



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Mônica Raquel Alves

**MODELAGEM DE MECANISMOS DE CABOS E
POLIAS**

Florianópolis
2023

Mônica Raquel Alves

MODELAGEM DE MECANISMOS DE CABOS E
POLIAS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Daniel Martins, Dr. Eng.
Coorientador: Estevan Hideki Murai, Dr. Eng.

Florianópolis
2023

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária da Universidade Federal de Santa Catarina.

Arquivo compilado às 20:05h do dia 20 de setembro de 2023.

Mônica Raquel Alves

Modelagem de Mecanismos de Cabos e Polias : / Mônica Raquel Alves; Orientador, Daniel Martins, Dr. Eng.; Coorientador, Estevan Hideki Murai, Dr. Eng. - Florianópolis, 20:05, 27 de Junho de 2023.

117 p.

Dissertação - Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Sistemas de cabos e polias. 2. Modelagem de graus de liberdade. 3. Método de Reshetov. 4. Método de Davies. I. Daniel Martins, Dr. Eng. II. Estevan Hideki Murai, Dr. Eng. III. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica IV. Modelagem de Mecanismos de Cabos e Polias

CDU 02:141:005.7

Mônica Raquel Alves

MODELAGEM DE MECANISMOS DE CABOS E POLIAS

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Antonio Carlos Valdiero, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Leonardo Mejia Rincon, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Henrique Simas, Dr. Eng.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica

Daniel Martins, Dr. Eng.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Estevan Hideki Murai, Dr. Eng.
Coorientador
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Florianópolis, 27 de Junho de 2023.

Ao meu filho.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha gratidão às pessoas especiais em minha vida. Em primeiro lugar, meu esposo Rafael, que sempre me apoiou e forneceu o suporte emocional necessário para superar as muitas adversidades que encontrei durante toda essa jornada. A meu amado filho Ulysses, que me dá forças para permanecer firme diante das adversidades. A minha mãe Márcia, que abdicou de muitas coisas para que eu pudesse chegar até aqui. E a minha amada avó Maria Gerci, minha fonte diária de motivação e esperança. Sou muito grata por tê-los em minha vida e por todo o amor e apoio que sempre me deram.

A minha sincera gratidão a meu colega e grande amigo André Won Dias Baldini Victorette por todo o conhecimento técnico compartilhado, pela motivação e paciência. Agradeço aos meus amigos do Mestrado e Doutorado, em especial Alinne Geronimo, Esdras Salgado da Silva, Paulo Rossi, Vinicius Conti Costa e Wilian Speck pela companhia, pelas risadas, pelos estudos em conjunto e pelos momentos de amizade. Deixo meu agradecimento especial à Marina Baldissera de Souza e Thaís Muraro, por todo suporte fonecido durante essa jornada. Aos demais colegas do Laboratório de Robótica da UFSC, sou grata por ter a oportunidade de conhecer pessoas tão incríveis e que fizeram uma grande diferença em minha vida.

Ao professor Antônio Carlos Valdiero, por acreditar em mim e me permitir sonhar com os primeiros passos dessa trajetória ainda durante a Iniciação Científica. Também gostaria de agradecer meus orientadores Daniel Martins e Estevan Murai, por sua orientação cuidadosa e atenciosa, pela compreensão e paciência nos momentos mais críticos. Sou muito grata por ter tido a oportunidade de trabalhar com pessoas tão incríveis e experientes, que me guiaram com sabedoria e me ajudaram a alcançar meus objetivos. Agradeço de todo o coração pela confiança em mim depositada.

Por fim, ao CNPq e ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFSC pelo apoio material e financeiro indispensáveis para execução deste trabalho.

Nada é tão nosso como os nossos sonhos.

Friedrich Nietzsche

RESUMO

Nesta dissertação, é abordada a modelagem dos graus de liberdade em sistemas que utilizam cabos e polias, inspirado no Método de Reshetov, combinada com a aplicação cinemática e estática do Método de Davies. A adoção de sistemas baseados em cabos e polias oferece vantagens notáveis, tais como uma estrutura simplificada, tamanho compacto e alta rigidez, o que amplia sua utilidade em diversas aplicações. Contudo, é crucial assegurar a tensão constante nos cabos e evitar a compressão do cabo, pois isso pode prejudicar a eficiência do sistema. Quando um dos cabos não é tracionado, surgem riscos de danos, erros no posicionamento e desgaste excessivo dos componentes. Além disso, entender o fenômeno de escorregamento do cabo sobre a polia é desafiador devido à complexidade da dinâmica envolvida. A dificuldade decorre das forças resultantes no cabo e na polia ao longo do tempo, o que pode ocasionar mudanças nas posições relativas dos elementos e, por conseguinte, impactar a trajetória do cabo. O escorregamento é influenciado por variáveis como atrito, deformação dos materiais, tensão do cabo e geometria da polia. Essa combinação complexa de fatores dificulta a previsão precisa do escorregamento em sistemas de cabos e polias. O propósito da modelagem é analisar e compreender os graus de liberdade presentes em sistemas que incorporam polias operadas por cabos. A proposta de modelagem visa analisar os graus de liberdade em sistemas de polias com cabos. Para isso, estudos de casos na área médica são apresentados como exemplos e o Método de Davies é aplicado para validar as suposições teóricas. Com isso visando garantir a confiabilidade dos resultados e fortalecer a base científica desta pesquisa.

Palavras-chaves: Sistemas de cabos e polias. Modelagem de graus de liberdade. Método de Reshetov. Método de Davies.

ABSTRACT

This dissertation, the modeling of the degrees of freedom in systems that use cables and pulleys, inspired by the Reshetov Method, combined with the kinematic and static application of the Davies Method is approached. The adoption of systems based on cables and pulleys offers notable advantages, such as a simplified structure, compact size and high resistance, which expands its usefulness in several applications. However, it is crucial to ensure constant tension on the cables and to avoid overloading the cable, as this can impair the efficiency of the system. When one of the cables is not pulled, there is a risk of damage, positioning errors and excessive wear on the components. Furthermore, understanding the phenomenon of cable slipping over the pulley is challenging due to the complexity of the dynamics. The difficulty arises from the resulting forces on the cable and pulley over time, which can cause changes in the relative positions of the elements and, therefore, impact the trajectory of the cable. Slip is influenced by variables such as friction, material deformation, cable tension and pulley geometry. This complex combination of factors makes it difficult to accurately predict slip in cable and pulley systems. The purpose of modeling is to analyze and understand the degrees of freedom present in systems that incorporate cable-operated pulleys. The modeling proposal aims to analyze the degrees of freedom in cable pulley systems. For this, case studies in the medical field are presented as examples and the Davies Method is applied to validate the theoretical assumptions. With this in mind to ensure the reliability of the results and strengthen the scientific basis of this research.

Keywords: Cable and pulley systems. Modeling degrees of freedom. Reshetov's method. Davies method.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Mecanismos quatro barras.	27
2.2	Representação de grafo para mecanismos quatro barras.	27
2.3	Representação dos cortes.	29
2.4	Definição da mobilidade através do Método de Reshetov.	31
2.5	Mecanismo de quatro barras sem restrições redundantes.	32
3.1	Mecanismos simples de polia.	46
3.2	Representação esquemática dos elos e pares cinemáticos.	47
3.3	Representação dos elos do mecanismo.	49
3.4	Representação esquemática de elos e pares cinemáticos.	49
3.5	(a) Representação estrutural. (b) Representação por grafo.	50
3.6	Acoplamento simples de polias acionadas por cabos.	52
3.7	Definição dos elos do mecanismo.	53
3.8	Definição das juntas virtuais.	53
3.9	Parametrização de elos e pares cinemáticos do mecanismo.	54
3.10	Estrutura cinemática.	55
3.11	Grafo do mecanismo de polias.	56
3.12	Mecanismo com pesos livres.	56
3.13	(a) Estrutura cinemática. (b) Grafo do mecanismo.	57
3.14	Etapas da metodologia.	59
3.15	Dispositivo acionado por cabos para reabilitação de dedos.	62
3.16	Representação esquemática do mecanismo de reabilitação de dedos.	63
3.17	Representação esquemática de elos e juntas.	63
3.18	Representação estrutural do mecanismo.	64
3.19	Representação por grafo.	65
3.20	Dispositivo comercial ArtiSential®.	66

3.21	Mecanismo para cirurgia minimamente invasiva. .	67
3.22	(a) Abertura da garra. (b) Fechamento da garra. (c) Movimento para cima. (d) Movimento para baixo. (e) Movimento para esquerda. (f) Movi- mento para direita.	67
3.23	Efetuator final.	68
3.24	Representação esquemática do mecanismo.	69
3.25	Representação estrutural da cadeia.	71
3.26	Grafo da cadeia.	71
3.27	Representação dos pares cinemáticos virtuais. . .	73
3.28	(a) Estrutura cinemática. (b) Grafo da cadeia. . .	74
3.29	Grafo de acoplamentos.	75
3.30	Coordenadas de posição.	76
3.31	Valores arbitrários para as coordenadas de posição.	81
3.32	Algoritmo matroide.	82
3.33	Coordenadas de posição.	84
3.34	Grafo de Ações.	85
4.1	Diagrama de forças no ponto b.	103
4.2	Diagrama de forças no ponto d1.	104
4.3	Diagrama de forças no ponto c1.	105
4.4	Diagrama de forças no ponto f.	106

LISTA DE TABELAS

3.1	Classificação dos pares cinemáticos.	47
3.2	Classificação dos pares cinemáticos.	50
3.3	Classificação dos pares cinemáticos.	55
3.4	Classificação dos pares cinemáticos.	57
3.5	Classificação dos pares cinemáticos.	64
3.6	Classificação dos pares cinemáticos P_I	69
3.7	Classificação dos pares cinemáticos P_V	70
3.8	Classificação dos pares cinemáticos.	74
3.9	Vetores posição (\vec{S}).	76
3.10	Vetores direção (\vec{S}^M).	77
3.11	Vetores do vetor de direção unitária \vec{S}	86
3.12	Vetores Posição (\vec{S}_0).	87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GDL	Grau De Liberdade
LAR	Laboratório de Robótica Prof. Raul Guenther
CG	Centro de Gravidade
CAD	Desenho Auxiliado por Computador
INPI	Instituto Nacional da Propriedade Industrial

LISTA DE SÍMBOLOS

l_0	Comprimento livre
L_0	Comprimento inicial
F_0	Força inicial
x	Elongação da mola
k	Rigidez da mola
M_c	Torque em torno do ponto c
I_c	Momento de inércia em torno do ponto c
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular
k_1	Rigidez da mola 1
k_2	Rigidez da mola 2
F_{1x}	Força 1 na direção x
F_{2x}	Força 2 na direção x
F_{1y}	Força 1 na direção y
F_{2y}	Força 2 na direção y
d_{1x}	Posição do ponto d_1 no eixo x
d_{1y}	Posição do ponto d_1 no eixo y
d_{2x}	Posição do ponto d_2 no eixo x
d_{2y}	Posição do ponto d_2 no eixo y
\mathbf{d}_1	Primeira derivada da posição d_1 em relação ao tempo
\mathbf{d}_2	Primeira derivada da posição d_2 em relação ao tempo
\mathbf{a}_1	Primeira derivada da posição a_1 em relação ao tempo
\mathbf{a}_2	Primeira derivada da posição a_2 em relação ao tempo
a_1	Ponto de aterramento da mola k_1
a_2	Ponto de aterramento da mola k_2
θ	Ângulo de abertura do elemento móvel

u	Energia potencial elástica total
$\frac{du}{d\theta}$	Varição da energia potencial elástica
M	Mobilidade
$\$$	Helicoide
$\hat{\$}$	Helicoide normalizado
h	Passo
$\M	Helicoide de movimento (<i>heligi</i> ro)
$\A	Helicoide de ação (<i>heliforça</i>)
O_{xyz}	Sistema de coordenadas inercial
$\vec{\omega}$	Velocidade angular diferencial
\vec{v}	Velocidade translacional diferencial
$ \vec{\omega} $	Magnitude da velocidade angular diferencial
$ \vec{v} $	Magnitude da velocidade translacional diferencial
\vec{V}_P	Vetor velocidade linear de um ponto P do corpo
\vec{S}_0	Vetor posição
$\hat{\M	Heligiro normalizado
ψ^M	Magnitude do heligiro
\vec{S}^M	Vetor das direções unitárias
λ	Dimensão do espaço de trabalho
F	Grau de liberdade bruto da cadeia cinemática
f	Grau de liberdade bruto do acoplamento
f_i	Movimentos independentes
$[M_D]_{\lambda \times F}$	Matriz de movimentos
$[\hat{M}_D]_{\lambda \times F}$	Matriz de movimentos unitários
$\{\vec{\Psi}^M\}_{F \times 1}$	Vetor de magnitudes dos movimentos
$\hat{\A	Heliforça normalizada

\vec{F}_R	Vetor força resultante
\vec{T}_P	Vetor momento em torno dos eixos cartesianos
\vec{T}	Binário
\vec{S}^A	Vetor das direções unitárias
ψ^A	Magnitude da heliforça
$\ \vec{T}_P\ $	Magnitude do binário de momento
$\ \vec{F}_R\ $	Magnitude da força resultante
C	Grau de restrição bruto da cadeia cinemática
c	Grau de restrição bruto do acoplamento
c_i	Restrições unitárias construtivas
c_j	Restrições unitárias internalizadas
$[A_D]_{\lambda \times C}$	Matriz de ações
$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$	Matriz de ações unitárias
$\{\vec{\Psi}^A\}_{C \times 1}$	Vetor de magnitudes das ações
G	Grafo
G_C	Grafo de acoplamentos
G_M	Grafo de movimentos
G_A	Grafo de ações
V	Conjunto de vértices
v	Vértice de um grafo
E	Conjunto de arestas
e	Aresta de um grafo
$[I_C]_{v \times e}$	Matriz de incidência
l	Circuitos independentes
$[B_M]_{l \times e}$	Matriz de circuitos
s	Corte
F_N	Grau de liberdade líquido da rede de acoplamentos

$[Q_A]_{s \times e}$	Matriz de cortes
$[\hat{M}_N]_{\lambda l \times F}$	Matriz de movimentos unitários em rede
C_N	Grau de restrição líquido da rede de acoplamentos
$[\hat{A}_N]_{\lambda s \times C}$	Matriz de ações unitárias em rede
PPR	Cadeia cinemática composta por duas juntas prismáticas (P) e uma de revolução (R)
RRP	Cadeia cinemática composta por duas juntas de revolução (R) e uma prismática (P)
ε	Deformação elástica da mola
m	Massa
g	Aceleração da gravidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	20
1.2	OBJETIVOS	23
1.3	ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	MECANISMOS	25
2.1.1	Representação por grafos	27
2.1.2	Cadeias virtuais	29
2.2	MÉTODO RESHETOV	30
2.2.1	Classificação dos pares cinemáticos de acordo com Reshetov	32
2.3	MÉTODO DE DAVIES	33
2.3.1	Teoria de helicoides	33
2.3.2	Helicoides de movimento (Heligiros)	34
2.3.3	Helicoides de ação (Heliforças)	38
2.4	MECANISMOS ATUADOS POR CABOS	41
2.4.1	Tensão de cabo em sistemas mecânicos	43
2.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	44
3	MODELAGEM DE SISTEMAS DE CABOS E POLIAS	45
3.1	MODELAGEM DE CABOS INSPIRADO NO MÉTODO DE RESHETOV	45
3.2	METODOLOGIA	58
3.3	ESTUDO DE CASO	61
3.3.1	Aplicação em mecanismo para reabilitação	61
3.3.2	Aplicação em mecanismo para cirurgia minimamente invasiva	65
3.4	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DAVIES	72
3.4.1	Cinemática	75
3.4.2	Estática	83
3.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	97

4	DISCUSSÕES DOS RESULTADOS	99
4.1	MÉTODO DE RESHETOV	99
4.2	CINEMÁTICA	100
4.3	ESTÁTICA	102
4.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	107
5	CONCLUSÃO	109
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	110
	REFERÊNCIAS	111
	ANEXO A – CÓDIGOS	117

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a história antiga, Arquimedes no século III a.C., utilizou um sistema de roldanas e cabos para mover um navio mercante de três conveses, que transportava cerca de 600 passageiros, em direção à terra firme. Demonstrou de maneira empírica sua teoria de que uma polia funciona como uma alavanca, reduzindo a quantidade de esforço exigido pelo operador para mover um objeto. No entanto, Arquimedes foi além ao mostrar que várias polias distribuíam o peso de forma mais eficiente do que uma única polia.

Inicialmente, as polias e cabos foram utilizadas de maneira rudimentar para elevar baldes de água dos poços, atendendo a uma necessidade básica de consumo. A partir da compreensão dos princípios das polias e sua capacidade de distribuir cargas e reduzir o esforço necessário para levantar objetos, começaram a explorar maneiras de aplicar esses conhecimentos ao transporte vertical de pessoas e cargas.

A aplicação se expandiu e hoje é possível encontrar sistemas de cabos e polias em diversas soluções, como por exemplo: guindastes e gruas, equipamentos de ginástica, sistemas de tração em veículos, equipamentos de construção civil (QI; WANG; WANG, 2017), dispositivos para reabilitação (ZHANG et al., 2022), sistemas de posicionamento de câmeras (VALÁŠEK; KARÁSEK, 2010), indústria naval (BOSSCHER et al., 2007) entre outros.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Os sistemas de cabos e polias têm sido reconhecidos como o componente mais eficiente para a transmissão de energia mecânica e movimento, especialmente em aplicações que requerem atuação remota (KUAN; PASCH; HERR, 2018). Atuando como membros flexíveis, os cabos são capazes de suportar cargas de tração significativamente elevadas em relação ao seu peso (ANSON; ALAMDARI; KROVI, 2017).

Os cabos possibilitam uma amplitude de movimento maior em comparação com os atuadores convencionais, devido ao pou-

co espaço que ocupam quando enrolados em um carretel (KUAN; PASCH; HERR, 2018). Entretanto, a análise, projeto, controle e implementação prática de mecanismos com transmissão por cabos são acompanhados de diversos desafios, entre eles podemos citar a **unilateralidade de atuação, atrito e o escorregamento**.

No dimensionamento de sistemas de cabos e polias, uma das variáveis mais relevantes e essenciais a serem consideradas é a sua unilateralidade de atuação. Esse conceito implica em um espaço de trabalho significativamente distinto daquele de um mecanismo composto por elos rígidos e de geometria semelhante (BARRETTE; GOSSELIN, 2005). Nesse contexto, o espaço de trabalho não é limitado pelos comprimentos dos atuadores, mas sim pela limitação intrínseca dos cabos em gerar forças compressivas.

A unilateralidade de atuação impacta diretamente na forma como o mecanismo será projetado e controlado para atingir seus objetivos de forma eficiente e segura. A compreensão dessa particularidade é fundamental para evitar problemas operacionais e garantir o desempenho adequado do mecanismo acionado por cabos. O desafio consiste em encontrar configurações do mecanismo em que o carregamento desejado seja transmitido para o efector final sem que nenhum cabo esteja submetido à compressão.

A interação entre a polia e o cabo é um fenômeno complexo (ALP; AGRAWAL, 2002), influenciado por diversas variáveis que afetam a quantidade de atrito presente. Entre essas variáveis estão a tensão do cabo, o ângulo formado pelo cabo em torno da polia, o número de polias empregadas e a velocidade do cabo (BOSTELMAN et al., 1994). O efeito do atrito na polia é de grande relevância para o controle e a atuação do sistema, uma vez que o atrito pode aumentar consideravelmente à medida que a tensão do cabo é incrementada (MIYASAKA et al., 2020).

A presença de atrito nos sistemas de cabos e polias pode resultar em diversos efeitos indesejáveis. Por exemplo, pode levar a um desgaste prematuro dos componentes, reduzir a eficiência da transmissão de força e aumentar o consumo de energia. Além disso, o atrito pode causar aquecimento excessivo nas superfícies de contato, o que pode comprometer a integridade do sistema ao longo do tempo. Portanto, é essencial considerar o atrito de forma adequada durante

o projeto e controle desses sistemas, buscando minimizar seus efeitos negativos e otimizar o funcionamento global (KRAMER; GROCHE, 2019).

O atrito controlado pode ser explorado para aumentar a aderência e a capacidade de carga em interfaces mecânicas, como em juntas articuladas e dispositivos de fixação. Pesquisas recentes têm demonstrado que o uso inteligente do atrito pode resultar em melhorias na capacidade de transmissão de força em sistemas mecânicos, tornando-os mais robustos e resistentes a escorregamentos indesejados (KRAMER; GROCHE, 2019).

Os coeficientes de atrito desempenham um papel de grande relevância na determinação da amplitude de movimento da trajetória da polia. Um coeficiente de atrito mais elevado implica em uma maior resistência ao movimento, o que pode limitar a liberdade de deslocamento do sistema. Consequentemente, isso resulta em uma redução da amplitude de movimento da polia, restringindo assim a operação eficiente do mecanismo como um todo (ALP; AGRAWAL, 2002).

O escorregamento de cabos sobre polias é um fenômeno intrínseco a sistemas mecânicos que envolvem a transmissão de força ou movimento por meio de cabos ou correias. Esse escorregamento surge devido às diferenças de velocidade angular entre a polia e o cabo, o que resulta em uma discrepância na velocidade linear ao longo do cabo (LE; DUVA; JACKSON, 2014). O deslizamento relativo pode ser atribuído à elasticidade do material do cabo, à distribuição de tensão não uniforme e o atrito entre o cabo e a superfície da polia.

O escorregamento do cabo sobre a polia pode ter impactos significativos em sistemas de transmissão, podendo levar a perdas de eficiência, desgaste prematuro dos cabos e correias, e em casos extremos, falhas mecânicas (ENGEL; AL-MAEENI, 2019). Portanto, compreender as causas subjacentes e aplicar técnicas adequadas de projeto e análise é importante para garantir a eficiência e a confiabilidade desses sistemas mecânicos.

Esta dissertação tem como propósito apresentar uma modelagem para sistemas compostos por cabos e polias. O foco reside na caracterização do fenômeno de escorregamento presente nesses sistemas, visando oferecer os parâmetros essenciais para estabelecer a

mobilidade desses mecanismos.

