



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS DE FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Ane Caroline Araldi Serpa

Aplicação de algoritmos meta-heurísticos na otimização de longarinas de pontes em concreto armado

Florianópolis/SC

2023



APLICAÇÃO DE ALGORITMOS META-HEURÍSTICOS NA OTIMIZAÇÃO DE LONGARINAS DE
PONTES EM CONCRETO ARMADO

Ane Caroline Araldi Serpa

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Rafael Holdorf Lopez

Coorientador: André Jacomel Torii

Florianópolis/SC

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Serpa, Ane Caroline Araldi

Aplicação de algoritmos meta-heurísticos na otimização de longarinas de pontes em concreto armado / Ane Caroline Araldi Serpa ; orientador, Rafael Holdorf Lopez, coorientador, André Jacomel Torii, 2023.

134 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Otimização estrutural. 3. Métodos meta-heurísticos de otimização. 4. Otimização de longarinas em concreto armado. I. Lopez, Rafael Holdorf . II. Torii, André Jacomel . III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. IV. Título.

Ane Caroline Araldi Serpa

Aplicação de algoritmos meta-heurísticos na otimização de longarinas de pontes em concreto armado

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Profa. Poliana Dias de Moraes, Dra.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. João Elias Abdalla Filho, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Rafael Holdorf Lopez, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2023.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, autor da vida e minha essência.

Gostaria de expressar minha gratidão ao meu orientador, o Professor Doutor Rafael Holdorf Lopez, pelo apoio inestimável que me foi dado durante o desenvolvimento deste trabalho. Também agradeço ao meu coorientador, o Professor Doutor André Jacomel Torii, por sua valiosa contribuição e apoio ao longo deste estudo.

À minha família, que sempre esteve ao meu lado, apoiando e incentivando-me em todos os momentos, mesmo nos mais difíceis e desafiadores. Seu amor incondicional e apoio inabalável foram fundamentais para que eu pudesse seguir em frente e alcançar meus objetivos. Não há palavras suficientes para expressar minha gratidão por tudo o que fizeram por mim.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Por último, mas não menos importante, gostaria de agradecer a todos que contribuíram, de alguma forma, direta ou indiretamente, para o desenvolvimento deste trabalho.

*“O único lugar onde o sucesso vem antes do trabalho
é no dicionário”*

(Stubby Currence)

Resumo

Dentro do contexto de estruturas de concreto armado, as pontes têm papel fundamental, uma vez que são responsáveis por contribuir com o tráfego de cargas brasileiro, e cada vez mais se tem notado a necessidade de otimizar estas estruturas a fim de obter maior eficiência e economia. Portanto, o presente trabalho tem por objetivo apresentar um algoritmo de minimização do custo das longarinas de uma ponte em concreto armado, por meio da otimização das mesmas. Aplicaram-se métodos de otimização meta-heurísticos SGA (*Search Group Algorithm*), PSO (*Particle Swarm Algorithm*), TLBO (*Teaching Learning Based Optimization*) e FA (*Firefly Algorithm*) no processo de otimização, a fim de avaliar qual método proporcionaria o melhor desempenho para a este tipo de estrutura. Este estudo foi aplicado em três vertentes. Inicialmente, as rotinas de programação foram aplicadas em um exemplo numérico, a fim de avaliar a grandeza dos resultados e o comportamento dos métodos de otimização aplicados, considerando uma ponte com vão longitudinal de 35 metros, composta por 3 longarinas com seção retangular, simplesmente apoiadas. No processo de otimização, o modelo mecânico utilizado para a obtenção dos esforços das longarinas foi o método de Fauchart. Após a obtenção dos resultados das variáveis e o dimensionamento estrutural com a determinação das armaduras necessárias, as longarinas foram modeladas no *software* SCIA Engineer. Esse *software* realiza a análise estrutural utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). O SCIA Engineer é desenvolvido pela empresa SCIA, uma marca registrada que mantém uma parceria com o grupo *Nemetschek*. O grupo *Nemetschek* é uma empresa que colabora com outras 12 marcas que oferecem *softwares* na área de engenharia e arquitetura. Verificou-se que os resultados obtidos no *software* puderam validar as rotinas de obtenção dos esforços e dimensionamento da armadura de aço. Posteriormente, aplicou-se o método com melhor desempenho e avaliou-se os resultados mantendo o vão longitudinal de 35 metros e alternando a quantidade de longarinas e a tipologia da seção transversal adotada, podendo ser retangular ou tipo I. Em paralelo, aplicou-se o estudo à avaliação do custo das longarinas considerando um acréscimo no comprimento do vão. Verificou-se que é possível obter o custo das vigas, em função do número de longarinas, através de uma equação algébrica linear de primeiro grau, ao passo que também é possível obter o custo em função do comprimento do vão, através de uma equação quadrática. Por fim, ao final do processo, realizou-se uma comparação dos estudos teóricos com as aplicações práticas presentes na cidade de Blumenau/SC, através da visita à algumas pontes da cidade, permitindo a conclusão de que é necessário realizar uma análise completa de todos os elementos presentes na ponte (principalmente as lajes) para definir sua configuração ótima.

Palavras-chave: Otimização estrutural. Métodos meta-heurísticos de otimização. Otimização de longarinas em concreto armado.

Abstract

Within the context of reinforced concrete structures, bridges play a fundamental role, since they are responsible for contributing to Brazilian cargo traffic, and the need to optimize these structures has been increasingly noticed in order to obtain greater efficiency and economy. Therefore, the present work aims to present an algorithm to minimize the cost of spars in a reinforced concrete bridge, through their optimization. Meta-heuristic optimization methods SGA (Search Group Algorithm), PSO (Particle Swarm Algorithm), TLBO (Teaching Learning Based Optimization) and FA (Firefly Algorithm) were applied in the optimization process, in order to evaluate which method would provide the best performance for this type of structure. This study was applied in three aspects. Initially, the programming routines were applied in a numerical example, in order to evaluate the magnitude of the results and the behavior of the applied optimization methods, considering a bridge with a longitudinal span of 35 meters, composed of 3 spars with rectangular section, simply supported. In the optimization process, the mechanical model used to obtain the efforts of the stringers was the Fauchart method. After obtaining the results of the variables and the structural dimensioning with the determination of the necessary reinforcements, the stringers were modeled in software SCIA Engineer. This software performs the structural analysis using the Finite Element Method (FEM). SCIA Engineer is developed by the company SCIA, a registered trademark that maintains a partnership with the Nemetschek group. The Nemetschek group is a company that collaborates with 12 other brands that offer software in the field of engineering and architecture. It was verified that the results obtained in the software were able to validate the routines for obtaining the efforts and dimensioning of the steel reinforcement. Subsequently, the method with the best performance was applied and the results were evaluated, maintaining the longitudinal span of 35 meters and alternating the number of stringers and the typology of the cross section adopted, which could be rectangular or type I. In parallel, the study was applied to the evaluation of the cost of the stringers considering an increase in span length. It was verified that it is possible to obtain the cost of the beams, as a function of the number of stringers, through a linear algebraic equation of the first degree, while it is also possible to obtain the cost as a function of the length of the span, through a quadratic equation. Finally, at the end of the process, a comparison of the theoretical studies with the practical applications present in the city of Blumenau/SC was carried out, through the visit to some bridges in the city, allowing the conclusion that it is necessary to carry out a complete analysis of all the elements present in the bridge (mainly the slabs) to define its optimal configuration.

Keywords: Structural Optimization. Metaheuristic Methods. Optimization of Reinforced Concrete Girders.

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Análise internacional da Matriz Modal de Transportes | 26 |
| Figura 2 – Veículo padrão TB-450 | 42 |
| Figura 3 – Modelo de Fauchart | 45 |
| Figura 4 – Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto | 46 |
| Figura 5 – Diagrama de tensões em uma seção retangular solicitada por flexão simples e armadura simples | 47 |
| Figura 6 – Diagrama de tensões em uma seção retangular solicitada por flexão simples e armadura dupla | 48 |
| Figura 7 – Diagrama de tensões em uma seção I solicitada por flexão simples e armadura simples | 50 |
| Figura 8 – Diferença entre o método de dimensionamento convencional e de otimi- zação | 58 |
| Figura 9 – Exemplo de viga engastada-livre | 59 |
| Figura 10 – Índice de diversidade versus Iterações | 62 |
| Figura 11 – Geração das famílias do SGA | 65 |
| Figura 12 – Movimentação das partículas no PSO | 66 |
| Figura 13 – Modelo de distribuição das notas de uma turma de alunos no TLBO | 67 |
| Figura 14 – Seção transversal da ponte em estudo (longarina com seção retangular) | 73 |
| Figura 15 – Seção transversal da ponte em estudo (longarina com seção I) | 74 |
| Figura 16 – Fluxograma geral da otimização | 78 |
| Figura 17 – Fluxograma do cálculo da função objetivo | 79 |
| Figura 18 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção transversal - viga extremidade | 83 |
| Figura 19 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção transversal - viga central | 83 |
| Figura 20 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção longitudinal | 84 |
| Figura 21 – Resultados do menor custo versus o número de iterações | 86 |
| Figura 22 – Resultados do índice de diversidade versus o número de iterações | 87 |
| Figura 23 – Cargas consideradas sobre a ponte | 90 |
| Figura 24 – Posição do TB-450 | 91 |
| Figura 25 – Momento fletor máximo da longarina da esquerda SCIA Engineer | 92 |
| Figura 26 – Esforço cortante máximo da longarina da esquerda SCIA Engineer | 92 |
| Figura 27 – Momento fletor máximo da longarina central SCIA Engineer | 93 |
| Figura 28 – Esforço cortante máximo da longarina central SCIA Engineer | 93 |
| Figura 29 – Seções transversais para 2 longarinas e vão livre de 35 metros | 95 |
| Figura 30 – Vista transversal da ponte com 2 longarinas e vão livre de 35 metros | 96 |
| Figura 31 – Gráficos para 2 longarinas e vão livre de 35 metros | 97 |

| | |
|---|-----|
| Figura 32 – Seções transversais para 3 longarinas e vão livre de 35 metros | 99 |
| Figura 33 – Vista transversal da ponte com 3 longarinas e vão livre de 35 metros . | 100 |
| Figura 34 – Gráficos para 3 longarinas e vão livre de 35 metros | 101 |
| Figura 35 – Seções transversais para 4 longarinas e vão livre de 35 metros | 103 |
| Figura 36 – Vista transversal da ponte com 4 longarinas e vão livre de 35 metros . | 104 |
| Figura 37 – Gráficos para 4 longarinas e vão livre de 35 metros | 105 |
| Figura 38 – Seções transversais para 5 longarinas e vão livre de 35 metros | 107 |
| Figura 39 – Vista transversal da ponte com 5 longarinas e vão livre de 35 metros . | 108 |
| Figura 40 – Gráficos para 5 longarinas e vão livre de 35 metros | 108 |
| Figura 41 – Custo versus número de longarinas | 110 |
| Figura 42 – Custo versus Comprimento do vão - 2 longarinas | 112 |
| Figura 43 – Custo versus Comprimento do vão - 3 longarinas | 113 |
| Figura 44 – Custo versus Comprimento do vão - 4 longarinas | 114 |
| Figura 45 – Custo versus Comprimento do vão - 5 longarinas | 115 |
| Figura 46 – Custo versus Quantidade de Longarinas - Seção Retangular | 116 |
| Figura 47 – Custo versus Quantidade de Longarinas - Seção I | 117 |
| Figura 48 – Ponte 01 - Vão longitudinal ponte Ruy Eduardo Willecke | 118 |
| Figura 49 – Ponte 02 - Seção transversal das longarinas ponte Gertrúdes Metzger . | 120 |
| Figura 50 – Momento fletor de cálculo considerando 2 longarinas para o vão de 35 metros | 121 |
| Figura 51 – Momento fletor de cálculo considerando 5 longarinas para o vão de 35 metros | 122 |
| Figura 52 – Área de aço necessária considerando 2 longarinas e vão de 35 metros . | 123 |
| Figura 53 – Área de aço necessária considerando 5 longarinas e vão de 35 metros . | 124 |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 1 – Ações permanentes diretas agrupadas | 34 |
| Tabela 2 – Ações variáveis consideradas conjuntamente | 35 |
| Tabela 3 – Valores dos coeficientes γ_c e γ_s | 35 |
| Tabela 4 – Valores dos coeficientes de ponderação ψ_0 , ψ_1 e ψ_2 | 37 |
| Tabela 5 – Flechas | 38 |
| Tabela 6 – Restrições laterais e descrição das variáveis de projeto (Seção retangular) | 73 |
| Tabela 7 – Restrições laterais e descrição das variáveis de projeto (Seção I) | 73 |
| Tabela 8 – Dados do problema | 81 |
| Tabela 9 – Coeficientes e parâmetros dos otimizadores | 85 |
| Tabela 10 – Resultados das variáveis e melhor custo | 85 |
| Tabela 11 – Longarina da esquerda/direita e central - PSO | 88 |
| Tabela 12 – Comparação dos resultados | 94 |
| Tabela 13 – Resultados das variáveis com 2 longarinas e vão livre de 35 metros | 94 |
| Tabela 14 – Resultados dos custos com 2 longarinas e vão livre de 35 metros | 95 |
| Tabela 15 – Resultados das variáveis com 3 longarinas e vão livre de 35 metros | 98 |
| Tabela 16 – Resultados dos custos com 3 longarinas e vão livre de 35 metros | 98 |
| Tabela 17 – Resultados das variáveis com 4 longarinas e vão livre de 35 metros | 102 |
| Tabela 18 – Resultados dos custos com 4 longarinas e vão livre de 35 metros | 102 |
| Tabela 19 – Resultados das variáveis com 5 longarinas e vão livre de 35 metros | 106 |
| Tabela 20 – Resultados dos custos com 5 longarinas e vão livre de 35 metros | 106 |
| Tabela 21 – Resultados seção Retangular com vão de 35 metros | 110 |
| Tabela 22 – Resultados seção I com vão de 35 metros | 110 |
| Tabela 23 – Análise de custo com utilização de duas longarinas | 111 |
| Tabela 24 – Análise de custo com utilização de três longarinas | 113 |
| Tabela 25 – Análise de custo com utilização de quatro longarinas | 113 |
| Tabela 26 – Análise de custo com utilização de cinco longarinas | 114 |
| Tabela 27 – Custos seção Retangular com diferentes comprimentos de vãos | 115 |
| Tabela 28 – Custos seção I com diferentes comprimentos de vãos | 116 |
| Tabela 29 – Comparação resultados Estudo de Caso versus Ponte Ruy Eduardo Willecke | 119 |
| Tabela 30 – Comparação resultados Estudo de Caso versus Ponte Rua Gertrúdes Metzger | 120 |
| Tabela 31 – Comparação momento fletor e área de aço necessária em lajes | 124 |

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|---------|--|
| ™ | <i>Trademark</i> (marca registrada internacional) |
| ANTF | Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários |
| BSA | <i>Backtracking Search Algorithm</i> (Algoritmo de Busca de Retrocesso) |
| CAD | <i>Computer-Aided Design</i> (Desenho assistido por computador) |
| CAPES | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| CF | Combinações frequentes |
| CIA | Coefficiente de impacto adicional |
| CIV | Coefficiente de impacto vertical |
| CNF | Coefficiente de número de faixas |
| CNT | Confederação Nacional do Transporte |
| CQP | Combinações quase permanentes |
| CR | Combinações raras |
| ELS | Estado Limite de Serviço |
| ELS-D | Estado limite de descompressão |
| ELS-DEF | Estado limite de deformações excessivas |
| ELS-F | Estado limite de formação de fissuras |
| ELS-VE | Estado limite de vibrações excessivas |
| ELS-W | Estado limite de abertura de fissuras |
| ELU | Estado Limite Último |
| FA | <i>Firefly Algorithm</i> (Algoritmo Vagalume) |
| GA | <i>Genetic Algorithm</i> (Algoritmos Genéticos) |
| ICA | <i>Imperialist Competitive Algorithm</i> (Algoritmos Competitivos Imperialistas) |
| LN | Linha neutra |

| | |
|--------|--|
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| NBR | Norma Brasileira |
| PSO | <i>Particle Swarm Optimization</i> (Algoritmo Enxame de Partículas) |
| RAM | Memória de Acesso Aleatório |
| SC | Santa Catarina |
| SGA | <i>Search Group Algorithm</i> (Algoritmo do Grupo de Busca) |
| SINAPI | Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil |
| TB | Trem tipo brasileiro |
| TCC | Trabalho de Conclusão de Curso |
| TLBO | <i>Teaching Learning based Optimization</i> - (Otimização baseada em aprendizagem de ensino) |
| UFSC | Universidade Federal de Santa Catarina |

Lista de símbolos

| | |
|---------------------|--|
| α_{v2} | Parâmetro para cálculo de V_{Rd2} |
| α | Grau de perturbação do SGA, Tensão na armadura transversal passiva |
| β_{fl} | Coefficiente de segurança à instabilidade lateral de vigas de concreto armado |
| β | Atratividade dos vagalumes |
| $\Delta f_{sd,fad}$ | Resistência à fadiga para o aço |
| δ | Relação entre d' e d |
| $\Delta\sigma_{Ss}$ | Variação de tensão da armadura para fadiga |
| η_1 | Coefficiente de conformação superficial da armadura considerada |
| γ_c | Coefficiente de ponderação da resistência do concreto |
| γ_f | Coefficiente de ponderação das ações |
| γ_g | Coefficiente de majoração das cargas permanentes |
| γ_q | Coefficiente de majoração das cargas variáveis |
| γ | Coefficiente de absorção de luz pelo ar no FA |
| \geq | Maior ou igual |
| λ | Relação entre a profundidade do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva da linha neutra |
| \leq | Menor ou igual |
| μ_{lim} | Momento reduzido limite |
| μ | Momento reduzido |
| ϕ_i, ϕ | Diâmetro armadura longitudinal |
| ϕ_t | Diâmetro da armadura transversal |
| ψ_1 | Fator de redução de combinação frequente |
| ψ_2 | Fator de redução de combinação quase permanente |

| | |
|----------------------|--|
| ρ_{\min} | Taxa geométrica mínima de armadura longitudinal |
| ρ_{ri} | Taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento |
| σ_c | Tensão à compressão do concreto |
| σ'_s | Tensão na armadura |
| θ | Ângulo de inclinação das diagonais de compressão em relação ao eixo longitudinal do elemento |
| ε_{c2} | Deformação específica de encurtamento do concreto no início do regime plástico |
| ε_{cu} | Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura |
| ξ | Relação entre a altura da linha neutra e a altura útil |
| ‰ | Símbolo por mil |
| DI | Índice de Diversidade |
| A_C | Área de concreto |
| $A_{s,máx}$ | Armadura longitudinal máxima |
| $A_{s,mín}$ | Armadura longitudinal mínima |
| $A_{s,pele}$ | Armadura longitudinal de pele |
| $A_{sw,mín}$ | Área de aço mínima da armadura transversal |
| A_{sw} | Área de aço da armadura transversal |
| A_{cri} | Área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i |
| a_h | Espaçamento horizontal entre as barras |
| $A_{s,longitudinal}$ | Área de aço das armaduras longitudinais |
| $A_{s,pele}$ | Área de aço das armaduras de pele |
| $A_{s,transversal}$ | Área de aço das armaduras transversais |
| A_s | Área de aço negativa ou de tração |
| A'_s | Área de aço positiva ou de compressão |
| a_v | Espaçamento vertical entre as barras |
| Av | Área de atuação do TB-450 |

| | |
|---------------|--|
| b_w | Largura da seção transversal |
| c_1 | Constante de aceleração referente ao melhor individual |
| c_2 | Constante de aceleração referente ao melhor global |
| C_A | Custo do aço |
| C_C | Custo do concreto |
| d | Altura útil |
| D | Diâmetro dos pinos de dobramento das barras de aço |
| d'' | Distância do cento de gravidade da armadura tracionada até a fibra mais tracionada do concreto |
| d' | Distância do cento de gravidade da armadura comprimida até a fibra mais comprimida do concreto |
| E_{cs} | Módulo de elasticidade secante do concreto |
| E_s, E_{si} | Módulo de elasticidade do aço |
| f_{cd} | Resistência característica de cálculo do concreto |
| f_{ck} | Resistência característica do concreto |
| f_{ctd} | Resistência à tração de cálculo do concreto |
| f_{ctm} | Resistência média a tração do concreto |
| F_d | Valor de cálculo das ações |
| $F_{G,k}$ | Valor característico das ações permanentes |
| $F_{Q,k}$ | Valor característico das ações variáveis |
| f_{yd} | Resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura |
| f_{ywd} | Tensão na armadura transversal passiva |
| f_{ywk} | Resistência característica do escoamento do aço da armadura transversal |
| g_{best_k} | Melhor posição conhecida da partícula entre todas |
| g_i | Restrições de desigualdade |
| G | Módulo de elasticidade transversal |
| h | Altura da seção transversal |

| | |
|--------------|--|
| I_L | Momento de inércia |
| I | Intensidade de luz dos vagalumes |
| J_t | Momento de inércia à torção |
| K_t | Constante da mola à torção |
| K_v | Constante da mola vertical |
| L | Vão da ponte |
| M_i | Média do TLBO |
| M_d | Momento fletor de cálculo |
| n | Número de rodas do TB-450, Número inteiro de faixas de rolamento |
| p_{best_k} | Melhor posição conhecida da partícula k |
| P_{ij} | População da j -ésima variável de projeto do i -ésimo indivíduo |
| p_1 | Fator de penalização |
| P_A | Peso do aço |
| P | Valor estático pontual de uma roda do TB-450 |
| Pb | Valor estático pontual balanceado de uma roda do TB-450 |
| q | Valor estático distribuído do TB-450 |
| R_{ij} | É a j -ésima coluna da matriz grupo de busca (SGA) |
| R_{cc} | Força resultante de compressão no concreto |
| R_{cd} | Força resultante de tração na armadura de tração |
| R'_{sd} | Força resultante de tração na armadura positiva |
| r | Distância entre dois vagalumes |
| R^2 | Fator de regressão |
| $s_{t,máx}$ | Espaçamento máximo entre ramos dos estribos |
| s | Espaçamento entre eixos de estribos, medido no eixo longitudinal do elemento |
| T_A, T_B | Professor A e B do TLBO |

| | |
|--------------------------|---|
| T_F | Fator de ensino do professor no TLBO |
| U, ε | Número aleatório |
| V_c | Força resistida por mecanismos complementares |
| v_k | Velocidade da partícula no PSO |
| V_{Rd2} | Força cortante resistente de cálculo relativa a ruptura das diagonais comprimidas de concreto |
| V_{Rd3} | Força cortante resistente de cálculo relativa a ruptura por tração diagonal |
| V_{Sd} | Força cortante solicitante de cálculo |
| V_{sw} | Força resistida pelos estribos |
| V_{\min}, V_{\max} | Velocidade mínima e máxima no PSO |
| w_{adm} | Coefficiente de inércia admissível |
| w_k | Abertura de fissuras |
| w | Coefficiente de inércia no PSO |
| x_{best} | Variável com o melhor desempenho com relação a função objetivo |
| x_j^{\min}, x_j^{\max} | Limite inferior e superior das variáveis de projeto |
| x_k | Posição da partícula no PSO |
| X_n | Variáveis de projeto |
| z_{lim} | Altura limite da linha neutra |
| z | Posição da linha neutra |
| ® | Marca registrada |
| cm | Unidade de medida centímetro |
| GPa | Unidade de medida giga Pascal |
| iter _{max} | Número máximo de iterações |
| kN/m ² | Unidade de medida quilo Newton por metro quadrado (equivalente a 1 Pascal) |
| kN | Unidade de medida quilo Newton |
| m ² | Unidade de medida metro quadrado |

mm Unidade de medida milímetro

MPa Unidade de medida mega Pascal

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 25 |
| 1.1 | Motivação | 27 |
| 1.2 | Revisão de Literatura | 27 |
| 1.3 | Objetivos | 30 |
| 1.4 | Estrutura do trabalho | 31 |
| 2 | DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL | 33 |
| 2.1 | Estado Limite Último - ELU | 34 |
| 2.2 | Estado Limite de Serviço - ELS | 36 |
| 2.2.1 | Deformações excessivas - ELS-DEF | 37 |
| 2.2.2 | Abertura de Fissuras - ELS-W | 38 |
| 2.2.3 | Fadiga | 39 |
| 3 | PONTES EM CONCRETO ARMADO - DIMENSIONAMENTO | 41 |
| 3.1 | Análise de cargas | 41 |
| 3.2 | Método de cálculo | 43 |
| 3.3 | Dimensionamento à flexão | 45 |
| 3.3.1 | Disposições construtivas da armadura longitudinal | 51 |
| 3.4 | Dimensionamento ao esforço cortante | 52 |
| 3.4.1 | Disposições construtivas da armadura transversal | 54 |
| 4 | OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL | 57 |
| 4.1 | Search Group Algorithm - SGA | 63 |
| 4.2 | Particle Swarm Optimization - PSO | 64 |
| 4.3 | Teaching Learning based Optimization - TLBO | 67 |
| 4.4 | Firefly Algorithm - FA | 69 |
| 5 | METODOLOGIA | 71 |
| 6 | ESTUDO DE CASO | 81 |
| 6.1 | Análise comparativa entre os métodos de otimização | 84 |
| 6.1.1 | SCIA Engineer | 88 |
| 6.2 | Análise comparativa entre seções retangulares e I | 94 |
| 6.2.1 | Duas Longarinas | 94 |
| 6.2.2 | Três Longarinas | 98 |
| 6.2.3 | Quatro Longarinas | 102 |
| 6.2.4 | Cinco Longarinas | 106 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 6.2.5 | Considerações finais do subcapítulo | 109 |
| 6.3 | Análise comparativa entre diferentes vãos | 111 |
| 6.4 | Comentários Adicionais | 117 |
| 7 | CONCLUSÃO | 127 |
| | REFERÊNCIAS | 129 |
| | ANEXO A – TIPOS DE PONTES EM BLUMENAU/SC | 133 |

1 INTRODUÇÃO

A otimização, de modo geral, está diretamente ligada ao cotidiano das pessoas. Diariamente busca-se traçar o menor trajeto de um percurso desejado, programar as atividades para otimizar o tempo, realizar investimentos para otimização financeira, usar a tecnologia aliada à praticidade (como, por exemplo, realizar pagamentos bancários sem necessidade de se locomover até um posto de atendimento). Enfim, algumas dentre várias ações que os seres humanos fazem sem nem perceber o uso desta ferramenta, que para a engenharia é um diferencial de grande valia.

Sua aplicação na engenharia estrutural vem sendo estudada desde 1869 (CARVALHO, 2019), e vem se aprimorando até os dias atuais, sendo assim há várias aplicações em estruturas considerando, diferentes modelos e métodos. De acordo com Hussain et al. (2019) nos últimos anos foram desenvolvidos cerca de 130 novos métodos de otimização meta-heurísticos, por exemplo. O uso em larga escala da tecnologia e seus avanços, desencadeou o desenvolvimento e utilização de *softwares* capazes de resolver problemas na ordem do segundo (temporal), enquanto anteriormente levavam-se horas para calcular. Além disso, pode-se dizer que o conceito de engenharia é buscar soluções que atendam as necessidades de projeto, ou seja, proporcionando segurança e conforto aos usuários, mas que paralelamente tenham o menor custo, o menor impacto ao meio ambiente e maior agilidade.

O dimensionamento convencional de uma estrutura civil, seja qual for seu material constituinte, ocorre a partir do lançamento inicial das dimensões dos elementos estruturais, ou seja, o engenheiro pré-dimensiona tais elementos e verifica se estão atendendo às restrições normativas. Porém, diante da quantidade de variáveis existentes em um dimensionamento de estruturas de concreto armado, por exemplo, não há como garantir que a estrutura pré-dimensionada seja àquela que proporciona o menor custo com o melhor desempenho. Com a aplicação da otimização, definem-se apenas alguns parâmetros e as demais variáveis são otimizadas, a fim de atender as restrições e tentar encontrar a melhor configuração.

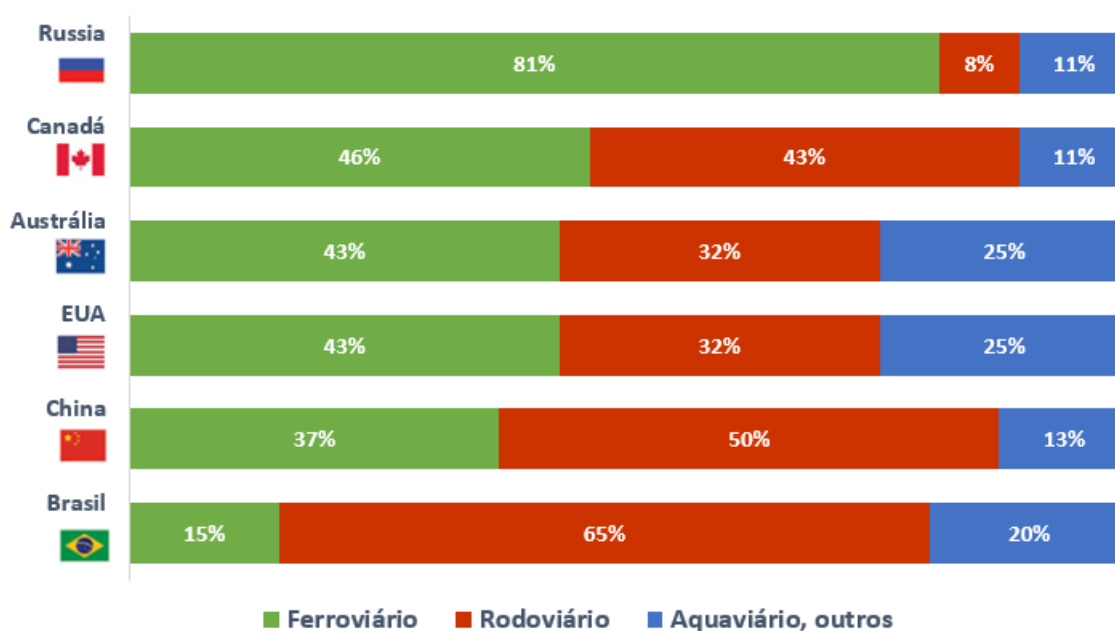
Diante disso, verifica-se a importância desta ferramenta no dimensionamento estrutural. No entanto, a otimização é aplicada através de programação (algoritmos), e não é universal, ou seja, varia de acordo com o projeto, com a escolha das variáveis, das restrições e com o objetivo para tal (menor custo, menor peso, entre outros). Portanto, a escolha do método de otimização interfere no resultado, tanto podendo influenciar com os valores, como por tempo de processamento das rotinas.

A otimização de pontes sob a ótica da engenharia, pode ser relacionada com a

minimização de seu custo, peso, volume, entre outros. As características gerais da ponte, como o comprimento do vão a vencer, tráfego a atender, localização, entre outros fatores importantes devem ser avaliados, pois influenciam na tomada de decisão. Por exemplo, o tipo de material constituinte que será adotado, qual o tipo de ponte mais adequado para o local de sua implantação, formato da seção transversal, dentre outros. No que diz respeito ao impacto da otimização destas estruturas para a sociedade, vale ressaltar que as obras de arte, como são consideradas as pontes, na maioria das vezes trata-se de obras públicas, sendo assim, qualquer economia relacionada à sua construção favorece a economia do país.

As pontes são um diferencial para a mobilidade urbana, pois elas permitem a transposição de obstáculos, sejam eles compostos por rios, lagos, vales, viadutos, dentre outros. De acordo com Colavite e Konishi (2015) a mobilidade e acessibilidade urbana entre regiões do país contribuí diretamente com o crescimento econômico do mesmo, haja visto que são através dos modais de transporte que toda a produção do país é conduzida. A Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários (ANTF, 2020) apresenta uma comparação internacional da matriz modal de transportes, conforme Figura 1, considerando países com extensões territoriais equivalentes (com exceção da Rússia, que possui maior densidade territorial). Observa-se na Figura 1 que dentre os países citados, o Brasil possui o maior índice de transporte por rodovias, responsável por conduzir cerca de 65% das cargas, enquanto os países mais desenvolvidos, possuem sua maior frota de transporte no modo ferroviário.

Figura 1 – Análise internacional da Matriz Modal de Transportes



Fonte – (ANTF, 2020)

Segundo a Confederação Nacional do Transporte (CNT, 2018), no ano de 2018 apenas 12,4% das rodovias brasileiras eram pavimentadas, em contrapartida, a frota de

veículos (de carga e passeio) aumentou 63,6% de 2009 até 2017. Tal fato evidencia a lacuna que há na infraestrutura brasileira, mesmo diante de alta demanda do modal rodoviário, e nota-se que há margem para novos investimentos, a fim de proporcionar eficiência e economia para o setor. Diante desta realidade, percebe-se a importância da construção de pontes e viadutos para auxiliar na infraestrutura rodoviária brasileira.

1.1 Motivação

A principal motivação deste trabalho reside na contribuição para a literatura científica por meio da aplicação de métodos de otimização em modelos estruturais de alta relevância social, como as pontes. Uma obra como esta requer um grande investimento e mobilização para sua construção, portanto otimizar seus elementos estruturais e avaliar suas condições a curto e longo prazo é imprescindível. A escolha do concreto armado como material constituinte, se deu pelo fato de ser o material mais utilizado para obras de grande porte, como as pontes, aeroportos, usinas hidrelétricas, entre outras. Além disso, segundo a Prefeitura Municipal de Blumenau, cerca de 77,30% das pontes existentes na cidade são construídas em concreto armado.

1.2 Revisão de Literatura

Como citado anteriormente, a otimização estrutural é estudada há mais de uma centena de anos. Portanto, há diversos trabalhos aplicados na área da engenharia. Na sequência serão apresentados alguns trabalhos relacionados a otimização de pontes e/ou estruturas de concreto armado dos últimos anos.

Silva (2001) estudou a otimização de elementos de concreto armado utilizando *Genetic Algorithm* (GA-Algoritmos Genéticos). Inicialmente o autor avaliou a otimização de um pilar sujeito a flexão oblíqua e por fim um pórtico plano de 5 pavimentos. No primeiro caso foram definidos a altura do pilar, o diâmetro e a quantidade de barras de aço como variáveis de projeto sujeito a restrições normativas, os resultados que violassem as restrições eram descartados. No segundo exemplo, o autor otimizou em duas etapas, inicialmente considerou as dimensões dos pilares e vigas como variáveis discretas e as áreas de aço como variáveis contínuas. Na segunda etapa otimizou as armaduras considerando as bitolas comerciais. As restrições foram impostas por meio de penalizações na função custo e agora os indivíduos que extrapolam as restrições não são eliminados. O autor concluiu que aplicar penalização nos indivíduos que violam as restrições é mais aconselhável do que eliminá-los, pois, estes indivíduos contêm características importantes, que contribuem no processo de otimização por *Genetic Algorithm*. Ainda concluiu que sua aplicação gerou uma economia de 22,7% com relação à estrutura dimensionada no software Eberick.

Gocál e Ďuršová (2012) estudaram a disposição transversal de vigas em pontes mistas, contendo as lajes de concreto armado e as vigas metálicas, por meio de um estudo paramétrico realizado em 32 estruturas de diferentes vãos. A análise foi realizada no *software* SCIA Engineer, em que para cada uma das pontes, estudaram-se diferentes larguras de seção transversal, número de longarinas e diferentes comprimentos de vão. Foram analisados exemplos com larguras totais de 6,5; 7,5; 9,0 e 11,5 metros. A quantidade de longarinas variou entre duas, três (para a ponte de 6,5 metros de largura) ou quatro, considerando, vãos de 20, 30, 40 e 50 metros de comprimento. Segundo os autores, do ponto de vista do aço estrutural, considerar duas longarinas metálicas é mais favorável do que considerar quatro longarinas. Porém, em contrapartida, a seção transversal das lajes aumenta consideravelmente com apenas 2 longarinas, assim como o consumo de armadura na laje (cerca de 60 a 67% maior do que considerando quatro vigas). Além disso, os autores ressaltam que em suas análises, a altura nos casos de duas vigas variam na ordem de $(1/19)L$ a $(1/12)L$, em que L é o comprimento do vão, enquanto no caso de quatro vigas variam na ordem de $(1/21)L$ a $(1/18)L$. Portanto utilizar duas vigas requer elementos estruturais (longarinas e lajes) maiores em altura, fato que deve ser avaliado durante a concepção de um projeto de pontes, avaliando se há limitantes construtivos para o projeto em questão.

Marti et al. (2013) avaliaram uma ponte de concreto armado protendido, com seção transversal em “U” e vãos isostáticos. O método utilizado é o *Simulated Annealing* (Recozimento Simulado) e a mutação aplicada conforme o método GA, envolvendo 59 variáveis de projeto e restrições conforme as normas espanholas. As soluções que violam as restrições não são aceitas nem penalizadas. Os autores aplicaram o estudo em alguns exemplos, variando o comprimento do vão (20, 25, 30, 35 e 40 metros) e largura de 12 metros. Marti et al. (2013) concluíram que é possível fazer uma correlação linear do custo da ponte conforme o aumento do comprimento do vão, obtendo uma equação linear com fator de regressão (R^2) de 0,996. Para outros parâmetros, como, por exemplo, para a resistência característica à compressão do concreto, esta correlação não é recomendada, pois o fator de regressão assume o valor de 0,751. Além disso, os autores concluíram que aumentando 20% do custo do aço, a ponte sofre acréscimo de 11,82% do seu custo, já aumentando os mesmos 20% no custo do concreto, a ponte aumenta 4,20% do seu custo, uma diferença de 2,8 vezes.

Fulgêncio, Paula e Azevedo (2014) avaliaram a influência do uso de transversinas em pontes de concreto armado com longarinas pré-moldadas e protendidas. A ponte estudada é composta por 4 longarinas biapoiadas, com vão livre de 35 metros e largura de 13,25 metros. As análises foram realizadas no *software* SAP2000, com o auxílio do seu modo específico para pontes, *Bridges*, ou seja, não foram aplicados métodos de otimização. Inicialmente verificaram a estrutura sem o uso de transversinas e posteriormente estudaram casos acrescentando apenas uma transversina central, depois 3 e por último 5. Ao

comparar as solicitações em cada modelo proposto, verificou-se que conforme se acrescentam transversinas, as amplitudes das solicitações aumentam, pois estas recebem o apoio das lajes e transferem tais cargas para as longarinas, e desta forma acaba sobrecarregando ainda mais as longarinas. Portanto, segundo os autores o uso de transversinas para pontes deste porte não é indicado.

O estudo de Trentini (2016) teve como objetivo minimizar o custo da construção do tabuleiro de pontes com longarinas pré-moldadas e protendidas, de seção “I”. As variáveis de projeto foram: o número de longarinas, a altura das mesmas, a espessura da laje, o comprimento de enrijecimento da alma da longarina e a resistência característica do concreto. Os dados de entrada são o vão longitudinal e a largura da seção transversal da ponte. Inicialmente Trentini (2016) realizou o dimensionamento por meio do método convencional, ou seja, pré-dimensionou a estrutura com valores comumente utilizados nestes tipos de obra e verificou-a no *software* SAP2000. Posteriormente aplicou sua rotina de otimização, informando o vão longitudinal de 35 metros e a largura da ponte de 16,2 metros, e obteve uma economia de 101.269,14 reais, equivalente a 16,42% quando comparado com o método convencional. O autor concluiu que as variáveis que mais influenciam nos resultados são a resistência característica do concreto e o número de longarinas.

Pedro et al. (2017) estudaram a otimização de pontes em vigas do tipo “I”, compostas de aço e concreto. O processo de otimização foi realizado em duas etapas, a primeira a fim de buscar uma região ótima (aplicando o modelo mecânico simplificado - Fauchart) e a segunda refinando esta região para obter a melhor solução. Foram envolvidas mais de 20 variáveis de projeto, dentre elas de geometria, características dos materiais e da armadura longitudinal e transversal dos elementos de concreto armado. Ao final do processo, os autores obtiveram uma redução total de custo de aproximadamente 9,17%, utilizando o Método dos Elementos Finitos como modelo mecânico para a obtenção dos esforços. Os autores compararam os custos finais da segunda fase com os obtidos na primeira fase, em que o modelo mecânico adotado para determinação dos esforços foi o método de Fauchart, utilizando-o obtiveram reduções de até 7,43%, representando uma diferença de aproximadamente 1,74% do resultado final. Sendo assim, os autores concluíram que a otimização em duas etapas para o caso estudado apresentou resultados satisfatórios, pois proporcionaram um baixo custo computacional na primeira fase e um resultado preciso na segunda.

A otimização da proporção entre balanço e vão de pontes de concreto armado do ponto de vista da fadiga das armaduras, foi estudada por Braz et al. (2018). Os autores avaliaram quatro modelos de pontes com vão principal de 20 metros e o balanço variando de 2 a 5 metros, considerando as normas brasileiras e europeias. A conclusão foi de que o caso mais satisfatório é considerando uma proporção de 10% entre as dimensões do balanço

e do vão principal. Além disso, concluíram que as normas europeias são mais conservadoras, tanto para os fatores de fadiga quanto para o dimensionamento, se comparadas com as normas brasileiras.

Juliani e Gomes (2018) analisaram a influência dos Estados Limites Último (ELU) e de Serviço (ELS) na otimização de pórticos planos de concreto armado. Conforme os autores foram realizadas três análises separadamente, a primeira considerando as restrições do ELU e ELS em conjunto, a segunda considerando apenas o ELU e por último apenas o ELS. O método de otimização utilizado foi o método GA. O trabalho foi aplicado em dois exemplos, um contendo dois pavimentos e um vão e o outro contendo seis pavimentos e dois vãos. A função objetivo considerou o custo do concreto e das armaduras dos pilares e vigas. Os autores concluíram que para os casos estudados é mais adequado considerar as restrições de ELU e ELS em conjunto do que separadamente, obtendo redução de aproximadamente 18,5% no primeiro exemplo e 26,45% no segundo. Além disso, perceberam que as rotinas desenvolvidas possuem forte influência dos dados de entrada, recomendando uma análise cuidadosa com relação ao otimizador.

Conforme pôde-se verificar, há diversos estudos de otimização em pontes e/ou viadutos de concreto armado, com diferentes configurações. Observou-se pontes inteiramente compostas em concreto armado, ou protendido, ou pontes mistas (lajes de concreto e vigas metálicas). Diferentes tipos de seções transversais, retangular, com seção “I”, ou seção “U”. Vigas moldadas in loco, ou pré-moldadas, com aplicação de diferentes métodos de otimização, restrições de projeto conforme o país de aplicação (brasileiro, espanhol, europeu, entre outros).

Enfim, de maneira geral os trabalhos apresentam os métodos adotados, porém, a maioria deles não informa os valores considerados para os parâmetros de cada um, fazendo com que a interpretação do resultado seja dificultada, quando o objetivo for comparar ou melhorar os resultados obtidos na literatura. Porém, tais trabalhos contribuíram para o desenvolvimento de novas linhas de pesquisa permitindo que cada vez mais novos métodos e modelos sejam implementados. Desta forma, proporcionam a evolução do tema e auxílio aos profissionais responsáveis pelo dimensionamento de tais estruturas, que são tão importantes para a sociedade de modo geral.

