



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO SOCIOECONÔMICO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS
CURSO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Mateus Vieira da Silva

**Imunização de carteiras de renda fixa usando modelo de fatores para a
estrutura a termo da curva de juros**

Florianópolis
2023

Mateus Vieira da Silva

Imunização de carteiras de renda fixa usando modelo de fatores para a estrutura a termo da curva de juros

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Ciências Econômicas do Centro Socioeconômico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. João Frois Caldeira Dr.

Florianópolis

2023

da Silva, Mateus Vieira da Silva
Estrutura a termo da taxa de juros do Brasil: uma
aplicação em estratégias de imunização de carteiras de renda
fixa / Mateus Vieira da Silva da Silva ; orientador, João
Frois Caldeira Caldeira, 2023.
56 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro
Socioeconômico, Graduação em Ciências Econômicas,
Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Ciências Econômicas. 2. Estrutura a termo da taxa de
juros. 3. Imunização de carteira. I. Caldeira, João Frois
Caldeira. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Graduação em Ciências Econômicas. III. Título.

Mateus Vieira da Silva

Imunização de carteiras de renda fixa usando modelo de fatores para a estrutura a termo da curva de juros

Florianópolis, 20 de novembro de 2023

O presente Trabalho de Conclusão de Curso foi avaliado e aprovado pela banca examinadora composta pelos seguintes membros.

Prof. João Frois Caldeira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Roberto Meurer, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Maurício Simiano Nunes, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certifico que esta é a **versão original e final** do Trabalho de Conclusão de Curso que foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Economia por mim e pelos demais membros da banca examinadora.

Prof. João Frois Caldeira Dr.
Orientador

Florianópolis, 2023.

Dedico este trabalho à toda a minha família e amigos, em especial meus pais, Maria Cleusa e Reginaldo.

AGRADECIMENTOS

A jornada até aqui foi desafiadora, mas ao mesmo tempo recompensadora, não só no quesito profissional, mas também no quesito pessoal. Começo agradecendo aos meus pais, por sempre me incentivar e prestar todo o apoio para que eu pudesse seguir atrás dos meus sonhos, mesmo que distante de casa.

Agradeço aos meus amigos de longa data que se alegram e torcem pelas minhas conquistas. Em especial os amigos que a universidade me proporcionou e que dividiram comigo essa árdua jornada, mas repleta de companheirismo e alegrias.

As minhas lideranças e colegas de trabalho que contribuíram para meu crescimento profissional e pessoal ao longo das mais diversas experiências de trabalho. Um agradecimento especial também ao Seu Dardo, que foi muito mais que um locatário nesses últimos anos e que, infelizmente, não se encontra mais entre nós.

Por fim, agradeço aos professores que contribuíram e forneceram todo o suporte necessário para meu desenvolvimento ao longo da graduação. Agradeço principalmente ao professor João Caldeira, por me orientar neste trabalho de conclusão de curso e prestar o suporte necessário.

RESUMO

Este trabalho busca comparar estatisticamente a eficiência de duas estratégias de imunização de carteiras de renda fixa, com aplicação de diferentes periodicidades de recalibragem das carteiras passivas. A primeira estratégia é a imunização via duração, que considera alterações no nível da curva de juros. A segunda, como estratégia alternativa, é a imunização baseada no modelo de três fatores, que leva em consideração alterações de nível, inclinação e curvatura da estrutura a termo da taxa de juros. Primeiro, estimou-se a curva de juros utilizando a versão dinâmica do modelo polinomial de Nelson & Siegel (1987) proposta por Diebold & Li (2006). Em seguida, construiu-se uma estratégia de imunização para uma carteira de renda fixa aplicando a abordagem de *hedge* proposta por Litterman e Scheinkman (1991), com a ressalva de que os fatores latentes da curva de juros são não observáveis. A carteira imunizada pela estratégia alternativa demonstra empiricamente um desempenho estatisticamente superior em comparação à imunização baseada na duração, que é amplamente usada pelos participantes do mercado. A recalibragem mensal se mostrou superior às demais alternativas de rebalanceamento consideradas.

Palavras-chave: Curva de juros; Imunização; *Hedge*; Duração; Fatores; Nível; Inclinação; Curvatura.

ABSTRACT

This study seeks to statistically compare the efficiency of two fixed-income portfolio immunization strategies with different rebalancing frequencies for passive portfolios. The first strategy is duration-based immunization, which considers changes in the yield curve level. The second, as an alternative approach, is immunization based on a three-factor model, which takes into account changes in level, slope, and curvature of the term structure of interest rates. First, the yield curve was estimated using the dynamic version of the Nelson & Siegel (1987) polynomial model proposed by Diebold & Li (2006). Subsequently, an immunization strategy for a fixed-income portfolio was constructed by applying the hedging approach proposed by Litterman and Scheinkman (1991), with the caveat that the latent factors of the yield curve are unobservable. The portfolio immunized by the alternative strategy demonstrates empirically superior performance compared to duration-based immunization, which is widely used by market participants. Monthly rebalancing proved superior to other considered rebalancing alternatives.

Keywords: Yield Curve; Immunization; Hedge; Duration; Factors; Level; Slope; Curvature.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução das cargas dos fatores conforme maturidade ($\lambda = 0,083$)	28
Figura 2 - Evolução dos parâmetros estimados entre 02/01/2006 e 30/06/2023	36
Figura 3 - Exemplos de ETTJ	37
Figura 4 - Evolução da carteira imunizada via duração	44
Figura 5 - Evolução da carteira imunizada via modelo de três fatores	47
Figura 6 - Evolução da %P&L das carteiras	50
Figura 7 - Análise da evolução das carteiras	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise descritiva das taxas referenciais de BM&F e CDI entre 02/01/2006 e 30/06/2023	35
Tabela 2 – Matriz de correlação das taxas referenciais de BM&F e CDI entre 02/01/2006 e 30/06/2023	35
Tabela 3 – LTNs que compõe a carteira ativo	38
Tabela 4 - Contrato de Futuro de DI1 para hedge via duração	39
Tabela 5 – Contratos de Futuro de DI1 para imunização utilizando o modelo de três fatores da ETTJ	40
Tabela 6 - Análise descritiva do %P&L	45
Tabela 7 Resultado da regressão do hedge via duração	45
Tabela - 8 Análise descritiva do %P&L da imunização via modelo de três fatores	48
Tabela 9 – Resultado da regressão da imunização via modelo de três fatores	48
Tabela 10 – Comparação entre os modelos de imunização	51

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 OBJETIVOS	15
1.1.1 Objetivo geral	15
1.1.2 Objetivos específicos	15
1.2 JUSTIFICATIVA	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 TÍTULO DE RENDA FIXA	16
2.1.1 Título Zero-Cupom	17
2.1.2 Taxa Forward	19
2.1.3 Duração (<i>Duration</i>).....	21
2.1.4 Convexidade	23
2.1.5 Letra Financeira do Tesouro Nacional (LTN)	23
2.2 A ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS (ETTJ).....	24
2.2.1 Modelo de Nelson-Siegel	27
2.3 IMUNIZAÇÃO.....	28
3 METODOLOGIA	30
3.1 CONSTRUÇÃO DA ETTJ	30
3.2 DURAÇÃO	31
3.3 IMUNIZAÇÃO COM O MODELO DE 3 FATORES	32
3.4 BASE DE DADOS	34
3.5 CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS.....	37
3.5.1 Recalibragem da Carteira	41
3.6 METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	42
4 RESULTADOS	43
4.1 VIA DURAÇÃO.....	43
4.2 VIA MODELO DE TRÊS FATORES.....	46
4.3 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DE HEDGE	49
5 CONCLUSÃO	52

1 INTRODUÇÃO

O mercado de capitais brasileiro apresentou um crescimento significativo nos últimos anos, principalmente no que tange ao aumento no número de investidores pessoa física na bolsa de valores. Segundo o relatório anual da B3 (2023), houve uma alta de 31,3% no número de CPFs em investimentos de renda fixa e renda variável no ano de 2022 em comparação ao ano anterior. Tal crescimento foi possibilitado, dentre outros fatores, pela disseminação e propagação de informação sobre o mercado financeiro e pela facilitação ao acesso do investidor de varejo ao mercado de capitais do Brasil. Dentre as medidas facilitadoras, destaca-se a anulação da cobrança de taxa de corretagem pelas principais corretoras de títulos e valores mobiliários do país.

A dinâmica competitiva do mercado de capitais brasileiro experimentou alterações importantes com a promulgação da Resolução nº 4.656 do Banco Central do Brasil (Bacen), datada de 26 de abril de 2018, a qual viabilizou a criação das denominadas “contas de pagamento pré-pagas”, que dispensou a necessidade de intermediação por parte das instituições bancárias tradicionais. Tal providência facultou às corretoras e *fintechs* a oferta de serviços financeiros de maneira mais autônoma e flexível.

De um total de 17,2 milhões de investidores pessoas físicas cadastradas em 2022, 68% investem apenas em títulos privados de renda fixa e aplicações de investimentos automáticos. Além disso, outro destaque importante do mercado de renda fixa foi o aumento de 25,5% no número de investidores do Tesouro Direto (TD), plataforma de compra e venda de títulos públicos, ou seja, dívidas emitidas pelo governo federal. Assim, é notório a preferência do investidor brasileiro pelo mercado de renda fixa.

A gestão eficiente de investimentos é um desafio constante para investidores e gestores de carteiras. Em um ambiente econômico volátil e incerto, é essencial adotar estratégias que minimizem os riscos envolvidos. Nesse contexto, a análise da estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ), também conhecida como curva de juros, e a aplicação de técnicas de imunização para carteiras de renda fixa surgem como ferramentas poderosas para auxiliar na tomada de decisões de investimento, tanto para gestores de fundos quanto para investidores de varejo.

De acordo com Bodie, Kane, Marcus (2014) a curva de juros é uma das principais preocupações dos investidores de renda fixa. Ela é fundamental para a avaliação de títulos e, também, permite que os investidores avaliem suas expectativas para as taxas de juros futuras em comparação com as do mercado. Essa comparação é frequentemente o ponto de partida na formulação de uma estratégia de portfólio de renda fixa.

Segundo Caldeira (2011), para finanças, o uso da estrutura a termo é importante para tomada de decisões de investimento, precificação de derivativos e para *hedgear* operações e carteiras de títulos de renda fixa. O objetivo da imunização de uma carteira de renda fixa é construir estratégia(s) que a proteja diante das flutuações das taxas de juros, o principal risco desse tipo de investimento.

A estratégia mais comum usada pelo mercado brasileiro de renda fixa é a imunização via duração (*duration*). Porém, há outros mecanismos relevantes de se fazer a proteção (*hedge*), similar ao que foi feito por Martellini et al. (2004) baseada no modelo de três fatores de Nelson & Siegel (1987) e testada por Meirelles & Fernandes (2018).

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo principal estimar a estrutura a termo da curva de juros a partir do modelo polinomial de Nelson & Siegel (1987) e Diebold & Li (2006), aplicar e comparar, estatisticamente, duas estratégias de imunização de carteiras de renda fixa, uma via *duration* e outra via modelo de três fatores, similar ao que foi feito por Meirelles & Fernandes (2018), mas com uma base de dados atualizada, a fim de expor a eficácia de cada estratégia em relação ao que se propõem.

Ao longo deste trabalho, serão apresentados os principais conceitos teóricos relacionados a títulos de renda fixa, à estrutura a termo da curva de juros e à imunização de carteiras, bem como as técnicas utilizadas para realizar análises e a aplicação prática desses conceitos. Na avaliação empírica das estratégias de imunização discutidas, foram utilizados dados históricos mensais, preços de fechamento, de Letras do Tesouro Nacional (LTN) e Notas do Tesouro Nacional Série F (NTNF), de 02/01/2006 até 30/06/2023, para elaborar a ETTJ e realizar a imunização de uma carteira de renda fixa pré-fixada apreçada por uma curva de juros decomposta em seus três principais fatores. Além disso, comparar estatisticamente a eficácia de cada estratégia e definir a frequência mais adequada de recalibragem.