1.2 OBJETIVOS

O propósito principal deste estudo consiste em estabelecer um modelo abrangente para a quantificação dos graus de liberdade inerentes a mecanismos constituídos por cabos e polias, com particular ênfase na análise do fenômeno de escorregamento de tais sistemas. A base conceitual desse modelo encontra inspiração nas concepções delineadas por Reshetov (1979) e será sujeita a uma validação abrangente por meio da aplicação das abordagens cinemáticas e estáticas preconizadas no Método de Davies.

Para atingir o objetivo principal, alguns objetivos específicos são determinados:

- apresentar o modelo inspirado em Reshetov para determinação dos graus de liberdade em sistemas de cabos e polias;
- aplicar o modelo em mecanismos reais com sistemas de cabos e polias;
- validar as considerações encontradas com o modelo através do Método de Davies.

1.3 ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O **Capítulo 2** diz respeito à revisão bibliográfica e está dividido em 4 seções:

Na Seção 2.1 é apresentada a teoria por trás dos mecanismos em geral, a representação por grafos e também a relação de cadeias virtuais.

Na Seção 2.2, toda a base construtiva do Método de Reshetov clássico é apresentada.

Na Seção 2.3, toda a base construtiva do Método de Davies é apresentada, incluindo a teoria de helicoides.

Na Seção 2.4 são apresentados trabalhos desenvolvidos com mecanismos atuados por cabos, além disso há uma revisão sobre a tensão e outras variáveis em sistemas de cabos.

No **Capítulo 3** a abordagem inspirada em Reshetov é apresentado, sendo aplicado em alguns exemplos de mecanismos para

evidenciar a determinação dos graus de liberdade através do método. O método de Davies é desenvolvido para validar os resultados encontrados no Método inspirado em Reshetov.

No **Capítulo 4** neste capítulo são apresentadas as discussões à respeito deste trabalho

O **Capítulo 5**, são apresentadas as conclusões da dissertação e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MECANISMOS

No contexto de um mecanismo, os componentes rígidos que compõem sua estrutura são designados como membros ou elos. Além disso, certos componentes não rígidos, como correntes, cabos ou correias, que temporariamente desempenham funções análogas aos membros rígidos, também podem ser tratados como elos em uma abordagem mecânica (TSAI, 2000). A conexão entre os elos é estabelecida através de pares cinemáticos. Um par cinemático introduz restrições no movimento relativo entre os dois membros conectados. O tipo específico de restrição é determinado pelo contato geométrico entre os elos interligados.

A classificação de um sistema mecânico encontra-se relacionada com sua Mobilidade (M), a qual corresponde ao número de parâmetros independentes requeridos para determinar inequivocamente a posição do mecanismo no espaço durante qualquer ponto temporal (NORTON, 1999). Um corpo rígido livre no espaço tridimensional, por exemplo, apresenta um total de seis graus de liberdade, constituindo-se em uma combinação simultânea de três rotações e três translações.

Uma cadeia cinemática é um conjunto de elos, ou corpos rígidos, que estão conectados por juntas. Se cada elo de uma cadeia cinemática estiver conectado a todos os outros elos por um e apenas um caminho, é chamado de cadeia de circuito aberto. Por outro lado, se cada elo for conectado a todos os outros elos por pelo menos dois caminhos distintos, é chamado de cadeia de *circuito fechado*. Casos onde ambas as cadeias de malha fechada e aberta são encontrados são chamadas de cadeias cinemáticas com *circuito híbrido*.

Os pares cinemáticos podem ser classificados em pares superiores e pares inferiores (REULEAUX, 1876). Os *pares inferiores* têm seus elementos conectados por superfícies, são eles: par de revolução, par prismático, par helicoidal, par cilíndrico, par planar e par esférico. Enquanto os *pares superiores* são conectados por linhas ou pontos (MURAI, 2013), e são exemplificados por pares de cames e

engrenagens.

A categorização dos mecanismos ocorre conforme o seu espaço de trabalho. Em um *Mecanismo Planar*, todos os elos móveis operam com trajetórias planares paralelas, implicando que as movimentações de todas as partículas nos corpos rígidos são restritas a planos paralelos (TSAI, 2000). Nessa classe de mecanismos, são admitidas exclusivamente as juntas prismáticas e de revolução, ambas com movimento restrito ao plano definido. Contrastando, os *Mecanismos Esféricos* compreendem sistemas nos quais todos os movimentos das partículas do corpo rígido ocorrem em superfícies esféricas concêntricas. Enquanto um corpo rígido em movimento esférico mantém um de seus pontos imóvel (TSAI, 2000), somente a junta de rotação é viabilizada nessa configuração.

Um Mecanismo Espacial é aquele que não pode ser classificado como plano ou esférico. Podem ter vários elos e realizar movimentos que não são paralelos a um plano comum (HARTENBERG; DANAVIT, 1964). Esses são os mecanismos mais comumente encontrados, uma vez que os outros tipos ocorrem como consequência de uma geometria especial nas orientações particulares de seus eixos de juntas.

A mobilidade do sistema é de suma importância para análise e síntese de um mecanismo, ela definirá o número de entradas necessárias para determinar a posição de todos os elos. Cada entrada precisará de algum tipo de atuação, ou seja quanto maior a mobilidade, maior será o número de atuadores. A mobilidade de um mecanismo qualquer pode ser definida através do número de juntas e elos presentes na cadeia cinemática, considerando a equação de (GRÜBLER, 1917), usando a equação 2.1.

$$M = \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (2.1)$$

Onde, n é o número de elos, j é o número de pares cinemáticos, f_i é o somatório das liberdades de cada junta, e λ é a ordem do sistema de helicóide (TISCHLER; SAMUEL; HUNT, 1995).

2.1.1 Representação por grafos

Um grafo é composto por um conjunto de vértices que são interligados por um conjunto de arestas, e é representado pelo símbolo $G(V, E)$, em que V representa o conjunto de vértices e E representa o conjunto de arestas (TSAI, 2000).

Na formalização de uma cadeia cinemática, os vértices do grafo são utilizados para representar os elementos constituintes da cadeia, enquanto as arestas descrevem as relações cinemáticas entre esses elementos. Um exemplo ilustrativo é dado na Figura 2.1, que retrata um mecanismo de quatro barras. A representação em grafo correspondente é apresentada na Figura 2.2, em que os números são atribuídos aos vértices e as letras minúsculas às arestas. Quando as arestas possuem uma direção específica, o gráfico é denominado grafo direcionado, também conhecido como dígrafo.

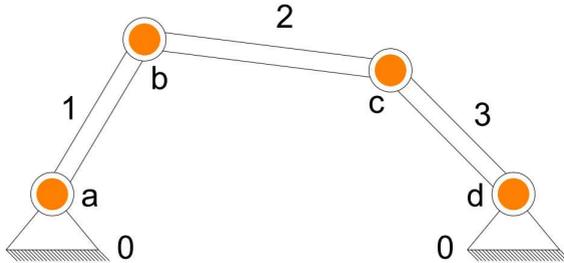


Figura 2.1 – Mecanismos quatro barras.

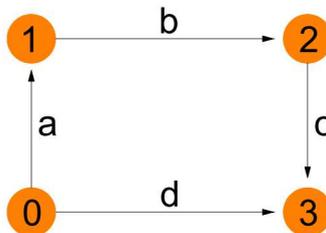


Figura 2.2 – Representação de grafo para mecanismos quatro barras.

A representação por grafos, facilita e sistematiza a mon-

tagem das equações da cinemática e da estática. A partir dos grafos, são determinados os circuitos independentes, que irão definir as equações cinemáticas, e os cortes, que definirão as equações de equilíbrio da estática (ERTHAL, 2012).

Uma árvore geradora de um grafo é um subgrafo que contém todos os vértices do grafo original, mas não cria nenhum circuito. As arestas que pertencem à árvore geradora são chamadas ramos, enquanto as arestas removidas para criar a árvore geradora são chamadas de cordas. Para cada corda, há um circuito correspondente.

Convencionado pela letra k , um corte é uma linha que cruza um único ramo com quantas cordas forem necessárias. Para cada ramo, há um corte correspondente podendo cruzar com mais de uma corda. A direção de um corte é definida como a direção de seu respectivo ramo.

Para a estática, os cortes são representados pela matriz de cortes, $[Q]_{k,e}$ onde e é o número de arestas, equivalente ao número de juntas que compõem o mecanismo. Cada elemento q_{ij} da matriz de cortes, onde i representa o respectivo corte, e j representa a respectiva corda, que pode assumir os valores de 0, +1 ou -1. O elemento q_{ij} de um ramo é sempre igual a +1, enquanto o elemento q_{ij} da corda segue o padrão apresentado em (CAMPOS, 2021), onde o sentido da seta determina o sinal do corte. Quando o sentido da seta do ramo está entrando no corte, o sinal será negativo (-1), quando o ramo estiver saindo do corte, o sentido do corte será positivo (+1).

A topologia de uma cadeia cinemática pode ser representada por meio do grafo de acoplamentos (GC), onde os vértices serão os elos e as arestas serão os acoplamentos. Os movimentos dessa mesma cadeia podem ser representados por meio de um grafo de movimentos (GM) em que, os vértices continuarão sendo os elos e as arestas, no entanto, deixam de representar os acoplamentos e passam a representar os movimentos unitários (f_i) dos elementos adjacentes.

Considere o mecanismo de quatro barras da Figura 2.1 como um exemplo. A Figura 2.3 apresenta o gráfico direcionado que representa o mecanismo de quatro barras, onde as linhas pretas representam os ramos, a linha tracejada em rosa representa a corda e

cada tracejado em verde representa um corte.

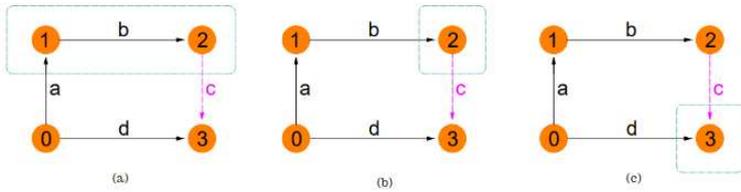


Figura 2.3 – Representação dos cortes.

A Figura 2.3a apresenta o corte a, pode-se ver que o ramo a é direcionado para dentro do caixa marrom tracejada representando o corte, enquanto a corda c é direcionada para fora. Pode-se concluir que o elemento correspondente à corda c do corte a é -1. Da mesma forma, a 2.3c apresenta o corte d, onde o o ramo d é direcionado para dentro do corte, e a corda c também é direcionado para dentro. Por isso, o elemento que correspondente à corda c do corte d é +1. A Equação 2.2 apresenta a matriz de cortes Q para o mecanismo de quatro barras.

$$Q = \begin{matrix} a \\ b \\ d \end{matrix} \begin{bmatrix} c & a & b & d \\ -1 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.1.2 Cadeias virtuais

Uma cadeia virtual é essencialmente uma ferramenta utilizada para a obtenção de informações sobre o movimento de uma cadeia cinemática ou para impor movimentos à cadeia cinemática real (DOURADO, 2005),(CAMPOS; GUENTHER; MARTINS, 2005).

Na cinemática, as cadeias virtuais podem ser usadas para impor movimentos ou restrições em determinados elementos de uma cadeia real, além de permitirem a obtenção de informações do movimento absoluto de um elo particular. Na estática, as cadeias virtuais podem ser utilizadas para monitorar e impor forças e momentos.

Segundo Simas (2008), as cadeias virtuais apresentam as seguintes propriedades: são cadeias seriais compostas por elos e juntas, denominados elos virtuais e juntas virtuais; possui juntas as quais seus helicoides normalizados são linearmente independentes; preserva a mobilidade da cadeia real quando colocada em paralelo.

Quando as juntas virtuais possuírem apenas um grau de liberdade, o número de juntas deve ser igual à ordem do sistema de helicoides. Se a cadeia virtual possuir juntas com mais de um grau de liberdade ($f > 1$), essas podem ser substituídas por f juntas em série com um grau de liberdade associado à cada uma delas (BONILLA, 2004).

2.2 MÉTODO RESHETOV

A síntese de um mecanismo é o processo de união de elos através de juntas. Para fechar um circuito deve-se montar a última junta, de forma que os dois elos que farão parte desta junta estejam alinhados. Este alinhamento deve ser linear e angular ao longo e ao redor os três eixos ortogonais (RESHETOV, 1979).

Um mecanismo excessivamente restrito está sujeito a mais restrições do que o espaço de trabalho, então alguns graus de liberdade são restringidos mais de uma vez (CARRETO, 2012). A construção de um mecanismo hipertensionado é mais difícil, por imprecisões do processo de fabricação, e o uso de força é necessário para alinhar as juntas corretamente. O autoalinhamento do mecanismo elimina as restrições redundantes trazendo vantagens projetivas.

O Método proposto por (RESHETOV, 1979), descreve como autoalinhar mecanismos eliminando as restrições redundantes. O método considera o número de circuito dos mecanismos e as liberdades permitidas pelos pares cinemáticos. Um circuito pode fechar sem restrições redundantes se todas as seis liberdades estiverem presentes, possibilitando que as liberdades translacionais possam ser obtidas por eixos perpendiculares, se ainda faltar uma liberdade, isso é uma restrição redundante do sistema. E, se uma liberdade extra está presente, indica que essa liberdade é uma mobilidade do mecanismo.

Se faltar uma liberdade linear em qualquer eixo, a liberdade

de rotação em torno de um eixo diferente pode substituí-lo. O método considera que um circuito pode fechar sem deformar nenhum elo se todas as seis liberdades estiverem presentes nesse circuito.

Considerando a Figura 2.1, a qual apresenta um circuito apenas (abcd), a definição do circuito definirá quantas tabelas serão necessárias para definir a mobilidade, neste caso, para um circuito apenas uma tabela será necessária. O Método de Reshetov pode ser construído analisando as liberdades de cada junta, o primeiro passo é a definição do tipo de junta, seguido pela definição do eixo de rotação da junta. No caso abordado, as juntas a,b,c,d são de revolução, com rotação no eixo z. A construção da tabela pode ser observada na Figura 2.4, as rotações nos eixos são expressas pelas letras R_x, R_y, R_z , as translações expressas pelas letras T_x, T_y, T_z .

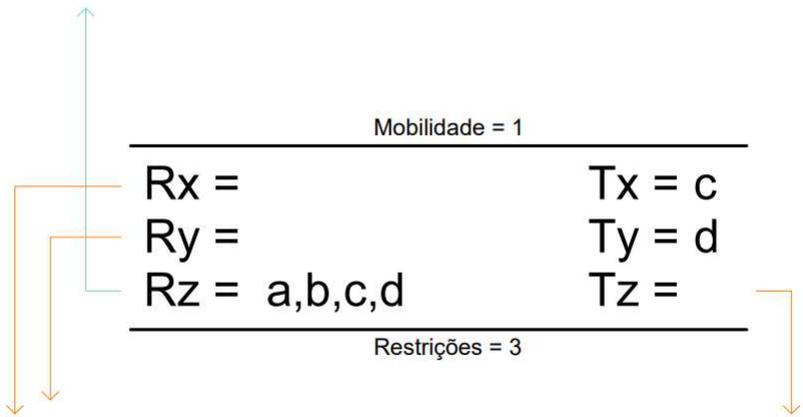


Figura 2.4 – Definição da mobilidade através do Método de Reshetov.

Somente rotações podem ser realocadas para translações, não é permitida a distribuição no mesmo eixo de rotação. Não sendo possível compensar a falta de uma liberdade de rotação com uma liberdade de translação. Além disso, uma liberdade de rotação em um dado eixo só pode ser utilizada para compensar a falta de liberdade de translação em um dos outros dois eixos. Desta forma, a distribuição das liberdades pode ser verificada na Figura 2.4, onde a seta verde representa o número de mobilidades do sistema e as

setas vermelhas representam o grau de restrições redundantes para o mecanismo de quatro barras. Evidenciando que o mecanismo está hiper-restringido em dois graus de liberdade.

As restrições redundantes não são preferíveis em projetos de mecanismos, trazendo diversas desvantagens já citadas. Uma alternativa para eliminar as restrições neste caso, é a substituição de dois pares de revolução por um par esférico e um par cilíndrico, similar à construção apresentada na Figura 2.5, onde o par cinemático a passou a ser uma junta cilíndrica e o par cinemático b se tornou um par esférico.

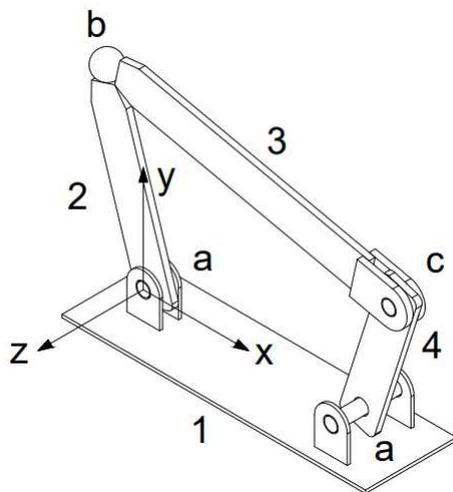


Figura 2.5 – Mecanismo de quatro barras sem restrições redundantes.

2.2.1 Classificação dos pares cinemáticos de acordo com Reshetov

Na convenção proposta por Reshetov (1979), os pares cinemáticos são agrupados em diferentes categorias. A classe de um par cinemático é determinada pelo número de graus de liberdade independentes que são restritos no movimento do componente móvel.

Os pares de classe I limitam o movimento em apenas uma direção, e isso abrange situações como uma esfera em contato com um ponto ou dois corpos em contato em um ponto. Pares cinemáticos de classe II podem ser exemplificados por uma esfera dentro de um

tubo ajustado ou um cilindro apoiado em um plano. No último caso, algumas rotações do cilindro são proibidas para manter o contato entre os componentes em um arranjo de ponto para linha.

Pares de classe III restringem os graus de liberdade de algumas formas: três translações, duas translações e uma rotação, ou uma translação e duas rotações. A primeira variação, que restringe todas as três translações, é comumente aplicada em conexões de tipo bola e soquete.

Pares de classe IV são definidos por quatro graus de liberdade restringidos, deixando apenas dois graus de liberdade livres. Exemplos técnicos desses pares incluem duas engrenagens retas conjugadas ou um came e rolete em um mecanismo seguidor. Pares classificados como ligações de classe V permitem apenas um grau de liberdade no movimento relativo. Essa categoria engloba pares de revolução, prismáticos, e conexões de parafuso e porca. Neste trabalho a representação dos pares é adotada da seguinte forma: P_I , P_{II} , P_{III} , P_{IV} , P_V .

2.3 MÉTODO DE DAVIES

O método desenvolvido por Davies para análise cinemática e estática de mecanismos, é baseado em três conceitos principais:

- teoria de helicoides, utilizada na representação da posição, das velocidades e das forças;
- teoria de grafos, utilizada para representar a conectividade da cadeia e a conexão entre as velocidades e forças do mecanismo;
- leis de Kirchhoff, fornece os meios para se obter simultaneamente as equações da cinemática e estática.

Estudos aprofundados sobre a relação de forças na estática e leis de Kirchhoff são encontradas nas literaturas (HUNT, 2003), (CAZANGI, 2008), (CECCARELLI, 2000).

2.3.1 Teoria de helicoides

A teoria dos helicoides permite representar o estado instantâneo de movimentos e de ações de corpos rígidos no espaço. O

helicóide ($\$$) é um elemento geométrico (HUNT, 2003), definido por uma reta direcionada (eixo) e um passo (h) associado. É dito helicóide normalizado ($\widehat{\$}$) quando a reta direcionada é representada por um vetor normalizado.

Para diferenciar o helicóide na cinemática do helicóide na estática são apresentados dois novos termos: heligiro ($\M) que corresponde ao termo em inglês *twist* utilizado na cinemática e heli-força ($\A) originário do termo em inglês *wrench*, associado à estática (HUNT, 2003). Os índices M e A trazem a ideia de movimento e ação, respectivamente. O helicóide pode ser expresso através das seis coordenadas homogêneas de Plücker como mostrado na Equação 2.3.

$$\$ = \begin{pmatrix} \vec{S} \\ \vec{S}_0 X \vec{S} + h \vec{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ P^* = P + hL \\ Q^* = Q + hM \\ R^* = R + hN \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

O vetor \vec{S} é a direção ao longo do eixo do helicóide, o vetor \vec{S}_0 é a posição de qualquer ponto do eixo do helicóide em relação a origem do sistema de coordenadas, e L, M, N, P^*, Q^*, R^* são as coordenadas homogêneas de Plücker (CAZANGI, 2008).

2.3.2 Helicóides de movimento (Heligiros)

O helicóide na cinemática representa o estado instantâneo de movimento de um corpo rígido em relação a um sistema inercial de coordenadas (O_{xyz}) (CECCARELLI, 2000), pode ser descrito por um heligiro ($\M) ou helicóide de movimento (CAZANGI, 2008). O heligiro é simultaneamente constituído por uma velocidade angular diferencial ($\vec{\omega}$) que age em torno do eixo instantâneo de rotação e uma velocidade translacional diferencial (\vec{v}) colinear ao mesmo eixo (BONILLA, 2004).

Seis coordenadas homogêneas de Plücker mostram o heligiro meio de ($\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*, \mathcal{R}^*$) (HUNT, 2003), em que, \mathcal{L}, \mathcal{M} e

\mathcal{N} correspondem, respectivamente, às componentes ω_x, ω_y e ω_z do vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ do corpo em relação ao sistema de coordenadas inercial e, \mathcal{P}^* , \mathcal{Q}^* e \mathcal{R}^* relaciona-se, respectivamente, às componentes cartesianas v_{px}, v_{py} e v_{pz} do vetor velocidade linear \vec{V}_p de um ponto P que movimenta com o corpo e que coincide instantaneamente com a origem do sistema de coordenadas (VICTORETTE, 2022).

