documental (BARBOSA, 2019) e o design centrado no usuário (VITA, 2012). Essa diversidade reflete a importância de selecionar o tipo de pesquisa adequado para cada objeto de estudo.

No que se refere aos aportes teóricos utilizados, cada autor recorreu a diferentes referências para fundamentar suas investigações. Algumas das teorias presentes nas pesquisas incluem a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (RODRIGUES, 2007), a Teoria da Ação Instrumental de Pierre Rabardel (GUIMARÃES, 2015; SANTOS, 2014, 2017; VITA, 2012), o Letramento Probabilístico de Iddo Gal (GUIMARÃES, 2015), entre outras. Isso evidencia a relevância de utilizar teorias que sejam coerentes com o problema investigado e que possam auxiliar na compreensão das dimensões mais profundas do objeto de estudo.

No que diz respeito à produção dos dados, os estudos utilizaram diversos instrumentos: registros escritos pelos alunos (RODRIGUES, 2007); fotografias, filmagens e outros registros (VITA, 2012); filmagens, áudio-gravações, fotografias e registros escritos (GUIMARÃES, 2015); filmagens, audiogravações, fotografias e registros gráficos (SANTOS, 2017); e elaboração do jogo pedagógico (BARBOSA, 2019). Em sua maioria, os estudos usaram instrumentos que permitem a coleta de dados em tempo real, como filmagens e áudio-gravações, possibilitando uma análise mais detalhada e precisa do objeto de estudo.

Quanto aos sujeitos envolvidos, os estudos abrangeram diferentes faixas etárias, desde alunos do Ensino Fundamental até a educação de jovens e adultos, com destaque para as pesquisas com alunos cegos (GUIMARÃES, 2014; VITA, 2012) e com crianças na Educação

Infantil (SANTOS, 2017). Essa diversidade de sujeitos permitiu uma compreensão mais ampla dos processos de ensino e aprendizagem, considerando as particularidades de cada grupo, bem como a necessidade de utilizar metodologias adequadas para cada um desses contextos.

Em síntese, as pesquisas analisadas apresentam uma variedade de abordagens, tipos de pesquisa, aportes teóricos, produção de dados e sujeitos. Essa diversidade, conforme mencionado anteriormente, é fundamental para a compreensão ampla e profunda do objeto de estudo, bem como para o desenvolvimento de metodologias mais adequadas para cada contexto investigado.

Quadro 14 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Material Manipulativo e jogos pedagógicos”

Autor	Abordagem Metodológica	Tipos de pesquisa	Aporte Teórico	Produção dos Dados	Sujeitos
Rodrigues (2007)	Qualitativa	Engenharia Didática	Teoria dos Campos Conceituais - Gérard Vergnaud e a Teoria das Situações Didáticas - Guy Brousseau	Registro escrito pelos alunos	Anos Finais do Ensino Fundamental
Vita (2012)	Qualitativa	Design Centrado no Usuário	Ação Instrumental - Pierre Rabardel	Fotografias, filmagens da aplicação das tarefas, os registros feitos pelos alunos e anotações gravação das avaliações	4 alunos cegos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)
Lima (2013)	Qualitativa	Não identificado	Não identificado	Não identificado	Alunos do 3º ano do Ensino Médio
Santos (2014)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria da ação Instrumental	Fotos, filmagens da aplicação da Sequência de Ensino e audiogravação	3 duplas de estudantes cegos e videntes do 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio
Guimarães (2014)	Qualitativa	Estudo de Caso	Conceito de Mediação - Lev Vygotsky e a Teoria da Ação Instrumental - Pierre Rabardel	Fotos e filmagens dos registros da Sequência de Ensino	Dois estudantes cegos e videntes do 3º ano do Ensino Médio
Guimarães (2015)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria da ação Instrumentação - Pierre Rabardel e o Letramento Probabilístico - Iddo Gal	Filmagens, áudio-gravações, fotografias, sendo que, durante a aplicação das tarefas da sequência de ensino "Os Passeios Aleatórios do Jefferson", foram coletados também registros escritos	4º ano do Ensino Fundamental
Santos (2017)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria da ação Instrumentação - Pierre Rabardel	Filmagens, audigravações, fotografias e registros gráficos das atividades desenvolvidas	Educação Infantil
Barbosa (2019)	Qualitativa	Pesquisa Documental	Teoria Antropológica do Livro Didático - Yves Chevallard	Elaboração do Jogo Pedagógico	Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Fonte: Autores (2023)

No subtema **Livro Paradidático**, as duas pesquisas (Quadro 15) usaram abordagens qualitativas. A pesquisa de Ciabotti, realizada em 2016, é qualitativa de natureza documental, visto que, como já mencionado, investigou a construção de um livro paradidático de Matemática. A pesquisa teve como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, que propõe uma análise da produção de conhecimento escolar a partir de uma perspectiva antropológica. Os dados foram produzidos com base na análise de livros de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e da construção do livro paradidático. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Já a pesquisa de Santos, realizada em 2021, é qualitativa de natureza exploratória e investigou as demandas cognitivas presentes na contação de histórias no ensino de Matemática. Esta teve como aporte teórico a Teoria das Demandas Cognitivas de Peter Bryant e Terezinha Nunes, a qual sugere que a complexidade cognitiva de uma tarefa pode influenciar no aprendizado. Os dados foram produzidos a partir de entrevistas piagetianas realizadas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, que contaram histórias com elementos matemáticos.

Quadro 15 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Livro Paradidático”

Ano	Autor	Abordagem Metodológica	Tipos de pesquisa	Aporte Teórico	Produção dos Dados	Sujeitos
2016	Ciabotti	Qualitativa	Pesquisa Documental	Teoria Antropológica do Didático - Yves Chevallard	Livros de matemática dos anos finais do Ensino fundamental e a construção do livro paradidático	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental
2021	Santos	Qualitativa	Pesquisa Exploratória	Demandas Cognitivas - Peter Bryant e Terezinha Nunes	Entrevistas piagetianas através da contação de história	Alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Fonte: Autores (2023)

Por último, no subtema **Glossário**, apresenta-se a pesquisa realizada por Martins (2019). Esta é qualitativa, tem como intuito investigar a inclusão de alunos surdos nas aulas de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental e conta com o estudo de Clélia Nogueira como aporte teórico. A referida pesquisa se trata de um estudo de caso e a produção de dados foi feita por meio de diário de campo e observação das aulas, com a participação de alunos surdos como sujeitos da pesquisa. Através desses instrumentos de coleta de dados, o autor tinha como objetivo compreender a interação dos alunos com o conteúdo, bem como entender de que forma os professores lidam com a inclusão.

6.1.3 Principais resultados e conclusões explicitados pelas pesquisas

O subtema *Softwares/Computador* é composto por 6 pesquisas de mestrado que exploram o uso de tecnologias para o ensino de Probabilidade e Estatística. A dissertação de Lima (2009) demonstrou, por exemplo, que a utilização de uma sequência didática baseada em resolução de problemas e o uso de informática como ferramenta foram eficazes para o ensino da Distribuição Normal, todavia, os alunos tiveram dificuldades em relacionar a probabilidade com os intervalos de normalidade. O autor sugere que sejam desenvolvidas futuras investigações referentes a *softwares* estatísticos adequados, novos recursos lúdicos e à relação do uso de *softwares* estatísticos com o desempenho dos alunos em avaliações de Matemática.

A dissertação de Souza (2009) abordou o ensino de estatística e probabilidade com o uso de tecnologias digitais, como simuladores. Esta se mostrou uma abordagem eficaz e o uso de simuladores digitais foi essencial para a construção do conhecimento sobre aleatoriedade e equidade das chances. A pesquisa destacou a importância de os alunos entenderem que os resultados gerados por tecnologias devem ser questionados e analisados criticamente.

A pesquisa de Estevam (2010) explorou o *software SuperLogo 3.0* com intuito de minimizar a dicotomia entre construção, leitura e interpretação de gráficos no Ensino Fundamental, o que foi útil para superar as dificuldades enfrentadas pelos alunos nessa área. O autor apontou a necessidade de se desenvolver *softwares* específicos destinados à Educação Estatística, à avaliação de livros didáticos e a outros materiais utilizados em sala de aula. Ainda, a pesquisa destacou a importância da formação de professores para enfrentar os desafios da Educação Estatística e auxiliar os alunos em seu desenvolvimento de alfabetização estatística.

A pesquisa realizada por Nilton (2010) teve como objetivo desenvolver um *software* educativo que apoiasse a Educação Estatística e Tecnológica de alunos do Ensino Fundamental, e que promovesse o raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico, utilizando objetos de aprendizagem. Os resultados indicaram que a utilização do *software* pode estimular a interação e a integração, favorecendo a resolução de problemas e o processo investigativo em situações presentes no contexto infantil.

O estudo de Ferreira (2011) mostrou que o uso do *software R* permitiu maior autonomia na aprendizagem dos alunos e facilitou discussões importantes sobre a comparação entre resultados simulados e teóricos e o fenômeno de convergência. O estudo sugeriu que o uso do *software R* é viável e pode contribuir para a integração dos alunos no ambiente computacional, proporcionando-lhes uma sensação de controle sobre o computador. Ademais, Ferreira (2011)

concluiu com sua investigação que o experimento de ensino proposto, utilizando a metodologia *Design Experiments* e o *software* R, pode representar uma valiosa contribuição para o ensino de estatística.

A pesquisa de Santos (2011) desenvolveu um objeto de aprendizagem que tem como objetivo ensinar conceitos de probabilidade e descobriu que o uso da tecnologia pode tornar a aprendizagem mais interativa e significativa. O estudo envolveu um pré-teste, uma intervenção a partir do objeto de aprendizagem e um pós-teste. Dessa forma, mostrou que o uso de tal objeto aumentou a motivação e interação dos alunos, e quebrou barreiras de comunicação.

De acordo com o estudo de Souza (2015), os alunos tiveram facilidade em utilizar o *software* e desenvolveram intuição para a probabilidade com base em suas crenças e opiniões. Embora tenham demonstrado dificuldades em compreender experimentos aleatórios com substituição, o uso do *software TinkerPlots* tinha potencial para facilitar o aprendizado de conceitos de probabilidade e despertar a intuição em alunos.

O estudo de Dias (2016) analisou os documentos curriculares oficiais sobre probabilidade e estatística no Ensino Fundamental e mostrou que haviam lacunas na abordagem desses conceitos e na formação dos professores. A pesquisa destacou a necessidade de formação específica e contínua para garantir que os professores aprofundem seus conhecimentos sobre conceitos probabilísticos e estatísticos, e mostrou que a incorporação da tecnologia no processo de aprendizagem foi um desafio, contudo, envolver os professores no desenvolvimento de recursos tecnológicos pode ter sido fundamental.

Predominantemente, as pesquisas enfatizam a importância da aplicação de tecnologias e *softwares* no ensino de probabilidade e estatística, no sentido de que estes oferecem auxílio aos alunos com relação à compreensão de conceitos mais abstratos e ao desenvolvimento de intuição probabilística. Além disso, as pesquisas apontam para a importância da formação de professores para que possam aprofundar seus conhecimentos e desenvolver estratégias pedagógicas mais eficazes no ensino desses conceitos. Também destacam a necessidade de avaliar os recursos tecnológicos disponíveis e de adaptá-los às necessidades dos alunos. No entanto, algumas pesquisas apresentam a importância de que os alunos entendam que os resultados gerados por tecnologias devem ser questionados e analisados criticamente, para garantir a compreensão dos conceitos estatísticos.

O subtema **Material manipulativo e jogos pedagógicos**, composto por 8 pesquisas, sendo 2 teses (GUIMARÃES, 2015; VITA, 2012) e 6 dissertações (BARBOSA, 2019; GUIMARÃES, 2014; LIMA, 2013; RODRIGUES, 2007; SANTOS, 2014, 2017), possui o

objetivo de explorar o uso de recursos concretos e jogos pedagógicos no ensino de Probabilidade. Essas pesquisas buscam compreender como tais recursos podem tornar a aprendizagem de Probabilidade mais acessível e significativa para os estudantes, assim como proporcionar uma experiência lúdica e prazerosa no processo de ensino e aprendizagem.

A pesquisa desenvolvida por Guimarães (2014) teve como intuito analisar a interação entre alunos cegos e videntes quanto à apropriação de conceitos básicos de probabilidade, utilizando uma maquete tátil. Os resultados indicaram que essa interação não ocorreu espontaneamente. Uma interação mais efetiva aconteceu entre o aluno cego e um aluno vidente que já era seu amigo antes da realização da atividade. A maquete tátil mostrou-se um instrumento didático eficaz, mas a intervenção do pesquisador foi necessária em alguns momentos. Guimarães (2014) sugere, por fim, a necessidade de novas pesquisas que utilizem a maquete tátil como recurso didático para os professores, visando a efetiva inclusão de alunos com deficiência visual na sala de aula regular.

Rodrigues (2007) efetuou uma pesquisa que obteve resultados satisfatórios através do emprego do modelo da urna de Bernoulli no ensino de conceitos probabilísticos, para alunos do Ensino Fundamental. A utilização de uma sequência didática, que culminou na modelagem da urna de Bernoulli, permitiu que os alunos se tornassem autores na construção de seus conhecimentos. Portanto, a pesquisa sugere a viabilidade do ensino do conceito básico de probabilidade para as séries iniciais e a importância da formação de professores para o ensino dessa área do conhecimento.

A dissertação de Santos (2014) teve como objetivo analisar de que forma alunos cegos e videntes constroem pictogramas 3D no contexto da aprendizagem da probabilidade. Os resultados mostraram a maquete tátil se constitui em um importante recurso para a aprendizagem compartilhada entre alunos cegos e videntes. Em conclusão, a pesquisa enfatizou a necessidade de os professores se apropriarem desses recursos para trabalhar estatística e probabilidade, visando promover o pleno desenvolvimento dos alunos cegos e videntes, bem como sua inclusão efetiva na escola.

A tese de doutorado de Vita (2012) propôs o desenvolvimento de uma maquete tátil, a fim de auxiliar os alunos cegos a explorar e entender conceitos. A pesquisa destaca a importância de envolver estudantes cegos, bem como especialistas, no processo de desenvolvimento da referida maquete, para que se garanta a usabilidade e a eficácia do modelo. Isto posto, os alunos demonstraram competência e proficiência no experimento aleatório e na construção de pictogramas. De modo geral, a pesquisa indica que o desenvolvimento de um

modelo tátil adaptado às necessidades de alunos cegos pode ser eficaz no ensino de conceitos de probabilidade.

Guimarães (2015) realizou um estudo que analisa as interações entre alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, os conceitos básicos de probabilidade e um modelo tátil, adaptando o modelo de Situações de Atividade Instrumentada (S.A.I.). Os resultados mostraram o potencial e as limitações do modelo para a aprendizagem, e evidenciaram que os alunos se apropriaram do mesmo, tal como desenvolveram uma relação satisfatória com ele. A disposição física das peças e o uso da cor foram fatores estimulantes para os alunos, enquanto a necessidade de um computador limitou o uso do modelo. O estudo também revelou o potencial deste para mediar a interação entre alunos e conceitos, bem como a necessidade de desenvolver estratégias eficazes para utilizá-lo em sala de aula.

O estudo de Lima (2013) enfatizou a importância da probabilidade na Educação Básica e sugeriu uma abordagem que envolvia experimentação concreta e criatividade por parte dos alunos. A metodologia utilizada resultou em maior interesse e engajamento dos estudantes, complementando as abordagens dos livros didáticos. O estudo sugeriu, ainda, que a abordagem poderia ser replicada com sucesso, com sugestões de melhoria, como por exemplo, reduzir o tempo gasto em algumas atividades e incentivar os alunos a realizar experimentos em casa.

A pesquisa de Santos (2017) demonstrou a efetividade de um modelo tátil como instrumento de ensino de probabilidade para crianças, destacando a importância da presença do pesquisador e do uso de peças grandes para criar um ambiente lúdico. O estudo identificou diversas relações entre pesquisador, sujeito e instrumento, enfatizando o potencial do modelo como ferramenta para ajudar as crianças a refletir sobre o conceito de acaso. Como sugestão de pesquisa futura, o autor indicou a construção de outras atividades que explorassem ainda mais o conceito de chance.

Barbosa (2019) propôs o uso de jogos relativos à probabilidade no Ensino Fundamental. A pesquisa destacou a introdução gradual de conceitos complexos e abstratos, bem como o papel do professor como mediador, concluindo que os jogos beneficiaram o ensino e aprendizagem da probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo mostrou a possibilidade de desenvolver um trabalho pedagógico baseado em jogos e a resolução de problemas que minimizam o hiato entre atividades lúdicas dos alunos e o trabalho em sala de aula.

Inferimos, portanto, que as pesquisas sugerem o uso de materiais manipulativos e jogos pedagógicos de forma adequada no ensino de probabilidade para alunos com e sem deficiência

visual, desde os anos iniciais até o Ensino Fundamental II. Além disso, as pesquisas evidenciam a importância da formação de professores para que estes utilizem os recursos de maneira adequada, bem como a necessidade de estratégias eficazes para utilizá-los em sala de aula. As maquetes táteis foram mencionadas como instrumento didático eficaz, que possibilita a inclusão de alunos com deficiência visual na sala de aula regular. A experimentação concreta e a criatividade por parte dos alunos também foram destacadas como abordagens que resultam em maior interesse e envolvimento, complementando as abordagens dos livros didáticos. Por fim, os jogos pedagógicos foram propostos como uma maneira de introduzir gradualmente conceitos complexos e abstratos.

Com relação ao subtema **Livro Paradidático**, as duas pesquisas (CIABOTTI, 2016; SANTOS, 2021) trataram da escassez de materiais paradidáticos que abrangem o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental e enfatizaram a importância de atividades de criação para ampliar o aprendizado e torná-lo mais significativo. Ambos os estudos também propuseram a inclusão de jogos como estratégia, a fim de que o aprendizado seja mais lúdico e interessante para os alunos.

A Dissertação de Ciabotti (2016) apresentou uma proposta específica de livro paradidático que integrou os enfoques frequentista e clássico de probabilidade, através de atividades de criação e jogos. O estudo enfatizou a importância da leitura, escrita e interpretação de textos na formação inicial dos alunos do Ensino Fundamental. Já a pesquisa de Santos (2021), envolveu a criação de um livro paradidático para o ensino de probabilidade, o qual englobou jogos e atividades de criação. O autor não especificou a integração dos enfoques frequentista e clássico de probabilidade.

Isto posto, verificamos que ambos os estudos reconheceram que os materiais paradidáticos são fundamentais para complementar o ensino de probabilidade nos livros didáticos. Santos (2021) destacou ainda a fragilidade nos livros didáticos quanto ao ensino desse conteúdo. Enquanto a Dissertação de Ciabotti (2016) enfatizou a importância da leitura, escrita e interpretação de textos na formação inicial dos alunos, a pesquisa de Santos (2021) não abordou diretamente esses aspectos.

No geral, ambas as pesquisas contribuíram para a área de ensino de probabilidade no Ensino Fundamental, oferecendo propostas de materiais paradidáticos que complementaram o ensino dos livros didáticos e enfatizando a importância de atividades de criação e jogos para tornar o aprendizado mais lúdico e significativo. No entanto, a falta de análise empírica da eficácia do material paradidático produzido foi uma limitação comum a ambos os estudos,

apontando-se, portanto, uma área de pesquisa futura. Além disso, a criação de mais materiais paradidáticos para outras áreas da Matemática também fica como sugestão para pesquisas futuras.

Por fim, o subtema **Glossário** consistiu em uma única pesquisa realizada por Martins (2019), que teve como objetivo criar um glossário em Língua Brasileira de Sinais (Libras) a fim de representar termos de probabilidade e estatística, e visando melhorar o ensino de Matemática para surdos. A pesquisa foi motivada pela carência de sinais específicos para a Matemática e pela dificuldade de tradução de termos técnicos em Libras. Os resultados destacaram a necessidade de formação sólida e conhecimentos específicos em Matemática para intérpretes de Libras, mas foram limitados em virtude da falta de parâmetros para validar a terminologia em Libras, da impossibilidade de generalização para outras turmas e séries, e da necessidade de mais pesquisas para abordar a falta de sinais específicos para a Matemática.

6.2 METODOLOGIAS DE ENSINO

A categoria **Metodologias de Ensino** refere-se ao conjunto de abordagens, técnicas, estratégias e recursos utilizados pelos professores para promover a aprendizagem dos alunos. Ela abrange diferentes aspectos do processo de ensino, incluindo o planejamento de aulas e atividades, a escolha de materiais didáticos, a avaliação do desempenho dos alunos, a resolução de problemas e a criação de um ambiente de aprendizagem adequado. As metodologias de ensino podem variar de acordo com o conteúdo e os objetivos da disciplina, bem como com as características dos alunos e do contexto educacional.

Nesse núcleo temático foram reunidas 20 pesquisas, sendo que 12 apresentam-se dispostas no subtema **Sequências Didáticas/Ensino/Atividades** (ABE, 2011; AMÂNCIO, 2012; CASTILHO, 2020; DIAS, 2015; FERNANDES, 2014; NOGUEIRA, 2015; RIBEIRO, 2012; SANTOS, 2019; SANTOS, 2010; SILVA, 2002; SOARES, 2018; SOUZA, 2012), 6 no subtema **Resolução de Problemas** (CABERLIM, 2015; LIMA, 2018; MAROCCI, 2011; SANTOS, 2010; SOBRINHO, 2010; SOCHA, 2019), 1 no subtema **Trajetória Hipotética de Aprendizagem** (CABRAL-JUNIOR, 2009); e 1 no subtema **Experimento de Ensino** (OLIVEIRA, 2014).

As pesquisas dispostas no Quadro 16 foram defendidas entre 2002 e 2020, sendo a maioria delas de mestrado acadêmico (MA), seguidas de mestrado profissional (MP). No geral,

esses estudos têm em comum o objetivo de analisar sequências didáticas, atividades e estratégias de ensino que auxiliem o aprendizado de conceitos probabilísticos em diferentes níveis de ensino, desde o Ensino Fundamental I até o Ensino Médio. A maioria das pesquisas se concentra no Ensino Médio (n = 11) e, em seguida, nos Anos Finais do Ensino Fundamental (n = 8). Há também uma pesquisa relativa aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e outra sobre a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Alguns desses estudos exploram a resolução de problemas, a identificação de indícios de letramento probabilístico e a contribuição dos professores na trajetória hipotética de aprendizagem.

Tais estudos foram produzidos em diferentes programas de pós-graduação: 6 delas no programa de Educação Matemática e 5 no programa de Ensino de Matemática. Além disso, 2 pesquisas foram desenvolvidas no programa de Educação e 1 pesquisa em cada um dos seguintes programas: Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática e Tecnológica, Ensino das Ciências na Educação Básica, Ensino de Ciência e Matemática, Ensino de Ciência e Tecnologia, Ensino de Ciências, e Ensino de Ciências Exatas.

No quadro a seguir apresentamos as pesquisas relacionadas ao núcleo temático Metodologias de Ensino, agrupadas de acordo com a quantidade de pesquisa por subtema, nome do autor, ano de defesa, nível de titulação, instituição de defesa e objeto de estudo. Em seguida, são descritos seus objetivos e focos, além dos principais aportes teóricos e metodológicos utilizados. Apresentaremos também os resultados obtidos e as contribuições significativas que essas descobertas trazem para o campo de pesquisa.

Quadro 16 – Pesquisas em Educação Probabilística na Educação Básica segundo o tema “Metodologias de Ensino”

Quant.	Autor	Tipo	IES	Objeto de Estudo
Subtema: Sequência Didática/Ensino/Atividades				
12	Silva (2002)	MA	PUC/SP	Organização de uma sequência para o ensino de noções probabilísticas
	Santos (2010)	MP	PUC/SP	Contribuições que uma sequência de ensino de ensino, quando aplicada em sala de aula no sentido inverso da praxeologia usual, traz para a apropriação introdutória do conceito de probabilidade
	Abe (2011)	MA	UFMS	Elaboração e aplicação de uma sequência didática para ensinar probabilidade a partir de suas situações que envolvem a visão clássica e frequentista
	Amâncio (2012)	MA	UFRJ	Elaboração de uma sequência didática para a construção de conceitos probabilísticos, em um nível introdutório
	Ribeiro (2012)	MP	UFRGS	Sequência didática para o ensino e aprendizagem de probabilidade no terceiro ano do Ensino Médio
	Souza (2012)	MA	FURB	Contribuições de uma sequência didática para o ensino de conceituação do acaso como introdução ao ensino de probabilidade

	Fernandes (2014)	MP	UFTPR	analisar os impactos de sequência de ensino pautada no ensino e na aprendizagem da Estatística e Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental
	Dias (2015)	MP	UNIGRANRIO	Propostas de atividades interdisciplinares para o ensino e a aprendizagem de conceitos de análise combinatória e probabilidade
	Nogueira (2015)	MA	UESC	Esquemas mobilizados pelos estudantes na resolução de situações envolvendo conceitos básicos de probabilidades presentes na sequência de Ensino Passeios Aleatórios da Carlinha
	Soares (2018)	MP	UEPA	Sequência didática para o ensino de probabilidade em uma turma de 2º ano do Ensino Médio
	Santos (2019)	MA	UFPE	Desenvolver e analisar uma sequência de atividades caracterizada como ecologia de aprendizagem orientada para o ensino e aprendizagem de probabilidade com aluno do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental
	Castilho (2020)	MP	UFJF	Desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática
Subtema: Resolução de Problemas				
6	Marocci (2011)	MA	USF	Elaboração conceitual por alunos do 1º ano do Ensino Médio, quando resolvem situações-problema (resolução de problemas) envolvendo probabilidade
	Santos (2010)	MA	USF	Ideias sobre linguagem e pensamento probabilístico que os alunos apresentam em um contexto de resolução de problemas mediados pelo processo de comunicação
	Sobrinho (2010)	MP	UNICSUL	Identificar como os alunos constroem o raciocínio combinatório e probabilístico através da resolução de problemas e como os jogos matemáticos pode ajudar os alunos a desenvolver este raciocínio.
	Caberlim (2015)	MA	PUC/SP	Identificação de indícios do letramento probabilísticos na mobilização de invariantes operatório por alunos do 3º ano do Ensino Médio, na resolução de problemas que envolvem o enfoque clássico e frequentista do conceito de probabilidade
	Lima (2018)	MA	UFPE	Exploração de problemas combinatórios para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico de alunos da Educação de Jovens e Adultos
	Socha (2019)	MA	UNICSUL	Aprendizagem probabilística de alunos do 7º ano a partir de atividades de investigação
Subtema: Trajetória Hipotética de Aprendizagem				
1	Cabral-Junior (2009)	MP	PUC/SP	Contribuições e dificuldades dos professores em planejar e desenvolver uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio
Subtema: Experimento de Ensino				
1	Oliveira (2014)	MA	UNIAN/SP	Aprendizagem de estudantes sobre probabilidade condicional numa abordagem experimental com o uso de material concreto

Fonte: Autores (2023)

6.2.1 Problemas e/ou objetivos abordados nas pesquisas

O subtema **Sequência Didática/Ensino/Atividades** abrange os estudos que abordam a produção, aplicação e validação de sequências didáticas voltadas para o ensino de probabilidade, como os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio. Essas sequências didáticas são compostas por atividades pedagógicas que visam auxiliar o processo

de ensino e aprendizagem de conceitos probabilísticos, promovendo o desenvolvimento de habilidades e competências nessa área. Além disso, as pesquisas exploram também as dificuldades e desafios enfrentados pelos estudantes e professores durante o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, bem como as contribuições das sequências didáticas para a superação desses obstáculos. Em suma, as pesquisas desse subtema buscam estratégias que visem melhorar o ensino e a aprendizagem de probabilidade, bem como torná-lo mais acessível e significativo para os alunos da Educação Básica.

No âmbito do **Ensino Fundamental**, identificamos 6 pesquisas que abordaram esse subtema: a pesquisa de Santos (2019), que buscou analisar a compreensão e as dificuldades dos estudantes do 7º e 8º anos finais do Ensino Fundamental em relação a conceitos de probabilidade. Para isso, foi utilizada uma sequência de atividades baseadas na ecologia de aprendizagem⁸⁰ orientada para o ensino desses conceitos; a pesquisa de Nogueira (2015), que investigou os esquemas mentais utilizados pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver situações que envolviam conceitos básicos de probabilidade presentes na Sequência de Ensino Passeios Aleatórios da Carlinha (SE PAC), com o objetivo de desenvolver o letramento probabilístico desses estudantes; a pesquisa de Fernandes (2014), que tinha como intuito avaliar os impactos de uma sequência de estudo para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com foco no desenvolvimento de habilidades nessa área; a pesquisa de Ribeiro (2012), que elaborou e validou uma sequência didática para o ensino de probabilidade no terceiro ano do Ensino Médio, promovendo a exploração de conceitos probabilísticos e o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas; a pesquisa de Abe (2011), que investigou a aprendizagem de probabilidade por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, a partir de duas abordagens diferentes (a clássica e a frequentista), com o objetivo de evidenciar as vantagens de trabalhar com a dualidade dessas abordagens na introdução desse conceito; e, por fim, a pesquisa de Santos (2010), que analisou as contribuições de uma sequência de ensino, a qual abordava a introdução à probabilidade por meio de uma proposta de simulação e modelagem envolvendo "Os passeios aleatórios da Mônica", com foco no ensino para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

No contexto do Ensino Médio, temos as investigações de Castilho (2020), Soares (2018), Dias (2015), Souza (2012), Silva (2002) e Amâncio (2012). Castilho (2020) realizou um estudo com sete alunos do segundo ano do Ensino Médio, o qual visava desenvolver a

⁸⁰ Abordagem pedagógica que considera as interações entre os estudantes, os professores e o ambiente fatores importantes para o processo de aprendizagem.

literacia probabilística por meio de uma sequência didática mediada pela Engenharia Didática, e incentivar a tomada de decisões. Soares (2018) avaliou os efeitos de uma sequência didática para o ensino de Probabilidade por meio de atividades conceituais e de resolução de questões envolvendo diferentes conceitos probabilísticos, com alunos do segundo ano do Ensino Médio. Dias (2015) propôs atividades interdisciplinares e contextualizadas para o Ensino Médio, observando as vantagens e desvantagens da abordagem interdisciplinar na Educação Básica e focando, em particular, nos conceitos de probabilidade e análise combinatória. Souza (2012) analisou as contribuições de uma sequência didática para o ensino de conceituação de acaso como introdução ao ensino de probabilidade com alunos do segundo ano do Ensino Médio. Silva (2002) elaborou uma sequência didática que integrava as concepções frequentista e clássica de probabilidade no ensino, para alunos do terceiro ano do Ensino Médio. E por fim, Amâncio (2012) elaborou uma sequência didática introdutória que evitou equívocos conceituais sobre probabilidade e promoveu a construção dos conceitos probabilísticos para alunos do Ensino Médio.

O subtema **Resolução de problemas** abrange estudos que investigam as ideias e conhecimentos trazidos pelos alunos durante a resolução de problemas matemáticos em diferentes níveis de ensino. Além disso, busca compreender as estratégias, processos cognitivos e concepções dos estudantes envolvidos, e de que forma esses elementos podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades em probabilidade e combinatória, assim como para a construção do conhecimento matemático.

Algumas pesquisas têm como objetivo entender como os alunos constroem o conhecimento em combinatória e probabilidade, a partir de suas próprias experiências e da interação com o professor e com os colegas. É o caso das pesquisas realizadas por Sobrinho (2010), tanto com alunos do 6º ano, quanto do Ensino Médio.

Outras pesquisas buscam identificar os obstáculos e dificuldades enfrentados pelos alunos na aprendizagem de combinatória e probabilidade, bem como as estratégias e recursos que podem ser utilizados para superá-los. Nesse sentido, destacamos a pesquisa de Marocci (2011), a qual analisa as significações matemáticas e as ideias sobre probabilidade que emergem nos momentos em que alunos do 1º ano do Ensino Médio estão imersos nas resoluções de problemas.

Ainda, há pesquisas que abordam a relação entre combinatória e probabilidade, e buscam explorar como o ensino integrado desses conteúdos pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e combinatório dos alunos. É o caso das pesquisas

de Lima (2018) e de Socha (2019), que propõem práticas docentes pautadas na problematização e na investigação, com o objetivo de envolver os alunos de maneira ativa no processo de aprendizagem.

Já a pesquisa realizada por Caberlim (2015) realizou um diagnóstico dos invariantes operatórios mobilizados por alunos do 3º ano do Ensino Médio em situação de resolução de problemas, buscando elementos para identificar o letramento probabilístico desses alunos.

Por fim, a pesquisa de Santos (2010) analisou as ideias sobre linguagem e pensamento probabilístico que surgem quando alunos do 7º ano do Ensino Fundamental se encontram em situação de resolução de problemas, e tinha como contexto a interação entre alunos e professora-pesquisadora.

No subtema **Trajatória Hipotética de Aprendizagem (THA)**, Cabral-Junior (2009) investigou as contribuições e dificuldades dos professores para/em planejar e desenvolver uma THA sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio. O estudo tinha como foco a resolução de problemas por meio de jogos e experimentos aleatórios que estimulavam a investigação dos alunos para a compreensão das noções elementares da Teoria das Probabilidades.

A pesquisa categorizada no subtema **Experimento de Ensino**, investigou a aprendizagem dos alunos diante de um experimento de ensino sobre probabilidade condicionada, por meio de uma abordagem com material concreto, atrelada à exploração de diferentes regiões de representações semióticas. O objetivo do estudo era verificar a eficácia dessa metodologia (OLIVEIRA, 2014).

6.2.2 Referências teóricas e procedimentos metodológicos das pesquisas

Com relação aos procedimentos metodológicos (Quadro 17) adotados pelas pesquisas do subtema **Sequência Didática/Ensino/Atividades**, observamos que a maioria das pesquisas apresentadas utiliza uma *abordagem* qualitativa, com exceção de Soares (2018), que explora a abordagem quantitativa. Isso indica uma preocupação em analisar e compreender em profundidade as práticas de ensino e aprendizagem que envolvem sequências didáticas, bem como explorar aspectos como as interações entre professores e alunos, as representações dos estudantes sobre os conceitos abordados e as estratégias de ensino utilizadas.

Quanto ao *tipo de pesquisa*, destacamos a predominância de estudos de caso (FERNANDES, 2014; NOGUEIRA, 2015; RIBEIRO, 2012; SANTOS, 2010; SOUZA, 2012),

que buscam analisar uma ou mais situações de ensino e de aprendizagem, a partir de um olhar detalhado e contextualizado. Além disso, outras abordagens se fazem presentes, como a Engenharia Didática (ABE, 2011; AMÂNCIO, 2012; SILVA, 2002; SOARES, 2018) e o *Design Experiments* (SANTOS, 2019). Estas buscam desenvolver e testar sequências didáticas em situações controladas e monitoradas. Em conclusão, a pesquisa bibliográfica também aparece em um dos estudos (DIAS, 2015), no qual a importância de se fazer uma revisão crítica da literatura sobre o tema é enfatizada.

No que se refere ao aporte teórico, é possível perceber a utilização de diferentes teorias e conceitos para embasar as análises e discussões realizadas. Destaca-se a presença de teorias da Educação Matemática, como a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (ABE, 2011; SILVA, 2002), o Letramento Probabilístico de Iddo Gal (CASTILHO, 2020; NOGUEIRA, 2015) e a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1986, 1990, 1994, 1996), que têm como objetivo compreender como os alunos constroem e utilizam seus conhecimentos matemáticos. Além disso, há outras abordagens, como a Relação com o Saber (CHARLOT, 2000) e a Ecologia de Aprendizagem (COBB et al., 2003), que buscam entender como os sujeitos se relacionam com o conhecimento e com o ambiente de aprendizagem.

Em relação à produção dos dados, verificamos que são utilizados diferentes tipos de instrumentos e fontes de dados, como testes, fichas de atividades, registros orais e escritos dos estudantes, vídeos, questionários, documentos curriculares, registros escritos da pesquisadora, entre outros. Essa diversidade de instrumentos e fontes de dados indica uma preocupação em produzir dados que possam fornecer uma visão abrangente e detalhada sobre o processo de ensino e de aprendizagem que envolve sequências didáticas.

Quadro 17 – Características teórico-metodológicas das pesquisas agrupadas no subtema “Sequência Didática/Ensino/Atividades”

Autor	Abordagem Metodológica	Tipos de pesquisa	Aporte Teórico	Produção dos Dados
Silva (2002)	Qualitativa	Engenharia Didática	Teoria das Situações Didáticas - Guy Brousseau	Testes e sequência didática sobre conceitos ou noções de Probabilidade.
Santos (2010)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria Antropológica do Didático - Yves Chevallard	Fichas de atividades da sequência de ensino "os passeios aleatórios da Mônica" sobre conceitos básicos de probabilidade.
Abe (2011)	Qualitativa	Engenharia Didática	Teoria das Situações Didáticas - Guy Brousseau	Ficha de atividades e registros orais e escritos dos estudantes.
Amâncio (2012)	Qualitativa	Engenharia Didática	Conhecimento e ensino - Lee Shulman	Análise de uma sequência didática.
Ribeiro (2012)	Qualitativa	Estudo de Caso	Cenários para investigação - Ole Skovsmose e resolução de problemas - George Pólya	Vídeos, anotações feitas pelos alunos e descrições de situações.

