



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO SOCIOECONÔMICO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Murilo Klipp

**Diversificação De Investimentos Na Pandemia Do Covid-19: Uma Análise Da
Teoria Moderna Do Portfólio Para O Mercado Brasileiro De Ações Entre 2020 E
2022**

Florianópolis

2023

Murilo Klipp

Diversificação De Investimentos Na Pandemia Do Covid-19: Uma Análise Da Teoria Moderna Do Portfólio Para O Mercado Brasileiro De Ações Entre 2020 E 2022

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Ciências Econômicas do Centro Socioeconômico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador(a): Prof. Dr. Guilherme Valle Moura

Florianópolis

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Klipp, Murilo

Diversificação De Investimentos Na Pandemia Do Covid-19 : Uma Análise Da Teoria Moderna Do Portfólio Para O Mercado Brasileiro De Ações Entre 2020 E 2022 / Murilo Klipp ; orientador, Guilherme Valle Moura, 2023.

51 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Socioeconômico, Graduação em Ciências Econômicas, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Ciências Econômicas. 2. Teoria Moderna do Portfólio. 3. Diversificação. 4. Pandemia. I. Moura, Guilherme Valle . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Ciências Econômicas. III. Título.

Murilo Klipp

Diversificação De Investimentos Na Pandemia Do Covid-19: Uma Análise Da Teoria Moderna Do Portfólio Para O Mercado Brasileiro De Ações Entre 2020 E 2022

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel e aprovado em sua forma final pelo Curso de Ciências Econômicas

Florianópolis, 21 de novembro de 2023.

Coordenação do Curso

Banca examinadora

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura
Orientador

Prof. Dr. Helberte João França Almeida
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Pedro Luiz Paolino Chaim
Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 2023.

“Deem graças ao Senhor, porque ele é bom.
O seu amor dura para sempre!” (Salmo 136).

AGRADECIMENTOS

Meus mais sinceros agradecimentos à minha família, que sempre depositou confiança em mim, e nunca deixou de incentivar minhas ideias e sonhos. Em especial à minha mãe, Roseli, que dedicou mais de 30 anos de sua vida a contribuir com a educação do país, e me mostrou, desde cedo, que o conhecimento é a maior riqueza do ser humano.

Aos meus melhores amigos: Arthur B., Laura, Luisa, Mateus, Arthur C., Magaly e Willian, que se fizeram verdadeira família em minha vida, colecionando momentos que serão guardados para sempre em minha memória. Ao lado de vocês, a distância de casa se fez muito menos dolorosa.

A todos os demais colegas e amigos que fizeram parte da minha trajetória nesses 5 anos de graduação, o meu muito obrigado. Cada um teve uma importante contribuição para minha evolução pessoal.

Gratidão ao excelente corpo docente do curso de Economia da Universidade Federal de Santa Catarina, que soube transpassar com maestria o conhecimento e pensamento crítico necessários para a formação de bons economistas. Em especial, ao meu orientador Prof. Dr. Guilherme Valle Moura, por todo o auxílio e compreensão nessa etapa, me ajudando a formular meus objetivos de estudo com muita responsabilidade e resiliência.

Por fim, agradeço a mim mesmo, por nunca me deixar abater pelas adversidades enfrentadas no caminho, mantendo sempre a esperança quanto ao futuro.

RESUMO

A partir da publicação da obra "Portfólio Selection" em 1952, o economista Harry Markowitz estabeleceu os fundamentos da Teoria Moderna do Portfólio. Seus estudos desencadearam impactos significativos no mercado financeiro, direcionando a análise de ativos de uma abordagem individual para um estudo mais amplo das relações entre os diferentes produtos que compõem uma carteira de investimentos. Essa mudança de paradigma consolidou a relação risco-retorno como elemento fundamental na tomada de decisões de investimento, influenciando o cenário financeiro até os dias atuais.

Dada a importância dessa obra, este estudo propõe-se a analisar a aplicação dos conceitos desenvolvidos por Markowitz no contexto do mercado brasileiro de ações durante o período de incidência da pandemia do vírus SARS-CoV-2. Por meio da construção de uma carteira composta pelas 20 ações com maior peso no índice Ibovespa, em um período anterior ao início da pandemia, busca-se estabelecer uma comparação entre os resultados de risco e retorno para cada abordagem. O objetivo é identificar as melhores oportunidades de manutenção de patrimônio para os investidores diante desse contexto de severas crises.

Palavras-chave: Teoria Moderna do Portfólio; Diversificação; Pandemia.

ABSTRACT

After publishing the work "Portfolio Selection" in 1952, economist Harry Markowitz established the foundations of Modern Portfolio Theory. His studies triggered significant impacts on the financial market, directing the analysis of assets from an individual approach to a broader study of the relationships between the different products that make up an investment portfolio. This paradigm shift consolidated the risk-return relationship as a fundamental element in investment decision-making, influencing the financial scenario to this day.

Given the importance of this work, this study aims to analyze the application of the concepts developed by Markowitz in the context of the Brazilian stock market during the period of incidence of the SARS-CoV-2 virus pandemic. By building a portfolio made up of the 20 stocks with the highest weight in the Ibovespa index, in a period prior to the start of the pandemic, we seek to establish a comparison between the risk and return results for each approach. The objective is to identify the best opportunities for maintaining assets for investors in this context of severe crises.

Keywords: Modern Portfolio Theory; Diversification; Pandemic.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Gráfico contendo fronteira de Mínima Variância | 24 |
| Figura 2 - Fronteira Eficiente de Risco | 30 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Resultados de rentabilidade obtidos | 38 |
| Tabela 2 - Resultados de desvio padrão obtidos | 40 |
| Tabela 3 - Resultados de Índice de Sharpe obtidos | 41 |
| Tabela 4 - Os 20 ativos com maior peso no Ibovespa em Dez. 2019..... | 47 |
| Tabela 5 - Pesos de Variância Mínima estimados | 48 |
| Tabela 6 - Pesos de Média Variância estimados | 49 |
| Tabela 7 - Pesos Equally Weighted | 50 |
| Tabela 8 - Retorno médio por quadrimestre | 51 |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 12 |
| 1.1 | TEMA E PROBLEMA..... | 13 |
| 1.2 | JUSTIFICATIVA..... | 15 |
| 1.3 | OBJETIVOS..... | 16 |
| 1.3.1 | OBJETIVO GERAL | 16 |
| 1.3.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 16 |
| 2 | METODOLOGIA | 17 |
| 2.1 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS | 17 |
| 2.2 | MATERIAIS E MÉTODOS | 18 |
| 3 | REFERENCIAL TEÓRICO | 20 |
| 3.1 | DIVERSIFICAÇÃO DE RISCO..... | 20 |
| 3.2 | VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO..... | 21 |
| 3.3 | COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO..... | 22 |
| 3.4 | CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA..... | 23 |
| 3.4.1 | DERIVAÇÃO DOS PESOS DE MÍNIMA VARIÂNCIA | 24 |
| 3.5 | CARTEIRA DE MÉDIA VARIÂNCIA | 26 |
| 3.5.1 | DERIVAÇÃO DOS PESOS DE MÉDIA VARIÂNCIA | 27 |
| 3.6 | FRONTEIRA EFICIENTE DE RISCO | 28 |
| 3.7 | CARTEIRA IGUALMENTE PONDERADA | 30 |
| 3.8 | CAPITAL ASSET PRICE MODEL..... | 31 |
| 3.9 | ÍNDICE DE SHARPE | 33 |
| 4 | APLICAÇÃO | 34 |
| 4.1 | ESTIMAÇÃO DOS PESOS DE MÍNIMA VARIÂNCIA..... | 35 |
| 4.2 | ESTIMAÇÃO DOS PESOS DE MÉDIA VARIÂNCIA | 36 |
| 4.3 | PORTFÓLIO IGUALMENTE PONDERADO | 37 |
| 5 | ANÁLISE DOS RESULTADOS | 38 |
| 6 | CONCLUSÕES | 43 |

1 INTRODUÇÃO

No ano de 1952, o economista estadunidense Harry Markowitz publicou o artigo "Portfolio Selection" no *The Journal of Finance*, estabelecendo abordagens para a construção de carteiras de investimento. Seu objetivo era maximizar o retorno esperado, ao mesmo tempo em que minimizava o risco associado às alocações, destacando a importância da diversificação na redução do risco total do portfólio (DA SILVA; LEE; PORNROJNANGKOOL, 2009). Essa contribuição pioneira, delineou as bases da Teoria Moderna do Portfólio (TMP), que desde então tornou-se um pilar fundamental na área financeira, exercendo significativo impacto na indústria de investimentos ao longo dos últimos 70 anos.

Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002) destacam a profunda influência exercida pelos princípios teorizados em 1952 na pesquisa e nos modelos financeiros. Essa influência possibilitou que profissionais de investimentos e investidores em geral se tornassem mais sofisticados, munidos de ferramentas e conceitos aprimorados. Como resultado, os investidores agora dispõem de um leque mais amplo de opções e informações para monitorar e avaliar o desempenho de seus ativos, enquanto os profissionais do mercado financeiro podem atender de maneira mais eficiente às necessidades de seus clientes.

No contexto brasileiro, embora o país ainda não figure entre os maiores mercados financeiros globalmente¹, registra-se um notável desenvolvimento nesta área nos últimos anos, especialmente após a abertura da economia nos anos 1990 e a estabilidade monetária alcançada com o Plano Real (CALDEIRA; MOURA; SANTOS; TESSARI, 2012). Esses fatores proporcionaram um aumento significativo na diversidade de ativos disponíveis para o público brasileiro, que, apesar de apresentar um nível ainda reduzido de educação financeira, é caracterizado por um perfil geralmente conservador, com menos de 10% da população participante da bolsa de valores².

¹ DE TOLEDO, Sérgio. "EUA, China, Europa e outras: saiba mais sobre as 10 principais Bolsas de Valores do mundo". Disponível em: <<https://goo.by/zpXULc>>

² MENDES, Diego. "Número de investidores na bolsa cresce 15% em 2022 apostando na diversificação". Disponível em: <<https://goo.by/MPTfRs>>

Em consonância com essa perspectiva, a recente pandemia do vírus SARS-CoV-2 representou um desafio significativo para a população mundial, provocando mudanças comportamentais em diversos setores da sociedade. O mercado financeiro, em particular, não escapou dessas transformações, enfrentando uma crise econômica severa que resultou em quedas expressivas nos principais índices acionários. Este contexto também ocasionou mudanças nas preferências de ativos, com a proteção do patrimônio emergindo como uma preocupação latente tanto para investidores profissionais quanto amadores.