Quando nenhum ponto do corpo coincidir com a origem O do sistema de coordenadas, cria-se uma extensão virtual dele de modo que um ponto P dessa extensão coincida com a origem. Agrupando as coordenadas de um helicoide (seja ele de movimento ou de ação) em dois vetores $u = (\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$ e $v^* = (\mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*, \mathcal{R}^*)$, tem-se:

$$\mathcal{S} = (u; v^*) \quad (2.4)$$

No formato axial um heligiço pode ser expresso por meio das coordenadas homogêneas de Plücker, conforme a Equação 2.5:

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \mathcal{P}^* = \mathcal{P} + h\mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} + h\mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} + h\mathcal{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\omega} \\ \vec{V}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\omega} \\ \vec{S}_0 \times \vec{\omega} + h\vec{\omega} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

O elemento puramente geométrico $\widehat{\mathcal{S}}^M$, o qual não tem grandeza associada e uma magnitude ψ^M com unidade de velocidade, pode ser obtido normalizando o heligiço \mathcal{S}^M :

$$\mathcal{S}^M = \widehat{\mathcal{S}}^M \psi^M \quad (2.6)$$

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ P^* \\ Q^* \\ R^* \end{pmatrix} \psi^M = \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M + h\vec{S}^M \end{pmatrix} \psi^M \quad (2.7)$$

em que, \vec{S}^M é o vetor das direções unitárias L, M, N do eixo do heligiro normalizado na formação axial.

O passo nulo ($h = 0$) de um heligiro ocorrerá quando estiver representando o movimento de uma junta de revolução. Isso torna-se em $\nu = 0$ e $\vec{V}_p = \vec{S}_0 \times \vec{\omega}$, a Equação 2.7 portanto, refere-se a:

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \mathcal{P}^* = \mathcal{P} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ P \\ Q \\ R \end{pmatrix} \psi^M = \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} \psi^M \quad (2.8)$$

No caso de juntas prismáticas, o passo do heligiro será infinito ($h = \infty$) e a velocidade angular será nula ($\vec{\omega} = 0$) (BONILLA, 2004), portanto, a Equação torna-se:

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathcal{P}^* = \mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{S}^M \end{pmatrix} \psi^M \quad (2.9)$$

Com a definição do passo, todos os heligiros de um mecanismo podem ser agrupados em uma única matriz, a *Matriz de movimentos* $[M_D]_{\lambda \times F}$:

$$[M_D]_{\lambda \times F} = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_a^M & \mathcal{S}_b^M & \mathcal{S}_c^M & \dots & \mathcal{S}_F^M \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

onde, o número de linhas é definido pela ordem do sistema (λ) e o número de colunas é definido pelo *grau de liberdade bruto* (F) da cadeia cinemática.

A dimensão do espaço onde o mecanismo está representado é dito (λ). No espaço tridimensional, a ordem do sistema vale $\lambda = 6$, logo, são necessários seis heligiros independentes e seis heliforças independentes para representar os movimentos e as ações. Estes dois conjuntos de helicoides são ditos helicoides unitários (DAVIES, 2000).

Uma cadeia cinemática possui n juntas, cada junta possui f_i movimentos independentes, denominados *grau de liberdade unitário* da junta, sendo $1 \leq f_i \leq 6$. O grau de liberdade bruto F é a soma dos movimentos unitários f_i de todas as n juntas de uma cadeia cinemática:

$$F = \sum_{i=1}^n f_i \quad (2.11)$$

Da matriz de movimentos normalizada (Equação 2.10), obtém-se a *matriz de movimentos unitários* $[\widehat{M}_D]_{\lambda \times F}$ composta por elementos puramente geométricos sem suas respectivas magnitudes:

$$[\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} = \begin{bmatrix} \widehat{\$}_a^M & \widehat{\$}_b^M & \widehat{\$}_c^M & \dots & \widehat{\$}_F^M \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

As magnitudes $\psi_{a,b,c,\dots,F}^M$ dos heligiros são agrupadas em um único vetor, o *vetor de magnitudes dos movimentos* $\{\vec{\Psi}^M\}_{F \times 1}$.

$$\{\vec{\Psi}^M\}_{F \times 1} = \{\psi_a^M \ \psi_b^M \ \psi_c^M \ \dots \ \psi_F^M\}^T \quad (2.13)$$

A matriz $[M_D]_{\lambda \times F}$ pode, portanto, ser separada em uma matriz de heligiros normalizados e um vetor de magnitudes dos movimentos (velocidades angulares e translacionais) de todas as n juntas:

$$[M_D]_{\lambda \times F} = [\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} \{\vec{\Psi}^M\}_{F \times 1} \quad (2.14)$$

A *matriz de circuitos* $[B_M]_{l \times e}$ representa os circuitos independentes (l) existentes no grafo e a forma com que cada aresta (e) está orientada em relação à orientação do circuito no qual pertence.

$$[B_M]_{l \times e} = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} & \dots & b_{1,e} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} & \dots & b_{2,e} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{l,1} & b_{l,2} & b_{l,3} & \dots & b_{l,e} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

em que,

$$b_{i,j} = \begin{cases} +1 & \text{se a orientação da aresta } e \text{ e do circuito } l \text{ convergirem;} \\ -1 & \text{se a orientação da aresta } e \text{ e do circuito } l \text{ divergirem;} \\ 0 & \text{se a aresta } e \text{ não pertence ao circuito } l. \end{cases}$$

O procedimento algébrico para obter a matriz $[M_N]_{\lambda \times F}$ de uma rede de acoplamentos é detalhado a seguir:

$$[\widehat{M}_N]_{\lambda \times F} = \begin{bmatrix} [\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} \cdot \text{diag} [B_{M_1}]_{1 \times F} \\ [\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} \cdot \text{diag} [B_{M_2}]_{1 \times F} \\ \vdots \\ [\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} \cdot \text{diag} [B_{M_l}]_{1 \times F} \end{bmatrix}_{\lambda \times F} \quad (2.16)$$

2.3.3 Helicoides de ação (Heliforças)

O Helicoide de ação (\mathcal{S}^A) descreve o estado instantâneo de ações de um corpo rígido em relação a um sistema de coordenadas inercial (O_{xyz}). A heliforça é composta por um vetor linha que corresponde à componente de força resultante (\vec{F}_R), cuja linha de ação define o eixo do helicoide, e por um vetor (\vec{T}_P) que representa o momento calculado em um ponto específico do corpo.

A heliforça é expressa por seis coordenadas homogêneas de Plücker, as componentes \mathcal{L} , \mathcal{M} e \mathcal{N} da força resultante \vec{F}_R , representam respectivamente as forças nas direções de cada um dos eixos x , y e z do sistema de coordenadas inercial. As componentes \mathcal{P}^* , \mathcal{Q}^* e \mathcal{R}^* do momento \vec{T}_P , representam respectivamente os momentos em torno de cada um dos eixos cartesianos x , y e z do sistema de coordenadas inercial.

A heliforça é descrita em seis coordenadas homogêneas de Plücker:

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \mathcal{P}^* = \mathcal{P} + h\mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} + h\mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} + h\mathcal{N} \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{T}_P \\ \vec{F}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{F}_R + h\vec{F}_R \\ \vec{F}_R \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Caso a heliforça seja apresentada com momento na parcela superior, a formação é dita radial. Se o momento encontrar-se na parcela inferior, a formação é dita axial (CAZANGI, 2008).

O elemento puramente geométrico $\widehat{\mathcal{S}}^A$, sem grandeza mecânica associada, e um componente escalar ψ^A é obtido normalizando a heliforça \mathcal{S}^A :

$$\mathcal{S}^A = \widehat{\mathcal{S}}^A \psi^A \quad (2.18)$$

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* \\ Q^* \\ R^* \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} \psi = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A \\ \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} \psi^A \quad (2.19)$$

onde, \vec{S}^A é o vetor das direções unitárias L, M, N do eixo de Poinso normalizado na formação radial, as três primeiras componentes da heliforça correspondem à magnitude do binário \vec{T}_P ($\psi^A = \|\vec{T}_P\| = \sqrt{\mathcal{P}^{*2} + \mathcal{Q}^{*2} + \mathcal{R}^{*2}}$) e as três últimas componentes correspondem à magnitude da força resultante \vec{F}_R ($\psi^A = \|\vec{F}_R\| = \sqrt{\mathcal{L}^2 + \mathcal{M}^2 + \mathcal{N}^2}$).

Para a definição do passo, quando há momento puro em um estado de ações puramente binário, o passo da heliforça é considerado infinito ($h = \infty$) e a força \vec{F}_R vale zero. A Equação 2.19 normalizada, torna-se:

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \mathcal{P}^* = \mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{N} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{T} \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}^A \\ \vec{0} \end{pmatrix} \psi^A \quad (2.20)$$

Quando a heliforça estiver representando forças puras, o passo h é zero e a componente \vec{T}_P reduz-se à $\vec{S}_0 \times \vec{F}_R$. A Equação 2.19

normalizada, torna-se:

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \mathcal{P}^* = \mathcal{P} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} \psi^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S}^A \\ \\ \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} \psi^A \quad (2.21)$$

Após definidas, às heliforças podem ser agrupadas em uma única matriz chamada *Matriz de ações* $[A_D]_{\lambda \times C}$:

$$[A_D]_{\lambda \times C} = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_a^A & \mathcal{S}_b^A & \mathcal{S}_c^A & \dots & \mathcal{S}_C^A \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

onde, o número de linhas é definido pela ordem do sistema (λ) e o número de colunas é definido pelo *grau de restrição bruto* (C) da cadeia cinemática.

A matriz de ações normalizada (Equação 2.22), obtém-se a *matriz de ações unitárias* $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ composta por elementos puramente geométricos (helicoides normalizados) isolados de suas respectivas magnitudes:

$$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C} = \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{S}}_a^A & \hat{\mathcal{S}}_b^A & \hat{\mathcal{S}}_c^A & \dots & \hat{\mathcal{S}}_C^A \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

As magnitudes $\psi_{a,b,c,\dots,C}^A$ de cada heliforça são agrupadas em um único vetor, o *vetor de magnitudes das ações* $\{\vec{\Psi}^A\}_{C \times 1}$:

$$\{\vec{\Psi}^A\}_{C \times 1} = \{\psi_a^A \ \psi_b^A \ \psi_c^A \ \dots \ \psi_C^A\}^T \quad (2.24)$$

A matriz $[A_D]_{\lambda \times C}$ pode, portanto, ser separada em uma matriz de heliforças normalizadas e um vetor de magnitudes das ações (forças e momentos) de todas as n juntas de uma cadeia cinemática:

$$[A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \{\vec{\Psi}^A\}_{C \times 1} \quad (2.25)$$

A construção da matriz de ações unitárias em rede $[\hat{A}_N]_{\lambda_s \times C}$ é realizada por meio da distribuição das heliforças normalizadas pertencentes a cada corte, multiplicando-se a matriz das ações unitárias

$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ por cada linha $i = 1, 2, \dots, s$ da matriz de cortes $[Q_A]_{s \times C}$ (CAZANGI, 2008). Analogamente à cinemática, para realizar essa multiplicação, cada uma das s linhas da matriz de cortes $[Q_A]_{s \times C}$ deve ser transformada em uma matriz diagonal. A matriz $[\hat{A}_N]_{\lambda s \times C}$ de uma rede de acoplamentos é mostrada a seguir:

$$[\hat{A}_N]_{\lambda s \times C} = \begin{bmatrix} [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}[Q_{A_1}]_{1 \times C} \\ [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}[Q_{A_2}]_{1 \times C} \\ \vdots \\ [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}[Q_{A_s}]_{1 \times C} \end{bmatrix}_{\lambda s \times C} \quad (2.26)$$

2.4 MECANISMOS ATUADOS POR CABOS

A engenharia estrutural frequentemente se baseia na construção de sistemas complexos a partir de elementos fundamentais. Entre esses componentes, destaca-se o sistema de cabo e polia, uma solução amplamente empregada em uma variedade de aplicações, incluindo veículos automotivos, guindastes, robótica, equipamentos de ginástica e estruturas suspensas. Esses sistemas oferecem vantagens notáveis, como simplicidade estrutural, compacidade, baixo atrito e habilidade de absorver choques e transferir forças (GOSSELIN, 2014).

Uma abordagem eficiente para a análise dinâmica de sistemas de cabo e polia é proposta no estudo de (QI; WANG; WANG, 2017). Nesse trabalho, o cabo flexível é discretizado através de interpolação spline cúbica, e as potências virtuais associadas à tensão axial de tração, inércia e forças gravitacionais são formuladas. A validade do método é demonstrada por meio de exemplos numéricos representativos.

(VALÁŠEK; KARÁSEK, 2010) conduziram um levantamento que resultou em uma estratégia de controle anti-folga para sistemas de atuação com cabos. O objetivo primordial desse método é eliminar as folgas nos cabos. Para isso, é estabelecida a condição de que a orientação dos efeitos da força de acionamento deve ser

constante durante todo o ciclo de operação.

O estudo realizado por (XUE et al., 2017) introduz um modelo de transmissão de tensão e deslocamento em sistemas de cabo e polia, aplicável a um robô cirúrgico laparoscópico. Esse modelo considera a rigidez à flexão do cabo e a posição espacial das polias. Com base nesse modelo, é apresentado um algoritmo de compensação de posição de controle em malha fechada, resultando em melhorias substanciais no rastreamento de posição, conforme comprovado por experimentos práticos. Utilizando equações de restrição, (HONG; CIPRA, 2003) propõem uma abordagem sistemática para a representação e análise de configurações complexas de mecanismos cabo-polia e seus movimentos.

Um estudo recente, conduzido por (ZHANG et al., 2022), se concentra na cinemática de mecanismos de cabo e polia, bem como na calibração cinemática desses sistemas. O trabalho começa pela análise das características cinemáticas dos mecanismos de polias, estabelecendo um modelo cinemático completo. Além disso, é proposto um método de modelagem de erros considerando a cinemática das polias, resultando na derivação de uma matriz de identificação de erros. Com base nesses resultados, é desenvolvido um método de calibração cinemática para sistemas acionados por cabo e polia.

Para a modelagem de sistemas de cabos passando por polias, (NAGARAJIAH; NARASIMHAN, 2007), (MALHOTRA et al., 2004), (MADHEKAR; JANGID, 2009), propuseram diferentes modelos de elementos finitos para estudar a deformação e o comportamento dinâmico das estruturas.

Os métodos de análise estática e dinâmica e o comportamento dos cabos foram minuciosamente estudados por (GOSLING; KORBAN, 2001), (OZDEMIR, 1979), (FRIED, 1982), (LEONARD, 1988). Na aplicação real, um cabo pode passar por várias polias para transmitir potência e força de um motor para outras partes do sistema, e a análise de todo o sistema estrutural deve ser integrada com uma representação apropriada (AUFAURE, 2000). Se o atrito entre as polias e cabo é desprezível, as tensões em cada segmento de um cabo devem ser as mesmas, enquanto a presença de o atrito requer que as tensões do cabo nos dois lados de uma polia estejam governadas pela lei do atrito (GOSLING; KORBAN, 2001).

Uma publicação de (REYNOLDS, 1875), analisou a transmissão de potência por correia de um ponto de vista mais analítico e geral. Reynolds percebeu que, porque o cabo está sujeito a diferentes tensões, deve ter velocidades diferentes devido ao alongamento do cabo antes e depois contato com a polia. Esta mudança na velocidade implica que o cabo deve escorregar em relação à polia. Modelar o movimento do cabo flexível com comprimento variável no tempo e os movimentos de acoplamento entre o cabo e polias são as maiores dificuldades de sua análise dinâmica.

2.4.1 Tensão de cabo em sistemas mecânicos

Os sistemas robóticos acionados por cabos apresentam uma necessidade intrínseca de manter uma tensão constante nos cabos, uma vez que esses elementos não são capazes de gerar força de compressão, o que deve ser evitado em tal contexto. A ausência de tração em um dos cabos pode resultar em uma série de problemas, incluindo danos, erros de posicionamento, desgaste excessivo (CHEN et al., 2011) e, em casos extremos, até mesmo acidentes, dependendo das características do sistema.

A manutenção da tração dos cabos durante trajetórias específicas é fundamentada principalmente no conceito de espaço de trabalho (BERTI; MERLET; CARRICATO, 2013). A distribuição adequada da tensão nos sistemas de cabos também é crucial. Se a tensão for insuficiente, o cabo pode ficar solto, desequilibrando o sistema. Por outro lado, uma tensão excessiva pode levar à ruptura do cabo (MURARO, 2022).

Uma limitação significativa desses mecanismos reside no fato de que os cabos estão sujeitos a restrições unidirecionais, sendo capazes apenas de puxar, não de empurrar, ao contrário dos atuadores bidirecionais encontrados em robôs convencionais.

Adicionalmente, os cabos frequentemente passam por polias para alterar sua direção, e o comprimento do cabo costuma ser consideravelmente maior do que o tamanho das polias. Em cenários reais, o atrito entre o cabo e a superfície da polia é uma realidade, resultando no que é conhecido como fenômeno de decaimento de tensão. Essa diminuição na tensão do cabo do lado ativo para o lado

passivo é exponencial com o número de polias e pode ter impactos substanciais na dinâmica global do sistema.

2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

O presente capítulo compreende a apresentação de um conjunto abrangente de ferramentas essenciais, voltadas tanto para o desenvolvimento quanto para a modelagem de sistemas mecânicos baseados em cabos e polias. No âmbito do desenvolvimento, foram fornecidas definições fundamentais relacionadas à teoria geral dos mecanismos, destacando a representação gráfica por meio de grafos, bem como a introdução do conceito de cadeias virtuais.

Ademais, foi enfatizada a relevância do Método de Reshetov para a identificação de restrições redundantes e graus de liberdade presentes em cada configuração mecânica. O Método de Davies foi introduzido, focalizando especialmente nos aspectos estáticos e cinemáticos. Finalmente, realizou-se uma revisão abrangente de estudos referentes a sistemas mecânicos acionados por cabos e polias, enfatizando a importância da manutenção de tensão constante ao longo do sistema de atuação.

No capítulo subsequente, a modelagem de mecanismos envolvendo cabos e polias é abordada de maneira detalhada com base no Método de Reshetov, ilustrando-se a modelagem por meio de exemplos práticos retirados de casos reais.

3 MODELAGEM DE SISTEMAS DE CABOS E POLIAS

A crescente abrangência da aplicação de mecanismos em diversas esferas industriais tem suscitado requisitos cada vez mais exigentes, como a necessidade de altas acelerações e elevada precisão. Impulsionados por essa demanda multifacetada, que abarca desde a sólida engenharia civil até a refinada cirurgia robótica, os mecanismos têm passado por refinamentos notáveis. Atualmente, observa-se a incorporação de elos flexíveis em substituição aos tradicionais elos rígidos, aprimorando ainda mais suas capacidades adaptativas.

Robôs controlados por sistemas de cabos apresentam uma série de vantagens e desvantagens em relação aos seus equivalentes convencionais. O uso de cabos confere a esses sistemas um potencial significativo em espaços de trabalho de grandes dimensões, exemplificado pelo emprego em dispositivos como refletores adaptativos. No entanto, a flexibilidade inerente aos cabos demanda uma cuidadosa manutenção da tração ao longo do percurso para assegurar um funcionamento adequado. Essa flexibilidade pode, por vezes, resultar em erros de posicionamento e orientação. Dada a complexidade desse cenário, a determinação precisa da mobilidade intrínseca a esses mecanismos assume um papel crucial para garantir a correta modelagem e compreensão de seu comportamento.

3.1 MODELAGEM DE CABOS INSPIRADO NO MÉTODO DE RESHETOV

Um elo flexível, que pode assumir a forma de uma corrente ou cabo, apresenta uma complexidade inerente nos estudos que o envolvem. O foco central desses estudos é compreender o comportamento específico que um cabo exhibe dentro de uma estrutura cinemática.

No espaço tridimensional, um cabo é caracterizado por possuir cinco graus de liberdade, sendo sua única restrição imposta no sentido de sua atuação, a qual só se altera mediante um estímulo externo. Consequentemente, os cabos devem ser categorizados como pares cinemáticos de primeira classe, caracterizados por possuírem

cinco graus de liberdade e uma única restrição direcional.

Considere a Figura 3.1, na qual é delineado um mecanismo constituído por uma polia circundada por um cabo e dois blocos de atuação linear.

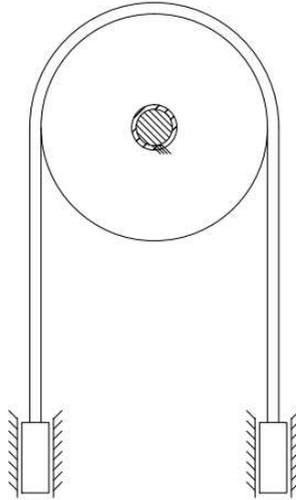


Figura 3.1 – Mecanismos simples de polia.

A tensão que atua no cabo varia dependendo da direção de acionamento da polia, o que implica que as seções de cabo em ambos os lados da polia devem ser tratadas como pares cinemáticos distintos. Consequentemente, emergem dois pares cinemáticos de primeira classe, cada um composto por uma seção de cabo. Essa duplicidade justifica-se pela discrepância nas tensões e forças aplicadas em ambos os lados do cabo.

Além disso, observa-se a presença de um par cinemático de rotação, constituído pela interação entre a polia e o elo fixo, juntamente com os dois pares prismáticos localizados nas extremidades dos blocos. O total de pares cinemáticos, j é igual à 5. Quanto ao número de liberdades, f_i , totalizam 13, sendo 10 liberdades provenientes dos pares de primeira classe (c,d), 2 liberdades decorrentes dos pares prismáticos (a,b) e 1 liberdade resultante do par de rotação (e). Tais considerações podem ser observadas na Tabela 3.1

Tabela 3.1 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 0	a	1	P_V	Prismático
3 - 0	b	1	P_V	Prismático
2 - 1	c	5	P_I	Cabo
2 - 3	d	5	P_I	Cabo
2 - 0	e	1	P_V	Revolução
Total=		13		

O mecanismo é composto por 4 elos ($n = 4$), englobando a polia, os dois blocos e o elo fixo que sustenta o sistema. Nesse contexto, a Figura 3.2 demonstra tais considerações e a determinação da mobilidade pode ser realizada aplicando a Equação 3.1.

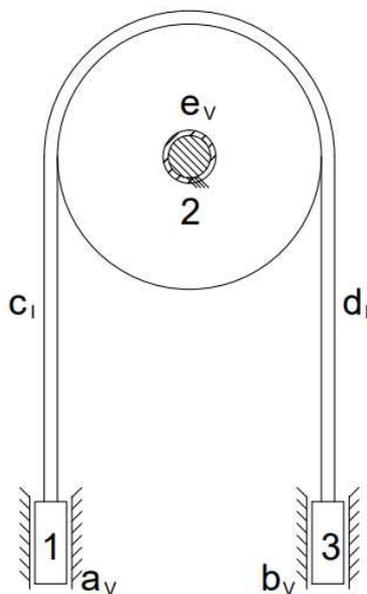


Figura 3.2 – Representação esquemática dos elos e pares cinemáticos.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(4 - 1 - 5) + 13 \\
 M &= 1
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

O resultado apresentado demonstra que o mecanismo possui apenas 1 grau de liberdade. No entanto, quando um cabo em um sistema de polias está em movimento, devido à tração, ocorre uma força de atrito na superfície da polia que afeta o movimento. Esse atrito gera cargas adicionais no cabo, particularmente na área em que há maior contato entre o cabo e a polia, que é a parte superior da polia.