1.3 Objetivos

O principal objetivo deste estudo consiste na aplicação de algoritmos meta-heurísticos para a otimização das longarinas de pontes em concreto armado, com o propósito de minimizar os custos associados. Essa otimização será realizada tanto na definição da seção transversal ideal quanto nos espaçamentos adequados. A fim de alcançar esse objetivo, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- a) implementar um algoritmo para realizar o processo de otimização;
- b) aplicar os métodos: *Search Group Algorithm* (SGA), *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Teaching Learning Based Optimization* (TLBO) e *Firefly Algorithm* (FA);
- c) resolver um exemplo numérico utilizando diferentes métodos;
- d) avaliar o desempenho de diferentes algoritmos heurísticos na otimização das longarinas de uma ponte em concreto armado;
- e) avaliar o custo e dimensionamento das longarinas considerando algumas possibilidades de quantidade de vigas (2, 3, 4 ou 5);
- f) avaliar o custo e dimensionamento das longarinas considerando diferentes comprimentos de vãos (15, 25, 35, 40 ou 45 metros);
- g) analisar a estrutura obtida nos estudos com a estrutura executada em algumas pontes do município de Blumenau/SC.

1.4 Estrutura do trabalho

Com relação à organização do trabalho, o mesmo está dividido em 7 capítulos, sendo estruturados da seguinte maneira:

Capítulo 1: *Introdução* - Consiste na introdução do trabalho, motivação, breve revisão de literatura, apresentando alguns dos estudos envolvendo o tema em questão e apresentação dos objetivos;

Capítulo 2: *Dimensionamento Estrutural* - Trata dos métodos de dimensionamentos adotados no Brasil, contemplando as verificações do Estado Limite Último (ELU) e os Estados Limites de Serviço (ELS), conceituados conforme a NBR 8681/2003;

Capítulo 3: *Dimensionamento de Pontes em Concreto Armado* - Consiste em apresentar as cargas a serem consideradas no dimensionamento de pontes. Expor o método de cálculo adotado para obtenção dos esforços solicitantes na seção transversal da mesma (método de Fauchart). Abordar sobre os critérios e orientações para o dimensionamento das armaduras longitudinal e transversal, conforme a NBR 6118/2014, assim como as disposições construtivas;

Capítulo 4: *Otimização Estrutural* - Apresenta um breve resumo dos conceitos de otimização estrutural, bem como seus parâmetros e métodos de cálculo. Além disso, são apresentados os métodos meta-heurísticos utilizados neste trabalho, apontando brevemente as particularidades de cada um e seu funcionamento;

Capítulo 5: *Metodologia* - Trata-se de apresentar como os objetivos serão alcançados, a função objetivo construída para a otimização, as variáveis de projeto, as restrições e penalizações. Enfim, as considerações para a aplicação da rotina desenvolvida;

Capítulo 6: *Estudo de caso* - Este estudo aborda a aplicação da rotina de otimização em exemplos numéricos para obter a seção transversal ótima e a área de armadura passiva das longarinas de uma ponte. O estudo foi dividido em três análises: comparação entre os métodos de otimização, comparação entre os modelos de seção transversal (retangular ou I) e quantidade de longarinas (2, 3, 4 ou 5), e comparação do custo das longarinas com base em diferentes comprimentos de vãos. Por fim, é realizada uma análise comparativa dos resultados obtidos na teoria com algumas pontes em Blumenau, que possuem dimensões semelhantes às estudadas neste trabalho;

Capítulo 7: *Conclusão* - Apresenta as conclusões obtidas no estudo, contendo a análise dos resultados e sugestão para trabalhos futuros.

2 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

No Brasil o dimensionamento de estruturas é realizado utilizando os conceitos dos Estados Limites, estabelecidos pela ABNT (2003) NBR 8681: “Ações e segurança nas estruturas - Procedimento”. Anterior a esta técnica, havia o método das Tensões Admissíveis, que comparava a tensão atuante na estrutura (aplicando um único fator de segurança para as cargas) com a tensão resistente (CHOLFE; BONILHA, 2013).

O método das Tensões Admissíveis era considerado um método empírico, ou seja, baseado na experiência proporcionada de estruturas anteriores. De acordo com Cholfe e Bonilha (2013), a partir da década de 1960, as ações e resistências das estruturas começaram a ser avaliadas estatisticamente e individualmente.

De modo geral, a NBR 8681/2003 estabelece os requisitos de segurança das estruturas usuais da construção civil, bem como os critérios que devem ser considerados para as ações e resistência da estrutura. Lembrando que podem haver outras especificações para a estrutura em estudo, como as pontes, além da NBR 8681, devem ser observados os requisitos preconizados nas normas específicas para este tipo de estrutura. Neste caso deve-se observar a NBR 7187/2021: “Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto” e a NBR 7188/2013: “Carga móvel rodoviárias e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas”, entre outras.

As ações, ou seja, “Causas que provocam esforços ou deformações na estrutura [...]” (ABNT, 2003, p.1), podem ser classificadas como permanentes, variáveis ou excepcionais. Segundo a NBR 8681, as permanentes são cargas que não sofrem muitas variações em torno de sua média e ocorrem praticamente durante toda a vida útil da estrutura, como, por exemplo, o seu peso próprio. As ações variáveis são cargas com variações significativas de intensidade em torno de sua média e podem ocorrer somente em determinados períodos da vida útil da estrutura, como, por exemplo, a carga de vento. Já as excepcionais são cargas com baixa probabilidade de ocorrência, mas que dependendo do local em que a estrutura está sendo projetada deve ser considerado, por exemplo, locais sujeitos a ação de enchentes ou sismos excepcionais.

No método dos Estados Limites as cargas e a resistência da estrutura sofrem majorações e minorações, respectivamente. Para cada tipo de carga e/ou tipo de análise há coeficientes próprios e combinações de ações recomendadas. Para garantir a segurança da estrutura, a mesma deve ser dimensionada considerando o Estado Limite Último (ELU) e verificada quanto a deformações, fadiga, fissuração - entre outros - no Estado Limite de Serviço (ELS).

2.1 Estado Limite Último - ELU

Este estado é caracterizado pela perda do equilíbrio da estrutura, ou seja, quando parte ou toda a estrutura entra em colapso. Além disso, pode ser definido pela ocorrência de deformação plástica excessiva, ou por fenômenos de flambagem, isto é, ocorrências que tornam a construção imprópria para uso.

Na etapa de dimensionamento dos elementos estruturais, os fatores de ponderação dos carregamentos podem ser aplicados separadamente ou em conjunto, de acordo com sua classificação. Para este trabalho, optou-se por considerar o coeficiente de majoração das cargas agrupadas, considerando a Equação (2.1):

$$F_d = \gamma_g \sum F_{G,k} + \gamma_q \sum F_{Q,k}, \quad (2.1)$$

onde F_d é o valor de cálculo das ações, $F_{G,k}$ são os valores característicos das ações permanentes, $F_{Q,k}$ são os valores característicos das ações variáveis, γ_g é o coeficiente de majoração das cargas permanentes e γ_q é o coeficiente de majoração das cargas variáveis.

Os coeficientes de majoração das ações permanentes variam conforme o tipo de combinação, tipo de estrutura e com o efeito que a ação exerce sobre a mesma (se é favorável ou desfavorável), conforme apresentado na Tabela 1. Nas ações que provocam efeitos desfavoráveis são aplicados coeficientes de majoração, enquanto nas ações que provocam efeitos favoráveis, são aplicados coeficientes unitários. Ou seja, nas favoráveis, considera-se o valor integral da carga, proporcionando a pior condição possível para tal estrutura.

Tabela 1 – Ações permanentes diretas agrupadas

| Combinação | Tipo de Estrutura | Efeito | |
|---------------------------|--|--------------|-----------|
| | | Desfavorável | Favorável |
| Normal | Grandes pontes ¹⁾ | 1,30 | 1,00 |
| | Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾ | 1,35 | 1,00 |
| | Edificação tipo 2 ³⁾ | 1,40 | 1,00 |
| Especial ou de construção | Grandes pontes ¹⁾ | 1,20 | 1,00 |
| | Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾ | 1,25 | 1,00 |
| | Edificação tipo 2 ³⁾ | 1,30 | 1,00 |
| Excepcional | Grandes pontes ¹⁾ | 1,10 | 1,00 |
| | Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾ | 1,15 | 1,00 |
| | Edificação tipo 2 ³⁾ | 1,20 | 1,00 |

¹⁾ Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.
²⁾ Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m²
³⁾ Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m²

Fonte – Adaptado de NBR 8681 (2003, p.11)

Ainda com relação à Tabela 1, os coeficientes variam de acordo com o tipo de combinação aplicada, podendo ser normais, especiais/de construção ou excepcionais. Neste

trabalho foram consideradas combinações normais e quanto ao tipo de estrutura, classifica-se como edificação do tipo 1 e pontes em geral. Lembrando que edificações do tipo 1 tratam de estruturas em que a carga acidental supera 5 kN/m^2 e edificações tipo 2 não superam este valor. Os coeficientes de majoração das ações variáveis são apresentados na Tabela 2. Neste caso, se houverem ações variáveis favoráveis, elas não devem ser consideradas.

Tabela 2 – Ações variáveis consideradas conjuntamente

| Combinação | Tipo de Estrutura | Coefficiente de ponderação |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Normal | Pontes e Edificações tipo 1 | 1,50 |
| | Edificações tipo 2 | 1,40 |
| Especial ou de construção | Pontes e Edificações tipo 1 | 1,30 |
| | Edificações tipo 2 | 1,20 |
| Excepcional | Estruturas em geral | 1,00 |

¹⁾ Quando as ações variáveis forem consideradas conjuntamente, o coeficiente de ponderação na tabela 5 se aplica a todas as ações, devendo-se considerar também conjuntamente as ações permanentes diretas. Nesse caso permite-se considerar separadamente as ações indiretas como recalque de apoio e retração dos materiais conforme tabela 3 e o efeito de temperatura conforme tabela 4.

Fonte – Adaptado de NBR 8681 (2003, p.12)

Assim como para as ações permanentes, foi considerado que o tipo de estrutura trata-se de pontes e edificações tipo 1, portanto se aplicou ao somatório das ações variáveis o coeficiente de 1,50 (combinação normal). As Tabelas 3, 4 e 5 do qual a nota 1) da Tabela 2 se referem, tratam-se das tabelas contidas na NBR 8688/2003 (p.12).

Conforme a NBR 8681/2003, no método do ELU a resistência característica da estrutura deve ser minorada. Isto se deve ao fato da variabilidade da resistência dos materiais, da diferença entre a resistência real da estrutura global com a obtida através dos corpos de prova padronizados e incertezas na determinação das ações solicitantes.

Os valores para estes coeficientes de minoração são apresentados em normas específicas para cada tipo de material. No caso de estruturas de concreto armado, a ABNT (2014) NBR 6118 apresenta, no seu item 12.4.1 tais coeficientes, conforme apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores dos coeficientes γ_c e γ_s

| Combinações | Concreto | Aço |
|----------------------------|------------|------------|
| | γ_c | γ_s |
| Normais | 1,40 | 1,15 |
| Especiais ou de construção | 1,20 | 1,15 |
| Excepcionais | 1,20 | 1,00 |

Fonte – Adaptado de NBR 6118 (2014, p.71)

Para obter a resistência de cálculo (f_d), basta dividir a resistência característica do material constituinte da estrutura (f) pelo seu respectivo coeficiente de minoração (γ), que

varia com o tipo de combinação, conforme Equação (2.2). Conforme Tabela 3, o coeficiente de minoração adotado para este trabalho é de 1,4 para o concreto e 1,15 para o aço.

$$f_d = \frac{f_c}{\gamma} \quad (2.2)$$

2.2 Estado Limite de Serviço - ELS

Segundo a NBR 8681/2003 este estado é caracterizado por danos que afetam a durabilidade e estética da estrutura. Estes danos podem ser relacionados com a deformação excessiva, comprometendo a utilização normal da mesma, ou ainda podem ser causados por vibrações excessivas, proporcionando desconforto aos usuários.

A fim de garantir a segurança da estrutura, após o dimensionamento da mesma no ELU, deve-se verificar se todos os requisitos da norma com relação ao ELS estão sendo respeitados. De acordo com a NBR 6118/2014, no ELS podem ser verificados o estado limite de formação de fissuras (ELS-F), de abertura de fissuras (ELS-W), de deformações excessivas (ELS-DEF), de descompressão (ELS-D), de vibrações excessivas (ELS-VE), entre outros.

Neste estado há três combinações de ações possíveis: quase permanentes (CQP), frequentes (CF) ou raras (CR). As CQP correspondem a cargas que atuam por um grande período da vida útil da estrutura, da ordem de 50% de seu tempo. As CF são cargas que se repetem muitas vezes, em torno de 5% da vida útil. Já as CR são cargas que atuam no máximo por algumas horas na estrutura. Cada verificação em específico - ELS-F, ELS-DEF, entre outras - determina qual tipo de combinação é mais adequada. Neste trabalho serão verificados os deslocamentos-limites, o controle da fissuração e a fadiga.

Os coeficientes de ponderação das ações variáveis para o ELS são prescritos pela NBR 8681/2003 e estão apresentados na Tabela 4. São conhecidos como fator de redução de combinação frequente (ψ_1) e de combinação quase permanente (ψ_2). Nas CQP todas as ações variáveis são minoradas pelo ψ_2 , conforme Equação (2.3).

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Q_{j,k}} \quad (2.3)$$

A Equação (2.4) trata da CF, em que a ação variável principal é minorada pelo ψ_1 e as ações variáveis secundárias são ponderadas pelo ψ_2 . E por último, nas CR as ações variáveis principais não sofrem ponderação nenhuma, e as secundárias são minoradas por ψ_1 , conforme Equação (2.5).

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \psi_1 F_{Q_{i,k}} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Q_{j,k}} \quad (2.4)$$

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + F_{Qi,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} F_{Qj,k} \quad (2.5)$$

Tabela 4 – Valores dos coeficientes de ponderação ψ_0 , ψ_1 e ψ_2

| Ações | ψ_0 | ψ_1 | $\psi_2^{3),4)}$ |
|---|----------|----------|------------------|
| Cargas acidentais de edifícios | | | |
| Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ¹⁾ | 0,5 | 0,4 | 0,3 |
| Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ²⁾ | 0,7 | 0,6 | 0,4 |
| Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens | 0,8 | 0,7 | 0,6 |
| Vento | | | |
| Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral | 0,6 | 0,3 | 0,0 |
| Temperatura | | | |
| Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local | 0,6 | 0,5 | 0,3 |
| Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos | | | |
| Passarelas de pedestres | 0,6 | 0,4 | 0,3 |
| Pontes rodoviárias | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| Pontes ferroviárias não especializadas | 0,8 | 0,7 | 0,5 |
| Pontes ferroviárias especializadas | 1,0 | 1,0 | 0,6 |
| Vigas de rolamentos de pontes rolantes | 1,0 | 0,8 | 0,5 |
| 1) Edificações residenciais, de acesso restrito. | | | |
| 2) Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público. | | | |
| 3) Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para ψ_2 o valor zero. | | | |
| 4) Para combinações excepcionais onde a ação principal for o fogo, o fator de redução ψ_2 pode ser reduzido, multiplicando-o por 0,7. | | | |

Fonte – Adaptada de NBR 8681 (2003, p.13)

Em ambas as combinações mencionadas nas Equações (2.3), (2.4) e (2.5), verifica-se que as ações permanentes são consideradas com seus valores característicos, ou seja, não são ponderadas. Além disso, de acordo com o item 12.4.2 da NBR 6118/2014 (p.72) a resistência característica no ELS também não sofre ponderação.

2.2.1 Deformações excessivas - ELS-DEF

Este estado, como o próprio nome sugere, se refere à verificação das deformações na estrutura, seu valor considerado admissível é prescrito por norma, a depender do material constituinte da estrutura. No caso de estruturas de concreto armado, a NBR 6118/2014 indica em sua tabela 13.3 os valores de deslocamentos limites.

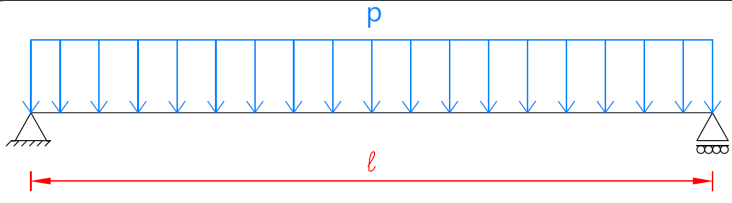
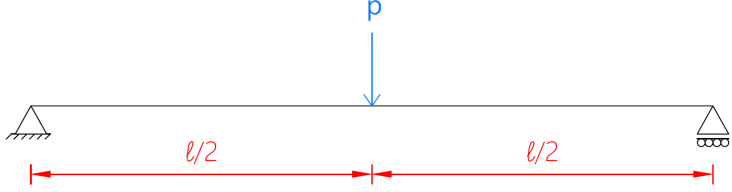
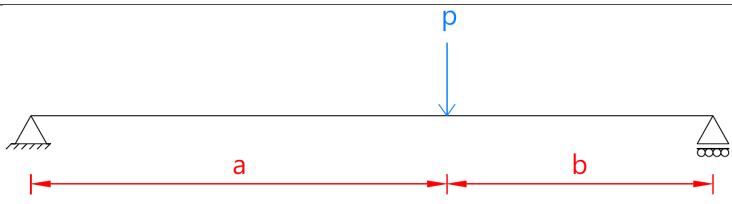
Na tabela 13.3 da NBR 6118/2014, os valores limites se caracterizam principalmente pelo tipo de efeito causado na estrutura, classificados como: aceitabilidade sensorial, efeitos específicos, efeitos em elementos não estruturais e efeitos em elementos estruturais. Para este trabalho considerou-se que o deslocamento admissível é a razão entre o comprimento do vão por 250.

A aceitabilidade sensorial remete a indicar um valor de deslocamento limite, tal que, a partir deste, a estrutura torna-se visualmente desagradável, ou seja, o deslocamento passa a ser perceptível aos usuários. Os efeitos específicos são deformações que podem comprometer o uso da estrutura. Os efeitos em elementos não estruturais, são as consequências

que a deformação na estrutura exerce sobre eles, pois os elementos não estruturais estão ligados direta ou indiretamente a estrutura global. Com relação aos efeitos em elementos estruturais, trata-se de situações em que, quando os limites máximos são extrapolados, algumas simplificações adotadas na formulação do cálculo são violadas e, portanto, não podem ser consideradas (ABNT, 2014).

Sabe-se da resistência dos materiais, que a flecha máxima em uma viga pode ser obtida através da linha elástica, definida pela segunda integração da relação entre o momento fletor de uma viga com o raio de curvatura, uma vez que ambos são inversamente proporcionais. Para facilitar os cálculos, alguns destes deslocamentos máximos são pré-definidos em tabelas, e variam de acordo com o tipo de vinculação e carregamentos. Neste trabalho foram utilizadas três equações pré-definidas para obter o deslocamento máximo nas longarinas, apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Flechas

| Caso | Vinculação e carregamento | Flecha |
|------|--|-----------------------|
| 1 |  | $\frac{5pl^4}{384EI}$ |
| 2 |  | $\frac{Pl^3}{48EI}$ |
| 3 |  | $\frac{Pa^2b^2}{3EI}$ |

Fonte – Adaptado de ISNARD; GREKOW; MROZOWICZ (1971) e CNT (1976)

2.2.2 Abertura de Fissuras - ELS-W

A baixa resistência à tração do concreto, em comparação com o aço, evidencia a necessidade de monitorar e controlar a abertura de fissuras. Quando o valor máximo admissível de abertura de fissuras é ultrapassado, o processo de corrosão da armadura passiva é acelerado, impactando negativamente a vida útil da estrutura (ABNT, 2014).

Segundo a NBR 6118/2014 para calcular a abertura de fissuras deve-se considerar a combinação de ações frequentes. Os limites de abertura de fissuras são estabelecidos na

tabela 13.4 da mesma norma. Tais limites variam conforme o tipo de concreto estrutural (concreto simples, armado, protendido nível 1, 2 e 3), e com a classe de agressividade adotada para o cálculo.

O valor característico das aberturas de fissuras (w_k), de acordo com a NBR 6118/2014 é o menor valor obtido nas Equações (2.6) e (2.7)

$$w_k = \frac{\phi_i 4 \sigma_{si}}{12,5 \eta_1 E_{si} f_{ctm}} \quad (2.6)$$

$$w_k = \frac{\phi_i \sigma_{si}}{12,5 \eta_1 E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right), \quad (2.7)$$

onde ϕ_i é o diâmetro da armadura longitudinal adotado, σ_{si} é a tensão na armadura, η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, E_{si} é o módulo de elasticidade do aço, f_{ctm} é a resistência média a tração do concreto e ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i (A_{cri}).

2.2.3 Fadiga

Segundo a NBR 6118/2014 a fadiga trata da ruptura da estrutura devido a cargas cíclicas, causadas por oscilações de tensões e deformações nos elementos. A norma estabelece critérios para verificações de fadiga do concreto em compressão, concreto em tração e da armadura. Neste trabalho será verificada a fadiga das armaduras.

Apesar de causar ruptura, as cargas são consideradas pelas combinações de ações frequentes, porém, o fator de redução ψ_1 é diferente do estabelecido na Tabela 4 deste trabalho. Para o cálculo da fadiga, ψ_1 varia de acordo com o tipo de obra e de peça estrutural. Considerando que os elementos que serão calculados neste trabalho são vigas de pontes rodoviárias, ψ_1 vale 0,5. Para que o valor máximo de fadiga seja respeitado, a máxima variação de tensão calculada ($\Delta\sigma_{Ss}$), deve ser menor ou igual à resistência à fadiga para o aço ($\Delta f_{sd,fad}$), conforme Equação (2.8).

$$\gamma_f \Delta\sigma_{Ss} \leq \Delta f_{sd,fad} \quad (2.8)$$

Conforme se observa na Equação (2.8), a variação de tensão calculada é multiplicada por um coeficiente de ponderação das ações (γ_f), que neste caso é unitário. A NBR 6118/2014 estabelece em sua tabela 23.2 os valores de $\Delta f_{sd,fad}$ para 2×10^6 ciclos de carga. Tais valores variam de acordo com o caso de barras, e com o diâmetro da armadura. O caso de barras depende do diâmetro dos pinos de dobramento (D), que para as barras de aço CA-50 com diâmetro superior a 20 mm é igual a 8ϕ .

3 PONTES EM CONCRETO ARMADO - DIMENSIONAMENTO

Segundo Pfeil (1985) as pontes e/ou viadutos são construções com finalidade de transpor obstáculos, como, por exemplo: rios, mares, vias e vales. Tais obras são denominadas obras de arte, por se tratar de uma obra de grande porte e investimentos elevados, portanto requer engenheiros especialistas no assunto. Diante desta realidade, a aplicação da otimização estrutural torna-se um elemento chave, tendo em vista a melhor configuração da estrutura com o menor custo.

As pontes podem ser classificadas de acordo com o seu sistema estrutural. Dentre elas, a mais comum é a ponte em vigas, por se tratar de uma estrutura mais simples, se comparada com outros modelos, como, por exemplo, as pontes estaiadas, pênsil ou em arco.

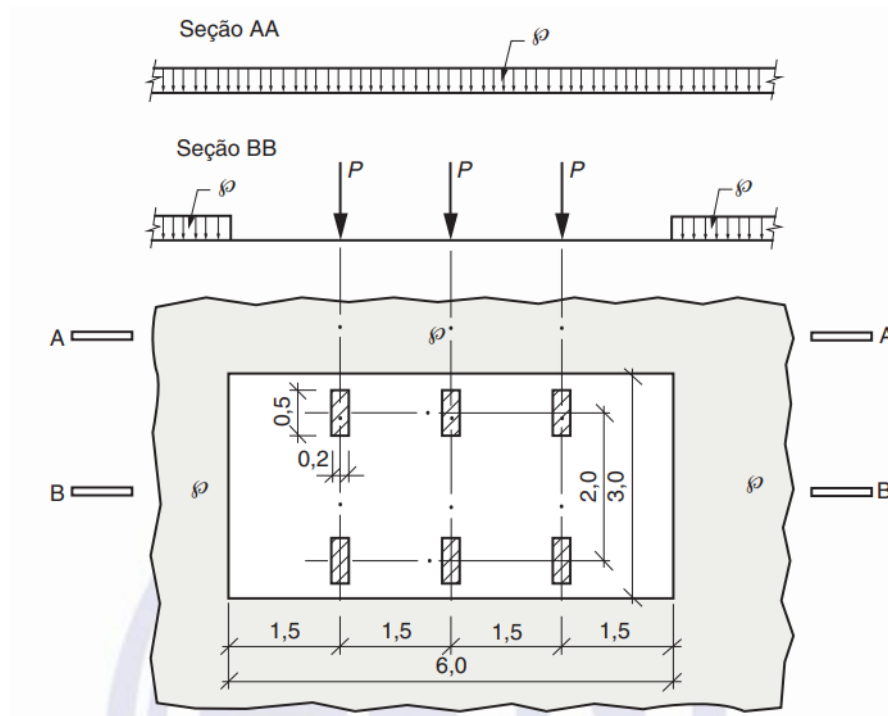
Tendo em vista que as pontes podem ser construídas em concreto armado, aço, madeira, entre outros materiais, o seu dimensionamento observa, além dos critérios normativos específicos de cada material, algumas normas específicas para pontes. Atualmente, há duas normas exclusivas para estas estruturas, a ABNT (2021) 7187: “Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto” e 7188 (2013): “Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas”.

3.1 Análise de cargas

O dimensionamento estrutural de uma ponte, na etapa de levantamento de cargas, deve considerar, além das ações abordadas na NBR 8681/2003, as cargas preconizadas pela NBR 7188/2013. A ABNT (2013) estabelece uma carga móvel de um veículo padrão, nomeado de trem tipo brasileiro (TB-450). Tal carga consiste de um veículo com 3 eixos transversais, espaçados entre si em 1,5 m, contendo 2 rodas por eixo, localizadas em cada extremidade. Ou seja, consideram-se 6 cargas pontuais de 75 kN, totalizando 450 kN mencionados no nome padrão.

A área de atuação do veículo padrão é de 18 m² (6 × 3), os eixos longitudinais são espaçados em 2 m, conforme se observa na Figura 2. Em torno do veículo tipo deve ser considerada uma carga constante distribuída de 5 kN/m². Na superfície de atuação do TB-450, a carga distribuída uniformemente não é aplicada. Para facilitar o modelo computacional, considera-se a carga distribuída em toda a superfície da ponte, e para balancear este acréscimo, redefinem-se as cargas pontuais em cada roda, reduzindo seu valor proporcionalmente (PFEIL, 1985).

Figura 2 – Veículo padrão TB-450



Fonte – NBR 7188 (2013, p.4)

A fim de equilibrar os valores das cargas pontuais (P) aplicadas nas rodas, é necessário subtrair o produto da carga distribuída (q) pela área de contato do veículo (Av), dividido pelo número de rodas (n), conforme demonstrado pela Equação (3.1). Para uma representação mais precisa dos efeitos do tráfego nas pontes, é necessário considerar os efeitos dinâmicos introduzidos pelo movimento dos veículos. A fim de converter essas cargas em cargas dinâmicas, a NBR 7188/2013 estabelece três coeficientes de ponderação: coeficiente de impacto vertical (CIV), coeficiente de número de faixas (CNF) e coeficiente de impacto adicional (CIA).

$$Pb = P - \left(\frac{q \times Av}{n} \right) \quad (3.1)$$

De acordo com a NBR 7188/2013 o CIV é um coeficiente que simula o sistema de suspensão dos veículos. A norma deixa claro que o CIV, não substitui uma análise dinâmica da estrutura, principalmente em pontes metálicas e estaiadas. Este coeficiente varia de acordo com o comprimento do vão, para pontes com vão de até 10 m, o CIV vale 1,35, já para pontes com vão entre 10 e 200 m, ele é calculado conforme a Equação (3.2)

$$CIV = 1 + 1,06 \times \left(\frac{20}{Liv + 50} \right), \quad (3.2)$$

onde Liv é o comprimento do vão. Nos casos de pontes isostáticas com vãos contínuos, Liv é a média aritmética dos vãos e, para pontes em balanço ele equivale ao próprio

comprimento do balanço.

O CNF tem relação com o número de faixas, conforme a quantidade de faixas de rolamento, há um acréscimo de carga devido a maior probabilidade de presença de veículos em uso simultâneo. Os acostamentos e faixas de pedestres não são contabilizados (ABNT, 2013). O CNF é definido conforme Equação (3.3), em que n é o número inteiro de faixas.

$$CNF = 1 - 0,05 \times (n - 2) > 0,9 \quad (3.3)$$

O último coeficiente de ponderação aplicado nas cargas móveis, CIA, considera as imperfeições e/ou descontinuidades presentes na pista de rolamento da ponte. Para estruturas de concreto armado, a NBR estabelece que CIA vale 1,35.

Após a definição dos valores das cargas móveis do TB-450, define-se a posição de aplicabilidade na ponte, ou seja, a carga deve ser posicionada no ponto mais desfavorável com relação ao elemento em análise. Em estruturas mais complexas, torna-se necessário aplicar os conceitos da linha de influência.

Conforme Pfeil (1985), as linhas de influência são o diagrama de um esforço solicitante ou reação de apoio no elemento desejado, a partir da aplicação de uma carga unitária em todos os pontos do elemento em estudo. Inicialmente, avalia-se a posição mais desfavorável da carga na seção transversal, de acordo com a longarina de interesse. Na sequência, para o dimensionamento da armadura, no caso de estruturas de concreto armado, considera-se a pior situação para a longarina longitudinalmente.

Além das cargas citadas até o momento, a NBR prevê a aplicação de uma carga adicional de 3 kN/m² em toda a superfície do passeio, porém esta não é ponderada pelos coeficientes CIV, CNF e CIA. Os passeios devem conter proteção por guarda-corpo e guarda-rodas.

3.2 Método de cálculo

As pontes em vigas, com mais de duas longarinas, conhecidas como pontes com vigas múltiplas, apresentam uma modelagem estrutural em formato de grelha, eminentemente hiperestática. Anterior ao surgimento dos computadores e softwares avançados, este cálculo tornava-se muito complexo, estimulando os pesquisadores a desenvolverem métodos simplificados para obtenção dos esforços e reações de apoio das longarinas (MASCARENHAS, 2019).

Dentre os métodos manuais desenvolvidos, pode-se citar os mais conhecidos: método de Engesser-Courbon, de Leonhardt, de Guyon-Massonet, de Homberg-Trenks e de Fauchart. De acordo com Alves, Almeida e Judice (2004), alguns destes métodos analíticos e numéricos aproximados desenvolvidos, foram adaptados mais tarde, com o

surgimento dos computadores. Dentre os métodos aprimorados, os autores citam o Método das Diferenças Finitas, Mínimos Quadrados e Método de Ritz.

Atualmente, um dos métodos mais utilizados é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que se trata de um procedimento sistemático para solução aproximada de equações diferenciais (NETO; SANTOS; COUTO, 2016). Este, mais completo que os citados anteriormente, é capaz de calcular problemas com alto grau de complexidade, considerando não-linearidade física e/ou geométrica (ALVES; ALMEIDA; JUDICE, 2004). Sua aplicação na engenharia estrutural pode proporcionar uma análise de tensões, deslocamentos, vibrações, impactos, flambagem, dentre outros.

Neste trabalho aplicou-se o método de Fauchart para obter a distribuição transversal das cargas nas vigas. Para validação do código, verificaram-se os esforços internos e o dimensionamento estrutural no software SCIA *Engineer*, que utiliza em seu modelo de cálculo o MEF. Moura et al. (2016) compararam os resultados obtidos por Fauchart e por MEF. Inicialmente os autores validaram seus estudos comparando os seus resultados com os de uma ponte já estudada por Stucchi (2006), da Universidade de São Paulo. Posteriormente, aplicaram o estudo em outras três pontes, e concluíram que o método de Fauchart é compatível com o MEF. Obviamente há um erro percentual entre os métodos, porém o método de Fauchart é simples e com resultados satisfatórios.

O método de Fauchart permite transformar um problema bidimensional em unidimensional, ou seja, converte as equações diferenciais da linha elástica e da torção, em equações algébricas, por séries de Fourier (STUCCHI, 2006). O método considera algumas hipóteses para sua utilização: que as longarinas são biapoiadas e com inércia constante e, que o trabalho longitudinal das lajes é desprezado, ou seja, ao aplicar o método de Fauchart para analisar a estrutura, considera-se que as lajes (elementos horizontais que conectam as longarinas) não contribuem significativamente para o comportamento global da estrutura em relação aos esforços longitudinais.

De acordo com Trentini e Martins (2015) a teoria propõe considerar uma estrutura plana que representa um metro de largura da seção transversal do tabuleiro, em que as longarinas são substituídas por molas, atuando como resistência ao deslocamento vertical e a rotação, conforme Figura 3. A constante da mola vertical (K_v) é calculada conforme a Equação (3.4)

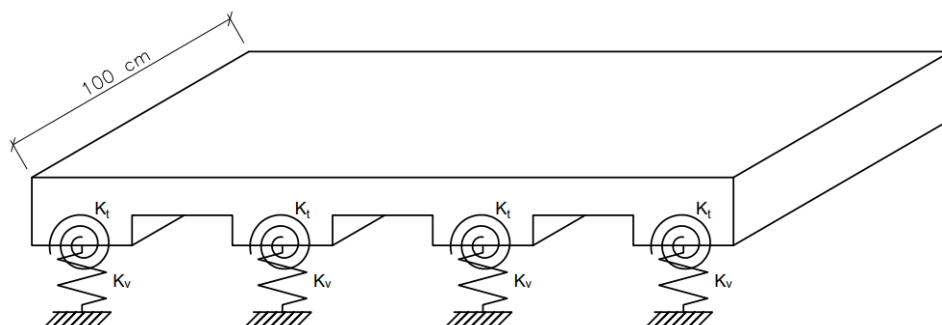
$$K_v = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 E_{cs} I_L, \quad (3.4)$$

onde L é o vão da ponte, E_{cs} é módulo de elasticidade secante do material constituinte (neste caso do concreto armado), e I_L é a inércia da seção da viga. Já a constante de mola à torção (K_t), é calculada conforme Equação (3.5), em que G é o módulo de elasticidade

transversal do material constituinte e J_t é a inércia à torção da longarina.

$$Kt = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 GJ_t \quad (3.5)$$

Figura 3 – Modelo de Fauchart



Fonte – MENDES (2018, p.39)

Após obter a distribuição transversal das cargas nas vigas, analisam-se as longarinas longitudinalmente, aplicando as reações obtidas por Fauchart como cargas nas mesmas. Todas as cargas serão uniformemente distribuídas em kN/m, com exceção da carga móvel pontual, que deve ser aplicada no ponto mais desfavorável (neste caso, para o esforço de momento fletor será no meio do vão, e para o esforço cortante será sobre o apoio).

3.3 Dimensionamento à flexão

Dentre outros fatores, um dos motivos da grande utilização de estruturas de concreto armado é o bom comportamento entre o concreto e o aço, pois o concreto atua na resistência a compressão e o aço na tração. Além de que o concreto possui um custo relativamente baixo, quando comparado com o aço, por exemplo.

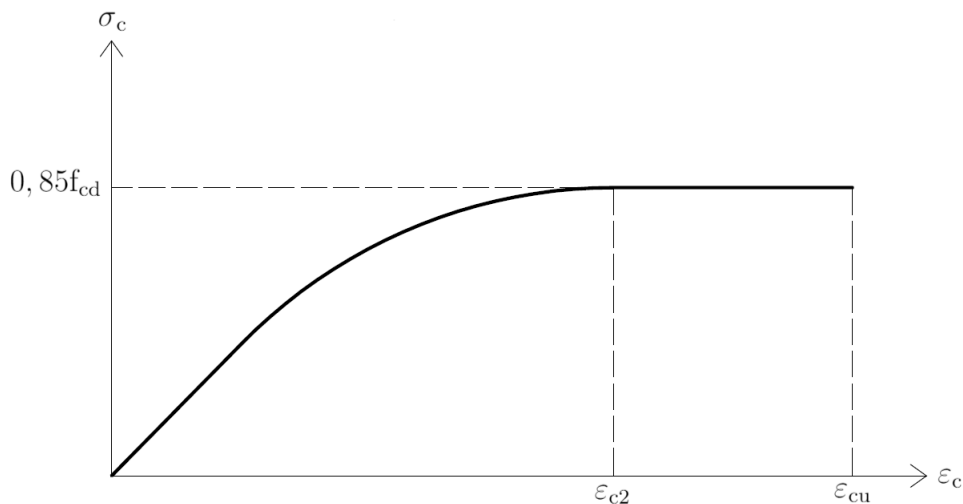
A NBR 6118/2014 indica um diagrama de tensão-deformação idealizado para o concreto, caracterizado por um diagrama parábola-retângulo, conforme Figura 4. Observa-se na figura, que o concreto inicialmente apresenta um comportamento de tensão-deformação linear (estádio I), até um certo ponto em que se caracteriza como uma parábola. No momento em que a tensão do concreto (σ_c) atinge o valor aproximado de $0,85f_{cd}$, o concreto plastifica, e a deformação é chamada de deformação específica de encurtamento no início do regime plástico (ε_{c2}), neste momento a estrutura está no estágio II. A partir de ε_{c2} , observa-se que o diagrama segue constante (retangular) até a ruptura, em que a estrutura caracteriza-se com o estágio III, no qual a deformação é definida como deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ε_{cu}) (PINHEIRO, 2007).

Os valores de ε_{c2} e de ε_{cu} valem 2‰ e 3,5‰, respectivamente, para concretos com resistência característica (f_{ck}) de até 50 MPa. Para concretos com f_{ck} maior do que 50 MPa, ε_{c2} e ε_{cu} são calculados conforme as Equações (3.6) e (3.7), nesta ordem.

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (3.7)$$

Figura 4 – Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto



Fonte – Adaptado de NBR 6118 (2014, p.26)

Com relação às possibilidades de ruptura das estruturas de concreto armado, a NBR 6118/2014 estabelece 5 domínios de ruptura à flexão, cada qual com seus critérios. O domínio 1 caracteriza-se por haver tração não uniforme sem compressão, ou seja, a seção resistente é composta apenas pelo aço. No domínio 2 ocorre flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto e escoamento do aço. Nos casos em que se tem flexão simples ou composta com ruptura a compressão do concreto e escoamento do aço, a peça está subarmada e no domínio 3. No domínio 4, há flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem seu escoamento, neste caso a estrutura está superarmada. Por último, no domínio 5 ocorre compressão não uniforme, sem tração.

Diante disto, a estrutura deve ser verificada, com relação ao ELS, nos estádios I e II. Quanto ao dimensionamento, deve ser realizado no estádio III, e preferencialmente nos domínios 2 e 3, pois possuem ruptura do tipo dúctil. Para garantir isto, a NBR 6118/2014 estabelece uma relação máxima entre a posição da linha neutra (z) e a altura útil (d),

conforme Equação (3.8) para concretos com f_{ck} menor ou igual a 50 MPa e Equação (3.9) para concretos com f_{ck} superior a 50 MPa.

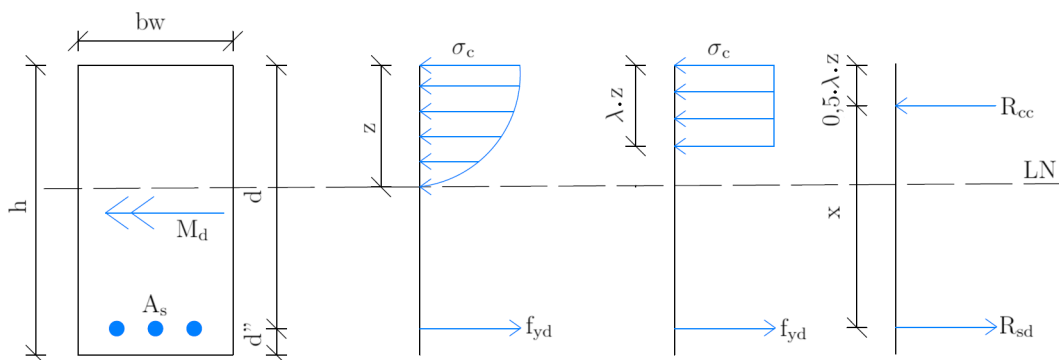
$$\frac{z}{d} \leq 0,45 \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (3.8)$$

$$\frac{z}{d} \leq 0,35 \quad (f_{ck} > 50 \text{ MPa}) \quad (3.9)$$

A NBR 6118/2014 define em seu item 17.2.2 alínea e, que o diagrama parábola-retângulo pode ser resumido para um diagrama retangular simplificado, com altura equivalente a λz , conforme Figura 5. O valor de λ varia de acordo com o f_{ck} do concreto, para aqueles com f_{ck} até 50 MPa, λ vale 0,8, e para concretos com f_{ck} superior, o mesmo é calculado conforme Equação (3.10).

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \quad (3.10)$$

Figura 5 – Diagrama de tensões em uma seção retangular solicitada por flexão simples e armadura simples



Fonte – Elaborado pela autora

Partindo-se do princípio do ELU, sabe-se que as solicitações de cálculo devem ser menores do que a resistência de cálculo da estrutura. Ao realizar o somatório dos momentos atuantes na seção da viga, e executando operações de simplificação, obtém-se a Equação (3.11). Tal equação calcula a área necessária de armadura longitudinal, para resistir ao momento fletor de cálculo de vigas com seções retangulares.

$$A_s = \lambda \cdot \xi \cdot b_w \cdot d \cdot \left(\frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (3.11)$$

Na Equação (3.11), σ_{cd} vale $0,85 f_{cd}$ para concretos com f_{ck} até 50 MPa, e é calculado conforme a Equação (3.12) para concretos com f_{ck} maior do que 50 MPa, b_w se refere a largura da seção transversal e ξ consiste da relação entre a posição da linha neutra e a

altura útil da viga (z/d). Lembrando que conforme Equações (3.8) e (3.9), ξ deve respeitar os limites estabelecidos pela NBR 6118/2014, para que a estrutura esteja no domínio 3 de ruptura.

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \quad (3.12)$$

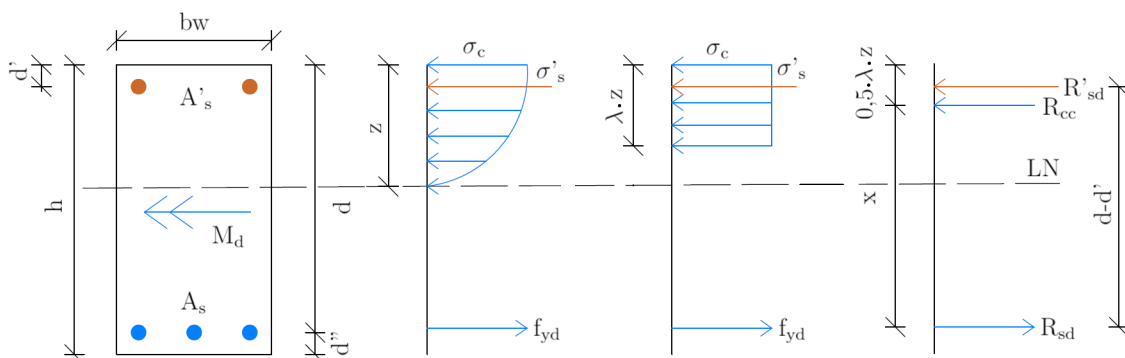
Portanto, para seções retangulares ξ é calculado conforme Equação (3.13), onde μ corresponde ao momento reduzido. Este trata-se de um parâmetro que define se a viga dispusera apenas de armadura simples, ou seja, de tração, ou se será necessário dimensionar a mesma para armadura dupla, isto é, contendo além da armadura de tração, a armadura de compressão.