Souza (2012)	Qualitativa	Estudo de Caso	Relação com o Saber - Bernard Charlot	Um questionário envolvendo questões sobre probabilidade, atividades durante as aulas e observações delas.
Fernandes (2014)	Qualitativa	Estudo de Caso	Educação Estatística - Celso Campo e Colaboradores	Registros escritos da pesquisadora, caderno de acompanhamento dos estudantes e gravações em áudio e vídeo.
Dias (2015)	Qualitativa	Pesquisa Bibliográfica	Interdisciplinaridade - Ivani Fazenda	Questionário e documentos curriculares da Educação Básica
Nogueira (2015)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria dos Campos Conceituais - Gerard Vergnaud e Letramento Probabilístico - Iddo Gal	Um questionário sobre o perfil dos participantes, as atividades da sequência de ensino, as produções escritas dos estudantes, fotos, entrevistas e registros escritos da pesquisadora.
Soares (2018)	Quantitativa	Engenharia Didática	Engenharia Didática - Michèle Artigue, 1996	Registro dos discentes nas atividades e testes.
Santos (2019)	Qualitativa	Design Experiments	Ecologia de Aprendizagem - Design Experiments - Ann Lesley Brown e Demandas Cognitivas - Peter Bryant e Terezinha Nunes	Registros escritos da pesquisadora, caderno de acompanhamento dos estudantes utilizadas nas intervenções das etapas do design e das gravações em duas câmeras de vídeo e dois gravadores de áudio
Castilho (2020)	Qualitativa	Engenharia Didática	Engenharia Didática - Michèle Artigue e Letramento Probabilístico Iddo Gal	Atividades

Fonte: Autores (2023)

Com base nos dados apresentados no Quadro 18, referente ao subtema **Resolução de problemas**, foram encontradas diversas abordagens metodológicas, tipos de pesquisa, aportes teóricos e sujeitos de estudo. No que se refere à *abordagem metodológica*, foram identificadas pesquisas qualitativas realizadas por Sobrinho (2010), Santos (2010), Marocci (2011), Caberlim (2015) e Socha (2019). Já Lima (2018) optou pela pesquisa quanti-qualitativa. Isso sugere que os pesquisadores buscaram explorar de forma aprofundada os fenômenos investigados, a partir da compreensão das experiências e percepções dos sujeitos envolvidos.

Os *tipos de pesquisa* utilizados foram categorizados como: pesquisa-ação, estudo de caso e pesquisa experimental. A pesquisa-ação foi utilizada por Sobrinho (2010) e Marocci (2011), enquanto o estudo de caso foi empregado por Santos (2010), Caberlim (2015) e Socha (2019). Já a pesquisa experimental foi realizada por Lima (2018). Podemos inferir que os pesquisadores estão interessados em investigar fenômenos complexos em um contexto específico que contenha aprofundamento em detalhes. Observamos, no entanto, que a pesquisa-ação é menos frequente, o que indica que essa abordagem ainda é pouco explorada no campo da Educação Probabilística, ou que é mais frequente no campo da pesquisa do professor, isto é, quando a ação do professor é analisada. Apenas uma das pesquisas foi classificada como

pesquisa experimental, o que acompanha o próprio movimento da pesquisa em Educação que se desloca da pesquisa experimental para a naturalística.

Em relação ao aporte teórico, os pesquisadores utilizaram diferentes referenciais para embasar suas investigações: a formação reflexiva do professor de Donald Schön, utilizada por Sobrinho (2009); cenários de investigação de Ole Skovsmose, utilizados por Santos (2010) e Socha (2019); a Teoria Histórico-Cultural de Lev Vygotsky, utilizada por Marocci (2011); a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, utilizada por Caberlim (2015) e Lima (2018); o letramento probabilístico de Iddo Gal, utilizado por Caberlim (2015); e as demandas cognitivas de Peter Bryant e Terezinha Nunes, utilizadas por Lima (2018).

Acreditamos que essa diversidade de aportes teóricos utilizados nas pesquisas aponta para uma diversidade de abordagens e perspectivas teóricas que podem ser utilizadas no estudo sobre o ensino de probabilidade.

As pesquisas também variaram os sujeitos envolvidos: alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (SOBRINHO, 2009); alunos do 7º ano do Ensino Fundamental (SANTOS, 2010; SOCHA, 2019); alunos do 1º ano do Ensino Médio (MAROCCI, 2011); alunos do 3º ano do Ensino Médio (CABERLIM, 2015); e adultos em diferentes faixas de escolarização (Módulo II, IV e EJA do Ensino Médio) (LIMA, 2018).

Em relação aos instrumentos de produção de dados, foram utilizados diários de campo, registros escritos dos alunos, entrevistas individuais e coletivas, gravações em áudio e vídeo, e protocolos de resolução de problemas. Essa variedade de instrumentos de produção de dados sugere que os pesquisadores estão interessados em investigar fenômenos educacionais em múltiplas dimensões, utilizando ferramentas diversas para captar dados qualitativos e quantitativos.

Ainda referente a tais instrumentos, verificamos que algumas pesquisas utilizaram questionários, como Marocci (2011) e Caberlim (2015), enquanto outras optaram por entrevistas, como Sobrinho (2009) e Socha (2019). Santos (2010) explorou a observação participante como instrumento de produção de dados e Lima (2018) utilizou um teste de probabilidade como instrumento para realizar sua pesquisa experimental. Podemos afirmar, então, que os pesquisadores exploraram diferentes instrumentos, de acordo com a natureza de suas pesquisas e objetivos específicos, buscando obter dados que fossem relevantes para responder às suas questões de pesquisa.

Quadro 18 – Características teórico-metodológicas das pesquisas do subtema “Resoluções de Problemas”

Autor	Abordagem Metodológica	Tipos de pesquisa	Aporte Teórico	Produção dos Dados
Sobrinho (2010)	Qualitativa	Pesquisa Ação	Formação Reflexiva do Professor - Donald Schön	Resoluções das atividades do Projeto Araribá Matemática 5ª série, observações em sala de aula, análise dos documentos, incluindo os registros de áudio das aulas que foram transcritos.
Santos (2010)	Qualitativa	Estudo de Caso	Cenários de Investigação - Ole Skovsmose	Registros escritos dos alunos, transcrições de vídeos da socialização da primeira sequência de tarefas e de entrevistas e diário de campo da pesquisadora
Marocci (2011)	Qualitativa	Pesquisa Ação	Teoria Histórico-Cultural - Lev Vygotsky	Diários de campo, áudios das discussões, histórico de conversas via chat, gravações das discussões entre a pesquisa e professora-pesquisadora, videogravações das interações dos estudantes na resolução dos problemas propostos, registros escritos e entrevista semiestruturadas.
Caberlim (2015)	Qualitativa	Estudo de Caso	Teoria dos Campos Conceituais - Gerard Vergnaud e Letramento Probabilístico - Iddo Gal	Protocolos construídos pelos alunos ao resolver as situações-problema que lhes são apresentadas. Esses protocolos foram analisados para identificar os invariantes operacionais mobilizados pelos estudantes na situação de resolução de problemas.
Lima (2018)	Quanti-Qualitativa	Pesquisa Experimental	Teoria dos Campos Conceituais Gerard Vergnaud e Demandas Cognitivas - Peter Bryant e Terezinha Nunes	Entrevistas clínicas individuais e foram organizados em dois tipos de teste, em função da ordem de apresentação desses problemas.
Socha (2019)	Qualitativa	Estudo de Caso	Cenários para investigação - Ole Skovsmose e Resolução de Problemas no Ensino de Estocástica - Celi Lopes	Aplicação de atividades investigativas que envolveram fenômeno aleatório. Foram analisados os registros realizados pelos alunos, suas interações e suas falas, com a utilização de um caderno e gravações em áudios dos encontros.

Fonte: Autores (2023)

Com relação à única pesquisa do subtema **Trajatória Hipotética de Aprendizagem**, realizada por Cabral-Junior (2009), a abordagem metodológica adotada foi qualitativa, por meio de uma pesquisa bibliográfica, e o aporte teórico utilizado foi a Trajetória Hipotética de Aprendizagem de Martin Simon (1995). Os sujeitos da pesquisa foram professores do Ensino Médio e a produção dos dados incluiu um questionário sobre aspectos acadêmicos e profissionais, além de relatórios e observações das aulas dos professores participantes.

Já a pesquisa de Oliveira (2014), referente ao subtema **Experimento de Ensino**, foi qualitativa e se deu em torno de uma abordagem experimental de delineamento. O estudo centrou-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e no Letramento Probabilístico de Iddo Gal. Os dados foram produzidos através de fichas propostas aos alunos, registros fotográficos das atividades e áudios das falas dos alunos do 2º ano do Ensino Médio

É curioso observar que a Didática Francesa tem sido uma referência importante na aplicação de “Metodologias de Ensino” no Ensino de Probabilidade na sala de aula. As abordagens teóricas mencionadas anteriormente, como a Engenharia Didática de Michèle Artigue, a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, têm servido como base para a criação de sequências didáticas que visam promover o ensino e a aprendizagem de conceitos probabilísticos. No campo da Educação Matemática as produções em Didática Francesa, em grande parte, se originam do Programa de Educação Matemática da PUC-SP, onde pudemos identificar a maior quantidade de pesquisas no campo (17) e onde se encontra a Profa. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pesquisadora que mais orientou trabalhos com a temática de investigação (11).

6.2.3 Principais resultados e conclusões explicitados pelas pesquisas

No subtema a **Sequência Didática/Ensino/Atividades**, a pesquisa de Silva (2002) apontou que o desenvolvimento de atividades individuais pode gerar um clima organizacional adequado e promover maior interação entre os alunos em termos de pensamento probabilístico. Além disso, destacou a importância da quebra do contrato didático para produzir resultados positivos em relação à motivação, atenção e ao aprendizado. Novas pesquisas são sugeridas para melhorar o desenvolvimento de noções probabilísticas em sala de aula, considerando as dificuldades encontradas pelos alunos.

Santos (2010) ressaltou a importância de ensinar Matemática de forma contextualizada e integrada com outros conhecimentos, a fim de desenvolver competências e habilidades essenciais. O estudo mostrou que os alunos evoluíram na compreensão do conceito de probabilidade, principalmente quando confrontados com a probabilidade frequentista e laplaciana. Novas pesquisas são sugeridas sobre o uso de sequências de ensino em sala de aula, a relação entre a prática pedagógica e o desempenho dos alunos na aprendizagem da Matemática.

Abe (2011) demonstrou que o uso de uma sequência didática, combinando visões clássicas e frequentistas de probabilidade, pode auxiliar na aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental, com relação a conceitos probabilísticos. O estudo indicou que a articulação das duas visões de probabilidade foi efetiva no ensino do conteúdo proposto e que os alunos

conseguiram aplicar os conceitos aprendidos em diferentes contextos, demonstrando compreensão das abordagens clássica e frequentista.

Amâncio (2012) demonstrou que os conceitos de probabilidade são polissêmicos e não podem ser reduzidos a apenas uma abordagem. A utilização da Engenharia Didática permitiu a identificação de erros e problemas na sequência didática, possibilitando a sugestão de modificações. O autor recomenda que diferentes abordagens de probabilidade sejam ensinadas de acordo com o nível de ensino, considerando a polissemia desse conteúdo.

Ribeiro (2012) enfatizou a importância de uma sequência didática que proporcione aos alunos uma visão crítica e consciente da realidade. A metodologia utilizada na sequência permitiu uma aprendizagem significativa dos conceitos de probabilidade, promovendo a compreensão e utilização dos conceitos estudados. O autor questiona a necessidade de uma aula específica na sequência, defendendo a flexibilidade na metodologia.

Souza (2012) ressaltou a importância da introdução da noção de chance na compreensão da probabilidade. Embora a sequência didática tenha enfrentado desafios, como a dificuldade dos alunos em identificar situações cotidianas em que o acaso desempenha um papel significativo, a curiosidade e o engajamento intelectual dos estudantes foram aspectos positivos que se destacaram.

Fernandes (2014) constatou que os estudantes do Ensino Fundamental apresentam pouco conhecimento em relação aos conceitos probabilísticos. A aplicação da estratégia de ensino permitiu o desenvolvimento e ampliação dos conhecimentos estatísticos e probabilísticos, bem como das competências de raciocínio, pensamento e letramento estatístico. O autor defende a necessidade de planejamento e aplicação de atividades pedagógicas variadas, para que os alunos alcancem o nível de letramento estatístico e probabilístico exigido atualmente.

O estudo de Dias (2015) destacou a importância de ensinar noções de probabilidade e análise combinatória no Ensino Fundamental, desde que a manipulação dos dados seja tratada com cuidado e responsabilidade. Propôs atividades interdisciplinares que poderiam contribuir para o ensino desses conceitos, incluindo debates e discussões para dar sentido ao que foi aprendido em sala de aula. Embora não tenham sido testadas em sala de aula, as atividades foram avaliadas por professores de diferentes áreas e consideradas viáveis para serem utilizadas nesses campos.

Os estudos de Nogueira (2015), Soares (2018), Santos (2019) e Castilho (2020) forneceram evidências de que o uso de uma sequência de atividades

didáticas/ensino/aprendizagem é eficaz no ensino de probabilidade. Todos eles enfatizaram a importância de uma progressão gradual, começando com conceitos simples e aumentando o grau de complexidade, permitindo, assim, o desenvolvimento das competências necessárias para resolver problemas de probabilidade.

Nogueira (2015) destacou que a diversidade de situações e as primeiras experiências dos estudantes influenciaram a evolução conceitual de probabilidade como um processo temporal e cumulativo, proporcionando novas oportunidades de aprendizado. A análise dos esquemas revelou que a compreensão de uma situação não pode ser reduzida a um único conceito, sugerindo a necessidade de uma abordagem pedagógica que valorize a diversidade de situações e considere o desenvolvimento conceitual como um processo cumulativo.

Soares (2018) reforçou a importância de uma sequência didática baseada em atividades para o ensino de probabilidade. Indicou que essa metodologia é eficaz e não é influenciada pela situação socioeconômica dos alunos, o que sugere que, a abordagem pedagógica baseada em atividades, pode ajudar a superar desigualdades educacionais e a promover um ensino mais equitativo.

Santos (2019) destacou a importância de compreender o raciocínio dos estudantes e incentivá-los a verbalizar suas explicações para o professor e colegas. Os resultados apontaram que os estudantes tiveram dificuldades iniciais em compreender conceitos probabilísticos, mas conseguiram avançar em suas habilidades, com a orientação do professor-pesquisador. No entanto, a falta de variação de estratégias de representação pode ter dificultado o esgotamento das combinações, sugerindo a necessidade de buscar outras formas de ensino.

Castilho (2020) indicou em sua pesquisa, que a abordagem da Engenharia Didática pode contribuir para que estudantes do Ensino Médio desenvolvam a alfabetização probabilística. O estudo evidenciou que os alunos foram capazes de exercer tal alfabetização através da construção gradual de habilidades de tomada de decisão, integrando o ensino de probabilidade ao desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico.

De modo geral, as 12 pesquisas desse subtema indicaram a importância de uma sequência didática bem elaborada para o ensino de probabilidade, considerando a complexidade e a polissemia desse conteúdo. Algumas pesquisas ressaltaram a necessidade de ensinar diferentes abordagens de probabilidade, de acordo com o nível de ensino, e a importância da contextualização e integração com outros conhecimentos para o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais. Outras pesquisas enfatizaram a importância de uma progressão gradual, começando com conceitos simples e aumentando a complexidade, para

possibilitar o desenvolvimento das competências necessárias, a fim de que se consiga resolver problemas de probabilidade. Além disso, as pesquisas sugeriram que a quebra do contrato didático pode ter gerado resultados positivos em termos de motivação, atenção e aprendizado, e que é importante permitir aos alunos uma visão crítica e consciente da realidade. Por fim, tais estudos apontaram que a diversidade de situações e as primeiras experiências dos estudantes influenciaram a evolução conceitual de probabilidade como um processo temporal e cumulativo, proporcionando novas oportunidades de aprendizado.

As pesquisas discutidas no subtema **Resolução de Problemas**, se concentram em examinar a aprendizagem e a compreensão dos alunos em relação à probabilidade e aos problemas combinatórios. Estas destacam a importância de atividades que incentivam a participação ativa dos alunos na busca pelo conhecimento e na resolução de problemas, como estratégia favorável para o desenvolvimento da aprendizagem probabilística e promoção da construção da identidade dos alunos.

Marocci (2011) analisou a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos e as ideias sobre probabilidade que emergem por parte dos alunos em contextos de resolução de problemas. Os resultados indicam que os estudantes puderam discutir sobre suas experiências relativas às resoluções e sobre as estratégias de resolução das tarefas, apresentando diferentes ideias com relação à probabilidade e diferentes significados matemáticos.

Caberlim (2015) descreveu uma pesquisa que diagnosticou invariantes operatórios mobilizados por alunos do 3º ano do Ensino Médio ao resolver problemas que articulam o enfoque clássico e frequentista do conceito de probabilidade. Os resultados mostram que os alunos identificaram invariantes operatórios relacionados à percepção de reprodutibilidade, associação à ideia de razão, à delimitação do espaço amostral de forma intuitiva, à apropriação do conhecimento sobre a experiência de Bernoulli, à articulação entre os enfoques clássico e frequentista, e à aquisição de um vocabulário de termos probabilísticos. A simulação computacional por meio do *software* se mostrou um elemento facilitador na identificação dos invariantes operatórios e, para os alunos, na resolução das atividades.

Socha (2019) mostrou que atividades que envolvem a participação ativa dos alunos podem ser eficazes no sentido de desenvolver a aprendizagem probabilística e promover a construção da identidade dos alunos. Os resultados indicam que a prática pedagógica que respeita a heterogeneidade e valoriza as individualidades dos alunos, contribui para a

construção de sua identidade, além de incentivar a participação e interação entre eles e o professor.

Lima (2018) investigou o desempenho dos estudantes em problemas combinatórios e probabilísticos. Os resultados mostraram que os participantes tiveram dificuldades em compreender a aleatoriedade e em avaliar equiprobabilidades de eventos. A variável de tipo teste influenciou o desempenho dos participantes, reforçando a importância da compreensão dos invariantes de cada tipo de situação. Os resultados sugerem a necessidade de ensinar esses conceitos de forma mais eficaz e de desenvolver instrumentos de avaliação que possam identificar lacunas específicas na compreensão dos estudantes.

Por outro lado, os estudos de Sobrinho (2010) e Santos (2010) abordam a falta de prática em pensamento criativo e a importância da comunicação e da linguagem na resolução de problemas, bem como no desenvolvimento do pensamento probabilístico dos alunos. Sobrinho (2010) destaca a falta de prática dos alunos relativa ao pensamento criativo, bem como suas dificuldades em interpretar árvores de probabilidade. O estudo sugere que as atividades de ensino se concentrem em estimular a criatividade e as habilidades de resolução de problemas dos alunos, e que sejam adaptadas aos seus contextos. Santos (2010) enfatiza a importância da comunicação e da linguagem na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento probabilístico dos alunos, sugerindo a promoção de tarefas relacionadas à linguagem estocástica e o incentivo à reflexão e discussão das ideias probabilísticas. A pesquisa também recomenda a utilização de critérios para analisar as diferentes ideias apresentadas pelos estudantes. Futuras pesquisas podem investigar a eficácia de diferentes métodos e materiais de ensino que desenvolvam o pensamento combinatório e probabilístico dos alunos.

Comumente, as pesquisas do subtema **Resolução de Problemas** estão preocupadas com o desenvolvimento da aprendizagem e compreensão dos alunos em relação à probabilidade e aos problemas combinatórios. Os resultados apontam que atividades que incentivam a participação ativa dos alunos na resolução de problemas são adequadas para promover a construção da identidade dos mesmos e desenvolver seu pensamento probabilístico e combinatório. Além disso, os estudos enfatizam a importância de adaptar as atividades de ensino aos contextos dos estudantes, bem como estimular a criatividade e as habilidades de resolução de problemas destes e promover a comunicação e a reflexão das ideias probabilísticas. As pesquisas indicam, ainda, que é preciso ensinar esses conceitos de forma mais aprofundada e desenvolver instrumentos de avaliação que possam identificar lacunas específicas na compreensão dos estudantes.

Os resultados da única pesquisa do subtema **Trajétoria Hipotética de Aprendizagem**, desenvolvida por Cabral-Junior (2009), mostraram que a THA trouxe uma nova abordagem ao processo de aprendizagem, mas em algumas situações, os professores intervíram diretamente, atropelando o processo de construção do conhecimento por parte do aluno. Como conclusão, o autor sugeriu que a THA fosse utilizada como um exemplo ou um marco de referência para o ensino de probabilidade, adaptando-a de forma adequada a um contexto com alunos em uma situação concreta de sala de aula. Ele colocou ainda que seria necessário investigar mais profundamente as condições de trabalho oferecidas aos professores, uma vez que estas poderiam representar um obstáculo ao seu desenvolvimento profissional.

No subtema **Experimento**, a dissertação de Oliveira (2014) constatou que os estudantes apresentaram dificuldades em entender o conceito de probabilidade, mas a utilização de um *software* R e de representações numéricas e gráficas, ajudaram a superar essas dificuldades. A metodologia adotada favoreceu a integração entre trabalho experimental e teórico, permitindo momentos de reflexão e redesenho contínuo do experimento. As conclusões indicam que o ensino de probabilidade deve visar o desenvolvimento da capacidade de realizar cálculos com base em regras claramente definidas que combinem elementos experimentais e teóricos. Como sugestão de pesquisa, o autor recomendou investigar outras metodologias e ferramentas para o ensino de probabilidade e estudar a relação entre a compreensão do conceito e o desempenho dos alunos em outras áreas da Matemática.

O conjunto de análises aqui desenvolvidas, sobre as principais categorias definidas relacionadas ao ensino e aprendizagem de probabilidade na Educação Básica (a TIC e outros recursos didáticos), e as metodologias de ensino, nos possibilitam reconhecer que tal temática vem sendo discutida nas pesquisas por meio de múltiplas abordagens, instrumentos, possibilidades de intervenção pedagógica e aponta para resultados necessários a serem desenvolvidos com estudantes dos diferentes níveis de ensino. Ainda há uma predominância de estudos nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Essa questão nos chama a atenção para a necessidade de que professores e pesquisadores dos anos iniciais se preocupem em acompanhar o desenvolvimento das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental e da Educação Infantil, com relação ao pensamento e à linguagem probabilística. Da mesma forma, observa-se, através dos resultados das pesquisas, o quanto é importante que o desenvolvimento do pensamento combinatório esteja articulado ao pensamento probabilístico, minimizando dificuldades de compreensão pelos estudantes. Além disso, é essencial que as diferentes

concepções de probabilidade sejam constantemente revisitadas ao longo da escolarização, com destaque para a concepção frequentista, a qual possibilita o trabalho investigativo.

No próximo capítulo, tecemos algumas considerações finais, a fim de realizar uma síntese sobre o processo inventariado de pesquisas com indicativos para a área de investigação.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta dissertação, realizamos uma ampla revisão sistemática do tipo “Estado da Arte, com o objetivo principal de mapear, descrever e sistematizar as pesquisas brasileiras que investigam o ensino e a aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica, produzidas no período de maio de 1994 a junho de 2021, em programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da CAPES. Identificamos e documentamos teses e dissertações, analisamos aspectos institucionais, temáticos e metodológicos, e revelamos as principais tendências da produção acadêmica brasileira sobre o ensino de probabilidade. Por fim, identificamos possíveis lacunas no campo de pesquisa.

Para atingir nosso objetivo, selecionamos teses e dissertações produzidas e defendidas em programas de pós-graduação *stricto sensu* no Brasil entre maio de 1994 e junho de 2021, as quais tratavam de questões relacionadas à Educação Probabilística. A busca foi realizada de forma totalmente digital, utilizando o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) como fontes de dados. Fizemos o fichamento de cada trabalho, indicando informações bibliográficas, resumos, introduções, percursos metodológicos e conclusões, a fim de compor nosso acervo geral de pesquisas.

Certamente, é importante reconhecer que a busca e sistematização das pesquisas sobre Educação Probabilística no Brasil apresentou desafios e limitações. Dentre eles, encontra-se a dificuldade de localizar nas bases de dados os documentos relevantes para a nossa pesquisa, informações faltantes ou incompletas, e a ausência de documentos digitais de algumas teses e dissertações. Devido à dificuldade de acesso a essas teses e dissertações, foi necessário recorrer a outras estratégias para a obtenção de informações relevantes. Dentre elas, destacamos a solicitação via *e-mail* aos pesquisadores, bem como a consulta aos currículos *Lattes* dos autores. Assim, tivemos acesso a algumas pesquisas que não foram encontradas nas bases de dados. Essas estratégias se mostraram fundamentais para a compilação do *corpus* de análise e, conseqüentemente, para o alcance dos objetivos propostos nesta pesquisa.

Outro desafio foi a necessidade de estabelecer critérios claros de seleção e análise dos estudos encontrados, a fim de garantir a relevância e qualidade dos dados obtidos. O processo de leitura e análise das teses e dissertações também foi complexo e demandou um tempo considerável para a compreensão dos aspectos teórico-metodológicos e resultados apresentados em cada trabalho. Destacamos que a transparência sobre esses obstáculos e limitações fortalece

a credibilidade e transparência da pesquisa, ao mesmo tempo que contribui para a melhoria de futuros estudos na área.

Nossa análise foi organizada considerando os aspectos físicos e as tendências teórico-metodológicas das pesquisas. Os aspectos físicos incluíram a instituição, região/estado, modalidade, orientador, programa, membros da banca e ano de defesa. As tendências teórico-metodológicas abrangeram abordagens metodológicas, tipos de pesquisa, referenciais teóricos e tendências temáticas, como TIC para ensino de probabilidade e metodologias de ensino.

Abaixo, apresentamos uma lista dos aspectos físicos (instituição, localização, modalidade, orientador, programa, membros da banca e ano de defesa) mais relevantes da produção acadêmica brasileira em Educação Probabilística, identificados em nossa pesquisa do estado da arte:

- Foram encontrados 99 trabalhos produzidos em programas de pós-graduação no Brasil no período de maio de 1994 a junho de 2021, sendo 78 dissertações (50 de mestrado acadêmico e 28 de mestrado profissional) e 21 teses, produzidas em 31 diferentes instituições brasileiras de ensino superior. As dissertações compõem 78,79% da produção acadêmica, enquanto as teses correspondem a 21,21% do total;
- A produção científica sobre a Educação Probabilística na escola básica indicou um aumento considerável de interesse dos pesquisadores a partir de 2007, com um total de 88 defesas de trabalhos entre 2007 e 2021;
- As cinco regiões do Brasil apresentaram, pelo menos, 1 pesquisa sobre a Educação Probabilística na escola básica, com ênfase para a região Sudeste, responsável por mais da metade da produção científica acumulada (61,62%);
- São Paulo concentra a maior parte das teses e dissertações sobre a temática, com 53,54% dos trabalhos, seguido pelo Estado de Pernambuco e Paraná. Além disso, 13 estados (50%) não apresentaram defesas de trabalhos sobre a temática em questão.
- Identificamos 31 universidades brasileiras produtoras de teses e dissertações sobre Educação Probabilística, sendo que 56,57% da produção sobre a temática está concentrada em 6 instituições (PUC/SP, UNICSUL, UNIAN, UFPE, UESC e UFSCar), enquanto 13 IES (13,13%) produziram apenas uma tese/dissertação cada;
- A Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) é a universidade com mais pesquisas sobre o tema (17,17%), seguida da Universidade Cruzeiro do Sul, com 11,11%;

- Foram identificados 16 programas de pós-graduação no Brasil, vinculados a 31 Instituições de Ensino Superior (IES), onde foram produzidas teses e dissertações sobre Educação Probabilística na escola básica no período de 1994 a junho de 2021;
- O programa de Educação Matemática concentra o maior número de teses e dissertações, com 31 trabalhos defendidos, representando 31,31% do total. Em seguida, aparece o programa de Educação, com 16 trabalhos defendidos (16,16%), e o programa de Ensino de Matemática, com 13 trabalhos (12,12%);
- Notamos um total de 55 orientadores para as 99 pesquisas descritas na dissertação, sendo que 39 orientaram apenas um único trabalho;
- 16 pesquisadores/orientadores centrais na produção de trabalhos sobre Educação Probabilística foram identificados, representando 59,38% (n = 57) da produção nacional;
- As duas principais pesquisadoras, em termos de orientação de trabalhos sobre Educação Probabilística na Educação Básica, foram Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, da PUC/SP, que orientou uma tese e 10 dissertações, e Celi Espasandin Lopes, da UNICSUL, que orientou 11 pesquisas na área, sendo 5 teses e 6 dissertações;
- Foram identificados 157 examinadores especialistas/participantes de bancas de defesas de dissertações e teses em Educação Probabilística na escola básica, revelando uma dispersão/diversidade significativa de avaliadores atuando em diferentes bancas examinadoras;
- As principais avaliadoras em bancas de teses e dissertações de pesquisas que envolvem a Educação Probabilística na escola básica são: Celi Espasandin Lopes (UNICSUL) com 15 participações, Cileda de Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP) com 12 participações, Cláudia Borim da Silva (USJT) com 7 participações, Adair Mendes Nacarato (USF) e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba (UFPE) com 6 participações cada uma.

Na segunda parte da pesquisa, realizamos uma análise das tendências teórico-metodológicas de 39 teses e dissertações que abordaram os dois núcleos temáticos mais frequentes do corpus de análise, sendo eles "TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade", com 19 pesquisas, e "Metodologias de Ensino", com 20

pesquisas. Consideramos, nessa análise, aspectos como a metodologia utilizada nas pesquisas, os tipos de pesquisa, os referenciais teóricos adotados e as tendências temáticas abordadas.

No subtema **TIC e outros recursos didáticos para o ensino e aprendizagem de probabilidade**, foram realizados estudos que exploraram diferentes estratégias. Dentre elas, estão o uso de materiais manipulativos e jogos educativos para tornar o ensino mais interativo e atraente aos alunos. O objetivo desses estudos era avaliar como esses recursos influenciavam a aprendizagem de conceitos de probabilidade e as interações entre alunos e materiais. Além disso, algumas pesquisas examinaram o potencial de softwares e ferramentas para tornar o ensino e a aprendizagem de estatística e probabilidade mais significativos.

Algumas dessas pesquisas focaram no uso de modelos táteis, como pictogramas 3D e maquetes táteis, para facilitar a aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade por alunos cegos e videntes. Outros estudos investigaram o uso de livros didáticos e literatura infantil como ferramentas auxiliares no ensino de conceitos de probabilidade. Nesses casos, um estudo analisou o processo de desenvolvimento de um livro didático, enquanto outro explorou como a literatura infantil poderia ser utilizada para ajudar na construção de conceitos de probabilidade em alunos da quinta série.

As pesquisas utilizaram predominantemente uma abordagem qualitativa, utilizando técnicas como estudo de caso, pesquisa-ação e engenharia didática para investigar as percepções, significados e interpretações dos sujeitos em relação aos fenômenos estudados. Quanto ao aporte teórico, as pesquisas apresentaram uma variedade de referências, incluindo a Teoria dos Campos Conceituais, a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria Histórico-Cultural, além de cenários de investigação ou resolução de problemas.

Os dados foram produzidos por meio de registros escritos dos alunos, transcrições de vídeos, diários de campo, protocolos construídos pelos alunos, entrevistas individuais, gravações de áudio, fichas de atividades, testes e outras estratégias. Os sujeitos das pesquisas foram alunos do Ensino Fundamental e Médio, adultos em diferentes faixas de escolarização e, em alguns casos, professores ou professores-pesquisadores.

Os estudos enfatizaram a importância da utilização de recursos tecnológicos, como simuladores, softwares estatísticos, objetos de aprendizagem e jogos pedagógicos, como ferramentas auxiliares para o ensino de probabilidade e estatística. Esses recursos foram considerados capazes de facilitar a compreensão de conceitos complexos, melhorar a interatividade e a motivação dos alunos, além de ajudá-los a desenvolver habilidades para a resolução de problemas. No entanto, os pesquisadores também destacaram a necessidade de

criar softwares e recursos didáticos específicos para a educação estatística, bem como de formar adequadamente os professores para enfrentar os desafios do ensino de probabilidade e estatística. Foi ressaltada, ainda, a importância de incentivar a análise crítica dos resultados gerados por tecnologias e recursos didáticos.

Já no subtema **Metodologias de Ensino**, as pesquisas buscaram identificar estratégias e recursos pedagógicos que possam melhorar o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade em diferentes níveis de ensino. Isso envolve a produção, aplicação e validação de sequências didáticas, atividades pedagógicas e estratégias de ensino que auxiliem os alunos a desenvolver habilidades e competências nessa área, bem como a superar as dificuldades e desafios enfrentados no processo de aprendizagem. A meta é tornar o ensino de probabilidade mais acessível e significativo para os alunos, promovendo, assim, uma aprendizagem efetiva e duradoura.

Conforme mencionado, as abordagens metodológicas predominantes nessas pesquisas são qualitativas, embora haja exceções, como o estudo de Soares (2018), que utiliza a abordagem quantitativa. Estudos de caso são comuns na análise de situações de ensino e aprendizagem em detalhes, e outras abordagens, como a Engenharia Didática e os Experimentos de Design, são usadas para desenvolver e testar sequências de ensino em situações controladas e monitoradas.

Os referenciais teóricos empregados incluem várias teorias da Educação Matemática, como a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, a Alfabetização Probabilística de Iddo Gal e a Teoria dos Campos Conceituais. Há também outras abordagens, como a Relação com o Conhecimento e a Ecologia da Aprendizagem, que buscam entender como os alunos constroem e usam seus conhecimentos matemáticos. Os estudos utilizam diferentes tipos de instrumentos e fontes de dados, como testes, fichas de atividades, registros orais e escritos dos alunos, vídeos, questionários, documentos curriculares e registros escritos do pesquisador.

Eles indicam, ainda, que a utilização de uma sequência didática contextualizada, integrada a outros conhecimentos, é interessante para alunos do Ensino Fundamental e Médio. É fundamental que a progressão seja gradual, ou seja, que parta de conceitos simples e aumente o grau de complexidade, com intuito de que se desenvolvam as habilidades necessárias para a resolução de problemas probabilísticos. Diferentes abordagens devem ser usadas de acordo com o nível de ensino e as situações diversificadas. É crucial introduzir a noção de acaso para a compreensão da probabilidade e diferentes metodologias de ensino devem ser aplicadas para melhorar o desenvolvimento do pensamento probabilístico em sala de aula. A utilização de

atividades individuais pode gerar um clima organizacional adequado e promover a interação entre os alunos. Também é destacada a importância de romper com o contrato didático para que sejam produzidos resultados positivos em termos de motivação, atenção e aprendizagem.

De modo geral, as investigações se concentraram em identificar as principais dificuldades dos alunos em relação ao conceito de probabilidade e em propor estratégias de ensino que pudessem contribuir para a melhoria do aprendizado nessa área. As diferentes abordagens metodológicas e tipos de pesquisa utilizados mostraram a diversidade de perspectivas e enfoques adotados pelos pesquisadores na área de probabilidade. Alguns estudos se concentraram na utilização de atividades práticas e lúdicas para promover a compreensão dos conceitos probabilísticos, enquanto outros enfatizaram a importância da reflexão e discussão em grupo para a construção de conceitos mais elaborados.

A área de probabilidade foi complexa e tem sido estudada por diferentes pesquisadores com perspectivas e abordagens diversas. Essa diversidade de abordagens foi importante para a construção de um conhecimento mais completo sobre o tema, permitindo uma compreensão mais ampla das dificuldades e dos desafios enfrentados pelos alunos e dos fatores que influenciaram o aprendizado da probabilidade. As diferentes metodologias e tipos de pesquisa utilizados pelos pesquisadores permitiram uma investigação mais detalhada e aprofundada sobre o tema, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias de ensino mais eficazes.

Além disso, muitas pesquisas buscaram investigar a influência de fatores externos, como o contexto social e cultural dos alunos, no desenvolvimento de suas habilidades em probabilidade. Em resumo, as pesquisas na área de probabilidade têm contribuído significativamente para a compreensão das dificuldades dos alunos e para a proposição de estratégias de ensino mais efetivas nessa área.

Acreditamos que os resultados desta pesquisa podem estabelecer uma base sólida para futuras investigações no campo do Ensino de Probabilidade na escola básica. Por exemplo, as pesquisas futuras podem explorar novos aspectos do ensino de probabilidade, como a utilização de tecnologias emergentes, o impacto do ensino de probabilidade em outras áreas do currículo escolar ou o desenvolvimento de estratégias de ensino mais interessantes e adequadas à aprendizagem. Esses resultados também podem ser utilizados para informar políticas educacionais e práticas pedagógicas em todo o país, e auxiliar na melhoria da qualidade do ensino de probabilidade e estatística nas escolas brasileiras. No entanto, ainda estamos muito distantes de uma formação adequada do pensamento e da linguagem probabilística na Educação Básica, quando comparados com o que é proposto pelos documentos curriculares. Por isso, é

necessário ampliar o campo de investigação para diferentes níveis de ensino, desde a Educação Infantil, com a análise de possibilidades de jogos, brincadeiras e resolução de problemas, até possibilidades metodológicas que integrem as TIC na Educação Básica. Cada pesquisador traz sua própria perspectiva e visão para o campo de estudo, o que pode gerar novas interpretações e descobertas sobre o tema. Essas novas perspectivas e visões enriquecem o conhecimento e trazem novas possibilidades de abordagens para a área. Além disso, acreditamos que esta pesquisa possa contribuir para futuras investigações, pois não nos limitamos apenas a identificar possíveis tendências nos núcleos temáticos, mas também destacamos possíveis lacunas.

Ao destacarmos possíveis lacunas e abrirmos espaço para reflexões e discussões, acreditamos que nosso trabalho pode servir como uma base sólida para estudos futuros que busquem aprofundar o conhecimento sobre o Ensino de Probabilidade na Educação Básica e explorar áreas ainda não abordadas. Como pesquisadores, entendemos que cada um de nós traz nossa própria perspectiva e visão para o campo de estudo, o que pode gerar novas interpretações e descobertas sobre o tema. Por essa razão, acreditamos que novas perspectivas e visões enriquecem o conhecimento e trazem novas possibilidades de abordagens para a área.