Sob uma perspectiva cinemática, o cabo tem a capacidade de deslizar sobre a polia, o que amplia a sua mobilidade. Nesse contexto, a força de tração não está presente somente nas extremidades do cabo, mas também na seção localizada no topo da polia. Para modelar adequadamente essa tração nessa área específica, é possível considerar a existência de um elo virtual no topo da polia, atuando como uma conexão entre a polia e o cabo. Se observarmos a Figura 3.1, não há uma junção visível entre o cabo e a polia, o que pode dar a impressão de que eles não estão ligados entre si.

O elo virtual, destacado em laranja na Figura 3.3 deve ser considerado como um elo separado da polia. Entre o cabo e a polia existirá um par de ligação de um grau de liberdade, esse grau de liberdade corresponde ao deslizamento que o cabo gera na polia. O par cinemático gerado será de revolução, seguindo um caminho circular em torno da polia. O elo virtual em toda ordem, assume a condição de ternário, fazendo a conexão com a polia e os dois lados do cabo. Logo é possível enumerar os elos do mecanismo, o elo fixo corresponde ao elo 0, os blocos são enumerados como 1 e 3, a polia será o elo 2 e o elo virtual será enumerado como componente 4, como pode ser visto na Figura 3.3.

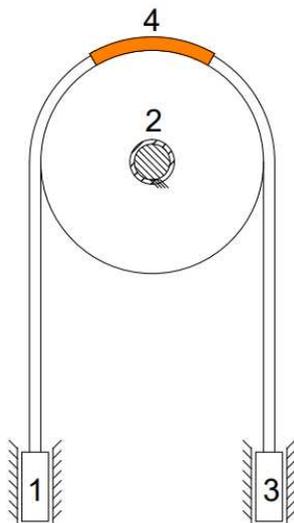


Figura 3.3 – Representação dos elos do mecanismo.

Os pares cinemáticos são mostrados na Figura 3.4, na Tabela 3.2 é mostrada a classificação dos mesmos.

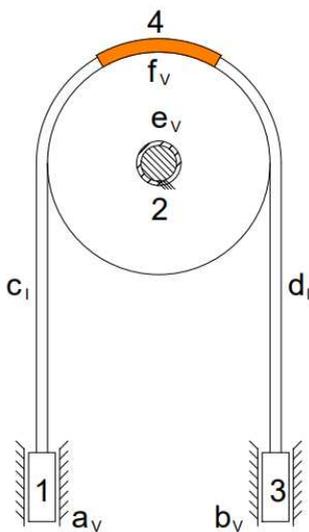


Figura 3.4 – Representação esquemática de elos e pares cinemáticos.

Tabela 3.2 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 0	a	1	P_V	Prismático
3 - 0	b	1	P_V	Prismático
4 - 1	c	5	P_I	Cabo
4 - 3	d	5	P_I	Cabo
2 - 0	e	1	P_V	Revolução
4 - 2	f	1	P_V	Revolução
Total=		14		

Observe que o elo virtual surge apenas quando ocorre deslizamento entre o cabo e a polia. O par cinemático formado entre a polia e o cabo compartilha o mesmo ponto de rotação que a própria polia, pois o elo virtual está intrinsecamente ligado à presença da polia. Portanto, do ponto de vista geométrico, os pares cinemáticos f e e têm o mesmo ponto de rotação, o qual está situado no centro da polia.

A Figura 3.5 apresenta tanto a representação estrutural quanto o grafo.

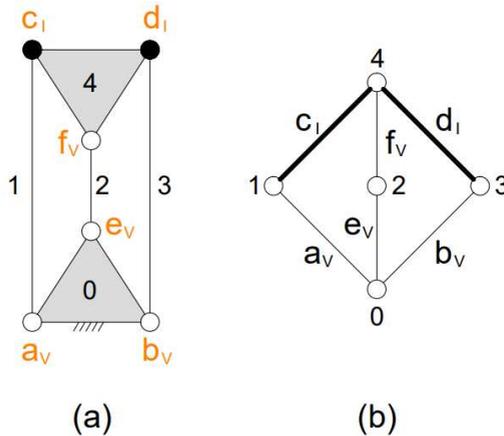


Figura 3.5 – (a) Representação estrutural. (b) Representação por grafo.

Nas representações estruturais utilizadas neste estudo, os pares cinemáticos formados pelos cabos, que são considerados pares

de primeira classe (P_I), são representados por círculos preenchidos, como indicado em preto na Figura 3.5a. Já nos grafos desenvolvidos neste trabalho, os pares formados pelos cabos são destacados por linhas mais espessas na cor preta, como ilustrado na Figura 3.5b. Para esse mecanismo, o número de circuitos independentes é igual a dois.

Na análise final do mecanismo, contabilizamos um total de 5 elos, 6 pares cinemáticos e um número de liberdades igual a 14. Isso inclui as 10 liberdades inerentes a cada seção do cabo, uma liberdade resultante da interação entre o elo fixo e a polia, outra liberdade decorrente da rotação entre o elo virtual e a polia (que representa o escorregamento no sistema) e, por fim, duas liberdades proporcionadas pelos pares prismáticos. A partir dessas considerações, é possível determinar a mobilidade efetiva do mecanismo, conforme mostrado na Equação 3.2.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(5 - 1 - 6) + (10 + 2 + 2) \\
 M &= 6(5 - 1 - 6) + 14 \\
 M &= 2
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Uma alternativa para determinar a mobilidade é utilizar as classes cinemáticas, como ilustrado na Equação 3.3. Nesse contexto, não há a presença de pares das classes P_{II} , P_{III} e P_{IV} , é possível anular essas contribuições na equação. Isso nos leva a identificar dois graus de mobilidade: o primeiro está relacionado ao movimento dos blocos, enquanto o segundo está ligado ao deslizamento do cabo ao longo da polia.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum (6 - i)P_i \\
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum 5P_I + 4P_{II} + 3P_{III} + 2P_{IV} + 1P_V \\
 M &= 6(5 - 1 - 6) + \sum 5P_I + 1P_V \\
 M &= 6(5 - 1 - 6) + \sum 5.2 + 1.4 \\
 M &= -12 + 14 \\
 M &= 2
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

A análise da mobilidade em mecanismos acionados por cabos apresenta desafios significativos. Isso se torna evidente ao examinarmos a Figura 3.6, que ilustra duas polias interligadas por um cabo, com atuadores lineares posicionados nas extremidades.

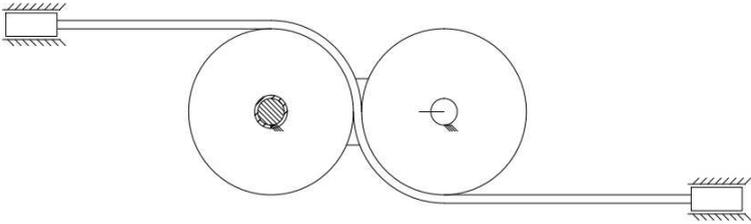


Figura 3.6 – Acoplamento simples de polias acionadas por cabos.

Ao examinarmos o caso ilustrado na Figura 3.6 e considerando que não apenas as extremidades do cabo, mas principalmente a seção no topo da polia, estão sujeitas a forças de tração significativas (RESHETOV, 1979), podemos perceber que o ponto de contato geométrico entre o cabo e a polia desempenha um papel crucial no mecanismo. Esse ponto de contato, de fato, funciona como um elo virtual dentro do sistema e deve ser tratado como um elemento distinto da polia propriamente dita. Essa abordagem é claramente demonstrada na Figura 3.7, na qual são introduzidos dois elos virtuais numerados como elo 1 e 2. Os demais elos, por sua vez, correspondem aos componentes físicos do mecanismo.

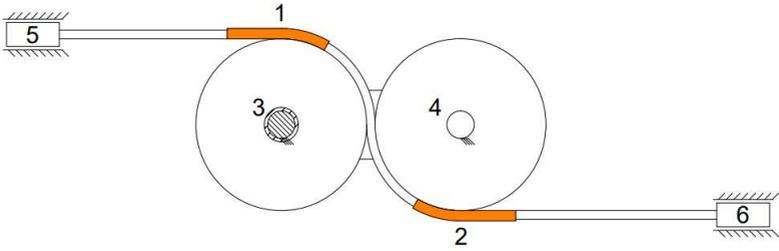


Figura 3.7 – Definição dos elos do mecanismo.

Logo o número total de elos n do mecanismos é igual a 7, onde o elo 0 representa o elo fixo. Tais considerações, são expressas na Figura 3.7.

A determinação do modo como os pares cinemáticos interagem no contexto do sistema de cabos e polias é fundamentada em duas premissas, de acordo com a abordagem proposta por (RESHETOV, 1979). A primeira premissa se apoia na presença de elos virtuais, os quais estabelecem um contato superficial com a polia. Esses elos envolvem a região de maior pressão na geometria da polia. Essa interação é categorizada como uma junta de revolução de classe P_V , apresentando uma liberdade e impondo cinco restrições no espaço tridimensional do sistema. Essa configuração é elucidada na Figura 3.8 por meio dos pares cinemáticos a e b .

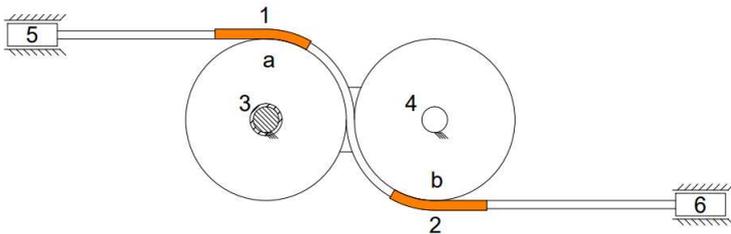


Figura 3.8 – Definição das juntas virtuais.

A segunda premissa do sistema é a definição do comportamento do cabo no mecanismo. Assume-se a partir de (RESHETOV, 1979), que o cabo atuará como uma junta de classe P_I , onde no

plano espacial possui cinco liberdades, sua única restrição está imposta no sentido de atuação, a qual só será movimentada mediante acionamento externo.

A segmentação dos pares cinemáticos, baseia-se nos limites entre as extremidades do cabo, que tocam dois elos distintos, a segmentação do cabo entre o elo 5 e o elo 1 é expressa como um par P_I , denominada junta c . O mesmo ocorre entre os elos 2 e 6 que formam de igual maneira uma junta de classe P_I , assumindo a posição de junta e . O segmento de cabo entre o elo 1 e o elo 2, possui uma junta com 5 liberdades no espaço, denominada junta d .

Essa construção pode ser observada na Figura 3.9 e na Tabela 3.3, assim como as demais pares do sistemas (a, b, f, g, h, i) , que são convencionadas através da teoria geral de mecanismos.

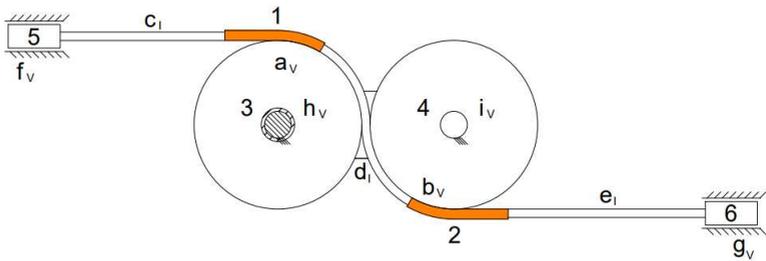


Figura 3.9 – Parametrização de elos e pares cinemáticos do mecanismo.

A estrutura cinemática do mecanismo é mostrada na Figura 3.10, pelo sistema de convenção adotado o elo virtual sempre formará um elo ternário na cadeia. O grafo do mecanismo encontra-se representado na Figura 3.11, fornecendo informações sobre o número de circuitos na estrutura. A partir desta modelagem, torna-se possível determinar a mobilidade, considerando que o mecanismo apresenta um total de 9 pares cinemáticos, dos quais 3 são do tipo P_I (c, d, e), cada um conferindo 5 graus de liberdade, e 6 são do tipo P_V (a, h, b, i, f, g), cada um contribuindo com 1 grau de liberdade. Isso resulta em um total de $f_i = 21$ liberdades. O número de elos, incluindo o elo fixo, é igual a 7. Utilizando a Equação 2.1, podemos definir a mobilidade do sistema, conforme expresso na Equação 3.4.

Tabela 3.3 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 3	a	1	P_V	Revolução
2 - 4	b	1	P_V	Revolução
5 - 1	c	5	P_I	Cabo
1 - 2	d	5	P_I	Cabo
2 - 6	e	5	P_I	Cabo
5 - 0	f	1	P_V	Prismática
6 - 0	g	1	P_V	Prismática
3 - 0	h	1	P_V	Revolução
4 - 0	i	1	P_V	Revolução
Total=		21		

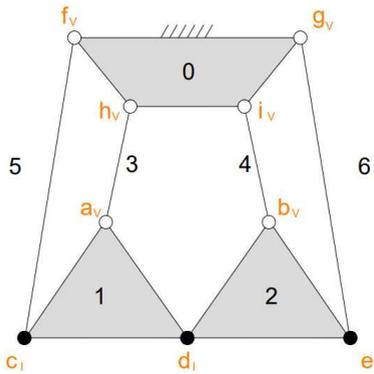


Figura 3.10 – Estrutura cinemática.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(7 - 1 - 9) + (15 + 2 + 4) \\
 M &= 6(7 - 1 - 9) + 21 \\
 M &= 3
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

As três liberdades encontradas através da Equação 3.4, representam o escorregamento do cabo em relação as polias, ocasionando

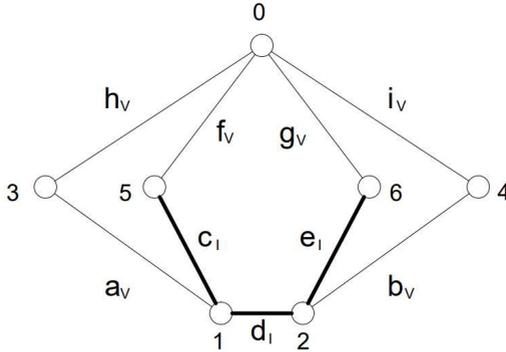


Figura 3.11 – Grafo do mecanismo de polias.

em duas liberdades extras, a outra liberdade refere-se ao movimento geral do mecanismo. No caso real, existe atrito entre o cabo e a superfície da polia, (RAVIKUMAR; CHATTOPADHYAY, 1999) (SINGRU; MODAK, 2001) resultando em diferentes tensões nos dois lados de uma polia.

Um exemplo semelhante encontra-se ilustrado na Figura 3.12, onde, neste cenário, as duas polias estão interligadas por cabos que sustentam dois pesos independentes. A estrutura cinemática correspondente é apresentada na Figura 3.13.

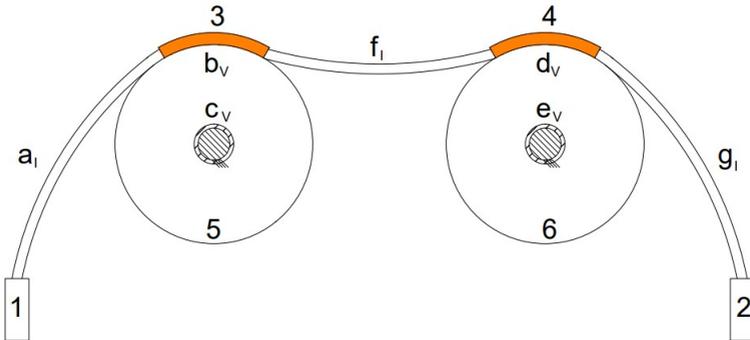


Figura 3.12 – Mecanismo com pesos livres.

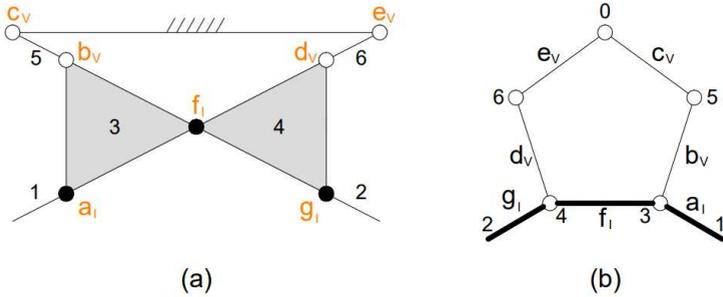


Figura 3.13 – (a) Estrutura cinemática. (b) Grafo do mecanismo.

A melhor compreensão dos pares cinemáticos pode ser observada na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 3	a	5	P_I	Cabo
3 - 5	b	1	P_V	Revolução
5 - 0	c	1	P_V	Revolução
4 - 6	d	1	P_V	Revolução
0 - 6	e	1	P_V	Revolução
3 - 4	f	5	P_I	Cabo
4 - 2	g	5	P_I	Cabo
Total=		19		

O número de elos do mecanismo é $n=7$, o número de pares cinemáticos é $j=7$, destes, 3 pares representam as juntas formadas pelos cabos (a, f, g) , com apenas uma restrição imposta no sentido de atuação (P_I), totalizando 15 liberdades, os outros 4 pares cinemáticos são de revolução que somam 4 liberdades (P_V). Na equação 3.5 a mobilidade geral é definida.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(7 - 1 - 7) + (15 + 4) \\
 M &= 6(7 - 1 - 7) + 19 \\
 M &= -6 + 13 \\
 M &= 13
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Em decorrência do sistema não estar engastado, os blocos estão livres para se movimentar com cinco graus de liberdade independentes para cada bloco. Somado às duas liberdades causadas pelo escorregamento do cabo nas polias e a mobilidade geral do movimento do mecanismo a mobilidade final de $M = 13$ é apresentada.

3.2 METODOLOGIA

A metodologia aplicada na seção anterior é descrita abaixo e apresentada na Figura 3.14. A metodologia pode ser aplicada em projetos já existentes ou em um novo projeto.

O primeiro passo é definir se *o contato entre o cabo e polia em análise pode apresentar escorregamento*. Uma análise do contato entre cabo e polia pode revelar a ocorrência de escorregamento. Caso não haja escorregamento, a modelagem do mecanismo deve ocorrer de maneira tradicional, utilizando a teoria geral de mecanismos.

Caso o escorregamento esteja presente, precise ser evitado ou controlado, a metodologia desenvolvida neste trabalho deve ser utilizada. Para isso siga o fluxograma para *modelar de acordo com o método inspirado em Reshetov*.

Inserir os elos virtuais: para determinar quais elos virtuais devem ser posicionados nos pontos de maior atrito entre o cabo e as polias, é necessário realizar uma análise do mecanismo. Identifique o ponto de maior atrito onde o cabo entra em contato com a polia, considerando-o como um ponto crítico para a colocação dos elos virtuais.

Verificar se foi analisado todos os pares cinemáticos de cabos e polias: esta tomada de decisão é muito importante para o desen-

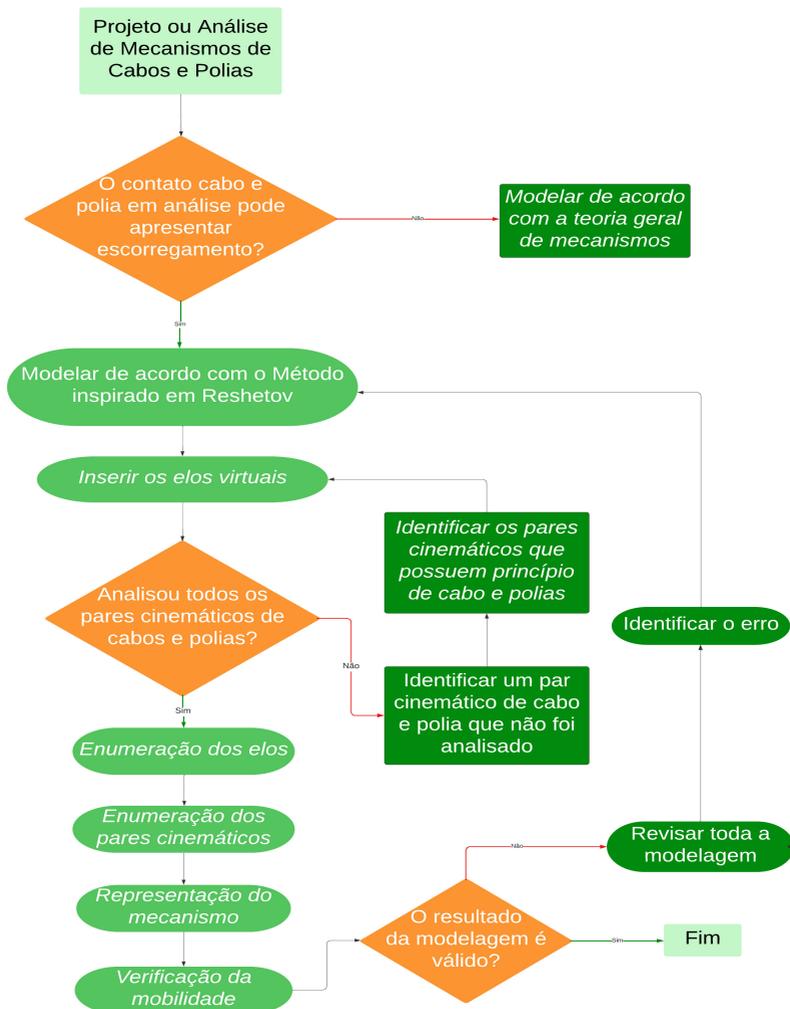


Figura 3.14 – Etapas da metodologia.

volvimento da modelagem, pois visa identificar se todos os contatos de cabos e polias foram analisados. A não conferência de todos os pares cinemáticos pode resultar em um resultado incorreto ao final da modelagem. Caso seja identificado que algum par cinemático não foi analisado, é necessário identificar esse par por meio da análise do

sistema como um todo. Após esse processo, é importante verificar se existem outros pares cinemáticos que envolvam princípios de cabos e polias, pois essa interação resultará na adição de elos virtuais no mecanismo.