Diante desse cenário, este trabalho propõe-se a analisar estratégias de diversificação de carteiras de investimento, derivadas da Teoria Moderna do Portfólio, no mercado brasileiro de ações. A análise abrangerá o período de incidência da pandemia do "Novo Coronavírus", visando estabelecer, sob a ótica de um investidor pessoa física, uma comparação dos resultados obtidos por diferentes métodos durante esse período intrinsecamente marcado por crises.

1.1 TEMA E PROBLEMA

Como mencionado, os manuscritos de Markowitz tiveram grande impacto no estudo de investimentos, dando início a chamada Teoria Moderna do Portfólio (TMP), que se tornou um conceito fundamental em finanças. Ela é baseada na noção de que a diversificação de investimentos gera portfólios com uma melhor relação entre risco e retorno (CALDEIRA; MOURA; SANTOS; TESSARI, 2012), de acordo com o objetivo do gestor ou investidor.

Dessa forma, através da análise dos retornos esperados, volatilidades e correlações de diferentes ativos, pode-se encontrar a alocação que minimiza a volatilidade do portfólio ou que fornece o maior retorno esperado para um nível mínimo de risco. Tais conceitos são definidos como mínima-variância e média-variância, respectivamente.

Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002) descrevem que, inicialmente, a Teoria Moderna do Portfólio gerou relativamente pouco interesse, mas com o tempo a comunidade financeira adotou fortemente a tese, servindo como ponto de partida para

estudos que são constantemente reinventados, visando a incorporação de novas descobertas e métricas adicionais.

De acordo com Da Silva, Lee e Pornrojngkool (2009), destacam-se contribuições notáveis de modelos como Michaud (1998), Scherer (2002), Harvey (2006), Black e Litterman (1991, 1992) e Sharpe (1992). Este último, em especial, desempenhou um papel fundamental na conceptualização de termos amplamente difundidos para avaliação de ativos, tais como o Capital Asset Price Model (CAPM) e o índice de Sharpe, temas que serão explorados ao longo deste trabalho.

Porém, nem sempre o investidor comum possui conhecimento sobre as diversas teorias acerca da mitigação de riscos por meio de uma alocação diversificada entre ativos, nem mesmo sobre as principais técnicas desenvolvidas na obra de Markowitz, que foram base para uma série de estudos desta área, e que influenciam a gestão financeira até os dias de hoje. Essa realidade pode resultar em um afastamento da população da bolsa de valores, e aumento de incertezas quanto à seleção de produtos de renda variável para destino de recursos.

Outrossim, o cenário econômico extremamente desafiador enfrentado nos últimos anos, com a incidência da pandemia do vírus SARS-CoV-2, contribuiu largamente para a queda dos principais índices acionários à nível mundial, exemplificando o desempenho negativo das bolsas e empresas de capital aberto nelas negociadas, fazendo com que investidores e gestores reavaliassem suas posições e participação no mercado.

Assim, convém examinar como os diferentes procedimentos para diversificação eficiente de ativos, desempenharam no mercado financeiro brasileiro durante um cenário tão volátil como esse. A análise tem foco na contextualização conceitual, e aplicação prática, das principais estratégias apresentadas pela TMP, fornecendo pesos ideais para alocação em cada um dos ativos que compõem uma carteira teórica, de acordo com as particularidades de cada método, e comparação dos resultados de risco e retorno desses procedimentos

A fim de representar um investidor que, em período anterior ao início da pandemia, optou por construir carteiras para ativos de renda variável negociados no mercado brasileiro, baseadas em cada um desses métodos, busca-se verificar e comparar o desempenho das estratégias de alocação neste período de crise, identificando suas especificidades e resultados para o contexto.

1.2 JUSTIFICATIVA

A vasta literatura que permeia a Teoria Moderna do Portfólio, juntamente com os conceitos adjacentes desenvolvidos por Markowitz, apresenta uma complexidade que desafia a maioria dos investidores brasileiros. Para aqueles que priorizam a busca pela melhor estratégia para a preservação de seu patrimônio, a compreensão e síntese dessas metodologias torna-se uma tarefa desafiadora.

Caldeira, Moura, Santos e Tessari (2012) enfatizam a relevância dos estudos de Markowitz ao redirecionar o foco da análise da seleção de ativos individuais para a diversificação de investimentos. Essa mudança representou a primeira vez em que a relação entre risco e retorno foi fundamentada de maneira sólida e matemática. Os autores argumentam que os postulados de Markowitz foram responsáveis por revolucionar a teoria de finanças, introduzindo a abordagem quantitativa de otimização baseada no trade-off risco-retorno, que tem orientado grande parte das tomadas de decisão no mercado financeiro desde então. Além disso, os autores destacam que a introdução de novos métodos para a obtenção de estimadores mais precisos para a matriz de covariância dos retornos tem sido um dos principais tópicos abordados em finanças nas últimas décadas.

Essencialmente, esse conceito está intrinsecamente ligado à busca pela melhor relação entre risco e retorno em uma carteira de ativos. Desde o marco estabelecido no artigo "Portfolio Selection" (1952), que inaugurou este campo de estudo, os investidores brasileiros buscam uma alocação eficiente de seus recursos, visando ganhos expressivos de capital com a menor probabilidade de perdas. A adaptação dessas métricas pode ser personalizada de acordo com as preferências individuais de cada perfil.

Recentemente, testemunhamos um cenário singular que o mundo contemporâneo ainda não havia enfrentado. Nesse contexto peculiar, torna-se imperativo analisar a eficácia dos métodos desenvolvidos desde 1952. A questão central é avaliar se essas abordagens mantêm sua relevância em períodos de grande euforia financeira e identificar qual delas é mais resiliente diante dos desafios enfrentados.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo principal deste estudo é realizar uma análise aprofundada da Teoria Moderna do Portfólio iniciada por Markowitz (1952) e aplicar métodos de diversificação de investimentos, derivados dessa teoria, no contexto do mercado financeiro brasileiro.

Através da construção de carteiras teóricas, baseadas em princípios de alocação de recursos com diferentes pesos, busca-se avaliar a capacidade dessas estratégias em minimizar os riscos e maximizar os retornos esperados nos investimentos em ações no mercado brasileiro. Isso será realizado considerando as complexidades do cenário econômico no período compreendido entre 2020 e 2022.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Revisão sobre os principais conceitos desenvolvidos através da Teoria Moderna do Portfólio;
- b) Coleta de dados sobre o desempenho histórico do mercado financeiro do Brasil;
- c) Construção de carteiras de investimentos baseadas nas abordagens teóricas, para ações negociadas no mercado brasileiro;
- d) Contribuir com a literatura acerca da aplicação dos conceitos de Markowitz (1952) para países emergentes;
- e) Realizar uma análise comparativa entre os resultados de risco e retorno;
- f) Identificar a resiliência dos métodos de diversificação para este conturbado período econômico mundial;

2 METODOLOGIA

2.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia empregada neste trabalho se baseia em uma abordagem de pesquisa exploratória e descritiva. Ela compreende uma revisão bibliográfica aprofundada sobre técnicas de diversificação de portfólio, bem como conceitos fundamentais para uma compreensão sólida do tema. Além disso, envolve a coleta e análise de dados históricos de retorno de ativos, que servirão de base para a alocação de recursos, alinhando-se com os princípios teóricos.

Como destacado por Gil (2002), pesquisas descritivas e exploratórias são frequentemente adotadas por pesquisadores sociais preocupados com a aplicação prática de seus estudos. A combinação dessas abordagens permite a descrição minuciosa das características de um fenômeno e a identificação de relações entre variáveis, promovendo uma compreensão aprofundada do problema em questão e, conseqüentemente, o estabelecimento de hipóteses.

Os procedimentos adotados para a condução deste estudo podem ser subdivididos em duas frentes distintas. A primeira etapa se concentra na revisão bibliográfica, que visa descrever e compreender os conceitos relacionados ao mercado financeiro, alocação de capital e diversificação de investimentos. Essa revisão abrangente é fundamental para disseminar conhecimento sobre o tema e facilitar a compreensão dos resultados alcançados ao longo da pesquisa.

Em complemento, a segunda etapa da pesquisa compreende a coleta e análise de dados. Essa fase incorpora os métodos escolhidos através da realização de cálculos essenciais com a base de dados disponível. Esses cálculos são realizados com o propósito de implementar uma carteira teórica de ações, alinhada com os princípios da diversificação, no contexto do mercado financeiro brasileiro.

A combinação dessas duas abordagens metodológicas proporciona uma compreensão holística e fundamentada da diversificação de portfólio, permitindo uma análise aprofundada e a formulação de hipóteses em relação aos resultados obtidos. Isso reforça a abordagem prática deste estudo, alinhando-a com as necessidades do mercado financeiro.

2.2 MATERIAIS E MÉTODOS

Com o objetivo de facilitar a tomada de decisões dos investidores, foram escolhidos ativos de renda variável disponíveis no mercado financeiro brasileiro. Em particular, a carteira em análise é composta pelas 20 ações de maior representatividade no índice Ibovespa, que é amplamente reconhecido como o principal referencial do mercado de renda variável no Brasil, representando mais de 70% da composição do índice. A escolha do período baseia-se no último cálculo do referente ao ano de 2019, que antecedeu o ano de ocorrência da pandemia do novo coronavírus.

É notável que o Ibovespa é o maior índice do mercado acionário brasileiro, sendo composto pelos títulos mais negociados da bolsa de valores do país, o que o torna um importante balizador, tanto em termos de liquidez de ativos, quanto em expectativas dos agentes.

É importante salientar que o Ibovespa não possui um número fixo de ativos, pois passa por rebalanceamentos trimestrais³. De maneira mais precisa, na primeira segunda-feira dos meses de janeiro, maio e setembro, o índice passa por mudanças em sua composição, que podem envolver a inclusão ou exclusão de papéis, bem como a alteração das ponderações de determinados ativos no índice.