Este estudo é constituído por seis seções. A Seção 1 é feita a parte introdutória, elencado os objetivos e a justificativa para o presente trabalho. A Seção 2 consiste na revisão bibliográfica de conceitos e definições a respeito dos títulos de renda fixa, curva de juros e imunização de carteira. Na Seção 3, é elaborada a ETTJ a partir do modelo polinomial de Nelson & Siegel (1987) e Diebold & Li (2006). Na Seção 4 é descrita as metodologias usadas para elaboração da ETTJ e imunização de carteira. Além disso, nessa seção, é construído as carteiras de renda fixa imunizada por *duration* e a partir do modelo de três fatores, nível, inclinação e curvatura, de acordo com certas periodicidades de recalibragem. Na Seção 5 será feita a análise e comparação dos resultados obtidos. E por fim, na Seção 6 é realizado a conclusão do estudo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Estimar a estrutura a termo da curva de juros do Brasil, aplicar e comparar a eficiência das estratégias de imunização de carteiras de renda fixa.

1.1.2 Objetivos específicos

- I. Estimar a ETTJ usando a versão dinâmica do modelo de Nelson & Siegel (1987) proposta por Diebold & Li (2006);
- II. Construir uma carteira teórica de renda fixa, composto por títulos públicos zero cupom (LTNs);
- III. Aplicar diferentes frequências de recalibrações nas carteiras construídas;
- IV. Comparar estatisticamente a eficiência das estratégias de imunização utilizadas e analisar os resultados obtidos.

1.2 JUSTIFICATIVA

A principal motivação deste estudo reside na falta de ferramentas e mecanismos de proteção ao investidor em um mercado brasileiro de renda fixa com constante crescimento diante cenários incertos de oscilações de taxas de juros, uma

vez que ela é impactada não apenas pela política monetária, mas também, dentre outros fatores, mudanças abruptas no cenário socioeconômico mundial. A pandemia da covid-19 foi um evento marcante na história que, além das imensuráveis perdas humanas, impactou significativamente os juros domésticos dos países ao redor do mundo, os quais muitos adotaram políticas monetárias expansionistas com o objetivo de estimular a economia no momento de crise. De acordo com Dell'Araccia, Rabanal & Sandri (2018), olhando para o futuro, medidas não convencionais de política monetária devem continuar fazendo parte do conjunto de ferramentas monetárias, pois podem fornecer alívio crucial se uma futura recessão severa empurrar as economias para o limite inferior próximo a zero das taxas de juros.

A importância dessa pesquisa reside no fato de que a estrutura a termo das taxas de juros e a imunização de carteira podem fornecer subsídios valiosos para investidores, gestores de fundos de investimento, companhias securitizadoras e instituições financeiras, na tomada de decisões estratégicas. Ao entender as nuances da curva de juros e aplicar estratégias adequadas de imunização, é possível mitigar riscos e aumentar a eficiência da gestão de investimentos.

Com isso, espera-se fornecer insumos para que os participantes do mercado possam tomar as melhores decisões frente a suas alocações em investimentos de renda fixa e consigam elaborar estratégias eficientes para se protegerem das possíveis mudanças na taxa de juros do Brasil no decorrer do tempo, de forma que entendam os riscos envolvidos e se preparem em relação a variáveis que impactam seus de investimentos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 TÍTULO DE RENDA FIXA

Varanda Neto, Santos & Mello (2019) definem renda fixa como um tipo de investimento em que rendimentos reais, nominais ou indexados às taxas flutuantes são recebidos em intervalos de tempo regulares e definidos em documentos formais. Um título de renda fixa consiste basicamente em um título de dívida, no qual o emissor que busca financiar suas atividades ou dívidas, seja o governo, instituição

financeira ou empresa privada, capta recursos com terceiros em troca de uma remuneração pré acordada a ser paga na maturidade do título. Na maturidade é quando o emissor paga ao detentor do título um valor correspondente ao seu valor de face (*face value*), que é o montante sobre o qual o pagamento de juros é calculado. Outrossim, também é possível ocorrer pagamentos periódicos antes da maturidade, por meio dos cupons. No Brasil, os títulos públicos costumam pagar cupons semestrais, quando há incidência de pagamentos periódicos, mas a frequência desses pagamentos é particular de cada título.

2.1.1 Título Zero-Cupom

Os títulos zero-cupom (zero-coupon bonds) são aqueles que prometem o pagamento do principal mais seu rendimento apenas na maturidade dos títulos, sem incidência de pagamentos de cupons periódicos, todo o retorno do investidor é dado na valorização do preço do título. Antes da maturidade, contudo, caso o investidor decida se desfazer do título, vende com desconto, devido ao valor do dinheiro ao longo do tempo. É de se esperar que um real hoje vale mais do que um real amanhã. Os títulos zero-cupom são essenciais para a precificação de ativos de renda fixa em geral. Conforme Caldeira (2011), o valor de um real em tau , com $t \leq tau$ pode ser expresso por um título zero-cupom com maturidade τ , $P_t(\tau)$. Isto é, um contrato o qual garante ao seu detentor um real a ser pago na maturidade τ . Há algumas premissas que é assumido na teoria:

- Existe um mercado sem fricção para títulos zero-cupom para todo $\tau > 0$.
- $P_t(\tau) = 1$ para todo t ; (isso quando $t = tau$, portanto $P_{tau}(tau) = 1$)
- $P_t(\tau)$ é diferenciável em τ .

Na realidade prática, nem sempre é possível atender plenamente a essas suposições. A existência de títulos zero-cupom negociados para todas as maturidades não é uma garantia, e a variável $P_t(\tau)$ pode até mesmo ser inferior a R\$1,00 no caso de inadimplência do emissor. A terceira condição, por sua vez, tem uma natureza estritamente técnica e implica que a evolução da estrutura a termo

dos preços dos títulos zero-cupom, representada por $\tau \rightarrow P_t(\tau)$, deve ser caracterizada por uma curva com variações suaves.

Com o objetivo de estabelecer a conexão entre as taxas de juros de curto e longo prazos em relação aos títulos zero-cupom, é proposto um cenário econômico hipotético que não haja incerteza, com ausência de custos de transação e com um entendimento completo das condições futuras. Se comparar duas estratégias de investimentos, uma em que o investidor detentor de um título com maturidade T_n permanece até o vencimento do mesmo e outra na qual o investidor compra uma NTN-F com pagamento de cupons semestrais e reinveste esses pagamentos periódicos à mesma taxa de juros, a porcentagem do ganho de capital sobre o preço de compra é a taxa de juros paga pelo ativo.

2.1.1.1 Taxa de juros: Definição

A taxa interna de retorno (TIR) é muito utilizada para tomada de decisões de investimentos. A TIR é definida pelo somatório dos fluxos de caixa descontados a ela igual a zero. Matematicamente, se deve criar uma função $f = f(y)$, em que:

$$f(y) = \sum_{k=1}^n \frac{FC_k}{(1+y)^k} \quad (1)$$

Onde:

$f(y)$: é o preço dos valores presentes dos fluxos de caixa descontados pela TIR;

k : é o prazo do fluxo de pagamento;

FC_k : corresponde ao valor do fluxo de caixa de k ;

y : é a TIR ou *yield to maturity* (YTM).

Como o lado direito da expressão é o valor presente, descontado pelo fator de desconto $(1+y)^k$ dos pagamentos restantes ao detentor do título, para um título zero-cupom, a expressão se reduz a:

$$f(y) = \frac{FC}{(1 + y)} \quad (2)$$

O preço $f(y)$ de um título zero-cupom é esperado crescer gradualmente com o tempo t até a maturidade τ , quando alcança seu máximo, igual ao seu valor de face que pode ser adotado como \$1,00 (SHILLER; MCCULLOCH, 1987). O retorno do detentor do título ao longo do período é dado pelo aumento no preço deste título. Tais aumentos são determinados pelas forças de mercados e podem oscilar bastante no decorrer do tempo. A TIR (*yield to maturity*) y no tempo t pode ser definida como a taxa estável que o preço, para um título com maturidade τ , deve crescer para que tenha o valor de \$1,00 no seu vencimento.

Usualmente os títulos são negociados pela sua taxa anualizada, não por seu preço ou por sua *yield to maturity*. A estimativa de curvas de juros zero-cupom se fundamenta em uma relação funcional que conecta as taxas à vista, as taxas *forward*, de um lado, e as maturidades, do outro. Os fatores de desconto são valores empregados em uma data específica (t) para calcular o valor presente de futuros fluxos de caixa.

Ao considerarmos a ausência da possibilidade de calote (*default*) do emissor, as taxas dos títulos zero-cupom são incentivadas por dois fatores: *i.* o valor intertemporal do dinheiro e *ii.* o risco associado à volatilidade da taxa de juros de curto prazo. Além disso, pode ser executável a venda do título antes do seu vencimento por parte do detentor, como acontece nos títulos do Tesouro Nacional do Brasil, dessa forma estará exposto ao risco de mercado da variação das taxas de juros, que alteram o valor de renda do título.

2.1.2 Taxa Forward

A equação a seguir generaliza a abordagem para inferir uma taxa de curto prazo futura a partir da curva de rendimento de títulos zero-cupom. Ela iguala o retorno total de duas estratégias de investimento de n anos: comprar e manter um título zero-cupom de n anos versus comprar um título zero-cupom de $(n - 1)$ anos e reinvestir os recursos em um título de 1 ano.

$$(1 + y_n)^n = (1 + y_{n-1})^{n-1} (1 + r_n) \quad (3)$$

Onde:

n : representa o período em questão;

y_n : é o rendimento até o vencimento de um título zero-cupom com prazo de maturidade de n períodos.

Dessa forma, pelo rendimento da curva de juros observada, pode-se solucionar a equação acima para a taxa de juros de curto prazo no último período por:

$$(1 + r_n) = \frac{(1 + y_n)^n}{(1 + y_{n-1})^{n-1}} \quad (4)$$

Dada a equação acima, o numerador no lado direito é o fator de crescimento total de um investimento em um título zero-cupom de n anos mantido até o vencimento. Da mesma forma, o denominador é o fator de crescimento de um investimento em um título zero-cupom de $(n - 1)$ anos. Como o primeiro investimento dura um ano a mais do que o último, a diferença entre esses fatores de crescimento deve representar a taxa de retorno bruta disponível no ano n , quando o título zero-cupom de $(n - 1)$ anos pode ser reinvestido em um investimento de 1 ano.

As taxas de juros futuras são incertas, no máximo pode-se especular sobre seu valor esperado e a incerteza associada a ele. No entanto, é comum usar a equação acima para investigar as implicações da curva de juros (*yield curve*) para as taxas de juros futuras. Reconhecendo que as taxas de juros futuras são incertas, a taxa de juros que se infere dessa maneira é chamada de *forward interest rate* porque ela não precisa ser a taxa de juros que realmente prevalecerá no futuro.

Se a taxa *forward* para o período n for denotada por f_n , então definimos f_n pela seguinte equação:

$$(1 + f_n) = \frac{(1 + y_n)^n}{(1 + y_{n-1})^{n-1}} \quad (5)$$

De forma equivalente pode-se reescrevê-la como:

$$(1 + y_n)^n = (1 + y_{n-1})^{n-1} (1 + f_n) \quad (6)$$

Nesta formulação, a taxa *forward* é definida como a taxa de juros "break-even" (ponto de equilíbrio) que iguala o retorno de um título zero-cupom de n períodos ao retorno de um título zero-cupom de $(n - 1)$ períodos, reinvestido em um título de 1 ano no ano n . Os retornos totais efetivos das duas estratégias de n anos serão iguais se a taxa de juros de curto prazo no ano n se mostrar igual a f_n .

Para ilustrar este conceito, considere o seguinte exemplo: um investidor está diante de duas estratégias de investimento. Na primeira, ele adquire um título com vencimento em dois anos. Na segunda, ele inicia com a compra de um título de um ano e, em seguida, reinveste o montante em outro título de um ano. Suponha que a taxa à vista para um título de um ano, y_1 , seja de 5%, e para um título de dois anos, y_2 , seja de 6%. Para igualar o retorno entre essas duas estratégias, o investidor precisaria contratar uma taxa *forward* (f_n) de 7,01%. Isso garantiria que ambas as estratégias oferecessem retornos equivalentes.