Enumeração dos elos do mecanismo: enumerar todos os elos do mecanismo, incluindo o elo virtual, que é considerado independente dos demais. Identificar todos os componentes que desempenham um papel em sua operação e listá-los individualmente como elos, atribuindo a cada um deles um número exclusivo para fins de identificação.

Enumeração dos pares cinemáticos: realizar uma inspeção completa do mecanismo, identificando as áreas onde o cabo está conectado a outros componentes, como polias e roldanas. Esses contatos deverão ser identificados como pares de primeira classe P_I , que são caracterizados pelo uso de cabos. Examine o mecanismo com o objetivo de identificar todas as regiões onde ocorrem movimentos relativos entre os elos do sistema, a fim de identificar quaisquer outros pares cinemáticos ($P_{II}, P_{III}, P_{IV}, P_V$). Elabore uma lista de pares cinemáticos, indicando quais elos estão envolvidos em cada par. Atribua uma letra única a cada par com o propósito de identificação.

Representação do mecanismo: elaborar a representação esquemática do mecanismo que demonstre de maneira clara a relação entre os elos e os pares cinemáticos. Desenhar o diagrama estrutural que ilustre todos os elos do mecanismo, incluindo os elos virtuais, e suas interconexões. Em seguida, criar o grafo com base nessa representação estrutural.

Verificação da mobilidade: utilize o grafo do mecanismo para identificar o número de circuitos independentes. Aplique a equação da mobilidade para definir o número de parâmetros independentes do mecanismo. É importante documentar todas as etapas e resultados dessa metodologia para referência futura e para a análise contínua do mecanismo.

Se o resultado da modelagem estiver em conformidade com o esperado para o mecanismo, a modelagem deve ser concluída. No entanto, se algum erro for identificado, é necessário revisar todo o processo de modelagem, identificar o erro e reiniciar o processo novamente.

3.3 ESTUDO DE CASO

Os estudos de caso se concentram na análise de mecanismos de cabos e polias, com uma aplicação no contexto da área médica. Esses mecanismos desempenham um papel crucial em diversas aplicações médicas, como sistemas de elevação de pacientes, dispositivos de reabilitação, ou até mesmo em equipamentos laparoscópicos. O entendimento da mobilidade e da cinemática desses sistemas é fundamental para garantir seu funcionamento seguro e eficiente, pois muitas vezes estão envolvidas questões de segurança e precisão em ambientes clínicos e hospitalares. Portanto, a análise detalhada desses mecanismos desempenha um papel importante na melhoria da tecnologia médica e na qualidade dos cuidados de saúde.

3.3.1 Aplicação em mecanismo para reabilitação

As mãos conferem autonomia no contexto da existência humana, proporcionando a capacidade essencial de interação. Contudo, constituem-se como membros especialmente susceptíveis a deficiências, como lesões ou derrames neurológicos. Uma pesquisa conduzida por (SERBEST et al., 2021), com o propósito de avaliar as necessidades de indivíduos acometidos por Acidente Vascular Cerebral (AVC), revelou que a restauração da funcionalidade dos movimentos das mãos e dedos, visando à realização de tarefas cotidianas, figura como o objetivo primordial no processo de recuperação.

A terapia de reabilitação após um AVC demonstra ter o potencial de facilitar substancialmente o processo de recuperação. Geralmente, fisioterapeutas são os encarregados de administrar tais terapias, seja por meio de intervenções manuais ou do emprego de dispositivos mecânicos que proporcionam assistência passiva. Nesse contexto, a utilização de dispositivos robóticos para fins de reabilitação surge como uma abordagem que confere precisão na execução e aprimora a repetibilidade dos exercícios (IQBAL et al., 2014).

Na última década, vários dispositivos foram desenvolvidos ou aplicados especificamente para a reabilitar as mãos e dedos. A pesquisa desenvolvida por (CHIRI et al., 2009) mostrada na Figura 3.15, trás o desenvolvimento de um mecanismo atuado por cabos e

polias para a reabilitação de dedos.

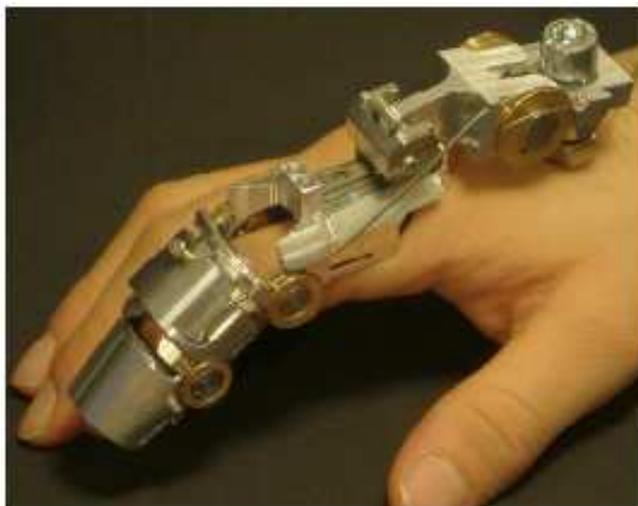


Figura 3.15 – Dispositivo acionado por cabos para reabilitação de dedos.

Fonte: (CHIRI et al., 2009)

O enfoque principal de (CHIRI et al., 2009) é movimentar independentemente os cinco dedos, não apenas para flexibilidade e coordenação, mas também a capacidade de realizar padrões de movimento mais complexos. O seu design foi pensado de forma a permitir a ativação de todos os graus de liberdade, simulando o movimento real do dedo humano com requisitos de baixa sobrecarga, peso leve, conforto e boa usabilidade.

O processo de construção desse tipo de dispositivo é complexo e precisa rastrear os efeitos do atrito e escorregamento que as polias possam apresentar. É necessário que toda a força projetada seja direcionada ao movimento, para de fato realizar o processo de reabilitação dos movimentos de maneira efetiva. Desta forma, a determinação dos graus de liberdade se torna essencial.

A representação esquemática do mecanismo, pode ser observada na Figura 3.16, note que nesta representação o escorregamento do cabo não é mapeado. O atrito de interação da polia com o cabo é complexo, pois várias variáveis podem afetar a intensidade da força

de atrito, incluindo tensão no cabo, ângulo do cabo em torno da polia, número de polias e a velocidade do cabo (MIYASAKA et al., 2020).

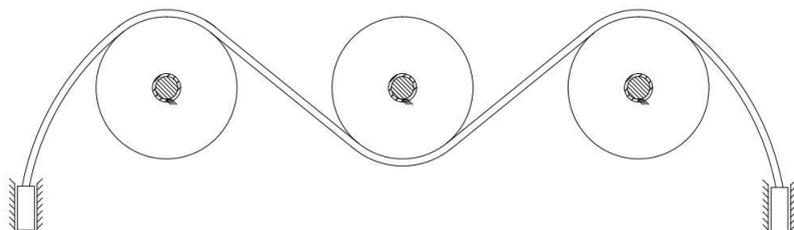


Figura 3.16 – Representação esquemática do mecanismo de reabilitação de dedos.

Na Figura 3.17 é mostrada a construção da representação esquemática, levando em consideração a variável de escorregamento, no qual o topo da polia sofre maior impacto. A estrutura cinemática e o grafo para o respectivo mecanismo são mostrados nas Figuras 3.18 e 3.19. A melhor compreensão dos pares cinemáticos pode ser analisada na Tabela 3.5.

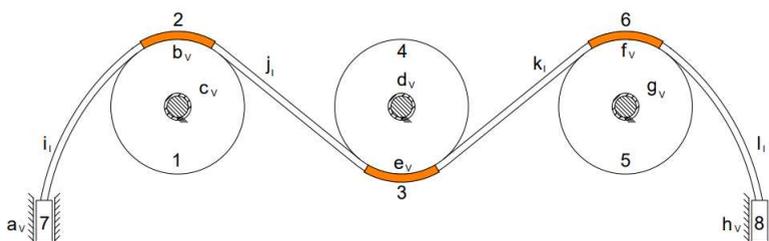


Figura 3.17 – Representação esquemática de elos e juntas.

Tabela 3.5 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
0 - 7	a	1	P_V	Prismática
2 - 1	b	1	P_V	Revolução
1 - 0	c	1	P_V	Revolução
4 - 0	d	1	P_V	Revolução
3 - 4	e	1	P_V	Revolução
6 - 5	f	1	P_V	Revolução
5 - 0	g	1	P_V	Revolução
8 - 0	h	1	P_V	Prismática
7 - 2	i	5	P_I	Cabo
2 - 3	j	5	P_I	Cabo
3 - 6	k	5	P_I	Cabo
6 - 8	l	5	P_I	Cabo
Total=		28		

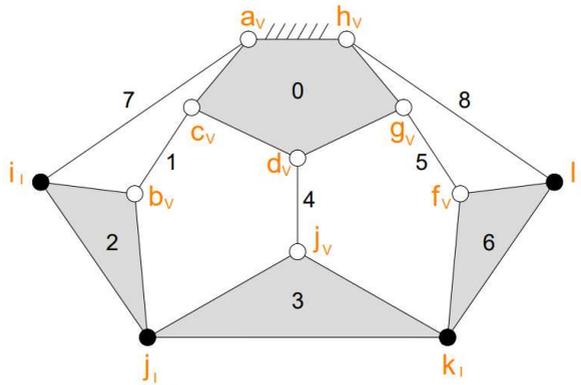


Figura 3.18 – Representação estrutural do mecanismo.

Para determinar a mobilidade, é necessário reunir informações sobre os parâmetros dos pares cinemáticos e dos elos. O mecanismo em questão possui um total de 9 elos, enquanto os pares cinemáticos somam 12. Dessas articulações, 4 são responsáveis pela flexibilidade dos cabos, com uma única restrição de atuação, e os outros 8 são pares cinemáticos são de revolução. A mobilidade geral

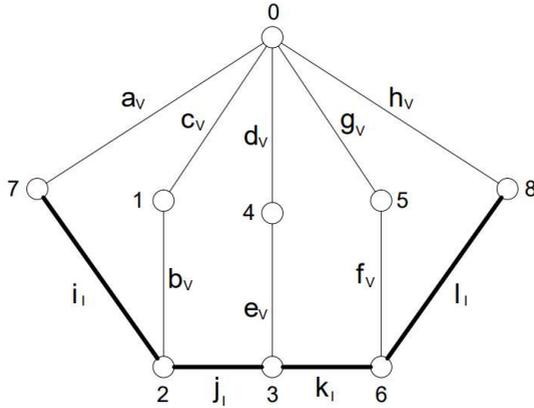


Figura 3.19 – Representação por grafo.

do sistema é expressa na Equação 3.6.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(9 - 1 - 12) + (20 + 2 + 6) \\
 M &= 6(9 - 1 - 12) + 28 \\
 M &= -24 + 28 \\
 M &= 4
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

A mobilidade calculada diz respeito às liberdades de deslizamento identificadas em cada uma das polias, bem como à mobilidade global do mecanismo. No contexto deste caso, o número de circuitos independentes é igual a 4. Isso evidencia que são necessários quatro atuadores para garantir que todos os cabos permaneçam sob tensão e executem o movimento apropriado.

3.3.2 Aplicação em mecanismo para cirurgia minimamente invasiva

A aplicação de cabos em mecanismos destinados à cirurgia minimamente invasiva possui amplas aplicações. Estão sendo desenvolvidos diversos arranjos e combinações mais leves por meio da uti-

lização de cabos, e essa tendência é motivada principalmente pelos resultados altamente favoráveis associados a esse tipo de procedimento cirúrgico.

Muitos desafios ainda são encontrados na cirurgia minimamente invasiva, principalmente referentes ao grau de destreza, limitações do espaço de trabalho e a dificuldade de expressar precisamente qual é a mobilidade do sistema.

O dispositivo comercial ArtiSential®[®], é um instrumento laparoscópico articulado da empresa LIVSMED, registrado como dispositivo médico de classe I junto à Food and Drug Administration em 2019 e disponível desde novembro de 2019 na Coreia (Figura 3.20).



Figura 3.20 – Dispositivo comercial ArtiSential®.

Fonte: (LIVSMED, 2023)

O instrumento ArtiSential®[®] apresenta um efetuator final de articulação dupla e uma alça ergonômica que facilita os movimentos do punho para fornecer 7 graus de liberdade. O instrumento é totalmente mecânico de baixo custo, permitindo aos cirurgiões as mesmas vantagens das plataformas robóticas, além de fornecer feedback tátil, que falta nos sistemas robóticos.

O projeto da patente do instrumento cirúrgico pode ser observada na Figura 3.21, neste trabalho analisaremos o efetuator final do dispositivo. Os três graus de liberdade do efetuator final estão ilustrados na Figura 3.22. O efetuator tem a capacidade de realizar tanto a abertura quanto o fechamento da garra, bem como movi-

mentos de elevação e descida, além do grau de liberdade responsável pelo deslocamento lateral esquerdo e direito.

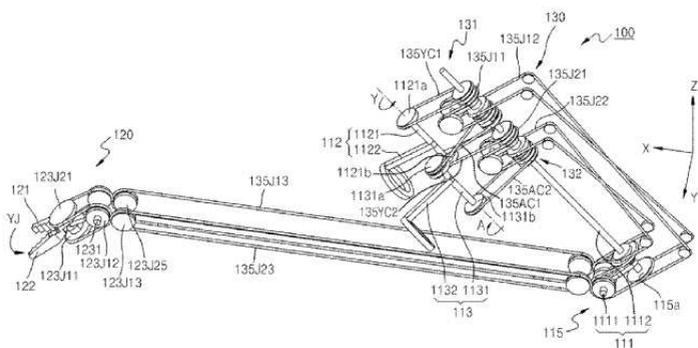


Figura 3.21 – Mecanismo para cirurgia minimamente invasiva.

Fonte: (LEE; KIM; BACH, 2020)

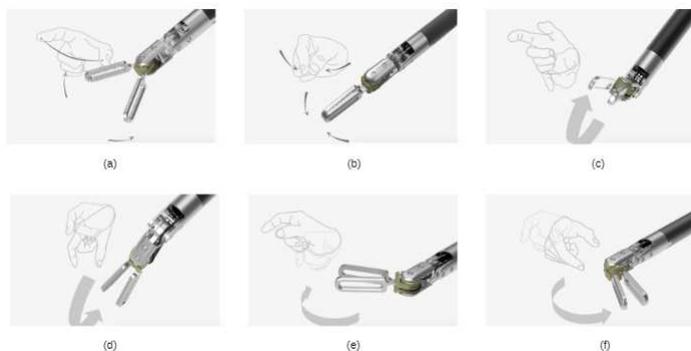


Figura 3.22 – (a) Abertura da garra. (b) Fechamento da garra. (c) Movimento para cima. (d) Movimento para baixo. (e) Movimento para esquerda. (f) Movimento para direita.

Fonte: (LIVSMED, 2023)

O mecanismo do efetuator final pode ser melhor analisado na Figura 3.23, o qual inclui uma polia J11, denominada polia 123J11, uma polia 123J12, uma polia 123J13, uma polia 123J14 e uma polia 123J15 que estão relacionadas ao movimento de rotação da

primeira garra 121, e uma polia J21 denominada 123J21, uma polia 123J22, uma polia 123J23, uma polia 123J24 e uma polia 123J25 que estão relacionadas ao movimento de rotação da segunda garra 122. As polias 123J12, 123J14, 123J22 e a polia 123J24 podem ser formadas para girar em torno um eixo operacional de passo de ferramenta final 123, evidenciado pela seta na Figura 3.23.

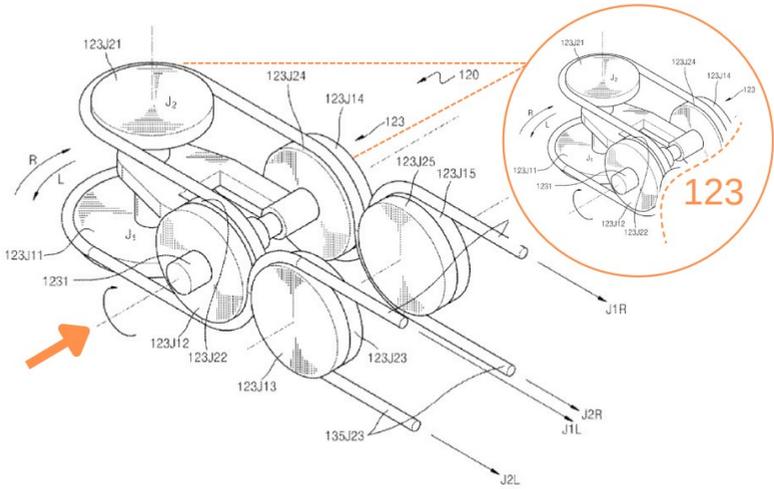


Figura 3.23 – Efetuador final.

Fonte: (LEE; KIM; BACH, 2020)

A modelagem do sistema começa com a introdução dos elos virtuais, que podem ser observados na cor laranja na Figura 3.24. Ao todo, são incorporados dez elos virtuais ao mecanismo, enquanto os elos restantes são numerados de acordo com a teoria geral de mecanismos. O número total de elos é $n=26$, considerando a inclusão do elo fixo. Este último é composto por dois eixos de giro e dois apoios laterais. Durante a modelagem, foi assumida uma atuação linear nas extremidades dos cabos para simular a ação durante o acionamento. Uma outra consideração feita diz respeito à extensão das polias 1 e 2 em direção ao contato com o elo 11.

Para determinar os pares cinemáticos, utiliza-se a relação apresentada na Tabela 3.6, que demonstra os pares formados pelos

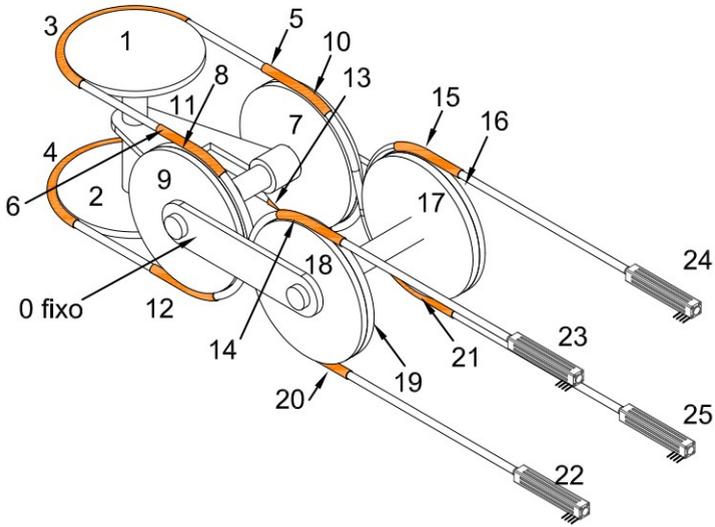


Figura 3.24 – Representação esquemática do mecanismo.

cabos com cinco graus de liberdade, e a Tabela 3.7, que representa as articulações com apenas um grau de liberdade.

Tabela 3.6 – Classificação dos pares cinemáticos P_I .

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
3 - 6	a	5	P_I	Cabo
3 - 5	b	5	P_I	Cabo
4 - 12	c	5	P_I	Cabo
4 - 13	d	5	P_I	Cabo
13 - 15	e	5	P_I	Cabo
12 - 14	f	5	P_I	Cabo
14 - 23	g	5	P_I	Cabo
20 - 22	h	5	P_I	Cabo
15 - 24	i	5	P_I	Cabo
21 - 25	j	5	P_I	Cabo
6 - 20	k	5	P_I	Cabo
5 - 21	l	5	P_I	Cabo
Total=		60		

Tabela 3.7 – Classificação dos pares cinemáticos P_V .

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 11	A	1	P_V	Revolução
2 - 11	B	1	P_V	Revolução
1 - 3	C	1	P_V	Revolução
2 - 4	D	1	P_V	Revolução
0 - 11	E	1	P_V	Revolução
0 - 16	F	1	P_V	Revolução
0 - 17	G	1	P_V	Revolução
0 - 7	H	1	P_V	Revolução
0 - 10	I	1	P_V	Revolução
0 - 8	J	1	P_V	Revolução
0 - 9	K	1	P_V	Revolução
6 - 8	L	1	P_V	Revolução
9 - 12	M	1	P_V	Revolução
5 - 7	N	1	P_V	Revolução
10 - 13	O	1	P_V	Revolução
14 - 18	P	1	P_V	Revolução
19 - 20	Q	1	P_V	Revolução
17 - 21	R	1	P_V	Revolução
15 - 16	S	1	P_V	Revolução
0 - 23	T	1	P_V	Prismática
0 - 22	U	1	P_V	Prismática
0 - 25	V	1	P_V	Prismática
0 - 24	W	1	P_V	Prismática
0 - 18	X	1	P_V	Revolução
0 - 19	Y	1	P_V	Revolução
Total =		25		

A representação estrutural do mecanismo é mostrada na Figura 3.25. O sistema é composto por onze elos ternários, quatorze elos binários.

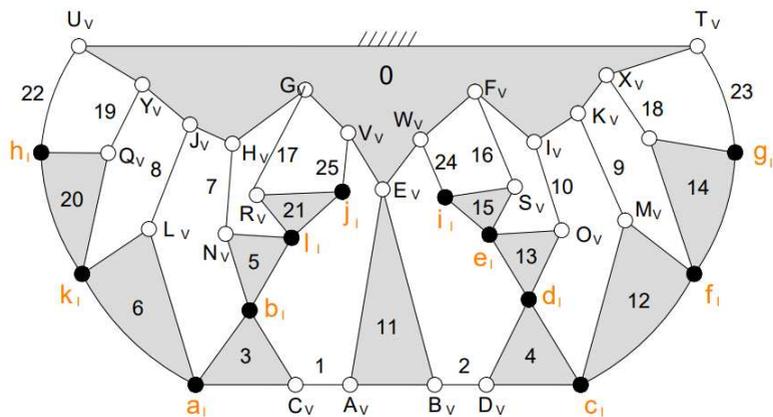


Figura 3.25 – Representação estrutural da cadeia.

O grafo é mostrado na Figura 3.26, evidenciando quatorze circuitos independentes.