Dessa forma, como sugestões de pesquisas futuras relacionadas ao ensino de Probabilidade na Educação Básica, indicamos:

1. Investigação do conhecimento pedagógico do conteúdo na prática profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Essa pesquisa envolveria a exploração de como os professores desenvolvem e aplicam seu conhecimento pedagógico específico para o ensino de Matemática nessa etapa de ensino. Seria importante investigar as estratégias pedagógicas utilizadas para ensinar conceitos matemáticos complexos, como a probabilidade, e como os docentes lidam com as dificuldades dos alunos em aprender esses conceitos;
2. Investigação do conhecimento especializado do professor que ensina probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Esse estudo visaria a compreensão de como os professores desenvolvem e utilizam seu conhecimento especializado para ensinar esse conteúdo matemático específico. Além disso, seria relevante identificar possíveis lacunas na formação desses profissionais, a fim de fornecer subsídios para o aprimoramento da formação inicial e continuada dos docentes;
3. Investigação dos movimentos de pensamento probabilístico efetuados por crianças da Educação Infantil: Essa pesquisa teria como objetivo compreender como as crianças constroem seu conhecimento sobre a probabilidade e como esse

conhecimento se desenvolve ao longo do tempo. Seria interessante analisar as estratégias cognitivas e os raciocínios utilizados pelas crianças na compreensão e aplicação dos conceitos probabilísticos, bem como identificar possíveis dificuldades e progressos no pensamento probabilístico durante essa fase inicial da educação;

4. Desenvolvimento e avaliação de materiais acessíveis: Realizar pesquisas sobre a criação e avaliação de materiais pedagógicos acessíveis para o ensino de probabilidade a alunos cegos ou surdos. Isso pode incluir o desenvolvimento de recursos adaptados, como materiais táteis ou diagramas táteis para alunos cegos, ou materiais visuais ou vídeos com legendas e intérpretes de Libras (Língua Brasileira de Sinais) para alunos surdos.

Em suma, as sugestões de pesquisas futuras apresentadas neste estudo têm o potencial de contribuir para o aprimoramento do ensino de probabilidade na Educação Básica. Ao investigar o conhecimento e as práticas dos professores, o desenvolvimento do pensamento probabilístico nas crianças e a acessibilidade dos materiais didáticos, daremos passos importantes na melhoria da qualidade da Educação Probabilística e na busca por um ensino mais efetivo e inclusivo para todos os alunos.

REFERÊNCIAS

- ABE, T. S. **O ensino de probabilidades por meio das visões clássica e frequentista**. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011.
- ALONSO, C.; BRANDÃO, C.; GONÇALVES, S. Como a pandemia COVID-19 afetou o setor da restauração em Portugal - Análise temática qualitativa com o apoio do MaxQDA. **New Trends in Qualitative Research**, Aveiro, v. 9, p. 312–319, 2021. Disponível em: <https://publi.ludomedia.org/index.php/ntqr/article/view/488>.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. A “revisão bibliográfica” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis – o retorno. *In*: BIANCHETTI, L.; MACHADO, A. M. N. (org.). **A bússola do escrever: desafios e estratégias na orientação de teses e dissertações**. São Paulo: Cortez, 2002. p. 25–24.
- AMÂNCIO, J. R. **Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do Pibid**. 2012. 216 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.
- BARBOSA, N. D. **O trilhar da construção de um jogo pedagógico como ferramenta para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 147 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) - Programa de Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2019.
- BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 8, n. 3, p. 247–263, 2005.
- BATANERO, C.; CHERNOFF, E. J.; ENGEL, J.; LEE, H. S.; SÁNCHEZ, E. **Research on Teaching and Learning Probability**. New York: Springer Cham, 2016. *E-book*. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-31625-3.pdf>. Acesso em: 8 out. 2022.
- BATANERO, C.; DÍAZ, C. Statistics Education Teaching Paper Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. **Chilean Journal of Statistics**, Valparaíso, v. 3, n. 1, p. 3–13, 2012.
- BATANERO, C.; DÍAZ, C. The meaning and Understanding of Mathematics: The Case of Probability. *In*: FRANÇOIS, K.; BENDEGEM, J. P. Van (org.). **Philosophical Dimensions in Mathematics Education**. New York: Springer, 2007. p. 106–127. *E-book*. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71575-9_6. Acesso em: 5 ago. 2022.
- BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The Nature of Chance and Probability. *In*: JONES, G. A. (org.). **Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning**. 40. ed. Boston: Springer, 2005. p. 15–37. *E-book*. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_2. Acesso em: 10 mar. 2022.

BERNABEU, C. B.; ROMERO, L. S. La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. **Uno**, Barcelona, v. 5, n. June, p. 15–28, 1995. Disponível em: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/aleatoriedad.pdf>. Acesso em: 7 maio 2022.

BÔAS, S. G. V.; CONTI, K. C. Base Nacional Comum Curricular: um olhar para Estatística e Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Ensino em Revista**, Uberlândia, v. 25, p. 984–1003, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. 2. ed. Poero: Porto Editora, 1994.

BRANDÃO, Z.; BAETA, A. M. B.; ROCHA, A. D. C. **Evasão e repetência no Brasil: a escola em questão**. 2. ed. Rio de Janeiro: Dois Pontos, 1986.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 26 set. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Desporto - Secretaria do Ensino Fundamental, 1997. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/livro03.pdf>. Acesso em: 26 set. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Desporto - Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/matematica.pdf>. Acesso em: 26 set. 2022.

BRASIL. **PCN Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação e Desporto - Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 26 set. 2022.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability: a literature review**. Londres: University of Oxford, 2012. Disponível em: https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/NUFFIELD_FOUNDATION_CUoP_SUMMARY_REPORT.pdf. Acesso em: 25 mar. 2022.

CABALLERO, M. E. Aportaciones de Fermat a la teoría de la probabilidad. **Miscelánea Matemática**, Ciudad de México, v. 2, n. 34, p. 85–102, 2001.

CABERLIM, C. C. L. **Letramento probabiístico no ensino médio: um estudo de invariantes operatório mobilizados por alunos**. 2015. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

CABRAL-JUNIOR, R. S. **Abordagem das noções iniciais de Probabilidade em uma perspectiva construtivista**. 2009. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de

Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

CALABRIA, A. R.; CAVALARI, M. F. Um passeio histórico pelo início da Teoria das Probabilidades. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 10., 2013, Campinas. **Anais do SNHM**. Campinas: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2013. p. 1–62. Disponível em: https://files.cercomp.ufrj.br/weby/up/335/o/Um_passeio_historico_pelo_inicio_da_teorias_das_probabilidades-Mariana_Feiteiro_Cavalari_e_Angelica_R._Calabria.pdf?1409001312. Acesso em: 7 maio 2022.

CARVALHO, M. P.; BUENO, B. O. Editorial. Educação e Pesquisa. **FEUSP**, São Paulo, v. 30, n. 1, p. 1–2, 2004.

CASTILHO, C. R. **O ensino de probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística**. 2020. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

CASTILHO, C. R.; FIGUEIREDO, H. A.; RODRIGUES, C. K. As noções de acaso no ensino de probabilidade pautado na BNCC: uma proposta para o primeiro ano do ensino fundamental. **Revista Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v. 10, n. 1, 2021.

CAZORLA, I. M.; GUSMÃO, T. C.; KATAOKA, V. Y. Validação de uma Sequência Didática de Probabilidade a partir da Análise da Prática de Professores, sob a Ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 24, n. 39, p. 537–560, 2011.

CHARLOT, B. **A relação com o saber - Elementos para uma teoria**. Porto Alegre: Editora Artmed, 2000.

CIABOTTI, V. **Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental**. 2016. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**, Washington, v. 32, n. 1, p. 9–13, 2003.

COBELLACHE, R. C. **No Tecnologias na Educação Matemática: tendências da pesquisa acadêmica na região sul do Brasil**. 2017. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

CONRADO, A. L. **A pesquisa brasileira em etnomatemática: desenvolvimento, perspectivas, desafios**. 2005. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 50–67, 2007.

DAVID, F. N. **Games, gods and gambling: the origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era**. 1. ed. New York: Hafner Publishing Company, 1962. *E-book*. Disponível em: <https://prism.ucalgary.ca/bitstream/handle/1880/41346/aih.pdf?sequence=1>. Acesso em: 20 mar. 2022.

DERMEVAL, D.; COELHO, J. A. P. M.; BITTENCOURT, I. I. Mapeamento Sistemático e Revisão Sistemática da Literatura em Informática na Educação. *In*: JAQUES, P.; PIMENTEL, M.; SIQUEIRA, S.; BITTENCOURT, I. (org.). **Metodologia de Pesquisa Científica em Informática na Educação: Abordagem Quantitativa**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. *E-book*. Disponível em: https://metodologia.ceie-br.org/wp-content/uploads/2019/11/livro2_cap3.pdf. Acesso em: 15 jan. 2022.

DIAS, C. F. B. **Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de probabilidade e Estatística os anos iniciais do Ensino fundamental**. 2016. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Tecnologia) - Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2016.

DIAS, R. A. **Proposta de atividades potencialmente interdisciplinares envolvendo noções de análise combinatória e probabilidade**. 2015. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Pró Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2015.

DROESCHER, F. D.; SILVA, E. L. O pesquisador e a produção científica. **Perspectivas em Ciência da Informação**, Belo Horizonte, v. 19, n. 1, p. 170–189, 2014.

ERNEST, P. **Mathematics teaching: the state of the art**. London: Falmer Press, 1995.

ESTEVAM, E. J. G. **(Res)Significando a Educação Estatística no ensino fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação**. 2010. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2010.

FERNANDES, R. J. G. **Estatística e Probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, Curitiba, v. 23, n. 79, p. 257–272, 2002.

FERREIRA, R. D. S. **Ensino de probabilidade com o uso do programa Estatístico R numa perspectiva construcionista**. 2011. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirantes, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2011.

FERREIRA, N. S. A. Pesquisas intituladas Estado da Arte: em foco. **Revista Internacional de Pesquisa em Didática das Ciências e Matemática**, Itapetininga, v. 2, p. 1–23, 2021.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B.; MISKULIN, R. G. S.; GRANDO, R. C.; GAMA, R. P.; MEGID, M. A. B. A.; CRISTOVÃO, E. M.; COELHO, M. A. V. M. P.; LIMA, R. C. R.; CRECCI, V. Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática e as Revisões Sistemáticas. *In*: OLIVEIRA, A. M. P. de; ORTIGÃO, M. I. R. (org.). **Abordagens teórico e Metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 234–254. *E-book*. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ebook_.pdf. Acesso em: 15 jan. 2022.

FORNARI, L. F.; PINHO, I. Revisão da Literatura com apoio de ferramentas digitais: avanços e desafios. **New Trends in Qualitative Research**, Aveiro, v. 10, p. 1–15, 2022. Disponível em: <https://publi.ludomedia.org/index.php/ntqr/article/view/512>.

FREITAS, N. **O Software Estocástico como suporte lúdico investigativo à cultura infantil**. 2010. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

GADELHA, A. **Uma Pequena História da Probabilidade**. Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

GAL, I. Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Korea. **Anais do ICME**. Korea: Internacional Congress on Mathematical Education, 2012. p. 1–7.

GAL, I. Towards “Probability Literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. *In*: JONES, G. A. (org.). **Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning**. 40. ed. Boston: Springer, 2005. p. 39–63. *E-book*. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_3. Acesso em: 10 ago. 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIORDANO, C. C.; KIAN, F. A. O ensino de Probabilidade e onovo Ensino Médio: reflexões a partir da BNCC e doCurrículo Paulista. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 11, n. 1, 2021.

GODINO, J.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y probabilidad**. Madrid: Síntesis, 1991.

GUIMARÃES, M. A. S. **A interação entre estudante cego e vidente em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade mediadas pela Maquete Tátil.** 2014. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.

GUIMARÃES, U. V. **Estudos das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de probabilidade mediada pela maquete tátil.** 2015. 166 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; MARQUES, M.; CAVALCANTI, M. R. A Educação estatística na educação infantil e nos anos iniciais. **Zetetiké**, Campinas, v. 17, n. 32, p. 11–28, 2009.

HACKING, I. **The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas About Probability Induction and Statistical Inference.** 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1975.

HOFFMANN-JØRGENSEN, J. **Probability with a view toward Statistics.** 1. ed. New York: Springer Science+Business Media Dordrecht, 1994.

LIMA, O. A. **Distribuição Normal: uma introdução voltada ao Ensino Médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos.** 2009. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

LIMA, R. F. Ensino de Probabilidade como objeto de pesquisa: o que vem sendo investigado?. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Itabaiana, v. 6, n. 1, p. 276–295, 2021.

LIMA, F. M. B. **O Ensino de Probabilidade com o uso do Problema do Jogo dos Discos.** 2013. 11 f. Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

LIMA, E. T. Probabilidade em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais: diferentes concepções. **Zetetiké**, Campinas, v. 28, p. 1–18, 2020.

LIMA, E. T. **Raciocínio combinatório e probabilístico na EJA: Investigando relações.** 2018. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, R. F.; SILVA, M. J. S.; CORREA, R. P.; SILVEIRA, H. B. O ensino de probabilidade presente em anais do ENEM. *In*: NAVARRO, E. R.; SOUSA, M. C. (org.). **Educação matemática em pesquisa: perspectivas e tendências.** 3. ed. Guarujá: Científica Digital, 2021. p. 224–234. *E-book*. Disponível em: <https://downloads.editoracientifica.org/articles/210303791.pdf>. Acesso em: 20 maio 2022.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular.** 1998. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação,

Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1998.

LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos Professores. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57–73, 2008.

LOZADA, C. O.; VIANA, S. L. S.; OLIVEIRA, M. L. S.; SANTOS, B. G.; LIMA, C. de A.; AVIZ, W. M. A. Recursos didáticos para a formação de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. **Diversitas Journal**, Santana do Ipanema, v. 6, n. 1, p. 1638–1647, 2021.

LUDKE, M. A pesquisa qualitativa e o estudo da escola. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 49, p. 43–44, 1984.

MAROCCHI, L. M. **O movimento das significações probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do ensino médio**. 2011. 233 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

MARTINS, L. A. **Educação matemática para surdos: contribuições de um glossário para o ensino de Probabilidade e Estatística**. 2019. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2019.

MELO, M. V. **Três Décadas de Pesquisa em Educação Matemática na Unicamp: um estudo histórico a partir de teses e dissertações**. 2006. 273 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

MESSINA, G. Investigación en o investigación acerca de la formación docente: un estado del arte en los noventa. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madrid, v. 19, p. 145–207, 1999.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. São Paulo: Hucitec, 2008.

MLODINOW, L. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

MORALES, G. M. A. **Teoría subjetiva de la probabilidad: fundamentos, evolución y determinación**. 1985. 476 f. Tese (Doutorado em Ciencias Económicas y Empresariales) - Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 1985.

MUELLER, S. P. M. A ciência, o sistema de comunicação científica e a literatura científica. *In*: CAMPELLO, B. S.; CENDÓN, B. V.; KREMER, J. M. (org.). **Fontes de informação para pesquisadores e profissionais**. 1. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2000.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. The role of language in building probabilistic thinking. **Statistics Education Research Journal**, Estados Unidos, v. 13, n. 2, p. 93–103, 2014.

NARDI, R. A pesquisa em ensino de Ciências e Matemática no Brasil. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 21, n. 2, p. I–V, 2015. Disponível em:
http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132015000200001&lng=pt&tlng=pt.

NETO, B. C. S. **Criatividade didática em dissertações e teses sobre história par o ensino de matemática (1990-2018)**. 2021. 169 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

NOGUEIRA, D. P. **A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre matemática e música: estado da arte**. 2009. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

NOGUEIRA, L. M. **Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de probabilidade**. 2015. 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

NUNES, T.; BRYANT, N.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. E. **Teaching mathematical reasoning Probability and Problem Solving in the Classroom**. Londres: University of Oxford, 2015. Disponível em:
https://nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nunes%26Bryant2015_Teachingreasoning - 28Jan15.pdf. Acesso em: 25 mar. 2022.

OLIVEIRA, F. F. **Probabilidade condicional: proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representações semióticas**. 2014. 216 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

OLIVERIA, P. C.; PAIM, S. A. O. C.; CUSTÓDIO, L. A. A.; ALMAGRO, R. C. Um olhar para as pesquisas brasileiras sobre letramento probabilístico de 2007 a 2018. *In*: GUILHERME, W. D. (org.). **A Educação como diálogo intercultural e sua relação**. Ponta Grossa: Atena, 2020. p. 66–78. *E-book*. Disponível em:
<https://www.atenaeditora.com.br/catalogo/post/um-olhar-para-as-pesquisas-brasileiras-sobre-letramento-probabilistico-de-2007-a-2018>. Acesso em: 3 maio 2022.

ORTIZ, C. A. V. **Activo, Evaluación de los conocimientos didático-matemático para la enseñanza de la probabilidade de los profesores de educación primaria en**. 2014. 533 f. Tese (Doctorado en Educación) - Programa de Doctorado en Educación, Universitat de Girona, Girona, 2014.

ORTIZ, C. V. Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de Educación Primaria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 374–389, 2018. Disponível em:
<https://revistaposhmg.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1675>.

ORTIZ, C. V.; ALSINA, Á. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 454–478, 2017.

PICHETH, F. M. **PeArte: um ambiente colaborativo para a formação do pesquisador que atua no Ensino Superior por meio da participação em pesquisas do tipo estado da arte.** 2007. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação - Centro de Teologia e Ciências Humanas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2007).

PINHEIRO, M. G. C.; SILVA, A. F. G.; GALVÃO, M. E. E. L. Dos PCN à BNCC: uma análise interpretativa das indicações de aprendizagens do tema Probabilidade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 18, p. 137–151, 2020.

RÄDIKER, S.; KUCKARTZ, U. **Análisis de Datos Cualitativos con MAXQDA: Texto, Audio Video.** Berlin: Maxqda Press, 2020.

RIBEIRO, E. D. S. **Estado da Arte da pesquisa em Educação Matemática de Jovens e Adultos: um estudo das teses e dissertações defendidas no Brasil na Primeira Década do século XXI.** 2014. 340 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.

RIBEIRO, R. E. S. **Uma proposta de ensino de Probabilidade no Ensino Médio.** 2012. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

RINCÓN, L. **Curso intermedio de PROBABILIDAD.** 1. ed. Ciudad de México: Universidad Autónoma de México, 2007.

RITTER, D.; BULEGON, A. N. A. M. Uma revisão de literatura sobre estudos relativos à probabilidade geométrica. **Vidya**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 581–597, 2016.

RODRIGUES, M. R. **A urna de bernoulli como modelo fundamental no ensino de Probabilidade.** 2007. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “Estado Da Arte” em Educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37–50, 2006.

SÁ, J. P. M. **Probabilities and Games of Chance.** Berlin: Springer, 2008. *E-book*. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-540-74417-7.pdf>. Acesso em: 20 maio 2022.

SALEM, S. **Perfil, evolução e perspectivas da pesquisa em Ensino de Física no Brasil.** 2012. 385 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SAMÁ, S.; SILVA, R. C. S. Probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da BNCC. **Zetetiké**, Campinas, v. 28, 2020.

SANTANA, M. R. M. **Produções e usos de livros didáticos no ensino de Probabilidade nos anos iniciais.** 2020. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) -

Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

SANTOS, P. A. **A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meio dos “Passeios aleatórios da Mônica”**. 2010. 201 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, J. A. F. L. **A produção de significações sobre Combinatória e Probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora**. 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

SANTOS, F. B. **Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de probabilidade por estudantes cegos e videntes**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.

SANTOS, J. J. A. **Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o ensino de conceitos de probabilidade**. 2011. 142 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

SANTOS, I. P. **Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental**. 2019. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

SANTOS, R. M. **Estado da arte e história da pesquisa em Educação Estatística em programas brasileiros de pós-graduação**. 2015. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

SANTOS, E. R. M. D. **Mergulhando no universo das incertezas: literatura infantil e probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2021. 226 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SANTOS, J. A. F. L. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental**. 2010. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade de São Francisco, Itatiba, 2010.

SANTOS, J. S. **Passeios aleatórios e o conceito de Chance na Educação Infantil: uma análise instrumental**. 2017. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

SANTOS, S. S.; BARBOSA, G. C.; LOPES, C. E. Trajetórias e Perspectivas da Educação Estatística a partir dos trabalhos apresentados no SIPEM. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 584–609, 2020.

SANTOS, I. P.; CARVALHO, J. I. F. Uma revisão sistemática sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica. **Revista Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v. 7, n. 3, p. 34–57, 2018.

SANTOS, R. M.; FIORENTINI, D. Apontamentos e percursos metodológicos nas pesquisas do Estado da Arte em Educação Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 8, n. 24, p. 1–18, 2021.

SANTOS, J. A. F. L.; GRANDO, R. C. O Movimento das Ideias Probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 24, n. 39, p. 561–584, 2011.

SANTOS, M. A. R.; SANTOS, C. A. F.; SERIQUE, N. P.; LIMA, R. R. Estado da arte: aspectos históricos e fundamentos teórico-metodológicos. **Revista Pesquisa Qualitativa**, Rio Claro, v. 8, n. 17, p. 202–220, 2020.

SCHLEPPEGRELL, M. J. The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. **Reading & Writing Quarterly**, Portland, v. 23, n. 2, p. 139–159, 2007. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10573560601158461>.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

SHUARD, H.; ROTHERY, A. **Children Reading Mathematics**. 1. ed. London: Murray, 1984.

SILVA, I. A. **Probabilidade: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito**. 2002. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

SILVA, W. N. **Um resumo sobre a história da probabilidade e alguns problemas curiosos**. 2020. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2020.

SIMON, M. A. Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, Michigan, v. 26, n. 2, p. 114, 1995.

SOARES, M. B. **O Ensino de Probabilidade por meio de Atividades**. 2018. 294 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SOARES, M. B.; MACIEL, F. **Alfabetização**. Brasília: MEC/INEP/COMPED, 2000.

SOBRINHO, F. E. **Alunos do 6º ano do ensino fundamental desenvolvendo raciocínio combinatório e probabilístico**. 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática - Programa de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SOCHA, R. R. **Aprendizagem probabilística de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental**

por meio de atividade de investigação. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019).

SOUSA, R. J. P. L. Produção científica sobre letramento: mapeamento bibliométrico das teses da BDTD (1997-2016). **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 50, n. 176, p. 494–514, 2020.

SOUZA, L. O. **Educação Estatística no ensino fundamental e os recursos tecnológicos.** 2009. 192 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

SOUZA, G. O. **Explorações de estudantes do 9º ano sobre o conceito de probabilidade com o Software Tinkerplots 2.0.** 2015. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SOUZA, A. M. S. **Proposta de ensino para conceituação de acaso como introdução ao ensino de probabilidade.** 2012. 78 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.

TEIXEIRA, P. M. M. **Pesquisa em Ensino de Biologia no Brasil [1972-2004]: um estudo baseado em dissertações e teses.** 2008. 413 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

TINTI, D. D. S.; LOPES, C. E. Overview of brazilian research on Statistics Education involving Teachers: methodological paths and training contexts. **Statistics Education Research Journal**, Haia, v. 20, n. 2, p. 1–17, 2021. Disponível em: <https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/414>.

TORRES, E. G.; JESÚS, J.; HARO, O.; BATANERO, C. El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. **Unión**, Andújar, v. 9, n. 35, p. 75–91, 2013.

VEGA-AMAYA, O. Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. **Apuntes de Historia de las Matemáticas**, Barcelona, v. 1, n. 1, p. 54–62, 2002.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. *In*: BRUN, J. (org.). **Didática das Matemáticas**. Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Lyon, v. 10, n. 23, p. 133–170, 1990.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Porto, v. 1, n. 5, p. 75–90, 1986.

VERGNAUD, G. The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics. *In*: HAREL, G.; CONFREY, J. (org.). **Multiplicative Conceptual Field: What and Why?** Albany, New York: State University of New York Press, 1994. p. 41–59.

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Campinas, v. 8, n. 16, p. 143–153, 2008.

VIALI, L.; BITTENCOURT, H. R. As distribuições de probabilidade T, F e Qui-Quadrado: teoria e prática com o uso da planilha eletrônica. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais do ENEM**. Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 1–17. Disponível em: <http://www.sbemrevista.com.br/files/enemVI.zip>. Acesso em: 1 jun. 2022.

VIALI, L.; ODY, M. C. A produção brasileira em Educação Estatística avaliada pela análise das teses. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 68–94, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/39525>.

VIANA, F. C. A. **Estudo e aplicações de probabilidade geométrica e paradoxos**. 2013. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos**. 2012. 239 f. Tese (Doutorado em Educação em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

VOSGERAU, D. S. R.; ROMANOWSKI, J. P. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165, 2014.

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school: growth na goals**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

ZINDEL, M. L. Tomada de decisão e risco: a contribuição dos Matemáticos e Estatísticos. **Estatística e Sociedade**, Ciudad de México, n. 5, p. 05–30, 2018.

ANEXO A – Lista dos resumos e referências das 99 teses e dissertações sobre a Educação Probabilística na Escola Básica, organizadas por ordem alfabética

ABE, T. S. O ensino de probabilidades por meio das visões clássica e frequentista. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011.

Esta pesquisa teve como objetivo principal investigar a aprendizagem de probabilidade por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental a partir de situações que envolvessem duas visões diferentes de probabilidade, a clássica e frequentista. Além disso, pretendeu-se evidenciar as vantagens de se trabalhar com a dualidade dessas duas abordagens na introdução desse conceito. Para tanto, utilizamos como referencial teórico alguns preceitos da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Brousseau, que foi de fundamental importância para o encaminhamento desta pesquisa auxiliando na elaboração da sequência didática, na forma como procedemos a apresentação das situações aos alunos. Tentamos levá-los a vivenciar dialéticas adidáticas de ação, formulação e validação, visando à aprendizagem da Probabilidade por meio das abordagens clássica e frequentista. Como metodologia de pesquisa nos inspiramos na Engenharia Didática, conforme sugerida por Artigue, que nos auxiliou na elaboração, organização e aplicação de nossa sequência didática, além de tornar possível realizar as análises e validações propostas nos objetivos, uma vez que essa visa pesquisas que estudam os processos de aprendizagem de um dado objeto matemático, favorecendo uma ligação entre a pesquisa e a ação pedagógica. Nossos sujeitos de pesquisa foram seis alunos voluntários do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Campo Grande/MS, que participaram das sessões, que ocorreram durante o horário normal de aulas sob autorização do professor e da direção da escola. Observamos que a realização dos experimentos aleatórios em conjunto com o recurso informático do simulador da roleta, favoreceu a aquisição e compreensão do cálculo de probabilidades por meio das visões clássica e frequentista pelos alunos, bem como a articulação entre ambas. O simulador da roleta propiciou uma observação concreta do que acontece quando realizamos um experimento aleatório uma quantidade pequena e um número significativamente grande de vezes, que se tornaria mais difícil sem este recurso, pois a realização de um mesmo experimento por muitas vezes poderia se tornar penoso e tomaria muito tempo.

ALMEIDA, C. M. C. Um modelo didático de referência para o ensino de probabilidade. 2018. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2018.

O objeto Probabilidade vem sendo discutido no Ensino Médio sob uma perspectiva que visa aprimorar o conhecimento sobre os fenômenos aleatórios presentes no cotidiano. A todo o momento, estamos sujeitos a tomadas de decisões baseadas em incertezas que nos levam a escolhas, por vezes, equivocadas. Neste trabalho discutimos um modelo didático idealizado por professores e para professores a respeito da abordagem do ensino de Probabilidade, levando-se em consideração a dualidade do seu conceito. Objetivamos assim, construir um modelo didático de referência que aborde o ensino de Probabilidade, integrando as interpretações: clássica e frequentista. Para tanto, elegemos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como lente teórica. Desenvolvemos este trabalho no formato multipaper, segundo três artigos que correspondem aos nossos objetivos específicos. O primeiro apresenta um estudo histórico-epistemológico sobre o conceito de Probabilidade, o segundo artigo trata-se de uma análise

institucional sobre os documentos oficiais que norteiam este saber e o terceiro e último artigo descreve uma Engenharia de Formação com um modelo epistemológico didático de referência (MDR). Esta engenharia, que apreende elementos da Engenharia Didática Clássica, em que os participantes experimentam uma sequência didática para ser utilizada em turmas do terceiro ano do Ensino Médio, permitiu evidenciar a necessidade de novos modelos didáticos para o ensino de probabilidade que permitam aos professores de matemática, minimizar possíveis obstáculos existentes no estudo deste conceito.

ALMEIDA, I. S. Esquemas utilizados por crianças da educação infantil em situações envolvendo o campo conceitual de chance. 2017. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

O objetivo geral desta pesquisa foi analisar os esquemas utilizados por crianças da educação infantil em situações que envolvem o campo conceitual de chance no contexto da maquete tátil. A maquete tátil é composta de peças e da Sequência de Ensino Passeios Aleatórios do Jefferson 3 amigos (SE PAJ3). A SE PAJ3 seguiu as recomendações do modelo de letramento probabilístico de Gal e a proposta de campo conceitual de chance de Watson, especificamente os elementos: linguagem, contexto, questionamentos, justiça/equidade, parte-todo. Levou-se em consideração também os aspectos teóricos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposta por Vergnaud, a saber: esquemas, situações, invariantes operatórios (teoremas em ação e conceitos em ação), representações simbólicas. Essa SE ficou composta de cinco situações, organizadas em três etapas para abordar o campo conceitual de chance. Os participantes da pesquisa foram 14 crianças de cinco anos de idade, distribuídos em sete duplas, regularmente matriculados na educação infantil em uma escola privada da cidade de Itabuna – BA. A aplicação ocorreu em um único encontro de três horas/aulas, sendo os dados coletados por meio de filmagens, audiografações, fotografias e registros gráficos. A análise feita à luz da TCC considerou os elementos do campo conceitual de chance. Nos resultados da quarta situação, foi possível perceber, nas ações das crianças, a presença de esquemas perceptivos-gestuais (pictogramas construídos), bem como verbais, comparando a quantidade de caminhos para Jefferson chegar à casa de cada um dos amigos e afirmando que nem todos tinham a mesma chance. Nesse contexto, elas lançaram mão então do teorema em ação utilizando a linguagem de natureza quantitativa, evidenciando que as chances não eram iguais, porque Babi tinha dois caminhos e Pelé e Duda só um. Os conceitos em ação mobilizados teriam sido: contagem, comparação, parte-todo, correspondência unívoca (quantidade de brinquedos com caminhos e este com mais ou menos chance), eventos não equiprováveis. O esquema desenvolvido na quarta situação permitiu que a solução à quinta situação fosse imediata e que as crianças refletissem sobre as chances de cada um dos amigos, ficando entendido que Babi tinha mais chance de ser visitada por Jefferson do que Pelé ou Duda, sendo que esses dois últimos tinham a mesma chance. Numa análise global, percebeu-se que as crianças, no decorrer da aplicação, usaram esquemas cada vez mais apropriados às situações, mobilizando diferentes invariantes operatórios, inferindo-se assim que a apropriação dos elementos do campo conceitual de chance foi ocorrendo num crescente. Por conseguinte, pode-se pensar que a vivência nas diversas situações e nos contextos, tenha auxiliado as crianças a desenvolverem uma noção intuitiva do conceito de chance, indicando a viabilidade da inserção desse conceito ainda na educação infantil. Almeja-se que este estudo possa colaborar com futuras pesquisas que abordem a mesma temática, fomentando assim as discussões sobre o ensino do campo conceitual de chance para crianças da educação infantil.

AMÂNCIO, J. R. Planejando e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID. 2012. 227 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio Janeiro, 2012.

Neste trabalho buscamos elaborar uma sequência didática em que fossem propostas situações que favorecessem a construção dos conceitos probabilísticos, em um nível introdutório, e que evitassem os equívocos conceituais sobre probabilidade descritos na literatura. Para isso, utilizamos como metodologia de pesquisa a Engenharia didática (ARTIGUE, 1992). O estudo foi realizado em duas vertentes, a primeira refere-se à análise da sequência didática que propõe inserir os conceitos da probabilidade identificados em um estudo teórico e os que julgamos adequados para serem trabalhados no Ensino Médio. Utilizamos a primeira vertente como pano de fundo para segunda que foi a identificação de conhecimentos adquiridos ou explorados pelos licenciandos que aplicaram a sequência didática no âmbito do PIBID. Para isso, utilizamos os estudos de Shulman (1986, 1987) referentes ao conhecimento de conteúdo, conhecimento pedagógico de conteúdo e conhecimento curricular.

ANJOS, R. C. Um estudo sobre a abordagem dos conteúdos estocásticos na Educação Básica no Brasil sob a ótica da teoria antropológica do didático. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro Programa, Uberaba, 2017.

Vivemos em um mundo estocastizado do ponto de vista da incerteza, ou sorte, ou probabilidade. O termo “Estocástica” no Brasil tem sido utilizado com frequência por diversos pesquisadores do ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória referindo-se à interconexão entre os conceitos combinatório, probabilístico e estatístico. Existe uma real carência de pesquisas sobre o tema —Estocástica por várias razões; uma delas seria a formação de um ciclo em que a disciplina Estatística encontra-se cada vez menos valorizada. A questão orientadora da investigação foi a seguinte: “Quais as relações que podemos estabelecer entre os documentos públicos norteadores da educação brasileira do Ensino Fundamental, voltados para os alunos e professores, considerando o Ensino de Estocástica na Educação Básica?”. Assim, o objetivo desse trabalho foi determinar as relações estabelecidas entre os documentos de orientações curriculares no Brasil em nível nacional, estadual e municipal, voltados para os alunos e professores, pensando o Ensino de Estocástica na Educação Básica, especificamente no Ensino Fundamental. A base teórica fundamentou-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e sua perspectiva Ecológica. Por hipótese, formulamos o ecossistema do Ensino de Estocástica na Educação Básica e, nesta análise, consideramos o documento GAISE – Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (FRANKLIN et al., 2005) para o Ensino de Estatística. Para o alcance da proposta, ponderamos aspectos inerentes a determinado saber estocástico, dentre eles, aspectos sociais, ambientais, políticos e econômicos. Dessa forma, consideramos a análise da tríade objeto- pessoa-instituição de acordo com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), tendo como base a antecipação da variabilidade para a compreensão e uma boa formulação da questão estatística. Os resultados apontaram que os documentos curriculares, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Instituição – I) apostam mais na questão das habilidades, ou seja, a aplicação prática de uma determinada competência para resolver uma determinada situação, sendo que alguns são mais conteudistas, como o Conteúdo Básico Curricular do Estado de Minas Gerais (CBC) e as Diretrizes Curriculares Municipais de Uberaba. Além disso, entendemos que os documentos apresentam elementos importantes para um ensino de

Estocástica por meio da contextualização e da Resolução de Problemas. Em contrapartida, não potencializam o ensino de Estocástica de forma adequada, pois não abordam situações reais vivenciadas pelos alunos, ou seja, não avaliam suas origens, suas experiências e que o ensino e a aprendizagem não fazem sentido para esses estudantes. Há um norteamo isolado quanto ao ensino de Estatística, Probabilidade e Análise Combinatória, não havendo a percepção de que estes conteúdos, na solução de problemas do cotidiano, devem ser considerados e utilizados de acordo com as necessidades das soluções, convergindo então para o ensino da Estocástica. Sendo assim, tomando-se por base essas lacunas, acreditamos em uma expectativa da inclusão da Educação Estocástica nos currículos de formação de professores de Matemática e na elaboração de documentos curriculares voltados para a Educação Básica, de modo que realmente oriente o docente que ensina Estocástica, tanto metodologicamente quanto na prática, em conjunto com professores, pesquisadores, órgãos Estaduais, Municipais e Federais, baseados em pesquisas educacionais.

ASSIS, J. D. L. Ensino de Probabilidade: análise de uma proposta para os anos finais do ensino fundamental. 2018. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

A presente pesquisa insere-se em uma perspectiva qualitativa, de natureza bibliográfica, tendo como recorte o ensino de Probabilidade nos quatro anos finais do Ensino Fundamental. Foi desenvolvido em uma visão analítica e crítica, tendo como objetivo geral analisar uma proposta de ensino de elementos da Teoria das Probabilidades, considerando os diferentes modelos teóricos a ela vinculados, em trabalhos de pesquisadores que tratam do tema, bem como as recomendações presentes em documentos oficiais, relativas ao conteúdo destacado como os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular. Com base na análise dos quatro livros da coleção, ressaltamos, como aspectos negativos da proposta sob análise a pouca proposição de atividades experimentais: ausência de explicações de elementos básicos da teoria; pouca variedade de contextos exploratórios do conteúdo, com prevalência do uso de dados, moedas, baralho e urnas com bolas; e predominância do significado Clássico de Probabilidade, na maioria das atividades propostas. Destacamos como sendo um aspecto positivo o fato de a coleção de livros didáticos de Matemática por nós analisada abordar o conteúdo de Probabilidade em todos os volumes direcionados aos quatro anos finais do Ensino Fundamental (6^º aos 9 Anos). Com base nos resultados de nossa análise elaboramos recomendações gerais que entendemos auxiliarem o ensino de elementos da Teoria das Probabilidades nos quatro anos finais do Ensino Fundamental, independentemente da coleção de Matemática que seja adotada na escola.

BARBOSA, N. D. O trilhar da construção de um jogo pedagógico nos anos iniciais do ensino fundamental. 2019. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) - Programa de Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2019.