2.1.3 Duração (*Duration*)

A duração de um instrumento de renda fixa é o prazo médio do fluxo de caixa desse título. Já a duração de Macaulay (1938), também conhecida como duração modificada, é uma medida de sensibilidade do preço do título a variações na taxa de juros, isto é, mede a mudança aproximada de primeira ordem no preço do ativo dado uma mudança infinitesimal na curva de juros (Meirelles & Fernandes, 2018). A duração de Macaulay considera que o nível da taxa de juros é constante para qualquer prazo, ou seja, assume que a curva de rendimento é plana. *Duration* é uma concepção chave para gestão de um portfólio de renda fixa por três razões: *i.* é uma simples estatística resumida da maturidade média da carteira; *ii.* se torna uma

ferramenta essencial na imunização de carteiras diante da taxa de juros e *iii.* mensura a sensibilidade à taxa de juros de uma carteira.

Dessa forma, uma vez que a duração é uma medida de sensibilidade de um ativo à taxa de juros, o rendimento de um título prefixado zero-cupom com uma taxa de juros efetiva anual y , seu preço P corresponde ao somatório do valor presente de seus fluxos de pagamentos e pode ser representado por:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1 + y)^t} \quad (7)$$

Em que:

F_i : representa o i -ésimo fluxo de pagamento do título;

n : corresponde à quantidade de fluxos de pagamento do título;

t : é o tempo, em anos até a data do pagamento do i -ésimo fluxo.

A fim de um maior entendimento e implicações práticas que a *duration* tem na estimação da sensibilidade de um título ou carteira diante das taxas de juros, Bodie, Kane, Marcus (2013) apresentam seis regras que resumem propriedades importantes dos determinantes desse conceito:

- I. A duração de um título zero-cupom é igual ao seu tempo até o vencimento;
- II. Mantendo a maturidade constante, a duração de um título é menor quando a taxa de cupom é maior;
- III. Mantendo a taxa de cupom constante, a duração de um título geralmente aumenta com o tempo até o vencimento;
- IV. A duração sempre aumenta com o vencimento para títulos negociados a par ou com prêmio;
- V. Mantendo outros fatores constantes, a duração de um título com cupom é maior quando a taxa de rendimento até o vencimento do título é menor;
- VI. A duração de uma perpetuidade é igual a $1 + y / y$.

2.1.4 Convexidade

De acordo com Fabozzi e Modigliani (1992), a convexidade mede a taxa de variação da duração em relação à taxa de juros. Freitas (2011) evidencia que isso ocorre porque o impacto das mudanças nas taxas de juros sobre o preço de um título de renda fixa não segue uma relação linear, exigindo a consideração de efeitos de segunda ordem. Essa é uma influência positiva, independentemente da direção da mudança nas taxas de juros, o que é vantajoso para posições ativas. Embora essa correção permita lidar com variações mais significativas nas taxas de juros, ainda é necessário que às premissas de uma curva de juros plana e movimentos paralelos sejam atendidas. A convexidade de um título com pagamentos periódicos pode ser calculada pela fórmula (8):

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \times (t_i + 1) \times \frac{F_i}{(1 + y_i)^{t+2}}}{P} \quad (8)$$

Em que:

F_i : representa o fluxo de pagamento do título no i -ésimo ano;

n : corresponde à quantidade de fluxos de pagamentos anuais;

t : é o tempo, em anos até a data do pagamento do fluxo;

P : é o preço atual do título.

2.1.5 Letra Financeira do Tesouro Nacional (LTN)

As Letras Financeiras do Tesouro Nacional, mais conhecidas como LTNs, são definidas pelo Tesouro Direto como títulos públicos com rentabilidade definida no momento da compra, na qual o investidor sabe exatamente o valor que irá receber se ficar com o título até a data de seu vencimento. Esse título não realiza pagamento de cupons, possui fluxo de pagamento simples, ou seja, o investidor faz a aplicação e recebe o valor de face (valor investido somado à rentabilidade), na data de vencimento do título. Porém, caso o comprador do título decida vendê-lo

antes do seu vencimento, o título está sujeito a marcação a mercado, processo que trata do ajuste diário no valor do ativo, o que possibilita lucro ou prejuízo por parte do investidor a depender a taxa vigente. O preço de uma LTN é dado por:

$$P_t = \frac{1.000}{(1 + R(t, t_i - t))^{\frac{t_i - t}{252}}} \quad (9)$$

Em que:

P_t : é o preço de compra do título;

$R(t, t_i - t)$: representa a taxa anual de desconto entre $t, t_i - t$;

$t_i - t$: dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

2.2 A ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS (ETTJ)

Estrutura a termo é uma função que relaciona determinada variável financeira ou parâmetros, a suas maturidades (CALDEIRA, 2011). A estrutura a termo da taxa de juros faz a ligação entre as taxas de juros de curto e longo prazo. Essa relação entre as taxas de curto e longo prazo é dada pela curva de juros (*yield curve*), que se refere a um gráfico da taxa de rendimento até o vencimento em função do tempo até o vencimento. Ela é uma das preocupações centrais dos investidores de renda fixa, uma vez que desempenha um papel fundamental na valoração de títulos e, adicionalmente, permite que os investidores avaliem suas expectativas em relação às taxas de juros futuras em comparação com as do mercado. Essa comparação frequentemente representa o ponto de partida na formulação de uma estratégia de portfólio de renda fixa. Uma *yield curve* pura se refere à curva dos títulos do Tesouro Nacional zero-cupom, que no Brasil são as LTNs.

Fabozzi (1997) demonstra hipoteticamente que o desenho da estrutura a termo da taxa juros possui basicamente quatro formatos: curva normal ou positiva, curva invertida ou negativa, curva ondulada e a forma reta de estrutura de juros. De acordo com Bessada (2002), se as taxas de juros a curto prazo forem mais baixas,

teremos uma curva de rentabilidade positiva (*positive yield curve*), se as taxas de juros a curto prazo forem mais altas, a curva de rentabilidade será negativa (ou invertida) (*negative or inverted yield curve*). Se houver pouca diferença entre as taxas de curto prazo e as de longo prazo, teremos uma curva de rentabilidade fixa (*flat yield curve*).

De acordo com Freitas (2011), em termos gerais, existem duas abordagens principais para estimar uma estrutura a termo completa das taxas de juros. A abordagem mais comum para estimar taxas não observadas é a interpolação. A outra maneira de obter uma ETTJ completa é por meio de um modelo teórico ou estrutural da estrutura a termo. Esses modelos teóricos são funcionais e, em qualquer ponto no tempo " t ", fornecem a taxa de juros associada a qualquer vencimento desejado. Nesse sentido, eles desempenham um papel semelhante ao desempenhado pelos polinômios na interpolação.

No entanto, é importante destacar as diferenças entre o processo de estimar um modelo teórico da estrutura a termo e o processo de interpolação da estrutura a termo observada. Um modelo teórico é derivado a partir de uma equação diferencial estocástica que descreve os fatores econômicos que, com base em suposições de equilíbrio ou não arbitragem, geram uma função que explica como a ETTJ evolui ao longo do tempo em função desses fatores econômicos. Um modelo teórico calibrado ou estimado não precisa se ajustar perfeitamente à ETTJ observada na economia, já que o modelo impõe várias restrições, tanto em relação à dinâmica dos fatores ou estados (que compõem as taxas de curto prazo) quanto em relação às correlações entre as diferentes taxas de longo prazo que constituem a estrutura a termo em cada período de tempo.

Litterman e Scheinkman (1991), por meio da aplicação da técnica estatística conhecida como Análise de Componentes Principais, identificaram os principais determinantes da dinâmica da estrutura a termo de juros. Utilizando um conjunto de dados referentes à ETTJ do mercado estadunidense, esses autores identificaram três fatores independentes que explicam a maior parte dos movimentos (aproximadamente 98%) na estrutura a termo da taxa de juros dos Estados Unidos. O primeiro fator está associado a variações paralelas no nível da curva de juros, o segundo fator a mudanças na inclinação da curva e o terceiro fator a variações na curvatura da curva de juros. Já no âmbito do Brasil, segundo Varga e Valli (2001),

esses mesmos fatores explicam cerca de 94,3% das variações na estrutura a termo de juros no mercado brasileiro.

Os movimentos de nível, paralelos à curva, significa que todos os rendimentos se movem para uma mesma direção em uma mesma magnitude. A inclinação define se a curva é positiva ou negativa em função de sua maturidade, isto é, a primeira derivada dos rendimentos em relação aos prazos. Já a curvatura, representa a velocidade em que as taxas crescem ou decrescem, a depender da inclinação, é a segunda derivada dos rendimentos em relação aos prazos.

De acordo com Bodie, Kane, Marcus (2013), tanto investidores de curto quanto investidores de longo prazo exigem um prêmio para manter títulos com vencimentos diferentes de seus horizontes de investimento. Defensores da teoria da preferência pela liquidez da estrutura a termo acreditam que investidores de curto prazo dominam o mercado, de modo que a taxa a termo geralmente excede a taxa de juros de curto prazo esperada.

Bodie, Kane, Marcus (2013) reforçam que a curva de juros é uma ferramenta potencialmente poderosa para gestores de renda fixa, justamente por refletir as expectativas das taxas de curto prazo no futuro. Ao inferir as expectativas dos outros investimentos na economia pela estrutura a termo, é possível tomar decisões embasadas em relação ao otimismo do mercado. Por exemplo, caso um agente esteja com uma expectativa em relação aos outros investidores de que a taxa de juros caia, estará mais disposto a estender seu portfólio para títulos de longo prazo, assim como o contrário. Outrossim, previsões de variações nas taxas de juros podem ter diferentes implicações de investimento, dependendo se essas mudanças são impulsionadas por ajustes na taxa de inflação esperada ou na taxa real, o que introduz uma camada adicional de complexidade na interpretação da ETTJ.

A ETTJ pode ser modelada por métodos paramétricos e métodos não paramétricos. Segundo Caldeira (2011), os métodos paramétricos apresentam algumas vantagens. Inicialmente, adotam-se abordagens econômicas parcimoniosas, o que permite a interpretação econômica direta dos parâmetros. Além disso, é viável impor formas funcionais que estejam alinhadas com relações estabelecidas pela teoria econômica. Adicionalmente, conforme observado por Laurini e Moura (2010), os métodos paramétricos podem ser sujeitos a testes comparativos com modelos encaixados, a fim de avaliar a validade das relações estabelecidas pela teoria.