A metodologia utilizada para o cálculo das carteiras ótimas, com base em cada estratégia, será fundamentada na álgebra matricial, baseada na obra “*Introduction to Computational Finance and Financial Econometrics with R*” do autor Eric Zivot (2021). Essa abordagem permite a quantificação rigorosa e sistemática das relações entre os ativos, incluindo a estimação da matriz de covariância, que é essencial para a determinação dos pesos das carteiras.

³ “Índice Bovespa (Ibovespa B3)”. Disponível em: <[Ibovespa B3 | B3](#)>

Dessa forma, foram coletados os dados diários de variação de preço de cada uma das 20 ações selecionadas, juntamente com suas respectivas ponderações no índice Ibovespa na data base de observação, conforme listadas no apêndice A, tabela 1.

Em seguida, foi estabelecido um período de teste, com o propósito de avaliar a matriz de covariância amostral base, que é essencial para a estimativa dos pesos iniciais ideais da carteira. Esse período abrangeu de janeiro de 2018 a dezembro de 2019, o qual precedeu a disseminação da pandemia do vírus SARS-CoV-2. A partir dos pesos ótimos calculados nesse intervalo, as alocações foram sendo aplicadas para o restante do conjunto de dados.

Durante o período subsequente, quando a crise de saúde já era uma realidade, os pesos da carteira passaram por revisões quadrimestrais, incorporando as informações mais recentes de retorno das ações, visando avaliar o desempenho da carteira em termos de risco e retorno, em período compatível com o recálculo do Ibovespa.

A escolha de realizar o rebalanceamento quadrimestral das observações decorreu dos custos associados às transações de investimento. Do ponto de vista do investidor, a frequente alteração de posições pode não ser vantajosa, considerando as taxas inerentes à compra e venda de ativos, como custos de corretagem e emolumentos.

Conseqüentemente, a base de dados foi composta por 1.239 observações de variação diária de 20 ativos. Estes ativos foram diversificados de acordo com as técnicas de derivação apresentadas na próxima seção. O procedimento se realiza através do, amplamente utilizado, software de planilhas eletrônicas Microsoft Excel, que apresenta uma usabilidade relativamente simples e acessível à todos os investidores.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico baseia-se na análise da literatura referente aos modelos de Mínima-Variância e Média-Variância (MARKOWITZ; 1952) e conceitos importantes para sua compreensão, delimitando suas especificidades e métodos de estimação. Dessa forma, busca-se atingir o objetivo de confeccionar carteiras teóricas visando a diversificação de investimentos.

3.1 DIVERSIFICAÇÃO DE RISCO

Um dos objetivos centrais ao se realizar a confecção de um portfólio é a minimização do risco envolvido no investimento, o que em grande parte pode ser obtido através da diversificação de risco da carteira, conforme descrito por Bodie; Kane e Marcus (2000).

Isto é, a diversificação dos ativos presentes no portfólio de investimentos, reduz a variabilidade dos retornos em conjunto, à medida que se adicionam títulos de empresas distintas, com influências específicas inéditas à carteira.

De acordo com Bernstein e Damodaran (2000), o risco pode ser definido como a pressuposição da incerteza do investidor a eventos futuros, embora, muitas vezes, tenha-se uma boa ideia do leque de possibilidades a serem enfrentadas. Ainda segundo os autores, há dois tipos de risco envolvidos no processo de investimento: o risco sistêmico e o risco não sistêmico.

O primeiro diz respeito às condições econômicas gerais, que em sua maioria são imprevisíveis e que não podem ser evitadas, visto que todos os títulos são afetados por fatores macroeconômicos como a inflação, incertezas da atividade comercial, supervalorização e crises de crédito ou câmbio. Dessa forma, Bernstein e Damodaran (2000) descrevem que o também chamado “risco de mercado” permanece, mesmo após a diversificação dos ativos contidos na carteira, uma vez que todos os títulos presentes na economia estão sujeitos às fontes de risco de todo o mercado.

Já o segundo, conhecido como risco único ou diversificável, está associado às influências específicas da empresa à qual o ativo é lastreado, ou seja, os fatores que afetam essa companhia sem influenciar outras em especial, tais como o avanço em pesquisa e desenvolvimento, estilo de gestão e filosofia do negócio.

Logo, se faz possível obter uma redução na volatilidade da carteira, adicionando novos títulos, pois as influências específicas de cada empresa são, em grande parte, independentes dado seu modelo de negócio, o que trás uma exposição diferente ao portfólio (BODIE; KANE; MARCUS, 2000).

3.2 VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

Como expresso acima, risco é comumente associado à incerteza, e é caracterizado por variações aleatórias. Porém, isso não significa que não há como mensurá-lo.

Segundo retratado por Bernstein e Damodaran (2000), podemos estudar os dados históricos como indícios de valores que uma variável pode assumir no futuro e, no caso dos retornos de ativos de renda variável, a dispersão desses resultados nos possibilita avaliar seu provável risco.

Para tanto, os autores descrevem um conceito deveras importante, o da variância (σ^2). Ela é definida como o segundo momento centrado de uma variável aleatória, e pode ser estimada através da média dos quadrados das diferenças da média aritmética das observações. Ou seja, cada observação de retorno é subtraída da média de todos os retornos, elevadas ao quadrado e somadas.

Ademais, para dados históricos, suas estimativas devem ser ajustadas fazendo a divisão pelo número de retornos menos um ($n-1$), devido ao grau de liberdade que se é perdido ao utilizar a média da amostra no lugar do retorno médio real $E(r)$ (BODIE; KANE; MARCUS, 2000).

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (1)$$

Onde x_i representa o retorno do ativo x no instante i , \bar{x} é a média amostral do ativo x , Σ é a soma das observações e n é o número de retornos.

Porém, geralmente, a variância não é a medida mais utilizada para representar o risco, e sim o desvio padrão (σ) que nada mais é do que a raiz quadrada da variância. Isso ocorre para que se tenha uma representação de risco expressa nas mesmas unidades de seus retornos, cita Bernstein e Damodaran (2000).

3.3 COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO

Segundo Bodie; Kane e Marcus (2000), mais do que puramente medir a variabilidade dos retornos, no caso de um portfólio de ativos, se faz crucial determinar o grau na qual o retorno sobre os ativos tende a variar, o que está diretamente ligado à correlação entre os retornos dos títulos componentes.

Dado um exemplo hipotético, utilizado para facilitar a compreensão, no caso de uma carteira composta por dois ativos, um atrelado à taxa SELIC e outro ao mercado imobiliário, em um cenário de queda nas taxas de juros apenas um é favorecido.

Exemplificando, o risco da carteira é reduzido quando os retornos dos ativos que a compõem se compensam. Assim sendo, o foco central dos investidores, conforme retratado por Bodie; Kane e Marcus (2000), deve ser em como medir a propensão dos retornos apresentarem variação em série ou em oposição, o que pode ser informado através de dois artifícios: os coeficientes de covariância e de correlação.

Bodie; Kane e Marcus (2000) discorrem que a covariância é calculada de maneira similar a variância, com o objetivo de medir a extensão na qual as incertezas sobre os retornos dos ativos tendem a reforçar ou compensar um ao outro. Para tanto, calcula-se o desvio do retorno do valor esperado para cada cenário, e afere-se a média desses desvios, usando os respectivos pesos para cada ativo dentro do portfólio.

Usando como exemplo um cenário onde temos um número par de ativos, uma covariância negativa nos mostra que há uma variação inversa entre os títulos, situação típica de ativos complementares na carteira, onde um deles apresenta retornos acima da média quando o outro não (BODIE; KANE; MARCUS, 2000). O mesmo é válido para um coeficiente de covariância positiva, exemplificando um desempenho similar, de mesma direção entre os ativos.

Entretanto, ao estimar o coeficiente de covariância, não temos uma resposta a respeito da magnitude da volatilidade entre os ativos. Ou seja, este indicador não mede se a força da relação é forte ou fraca.

O coeficiente de correlação (ρ), pode ser obtido através da covariância aferida anteriormente, dividida pelo produto dos desvios padrão dos retornos de cada ativo objeto de comparação, conforme equação abaixo.

$$\rho = \frac{\text{Covariância}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2)$$

A correlação obtida pode variar de -1 a +1, sendo os extremos indicadores de correlação perfeitamente negativa ou positiva, sucessivamente. Dessa forma, um resultado negativo afere uma variação inversa entre os títulos, assim como uma variação proporcional é indicada pelo resultado positivo do coeficiente. Por outro lado, um resultado nulo (0) ilustra que os retornos dos ativos não estão relacionados um com o outro (BODIE; KANE; MARCUS, 2000).

3.4 CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA

Teorizada por Harry Markowitz em 1952, a carteira de mínima variância é expressa como a proporção de minimização de risco, ou seja, ela apresenta a combinação de investimento que reduz a variância dos retornos do portfólio.

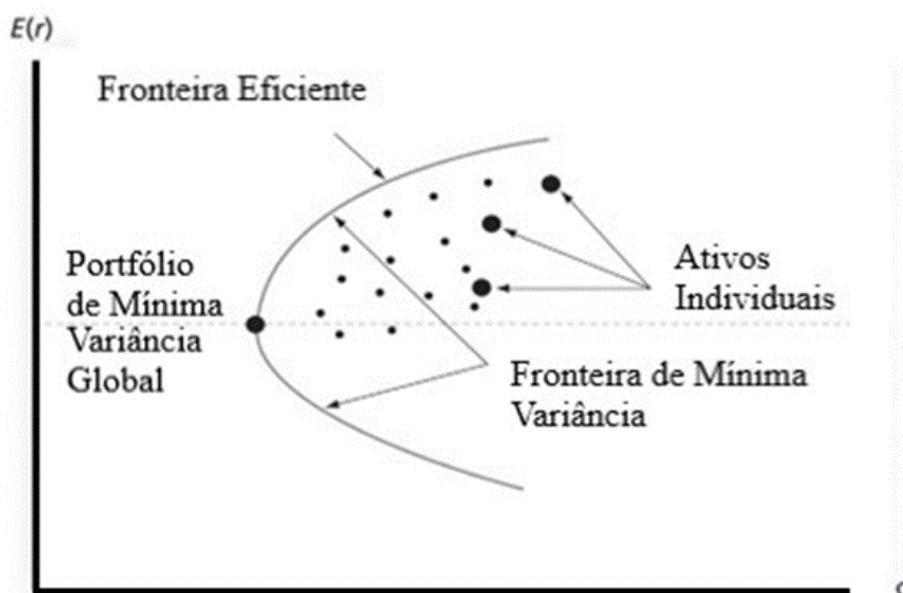
De acordo com Demiguel; Garlappi e Uppal (2007), essa abordagem não leva em consideração as estimativas de retornos esperados, e apenas o cálculo da matriz de covariância dos retornos dos ativos é considerado, com a restrição de que a soma dos pesos da carteira deve ser igual a um.