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{(1 - 2 \cdot \mu)}}{\lambda} \quad (3.13)$$

O momento reduzido depende do momento fletor atuante na viga, da largura da seção transversal, da altura útil e da tensão de compressão do concreto, e é calculado conforme Equação (3.14). Há na literatura alguns valores limites para o μ , que variam de acordo com o f_{ck} do concreto. Estes valores limites, ou parâmetros, correspondem ao valor máximo que quando calculado na Equação (3.13) resultam na relação máxima de z/d . Para concretos com f_{ck} menor ou igual a 50 MPa o valor máximo de μ é de 0,295, definido como momento reduzido limite (μ_{lim}). Nos casos em que o valor calculado μ exceda μ_{lim} , dimensiona-se a viga para armadura dupla. Neste caso, surge mais uma tensão na armadura de compressão, conforme se observa na Figura 6.

$$\mu = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (3.14)$$

Figura 6 – Diagrama de tensões em uma seção retangular solicitada por flexão simples e armadura dupla



Fonte – Elaborado pela autora

Calculando o equilíbrio das forças e momentos e simplificando, obtém-se a área de aço de tração conforme Equação (3.15) e a armadura de compressão de acordo com a Equação (3.16)

$$A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{sd}} \quad (3.15)$$

$$A_s = \left(\lambda \cdot \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) \cdot \frac{b_w \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}}, \quad (3.16)$$

onde, δ é o quociente entre a distância do cento de gravidade da armadura comprimida até a fibra mais comprimida do concreto (d') e a altura útil (d). O σ'_{sd} é a tensão na armadura adicionada na região comprimida.

No dimensionamento considerando armadura dupla, o aço na região tracionada da viga está no domínio 3, portanto em escoamento, sendo assim a σ_{sd} é o próprio f_{yd} . Com relação à armadura dimensionada para a região comprimida, não é possível garantir que a mesma está escoando. Sendo assim, é necessário calcular a deformação na armadura comprimida, sabendo-se que no domínio 3 ε_{cu} vale 3,5‰ (para concretos com f_{ck} até 50 MPa), calcula-se σ'_{sd} , conforme Equação (3.17)

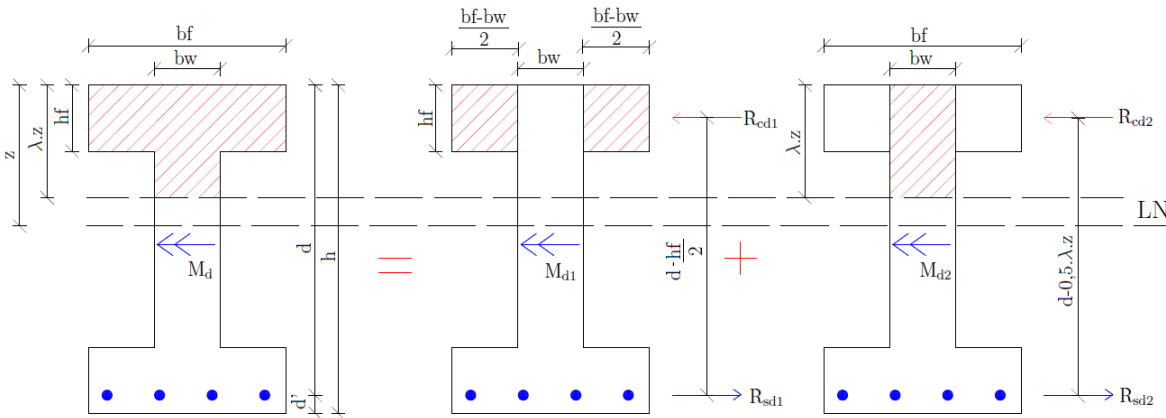
$$\sigma'_{sd} = \left(\frac{0,0035 \cdot (z_{lim} - d')}{z_{lim}} \right) \cdot E_s, \quad (3.17)$$

onde, z_{lim} corresponde a altura máxima da linha neutra, que pode ser obtida isolando z na Equação (3.8), e E_s refere-se ao módulo de elasticidade do aço, que segundo a NBR 6118/2014 é igual a 210 GPa. Caso σ'_{sd} obtido através do cálculo seja maior que f_{yd} , adota-se σ'_{sd} igual ao f_{yd} .

Vale ressaltar que para dimensionar diferentes tipos de seções transversais, é necessário avaliar o diagrama de tensões de cada uma delas para obter a área de aço necessária. No caso de seções transversais do tipo “I”, deve-se observar a posição da linha neutra (z) na mesa. Quando a mesma estiver posicionada na mesa, a área comprimida assemelha-se a uma região retangular, portanto, o diagrama de tensões ocorre conforme Figura 5 para armadura simples ou Figura 6 para armadura dupla. Ou seja, o dimensionamento da área de aço necessária é realizado conforme seção retangular. Quando a posição da linha neutra está na alma da seção transversal, a região comprimida se assemelha a uma seção “T”, conforme Figura 7. Desta forma é necessário recalculer o equilíbrio de momentos considerando todas as parcelas contribuintes.

Para determinar o modo em que a seção será tratada (retangular ou “T”) basta analisar a posição da linha neutra. Uma das maneiras de calcular tal posição é através da Equação 3.18, em que b_f é a largura da mesa. A Equação 3.18 é obtida a partir do equilíbrio do momento solicitante, e momento gerado pela reação da região comprimida de seções

Figura 7 – Diagrama de tensões em uma seção I solicitada por flexão simples e armadura simples



Fonte – Elaborado pela autora

retangulares. Tem-se que a profundidade comprimida através do diagrama retangular simplificado é equivalente a $\lambda \cdot z$. Portanto, após obter o valor de z , verifica-se se $\lambda \cdot z$ é maior do que h_f , que se trata da altura da mesa nas seções “T”. Caso seja maior, conclui-se que a linha neutra está na alma da seção transversal, ou seja, que o dimensionamento precisa ser avaliado considerando seção “T”.

$$z = 1,25d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot b_f}} \right) \quad (3.18)$$

Calculando o equilíbrio das forças e momentos da Figura 7 obtém-se a Equação 3.19, que determina a área de aço necessária para resistir ao momento fletor atuante na viga de seção “I”,

$$A_s = \beta_f \cdot (1 - \beta_w) + \beta_w \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu^*}) \cdot b_f \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}}, \quad (3.19)$$

em que β_f e β_w são parâmetros adimensionais que definem a geometria e são calculados conforme Equação (3.20) e (3.21), respectivamente.

$$\beta_f = \frac{h_f}{d} \quad (3.20)$$

$$\beta_w = \frac{b_w}{b_f} \quad (3.21)$$

Além disso, o parâmetro μ^* é obtido conforme Equação (3.22), em que μ é calculado conforme Equação (3.14), considerando a largura da seção transversal como b_f .

$$\mu^* = \frac{\mu}{\beta_f} + \frac{3 \cdot \beta_f}{2} - 1 \quad (3.22)$$

Assim como nas seções retangulares, o valor calculado de μ deve respeitar um limite ($\mu_{lim,t}$). Quando μ excede $\mu_{lim,t}$ significa que apenas a região comprimida de concreto não é suficiente para resistir ao momento fletor de cálculo, portanto, é necessário dimensionar armaduras comprimidas para auxiliar. Além disso, quando μ supera μ_{lim} a relação de z/d desrespeita os valores máximos permitidos por norma, conforme especificados na Equação (3.8) e (3.9). O valor de $\mu_{lim,t}$ é calculado de acordo com a Equação (3.23).

$$\mu_{lim,t} = \beta_f \cdot (1 - 0,5 \cdot \beta_f) + \beta_w \cdot (\lambda \cdot \xi_{lim} - \beta_f) \cdot [1 - 0,5 \cdot (\lambda \cdot \xi_{lim} + \beta_f)] \quad (3.23)$$

Devido ao acréscimo de armaduras na mesa superior (de compressão), surge uma tensão adicional no diagrama retangular simplificado, conforme abordado nas seções retangulares com armadura dupla (Figura 6). Portanto, calculando o equilíbrio de forças e simplificando, obtém-se a área de armadura de compressão necessária conforme Equação (3.24) e a armadura de tração de acordo com a Equação (3.25).

$$A'_s = \frac{(\mu - \mu_{lim}) \cdot b_f \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \cdot \sigma'_{cd}} \quad (3.24)$$

$$A_s = \left(r_{cclim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta} \right) \cdot \frac{b_f \cdot d \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.25)$$

Na Equação (3.24) e (3.25) os valores de δ e σ'_{cd} podem ser obtidos de maneira semelhante às seções retangulares, ou seja, δ é o quociente entre d' e d , e σ'_{cd} é calculado conforme Equação (3.17). O valor da resultante de compressão do concreto limite (r_{cclim}) pode ser calculado conforme Equação (3.26).

$$r_{cclim} = \beta_f + \beta_w \cdot (\lambda \cdot \xi_{lim} - \beta_f) \quad (3.26)$$

Na sequência, após obter a área de aço necessária para resistir ao momento fletor de cálculo, basta dividir o valor obtido, pela área de aço de uma barra do diâmetro que será utilizado, e desta forma definir a quantidade de barras adotada.

3.3.1 Disposições construtivas da armadura longitudinal

A armadura de flexão deve respeitar alguns critérios estabelecidos pela NBR 6118/2014. Dentre eles há a armadura máxima ($A_{s,máx}$), armadura mínima ($A_{s,mín}$), armadura de pele ($A_{s,pele}$), espaçamento horizontal (a_h) e vertical (a_v) entre as barras, dentre outros.

De acordo com o item 17.3.5.2.4, $A_{s,máx}$ corresponde a 4% da área da seção transversal da viga, e deve ser maior do que a soma das armaduras de tração e de compressão (quando houver). A $A_{s,mín}$ é o produto entre a taxa geométrica mínima de

armadura longitudinal (ρ_{\min}) e a área da seção transversal da viga. Os valores de ρ_{\min} são estabelecidos na tabela 17.3 da NBR 6118/2014 e variam de acordo com o f_{ck} do concreto.

Com relação a $A_{s,pele}$, a NBR 6118/2014 orienta que as vigas com altura superior a 60 cm devem possuir armadura longitudinal de pele, sendo calculada por face, conforme Equação (3.27). O valor máximo de $A_{s,pele}$ é de 5 cm²/m, e o espaçamento máximo entre as armaduras deve ser o valor mínimo entre $d/3$ ou 20 cm.

$$A_{s,pele} = 0,10\%.A_{c,alma} \quad (3.27)$$

No item 18.3.2.2 da NBR 6118/2014 são especificados o espaçamento mínimo de face a face das armaduras longitudinais na seção transversal da viga. De acordo com a norma, o valor de a_h mínimo deve ser o maior valor entre: 20 mm, o diâmetro da barra adotado ou 1,2 vezes a dimensão máxima do agregado graúdo. O valor mínimo de a_v é o maior entre: 20 mm, diâmetro da barra adotado ou 0,5 vezes a dimensão do agregado graúdo.

As equações apresentadas para o dimensionamento das armaduras longitudinais, consideram os esforços das armaduras concentrados no centro de gravidade das mesmas. Porém, isto somente é válido se a distância entre o centro de gravidade das armaduras e o centro das armaduras mais afastadas, medida normal a linha neutra, for menor que 10% da altura da viga. Caso não atenda a este requisito, deve-se recalculá-las considerando a aplicação dos esforços por camadas.

3.4 Dimensionamento ao esforço cortante

O dimensionamento da armadura de cisalhamento adotado pela NBR 6118/2014 considera a teoria clássica de bielas e tirantes, ou seja, idealiza a estrutura fissurada por meio de uma treliça equivalente. Nesta treliça, o banzo superior corresponde ao concreto comprimido, o banzo inferior à armadura longitudinal, as diagonais comprimidas compreendem as bielas de concreto entre as fissuras e as diagonais tracionadas correspondem as armaduras transversais, isto é, os estribos.

Neste processo de dimensionamento devem ser verificadas a ruptura das diagonais comprimidas de concreto, conforme Equação (3.28) e a ruptura por tração diagonal, calculada conforme a Equação (3.29):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}, \quad (3.28)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}, \quad (3.29)$$

onde, V_{Sd} corresponde a força cortante solicitante de cálculo, V_{Rd2} trata-se da força cortante resistente de cálculo relativa à ruptura das diagonais comprimidas de concreto, V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo relativa à ruptura por tração diagonal, V_c é uma parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao método da treliça e V_{sw} é a parcela de força resistida pelos estribos.

A NBR 6118/2014 apresenta dois modelos de cálculo para o dimensionamento da armadura transversal, o modelo I e II. A principal diferença entre eles, é que no modelo I são consideradas diagonais de compressão inclinadas, com θ igual a 45° com relação ao eixo longitudinal e que V_c possui valor constante. Já no modelo II admite-se que a inclinação θ varia de 30° a 45° livremente e V_c reduz, a depender de V_{Sd} . Neste trabalho considerou-se o modelo I de cálculo, por ser mais conservador. Portanto, segundo a NBR 6118/2014, V_{Rd2} é obtido conforme Equação (3.30), em que α_{v2} é um parâmetro que depende do f_{ck} do concreto e é calculado conforme Equação (3.31), onde o valor do f_{ck} deve ser atribuído em MPa.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.30)$$

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250) \quad (3.31)$$

A parcela resistida pelos mecanismos complementares (V_c) depende da posição da linha neutra e do tipo de carregamento. Para casos de carregamento com flexão simples e flexo-tração com a linha neutra cortando a seção, V_c é calculado conforme Equação (3.32). Em que a resistência do concreto à tração de cálculo (f_{ctd}) depende do f_{ck} do concreto (em MPa) e do coeficiente de ponderação da resistência do concreto (γ_c), e pode ser obtido pela Equação (3.33), para concretos com f_{ck} menor do que 50 MPa.

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.32)$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{(f_{ck})^2}}{\gamma_c} \quad (3.33)$$

Posteriormente pode-se obter a parcela que efetivamente deverá ser resistida pelos estribos, V_{sw} , que é a diferença entre V_{Sd} e V_c . Por fim, obtém-se a área de aço necessária para resistir tal esforço (A_{sw}), conforme Equação (3.34):

$$A_{sw} = \frac{V_{sw} \cdot s}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}, \quad (3.34)$$

onde s é o espaçamento entre elementos da armadura transversal (geralmente igual a 100 cm, em que A_{sw} é obtido em cm^2/m), f_{ywd} é a tensão na armadura transversal passiva,

limitada ao valor de f_{yd} , α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

3.4.1 Disposições construtivas da armadura transversal

Assim como para a armadura longitudinal, para as armaduras transversais a NBR 6118/2014 estipula alguns critérios que devem ser considerados no dimensionamento destes elementos. Tais como armadura mínima transversal ($A_{sw,min}$), espaçamento mínimo ($s_{mín}$) e máximo ($s_{máx}$) entre estribos, espaçamento máximo transversal entre ramos sucessivos da estrutura ($s_{t,máx}$), diâmetro mínimo ($\phi_{mín}$) e máximo ($\phi_{máx}$), ancoragem dos estribos, entre outros.

De acordo com o item 17.4.1.1.1 da NBR 6118/2014, todos os elementos estruturais submetidos a esforços cortantes devem possuir $A_{sw,min}$ conforme Equação (3.35):

$$A_{sw,min} = \left(\frac{0,06 \cdot \sqrt[3]{(f_{ck})^2}}{f_{ywk}} \right) \cdot b_w \cdot s \cdot \sin \alpha, \quad (3.35)$$

onde o f_{ck} deve ser considerado em MPa e f_{ywk} é a resistência característica do escoamento do aço da armadura transversal.

No item 18.3.3.2 da NBR 6118/2014, a mesma orienta que o $\phi_{mín}$ dos estribos deve ser de 5 mm e o $\phi_{máx}$ não deve exceder 1/10 da largura da alma da viga. No mesmo item, preconiza que o $s_{mín}$ deve ser suficiente para garantir um bom adensamento da massa, ou seja, permitindo no mínimo a passagem do vibrador, enquanto $s_{máx}$ depende de V_{Rd2} e de V_{Sd} . Caso $0,67 \cdot V_{Rd2}$ for maior ou igual a V_{Sd} , o valor de $s_{máx}$ é definido conforme Equação (3.36), e caso $0,67 \cdot V_{Rd2}$ for menor do que V_{Sd} , $s_{máx}$ é calculado conforme Equação (3.37).

$$s_{max} = 0,6 \cdot d \leq 300\text{mm} \quad (3.36)$$

$$s_{max} = 0,3 \cdot d > 200\text{mm} \quad (3.37)$$

O espaçamento transversal máximo entre ramos sucessivos é definido da mesma maneira que o espaçamento longitudinal. No entanto, se $0,20 \cdot V_{Rd2}$ for maior ou igual a V_{Sd} , o valor de $s_{t,máx}$ é definido conforme Equação (3.38) e, caso $0,20 \cdot V_{Rd2}$ for menor do que V_{Sd} , $s_{t,máx}$ é definido conforme Equação (3.39).

$$s_{t,max} = d \leq 800\text{mm} \quad (3.38)$$

$$s_{t,max} = 0,6 \cdot d \leq 350\text{mm} \quad (3.39)$$

Segundo o item 9.4.6 da NBR 6118/2014, a ancoragem dos estribos deve ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas. No caso dos ganchos, eles podem ser semicirculares ou em ângulo de 45° , com comprimento da ponta reta equivalente a 5 vezes o diâmetro do estribo (ϕ_t), mas não inferior a 5 cm. Ou ainda, podem ser de ângulo reto, com comprimento da ponta reta equivalente a 10 vezes ϕ_t , não inferior a 7 cm.

4 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Arora (2004) caracteriza otimização como sendo a formulação de qualquer problema em que certos parâmetros precisam ser determinados para satisfazer certas restrições. Na literatura são estudadas e desenvolvidas diferentes técnicas de otimização, cada qual com suas particularidades. Este tema é de grande interesse na área da engenharia estrutural, e vem sendo estudado há décadas, segundo Carvalho (2019), a primeira referência no assunto é de Maxwell no ano de 1869.

Em um projeto estrutural convencional é necessário que o projetista indique um pré-dimensionamento dos elementos desejados e verifique se o mesmo atende aos requisitos estabelecidos por normas. Porém, neste processo, um bom resultado depende, dentre outros fatores, da experiência do profissional. Ainda assim, não significa que tal escolha seja a melhor com relação ao custo ou peso, até porque em um dimensionamento estrutural, por exemplo, de concreto armado, pôde-se verificar nos capítulos anteriores, que seu dimensionamento depende de muitas variáveis.

A aplicação de métodos de otimização no dimensionamento de estruturas permite que projetistas possam buscar uma melhor solução para determinado objetivo, e possibilita que a experiência profissional desempenhe um papel de aprimoramento dos resultados e não a dependência de um bom resultado. Obviamente, vale ressaltar que a experiência profissional é importante em ambos os casos. Em um sistema em que o dimensionamento da estrutura é automatizado, com um objetivo bem definido, variáveis de interesse em evidência e restrições normativas impostas, a probabilidade de obter uma estrutura mais eficiente é muito maior. A Figura 8 faz uma comparação entre as etapas em um dimensionamento convencional e por otimização.

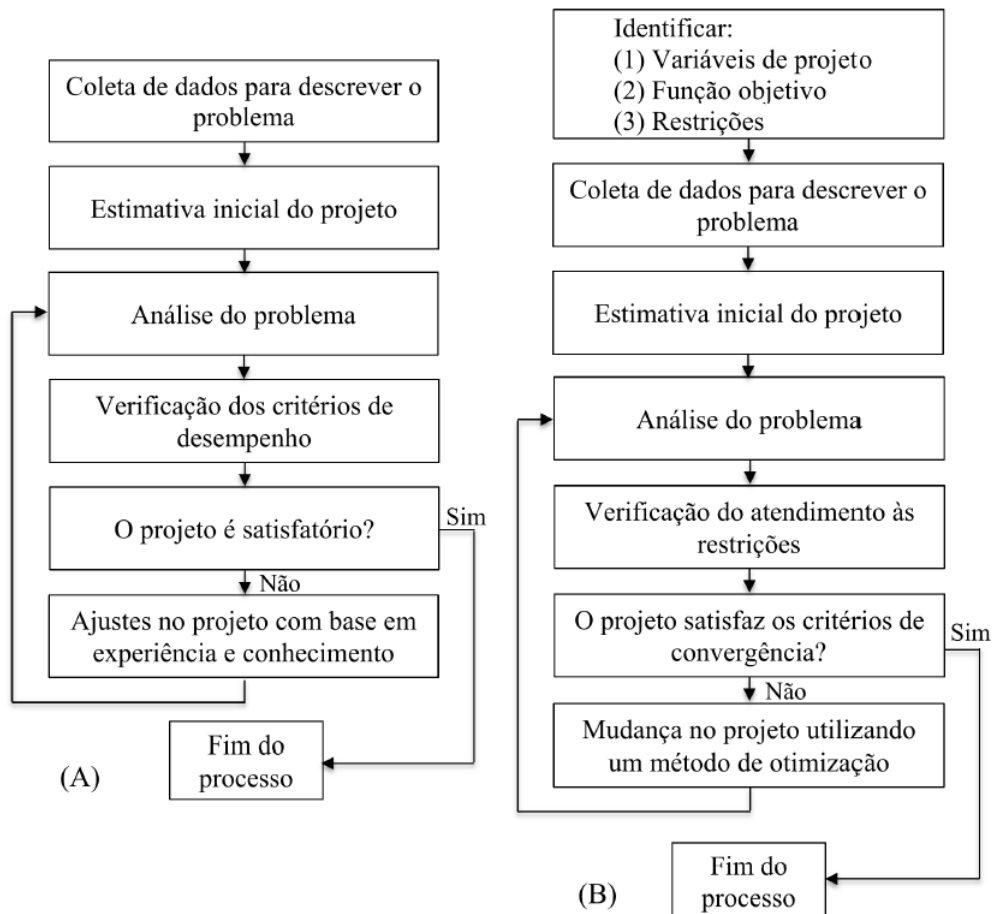
De acordo com Arora (2004) o dimensionamento estrutural realizado por meio de um método de otimização, proporciona um projeto mais formal. Neste caso, o desempenho da função objetivo é avaliado e as decisões são tomadas conforme as tendências de convergência dos resultados, processo que não ocorre no método convencional.

Ainda segundo Arora (2004), há cinco etapas básicas para desenvolver uma formulação matemática para o problema de otimização do projeto. Dentre elas tem-se: declaração do projeto, coleta de dados e informações, identificação/definição das variáveis de projeto, identificação do critério a ser otimizado e identificação das restrições.

O processo de declaração do projeto trata-se de descrever os objetivos do projeto e os requisitos que o mesmo precisa atender, definição de materiais constituintes, desempenho esperado, entre outros. Na etapa de coleta de dados e informações, são levantados os dados com relação às propriedades dos materiais, requisitos de desempenho, custos dos materiais

empregados, ferramentas de análise, e outras informações consideradas relevantes para o problema.

Figura 8 – Diferença entre o método de dimensionamento convencional e de otimização



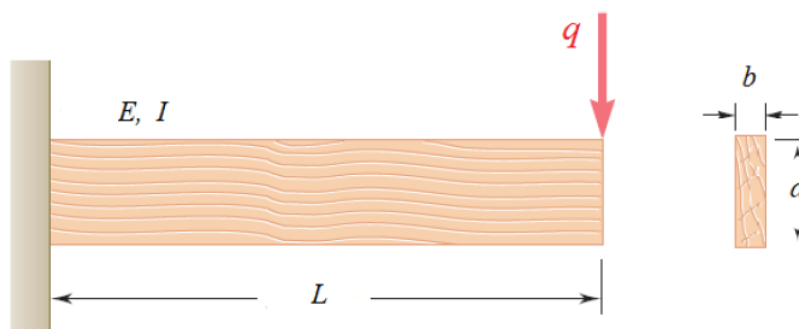
Legenda: (A) método convencional, (B) método via otimização estrutural
 Fonte – JULIANI; GOMES (2018, p. 24) *apud* adaptado de ARORA (2004, p.5-6)

Na etapa de definição das variáveis, são definidos quais os parâmetros que ficarão livres para análise, em que diferentes valores atribuídos a elas fornecem resultados diferentes. Na quarta etapa definida por Arora (2004), define-se a função objetivo, ou seja, a função que deseja-se minimizar ou maximizar, podendo ser, por exemplo, o custo, a área ou peso de uma determinada estrutura. Por último, deve-se descrever as restrições de projeto, que muitas vezes podem ser normativas ou até mesmo arquitetônicas, a depender de cada projeto em questão.

Para facilitar o entendimento, pode-se citar um exemplo hipotético simples, o qual é o caso de uma viga engastada em uma das extremidades e livre na outra, com carregamento pontual aplicado na extremidade livre, conforme Figura 9. Analisando a primeira etapa, neste exemplo foram definidos inicialmente o material constituinte da viga (madeira), o comprimento do vão (conforme o projeto arquitetônico) e o formato da seção

transversal (retangular). Ainda na primeira etapa, é estabelecido o critério de falha, que se trata de que a tensão de cálculo deve ser menor que a tensão admissível da estrutura.

Figura 9 – Exemplo de viga engastada-livre



Fonte – (LOPEZ, 2020a)

Na segunda etapa, considerando o carregamento apresentado, pode-se definir o modelo de cálculo que será adotado, neste caso, adotou-se Euler-Bernoulli para as análises de tensões e deformações. Ainda pode-se levantar os dados referente ao material constituinte, como módulo de Elasticidade, tensão Admissível, dentre outras propriedades. Assim como o valor de mercado do material constituinte da estrutura.

Posteriormente, as variáveis de projeto podem ser definidas, sendo que, neste caso, o comprimento e as propriedades do material já estão definidos. As possíveis variáveis restantes são a base (b) e a altura (a) da seção transversal. Conforme mencionado por Arora (2004), as variáveis de projeto podem ser classificadas como inteiras, discretas ou contínuas. As variáveis inteiras consistem em valores inteiros, como o número de barras ou parafusos, por exemplo. As variáveis discretas são aquelas restritas a valores específicos, como a área de perfis metálicos catalogados. Já as variáveis contínuas podem assumir qualquer valor numérico dentro dos limites estabelecidos.

Exemplificando estes conceitos no caso aplicado, segue possíveis situações de acordo com o tipo de variável. No caso de variáveis inteiras, a e b poderiam assumir qualquer valor real inteiro (1, 2, 3,...), caso fossem contínuas poderiam ser qualquer valor real (1, 1.1, 1.2,...). E no caso de variáveis discretas, há um domínio estabelecido para as variáveis, que pode ser limitado a parâmetros do material, por exemplo (hipoteticamente), são somente vendidas chapas contendo 2 cm de espessura, portanto a base da viga (b) deve ser um número par, dentre outros critérios. O domínio considerando variáveis discretas neste caso, poderia ser conforme itens abaixo:

- $a \in \Omega_a = \{10\text{cm}, 20\text{cm}, 30\text{cm}, 40\text{cm}, 50\text{cm}\}$
- $b \in \Omega_b = \{10\text{cm}, 12\text{cm}, 14\text{cm}, 16\text{cm}, 18\text{cm}\}$.

Sendo assim, a próxima etapa pode ser iniciada, que é a definição da função objetivo. Um problema de otimização estrutural pode ter uma única função objetivo, classificado de mono-objetivo, ou pode contar com dois, ou mais objetivos, denominada multi-objetivo. No exemplo em questão, são estabelecidas duas funções objetivo, portanto, se trata de um problema multi-objetivo. Tais funções são para minimizar o custo da estrutura e a deflexão máxima, portanto, pode-se escrever tais funções conforme Equações (4.1) e (4.2). Estas funções medem o desempenho do projeto, e elas podem obter valores de pontos ótimos locais e/ou globais.

$$f_1(x) = baLC_{\S} \quad (4.1)$$

$$f_2(x) = \frac{qL^3}{3EI} \quad (4.2)$$

Os pontos ótimos locais são aqueles que ocorrem quando o problema não possui uma solução única. O ponto ótimo global, consiste em um único projeto que gera o melhor desempenho. De acordo com Silva (2009) *apud* BEALE (1988); CASTRO (2001), há casos em que uma formulação estrutural não encontra nenhum ponto ótimo global, somente convergem para ótimos locais localizados próximo da região global.

Na última etapa estabelecida por Arora (2004), determinam-se as restrições do projeto. Quanto a estas, segundo Maia (2009) elas podem ser de igualdade, quando forem utilizadas para fixar um parâmetro (geralmente igual a zero), de desigualdade, que limitam um parâmetro utilizando menor ou igual (“ \leq ”) ou, maior ou igual (“ \geq ”), ou laterais, que impõem limites inferior e superior para as variáveis.

Para o exemplo em questão definiu-se na primeira etapa, que o critério de falha é que a tensão de cálculo seja menor que a tensão admissível, sendo assim, este critério deve ser escrito como uma restrição de desigualdade do processo. As restrições de desigualdade são representadas pela letra g e são escritas na forma de $g(x)$, e podem ser consideradas conforme Equação (4.3). As restrições de igualdade são representadas letra h , na forma de $h(x)$, neste caso, definiu-se como sendo conforme Equação 4.4.

$$g(x) = \sigma(x) - \sigma_{adm} \leq 0 \quad (4.3)$$

$$h(x) = a - 4b = 0 \quad (4.4)$$

Considerando o aspecto operacional do processo, é crucial normalizar as restrições a fim de que os valores estejam próximos de zero em termos de ordem de grandeza. Para atingir isso, é necessário dividir o valor da restrição obtida pelo valor máximo definido e subtrair uma unidade. Além disso, as restrições devem ser expressas em termos das

variáveis. No caso da Equação (4.4), a restrição já está pronta, mas na Equação (4.3), é necessário estabelecer como a tensão de cálculo é obtida. Além das restrições mencionadas, também são definidos os limites inferior e superior para as variáveis, a menos que sejam variáveis discretas com domínios predefinidos. Ao final das etapas, o processo de otimização pode ser resumido como segue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Encontrar} & x = (a, b) \in R^n \\
 \text{Que minimiza} & f_1(x) = baLC_s \text{ e } f_2(x) = \frac{qL^3}{3EI} \\
 \text{Sujeito à} & g_1(x) = \frac{6qL}{ba^2\sigma_{adm}} - 1 \leq 0 \\
 & h_1(x) = \frac{a}{4b} - 1 = 0 \\
 & 0 \leq x \leq \infty.
 \end{array}$$

De modo geral há dois caminhos que podem ser seguidos para solução de problemas de otimização: os métodos de programação matemática e os meta-heurísticos, dos quais derivam diversos modelos de otimização, cada qual com seus requisitos e especificações. Para os problemas de otimização estrutural, os métodos de programação matemática são pouco aplicados, pois muitas vezes realizam avaliação do gradiente da função, e necessitam das derivadas de primeira e segunda ordem para obtenção do resultado, o que em muitos casos não é possível determinar, devido a funções descontínuas.

Os algoritmos meta-heurísticos consistem em métodos que utilizam de tentativa e erro (estatisticamente) em conjunto com números aleatórios para obter a solução. Neste caso, eles podem lidar com qualquer tipo de problema, tornando-os mais genéricos e aplicáveis.

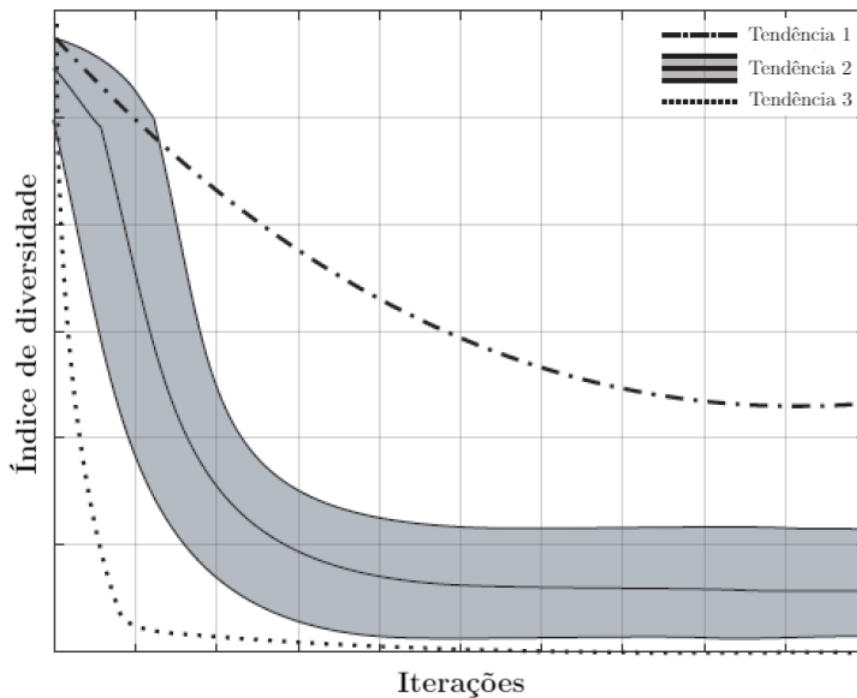
De acordo com Nagel et al. (2019) *apud* YANG (2010), um algoritmo meta-heurístico pode ser caracterizado pela exploração global (*exploration*) e refino local (*exploitation*). A característica de exploração global trata-se da habilidade do algoritmo visitar diferentes regiões do domínio e encontrar a região em que está o ótimo global, e o refino local é a habilidade de encontrar o ótimo global, dada a região na exploração global.

Nos algoritmos de população, uma das maneiras de avaliar seu comportamento, com relação à exploração global e refino local, é calculando o índice de diversidade, que se trata da capacidade do algoritmo em manter a diversidade da população. Para um bom desempenho do algoritmo é recomendado que no início das iterações o mesmo explore diferentes regiões do domínio, a fim de encontrar a região do ponto ótimo global, e então com o passar das iterações refinar esta região.

A Figura 10 apresenta as tendências de exploração do domínio, onde no eixo das ordenadas tem-se o valor do índice de diversidade (*DI*) e no eixo das abscissas as iterações do processo de otimização. De modo geral, pode haver três tendências de curvas, os dois extremos (tendência 1 e 3) e o ideal (tendência 2), conforme se observa na Figura 10. A

tendência 1 ocorre quando o algoritmo encontra uma região global, mas não consegue refiná-la, ou seja, os pontos ficam muito dispersos no domínio. Na tendência 3 os valores de diversidade abaixam de intensidade rapidamente, fazendo com que o domínio seja pouco explorado e o algoritmo provavelmente refina uma região que não contém o ótimo global, apenas um ótimo local. O ideal é que a otimização ocorra dentro da faixa da tendência 2, em que no início todo o domínio é explorado e depois refinado.

Figura 10 – Índice de diversidade versus Iterações



Fonte – Adaptado de LOPEZ (2021)

O índice de diversidade é calculado conforme Equação (4.5), em que i varia de 1 até o número de indivíduos da população, j varia de acordo com o número de variáveis, pop é a população, x_{best} é o melhor ponto até o momento, $P(i, j)$ é o valor de cada indivíduo da população, e x_j^{\min} e x_j^{\max} são os limites mínimos e máximos de cada variável de projeto.

$$DI = \frac{1}{pop} \sum_{i=1}^{pop} \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{best}(j) - P(i, j)}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \right)^2} \quad (4.5)$$

Os métodos meta-heurísticos podem ser classificados conforme sua natureza. Alguns são bio-inspirados, ou seja, são inspirados na natureza animal, como, por exemplo, o método *ant colony optimization* (das colônias de formigas), o *bee optimization* (baseado nas abelhas), dentre outros. Outros são inspirados na natureza humana, como o *genetic algorithms* (algoritmos genéticos), *imperialist competitive algorithm* (algoritmo de otimização imperialista), dentre outros. A seguir, será apresentada uma breve descrição de alguns

dos métodos meta-heurísticos utilizados no desenvolvimento deste trabalho. Para obter mais informações, consulte as referências correspondentes.

Os métodos aplicados neste estudo foram escolhidos após identificar sua baixa aplicabilidade nos trabalhos encontrados na literatura, no âmbito de otimização de pontes. Além disso, a maneira que cada um deles funciona, é compatível com as rotinas implementadas neste estudo. Neste estudo, foram fornecidos apenas resumos gerais das funcionalidades de cada método apresentado, com o propósito de contextualizá-los. No entanto, para obter informações mais detalhadas sobre cada método, recomenda-se consultar a literatura desenvolvida pelos seus respectivos criadores.

4.1 Search Group Algorithm - SGA

O *Search Group Algorithm* (Algoritmo do Grupo de Busca - SGA) é um método meta-heurístico desenvolvido por Gonçalves, Lopez e Miguel (2015). Segundo os autores, o método visa equilibrar a exploração global e o refino local, deixando a critério do projetista estabelecer a porcentagem de análise em casa uma das fases.

Este método baseia a movimentação dos indivíduos aplicando uma perturbação α , a partir da população inicial. O objetivo é que no início da rotina α seja um valor alto, para possibilitar que os indivíduos da população visitem uma região global ampla (fase de exploração global), e que com o passar das iterações este parâmetro vá diminuindo para que os indivíduos explorem em determinadas regiões uma busca local (refino local).

Inicialmente o algoritmo gera uma população aleatória e avalia seu desempenho na função objetivo, a população é definida conforme Equação (4.6):

$$P_{ij} = x_j^{\min} + (x_j^{\max} - x_j^{\min}) \cdot U, \quad (4.6)$$

em que j varia de 1 até a quantidade de variáveis do projeto, i varia de 1 até o tamanho da população estabelecido, P_{ij} é j -ésima variável de projeto do i -ésimo indivíduo da população e U é um número aleatório que varia de 0 a 1. Dentre estes indivíduos é realizado um sorteio, em que os que possuem melhor função objetivo têm mais chance de serem sorteados, cada um dos indivíduos escolhidos é denominado de grupo de busca. Estes pontos é que vão gerar as famílias, aplicando a perturbação citada anteriormente. O tamanho destas famílias, ou seja, a quantidade de indivíduos novos depende do desempenho de cada ponto em questão. Os com maior desempenho geram mais indivíduos e de maneira oposta, os que possuem desempenho menor geram menos indivíduos novos, conforme Figura 11. As famílias são geradas conforme Equação (4.7), no qual R_{ij} é a j -ésima coluna da matriz

grupo de busca, α é o grau de perturbação e ε é um número aleatório.

$$x_j^{\text{nov}} = R_{ij} + \alpha\varepsilon \quad (4.7)$$

Exemplificando esta movimentação e geração da família, na Figura 11 item (A) estão os indivíduos sorteados, neste caso 5 indivíduos. Estes são sinalizados por um ponto colorido, quanto maior o tamanho do ponto significa que tão melhor é seu desempenho com relação à função objetivo. Já na Figura 11 item (B) são os indivíduos do grupo de busca e suas respectivas famílias, geradas pela perturbação citada anteriormente.

Verifica-se ainda na Figura 11 item (B) que no início das iterações, quando o parâmetro α tende a ser um valor grande, os indivíduos geram pontos em praticamente todo o domínio, fazendo com que explorem toda a região global. Na Figura 11 item (C) com o passar das iterações, conforme α vai diminuindo de valor, os indivíduos do grupo de busca geram pontos mais próximos deles mesmos, refinando a busca. Este processo acontece na busca global, na primeira fase da rotina.

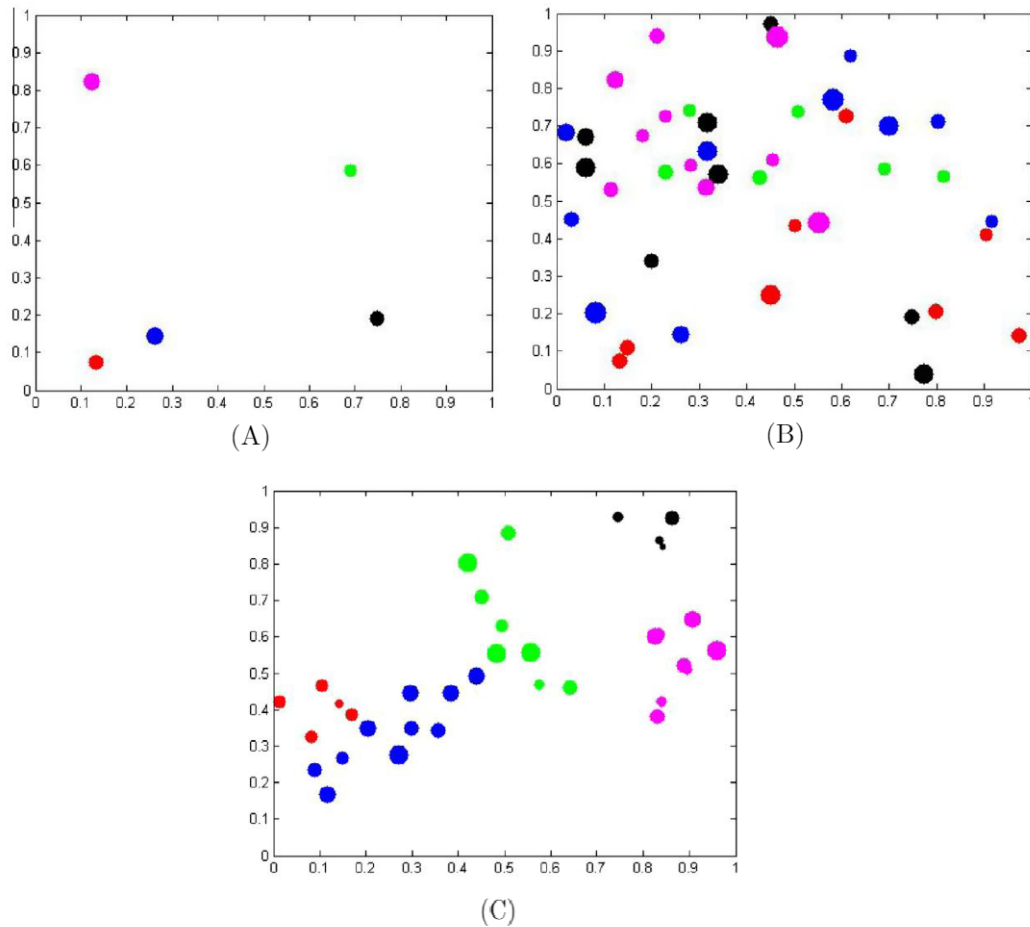
Resumindo o processo da fase global, no início da rotina após a perturbação, é selecionado apenas um indivíduo de cada grupo de busca (por exemplo, o melhor indivíduo do grupo rosa, do grupo azul e assim por diante), estes são perturbados novamente até que a busca global seja encerrada. Já no processo de refino local, após a perturbação são escolhidos os melhores pontos, independentemente do seu grupo de busca, por exemplo, se os pontos com melhor desempenho forem 3 pontos azuis e 2 verdes, estes serão selecionados, não mais um de cada grupo de busca (cor).