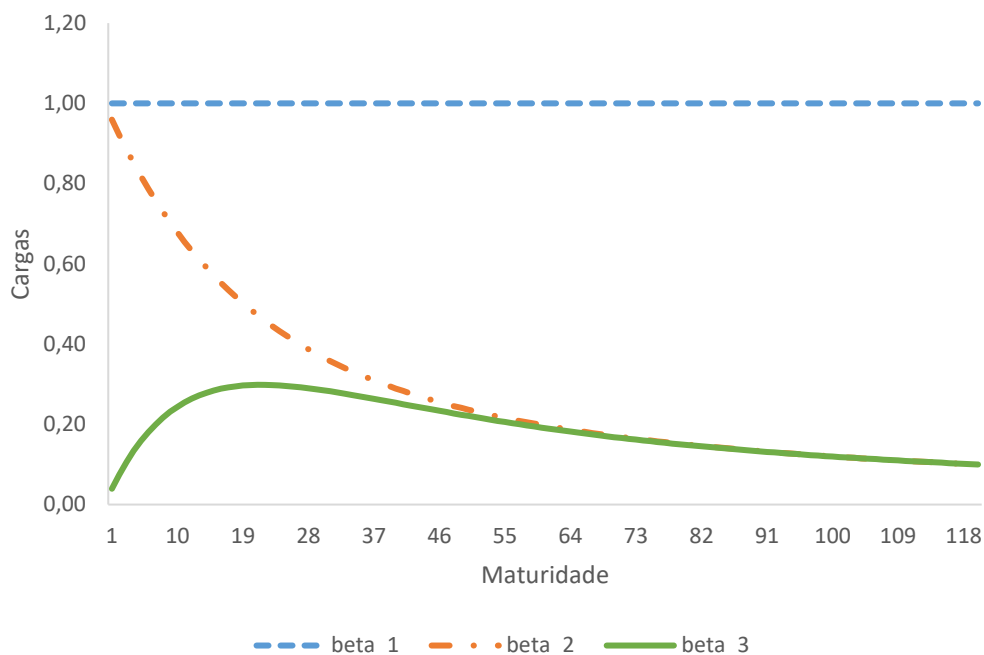
2.2.1 Modelo de Nelson-Siegel

O modelo proposto por Nelson e Siegel (1987) foi reinterpretado por Diebold e Li (2006). Os autores consideraram uma forma paramétrica para o comportamento da estrutura a termo ao longo do tempo, na qual os coeficientes são tratados como nível, inclinação e curvatura da curva de juros.

$$R(\tau_i) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau_i}}{\lambda_t \tau_i} \right) + \beta_{3,t} \left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau_i}}{\lambda_t \tau_i} - e^{\lambda_t \tau} \right) \quad (10)$$

Na interpretação de DL, o primeiro fator $\beta_{1,t}$ afeta o nível da curva de juros, enquanto $\beta_{2,t}$ representa a inclinação e $\beta_{3,t}$ a curvatura da curva de juros. O parâmetro λ determina grau de suavidade ou sensibilidade da curva de juros às mudanças nas taxas de juros de curto prazo, ele é usado para ajustar a taxa na qual a curva de juros se ajusta às mudanças nas maturidades dos títulos. Valores baixos para λ implica que a curva de juros se ajusta lentamente às mudanças nas maturidades dos títulos, uma vez que valores altos a curva de juros se ajusta mais rapidamente.

Sobre a carga de cada fator, $\beta_{1,t}$ é sempre uma constante igual a 1, este fator representa o comportamento dos juros de longo prazo, visto que $R(\infty) = \beta_{1,t}$. A carga $\beta_{2,t}$ é dada por $\left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau_i}}{\lambda_t \tau_i} \right)$, se inicia em um e decai exponencialmente para zero. Tal comportamento é interpretado como um fator de curto prazo, visto que $\beta_{2,t}$ tem mais impacto nas taxas com maturidades mais curtas. Já o fator $\beta_{3,t} \left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau_i}}{\lambda_t \tau_i} - e^{\lambda_t \tau} \right)$ pode ser interpretado como um fator de médio prazo, uma vez que começa em zero, cresce e depois decai novamente para zero. A Figura 1 ilustra o comportamento das cargas em resposta à maturidade, considerando um decaimento fixo de $\lambda = 0,083$, conforme em DL. O valor de $\lambda = 0,083$ foi o lambda mensal médio estimado a partir da base de dados utilizada neste trabalho.

Figura 1 - Evolução das cargas dos fatores conforme maturidade ($\lambda = 0,083$)

Fonte: Elaborado pelo autor

2.3 IMUNIZAÇÃO

O termo imunização consiste em construir uma carteira de títulos de forma que ela esteja imune a variações nas taxas de juros, ou seja, minimizar a volatilidade do resultado dessa carteira. A prática de imunização é muito importante para investidores de renda fixa que buscam se proteger das oscilações inesperadas da ETTJ. Além disso, é um artifício bastante utilizado por gestores do mercado financeiro que buscam minimizar os riscos de suas operações.

Os métodos de imunização avançaram à medida que novos estudos foram propostos e aplicações foram testadas. Um marco importante e que seria determinante para as primeiras metodologias de imunização foi o surgimento da *duration* de Macaulay, no final da década de 1930, uma medida que serve para avaliar a longevidade de um título. Porém, foi apenas com Fisher & Weil (1971) que a métrica ganhou notoriedade no meio acadêmico. Eles demonstram que a proteção contra pequenas mudanças paralelas na curva de juros é obtida igualando o horizonte do ativo à duração do passivo. Porém, a imunização via duração não

oferece proteção contra uma oscilação não paralela na curva de juros, como apresentado por Bierwag (1977).

Fabozzi (2005) aponta que o método de imunização com base na duração possui duas limitações principais. Em primeiro lugar, presume-se implicitamente que o valor da carteira pode ser aproximado por uma expansão de Taylor de primeira ordem, o que significa que a imunização funciona efetivamente apenas em cenários de mudanças de taxas de juros pequenas. Em segundo lugar, a imunização aborda apenas o risco associado a movimentos no nível, não considerando possíveis variações na inclinação e curvatura da curva de juros.

Neste cenário, diversos trabalhos acadêmicos surgiram com o objetivo de propor soluções de imunização diante das oscilações das taxas de juros. Litterman e Scheinkman (1991) demonstraram que a imunização considerando os três primeiros componentes principais apresentou um resultado melhor que a proteção via *duration*. Na literatura brasileira, Bressan et al. (2007) mostraram que os três primeiros componentes principais da curva de juros extraída das Letras do Tesouro Nacional (LTN) explicam 94% dos movimentos. É provado que há um limite natural para a imunização por duração, visto que o componente de nível explica apenas 70% dos movimentos. Meirelles & Fernandes (2018) comparam estatisticamente o desempenho de duas estratégias de imunização de carteiras de renda fixa que foram ajustadas regularmente. A primeira estratégia, baseada na duração, leva em conta mudanças no nível da estrutura a termo das taxas de juros brasileiras, enquanto a abordagem alternativa visa proteger o portfólio contra variações no nível, inclinação e curvatura. O portfólio imunizado pela estratégia alternativa apresentou, empiricamente, um desempenho estatisticamente superior ao procedimento de duração.

Um aspecto de extrema relevância para o desempenho da imunização é a frequência de recalibragem da carteira. Segundo Meirelles & Fernandes (2018), esse ajuste depende da natureza do instrumento (renda fixa, renda variável, derivativos, etc), do mercado de origem e dos custos de transações. Tratando de uma carteira de renda fixa, esses ajustes são necessários devido à movimentação da ETTJ, que pode desequilibrar a estratégia inicial.

A carteira de renda fixa é constituída por instrumentos financeiros, obtidos a partir da equação (7) onde o preço de cada instrumento representa o valor presente

dos fluxos de caixa F_i que ocorrerão em datas futuras $\tau = 1, \dots, m$. A equação reescrita fica:

$$P_0 = \sum_{i=1}^m F_i e^{-\tau_i R(\tau_i)} \quad (11)$$

Em que:

$R(\tau_i)$: é a taxa de desconto obtida a partir da estimação da ETTJ da equação para a maturidade na data τ_i .

3 METODOLOGIA

O processo de definição da carteira ativa e construção das carteiras de imunização consiste em quatro fases: construção da curva de juros; configuração da carteira imunizada; determinação da frequência apropriada para ajustes e análise estatística do desempenho de cada carteira.

3.1 CONSTRUÇÃO DA ETTJ

A construção da ETTJ é feita ao estimar os parâmetros β_t 's e λ por mínimos quadrados ordinários (MQO). Uma vez obtido o lambda determinado em cada período, por meio da aplicação de MQO a partir da base de dados, é possível obter os parâmetros β_s correspondentes em cada tempo t também por mínimos quadrados ordinários e assim estimar o modelo de fatores. Desse modo, a estrutura a termo das taxas de juros elaborada será utilizada no apreçamento dos instrumentos que compõe a carteira ativa e as carteiras passivas de renda fixa imunizada. Neste trabalho, a carteira ativa é aquela passível de ser imunizada, enquanto as carteiras passivas serão definidas com a finalidade de imunizar a carteira ativa.

3.2 DURAÇÃO

A técnica de imunização mais utilizada no mercado financeiro se fundamenta no conceito de duração. Como explicado anteriormente, a duração é uma métrica de sensibilidade do preço de um título às variações nas taxas de juros, ou seja, ela quantifica a mudança aproximada de primeira ordem no preço do ativo em resposta a uma variação infinitesimal na curva de juros.

Uma vez que, para realizar a imunização de uma carteira de renda fixa com preço $P(R(\tau_i))$, são necessárias ϕ unidades de um instrumento com preço $H(R_1(\tau_i))$. A carteira resultante é dada por:

$$C^* = P(R(\tau_i)) + \phi H(R_1(\tau_i)) \quad (12)$$

Como o objetivo de tornar C^* insensível a variações nas taxas de juros e, partindo da premissa que só existem movimentos de nível da ETTJ, $\Delta R_1 = \Delta R$. A imunização é descrita pela seguinte equação:

$$\frac{\partial C^*}{\partial R(\tau_i)} = \frac{\partial P^*}{\partial R(\tau_i)} + \phi \frac{\partial H^*}{\partial R(\tau_i)} = 0 \quad (13)$$

A quantidade ótima a ser adquirida no *hedge* é determinada por:

$$\phi = - \frac{\frac{\partial P^*}{\partial R(\tau_i)}}{\frac{\partial H^*}{\partial R(\tau_i)}} \quad (14)$$

3.3 IMUNIZAÇÃO COM O MODELO DE 3 FATORES

A metodologia de imunização utilizando o modelo de três fatores da ETTJ de Nelson e Siegel (1987) e Diebold e Li (2006) surge como uma alternativa para resguardar a carteira para oscilações de nível, inclinação e curvatura, foi apresentada por Martellini et al. (2004) e aplicada por Meirelles & Fernandes (2018). É uma forma de proteção mais completa do que a *duration* que leva em consideração apenas oscilações de nível. Diante da abordagem mais completa espera-se que essa estratégia apresente mais eficiência para a carteira selecionada, uma vez que apresenta diferentes formatos ao longo do tempo.

Uma vez que, para realizar a imunização de um portfólio com um preço definido por $P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))$, são necessários j instrumentos cada um na quantidade q_j , tal que $j = 3$, e com o preço $H_j(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))$. A carteira obtida é:

$$C^{**} = P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3)) + \sum_{j=1}^3 q_j H_j(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3)) \quad (15)$$

Visto que objetivo da imunização é tornar C^{**} insensível a variações dos $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, ou seja, as mudanças de nível, inclinação e curvatura não podem impactar o preço da nova carteira. Assim:

$$\frac{\partial C^{**}}{\partial \beta_1} = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} + \sum_{j=1}^3 q_j \frac{\partial H_j(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial C^{**}}{\partial \beta_2} = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} + \sum_{j=1}^3 q_j \frac{\partial H_j(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial C^{**}}{\partial \beta_3} = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} + \sum_{j=1}^3 q_j \frac{\partial H_j(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} = 0 \quad (18)$$

A medida da variação do preço da carteira, representado como $P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))$, em relação a cada um dos fatores é calculada por meio das derivadas parciais:

$$D_1 = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} = - \sum_{i=1}^m \tau_i F_i e^{-\tau_i R(\tau_i)} \quad (19)$$

$$D_2 = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} = - \sum_{i=1}^m \tau_i \left(\frac{1 - \exp(-\lambda \tau_i)}{\lambda \tau_i} \right) F_i e^{-\tau_i R(\tau_i)} \quad (20)$$

$$D_3 = \frac{\partial P(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} = - \sum_{i=1}^m \tau_i \left[\left(\frac{1 - \exp(-\lambda \tau_i)}{\lambda \tau_i} \right) - \exp(-\lambda \tau_i) \right] F_i e^{-\tau_i R(\tau_i)} \quad (21)$$

Ao substituir as equações (19), (20) e (21) em (16), (17) e (18), respectivamente, a solução linear deste problema é definida por:

$$-D_1 = q_1 \frac{\partial H_1(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} + q_2 \frac{\partial H_2(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} + q_3 \frac{\partial H_3(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_1} \quad (22)$$

$$-D_2 = q_1 \frac{\partial H_1(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} + q_2 \frac{\partial H_2(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} + q_3 \frac{\partial H_3(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_2} \quad (23)$$

$$-D_3 = q_1 \frac{\partial H_1(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} + q_2 \frac{\partial H_2(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} + q_3 \frac{\partial H_3(R(\beta_1, \beta_2, \beta_3))}{\partial \beta_3} \quad (24)$$

3.4 BASE DE DADOS

Os dados utilizados para construção da curva pré-fixada foram extraídos da plataforma de dados do mercado financeiro Bloomberg, utilizando dados mensais do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) no período amostral de 02/01/2006 até 30/06/2023 para maturidades de 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 30, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 e 120 meses.