De forma análoga, Bodie; Kane e Marcus (2000), detalham esse conceito por meio de recursos gráficos, onde é possível observar o conjunto de todas as combinações de risco e retorno alcançáveis, oferecidas pelas carteiras formadas com o uso dos ativos disponíveis em proporções diferentes.

Assumindo o desvio padrão dos retornos dos ativos (σ) no eixo das abscissas, e seu retorno esperado ($E(r)$) no eixo de ordenadas, os autores obtêm uma curva de oportunidade, onde cada um de seus pontos representam a variação das proporções de investimento, para a combinação de retorno esperado e desvio padrão existentes.

Nesse sentido o ponto de variância mínima ilustra o menor ponto de variância da curva de oportunidade, e abaixo dele temos menos retorno esperado para o mesmo - ou maior - nível de risco, o que não deve ser preferível ao investidor segundo os autores (BODIE; KANE; MARCUS, 2000).

Figura 1 - Gráfico contendo fronteira de Mínima Variância



Fonte: Bodie; Kane; Marcus, 2014

3.4.1 DERIVAÇÃO DOS PESOS DE MÍNIMA VARIÂNCIA

Zivot (2021) descreve que para encontrar o portfólio de mínima variância, é necessário resolver o problema de minimização restrita, que envolve minimizar a variância da carteira sujeita à restrição de que os pesos dos ativos tenham soma igual a 1, podendo-se utilizar o método dos multiplicadores de Lagrange.

O autor define que o multiplicador de Lagrange é inserido para impor a restrição de que os pesos do portfólio tenham soma 1. O Lagrangiano para este problema é dado na equação a seguir.

$$L(w_t, \lambda) = w_t' \Sigma w_t + \lambda(w_t' \mathbf{1} - 1) \quad (3)$$

Onde w_t é o vetor de pesos relativos da carteira, Σ é a matriz de covariância dos ativos, λ é o multiplicador de Lagrange e L é a função Lagrangeana.

Em seguida, tomando as derivadas parciais do Lagrangiano em relação aos pesos da carteira e ao multiplicador de Lagrange, iguala-se a zero e resolve-se os pesos da carteira e o multiplicador de Lagrange. Assim, afere-se as condições de primeira ordem (FOCs), que são mostradas nas equações (4) e (5).

$$0 = \frac{\partial L}{\partial w} = \frac{\partial w' \Sigma w}{\partial w} + \frac{\partial \lambda(w' \mathbf{1} - 1)}{\partial w} = 2\Sigma w + \lambda \mathbf{1}, \quad (4)$$

$$0 = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{\partial w' \Sigma w}{\partial \lambda} + \frac{\partial \lambda(w' \mathbf{1} - 1)}{\partial \lambda} = w' \mathbf{1} - 1. \quad (5)$$

As FOCs fornecem equações lineares em incógnitas que podem ser resolvidas para encontrar o vetor de peso do portfólio de variância mínima global, conforme descrito anteriormente. As equações lineares que descrevem as FOCs também podem ser representadas em forma de matriz, conforme mostrado na equação (6) abaixo.

$$\begin{pmatrix} 2\Sigma & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

De forma análoga, torna-se um sistema onde a solução para encontrar o vetor de pesos, se dá pela seguinte forma:

$$A_m = \begin{pmatrix} 2\Sigma & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}' & 0 \end{pmatrix}, Z_m = \begin{pmatrix} w \\ \lambda \end{pmatrix} \text{ e } b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ onde:} \quad (7)$$

$$Z_m = A_m^{-1} b \quad (8)$$

Uma vez encontrado o vetor de peso da carteira de variância mínima global, podemos usá-lo para construir uma carteira com a menor variância possível para um determinado retorno esperado.

Uma vez encontrado o vetor de peso da carteira de variância mínima global, podemos usá-lo para construir uma carteira com a menor variância possível para um determinado retorno esperado.

3.5 CARTEIRA DE MÉDIA VARIÂNCIA

Seguindo os conceitos intuitivos de risco e retorno apresentados, a minimização de risco obtida através da carteira de variância mínima vem acompanhada de retornos esperados mais modestos, o que faz com que muitos investidores busquem opções com ganhos mais atrativos levando em conta a volatilidade presente.

De forma análoga, Harry Markowitz em seu artigo Portfolio Selection (1952), desenvolve um novo critério para a comparação de carteiras, a média-variância.

Caldeira, Moura, Santos e Tessari (2012) descrevem essa como a abordagem mais tradicional para a construção de portfólios ótimos, onde as preferências de um investidor são representadas por uma função de utilidade que relaciona o retorno esperado e a variância da carteira. Assim, o portfólio de média-variância é aquele que maximiza a relação entre retorno e risco, ou seja, que permite ao investidor eleger o portfólio com menor variância dentre as inúmeras carteiras que oferecem determinado retorno.

Essa questão, definida pelos autores como problema de minimização restrita, mostra que o objetivo é encontrar os pesos ótimos dos ativos da carteira que maximizam a função utilidade do investidor, sujeitos a duas restrições: a restrição de orçamento, visto que a soma dos pesos dos ativos deve ser igual a um; e à restrição de venda a descoberto, já que os pesos dos ativos devem ser não negativos (CALDEIRA; MOURA; SANTOS; TESSARI, 2012).

Há um amplo debate na literatura sobre a relevância da restrição para a venda de ativos à descoberto. Para fins de simplificação, ela não será utilizada nesse trabalho.

3.5.1 DERIVAÇÃO DOS PESOS DE MÉDIA VARIÂNCIA

Seguindo a metodologia de Zivot (2021), para encontrar carteiras eficientes de média-variância usando álgebra matricial, utiliza-se o problema de otimização (9) e as condições de primeira ordem (10) e (11) para resolver os pesos da carteira que maximizam o retorno esperado para um determinado nível de risco ou minimizam o risco da carteira para um determinado nível de retorno esperado.

$$\begin{aligned} \max_w \mu_p &= w' \mu & (9) \\ \text{s. t } w' \mathbf{1} &= 1 \end{aligned}$$

Onde w é o vetor de pesos do portfólio, p é o portfólio que está sendo otimizado, σ^2 é a variância e μ é o vetor de retorno esperado.

Assim como no problema de mínima variância, essa derivação também envolve o uso de multiplicadores de Lagrange para incorporar a restrição do problema. Nesse estudo, o modelo não ficará sujeito à segunda restrição, propiciando a venda a descoberto de ativos, ou seja, a presença de ativos com peso negativo na carteira.

Visto que esse problema de otimização envolve encontrar os pesos do portfólio que minimizem a variância do portfólio sujeito à restrição de que os pesos do portfólio devem somar um, são introduzidos multiplicadores de Lagrange, para a derivação das seguintes condições de primeira ordem.

$$\frac{\partial L(x, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial x} = 2\Sigma x + \lambda_1 \mu + \lambda_2 \mathbf{1} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial L(x, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = x' \mathbf{1} - 1 = 0. \quad (11)$$

Por fim, o sistema linear pode ser resolvido através das seguintes matrizes, que compõem a equação (12).

$$A = \begin{pmatrix} 2\Sigma & \mu & 1 \\ \mu' & 0 & 0 \\ 1' & 0 & 0 \end{pmatrix}, z_x = \begin{pmatrix} x \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} e b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu_{p,0} \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$Z_x = A^{-1} b_0 \quad (12)$$

Depois de resolver os pesos do portfólio, pode-se utilizá-los para construir a fronteira eficiente, que é o conjunto de todos os portfólios eficientes de média-variância. Isto pode ser feito variando o retorno esperado ou o nível de risco e resolvendo os pesos da carteira correspondentes.

3.6 FRONTEIRA EFICIENTE DE RISCO

Amplamente difundida na teoria financeira, a fronteira eficiente de risco foi teorizada por Harry Markowitz e abrange o conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno esperado para um determinado nível de risco ou o menor risco para um determinado nível de retorno esperado.

Como visto até o momento, a metodologia de seleção de portfólio baseado nos preceitos de Markowitz (1952) possui dois parâmetros principais: retorno esperado da carteira e desvio padrão dos retornos da carteira. Todas as combinações possíveis de ativos disponíveis ao investidor compõem o conjunto viável de carteiras. No entanto, apenas carteiras que oferecem o maior retorno esperado para um certo grau de risco são definidas com carteiras eficientes. Consequentemente, existe um portfólio eficiente para cada nível de risco. O conjunto dessas carteiras eficientes é denominado fronteira eficiente (LOVATTO; HENRIQUE; DE LIMA, 2007)

Bodie; Kane e Marcus (2000), realizam uma análise mais detalhada do processo de construção de um gráfico de oportunidades de investimento e da fronteira eficiente. Para tanto, se faz importante definir as Linhas de alocação de capital (LAC's). Elas são derivadas da taxa livre de risco, e representam a combinação de risco e retorno obtidas de acordo com a proporção investida em ativo livre de risco e nos demais ativos da carteira.

Posteriormente os autores demonstram que a inclinação das LAC's, dentro do gráfico de oportunidades de investimento, se dá através do prêmio de risco exigido pelos investidores, chamado também de coeficiente de recompensa (13).