O presente trabalho teve como objetivo principal mostrar o processo de construção e criação de um jogo pedagógico para o desenvolvimento de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Concebemos ainda que construir e criar é o mesmo que trilhar o caminho da concepção do jogo pedagógico que denominamos como “Brincando com a Probabilidade”. Escolhemos o jogo porque consideramos que, além de ser atrativo, também é um exercício de aprendizagem ativa capaz de possibilitar simulações de tarefas que provocam

e exigem soluções imediatas. Entendemos também que a resolução de problemas em contexto de jogos pode ser utilizada para o ensino de probabilidade, entretanto, é escassa a disponibilidade desse recurso como material pedagógico para o trabalho com o ensino e a aprendizagem destes conceitos. Tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, no que diz respeito aos conteúdos e habilidades a serem trabalhados na unidade temática “Estatística e Probabilidade” para os anos iniciais do Ensino Fundamental, elaboramos dois tipos de cartas para o jogo: Perguntas (?) e Saiba Mais (!). As cartas “perguntas (?)” são tarefas baseadas em situações problemas cujo objetivo é favorecer a apreensão dos conteúdos e o desenvolvimento do conhecimento probabilístico. Para a elaboração dessas cartas, junto à BNCC conectamos o Programa de Ensino sobre probabilidade e risco desenvolvido por Nunes et al. (2012) na Inglaterra com as pesquisas já realizadas por especialistas da área. Ainda, para fundamentar essas tarefas, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático – TAD de Yves Chevallard, que é composta por dois blocos, o prático (constituído por tarefas, subtarefas e técnicas) e o teórico (constituído pela tecnologia e pela teoria). Já as cartas “saiba mais (!)”, trazem informações relevantes para a formação da criança cujo objetivo é propiciar um trabalho interdisciplinar, mostrando que a probabilidade está associada à diversas áreas do conhecimento. Essas cartas procuraram contemplar alguns aspectos da BNCC, como leitura de mundo natural e social, pensamento crítico, sociabilidade e solidariedade. O desafio da pesquisa foi mostrar a possibilidade de desenvolver um trabalho pedagógico para os anos iniciais do Ensino Fundamental, baseado em jogos e resolução de problemas que envolva conteúdos probabilísticos, criando um recurso fundamentado que favoreça o repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelos alunos, espontaneamente, e o trabalho desencadeado em sala de aula. Partindo deste princípio, todas as tarefas propostas neste jogo foram contextualizadas e pautadas em situações reais que fazem parte do cotidiano da criança. A construção das cartas “perguntas (?)”, em particular, seguiu uma sequência de apresentação baseada num modelo cumulativo e processual, procurando oferecer ao professor diversas possibilidades de trabalho em sala de aula. Além do jogo pedagógico, ao final deste trabalho trazemos uma proposta curricular a partir da BNCC conjugada com o programa de ensino de Nunes et al. (2012) e especialistas em Educação Estatística.

CABERLIM, C. C. L. Letramento Probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos. 2015. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

O tema no qual esta pesquisa se desenvolveu é o desenvolvimento do processo de aprendizagem da probabilidade. Para tal, buscamos primeiramente os conteúdos de documentos oficiais e pesquisas que abordaram o ensino ou a aprendizagem da probabilidade, e percebemos o seu crescimento dentro do campo da Educação Matemática, confirmando nossas hipóteses sobre a relevância de se desenvolver uma pesquisa nesse tema. Neste contexto, formulamos nosso objetivo que é diagnosticar invariantes operatórios mobilizados pelos alunos em situação de resolução de problemas, para que busquemos elementos que permitam uma proposta de modelo de construção de conceito (modelo de evolução de aprendizagem). O trabalho se desenvolveu buscando relacionar os invariantes operatórios identificados com os elementos do letramento probabilístico quando a aprendizagem da probabilidade mobiliza elementos da probabilidade geométrica, articulando o enfoque clássico e o enfoque frequentista da probabilidade. Para alcançarmos tal objetivo, formulamos a seguinte questão de pesquisa: Que elementos do letramento probabilístico identificamos na mobilização de invariantes operatórios por alunos

do 3º ano do Ensino Médio ao resolver problemas que articulam o enfoque clássico e frequentista do conceito de probabilidade? Almejando responder a essa questão, utilizaremos a Teoria dos Campos Conceituais articulando-a com os princípios do letramento probabilístico. Como metodologia de pesquisa escolhemos o estudo de caso. Nossa sequência é composta por três situações didáticas adaptadas de pesquisa anterior desenvolvida em nosso grupo de pesquisa, denominadas “A-Urna de Bernoulli”, “B-Urna de Pixels” e “C-O jogo Franc-Carreau” e estas situações foram aplicadas a um grupo de alunos voluntários, cursando o terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede privada da cidade de São Paulo. A análise dos protocolos construídos nos permitiu identificar que os alunos mobilizaram invariantes operatórios que permitiam estimar a probabilidade, articulando o enfoque clássico e frequentista, confirmando hipótese de desenvolvimento do letramento probabilístico. Descreveram proporções e por meio de um discurso próprio, transitando pelos domínios concreto e pseudo-concreto. Nenhum aluno atingiu o letramento probabilístico pleno, que supunha a resolução de problemas no domínio abstrato, segundo o esquema proposto para um processo de abstração a ser percorrido durante a aprendizagem.

CANAVEZE, L. O ensino-aprendizagem de probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP. 2013. 213 f. Dissertação (Mestrado Profissional em de Ciências Exatas) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2013.

Este trabalho de natureza qualitativa tem por objetivo descrever e analisar um cenário de ensino-aprendizagem do conceito de Probabilidade em três classes de segunda série do Ensino Médio, em uma escola da rede pública estadual do município de Sorocaba, interior do Estado de São Paulo. O olhar sobre este cenário de investigação foi norteado pela seguinte questão de investigação: “como ocorre o ensino-aprendizagem em um contexto de tarefas envolvendo diferentes concepções probabilísticas?” Para responder este problema de pesquisa elaboramos um trabalho de campo onde a pesquisadora desempenhou também o papel de professora das referidas classes participantes da pesquisa. Com o auxílio da teoria dos registros de representação semiótica, a análise do trabalho de campo revelou que a necessidade de enfatizar com os alunos, por meio da aplicação de tarefas, a necessidade de uma apropriação adequada de termos pertinentes à linguagem probabilística. O termo que gerou conflito em termos de significado foi a palavra sorte. A opção por minimizar o uso de fórmulas fez com que os alunos recorressem ao uso da língua natural e do registro numérico como formas predominantes de expressar a escrita nos protocolos de suas atividades. O uso dos registros figurais tais como diagrama de árvores e tabela de dupla entrada teve um papel coadjuvante no processo de escrita dos alunos, ficando restrito aos enunciados das tarefas que explicitamente exigiam da atividade do aluno o uso de tais formas de expressão; ou pelo incentivo da professora-pesquisadora. A intervenção docente em prol da utilização de diferentes formas de registros semióticas, conforme o pressuposto teórico de Raymond Duval, contribuiu na aprendizagem do conceito de Probabilidade.

CARVALHO, J. I. F. Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemática de Probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental. 2017. 347 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

O presente estudo tem como objetivo investigar como um programa formativo favorece a construção dos conhecimentos didáticos-matemáticos sobre probabilidade com professores de

matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Esta investigação foi desenvolvida no âmbito do projeto de pesquisa “Investigações sobre o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos concernentes à probabilidade e estatística”, pertencente ao Programa Observatório da Educação do Ministério da Educação (OBEDUC - UNIAN). Descreve-se uma experiência formativa para o desenvolvimento do conhecimento didático-matemático sobre probabilidade e noções associadas com professores de matemática em exercício nos anos finais do Ensino Fundamental no Brasil (estudantes de 11 a 14 anos). Para esta investigação foi utilizado como marco teórico, a teoria do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática – (EOS), o modelo do Conhecimento Didático-Matemático do professor de matemática, a teoria da Idoneidade Didática e a Engenharia Didática baseado no EOS. Metodologicamente, são discutidas as fases dessa engenharia didática (estudo preliminar, desenho, implementação e avaliação) que se constituiu como o fio condutor para o desenvolvimento desta experiência. Da mesma forma se aplicaram as categorias do modelo do conhecimento didático-matemático do professor de matemática (conhecimento comum, avançado e especializado do conteúdo). O processo formativo foi vivenciado com 40 professores durante sete encontros, envolvendo uma adaptação das sequências de atividades propostas no programa de ensino de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade e Risco e atividades da literatura que complementem as reflexões sobre Probabilidade e seu ensino. Identificou-se que os conhecimentos iniciais que demonstraram ter o grupo de professores participantes, sobre probabilidade e seu ensino, são insuficientes para um processo de ensino e aprendizagem idôneo com os alunos do Ensino Fundamental. Constatou-se também, que os professores desenvolveram e ampliaram conhecimentos concernentes à probabilidade e ao seu ensino. Nessa ampliação, constatou-se ainda, um processo de ressignificação dos professores sobre o significado da probabilidade e das noções que sustentam este conceito como as noções de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades. Foi destacada a noção de risco por meio do estudo da associação entre variáveis em tabelas de dupla entrada como um conhecimento emergente para o ensino nos anos finais do Ensino Fundamental. Avaliou-se que o programa de formação favorece a construção dos conhecimentos didáticos-matemáticos uma vez que a idoneidade didática geral foi considerada alta. Observou-se que o modelo formativo experimentado, é um aporte que permite apoiar e formar adequadamente os professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental no tema específico da probabilidade e sua didática.

CARVALHO, R. P. F. A formação de conceitos probabilísticos em crianças da 4 série do ensino fundamental. 2005. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

Este trabalho objetivou analisar a constituição do conceito científico de probabilidade em alunos da 4ª série do Ensino Fundamental a partir dos conceitos cotidianos por eles desenvolvidos. Utilizamos a perspectiva vygotskiana e o método de análise microgenético, que busca investigar um fenômeno em sua gênese e em seu processo de desenvolvimento. Os participantes foram 23 alunos dessa série. Os dados foram obtidos em três etapas. Na 1ª etapa, aplicamos o teste A com o objetivo de identificar os conceitos cotidianos dos alunos. Esses conceitos detectados serviram de indícios para desencadear o processo para a construção de novos conceitos. Na 2ª etapa, desenvolvemos uma intervenção em sala de aula onde procuramos construir o conceito científico de probabilidade relacionado a outros conceitos e buscamos alcançar níveis mais elevados de abrangência e complexidade em relação aos conceitos cotidianos. Selecionamos como atributos de referência os conceitos de: eventos certos, eventos impossíveis, comparação de probabilidade, eventos independentes, eventos equiprováveis e

quantificação de probabilidade. Na 3ª etapa, aplicamos o teste B para detectar se os alunos conseguiam identificar e exemplificar situações de incertezas e as diferenças fundamentais em relação aos conceitos cotidianos identificados. Os resultados indicaram que a maioria das crianças apresentou progresso. No pré-teste, todos os alunos foram capazes de prever eventos certos e impossíveis, mesmo que não soubessem explicitá-los. Cerca de um terço dos alunos souberam comparar as possibilidades, mas tinham limitação para justificar as suas respostas. No pós-teste, todos os alunos identificaram eventos certos e impossíveis, com a respectiva justificativa, bem como a comparação de possibilidades. No tocante ao domínio dos conceitos de eventos independentes e iguais, os resultados foram diferenciados. No pré-teste, 100% demonstraram não ter esses conceitos construídos. Já no pós-teste, 52,17% dos alunos foram capazes de identificar e justificar a ocorrência dos eventos independentes, enquanto apenas 34,78% alcançaram o domínio do conceito de eventos equiprováveis. Em relação à quantificação das probabilidades, no pré-teste todos os alunos demonstraram não ter esse conceito, no entanto, no pós-teste 78,29% dos entrevistados revelaram entendê-lo. A pesquisa mostra a necessidade do professor propor situações-problema que envolvam conceitos probabilísticos de forma inter-relacionada, inclusive com outros conteúdos matemáticos.

CASTILHO, C. R. O ensino de Probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística. 2020. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

Esta pesquisa apresenta um estudo com sete alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio, a qual buscou desenvolver atividades com o intuito de levá-los ao exercício da literacia probabilística. A partir da questão de pesquisa: “Que aspectos contribuem para o desenvolvimento da literacia probabilística em alunos do 2º ano do Ensino Médio, usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico mediada por uma sequência didática que leva à tomada de decisões?”, buscou-se estudar conceitos que indicassem o exercício da literacia probabilística no ensino desse tema por meio de uma sequência didática. O quadro teórico que subsidiou esta pesquisa foi a literacia estatística e probabilística. Esse estudo, de cunho qualitativo, foi desenvolvido utilizando os pressupostos da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e como dispositivo metodológico na sala de aula. Com o objetivo geral de investigar se e como ocorre o desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática, a qual leva à tomada de decisão construída gradativamente, por meio da Engenharia Didática como dispositivo metodológico, a pesquisa também buscou validar a hipótese levantada: uma sequência didática apoiada na Engenharia Didática como dispositivo metodológico tratando sobre linguagem, abordagens probabilísticas, discussões sobre espaços equiprováveis ou não, e tomada de decisão pode levar os alunos a desenvolver e exercer aspectos que compõem a literacia probabilística. Após a obtenção e análise dos dados, puderam-se verificar os aspectos que contribuíram para o exercício da literacia probabilística, assim como validar a hipótese levantada. Por se tratar de um mestrado profissional, esta sequência didática aliada à uma segunda compôs o Produto Educacional. Os resultados desta pesquisa apontam para a necessidade de trabalhar a temática da Probabilidade desde os Anos Iniciais, aliada à literacia probabilística com vistas à formação do aluno de uma forma crítica.

CIABOTTI, V. Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do ensino fundamental. 2016. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016.

A presente pesquisa está inserida no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, PIBID, subprojeto Matemática – Linha de Pesquisa: Tratamento da Informação da Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Neste subprojeto, definiu-se como objetivo analisar o processo de elaboração de livro paradidático para subsidiar o ensino de conteúdos probabilísticos dos anos finais do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD de Chevallard (1996, 2001), na organização praxeológica didática e matemática (probabilística). A questão orientadora da investigação foi apresentar o processo de elaboração de um livro paradidático no Ensino de Probabilidade para os anos finais do Ensino Fundamental sob a luz da TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilística) que contemple aspectos relacionados aos conteúdos probabilísticos e que atendam às necessidades de compreensão e assimilação por parte dos alunos que estão terminando um ciclo de estudos. Acredita-se ser necessário investigar e buscar uma compreensão mais ampla e fundamentada sobre o uso de livros paradidáticos, tanto no desenvolvimento da leitura quanto na escrita, e conseqüentemente, nos conteúdos de Probabilidade que se ensina no Ensino Fundamental. De acordo com Menezes e Santos (2002), os paradidáticos são livros e materiais que, sem serem propriamente didáticos, são utilizados para este fim. Partindo desse pressuposto, buscamos organizar os conteúdos com base na Teoria Antropológica do Didático, apresentando a elaboração de livro paradidático, composto por situações problema ou tarefas, constituída de uma seqüência de subtarefas, que podem ser realizadas utilizando diversas técnicas, justificadas pela tecnologia que se utiliza da Teoria da Probabilidade como objeto de estudo. O desenvolvimento desse trabalho está caracterizado pela elaboração de atividades desenvolvidas a partir da produção do livro paradidático com o título “Jogando na Olimpíada Nacional de Probabilidade”, que foram divididos em quatro capítulos e em que cada um deles será apresentado uma das etapas de uma Olimpíada que contemple aspectos relacionados aos conteúdos probabilísticos com o intuito de proporcionar aos alunos a vivência dos processos apontados por Nacarato e Lopes (2005), ou seja, que processos como comunicação de ideias, interações, práticas discursivas, representações matemáticas, argumentações de significados sejam utilizados. As ações utilizadas no livro paradidático foram elaboradas tomando como base alguns jogos que, a nosso ver, são importantes para agregar motivação às atividades e também relacionar os conteúdos probabilísticos a serem abordados. A intenção da construção do paradidático não é substituir o livro didático e sim, complementá-lo, e inserir este material com elementos essenciais na formação dos alunos da Educação Básica em relação aos conteúdos probabilísticos. É necessário ressaltar a importância de o aluno ter contato com a leitura e interpretação de textos em sua educação inicial, podendo ser auxiliada com o livro paradidático, assim ele trabalhará os conceitos probabilísticos de uma forma mais prazerosa.

CORRÊA, M. W. O conhecimento profissional e a abordagem do Ensino da Probabilidade: um estudo de caso. 2010. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

A presente pesquisa refere-se a um estudo de caso que parte do discurso do docente sobre a sua prática e não da observação desta e tem por objetivo reconhecer como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem da probabilidade em suas aulas. Para isso compusemos nosso quadro teórico a partir de uma revisão bibliográfica, onde constam as dissertações, teses, livros e artigos que mais se relacionavam à nossa investigação. Utilizamos como instrumento diagnóstico entrevista semiestruturada que possibilitou

aprofundar nossos questionamentos em um processo envolvendo a dialogicidade. Para escolha dos seis professores sujeitos da nossa pesquisa, utilizamos os fatos deles terem cursado licenciatura plena em Matemática, serem formados pela mesma Instituição de ensino no período de 1998 a 2002 e terem obtido formação, tanto na disciplina Probabilidade quanto na disciplina Estatística, com os mesmos professores. Tais critérios serviram para a construção de um conjunto de dados, a fim de que as variáveis de controle fossem bem identificadas. Em nossos resultados pudemos observar que o ensino da probabilidade caracterizado por uma visão determinista da Matemática (enfoque formal) torna-se um entrave uma vez que se desenvolve em diferentes perspectivas dialeticamente ligadas. Limitá-lo a uma única abordagem não contribui para aquisição de uma forma de pensar diferente da lógica dicotômica do sim/não, na qual preside incerteza, campo intermediário onde atua a probabilidade.

COUTINHO, C. Q. S. Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista: estudo epistemológico e didático. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

Este trabalho sobre o ensino de probabilidades é de natureza didática, no sentido utilizado na França atualmente, seguindo os trabalhos de Guy Brousseau: um estudo teórico e aplicado das relações entre o ensino e a aprendizagem em matemática. Nosso objetivo é estudar as concepções espontâneas ou pré-construídas dos alunos à propósito do acaso e de probabilidades, analisando as seqüências experimentais de introdução a estes conceitos, a partir da observação da estabilização da freqüência relativa de um evento após um grande número de repetições da experiência aleatória. O objetivo final da escolha freqüentista é, sem dúvida, estender a noção de probabilidade às situações não somente de "casos igualmente prováveis" segundo o enunciado de Laplace em seu segundo princípio, na obra "Ensaio Filosófico de Probabilidades", mas também modelizar as situações complexas tais como as questões de confiabilidade, difusão (epidemias), na pesquisa petrolífera ou no controle estocástico. Como objetivo didático, trata-se de ligar de forma profunda o ensino às condições de aprendizagem nas quais o aluno de hoje está inserido. Os dados obtidos através de um questionário elaborado com o objetivo de detectar as concepções pré-construídas dos alunos, da aplicação e análise de uma seqüência de ensino elaborada a partir dos resultados deste questionário foram analisados à luz de resultados anteriormente obtidos por outros pesquisadores, tais como S. Maury e J. Bordier, entre outros.

COUTINHO, C. Q. S. Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista: estudo epistemológico e didático. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

Esta pesquisa teve por objetivo avaliar o conceito de probabilidade por meio da diversidade de registros de representação semiótica dispostos no enunciado das tarefas (situações de aprendizagem) contidas no segundo volume do Caderno do Professor para a segunda série do ensino médio e, suas possíveis contribuições para o desenvolvimento do letramento probabilístico. O estudo fundamentou-se na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval e no Letramento Probabilístico de Iddo Gal. Buscou-se responder as seguintes questões de investigação: Quais e como são articulados os registros de representação semiótica nas situações de aprendizagem propostas no Caderno do professor? Tais registros contribuem para o desenvolvimento do letramento probabilístico? Para o cumprimento dos

propósitos do nosso trabalho, recorremos à pesquisa bibliográfica e documental e com base em nossos aportes teóricos, analisamos o conteúdo de quatro situações de aprendizagem. Entre os diversos registros de representação semiótica, o diagrama de árvore foi pouco explorado nas tarefas propostas. A mobilização e coordenação de registros dessa natureza tem a função de contribuir na construção de conceitos, porém, no caso dos problemas de análise combinatória, os mesmos não apresentaram contribuições ao desenvolvimento do letramento probabilístico, devido a ausência de conexões internas entre as noções básicas de combinatória com o cálculo das probabilidades.

DIAS, C. F. B. Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais do ensino fundamental. 2016. 170 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologia) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2016.

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver um Ambiente Virtual de Aprendizagem para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental à luz dos documentos curriculares oficiais e das práticas docentes. Com a intenção de alcançar tal objetivo, desenvolveu-se uma pesquisa aplicada, com enfoque qualitativo de cunho interpretativo com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa/PR. O ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais é entendido, nesta pesquisa, a partir das concepções de Lopes (1998, 2003, 2008, 2010); Guimarães (2014); Grando, Nacarato e Lopes (2014); Lopes e Oliveira (2013); Silva (2011); Borba, Monteiro, Guimarães, Coutinho e Kataoka (2011). As reflexões sobre o processo de ensino da temática, por meio do uso da tecnologia, estão pautadas em Ben-Zvi (2011); Batanero (2001); Estevan (2010); Estevan e Kalinke (2013); Ponte e Fonseca (2001); Lira e Monteiro (2011); entre outros. A formação do professor e seus saberes é compreendida a partir da perspectiva de Nóvoa (2009); Shulman (1986, 2005) e Mishra e Koehler (2006, 2008). Para concretização do presente estudo, inicialmente, realizou-se uma análise dos documentos curriculares vigentes, PCN (BRASIL, 1997) e Diretrizes Curriculares Municipais (PONTA GROSSA, 2015); posteriormente aplicou-se um questionário com o intuito de averiguar as práticas docentes para o ensino de Probabilidade e Estatística, buscando-se uma possível relação dessas práticas com os documentos curriculares. Após essa etapa de análise, iniciou-se o desenvolvimento do AVA, tendo como base as propostas curriculares, o referencial teórico estudado e as práticas docentes, reveladas no questionário. Em uma etapa posterior, os professores foram convidados a interagir e participar do desenvolvimento, por meio de um encontro em que os mesmos foram apresentados à proposta e instigados a intervir na mesma, opinando e revelando seus anseios para a ferramenta. Após esse encontro de coparticipação no desenvolvimento, o AVA foi finalizado, levando-se em conta as propostas apresentadas pelos docentes. Com os resultados, é possível verificar que os professores declaram trabalhar boa parte dos conteúdos propostos nos documentos curriculares, entretanto, os documentos apresentam lacunas que precisam ser preenchidas. Quanto à interação no processo de construção do AVA, a pesquisa demonstrou que há muitas dificuldades de aceitação quando se busca por outras formas para o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas para o ensino e também de novas propostas formativas. Com base nos dados, observou-se que há necessidade de propostas mais efetivas de formação de professores dos anos iniciais para o trabalho com a Probabilidade e Estatística, propostas que considerem as questões específicas de conteúdo. Apesar disso, é possível inferir que a participação dos professores no processo de desenvolvimento de recursos tecnológicos é fundamental para esses recursos sejam, realmente, desenvolvidos com atenção aos anseios dos professores e à realidade da sala de aula.

DIAS, R. A. Proposta de atividades potencialmente interdisciplinares envolvendo noções de análise Combinatória e Probabilidade. 2015. 105 f. Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2015.

Este é um estudo qualitativo sobre a abordagem interdisciplinar dos conceitos básicos de análise combinatória e probabilidade na educação básica, desenvolvido a partir de dois questionamentos básicos: Quais as características que devem apresentar atividades consideradas como potencialmente interdisciplinares? É possível desenvolver atividades potencialmente interdisciplinares que envolvam conceitos de matemática da área da análise combinatória e probabilidade? Nos utilizamos do conceito de interdisciplinaridade como sendo uma das formas que articula o processo de ensino e de aprendizagem, como modo de pensar, agir, organizar currículo e fundamentar opções metodológicas do ensinar, podendo assim, servir como elemento orientador na formação de professores. Verificamos fortes indicações na literatura da área de que o ensino de noções de probabilidade e análise combinatória já no Ensino Fundamental seria essencial para fazer com que o aluno ingresse no Ensino Médio tendo boa noção sobre tratamento de dados, previsões e combinações, e que as atividades interdisciplinares seriam os melhores caminhos para dar significância a um assunto muitas vezes tratado de forma abstrata, e diminuir o comum distanciamento entre o conteúdo trabalhado na sala de aula e cotidiano do estudante. O Produto Educacional, fruto deste estudo é composto de seis atividades que envolvem possibilidades de trabalho em diversas áreas, conteúdos relevantes à formação do indivíduo, com significativas aplicações em situações do cotidiano, na busca de responder a necessidade de superação da visão fragmentada das áreas de conhecimento, de forma a recuperar a integração dos saberes. Para ampliar a potencialidade interdisciplinar das atividades implementamos uma oficina envolvendo treze professores que atuam em diferentes áreas. Compreendemos que a utilização deste Produto Educacional pode resultar em um ensino/aprendizagem distanciado do formato abstrato e mecânico, permitindo espaços para que os estudantes construam o conhecimento, pesquisem e dialoguem a respeito dos conceitos envolvidos. Estas atividades também subsidiam espaços para interessantes debates, com participação efetiva dos alunos e professores envolvidos.

ESTEVAM, E. J. G. (Res)Significando a Educação Estatística no ensino fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação. 2011. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2011.

Este trabalho, desenvolvido no contexto da linha de pesquisa Práticas e Processos Formativos em Educação, do Programa de Pós-Graduação em Educação, teve por objetivo avaliar as contribuições de uma investigação exploratória de dados e das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos no Ensino Fundamental, particularmente no que concerne à atribuição de significado a informações apresentadas por meio de gráficos e tabelas. Assim, situa-se no bojo da Educação Estatística, área que tem sido objeto de estudo de inúmeras pesquisas nos últimos anos, na medida em que, diante do grande volume de informações presentes na sociedade contemporânea, emerge no contexto educacional (mas não apenas nele) a necessidade de se estruturar e discutir alternativas que viabilizem o tratamento adequado desses dados. A sequência didática baseada na investigação exploratória de dados visou a envolver os alunos num processo real de investigação estatística, abrangendo as três dimensões das intenções

educativas: conceitual, por envolver conceitos estatísticos e matemáticos; procedimental, por pautar-se nos procedimentos relacionadas com a investigação; e atitudinal, por vislumbrar o desenvolvimento da capacidade crítica diante de dados e informações estatísticas presentes no dia-a-dia. Foram utilizados os softwares Microsoft Excel, para a organização dos dados e SuperLogo 3.0 para a construção dos gráficos. A pesquisa foi desenvolvida à luz da Engenharia Didática e dos pressupostos teóricos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e das orientações do Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: a Pré- K-12 Curriculum Framework. A investigação envolveu 27 alunos de uma oitava série (nono ano) do Ensino Fundamental de uma escola estadual do interior do estado de São Paulo. Os resultados apontam a importância da problematização e do contexto para a compreensão dos conceitos e habilidades que permeiam todas as etapas de uma investigação estatística. O Microsoft Excel, apesar de não ser um software educacional, mostrou-se um facilitador para organização dos dados, em virtude de sua estrutura de planilha eletrônica. Já o SuperLogo 3.0 possibilitou que os alunos ressignificassem o processo de construção gráfica, à medida que favoreceu a mobilização de diversos conceitos e ideias matemáticos e estatísticos nas construções realizadas na linguagem de programação LOGO. Além disso, a construção de gráfico no SuperLogo 3.0 envolveu o raciocínio proporcional, compreensão de fundamental importância para a leitura e interpretação desse tipo de representação. Finalmente, pelas características da sequência desenvolvida, foi possível abordar o conceito de variabilidade, fator que diferencia substancialmente a Estatística da Matemática, para, a partir da compreensão da variabilidade entre indivíduos e entre grupos, proporcionar a construção fundamentada do princípio da amostragem aleatória.

EUGÊNIO, R. S. Letramento Probabilístico nos anos finais do ensino fundamental: um processo de formação dialógica com professores de matemática. 2019. 233 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

O conceito de Letramento Probabilístico está relacionado à capacidade de leitura, interpretação e estabelecimento de sentido pelo trabalho com conceitos de aleatoriedade, acaso, espaço amostral e diferentes significados da probabilidade, que possibilitem a tomada de decisões dos cidadãos. A formação continuada de professores que ensinam Estatística adquire relevância, porque pode possibilitar a compreensão de conceitos e melhor efetivação do ensino de Probabilidade. Esta tese relaciona-se a uma pesquisa que analisou como ensinar Probabilidade sob a perspectiva do letramento probabilístico, no âmbito de encontros de formação continuada de professores dos anos finais do Ensino Fundamental. O objetivo geral é analisar, no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, competências para o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico. Tem-se como objetivos específicos: identificar o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade, numa perspectiva do letramento probabilístico; analisar as atividades de Probabilidade propostas pelo sistema de ensino utilizado pelos professores no contexto do grupo de formação na perspectiva do letramento probabilístico; compreender como conceitos de Probabilidade são trabalhados pelos professores participantes do grupo; analisar, à luz da abordagem do Letramento Probabilístico de Gal, atividades sobre Probabilidade com os professores do grupo. Participaram do estudo cinco professores de Matemática que atuam do 6º ao 9º ano, em uma escola particular de um município do Agreste do estado de Pernambuco. Foram realizados 6 encontros com duração de duas horas e meia, nos quais foram trabalhados aspectos conceituais e pedagógicos sobre o ensino de Probabilidade na perspectiva do letramento probalístico. Os resultados apontam que

os professores tinham uma compreensão elementar sobre o conceito de Probabilidade e seu ensino, seguindo uma perspectiva voltada para a aplicação da forma laplaciana de Probabilidade, sem desenvolver em sua prática uma discussão crítica sobre os conceitos nem que fomentasse a ideia de letramento probabilístico. Os encontros proporcionaram reflexões sobre essas práticas e o confronto com a compreensão de letramento probabilístico, o qual demanda posturas ativas e reflexivas dos professores. Os docentes demonstraram as suas compreensões e como deveriam agir em determinadas situações probabilísticas, discutindo e dialogando entre si em contextos diferentes dos usuais utilizados na escola. Ficou perceptível que os sujeitos da pesquisa avançaram em suas compreensões e posturas em relação à Probabilidade e ao Letramento Probabilístico. Eles conseguiram, no decorrer da pesquisa, aprender e discutir conceitos e posturas de como ser e como fazer para ensinar na perspectiva crítica do Letramento Probabilístico. A formação continuada conseguiu fomentar a perspectiva do Letramento Probabilístico com a postura crítica e reflexiva do pesquisador como condutor do processo de formação, trazendo um olhar diferenciado para a formação continuada de Professores que ensinam Probabilidade.

FERNANDES, R. J. G. Estatística e Probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental. 2014. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa, 2014.

O presente trabalho teve como objetivo analisar quais os impactos que uma Sequência de Estudo - SE, pautada no ensino e aprendizagem da Estatística e Probabilidade, poderá causar para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Com a intenção de alcançar tal objetivo, desenvolveu-se uma pesquisa aplicada, com enfoque qualitativo de cunho interpretativo numa turma de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Educação da cidade de Curitiba. A fundamentação teórica pauta-se em autores que abordam o ensino de Estatística e Probabilidade, bem como as competências de letramento, pensamento e raciocínio estatístico, como: Cazorla (2002, 2006, 2008), Lopes (2003, 2008, 2010a, 2010b), Silva (2007), Cazorla, Kataoka e Silva (2010), Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), dentre outros. Inicialmente realizou-se uma análise prévia com relação aos conteúdos básicos de Estatística e Probabilidade que os alunos possuíam, por meio de um instrumento diagnóstico (pré-teste). Na sequência trabalhou-se uma sequência de ensino voltada aos conteúdos básicos de Estatística e Probabilidade, utilizando dados coletados na turma, ou seja, contextualizados. Assim, constatou-se, durante o trabalho com a SE, grande interesse, disposição e entusiasmo dos alunos para realização das atividades, além do envolvimento mais acentuado com relação aos conteúdos em questão. Os resultados das análises referentes ao desempenho e aproveitamento dos alunos após o trabalho (pós-teste) com a SE evidenciaram que a proposta favoreceu para que houvesse avanços relevantes quanto à apropriação dos conteúdos básicos de Estatística e Probabilidade dos alunos, em relação à representação tabular e gráfica, probabilidade, combinatória e média aritmética. Apesar disso, é importante destacar que, mesmo com os progressos obtidos, os alunos não compreenderam plenamente todos os conhecimentos sistematizados, ficando latente a necessidade do desenvolvimento de outros encaminhamentos pedagógicos de tais conteúdos. Para esta pesquisa foi elaborado um material didático de apoio, para os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentando uma SE envolvendo os conteúdos básicos de Estatística e Probabilidade, a qual está anexada nesta dissertação.

FERNANDES, R. J. G. Estatística e Probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental. 2014. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa, 2014.

Esta pesquisa tem como objetivo investigar a aprendizagem de conceitos probabilísticos de alunos do 3º ano do ensino médio por meio da aplicação do experimento de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha” nos ambientes papel & lápis e computacional, software R; sob a perspectiva do letramento probabilístico de Gal e do construcionismo de Papert. O estudo foi desenvolvida de acordo com a metodologia de Design Experiment de Cobb et al. em duas fases, quais sejam, uma atividade de familiarização ao software R e o experimento de ensino, que foram aplicadas a sete alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola estadual da cidade de Ibiúna do estado de São Paulo. Nos dois casos, foram feitas uma análise preliminar e uma posterior. A análise preliminar foi realizada tanto com base na fundamentação teórica deste estudo como por meio dos resultados obtidos em uma aplicação prévia, a qual objetivou avaliar a necessidade de alterações nas tarefas propostas nas duas fases da pesquisa. Esta primeira aplicação foi realizada com quatro alunos do segundo ano do ensino médio da mesma escola. A análise posterior teve como objetivo avaliar quais eram os indícios das contribuições das duas fases para o desenvolvimento do conceito de probabilidade, evidenciando as evoluções ocorridas durante o processo. Os resultados apontam avanços tanto no que se refere ao conceito de Probabilidade como no nível de autonomia dos alunos na construção do conhecimento. O recurso computacional utilizado proporcionou reflexões diferentes das usualmente desenvolvidas no ambiente Papel & Lápis, uma vez que possibilitou o trabalho com um número maior de simulações, bem como a discussão do conceito de não equiprobabilidade. Apesar das dificuldades pontuais apresentadas durante o experimento, a possibilidade de confronto entre a probabilidade frequentista e a teórica, potencializada pelo experimento, bem como pelo uso do software R, proporcionou aos alunos novas reflexões em torno dos conceitos probabilísticos. Esses resultados parecem indicar que a utilização desse tipo de experimento pode se constituir em um importante recurso pedagógico para os professores trabalharem conceitos probabilísticos na educação básica, e, por conseguinte, possam contribuir para o letramento probabilístico dos alunos.

FILHO, A. D. P. Formação continuada de professores do ensino médio para uma aula investigativa sobre probabilidade. 2018. 229 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018.

O presente estudo teve como objetivo identificar e analisar as contribuições de um curso de formação continuada voltado para o ensino da Probabilidade por meio de aulas investigativas, para a ampliação do conhecimento profissional docente de professores do Ensino Médio. Esta investigação se propôs a responder o seguinte questionamento: “Que contribuições podem trazer, para o conhecimento profissional docente, a participação de professores em uma formação continuada sobre o ensino de Probabilidade baseado em aulas investigativas?” A pesquisa foi desenvolvida no âmbito de um projeto de pesquisa do Programa Observatório da Educação da CAPES /Inep, intitulado “Educação Continuada do Professor de Matemática do Ensino Médio: Núcleo de Investigações sobre a Reconstrução da Prática Pedagógica”, aqui referenciado como Projeto “OBEDUC Práticas”. A metodologia da investigação foi qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1996), do tipo Design-Based Research na concepção de Brown (1992) e Collins (1992) e foi dividida em três fases: uma de pesquisa documental, uma de

planejamento e uma de pesquisa de campo, a qual foi desenvolvida em um curso de formação continuada com 12 participantes. Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizados: o diário de campo do pesquisador, gravações em áudio e vídeo dos encontros e ainda questionários aplicados aos professores participantes da formação continuada. A análise foi interpretativa e adotou as orientações de Powell, Francisco e Maher (2004) quanto aos vídeos, realizados a partir das produções dos professores participantes no curso de formação continuada. Tal formação teve uma dinâmica de encontros presenciais preparados com ênfase na ampliação dos conhecimentos profissionais dos participantes na concepção de Shulman (1986), Ponte (2003) e de Ball et al (2008), em particular sobre o tema probabilidade. A revisão de literatura nos auxiliou no design do processo formativo, bem como nos fundamentou para a análise dos dados coletados na pesquisa. A formação possibilitou a discussão de formas distintas de abordagem da Probabilidade em sala de aula e nela buscamos romper com o pensamento determinístico e linear. O curso auxiliou a ampliação do conhecimento do conteúdo específico de probabilidade, particularmente a conceituação de probabilidade condicional a experimentos frequentistas, a probabilidade geométrica e o teorema de Bayes, bem como a articulação da probabilidade com outros conteúdos. A conclusão foi de que o processo formativo impactou os professores participantes em relação a conhecer e a adotar a abordagem investigativa. Foi constatada ainda a ampliação do conhecimento especializado de probabilidade, do conhecimento pedagógico geral e do conhecimento instrucional.