A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas, que evidencia algumas das características da ETTJ do Brasil. Tanto a média quanto a mediana exibem inclinação positiva, comportamento tipicamente observado. O desvio padrão começa alto para as maturidades curtas e vai declinando com o crescimento das maturidades, com queda acentuada para taxas mais longas. O excesso de curtose é mais negativo, ou seja, possui menos valores extremos do que o esperado sobre uma distribuição normal. A assimetria negativa aponta uma cauda esquerda mais alongada. A primeira coluna da Tabela 1 mostra cada uma das maturidades descritas na tabela, enquanto a demais colunas mostram as estatísticas para cada maturidade.

A Tabela 2 apresenta a matriz de correlação entre as taxas de juros em cada um dos vértices. Quando a matriz de correlação consiste apenas de valores iguais a um, indica que os movimentos na curva de juros são sempre paralelos, com as mudanças em um vértice sendo replicadas perfeitamente nos outros vértices. Isso não ocorre na Tabela 2, uma vez que as correlações variam entre 0,82 e 1.

Tabela 1 - Análise descritiva das taxas referenciais de BM&F e CDI entre 02/01/2006 e 30/06/2023

Maturidade (meses)	Média	Erro padrão	Mediana	Desvio padrão	Variância da amostra	Curtose	Assimetria	Mínimo	Máximo
3	10,08	0,24	10,85	3,53	0,12	-0,45	-0,53	1,94	17,48
6	10,13	0,24	10,85	3,50	0,12	-0,50	-0,55	1,96	17,07
9	10,23	0,24	11,07	3,43	0,12	-0,49	-0,56	2,10	16,81
12	10,33	0,23	11,19	3,34	0,11	-0,45	-0,56	2,32	16,60
15	10,44	0,22	11,25	3,23	0,10	-0,40	-0,56	2,57	16,43
18	10,55	0,22	11,33	3,13	0,10	-0,34	-0,55	2,84	16,29
21	10,65	0,21	11,49	3,04	0,09	-0,29	-0,54	3,11	16,38
24	10,75	0,20	11,60	2,95	0,09	-0,24	-0,52	3,38	16,63
30	10,91	0,19	11,62	2,80	0,08	-0,15	-0,48	3,89	17,12
36	11,05	0,18	11,70	2,69	0,07	-0,08	-0,43	4,34	17,53
48	11,25	0,17	11,79	2,52	0,06	0,04	-0,34	5,07	18,10
60	11,39	0,17	11,84	2,40	0,06	0,14	-0,26	5,62	18,42
72	11,50	0,16	11,87	2,32	0,05	0,22	-0,20	6,03	18,53
84	11,57	0,16	11,89	2,26	0,05	0,26	-0,15	6,35	18,51
96	11,63	0,15	11,92	2,21	0,05	0,28	-0,12	6,55	18,40
108	11,68	0,15	11,97	2,17	0,05	0,29	-0,09	6,67	18,23
120	11,72	0,15	11,96	2,14	0,05	0,28	-0,08	6,77	18,03

Fonte: Elaboração própria

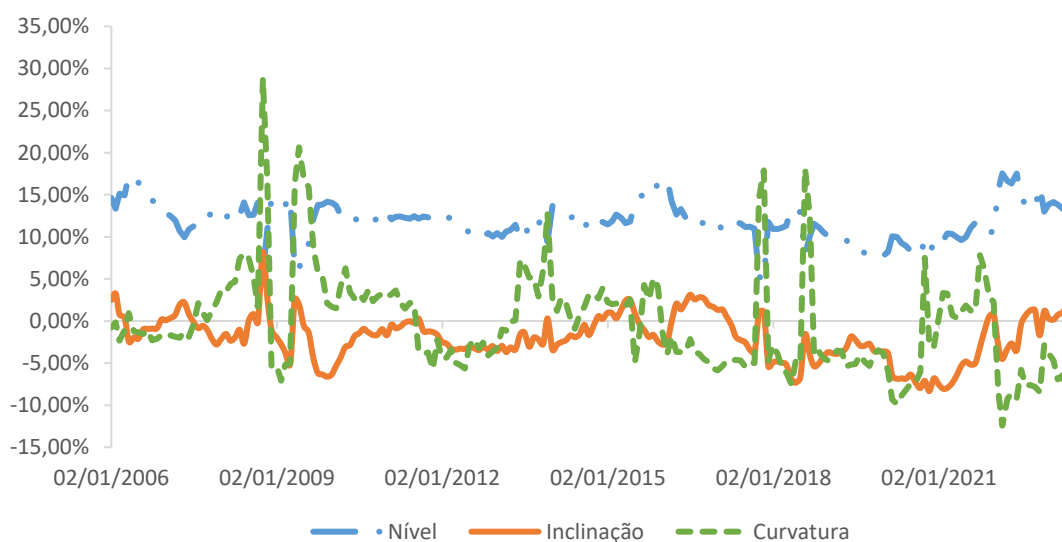
Tabela 2 – Matriz de correlação das taxas referenciais de BM&F e CDI entre 02/01/2006 e 30/06/2023

	3	6	9	12	15	18	21	24	30	36	48	60	72	84	96	108	120
3	1																
6	0,994726	1															
9	0,984222	0,996747	1														
12	0,972262	0,989619	0,997766	1													
15	0,960307	0,980697	0,992614	0,998342	1												
18	0,948593	0,970893	0,985713	0,994355	0,998664	1											
21	0,938155	0,961428	0,97823	0,989141	0,995656	0,998983	1										
24	0,928432	0,952209	0,970505	0,983179	0,991523	0,996642	0,999187	1									
30	0,911506	0,935279	0,95535	0,970473	0,981534	0,989423	0,994622	0,997793	1								
36	0,897354	0,920468	0,941312	0,957886	0,970734	0,980594	0,987776	0,992835	0,998403	1							
48	0,874421	0,896364	0,917855	0,935906	0,950808	0,963031	0,972781	0,980336	0,990696	0,9965	1						
60	0,85712	0,878268	0,899878	0,91861	0,934488	0,947944	0,959168	0,968144	0,981471	0,990106	0,998115	1					
72	0,843473	0,864423	0,886301	0,905528	0,922056	0,936299	0,948466	0,958356	0,973524	0,983907	0,994967	0,99904	1				
84	0,832569	0,853521	0,875678	0,895308	0,912351	0,927141	0,939921	0,950416	0,966844	0,978402	0,99156	0,997298	0,999357	1			
96	0,824251	0,845429	0,867872	0,88781	0,90519	0,920321	0,933506	0,944396	0,961588	0,973909	0,98841	0,995278	0,998231	0,999508	1		
108	0,817542	0,838977	0,861787	0,882087	0,899825	0,915282	0,928765	0,939963	0,95767	0,970414	0,985737	0,993308	0,996893	0,998703	0,999611	1	
120	0,812121	0,833819	0,856938	0,877508	0,895489	0,911205	0,9249	0,936307	0,954367	0,967412	0,983281	0,991365	0,995393	0,99763	0,999008	0,999656	1

Fonte: Elaboração própria

A Figura 2 mostra a evolução dos fatores latentes, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ e $\beta_{3,t}$, entre 02/01/2006 e 30/06/2023, obtidos por mínimo quadrados ordinários para cada t e λ estimado. Tais parâmetros serão utilizados na construção da ETTJ livre de risco brasileira, que apreçará os instrumentos de renda fixa utilizados neste trabalho, bem como na construção das carteiras de renda fixa imunizadas. Os picos na evolução da curvatura ocorrem em momentos que o λ é significativamente inferior em comparação com o resto da amostra.

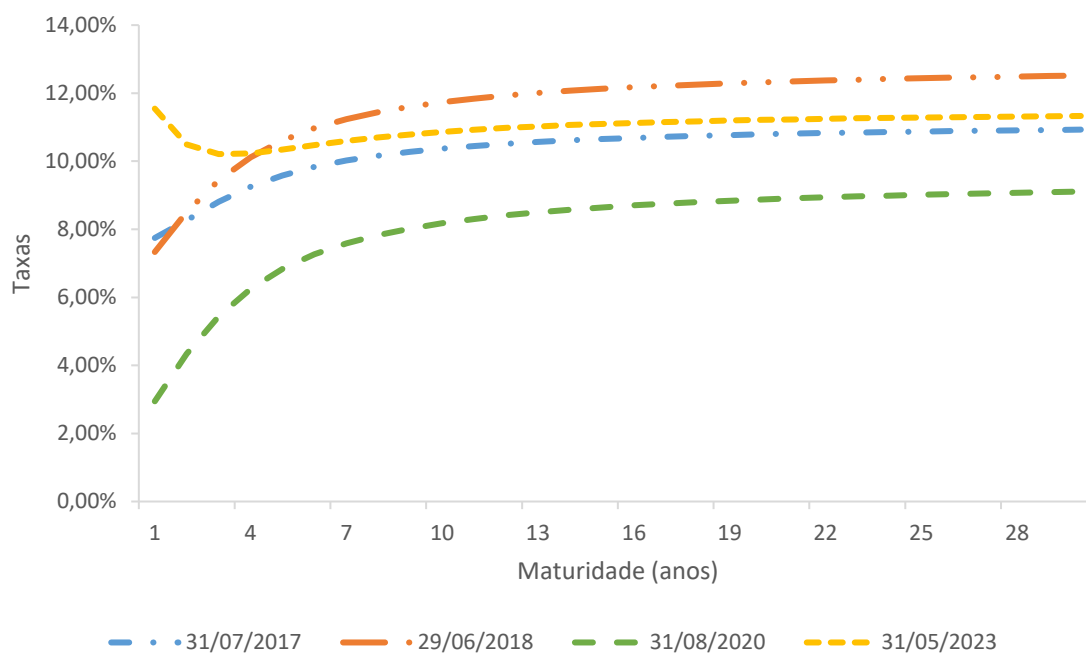
Figura 2 - Evolução dos parâmetros estimados entre 02/01/2006 e 30/06/2023



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 3 mostra que a curva de juros brasileira apresenta diversos formatos no período amostral, justificando a análise. Destaca-se que estas ETTJ representam o período pré crise do coronavírus (31/07/2017 e 29/06/2018), durante a pandemia em que vigorava a política do *lockdown* (31/08/2020) e pós-crise (31/05/2023) quando as relações socioeconômicas já haviam voltado a normalidade há algum tempo. Os exemplos de estruturas a termo da taxa de juros foram interpolados de acordo com a metodologia de Nelson e Siegel.

Figura 3 - Exemplos de ETTJ



Fonte: Elaborado pelo autor

3.5 CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS

No dia 01/01/2018, estruturou-se um portfólio ativo com quatro Letras do Tesouro Nacional (LTN), com vencimentos distintos. No presente trabalho, a LTN não possui risco adicional de crédito e é precificada de acordo com a curva livre de risco estimada neste trabalho. O preço de cada ativo é definido conforme a equação (2). A taxa de desconto aplicado é aquela definida pelo modelo dinâmico de Diebold & Li, pela equação (10).

A Tabela 3 apresenta o vencimento, a taxa de desconto (R_t), o preço (P_i), e valor presente de cada um das LTNs que compõem a carteira ativa. A alocação é uniforme em quantidade, com 1.000 unidades compradas para cada um dos vencimentos. O ativo 1 é o mais curto e o ativo 4 o mais longo, com duração de 7 e 10 anos no início do *hedge*, respectivamente. Como observado, conforme a duração fica mais longa o preço do ativo diminui, enquanto sua taxa de desconto cresce lentamente.