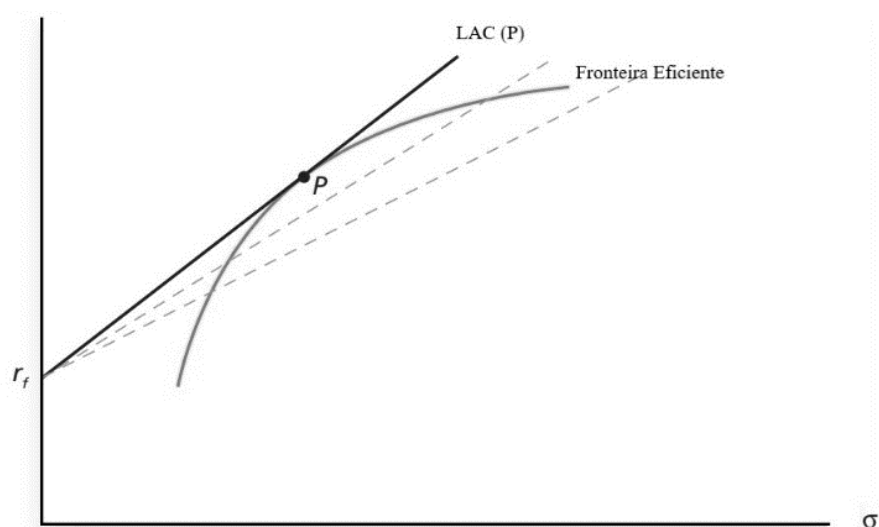
$$s = \frac{E(r) - rf}{\sigma} \quad (13)$$

Onde $E(r)$ é o retorno esperado do investimento, rf é o retorno esperado do ativo livre de risco e σ seu desvio padrão.

A diferença entre os coeficientes de recompensa de duas carteiras nos fornece a estimativa de pontos base que um portfólio fornece de retorno esperado para cada aumento em seu desvio padrão, sendo um bom parâmetro para comparação de estratégias, conforme mencionado pelos autores.

Ademais, Bodie; Kane e Marcus (2000) mostram que as linhas de alocação de capital podem ser aumentadas a tal ponto máximo em que tangenciam o conjunto de oportunidades de investimento, o que fornece a LAC com o coeficiente de recompensa mais alto possível, chamada carteira de risco ótima. Essa, será a carteira completa preferida pelos investidores, que irão balizar a proporção investida em (O) de acordo com sua aversão ao risco.

Encontrando a combinação que fornece a (LAC) mais íngreme dentro do gráfico de oportunidades, Markowitz (1952) destaca que essa estará localizada no quadrante noroeste do gráfico, em termos de retorno e desvio padrão. Além disso, a carteira de risco ótima (O) será tangente à fronteira eficiente, pois dominará todas as linhas alternativas desenhadas pela fronteira.

Figura 2 - Fronteira Eficiente de Risco

Fonte: Bodie; Kane; Marcus, 2014

3.7 CARTEIRA IGUALMENTE PONDERADA

A estratégia de carteira igualmente ponderada, equally weighted (EW), também conhecida como estratégia ingênua, é uma abordagem simples à diversificação da carteira que envolve investir uma quantidade igual em cada um dos n ativos de risco, ou seja atribuir o mesmo peso para ambos os ativos do portfólio.

De acordo com Demiguel; Garlappi e Uppal (2007) esta estratégia não requer otimização ou estimação e possui um caráter de fácil implementação. Porém, sua prática ignora os dados de retornos ou riscos esperados dos ativos individuais.

$$w_i = \frac{1}{n} \quad (15)$$

Devido à sua fácil implementação, o modelo é comumente utilizado como benchmark para monitoramento dos resultados, como será o caso neste trabalho, e como uma regra simples de alocação da riqueza entre ativos (CALDEIRA; MOURA; SANTOS; TESSARI, 2012). Além disso, segundo De Miguel (2009, tradução nossa), existem indícios de que igualmente ponderados apresentam desempenho superior aos obtidos por meio de processo de otimização, como os mencionados anteriormente.

3.8 CAPITAL ASSET PRICE MODEL

O Capital Asset Price Model, ou CAPM, é um modelo muito difundido no âmbito econômico, desenvolvido pelo ganhador do prêmio Nobel de Economia, William F. Sharpe no artigo *“Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk”* (1964). Através dele, podemos estimar o retorno esperado de um ativo ou carteira de ativos, relacionando o retorno esperado do investimento, com seu risco sistemático, medido pelo beta (β).

Conceitualmente, o CAPM parte da premissa de que os investidores são avessos ao risco e buscam maximizar a relação entre risco e retorno. O modelo estabelece que o retorno esperado de um ativo é igual à taxa livre de risco mais um prêmio de risco proporcional ao beta do ativo (DA SILVA; LEE; PORNROJNANGKOOL, 2009).

Comumente, o conceito de taxa livre de risco é representado pela taxa de retorno de investimentos com baixas probabilidades de risco de crédito, como títulos públicos, por exemplo.

O beta (β) é uma medida de sensibilidade do ativo em relação ao mercado como um todo. Ele pode ser estimado, dentro do modelo CAPM, através da equação:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (16)$$

Onde β_i representa o beta do ativo i , $Cov(R_i, R_m)$ é a covariância entre os retornos do ativo i e os retornos do mercado e $Var(R_m)$ é a variância dos retornos do mercado.

Essa equação mostra que o beta de um ativo é calculado dividindo a covariância entre os retornos do ativo e os retornos do mercado, pela variância dos retornos do mercado (IDZOREK; 2004).

Dessa forma, pode-se interpretar que um beta igual a 1 indica que o ativo tem a mesma volatilidade que o mercado, um beta maior que 1 indica que o ativo é mais volátil do que o mercado, enquanto um beta menor que 1 indica que o ativo possui volatilidade inferior ao aferido no mercado.

A partir da estimação do beta, define-se os retornos esperados do ativo. Segundo Da Silva; Lee e Pornrojngkool (2009), no modelo CAPM, os retornos esperados podem ser obtidos através da seguinte equação:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * (E(R_m) - R_f) \quad (17)$$

Onde $E(R_i)$ é o retorno esperado do ativo i , R_f é a taxa livre de risco, β_i é o beta do ativo i e $E(R_m)$ é o retorno esperado do mercado.

A expressão $(E(R_m) - R_f)$, que calcula a diferença entre o retorno esperado do mercado e a taxa livre de risco, representa o prêmio de risco de mercado, ou seja, a compensação que os investidores exigem por investir em um ativo financeiro que está exposto a riscos não sistemáticos.

Assim, o retorno esperado estimado por meio do método CAPM, é calculado pelo retorno livre de risco adicionando um prêmio de risco proporcional ao beta do ativo, isto é, a sensibilidade do ativo perante o mercado, multiplicado pelo prêmio de risco (IDZOREK; 2004).

3.9 ÍNDICE DE SHARPE

O índice de Sharpe é uma medida de desempenho ajustado ao risco que avalia o excesso de retorno de um investimento em relação à sua volatilidade. O método, assim como o CAPM, também foi teorizado por William F. Sharpe (1964), no mesmo artigo publicado no *The Journal of Finance*, e é amplamente utilizado em finanças para avaliar o desempenho de carteiras de investimentos.

Ele é calculado dividindo o retorno excedente (retorno do investimento acima da taxa livre de risco) pelo desvio padrão do investimento ou carteira. O índice é usado para avaliar se um investimento ou carteira oferece um retorno adequado em relação ao risco assumido, pois quanto maior o índice de Sharpe, melhor é o desempenho ajustado ao risco.

Bodie; Kane e Marcus (2014), mostram que os investidores estão interessados no retorno excedente esperado que podem obter ao substituir títulos livre de risco, como letras do tesouro, por uma carteira de risco, bem como no risco em que incorreriam com essa troca. Portanto, o índice de Sharpe é uma métrica importante a ser considerada pelos investidores ao decidir se devem substituir as letras do Tesouro por uma carteira de risco, com ações por exemplo.

4 APLICAÇÃO

Conforme delineado na seção 2, a escolha dos ativos para compor a carteira teórica de estudo fundamentou-se nos 20 ativos de maior peso no Ibovespa, principal índice da bolsa de valores brasileira. O ponto de referência para essa seleção foi o último dia do ano de 2019, ano imediatamente anterior ao início da pandemia do vírus SARS-CoV-2, conforme declarado pela Organização Mundial da Saúde (OMS). Dessa forma, os pesos de mercado refletiram a última alteração na composição do Ibovespa nesse ano.

A partir dessas premissas, elaborou-se uma planilha eletrônica que registra os retornos diários dos 20 ativos em questão durante o período de 02 de Janeiro de 2018 a 29 de Dezembro de 2022. Além disso, também foram incluídos os retornos diários do ETF (BOVA11) para o mesmo período, permitindo a comparação dos resultados de estimação com uma carteira de mercado. As informações dos retornos foram obtidas em fontes especializadas em investimentos, como *Infomoney.com*, *Investing.com* e *ibovx.com*.

Inicialmente, foram estabelecidas três abordagens para a diversificação da carteira: o método de mínima variância, média variância e uma carteira igualmente ponderada. O período de rebalanceamento da matriz de covariância e, conseqüentemente, dos pesos ótimos conforme cada teoria, foi definido como quadrimestral, alinhando-se ao recálculo de ativos do Ibovespa. Ademais, um período amostral para o início dos cálculos foi delimitado nos primeiros dois anos de levantamentos, 2018 e 2019, anteriores ao anúncio da "pandemia" pela OMS, facilitando a comparação temporal. Assim, uma planilha eletrônica foi estruturada com 9 períodos de cálculo, incluindo as estimativas iniciais do espaço amostral.

Conforme indicado nos referenciais teóricos, ambas as abordagens começam com a estimação da matriz de covariância dos retornos. Utilizando a ferramenta "Análise de Dados" no software Excel, procedeu-se à estimação da matriz para cada período, com base nos retornos aferidos no período imediatamente anterior. Com a obtenção dos pesos ótimos, estes serão empregados pelo investidor para alocar recursos no período subsequente.

4.1 ESTIMAÇÃO DOS PESOS DE MÍNIMA VARIÂNCIA

Após a delimitação dos dados, deu-se início ao processo de obtenção dos pesos de mínima variância, conforme delineado na seção 3.4.1. A matriz resultante, denominada Am , foi obtida através da multiplicação da matriz de covariância por dois, com a adição de uma coluna e linha, ambas contendo n observações de 1 (um), onde n representa o número de ativos da amostra, e zero no canto inferior direito.

Paralelamente, foi construída a matriz b , também elucidada na teoria. Essa matriz coluna consiste em n linhas de 0's (zeros), acrescidas de uma linha com o número 1, sendo n o número de ativos na amostra. Neste caso específico, a matriz resultante foi de ordem 21×1 .