FREITAS, N. O software *Estocástico* como suporte lúdico-investigativo à cultura infantil. 2010. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

A presente pesquisa é de cunho qualitativo e centra-se na reflexão didático e metodológica sobre as possibilidades de inserção do Software Estocástico, denominado como “A TURMA DO SUPER MÉDIA” desenvolvido com a pretensão de ser uma Tecnologia Intelectual como suporte para investigação estatística no cenário lúdico. A pesquisa visa analisar as possibilidades de um software estocástico auxiliar as crianças da Educação Infantil e das Séries Iniciais do Ensino Fundamental em sua Educação Estatística. Esses estudantes são nativos na Era da Informação e propício à Aprendizagem no Cenário Lúdico, que nos remete à preocupação com leitura e interpretação da informação veiculada nas TICs, informação que está inserida em seu cotidiano. O software produzido foi alicerçado na Literacia e Numeracia para oferecer suporte como condições básicas para a alfabetização e letramento digitais para uma Educação Estatística e Tecnológica. Tem-se o objetivo de através desse software promover a construção do raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico por meio dos Objetos de Aprendizagem. Verifica-se que a inserção do software pode estimular a interação e a integração, gerando condições propícias para a resolução de problemas e o processo investigativo de situações emergentes e/ou presentes no contexto infantil. Considera-se como pressuposto a construção dos conceitos a partir do contexto histórico-social emerge do processo de análise que os recursos tecnológicos podem viabilizar uma educação estatística efetiva e significativa.

FRIOLANI, L. C. O pensamento Estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental. 2007. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Nossa pesquisa teve como objetivo verificar qual a organização que os livros didáticos do Ensino Fundamental (5ª a 8ª série) fazem, referente ao tema Tratamento da Informação e se essa organização favorece a construção do pensamento Estocástico e também se eles atendem às orientações propostas pelos PCN. Sendo o livro didático o principal apoio pedagógico dos professores (Lajolo, 1996 e Dante, 1996), analisamos três coleções de livros didáticos segundo a Organização Praxeológica (Chevallard, 1995), em que buscamos identificar as tarefas, as técnicas e o discurso teórico-tecnológico, bem como o nível de letramento estatístico que, segundo Shamos (1995), se classifica em cultural, funcional e científico. Porém os resultados dessa pesquisa indicam a pouca exploração por parte dos autores em relação ao tema Tratamento da Informação.

FURLAN, J. Processos de avaliação na resolução de problemas em estocástica. 2011. 273 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

Este estudo refere-se a uma pesquisa que buscou investigar os processos de avaliação desenvolvidos através de tarefas em contextos de aulas de resolução de problemas em estocástica, dentro de uma perspectiva formativa. Centrou-se na seguinte questão: Quais são os processos avaliativos que assumem um papel formativo num contexto de aulas na perspectiva da resolução de problemas envolvendo estocástica no Ensino Fundamental? Teve como objetivos: 1) identificar os processos avaliativos que assumem um papel formativo num contexto de aulas de resolução de problemas; 2) analisar as potencialidades dos diversos processos avaliativos para a aprendizagem em Estocástica dos alunos no Ensino Fundamental. Os dados foram produzidos em atividades mediadas por uma metodologia pautada na diversificação de instrumentos de avaliação, em ambiente de compartilhamento de ideias, de comunicação, negociação de significados e reflexões, durante o segundo e o terceiro bimestres de 2010 na sala de aula de uma 8ª série do Ensino Fundamental. As tarefas — aplicadas na sala de aula da professora- colaboradora desta pesquisa e acompanhadas pela professora pesquisadora — foram previamente discutidas, selecionadas e analisadas colaborativamente por elas, com a participação do grupo colaborativo – GRUCOMAT, da Universidade São Francisco – USF—, do qual ambas fazem parte. A pesquisa foi desenvolvida em uma abordagem qualitativa e os dados foram obtidos a partir dos registros das aulas, coletados e documentados no diário de campo da pesquisadora; das produções dos alunos em instrumentos diversos; e da transcrição dos momentos de socialização gravados em vídeo e áudio. A comunicação, a reflexão e a observação foram as categorias de análise, identificadas através do desenvolvimento das tarefas em contextos de resolução de problemas em estocástica. A análise possibilitou constatar que as tarefas contribuíram para uma avaliação formativa dos alunos. As dinâmicas de avaliação utilizadas colaboraram para o desenvolvimento da proficiência dos alunos na argumentação, na comunicação matemática, na reflexão e na autoavaliação. O caráter colaborativo desta pesquisa possibilitou uma observação reflexiva compartilhada para o desenvolvimento dos alunos; potencializou e fortaleceu o aprendizado e o desenvolvimento das professoras envolvidas; e possibilitou um novo olhar para os processos avaliativos em aulas de matemática. O estudo revelou novas formas de saber e fazer matemática, frutos de uma atividade coletiva, colaborativa e solidária.

GONÇALVES, H. J. L. A Educação Estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. 2005. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2005.

A pesquisa discute o ensino de noções estocásticas no Ensino Fundamental. Para tanto, a pesquisa-ação foi a opção metodológica da investigação. Nela, analisei o problema: quais construções e processos são identificados na práxis de professoras que ensinam Matemática no Ensino Fundamental em relação ao ensino de noções estocásticas na escola? A construção metodológica da pesquisa constituiu-se por dois grandes momentos de ação: no primeiro momento, vivencio o cotidiano de uma professora de 4^a série em uma escola pública municipal de Formosa, interior de Goiás, buscando conhecer um pouco da realidade do ensino de Matemática, em especial, a presença de conceitos estocásticos no contexto da sala de aula. No segundo momento, desenvolvo um curso de extensão para professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental de Formosa/GO. No curso, discutimos, com base na realidade dos professores, o ensino de noções estocásticas na escola, objetivando perceber suas construções diante destes conteúdos. Para analisar os resultados, utilizei a estratégia da análise de conteúdo, conseqüentemente constituí sistema com três categorias centrais. Na primeira categoria, Organização do Trabalho Pedagógico no Contexto da Educação Estatística, percebe-se que estes professores têm dificuldade em lidar com o jogo no ensino de noções estocásticas, reduzindo muitas vezes o processo à utilização do livro didático, contrariando, assim, as recomendações referentes ao ensino-aprendizagem da Estocástica, ou seja, que ele deva ocorrer de forma ativa e experimental. O currículo é percebido por professores como elenco de conteúdos a serem ministrados, em que são tratados de forma estanque e linear, não se constituindo na perspectiva do currículo em rede. Desse modo, o ensino da estocástica, quando presente na prática, torna-se mecânico e descontextualizado. Contudo, estes professores, ao se depararem com orientações teórico-metodológicas sobre o currículo em rede, desenvolveram prática mais coerente diante do ensino de noções estocásticas. Na segunda categoria, Desenvolvimento Profissional das Professoras em Educação Estatística, discute-se as representações sociais identificadas no discurso das professoras referentes ao ensino de noções estocásticas, em que muitas das professoras investigadas acabam reduzindo o processo de ensino à transmissão/transferência de conhecimento, não se posicionando como mediadores no processo de construção do conhecimento matemático dos alunos. Na terceira e última categoria, Obstáculos Didáticos e Epistemológicos no Ensino de Noções Estocásticas, percebe-se que noções de acaso, aleatoriedade e probabilidade apresentam-se como obstáculos epistemológicos enfrentados pelas professoras. Como fatores que geram obstáculos didáticos, encontrei o curto espaço de tempo para cumprimento dos conteúdos propostos pelo livro didático, a desmotivação dos alunos, a dificuldade das professoras em lidarem com a interdisciplinaridade, a falta de tempo para planejamentos adequados, devido à longa jornada de trabalho das professoras e a falta de análise dos esquemas mentais dos alunos no processo de ensino da Matemática. Assim, a pesquisa contribuiu como espaço de formação continuada dos professores, pois por meio dela professores discutiram e constituíram uma prática mais crítica no ensino de noções estocásticas.

GONÇALVES, M. C. Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica. 2004. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

Nossa pesquisa teve como objetivo identificar as concepções atuais dos Professores de Matemática em exercício no Ensino Fundamental sobre Probabilidade, e verificar se há relação entre estas concepções e as diferentes tendências do Ensino de Probabilidade nas décadas de 70, 80 e 90. Para isso, nosso trabalho foi composto de estudos e análises de livros didáticos e

de orientações institucionais desde a década de 70, por meio da Organização Praxeológica de Yves Chevallard (1995), o que nos deu condições de identificar as diferentes tendências quanto ao Ensino de Probabilidades. Esta análise contribuiu diretamente com o estudo que fizemos da Transposição Didática em torno de Probabilidades, de acordo com as propostas de Yves Chevallard (1991), atuando diretamente na identificação dos saberes a ensinar e no saber escolar. Num outro momento, recorreremos a uma amostra composta por vinte professores que responderam ao nosso instrumento diagnóstico, um questionário, constituído por duas partes, sendo a primeira, responsável por nos fornecer informações sobre o perfil de cada docente, e a segunda, relacionada às suas concepções probabilísticas. Os resultados dos questionários foram relacionados com os tipos de concepções apresentados por Goded (1996) e os diferentes períodos do Ensino de Probabilidades, ambos por meio do software C.H.I.C. Com isso, pudemos obter, simultaneamente, informações referentes ao tipo de concepção e período de formação básica. De modo geral, a análise das informações obtidas permite-nos afirmar que há indícios de que a prática docente influencia na mudança de concepções, pois, em nossa amostra, professores que obtiveram sua formação básica no mesmo período e atuam em séries ou níveis distintos possuem concepções, também, distintas.

GOULART, A. O discurso sobre os conceitos probabilísticos para a escola básica. 2007. 88 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Nossa pesquisa teve como objetivo analisar o discurso institucional dos conceitos probabilísticos na Escola Básica e verificar se esse discurso instrumentaliza o professor para que ele trabalhe com esses conceitos, de forma que, os alunos aprendam esse conceito de forma significativa. Para isso analisamos os PCN, os PCN+, Orientações Curriculares para o Ensino Médio e as questões referentes à probabilidade do ENEM de 1998 a 2007, por meio da Organização Praxeológica de Yves Chevallard (1995), o que nos deu condições de identificar os objetivos, sugestões de conteúdos, métodos de trabalho e critérios de avaliação nos documentos oficiais, e a identificar as tarefas, as técnicas e os discursos teórico-tecnológicos, presentes nas questões do ENEM. Os resultados foram comparados com algumas pesquisas produzidas no âmbito da Educação Matemática que abordam o ensino e a aprendizagem de conceitos probabilísticos. De modo geral, a análise das informações obtidas permite-nos concluir que os documentos oficiais não instrumentalizam o professor e que o ENEM, de certa maneira, é responsável por fornecer elementos para essa instrumentalização.

GRENCI, W. A. Contribuições de um Programa de Ensino para o Letramento Probabilístico na Educação Básica. 2016. 216 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

A presente tese possui como objeto de estudo um programa de ensino concebido originalmente por uma equipe de pesquisadores do Departamento de Educação da Universidade de Oxford visando o ensino e a aprendizagem de probabilidade e risco, principalmente, quanto a quatro demandas cognitivas, a saber: aleatoriedade; espaço amostral; quantificação de probabilidades; e compreensão do risco. O referido programa foi adaptado pelo Observatório da Educação da Universidade Anhanguera de São Paulo (OBEDUC – UNIAN) num projeto intitulado “Investigações sobre o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos concernentes à probabilidade e estatística”. O objetivo da pesquisa consistiu em analisar, identificar e compreender as possíveis contribuições do programa de ensino sobre probabilidade e risco para

a aprendizagem significativa de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, como também, para a prática letiva dos professores de Matemática que lecionam para estes alunos. Os principais aportes teóricos da pesquisa são: Nunes, Bryant, Piaget, Inhelder, Heitele, Garfield, Ahlgrem, Borovcnik, Batanero, Watson, Ireland, Gal, Gigerenzer, Hoffrage, Evans e Brant. A metodologia utilizada na pesquisa abrangeu duas etapas: Na primeira etapa contamos com a participação de 319 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental oriundos de 5 unidades escolares distintas, para os quais foram preparadas e desenvolvidas atividades didáticas que culminaram num processo de intervenção pedagógica. Como fonte de coleta de dados, esses alunos também realizaram atividades de pré e pós-teste. A segunda etapa envolveu 5 professores de Matemática pertencentes a rede estadual de educação paulista e que lecionavam para os alunos participantes da pesquisa. Valemo-nos de entrevistas semiestruturadas para identificar as percepções dos professores acerca da contribuição do programa de ensino sobre probabilidade e risco para sua prática letiva. Os dados foram analisados qualitativa e quantitativamente. Os principais resultados da pesquisa apontam que o programa de ensino sobre probabilidade e risco ofereceu contribuições significativas para que os alunos compreendessem melhor os conceitos de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades. Todavia, quanto à compreensão do risco, os alunos demonstraram possuir conhecimentos prévios ou intuitivos sobre assunto. Quanto aos professores investigados, identificamos que o programa de ensino contribuiu para melhorar suas práticas letivas, sobretudo, por meio da utilização de materiais concretos e de atividades específicas para o ensino probabilístico. Os resultados da pesquisa possibilitaram concluir que, mediante as intervenções e testes realizados com os alunos e as entrevistas com os professores, há evidências de que o programa de ensino sobre probabilidade e risco configura-se como um importante meio didático para o letramento probabilístico na educação básica.

GUIMARÃES, M. A. S. A interação entre estudantes cego e vidente em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade mediadas pela maquete tátil. 2014. 91 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.

Objetiva-se com esta pesquisa analisar a interação entre estudante cego e vidente na realização de atividades que abordam conceitos básicos de Probabilidade mediadas pela maquete tátil (M). Tem-se como objetivos específicos: investigar a interação entre os estudantes cego e vidente mediada pela (M); analisar a interação dos estudantes cego e vidente com (M); avaliar a relação dos estudantes com os conceitos básicos de Probabilidade mediada por (M); perscrutar a interação entre os estudantes e a pesquisadora. A maquete tátil é composta por um tabuleiro, fichas em emborrachado EVA nas texturas atalhado e liso, sete colmeias, cem brinquedos, campanha e as tarefas da sequência de ensino Os passeios aleatórios do Jefferson (SE PAJ). Esta sequência aborda os conceitos evento, diferença entre situação determinística e experimento aleatório, espaço amostral, frequência, estimativa de probabilidades por meio da frequência relativa, cálculo de probabilidade a partir da árvore de possibilidades, análise de padrões esperados e observado, e construção de pictogramas. A pesquisa foi realizada, em duas etapas, numa escola da rede estadual na cidade de Itabuna-BA, numa sala de recurso multifuncional. A primeira, estudo piloto, com dois estudantes videntes, do 3º ano do Ensino Médio, e a segunda, estudo principal, etapa com uma dupla de estudantes, sendo um cego e outro vidente. Utilizamos como referencial teórico o conceito de mediação de Vygotsky e a mediação instrumental proposta por Rabardel. A análise foi desenvolvida por meio do Modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas – S.A.C.I. de Rabardel. Os dados foram coletados por meio de fotos e filmagens. Os resultados evidenciaram que a

interação entre as estudantes, colegas de classe e amigas, inicialmente não ocorreu com espontaneidade, mas progressivamente durante a realização das atividades, com a apropriação da maquete tátil, dos conceitos envolvidos, e da intervenção da pesquisadora. Essa interação, tornou-se mais evidente quando as estudantes deram significado lúdico ao experimento. Observamos que a maquete tátil se mostrou eficaz como instrumento mediador da interação entre as estudantes e os conceitos básicos de Probabilidade. Por fim esperamos que esta pesquisa, por utilizar um material adequado a apropriação de conceitos matemáticos e por se voltar para a interação entre estudante cego e vidente, possa contribuir com os estudos que envolvem a Educação Matemática inclusiva em sala de aula regular.

GUIMARÃES, U. V. Estudos das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de probabilidade mediada pela maquete tátil. 2015. 166 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

Tem-se como objetivo nesta pesquisa analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade. Foram utilizados como alicerces teóricos para a construção desta pesquisa, o modelo de letramento probabilístico proposto por Gal e a Teoria da Instrumentação proposta por Rabardel. A maquete tátil (I) utilizada é composta por tarefas da sequência de ensino Os Passeios Aleatórios do Jefferson e por peças. Os sujeitos da pesquisa (S) foram 17 estudantes, distribuídos em sete duplas e um trio, regularmente matriculados no 4º ano do ensino fundamental em uma escola pública do distrito de Tapirama, localizado no município de Gongogi-BA. A coleta de dados aconteceu no segundo semestre letivo de 2014 em um único encontro de 4 horas/aula, no turno vespertino, na própria sala de aula, e foi dividida em dois blocos. O primeiro, denominado Os Passeios Aleatórios do Coelho, objetivou abordar, informalmente e de maneira contextualizada, os conceitos de chance, aleatoriedade e equiprobabilidade e, o segundo bloco, a realização das tarefas da sequência de ensino Os Passeios Aleatórios do Jefferson. Com essa última sequência de ensino é possível abordar os seguintes conceitos básicos de Probabilidade (O): espaço amostral, eventos simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequências esperadas e observadas, padrões observados e esperados, mas salienta-se que nessa pesquisa esses conceitos foram apenas tratados de maneira informal com os estudantes. Os dados foram coletados por meio de filmagens, áudio-gravação, fotografias, sendo que, durante a aplicação das tarefas da sequência de ensino Os Passeios Aleatórios do Jefferson, foram coletados também registros escritos. Para cada atividade dos dois blocos, foram organizadas as categorias de análise a partir das relações entre os polos do modelo das Situações de Atividades Instrumentadas adaptado para essa tese, isto é, as relações: [S-O], [S-I], [S-(I)-O] e [I-O]. Os resultados da análise instrumental apontam que foi importante a utilização da maquete para motivar os estudantes, auxiliar o registro dos resultados, facilitar processos de descobertas, auxiliar na memorização de procedimentos, percepção de propriedades. Ressalta-se também que a análise instrumental permitiu a partir do olhar sobre as interações, conhecer de forma mais ampla todos os polos da pesquisa, concluindo que as escolhas iniciais da maquete tátil enquanto instrumento mediador, os conceitos básicos de Probabilidade como objeto matemático a ser investigado e os estudantes do quarto ano do ensino fundamental como sujeitos da aprendizagem foram realmente adequadas, bem como, atestar a viabilidade do uso desta maquete em escolas da rede pública de ensino em sala de aula regular, incorporando, à mesma, as modificações sugeridas ou indicadas por essa pesquisa.

Espera-se que os resultados desse estudo possam contribuir com pesquisas que envolvam o trabalho com crianças e Probabilidade no âmbito da área Educação Matemática.

JUNIOR, P. A. B. Conceção do professor de matemática sobre o ensino da Estocástica. 2007. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

As propostas para o ensino da probabilidade e estatística para o Ensino Fundamental II sofrem transformações sucessivas sem que, muitas vezes, sejam discutidas pelos professores que as colocarão em prática. Desse modo, o presente estudo tem como objetivo verificar como os docentes de Ensino Fundamental II vêem os conceitos estocásticos quando confrontados com situações problema que envolva variabilidade na análise exploratória dos dados. Foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de apresentar a fundamentação teórica dos estudos. A metodologia da pesquisa baseou-se nas concepções dos professores de Matemática sobre o ensino estocástico; desse modo foi realizada uma pesquisa descritiva cujos dados foram fornecidos pelos professores colaboradores. Assim, foi aplicado um questionário com 23 questões. A análise das respostas foi feita com o apoio do software Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva (C.H.I.C) que possibilitou evidenciar as inter-relações encontradas nas respostas. O estudo conclui que os professores pesquisados mesmos ensinando os conteúdos estocásticos na maioria das vezes sem o livro didático ou nenhum material pedagógico não domina este conteúdo, visto que ninguém ensina o que não sabe.

JUNIOR, R. S. C. Abordagem das noções iniciais de Probabilidade em uma perspectiva construtivista. 2009. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

A investigação realizada teve como objetivo verificar quais são as contribuições e dificuldades dos professores em planejar e desenvolver uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio. A justificativa da nossa pesquisa do tipo qualitativa vai ao encontro do que afirma Simon (1995), de que existem muitos trabalhos na área de aprendizagem com abordagem construtivista, porém muito pouco dos seus resultados está incorporado nas elaborações de aulas dos professores. Sendo assim, efetuamos, inicialmente, uma revisão bibliográfica dos trabalhos que têm como tema o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade. A partir desses resultados, elaboramos uma sequência de ensino de probabilidade, que foi apresentada para três professores desenvolverem com os alunos, na expectativa de avaliar a THA e ao mesmo tempo elaborar novas hipóteses sobre o processo de ensino e aprendizagem de probabilidades. A pesquisa nos mostra que os professores que participaram do estudo têm conhecimento da abordagem laplaciana na introdução do conceito de probabilidade, no entanto carecem de embasamento teórico sobre a possibilidade de apreensão da noção de probabilidade utilizando-se da confrontação dos enfoques frequentista e laplaciano. Este fato limitou as suas contribuições na elaboração e desenvolvimento da THA, conduzindo os professores a uma atitude mais contemplativa do que crítica em relação às atividades apresentadas.

JUNQUEIRA, A. L. N. Probabilidade na educação básica: um estudo sobre concepções de professores de matemática. 2014. 421 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

A pesquisa tem como propósito compreender as concepções dos professores sobre os conceitos básicos de probabilidade por meio de processo formativo baseado no design experiment. O estudo de probabilidade é mais complexo do que em geral se apresenta nos cursos de formação e requer um tipo de raciocínio que provoca uma ruptura do pensamento determinístico. Na revisão de literatura, dificuldades evidenciadas no desenvolvimento do pensamento estocástico podem ser detectadas tanto na sua origem e evolução histórica quanto em estudos atuais sobre a concepção dos professores. A presente pesquisa aborda conceitos básicos de probabilidade num processo formativo desenvolvido com professores do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, da rede pública do Estado de São Paulo, integrantes do Projeto Observatório da Educação da UNIBAN/CAPES. A metodologia adotada na pesquisa segue o modelo do Design Experiment, defendido por Paul Cobb e seus colaboradores. A dinâmica de trabalho ocorre mediante encontros presenciais e acompanhamento a distância por meio de ambiente virtual de aprendizagem, especialmente preparado para este fim. Dessa forma, o processo formativo utiliza a tecnologia como recurso e como suporte por entender que potencializa a abordagem dos conteúdos e favorece perceber as concepções dos professores sobre os conceitos básicos de probabilidade. A fundamentação teórica articula a teoria sócio histórica epistemológica com teorias sobre formação de professores, educação estatística e o uso de tecnologias midiáticas. A análise evidencia que muitas das dúvidas, incompreensões e equívocos (misconceptions), presentes na maioria das pesquisas consultadas, foram também constatados, notadamente sobre probabilidade condicional, eventos independentes e mutuamente excludentes, e algumas falácias, como a da representatividade e do jogador. No que concerne à formação, a pesquisa detecta também algumas concepções relativas à prática do professor em sala de aula, entre elas, certa fragilidade no planejamento e reflexão de sua ação docente, pouca prática e alguma resistência com o uso de tecnologia no processo educacional. No entanto, sentem-se motivados com recursos familiares aos seus repertórios. Sobretudo, no aspecto de formação de professores derivado da pesquisa reforça-se minha opinião de que não basta o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento tecnológico do conteúdo sem o conhecimento aprofundado do conteúdo específico, sem o qual não se consegue efetuar a amálgama destes três aspectos fundamentais para realizar a aprendizagem efetiva dos educandos. Dessa forma, outras pesquisas nessa direção devem ser realizadas por entender que podem contribuir para a melhoria da formação continuada dos professores e, conseqüentemente, de suas práticas em sala de aula.

KIAN, F. A. A linguagem probabilística no final dos anos iniciais do Ensino Fundamental: um caminho para o desenvolvimento da alfabetização probabilística. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática - Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2021.

Consideramos que o estudo de conceitos probabilísticos a partir dos anos iniciais é essencial à formação da criança, visto que no mundo atual, diariamente, recebemos uma grande quantidade de informações, necessitando inclusive, compreender fenômenos aleatórios ou não aleatórios. Além disso, segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a formação de conceitos de natureza probabilística deve ser estimulada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Portanto, neste estudo nos concentraremos em descrever e analisar como emergem elementos linguísticos no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, entendida como uma

linguagem especializada e apoiada nas propostas de ensino sugeridas por Cláudia Vásquez e Ángel Alsina, bem como Terezinha Nunes e outros pesquisadores. Para isso, realizaremos um estudo exploratório com alunos do quinto ano do ensino fundamental (cerca de 10-11 anos) que tenham recebido algum tipo de instrução prévia sobre o assunto. Especificamente, a multiplicidade de termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações utilizadas quando se pretende que os alunos aprendam o conceito de forma gradual e adquiram os respectivos conceitos básicos em probabilidade. Foram realizadas análises textuais, por meio do software IRaMuTeQ na qual utilizaremos análises multivariadas (análises de similitude) e para complementar as análises apresentaremos nuvens de palavras, para identificar e explicar a multiplicidade de termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações utilizadas quando se pretende que os alunos aprendam o conceito de forma gradual e adquiram os respectivos conceitos básicos em probabilidade. Os resultados mostram a predominância de palavras e expressões verbais da língua comum relacionado principalmente ao significado intuitivo de probabilidade. Percebe-se também que, com a resolução da sequência das atividades, os alunos começam a se apropriar de uma linguagem menos intuitiva e caminham para a utilização de uma linguagem mais formal de termos probabilísticos, necessário para a apropriação dos conceitos probabilísticos.

LIMA, E. T. DE. Raciocínio combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações. 2018. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

O presente estudo buscou investigar as contribuições que a exploração de problemas combinatórios pode trazer para o raciocínio probabilístico e vice-versa, tendo como foco as relações que se estabelecem entre os conhecimentos da Combinatória e da Probabilidade. O olhar para tais relações foi a principal contribuição do estudo à medida que conceitos referentes a tais áreas da Matemática inserem-se no campo conceitual das estruturas multiplicativas e destaca-se que conceitos de um mesmo campo conceitual possuem estreitas conexões entre si. Dada a incipiência de estudos na área da Educação Matemática voltados para a EJA e as características próprias de seus estudantes, optou-se por realizar a coleta de dados com 24 adultos em diferentes momentos de escolarização: Módulos II, IV e EJA Médio 3. A coleta de dados consistiu na proposição de quatro problemas combinatórios e 16 probabilísticos referentes, respectivamente, às diferentes situações combinatórias e às exigências cognitivas da Probabilidade. Tais problemas foram resolvidos durante entrevistas clínicas individuais e foram organizados em dois tipos de teste, em função da ordem de apresentação desses problemas. O desempenho dos participantes foi diretamente influenciado pelo nível de escolaridade dos mesmos. Destaca-se, no entanto, que tal efeito parece ter sido geral, não sendo, necessariamente, uma consequência do ensino específico de Combinatória e de Probabilidade. O problema combinatório de produto cartesiano foi aquele no qual os participantes obtiveram melhor desempenho, enquanto no problema de combinação o menor desempenho foi observado. As principais dificuldades enfrentadas pelos participantes na resolução dos problemas combinatórios estiveram pautadas na compreensão dos invariantes das distintas situações abordadas, bem como no esgotamento das possibilidades. No que diz respeito aos problemas probabilísticos, o desempenho nos problemas de espaço amostral esteve estreitamente relacionado ao tipo de situação combinatória correspondente, enquanto o desempenho nos problemas que abordaram as demais exigências cognitivas consideradas não foi influenciado pelo tipo de situação combinatória abordada. Dentre esses outros tipos de problema, os de correlação obtiveram melhor desempenho, enquanto as maiores dificuldades

foram apresentadas nos problemas de comparação de probabilidades diferentes, pois o caráter proporcional, muitas vezes, não foi levado em consideração pelos participantes. No geral, ao resolver os problemas probabilísticos os participantes do estudo apresentaram dificuldades em justificar adequadamente suas respostas, o que revelou uma compreensão superficial da Probabilidade. A partir das análises realizadas, foi possível perceber, ainda, a existência de contribuições que surgem da resolução de problemas que relacionam Combinatória e Probabilidade. A articulação entre problemas combinatórios e probabilísticos mostrou-se uma abordagem que pode levar os estudantes a reavaliarem as representações simbólicas e estratégias utilizadas, bem como os invariantes dos problemas propostos, articulação que se mostrou mais promissora no teste no qual os problemas combinatórios foram revisitados sob o olhar da Probabilidade. Defende-se, assim, que a articulação entre Combinatória e Probabilidade pode beneficiar o desenvolvimento de ambos os raciocínios em questão na EJA.

LIMA, F. M. B. O Ensino de Probabilidade com o uso do Problema do Jogo dos Discos. 2013. 119 f. Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

Neste trabalho, apresentamos uma proposta didática destinada a introduzir a Probabilidade a alunos do Ensino Básico. Tal proposta consta de uma sequência de aulas que toma por base o Problema do Jogo dos Discos, no qual tem-se como objetivo determinar o diâmetro que um disco deve ter para que, quando lançado aleatoriamente sobre pisos quadrados, tenha determinada probabilidade de interceptar suas linhas de separação. Este problema foi colocado a alunos de três turmas de terceiro ano do ensino médio de uma escola estadual de maneira contextualizada e antes que o assunto Probabilidade tivesse sido abordado pelo docente. A ideia era que os estudantes tentassem resolver o problema em grupos e com o mínimo de ajuda do professor. Mesmo com os alunos apresentando dificuldades, isso se mostrou possível, tendo os mesmos resolvido o problema utilizando a experimentação concreta do jogo. Para isso, eles aproximaram a probabilidade de ganho com certo disco com o percentual de vitórias na experimentação e, através de modelagem gráfica, conseguiram a resposta desejada. Tal proposta de ensino teve como motivação a constatação do autor de que o ensino de Probabilidade feito da maneira tradicional tem se mostrado pouco eficaz. Além disso, pôde-se perceber que vários documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, bem como outros pesquisadores da área, sugerem que a experimentação concreta seja realizada para um efetivo ensino da Probabilidade. Com os resultados obtidos e apresentados nesta dissertação, concluímos que nossa proposta didática se mostrou eficiente, tornando as aulas motivadoras e propiciando um ambiente no qual os alunos, além de aprender Probabilidade, pudessem exercitar sua capacidade criativa.

LIMA, O. A. Distribuição Normal: uma introdução voltada ao Ensino Médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos. 2009. 111 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

O objetivo deste estudo foi introduzir o conteúdo da Distribuição Normal para alunos do Ensino Médio, sendo proposta uma abordagem, buscando a interação de dois ambientes, sala de aula e laboratório de informática. O estudo foi realizado com 11 alunos egressos do ensino médio, tendo em vista apresentar a Distribuição Normal pela simulação de dados, utilizando uma planilha eletrônica (Excel). O referencial teórico apoiou-se na Teoria Antropológica do

Didático – TAD para alcançar o objetivo pretendido pelo pesquisador: facilitar a compreensão dos conceitos estocásticos envolvendo a Distribuição Normal pelos alunos, por meio de simulação de experimentos, utilizando a planilha eletrônica (Excel) e, também, exercícios interativos. Com essa proposta, percebeu-se que os alunos do Ensino Médio passaram a reconhecer as características e a representação gráfica de uma Distribuição Normal, e a partir das análises realizadas em sala de aula, verificou-se que foi possível relacionar os conteúdos da estatística descritiva com os de probabilidade e, dessa forma, os alunos passaram a ter uma noção da relação entre estatística e probabilidade. Em síntese, o uso da planilha eletrônica (Excel), com os exercícios interativos possibilitaram encaminhar os alunos a identificação dos conceitos envolvendo a Distribuição Normal, facilitando sua interação com o objeto de estudo. Assim, os alunos perceberam a idéia da relação existente entre a estatística e a probabilidade, que neste trabalho, foi denominado como estocástica.

LOPES, C. A. E. O conhecimento profissional dos professores e suas relações com a estatística e probabilidade na educação infantil. 2003. 290 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

Esta pesquisa assumiu um caráter colaborativo, tornando a presença da investigadora junto às educadoras, na instituição educacional onde elas atuam, um elemento fundamental. Ao fazermos essa escolha, consideramos os pressupostos de que o conhecimento profissional dos professores resulta integração entre teoria e prática, é pessoal e manifesta-se, essencialmente, na ação, que os docentes desempenham um papel essencial no desenvolvimento curricular, que o desenvolvimento profissional dos professores se dá através de uma opção por envolver-se em um projeto de formação intencional, no qual deverá refletir sobre sua prática, individual e coletivamente. Também levamos em conta que o pesquisador tem papel importante, ao apoiar o professor em um melhor conhecimento de si e de sua prática, por meio de sua presença, de seu conhecimento profissional, de sua capacidade em promover questionamentos, da expressão de sua afetividade, em um contexto comum aos envolvidos. Este trabalho adotou a perspectiva teórica do professor reflexivo na visão freireana, ao investigar as contribuições que o estudo, a vivência e a reflexão sobre conceitos de Estatística e Probabilidade podem trazer para o desenvolvimento profissional e a prática pedagógica de um grupo de professoras da Educação Infantil de uma escola da rede particular de Campinas. Realizamos intervenção planejada que se constituiu em produção colaborativa, a qual possibilitou a ampliação do conhecimento profissional das educadoras referente à Matemática e Estatística, do currículo e do processo de ensino e aprendizagem. Algumas informações foram produzidas ao longo de três anos letivos, essencialmente, através de questionários, entrevistas, relatórios e notas da investigadora. Outras foram resultantes da reflexão coletiva de textos, discussões sobre aulas filmadas e análises de atividades elaboradas e aplicadas pelas professoras. Foram feitos estudos de caso das professoras e das coordenadoras participantes do grupo, buscando identificar aspectos significativos de seus conhecimentos matemáticos, estatísticos e didáticos e seus processos de desenvolvimento profissional, em um ambiente de trabalho colaborativo. O conhecimento curricular apareceu associado às concepções das professoras sobre o significado que a Estatística e a Probabilidade podem ter no desenvolvimento infantil. Elas tiveram clareza dos objetivos curriculares da Educação Infantil, elaborando propostas inseridas nos contextos dos projetos integrados de área. O conhecimento didático da Matemática manifestou-se fortemente, na elaboração de problemáticas e na diversidade de estratégias de soluções. O desenvolvimento profissional ampliou-se, através do trabalho efetivado, com ética e solidariedade, na produção conjunta dos conhecimentos conceituais e didáticos da Matemática e da Estatística. Dessa forma, defendemos um processo de formação que valorize o saber dessas educadoras, que

provoque reflexão sistemática sobre as questões em curso, que as habilite a serem pesquisadoras de suas próprias práticas e que lhes dê condições para investirem na produção coletiva do conhecimento.

LOPES, C. A. E. A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular. 1998. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1998.

Este estudo teve como objetivo investigar e analisar o ensino da Probabilidade e da Estatística dentro do currículo de Matemática na Escola Fundamental. A questão orientadora da investigação foi a seguinte: Como são tratados e quais os objetivos do ensino da Probabilidade e da Estatística nas propostas curriculares de Matemática dos estados de Minas Gerais, São Paulo, Santa Catarina e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo como referencial alguns currículos internacionais? Para nortear essa análise foram utilizados os seguintes critérios: - a concepção de Estatística e Probabilidade subjacentes a essas propostas; - a seleção de noções estatísticas e probabilísticas feita por essas propostas para serem “transpostas” para o plano escolar; - o modo como as propostas sugerem o tratamento dessas noções junto aos estudantes; - as finalidades da abordagem de tais noções, junto aos estudantes, explicitadas ou não pelas propostas. A partir desses critérios, consideramos alguns aspectos que emergiram à medida que a análise foi sendo desenvolvida. Assim, ressaltamos a importância desses temas à formação dos estudantes, por possibilitarem a ruptura com uma visão determinista da Matemática. O ensino de Probabilidade e Estatística pode ser um amplo espaço de trabalho pedagógico interdisciplinar e proporcionar, através da realização de experimentos, a exploração da idéia de acaso. Realizando observações, registros e representações de dados, os estudantes estarão aptos à leitura e interpretação de informações diferenciadas. Os conceitos estatísticos são importantes “ferramentas” para a resolução de problemas. O trabalho com a probabilidade auxiliará os alunos na tomada de decisões. Com isso, enfatizamos a necessidade de propormos situações de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento do pensamento estatístico e do pensamento probabilístico se buscamos a formação de um indivíduo que exerça consciente e criticamente sua cidadania.

MAROCCI, L. M. O movimento das significações probabilísticas proporcionada pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do ensino médio. 2011. 234 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

O presente estudo foi desenvolvido por meio de uma abordagem qualitativa, em uma sala de aula de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, localizada na cidade de Louveira/SP, e investigou os processos de elaboração conceitual probabilística dos alunos, quando inseridos em um contexto de resolução de problemas. A questão: “Quais contribuições um ambiente de cooperação investigativa traz para a elaboração conceitual probabilística dos alunos?” foi norteadora desta investigação. Trata-se de uma pesquisa-ação em colaboração com a professora que leciona nessa turma. Por meio dessa parceria, foram desenvolvidos processos cíclicos de planejamento, ação e reflexão, acerca das ações e situações ocorridas na sala de aula, desde a seleção das tarefas até os processos avaliativos, perpassando o movimento de socializações das resoluções dos problemas apresentados. O estudo apoiou-se em três principais eixos teóricos: perspectiva histórico-cultural, probabilidade e resolução de problemas, a fim de contemplar os seguintes objetivos: 1) Analisar a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos; e 2) Analisar

as ideias sobre probabilidade que emergem por parte dos alunos, quando inseridos em contextos de resolução de problemas. O material foi produzido por meio de: diário de campo da pesquisadora; áudio gravações das discussões em pequenos grupos; histórico de conversas via internet e áudio gravações das discussões entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora; videograções das socializações das resoluções elaboradas pelos grupos para os problemas apresentados; registros escritos produzidos pelos alunos e entrevistas semi-estruturadas realizadas com alguns alunos. A análise foi dividida em dois eixos: no primeiro, foram analisados alguns episódios, baseados na perspectiva histórico-cultural, que contêm excertos das socializações ocorridas nas aulas, nas quais eram discutidas as resoluções desenvolvidas pelos alunos, para os problemas que lhes eram apresentados; essas análises permitiram obter informações sobre o movimento de negociação de significações que os alunos possuem para conceitos relativos à probabilidade. No segundo eixo, focou-se a análise em alguns registros escritos elaborados pelos alunos, cartas pessoais e tirinhas; desse modo, foi possível levantar indícios sobre a aprendizagem dos alunos e o ambiente de aprendizagem constituído na sala de aula. A partir dessas análises, pôde-se observar que o estudo da probabilidade por meio da resolução de problemas ajudou os alunos a avançarem em seu processo de elaboração conceitual, mesmo que em diferentes níveis. Também se constatou que, quando é dada aos alunos a oportunidade de se expressar por meio de diversos instrumentos, eles são capazes de fazer importantes inferências sobre o ambiente de aprendizagem no qual estão inseridos e sobre seu próprio aprendizado. A rotatividade de interlocutores proporcionada pelo uso de várias formas de comunicação pôde ajudar os alunos a avançarem, tanto no que diz respeito à formação do pensamento matemático, quanto ao desenvolvimento humano.