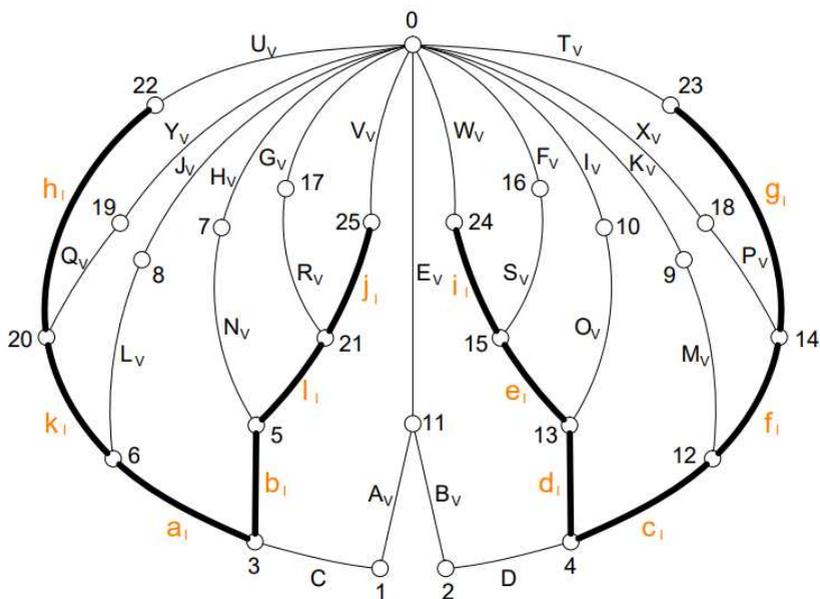


Figura 3.26 – Grafo da cadeia.

Para a definição da mobilidade, o número de elos é $n=26$, o número de pares cinemáticos é $j=37$, destes 12 pares cinemáticos são pares P_I , os quais possuem 5 liberdades e 25 pares cinemáticos são do tipo P_V , que possuem 1 liberdade totalizando ao final o número de liberdades igual a $f_i=85$. A mobilidade encontrada na Equação 3.7 é igual à $M=13$, mostrando os três graus de liberdade presentes na ponta final do efetuator 120 e o escorregamento presente ao longo das 10 polias, causado pela ausência de força de atrito na interação de cabo e polia.

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 6(26 - 1 - 37) + (60 + 25) \\
 M &= 6(26 - 1 - 37) + 85 \\
 M &= -72 + 85 \\
 M &= 13
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

O cabo desliza sobre polias devido ao fenômeno do atrito. Quando um cabo passa sobre uma polia, a força de atrito entre o cabo e a superfície da polia permite que o cabo seja mantido no lugar e movido ao longo do caminho desejado. Sem a fricção entre o cabo e a polia, o cabo escorregaria e não seria possível transmitir força ou mover cargas usando a polia. As polias são projetadas para minimizar o atrito, utilizando superfícies lisas e curvas que distribuem a carga de forma uniforme ao longo do cabo, minimizando o desgaste e prolongando a vida útil do cabo e da polia.

Desta forma, a modelagem de sistemas de cabos e polias é crucial para o desempenho do sistema. Na existência de escorregamento, é necessário uma redundância de atuação, principalmente para garantir que o cabo permaneça sob tração.

3.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DAVIES

Para aplicação do Método de Davies será considerado o exemplo mostrado na Figura 3.4, onde todos os pares cinemáticos de cabos do mecanismo podem ser substituídos por cadeias virtuais

do tipo RR (revolução - revolução), uma vez que a mobilidade e o princípio de funcionamento do mecanismo são preservados. Desta forma, o par cinemático formado pelo cabo no plano é modelado com o princípio de funcionamento de duas juntas de revolução, adotando a configuração mostrada na Figura 3.27. A representação cinemática e o grafo são mostrado na Figura 3.28.

Uma análise mais aprofundada da construção dos pares cinemáticos pode ser encontrada na Tabela 3.8. A mudança ocorre quando se transita do plano bidimensional para o espaço tridimensional, onde o cabo passa a ser representado por duas juntas de revolução. Isso resulta na introdução de um novo elo entre esses dois pares, que é mostrado no mecanismo pela adição dos elos 5 e 6.

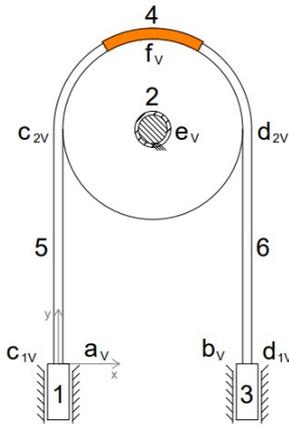


Figura 3.27 – Representação dos pares cinemáticos virtuais.

Neste contexto específico, em que o cabo no plano é tratado como duas juntas de revolução, a análise de mobilidade deve ser expandida para incluir o espaço tridimensional, em vez de se limitar ao plano bidimensional. Dessa maneira, o parâmetro λ assume um valor de $\lambda = 3$. Conseqüentemente, a mobilidade pode ser calculada usando a Equação 3.8.

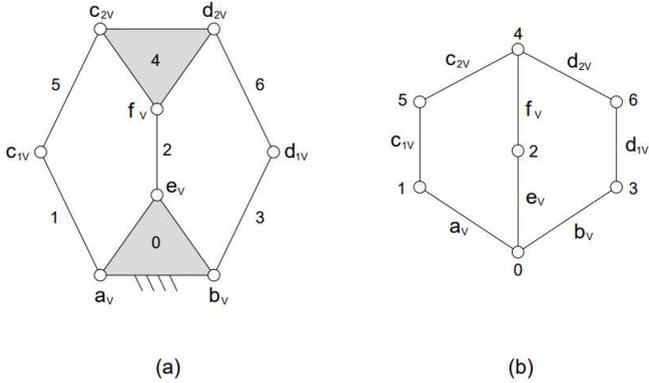


Figura 3.28 – (a) Estrutura cinemática. (b) Grafo da cadeia.

Tabela 3.8 – Classificação dos pares cinemáticos.

Elos	Junta	Liberdades	Classe	Tipo
1 - 0	a	1	P_V	Prismática
3 - 0	b	1	P_V	Prismática
1 - 5	c_1	1	P_V	Revolução
3 - 6	d_1	1	P_V	Revolução
5 - 4	c_2	1	P_V	Revolução
6 - 4	d_2	1	P_V	Revolução
0 - 2	e	1	P_V	Revolução
2 - 24	f	1	P_V	Revolução
Total=		8		

$$\begin{aligned}
 M &= \lambda(n - 1 - j) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 M &= 3(7 - 1 - 8) + (2 + 6) \\
 M &= 3(-2) + 8 \\
 M &= -6 + 8 \\
 M &= 2
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

O sistema inercial de coordenadas O_{xyz} é alocado de forma que a representação esquemática esteja no plano xy. O grafo de

acoplamentos é mostrado na Figura 3.29, onde os corpos são substituídos por vértices e os acoplamentos são substituídos por arestas.

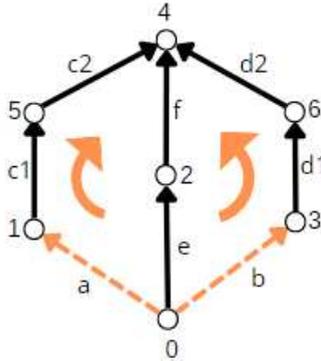


Figura 3.29 – Grafo de acoplamentos.

Os ramos são identificados por linhas tracejadas e representam as juntas de entrada a e b. As arestas são orientadas no sentido dos vértices menores para os vértices maiores. Com base na Figura 3.29 e aplicando as condições da Equação 2.15, a Matriz de Circuitos apresentará dois circuitos a e b, mostrados abaixo.

$$[B_M]_{1 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ circuito (a)} \quad (3.9)$$

$$[B_M]_{1 \times 8} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ circuito (b)} \quad (3.10)$$

3.4.1 Cinemática

Nesta etapa reúne-se as características dos acoplamentos necessárias para a formação dos heligiros e a construção do grafo de movimentos. No que tange aos heligiros, duas variáveis precisam ser definidas: o vetor direção \vec{S}^M e o vetor posição \vec{S}_0 em relação a origem (O_{xyz}) .

Os acoplamentos c_1, c_2, d_1, d_2, e, f são de revolução e possuem o eixo de seus heligiros paralelos ao eixo O_z . Os acoplamentos a e b

são pares prismáticos e possuem heligiros paralelos ao eixo O_y . Os vetores de posição dos heligiros são apresentados na Figura 3.30 e na Tabela 3.9. Para efeitos do cálculo os acoplamentos a e c_1 estão acoplados na origem do sistema. Os vetores de direção são mostrados na Tabela 3.10.

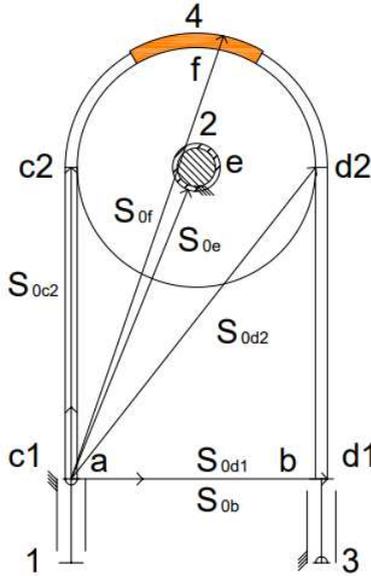


Figura 3.30 – Coordenadas de posição.

Tabela 3.9 – Vetores posição (\vec{S}).

	S_{0a}	S_{0b}	S_{0c1}	S_{0c2}	S_{0d1}	S_{0d2}	S_{0e}	S_{0f}
$\vec{S}_0 :$ x	0	b_x	0	0	d_{x1}	d_{x2}	e_x	f_y
y	0	0	0	c_{y2}	0	d_{y2}	e_y	f_y
z	0	0	0	0	0	0	0	0

Dadas as características geométricas dos acoplamentos deve-se construir os heligiros, conforme a Equação 2.8 para acoplamentos rotativos de revolução (c_1, c_2, d_1, d_2, e, f) e conforme Equação 2.9 para os acoplamentos prismáticos (a, b). Portanto, a construção dos heligiros pode ser observada na Equação abaixo:

Tabela 3.10 – Vetores direção (\vec{S}^M).

		S_a^M	S_b^M	S_{c1}^M	S_{c2}^M	S_{d1}^M	S_{d2}^M	S_e^M	S_f^M
\vec{S}^M :	x	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	1	1	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	1	1	1	1	1	1

$$\begin{aligned}
 \mathbb{S}_a^M &= \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} *v_a, \mathbb{S}_b^M = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} *v_b \\
 \mathbb{S}_{c1}^M &= \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} *w_{c1}, \mathbb{S}_{c2}^M = \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ c_{y2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} *w_{c2}, \\
 \mathbb{S}_{d1}^M &= \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -d_{x1} \\ 0 \end{pmatrix} *w_{d1}, \mathbb{S}_{d2}^M = \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ d_{y2} \\ -d_{x2} \\ 0 \end{pmatrix} *w_{d2}, \\
 \mathbb{S}_e^M &= \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ e_y \\ -e_x \\ 0 \end{pmatrix} *w_e, \mathbb{S}_f^M = \begin{pmatrix} \vec{S}^M \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ f_y \\ -f_x \\ 0 \end{pmatrix} *w_f \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Observando os heligiros apresentados acima, percebe-se que as coordenadas L, M, R^* são nulas, evidenciando que os movimentos permitidos ao mecanismo estão restritos às coordenadas N, P^*, Q^*

do espaço plano ($\lambda = 3$). Portanto, é possível reescrever os heligros como:

$$\mathbb{\$}_a^M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * va, \quad \mathbb{\$}_b^M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * vb \quad (3.12)$$

$$\mathbb{\$}_{c1}^M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * w_{c1}, \quad \mathbb{\$}_{c2}^M = \begin{pmatrix} 1 \\ c_{y2} \\ 0 \end{pmatrix} * w_{c2},$$

$$\mathbb{\$}_{d1}^M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -d_{x1} \end{pmatrix} * w_{d1}, \quad \mathbb{\$}_{d2}^M = \begin{pmatrix} 1 \\ d_{y2} \\ -d_{x2} \end{pmatrix} * w_{d2},$$

$$\mathbb{\$}_e^M = \begin{pmatrix} 1 \\ e_y \\ -e_x \end{pmatrix} * w_e, \quad \mathbb{\$}_f^M = \begin{pmatrix} 1 \\ f_y \\ -f_x \end{pmatrix} * w_f \quad (3.13)$$

A matriz dos Movimentos $[M_D]_{\lambda XF}$ reúne todos os heligros do mecanismo. Ao separar as magnitudes dos heligros é possível obter a matriz dos Movimentos Unitários $[\hat{M}_D]_{\lambda XF}$:

$$[\hat{M}_D]_{3X8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c_{y2} & 0 & d_{y2} & e_y & f_y \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -d_{x1} & -d_{x2} & -e_x & -f_x \end{bmatrix}_{3X8} \quad (3.14)$$

Onde as colunas são os heligros normalizados $\hat{\mathbb{\$}}_a^M, \hat{\mathbb{\$}}_b^M, \hat{\mathbb{\$}}_{c1}^M, \hat{\mathbb{\$}}_{c2}^M, \hat{\mathbb{\$}}_{d1}^M, \hat{\mathbb{\$}}_{d2}^M, \hat{\mathbb{\$}}_e^M, \hat{\mathbb{\$}}_f^M$.

O vetor das magnitudes dos movimentos $\{\vec{\Psi}^M\}_{F \times 1}$ contendo as variáveis cinemáticas do problema é formado por:

$$\left\{ \vec{\Psi}^M \right\}_{8 \times 1} = \begin{pmatrix} va \\ vb \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_e \\ w_f \end{pmatrix}_{8 \times 1} \quad (3.15)$$

Para obter a matriz $[\hat{M}_N]$ conforme Equação 2.16 é necessário multiplicar a matriz $[\hat{M}_D]$ pela diagonal principal da matriz de cada circuito, sendo construída conforme equação abaixo:

$$[\hat{M}_N]_{6 \times 8} = \begin{bmatrix} [\hat{M}_D]_{3 \times 8} \cdot \text{diag} [B_{M_1}]_{1 \times 8} \\ [\hat{M}_D]_{3 \times 8} \cdot \text{diag} [B_{M_2}]_{1 \times 8} \end{bmatrix}_{6 \times 8} \quad (3.16)$$

Logo, obtemos a matriz $[\hat{M}_N]$ para o mecanismo de polia simples:

$$[\hat{M}_N]_{6 \times 8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & c_{y2} & 0 & 0 & -e_y & -f_y \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_x & f_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{y2} & -e_y & -f_y \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -d_{x1} & -d_{x2} & e_x & f_x \end{bmatrix}_{6 \times 8} \quad (3.17)$$

Seguindo a adaptação das leis de Kirchhoff para cinemática, o sistema de equações do mecanismo de cabo e polia pode ser visto na Equação abaixo:

$$\begin{aligned}
 & [\hat{M}_N]_{6 \times 8} * \left\{ \vec{\Psi}^M \right\}_{8 \times 1} = \{ \vec{0} \}_{8 \times 1} \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & c_{y2} & 0 & 0 & -e_y & -f_y \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_x & f_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{y2} & -e_y & -f_y \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -d_{x1} & -d_{x2} & e_x & f_x \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} va \\ vb \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_e \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

Para agilizar a resolução do sistema de equações, utiliza-se o método de isolar as variáveis de entrada do sistema. Essas variáveis de entrada estão vinculadas aos graus de liberdade presentes no mecanismo. Nesse contexto, é necessário isolar duas variáveis a fim de determinar as velocidades correspondentes.

A escolha das variáveis a serem isoladas pode ser feita de maneira arbitrária, mas esse método de tentativa e erro pode se tornar impraticável em sistemas de grande escala. Neste estudo, vamos empregar Teoria de Matroides para determinar as variáveis. Esse teorema abstrai e generaliza o conceito de independência linear em espaços vetoriais, permitindo uma seleção mais eficiente das variáveis.

O algoritmo do Matroide foi executado no software CoCalc. É importante observar que as matrizes usadas no algoritmo devem conter apenas números, sem variáveis. Para garantir isso, foram adotados valores arbitrários para os vetores posição, conforme mostrado na Figura 3.31. Para o mecanismo em uma posição qualquer, esses valores não afetam a resposta do algoritmo e podem ser substituídos por outros valores que respeitem a geometria do mecanismo estudado.

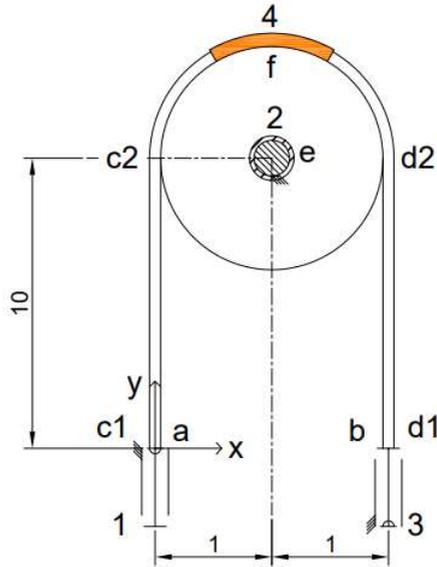


Figura 3.31 – Valores arbitrários para as coordenadas de posição.

Caso o mecanismo esteja em uma posição de singularidade, o resultado fornecido pelo CoCalc pode ser diferente. Neste estudo foram testadas algumas posições diferentes, verificando a mesma resposta do CoCalc.

Note que nesse caso a distância da origem até o par cinemático f e a distância da origem até o par cinemático e é a mesma. Essa consideração se deve ao fato do elo virtual possuir o mesmo centro de giro que a polia, e está diretamente associado a existência da mesma. Desta forma, a distância adotada no sistema de coordenada para ambas as juntas é a mesma.

Entrando com esses dados no matroide encontra-se 9 possíveis soluções para isolar, são elas: $[0, 6]$, $[0, 7]$, $[1, 6]$, $[1, 7]$, $[3, 6]$, $[3, 7]$, $[5, 6]$, $[5, 7]$, $[6, 7]$. Transcrevendo o resultado para as variáveis, as soluções ficam da seguinte forma: $[v_a, w_e]$, $[v_a, w_f]$, $[v_b, w_e]$, $[v_b, w_f]$, $[w_{c2}, w_e]$, $[w_{c2}, w_f]$, $[w_{d2}, w_e]$, $[w_{d2}, w_f]$, $[w_e, w_f]$.

Esse resultado pode ser observado na Figura 3.32, no qual o número zero representa a coluna da variável v_a , o número 1 re-

apresenta a coluna da variável v_b e assim por diante como visto na Equação 3.19.

```
An = Matrix(QQ,[[0, 0, 1, 1, 0, 0, -1, -1],
               [0, 0, 0, 10, 0, 0, -10, -10],
               [1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 3],
               [0, 0, 0, 0, 1, 1, -1, -1],
               [0, 0, 0, 0, 0, 10, -10, -10],
               [0, 1, 0, 0, -6, -6, 3, 3]])
M = Matroid(An)
Md= M.dual()
sorted(sorted(X) for X in Md.bases())
[[0, 6], [0, 7], [1, 6], [1, 7], [3, 6], [3, 7], [5, 6], [5, 7], [6, 7]]
```

Figura 3.32 – Algoritmo matroide.

No conjunto de soluções desenvolvidos com o auxílio do Matroide, não houve combinação para as variáveis v_a e w_{c1} , isso se deve ao fato de ambas assumirem o mesmo local geométrico definido pelas coordenadas inseridas, o mesmo ocorre para v_b e w_{d1} . De mesma maneira não houve combinação para as variáveis v_a e v_b , isso se deve ao comportamento do sistema, uma vez que o deslocamento da corpo 1 para baixo afeta a posição da polia.

Todas as soluções encontradas envolvem o comportamento da polia ou do elo virtual, representado pelas variáveis w_e e w_f respectivamente. Isso acontece porque a entrada de uma força nos corpos 1 ou 3 implicará rotação da polia, logo o elo virtual que tem o mesmo centro de giro da polia fica condicionado a essa condição.

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_e \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A seleção do conjunto de soluções não terá impacto no resultado final, todas as soluções convergem para o mesmo resultado. Essa definição fica à escolha do usuário. A solução [0, 6] contendo

as variáveis v_a e w_e foram adotadas como entradas, neste caso as colunas correspondentes serão isoladas da Equação 3.18 passando para o outro lado da igualdade.

Utilizando os valores arbitrários já definidos anteriormente na Figura 3.31 para as variáveis c_{y2} , d_{y2} , d_{x1} , d_{x2} , f_y , f_x obtêm-se a Equação 3.20. A resolução das equações foram desenvolvidas utilizando o software wxMaxima, com os valores arbitrários definidos na Figura 3.31.

$$\begin{aligned}
 & \left[\hat{M}_N \right]_{6 \times 6} * \left\{ \vec{\Psi}^M \right\}_{6 \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{6 \times 1} \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & c_{y2} & 0 & 0 & -f_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{y2} & -f_y \\ 1 & 0 & 0 & -d_{x1} & -d_{x2} & f_x \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} vb \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_e \\ w_e * e_y \\ -w_e * e_x - v_a \\ w_e \\ w_e * e_y \\ -w_e * e_x \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} vb \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & c_{y2} & 0 & 0 & -f_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{y2} & -f_y \\ 1 & 0 & 0 & -d_{x1} & -d_{x2} & f_x \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} w_e \\ w_e * e_y \\ -w_e * e_x - v_a \\ w_e \\ w_e * e_y \\ -w_e * e_x \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} vb \\ w_{c1} \\ w_{c2} \\ w_{d1} \\ w_{d2} \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_a \\ 0 \\ -v_a \\ 0 \\ -v_a \\ -w_e - v_a \end{bmatrix} \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

3.4.2 Estática

Nesta etapa são determinadas as ações externas e características dos acoplamentos necessárias para a formação das heliforças e grafo de ações. No mecanismo existem 6 acoplamentos de revolução e 2 acoplamentos do tipo prismático, representados pelas variáveis U_x para força no sentido de x e V_y para força no sentido de y .