Os dados de entrada para execução do algoritmo SGA são: o valor de α_{\min} , α_{inicial} , tamanho da população, o número de iterações, a porcentagem de iteração máxima dedicada a fase global, porcentagem da população que formará o grupo de busca e número de indivíduos que serão perturbados. Estes parâmetros de entrada variam de acordo com o problema e o projetista fica livre para estabelecê-los. Gonçalves, Lopez e Miguel (2015) aplicaram o método em 6 exemplos clássicos da literatura de estruturas treliçadas, em 5 destes casos obtiveram estruturas mais leves se comparadas com os trabalhos encontrados pelos autores. Para mais informações referente ao método consultar Gonçalves, Lopez e Miguel (2015).

4.2 Particle Swarm Optmization - PSO

O *Particle Swarm Optmization* (Enxame de Partículas - PSO) é um método heurístico que se baseia na natureza, simulando o comportamento dos pássaros, a ideia foi proposta por Eberhart e Kennedy (1995). Neste método os pássaros são chamados de partículas, e seu movimento ocorre através da velocidade e da posição de cada partícula

Figura 11 – Geração das famílias do SGA



Legenda: (A) indivíduos do grupo de busca, (B) geração dos indivíduos no início das iterações, (C) geração dos indivíduos nas últimas iterações

Fonte – Adaptada de GONÇALVES; LOPEZ; MIGUEL (2015)

no domínio. Basicamente, o método é inspirado no comportamento social dos bandos, em que a busca por alimento ocorre de 2 maneiras, a primeira por experiência individual (ou seja, locais que eles já costumam encontrar alimento) e por informação de outros pássaros do seu grupo social.

Portanto, ao aplicar esse conceito à otimização efetiva, as partículas são inicialmente geradas de forma aleatória e seus desempenhos são avaliados em relação à função objetivo. A partícula com o melhor desempenho atrai as outras partículas próximas a ela, e seu valor ótimo é armazenado. A velocidade e a posição das partículas durante a movimentação são obtidas de acordo com as Equações específicas. (4.8) e (4.9).

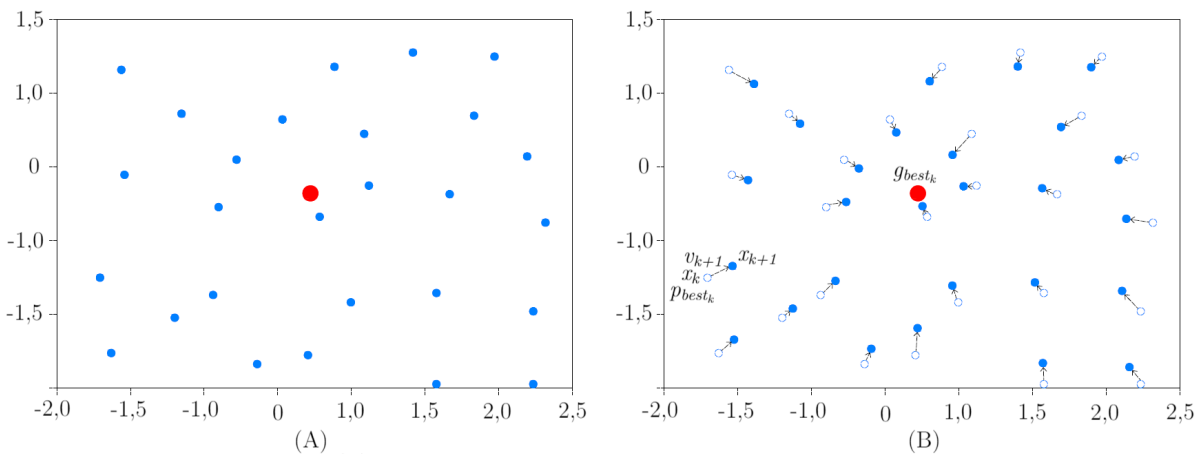
$$v_{k+1} = wv_k + c_1\varepsilon_1(p_{best_k} - x_k) + c_2\varepsilon_2(g_{best_k} - x_k) \quad (4.8)$$

$$x_{k+1} = x_k + v_k \quad (4.9)$$

Nas Equações (4.8) e (4.9), v_{k+1} e x_{k+1} são a velocidade e a posição atualizada da partícula, w é um coeficiente de inércia, v_k e x_k são a velocidade e a posição no ponto anterior, c_1 e c_2 são constantes de aceleração referente ao melhor individual e global, nesta ordem. Ainda nas Equações, ε_1 e ε_2 são números aleatórios no intervalo entre 0 e 1, p_{best_k} é a melhor posição conhecida da partícula k e g_{best_k} é a melhor posição conhecida dentre todas as partículas (ou seja, o ponto que possui o melhor desempenho entre elas).

A Figura 12 representa a movimentação das partículas no domínio. Conforme se observa no item (A) da mesma inicialmente, é gerada uma população aleatória e avalia-se a função objetivo para cada uma das partículas, no caso, o ponto na cor vermelho é o que possui o melhor desempenho. As equações do movimento tem por objetivo aproximar as partículas mais distantes, daquela que é a melhor até o momento, conforme Figura 12 item (B). Caso durante a otimização algum outro ponto seja melhor do que o considerado até então, por exemplo, se houver alguma partícula com desempenho melhor do que o do ponto vermelho da Figura 12 (item B), este novo ótimo é armazenado e as demais partículas passam a ser atraídas por ele.

Figura 12 – Movimentação das partículas no PSO



Legenda: (A) partículas geradas aleatoriamente no domínio, (B) movimentação das partículas

Fonte – Elaborado pela autora

Segundo Silva (2017) *apud* Eberhart e Shi (1998), o coeficiente de inércia (w) trabalha como uma perturbação do SGA. Inicialmente, é recomendado que o valor de w seja maior, para explorar amplamente a região de busca global. À medida que as iterações avançam, w é reduzido, permitindo que as partículas realizem um refinamento local do processo de busca.

Assim como no SGA, estes parâmetros de entrada são definidos pelo usuário e variam conforme o projeto. Para que a partícula não saia do domínio é necessário serem definidos valores de velocidade máxima e mínima (V_{\max} e V_{\min}), que são baseadas nos limites inferior e superior que as variáveis podem assumir, ou seja, nas restrições laterais.

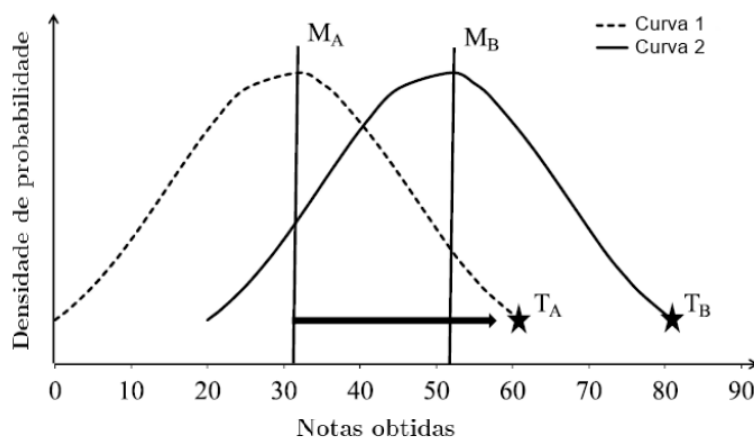
Os parâmetros de entrada podem ser constantes ou variar com o passar das iterações. Os dados de entrada, portanto para aplicação do método são: número máximo de iterações, tamanho da população, w , coeficiente de inércia admissível (w_{adm}), c_1 , c_2 , V_{min} , V_{max} . Para mais informações sobre o método consultar Eberhart e Kennedy (1995).

4.3 Teaching Learning based Optimization - TLBO

O *Teaching Learning based Optimization* (Otimização Baseada em Ensino e Aprendizagem - TLBO) é um método de otimização desenvolvido por Rao, Savsani e Vakharia (2011), e trata-se de um método meta-heurístico que, assim como os demais baseia-se em população, ou seja, tem-se um indivíduo ótimo e o movimento da população será na direção deste. Além disso, ele é inspirado na natureza humana.

Este método é composto de duas etapas, a primeira é a fase do professor, e a segunda a do aluno. Segundo Rao, Savsani e Vakharia (2011) o TLBO fundamenta-se no efeito da influência de um professor no desempenho dos alunos, onde a resposta ou saída é as notas dos alunos. Para os autores os professores são pessoas altamente embasadas e compartilham seus conhecimentos com os alunos, e a qualidade do professor interfere nos resultados dos alunos.

Figura 13 – Modelo de distribuição das notas de uma turma de alunos no TLBO



Fonte – Adaptado de Rao, Savsani e Vakharia (2011)

Segundo os autores, a distribuição de notas de uma turma de alunos coincide com uma distribuição normal de Gauss. A explicação do método é conforme Figura 13, em que a curva 1 representa uma turma e a curva 2 outra turma, os professores são representados por T_A e T_B . A condição é que são duas turmas com professores e alunos diferentes, porém, aprendendo o mesmo conteúdo e com o mesmo nível de capacidade.

Sendo assim, analisando a Figura 13 observa-se que o professor T_B é melhor em termos de ensino do que o professor T_A , e que a principal diferença entre as turmas é a

média. Logo, na primeira fase, quanto melhor for o desempenho do professor, melhor será a média da turma, e a segunda fase depende da interação entre os alunos.

Na fase do professor a média da turma aumenta conforme o desempenho do professor, porém sabe-se que, na prática isto não depende exclusivamente do professor, mas também da capacidade dos alunos e outros fatores. Portanto, a movimentação da população nesta fase é calculada conforme Equação (4.10):

$$x_{(i+1)} = x_i + \Delta_m, \quad (4.10)$$

onde $x_{(i+1)}$ e x_i são a posição nova e a atual, respectivamente e Δ_m é a diferença entre a nova média ($M_{(i+1)}$) e a atual (M_i), calculada conforme Equação (4.11).

$$\Delta_m = \varepsilon(M_{i+1} - T_F M_i) \quad (4.11)$$

Na Equação (4.11), ε é um número aleatório que varia entre 0 e 1 e T_F é um fator de ensino que decide o valor da média a ser alterado, o valor de T_F é definido aleatoriamente, podendo ser igual a 1 ou 2. Já na segunda fase, na do aluno, a movimentação ocorre escolhendo dois alunos diferentes aleatoriamente da turma, por exemplo, a e b , então avalia-se o desempenho de cada um com relação à função objetivo. A movimentação vai depender de qual dos alunos possui melhor desempenho, caso o aluno a seja melhor do que o aluno b , a movimentação é calculada conforme Equação (4.12), caso contrário, conforme Equação (4.13).

$$x_{(i+1)}^a = x_i^a + \varepsilon(x_i^a - x_i^b) \quad (\text{aluno } a \text{ for melhor que aluno } b) \quad (4.12)$$

$$x_{(i+1)}^a = x_i^a + \varepsilon(x_i^b - x_i^a) \quad (\text{aluno } a \text{ for pior que aluno } b) \quad (4.13)$$

Ou seja, se o aluno b mostra um melhor desempenho, o aluno a tende a se aproximar do aluno b para melhorar. Em ambas as equações, o ponto a está tentando obter o melhor desempenho e $x_{(i+1)}^a$ será somente aceito se ele realmente conseguir obter o melhor desempenho na função objetivo. O procedimento é continuado até que o critério de parada seja atingido.

Neste método os únicos parâmetros de dados de entrada são o tamanho da população e o número máximo de iterações. Para mais informações referente ao TLBO consultar Rao, Savsani e Vakharia (2011).

4.4 Firefly Algorithm - FA

O método de otimização *Firefly Algorithm* (Algoritmo dos Vaga-lumes - FA) é um método baseado no comportamento social dos animais na natureza, o mesmo foi desenvolvido por Yang (2009). Neste caso, segundo o autor, a movimentação dos vaga-lumes depende da luminosidade que os mesmos transmitem e da distância de visibilidade.

Os vaga-lumes são conhecidos pela luz que transmitem, até então sabe-se pelos estudos que eles utilizam destes flashes rítmicos para seu acasalamento e para atrair as presas. De acordo com Yang (2009) para implementar o comportamento dos vaga-lumes em uma rotina de otimização, considera-se que:

- a) todos os vaga-lumes são do mesmo sexo, de modo que todos eles são atraídos entre si;
- b) a atração entre os vaga-lumes depende da luminosidade, ou seja, o vaga-lume que possui menos brilho se move na direção do que possui maior brilho;
- c) a atração depende também da distância entre o vaga-lume mais luminoso e o menos, respeitando a lei do inverso ao quadrado, em que a intensidade de luz (I) diminui conforme aumenta a distância (r);
- d) se o vaga-lume não “enxerga” algum outro vaga-lume mais luminoso do que si ele se irá se movimentar de forma aleatória;
- e) a intensidade de luz de um vaga-lume é proporcional ao seu desempenho na função objetivo.

Portanto, a intensidade de luz de um vaga-lume, que é função da distância entre eles, pode ser escrito conforme Equação (4.14). Em que, I_0 é a luminosidade inicial e γ é um coeficiente de absorção de luz pelo ar (porcentagem perdida para o meio).

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.14)$$

A atratividade dos vaga-lumes, que também é função da distância entre eles, é calculado conforme Equação (4.15). Nela, β_0 é a atratividade inicial, ou seja, em r igual a 0. Este parâmetro é definido pelo usuário, assim como o γ citado anteriormente.

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.15)$$

A distância entre dois vaga-lumes (i e j) é calculada conforme Equação (4.16), n varia de acordo com a quantidade de dimensões que o vaga-lume pode se movimentar e k

são cada uma das iterações. A movimentação dos vaga-lumes é calculada pela posição atual, mais uma parcela que varia com a atratividade e uma parcela aleatória, conforme Equação (4.17). Na mesma, α é um coeficiente determinado pelo usuário e ε é um número aleatório.

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (4.16)$$

$$x_{(i+1)} = x_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (x_j - x_i) + \alpha(\varepsilon - 0,5) \quad (4.17)$$

Vale ressaltar que o parâmetro γ é responsável pela convergência do algoritmo, se γ tende a zero tem-se uma situação “idealizada”, em que todos os vaga-lumes conseguem ser vistos, independentemente da distância entre eles. Já quando γ tende ao infinito, nenhum dos vaga-lumes são visíveis uns aos outros, ou seja, eles se movimentam exclusivamente de forma aleatória. Sendo assim, evita-se os extremos, γ deve ser ajustado conforme o problema em questão. Para mais informações e formulações do método de FA, o leitor é conduzido a Yang (2009).

5 METODOLOGIA

O objetivo deste trabalho é avaliar o custo de uma ponte em concreto armado, contendo duas, três, quatro ou cinco longarinas, através da otimização das mesmas. Como restrição, adotou-se o ELU para o dimensionamento das seções transversais e a respectiva área de aço necessária, e o ELS para avaliar os limites máximos de utilização. A função objetivo é minimizar o custo da estrutura, que neste caso, será o custo do concreto somado ao custo do aço das armaduras.

Não foram considerados os custos de mão de obra e içamento das longarinas. Portanto, a função objetivo, que tem como resultado o custo total das longarinas por metro (R\$/m), é definida conforme Equação (5.1). Em que A_C e C_C são a área de concreto (m²) e seu respectivo custo (vendido em R\$/m³), P_A e C_A são o peso da armadura por metro (kg/m) e seu respectivo custo (vendido em R\$/kg).

$$f(x) = A_C \cdot C_C + P_A \cdot C_A \quad (5.1)$$

O software utilizado para a programação é o MATLAB. É importante esclarecer que as rotinas de programação não foram inteiramente desenvolvidas pela autora, mas foram modificadas e/ou aprimoradas a partir de outros trabalhos. Um deles é o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado como “Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado”, de FURTADO (2018), assim como as rotinas de otimização do SGA, que foram desenvolvidas por Gonçalves, Lopez e Miguel (2015), e as do PSO, FA e TLBO foram desenvolvidas por Heris (2015).

O modelo de estrutura da ponte adotado neste trabalho é do tipo ponte em vigas, ou seja, sua superestrutura é composta por um *deck* e longarinas longitudinais, e não dispõe de transversinas. Os elementos de segurança foram incluídos, ou seja, o guarda corpo e guarda rodas. A largura da seção transversal da ponte deve ser de no mínimo 10 metros e no máximo 12 metros, pois a mesma dispõe de 2 faixas de tráfego, uma para cada sentido, contendo no mínimo 3,5 metros cada, e contém passeios dos dois lados, com no mínimo 1,5 metros de largura.

Para avaliar o custo da ponte otimizada, desenvolveram-se rotinas de otimização das longarinas de concreto armado. Inicialmente, avaliou-se qual dos métodos de otimização propostos (SGA, PSO, TLBO e FA), contempla o melhor desempenho, ou seja, o menor custo. A fim de testar e definir qual dos métodos de otimização será considerado nas análises subsequentes, primeiramente aplicou-se cada método de otimização, considerando que a ponte dispusera de 3 longarinas com seção transversal retangular, conforme Figura 14. Vale ressaltar que as rotinas de programação permitem que o usuário escolha qual dos

métodos de otimização deseja aplicar, porém, para fins de análises dos resultados deste trabalho, optou-se por manter a aplicação de apenas um dos métodos.

A definição do método mais adequado para este tipo de estrutura avaliou, além do custo, o comportamento do processo de otimização perante ao índice de diversidade, tempo de processamento e dimensões de seção transversal obtido em cada um dos métodos. Posteriormente, programaram-se as rotinas de modo que o usuário possa escolher o número de longarinas que deseja avaliar, bem como o tipo de seção transversal que será adotado, podendo alternar entre seção retangular e seção I.

Após obter o dimensionamento das longarinas através do processo de otimização, optou-se por validar os valores de esforços internos e dimensionamento de armadura obtidos. Para isto, utilizou-se o software SCIA Engineer, em que os elementos estruturais (vigas e lajes) foram modelados, mantendo as dimensões obtidas através do processo de otimização. Foram calculados o momento fletor e esforço cortante máximo, bem como a área de aço necessária para resistir a tais esforços. Estes resultados foram comparados com os obtidos através da programação, para validar as sub rotinas de dimensionamento contidas no processo de otimização. Vale ressaltar que neste caso, não foram realizados nenhum tipo de otimização no software SCIA Engineer.

No processo de otimização das vigas com seção transversal retangular, foram definidas cinco variáveis dimensionais para o cálculo, conforme demonstradas na Figura 14, e todas as variáveis são do tipo contínua. Além disso, definiram-se as restrições laterais, isto é, seus respectivos limites inferiores (x_j^{\min}) e superiores (x_j^{\max}) para o processo de otimização. Tais limites foram definidos conforme as normas vigentes, e por um estudo da ordem de grandeza dos resultados, eliminando os valores que tornariam o estudo impossível de se aplicar fisicamente.

Conforme se verifica na Figura 14, a variável X_1 trata-se da espessura do *deck*, X_2 corresponde a altura da longarina (h), X_3 é o balanço entre as vigas da extremidade e a borda da seção transversal, X_4 é a distância de eixo a eixo das longarinas (que varia de acordo com a largura da seção transversal da ponte) e X_5 é a largura da seção transversal da longarina (b_w). A Tabela 6 apresenta um resumo da descrição das variáveis e seu respectivos limites.

No caso de vigas com seção transversal tipo “I”, além das variáveis consideradas anteriormente, acrescentou-se a variável X_6 , correspondente a largura de cada uma das abas, conforme se observa na Figura 15. As demais variáveis permaneceram iguais, com exceção da nomenclatura da variável X_5 , que passa a ser chamada de largura da seção transversal da alma. Os limites mínimos e máximos de cada variável foram ajustados, de maneira proporcional ao tipo de seção adotado, conforme Tabela 7. A Figura 15 demonstra um exemplo considerando 3 longarinas, porém destaca-se que o usuário pode definir o número de longarinas desejado. Neste caso, a largura total da mesa é obtida através da

Figura 14 – Seção transversal da ponte em estudo (longarina com seção retangular)

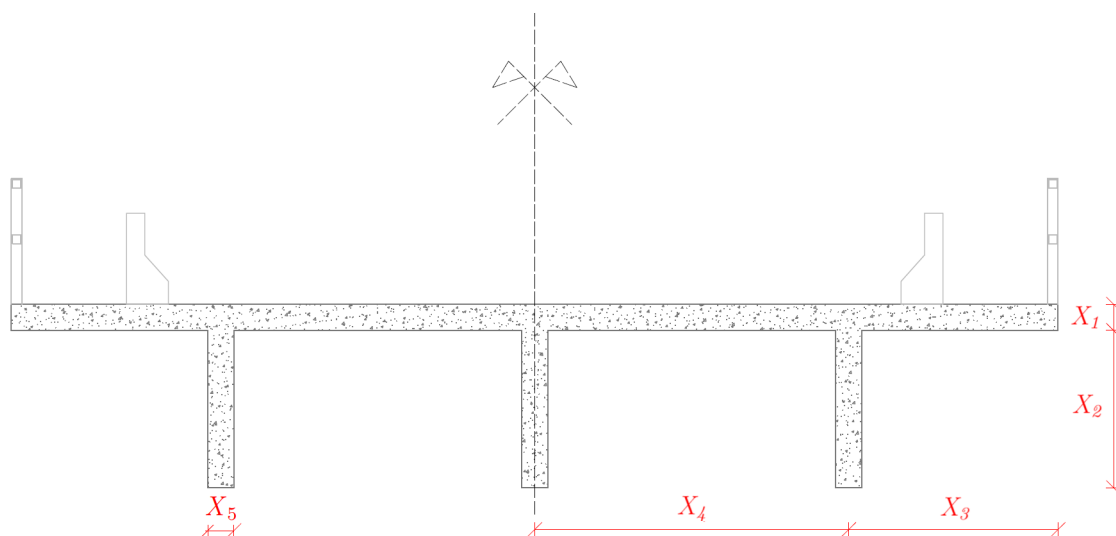


Tabela 6 – Restrições laterais e descrição das variáveis de projeto (Seção retangular)

| Variável | x_j^{\min} (m) | x_j^{\max} (m) | Descrição |
|----------|------------------|------------------|---|
| X_1 | 0,2 | 1,0 | Espessura do deck |
| X_2 | 0,2 | 2,5 | Altura total da longarina |
| X_3 | 0,5 | 2,5 | Balanço |
| X_4 | 10 | 12 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | 0,5 | 1,0 | Largura da seção transversal da longarina |

Fonte – Elaborada pela autora

soma de X_5 com 2 vezes X_6 , conforme Equação 5.2, e que a altura da mesa foi considerado como sendo dependente de X_5 , obtido de acordo com a Equação 5.3.

$$b_w = X_5 + 2.X_6 \quad (5.2)$$

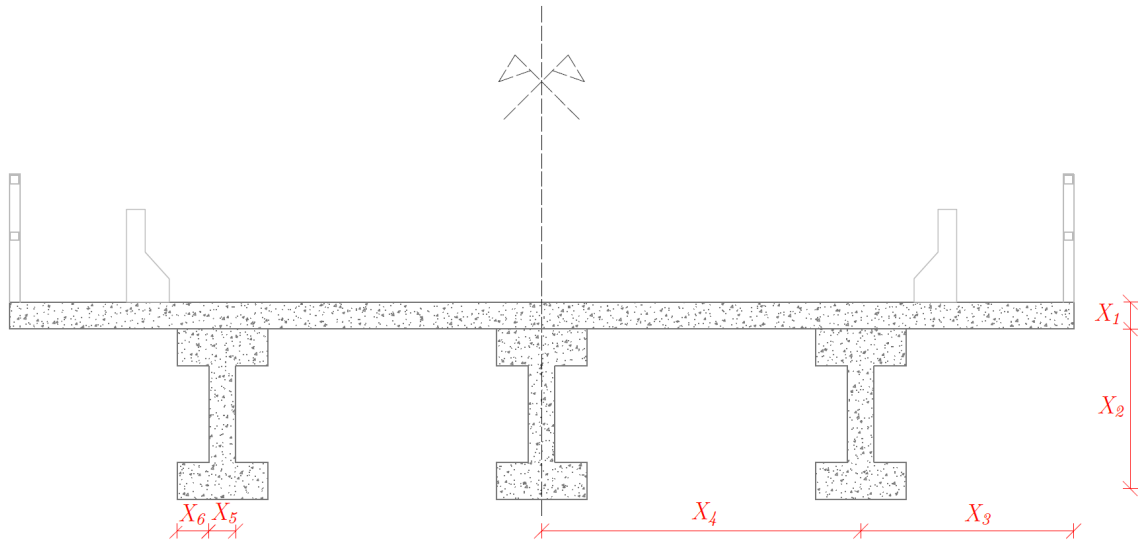
$$h_1 = 1,1.X_5 \quad (5.3)$$

Tabela 7 – Restrições laterais e descrição das variáveis de projeto (Seção I)

| Variável | x_j^{\min} (m) | x_j^{\max} (m) | Descrição |
|----------|------------------|------------------|--|
| X_1 | 0,2 | 1,0 | Espessura do deck |
| X_2 | 0,2 | 2,5 | Altura total da longarina |
| X_3 | 0,5 | 2,5 | Balanço |
| X_4 | 10 | 12 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | 0,3 | 0,8 | Largura da seção transversal da longarina (alma) |
| X_6 | 0,2 | 1,0 | Largura de cada aba |

Fonte – Elaborada pela autora

Figura 15 – Seção transversal da ponte em estudo (longarina com seção I)



Das restrições de otimização considerou-se que a estrutura deve respeitar alguns itens normativos, principalmente com relação à utilização da mesma. Portanto, foram analisados o ELS-DEF, ELS-W e ELS de fadiga. Desta forma, aplicou-se uma penalização aditiva na função de custo para quando as restrições são violadas. A equação de penalização é calculada conforme Equação (5.4), onde p_1 é o fator de penalização atribuído pelo usuário e g_i são as restrições de desigualdade do problema.

$$P(x) = p_1 \sum_{i=1}^m \max(0, g_i(x)) \quad (5.4)$$

Das delimitações do problema, definiu-se que as barras das armaduras longitudinais poderiam assumir diâmetros de 25, 32 ou 40 mm, as da armadura transversal poderiam ser de 10, 12,5 ou 16 e as armaduras longitudinais de pele poderiam ser de 5, 6,3; 8, 10 ou 12,5. Além disso, determinou-se que a ponte deve ter no mínimo 10 metros de largura, para que atenda aos elementos básicos de projeto (2 faixas de 3,5 m e 2 passeios de 1,5 cada), e no máximo 12 metros, orientados conforme a Equação (5.5).

$$10\text{m} \leq 2(X_4 + X_5) \leq 12\text{m} \quad (5.5)$$

O dimensionamento das armaduras e da seção transversal das longarinas foi realizado para todas as vigas, com exceção para àquelas que são simétricas com relação à seção transversal da ponte. Nestes casos, multiplicou-se o custo das longarinas simétricas pela quantidade que se as mesmas se repetem, e somou-se ao custo total da ponte.

A pesquisa examina a tipologia de uma ponte construída com vigas. Nesse contexto, não foram considerados critérios estéticos distintos para análise, mas sim exclusivamente a otimização dos custos relacionados às longarinas que compõem a estrutura. No que

tange aos aspectos dos custos, foram delimitados os custos exclusivamente relacionados aos componentes materiais das vigas, especificamente os custos associados ao concreto e ao aço. Outros custos incidentes, como aqueles relacionados à mão de obra, formas, transporte e similares, não foram incorporados na análise.

No que diz respeito à determinação das dimensões das vigas, as análises de Estados Limite Último (ELU) e Estados Limite de Serviço (ELS) foram incorporadas nas circunstâncias normais de utilização. É importante destacar que, para situações práticas de dimensionamento, é imprescindível a avaliação abrangente de todos os fatores pertinentes, incluindo o análise de construção e situações excepcionais. Além disso, nas rotinas de dimensionamento, foram considerados que a laje é simplesmente apoiada nas vigas, sem haver esforço de torção. Já na análise no *software* SCIA Engineer, a laje foi considerada engastada nas vigas, gerando um pequeno esforço de torção.

O processo de otimização ocorre com auxílio de sub-rotinas, todas desenvolvidas no software MATLAB. Dentre elas, o usuário deve informar os parâmetros de entrada em apenas três, que são: na de dados do problema, de função objetivo e na sub-rotina principal. Para demonstrar de uma maneira geral e dinâmica as rotinas utilizadas neste trabalho, elaborou-se dois fluxogramas. O primeiro é um fluxograma geral da otimização, conforme Figura 16, nele é apresentado um resumo de como o processo é desenvolvido. A Figura 17 apresenta os processos de dimensionamento das longarinas, executados cada vez que a função objetivo é avaliada.

Inicialmente o usuário preenche os dados de entrada, que variam conforme o projeto em estudo, bem como da região de aplicação (devido a diferenciação da precificação do concreto e do aço). Nesta sub-rotina o projetista deve definir alguns parâmetros, como, por exemplo: o peso do guarda corpo e do guarda-rodas, o valor da carga móvel e da carga de multidão que serão considerados, o preço das bitolas de aço e do concreto, o comprimento do vão da ponte, entre outros. Ainda nesta etapa, o projetista informa qual o tipo de seção transversal que deseja dimensionar, podendo ser seção retangular ou seção I. A quantidade de longarinas também pode ser avaliada, variando desde 2 unidades até no máximo 5 vigas.

Na sub-rotina da função objetivo o usuário deve informar as restrições laterais do problema, ou seja, os limites inferiores e superiores que as variáveis podem assumir. Na sub-rotina principal deve-se escolher o método de otimização desejado, a partir desta definição, inicia-se o processo de iteração. Por exemplo, se o método escolhido for o SGA, a sub-rotina principal vai executar a sub-rotina do método em específico, em que são aplicados os conceitos e particularidades de cada método, ou seja, a geração da população inicial, assim como sua variação e movimentação ocorre conforme o método aplicado. Vale ressaltar que o processo de dimensionamento não varia de acordo com o método de otimização adotado.

A função objetivo em estudo é minimizar o custo das longarinas de uma ponte em concreto armado, através da otimização de sua seção transversal e área de aço necessária para resistir aos esforços de cálculo e respeitar as restrições normativas. Portando, o fluxograma da Figura 17 ilustra de modo resumido alguns dos cálculos realizados cada vez que a função objetivo é avaliada. Em resumo, o problema de otimização deste trabalho pode ser escrito na forma:

$$\text{Encontrar} \quad x = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6) \in R^n$$

$$\text{Que minimiza} \quad f(x) = A_C.C_C + P_A.C_A$$

$$\text{Sujeito à} \quad g_1(x) = \left(\frac{5p_1l^4}{384EI} + \frac{P_2l^3}{48EI} + \frac{P_3a^2b^2}{3EI} + \frac{P_4a^2b^2}{3EI} \right) \cdot \left(\frac{1}{v_{max}} \right) - 1 \leq 0$$

$$\text{Sujeito à} \quad g_2(x) = \frac{(\gamma_f \Delta \sigma_{Ss})}{\Delta f_{sd, fad}} - 1 \leq 0$$

$$\text{Sujeito à} \quad g_3(x) = \min \left(\frac{\phi_i 4 \sigma_{si}}{12, 5 \eta_1 E_{si} f_{ctm}} \right) \cdot \left(\frac{1}{w_{max}} \right) - 1 \leq 0$$

$$\min \left(\frac{\phi_i \sigma_{si}}{12, 5 \eta_1 E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \right) \cdot \left(\frac{1}{w_{max}} \right) - 1 \leq 0.$$

Vale ressaltar que as variáveis indicadas acima são para o caso das longarinas com seção I. No caso das seções retangulares, a variável X_6 não existe. Para dar início, são calculados os coeficientes de rigidez (K_v e K_t) e as reações de apoio na seção transversal através do método de Fauchart. Então, sobrepõem-se os esforços nas longarinas longitudinais, agrupando-os em cargas uniformemente distribuídas permanentes e acidentais e, cargas pontuais acidentais. Calcula-se então os esforços de momento fletor e cortante máximos na longarina longitudinal, para os estados limites: ELU, ELS-DEF, ELS-FAD e ELS-W, pois os coeficientes de ponderação dos carregamentos variam de acordo com o estado limite considerado.

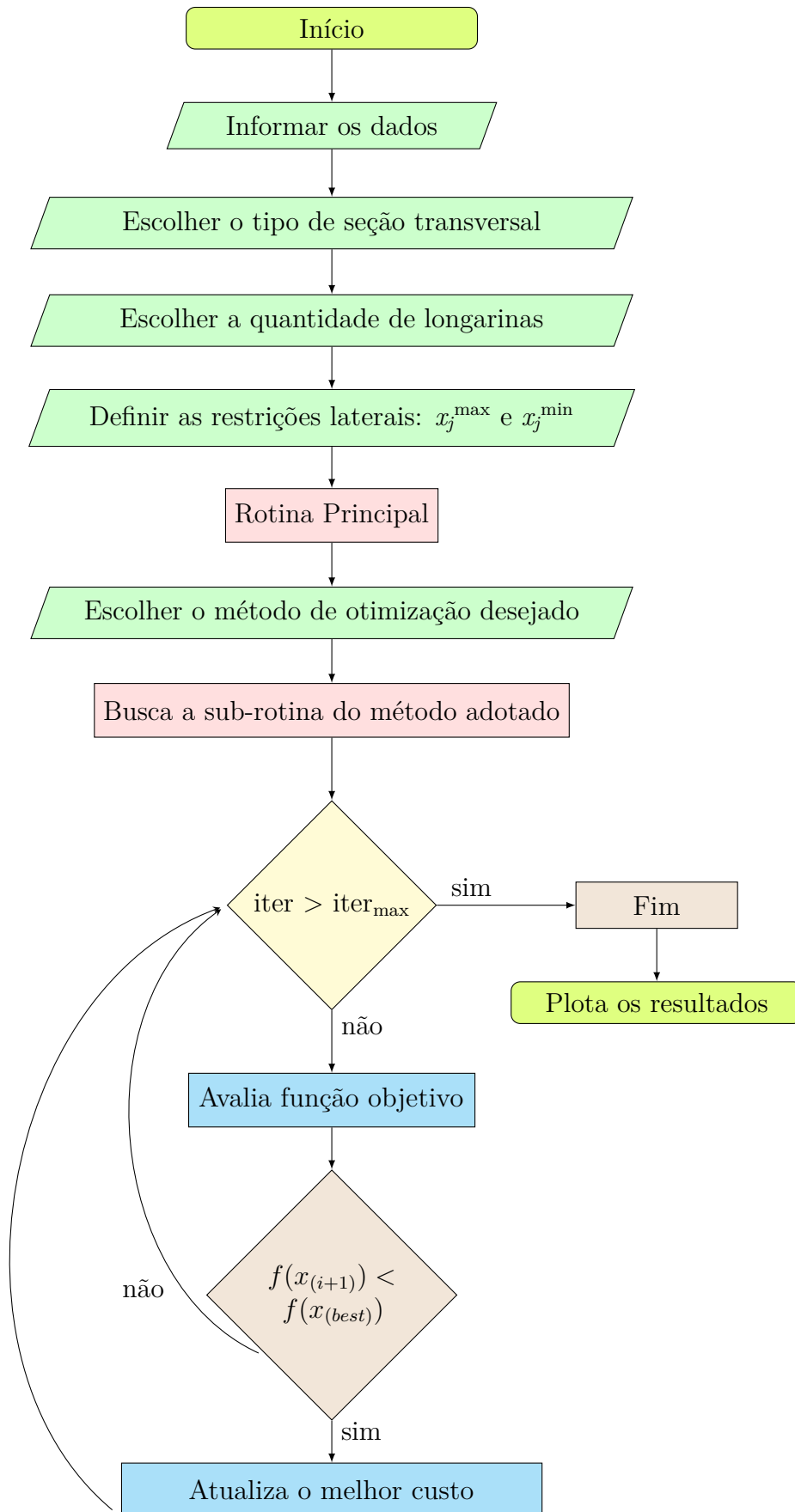
Anterior ao dimensionamento das armaduras, é verificado se a seção transversal em análise respeita o deslocamento máximo, caso esta restrição seja violada, é aplicado uma ponderação no custo final das longarinas. Por conseguinte, dimensiona-se todas as armaduras necessárias, ou seja, a armadura de pele, a longitudinal e a transversal. Ao final de cada dimensionamento, adota-se às bitolas e suas respectivas áreas, que proporcionaram o menor custo. Durante o dimensionamento das áreas de aço das longarinas longitudinais, são avaliadas as restrições quanto ao ELS-FAD e ELS-W, e assim como no ELS-DEF, em caso de descumprimento das restrições normativas, o custo final sofre uma penalização aditiva. Por fim, calcula-se o custo e peso total de cada longarina, e por último o custo total por metro linear da ponte.

O critério de parada foi definido como sendo o número máximo de iterações ($iter_{max}$), adotado pelo usuário. Com o passar das iterações, ao final do processo de avaliação da função objetivo, a sub-rotina verifica se o desempenho obtido com as variáveis atuais é melhor do que o desempenho obtido até o momento. Caso seja melhor, o programa irá armazenar os dados, até que outra configuração supere estas variáveis (em termos de menor custo). Caso não seja melhor, o processo de iteração continua, até que um critério de parada seja obtido.

Quando o critério de parada é obtido, que neste caso é quando o número de iterações máximo é executado, a rotina apresenta os resultados. Inicialmente, exibe os valores das variáveis de projeto consideradas e o respectivo custo gerado pelas mesmas, ou seja, o custo ótimo das longarinas individualmente, considerando o comprimento total da ponte, e na sequência apresenta o custo total da ponte por metro linear. Além disso, exibe os valores máximos considerados de momento fletor e esforço cortante para cada uma das longarinas. Para as armaduras de pele, a rotina apresenta o diâmetro e o espaçamento que precisa ser adotado para cada opção de bitola, e indica qual delas proporciona o menor custo. No caso das armaduras longitudinais, os resultados apresentam quais foram os critérios de dimensionamento considerados (seção retangular com armadura dupla, por exemplo) e suas respectivas considerações, como quantidade de barras por camada, quantidade de camadas, altura útil considerada para os cálculos e se atende ou não ao ELS-FAD e ELS-W. Com relação às armaduras transversais, a rotina exibe a quantidade de ramos considerados para o cálculo, bem como o respectivo espaçamento longitudinal necessário para atendimento das premissas normativas de cada uma das opções de bitola, apresentando ao final àquela que gera o menor custo.

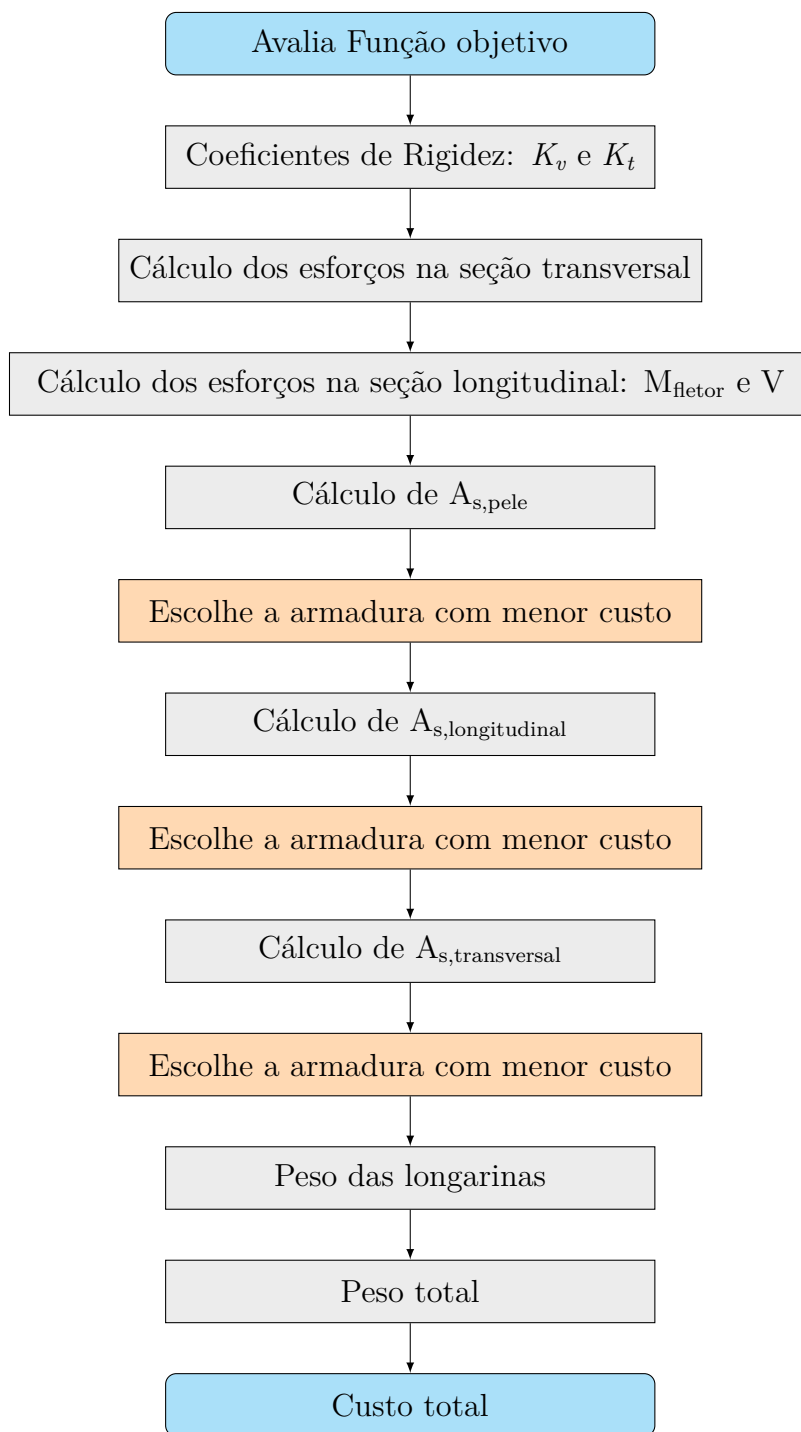
Como visualização gráfica, ao final do processo a rotina plota 4 gráficos, relacionando: o melhor custo, o índice de diversidade e as penalizações *versus* o número de iterações e por fim a penalização *versus* o custo final. Nestes gráficos é possível analisar o comportamento do algoritmo perante ao método de otimização adotado e verificar a incidência da penalização no processo de otimização.

Figura 16 – Fluxograma geral da otimização



Fonte – Elaborado pela autora

Figura 17 – Fluxograma do cálculo da função objetivo



Fonte – Elaborado pela autora

6 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso da metodologia proposta foi subdividida em algumas etapas. Inicialmente, foram estudados a aplicação dos métodos de otimização em uma ponte com 35 metros de vão, contendo 3 longarinas retangulares, conforme apresentado na Figura 14. Após definir o método que proporcionou o melhor desempenho (menor custo), avaliou-se o custo da ponte mantendo 35 metros de vão, mas alternando a quantidade de longarinas (de 2 a 5) e o tipo da seção transversal (retangular ou seção I). Num terceiro momento, foram avaliados os custos da ponte, considerando, vãos de 15, 25, 35, 40 e 45 metros. As rotinas foram executadas em um *notebook* com processador Intel® Core™ i5-7300HQ (7ª geração), Memória de Acesso Aleatório de 8GB, e velocidade de processador de 2,5GHz.