Tabela 3 – LTNs que compõe a carteira ativa

Ativo	Vencimento	Quantidade de contratos	Taxa de desconto	Preço	Valor presente da carteira
1	31/01/2024	1.000	10,10%	R\$ 561,37	R\$ 561.366,48
2	31/01/2025	1.000	10,32%	R\$ 502,77	R\$ 502.768,65
3	02/02/2026	1.000	10,49%	R\$ 450,22	R\$ 450.220,95
4	01/02/2027	1.000	10,62%	R\$ 403,15	R\$ 403.146,30
Total		4.000			R\$ 1.917.502,38

A duração da carteira pode ser obtida pela média das durações de cada ativo ponderado pelo valor de cada investimento da seguinte forma:

$$Dur_p = \frac{\sum_{i=1}^4 Dur_i \times P_i \times Q_i}{\sum_{i=1}^4 P_i \times Q_i} \quad (24)$$

Em que,

Dur_p : é a duração do portfólio com quatro ativos;

Dur_i : representa a duração de cada ativo no momento i ;

P_i : é o valor de mercado de cada ativo no momento i ;

Q_i : é a quantidade de cada ativo.

No momento da construção da estratégia, a maturidade da carteira ativa é de 7,36 anos, ou seja, como se o vencimento da carteira fosse em maio de 2025. Com o objetivo de realizar o *hedge* por duração, o contrato de DI1 criado conforme definido na fórmula (14) é utilizado. A Tabela 4 descreve a construção da carteira passiva via duração.

Dessa forma, para ter um *hedge* via duração com a mesma maturidade, foi criado um DI1 fictício com vencimento em 12/06/2025.

Tabela 4 - Contrato de Futuro de DI1 para hedge via duração

Ativo	Vencimento	Quantidade de contratos	Taxa de desconto	Preço	Valor presente da carteira
1	12/06/2025	43	11,57%	R\$ 44.668,38	R\$ 1.917.502,38
Total		43			R\$ 1.917.502,38

O objetivo do *hedge* na carteira ativa de renda fixa é criar um portfólio passivo com a finalidade de proteger o ativo contra as flutuações da curva de juros ao longo do tempo. Para alcançar esse objetivo, o mercado oferece o contrato de futuro de DI de um dia (DI1), que é negociado na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) e é conhecido por sua alta liquidez e variedade de vencimentos. Nesse mercado, os participantes negociam a taxa de desconto associada a esse contrato, que possui um valor de face de R\$ 100.000,00.

A determinação da quantidade ótima de contratos para a construção do portfólio passivo pode ser realizada de duas maneiras distintas: a primeira, com base na duração da carteira, e a segunda, utilizando o modelo de três fatores da estrutura a termo da taxa de juros. Cada abordagem oferece uma maneira de dimensionar o hedge de forma a proteger a carteira de renda fixa contra as variações da ETTJ.

Com o intuito de imunizar a carteira de acordo com a metodologia de três fatores da ETTJ, constrói-se uma carteira com posições vendidas em três contratos de DI-futuro, como previamente definido nas equações (22), (23) e (24). A Tabela 5 oferece uma descrição da composição deste portfólio passivo. Essa carteira alternativa também possui duração de 7,36 anos.

Tabela 5 – Contratos de Futuro de DI1 para imunização utilizando o modelo de três fatores da ETTJ

Ativo	Vencimento	Quantidade de contratos	Taxa de desconto	Preço	Valor presente da carteira
1	31/01/2024	12	10,10%	R\$ 56.136,65	R\$ 665.656,10
2	02/02/2026	27	10,49%	R\$ 45.022,09	R\$ 1.197.406,92
3	31/01/2028	2	10,73%	R\$ 36.098,94	R\$ 54.447,17
Total		40			R\$ 1.917.510,19

Na BM&F, os contratos de DI1 são negociados em quantidades unitárias, ou seja, não é possível adquirir frações de contratos. Por outro lado, os dois modelos de imunização envolvem fórmulas numéricas e as quantidades definidas de contratos passivos são valores racionais. Essa diferença conceitual requer a implementação de uma regra de arredondamento na determinação das quantidades. Quando a carteira possui um número limitado de contratos, o impacto desse arredondamento é mais significativo. No entanto, quando a carteira é grande, esse impacto se dilui. Sendo assim, a lógica é que as carteiras de imunização construídas devem ser suficientemente grandes para minimizar os impactos do arredondamento, mas ao mesmo tempo, não deve ser tão grande a ponto de afetar substancialmente o mercado de juros.

A realização dessas estratégias de imunização envolve custos operacionais. As despesas associadas às operações de DI1 na BM&F incluem diversos componentes, como a taxa operacional básica (TOB), um emolumento relacionado aos serviços de negociação e registro de negociações e é um percentual do valor de mercado, aplicado quando se abre ou encerra uma posição antes do vencimento. A taxa de permanência, por sua vez, é vinculada ao acompanhamento da posição e cobra um valor por dia e por contrato aberto e a taxa de registro que é aplicada nos serviços de compensação e incide apenas nas negociações que resultam na abertura ou encerramento de posição antes do vencimento. Como o objetivo do presente trabalho é entender e testar a eficiência teórica de cada uma das

estratégias de imunização mencionadas, os custos operacionais não serão somados ao resultado diário das carteiras apesar de ser entendido que eles podem afetar bastante os resultados finais, ainda mais quando há recalibrações constantes na carteira.

3.5.1 Recalibragem da Carteira

Com o passar do tempo a duração das carteiras se altera devido as mudanças nos preços causados pela oscilação de taxas da curva de mercado e pelo decorrer natural do tempo. Tais alterações faz com que o valor da carteira de *hedge* se descole do valor da carteira ativa, o que compromete o objetivo inicial de replicarem os retornos. Dessa forma, realizar a recalibragem da quantidade dos instrumentos passivos assim como apurar a periodicidade ideal é essencial para construção de uma imunização eficiente.

A recalibragem é realizada pelo ajuste periódico da quantidade de instrumentos passivos, a fim de garantir que a duração do ativo neutralize a duração do passivo e a carteira apresente duração anulada. Para a imunização usando a metodologia de duração, a fórmula (14) deve ser respeitada e o número de unidades do instrumento de hedge deve ser redefinido. Para a imunização utilizando o modelo de três fatores, a fórmula (18) deve ser atendida e as quantidades de cada instrumento devem ser recalculadas.

Com a finalidade de testar empiricamente e determinar a periodicidade mais adequada para o rebalanceamento de quantidade dos instrumentos passivas será aplicado e analisado três periodicidades de recalibragem no resultado de ambas estratégias de imunização. As periodicidades definidas para recalibragem são mensal, trimestral e semestral.

3.6 METODOLOGIA DE ANÁLISE

Este estudo avalia o desempenho da estratégia de *hedge* de duas maneiras. Primeiramente, analisa a estatística descritiva do resultado percentual das perdas e ganhos (P&L) em cada dia. Em um *hedge* perfeito é esperado que o retorno do ativo seja totalmente anulado pelo retorno do passivo. O percentual de P&L representa os ganhos e perdas proporcionais da carteira, e é calculado da seguinte forma:

$$\%P\&L_t = \frac{P_t^{Ativo} + P_t^{Passivo}}{P_t^{Ativo}}$$

Em que:

P_t^{Ativo} : preço do ativo na data t ;

$P_t^{Passivo}$: preço do passivo na data t .

A segunda abordagem de avaliação emprega uma análise de regressão linear para realizar um teste estatístico da eficácia de cada estratégia de *hedge*, dado por:

$$Ret_t^{Ativo} = \alpha_0 + \alpha_1 Ret_t^{Passivo} + \varepsilon_t$$

No qual:

Ret_t^{Ativo} : é a variável dependente representada pelo retorno do ativo;

$Ret_t^{Passivo}$: representa o retorno do passivo, é a variável independente;

α_0 : é o intercepto, que representa o valor de Ret_t^{Ativo} quando $Ret_t^{Passivo}$ é igual a zero;

α_1 : é o coeficiente de regressão, que indica a taxa de variação de Ret_t^{Ativo} em relação a $Ret_t^{Passivo}$;

ε_t : é o resíduo, representa a variabilidade não explicada pelo modelo e é uma parte natural de qualquer conjunto de dados.

4 RESULTADOS

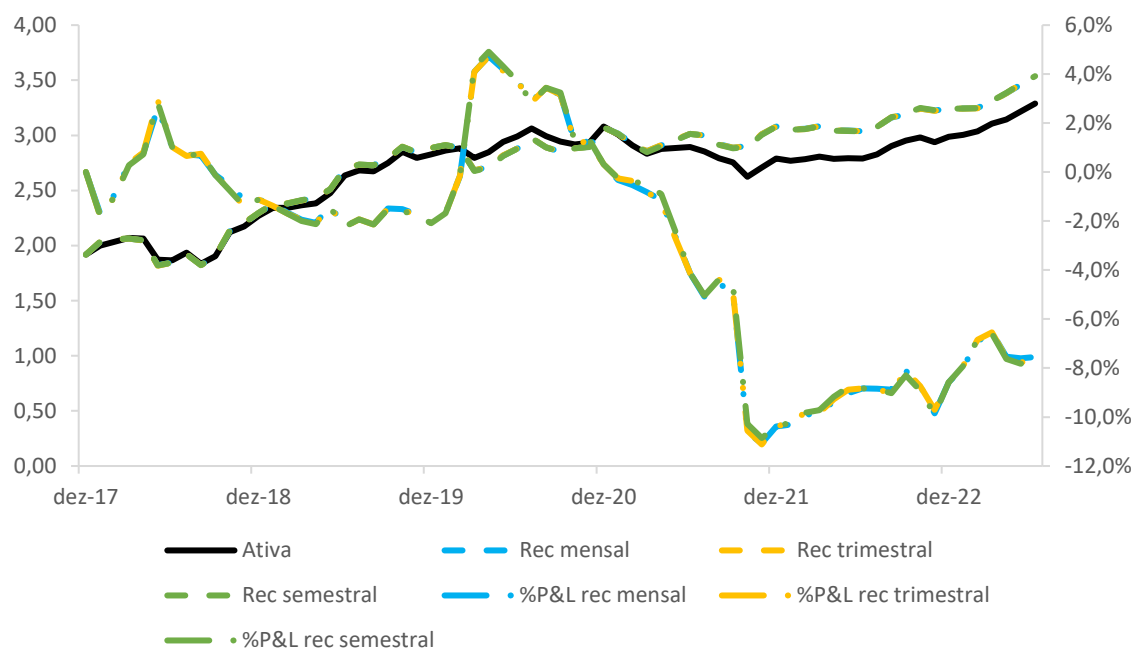
Neste capítulo são apresentados os resultados empíricos das estratégias de imunização. O objetivo é examinar o desempenho das carteiras imunizadas com base em curvas de juros estimadas no período de 01/01/2018 até 31/06/2023. É exposto de forma separada o desempenho de cada uma das estratégias de imunização, via duração e via modelo de três fatores e depois feito a comparação dos *hedges*.

4.1 VIA DURAÇÃO

A imunização via duração é composta pelo portfólio ativo e passivo definido na seção anterior. O portfólio passivo consiste em um contrato de DI1 fictício criado para fins de comparação justa entre os modelos de imunização. Esse contrato fictício possui a mesma maturidade que o portfólio vendido construído pela estratégia alternativa.

A Figura 5 apresenta a série temporal dos preços das carteiras com recalibragem (rec) mensal, trimestral e semestral, juntamente com os resultados percentuais de perdas e ganhos (%P&L) gerados por essas carteiras. Percebe-se que as três carteiras passivas possuem evolução e volatilidade semelhantes. A evolução das carteiras de *hedge* se descola do valor da carteira ativa, o que indica que os resultados delas não foram eficientes em replicar o resultado da carteira ativa. Além disso, o %P&L possui bastante volatilidade ao longo da amostra, com expressivos resultados negativos a partir da metade do período amostral, chegando a ter um prejuízo de quase 11% em certo período.