Além disso, considera-se 4 acoplamentos ativos: um torque T_{in} de entrada no par cinemático e na direção O_z , uma força de entrada V_{in} no par cinemático a no sentido O_y , sendo representados pelas variáveis T_e e V_a respectivamente. O torque T_{out} de saída é representado pela variável T_f no sentido de O_z e a força de saída pela força V_b no sentido de O_y . Na Figura 3.33 é possível verificar as ações existentes nos acoplamentos do mecanismo de cabo e polia. As forças de atrito não estão sendo consideradas neste estudo de caso.

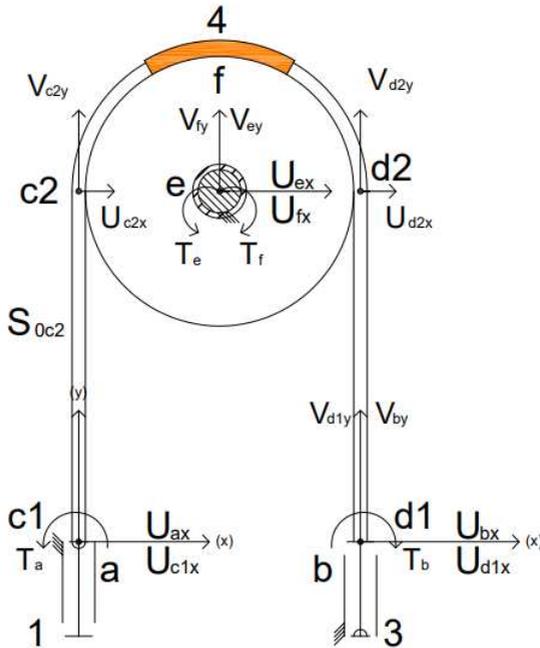


Figura 3.33 – Coordenadas de posição.

Para construção do Grafo das Ações, os pares cinemáticos c_1 , c_2 , d_1 , d_2 têm cada uma das suas arestas substituídas por 2 arestas em paralelo, representado as ações passivas. Para os pares a , b , e , f , além da adição das ações passivas haverá a adição das ações internalizada V_{in} e V_{out} como poder ser observada na Figura 3.34.

$$[Q_A]_{KXC} = \begin{bmatrix} U_a & V_a & U_b & V_b & U_{c1} & V_{c1} & U_{c2} & V_{c2} & U_{d1} & V_{d1} & U_{d2} & V_{d2} & U_e & V_e & U_f & V_f & T_a & T_b & T_e & T_f \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} k_c \\ k_d \\ k_e \\ k_f \\ k_{c2} \\ k_{d2} \end{matrix} \quad (3.21)$$

Os vetores de direção unitária para formação das heliforças de acordo com cada acoplamento são expressos na Tabela 3.11 e o vetor posição apresentado na Tabela 3.12.

Tabela 3.11 – Vetores do vetor de direção unitária \vec{S} .

		U_a	V_a	T_a	U_b	V_b	T_b	U_{c1}	V_{c1}	U_{c2}	V_{c2}	U_{d1}	V_{d1}	U_{d2}	V_{d2}	U_e	V_e	T_e	U_f	V_f	T_f
$\vec{S}^A :$	x	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
	y	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
	z	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Tabela 3.12 – Vetores Posição (\vec{S}_0).

	U_a	V_a	T_a	U_b	V_b	T_b	U_{c_1}	V_{c_1}	U_{c_2}	V_{c_2}	U_{d_1}	V_{d_1}	U_{d_2}	V_{d_2}	U_e	V_e	T_e	U_f	V_f	T_f	
$\vec{S}_0 :$	x	0	0	0	b_x	b_x	b_x	0	0	0	0	d_{x1}	d_{x1}	d_{x2}	d_{x2}	e_x	e_x	e_x	f_x	f_x	f_x
	y	0	0	0	0	0	0	0	c_{y2}	c_{y2}	0	0	d_{y2}	d_{y2}	e_y	e_y	e_y	f_y	f_y	f_y	
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

O passo para os pares prismáticos a e b é infinito, já os pares de revolução c_1 , c_2 , d_1 , d_2 , e , f possuem passo nulo. Dadas as características geométricas dos acoplamentos, deve-se construir as heliforças de acordo com o passo. As heliforças de todos os acoplamentos são dados a seguir:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{ax}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_a, \mathcal{S}_{ay}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_a, \mathcal{S}_{az}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}^A \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_a, \\
 \mathcal{S}_{bx}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_b, \mathcal{S}_{by}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_b, \mathcal{S}_{bz}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}^A \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbb{S}_{c1x}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{c1}, \quad \mathbb{S}_{c1y}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_{c1}, \\
 \mathbb{S}_{c2x}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -c_{y2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{c2}, \quad \mathbb{S}_{c2y}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_{c2}, \\
 \mathbb{S}_{d1x}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{d1}, \quad \mathbb{S}_{d1y}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_{x1} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_{d1},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbb{S}_{d2x}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -d_{y2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{d2}, \quad \mathbb{S}_{d2y}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dx2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * V_{d2}, \\
 \mathbb{S}_{ex}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -e_y \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_e, \quad \mathbb{S}_{ey}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e_x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_e, \quad \mathbb{S}_{ez}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_e, \\
 \mathbb{S}_{fx}^A &= \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_y \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * U_f, \quad \mathbb{S}_{fy}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_f, \quad \mathbb{S}_{fz}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 X \vec{S}^A \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_f \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Observando as heliforças da Equação 3.23, percebe-se que as coordenadas P^* , Q^* , N são nulas, evidenciando que as ações existentes no mecanismo estão restritas às coordenadas R^* , L , M do espaço plano ($\lambda = 3$). Portanto, as heliforças são reescritas como:

$$\begin{aligned}
 \$_{ax}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_a, \quad \$_{ay}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_a, \quad \$_{az}^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_a, \\
 \$_{bx}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_b, \quad \$_{by}^A = \begin{pmatrix} b_x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_b, \quad \$_{bz}^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_b \\
 \$_{c1x}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{c1}, \quad \$_{c1y}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_{c1}, \\
 \$_{c2x}^A &= \begin{pmatrix} -c_{y2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{c2}, \quad \$_{c2y}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_{c2}, \\
 \$_{d1x}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{d1}, \quad \$_{d1y}^A = \begin{pmatrix} d_{x1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_{d1}, \\
 \$_{d2x}^A &= \begin{pmatrix} -d_{y2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_{d2}, \quad \$_{d2y}^A = \begin{pmatrix} d_{x2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * V_{d2}, \\
 \$_{ex}^A &= \begin{pmatrix} -e_y \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_e, \quad \$_{ey}^A = \begin{pmatrix} e_x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_e, \quad \$_{ez}^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_e, \\
 \$_{fx}^A &= \begin{pmatrix} -f_y \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * U_f, \quad \$_{fy}^A = \begin{pmatrix} f_x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * V_f, \quad \$_{fz}^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * T_f \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

A matriz das Ações $[\hat{A}_D]_{\lambda XC}$ reúne todos as heliforças do mecanismo, como demonstrado na Equação 3.24.

$$[\hat{A}_D]_{\lambda XC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_x & 0 & 0 & -cy2 & 0 & 0 & d_{x1} & -d_{y2} & d_{x2} & -e_y & e_x & -f_y & f_x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 20} \quad (3.24)$$

Onde as colunas são as heliforças normalizadas $\$_{ax}^A$, $\$_{ay}^A$, $\$_{bx}^A$, $\$_{by}^A$, $\$_{c1x}^A$, $\$_{c1y}^A$, $\$_{c2x}^A$, $\$_{c2y}^A$, $\$_{d1x}^A$, $\$_{d1y}^A$, $\$_{d2x}^A$, $\$_{d2y}^A$, $\$_{ex}^A$, $\$_{ey}^A$, $\$_{fx}^A$, $\$_{fy}^A$, $\$_{az}^A$, $\$_{bz}^A$, $\$_{ez}^A$, $\$_{fz}^A$, respectivamente. Os torques foram agrupados ao final da matriz para efeitos de cálculos.

O vetor das magnitudes dos movimentos $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$ contendo as variáveis estáticas é mostrado na Equação 3.26.

Nesta etapa, as informações geométricas e topológicas são reagrupadas novamente na matriz de Ações unitárias em rede $[\hat{A}_N]_{\lambda k XC}$ conforme Equação 3.25.

$$[\hat{A}_N]_{\lambda k \times C} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \hat{A}_D \\ \hat{A}_D \end{array} \right]_{3 \times 20} \cdot \text{diag} [Q_{A_1}]_{1 \times 20} \\ \left[\begin{array}{c} \hat{A}_D \\ \hat{A}_D \end{array} \right]_{3 \times 20} \cdot \text{diag} [Q_{A_2}]_{1 \times 20} \\ \vdots \\ \left[\begin{array}{c} \hat{A}_D \\ \hat{A}_D \end{array} \right]_{3 \times 20} \cdot \text{diag} [Q_{A_s}]_{1 \times 20} \end{bmatrix}_{18 \times 20}$$

$$\begin{bmatrix}
 U_a & V_a & U_b & V_b & U_{c_1} & V_{c_1} & U_{c_2} & V_{c_2} & U_{d_1} & V_{d_1} & U_{d_2} & V_{d_2} & U_e & V_e & U_f & V_f & T_a & T_b & T_e & T_f \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_y & ex & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_y & f_x & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{y2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{y2} & d_{x2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

(3.25)

$$\left\{ \vec{\Psi} \right\}_{8 \times 1} = \begin{pmatrix} U_{ax} \\ V_{ay} \\ U_{bx} \\ V_{by} \\ U_{c1x} \\ V_{c1y} \\ U_{c2x} \\ V_{c2y} \\ U_{d1x} \\ V_{d1y} \\ U_{d2x} \\ V_{d2y} \\ U_{ex} \\ V_{ey} \\ U_{fx} \\ V_{fy} \\ T_{az} \\ T_{bz} \\ T_{ez} \\ T_{fz} \end{pmatrix}_{20 \times 1} \quad (3.26)$$

Seguindo a adaptação das leis de Kirchhoff para a estática, é aplicado a da Lei dos Cortes, resultando no sistema de equações para a estática do mecanismo de cabo e polia mostrado na Equação 3.27.

$$\left[\widehat{A}_N \right]_{18 \times 20} \left\{ \vec{\Psi} \right\}_{20 \times 1} = \{ \vec{0} \}_{20 \times 1} \quad (3.27)$$

Para resolver o sistema de equações de forma mais rápida, adota-se o método de isolar as variáveis de entrada do sistema. As variáveis de entrada são ditas pelo grau de liberdade do mesmo, neste caso é necessário isolar duas variáveis para chegarmos ao resultado de cada uma das forças do sistema.

Para isso, foi adotado valores arbitrários para os vetores posição conforme já visto na Figura 3.31. Os valores adotados não

causam efeito na resposta de saída do algoritmo, eles podem ser substituídos por quaisquer outros valores, desde que respeitem a geometria do mecanismo estudado.

Inserindo esses dados no Matroide encontra-se 37 possíveis soluções combinadas para se isolar. São elas: [1, 3], [1, 9], [1, 11], [1, 13], [1, 15], [1, 18], [1, 19], [3, 5], [3, 7], [3, 13], [3, 15], [3, 18], [3, 19], [5, 9], [5, 11], [5, 13], [5, 15], [5, 18], [5, 19], [7, 9], [7, 11], [7, 13], [7, 15], [7, 18], [7, 19], [9, 13], [9, 15], [9, 18], [9, 19], [11, 13], [11, 15], [11, 18], [11, 19], [13, 18], [13, 19], [15, 18], [15, 19]. No qual o número zero representa a coluna da variável U_a , o número 1 apresenta a coluna da variável V_a e assim por diante, como pode ser observado na Equação 3.28.

$$\left\{ \vec{\Psi} \right\}_{20 \times 1} = \begin{pmatrix} U_{ax} \\ V_{ay} \\ U_{bx} \\ V_{by} \\ U_{c1x} \\ V_{c1y} \\ U_{c2x} \\ V_{c2y} \\ U_{d1x} \\ V_{d1y} \\ U_{d2x} \\ V_{d2y} \\ U_{ex} \\ V_{ey} \\ U_{fx} \\ V_{fy} \\ T_{az} \\ T_{bz} \\ T_{ez} \\ T_{fz} \end{pmatrix}_{20 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \end{pmatrix}_{20 \times 1} \quad (3.28)$$

A combinação escolhida para ser isolada são as variáveis V_a e T_e , expressa pela combinação [1, 18] no matroide. Para a definição da solução de cada uma das variáveis das ações da força.

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{bx} \\ V_{by} \\ U_{c1x} \\ V_{c1y} \\ U_{c2x} \\ V_{c2y} \\ U_{d1x} \\ V_{d1y} \\ U_{d2x} \\ V_{d2y} \\ U_{ex} \\ V_{ey} \\ U_{fx} \\ V_{fy} \\ T_{az} \\ T_{bz} \\ T_{fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_y & ex & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_y & f_x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{y2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{y2} & d_{x2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -T_e \\ 0 \\ -V_a \\ 0 \\ 0 \\ -V_a \\ 0 \\ 0 \\ V_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * \quad (3.30)$$

Resolvendo a equação o seguinte resultado é apresentado:

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{bx} \\ V_{by} \\ U_{c1x} \\ V_{c1y} \\ U_{c2x} \\ V_{c2y} \\ U_{d1x} \\ V_{d1y} \\ U_{d2x} \\ V_{d2y} \\ U_{ex} \\ V_{ey} \\ U_{fx} \\ V_{fy} \\ T_{az} \\ T_{bz} \\ T_{fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_a - T_e \\ 0 \\ V_a \\ 0 \\ V_a \\ 0 \\ V_a - T_e \\ 0 \\ V_a - T_e \\ 0 \\ -2V_a + T_e \\ 0 \\ -2V_a + T_e \\ 0 \\ 0 \\ T_e \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

O resultado obtido utiliza os valores de referência adotado na Figura 3.31. A resolução foi obtida no software wxMaxima, no Anexo I encontram-se os códigos utilizados.

3.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo, introduzimos a metodologia de modelagem para sistemas de cabos e polias. Essa abordagem se baseia nos conceitos estabelecidos por Reshetov (1979), nos quais o cabo é tratado como um par cinemático de primeira classe, apresentando cinco graus de liberdade e apenas uma restrição. A modelagem também introduz o conceito de elo virtual para sistemas de cabos e polias, representando o efeito de escorregamento que ocorre quando um cabo interage com uma polia. Além disso, duas aplicações práticas de mecanismos utilizados na área médica foram desenvolvidos.

A estática e cinemática para um mecanismo foi avaliada por

meio do Método de Davies, após modificação da cadeia cinemática mediante a utilização de cadeias virtuais. O resultado obtido foi equações que descrevem o equilíbrio linear e a velocidade de atuação da polia durante o acionamento. No próximo Capítulo são apresentadas as discussões deste trabalho.

4 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Neste capítulo, será abordado as discussões relacionadas à abordagem inspirada em Reshetov e a cinemática e estática validada pelo Método de Davies. Será proporcionada uma compreensão abrangente de como essas metodologias podem ser empregadas na modelagem e análise de sistemas mecânicos.

4.1 MÉTODO DE RESHETOV

A abordagem inspirada em Reshetov desempenha um papel fundamental na melhoria da assertividade no projeto de sistemas mecânicos. Isso se traduz em uma maior confiabilidade na tomada de decisões de projeto, uma vez que a metodologia permite uma representação mais precisa e abrangente das interações entre os elementos do sistema. Com uma base sólida fornecida por essa abordagem, os projetistas de produto podem explorar diferentes cenários e otimizar o projeto com mais eficiência, minimizando potenciais erros de projeto e maximizando a performance do sistema.

A ocorrência de escorregamento resulta na introdução de uma mobilidade adicional em sistemas que operam com cabos e polias. Isso implica na possibilidade de variação adicional nas relações de velocidade entre os elementos do sistema, influenciando diretamente na dinâmica e no comportamento global do mecanismo.

Um dos pontos destacados pela abordagem é a habilidade de mapear o escorregamento em sistemas de cabos e polias. Essa característica é de grande importância, pois o escorregamento pode levar a imprecisões e desgastes prematuros nos componentes do sistema. Ao compreender e modelar o escorregamento de forma precisa, é possível identificar áreas de maior risco e implementar estratégias de mitigação adequadas. Isso resulta em um projeto mais robusto e durável, com uma melhor compreensão das limitações e potencialidades do sistema.

Outra vantagem é a capacidade de incorporar o escorregamento como um elemento integral do modelo. Enquanto muitos métodos podem negligenciar ou simplificar o escorregamento, essa

abordagem o considera de maneira inerente, permitindo uma análise mais realista e precisa dos sistemas de cabos e polias. Isso significa que os resultados obtidos por meio dessa metodologia estão alinhados com as condições reais de operação, possibilitando um melhor entendimento do comportamento do sistema e, conseqüentemente, uma tomada de decisões mais embasada no âmbito do projeto e otimização.

Portanto, a abordagem delineada nesta dissertação pode ser empregada na concepção de sistemas de cabos e polias. Introduzir essa etapa no início do processo de projeto permite antecipar e desenvolver dispositivos capazes de controlar o escorregamento, seja permitindo-o ou bloqueando-o.

4.2 CINEMÁTICA

Sistemas compostos por cabos e polias têm uma aplicação frequente na transferência de força entre diferentes corpos, muitas vezes para a elevação ou movimentação de objetos pesados. A relação entre as velocidades nas partes opostas da polia varia conforme o tipo de polia utilizada. No caso da polia fixa, como é o cenário apresentado neste trabalho, a velocidade em ambos os lados da polia é uniforme. Isso acontece porque a polia fixa não modifica a direção da força aplicada, portanto, a velocidade do objeto em processo de elevação é a mesma nos lados opostos da polia, porém em direções contrárias. Este princípio é ilustrado pelas variáveis v_a e v_b , correspondentes aos blocos A e B, que possuem igualdade de valores em direções opostas.

Supondo que o sistema esteja em repouso antes da polia ser rotacionada e que não haja atrito, quando a polia é rotacionada, a força aplicada à polia é transmitida para ambos os lados da polia, fazendo com que os blocos comecem a se mover para baixo ou para cima saindo do repouso, dependendo do sentido da entrada. Nesse momento não há velocidade de rotação nos pontos que estão acoplados ao bloco e é o que ocorre com as velocidades angulares w_{c1} e w_{d1} , que representam o par de ligação do cabo com os blocos A e B respectivamente, logo o valor apresentado na Equação 3.20 para tais variáveis é condizente com a condição do sistema.

Quando um dos blocos é puxado, a força aplicada é transmitida através do cabo e da polia para o outro bloco. Como ambos os blocos estão ligados por um único cabo, a velocidade dos cabos em ambos os lados da polia será a mesma mas em sentido oposto. Assumindo que a polia é ideal e que o cabo é inextensível e sem peso, a aceleração do sistema será a mesma em ambos os lados da polia.

Este conceito explica o fato dos pontos superiores do cabo exemplificados pelos pares w_{c2} e w_{d2} assumirem valor igual à velocidade de entrada v_a , porém com sinal oposto. Após um certo tempo, os blocos atingirão uma velocidade constante e a velocidade dos cabos também se tornará constante.

Observe a última igualdade apresentada na Equação 3.20:

$$w_f = -w_e - w_a \quad (4.1)$$

A polia é representada pela velocidade angular w_e e o elo virtual representado pela velocidade angular w_f , possuem o mesmo centro de giro e a mesma posição geométrica no sistema de equações, logo $w_e = w_f$ e a equação pode ser reduzida para:

$$\begin{aligned} w_f &= -w_e - v_a \\ w_e + w_e &= -v_a \\ 2w_e &= -v_a \\ w_e &= -\frac{v_a}{2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Isso acontece devido a velocidade angular w_f conectar o elo virtual a polia e a velocidade angular w_e conectar a polia ao elo fixo. Se w_f for zero, significa que o elo virtual não rotaciona em relação a polia, ou seja, não há escorregamento do elo virtual em relação a polia. Neste caso, sempre que $w_e = w_f$ quer dizer que há escorregamento e que o valor da velocidade de escorregamento será igual à velocidade de rotação.

Considerando que os dois blocos tenham massas iguais e que uma velocidade constante esteja sendo aplicada no bloco A, a velocidade no centro da polia será igual à metade da velocidade do

bloco sendo puxado. Isso ocorre porque o cabo que passa pela polia não estica ou encolhe, e a velocidade tangencial na superfície da polia é igual em ambos os lados. Portanto, a velocidade do bloco que está sendo puxado será transmitida para o outro bloco através da polia, resultando em uma velocidade média no centro da polia que é a metade da velocidade do bloco puxado.

Os valores de referência utilizados para o raio, diâmetro e distância do bloco ao centro da polia são mostrados na Figura 3.31. A velocidade de rotação da polia pode ser calculada através da equação:

$$\begin{aligned} V &= w \cdot r \\ Va &= we \cdot r \end{aligned} \quad (4.3)$$

Onde o raio r assume o valor de referência 1 de acordo com a Figura 3.31. Logo, a velocidade de rotação da polia é igual a velocidade de entrada do bloco, como pode ser visto na equação:

$$\begin{aligned} V &= w \cdot r \\ Va &= we \cdot 1 \\ Va &= we \end{aligned} \quad (4.4)$$

É importante lembrar que essa é uma situação idealizada e que a velocidade real dependerá de vários fatores, como a massa e a atrito da polia, a massa e a superfície de contato dos blocos, e a magnitude e direção da força aplicada.

4.3 ESTÁTICA

No mecanismo não há forças sendo aplicadas no sentido de x , por esse motivo as forças representadas pela variável U encontram-se zeradas.

Note que o torque T_{az} e T_{bz} estão zerados na matriz de resultados. O torque é zero quando a força aplicada a um objeto é perpendicular à sua distância do eixo de rotação. Em outras palavras, quando a força aplicada não produz nenhuma rotação no objeto

em torno do eixo de rotação. Nesse caso, o objeto permanece em equilíbrio estático e não há aceleração angular. Esse é o motivo pelo qual os torques nestes pontos são iguais a zero.