MARTINS, L. A. Educação matemática para surdos: contribuições de um glossário para o ensino de Probabilidade e Estatística. 2019. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2019.

Esta pesquisa se propõe a analisar e compreender as dificuldades enfrentadas pelos alunos surdos, intérpretes de Libras e professores no que tange à escassez de terminologia específica para a disciplina de Matemática, com o objetivo de contribuir com o ensino de probabilidade e estatística, por meio da construção de um glossário. Para isso, nos apoiamos como metodologia a pesquisa de abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso. Iniciamos com observações no ambiente escolar, entrevista com intérpretes, e posteriormente um levantamento dos sinais existentes relacionados à probabilidade e estatística, e para validar a pesquisa, com o apoio da comunidade surda de Jataí, construímos um glossário com os sinais que não foram encontrados em dicionários, como proposta de produto. A análise das informações adquiridas ao longo da pesquisa nos permitiu concluir que existe uma defasagem de termos técnicos para diversas áreas, e a construção e disseminação de glossários auxiliam a aprendizagem de alunos surdos e demais profissionais da área, assim como, a difusão da Libras.

MENDONÇA, L. O. Reflexões e ações de professores sobre modelagem na Educação Estatística em um grupo colaborativo. 2015. 247 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

Este trabalho buscou aprofundar compreensões acerca da modelagem matemática na Formação de Professores. Para isso, foi desenvolvida uma investigação de natureza qualitativa. Os dados da pesquisa foram gerados a partir de discussões e ações referentes à modelagem matemática,

na perspectiva reflexiva, em um grupo colaborativo de professores que tem como foco de reflexão a Educação Estatística no Ensino Básico. A dinâmica empreendida nesse processo possibilitou construir elementos para a observação da relevância de algumas ações, propostas na literatura, para a formação de ideias sobre modelagem. Assim, os professores foram provocados a assumir papel ativo para intervir em seus contextos de atuação de forma criativa e contínua. Para isso, utilizaram um referencial teórico sólido com o apoio dos pares no grupo, assumindo a compreensão do ensino como uma prática construída socialmente, em que o professor é um componente fundamental para provocar mudanças. Os resultados mostram a ratificação de algumas conjecturas e as refutações de outras. Expõem ainda um cenário de insatisfação dos professores com a forma como a gestão das escolas em que atuam controla e limita suas práticas, o que gerou condições para a reflexão sobre a necessidade de um posicionamento político para exercer uma prática inovadora e produtiva. Além disso, conclui-se que atividades dessa natureza demandam uma ação pedagógica com foco na intervenção estratégica em um processo contínuo de problematização de sua prática. Nessa perspectiva a modelagem se constituiu em um meio de formação contínua.

MEIRELLES, E. C. S. A intervenção docente no desenvolvimento do pensamento Estocástico. 2005. 72 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2005.

Nossa experiência como docente tem evidenciado problemas em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Assim este projeto visa à possibilidade de aprofundar e promover novos estudos na metodologia e didática do ensino dessa disciplina, a partir de nossa vivência e saberes docentes produzidos ao longo dos anos no exercício de nossa profissão, primordialmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. A aprendizagem na infância decorre das vivências adquiridas durante a realização de atividades de ensino. A construção do conhecimento se faz pelos processos de observação, manipulação e investigação vivida pela criança nos espaços escolares, no entanto, o uso da estatística e probabilidade torna-se indispensável para o desenvolvimento desse conhecimento. A criança aprende a fazer uma leitura de sua realidade, estabelecendo relações sociais nos espaços físicos nos quais está presente. Sua aprendizagem poderá ser significativa se o ambiente proporcionar contato com muitos processos investigativos e interativos. Considerando esses pressupostos, esta pesquisa se desenvolve com uma abordagem qualitativa a partir dos dados construídos com uma sala de 3ª série de uma escola municipal da zona leste da cidade de São Paulo.

MORAES, C. A. S. Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do ensino fundamental. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

Esta pesquisa teve por objetivo descrever e analisar um cenário de ensino- aprendizagem do conceito de Probabilidade em duas classes do nono ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública da rede municipal de ensino do município de Salto de Pirapora, interior do Estado de São Paulo. A aquisição da linguagem probabilística na aprendizagem de conceitos relativos à probabilidade foi um elemento motivador para o projeto de pesquisa. Os aportes teóricos dessa pesquisa envolveu os registros de representação semiótica por Raymond Duval e o letramento probabilístico na perspectiva de Iddo Gal. A questão orientadora da investigação foi: “Como os registros de representação semiótica são mobilizados e coordenados em tarefas envolvendo o

contexto probabilístico?” Foi elaborado um trabalho de campo com atividades envolvendo a probabilidade clássica e frequentista, processos de contagem e estatística e uma sequência didática que utiliza experimentos aleatórios, espaço amostral, probabilidade de eventos simples, eventos compostos, gráficos de barra, frequência relativa, tabela de distribuição de frequência e o diagrama da árvore. Na condição de professor-pesquisador, a produção de informações foi oriunda de atividades desenvolvidas pelos alunos na forma de protocolos escritos, além de registros em áudio de diálogos ocorridos na correção das atividades e registros elaborados no diário de bordo. Os resultados da análise do material empírico da pesquisa revelaram nessa pesquisa de que os alunos utilizaram diferentes registros de representação semiótica na resolução das tarefas. A mobilização e coordenação desses registros favoreceram o desenvolvimento do letramento probabilístico dos alunos. Como este trabalho foi oriundo da análise de uma prática pedagógica, espera-se que haja contribuições para a prática docente em conteúdos envolvendo combinatória, estatística e probabilidade para o Ensino Fundamental.

NOGUEIRA, L. M. Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade. 2015. 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

Teve-se como objetivo geral nesta pesquisa, analisar os esquemas de estudantes do 9º ano ao resolver situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade (cbP), presentes na Sequência de Ensino Passeios Aleatórios da Carlinha (SE PAC). Utilizou-se como aportes teóricos a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposta por Gérard Vergnaud e o modelo de letramento probabilístico proposto por Gal. A SE PAC foi elaborada, seguindo as recomendações para o ensino de Probabilidade, tanto dos Parâmetros Curriculares Nacionais, como do modelo de letramento probabilístico proposto por Gal, para abordar os seguintes conceitos: espaço amostral, eventos simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequência relativa, frequências e padrões observados e esperados. Os sujeitos da pesquisa foram 23 estudantes do 9º ano de uma escola localizada na cidade de São José da Vitória - BA. Partindo de uma abordagem metodológica de cunho qualitativo, coletamos os dados em seis encontros de 2 horas/aulas, na própria sala de aula. Os instrumentos utilizados para a coleta foram um questionário de perfil e as situações da SE PAC. Os dados foram coletados por meio das produções escritas dos estudantes, fotografias, entrevistas e notas do pesquisador. Para classificar os esquemas foram propostas previamente três categorias: (2) Esquemas atrelados aos cbP envolvidos na situação analisada; (1) Esquemas não atrelados aos cbP e (0) Esquemas incompreensíveis, sendo que durante o processo de análise emergiram subcategorias associadas às categorias (2) e (1). Avaliando os resultados verificou-se que os esquemas construídos pelos estudantes enquadrados na categoria (2) estiveram pautados, principalmente em noções intuitivas de probabilidade, a exemplo dos conceitos de chance e de não-equiprobabilidade. Também constatou-se que a maioria dos esquemas concentraram-se na categoria (1), com destaque para as subcategorias em que os grupos associaram o conceito de aleatoriedade à ideia de sorte e a não compreensão dos conceitos de frequência relativa e padrões observados e esperados. Salienta-se também que não foi possível na sua quase totalidade reconhecer a presença de invariantes operatórios (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) nos esquemas analisados, principalmente a utilização intuitiva de propriedades e axiomas relativos ao campo probabilístico. Apesar destes resultados, considerou-se que a variedade de situações trazidas na SE PAC oportunizou a garantia de novas experiências e aprendizagens para os grupos. Por fim, espera-se que os resultados desse estudo possam contribuir com as discussões acerca do ensino

e aprendizagem de Probabilidade, mais especificamente, da investigação dos esquemas mobilizados pelos estudantes na resolução de atividades envolvendo os cbP nos ciclos finais do ensino fundamental. Além disso, almeja-se que as aplicações em sala de aula de atividades, a exemplo da SE PAC, possam auxiliar no desenvolvimento do letramento probabilístico dos estudantes, na escola básica.

ODY, M. C. Literacia Estatística e Probabilidade no ensino médio. 2013. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

O presente estudo teve como objetivo investigar a Literacia Estatística e Probabilística de alunos ingressantes e concluintes do Ensino Médio de duas escolas públicas de uma cidade da região metropolitana de Porto Alegre, RS. Tratou de identificar e analisar as habilidades e as competências em Literacia no Tratamento da Informação e da Incerteza. A pesquisa envolveu 21 turmas, sendo nove de uma escola da periferia e 12 de uma escola localizada na área central da cidade. O universo pesquisado envolveu 444 alunos. Os dados foram coletados por meio de um questionário formado por questões informativas para levantar identificações gerais e avaliativas com o propósito de identificar a Literacia. A pesquisa foi realizada por meio de uma extensa revisão bibliográfica e diferentes perspectivas teóricas. Apoiou-se, ainda, em documentos legais, especialmente os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). A metodologia utilizada foi a de métodos mistos com base em Creswell (2010). A análise quantitativa foi feita de forma descritiva, apresentando resultados por meio de gráficos e tabelas. A análise qualitativa utilizou a metodologia da Textual Discursiva (MORAES; GALIAZZI, 2011). Os resultados indicam que os alunos ingressantes e concluintes do Ensino Médio apresentam limitadas habilidades na escrita, na leitura, no cálculo e na interpretação de dados contidos em gráficos e tabelas. Desse modo, o desempenho dos alunos foi insatisfatório ao considerar a Literacia enquanto uso de habilidades e competências. Alunos da terceira série tiveram melhores resultados que os alunos da primeira série, porém, com semelhantes dificuldades no Tratamento da Informação e da Incerteza. As habilidades e as competências demonstradas em cada série, associadas àquelas agregadas nesta etapa de ensino, mostram a defasagem na aprendizagem desse bloco de conteúdos na conclusão do Ensino Médio.

OLIVEIRA, C. R. Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística. 2016. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

Ao encontrar o conteúdo de probabilidade e estatística no ensino médio no Brasil, o aluno se depara com uma abordagem matemática da teoria, fruto de uma tradição escolar onde a matemática sempre foi ensinada de forma determinística, fornecendo resultados e resoluções de problemas como se fossem exatos dentro de diversos contextos. É o que verificamos em um referencial dos livros didáticos utilizados pelos professores nas escolas, em que encontramos um destaque para uma abordagem permeada por formalismos e excessivas fórmulas com notações da teoria dos conjuntos, com pouca ou por vezes ausência total de discussões que permitam uma visão consistente da teoria referente às disciplinas de probabilidade e estatística. Diante de tal cenário, muitos vieses de raciocínio são encontrados e citados frequentemente em trabalhos voltados para a formação de professores com foco na educação estatística, como erros e dificuldades na concepção de conceitos de probabilidade e estatística. Vamos abordar o

trabalho de alguns autores sobre o raciocínio humano no que se refere a erros, vieses e falácias em uma variedade de padrões mentais. Os padrões são identificados como heurísticas utilizadas pelas pessoas ao julgar sob incerteza, em que elas se apoiam em um número limitado de princípios que reduzem o trabalho complexo mental de fornecer probabilidade e prever valores por simples julgamentos de forma sistemática. Utilizaremos estes próprios princípios heurísticos em uma sondagem destes possíveis modelos mentais para, em seguida, serem aplicadas na forma de ações em sala de aula. A finalidade é tentar ampliar o espectro do raciocínio do aluno para que ele tenha mais embasamento ao fazer estimativas e previsões em diferentes contextos. Finalmente, estas atividades foram testadas para verificarmos sua efetividade diante de modelos mentais que podem persistir, como apontam as referências, mesmo em estudantes e profissionais suficientemente treinados em estatística.

OLIVEIRA, D. As aprendizagens dos professores que ensinam matemática para crianças ao se inserirem em um espaço formativo sobre Estocástica. 2014. 147 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.

A presente pesquisa teve como problema: Quais aprendizagens o professor que ensina matemática para crianças revela, ao se inserir em um espaço formativo com foco em Estocástica? Que desencadeou os seguintes objetivos: (1) investigar como o professor mobiliza seus conhecimentos sobre a estocástica para promover aprendizagem matemática para crianças; (2) identificar o processo de problematização gerado pelo professor ao ensinar matemática para crianças; (3) analisar como as práticas compartilhadas pelos professores em um espaço formativo contribuem para sua formação continuada. O termo estocástica refere-se à interface entre os conceitos combinatório, probabilístico e estatístico, os quais possibilitam o desenvolvimento de formas particulares de pensamento, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretação de amostras e elaboração de inferências (LOPES, 2012, p. 161). A pesquisa foi desenvolvida em uma abordagem qualitativa e os dados foram analisados a partir da Análise de Conteúdo. Os professores participantes da formação continuada são contratados da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, e lecionam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A documentação da pesquisa é composta por questionário de ingresso, registros orais dos encontros, narrativas dos professores, atividades elaboradas durante os encontros e avaliação da formação. A análise foi realizada a partir das categorias emergentes: resolução de problemas na infância; matemática no contexto infantil; conhecimento estocástico; fazer docente – elaboração de propostas para a abordagem das ideias estocásticas na infância. Para cada uma das categorias apontadas, relacionamos os dados coletados, de maneira a evidenciar o tipo de aprendizagem que a formação continuada desencadeou na prática do professor que ensina matemática na infância. A análise dos dados, a partir das categorias apontadas evidenciaram as seguintes aprendizagens dos professores: apropriação de algumas maneiras de problematizar situações; a importância da aprendizagem de um conhecimento específico – a Matemática; a mobilização e/ou produção do conhecimento estocástico.

OLIVEIRA, F. F. Probabilidade condicional: proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representações semióticas. 2014. 216 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

Esta pesquisa teve por objetivo investigar a aprendizagem de estudantes diante de um experimento de ensino sobre probabilidade condicional, por meio de uma abordagem com

material concreto, aliada à exploração de diferentes registros de representações semióticas. O estudo fundamentou-se na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval e no Letramento Probabilístico de Gal. Para a construção e condução do experimento, foi utilizada a metodologia de Design Experiment de Cobb et al. O design foi desenvolvido nos ambientes papel e lápis e software R e teve por foco a exploração das conversões e tratamentos envolvendo representações da língua natural, da tabela de dupla entrada e da árvore de probabilidades. O experimento elaborado foi aplicado em nove encontros a oito alunos voluntários do segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Guarulhos. Inicialmente, os alunos realizaram um levantamento de dados e exploraram situações de probabilidade com material concreto. Para a construção das probabilidades da intersecção e condicional, além do material concreto, foram utilizadas as representações da tabela de dupla entrada e da árvore de probabilidades, sendo proposta uma nova versão, denominada árvore de probabilidades na versão completa. Identificou-se que essa última representação favoreceu a extração das probabilidades simples, condicional e da intersecção. Apesar da importância de cada estratégia isolada, os resultados demonstraram que o trabalho integrando material concreto, recurso computacional e exploração de representações foi vital para o avanço dos estudantes em questões probabilísticas. Espera-se que a proposta deste estudo possa contribuir para o avanço do Letramento Probabilístico dos alunos da educação básica, representando um recurso adicional para a área de Educação Matemática.

OLIVEIRA, P. C. O processo de aprender noções de Probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do ensino fundamental: uma história de parceria. 2003. 199 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

Esta pesquisa foi desenvolvida para responder a seguinte questão de investigação: que saberes docentes foram mobilizados por duas professoras envolvidas com o estudo de noções elementares pertinentes à Probabilidade? Para responder esta questão constituímos uma parceria com duas professoras da rede pública municipal de Hortolândia-SP, que ministram aulas de matemática para alunos com faixa etária de 7 a 10 anos, em média. No trabalho de campo foram desenvolvidos quatro tipos de atividades. Uma delas se constituiu em sessões de estudos que envolveram discussões conceituais de Probabilidade. Uma segunda modalidade foi o planejamento e execução de atividades para a sala de aula, as vezes, trabalhadas com a participação do pesquisador. Uma outra atividade foi a realização de duas reuniões destinadas a avaliação do trabalho em sala de aula bem como das sessões de estudo. O quarto tipo de atividade proposto às professoras foi responder, por escrito, um questionário elaborado com o objetivo de sistematizar o trabalho desenvolvido e despertar reflexões sobre probabilidade tanto no aspecto conceitual como curricular. Todo o trabalho de campo foi sendo permeado por conversas informais que levantaram outros elementos referentes à relação teoria-prática no processo educativo. A análise da produção de informações de nossa pesquisa foi feita tendo por base dois eixos teóricos: saberes docentes e intuição probabilística.

OLIVEIRA, P. I. F. A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de matemática do ensino médio. 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

Este estudo apresenta-se como a análise qualitativa e quantitativa dos conteúdos de Probabilidade e Estatística de uma amostra de livros didáticos de Matemática destinados ao

Ensino Médio, editados entre 1992 e 2005. A importância da pesquisa decorre da discussão de uma visão curricular na qual o livro didático constitui-se como um recurso fundamental, tanto para os alunos que o utilizam, quanto para os professores que, na maioria das vezes, o tomam como base para sua atuação docente. A percepção de que Probabilidade e Estatística são temas que não recebem tratamento relevante nos livros didáticos do Ensino Médio, apesar de sua aplicabilidade no dia-a-dia dos estudantes e de permitirem fácil relacionamento com outras disciplinas, define o foco desta investigação e faz a análise convergir para os conceitos, propriedades e atividades propostas pelos livros didáticos da amostra, com relação aos conteúdos de Probabilidade e Estatística apresentados nesses livros. Na análise, evidencia-se que os livros didáticos dão pouco destaque aos conteúdos de Probabilidade e Estatística, além de alguns deles apresentarem conceitos equivocados, falta de contextualização dos temas e desconsideração da possibilidade de se usarem os recursos da calculadora e da Informática na resolução de problemas, indo de encontro às Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).

OLIVEIRA, P. G. Probabilidade: concepções construídas e mobilizadas por alunos do ensino médio à luz da Teoria das Concepções (CKç). 2010. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

Este trabalho tem como objetivo diagnosticar quais concepções probabilísticas são construídas e mobilizadas pelos alunos do Ensino Médio em situação de resolução de problemas, quando a aprendizagem é feita tendo como material didático o Caderno do Professor e o Caderno do Aluno, elaborados segundo a nova proposta curricular implementada no estado de São Paulo, em 2008. Com isso buscamos responder à questão: Quais concepções probabilísticas são mobilizadas por alunos do Ensino Médio na resolução de problemas, quando submetidos a uma aprendizagem baseada na nova proposta implementada na rede estadual de São Paulo a partir de 2008? Para respondê-la, optamos em realizar um estudo de caso e o quadro teórico utilizado para fundamentar as análises busca articular a Teoria das Concepções (ckç) e as categorias probabilísticas identificadas em pesquisas anteriores, particularmente as propostas por Pilar Azcárate em sua tese de doutorado. Para responder nossa questão de pesquisa, analisamos alguns documentos oficiais, tais como Parâmetros Curriculares Nacionais, Exame Nacional do Ensino Médio e em especial os cadernos do professor e do aluno, integrantes da nova Proposta Curricular do estado de São Paulo. Ao final, aplicamos um questionário com três grupos de alunos voluntários, cursando o segundo e o terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino. A análise da nova proposta juntamente com a análise dos protocolos construídos a partir da aplicação do questionário nos permitiu identificar concepções do enfoque clássico de probabilidade, porém a partir de uma visão puramente determinista de probabilidade.

PIERUCCINI, R. R. Interação social e tomada de consciência das noções básicas de Probabilidade em crianças do primeiro ano do ensino fundamental. 2010. 280 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

A presente pesquisa investigou o processo de tomada de consciência das noções básicas de probabilidade em crianças de seis anos de acordo com o aporte teórico piagetiano. A interação social, como um dos fatores de desenvolvimento humano, também foi investigada nessa pesquisa, tendo-se como pressuposto que diferentes propostas de interação social podem

interferir no processo de tomada de consciência das noções básicas de probabilidade. Utilizou-se o método clínico piagetiano para investigar e analisar as tomadas de consciência das ações durante as estratégias de um jogo de regras com o uso do ábaco e desenvolvido pela pesquisadora, o qual trabalha a composição probabilista. Os participantes dessa pesquisa foram 12 estudantes do primeiro ano do ensino fundamental envolvidos no processo de alfabetização matemática, os quais foram subdivididos, após um pré-teste, em três grupos experimentais: GE¹, GE², GE³ e grupo controle (GC). No grupo experimental foram propostas três diferentes formas de interação social com a utilização do jogo de regras: nas duas primeiras (GE¹ e GE²) houve intervenção direta da pesquisadora que solicitou a justificativa das ações dos sujeitos, realizando questionamentos sobre as relações fortuitas estabelecidas durante as jogadas, sendo que na segunda proposta houve o acréscimo da representação do jogo por meio de um gráfico de barras. Na terceira proposta de interação (GE³) não houve intervenção da pesquisadora, os participantes seguiram as regras do jogo de forma tradicional. Os três grupos experimentais, organizados em duplas, participaram de três sessões cada um. Todos os sujeitos passaram por pré-teste, pós-teste I e pós-teste II. Os resultados apontam que a construção da noção probabilista é determinada pelo processo de equilíbrio, que coordena os outros fatores de desenvolvimento, visto não haver diferenças significativas entre os grupos experimentais e o grupo controle. O estudo permitiu observar a validade do constructo explicativo piagetiano da gênese do acaso e da probabilidade. Foi possível perceber as relações estabelecidas entre a construção da aleatoriedade e da operatoriedade como paralelas e antagônicas. Nesse sentido, observa-se um movimento interativo dialético entre a indução empírica e a indução ativa na construção da composição probabilista. A interação social voltada ao favorecimento da construção desta noção deverá oportunizar a indução empírica e a indução ativa, por meio de questionamentos que contribuam para a passagem do saber fazer ao compreender.

PINHEIRO, G. D. S. Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas. 2019. 99 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

Esta dissertação é baseada em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática pautados pelos cenários para investigação e Jogos e pode ser entendida como a continuidade do desenvolvimento de um jogo iniciado na graduação. A pesquisa é desenvolvida sob uma perspectiva qualitativa com a coleta/produção de dados obtida por meio de oficina desenvolvida em uma escola de Ensino Médio. Entrelaçando Jogos, Modelagem Matemática, Modelos e Pedagogia da Pergunta, objetivamos a investigação e compreensão dos potenciais do jogo e dos registros de partidas construídos e analisados pelos alunos, assim como a investigação dos registros e suas características a partir das definições de modelos a fim de responder à questão de pesquisa: Como as impressões dos alunos acerca dos registros feitos pelos mesmos por meio da descrição das partidas de um jogo criado pelo autor podem contribuir para a construção de conceitos de Probabilidade? Os resultados obtidos mostraram-se significantes no tocante às possibilidades da proposta quando o jogo é entendido como mediador da Modelagem Matemática, Modelos e da Pedagogia da pergunta como suporte à construção do conhecimento e também para a ampliação do conceito de modelo.

PINHEIRO, G. D. S. Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas. 2019. 99 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

A presente investigação foi desenvolvida em um contexto de formação continuada, sob a perspectiva do Projeto Observatório da Educação, do qual participaram professores da rede estadual de São Paulo que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A pertinência deste estudo está associada às inovações curriculares para o ensino de Matemática no Brasil, que orientam a abordagem de ideias associadas às noções de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e às discussões já empreendidas em pesquisas nacionais e internacionais a respeito das oportunidades de desenvolvimento profissional do professor, visto que ele é um ser imprescindível para implementar, no ensino, as propostas curriculares e conduzir o aluno a uma aprendizagem com compreensão. A pesquisa desenvolveu-se em três fases: fase diagnóstica, fase do processo de formação e, após um intervalo de tempo, a fase pós-formação. No planejamento da formação, buscou-se, no Programa Compreensão das Crianças sobre Probabilidade e Risco, fundamentar as discussões sobre questões didáticas referentes ao ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e à compreensão dos conceitos envolvidos na temática por crianças em fase inicial de escolarização. Recorrendo a uma investigação qualitativa, procurou-se descrever e interpretar a participação dos professores a partir dos dados coletados nas três fases. Entre os professores participantes da pesquisa, deu-se especial atenção a seis professoras que participaram de todas as fases da pesquisa. Para essa coleta, foram utilizados os seguintes instrumentos: um questionário inicial, observações com registros escritos e gravados em vídeos e áudios, protocolos de tarefas e entrevistas. Buscou-se analisar e compreender as implicações de um curso de formação continuada [em que se propôs discutir o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental] para e no processo de desenvolvimento profissional dos professores, notadamente das seis professoras. Assim, a análise dos dados, realizada à luz das teorias a respeito do conhecimento, da reflexão e do desenvolvimento profissional, concentrou-se em dois aspectos: o primeiro, Conhecimento do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, relativo às questões ligadas ao objeto matemático em discussão, e o segundo, Conhecimento, Reflexão sobre a prática e Desenvolvimento Profissional, relativo às discussões sobre a formação de professores. Em termos de resultados, evidenciou-se que o desenvolvimento profissional dos professores (especialmente das seis professoras) foi impulsionado pela participação no processo formativo, que contribuiu, sobremaneira, para o desenvolvimento e a ampliação da capacidade de reflexão e para a aquisição de conhecimentos de noções probabilísticas. As seis professoras investigadas, assim ocorreu com os demais professores, de maneira geral, adquiriram compreensões importantes em relação às ideias associadas ao conceito de Probabilidade e reconheceram a importância de explorar com as crianças ainda em fase inicial de escolaridade a noção da aleatoriedade. Isso influenciou no planejamento de situações novas de ensino e na escolha de intervenções adequadas à compreensão pelos alunos das ideias probabilísticas exploradas em sala de aula e na proposição de momentos de estudos com seus pares no contexto da escola em que lecionavam. Destaca-se, nesse processo, a relação estabelecida entre as pesquisadoras e as professoras investigadas, durante e após a formação, a qual se configurou um aspecto determinante para o desenvolvimento profissional dessas docentes.

PRESTES, D. B. Um olhar realístico para tarefas de probabilidade e estatística de uma coleção de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental. 2021. 130 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

Esta pesquisa teve como objetivo descrever, discutir e analisar tarefas de matemática das unidades específicas que abordam a temática Probabilidade e Estatística da coleção de livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental mais distribuída pelo governo federal no PNLD 2017, à luz da Educação Matemática Realística, abordagem ao ensino de matemática de origem holandesa, que tem a atividade do aluno em matematizar situações realísticas diretamente associada ao processo de aprendizagem matemática. Para isso, as tarefas das unidades escolhidas foram agrupadas em descritores de acordo com o que era solicitado que o aluno fizesse em cada uma delas e, a partir disso, realizadas considerações a respeito das tarefas dos agrupamentos que apresentaram as maiores frequências. O foco das considerações foi apresentar possibilidades de intervenções baseadas em questionamentos que os professores podem fazer ao trabalhar com as tarefas, visando a um trabalho que esteja de acordo com os princípios da Educação Matemática Realística. As análises revelaram que a maioria das tarefas estudadas pode ser classificada como sendo de reprodução, de acordo com De Lange (1999), e de baixo nível de demanda cognitiva, de acordo com Smith e Stein (1998), isto é, a maioria das tarefas envolve apenas ações relacionadas com a memorização e a reprodução de “conhecimentos” praticados com frequência (rotineiramente). No entanto, esta pesquisa deixou evidente que não é necessário ter em mãos tarefas que apresentem boas características na perspectiva da Educação Matemática Realística para realizar um trabalho que favoreça os processos de ensino e de aprendizagem, é possível realizar um bom trabalho utilizando tarefas usuais de livros didáticos, acompanhadas de intervenções do professor.

RAMOS, C. L. O ensino da probabilidade com o uso de mágicas fundamentadas matematicamente. 2015. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas - Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

Esse trabalho teve por objetivo desenvolver conceitos básicos de Probabilidade em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II, em uma escola pública do interior do Estado de São Paulo. Para isso, fez-se o uso de mágicas matemáticas a fim de tornar o ensino mais prazeroso e significativo, e, em paralelo, também manteve-se o uso do instrumento pedagógico resolução de problemas para o desenvolvimento das atividades. O tema foi escolhido devido ao fato de ser pouco explorado e trabalhado no Ensino Básico, mesmo apresentando aplicações em diversas áreas e no cotidiano. As mágicas propostas envolveram situações simples e práticas de probabilidade, e buscaram questionar os conceitos do tema abordado e instigar a criatividade, crítica e raciocínio dos alunos. Com isso, as atividades propostas aprimoraram o conhecimento matemático dos estudantes e desenvolveram uma dinâmica diferenciada, proporcionando um maior envolvimento dos mesmos durante as aulas e, conseqüentemente, melhorias no desempenho estudantil.

REZENDE, F. M. C. Desenvolvimento Profissional e Pensamento Probabilístico: estudo do processo vivido por um grupo de professores de matemática de Conselheiro Lafaiete (MG). 2013. 197 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

Tanto a literatura quanto os documentos oficiais atuais recomendam que os conceitos de Probabilidade sejam trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Contudo, estudos realizados com professores indicam que uma grande parte deles ainda não se sente preparada para realizar essa tarefa. Apresenta-se aqui um estudo realizado com professoras de

Matemática da Educação Básica de Conselheiro Lafaiete – MG, abordando duas dimensões: uma dimensão educativa e uma dimensão de pesquisa. Enquanto oportunidade de educação continuada, seu propósito principal é contribuir para o desenvolvimento profissional e, mais especificamente, para o desenvolvimento do pensamento probabilístico de professores de Matemática. Enquanto pesquisa, buscamos analisar o processo de mobilização de saberes relacionados à probabilidade de um grupo professoras inseridas em um grupo de estudos de Probabilidade. Tal proposta se fundamenta na literatura acerca do desenvolvimento do pensamento probabilístico (BATANERO, LOPES e AZCÁRATE) e no desenvolvimento profissional (FERREIRA e LOPES). Participaram do estudo três professoras de Matemática de Conselheiro Lafaiete (MG). O grupo se reuniu ao longo de oito meses, realizando catorze encontros de duas horas e meia de duração cada. Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio dos encontros, do diário de campo da pesquisadora e dos cadernos de campo das professoras participantes, além de fotos e registros produzidos pelas participantes do grupo ao longo dos encontros. A análise evidenciou uma intensa mobilização de saberes relacionados à Probabilidade, por parte das participantes. Destaca-se a compreensão de conceitos como probabilidade, aleatoriedade e acaso. Encontraram-se ainda indícios de mobilização de saberes profissionais relacionados à análise de erros dos alunos ao estudarem o tema, bem como a possibilidades de desenvolvimento do mesmo em sala de aula. A participação no grupo de estudos proporcionou às professoras participantes a oportunidade de rever suas práticas, aprender mais sobre Probabilidade e seu ensino em um ambiente que privilegiou o respeito mútuo, a aprendizagem coletiva e a troca de experiências. O estudo gerou um livreto, um Produto Educacional, voltado para professores, futuros professores e formadores de professores.

RIBEIRO, R. E. S. Uma proposta de ensino de Probabilidade no Ensino Médio. 2012. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Este trabalho desenvolve, analisa e valida uma sequência didática para o ensino de Probabilidade no Ensino Médio. As atividades foram aplicadas em uma turma de vinte e cinco alunos do Ensino Médio noturno de uma escola da rede pública estadual. Estas atividades possibilitaram a exploração de conceitos de Probabilidade, nas quais os alunos foram convidados a questionar, conjecturar e criar respostas ou explicações para os problemas propostos. Utiliza-se como referencial teórico, os cenários para investigação de Skovsmose e a resolução de problemas fundamentada em Polya e Pozo. A metodologia de pesquisa utilizada foi o Estudo de Caso. A descrição das atividades foi dividida em três etapas, nas quais são apresentadas o planejamento, objetivos, expectativas, descrição das aulas, observações do professor e análise. Realiza-se também a classificação das atividades, momento em que observa-se que estas ocorreram em diferentes Ambientes de Aprendizagem, gerando interesse e participação dos alunos, possibilitando discussões sobre conceitos de probabilidade e permitindo o confronto entre estes conceitos e a intuição dos alunos. Destaca-se também a importância da postura do professor no desenvolvimento das atividades, muito mais como orientador e instigador. O produto desta dissertação é uma sequência didática para o ensino de Probabilidade no Ensino Médio, elaborada e testada, e que pode ser utilizada por outros professores. Este produto encontra-se no apêndice A.

RITTER, D. O ensino de probabilidade geométrica: desafios e possibilidades. 2017. 226 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Universitário Francisco, Santa Maria, 2017.

Considerando que o conteúdo de Probabilidade Geométrica normalmente não é trabalhado nas aulas de Matemática, esta dissertação apresenta os resultados de uma pesquisa que buscou investigar quais são as contribuições do ensino de Probabilidade Geométrica na aprendizagem do conceito de Probabilidade. Os participantes dessa pesquisa foram estudantes do segundo ano do Ensino Médio de uma escola do município de Santa Maria. As atividades foram organizadas em uma unidade de aprendizagem, estruturada de acordo com a abordagem metodológica dos Três Momentos Pedagógicos (TMP) proposta por Delizoicov e Angotti (1990). Os recursos empregados no desenvolvimento da unidade de aprendizagem foram, experimentos práticos, jogos manuais e digitais, simulações computacionais, vídeos, situações problema e o software GeoGebra. A teoria que embasa esse estudo quanto ao desenvolvimento da aprendizagem é a da Aprendizagem Significativa. Essa pesquisa tem caráter qualitativo, sendo utilizados como instrumentos para a coleta de dados, os questionários (pré-teste e pós-teste), os registros dos estudantes e a observação participante. Verificou-se que os estudantes apresentaram dificuldades nos conceitos de áreas de figuras planas. Com isso, pode-se concluir que as atividades desenvolvidas nessa pesquisa contribuíram para que os estudantes reforçassem os conceitos de áreas de figuras planas, e que estes auxiliaram na compreensão dos conceitos de Probabilidade, promovendo uma aprendizagem significativa dos mesmos. Também se percebeu que as atividades desenvolvidas estimularam a autonomia dos estudantes, sua criatividade e engajamento no trabalho em grupo, características essas fundamentais para aprender a lidar e a superar os desafios que se apresentam cotidianamente.

RODRIGUES, J. M. S. A probabilidade como componente curricular na formação matemática inicial de professores polivalentes. 2011. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

O presente estudo se constitui num ensaio teórico que tem como objetivo indicar conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes em cursos de Pedagogia. A coleta de dados para a construção do quadro teórico se deu por meio de levantamentos bibliográficos e documentais. O trabalho está organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo é relativo à introdução do estudo e traz a proposição do problema, a delimitação do objeto de estudo, o objetivo e descreve os procedimentos metodológicos. O segundo capítulo aborda a teoria das probabilidades como componente curricular, mostra contextos nos quais a noção de acaso foi interpretada, identifica diferentes concepções de probabilidade, identifica justificativas e objetivos para o ensino de noções de probabilidade na escola. O terceiro capítulo trata da problemática da formação matemática inicial de professores polivalentes, mostra o lugar dessa formação e o perfil de alguns alunos de Pedagogia, mostra e analisa resultados de estudos brasileiros sobre a formação matemática inicial de professores polivalentes, identifica conhecimentos necessários para a formação matemática do professor polivalente e identifica conteúdos propostos para essa formação. O quarto capítulo apresenta uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial do professor polivalente, indicando conhecimentos necessários a compor essa proposta e que estão pautados em aspectos relativos a fundamentos sociológicos e filosóficos; à cultura matemática escolar; ao processo ensino-aprendizagem e à didática da matemática. O quinto capítulo tece considerações sobre o estudo, apontando possibilidades e limites da proposta.