A estimação dos pesos ótimos, que minimizam a variância para a carteira, ocorreu através da resolução da equação (9). Essa resolução se deu pela multiplicação da matriz b pelo inverso da matriz Am . O resultado é um vetor coluna com 21 observações, onde as primeiras 20 representam os pesos para os ativos selecionados, e a última o coeficiente de Lagrange.

É relevante ressaltar que esse processo foi repetido para os 9 quadrimestres de recálculo. Contudo, a partir do primeiro quadrimestre de 2021, houve uma alteração na base de dados. Durante esse período, o ativo "VIVT4" deixou de ser negociado no mercado brasileiro e foi excluído do índice. Similarmente, o ativo "BRDT3" saiu da composição do índice a partir de outubro de 2021, refletindo nos pesos calculados com base nos retornos aferidos no primeiro quadrimestre de 2022 e utilizados para o período subsequente. Em ambos os casos, os ativos foram removidos da carteira, e o processo de estimação prosseguiu apenas com os ativos remanescentes.

Dessa maneira, obtiveram-se os pesos ótimos para cada ativo da carteira em cada quadrimestre observado, com base na matriz de covariância dos retornos do período imediatamente anterior. Detalhes desses pesos podem ser visualizados no apêndice A, tabela 2.

Os resultados de rentabilidade em cada período foram calculados através da função "SOMARPRODUTO" entre os pesos investidos, baseados na rentabilidade passada, e a rentabilidade média dos ativos no período de análise. Para mensurar o risco, inicialmente, a variância foi calculada multiplicando a matriz transposta dos

pesos investidos pela matriz de covariância e pela matriz de pesos. Posteriormente, o desvio padrão foi obtido pela raiz quadrada da variância.

Além disso, o índice de Sharpe, calculado pela divisão entre o retorno observado e o desvio padrão, foi utilizado para estimar o retorno ajustado ao risco.

4.2 ESTIMAÇÃO DOS PESOS DE MÉDIA VARIÂNCIA

O procedimento para a estimação dos pesos ótimos de média-variância segue uma abordagem semelhante à mínima variância. No entanto, como destacado na seção 3.5, os retornos médios esperados desempenham um papel crucial neste modelo. Assim, realizou-se uma média aritmética simples dos retornos aferidos por cada ativo, no quadrimestre anterior ao estimado. Isso resultou em uma matriz A , obtida pela multiplicação por dois da matriz de covariância dos retornos, acrescida de uma linha e coluna contendo as médias de retorno dos ativos no período anterior. Adicionalmente, uma linha/coluna foi incluída, contendo n observações de 1's (uns) e 0's (zeros) nas demais entradas, onde n representa o número de ativos da amostra.

A matriz $b0$ segue o mesmo processo da matriz b na estimação de mínima variância, com a diferença de requerer a estimação de uma rentabilidade esperada, representada por $\mu(p,0)$ no modelo. Esse conceito implica a imposição de um nível desejado de rentabilidade para a carteira, pois a otimização retornará os pesos que minimizam o desvio padrão para esse nível de retorno.

Para a estimação do nível desejado de retorno, optou-se por utilizar a taxa SELIC, o indicador de juros básicos da economia. Conforme descrito na seção 3.8, o investidor busca um prêmio de risco ao se expor a investimentos em renda variável. Assim, o retorno desejado foi estabelecido como uma porcentagem de 110% da taxa de juros livre de risco vigente em cada período, representada pela SELIC. Essa taxa, expressa em retorno anual, foi convertida para retornos quadrimestrais, através da seguinte relação.

$$i = ((1 + r)^{(1/n)}) - 1 \quad (18)$$

Onde i é a taxa de juros quadrimestral, r é a taxa de juros anual e n é o número de períodos.

A partir desse ponto, foi possível obter os pesos ótimos pela multiplicação do inverso da matriz A pela matriz b_0 , gerando um vetor coluna de ordem 22×1 . As duas últimas observações desse vetor são os coeficientes de Lagrange, enquanto as primeiras representam os pesos atribuídos aos ativos. Os pesos resultantes são mostrados no apêndice A, tabela 3.

4.3 PORTFÓLIO IGUALMENTE PONDERADO

Diferentemente das estratégias anteriores, a construção da carteira equally weighted dispensou a necessidade de estimações utilizando matriz de covariância ou retornos esperados, conforme detalhado na seção 3.5.

Os pesos foram obtidos de forma direta, realizando a divisão de 1 pelo número de ativos presentes na carteira em cada período específico: 20 ativos de 2018 a 2020, 19 ativos em 2021 e 18 ativos em 2022. Os valores resultantes dessa divisão representam os pesos atribuídos a cada ativo na respectiva carteira, e esses dados estão detalhadamente apresentados no apêndice A, tabela 4.

Essa abordagem simplificada proporcionou uma distribuição equitativa dos recursos entre os ativos selecionados, sem a necessidade de considerar medidas adicionais de covariância ou expectativas de retorno.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 1 abaixo, possui os resultados de rentabilidade obtidas com cada uma das abordagens, e em cada um dos períodos de cálculo, e resultado para todo o período de observação, obtido através da média dos resultados em cada espaço de tempo.

Tabela 1 - Resultados de rentabilidade obtidos

| | Mínima Variância | Igualmente Ponderados | Média Variância | IBOVESPA (BOVA11) |
|--------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| 20.1 | -0,46% | -0,35% | -39,82% | -34,85% |
| 20.2 | -0,07% | 0,09% | 29,71% | 26,74% |
| 20.3 | 0,23% | 0,23% | 11,69% | 22,35% |
| 21.1 | 0,03% | -0,04% | 9,39% | 0,92% |
| 21.2 | -0,05% | 0,04% | -5,74% | 0,22% |
| 21.3 | 0,02% | -0,07% | -20,14% | -13,91% |
| 22.1 | 0,12% | 0,03% | 61,94% | 3,86% |
| 22.2 | 0,03% | 0,09% | 79,17% | 3,43% |
| 22.3 | -0,02% | -0,13% | -42,82% | 1,85% |
| TOTAL | -0,02% | -0,01% | 9,26% | 1,18% |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

Através dele, é possível identificar que a estratégia de mínima variância apresentou resultados predominantemente negativos ao longo do período. Desse modo, apesar da abordagem visar a minimização de risco, a performance foi impactada adversamente pelas condições de mercado, resultando em um consolidado negativo. Caso o objetivo do investidor seja puramente a aversão ao risco do período, esse desempenho pode não ter influência sobre sua decisão, sendo conveniente avaliar os resultados de risco, apresentados em seguida.

Já a estratégia EW demonstrou uma variabilidade moderada nos retornos, com alguns períodos de ganho e outros de perda. Entretanto, esse enfoque resultou em rentabilidade negativa no período total de análise, ainda que superior aos resultados de mínima variância. Os números exemplificam que a perspectiva, considerada simples visto que não necessita de otimização e cálculos algébricos, apresentou rentabilidade superior à otimização de minimização de riscos, que envolve maiores etapas de estimação.

A alocação seguindo a estrutura de Média Variância apresentou uma ampla variação nos retornos, indo desde fortes ganhos a perdas expressivas. Em alguns quadrimestres, a abordagem obteve resultados notáveis e consideravelmente altos, enquanto em outros mostrou-se significativamente volátil. Dentre as abordagens, essa foi a que obteve o melhor desempenho de rentabilidade no período estudado, se posicionando significativamente acima dos retornos do mercado, aqui representado pelo ETF BOVA11.

Através dos pesos de média variância, contidos no apêndice A tabela 3, observa-se uma alta concentração em determinados ativos, e um alto nível de venda à descoberta em outras ocasiões. Ademais, em consonância com os retornos médios dos ativos em questão, presentes no apêndice A tabela 5, algumas observações acerca dos resultados podem ser delimitadas.

No Período 22.1, a carteira de média variância apresentou desempenho notável, impulsionada por alguns ativos-chave. O Banco do Brasil (BBAS3) e Petrobrás (PETR3) destacaram-se com ganhos expressivos e alta participação na carteira, exercendo um papel significativo no crescimento total, que atingiu 61,94%.

Já no segundo quadrimestre do ano de 2022, os altos ganhos aferidos pelo Itaú Unibanco (ITUB4) no período anterior, contribuíram para que o ativo tivesse uma participação robusta na carteira. Assim, no Período 22.2, ITUB4 continuou sua trajetória positiva, alcançando um ganho médio de 0,18%, com o maior peso na carteira desse levantamento, contribuindo fortemente para a rentabilidade de 79,17%.

Tabela 2 - Resultados de desvio padrão obtidos

| | Mínima Variância | Igualmente Ponderados | Média Variância | IBOVESPA (BOVA11) |
|--------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| 20.1 | 0,91% | 1,24% | 454,21% | 433,27% |
| 20.2 | 1,88% | 4,30% | 163,43% | 156,03% |
| 20.3 | 1,07% | 1,80% | 129,93% | 140,59% |
| 21.1 | 0,86% | 1,52% | 95,56% | 154,56% |
| 21.2 | 0,93% | 1,60% | 98,46% | 104,05% |
| 21.3 | 0,84% | 1,00% | 213,25% | 149,12% |
| 22.1 | 0,92% | 1,36% | 239,87% | 119,26% |
| 22.2 | 0,85% | 1,15% | 289,36% | 125,07% |
| 22.3 | 0,83% | 1,13% | 314,34% | 168,33% |
| TOTAL | 1,01% | 1,68% | 222,04% | 172,25% |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

Quanto aos resultados de risco, representados pelo desvio padrão dos retornos e contidos na tabela 2, observa-se que a carteira de Mínima Variância demonstrou desvios padrão baixos ao longo do período, sendo a menor composição de risco dentre as estratégias comparadas. Assim, indica que, apesar de não ter propiciado o ganho de capital no período, a estratégia conseguiu manter uma certa estabilidade em termos de risco, cumprindo com seu pressuposto de manutenção de variabilidade mínima, ao menos entre às abordagens comparadas.

A estratégia de Média Variância exibiu desvios padrão significativamente elevados em vários quadrimestres. Portanto, embora essa abordagem tenha oferecido oportunidades de retorno elevados, ela também esteve associada a um aumento substancial na volatilidade e risco da carteira, inclusive figurando acima do nível de risco de mercado (BOVA11), na maioria dos levantamentos e no resultado total.