Figura 4 - Evolução da carteira imunizada via duração



Nota: Os resultados das carteiras ativas e passivas via duração com recalibrações são expressos no eixo esquerdo do gráfico, enquanto os resultados percentuais de perdas e lucros no eixo direito.

Fonte: Elaboração própria, com base nos dados obtidos a partir da interpolação da ETTJ.

A Tabela 6 exibe a estatística descritiva para o %P&L destas estratégias. Como observado na imagem acima, os dados estatísticos não apontam nenhuma periodicidade ideal de recalibragem para as carteiras observadas de duração, uma vez que as carteiras possuem medidas bem próximas. A carteira recalibrada mensal e trimestral possuem média de -3,05%, enquanto a semestral um pouco menor, -3,03%. Os desvios padrões também são bem ajustados, 4,48% das carteiras recalibradas mensalmente e semestralmente, contra 4,47% da trimestralmente.

Tabela 6 - Análise descritiva do %P&L

Carteira	Média	Mediana	Desvio padrão	Curtose	Assimetria	Mínimo	Máximo
Recalibrada mensal	-3,05%	-1,70%	4,48%	-1,0915	-0,2834	-11,07%	4,73%
Recalibrada trimestral	-3,05%	-1,73%	4,47%	-1,0914	-0,2742	-11,12%	4,72%
Recalibrada semestral	-3,03%	-1,76%	4,48%	-1,0923	-0,2590	-10,86%	4,91%

A fim de verificar estatisticamente a efetividade da imunização de cada uma das carteiras utiliza-se uma regressão linear simples que avalia a relação entre retornos. O teste estatístico t-Student não rejeita a hipótese nula ($H_0: \alpha_0 = 0$) para o intercepto do modelo com um nível de significância de 5% para as três carteiras apresentadas. No entanto, para ambas as carteiras, ele rejeita a hipótese nula de inclinação unitária ($H_0: \alpha_1 = 0$) a um nível de significância de 5%. Isso indica que não há viés, mas os retornos do ativo não são completamente anulados pelo retorno do passivo. A Tabela 7 documenta os resultados da regressão que verifica a eficácia do hedge.

Tabela 7 Resultado da regressão do *hedge* via duração

Carteira	Variável	Coefficientes	Erro padrão	start t	Valor-P	R-Quadrado
Recalibrada mensal	Interseção	0,00	0,00	0,13	89,58%	87,77%
	Variável X1	0,86	0,04	21,43	0,00%	
Recalibrada trimestral	Interseção	0,00	0,00	0,21	83,51%	87,73%
	Variável X1	0,85	0,04	21,39	0,00%	
Recalibragem semestral	Interseção	0,00	0,00	0,24	80,90%	87,67%
	Variável X1	0,84	0,04	21,33	0,00%	

Carteira	Variável	Grus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrados Médios	Estatística F	Significância de F
Recalibrada mensal	Regressão	1	0,048	0,048	459,15	
	Resíduo	64	0,007	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			
Recalibrada trimestral	Regressão	1	0,048	0,048	457,61	
	Resíduo	64	0,007	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			
Recalibragem semestral	Regressão	1	0,048	0,048	455,17	
	Resíduo	64	0,007	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			

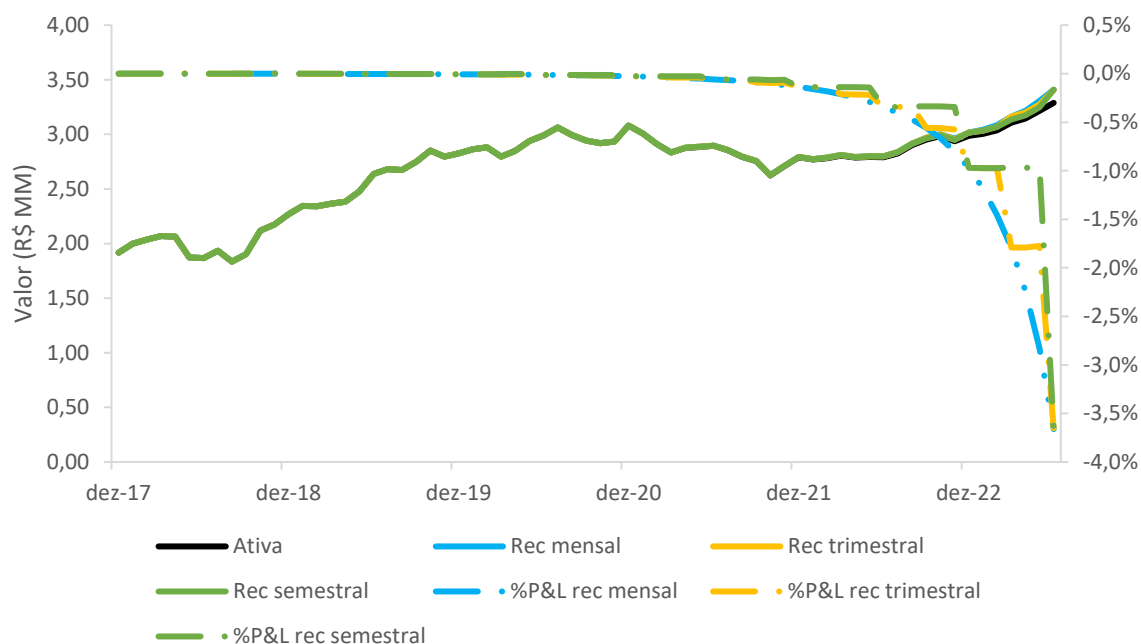
Os resultados estimados de regressão mostram que também não houve uma periodicidade de recalibragem unânime dentre as comparadas. O poder explicativo, medido pelo R^2 de cada carteira foi muito próximo, 87,77% da carteira com recalibragem mensal, 87,73% da com recalibragem trimestral e 87,67% da com recalibragem semestral.

Dessa forma, apesar do ligeiro maior poder explicativo da carteira de recalibragem mensal, não é possível apontar alguma delas como sendo a mais eficiente pois os resultados obtidos apresentaram equivalência entre as recalibragens na estratégia de imunização via duração. O valor final das carteiras passivas foi igual, visto que o último período amostral coincide com recalibragem para as três estratégias, resultando em um prejuízo nominal de R\$248.433,88.

4.2 VIA MODELO DE TRÊS FATORES

A seção avalia o resultado do hedge utilizando o modelo de três fatores da ETTJ. A figura mostra a evolução do preço ao longo do tempo da carteira ativa e das carteiras passivas com recalibragem mensal, trimestral e semestral, assim como o resultado de %P&L de cada uma das carteiras. Os preços das carteiras passivas evoluem juntamente com a evolução do preço do ativo. Porém, o percentual das perdas e ganhos indicam uma piora de eficiência no final do período amostral.

Figura 5 - Evolução da carteira imunizada via modelo de três fatores



Nota: Os resultados das carteiras ativas e passivas via modelo de três fatores com recalibrações são expressos no eixo esquerdo do gráfico, enquanto os resultados percentuais de perdas e lucros no eixo direito.

Fonte: Elaboração própria, com base nos dados obtidos a partir da interpolação da ETTJ.

A Tabela 8 apresenta os resultados da estatística descritiva para o %P&L. A carteira recalibrada semestral possui menor média e desvio padrão dentre as carteiras observadas, -0,19% e 0,51%, respectivamente. Enquanto a recalibrada mensal apresenta menor assimetria (-3,32), que sugere uma distribuição mais balanceada em termos de valores extremos quando comparada com a recalibrada trimestral (-3,83) e recalibrada semestral (-5,12).

Tabela - 8 Análise descritiva do %P&L da imunização via modelo de três fatores

Carteira	Média	Mediana	Desvio padrão	Curtose	Assimetria	Mínimo	Máximo
Recalibrada mensal	-0,29%	-0,02%	0,68%	11,74	-3,32	-3,66%	0,00%
Recalibrada trimestral	-0,25%	-0,02%	0,59%	17,37	-3,83	-3,66%	0,00%
Recalibrada semestral	-0,19%	-0,01%	0,51%	32,04	-5,12	-3,66%	0,00%

Da mesma forma como feito na análise anterior, a fim de verificar estatisticamente a efetividade da imunização utiliza-se uma regressão linear simples que avalia a relação entre retornos. O teste estatístico t-Student não permite rejeitar a hipótese nula ($H_0: \alpha_1 = 0$) para o intercepto do modelo com um nível de significância de 5% para as duas carteiras apresentadas. No entanto, para as carteiras analisadas, ele também rejeita a hipótese nula de inclinação unitária ($H_0: \alpha_1 = 0$) a um nível de significância de 5%. Isso indica que não há viés, mas os retornos do ativo não são completamente anulados pelo retorno do passivo.

Tabela 9 – Resultado da regressão da imunização via modelo de três fatores

Carteira	Variável	Coefficientes	Erro padrão	start t	Valor-P	R-Quadrado
Recalibrada mensal	Interseção	0,00	0,00	-2,66	0,99%	99,76%
	Variável X1	0,99	0,01	163,45	0,00%	
Recalibrada trimestral	Interseção	0,00	0,00	-1,28	20,49%	99,24%
	Variável X1	0,99	0,01	91,65	0,00%	
Recalibragem semestral	Interseção	0,00	0,00	-0,84	40,55%	98,65%
	Variável X1	0,98	0,01	68,50	0,00%	

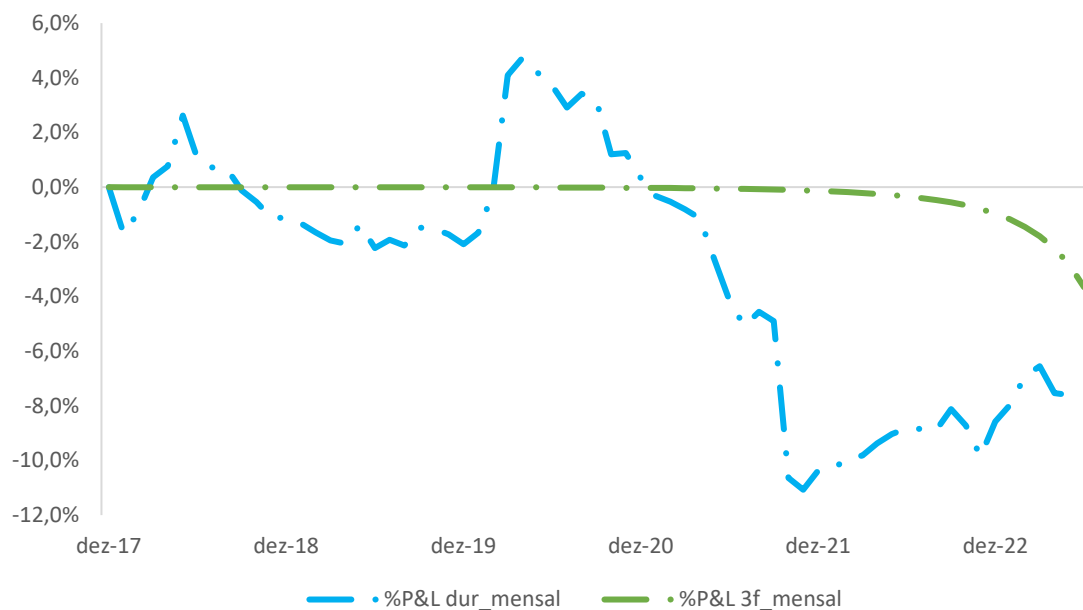
Carteira	Variável	Grus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrados Médios	Estatística F	Significância de F
Recalibrada mensal	Regressão	1	0,055	0,055	26717,10	
	Resíduo	64	0,000	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			
Recalibrada trimestral	Regressão	1	0,055	0,055	8398,81	
	Resíduo	64	0,000	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			
Recalibragem semestral	Regressão	1	0,054	0,054	4692,03	
	Resíduo	64	0,001	0,000		0,00%
	Total	65	0,055			

Os resultados obtidos indicam, que o desempenho da carteira com recalibragem mensal é mais eficiente do que as que sofrem ajuste de quantidade trimestralmente e semestralmente. Apesar de apresentar um pouco mais de volatilidade quando comparada com as outras carteiras, os retornos do passivo com recalibragem mensal é o que melhor possui poder explicativo (99,76%) em relação ao retorno da carteira ativa.