Os valores do aço e do concreto foram extraídos dos relatórios de insumos e composições do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI), para o estado de Santa Catarina, referência do mês de dezembro de 2022, sem desoneração. Para o aço, considerou-se o custo por kg do vergalhão de cada bitola utilizada, e para o concreto, considerou-se por f_{ck} , excluindo o serviço de bombeamento e com slump de 100 +/- 20 mm. De modo geral, os dados considerados estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Dados do problema

| Dados | | | |
|--|--------------|-------------------|---|
| Carga por metro linear de ponte | | | |
| Nome | Valor | Unidade | Descrição |
| G_c | 2,00 | kN | Peso do guarda-corpo |
| G_r | 5,00 | | Peso do guarda-rodas |
| P | 75,00 | | Carga móvel concentrada por roda do TB-450 |
| p | 5,00 | kN/m ² | Carga de veículo uniformemente distribuída |
| p_{multi} | 3,00 | | Carga de multidão uniformemente distribuída |
| Preço da armadura de aço CA-50 por \varnothing | | | |
| Nome | Valor | Unidade | Descrição |
| Preço _{aço} | 8,94 | R\$/kg | 5,0 mm (CA-60) |
| | 9,06 | | 6,3 mm |
| | 9,06 | | 8,0 mm |
| | 9,44 | | 10,0 mm |
| | 8,18 | | 12,5 mm |
| | 8,18 | | 16,0 mm |
| | 9,43 | | 25,0 mm |
| | 10,36 | | 32,0 mm |

Continua...

| Dados | | | |
|--------------------------------|-----------|--------------------|---|
| | 10,36 | | 40,0 mm |
| Preço do concreto por f_{ck} | | | |
| Nome | Valor | Unidade | Descrição |
| Preço _{concreto} | 491,47 | R\$/m ³ | C25 |
| | 507,85 | | C30 |
| | 524,23 | | C35 |
| | 546,87 | | C40 |
| | 575,84 | | C45 |
| | 617,43 | | C50 |
| Gerais | | | |
| Nome | Valor | Unidade | Descrição |
| L_{vc} | Variável | m | Comprimento do vão longitudinal |
| E_{rev} | 0,05 | | Espessura do revestimento asfáltico |
| cob | 3,00 | cm | Cobrimento das armaduras |
| $\phi_{est, inicial}$ | 1,60 | | Diâmetro inicial estimado para os estribos |
| F_{ck} | 35000,00 | kN/m ² | Resistência característica do concreto |
| F_{yk} | 500000,00 | | Resistência ao escoamento do aço |
| γ_{conc} | 25,00 | kN/m ³ | Peso específico do concreto |
| γ_{asf} | 24,00 | | Peso específico do asfalto |
| n_{faixas} | 2,00 | und | Número de faixas |
| n_{long} | Variável | | Número de longarinas |
| Seção | Variável | - | Tipo de seção transversal (Retangular ou I) |

Fonte: Elaborado pela autora

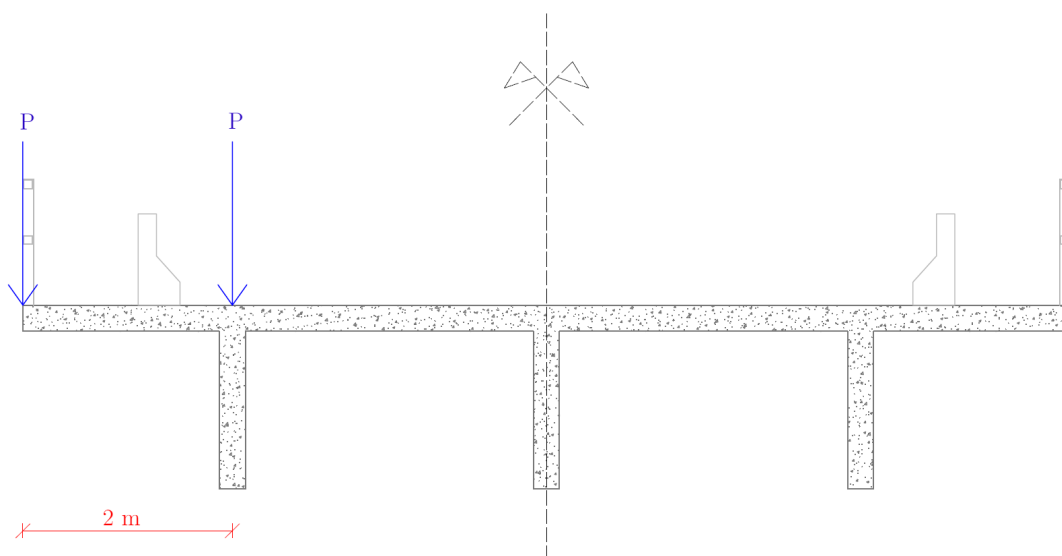
Com relação à posição das cargas pontuais do trem tipo na seção transversal da ponte, considerou-se para as longarinas das extremidades que as cargas devem ser posicionadas o mais próximo possível dos limites, ou extremas, conforme se observa na Figura 18. Vale ressaltar que a seção transversal apresentada na Figura 18 é hipotética, ou seja, a posição das longarinas, assim como a quantidade, variam de acordo com o processo otimização.

Ao observar a Figura 18 verifica-se que desta maneira uma das cargas é posicionada sobre a calçada, entretanto está a favor da segurança, considerando um valor maior para a reação de apoio na longarina da esquerda. Ao avaliar o pior caso para as demais longarinas (centrais), verifica-se que a carga deve ser aplicada equidistante em 1 metro para esquerda e para direita do eixo da longarina, conforme apresentado na Figura 19.

Além das cargas móveis, foram consideradas cargas de peso próprio (da laje, das vigas, guarda-corpo e guarda-rodas), de revestimento (levando em conta 5 cm de espessura de asfalto), de recapeamento e a carga de multidão nos passeios, conforme se observa na Tabela 8. Após o cálculo das reações de apoio geradas pelos carregamentos, obtidas através

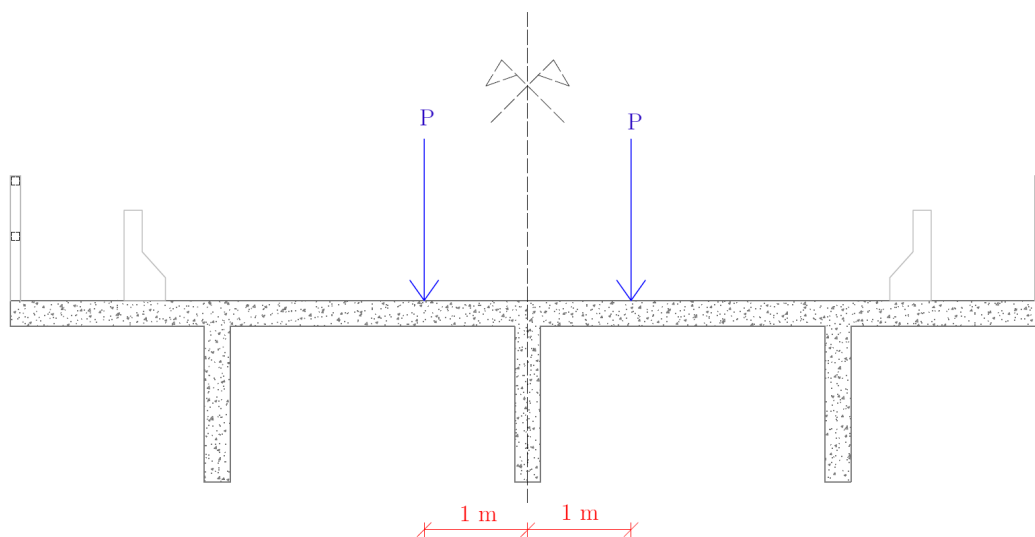
do método de Fauchart, calculou-se a sobreposição destes valores, para avaliar os esforços internos longitudinais. A soma destas reações foi aplicada como carga uniformemente distribuída na longarina longitudinal, com exceção da carga móvel pontual (P), que agora é aplicada nos pontos mais desfavoráveis nesta direção.

Figura 18 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção transversal - viga extremidade



Fonte – Elaborada pela autora

Figura 19 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção transversal - viga central

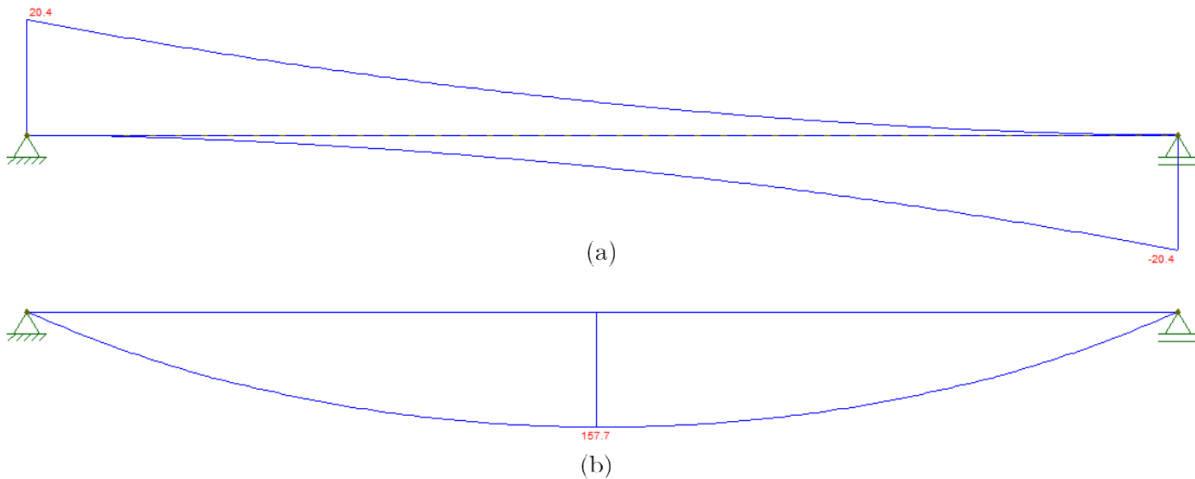


Fonte – Elaborada pela autora

Para o cálculo dos esforços internos, considerou-se a longarina bi-apoiada, sendo assim, a posição mais desfavorável das cargas pontuais para o momento fletor é no centro do vão (equidistantes em 1,5 metros do ponto central). Já para o esforço cortante verifica-se que o pior caso é considerar a posição das cargas mais próximas dos apoios. A

Figura 20 apresenta a envoltória do esforço cortante, item (a), e momento fletor, item (b), considerando três cargas pontuais unitárias e carga distribuída unitária em todo o vão.

Figura 20 – Posição mais desfavorável do trem tipo na seção longitudinal



Legenda: (a) Esforço cortante, (b) Momento fletor
Fonte – Elaborada pela autora

6.1 Análise comparativa entre os métodos de otimização

Os coeficientes e parâmetros adotados para cada método de otimização estão apresentados na Tabela 9. O número de iterações máximo e a quantidade de indivíduos da população manteve-se igual em todos. Vale ressaltar que o método TLBO não contém nenhum coeficiente, por isso não está contido na Tabela 9.

Os resultados para as variáveis de projeto e função objetivo de cada método de otimização estão apresentados na Tabela 10. Conforme se observa, todos os métodos obtiveram resultados semelhantes com relação às variáveis de projeto e seu custo total. Ao analisar somente o custo *versus* tempo de processamento, os melhores resultados foram obtidos pelos métodos PSO e SGA, nesta ordem. A largura total da ponte é equivalente a duas vezes a soma das variáveis X_3 e X_4 , totalizando em 10 metros para todos os casos abordados.

Os gráficos de menor custo *versus* iterações para cada um dos métodos considerados, são apresentados na Figura 21. Ao analisá-la, observa-se que no SGA o custo inicial corresponde a cerca de 4,41% do melhor custo, e que em aproximadamente 30 iterações a rotina converge mais precisamente para o melhor desempenho proporcionado pelo método. Vale ressaltar que o SGA é o método que proporciona o menor tempo de processamento para execução da rotina de otimização. No caso do PSO, o custo na primeira iteração é cerca de 43,01% do custo ótimo, ou seja, a busca foi iniciada em uma região mais ampla

Tabela 9 – Coeficientes e parâmetros dos otimizadores

| Geral | | |
|--------------------|-------|--|
| $iter_{max}$ | 150 | Número máximo de iterações |
| pop | 60 | Número de indivíduos da população |
| SGA | | |
| α_{min} | 0,015 | Valor mínimo que α pode assumir na equação |
| $\alpha_{inicial}$ | 2,00 | Valor inicial de α |
| % iter global | 0,30 | Porcentagem de iterações máxima dedicada a fase global |
| % GB | 0,20 | Porcentagem da população que formará os grupos de busca |
| N_{Pertur} | 10 | Número de indivíduos que passarão pelo processo de mutação |
| PSO | | |
| w | 1,00 | Coefficiente de inércia |
| w_{adm} | 0,99 | Taxa de amortecimento de inércia |
| c_1 | 1,50 | Coefficiente de aceleração individual |
| c_2 | 2,00 | Coefficiente de aceleração global |
| FA | | |
| γ | 1,00 | Coefficiente de absorção de luz pelo ar |
| β_0 | 2,00 | Atratividade inicial |
| α | 0,20 | Coefficiente de mutação |
| α_{amor} | 0,98 | Taxa de amortecimento do coeficiente de mutação |

Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 10 – Resultados das variáveis e melhor custo

| Resultados | Unidade | SGA | PSO | TLBO | FA |
|----------------------|----------------|------------|------------|-------------|-----------|
| X_1 | cm | 20,00 | 20,00 | 20,00 | 20,00 |
| X_2 | cm | 250,00 | 250,00 | 250,00 | 250,00 |
| X_3 | cm | 50,34 | 50,00 | 50,00 | 50,00 |
| X_4 | cm | 449,66 | 450,00 | 450,00 | 450,00 |
| X_5 | cm | 50,25 | 50,24 | 50,33 | 50,24 |
| Peso _{tot} | kg/m | 14.848,58 | 14.848,16 | 14.863,92 | 14.848,17 |
| Custo _{tot} | R\$/m | 7.212,55 | 7.212,46 | 7.215,89 | 7.212,46 |
| Tempo | seg | 21,14 | 31,73 | 41,61 | 638,87 |

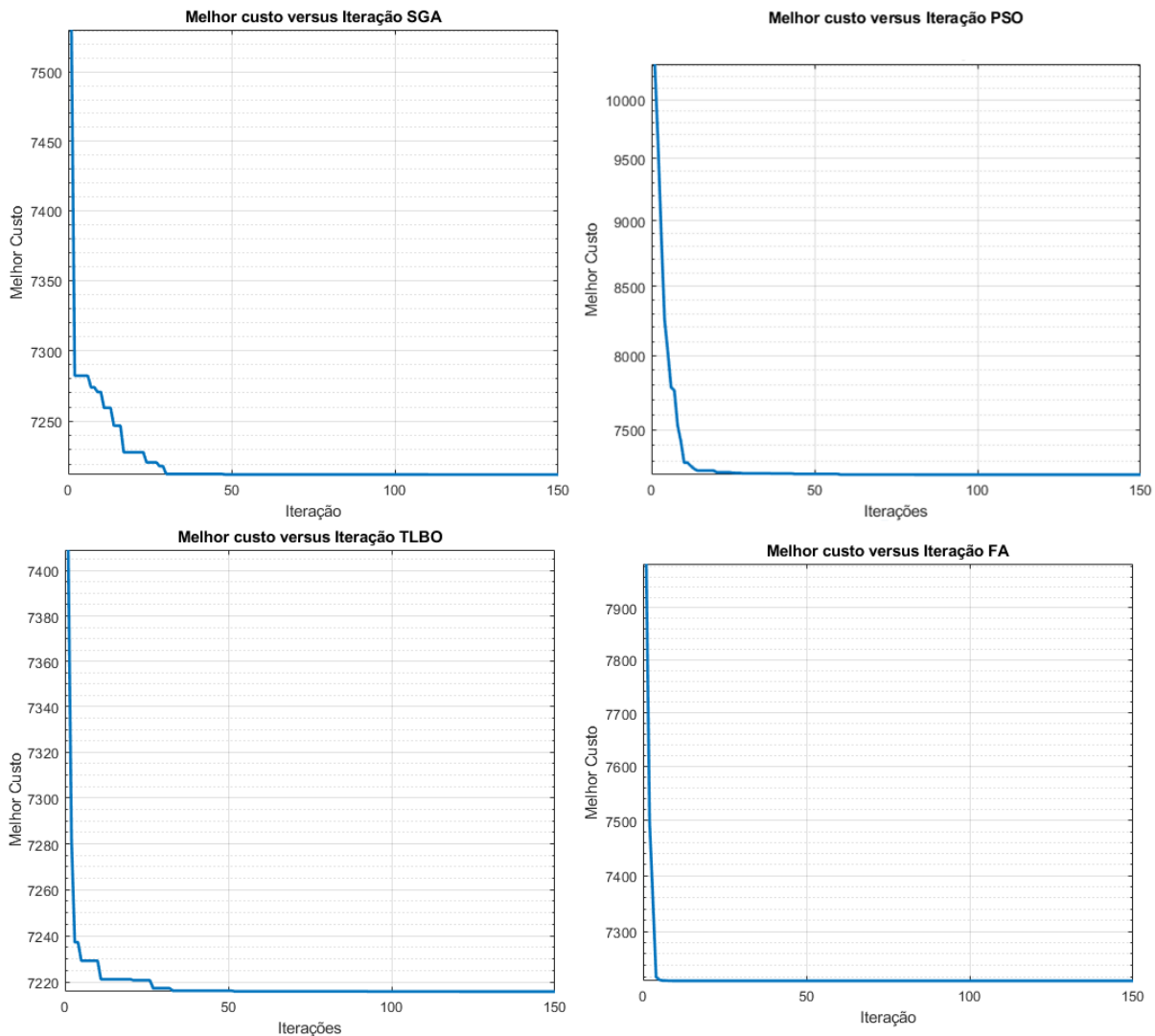
Fonte – Elaborado pela autora

do domínio, entretanto, com aproximadamente 20 iterações, a mesma converge para o melhor custo, com tempo de processamento baixo, assim como do SGA.

Além disso, na Figura 21 observa-se que o método TLBO inicia sua otimização com um valor correspondente a aproximadamente 2,61% do custo ótimo, porém com cerca de 30 iterações a rotina converge mais rapidamente para o custo ótimo proporcionado, com tempo de processamento total relativamente baixo. Por fim, o método FA converge em cerca de 5 iterações e possui o valor de sua primeira iteração equivalente a 9,55% do custo ótimo, contudo, o tempo de processamento do método não é atrativo, se comparado com os demais métodos propostos, sendo equivalente a 96,70% maior do que o tempo

obtido pelo SGA, que representou o menor tempo.

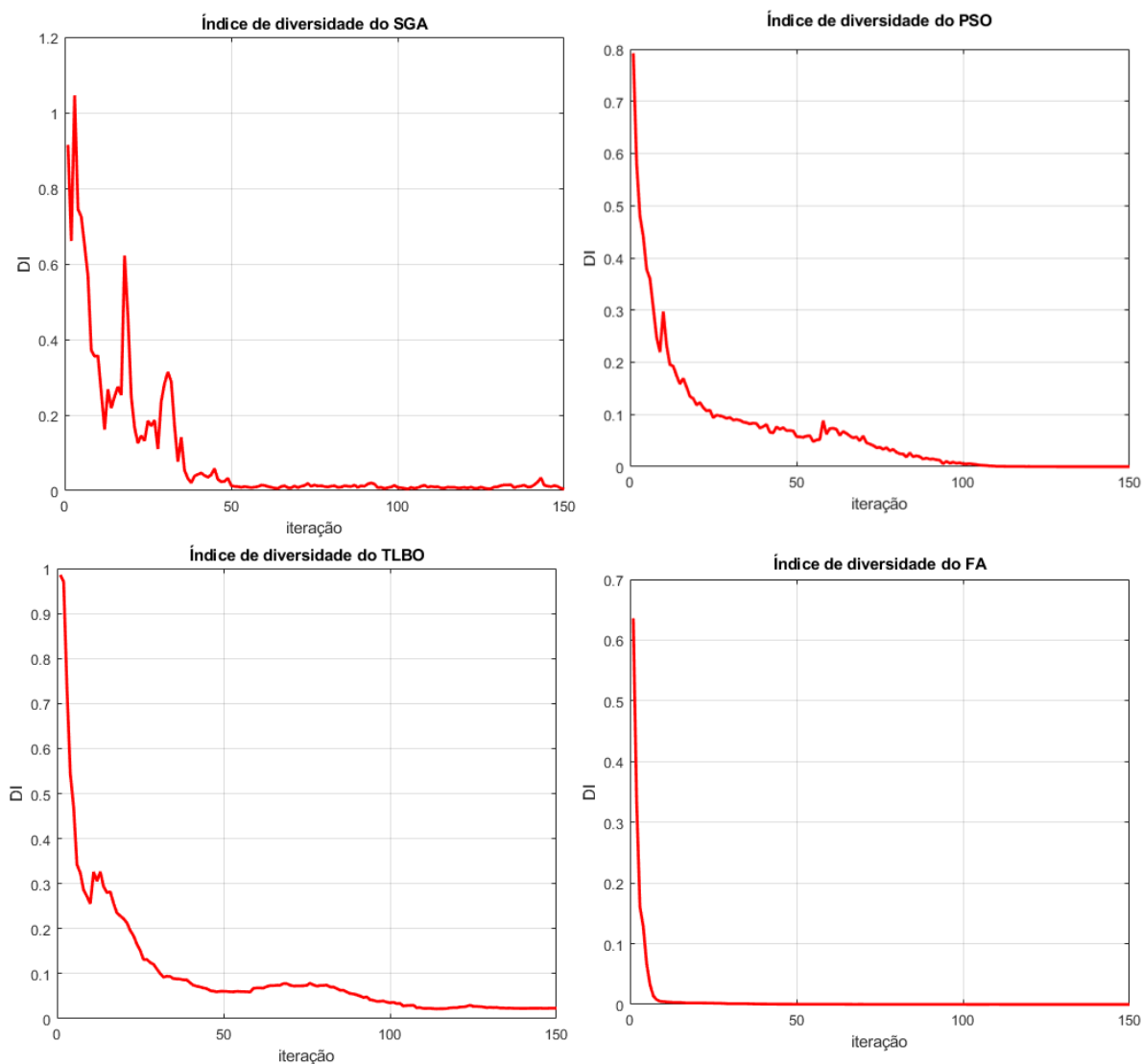
Figura 21 – Resultados do menor custo versus o número de iterações



Fonte – Elaborado pela autora

A Figura 22 apresenta os gráficos do comportamento dos métodos de otimização referente a busca global e refino local, através do índice de diversidade *versus* o número de iterações. Ao analisá-la, verifica-se que o método que apresentou o melhor comportamento foi o PSO, ou seja, proporcionou uma linha de tendência muito semelhante a ideal (tendência 2), quando comparado com a Figura 10, ou seja, houve certo equilíbrio entre a exploração global e o refino local. Além deste, o método TLBO também apresentou sua linha de tendência de maneira similar à ideal, apesar de apresentar algumas oscilações no início do processo de otimização. O comportamento do SGA traz uma pequena referência à linha de tendência esperada, entretanto apresentou diversas oscilações, perdendo o equilíbrio ótimo. Por fim, o método FA proporcionou o índice de diversidade assemelhado à tendência 3 da Figura 10, que ocorre quando domínio global é pouco explorado.

Figura 22 – Resultados do índice de diversidade versus o número de iterações



Fonte – Elaborado pela autora

Diante dos resultados obtidos através da otimização, verificou-se que o método que apresentou o melhor desempenho, tanto em custo quanto em índice de diversidade e tempo de processamento, foi o PSO. Portanto, todas as análises que serão apresentadas a seguir, serão considerando os valores obtidos através do método de otimização PSO, assim como as análises a serem realizadas nos tópicos subsequentes.

Portanto, são apresentados na Tabela 11 alguns resultados obtidos por meio do dimensionamento considerando as variáveis ótimas. Dentre eles estão os valores de esforços internos máximos (momento fletor e esforço cortante) e as áreas de aço das armaduras de pele, longitudinal (positiva e negativa) e transversal e suas respectivas quantidades de barras e espaçamentos. Por último, são apresentados os pesos totais das longarinas, lembrando que neste caso, ambas possuem 35 metros de comprimento, correspondente ao vão livre considerado nesta análise. Os resultados foram separados entre a longarina da

esquerda/direita (que são simétricas) e a longarina central.

Tabela 11 – Longarina da esquerda/direita e central - PSO

| Resultados | Unidade | Esq./Dir. | Central | Observações |
|----------------------|-----------------|---------------|---------------|-------------------------------------|
| M_{fletor} | kN.m | 24.166,97 | 22.172,65 | Momento fletor |
| V | kN | 2.594,60 | 2.444,22 | Esforço cortante |
| $A_{s,\text{pele}}$ | cm ² | 52 ϕ 5 | 52 ϕ 5 | Armadura de pele total |
| $A_{s,\text{long}}$ | cm ² | 281,76 | 260,06 | Armadura longitudinal de tração |
| Barras | und | 23 ϕ 40 | 21 ϕ 40 | Quantidade de barras |
| $A'_{s,\text{long}}$ | cm ² | 50,23 | 35,84 | Armadura longitudinal de compressão |
| Barras | und | 4 ϕ 40 | 3 ϕ 40 | Quantidade de barras |
| Ramos | und | 4,00 | 4,00 | Quantidade de ramos |
| $A_{s,\text{trans}}$ | cm ² | ϕ 16c/30 | ϕ 16c/30 | Armadura Transversal |
| P_{long} | ton | 115,08 | 114,53 | Peso da longarina |

Fonte – Elaborado pela autora

Vale ressaltar que o dimensionamento das armaduras considerou os valores de momento fletor e esforço cortante máximos em cada longarina, e ambos foram obtidos aplicando nas cargas, a combinação de ações correspondente ao ELU. Além disso, as seções transversais e armaduras obtidas pelo dimensionamento de todas as longarinas, respeitam os estados de limite de serviço analisados (ELS-DEF, ELS-W e ELS-FAD). As quantidades de barras e seus respectivos diâmetros apresentados para as armaduras de pele, tratam-se dos valores totais, ou seja, no caso deste exemplo foram necessárias 52 barras de 5 mm, portanto são 26 barras em cada face da longarina. Em ambos os casos, o custo ótimo é obtido considerando armaduras de pele com diâmetro igual a 5mm, longitudinais com 40 mm, e transversais, igual a 16mm.

Com relação ao peso das longarinas, em ambos os casos as mesmas apresentaram peso total em torno de 115 toneladas. A proposta é de que as longarinas sejam construídas em um canteiro de obras posicionado no entorno da obra, para que seu transporte e locação na estrutura da ponte, seja através de guindastes. O peso das longarinas é um fator determinante para o estudo do caso, pois, deve-se verificar se o guindaste necessário para transportar a viga é acessível/viável. Diante desta realidade, realizou-se uma pesquisa na cidade de Blumenau/SC e verificou-se que o guindaste necessário para transportar a viga em estudo é encontrado facilmente na região. Caso contrário, o peso das longarinas poderia ser considerado como uma restrição do problema de otimização.

6.1.1 SCIA Engineer

A fim de comparar os resultados dos esforços internos e dimensionamento das armaduras, obtidos considerando as variáveis ótimas, modelou-se a laje e as vigas da ponte no *software* SCIA Engineer. O principal objetivo desta comparação é verificar a diferença entre os resultados obtidos considerando o método de Fauchart (aplicado nas rotinas deste

trabalho), com o método dos Elementos Finitos, que se trata do modelo mecânico aplicado pelo *software*. Essa comparação é relevante tanto para verificar a ordem de grandeza das discrepâncias nos resultados quanto para validar a utilização do método de Fauchart como uma abordagem mais simplificada e, portanto, mais rápida e eficiente para o processo de otimização.

O SCIA Engineer é um *software* de modelagem, análise e dimensionamento de estruturas. O mesmo proporciona uma modelagem em três dimensões da estrutura em uma plataforma de Desenho Assistido por Computador (*Computer-Aided Design - CAD*), em que podem ser modeladas estruturas compostas por diversos materiais. Quanto a análise estrutural, o *software* possui um gerador de malhas de alta *performance*, capaz de resolver problemas com complexidade linear, não linear, dinâmica, sísmica, entre outros. Além disso, o SCIA permite que o usuário selecione, em uma página inicial, o país em que deseja que as normas sejam consideradas (Brasil, França, Alemanha, Países Baixos, Índia, Eslováquia, Espanha, Estados Unidos, Inglaterra, dentre outros países).

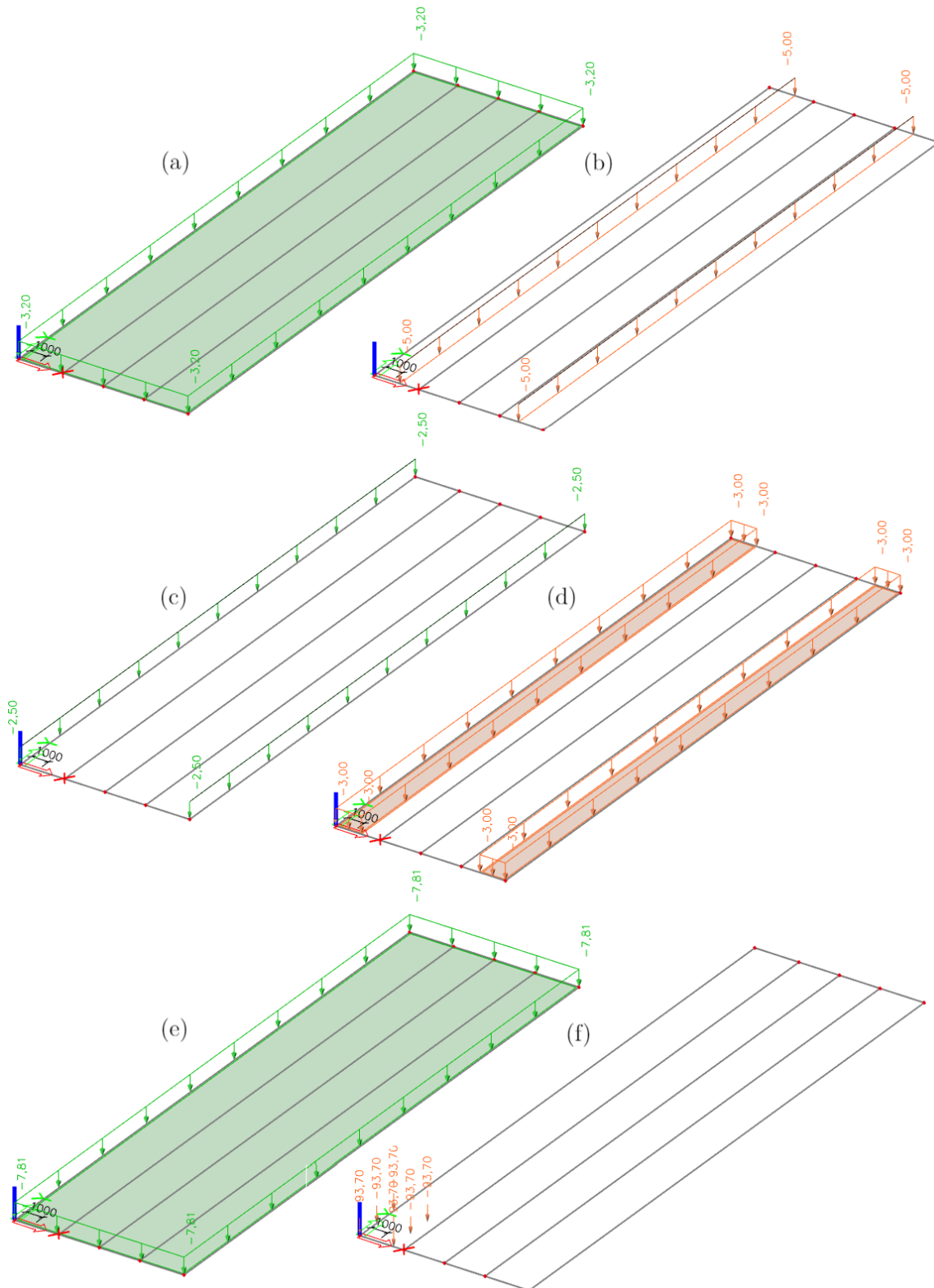
A seleção do *software* em questão foi determinada pela disponibilidade de uma licença de estudante sem restrições de uso, proporcionando ao estudante acesso completo às funcionalidades da versão comercial do SCIA Engineer, além dos benefícios previamente mencionados.

Conforme as informações fornecidas nos capítulos anteriores, as cargas foram previstas e lançadas no *software*. A Figura 23 apresenta o lançamento das cargas, que foram atribuídas sem a aplicação de fatores de segurança dos estados limites, exceto no caso das cargas móveis (itens (e) e (f)), que foram multiplicadas pelos coeficientes CIA, CIV e CNF. É importante ressaltar que o peso próprio não é mostrado nas imagens, pois é calculado automaticamente pelo SCIA.

Foram posicionados quatro carregamentos pontuais do TB-450 em regiões distintas, com base na localização mais desfavorável para cada esforço a ser calculado. Na Figura 23, o item (f) mostra o posicionamento adotado para o cálculo do esforço cortante da longarina mais à esquerda (das bordas). Já na Figura 24, são exibidos os outros posicionamentos considerados. O item (a) corresponde à posição mais desfavorável para o momento fletor da longarina mais à esquerda, enquanto os itens (b) e (c) são utilizados para o cálculo do esforço cortante e do momento fletor da longarina central, respectivamente.

No *software*, é possível utilizar combinações de ações disponíveis na biblioteca, como combinações de ELS, ELU ou casos de carga, sendo possível avaliar o comportamento individual. Além disso, o usuário tem a opção de criar um caso de carga personalizado, no qual é possível definir o valor do coeficiente a ser aplicado em cada uma das ações. Aplicando o *software* no exemplo deste trabalho, a laje foi tratada como elemento de placa. Para a geração da malha, no total foram gerados 5781 nós, 5600 elementos 2D e 280 elementos 1D.

Figura 23 – Cargas consideradas sobre a ponte

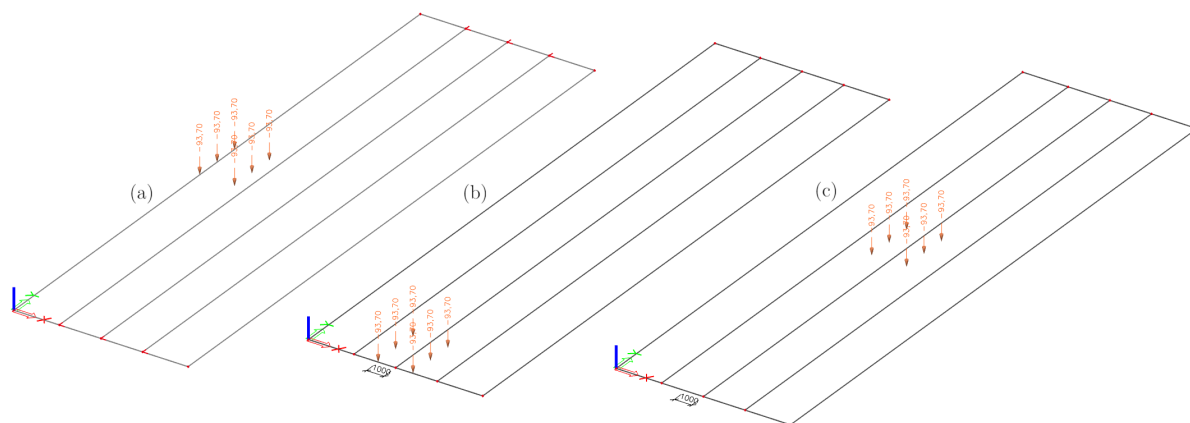


(a) revestimento, (b) guarda-rodas, (c) guarda-corpo, (d) pessoas, (e) veículo distribuída e (f) TB-450
 Fonte – Elaborado pela autora

Após definidas as configurações, os resultados são calculados utilizando o SCIA Engineer. Os valores obtidos pelo *software* são apresentados nas Figuras 25, 26, 27 e 28.

A estrutura foi processada duas vezes por longarina para cada esforço, sendo que para obter o momento fletor e a área de aço longitudinal, a posição do TB-450 deve estar no centro do vão. Já para o cálculo do esforço cortante e a respectiva área de aço transversal, o TB-450 deve estar posicionado próximo aos apoios.

Figura 24 – Posição do TB-450



(a) posição para momento fletor longarina mais à esquerda , (b) posição para esforço cortante longarina central e (c) posição para momento fletor longarina central

Fonte – Elaborado pela autora

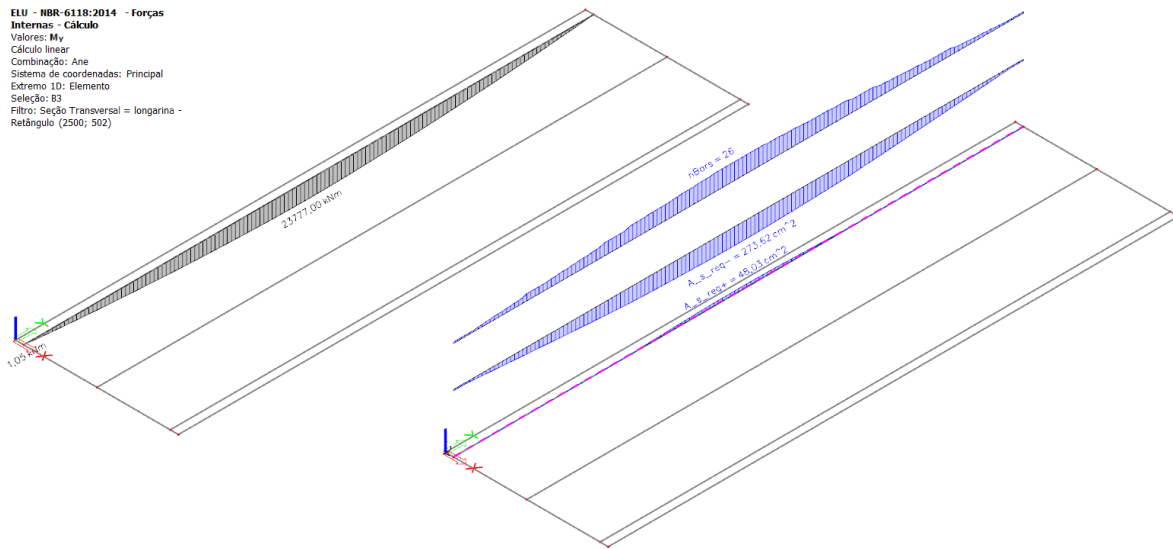
Ademais, no SCIA Engineer é possível que o engenheiro projetista verifique em um relatório todas as justificativas de cálculo do *software* para o estudo em questão. Adicionalmente, se for do interesse do profissional, é possível elaborar, por meio do *software*, seu próprio relatório, delimitando o que deseja acrescentar. Por exemplo, é possível incluir os materiais utilizados, as cargas consideradas, o cálculo dos esforços, das armaduras, as informações de bitolas utilizadas, combinações de ações adotadas, dentre outras informações relevantes.

Considerando as informações apresentadas anteriormente, as Figuras 25 e 27 exibem o valor calculado para o momento fletor, a área de aço longitudinal - de tração e de compressão - e a quantidade total de barras de aço necessárias para resistir às cargas, todos obtidos através do *software* SCIA Engineer.

As Figuras 26 e 28 exibem o valor máximo do esforço cortante, o qual é obtido nas regiões do apoio, conforme previamente mencionado. Ademais, são apresentados os valores da área de aço transversal por metro linear, juntamente com seu espaçamento, e a área total requerida para a armadura de pele.

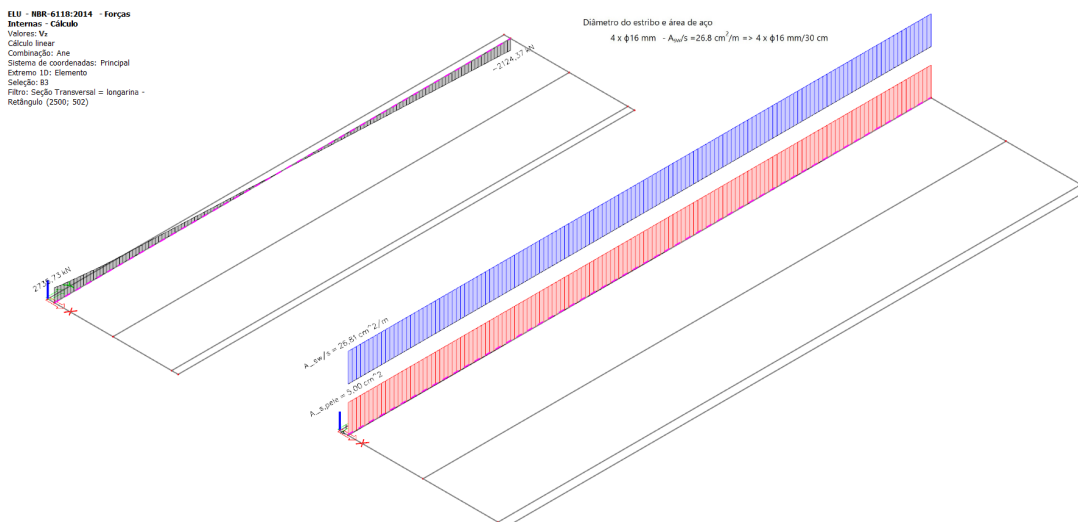
Foi elaborada a Tabela 12 para facilitar a comparação entre os resultados obtidos através do dimensionamento pelas rotinas de cálculo e pelo *software* SCIA Engineer. É importante ressaltar que a principal diferença entre eles é o modelo mecânico adotado para o cálculo dos esforços internos, sendo o método de Fauchart utilizado nas rotinas de otimização, enquanto o SCIA Engineer emprega o MEF.