O alto grau de desvio padrão para a estratégia obtido no primeiro quadrimestre de 2020, pode ser explicado pelo maior período de tempo utilizado para o cálculo dos pesos. Visto que foram utilizados dois anos de retornos na estimação dos pesos, uma maior variabilidade dos resultados foi notada, gerando o maior índice de desvio padrão dentre as observações.

Enquanto isso, a carteira igualmente ponderada mostrou uma certa consistência no controle do risco, figurando em níveis próximos à estratégia de mínima variância. Novamente, convém ressaltar que essa metodologia envolve cálculos simples para obtenção dos pesos em comparação às necessidades de otimização das demais.

Porém, como mencionado na seção 3.9, a análise do retorno ajustado ao risco, através do índice de Sharpe, se faz uma métrica de maior qualidade para avaliação do excesso de retorno das carteiras em relação à volatilidade apresentada. Os resultados desse índice para as carteiras confeccionadas são apresentados na tabela 3, a seguir.

Tabela 3 - Resultados de Índice de Sharpe obtidos

| | Mínima Variância | Igualmente Ponderados | Média Variância | IBOVESPA (BOVA11) |
|--------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| 20.1 | -50,62% | -28,20% | -8,77% | -8,04% |
| 20.2 | -3,67% | 2,16% | 18,18% | 17,14% |
| 20.3 | 21,72% | 12,89% | 9,00% | 15,90% |
| 21.1 | 3,62% | -2,85% | 9,82% | 0,60% |
| 21.2 | -4,91% | 2,35% | -5,83% | 0,21% |
| 21.3 | 2,20% | -7,30% | -9,45% | -9,33% |
| 22.1 | 12,88% | 1,91% | 25,82% | 3,24% |
| 22.2 | 4,05% | 7,56% | 27,36% | 2,74% |
| 22.3 | -2,06% | -11,67% | -13,62% | 1,10% |
| TOTAL | -1,87% | -2,57% | 5,84% | 2,62% |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

A obtenção de um nível negativo de Sharpe no período total, indica que a carteira de Mínima Variância não conseguiu gerar retornos suficientes para compensar o risco assumido. A estratégia enfrentou desafios na obtenção de retornos significativos em relação à volatilidade que enfrentou no período. Assim, retornando aos conceitos de risco apresentados na seção 3.1, observa-se que seu pressuposto de proporcionar o menor nível de variabilidade para a carteira não é cumprido totalmente, visto que a perda de capital resultada é um indicativo de risco.

Similarmente, o mesmo ocorreu com a carteira equally weighted, que obteve o menor desempenho, indicando elevada sensibilidade a mudanças nas condições de mercado.

O resultado mais robusto para o índice de Sharpe foi obtido pelo portfólio de média variância, mostrando que apesar da maior volatilidade, a estratégia conseguiu gerar retornos que efetivamente compensaram o risco incorrido, e apresentou uma capacidade mais consistente de equilibrar risco e retorno, superando amplamente a performance aferida no mercado acionário através do ETF de comparação.

Ademais, por meio do BOVA11, pode-se observar que o mercado acionário brasileiro conseguiu gerar retornos proporcionais ao risco, apesar da volatilidade, sendo uma opção considerável para investidores que não estejam interessados em realizar estimações e estratégias para diversificar ativos, optando por alocar seu patrimônio nessa opção representativa do mercado de ações do país.

6 CONCLUSÕES

O período analisado, marcado pela pandemia de COVID-19 e suas ramificações econômicas, influenciou significativamente o desempenho dos ativos e estratégias de investimento. Dessa forma, o trabalho se propôs a auxiliar os investidores brasileiros quanto às melhores estratégias para alocação de ativos nesse período, oferecendo uma base informada para a tomada de decisões em um ambiente financeiro dinâmico e desafiador.

A aplicação dos teoremas de mínima e média variância, desenvolvidos pelo economista estadunidense Harry Markowitz, e sua comparação com uma estratégia de alocação em ativos com o mesmo peso, e com uma carteira representativa do principal índice acionário do Brasil, passou por ajustes periódicos de estratégias conforme a dinâmica do mercado, adaptando-se a mudanças nas condições econômicas e políticas.

A partir disso, dentre os portfólios confeccionados, pode-se aferir que a estratégia de Média Variância demonstrou consistentemente os melhores índices de Sharpe, sugerindo que, ao longo do período, foi a opção mais eficaz na busca por um equilíbrio entre risco e retorno. Esta conclusão ressalta a importância de considerar não apenas o retorno absoluto, mas a capacidade de uma carteira em gerar retornos em relação ao risco incorrido.

Porém, é importante mencionar que a escolha entre as estratégias deve ser guiada e adaptada pelas preferências do investidor, além de uma compreensão aprofundada das condições de mercado.

Por exemplo, uma alocação em BOVA11 para o período proposto, retornou um desempenho superior à estratégia de mínima variância, que envolve algumas métricas de otimização que se tornam cada vez mais complexas quanto se aumentam o número de ativos selecionados. Dado um investidor que não deseja realizar estimações, ou não possui tempo hábil para tal, uma alocação no ETF de mercado se mostrou uma opção condizente.

Acerca da estratégia de mínima variância que, teoricamente, tenderia a mitigar os efeitos adversos, ocasionados pela pandemia sobre a conservação de patrimônio, a mesma não se mostrou eficiente nessa função, gerando resultados em rentabilidade insuficientes para compensar a volatilidade experimentada. O mesmo ocorreu para a carteira ingênua, que obteve o menor desempenho entre as abordagens analisadas.

Assim fica evidente que, os preceitos desenvolvidos pela teoria moderna do portfólio se mostraram eficientes e resiliente à esse período de instabilidades e incertezas. A análise da covariância entre os retornos, se fez de fundamental importância para se realizar a diversificação entre os ativos selecionados, proporcionando uma compensação entre suas rentabilidades e variações.

Através de uma estratégia de média variância, com um retorno desejado acima da taxa básica de juros (SELIC) um aumento ajustado de mais de 5% em seu patrimônio alocado, no período

REFERÊNCIAS

DA SILVA, Alexandre S; LEE, Wai; PORNROJNANGKOOL, Bobby. The Black–Litterman Model for Active Portfolio Management. **The Journal of Portfolio Management**, v.. 35, n. 2, p. 61-70, dez., 2009. Disponível em: <<https://shorturl.at/lqGQ5>>. Acesso em: 28 out. 2023.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar.,1952. Disponível em: <<https://shorturl.at/CFGV2>>. Acesso em: 11 jun. 2023.

IDZOREK, Thomas. A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels. **Forecasting Expected Returns in the Financial Markets**, v. 1, n., p. 17-38, ago., 2007. Disponível em: <<https://shorturl.at/dsxHZ>>. Acesso em: 28 out. 2023.

FABOZZI, Frank J.; GUPTA, Francis; MARKOWITZ, Harry M. The Legacy of Modern Portfolio Theory. **The Journal of Investing**, v. 11, n. 3, p. 7-22, ago., 2002. Disponível em: <<https://shorturl.at/nRST6>>. Acesso em: 29 set. 2023.

DEMIGUEL, Victor; GARLAPPI, Lorenzo; UPPAL, Raman. Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?. **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, may. 2009. Disponível em: <<https://goo.by/qUlltC>>. Acesso em: 5 set. 2023.

CALDEIRA, João Frois; VALLE MOURA, Guilherme; SANTOS, André Alves Portela; TESSARI, Cristina. Seleção de Carteiras com Modelos Fatoriais Heterocedásticos: Aplicação para Fundos de Fundos Multimercados. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 15, n. 2, p. 127-161, set. 2013.

BODIE, Zvi; MARCUS, Alan J.; KANE, Alex. **Fundamentos de Investimento**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2000.

BERNSTEIN, Peter L.; DAMODARAN, Aswath. **Administração de Investimentos**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2000.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo, SP: Atlas, 2002. Disponível em: <<https://abre.ai/g73R>>. Acesso em: 21 out. 2023.

LOVATTO; Lucas Fernando; Henrique, Daniel Christian; DE LIMA; Marcus Vinícius Andrade. Análise comparativa de distintas métricas de risco na composição de um fundo de fundos de investimento imobiliário. **Revista de Contabilidade e Organizações**, v. 1, n. 29, p. 21-45, jan. 2017. Disponível em: <<https://goo.by/Ebulvd>>. Acesso em: 29 set. 2023.

BODIE, Zvi; MARCUS, Alan J.; KANE, Alex. **Investments**. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2014.

ZIVOT; Eric. **Introduction to Computational Finance and Financial Econometrics with R**. v., n. 1. Nova York, NY: CRC Press, 2021. Disponível em: <<https://goo.by/qBmxvM>>. Acesso em: 09 out. 2023.

ANEXO A – TABELAS

Tabela 4 - Os 20 ativos com maior peso no Ibovespa em Dez. 2019

| Codigo | Ação | Participação (%) |
|---------------|--------------|-------------------------|
| ITUB4 | ITAUUNIBANCO | 9,19 |
| VALE3 | VALE | 8,20 |
| BBDC4 | BRADESCO | 7,30 |
| PETR4 | PETROBRAS | 6,59 |
| B3SA3 | B3 | 5,18 |
| PETR3 | PETROBRAS | 4,77 |
| ABEV3 | AMBEV S/A | 4,65 |
| BBAS3 | BRASIL | 3,53 |
| ITSA4 | ITAUSA | 3,15 |
| JBSS3 | JBS | 2,75 |
| LREN3 | LOJAS RENNER | 2,26 |
| BBDC3 | BRADESCO | 1,94 |
| IRBR3 | IRBBRASIL RE | 1,93 |
| BRFS3 | BRF SA | 1,77 |
| RENT3 | LOCALIZA | 1,51 |
| RAIL3 | RUMO S.A. | 1,33 |
| VIVT4 | TELEF BRASIL | 1,27 |
| BBSE3 | BBSEGURIDADE | 1,25 |
| SUZB3 | SUZANO S.A. | 1,21 |
| BRDT3 | PETROBRAS BR | 1,20 |