RODRIGUES, M. R. Estudo sobre as concepções de professores do Ensino Básico em relação à aleatoriedade e Probabilidade. 2018. 229 f. Tese (Doutorado em Educação em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

Os conhecimentos probabilísticos mostram-se relevantes na vida em sociedade, pois cada vez mais as tomadas de decisão criteriosas apresentam-se como um dos diferenciais no mercado de trabalho, bem como em nosso dia a dia. Por esta razão, esta pesquisa teve como objetivo analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem tais temas. Para a coleta de dados, aplicou-se o instrumento de pesquisa “Questionário de Concepções Probabilísticas”, a 41 professores do ensino fundamental II (6º ao 9º ano), visando identificar as concepções probabilísticas apresentadas por este grupo. Como metodologia, optou-se pela análise de dados multidimensionais, aplicando-se análise implicativa e coesitiva às respostas dos professores, utilizando software de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC), que gerou grafos de coesão e de implicação das relações entre as variáveis observadas. Para fundamentar o estudo, apoiamos-nos nas categorizações de concepções probabilísticas de Azcárate e de Cardeñoso e na definição de letramento probabilístico proposta por Gal. No desenvolvimento da pesquisa, foram analisados documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para observação de semelhanças, e possíveis evoluções na passagem do 1º para o 2º documento, no que tange às orientações para a abordagem do tema probabilidade no ensino básico. Também se analisou uma coleção de livros didáticos aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), com o objetivo de identificar, à luz da Teoria Antropológica do Didático, os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias presentes nas atividades propostas na coleção. As análises permitiram identificar as concepções probabilísticas que emergiram dos participantes, nas dimensões aleatoriedade e probabilidade. Na dimensão aleatoriedade seis grupos foram identificados: determinista; causalidade; multiplicidade; incerteza; padrão; indefinidos. A dimensão probabilidade compreendeu cinco grupos: causalidade; determinista; incerteza; contingência; personalista. Destaca-se, ainda, que as análises possibilitaram categorizar os níveis de letramento probabilístico.

RODRIGUES, M. R. A urna de bernoulli como modelo fundamental no ensino de Probabilidade. 2007. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Neste trabalho propomos a utilização da Urna de Bernoulli como modelo fundamental no ensino de Probabilidade. Para a representação concreta da urna, usarei a atividade denominada “Garrafa de Brousseau”. A base que permeia este trabalho foi composta por duas teorias: a de “Campos Conceituais”, de Gerard Vergnaud, e a “Teoria das Situações”, de Guy Brousseau. Realizamos esta pesquisa com alunos da última série do quarto ciclo do Ensino Fundamental, com o intuito de verificar se esses alunos, por meio de uma seqüência de ensino, puderam construir os conceitos probabilísticos de base quando estes são abordados por dois enfoques: o laplaciano e o frequentista.

ROTUNNO, S. A. M. Estatística e Probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental. 2007. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

O presente estudo é resultado de uma investigação acerca da inclusão dos conteúdos de Estatística e Probabilidade no Ensino Fundamental, conforme sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais em 1995. Tal documento reitera, insistentemente, que a inserção destes conteúdos na Educação Fundamental tem o objetivo de atender as necessidades da demanda social, cuja ênfase está na formação de um cidadão crítico. Estes temas não apenas foram inseridos no currículo, como também foram postos em evidência, em um eixo de estudos denominado “Tratamento da Informação”. Na tentativa de responder que fatores contribuíram para a escolha desses conteúdos no currículo, fez-se imprescindível lançar olhares ao contexto em que esse documento foi elaborado, bem como aos fatos que o precederam. Recorreu-se, ainda, a depoimentos de elaboradores e consultores que participaram das Propostas Curriculares Estaduais da década de 80 e dos Parâmetros Curriculares Nacionais da década de 90. Concluiu-se, ao final desta investigação, que a inserção desses temas não decorre apenas de uma demanda social e do desenvolvimento intelectual dos alunos, mas também de outros fatores, tais como: de reorganização do conhecimento escolar; da capacidade cognitiva do aluno e de influências políticas e estrangeiras.

SANTANA, M. R. M. Produções e usos de livros didáticos no ensino de Probabilidade nos anos iniciais. 2020. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

A Probabilidade tem assumido lugar de destaque nas propostas curriculares para o ensino de Matemática, em todos os níveis de ensino. Levando em consideração o que os currículos prescritos para os anos iniciais de escolarização apontam para a importância do estudo de conceitos probabilísticos, ressalta-se a necessidade de compreender como esse conteúdo tem sido apresentado em materiais didáticos, em particular os livros didáticos (LD) — que desempenham um papel preponderante nos processos de ensino e aprendizagem. Sendo assim, baseando-se nos pressupostos teóricos da Teoria do Currículo (Sacristán, 2000), do uso de materiais curriculares por professores (Brown, 2009), bem como a compreensão da probabilidade (Bryant e Nunes, 2012), o presente estudo de doutoramento teve como objetivo analisar produções e usos de livros didáticos no ensino de Probabilidade. Para isso, a pesquisa foi dividida em quatro etapas. Na primeira etapa foram examinadas as orientações referentes à Probabilidade nos currículos prescritos, na qual observou-se que o documento curricular orientador mais atual (BNCC) aponta um direcionamento no ensino que segue a mesma direção dos estudos realizados por Bryant e Nunes (2012). Na Etapa 2 foram analisadas duas coleções de livros didáticos, identificando tarefas de probabilidade apresentadas a partir dos livros didáticos do 3.º ano, das quais 55,9% envolviam o espaço amostral, 42,6% contemplavam a avaliação de probabilidades e 1,5% a aleatoriedade. Identificou-se, ainda, que 50% das tarefas envolveu a determinação de probabilidades em experiências simples e 50% em experiências compostas; 77,5% dos contextos são de jogos de sorte e azar; havendo um predomínio da atividade matemática aplicar, sendo dessa natureza 56,6% das tarefas na coleção A e 56,3% na coleção B; e houve o predomínio do suporte imagem nas duas coleções. Na segunda etapa ainda, dois editores de livros de didáticos, ao responderem um questionário, apontaram que a Probabilidade deve ser explorada desde os anos iniciais, levando em consideração as orientações presentes nos currículos prescritos. Na Etapa 3 foram entrevistadas quatro professoras que afirmaram alinhar o que o livro didático apresenta com o currículo prescrito e evidenciaram um conhecimento não muito claro de como as demandas cognitivas da probabilidade estavam apresentadas nos LD. Na Etapa 4 foram observadas quatro aulas, uma

de cada uma das professoras participantes, verificando modos de utilização do livro didático no ensino de Probabilidade. Percebeu-se que as professoras P1 e P2 apresentaram mais momentos de reprodução do que é proposto pelo LD e P3 e P4 demonstraram um pouco mais de autonomia em relação ao uso do material, realizando adequações — atendendo, assim, às necessidades dos estudantes —, assim como criações ao proporem atividades diferentes do apresentado no LD. Desse modo, a interpretação do que foi apresentado nos livros nem sempre estava suficientemente apreendida pelas professoras. Conclui-se que parece haver uma mais forte articulação entre o que é prescrito em documentos oficiais e o que é apresentado em LD, do que a articulação entre o apresentado nos livros e o que professores modelam /planejam e o que colocam em ação em suas salas de aula. Destaca-se também a importância da probabilidade e a necessidade que nas distintas instâncias curriculares se contemple as diferentes demandas cognitivas, as variadas experiências probabilísticas e tarefas em diferentes contextos, com o auxílio de suportes diversos. Acredita-se, assim, que formações continuadas para professores podem permitir avanços no conhecimento docente em relação aos conceitos da probabilidade para que as práticas possam ir além do que é apresentado nos livros didáticos e se consiga implementar as indicações dos currículos prescritos.

SANTANA, M. R. M. O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

A formação básica em probabilidade torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais. Baseando-se nessas ideias, a presente pesquisa teve como objetivo refletir sobre o ensino proposto desta temática com objetivo de identificar como professores do Ensino Fundamental de escolas públicas concebem o ensino de probabilidade. O quadro teórico de nosso trabalho foi composto da análise de diversas pesquisas, identificando as diferentes tendências quanto às noções básicas de probabilidade a serem abordadas no Ensino Fundamental. Para compreender como se dá a construção de um conceito nos fundamentamos na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, nos possibilitando observar que ao tratarmos de um conteúdo como a Probabilidade, estão envolvidos uma diversidade de outros conteúdos como, por exemplo, os conceitos de fração, razão, porcentagem, chance, acaso, entre outros. Utilizamos como procedimento metodológico a entrevista semi-estruturada, realizada com oito professores, quatro dos anos iniciais e quatro dos anos finais, que responderam ao nosso instrumento de pesquisa relacionado a concepções probabilísticas. Com isso, pudemos obter informações referentes às concepções dos professores, relacionado-as com suas formações iniciais. A pesquisa revelou que ao menos para estes participantes, professores do Ensino Fundamental exploram muito pouco os conceitos probabilísticos em suas salas de aula e que durante suas formações iniciais não foram oferecidos elementos formativos que incorporassem saberes e práticas que permitissem o desenvolvimento de abordagens educativas que orientasse o ensino das noções básicas de probabilidade em sala de aula. Em relação às noções probabilísticas, verificamos que os professores apresentam dificuldades na própria compreensão do conceito de probabilidade. Nomenclaturas como fenômeno aleatório, espaço amostral, acaso e evento, necessárias na formalização do conceito de probabilidade não foram evidenciadas pelos professores entrevistados. De um modo geral, pode-se afirmar que há indícios de que a formação inicial influencia na construção de concepções quanto ao ensino de probabilidade e de que se faz necessário possibilitar, durante o processo de formação de professores, discussões

referentes à probabilidade, de forma que os docentes adquiram autonomia para trabalhar com esse conceito, favorecendo uma aprendizagem significativa dos seus alunos. Conclui-se que há uma complexidade em compreender as noções probabilísticas, reforçando a necessidade de pesquisas acadêmicas relacionadas ao ensino de probabilidade e suas noções básicas e a instrumentalização dos cursos de formação inicial e continuada na construção de estratégias que fomentem o trabalho com o aleatório para a introdução ao conceito de probabilidade.

SANTOS, C. R. O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula. 2005. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

Este trabalho tem como finalidade contribuir para o entendimento de como se dá o processo de incorporação de temas ligados à combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica e as relações dessa inovação curricular com o processo de formação continuada de professores. Em nossa pesquisa buscamos a triangulação de métodos, ou seja, a utilização de procedimentos como a observação de um curso de formação continuada, entrevistas e observação de aulas de quatro professores, que participaram dessa formação, em turmas de Ensino Fundamental e Médio. Nosso estudo revela que, de modo geral, esses professores não acham esses conteúdos viáveis para o Ensino Fundamental e mesmo para o Ensino Médio; apresentam certa resistência por não dominarem esses conteúdos e consideram que estes não estão previstos pelas propostas para o ensino fundamental e que são complexos. Afirmam não ter conhecimento do que é proposto pelos PCN para o ensino de combinatória, probabilidade e estatística e declaram não ter estudado esses conteúdos no curso de graduação. Com relação ao curso de formação continuada, constatamos que a falta de discussões mais consistentes em relação à prática de ensino desses conteúdos em sala de aula e o pouco tempo destinado para o desenvolvimento do assunto fazem com que sua contribuição não tenha sido suficiente para colocação em prática de propostas para o ensino desses conteúdos, de forma a possibilitar boa aprendizagem por parte dos alunos.

SANTOS, D. M. N. Análise de livros didáticos conforme as considerações do programa nacional do livro didático: Estatística e Probabilidade. 2016. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2016.

O Programa Nacional do Livro Didático visa a escolher, através de um edital, coleções de livros didáticos que serão utilizadas em salas de aula do ensino básico público e elabora, ao término do trâmite, um Guia para que os professores as escolham de acordo com as considerações e resenhas elaboradas por esse. Então, pela importância da Estatística e Probabilidade, que são aplicadas no cotidiano nas mais diversas situações e, por no Guia estarem contidos os aspectos eliminatórios e classificatórios pedidos no edital, de forma mais analítica para cada coleção, investigamos, nessa pesquisa, se as coleções aprovadas no PNLD 2015 contêm as recomendações desse programa para esses assuntos. Para isso, em uma primeira etapa, selecionamos, para análise, cinco coleções de Ensino Médio (nomeadas por L1, L2, L3, L4 e L5) que foram adotadas pelas escolas públicas de Sergipe e as avaliamos, segundo a técnica de Análise de Conteúdo, compondo categorias, conforme as considerações do Guia de Livros Didáticos. A fim de fechar um ciclo, que liga PNLD – Livro Didático – Professor, também pesquisamos, em uma segunda etapa, a opinião de alguns professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio e estão fazendo mestrado na Universidade Federal de Sergipe sobre,

essencialmente, a escolha do livro didático e a forma que estes abordam a Estatística. Para isso, valemos da aplicação de um questionário e usamos a técnica de análise estatística descritiva e Análise de Conteúdo. Assim, entre as categorias na primeira fase estão a Apresentação das Obras e Distribuição dos Conteúdos, em que evidenciamos nossas impressões sobre capa, título, além de verificarmos quantitativamente como estavam distribuídos os conteúdos de Estatística e Probabilidade. Além disso, teve a Metodologia de Ensino e Aprendizagem, pela qual constatamos que todas as coleções têm uma abordagem metodológica que privilegia um aprendizado passivo, sem espaço para reflexões, a não ser por seções específicas que estimulam o aluno a pensar. No aspecto metodológico do uso de tecnologias, algumas obras trazem exemplos para serem usados nos assuntos da área de Análise de Dados, como softwares e tutoriais de uso da calculadora, com destaque para a L5, e outras os abordam apenas no manual do professor. Outra categoria analisada foi a Contextualização, que o Guia define sob os aspectos das práticas sociais e da História da Matemática. No primeiro, notamos a inserção em todas as coleções, por meio de seções ou exercícios, e no segundo percebemos que só uma coleção trata de personagens históricos da Estatística. Ademais, poucas discutem a evolução histórica dos conceitos e as motivações sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço da Matemática, conforme preza o Guia. A última categoria dessa etapa foram os Tópicos Específicos de Estatística e Probabilidade, que destacamos das considerações como o estímulo à coleta de dados ou se a obra utiliza uma outra definição de Probabilidade, além da clássica. A coleção mais completa em nossa análise foi a L2. Na segunda etapa, mais prática, a análise mostrou que os professores afirmam conhecer o PNLD, mas não se orientam pelo Guia de Livros Didáticos para escolherem as coleções que utilizarão em sala de aula. A abordagem da Estatística no livro didático é considerada parcialmente satisfatória, com conteúdos resumidos, e poucas obras estimulam projetos de coleta de dados. Portanto, refletimos se os recursos federais destinados a esse programa estão sendo subvalorizados e se as coleções estão mesmo se aperfeiçoando de acordo com as diretrizes curriculares nacionais, que é a base de consulta para a elaboração do Guia de Livros Didáticos.

SANTOS, E. R. M. D. Mergulhando no universo das incertezas: leitura infantil e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. 2021. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

O presente estudo tem como objetivo investigar diferentes demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Foi desenvolvida uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, com vistas a atingir três objetivos específicos, sendo eles: analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas; discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade; e, investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades. Os resultados sobre as análises dos catálogos das editoras, indicam que dos 175 livros que apresentaram temáticas relacionadas à matemática, apenas 2 abordam noções relacionadas à Probabilidade. A exploração documental dessas duas literaturas infantis, indicaram a presença de várias noções referentes as demandas cognitivas, entretanto, percebeu-se diversas fragilidades conceituais, que impossibilitaram seu uso no desenvolvimento dessa pesquisa. O desenvolvimento do livro infantil O Clubinho, considerou aspectos matemáticos e linguísticos, caracterizando-se como livro de histórias, com foco m

conteúdos curriculares, considerando as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012). Por fim, as entrevistas realizadas com estudantes do 5º ano, evidenciaram compreensões desde as mais intuitivas até as mais complexas acerca das demandas cognitivas; sobre a aleatoriedade, apresentaram compreensões adequadas sobre as noções de incerteza, justiça e equidade e os diferentes tipos de eventos aleatórios, e dificuldades com a noção de independência de eventos; sobre o espaço amostral apresentam facilidade no levantamento de resultados individuais, e dificuldades nos resultados compostos e agregados; sobre a comparação/quantificação de probabilidades, apresentaram dificuldades em calcular probabilidades, pela necessidade de aplicar o raciocínio proporcional, e maior facilidade em comparar probabilidades pela possibilidade de aplicar a relação mais/menos; e, sobre a linguagem probabilística as estudantes mobilizam diferentes linguagens, como a linguagem verbal, numérica e simbólica, e se destaca o avanço qualitativo da mobilização das expressões verbais e numéricas durante a entrevista, em que passam a aplicar de forma adequada essas expressões específicas da Probabilidade. As considerações finais desse estudo, apontam a escassez de literaturas infantis que se proponham desenvolver compreensões probabilísticas, e denunciam as fragilidades apresentadas por muitos desses recursos; aponta que o livro de histórias, O Clubinho, desenvolvido nesse estudo contribui para a exploração de noções probabilísticas em situações pertinentes ao contexto infantil e rompe com a abordagem focada apenas nos procedimentos de cálculo; e por fim, consideramos que a leitura do livro e a vivência das histórias, facilitou a mobilização de variadas noções probabilísticas ligadas as demandas cognitivas, bem como a presença das ilustrações que exploram diversos sinais para expressar ideias apoiando variadas estratégias de resolução. Portanto, defendemos que a literatura infantil permite a partilha de significados dos conceitos envolvidos, pois a oralidade dá suporte de significação aos conceitos matemáticos, sendo necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos para encontrar sentidos no que lê e escreve.

SANTOS, F. B. Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de probabilidade por estudantes cegos e videntes. 2014. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.

O objetivo geral desta pesquisa foi analisar a construção dos Pictogramas 3D construídos por estudantes cegos e videntes no contexto da aprendizagem de Probabilidade utilizando uma maquete tátil (MT). Essa MT é composta por tarefas da sequência de ensino Passeios Aleatórios do Jefferson (SE PAJ) e artefatos (um tabuleiro 3D, formas plásticas com base retangular contendo 54 compartimentos quadrados organizados em 9 linhas e 6 colunas que denominamos por colméia; cartas de 2,5 cm x 2,5 cm em emborrachado EVA com uma face atoalhado e outra face lisa; e brinquedos de cinco tipos, uma campainha, porta copos, copos plásticos). A SE PAJ aborda conceitos básicos de Probabilidade (cbP) no contexto de uma experimentação aleatória para determinar qual amigo Jefferson deve visitar. As tarefas para construção dos Pictogramas fazem parte dessa SE e os artefatos diretamente utilizados são as colmeias, que servem como guia de referência, e os brinquedos que estão associados a cada um dos cinco amigos visitados. Esse gráfico representa tanto as frequências observadas no experimento aleatório, quanto às frequências esperadas na árvore de possibilidades, do número de visitas. Os sujeitos dessa pesquisa foram 3 duplas de estudantes cegos e videntes (denominados D1, D2 e D3) de turmas regulares de escolas públicas dos municípios de Itabuna (BA). Os dados foram coletados por meio de fotos e filmagens da aplicação da SE; e audiogravação. A análise dos pictogramas foi feita de acordo com a classificação proposta por Watson a partir da Taxonomia SOLO - Structure of Observed Learning Outcomes, e poderiam ser categorizados, de acordo com a

complexidade estrutural e o número de conceitos exigidos na mesma, em: pré-estrutural (P), uniestrutural (U), multiestrutural (M) ou relacional (R). Os cbP foram avaliados sob a perspectiva do letramento probabilístico proposto por Gal. Quanto aos pictogramas construídos a partir das frequências esperadas e das frequências observadas, os de D1 foram classificados, respectivamente nos níveis U e R, os de D2 nos níveis M e R, e os de D3 ambos no nível R, mostrando assim, um avanço na construção e interpretação desse tipo de gráfico. Numa análise global, avaliou-se que apesar dos estudantes apresentarem justificativas informais, há indicativos que os mesmos entenderam as diferenças entre uma situação determinística e experimento aleatório, e entre as frequências esperadas e as frequências observadas. Os resultados deste estudo indicam que utilizar materiais como MT para abordar cbP se constitui num importante recurso para ser utilizada na aprendizagem de forma compartilhada com estudantes cegos e videntes, e, por conseguinte, pode contribuir com o desenvolvimento do letramento probabilístico dos mesmos.

SANTOS, I. P. Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental. 2019. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

Este estudo tem como objetivo desenvolver e analisar uma sequência de atividades caracterizadas como ecologia de aprendizagem orientada para o ensino e aprendizagem de Probabilidade com estudantes dos 7º e 8º anos finais do Ensino Fundamental. Tal ecologia de aprendizagem faz parte do arcabouço teórico da teoria Design Experiments, sendo composta de uma sequência de atividades para o ensino e aprendizagem de Probabilidade. Foram selecionados 10 estudantes de uma escola pública do estado de Pernambuco matriculados nos referidos anos de escolarização. Metodologicamente, a pesquisa foi dividida em duas etapas (Piloto e Estudo Principal), realizadas por meio de três ciclos envolvendo os conceitos: aleatoriedade, espaço amostral e quantificação e comparação de probabilidades. A partir da análise e discussão dos resultados da implementação dos ciclos foi percebido que, concernente ao conhecimento, os estudantes apresentaram dificuldades em justificar as respostas e criar estratégias para mapear as combinações. Possibilitados pela vivência durante os ciclos, os estudantes apresentam ideias intuitivas, baseadas nas próprias experiências, utilizando estratégias que viabilizaram mapear as possibilidades, apresentando fortalecimento quanto aos argumentos coerentes em suas respostas, utilizando corretamente palavras de um vocabulário probabilístico. Diante desses resultados, acreditamos que esta ecologia de aprendizagem se mostrou uma importante ferramenta para o ensino de Probabilidade, visto que possibilitou o desenvolvimento do conhecimento probabilístico com relação aos conceitos mobilizados pelos ciclos, compreensão da natureza aleatória, raciocínio combinatório e das concepções frequentista e clássica.

SANTOS, J. A. F. L. A produção de significações sobre Combinatória e Probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora. 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

Este estudo, que possui cunho qualitativo, procura compreender o que se revela em um trabalho pedagógico com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, feito a partir da perspectiva da problematização, que busca desenvolver o pensamento probabilístico e o raciocínio combinatório por meio de uma articulação entre eles. Baseia-se na perspectiva histórico-

cultural, que considera a sala de aula – um ambiente de aprendizagem de alunos e, neste caso, professora-pesquisadora – como contexto de pesquisa, tal como propõe Freitas (2009, 2010). As contribuições da perspectiva histórico-cultural na formação de conceitos científicos, na produção de significações são pautadas em Fontana (2005, 1993), Friedrich (2012), Núñez (2009), Oliveira (2004), Smolka (2010) e Vygotsky (1991, 2001), autores que orientaram o desenvolvimento desta pesquisa. Têm-se como objetivos: reconhecer as ideias que surgem na comunicação oral e escrita em um contexto de problematização em sala de aula, compreender quais tarefas são propícias para o raciocínio combinatório e procurar sinais da contribuição de um estudo da combinatória vinculado ao desenvolvimento do pensamento probabilístico. A pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino do interior do estado de São Paulo, que realizaram uma sequência de 18 tarefas com foco na linguagem relacionada à combinatória e à probabilidade, bem como no raciocínio combinatório e no probabilístico. Ao final dessas tarefas, os alunos realizaram individualmente outras 5 sobre probabilidade para investigar os indícios do trabalho realizado, de acordo com Hiebert et al (1997). As tarefas propostas foram desenvolvidas a partir dos estudos de Antonio Lopes (2000), Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994); Celi Lopes (2003); Godino, Batanero e Cañizares (1996); Macedo; Petty; Passos (1997); São Paulo (1998); e Skovsmose (2008). A dinâmica de desenvolvimento das aulas segue as orientações de Christiansen e Walther (1986), que propõem três fases – apresentação, atividade independente e reflexão conclusiva. A análise centra-se em dois eixos. No primeiro deles, episódios, estudam-se as ideias de combinatória que emergem em um processo de comunicação oral e escrita, em um contexto de problematização. No segundo eixo, são analisadas as contribuições do estudo da combinatória ao pensamento probabilístico. A partir da análise, é possível observar que os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade e – ao se verem diante de uma proposta de ensino problematizadora, relacionada à linguagem e a uma cultura de aula de Matemática apropriada – podem se envolver em um processo de elaboração conceitual, (re)significando conceitos, atingindo outros mais complexos. Ademais, a articulação da combinatória e da probabilidade com elementos mediadores – linguagem, tarefas e ambiente de aprendizagem – leva à imbricação do raciocínio combinatório e do pensamento probabilístico por meio de significações, permitindo a aprendizagem com compreensão.

SANTOS, J. A. F. L. O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental. 2010. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

A presente pesquisa centrou-se na seguinte questão de investigação: Quais são as ideias sobre linguagem e pensamento probabilístico que os alunos apresentam em um contexto de resolução de problemas mediado pelo processo de comunicação? Tinha como objetivos: (1) identificar ideias probabilísticas que emergem do processo de comunicação oral e escrita, no contexto de resolução de problemas em uma perspectiva investigativa; (2) analisar as ideias ali surgidas durante a interação e a negociação entre alunos e professora-pesquisadora. Desenvolvida em duas fases, na primeira delas, a pesquisa propôs aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino uma sequência de 18 tarefas — divididas em três etapas: introdução, desenvolvimento e socialização —, envolvendo problemas relacionados à estocástica e à perspectiva investigativa. Na segunda fase, foram propostas a quatro alunos, que também participaram da primeira sequência, sete tarefas, na mesma perspectiva que as anteriores, para serem realizadas individualmente. Essa segunda sequência pretendia analisar se as concepções apresentadas nas primeiras tarefas também estariam presentes em outros

contextos. O material de análise foi composto por registros escritos dos alunos; transcrições de vídeos resultantes da socialização da primeira sequência de tarefas e de entrevistas individuais realizadas na segunda fase; e diário de campo da professora-pesquisadora. A análise possibilitou constatar que a metodologia adotada em sala de aula, no contexto de resolução de problemas, mediada pelo processo de comunicação oral e escrita, favorece o movimento das ideias probabilísticas dos alunos e, conseqüentemente, o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Oportunizou também perceber que os alunos compreendem que os termos probabilísticos expressam as chances dos acontecimentos; que os utilizam, ao estimar as probabilidades de determinados eventos; e que promover tarefas relacionadas à linguagem estocástica possibilita que os alunos criem um repertório linguístico apropriado à expressão do pensamento probabilístico. Também possibilitou evidenciar equívocos quanto aos significados das palavras —possibilidade e —probabilidade, que muitos alunos compreendem como sinônimas; e equívocos de linguagem, promovidos pelos enunciados das tarefas, os quais podem gerar dificuldades no processo de ensino-aprendizagem da probabilidade e ocasionar avaliações equivocadas a respeito do real conhecimento dos alunos em relação aos conceitos probabilísticos.

SANTOS, J. S. Passeios aleatórios e o conceito de chance na educação infantil: uma análise instrumental. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

O objetivo geral desta pesquisa foi analisar as relações que ocorrem quando crianças da Educação Infantil resolvem tarefas, envolvendo o conceito de chance, mediadas pela maquete tátil. Utilizou-se como fundamentação teórica a Teoria da Instrumentação proposta por Rabardel, cuja referência de análise foi o Modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas, considerando-se os polos: Sujeito (S), crianças da Educação Infantil (idade de 5 anos); Instrumento (I), maquete tátil, composta por peças e tarefas da Sequência de Ensino Os Passeios Aleatórios do Jefferson três amigos (SE PAJ3); Objeto (O); conceito de chance e outros sujeitos (P); pesquisadores. A SE PAJ3 é composta de cinco tarefas, organizadas em três etapas para abordar o conceito de chance com eventos equiprováveis e não equiprováveis. Os sujeitos da pesquisa foram 14 crianças, distribuídas em sete duplas, regularmente matriculadas na Educação Infantil em uma escola privada localizada na cidade de Itabuna – BA. A aplicação da SE PAJ3 ocorreu em um único encontro de aproximadamente 3 horas/aulas, no turno vespertino, na própria sala de aula. Os dados foram coletados por meio de filmagens, audiografações, fotografias e registros gráficos. Foram analisadas, qualitativamente, as cinco tarefas da SE PAJ3, considerando as relações estabelecidas entre os polos do modelo SACI, bem como as relações mediadas, ou seja, foram investigadas as seguintes relações: [P-S], [S-I], [P-(I)-S], [I-O], [S-(I)-O], [P-(I)-O]. Como resultados principias, destaca-se que a presença do pesquisador (P) foi fundamental durante a execução de todas as tarefas, com suas estratégias de oralidade, teatralidade com o movimento corporal, criando um clima de ludicidade, incentivando as crianças (S) a participarem ativamente até o final, apresentando suas dúvidas, expondo suas crenças, seus vocabulários, seus movimentos infantis, e assim evidenciando uma relação [P-S]. Com esse apoio do pesquisador (P), verificou-se também que, à medida que as tarefas foram sendo aplicadas, as crianças se familiarizavam cada vez mais com as peças da maquete (I), e as dificuldades iniciais foram - dirimidas, demonstrando assim uma apropriação e agilidade crescente no manuseio e no entendimento da função delas nos diferentes cenários apresentados, demonstrando assim tanto a presença de uma relação [P-(I)- S] como a [S-I]. Com a relação [I-O], identificou-se que o instrumento foi eficaz na abordagem do conceito de chance, e a partir desse resultado, com a relação [S-(I)- O], foi possível observar que as crianças se

mostraram eficientes para solucionar as tarefas, considerando que elas não tinham vivenciado nenhuma instrução formal envolvendo o conceito de chance, e passaram a pelo menos a associar esse conceito com o número de caminhos possíveis para Jefferson chegar à casa de cada um dos amigos, chegando ao final à conclusão de que Pelé e Duda tinham a mesma chance de ser visitados, por possuírem apenas um caminho para que Jefferson os visitasse, bem como o amigo mais visitado era a Babi, por existirem dois caminhos. De fato, reconhece-se que essa relação só poderia ser mais bem avaliada, se fossem aplicadas outras tarefas que abordassem esse conceito que permitam às crianças novas reflexões. No que tange à relação [P-(I)-O], o pesquisador (P) procurou sempre evidenciar o conceito de chance (O), mediada pelas tarefas (I), em particular nas tarefas 1, 4 e 5, buscando manter os vocábulos correspondentes a esse conceito, como “justo”, “mesma chance”, ainda que aceitando os entendimentos das crianças. Por fim, diante da análise das relações, considerou-se que foram elencados elementos que levem a supor que a maquete tátil apresenta potencialidades positivas para abordagem do conceito de chance com crianças da Educação Infantil visando ao desenvolvimento do letramento probabilístico delas. Espera-se então que esse material didático possa ser levado de fato para as salas de aula regulares desse nível escolar, bem como que este estudo possa colaborar com futuras pesquisas da área de Educação Matemática que abordem a mesma temática, fomentando assim as discussões sobre o ensino de Probabilidade para crianças da Educação Infantil.

SANTOS, J. J. A. Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o ensino de conceitos de probabilidade. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver um Objeto de Aprendizagem e investigar sua utilização no processo de ensino de conceitos de probabilidade. Para tanto, apoiamos-nos na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na Construcionista de Papert como referenciais teóricos. Trabalhamos com uma turma de 3ª série de Ensino Médio de uma Escola Municipal do interior de Pernambuco. A metodologia empregada nesta pesquisa foi baseada nos estudos sobre pesquisa qualitativa, com a observação participante, e a modalidade escolhida foi o estudo de caso. Os resultados apontam mudanças efetivas na comunicação e na interação entre os componentes da sala de aula e uma melhoria significativa no processo de ensino e aprendizagem, que dá condições ao estudante para participar da construção de seu próprio conhecimento, o que lhe favorece uma melhor aquisição de conhecimentos, competências e habilidades sobre os conceitos de probabilidade.

SANTOS, P. A. A modelagem como proposta para a introdução à probabilidade por meios dos “passeios aleatórios da Mônica”. 2010. 201 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

Neste trabalho propomos a análise das contribuições que uma sequência de ensino aplicada na sala de aula no sentido inverso da praxeologia usual traz para a apropriação introdutória do conceito de probabilidade, ou seja, como a sequência de ensino que aborda a introdução à probabilidade, por meio de uma proposta de simulação e modelagem envolvendo “Os passeios aleatórios da Mônica” - atividade para ensinar conceitos básicos de Probabilidades pode favorecer a aprendizagem. A realização deste estudo teve como sujeitos de pesquisa, 70 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental da rede privada de ensino, na cidade de São Paulo. Realizamos nossa pesquisa considerando os estudos de Cazorla e Santana (2006), em conjunto

com as pesquisas realizadas por Cazorla e Gusmão (2009) e o Grupo de Pesquisa “AVALE”, que utiliza a modelagem como recurso didático. Para analisar as realizações dos estudantes, consideramos os questionamentos mencionados anteriormente e, principalmente a questão: “Quais as contribuições que uma sequência de ensino, aplicada em sala de aula no sentido inverso da praxeologia usual traz para a apropriação introdutória do conceito de probabilidade?”, está vinculada ao nosso referencial teórico, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os estudos de Nagamine, Henriques e Cazorla (2010), pois estes entendem que o tipo de tarefa (T), técnica (?), tecnologia (θ) e teoria (?) descrevem uma organização praxeológica completa [T/?/?/?], e ainda, pela sugestão da inversão da praxeologia usual ao realizar o estudo de introdução à Probabilidade. Idealizamos o nosso trabalho por meio da realização de uma intervenção de ensino com foco na pesquisa-ação, dada a interação entre o pesquisador e os estudantes, e considerando que o nosso propósito era o de verificar se o processo de simulação e modelagem pode, ou não, favorecer o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental de forma experimental.

SOBRINHO, F. E. Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental desenvolvendo raciocínio combinatório e probabilístico. 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

Esta pesquisa se propôs a investigar como os alunos embasados em suas experiências construíam o conhecimento no processo da aprendizagem matemática envolvendo atividades combinatórias e probabilísticas. O problema foi investigado a partir de exercícios envolvendo raciocínio combinatório e probabilístico em encontros com alunos do 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental. A questão orientadora da investigação foi a seguinte: Como os alunos lêem e resolvem Problemas de Combinatória e Probabilidade e como os Jogos Matemáticos ajudam os alunos a desenvolver a construção do Raciocínio Combinatório e Probabilístico? Foram analisadas neste estudo estratégias que alunos utilizam ao resolverem problemas de raciocínio combinatório, sem tê-los, ainda, estudado formalmente. Buscamos na análise discutir as seguintes questões: Como conceitos envolvidos em problemas de raciocínio combinatório se formam?; Quais são as idéias que os alunos têm sobre esses problemas?; Quais métodos eles utilizam para solucioná-los? E, Como se dá o desenvolvimento da compreensão desse conceito ao longo dos anos? Durante a pesquisa tivemos o cuidado que durante as atividades nossas atitudes não interferissem nas decisões dos alunos, pois a contextualização de suas ações possibilitaria a construção do conhecimento. Este assunto foi pesquisado na certeza da possibilidade de contextualizar a Educação Estatística no Ensino Fundamental I. E a necessidade de estabelecer relações que definem responsabilidades compartilhadas para quebra de paradigmas entre os professores do ensino fundamental I com os professores de matemática do ensino fundamental II, no que diz respeito à aprendizagem matemática em especial a aprendizagem de Estatística, Combinatória e Probabilidade. Essa necessidade de um efetivo ensino deve compreender as interferências necessárias no processo pedagógico a serem feitas pelo professor para contextualizar essa aprendizagem. As aulas de matemática precisam sofrer transformações geradas pela ação docente para que o Raciocínio Combinatório e Probabilístico se alicerce definitivamente na educação básica.

SCARLASSARI, N. T. Narrativas de práticas em Educação Estatística e a agência profissional de professores de matemática. 2021. 253 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

Esta pesquisa tem como objetivo geral analisar ações pedagógicas que caracterizam a agência profissional de professores de Matemática, ao ensinarem Estatística e Probabilidade para alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Na busca por atingi-lo, a seguinte questão central foi delineada: “Como se caracteriza a agência profissional de professores de Matemática, a partir das narrativas de suas práticas, ao proporcionarem a Educação Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental?” Para responder a esta questão, foi tomado como pressuposto que o professor é produtor de conhecimento, e a metodologia adotada se insere na vertente da pesquisa qualitativa com abordagem (auto)biográfica que toma as narrativas de si como meio de (auto)formação, segundo os estudos de Passeggi (2020) e Vicentini, Souza e Passeggi (2013). Os dados foram construídos por meio das entrevistas narrativas (BOLÍVAR; DOMINGO; FERNÁNDEZ, 2001) e das narrativas de práticas (BERTAUX, 2010) de três professores de Matemática, efetivos da rede municipal de Valinhos – SP, participantes do Grupo de Investigação e Formação em Educação Matemática (Gifem), que se tornou colaborativo ao longo do tempo. Dentre outros, os aportes teóricos que sustentam este estudo são Bolívar et al. (2001), Cyrino (2017), Cyrino e Paula (2020), Day (2001), Freire (1989, 1996), Fullan e Hargreaves (2001), Garfield e Gal (1999), Larrosa (2011, 2018), Lopes (2008b, 2010), Nacarato (2010, 2015, 2018), Passeggi (2010, 2011), Passos (2010), Tardif e Lessard (2014). Os dados permitiram identificar que as narrativas têm potencial reflexivo, uma vez que permitem ao professor ressignificar sua prática. As análises do que acontece na sala de aula, das angústias e das inseguranças do processo, das ações que caracterizam a agência profissional ocorreram a partir da escuta da voz do(a) professor(a). Os resultados mostram que professores participantes de um grupo colaborativo se sentem empoderados para ousar atividades diferenciadas, criativas, inovadoras para as práticas, envolvendo Estatística e Probabilidade, desenvolvidas nas escolas. Encontram no grupo colaborativo apoio dos pares e um espaço para discutir e ressignificar suas ações. Ouvir o estudante, colocá-lo no centro do processo de aprendizagem faz parte da aprendizagem docente e isso indica que ele está assumindo sua agência profissional. Além de dar visibilidade àquilo que acontece na sala de aula de escolas públicas, apresentam-se as trajetórias profissionais dos docentes por meio de biogramas que apontam a significância de se manter em constante formação, ao longo da vida profissional. A tese defendida é que a agência do professor vai se desenvolvendo e se efetivando, à medida que há um empoderamento, advindo da participação ativa no grupo colaborativo, do mesmo modo vai-se constituindo a identidade profissional individual, em paralelo à identidade coletiva, assumida pelo grupo. O processo de autoria (autorrealização pessoal) está intrinsecamente relacionado com a condição biográfica, assumida pelos membros do grupo.