Figura 25 – Momento fletor máximo da longarina da esquerda SCIA Engineer



Fonte – Elaborado pela autora

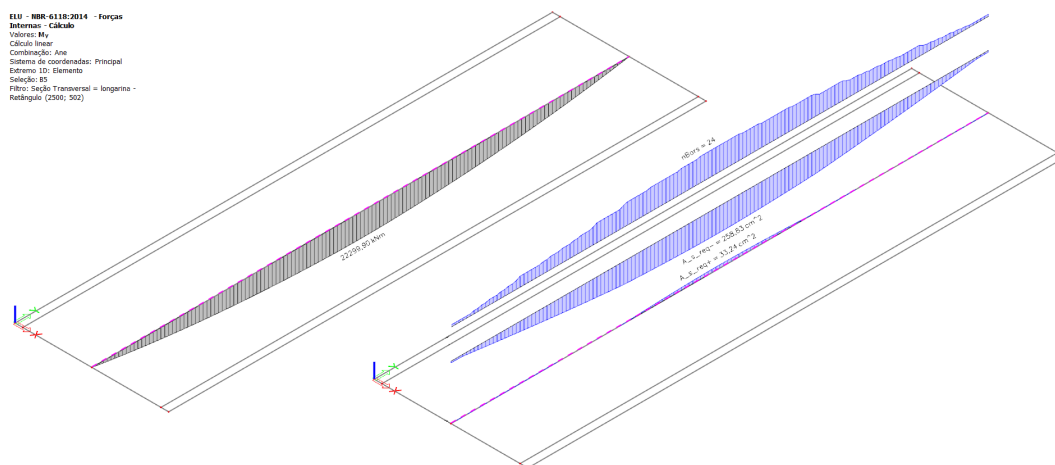
Figura 26 – Esforço cortante máximo da longarina da esquerda SCIA Engineer



Fonte – Elaborado pela autora

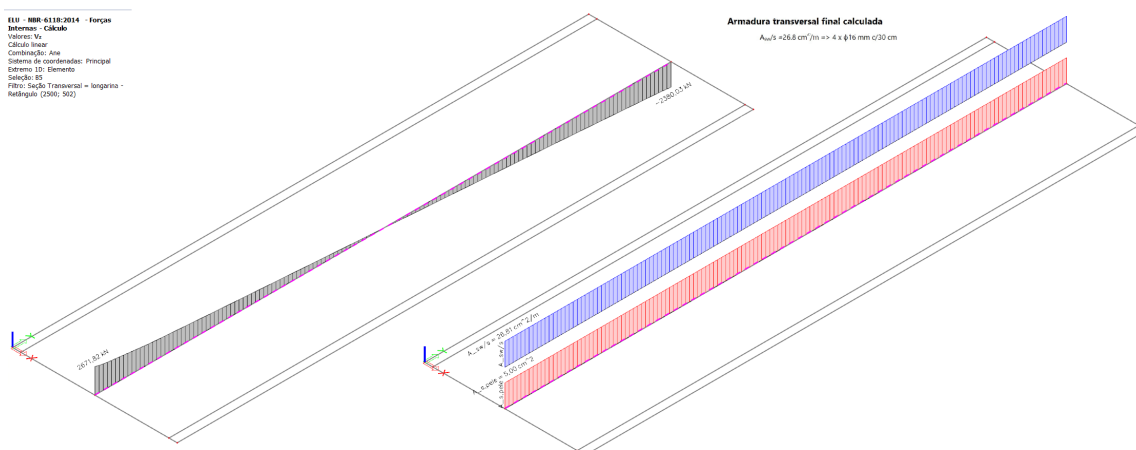
No que se refere ao momento fletor, constata-se que a discrepância entre os valores obtidos é de -1,6% para a longarina localizada na extremidade esquerda e 0,6% para a central. Já em relação ao esforço cortante, houve uma diferença de 6,1% para a viga esquerda e 8,5% para a central. Tal diferença pode ser justificada pela utilização de métodos distintos, uma vez que o MEF utilizado no SCIA é mais preciso do que o método adotado neste estudo. Contudo, ao analisar as áreas de aço, bem como suas quantidades de barras e espaçamentos correspondentes, verifica-se que ambos os casos apresentaram resultados similares (exceto pelo número de barras correspondente ao momento fletor da longarina da esquerda, que apresentou uma barra a menos). Apesar dessa pequena

Figura 27 – Momento fletor máximo da longarina central SCIA Engineer



Fonte – Elaborado pela autora

Figura 28 – Esforço cortante máximo da longarina central SCIA Engineer



Fonte – Elaborado pela autora

diferença nos resultados, constata-se que o método de Fauchart é capaz de representar os esforços internos de cálculo de um estudo como este.

Com relação à armadura de pele, constatou-se no *software* SCIA que faltavam duas barras, entretanto, a quantidade de área de aço atingiu o valor mínimo necessário de 5 cm²/m. Realizando o cálculo considerando barras com diâmetro de 5 mm, verificou-se que o resultado da divisão foi de aproximadamente 25,5 barras. Portanto, na rotina de otimização, arredondou-se para cima, considerando 26 barras, enquanto no SCIA, o arredondamento foi para baixo.

Tabela 12 – Comparação dos resultados

| Dados | | Longarina da Esquerda | | Longarina Central | |
|-----------------------|-----------------|-----------------------|----------------|-------------------|----------------|
| Resultados | Unidade | Rotinas | SCIA | Rotinas | SCIA |
| M_{fleitor} | kN.m | 24.166,97 | 23.777,00 | 22.172,65 | 22.299,90 |
| V | kN | 2.594,60 | 2.763,73 | 2.444,22 | 2.671,82 |
| $A_{s,pele}$ | cm ² | 52 ϕ 5 | 50 ϕ 5 | 52 ϕ 5 | 50 ϕ 5 |
| $A_{s,longitudinal}$ | cm ² | 281,76 | 273,62 | 260,06 | 258,83 |
| Barras | und | 23 ϕ 40 | 22 ϕ 40 | 21 ϕ 40 | 21 ϕ 40 |
| $A'_{s,longitudinal}$ | cm ² | 50,23 | 48,03 | 35,84 | 33,24 |
| Barras | und | 4 ϕ 40 | 4 ϕ 40 | 3 ϕ 40 | 3 ϕ 40 |
| Ramos | und | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $A_{s,transversal}$ | cm ² | ϕ 16 c/30 | ϕ 16 c/30 | ϕ 16 c/30 | ϕ 16 c/30 |

Fonte – Elaborado pela autora

6.2 Análise comparativa entre seções retangulares e I

Após identificar o método de otimização que gerou os resultados mais satisfatórios e validar as rotinas de cálculo dos esforços internos e dimensionamento de estruturas de concreto armado por meio do *software* SCIA Engineer, procedeu-se com uma análise mais ampla. Portanto, nesta seção considerou-se uma ponte com vão de 35 metros, variando o número de longarinas e a tipologia da seção transversal aplicada, variando entre seção retangular e seção I.

6.2.1 Duas Longarinas

Nesta subseção, são expostos os resultados da otimização levando em conta uma ponte de concreto armado com um vão livre de 35 metros e o uso de duas longarinas. A Tabela 13 exhibe os resultados das variáveis do projeto, ao passo que a Tabela 14 demonstra o peso total, custos do concreto e do aço, e, por fim, o custo total da ponte, todos estes em termos de valores por metro linear.

Tabela 13 – Resultados das variáveis com 2 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção Retangular | Seção I | Observações |
|------------|---------|------------------|---------|-------------------------------------|
| X_1 | cm | 20,00 | 20,00 | Espessura do deck |
| X_2 | cm | 249,99 | 250,00 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 50,35 | 50,00 | Balanço |
| X_4 | cm | 899,30 | 900,00 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 50,00 | 30,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | - | 25,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | - | 80,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | - | 34,50 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

É possível observar, a partir dos resultados apresentados na Tabela 13, que a

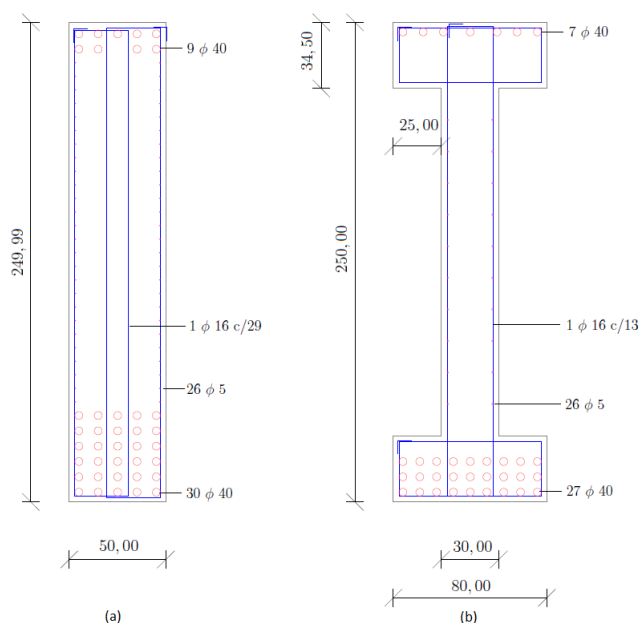
variável X_2 (altura da longarina) atingiu seu limite superior em ambas as situações de seção retangular e seção I da longarina, enquanto a variável X_5 buscou seu limite inferior na largura da alma. Essa ocorrência se dá em virtude do fato de que a rigidez e a capacidade de carga da viga aumentam à medida que o momento de inércia de sua seção transversal aumenta. A altura da seção transversal é a variável que mais influencia o aumento da inércia da viga, o que torna comum a busca por seções mais esbeltas durante a fase de dimensionamento de estruturas de concreto armado. Entretanto, é importante ressaltar que o aumento da altura em relação à largura das seções transversais deve ser limitado para que a seção escolhida atenda aos requisitos de capacidade de carga e custo.

Tabela 14 – Resultados dos custos com 2 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção retangular | Seção I | Diferença | % |
|----------------|---------|------------------|-----------|-----------|------|
| Peso total | kg/m | 11.723,80 | 10.753,52 | 970,28 | 8,28 |
| Custo concreto | R\$/m | 2.368,05 | 2.169,58 | 198,47 | 8,38 |
| Custo aço | R\$/m | 4.191,26 | 3.894,28 | 296,98 | 7,09 |
| Custo total | R\$/m | 6.559,31 | 6.063,86 | 495,45 | 7,55 |

Fonte – Elaborado pela autora

Figura 29 – Seções transversais para 2 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Seção retangular (b) Seção I

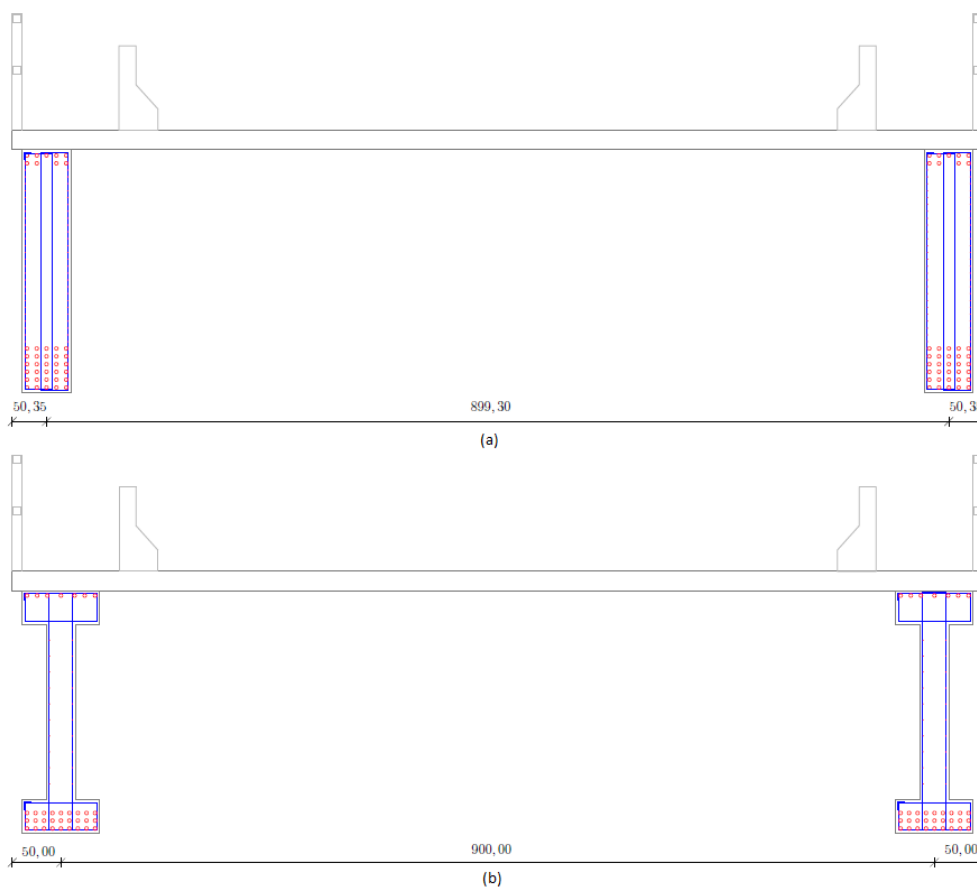
Fonte – Elaborado pela autora

Com relação ao custo total da ponte, constata-se na Tabela 14 que a variação de custo entre a seção retangular e a seção I é de aproximadamente 7,55%, o que equivale a uma economia de R\$ 495,45 por metro linear da ponte, para a seção I, no caso em questão. A diferença entre os pesos das longarinas e os respectivos custos do concreto e do aço, permaneceram na mesma ordem de grandeza do custo total abordado. A literatura

já estabelece que as vigas de seção I são mais eficientes do que as de seção retangular, especialmente em relação à resistência aos esforços. Os resultados obtidos neste estudo reforçam essa vantagem, corroborando com as evidências encontradas na literatura.

Além disso, verificou-se que em vigas de seção I (de concreto armado), as abas são elementos que aumentam a área da seção, permitindo a colocação de armaduras adicionais. Ao colocar as armaduras mais próximas da base ou do topo da seção, é possível reduzir a altura útil da seção e conseqüentemente reduzir a altura das longarinas, mantendo o carregamento. Tal fato foi evidenciado em todos os exemplos subsequentes desta seção.

Figura 30 – Vista transversal da ponte com 2 longarinas e vão livre de 35 metros

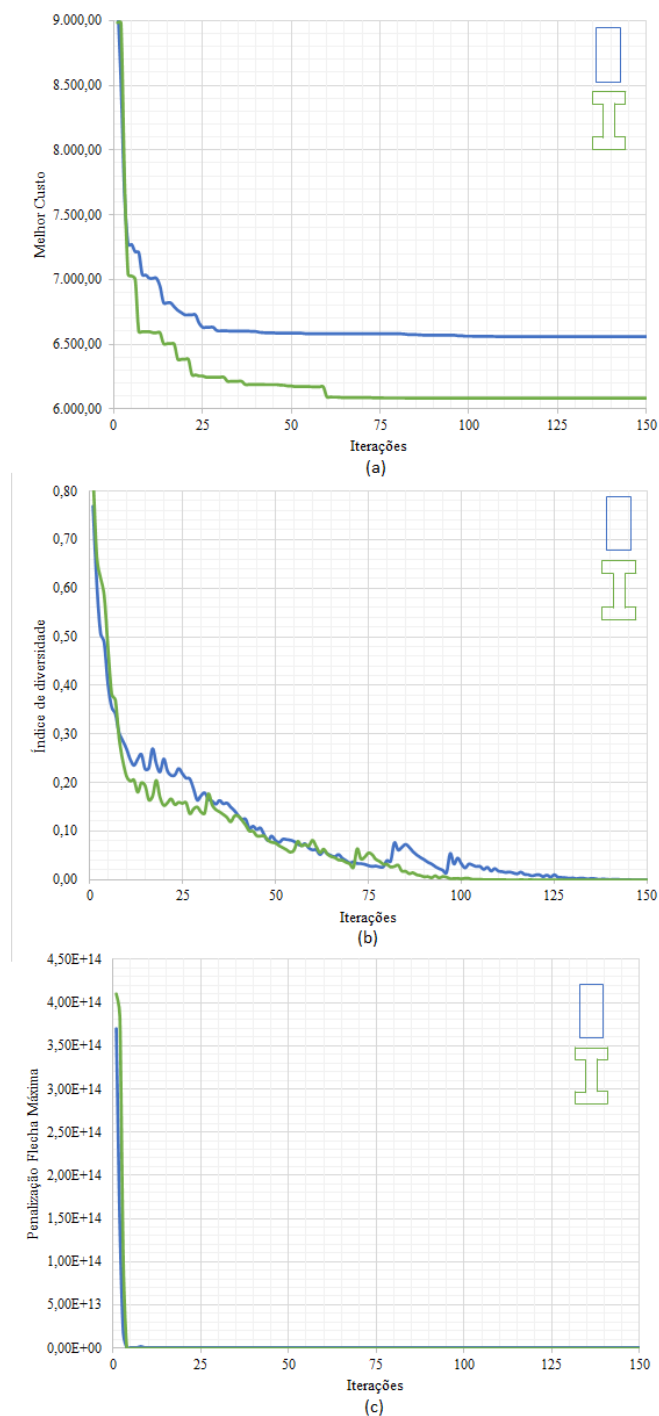


(a) Seção retangular (b) Seção I
Fonte – Elaborado pela autora

A Figura 29 apresenta a seção otimizada obtida para duas longarinas de concreto armado em uma ponte com vão livre de 35 metros, juntamente com o detalhamento das armaduras necessárias para suportar os esforços de cálculo. A Figura 30 ilustra a seção transversal da ponte, considerando as variáveis X_3 e X_4 . Na Figura apresentada, é notável que o processo de otimização resultou em uma configuração estrutural atípica, em que as vigas estão distantes uma da outra em um grau significativo. Esse afastamento excessivo implica em um aumento no dimensionamento da estrutura da laje devido ao momento fletor máximo que ocorre no centro do vão transversal. Dessa forma, para o caso de duas

longarinas, é recomendável que o limite inferior da variável X_3 seja aumentado, a fim de aproximar as longarinas entre si. Isso permitiria uma disposição mais adequada e eficiente das vigas na estrutura otimizada. Mais comentários a respeito disto será abordado na seção 6.4.

Figura 31 – Gráficos para 2 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Melhor custo \times Iterações (b) Índice de diversidade \times Iterações, (c) Penalizações flecha máxima \times Iterações

Fonte – Elaborado pela autora

Além das análises previamente mencionadas, foram examinados os gráficos de custo total, índice de diversidade e penalizações de flecha máxima em relação às iterações, apresentados na Figura 31. Observa-se que a linha de tendência do índice de diversidade para ambas as seções (retangular e I) se aproximam da linha ideal, indicando um bom equilíbrio entre a exploração global e o refino local da região ótima do domínio. Ademais, constata-se que as penalidades devido à violação da restrição de flecha máxima afetam a otimização somente no início do processo, sendo que em aproximadamente 10 iterações as seções adotadas já não violam mais tal restrição.

6.2.2 Três Longarinas

Nesta subseção, aplicou-se ainda o método PSO para a otimização das longarinas, e então manteve-se um vão livre de 35 metros e foram avaliadas as disposições de três longarinas na seção transversal da ponte. As seções transversais retangulares e em forma de I foram consideradas para as vigas. Os resultados obtidos para as variáveis de projeto, através do processo de otimização, foram registrados na Tabela 15. A Tabela 16 apresenta os custos totais e pesos por metro linear da ponte.

Tabela 15 – Resultados das variáveis com 3 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção Retangular | Seção I | Observações |
|------------|---------|------------------|---------|-------------------------------------|
| X_1 | cm | 20,00 | 20,00 | Espessura do deck |
| X_2 | cm | 250,00 | 226,09 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 250,00 | 50,00 | Balanço |
| X_4 | cm | 250,00 | 450,00 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 50,33 | 30,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | - | 20,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | - | 70,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | - | 34,50 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 16 – Resultados dos custos com 3 longarinas e vão livre de 35 metros

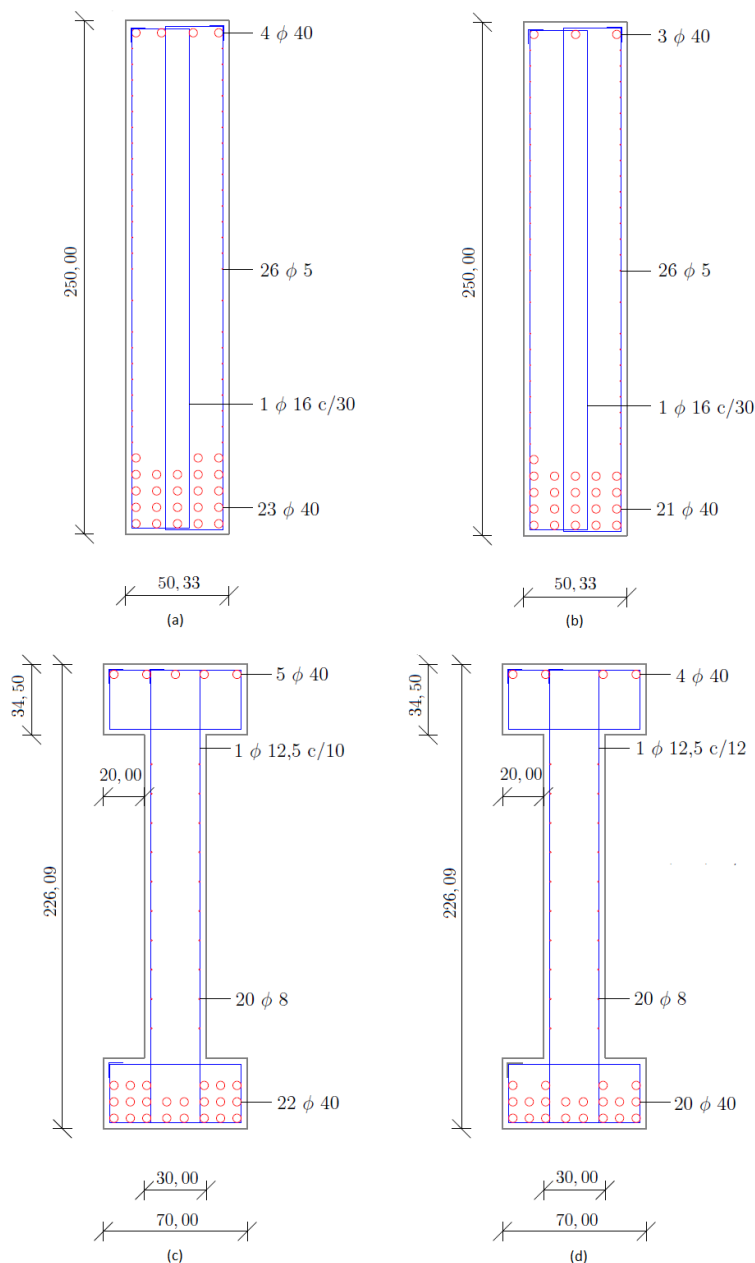
| Resultados | Unidade | Seção retangular | Seção I | Diferença | % |
|----------------|---------|------------------|-----------|-----------|-------|
| Peso total | kg/m | 14.863,93 | 12.515,60 | 2.348,60 | 15,80 |
| Custo concreto | R\$/m | 3.027,35 | 2.530,36 | 496,99 | 16,42 |
| Custo aço | R\$/m | 4.188,54 | 4.245,48 | -146,94 | -3,75 |
| Custo total | R\$/m | 7.215,89 | 6.875,84 | 340,05 | 4,71 |

Fonte – Elaborado pela autora

Observa-se, através da Tabela 15, que para o caso de vigas retangulares não houve variações significativas nas dimensões da seção transversal das mesmas. Em contrapartida, para as vigas com seção I, a largura da seção transversal e a largura de cada aba foram reduzidas aos limites inferiores pré-estabelecidos, como mencionado anteriormente, com o

intuito de aumentar a altura e, conseqüentemente, a rigidez do elemento em estudo. Em relação à Tabela 16, observa-se que os parâmetros mais impactantes na diferença direta entre as seções retangular e I são o peso total e o custo do concreto. Isso ocorre devido à redução das dimensões da seção transversal quando comparada com o exemplo anterior. No entanto, para o caso das seções I, a armadura se tornou mais custosa.

Figura 32 – Seções transversais para 3 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Longarina da esquerda/direita seção retangular (b) Longarina central seção retangular (c) Longarina esquerda/direita seção I (d) Longarina central seção I

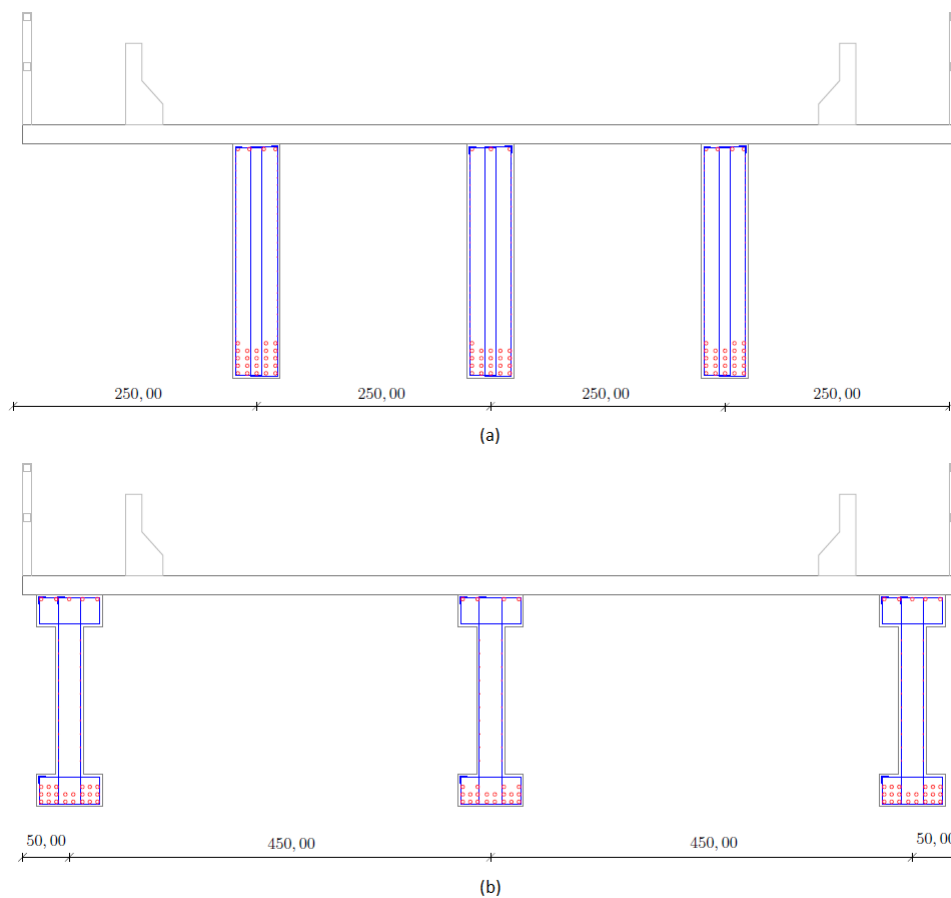
Fonte – Elaborado pela autora

A Figura 32 demonstra a seção transversal otimizada obtida para o caso em que três longarinas de concreto armado são utilizadas em uma ponte com vão livre de 35

metros. O detalhamento das armaduras necessárias para suportar os esforços de cálculo também são apresentados na figura. Nesse caso, as longarinas das extremidades (esquerda e direita - simétricas) e a longarina central foram dimensionadas. A Figura 33 ilustra a seção transversal da ponte, considerando as variáveis X_3 e X_4 .

Assim como no exemplo anterior, verificou-se que as seções transversais em formato de I são vantajosas para uma distribuição mais eficiente das armaduras, especialmente aquelas sujeitas a esforços de tração. Essas seções permitem reduzir a altura da seção transversal, resultando em uma diminuição da área, peso e custo da longarina.

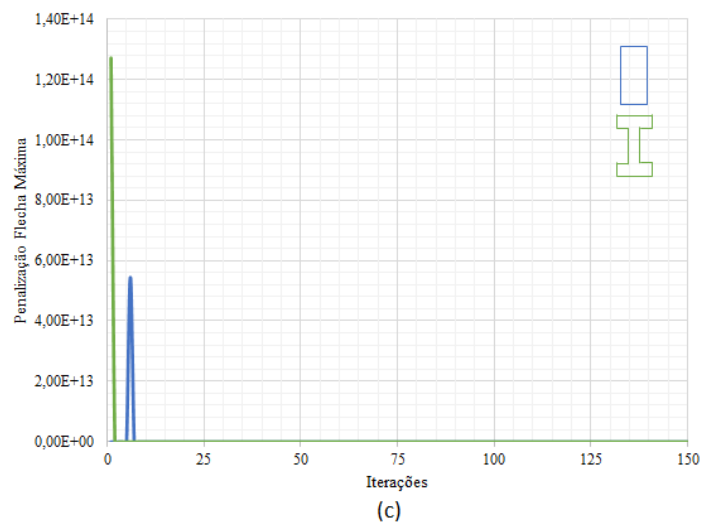
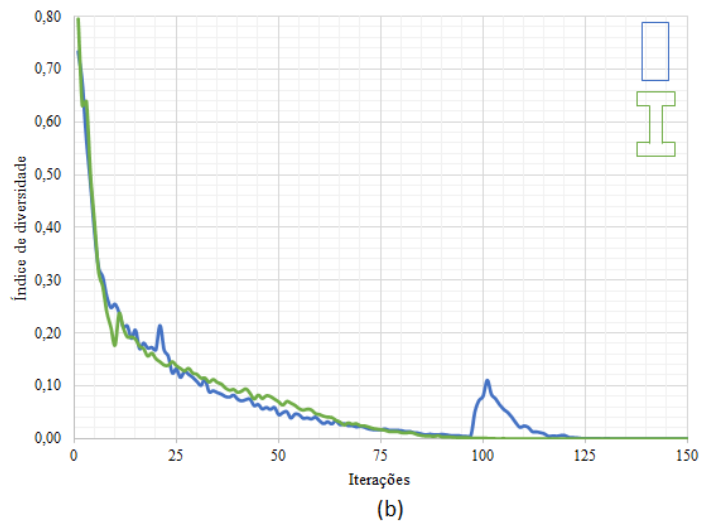
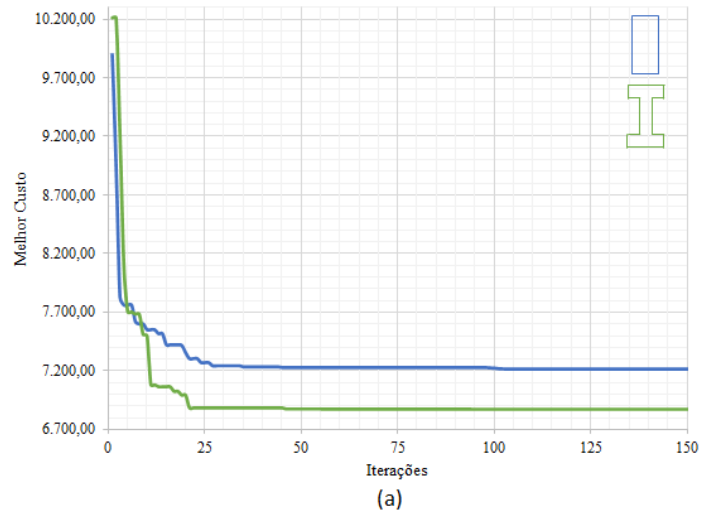
Figura 33 – Vista transversal da ponte com 3 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Seção retangular (b) Seção I
Fonte – Elaborado pela autora

Após o término do processo de otimização, foram avaliados os gráficos de custo total, índice de diversidade e penalizações de flecha máxima em relação às iterações, como mostrado na Figura 34. É possível observar que o comportamento do processo de otimização foi semelhante ao exemplo anterior. No caso do índice de diversidade da seção retangular, foram observadas algumas variações mais abruptas a partir de cerca de 100 iterações, enquanto para a seção I, permaneceu dentro do padrão esperado. Em relação às penalizações, elas tiveram uma participação efetiva apenas no início do processo.

Figura 34 – Gráficos para 3 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Melhor custo x Iterações (b) Índice de diversidade x Iterações (c) Penalizações flecha máxima x Iterações

Fonte – Elaborado pela autora

Os resultados obtidos para a seção retangular considerando três longarinas foram apresentados na seção anterior, mas foram mantidos nesta subseção para facilitar a comparação.

6.2.3 Quatro Longarinas

Nesta subseção, foram avaliadas a disposição de quatro longarinas na seção transversal da ponte, sendo consideradas as seções retangulares e em forma de I para as vigas, para uma ponte com 35 metros de vão livre. Os resultados obtidos para as variáveis de projeto por meio do processo de otimização estão listados na Tabela 17. Além disso, a Tabela 18 apresenta os custos totais e pesos por metro linear da ponte.

Tabela 17 – Resultados das variáveis com 4 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção Retangular | Seção I | Observações |
|------------|---------|------------------|---------|-------------------------------------|
| X_1 | cm | 20,00 | 20,00 | Espessura do deck |
| X_2 | cm | 245,76 | 200,84 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 123,45 | 159,63 | Balanço |
| X_4 | cm | 251,03 | 226,91 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 50,00 | 30,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | - | 20,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | - | 70,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | - | 34,50 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

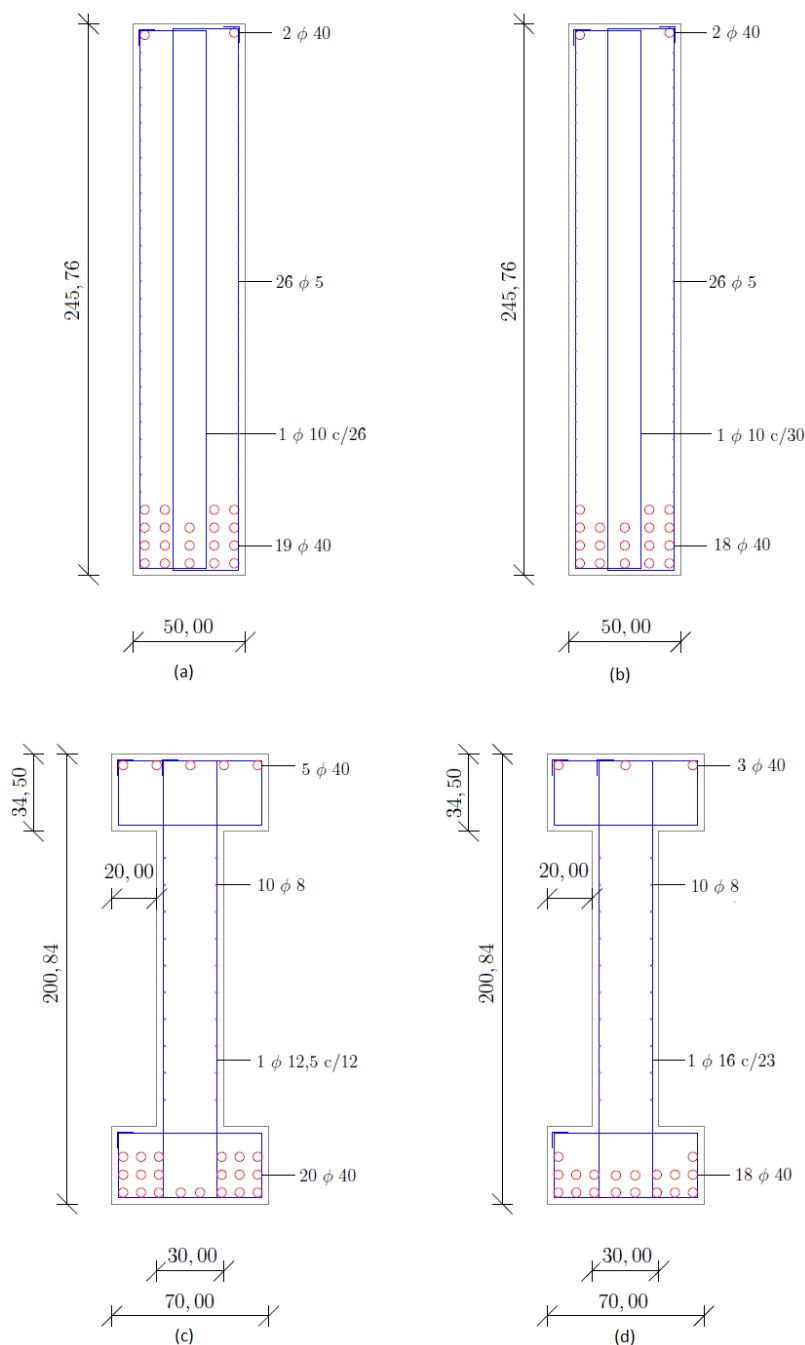
Tabela 18 – Resultados dos custos com 4 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção retangular | Seção I | Diferença | % |
|----------------|---------|------------------|-----------|-----------|--------|
| Peso total | kg/m | 17.729,08 | 14.180,26 | 3.548,82 | 20,02 |
| Custo concreto | R\$/m | 3.625,17 | 2.865,46 | 759,71 | 20,96 |
| Custo aço | R\$/m | 4.437,75 | 5.016,14 | -578,39 | -13,03 |
| Custo total | R\$/m | 8.062,92 | 7.881,61 | 181,31 | 2,25 |

Fonte – Elaborado pela autora

Através da análise da Tabela 17, constata-se que as dimensões transversais, tanto da seção retangular quanto da seção I (alma e aba), mantiveram-se iguais aos limites inferiores estabelecidos para tais variáveis. Quanto à altura, a seção retangular apresentou uma pequena redução em relação aos exemplos anteriores. Por outro lado, a altura da seção I continuou a diminuir, representando a maior diferença percentual no peso e no custo de concreto, conforme observado na Tabela 18. Entretanto, constatou-se que o custo da armadura para a seção do tipo I apresentou-se mais elevado, o que gerou uma diferença reduzida no custo total (soma do custo do concreto e do aço) entre a utilização da seção I e da seção retangular.

Figura 35 – Seções transversais para 4 longarinas e vão livre de 35 metros

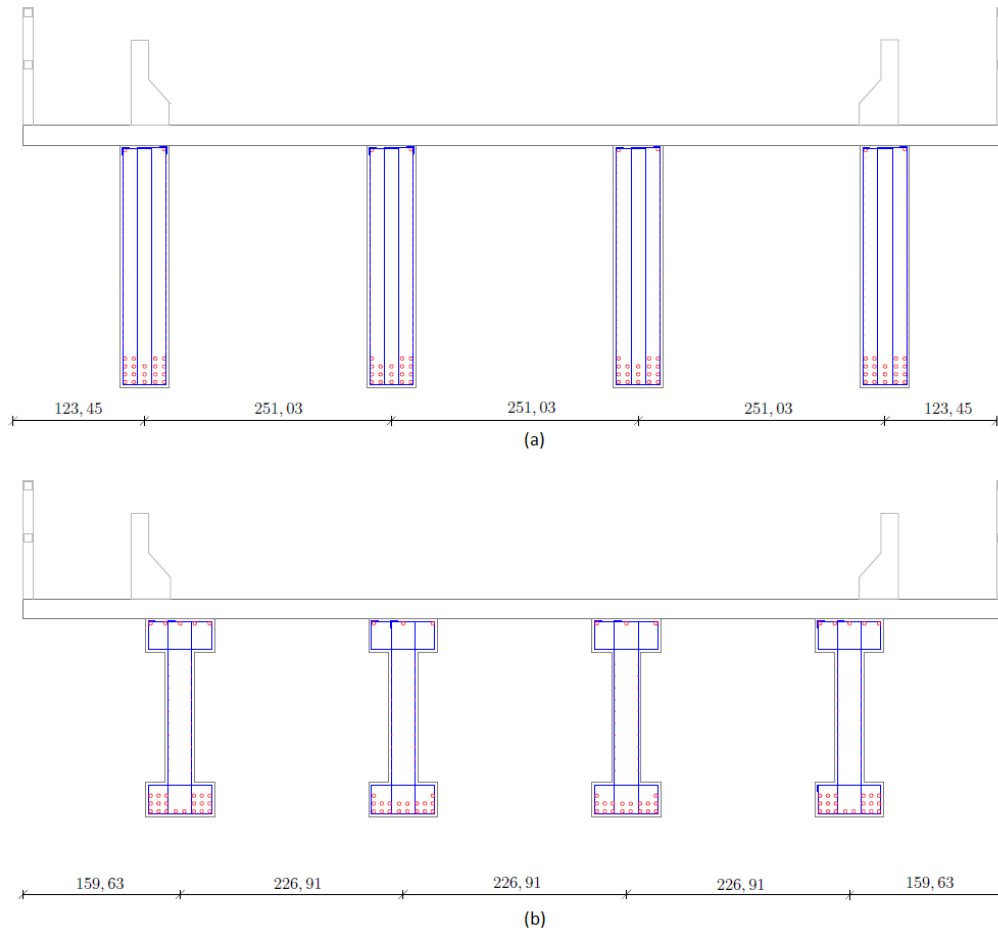


Fonte – Elaborado pela autora

A seção otimizada para quatro longarinas de concreto armado em uma ponte com vão livre de 35 metros é apresentada na Figura 35, juntamente com o detalhamento das armaduras necessárias para suportar os esforços de cálculo. Nesse caso, foram dimensionadas as longarinas das extremidades (esquerda e direita - simétricas) e as longarinas centrais (simétricas). A Figura 36 ilustra a seção transversal da ponte também considerando as variáveis X_3 e X_4 .

Constatou-se, como mencionado anteriormente, que as seções transversais do tipo I são favoráveis para uma distribuição otimizada das armaduras, particularmente aquelas sujeitas a esforços de tração. Essas seções possibilitam a redução da altura da seção transversal, o que resulta em uma diminuição da área, peso e custo associados à longarina.

Figura 36 – Vista transversal da ponte com 4 longarinas e vão livre de 35 metros

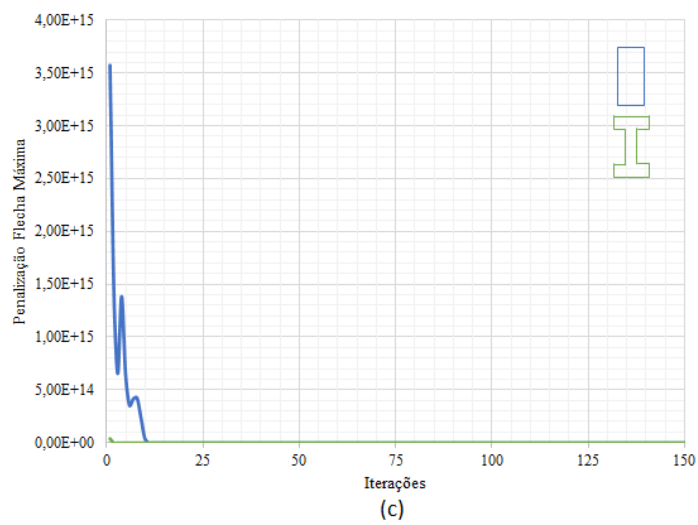
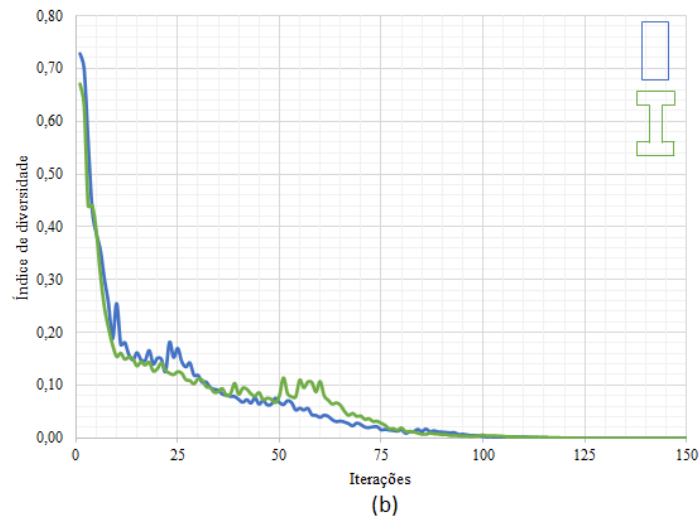
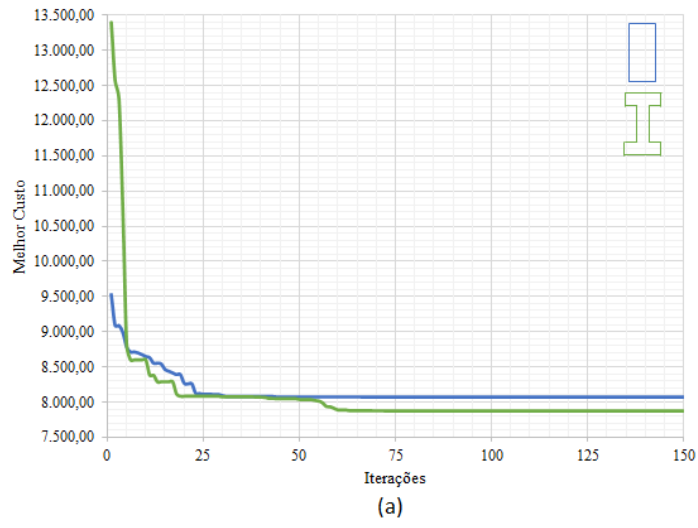


(a) Seção retangular (b) Seção I
Fonte – Elaborado pela autora

A Figura 37 ilustra os gráficos que mostram o menor custo, o índice de diversidade e as penalizações da flecha máxima em relação às iterações, de forma semelhante aos exemplos anteriores. Observa-se que a diferença mais significativa entre as seções transversais ocorre no gráfico de menor custo (item (a) da figura), onde o custo inicial da seção I é consideravelmente mais elevado do que o da seção retangular. Além disso, pode-se verificar que a restrição de flecha máxima não foi ativada nas seções I, enquanto na seção retangular foi ativada somente no início do processo. Com relação ao gráfico de índice de diversidade (item (b) da figura), a linha de tendência se aproximou da linha ideal esperada, conforme apresentado na Figura 10, fato que demonstra que a rotina de otimização possui um bom equilíbrio entre a exploração global e o refino local.