Fonte: B3

Tabela 5 - Pesos de Variância Mínima estimados

| | 20.1 | 20.2 | 20.3 | 21.1 | 21.2 | 21.3 | 22.1 | 22.2 | 22.3 |
|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ABEV3 | 0,21 | 0,04 | 0,17 | -0,03 | 0,04 | -0,06 | 0,04 | 0,21 | 0,19 |
| B3SA3 | -0,09 | -0,03 | 0,00 | 0,03 | 0,03 | -0,05 | -0,02 | 0,11 | -0,04 |
| BBAS3 | 0,00 | -0,23 | 0,20 | 0,28 | 0,04 | 0,04 | -0,07 | -0,03 | -0,03 |
| BBDC3 | -0,18 | 0,09 | 0,06 | -0,31 | -0,56 | 0,60 | -0,66 | 0,40 | 0,27 |
| BBDC4 | 0,10 | -0,44 | -0,08 | 0,10 | 0,86 | -0,37 | 0,34 | -0,09 | -0,07 |
| BBSE3 | 0,21 | 0,38 | 0,07 | 0,16 | 0,35 | 0,20 | 0,23 | 0,12 | 0,25 |
| BRDT3 | 0,06 | -0,05 | -0,15 | 0,05 | 0,01 | 0,07 | 0,31 | 0,00 | 0,00 |
| BRFS3 | 0,02 | -0,01 | 0,03 | 0,00 | -0,04 | 0,02 | -0,01 | -0,04 | -0,02 |
| IRBR3 | 0,15 | 0,03 | -0,01 | -0,01 | -0,05 | 0,01 | -0,05 | 0,02 | -0,01 |
| ITSA4 | -0,08 | 0,13 | 0,18 | -0,08 | 0,53 | -0,01 | 0,09 | -0,13 | 0,35 |
| ITUB4 | 0,15 | 0,73 | -0,29 | 0,13 | -0,62 | -0,07 | 0,38 | 0,01 | -0,26 |
| JBSS3 | 0,02 | 0,10 | 0,18 | 0,04 | 0,27 | 0,20 | 0,12 | 0,11 | 0,15 |
| LREN3 | 0,00 | 0,11 | 0,03 | -0,06 | 0,09 | 0,10 | -0,03 | -0,04 | 0,07 |
| PETR3 | 0,13 | -0,39 | 0,02 | -0,40 | 0,26 | 0,19 | -0,10 | -0,05 | -0,02 |
| PETR4 | -0,14 | 0,27 | -0,07 | 0,13 | -0,35 | -0,11 | 0,05 | 0,19 | 0,08 |
| RAIL3 | 0,11 | -0,10 | -0,09 | 0,06 | -0,03 | 0,00 | 0,05 | 0,06 | 0,03 |
| RENT3 | -0,01 | -0,05 | 0,13 | 0,04 | -0,09 | -0,03 | 0,08 | -0,09 | -0,05 |
| SUZB3 | 0,09 | 0,19 | 0,11 | 0,06 | 0,14 | 0,19 | 0,16 | 0,13 | 0,12 |
| VALE3 | 0,07 | -0,12 | 0,19 | 0,17 | 0,12 | 0,09 | 0,09 | 0,10 | -0,02 |
| VIVT4 | 0,17 | 0,34 | 0,31 | 0,63 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

Tabela 6 - Pesos de Média Variância estimados

| | 20.1 | 20.2 | 20.3 | 21.1 | 21.2 | 21.3 | 22.1 | 22.2 | 22.3 |
|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ABEV3 | -152,31 | -34,70 | -10,92 | 2,23 | -5,53 | 38,74 | -5,93 | -65,81 | 14,91 |
| B3SA3 | 32,71 | 24,13 | 24,15 | -6,79 | -8,94 | -39,49 | 12,33 | 46,68 | -70,75 |
| BBAS3 | 32,31 | -17,70 | 38,45 | -26,92 | -22,88 | 42,11 | 68,97 | 91,72 | 88,06 |
| BBDC3 | -19,43 | -0,84 | -38,26 | 10,96 | -83,89 | -13,77 | -204,69 | -151,13 | 158,62 |
| BBDC4 | -11,11 | 13,14 | 27,30 | -14,89 | 151,21 | -119,39 | 142,41 | 52,46 | -108,56 |
| BBSE3 | -21,91 | 21,69 | -36,73 | -5,22 | -47,93 | -103,08 | 57,18 | 86,10 | 38,29 |
| BRDT3 | 19,92 | 38,57 | -18,08 | -11,84 | 10,34 | 44,94 | -68,32 | 0,00 | 0,00 |
| BRFS3 | -58,52 | -40,90 | -3,98 | -0,73 | -18,82 | 11,45 | -8,93 | -41,44 | 14,32 |
| IRBR3 | 148,94 | -8,48 | -3,10 | -2,12 | -1,48 | -20,20 | -49,65 | -60,67 | -26,87 |
| ITSA4 | 36,46 | 5,74 | 17,19 | 38,41 | 28,23 | 146,21 | -83,73 | -81,01 | -270,29 |
| ITUB4 | -81,46 | -55,47 | -25,31 | 27,19 | -54,98 | 12,73 | -13,39 | 132,24 | 202,62 |
| JBSS3 | 73,11 | 27,92 | -20,09 | 12,26 | 35,27 | 16,50 | 48,97 | -5,73 | -72,38 |
| LREN3 | 31,90 | -31,57 | 1,88 | 5,05 | 5,29 | 14,22 | -11,02 | 1,36 | -13,80 |
| PETR3 | 43,77 | 103,19 | -45,98 | -1,67 | -86,63 | -36,65 | 155,64 | -27,77 | 6,26 |
| PETR4 | -20,30 | -127,65 | 41,37 | 13,01 | 71,22 | 65,74 | -83,77 | 38,60 | 17,57 |
| RAIL3 | 31,00 | 8,44 | 7,99 | -29,36 | -2,74 | -21,33 | 50,26 | 8,41 | 83,56 |
| RENT3 | 31,71 | 24,40 | 14,64 | 16,60 | 6,71 | -15,25 | 2,49 | 20,38 | 24,13 |
| SUZB3 | 32,91 | 20,96 | 22,48 | -2,40 | -4,53 | -28,20 | 18,27 | -50,03 | -42,97 |
| VALE3 | -20,45 | 4,82 | 21,23 | 28,73 | 31,09 | 5,73 | -26,08 | 6,64 | -41,75 |
| VIVT4 | -128,25 | 25,29 | -13,23 | -51,51 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

Tabela 7 - Pesos Equally Weighted

| | 20.1 | 20.2 | 20.3 | 21.1 | 21.2 | 21.3 | 22.1 | 22.2 | 22.3 |
|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ABEV3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| B3SA3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| BBAS3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| BBDC3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| BBDC4 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| BBSE3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| BRDT3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,000 | 0,000 |
| BRFS3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| IRBR3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| ITSA4 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| ITUB4 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| JBSS3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| LREN3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| PETR3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| PETR4 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| RAIL3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| RENT3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| SUZB3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| VALE3 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,053 | 0,053 | 0,053 | 0,056 | 0,056 |
| VIVT4 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,050 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Excel

Tabela 8 - Retorno médio por quadrimestre

| | 18-19 | 2020.1 | 2020.2 | 2020.3 | 2021.1 | 2021.2 | 2021.3 | 2022.1 | 2022.2 | 2022.3 |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ABEV3 | -0,01% | -0,54% | 0,08% | 0,36% | -0,03% | 0,18% | -0,06% | -0,06% | 0,07% | -0,05% |
| B3SA3 | 0,16% | 0,02% | 0,46% | 0,11% | -0,18% | -0,19% | -0,21% | 0,27% | -0,09% | 0,19% |
| BBAS3 | 0,15% | -0,56% | 0,21% | 0,25% | -0,28% | 0,07% | -0,01% | 0,22% | 0,33% | -0,18% |
| BBDC3 | 0,11% | -0,45% | 0,01% | 0,34% | -0,05% | 0,00% | -0,21% | 0,04% | 0,10% | -0,16% |
| BBDC4 | 0,11% | -0,53% | 0,12% | 0,38% | -0,01% | 0,00% | -0,18% | 0,06% | 0,09% | -0,23% |
| BBSE3 | 0,10% | -0,26% | -0,06% | 0,16% | -0,32% | -0,15% | 0,12% | 0,31% | 0,17% | 0,23% |
| BRDT3 | 0,14% | -0,38% | 0,15% | 0,06% | 0,06% | 0,24% | -0,25% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| BRFS3 | 0,03% | -0,57% | 0,06% | 0,17% | -0,04% | 0,17% | -0,02% | -0,57% | 0,24% | -0,73% |
| IRBR3 | 0,28% | -1,25% | -0,14% | 0,29% | -0,32% | -0,14% | -0,32% | -0,42% | -0,52% | -0,63% |
| ITSA4 | 0,12% | -0,43% | 0,09% | 0,30% | -0,16% | 0,18% | -0,21% | 0,08% | 0,01% | 0,05% |
| ITUB4 | 0,10% | -0,48% | 0,05% | 0,39% | -0,13% | 0,16% | -0,22% | 0,18% | 0,12% | -0,02% |
| JBSS3 | 0,23% | 0,10% | -0,13% | 0,09% | 0,36% | 0,09% | 0,29% | 0,01% | -0,24% | -0,33% |
| LREN3 | 0,16% | -0,31% | 0,07% | 0,04% | -0,05% | -0,06% | -0,38% | 0,02% | 0,16% | -0,26% |
| PETR3 | 0,16% | -0,40% | -0,24% | 0,35% | -0,17% | 0,31% | 0,28% | 0,23% | 0,49% | -0,29% |
| PETR4 | 0,17% | -0,40% | -0,24% | 0,35% | -0,11% | 0,25% | 0,18% | 0,21% | 0,50% | -0,32% |
| RAIL3 | 0,16% | -0,19% | 0,19% | -0,17% | 0,08% | -0,06% | -0,04% | -0,07% | 0,26% | -0,07% |
| RENT3 | 0,18% | -0,15% | 0,43% | 0,48% | -0,08% | -0,15% | -0,01% | 0,03% | 0,19% | -0,11% |
| SUZB3 | 0,20% | 0,08% | 0,32% | 0,22% | 0,23% | -0,12% | 0,00% | -0,20% | -0,10% | 0,13% |
| VALE3 | 0,10% | -0,07% | 0,36% | 0,54% | 0,36% | -0,08% | -0,14% | 0,16% | -0,21% | 0,42% |
| VIVT4 | 0,05% | -0,25% | 0,07% | -0,06% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |

Fonte: Infomoney.com, Investing.com e ibovx.com