Considerando o braço de alavanca existente no centro da polia, as forças podem ser definidas através do diagrama de forças. Considere a Figura 4.1, neste caso o braço de alavanca possui as entradas definidas (V_a e T_e) e a variável da força no ponto b. O somatório de forças e momento no ponto b pode ser visto nas Equações 4.5, 4.6. As distâncias aplicadas ao momento, consideram o raio e o diâmetro da polia já definidos anteriormente na Figura 3.31.

$$\begin{aligned} \sum M_b &= 0 \\ -2 * V_a - V_e * 1 + T_e + T_a - T_b &= 0 \\ V_e &= -2V_a + T_e \end{aligned} \tag{4.5}$$

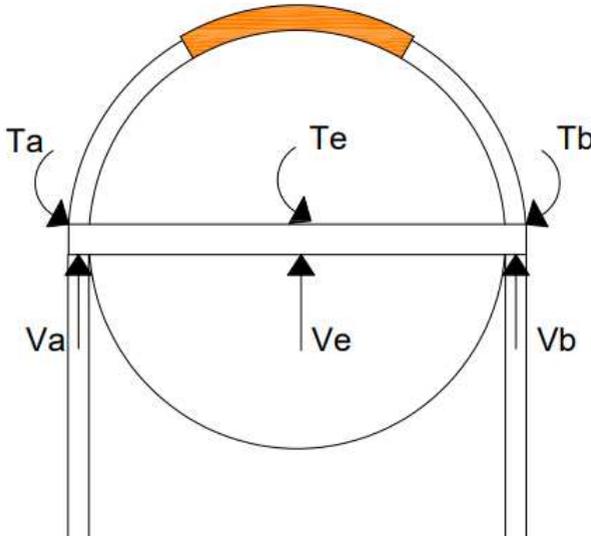


Figura 4.1 – Diagrama de forças no ponto b.

A força V_e foi encontrada, tal força apresenta igual valor para a variável V_f em virtude das condições de entrada do sistema, no qual os pares cinmáticos e e f são iguais.

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 \\
 +V_a + V_e + V_b &= 0 \\
 V_b &= -V_a - V_e \\
 V_b &= -V_a - (-2V_a + T_e) \\
 V_b &= -V_a + 2V_a - T_e \\
 V_b &= V_a - T_e
 \end{aligned}$$

(4.6)

Logo, o resultado obtido através do diagrama de forças da polia, chega ao mesmo resultado que o Método de Davies para a força resultante no eixo y para o ponto b.

Outro exemplo pode ser visto na Figura 4.2, neste caso no braço de alavanca foi considerado a força V_{d1} . Realizando o momento no ponto e, obtemos o valor da força no ponto V_{d1} , mostrado na Equação 4.7. O braço de alavanca apresenta o mesmo resultado para a força nos pontos V_b, V_{d1}, V_{d2} , pois ambos apresentam a mesma reação do lado direito da alavanca.

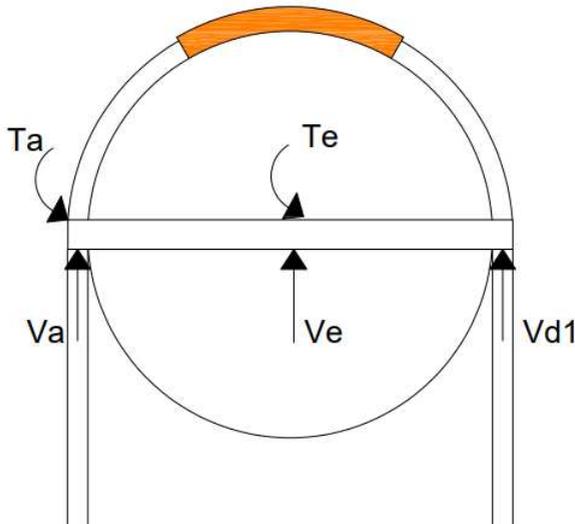


Figura 4.2 – Diagrama de forças no ponto d1.

$$\begin{aligned} \sum M_e &= 0 \\ -1 * V_a + 1 * V_{d1} + T_e + T_a &= 0 \\ V_{d1} &= V_a - T_e \end{aligned} \tag{4.7}$$

As forças do lado esquerdo da polia são definidas pela força de entrada de V_a , logo as forças V_{c1} e V_{c2} possuem igual grandeza. A validação da força V_{c1} é mostrada na Figura 4.3 e na Equação 4.8.

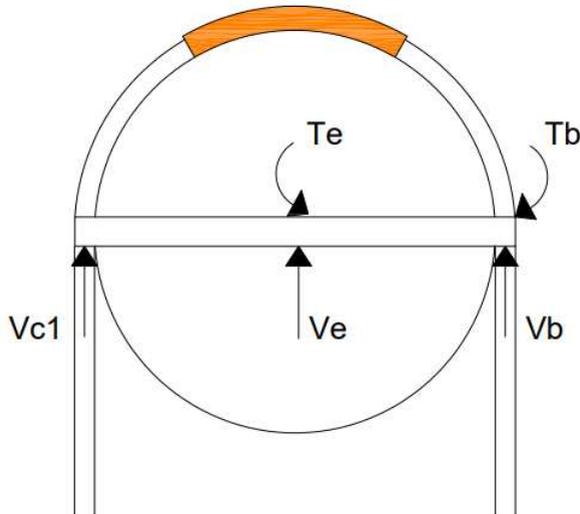


Figura 4.3 – Diagrama de forças no ponto c1.

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V_{c1} + V_e + V_b &= 0 \\ V_{c1} &= -V_e - V_b \\ V_{c1} &= -(-2V_a + T_e) - (V_a - T_e) \\ V_{c1} &= 2V_a - T_e - V_a + T_e \\ V_{c1} &= V_a \end{aligned} \tag{4.8}$$

As forças nos dois lados da polia podem ser diferentes, mas a força resultante será a mesma desde que não haja perda de energia por atrito. Neste caso a força do lado esquerdo da polia é igual à força de entrada V_a , já do lado direito da polia a força será igual a V_a menos o torque que está sendo aplicado na polia. Isso ocorre porque as polias são usadas para mudar a direção da força, não sua magnitude. Quando uma força é aplicada a uma das extremidades da polia, a força resultante é distribuída pelo cabo, e a direção da força é alterada.

O torque T_e e T_f são iguais do ponto de vista geométrico, adotados a partir das considerações sobre o elo virtual. O diagrama de forças para tal afirmação é mostrado abaixo na Figura 4.4 e na Equação 4.9.

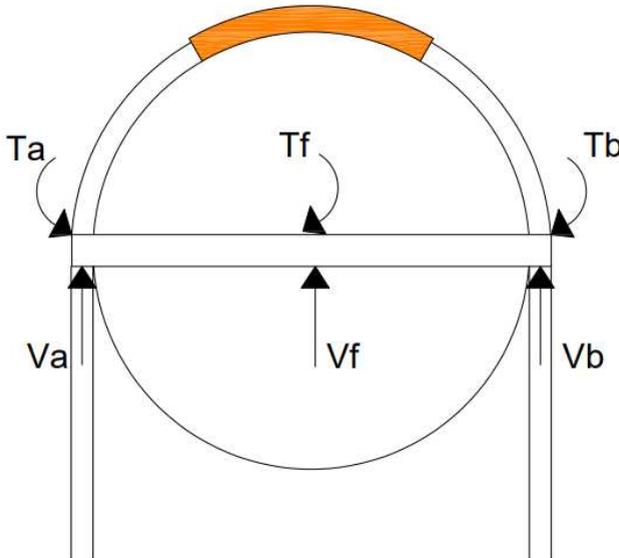


Figura 4.4 – Diagrama de forças no ponto f .

$$\begin{aligned}
\sum M_f &= 0 \\
-V_a * 1 - T_f + V_b * 1 + T_a - T_b &= 0 \\
-T_f &= V_a - V_b \\
-T_f &= V_a - (V_a + T_e) \\
-T_f &= -T_e \\
T_f &= T_e
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Levando em consideração que os pares cinemáticos e e f possuem a mesma posição geométrica no mecanismo e o par f que é o elo virtual só existe na condição de existência da polia, logo o torque T_{fz} e T_{ez} são iguais se não houver escorregamento.

O torque T_{ez} acontece quando a polia gira em torno de um eixo, ela está em movimento circular e, portanto, está experimentando uma aceleração angular. Para que haja essa aceleração angular, é necessário que haja um torque que impulse a polia a girar.

O torque na polia pode ser gerado por uma força aplicada ao cabo que a envolve, ou por uma força aplicada diretamente na polia. O torque é diretamente proporcional à força aplicada e à distância do ponto de aplicação da força ao eixo de rotação da polia. Quanto maior a força aplicada e quanto maior a distância do ponto de aplicação da força ao eixo de rotação da polia, maior será o torque gerado.

4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Neste Capítulo foram analisados e discutidos os resultados obtidos da análise de cabos utilizando o Método de Davies e de Reshetov. Pelo Método de Reshetov foi evidenciado que o escorregamento leva a uma mobilidade extra no mecanismo, porque o cabo pode se mover em relação à polia, introduzindo uma nova variável no sistema, neste trabalho analisada como o elo virtual.

Pela modelagem cinemática foi evidenciado que a relação entre as velocidades nos dois lados da polia é a mesma. Isso ocorre porque a polia não altera a direção da força aplicada, portanto, a

velocidade do objeto que está sendo levantado é a mesma em ambos os lados da polia com sentidos opostos.

Na modelagem estática os resultados foram validados através do diagrama de forças. Não houve forças aplicadas ao eixo x , de igual maneira não houve torque aplicado em T_{az} e T_{bz} . O torque nesse caso é zero porque a força está sendo aplicada a um objeto que é perpendicular à sua distância do eixo de rotação, permanecendo em equilíbrio estático e não há aceleração angular. Além disso, outras variáveis das forças foram validadas através do diagrama de forças.

No próximo Capítulo são apresentadas as considerações finais desta dissertação, e as sugestões de trabalhos futuros.

5 CONCLUSÃO

Esta dissertação tem como objetivo propor uma abordagem de modelagem para mecanismos que envolvem sistemas de cabos e polias, com a finalidade de oferecer suporte na escolha de soluções que se alinhem de forma mais eficaz com os critérios de desenvolvimento de produtos.

A proposta de modelagem tem como objetivo identificar e mapear os graus de liberdade presentes em sistemas de polias acionadas por cabos. A atuação desses sistemas é complexa e requer a identificação do escorregamento do cabo na polia. O escorregamento em cabos e polias pode causar diversos efeitos indesejáveis, dependendo do contexto e das condições específicas. Por exemplo, em sistemas de transmissão de potência, o escorregamento pode resultar em perda de eficiência, reduzindo a capacidade de transmissão de força e aumentando o consumo de energia. Além disso, o escorregamento pode causar superaquecimento, desgaste precoce dos componentes e até mesmo falhas.

A modelagem de sistemas de cabos e polias proposta por Reshetov (1979) e apresentada neste trabalho considera o cabo como uma junta que conecta dois elos distintos de um mecanismo. O comportamento do cabo é descrito como um par cinemático de quinta classe, com cinco graus de liberdade e uma restrição. O ponto de maior escorregamento em sistemas de cabos e polias ocorre no topo da maior pressão exercida pelo cabo sobre a polia, o que se deve às forças internas e externas que estão sendo aplicadas em ambos os lados da polia.

Para mapear as ações dessas forças, a modelagem propõe a utilização de um elo virtual que está diretamente ligado à existência da polia e fica localizado no topo de maior pressão exercida pelo cabo. Esse elo virtual atuará como um par de primeira classe, com apenas uma liberdade no espaço. Ele formará com a polia um par cinemático de revolução, com movimento linear em torno da polia.

A técnica de modelagem proposta por Davies oferece a possibilidade de utilizar helicoides, que apresentam a vantagem de representar todos os corpos e acoplamentos em um mesmo ponto. Esse

ponto coincide instantaneamente com a origem do sistema de coordenadas inercial (O_{xyz}). Além disto, mesmo para diferentes tipos de acoplamentos, o comportamento físico entre os corpos é limitado a três variáveis: vetor unitário de direção \vec{S} , vetor de posição \vec{S}_0 do acoplamento e o passo h do helicóide. Sendo muito útil para validar os resultados encontrados com o Método de Reshetov, pois ele definirá os graus de liberdade do sistema, que no Método de Davies servirá como entradas a ser isoladas.

Compreender de forma precisa o impacto do escorregamento no sistema e como as forças e velocidades agem no mecanismo foi crucial para orientar as decisões tomadas durante a etapa de modelagem. Todas as mudanças realizadas nas regras de modificação foram cuidadosamente planejadas para preservar as relações geométricas do mecanismo.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A ideia de explorar a viabilidade de um método abreviado da Metodologia de Reshetov para a definição da modelagem de sistemas de cabos e polias é interessante. Ao aplicar essa metodologia para a definição da modelagem de sistemas de cabos e polias, seria possível criar um método abreviado que simplifique o processo de modelagem, mantendo a precisão necessária para representar o comportamento desses sistemas. Isso poderia facilitar a análise e o projeto de sistemas envolvendo cabos e polias, tornando-os mais acessíveis e eficientes.

Além disso, a proposta de modelar sistemas de cabos extensíveis é outra área interessante para trabalhos futuros. Sistemas de cabos extensíveis possuem características singulares, uma vez que a extensibilidade dos cabos introduz comportamentos adicionais, como a elasticidade e a deformação dos elementos. Portanto, é importante desenvolver modelos que levem em consideração essas características específicas para uma representação precisa do comportamento desses sistemas.

Essas abordagens têm o potencial de melhorar a compreensão e o projeto desses sistemas, contribuindo para avanços na área da engenharia mecânica e suas aplicações práticas.

REFERÊNCIAS

- ALP, AB; AGRAWAL, Sunil K. Cable suspended robots: Feedback controllers with positive inputs. In: IEEE. PROCEEDINGS of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301). [S.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 815–820.
- ANSON, Michael; ALAMDARI, Aliakbar; KROVI, Venkat. Orientation workspace and stiffness optimization of cable-driven parallel manipulators with base mobility. **Journal of Mechanisms and Robotics**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 9, n. 3, 2017.
- AUFAURE, M. A three-node cable element ensuring the continuity of the horizontal tension; a clamp–cable element. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 74, n. 2, p. 243–251, 2000.
- BARRETTE, Guillaume; GOSSELIN, Clément M. Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms. **Journal Of Mechanical Design**, v. 127, n. 2, p. 242–248, 2005.
- BERTI, Alessandro; MERLET, Jean-Pierre; CARRICATO, Marco. Solving the direct geometrico-static problem of 3-3 cable-driven parallel robots by interval analysis: Preliminary results. **Cable-Driven Parallel Robots**, Springer, p. 251–268, 2013.
- BONILLA, Aníbal Alexandre Campos. Cinemática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais. Florianópolis, SC, 2004.
- BOSSCHER, Paul et al. Cable-suspended robotic contour crafting system. **Automation in construction**, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 45–55, 2007.
- BOSTELMAN, Roger et al. Applications of the NIST RoboCrane. In: PROCEEDINGS of the 5th International Symposium on Robotics and Manufacturing. [S.l.: s.n.], 1994. v. 5, p. 1.
- CAMPOS, Rodrigo Cerqueira. Development of a UAV gripping device for fast coupling, 2021.

CARRETO, Victor. Estudo de mecanismos auto-alinháveis usando análise de dependências estáticas e cinemáticas, 2012.

CAZANGI, Humberto Reder. Aplicação do método de Davies para análise cinemática e estática de mecanismos com múltiplos graus de liberdade. Florianópolis, SC, 2008.

CECCARELLI, Marco. Screw axis defined by Giulio Mozzi in 1763 and early studies on helicoidal motion. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 35, n. 6, p. 761–770, 2000.

CHEN, Zhihua et al. Establishment and application of cable-sliding criterion equation. **Advanced Steel Construction**, v. 7, n. 2, p. 131–143, 2011.

CHIRI, Azzurra et al. HANDEXOS: Towards an exoskeleton device for the rehabilitation of the hand. In: IEEE. 2009 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems. [S.l.: s.n.], 2009. P. 1106–1111.

DAVIES, TH. The 1887 committee meets again. Subject: freedom and constraint, 2000.

ENGEL, Bernd; AL-MAEENI, Sara Salman Hassan. An integrated reverse engineering and failure analysis approach for recovery of mechanical shafts. **Procedia CIRP**, Elsevier, v. 81, p. 1083–1088, 2019.

ERTHAL, Jorge Luiz. Modelo cinestático para análise de rolagem em veículos, 2012.

FRIED, Isaac. Large deformation static and dynamic finite element analysis of extensible cables. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 15, n. 3, p. 315–319, 1982.

GOSLING, PD; KORBAN, EA. A bendable finite element for the analysis of flexible cable structures. **Finite elements in analysis and design**, Elsevier, v. 38, n. 1, p. 45–63, 2001.

GOSELIN, Clément. Cable-driven parallel mechanisms: state of the art and perspectives. **Mechanical Engineering Reviews**, The

Japan Society of Mechanical Engineers, v. 1, n. 1, dsm0004–dsm0004, 2014.

GRÜBLER, MF. **Getriebelehre Springer Verlag**. [S.l.]: Berlin, 1917.

HARTENBERG, Richard; DANAVIT, Jacques. **Kinematic synthesis of linkages**. [S.l.]: New York: McGraw-Hill, 1964.

HONG, Dennis; CIPRA, Raymond J. A method for representing the configuration and analyzing the motion of complex cable-pulley systems. **J. Mech. Des.**, v. 125, n. 2, p. 332–341, 2003.

HUNT, Kenneth H. Don't Cross-Thread the Screw! **Journal of Robotic Systems**, Wiley Online Library, v. 20, n. 7, p. 317–339, 2003.

IQBAL, Jamshed et al. A novel exoskeleton robotic system for hand rehabilitation—conceptualization to prototyping. **Biocybernetics and biomedical engineering**, Elsevier, v. 34, n. 2, p. 79–89, 2014.

KRAMER, Philipp; GROCHE, Peter. Friction measurement under consideration of contact conditions and type of lubricant in bulk metal forming. **Lubricants**, MDPI, v. 7, n. 2, p. 12, 2019.

KUAN, Jiun-Yih; PASCH, Kenneth A; HERR, Hugh M. A high-performance cable-drive module for the development of wearable devices. **IEEE/ASME Transactions on mechatronics**, IEEE, v. 23, n. 3, p. 1238–1248, 2018.

LE, Xiaobin; DUVA, Anthony William; JACKSON, Michael. The Balance of Theory, Simulation, and Projects for Mechanical Component Design Course. In: 2014 ASEE Annual Conference & Exposition. [S.l.: s.n.], 2014. P. 24–1189.

LEE, Jung Joo; KIM, Hee Jin; BACH, Du Jin. **Surgical instrument**. [S.l.]: Google Patents, abr. 2020. US Patent 10,631,886.

LEONARD, John William. **Tension structures: Behavior and analysis**. [S.l.: s.n.], 1988.

LIVSMED. **ArtiSential**. [S.l.: s.n.], 2023. <https://livsmed.com/>.

- MADHEKAR, SN; JANGID, RS. Variable dampers for earthquake protection of benchmark highway bridges. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 18, n. 11, p. 115011, 2009.
- MALHOTRA, A et al. Friction dampers for seismic upgrade of St. Vincent Hospital, Ottawa. In: 1952. 13TH world conference on earthquake engineering. [S.l.: s.n.], 2004.
- MIYASAKA, Muneaki et al. Modeling cable-driven robot with hysteresis and cable-pulley network friction. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 25, n. 2, p. 1095–1104, 2020.
- MURAI, Estevan Hideki. Projeto de mecanismos de costura com acesso unilateral usando síntese do número e do tipo, 2013.
- NAGARAJAIAH, S; NARASIMHAN, S. Seismic control of smart base isolated buildings with new semiactive variable damper. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, Wiley Online Library, v. 36, n. 6, p. 729–749, 2007.
- NORTON, Robert L. Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines. Boston, 1999.
- OZDEMIR, Haluk. A finite element approach for cable problems. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 15, n. 5, p. 427–437, 1979.
- QI, Zhaohui; WANG, Jing; WANG, Gang. An efficient model for dynamic analysis and simulation of cable-pulley systems with time-varying cable lengths. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 116, p. 383–403, 2017.
- RAVIKUMAR, M; CHATTOPADHYAY, Avijit. Integral analysis of conveyor pulley using finite element method. **Computers & structures**, Elsevier, v. 71, n. 3, p. 303–332, 1999.
- RESHETOV, L. **Self-aligning mechanism**, 2nd revised edition edn. [S.l.]: MIR, Moscow, 1979.
- REULEAUX, F. The kinematics of machinery (ABW Kennedy, Trans.) **London, England: Macmilan and Company, Ltd**, 1876.

- REYNOLDS, Osborne. On the efficiency of belts or straps as communicators of work. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier, v. 99, n. 2, p. 142–145, 1875.
- SERBEST, Kasim et al. Development and control of a home-based training device for hand rehabilitation with a spring and cable driven mechanism. **Biomedical Engineering/Biomedizinische Technik**, De Gruyter, v. 66, n. 4, p. 395–403, 2021.
- SINGRU, PM; MODAK, JP. Computer simulation of the dynamic and vibration response of a belt drive pulley. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 242, n. 2, p. 277–293, 2001.
- TISCHLER, CR; SAMUEL, AE; HUNT, KH. Kinematic chains for robot hands—I. Orderly number-synthesis. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 30, n. 8, p. 1193–1215, 1995.
- TSAI, Lung-Wen. **Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function**. [S.l.]: CRC press, 2000.
- VALÁŠEK, M; KARÁSEK, M. HexaSphere with cable actuation. **Recent Advances in Mechatronics**, Springer, p. 239–244, 2010.
- VICTORETTE, André Won Dias Baldini. Síntese e análise de um mecanismo estaticamente equilibrado para aplicação em exoesqueletos, 2022.
- XUE, Renfeng et al. A cable-pulley system modeling based position compensation control for a laparoscope surgical robot. **Mechanism and machine theory**, Elsevier, v. 118, p. 283–299, 2017.
- ZHANG, Zhaokun et al. Kinematic calibration of cable-driven parallel robots considering the pulley kinematics. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 169, p. 104648, 2022.

Anexos

ANEXO A – CÓDIGO WXMÁXIMA

A.1

```
A:matrix ([0,1,1,0,0,-1], [0,0,cy2,0,0,-fy], [0,0,0,0,0,fx], [0,0,0,1,1,-  
1], [0,0,0,0,dy2,-fy], [1,0,0,-dx1,-dx2,fx]);
```

```
C:invert(A);
```

```
X: matrix ([we],[we*10],[-we*1-va],[we],[we*10],[-we*1]);
```

```
D:C.X;
```