SILVA, D. S. C. Letramento estocástico: uma possível articulação entre os letramentos estatístico e probabilístico. 2018. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

A crescente divulgação de notícias, impulsionada pelas redes sociais, faz com que a sociedade necessite ser cada vez mais crítica. E é dentro desse contexto que A Educação Estatística pode ter papel importante na formação dessa sociedade, visto que há a possibilidade dessa Educação facilitar na formação de uma sociedade mais crítica, já que os Letramentos Estatístico e Probabilístico auxiliam nessa construção. Nosso objetivo geral é analisar quais elementos do Letramento Estatístico e do Letramento Probabilístico são trabalhados com alunos do sexto ano do ensino fundamental e estudar a possível articulação entre eles por meio de atividades que envolvam postura crítica para análise de dados. Durante nossos estudos indicamos de que forma

pontos consonantes podem promover um novo Letramento, o Letramento Estocástico. Para analisar a forma como esses dois Letramentos interagem e se articulam com os alunos, realizamos uma atividade, baseada em pressupostos da Engenharia Didática, que consistiu no lançamento de dados cúbicos e construção de gráficos para a verificação da frequência relativa associada à cada uma das faces, para assim auxiliar na aprendizagem da Probabilidade Frequentista. Para a verificação da postura crítica dos alunos foram inseridos na atividade alguns dados viciados, resultando em lançamentos não equiprováveis. Os resultados da atividade apontaram para alguns pontos em comum nos Letramentos Estatístico e Probabilístico, como a importância de se trabalhar a Estatística e a Probabilidade de forma concomitante, e a relevância de se trabalhar com dados, que são elementos do convívio dos alunos, aprimorando levantamentos que são do contexto dos estudantes, indicamos também algumas dificuldades encontradas, como a ausência da verificação da não-equiprobabilidade.

SILVA, F. L. C. F. Analisando contribuições da teoria das situações didáticas no ensino e na aprendizagem da Estatística e das probabilidades no ensino fundamental. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

A presente pesquisa visa a contribuir com o debate e sugestões de alternativas pedagógicas para o ensino e a aprendizagem desses conteúdos no Ensino Fundamental, tendo por base a Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau (2008, 2013, 1998, 1996) e trabalhos de alguns educadores matemáticos. O objetivo principal desta investigação foi coletar informações que pudessem responder à seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições da Teoria das Situações Didáticas no ensino e na aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no 6º ano do Ensino Fundamental? Ela foi realizada com 30 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Congonhas, Minas Gerais. Para a coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: caderno de campo da professora-pesquisadora com os registros das observações feitas em classe, caderno de anotações dos participantes, grupos focais, testes, questionários, manifestações orais dos participantes e gravações em áudio e vídeo. As gravações foram transcritas para análise. Os resultados apresentaram fortes indícios de que a teoria em questão contribui de vários modos para o ensino e a aprendizagem da Estatística e das Probabilidades: autonomia dos alunos, envolvimento e satisfação dos alunos na realização das atividades; estímulo à interação e cooperação aluno-aluno e aluno-professor em sala de aula; percepção do aluno sobre a importância do saber matemático; apropriação pelos alunos dos saberes estatísticos e probabilísticos trabalhados durante a pesquisa. Além disso, os resultados evidenciaram as dificuldades vivenciadas pelos alunos na aquisição dos conhecimentos e os erros por eles cometidos. Na Teoria das Situações Didáticas, quando identificados, os erros e as dificuldades cometidos pelos alunos tornam-se uma valiosa fonte de informação para a elaboração de boas questões ou de novas situações problemas que possam atender, mais claramente, os objetivos desejáveis.

SILVA, I. A. Probabilidades: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito. 2002. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

Desde a sua origem, o conceito de probabilidades desenvolveu-se em múltiplas perspectivas: concretamente, a probabilidade de um acontecimento ou de um fenômeno tem sido concebida numa vertente clássica ou laplaciana (baseada na "Lei de Laplace"), numa vertente frequentista

(baseada na "Lei dos Grandes Números" de Jacques Bernoulli) e numa vertente pessoal ou subjetiva. Esta dissertação de mestrado teve por objetivo o estudo e aplicação de uma seqüência didática na qual os conceitos ou noções que conduzem à definição de probabilidades fossem abordados a partir de atividades ou situações-problema e as concepções freqüentista e clássica de probabilidade pudessem ser integradas no ensino tendo em vista uma aprendizagem mais profunda e significativa em termos de compreensão e aplicação das probabilidades. A partir do estabelecimento de uma fundamentação teórica e de uma metodologia de pesquisa, dos estudos da História, da Epistemologia e da Transposição Didática, estabelecemos nossa problemática, hipóteses e objetivos de pesquisa. Aplicamos, então, uma seqüência didática com o intuito de atingirmos nossos objetivos de pesquisa. Em seguida, elaboramos nossas conclusões e apresentamos uma bibliografia de nossa pesquisa seguida do questionário aplicado no teste piloto.

SILVA, M. R. Uma seqüência de atividades de letramento probabilístico em uma abordagem pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos. 2020. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

Neste trabalho avalia-se a produção de significados pelos estudantes envolvidos em uma seqüência didática de letramento probabilístico a partir da perspectiva proposta do Modelo Teórico dos Campos Semânticos. Esta pesquisa caracteriza-se pelo desenvolvimento de uma abordagem qualitativa, sendo o trabalho de campo desenvolvido em uma sala de aula da disciplina de Matemática para alunos do 3º ano do Ensino Médio da esfera particular de ensino. A investigação se deu a partir da proposição, pelo professor, de uma seqüência de atividades de letramento probabilístico que deveriam ser realizadas pela turma. Os alunos divididos em grupos investigaram e propuseram procedimentos sobre a resolução das atividades propostas. A análise se deu a partir do processo de produção de significados pelos estudantes em busca da solução dessas atividades, por meio da Leitura Positiva, formulado a partir do referencial teórico adotado. A investigação permitiu o reconhecimento de importantes elementos do referido processo e a elaboração de estratégias para uma seqüência de atividades que resultaram em um produto educacional que visa proporcionar reflexões e pode auxiliar o professor em sua prática, principalmente, na educação básica.

SILVA, R. C. B. É a moeda que diz, não é a gente que quer não: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

A partir da apreciação do relatório Children's understanding of probability, produzido por Bryant e Nunes (2012), surgiu o desenho inicial do presente estudo. Para os referidos autores, a probabilidade é um conceito complexo que envolve o desenvolvimento de quatro exigências cognitivas: compreender a natureza e as consequências da aleatoriedade; formar e categorizar o espaço amostral; comparar e quantificar probabilidades; e entender correlações. No estudo, optou-se por investigar as três primeiras exigências apontadas por Bryant e Nunes (2012), objetivando analisar, em situações de jogos, conhecimentos de estudantes acerca da probabilidade, em particular no que se refere à aleatoriedade, ao espaço amostral e à comparação de probabilidades. Para o estudo, foram selecionados dois jogos: Travessia do Rio (BRASIL, 2014) e uma adaptação do jogo Passeios Aleatórios da Mônica (CAZORLA; KATAOKA; NAGAMIME, 2011), aqui denominado Passeios Aleatórios da Rute. No aporte

teórico considerou-se o letramento probabilístico de Gal (2004, 2012) e os significados da probabilidade propostos por Batanero e Diaz (2007), entre outros. Em relação a jogos, considerou-se, principalmente, os autores Kishimoto (1994), Grandó (2000) e Muniz (2010). Foram realizadas entrevistas do tipo clínica com 36 crianças do 1º, 3º e 5º anos do Ensino Fundamental. Os resultados apontaram que o significado intuitivo da probabilidade foi evidenciado pelas crianças, que trouxeram à tona uma linguagem natural, baseada em crenças e opiniões. Relacionaram a aleatoriedade à sorte ou ao azar, justificando as respostas a partir de parâmetros particulares e demonstraram melhor compreensão em eventos pouco prováveis e impossíveis. As crianças mais velhas tiveram um desempenho melhor que as mais novas, apesar de também evidenciarem dificuldades. Foram observadas fragilidades na compreensão de eventos independentes, em que as crianças cometeram o erro de recência positiva ou de recência negativa. Em relação ao espaço amostral, a maior dificuldade observada foi a falta de percepção de que eventos, tais como $3 + 5$ e $5 + 3$, são possibilidades distintas. Poucas crianças refletiram, conscientemente, sobre o espaço amostral para estabelecer a comparação de probabilidades. As justificativas se apoiaram, especialmente, na recente experiência do jogo. Percebeu-se que o uso de jogos possibilitou que as noções intuitivas emergissem com naturalidade, mas que se faz necessário haver instrução, a qual pode também incluir esse recurso, para construção de conhecimentos probabilísticos mais coerentes.

SILVA, R. C. B. Justiça em jogos: compreensões de estudantes (crianças e adultos) e professores à luz de demandas cognitivas da probabilidade. 2021. 212 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

A presente pesquisa consubstanciou-se a partir de três estudos que se interconectaram entre si, objetivando analisar compreensões acerca de justiça em jogos à luz de demandas cognitivas da probabilidade concernentes à aleatoriedade, ao espaço amostral e à comparação de probabilidades. O Estudo 1 contou com a participação de 15 crianças do 5º ano e 15 estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA); o Estudo 2 estabeleceu um paralelo entre 15 crianças portuguesas (5º ano) e as crianças brasileiras do Estudo 1; no Estudo 3 foram investigados 15 professores dos anos iniciais, sendo: cinco brasileiros e cinco portugueses do ensino regular e cinco brasileiros da EJA. Utilizou-se seis diferentes jogos, associados a elementos da probabilidade, por meio de entrevista clínica e questionário, analisados a partir de demandas cognitivas da probabilidade, de construtos do pensamento probabilístico e de níveis de crenças em jogos. Os participantes dos distintos estudos apresentaram similitudes em suas compreensões no que tange à justiça em jogos considerando as conexões estabelecidas com elementos da probabilidade, tanto em relação a concepções coerentes do ponto de vista formal, como também a equívocos conceituais. De modo geral, os participantes associaram jogo justo à equiprobabilidade com conexões com sorte, incerteza, regras, uso de artefatos iguais e equilíbrio. As crianças e adultos (Estudo 1) apresentaram aproximação de desempenho, o que indica que a maturidade e a experiência dos estudantes adultos parecem não influenciar as compreensões acerca de jogos justos imbricados nos conceitos probabilísticos explorados. As crianças do Estudo 2, apresentaram compreensões similares em relação à justiça em jogos, evocando conceitos intuitivos análogos, que possibilita inferir que as diferentes culturas dessas crianças parecem também não influir em suas concepções. Os estudantes, sejam adultos ou crianças, em sua maioria, apresentaram compreensões típicas dos níveis mais elementares dos construtos do pensamento probabilístico, que denota fragilidades conceituais em relação a conceitos probabilísticos. Como esses estudantes não tiveram acesso formal a conceitos referentes à probabilidade, reforça-se a convicção de que há elementos probabilísticos que são

somente consolidados por meio do ensino. Os professores, apresentaram compreensões pariformes com equívocos e potencialidades observados nos distintos grupos do Estudo 3. Na pesquisa, de forma geral, constatou-se fragilidade de compreensão dos participantes dos três estudos em relação a sequências aleatórias pelo tênue entendimento de independência de eventos, bem como, incompreensões acerca do raciocínio proporcional para comparar eventos de espaços amostrais distintos e equívocos sobre o espaço amostral, que, por conseguinte, implicaram em análises equivocadas de jogos (in)justos. Sinteticamente, pode-se concluir que compreensões e incompreensões acerca de elementos probabilísticos que envolvem demandas cognitivas da probabilidade influenciaram a avaliação dos participantes ao considerar um jogo justo, ou não. Assim sendo, os equívocos e acertos apresentados para avaliar a justiça em jogos possuem relação com conhecimentos de natureza probabilísticas que necessitam ser ensinados nas escolas.

SILVA, V. D. M. A abordagem da história da matemática no ensino da probabilidade nos livros didáticos no ensino médio. 2018. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

Reconhecendo a importância de aliar a História da Matemática ao conteúdo de Probabilidade, bem como a relevância de avaliar o material didático utilizado pelo professor no seu dia a dia, neste trabalho analisaremos quatro coleções didáticas de matemática, sugeridos pelo PNLD 2018. Nosso objetivo é responder o seguinte questionamento: “Qual a abordagem conferida à História da Matemática no conteúdo de probabilidade nos livros didáticos do Ensino Médio?”. Os dados analisados revelam que os livros didáticos tratam do conteúdo em questão, reportando-se a História da Matemática, todavia, em alguns casos, deixam lacunas quanto à exposição do mesmo e/ou limitação no resgate histórico apresentado. Verificamos que a contextualização histórica do conteúdo de probabilidade varia de um autor para outro, alguns deles fazem-na de forma breve, outros de maneira mais aprofundada. Entretanto, em todos os Livros Didáticos observados não são apresentadas questões para estudo dos textos que trazem a história relacionada ao conteúdo como também não sugerem atividade de pesquisas para ampliar as aprendizagens. Dessa forma, nossos dados nos levam a reforçar a compreensão da necessidade de o professor recorrer a materiais complementares que levem o aluno a refletir que toda cultura científica e tecnológica é resultado e instrumento da evolução social e econômica, na atualidade e ao longo da história.

SOARES, E. Uma análise sobre as atividades de probabilidade propostas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. 2014. 140 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.

Esta pesquisa teve por objetivo analisar como o tema ‘probabilidade’ tem sido abordado em coleções didáticas brasileiras aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático de 2014 (PNLD 2014) e que haviam sido mais adotadas dentre as aprovadas no PNLD 2011. Buscou-se responder à questão: Que indícios teóricos e metodológicos emergem de um processo analítico sobre o ensino de probabilidade, expressos em alguns livros didáticos? Para tanto, procedeu-se a uma pesquisa bibliográfica e documental, adotando a análise de conteúdo como técnica para o processo analítico. Na pré-análise, selecionamos as coleções do PNLD 2014 e na exploração dos materiais selecionamos as seguintes categorias: presença de concepção de probabilidade clássica, presença de concepção de probabilidade frequentista e presença de discussão sobre

aleatoriedade. A fim de proporcionar um contraste necessário para ampliar nosso olhar sobre o ensino de probabilidade expresso em livros didáticos nacionais, elegemos uma coleção didática voltada a outro contexto educacional, a qual resultou de um projeto de pesquisa que envolveu professores e pesquisadores de diferentes regiões dos Estados Unidos. No referencial teórico de análise, destacam-se estudos de Azcárate, Batanero, Cardeñoso, Coutinho e Lopes. Concluiu-se que as coleções nacionais analisadas não exploram satisfatoriamente a concepção frequentista de probabilidade e não priorizam a discussão sobre a questão da aleatoriedade. Utilizam a concepção clássica para apresentar a probabilidade como uma razão e exploram o fato de que se trata de uma probabilidade teórica. Pouco apresentam atividades de investigação ou de resolução de problemas multidisciplinares que subsidiem o estudante a melhor compreender sua realidade e familiarizar-se com modos de lidar com a aleatoriedade.

SOARES, M. B. O Ensino de Probabilidade por meio de Atividades. 2018. 294 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de Probabilidade por meio de atividades sobre os aspectos conceituais e desempenho da resolução de questões envolvendo o assunto. A parte experimental da pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública federal de Abaetetuba/PA com 20 alunos do 2º ano do Ensino Médio, adotou-se como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática. A análise dos resultados se deu pelo registro dos discentes nas atividades, confrontação das análises a priori e a posteriori, pela comparação entre os resultados do pré-teste com o pós-teste, análise dos erros ocorridos no pós-teste, bem como pela aplicação do Coeficiente de Correlação Linear de Pearson e do Teste de Hipótese. Os resultados da comparação apontaram aumento nas notas do pós-teste; o teste de hipótese comprovou que as notas do pós-teste tiveram melhora estatisticamente em relação ao pré-teste e a análise das correlações mostrou que nenhum dos fatores socioeconômicos levantados teve interferência direta nos resultados obtidos, constatando que o bom resultado do experimento deveu-se sobretudo à metodologia utilizada.

SOCHA, R. R. Aprendizagem probabilística de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental por meio de atividades de investigação. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrando em Ensino de Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

Este estudo tem o objetivo de analisar a aprendizagem probabilística dos alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental e as contribuições de uma prática docente pautada na problematização e na investigação. Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, realizada por meio do estudo de caso, a qual busca responder à questão: quais indícios de aprendizagem da probabilidade de alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental emergem, quando eles desenvolvem atividades de investigação? Para tanto, a construção de dados deu-se pela aplicação de atividades investigativas que envolveram fenômenos aleatórios. Inicialmente realizou-se uma sondagem para verificar o conhecimento dos alunos acerca de probabilidade e seus conceitos. A partir daí a realização das atividades os levou a investigar a aleatoriedade e a incerteza em situações relacionadas à realidade, de modo a favorecer o desenvolvimento do raciocínio probabilístico. Foram analisados os registros realizados pelos alunos, suas interações e suas falas. Evidenciou-se a importância dessas atividades por lhes permitir vivenciar uma ruptura com a visão determinística. Além disso, verificaram-se o envolvimento e a ampla interação dos

alunos na realização das propostas. Pôde-se concluir que uma prática pautada em tarefas investigativas deu aos alunos subsídios para reconhecer com clareza os conceitos de probabilidade e para optar por melhores escolhas em situações de incerteza.

SOUZA, A. M. S. Proposta de ensino para conceituação de acaso como introdução ao ensino de probabilidade. 2012. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.

A dificuldade de motivar e mobilizar nossos alunos a se envolverem no processo de ensino terá de ser superada para que se consigam aulas nas quais os alunos tenham a oportunidade e a vontade de ter uma atividade intelectual. Nessa perspectiva educacional, a pesquisa se concentra no ensino da matemática, mais precisamente, no problema do ensino de probabilidade no ensino médio. Entende-se que para uma boa aprendizagem de probabilidade é preciso entender bem o que é o acaso, sem viés dogmático, percebendo-o como algo inerente à vida; presente no cotidiano e que “rege” todos os eventos que têm chance de ocorrer e chance de não ocorrer, não importando se essa chance é muito pequena ou muito grande. Esta pesquisa se revela com o intuito de mobilizar o aluno a rever seu relacionamento com o acaso, e essa relação o permita compreender a probabilidade de forma concisa. Para isso, apresenta uma sequência didática de seis aulas que, ao longo da aplicação, introduz conceitos que auxiliam no processo, geram dúvidas e curiosidades entre os alunos, organiza debate para o acompanhamento e desenvolvimento do tema, trabalha de forma lúdica a ideia da lei dos grandes números (após um grande número de repetições de um experimento a proporção dos resultados dos eventos aproxima-se da probabilidade), induz os alunos a produzirem material que serve para organizar seus pensamentos e para a avaliação do processo, e prevê uma análise entre a relação dos alunos com o tema antes e depois da sequência didática. A atual pesquisa teve a preocupação em aplicar essa sequência didática sem o professor pesquisador fazer qualquer adaptação do ambiente escolar. A turma envolvida na pesquisa estava no segundo ano do ensino médio, contava com trinta e três alunos. Ao final do trabalho mostra-se uma proposta de como proceder com a avaliação dos alunos durante essas atividades, propondo um quadro individual de evolução da relação do aluno com o tema. O início desta sequência didática se demonstrou capaz de mobilizar os alunos em relação ao tema, as perguntas dirigidas e os novos conceitos auxiliares introduzidos geraram curiosidade sobre o acaso. Depois da primeira semana (três aulas da sequência), algumas dificuldades foram encontradas, e os alunos aparentaram cansaço com as atividades, mesmo assim, o saldo foi positivo. Pode-se dizer que esses alunos mudaram a forma de entender e se relacionar com o acaso.

SOUZA, A. C. O desenvolvimento profissional de educadoras da infância: uma aproximação à Educação Estatística. 2013. 221 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, foi realizada com a participação de um grupo formado por seis professoras que lecionam para a Educação Infantil e para o primeiro ano do Ensino Fundamental, em algumas escolas das redes municipais de Educação das cidades de Suzano e de Mogi das Cruzes, ambas no estado de São Paulo. Seu objetivo foi investigar como o grupo de estudos pode possibilitar a ampliação do conhecimento profissional das professoras aproximando-as da Educação Estatística; verificar quais indícios de aprendizagem profissional elas revelam durante a participação no grupo de estudos; e identificar quais práticas existentes

foram mais potencializadoras de aprendizagem. Tais objetivos foram delineados para responder a questão: quais contribuições um processo de aprendizagem docente centrado na reflexão sobre a prática, pode trazer a inclusão da Educação Estatística na Infância? A partir de resolução de problemas, experimentos e simulações sobre Probabilidade, Combinatória e Estatística, os encontros do grupo, os textos e suas discussões, e as atividades experienciadas evidenciaram uma importante prática potencializadora de aprendizagem. Foram oportunidades criadas para que elas tivessem voz; partilhassem dúvidas, medos, alegrias e sucessos; e pudessem dispor de um espaço de criação. Os dados foram construídos a partir de entrevistas, de registros em áudio e vídeo, de registros fotográficos e de registros escritos (diário de campo). Além disso, também foram consideradas as atividades realizadas pelas professoras e seus alunos, ao longo de dez encontros e em suas salas de aula. O processo de análise dos dados fez emergir duas categorias: construção de saberes e aprendizagem com a prática. A primeira se pautou nos indícios de saberes construídos no movimento entre os pares no grupo e com os alunos em sala de aula. Na segunda categoria, a ênfase foi sobre os indícios de aprendizagens apresentados pelas professoras ao utilizarem atividades oriundas de materiais de apoio e/ou consulta e indícios de aprendizagens decorrentes de atividades elaboradas e realizadas com os alunos. Ao longo deste estudo, verificou-se que a participação no grupo contribuiu para a ampliação de seus conhecimentos profissionais e proporcionou uma aproximação à Educação Estatística, uma vez puderam compartilhar experiências; tiveram seu trabalho valorizado e valorizaram o de seus pares; expuseram seus pensamentos e emoções sobre o que ainda não conheciam e/ou se sentiam incapazes de fazer; e refletiram sobre sua prática, acarretando em transformações.

SOUZA, G. O. Exploração de estudantes do 9º ano sobre o conceito de Probabilidade com o Software Tinkerplots 2.0. 2015. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

A probabilidade é um importante conteúdo e possui aplicações em outras áreas do conhecimento. Pesquisadores destacam a importância de conteúdos de probabilidade por possibilitar o desenvolvimento da criticidade e leitura de mundo pelos educandos, contudo realçam a escassez de estudos na área. Nesta pesquisa investigamos conhecimentos de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre probabilidade com o uso da ferramenta Sampler do TinkerPlots 2.0. Buscou-se em específico, identificar conhecimentos prévios dos estudantes sobre probabilidade; descrever conhecimentos dos estudantes sobre probabilidade a partir de experimento aleatório não realizado e realizado no ambiente físico; e explorar a ferramenta Sampler do TinkerPlots para mobilizar conhecimentos dos estudantes sobre probabilidade. Quatro estudantes do 9º ano oriundos de uma escola pública do Recife participaram de quatro etapas de coleta de dados: 1) entrevista semi- estruturada com ênfase na investigação do perfil dos estudantes; 2) teste diagnóstico com questões sobre concepções e sobre experimento aleatório não realizado e realizado no ambiente físico. Nessas etapas iniciais os estudantes trabalharam individualmente. Em seguida, eles realizaram em duplas uma fase final do experimento realizado no ambiente físico; 3) na terceira etapa, subdividida em dois momentos, os estudantes em duplas, participaram de uma sessão de familiarização com o TinkerPlots para conhecer sua interface e ferramentas. Após esse contato inicial com o software eles participaram de uma sessão com o uso mais autônomo da ferramenta Sampler. Todo o processo ocorreu em dias alternados; 4) ao final da atividade de simulação com o Sampler, os estudantes realizaram novamente o teste diagnóstico administrado inicialmente, na segunda etapa, seguindo os mesmos procedimentos. Existem evidências de que as concepções iniciais dos estudantes estiveram mais voltadas para conhecimentos intuitivos sobre probabilidade. Ao

longo das situações de pesquisa, mais particularmente no teste final, essas concepções foram ampliadas para incluir ideias de aleatoriedade, incerteza e chance. Seus conhecimentos sobre espaço amostral também foram se tornando mais explícitos a partir de suas reflexões sobre os experimentos aleatórios. O trabalho com a ferramenta Sampler do TinkerPlots permitiu que os estudantes realizassem simulações com tamanhos crescentes de amostras e verificassem as alterações nas representações gráficas produzidas. Esse processo foi realizado de forma dinâmica e mediado por diálogos e intervenções específicas do pesquisador. O TinkerPlots, por possibilitar a simulação de experimentos com tamanhos de amostras variadas pode ter contribuído para os estudantes refletirem melhor sobre a relação entre probabilidade teórica e probabilidade advinda da experimentação. Conclui-se que embora os estudantes não possuam conhecimentos formalizados sobre probabilidade, eles foram capazes de aprofundar suas ideias iniciais sobre aspectos cruciais desse conceito como é o caso de espaço amostral e da relação sobre probabilidade teórica e frequencial. Novas pesquisas devem ser feitas para investigar outras possibilidades do uso do software TinkerPlots para mobilizarem conhecimentos sobre probabilidades.

SOUZA, L. O. Educação Estatística no ensino fundamental e os recursos tecnológicos. 2009. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, 2009.

Na sociedade contemporânea, é inevitável pensar em Estatística aliada aos recursos tecnológicos envolvidos na sua construção. O principal objetivo deste estudo foi observar e ajudar a tornar ferramentas e softwares objetos de aprendizagem significativos para obter resultados importantes para o ensino e a aprendizagem da Estatística e da Probabilidade. A pesquisa pautou-se em documentos que sistematizam o ensino da Estatística e em pesquisadores com visão sócio-interacionista do ensino. A análise comparativa entre três documentos que regem o ensino dessa disciplina é o documento da National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que tem uma grande influência nos currículos de vários países do mundo; o documento que rege o ensino de Estatística na Inglaterra; e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – revelou uma grande defasagem deste último com relação tanto aos conteúdos estatísticos como à orientação para a utilização dos recursos tecnológicos no ensino de Estatística. A pesquisa, de natureza qualitativa, com análise interpretativa a partir de categorias emergentes da parte empírica, construiu um estudo de caso sobre as turmas nas quais se desenvolveram as atividades e investigou o seguinte problema: como os recursos tecnológicos podem ser úteis para a construção de novos conhecimentos da Estocásticas no Ensino Fundamental? Através de atividades de ensino, o estudo buscou fazer com que a aprendizagem ocorresse por meio da internalização, a partir de um processo anterior, de troca, com dimensão coletiva e com apoio de recursos tecnológicos. Tornou-se evidente que a inserção de tais recursos gera conhecimentos mais amplos e precisos, porém exige do professor um conhecimento teórico-metodológico muito mais aprofundado sobre o assunto.

STELMASTCHUK, A. H. C. Probabilidade: significados atribuídos por alunos do ciclo II do ensino fundamental. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo sobre as respostas dos estudantes do Ciclo II de escolas da Rede Municipal de Ensino de Curitiba em atividades que contemplam o conteúdo de Probabilidade. Buscou-se verificar que significados os estudantes deste nível de ensino atribuem às probabilidades quando questionados sobre seu uso em problemas escolares. Os

dados coletados foram analisados à luz do Modelo Teórico dos Campos Semânticos, proposto por Romulo Campos Lins. Trata-se de um modelo que estuda os modos de produção de significados para textos, buscando observar aquilo que o estudante efetivamente diz sobre um objeto em uma tarefa proposta. A partir dos dados coletados, e com base neste referencial, propõe-se uma categorização para os significados atribuídos pelos estudantes ao conteúdo das atividades que lhes foram apresentadas. Esta investigação mostra como o conceito de Probabilidade é compreendido pelos estudantes em uma situação específica e permite refletir sobre algumas possibilidades didáticas para o desenvolvimento deste conteúdo nas séries iniciais.

TOLEDO, S. E. R. G. O. Desenvolvimento do raciocínio estocástico de crianças de um segundo ano do Ensino Fundamental. 2018. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências e matemática, São Paulo, 2018.

Este estudo busca compreender como ocorre o aprendizado da Estocástica em uma turma do segundo ano do Ensino Fundamental. Para tanto, visa-se: verificar os indícios do desenvolvimento do raciocínio estocástico; dar voz às crianças e ouvi-las durante o processo de ensino e aprendizagem da Estocástica; descrever e compreender os indícios de constituição das distintas formas de raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico apresentadas pelas crianças; e analisar os procedimentos dos alunos na resolução de um problema matemático. Diante de tais intenções, buscamos responder à seguinte questão: quais indícios do raciocínio estocástico são expressos nas narrativas orais e nos registros escritos das crianças de uma turma do segundo ano do Ensino Fundamental? Para tanto, utiliza-se uma abordagem de natureza qualitativa na modalidade de Estudo de Caso. Com essa perspectiva, desenvolveu-se um conjunto de atividades em uma classe de uma escola municipal de Campinas. Procurou-se observar o desenvolvimento dos raciocínios probabilísticos, combinatórios e estatísticos por meio de um processo de ensino em que se deu voz aos alunos. A construção de dados aconteceu por meio da observação, da escrita de diário de campo, da filmagem e dos registros escritos e orais das crianças sobre as atividades desenvolvidas. Analisou-se os procedimentos dos alunos na resolução de problemas matemáticos a partir de uma coletânea com quatro jogos: Corrida de cavalos, Travessia do rio, Sorteio de tampinhas e Jogo de boliche. Posteriormente, tais atividades foram organizadas e publicadas como produto educacional decorrente desta dissertação. Os resultados revelaram que as crianças passaram a ter um olhar mais atento para as apostas em jogos com dados, a reconhecer gráfico de colunas e a usar termos pertinentes à Estatística, como chance, probabilidade, impossível, provável.

TONOUTI, R. R. Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. 2013. 134 f. Dissertado (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.

O objetivo desse trabalho foi investigar como o programa de ensino proposto para abordar Probabilidade, com alunos do quarto ano do Ensino Fundamental, contribuiu para a aprendizagem dos conceitos de aleatoriedade, eventos previsíveis e imprevisíveis, equiprobabilidade, espaço amostral, quantificação de probabilidade e correlação e, por conseguinte, como favoreceu o desenvolvimento do letramento probabilístico dos alunos investigados. Foi empregado neste trabalho um programa de ensino proposto por Nunes, Bryant, Evans e Barros da Universidade de Oxford constante no projeto Children's

understanding of probability and risk, sendo replicado durante um ano em uma escola estadual de São Paulo. Inicialmente, os alunos, de três turmas do quarto ano escolar, foram divididos em três grupos, porém nessa pesquisa, foram investigados apenas dois grupos: controle (responderam somente aos testes e à entrevista) e aleatoriedade (intervenções de ensino sobre probabilidade). Foram aplicados quatro testes, uma entrevista e realizadas três intervenções de ensino, sendo que os resultados foram analisados qualitativamente. Durante as intervenções, percebeu-se que, usualmente, os alunos compartilhavam os conhecimentos durante a resolução das atividades e que os conceitos estavam sendo adquiridos no decorrer do processo, por exemplo, após a primeira intervenção, os alunos já utilizavam, durante os testes e as demais intervenções, os termos probabilísticos abordados. Na segunda intervenção, destaca-se o uso do computador e de materiais manipuláveis no desenvolvimento de atividades sobre espaço amostral antes da apresentação da árvore de possibilidades. Na terceira intervenção, os alunos do grupo aleatoriedade já determinavam a probabilidade de ocorrência de um evento simples. Os resultados dos testes dos alunos do grupo controle foram comparados com os do grupo da aleatoriedade o que revelou um avanço dos alunos do segundo grupo que apresentaram porcentagens de acerto maiores ou iguais nos pós-testes, indicando um efeito positivo na compreensão dos conceitos com as intervenções de ensino realizadas. Os resultados parecem indicar que o programa de ensino em questão, após algumas adaptações, pode ser utilizado para favorecer a compreensão de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sobre Probabilidade e, por conseguinte, propiciar o desenvolvimento probabilístico dos mesmos.

VERBISCK, J. T. S. Uma análise praxeológica da proposta de ensino de probabilidade em livros didáticos da educação básica. 2019. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Básica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campina Grande, 2019.

Esta pesquisa tem como objetivo caracterizar a proposta de ensino da probabilidade ao longo da educação básica a partir de coleções de livros didáticos de mesma autoria. Para tanto, analisamos quatro coleções de livros didáticos, de mesma autoria, uma de cada nível de escolaridade, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático dos anos de 2016, 2017 e 2018. Nosso referencial teórico-metodológico é a Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard e colaboradores, que nos possibilita mapear, modelar e analisar as escolhas matemáticas e as escolhas didáticas dos elaboradores das coleções. Observou-se que o estudo de probabilidade na coleção dos anos iniciais deu-se, primeiramente, por meio de atividades envolvendo noções de possibilidade e situações de aleatoriedade. A partir do livro referente ao quinto ano é introduzida a noção de probabilidade, nos estudos de fração e porcentagem. A continuidade do estudo no livro referente ao sexto ano foi reduzida, sendo proposta brevemente no estudo de fração. Já nos volumes referentes aos sétimo, oitavo e nono anos, observamos uma ampliação de conceitos relativos ao estudo de probabilidade, além de diversas atividades envolvendo espaço amostral, possibilidades de eventos específicos, o cálculo de probabilidades. Na coleção do ensino médio, no segundo ano as justificativas teóricas são consolidadas. De maneira geral, predominou uma proposta de ensino de probabilidade que visa o trabalho de técnicas para determinação da probabilidade de experimentos, do espaço amostral e as possibilidades de eventos específicos e, em algumas situações, a experimentação através da manipulação de alguns objetos, bem como a constituição teórica de conceitos e justificativas para tais técnicas. Ao longo das quatro coleções, não predomina a articulação entre as visões frequentista, geométrica, axiomática, subjetiva e intuitiva de probabilidade. Ainda que em algumas ocasiões propõe-se uma ou outra dessas concepções, a visão clássica é a dominante nesta proposta de ensino.

VITA, A. C. Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos. 2012. 240 f. Tese (Doutorado em Educação em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

Esta tese teve como objetivo identificar a potencialidade de um material didático (MD), do tipo maquete tátil, para a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade (cbP) por alunos cegos. A pesquisa, de cunho qualitativo, investigou a concepção, construção e avaliação do MD e, para tal, procedeu com as adaptações necessárias para atender ao objetivo estabelecido. A fundamentação teórica utilizada adveio da Ergonomia Cognitiva, particularmente, da abordagem Instrumental de Rabardel. A maquete foi construída de forma sequenciada a partir de cinco protótipos (M1, M2, M3, M4, M5). Cada construção seguiu as cinco etapas da Metodologia do Design Centrado no Usuário (DCU). Foi utilizada a análise instrumental de cada protótipo as relações entre os quatro pólos do modelo das situações de atividades coletivas instrumentadas (S.A.C.I.), adaptado do modelo de Rabardel. Foram polos: aluno cego (S), maquete tátil (I), cbP (O), pesquisadores/especialistas (P). Após análise, o M5 foi validado como o I desta tese para a aprendizagem de cbP por alunos cegos. Este I, por sua vez, foi composto por: um tabuleiro, duzentos e quarenta cartas em EVA atalhado e liso, sete colmeias ou artefatos de registro, trezentos brinquedos, um carrinho, duas tampas plásticas para sorteio e as tarefas. Participaram da pesquisa quatro alunos cegos da Educação de Jovens e Adultos, especificamente com cegueira adquirida, sendo um deles de São Paulo e três da Bahia. A potencialidade da maquete foi investigada a partir do conceito de usabilidade, ou seja, eficácia, eficiência e satisfação na perspectiva dos princípios de design de Nielsen. Os cbP foram abordados sob a ótica do modelo de letramento probabilístico proposto por Gal, na sequência de tarefas dentro da situação que denominamos Os passeios aleatórios do Jefferson. A maquete apresentou potencial para ser utilizada como MD no ambiente educacional, na aprendizagem de cbP. Ela foi considerada como eficiente por ser um instrumento facilmente moldável às adaptações curriculares para atender as necessidades dos alunos cegos na resolução das tarefas. Igualmente foi considerada eficaz por apresentar uma configuração que permitiu que alunos experientes ou inexperientes com maquetes desenvolvessem estratégias semelhantes na resolução das tarefas, demonstrando competência e ritmo crescente em seus movimentos sobre o tabuleiro e registros nas colmeias. O arranjo físico da maquete, com sua estética e design minimalista, apresentou um nível de usabilidade adequado para atender os alunos. Por fim, pode-se afirmar que a maquete se mostrou um MD coerente com as características físicas dos alunos que utilizam o tato para coletar as informações, os quais se disseram satisfeitos com sua utilização. Além disso, ela pareceu estar em conformidade com as dimensões pré-estabelecidas de forma eficiente, eficaz e satisfatória para a aprendizagem dos cbP, pois possibilitou aos alunos, por exemplo, demonstrar competência e proficiência no experimento aleatório e na construção de pictogramas. Entres as limitações, o MD não permitiu aos alunos agirem com autonomia durante o experimento. Para minimizar tal limitação, a pesquisadora desempenhou o papel de facilitadora entre o MD, o aluno e os cbP. Espera-se com este MD contribuir para o processo educacional inclusivo, ainda que se tenha consciência de que sua presença em sala de aula não garante, por si só, a aprendizagem dos cbP.