Vale ressaltar que ao analisar de modo mais preciso, no caso de seções I a penalização

Figura 37 – Gráficos para 4 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Melhor custo x Iterações (b) Índice de diversidade x Iterações, (c) Penalizações flecha máxima x Iterações

Fonte – Elaborado pela autora

por violação da restrição de flecha máxima foi ativada apenas na primeira iteração, porém ampliando a vista e considerando um total de 150 iterações, pode-se desconsiderar tal fato ocorrido.

6.2.4 Cinco Longarinas

A Tabela 19 exhibe os resultados obtidos para as variáveis de projeto, considerando 5 longarinas de seção retangular e seção I, mantendo-se o vão de 35 metros e considerando o método PSO como otimizador. E a Tabela 20 apresenta os resultados referente ao peso, custo do concreto e do aço, e o custo total, ambos equivalentes a um metro de ponte.

Tabela 19 – Resultados das variáveis com 5 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção Retangular | Seção I | Observações |
|------------|---------|------------------|---------|-------------------------------------|
| X_1 | cm | 20,00 | 20,00 | Espessura do deck |
| X_2 | cm | 211,08 | 184,54 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 250,00 | 159,90 | Balanço |
| X_4 | cm | 125,00 | 170,05 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 50,00 | 30,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | - | 20,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | - | 70,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | - | 34,50 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 20 – Resultados dos custos com 5 longarinas e vão livre de 35 metros

| Resultados | Unidade | Seção retangular | Seção I | Diferença | % |
|----------------|---------|------------------|-----------|-----------|-------|
| Peso total | kg/m | 18.707,87 | 15.792,83 | 2.915,04 | 15,58 |
| Custo concreto | R\$/m | 3.814,86 | 3.191,61 | 623,25 | 16,34 |
| Custo aço | R\$/m | 5.194,03 | 5.598,58 | -404,55 | -7,79 |
| Custo total | R\$/m | 9.008,89 | 8.790,19 | 218,70 | 2,43 |

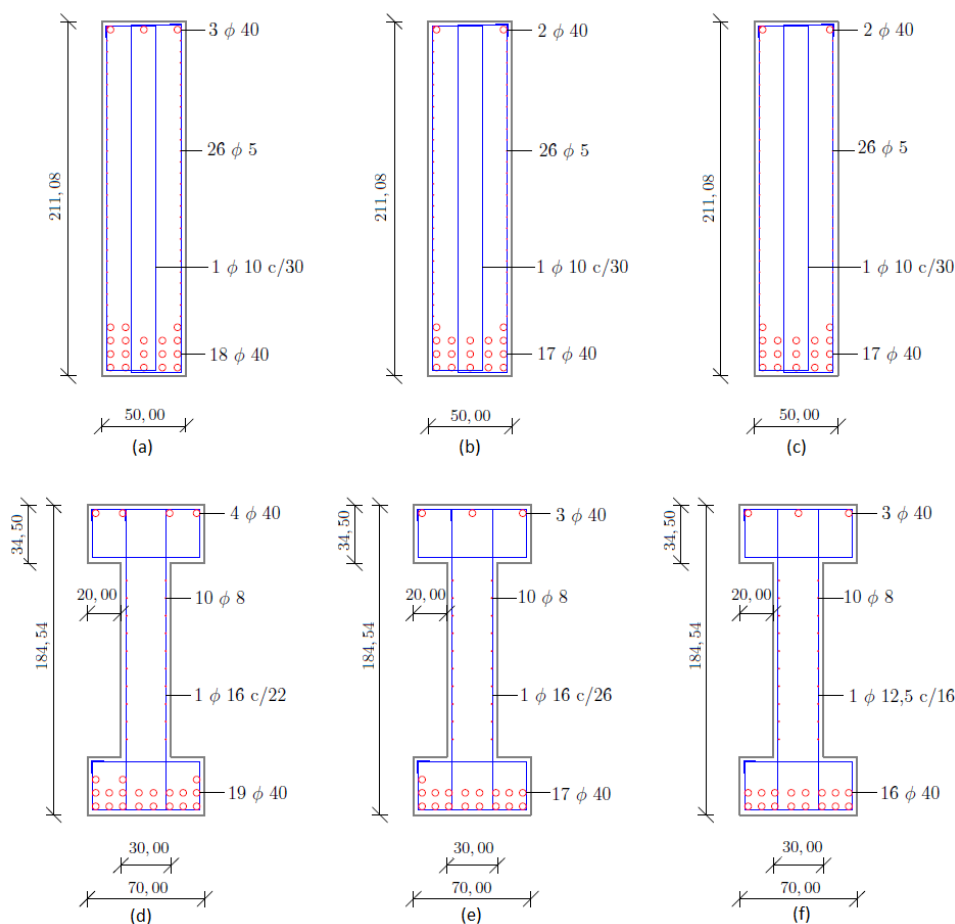
Fonte – Elaborado pela autora

De acordo com a Tabela 19, pode-se observar que, da mesma forma que nos casos apresentados anteriormente, as variáveis relacionadas à largura da seção transversal permaneceram iguais ao limite inferior adotado, enquanto as alturas das longarinas foram reduzidas. Nesse caso, é possível notar que houve uma redução mais significativa na altura das vigas, em ambos os modelos de seção transversal, se comparado com o exemplo anterior. Essa redução proporcionou uma vantagem para as seções I em relação às seções retangulares, mas quanto ao custo do aço, a seção retangular mostrou-se mais econômica, o que tornou a diferença final entre os modelos, mais equilibrada.

No estudo em questão, devido à simetria da ponte, foi necessário realizar o dimensionamento/otimização de três longarinas: as das extremidades (bordas), as intermediárias e a central. A Figura 38 apresenta as longarinas com dimensões otimizadas, juntamente

com a indicação da quantidade de barras necessárias para suportar os esforços de cálculo. Além disso, a disposição das longarinas na seção transversal da ponte pode ser verificada na Figura 39, contendo a indicação das cotas que representam as variáveis X_3 e X_4 .

Figura 38 – Seções transversais para 5 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Longarinas da extrema esquerda/direita (bordas) seção retangular (b) Longarinas intermediárias seção retangular (c) Longarinas centrais seção retangular (d) Longarinas da extrema esquerda/direita (bordas) seção I (e) Longarinas intermediárias seção I (f) Longarinas centrais seção I

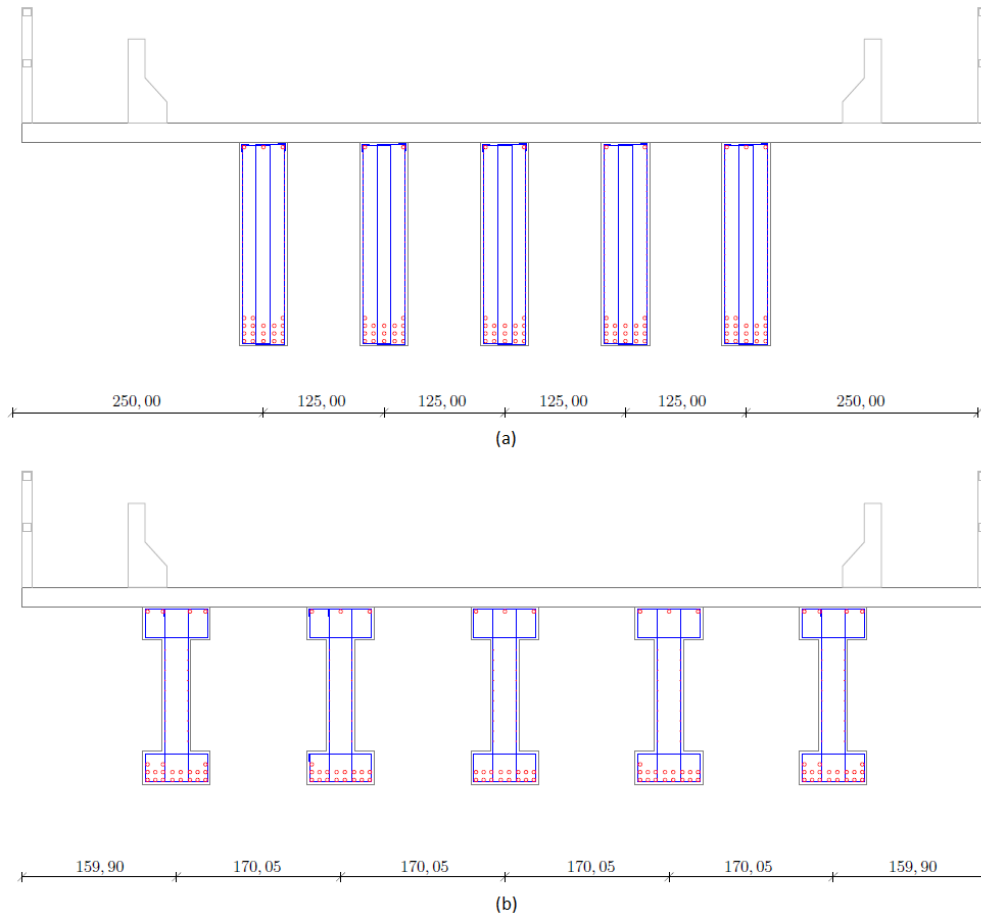
Fonte – Elaborado pela autora

No final do processo de otimização, foram analisados gráficos que mostram o menor custo, o índice de diversidade e as penalizações referentes à flecha máxima em relação às iterações. Verificou-se que, em ambos os casos, houve um bom equilíbrio entre a exploração global e o refinamento local. Além disso, notou-se que as penalizações de restrição da flecha máxima não foram ativadas para as seções retangulares, e apenas no início do processo para as seções em formato de I.

Além das considerações anteriores, é importante ressaltar que, em vigas de seção I, as abas desempenham um papel crucial. Essas abas aumentam a área da seção, permitindo a inclusão de armaduras adicionais. Ao posicionar as armaduras mais próximas da base ou do topo da seção, é possível reduzir a altura útil da seção, o que resulta na redução da

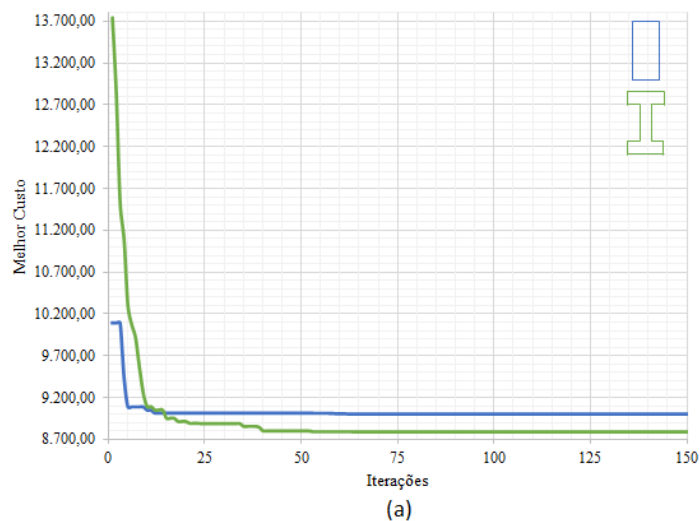
altura das longarinas sem comprometer a capacidade de carga. Essa análise foi reiterada nos exemplos anteriores desta seção, evidenciando a eficácia dessa abordagem.

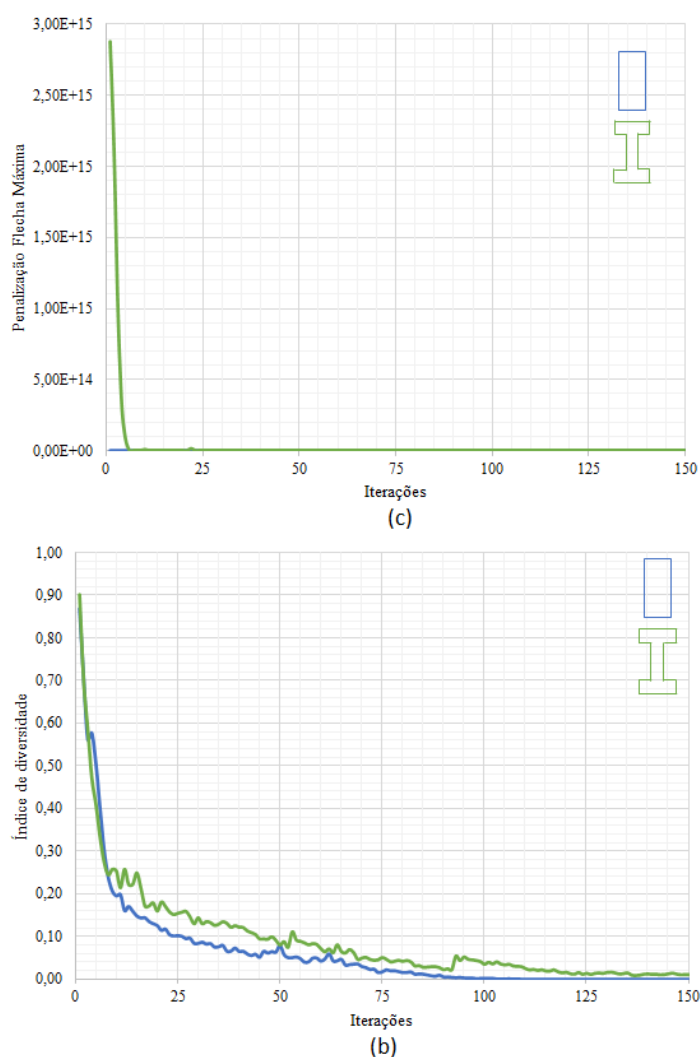
Figura 39 – Vista transversal da ponte com 5 longarinas e vão livre de 35 metros



(a) Seção retangular (b) Seção I
Fonte – Elaborado pela autora

Figura 40 – Gráficos para 5 longarinas e vão livre de 35 metros





(a) Melhor custo x Iterações (b) Índice de diversidade x Iterações, (c) Penalizações flecha máxima x Iterações

Fonte – Elaborado pela autora

6.2.5 Considerações finais do subcapítulo

Com base nos resultados obtidos nos exemplos anteriores, realizou-se uma comparação dos custos de cada tipo de seção transversal, levando em consideração o acréscimo de longarinas, conforme apresentado na Tabela 21 para seções retangulares, e a Tabela 22 para seções em I. Vale ressaltar que o método de otimização utilizado nas análises foi o PSO. Observou-se que o custo pode ser representado por uma linha de tendência, linear em ambas as situações. Desta forma permite que a estimativa e/ou obtenção do custo com “n” longarinas, seja obtida por meio de uma equação algébrica, Figura 41.

A Figura 41 apresenta duas linhas de tendência, sendo a linha azul referente à seção transversal retangular e a linha verde representando a seção transversal em formato de I. O coeficiente de determinação (R^2) foi calculado e obteve-se um valor muito próximo de 1, indicando que o modelo de regressão é altamente preciso na previsão dos valores de resposta e explica 99,84% (no caso da seção I, por exemplo) da variância total dos dados

Tabela 21 – Resultados seção Retangular com vão de 35 metros

| Resultados | Unidade | 2 Longarinas | 3 Longarinas | 4 Longarinas | 5 Longarinas |
|----------------|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Peso total | kg/m | 11.723,80 | 14.863,93 | 17.729,08 | 18.707,87 |
| Custo concreto | kg/m | 2.368,05 | 3.027,35 | 3.625,17 | 3.814,86 |
| Custo aço | kg/m | 4.191,26 | 4.188,54 | 4.437,75 | 5.194,03 |
| Custo total | R\$/m | 6.559,31 | 7.215,89 | 8.062,92 | 9.008,89 |

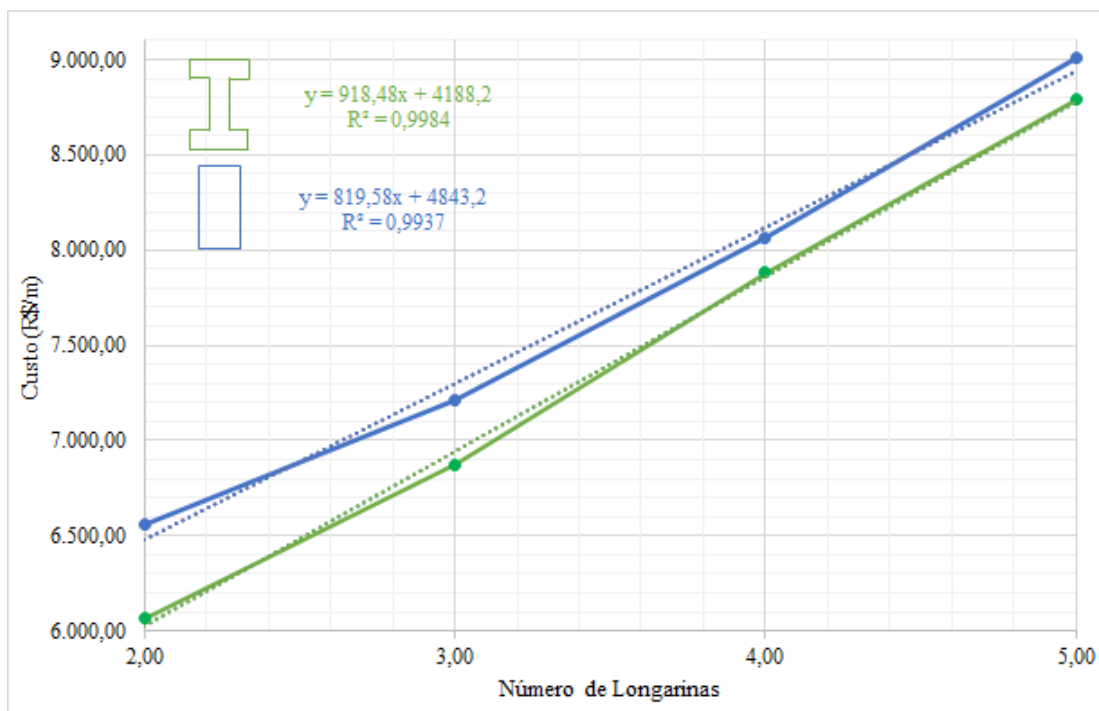
Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 22 – Resultados seção I com vão de 35 metros

| Resultados | Unidade | 2 Longarinas | 3 Longarinas | 4 Longarinas | 5 Longarinas |
|----------------|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Peso total | kg/m | 10.753,52 | 12.515,60 | 14.180,26 | 15.792,83 |
| Custo concreto | kg/m | 2.169,58 | 2.530,36 | 2.865,46 | 3.191,61 |
| Custo aço | kg/m | 3.894,28 | 4.345,48 | 5.016,14 | 5.598,58 |
| Custo total | R\$/m | 6.063,86 | 6.875,84 | 7.881,61 | 8.790,19 |

Fonte – Elaborado pela autora

Figura 41 – Custo versus número de longarinas



Fonte – Elaborado pela autora

observados. Essa alta correlação entre as variáveis independentes e a variável dependente sugere uma forte relação linear e uma boa adequação do modelo aos dados observados.

Ao analisar as Tabelas 21 e 22, pode-se concluir que, considerando apenas o custo das longarinas individualmente (sem levar em conta o dimensionamento, e conseqüentemente o custo dos materiais das lajes e pilares), a situação mais vantajosa para uma ponte em grelha composta por longarinas em concreto armado com armadura passiva, que possui

um vão de 35 metros, é quando se utiliza duas longarinas de seção I. A seção transversal, assim como as armaduras necessárias para estas configurações podem ser lembradas no item (b) da Figura 29.

É importante destacar que os resultados obtidos neste estudo não incluem o custo das formas para a construção das vigas e os custos associados à obra, como o içamento das vigas e a mão de obra. Além disso, é preciso ressaltar que a análise foi feita em uma ponte hipotética com um vão de 35 metros. Em uma situação de projeto real, é essencial avaliar se há restrições específicas de construção da ponte, como altura máxima para as vigas, limites de largura para a seção transversal e outros parâmetros que podem variar conforme a obra, o local ou o projeto, e que irão influenciar diretamente na escolha da melhor configuração.

6.3 Análise comparativa entre diferentes vãos

Em paralelo às análises anteriores, realizou-se uma avaliação do custo da ponte levando em consideração diferentes comprimentos de vãos livres. Os vãos avaliados foram de 15, 25, 35, 40 e 45 metros de comprimento. Nessa fase, realizou-se uma análise mais simplificada, sem considerar as variáveis da seção transversal e o detalhamento das armaduras necessárias para suportar aos esforços de cálculo. O objetivo principal dessa análise foi verificar se há uma relação de aumento quadrática no custo total da ponte com o aumento do comprimento do vão. O método de otimização utilizado nesta análise continuou sendo o PSO.

Tabela 23 – Análise de custo com utilização de duas longarinas

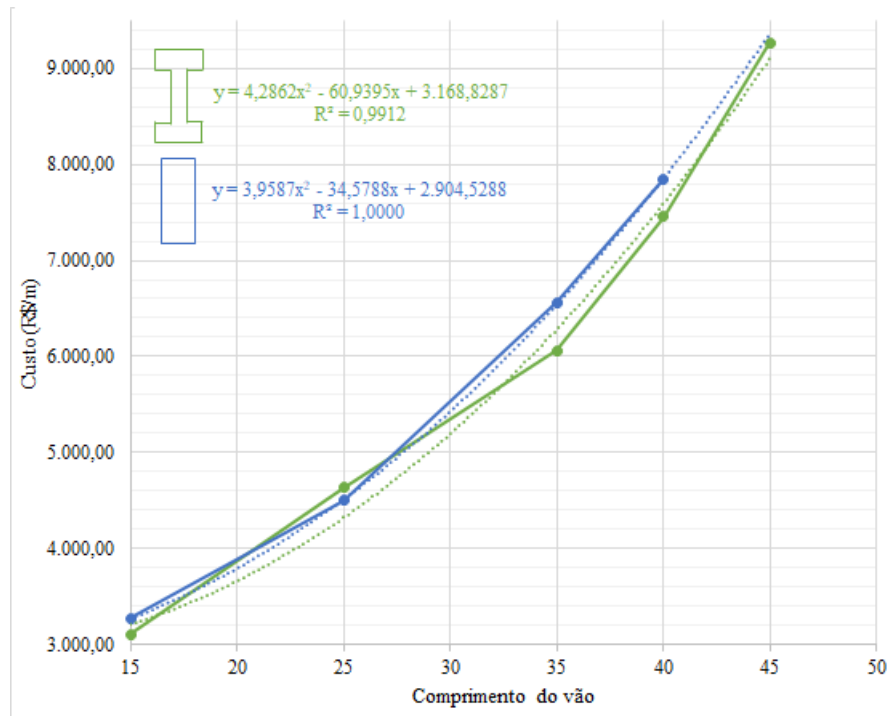
| Resultados | Unidade | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Retangular | R\$/m | 3.279,68 | 4.503,87 | 6.559,31 | 7.847,03 | – |
| Seção I | R\$/m | 3.110,28 | 4.633,47 | 6.063,86 | 7.450,69 | 9.266,91 |
| Diferença | R\$/m | 169,40 | –129,60 | 495,45 | 396,34 | – |

Fonte – Elaborado pela autora

Conforme esperado, constatou-se que a relação entre o custo e o comprimento do vão não pôde ser descrita por uma equação linear de primeiro grau, tanto para a seção retangular quanto para a seção I, conforme ilustrado na Figura 42. Ao analisar os gráficos de penalização em relação às iterações (no subcapítulo anterior), observou-se que o fator determinante para o dimensionamento das seções transversais foi o ELU, através do esforço de Momento Fletor, uma vez que a estrutura sofreu pouquíssimas alterações devido à flecha máxima (ELS).

Conforme a lei dos momentos, em vigas bi-apoiadas, o momento fletor aumenta proporcionalmente ao quadrado do comprimento do vão devido à distribuição da carga

Figura 42 – Custo versus Comprimento do vão - 2 longarinas



Fonte – Elaborado pela autora

ao longo da viga. À medida que o vão aumenta, a distância entre os pontos de apoio também aumenta, resultando em maiores momentos fletores para equilibrar a carga aplicada. Portanto, observa-se que é possível estimar uma linha de tendência quadrática para calcular o custo em função do comprimento do vão das longarinas, com um fator de regressão altamente preciso, da ordem de 0,99.

No entanto, é importante ressaltar que a lei dos momentos é uma simplificação aplicável a vigas com cargas uniformemente distribuídas. Em situações mais complexas, com cargas concentradas ou distribuídas de forma não uniforme, é necessário recorrer a técnicas de análise avançadas, como diagramas de momento fletor, para determinar a distribuição precisa do momento ao longo da viga.

A Tabela 29 apresenta os valores correspondentes ao custo total da ponte, considerando duas longarinas para as seções retangular e I. Ao considerar um vão livre de 45 metros, observou-se que a rotina de otimização não encontrou nenhuma área de seção transversal que suportasse a todos os esforços de cálculo (considerando os limites superiores e inferiores para as variáveis). Portanto, para resolver esse problema, seria necessário aumentar os valores limites das variáveis ou optar por soluções alternativas, como o acréscimo de longarinas ou a alteração do material constituinte.

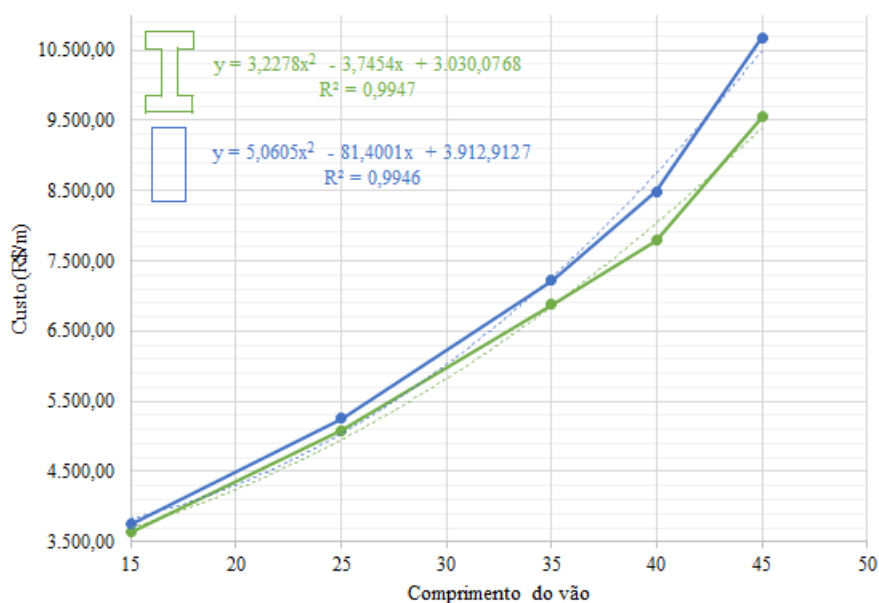
Ao considerar a utilização de três longarinas na ponte, verificou-se que a relação entre o custo e o comprimento do vão é quadrática, conforme explicado no exemplo anterior

Tabela 24 – Análise de custo com utilização de três longarinas

| Resultados | Unidade | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Retangular | R\$/m | 3.748,05 | 5.254,82 | 7.215,89 | 8.486,75 | 10.680,12 |
| Seção I | R\$/m | 3.643,52 | 5.091,64 | 6.875,84 | 7.787,90 | 9.550,87 |
| Diferença | R\$/m | 104,53 | 163,18 | 340,05 | 698,85 | 1.129,25 |

Fonte – Elaborado pela autora

Figura 43 – Custo versus Comprimento do vão - 3 longarinas



Fonte – Elaborado pela autora

e ilustrado na Figura 43. Da mesma forma, o fator de regressão para este caso é muito preciso. A Tabela 24 apresenta os valores correspondentes aos custos totais da ponte para diferentes comprimentos de vão, obtidos por meio de otimização. Diferentemente do exemplo anterior, foi possível obter os dimensionamentos para os diferentes comprimentos de vão. Além disso, é importante destacar que, à medida que se aumenta o número de longarinas e o comprimento do vão, a diferença de custo entre a utilização de seções retangulares e seções I se torna mais significativa, favorecendo as seções I.

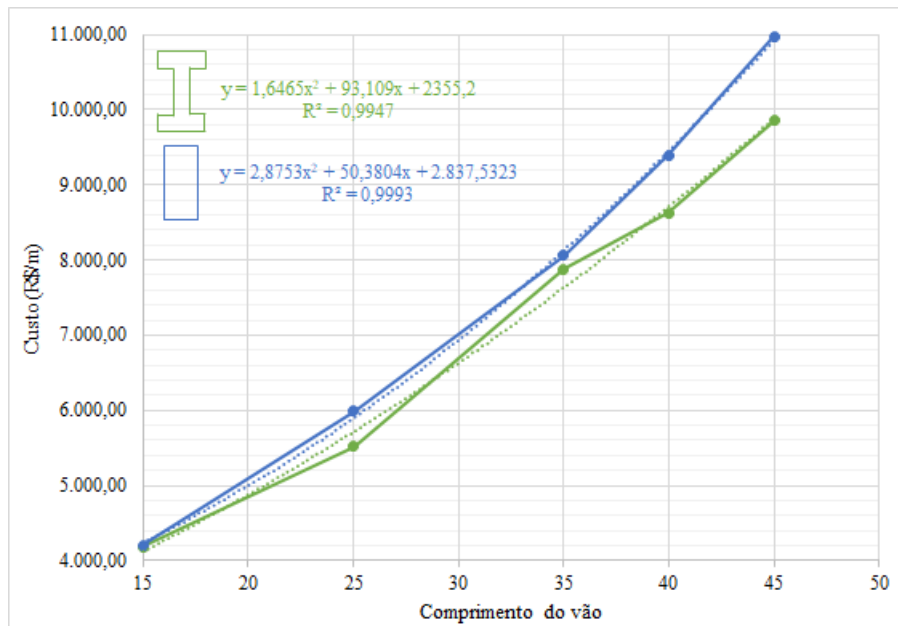
Tabela 25 – Análise de custo com utilização de quatro longarinas

| Resultados | Unidade | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Retangular | R\$/m | 4.206,41 | 5.988,55 | 8.062,92 | 9.398,35 | 10.981,46 |
| Seção I | R\$/m | 4.183,12 | 5.518,25 | 7.881,61 | 8.623,07 | 9.852,61 |
| Diferença | R\$/m | 23,29 | 470,30 | 181,31 | 775,28 | 1.128,85 |

Fonte – Elaborado pela autora

A Tabela 25 apresenta os resultados do custo total da ponte considerando quatro longarinas e comprimentos de vãos alternativos. Conforme mencionado, observa-se que a

Figura 44 – Custo versus Comprimento do vão - 4 longarinas



Fonte – Elaborado pela autora

discrepância entre os custos das seções transversais aumenta à medida que o comprimento do vão aumenta. Portanto, constata-se que tal diferença não segue uma progressão linear, e sim quadrática, respeitando a lei dos momentos, assim como o custo total da ponte, conforme pode ser visto na Figura 44.

Tabela 26 – Análise de custo com utilização de cinco longarinas

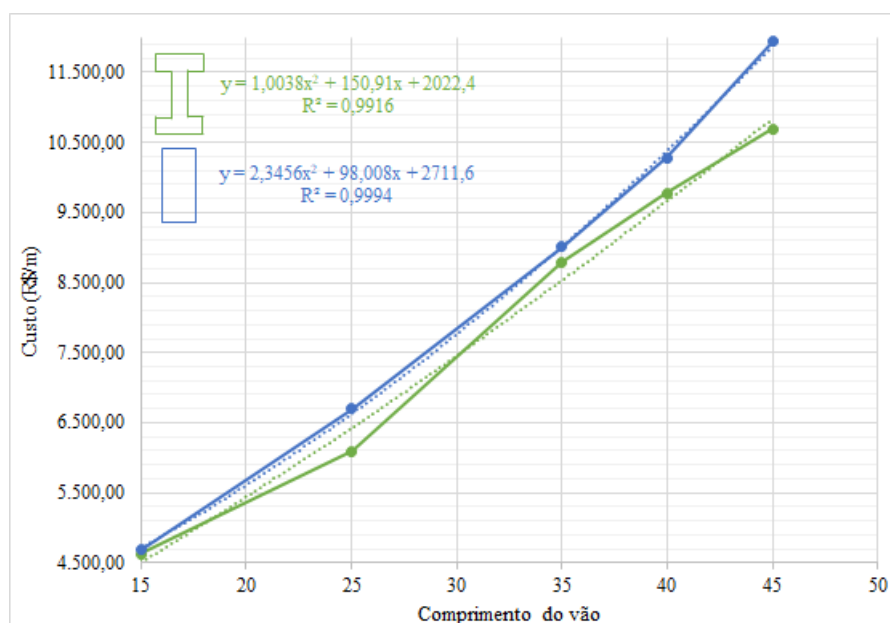
| Resultados | Unidade | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|---------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| Retangular | R\$/m | 4.682, 12 | 6.697, 46 | 9.008, 89 | 10.283, 96 | 11.937, 23 |
| Seção I | R\$/m | 4.624, 60 | 6.097, 72 | 8.790, 19 | 9.773, 93 | 10.692, 13 |
| Diferença | R\$/m | 57, 52 | 599, 74 | 218, 70 | 510, 03 | 1.245, 10 |

Fonte – Elaborado pela autora

Por fim, procedeu-se à avaliação da situação de cinco longarinas, e constatou-se, tal como nos exemplos anteriores, que o custo não é diretamente proporcional ao aumento do vão, ou seja, não pode ser expresso por meio de uma equação algébrica linear, e sim de através de uma equação de 2º grau, conforme esperado. Este fato é ilustrado na Figura 45. O mesmo ocorre com a diferença de custos entre as seções I e retangular, conforme apresentado na Tabela 26, onde se observa uma oscilação dos custos para vãos de 25, 35 e 40 metros.

Com base nos resultados obtidos até o momento, procedeu-se com uma análise comparativa do custo em função do número de longarinas para cada comprimento de vão, tal como realizado ao final do subcapítulo anterior. Inicialmente, os custos das vigas de seção retangular foram analisados, conforme apresentado na Tabela 27. A Figura 46 é um

Figura 45 – Custo versus Comprimento do vão - 5 longarinas



Fonte – Elaborado pela autora

gráfico que ilustra tais resultados, exibindo o número de longarinas no eixo das abscisas (x) e o custo total no eixo das ordenadas (y) para as longarinas com seção retangular. Cada linha colorida representa um comprimento de vão específico, conforme indicado na legenda.

Tabela 27 – Custos seção Retangular com diferentes comprimentos de vãos

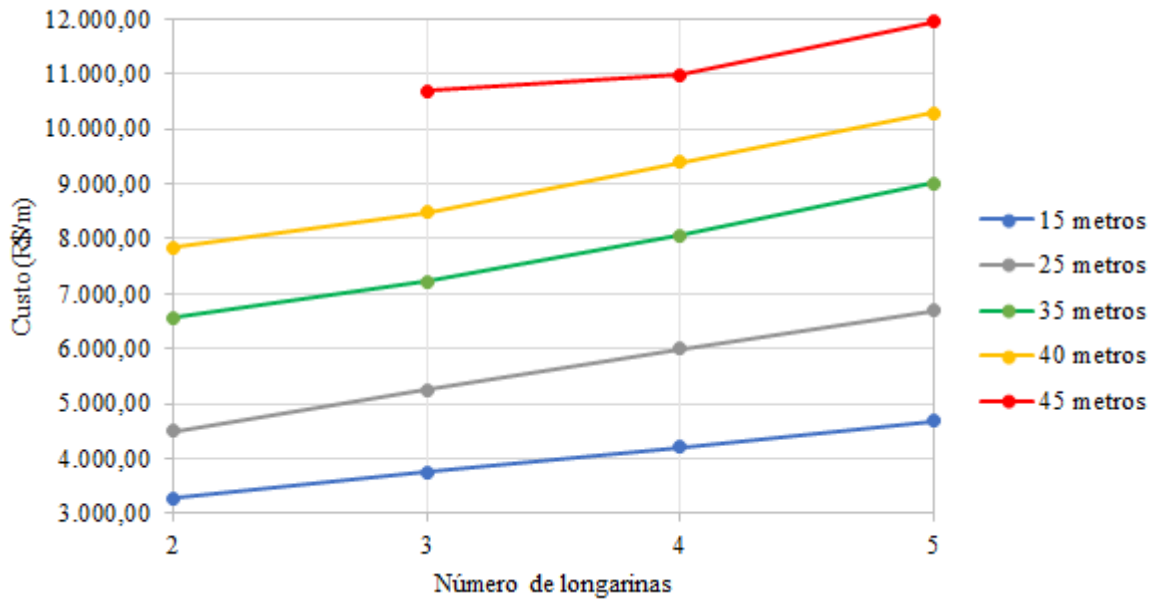
| Longarinas | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 2 | 3.279,68 | 4.503,87 | 6.559,31 | 7.847,03 | - |
| 3 | 3.748,05 | 5.254,82 | 7.215,89 | 8.486,75 | 10.680,12 |
| 4 | 4.206,41 | 5.988,55 | 8.062,92 | 9.398,35 | 10.981,46 |
| 5 | 4.682,12 | 6.697,46 | 9.008,89 | 10.283,96 | 11.937,23 |

Fonte – Elaborado pela autora

É possível verificar na Figura 46 que para pontes com seção transversal retangular, com um comprimento de vão de até 40 metros, o custo total das longarinas pode ser modelado por uma equação linear. Porém, para pontes com um comprimento de vão superior a 40 metros, o aumento do custo em relação ao número de longarinas não segue mais uma relação inversamente proporcional, portanto, não pode ser descrito por uma equação linear de primeiro grau.

A verificação desta análise é aplicada para pontes que apresentam seção transversal em formato de I, conforme evidenciado pelos resultados expostos na Figura 47 e na Tabela 28. Para esta configuração de seção transversal, é possível observar que o comportamento do custo se apresenta de forma linear para vãos de até 35 metros. Entretanto, para vãos

Figura 46 – Custo versus Quantidade de Longarinas - Seção Retangular



Fonte – Elaborado pela autora

superiores a este valor, o custo total das vigas não pode ser modelado por meio de uma equação linear.

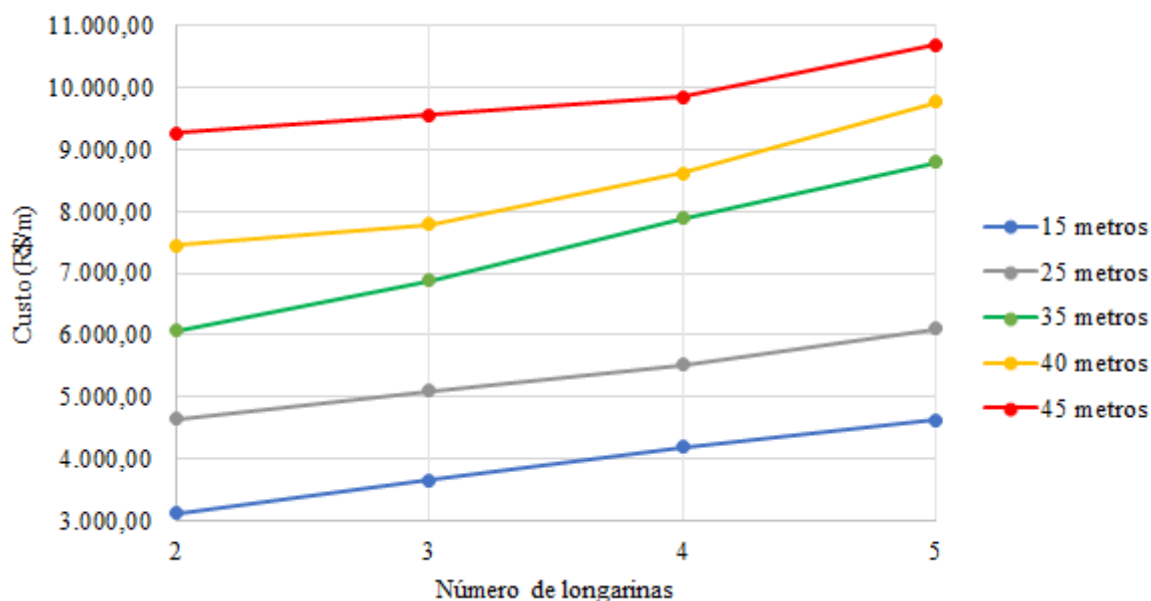
Tabela 28 – Custos seção I com diferentes comprimentos de vãos

| Longarinas | 15 metros | 25 metros | 35 metros | 40 metros | 45 metros |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 2 | 3.110,28 | 4.633,47 | 6.063,86 | 7.450,69 | 9.266,91 |
| 3 | 3.643,52 | 5.091,64 | 6.875,84 | 7.787,90 | 9.550,87 |
| 4 | 4.183,12 | 5.518,25 | 7.881,61 | 8.623,07 | 9.852,61 |
| 5 | 4.624,60 | 6.097,72 | 8.790,19 | 9.773,93 | 10.692,13 |

Fonte – Elaborado pela autora

Enfim, o custo das vigas de uma ponte com relação ao comprimento do vão podem ser representados por uma função quadrática, quando o momento fletor for o fator determinante no dimensionamento das longarinas. Com relação ao custo da ponte, mantendo-se o mesmo comprimento de vão longitudinal e variando a quantidade de longarinas na seção transversal, foi observado que em certos casos, a relação entre custo e quantidade de longarinas pode ser modelada por uma equação linear, dependendo do tipo de seção transversal empregado. Contudo, verificou-se que, para vãos mais extensos, esta relação deixa de ser linear, o que indica que é necessário avaliar cada caso em particular para determinar a relação adequada entre o custo e a quantidade de longarinas na seção transversal da ponte.

Figura 47 – Custo versus Quantidade de Longarinas - Seção I



Fonte – Elaborado pela autora

6.4 Comentários Adicionais

Com o intuito de fornecer fundamentação ao estudo de caso aplicado no presente trabalho, foram requisitadas à Prefeitura Municipal de Blumenau informações referentes ao histórico das pontes da cidade, incluindo dados como material de construção, vão, seção transversal e outros aspectos relevantes. Isso se deve à observação de que há diversas pontes de vãos relativamente curtos que desempenham um papel crucial na mobilidade urbana. A escolha do material constituinte e do comprimento do vão é justificada por essa importância.