4.3 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DE HEDGE

Para comparação entre as estratégias de imunização é utilizado as informações obtidas a partir da análise descritiva e das métricas estatísticas das carteiras com recalibragem mensal. Presume-se pela literatura que o *hedge* via modelo de três fatores tenham um desempenho superior ao *hedge* via duração. A Figura 6 compara a evolução do %P&L das duas estratégias de imunização. A estratégia via modelo de três fatores é significativamente menos volátil do que a estratégia via duração.

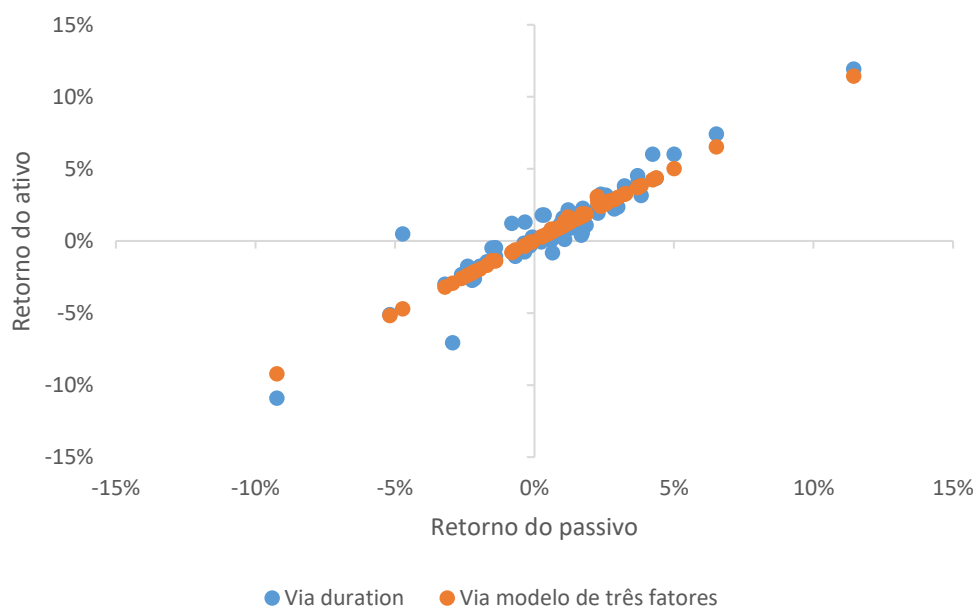
Figura 6 - Evolução da %P&L das carteiras



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 7 compara o comportamento da regressão linear do *hedge*. A imunização via durativo é mais dispersa do que a que a via modelo de três fatores, o que sinaliza menor eficiência.

Figura 7 - Análise da evolução das carteiras



Fonte: Elaborado pelo autor

A fim de comprovar a eficácia do modelo, é feito uma comparação estatística entre as principais variável. A Tabela 10 resume as variáveis utilizadas.

Tabela 10 – Comparação entre os modelos de imunização

Variáveis	Via duração	Via modelo de três fatores
Poder explicativo	87,77%	99,76%
%P&L Médio	-3,05%	-0,29%
%P&L Mínimo	-11,07%	-3,66%
%P&L Máximo	4,73%	0,00%
%P&L Desvio padrão	4,48%	0,68%

A abordagem utilizando o modelo de três fatores demonstra um superior poder explicativo em comparação com a estratégia baseada no modelo de duração, alcançando 99,76% contra 87,77%. Essa disparidade reflete-se também nas estatísticas de %P&L, evidenciando a superioridade do modelo de três fatores em todas as variáveis analisadas. A média do %P&L para essa estratégia é de -0,29%, em contraste com -3,05% na imunização via modelo de duração. Além disso, o desvio padrão do %P&L utilizando o modelo de três fatores é menor, totalizando 4,48%, enquanto o modelo de duração apresenta um desvio padrão superior.

No estudo feito por Meirelles & Fernandes (2018), as carteiras imunizadas pelo modelo de três fatores também apresentaram resultados estatísticos superiores em comparação com as carteiras imunizadas via duração. Além disso, as carteiras imunizadas pela estratégia alternativa também obtiveram prejuízos menores, no caso os autores consideraram os custos operacionais dos *hedges* nos resultados diários. Porém, diferentemente do presente trabalho, o poder explicativo dos retornos dos passivos em relação aos retornos do ativo entre as carteiras comparadas não foi muito discrepante entre as duas estratégias de imunização. A recalibragem mensal também foi a mais eficiente.

O modelo de fatores apresenta melhor desempenho, como previsto pela literatura, do que a estratégia baseada na duração, por imunizar não apenas

movimentos paralelos, mas também os movimentos na inclinação e curvatura da curva de juros.

5 CONCLUSÃO

O intuito desta pesquisa foi aplicar empiricamente duas abordagens de imunização de carteiras de renda fixa usando uma nova base de dados do mercado de renda fixa brasileiro. A primeira abordagem amplamente usada pelos participantes do mercado, baseada na duração, que leva em consideração alterações no nível da curva de juros. E a outra, um modelo de *hedge* de carteira de renda fixa alternativo, levando em consideração as variações do nível, inclinação e curvatura da Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ) na formulação da carteira. Além disso, testar e comparar qual seria a periodicidade de recalibragem ideal para fazer nos instrumentos passivos, a fim de melhorar a eficiência do *hedge*. Com esse objetivo, o trabalho foi dividido em quatro fases. A primeira fase estimou a curva de juros do Brasil utilizando o modelo paramétrico parcimonioso de Nelson & Siegel (1987) e Diebold & Li (2006). A segunda fase aborda a criação do *hedge* para a carteira de renda fixa composta por LTNs, com ajustes mensais, trimestrais e semestrais sendo precificada conforme a curva de juros elaborada e imunizada por meio da aplicação da metodologia de duração e do modelo de três fatores da Estrutura a Termo da Taxa de Juros, conforme proposto por Martellini et al. (2003). Por fim, realiza-se a avaliação estatística do desempenho de cada estratégia depois faz uma comparação entre a carteira recalibrada mensal da imunização via duração e via modelo de três fatores.

Os testes realizados com a estrutura a termo da taxa de juros brasileira no período de 01/01/2018 a 31/06/2023 levam a conclusões estatísticas de que a performance da estratégia de imunização via modelo de três fatores é superior a estratégia de imunização via duração e que, apesar da recalibragem mensal se mostrar mais adequada em relação a alguns resultados, seu desempenho não é unânime quando comparado com as aplicações de reajuste de quantidade trimestral e semestral, principalmente nas carteiras de *hedge* via duração.

A carteiras passivas que leva em consideração apenas oscilação de nível na curva de juros possui alta volatilidade e poder explicativo não satisfatório quando

comparado com as carteiras que ponderam mudanças de nível, inclinação e curvatura da ETTJ. Além disso, as carteiras com estratégia de imunização via duração apresentam um prejuízo maior em relação ao resultado da carteira ativa do que as carteiras imunização por modelo de três fatores.

O estudo contribui, principalmente, para gestores e investidores do mercado brasileiro de renda fixa. Em um cenário de mercado em constante expansão e diante da contínua incerteza diante às variações das taxas de juros, a adoção de uma estratégia alternativa a imunização via duração pode não apenas minimizar perdas, como também produzir resultados mais eficientes em relação a proteção contra os riscos associados às taxas de juros.

A pesquisa apresentou algumas limitações, os resultados apresentados dos instrumentos passivos não consideraram os custos operacionais envolvidos, que são presentes no mercado de capitais real. Custos operacionais são somados ao resultado periódico da carteira e influência na sua eficiência, o que atrapalha os instrumentos passivos replicar o retorno do ativo. Além disso, não foi realizado recalibragem na carteira ativa, a qual se desenvolve organicamente ao longo do tempo.

Por fim, as sugestões para pesquisas futuras abrangem: testar empiricamente a resultado do *hedge* via modelo de três fatores somando os custos operacionais do mercado; comparar a eficiência da imunização via modelo de três fatores entre diferentes estratégias de escolha de portfólio ativo; construir carteira imunizada para outras medidas de risco.

REFERÊNCIAS

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J.. **Investments**. [S. L.]: McGraw Hill, 2014.

CALDEIRA, João Frois. **Estimação da Estrutura a Termo da Curva de Juros no Brasil através de Modelos Paramétricos e Não Paramétricos**. 2011. 55 f. Tese (Doutorado) - Curso de Economia, Ufrgs, Porto Alegre, 2011.

MEIRELLES, Sofia K.s.; FERNANDES, Marcelo. **Estratégias de Imunização de Carteiras de Renda Fixa no Brasil**. 2018. 16 v. Tese (Doutorado) - Curso de Economia, Fgv, Rio de Janeiro, 2018.

FREITAS, Marise Reis de. **CARTEIRAS DE RENDA FIXA: IMUNIZAÇÃO, RISCO DE IMUNIZAÇÃO E RISCO IDIOSINCRAÉTICO**. 2011. 58 f. Tese (Doutorado) - Curso de Economia, Fgv, Rio de Janeiro, 2011.

CUPPARI, Alexandre Marçon. **A ESTRUTURA A TERMO DAS TAXAS DE JUROS E ESTRATÉGIA DE IMUNIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE RENDA FIXA VIA DURATION**. 2015. 37 f. Tese (Doutorado) - Curso de Economia, Ufsc, Florianópolis, 2015.

Relatório Anual 2022. São Paulo: B3, 2023. 165

VARANDA NETO, José Monteiro; SANTOS, José Carlos de Souza; MELLO, Eduardo Morato. **O mercado de renda fixa no Brasil: conceitos, precificação e risco**. [S. L.]: Saint Paul, 2019.

VARGA, G.; VALLI, M. **Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização**, Economia Aplicada, v.5, 2001.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. **Common factors affecting bond returns**. **Journal of Fixed Income**, v. 1, p. 54-61, 1991.

MARTELLINI, L, PRIAULET, P. e PRIAULET, S. (2003). **Fixed-Income Securities**. Wiley Finance, 1st Edition.

FABOZZI, F. (2005). **The Handbook of Fixed Income Securities**. MC Graw Hill, 7th Edition.

FISHER, L. e WEIL, R. (1971). **Coping with the risk or interest-rate fluctuation returns to bondholders from naive and optimal strategies**. *Journal of Business*, 44 (4): 408-431.

BIERWAG, G. (1977). **Immunization, duration and the term structure of interest rate**. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12 (5): 725-742.

BRESSAN, A. A., ALVES, R. A., CAETANO, R. A. e IQUIAPAZA. (2007) **Modelagem multifatorial da estrutura a termo de juros de LTN's utilizando análise de componentes principais**. Apresentado no XXXV Encontro Nacional de Economia.

SHILLER, R. J.; MCCULLOCH, J. H. **The term structure of interest rates**. NBER Working Paper Series n. 2341. National Bureau of Economic Research, 1987.

FABOZZI, Frank J.. **Fixed Income Mathematics**. [S. L.]: Mc Graw Hill Trade, 1997.

LAURINI, M. P.; HOTTA, L. K. **Bayesian extensions to diebold-li term structure model**. *International Review of Financial Analysis*, v. 19, n. 5, p. 342–350, 2010.

NELSON, C. R. e SIEGEL, A. F. (1987). **Parsimonious modeling of yield curves**. *Journal of Business*, 60 (4): 473-489.

DIEBOLD, F. X. e LI, Canlin. (2006). **Forecasting the term structure of government bond yields**. *Journal of Econometrics*, 130 (2): 337-364.

Dell'Ariccia, Giovanni; Pau Rabanal; e Damiano Sandri. **Unconventional monetary policies in the Euro Area, Japan, and the United Kingdom**. *Journal of Economic Perspectives* 32.4 (2018): 147-172.

LION. O. M. B. **Um Estudo sobre a Modelagem da Estrutura a Termo das Taxas de Juros e a Precificação de Opções sobre Títulos de Renda Fixa**. Teses de Doutorado – COOPe/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.