Em resposta a essa solicitação, a Prefeitura enviou um documento contendo informações sobre a localização e o material constituinte das pontes, conforme Anexo A. A análise desses documentos permitiu identificar a existência de 207 pontes na cidade, sendo que 160 delas (aproximadamente 77,30%) são constituídas de concreto. Cabe destacar que não foi possível obter informações acerca do vão e das seções transversais das pontes, uma vez que a Prefeitura informou não possuir um relatório ou banco de dados com essas informações.

Realizou-se uma visita a duas pontes localizadas na cidade de Blumenau, que possuem os valores de dimensões de vão livre e largura total aproximados ao do estudo de caso dos subcapítulos 6.2 e 6.3, com o objetivo de comparar a ordem de grandeza das longarinas. Cabe destacar que essa comparação é uma abordagem indireta, visto que existem diversos fatores relevantes que influenciam no processo de dimensionamento das longarinas e que não foram avaliados no contexto da análise, tais como a resistência

característica do concreto, o valor mínimo de cobrimento adotado, a presença de armadura passiva ou ativa, as cargas consideradas, a presença de transversinas no vão longitudinal, dentre outros. Além disso, é importante destacar que as dimensões apresentadas para as pontes visitadas foram obtidas por meio de uma trena a laser e, portanto, trata-se de medidas aproximadas.

Figura 48 – Ponte 01 - Vão longitudinal ponte Ruy Eduardo Willecke



Fonte – Elaborado pela autora

A primeira ponte a ser visitada é denominada Ruy Eduardo Willecke, localizada entre as ruas XV de Novembro e Avenida Presidente Castelo Branco, no bairro Centro de Blumenau. Durante o levantamento, foi possível verificar que a ponte possui extensão total de 48 metros, compreendendo um vão livre de cerca de 40 metros e largura total de 12,8 metros. É composta por cinco vigas com seção transversal em formato de I (com mísulas), com altura total de aproximadamente 2 metros e largura em torno de 1 metro, sendo que cada aba tem 24 cm de largura para cada lado, conforme se observa na Figura 48. É importante destacar que a ponte conta com uma transversina posicionada no centro do vão.

A tabela apresentada, Tabela 29, contém uma comparação dos resultados obtidos neste estudo com os dados coletados por meio de uma visita presencial à ponte Ruy Eduardo Willecke. Na Tabela 29 observa-se que a variável X_2 apresentou uma diferença pequena entre as pontes, sendo ligeiramente maior na ponte estudada. A variável X_6 também apresentou uma diferença semelhante, mas com uma medida maior na ponte

visitada. Por outro lado, a variável X_5 e, conseqüentemente, a largura total da mesa, apresentaram uma diferença maior, de aproximadamente de 30cm.

Tabela 29 – Comparação resultados Estudo de Caso versus Ponte Ruy Eduardo Willecke

| Resultados | Unidade | Seção I | Ponte Ruy | Observações |
|------------|---------|---------|-----------|-------------------------------------|
| V_{tot} | m | 40,00 | 40,00 | Comprimento do vão |
| L_{tot} | m | 10,00 | 12,80 | Largura seção transversal |
| Q_{long} | m | 5,00 | 5,00 | Quantidade de Longarinas |
| X_2 | cm | 214,13 | 200,00 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 229,36 | 50,00 | Balanço |
| X_4 | cm | 135,32 | 295,00 | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 30,00 | 52,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | 20,00 | 24,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | 70,00 | 100,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | 34,50 | 40,00 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

A segunda ponte visitada localiza-se entre as ruas Gertrúdes Metzger e Hermann Huscher, no bairro Garcia de Blumenau. A ponte possui um vão de aproximadamente 30 metros e largura de 14 metros. Segundo a Secretaria de Obras da Prefeitura Municipal de Blumenau, em 2021, foi realizado uma modificação na via por meio da construção de uma nova faixa, o que levou à inclusão de duas novas longarinas na ponte. A estrutura antiga compreende 4 longarinas com seção I, sem mísula, que possuem dimensões de 1,55 metros de altura por 0,43 metros de largura, sendo cada aba da mesa com dimensão de 18 cm. As longarinas construídas recentemente e incluídas devido o alargamento da via, possuem seção I, com mísula, e dimensões de cerca de 2,05 metros de altura por 0,65 metros de largura, e dimensão de aba de 20 cm para cada lado.

A Figura 49 apresenta parte das longarinas pertencentes à estrutura antiga e parte das construídas em 2021. É notável a diferença de altura entre as vigas e a presença de mísula na longarina mais recente. Além disso, é possível observar que a estrutura antiga possui uma transversina, ao passo que o trecho mais recente não apresenta tal elemento. Neste caso, a Tabela 30 apresenta a comparação entre a ponte visitada e a ponte estudada neste trabalho. A comparação em questão tem como único propósito avaliar a magnitude das longarinas, visto que a ponte da rua Gertrúdes Metzger é composta por dois tipos de longarinas: quatro pertencentes à estrutura antiga e duas da estrutura mais recente. Por esse motivo, apenas as dimensões das duas longarinas novas foram incluídas na tabela, e como pode ser observado, embora existam diferenças entre as pontes, as dimensões da seção transversal das longarinas são bastante semelhantes.

Com base na análise dos resultados apresentados e dos dados coletados nas visitas às pontes em Blumenau, foi constatada uma discrepância entre o desempenho ótimo de projeto e a configuração adotada para execução. Observou-se que, em ambas as pontes

Figura 49 – Ponte 02 - Seção transversal das longarinas ponte Gertrúdes Metzger



Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 30 – Comparação resultados Estudo de Caso versus Ponte Rua Gertrúdes Metzger

| Resultados | Unidade | Seção I | Ponte Gertrúdes | Observações |
|------------|---------|---------|-----------------|-------------------------------------|
| V_{tot} | m | 35,00 | 30,00 | Comprimento do vão |
| L_{tot} | m | 10,00 | 14,00 | Largura seção transversal |
| Q_{long} | m | 5,00 | 6,00 | Quantidade de Longarinas |
| X_2 | cm | 184,54 | 203,00 | Altura total da longarina |
| X_3 | cm | 159,90 | - | Balanço |
| X_4 | cm | 170,05 | - | Distância entre eixos de longarinas |
| X_5 | cm | 30,00 | 25,00 | Largura seção transversal da alma |
| X_6 | cm | 20,00 | 20,00 | Largura de cada aba |
| L_m | cm | 70,00 | 65,00 | Largura da mesa |
| H_m | cm | 34,50 | 40,00 | Altura da mesa |

Fonte – Elaborado pela autora

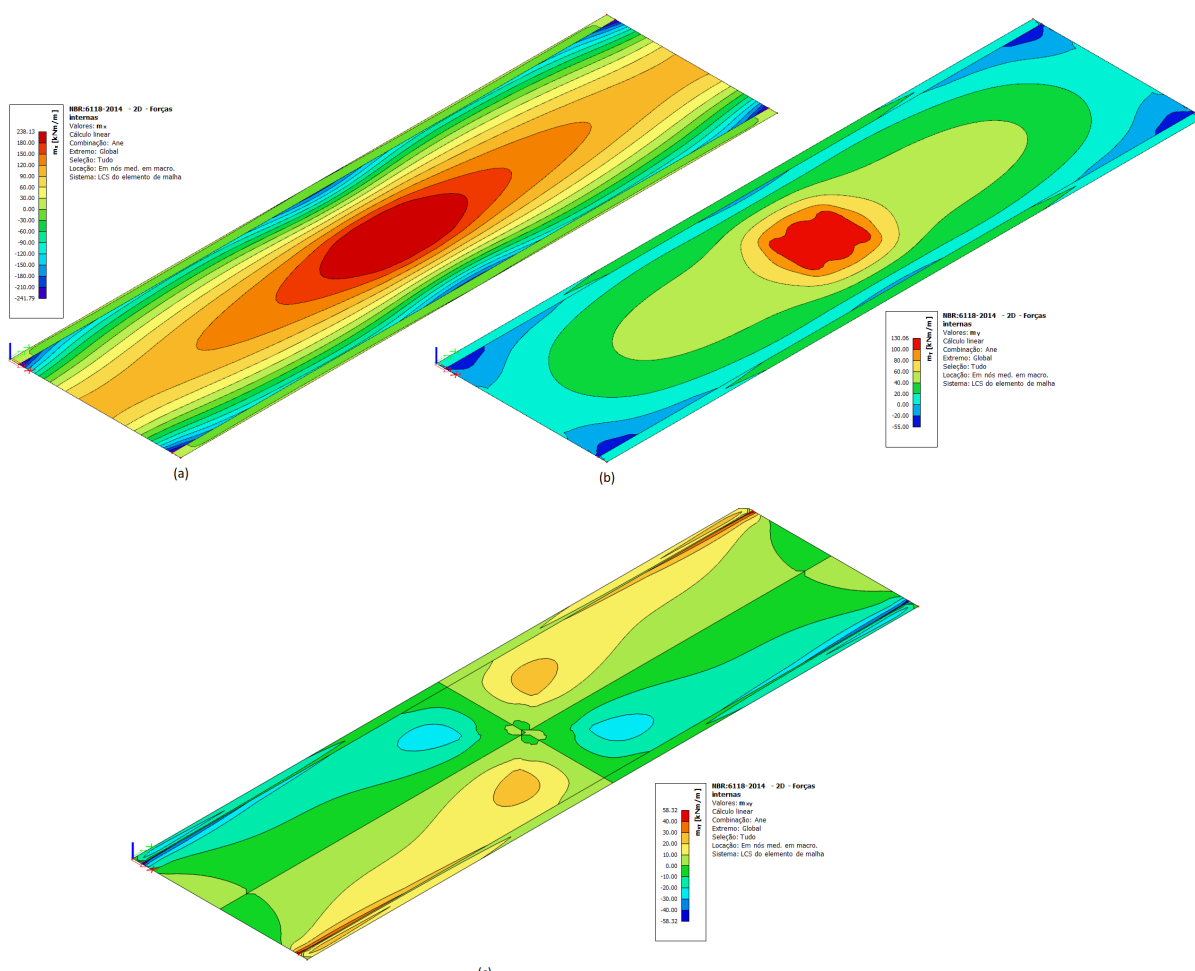
visitadas, foram utilizadas pelo menos cinco longarinas longitudinais, enquanto neste estudo, a estrutura que obteve o melhor desempenho em termos de custo foi aquela contendo apenas duas longarinas.

Entretanto, neste caso se relembra do estudo de Gocál e Ďuršová (2012), que avaliaram o custo em pontes mistas (lajes de concreto armado e vigas metálicas), contendo diferentes vãos e diferentes números de longarinas. Os autores identificaram que ao analisarem o custo considerando apenas o aço estrutural, seria mais econômico prever apenas duas longarinas. Porém, ao avaliar o custo da laje nesta configuração, verificaram que a área da seção transversal de concreto armado aumenta consideravelmente, assim como a quantidade de aço necessária para resistir aos esforços de cálculo. Segundo os autores, somente o acréscimo de armadura poderia aumentar o custo cerca de 60 a 67% a

mais do que considerando 4 longarinas. Além disso, ao optar por duas vigas, é necessário que a estrutura seja maior em altura, o que deve ser avaliado durante a concepção do projeto de pontes, considerando, possíveis limitações construtivas.

O estudo deste trabalho restringe-se à análise e ao dimensionamento somente das longarinas da ponte, entretanto avaliou-se de modo simplificado o momento fletor atuante na superfície da laje e a área de aço necessária para resistir aos esforços. A análise foi realizada por meio do *software* SCIA, levando em conta o dimensionamento apresentado na seção 6.3, considerando duas e, posteriormente, cinco longarinas com seção transversal retangular. O vão considerado foi de 35 metros e a espessura de laje de 20 centímetros. A posição das cargas pontuais do trem tipo foram ao centro do vão em ambos os casos.

Figura 50 – Momento fletor de cálculo considerando 2 longarinas para o vão de 35 metros

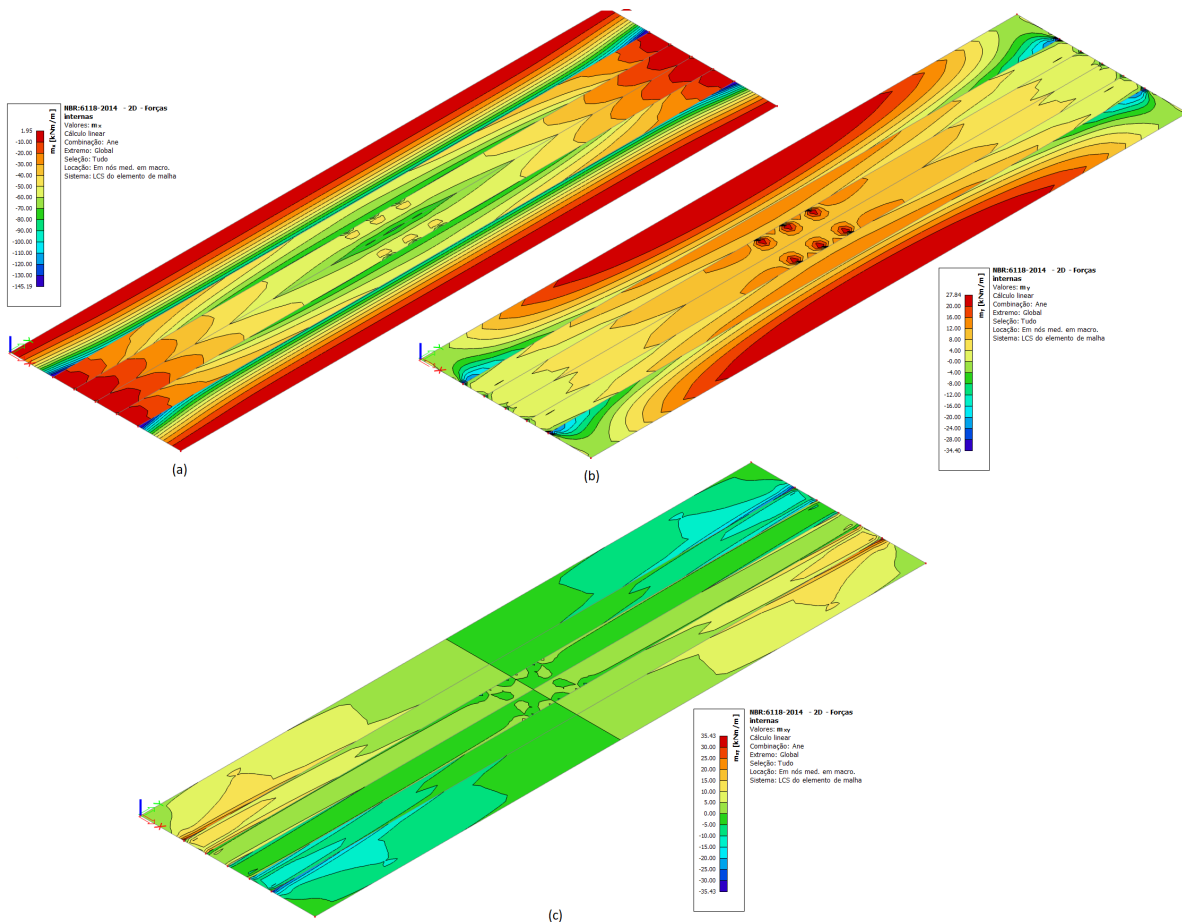


(a) Momento na direção x (b) Momento na direção y (c) Momento na direção xy
Fonte – Elaborado pela autora

A Figura 50 e a Figura 51 ilustram o momento fletor na direção x (item a), na direção y (item b) e na direção xy (item c) de uma ponte com 2 e 5 longarinas retangulares, respectivamente. Quando há somente duas longarinas, há um maior vão livre no centro

do vão longitudinal e transversal, gerando um momento máximo em x e y que tende ao centro. Enquanto quando há 5 longarinas, a distribuição dos momentos é oposta, uma vez que as longarinas estão mais centralizadas no vão da ponte.

Figura 51 – Momento fletor de cálculo considerando 5 longarinas para o vão de 35 metros

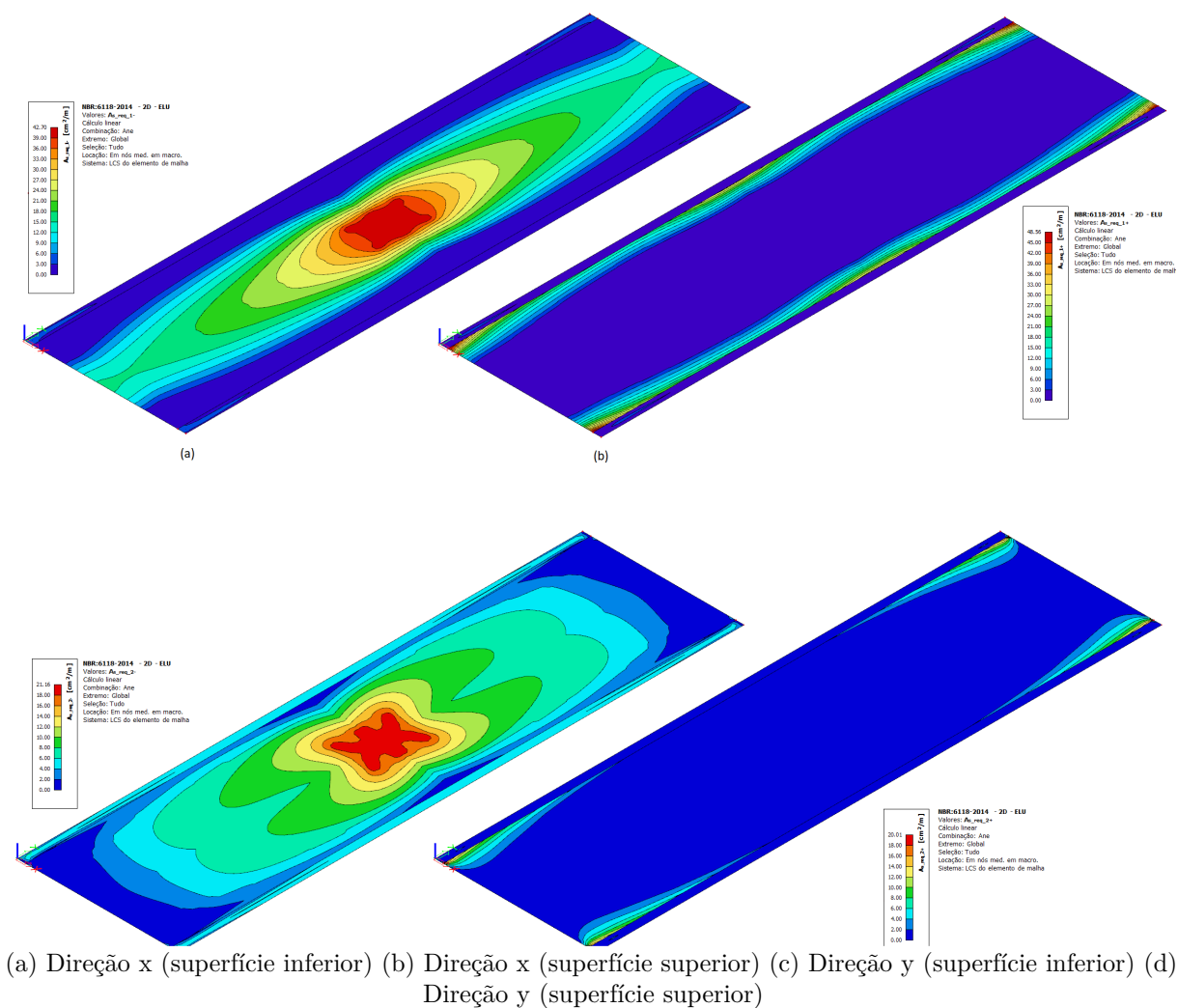


(a) Momento na direção x (b) Momento na direção y (c) Momento na direção xy
Fonte – Elaborado pela autora

Com relação à intensidade dos valores de momento máximos e mínimos, constata-se que com 2 longarinas retangulares, o momento máximo em x é de cerca de 240 kN.m/m e o mínimo é de -241 kN.m/m. Em contraste, com 5 longarinas, os valores correspondem a no máximo 1,95 kN.m/m e no mínimo -145 kN.m/m, apresentando uma diferença de aproximadamente 99% no máximo e 40% no mínimo.

Em relação aos momentos na direção y, a discrepância é ligeiramente menor, com uma diferença de cerca de 77% no momento máximo e 37% no mínimo. Quanto à magnitude dos valores, com duas longarinas retangulares, o momento máximo é de aproximadamente 130 kN.m/m e o mínimo é de -55 kN.m/m. Já com cinco longarinas, esses valores correspondem a, no máximo, 30 kN.m/m e, no mínimo, -35 kN.m/m.

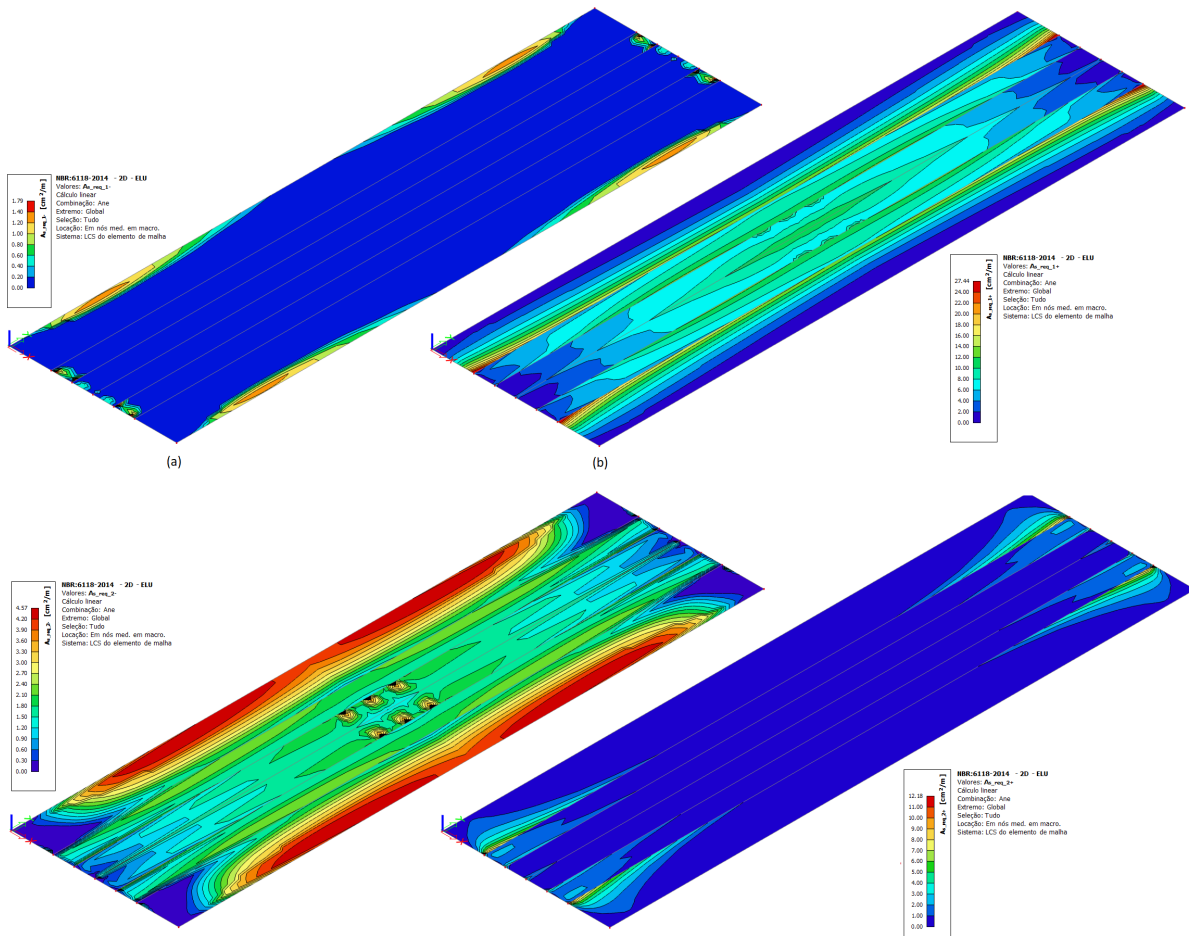
Figura 52 – Área de aço necessária considerando 2 longarinas e vão de 35 metros



Fonte – Elaborado pela autora

As Figuras 52 e 53 ilustram as áreas de aço necessárias para resistir aos esforços de cálculo nas direções x e y, tanto para a camada superior quanto para a inferior, em uma ponte com 2 e 5 longarinas, respectivamente. Na Figura 52, verifica-se que os valores de área máxima são de aproximadamente $40 \text{ cm}^2/\text{m}$ na direção x e $20 \text{ cm}^2/\text{m}$ na direção y. Por outro lado, para pontes com 5 longarinas, conforme a Figura 53, os valores de área máxima são distribuídos entre as direções e as camadas inferior e superior, atingindo valores máximos de cerca de $1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $28 \text{ cm}^2/\text{m}$, nesta ordem na direção x, e $4,60 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $12 \text{ cm}^2/\text{m}$ respectivamente na direção y. Ao comparar as áreas de aço necessárias para cada modelo, observa-se uma diferença de 95% e 44% na direção x para a camada inferior e superior, respectivamente, e de 78% e 38% na direção y para a camada inferior e superior, respectivamente. A fim de melhor visualização dos resultados, os mesmos foram agrupados na Tabela 31, em que podem ser observadas as diferenças mencionadas, tanto no quesito do momento fletor máximo e mínimo nas direções x, y e xy, assim como as respectivas áreas de aço necessárias.

Figura 53 – Área de aço necessária considerando 5 longarinas e vão de 35 metros



(a) Direção x (superfície inferior) (b) Direção x (superfície superior) (c) Direção y (superfície inferior) (d) Direção y (superfície superior)
 Fonte – Elaborado pela autora

Tabela 31 – Comparação momento fletor e área de aço necessária em lajes

| Resultados | Unidade | 2 longarinas | 5 longarinas | Diferença | % |
|--------------|--------------------|--------------|--------------|-----------|-------|
| M_x máx | kN.m/m | 328,13 | 1,95 | 326,18 | 99,4% |
| M_x mín | | -241,79 | -145,19 | -96,60 | 40,0% |
| M_y máx | | 130,06 | 27,84 | 102,22 | 78,6% |
| M_y mín | | -55,00 | -34,40 | -20,60 | 37,5% |
| M_{xy} máx | | 58,32 | 35,43 | 22,89 | 39,2% |
| M_{xy} mín | | -58,32 | -35,43 | -22,89 | 39,2% |
| A_{sx} inf | cm ² /m | 42,70 | 1,79 | 40,91 | 95,8% |
| A_{sx} sup | | 48,56 | 27,44 | 21,12 | 43,5% |
| A_{sy} inf | | 21,16 | 4,57 | 16,59 | 78,4% |
| A_{sy} sup | | 20,01 | 12,18 | 7,83 | 39,1% |

Fonte – Elaborado pela autora

Conforme verificado no desenvolvimento deste estudo, foi constatado que o uso de 2 longarinas retangulares em concreto armado apresenta uma solução mais econômica em comparação ao uso de 5 longarinas. É importante salientar, entretanto, que esta análise se limitou somente às longarinas, não considerando os demais elementos estruturais presentes em uma ponte. Contudo, como observado neste exemplo, o número de longarinas escolhido tem um impacto direto no dimensionamento da laje e, conseqüentemente, no custo total da ponte. Isso ressalta a importância de realizar um estudo completo para determinar a configuração ótima de uma ponte em concreto armado.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a aplicação de métodos de otimização meta-heurísticos para obter o menor custo das longarinas de uma ponte em concreto armado, por meio da otimização das mesmas. As rotinas de otimização e dimensionamento foram implementadas no *software* MATLAB. As análises contemplaram exemplos contendo diferentes quantidades de longarinas (3, 4 e 5 longarinas), diferentes comprimentos de vãos longitudinais (15, 25, 35, 40 e 45 metros) e diferentes modelos de seção transversal (seção retangular e I).

Quanto a definição do método que obteve o melhor desempenho, verificou-se que foi o PSO, sendo este definido para utilização nas análises subsequentes. Com relação a comparação com o *software* SCIA Engineer, conclui-se que a utilização do método simplificado de Fauchart é viável, proporcionando uma execução mais ágil das rotinas, devido à sua natureza simplificada e representativa dos resultados.

Na análise de melhor custo variando o número de longarinas, conclui-se que o menor custo é obtido com o uso de somente 2 longarinas, porém verificou-se que é necessário avaliar o dimensionamento dos demais componentes (lajes e pilares). Com relação à escolha da seção transversal, a diferença de custo total entre as seções retangulares e as seções I é relativamente pequena, variando entre 2% e 7,5% mais econômicas para as seções I. Concluiu-se que o custo das longarinas pode ser descrito por uma equação algébrica de primeiro grau para ambas as seções transversais.

Ao avaliar a otimização das longarinas para diferentes comprimentos de vão, observou-se que há uma relação quadrática entre o custo das longarinas e o comprimento do vão, sendo possível obtê-lo através de uma equação de segundo grau. Ao final do processo, foi analisado o comportamento do custo em relação ao acréscimo de longarinas para cada um dos comprimentos de vão avaliados. Observou-se que a relação linear para as seções retangulares se mantém até o comprimento de 40 metros, perdendo a linearidade em vãos superiores a este. Já as seções I mantêm a linearidade até um vão de 35 metros, sendo que em vãos maiores percebe-se a perda da linearidade.

Por fim, realizou-se uma comparação entre os resultados obtidos na teoria e na prática, em algumas pontes localizadas na cidade de Blumenau/SC. Por meio de visitas in loco a algumas pontes com dimensões semelhantes às aplicadas neste estudo, foi possível chegar a duas conclusões. A primeira é que as dimensões de seção transversal obtidas neste estudo são condizentes com a realidade. A segunda é que é necessária uma análise completa de todos os elementos estruturais que compõem uma ponte para determinar qual a melhor configuração a ser adotada (análise do dimensionamento da estrutura global).

Adicionalmente, constatou-se por meio do relatório de pontes da cidade de Blumenau

que cerca de 77,30% das pontes nesta localidade são edificadas em concreto, o que enfatiza a relevância deste estudo, considerando a ampla utilização deste material como componente estrutural deste tipo de obra.

Considerando essa situação, sugere-se como perspectiva para investigações futuras a análise abrangente da estrutura de pontes em concreto armado, incluindo a avaliação do impacto do custo das lajes e dos pilares no custo total da ponte. Além disso, é recomendável a realização de uma análise comparativa de outras opções de materiais estruturais, tais como vigas metálicas ou estruturas de concreto com armadura protendida.

Referências

- ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F. de; JUDICE, F. M. de S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. *Engevista*, v. 6, n. 2, p. 48–58, 2004.
- ANTF. *O setor ferroviário de carga brasileiro*. Associação Nacional dos Transportadores Ferroviário, 2020. Disponível em: <<https://www.antf.org.br/informacoes-gerais/>>.
- ARORA, J. *Introduction to optimum design*. California: Elsevier, 2004. 751 p. ISBN 0-12-064155-0.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e segurança na estrutura - procedimento*. Rio de Janeiro, 2003. 18 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7188: Ações e segurança na estrutura - procedimento*. Rio de Janeiro, 2013. 14 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Ações e segurança na estrutura - procedimento*. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7187: Ações e segurança na estrutura - procedimento*. Rio de Janeiro, 2021. 72 p.
- BRAZ, D.; FILHO, J. N. da S.; BARROS, R.; FILHO, N. L. de O. Otimização da proporção entre balanço e vão de pontes de concreto armado de duas longarinas com base na fadiga das armaduras. In: *X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas*. Rio de Janeiro: ABECE, 2018. p. 1–10.
- CARVALHO, J. P. G. *Otimização estrutural mono e multi-objetivo de treliças considerando frequências naturais de vibração, carga crítica de flambagem e agrupamento ótimo de barras e materiais*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.
- CHOLFE, L.; BONILHA, L. Apostila. *Concreto protendido: teoria e prática*. [S.l.]: São Paulo: PINI, 2013. 264 p.
- CNT. Apostila, *Introdução à resistência dos materiais*. [S.l.]: São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1976.
- CNT. *Somente 12,4% da malha rodoviária brasileira é pavimentada*. Confederação Nacional do Transporte, 2018. Disponível em: <<https://www.cnt.org.br/agencia-cnt/somente-12-da-malha-rodoviaria-brasileira-pavimentada>>.
- COLAVITE, A. S.; KONISHI, F. A matriz do transporte no brasil: uma análise comparativa para a competitividade. In: *XII Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2015. v. 12, p. 28.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: *IEEE. MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. Rio de Janeiro, 1995. p. 39–43.

FULGÊNCIO, J. P. T. O. R.; PAULA, F. A. de; AZEVEDO, C. P. B. Análise do uso de vigas transversinas em pontes de concreto armado. In: *Anais do VII Congresso brasileiro de Pontes e Estruturas*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2014. v. 14.

FURTADO, J. J. H. C. *Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado*. 111 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

GOCÁL, J.; ĎURŠOVÁ, A. Optimisation of transversal disposition of steel and concrete composite road bridges. *Procedia Engineering*, Elsevier, v. 40, p. 125–130, 2012.

GONÇALVES, M. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. Search group algorithm: a new metaheuristic method for the optimization of truss structures. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 153, p. 165–184, 2015.

HERIS, M. K. *About*. Yarpiz, 2015. Disponível em: <<https://yarpiz.com/about>>.

HUSSAIN, K.; SALLEH, M. N. M.; CHENG, S.; SHI, Y. Metaheuristic research: a comprehensive survey. *Artificial Intelligence Review*, Springer, v. 52, n. 4, p. 2191–2233, 2019.

ISNARD, V.; GREKOW, A.; MROZOWICZ, P. *Formulario del ingeniero: métodos prácticos de cálculo de obras de ingeniería*. [S.l.], 1971.

JULIANI, M. A.; GOMES, W. J. d. S. *Análise da influência dos estados limites na configuração ótima de pórticos planos de concreto armado*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

LOPEZ, R. H. *Como construir um problema de otimização*. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2020.

LOPEZ, R. H. *Índice de diversidade*. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2020.

MAIA, J. P. R. *Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MARTI, J. V.; GONZALEZ-VIDOSA, F.; YEPES, V.; ALCALÁ, J. Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 48, p. 342–352, 2013.

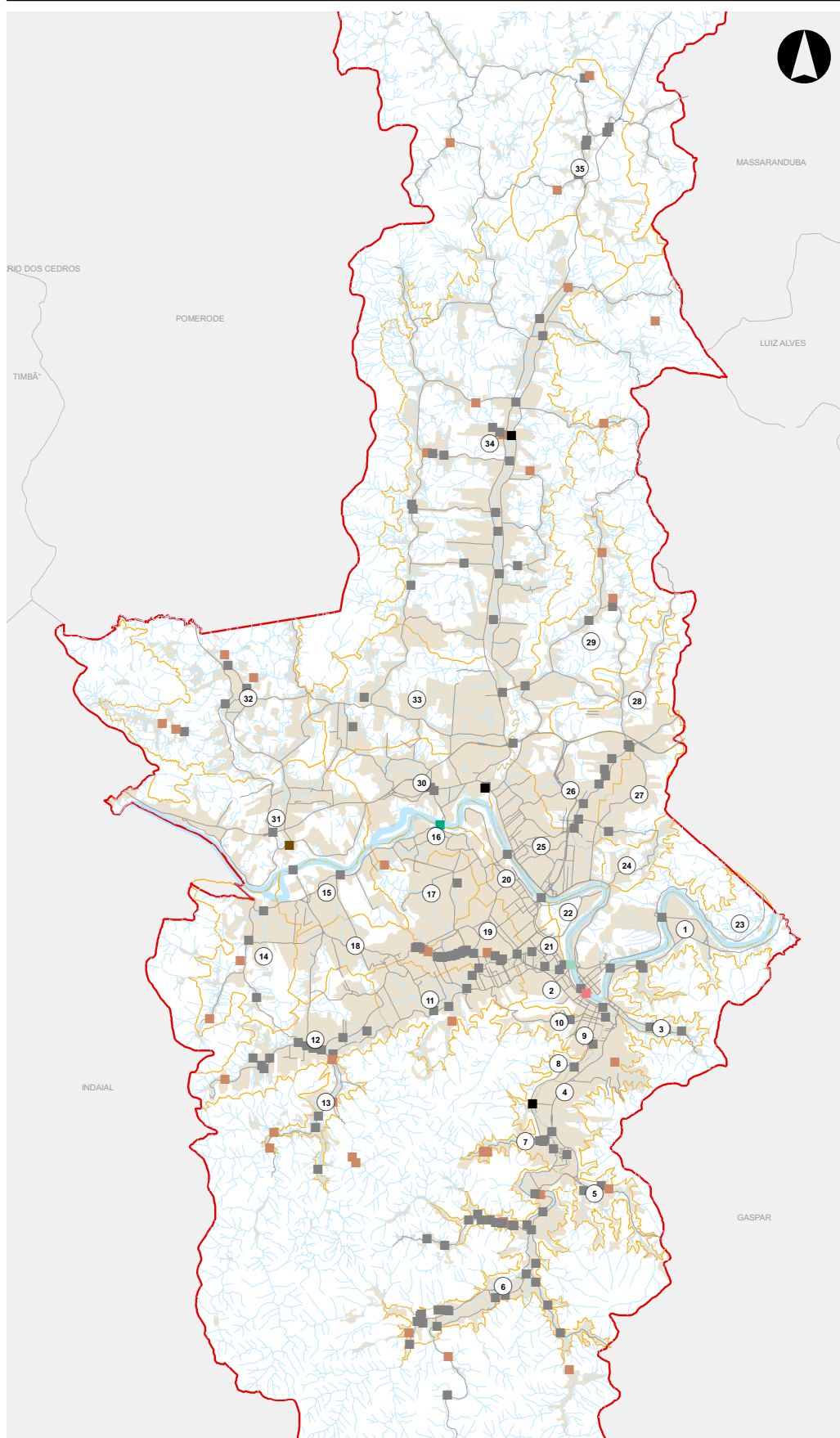
MASCARENHAS, F. J. R. *Verificação à fadiga de vigas de pontes de concreto armado:: estudo comparativo entre o uso do trem-tipo normativo e as cargas reais nas rodovias brasileiras*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.

MENDES, G. A. R. *Solução ótima para tabuleiro de pontes rodoviárias com vigas tipo I pré-moldadas e protendidas*. 116 p. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

MOURA, M. W.; FERREIRA, M. W.; REAL, M. d. V.; SANTOS, G. Comparação do método de fauchart e do método dos elementos finitos na avaliação da distribuição de esforços transversais em pontes rodoviárias. In: *Anais do IX Congresso brasileiro de pontes e estruturas*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016.

- NAGEL, G. et al. *Otimização dimensional, geométrica e topológica de torres de linhas de transmissão do tipo delta*. 124 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.
- NETO, J. P.; SANTOS, M. S. d.; COUTO, L. F. M. d. Análise de estruturas pelo método dos elementos finitos. In: *VI Encontro de iniciação científica*. [S.l.: s.n.], 2016.
- PEDRO, R.; DEMARCHE, J.; MIGUEL, L. F. F.; LOPEZ, R. H. An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite i-girder bridges. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, v. 112, p. 31–45, 2017.
- PFEIL, W. *Pontes em concreto armado: Elementos de projetos, solicitações, dimensionamento*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985. 458 p.
- PINHEIRO, L. M. *Fundamentos do concreto e projeto de edifícios*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2007. 380 p.
- RAO, R. V.; SAVSANI, V. J.; VAKHARIA, D. Teaching–learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems. *Computer-Aided Design*, Elsevier, v. 43, n. 3, p. 303–315, 2011.
- SILVA, A. A. M. d. *Um estudo do método Enxame de Partículas para se determinar mínimos globais de funções não lineares*. 72 p. Monografia (Graduação em Matemática) — Universidade Federal Fluminense, Santo Antônio de Pádua, 2017.
- SILVA, E. E. d. *Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. 194 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- SILVA, M. d. *Estratégias de aproximação para a otimização estrutural*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- STUCCHI, F. R. *Pontes e Grandes Estruturas–Notas de Aula*. [S.l.]: PEF-2404 - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006.
- TRENTINI, E. V. W. *Otimização de seções de viadutos e pontes de múltiplas longarinas pré-moldadas e protendidas*. 178 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.
- TRENTINI, E. V. W.; MARTINS, C. Cálculo dos esforços atuantes em longarinas de viadutos ou pontes utilizando o processo de fauchart e análise por método dos elementos finitos. *Revista de Engenharia e Tecnologia*, v. 3, n. 7, p. 162–173, 2015.
- YANG, X.-S. Firefly algorithms for multimodal optimization. In: SPRINGER. *International symposium on stochastic algorithms*. [S.l.], 2009. v. 5792, p. 169–178.

ANEXO A – Tipos de Pontes em Blumenau/SC



Legenda

MATERIAL

- Concreto
- Madeira
- Madeira com Cobertura
- Madeira com Cabo de Aço
- Metálica
- Metálica com Concreto
- Projetada
- Sistema Viário Básico
- Hidrografia
- Rio Itajaí-Açu
- Área Urbana Edificada
- Limite dos Bairros
- Município de Blumenau
- Limite Municipal

Nome dos Bairros

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1 Vorstadt | 19 Vila Nova |
| 2 Centro | 20 Itoupava Seca |
| 3 Ribeirão Fresco | 21 Victor Konder |
| 4 Garcia | 22 Boa Vista |
| 5 Da Glória | 23 Ponta Aguda |
| 6 Progresso | 24 Nova Esperança |
| 7 Valparaíso | 25 Itoupava Norte |
| 8 Vila Formosa | 26 Fortaleza |
| 9 Jardim Blumenau | 27 Tribess |
| 10 Bom Retiro | 28 Fortaleza Alta |
| 11 Velha | 29 Fidélis |
| 12 Velha Central | 30 Salto do Norte |
| 13 Velha Grande | 31 Badenfurt |
| 14 Passo Manso | 32 Testo Salto |
| 15 Salto Weissbach | 33 Itoupavazinha |
| 16 Do Salto | 34 Itoupava Central |
| 17 Escola Agrícola | 35 Vila Itoupava |
| 18 Água Verde | |

Fontes

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

MALHA MUNICIPAL DIGITAL DO BRASIL
Situação em 2010. Rio de Janeiro: 2012

Prefeitura Municipal de Blumenau - SC

PONTES
Dados fornecidos pela Diretoria de Cartografia, Cadastro Multifinalitário e Informações, 2015.
SEPLAN – Secretaria de Planejamento Urbano

SISTEMA VIÁRIO BÁSICO
Dados fornecidos pela Diretoria de Cartografia, Cadastro Multifinalitário e Informações, 2015.
SEPLAN – Secretaria de Planejamento Urbano

HIDROGRAFIA
Dados fornecidos pela Diretoria de Cartografia, Cadastro Multifinalitário e Informações, 2015.
SEPLAN – Secretaria de Planejamento Urbano

ÁREA URBANA EDIFICADA
Dados fornecidos pela Diretoria de Cartografia, Cadastro Multifinalitário e Informações, 2015.
SEPLAN – Secretaria de Planejamento Urbano

BAIRROS
Dados fornecidos pela Diretoria de Cartografia, Cadastro Multifinalitário e Informações, 2015.
SEPLAN – Secretaria de Planejamento Urbano

